UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ CAMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL CURSO SUPERIOR DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MATHEUS SPIRANDELI GALEGO RAMOS

DÉCADA DE INDUTÂNCIA SINTETIZANDA ATRAVÉS DE AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

CORNÉLIO PROCÓPIO 2017

DÉCADA DE INDUTÂNCIA SINTETIZADA ATRAVÉS DE AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II, do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel.

Orientador: Prof. Dr. Vander Teixeira Prado Co-orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis Scannavino Júnior



Universidade Tecnológica Federal do Paraná Campus Cornélio Procópio Departamento Acadêmico de Elétrica Curso de Engenharia Elétrica



FOLHA DE APROVAÇÃO

Matheus Spirandeli Galego Ramos

Década de indutância sintetizada através de amplificadores operacionais

Trabalho de conclusão de curso apresentado às hs do dia como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista no programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

Prof(a). Dr(a). Vander Teixeira Prado - Presidente (Orientador)

Prof(a). Dr(a). Francisco de Assis Scannavino Junior - (Coorientador)

Prof(a). Dr(a). Carolina Ribeiro Rodrigues - (Membro)

Prof(a). Dr(a). Silvio Aparecido de Souza - (Membro)

RESUMO

RAMOS, Matheus S. G. **Década de indutância sintetizada através de amplificadores operacionais**. 2017. 97f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Elétrica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

Os indutores quando utilizados em aplicações de baixa frequência possuem limitações como o peso, volume e custo elevado. Outra limitação são os poucos valores disponíveis no mercado, assim como a não possibilidade de variar o valor do componente. Como solução existem décadas de indutâncias, que estão relacionadas a indutâncias reais associadas em série e/ou paralelo, com a desvantagem do custo elevado. A proposta deste trabalho seria o projeto de uma década de indutância construída a partir de um circuito que emule o indutor, constituído de resistores, capacitores e amplificadores operacionais, encontrado na literatura. Observou-se grande concordância entre alguns resultados simulados utilizando-se um amplificador operacional ideal e a análise teórica. Entretanto, a partir de experimentos e simulações de componentes reais, observou-se que a implementação do projeto não é possível devido às não idealidades do amplificador operacional, como tensão e corrente de offset. Há alguns casos em que a simulação com componentes reais apresentou boa concordância com a teoria, mas ao variar o valor da indutância ou o sinal de entrada, os resultados foram diferentes. Portanto, pode-se emular um indutor, mas a década de indutância com circuitos sintetizados ainda precisa ser melhor elaborada. Embora não apresente o efeito magnético, caso fosse possível a implementação da década de indutância emulada, este não apresentaria resistência do enrolamento, além de ser mais barato e versátil.

Palavras-chave: Década de indutância, indutor, amplificador operacional.

ABSTRACT

RAMOS, Matheus S. G. **Decade of indutance synthesized through operational amplifiers**. 2017. 97f. Term paper (Graduation) – Eletrical Emgineering. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

Inductors used in low frequency applications have some limitations, such as weight, volume and high cost. Another limitation is the few variety of values available, as well as the non-possibility of varying the value of the component, as in the case of a potentiometer. As a solution there are decades of inductances, which are related to real inductances associated to each other, with the disadvantage of high cost. The proposal of this work would be the project of a decade of inductance built from a circuit emulating the inductor, consisting of resistors, capacitors and operational amplifiers, found in the literature. A large agreement was observed between some simulated results using an ideal operational amplifier and the theoretical analysis. However, from experiments and simulations of real components, it was observed that the implementation of the project is not possible due to non-idealities of the operational amplifier, such as offset voltage and bias current. There are some cases where the simulation with real components presented good agreement with the theory, but when varying the value of the inductance or the input signal, the results were different. Therefore, an inductor can be emulated, but the decade of inductance with synthesized circuits still needs to be better elaborated. Although it does not present the magnetic effect, if it were possible to implement the decade of inductance, it would not present winding resistance, besides being cheaper and versatile.

Keywords: Decade of inductance, inductor, operational amplifier.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Indutor	16
Figura 2 – Circuito RL com fonte de tensão contínua	19
Figura 3 – Circuito RL com fonte de tensão senoidal	21
Figura 4 – Filtro passa-faixa	24
Figura 5 – Circuito equivalente do filtro passa-faixa	25
Figura 6 – Filtro passa-baixa	27
Figura 7 – Circuito aterrado de Riordan	30
Figura 8 – Circuito aterrado de Antoniou	31
Figura 9 – Circuito flutuante de Riordan	31
Figura 10 - Circuito flutuante de Antoniou	32
Figura 11 – Circuito RL com indutor real simulado	44
Figura 12 – Circuito RL com indutor sintético simulado	44
Figura 13- Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RL para:	
f = 47Hz e L = 21mH	45
Figura 14- Tensão no resistor para resposta ao degrau no circuito RL para:	
f = 47Hz e L = 21mH	45
Figura 15 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RL para:	
f = 450mHz e L = 2.2H	46
Figura 16 - Tensão no resistor para resposta ao degrau no circuito RL para:	
f = 450mHz e L = 2.2H	46
Figura 17 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RL para:	
f = 45kHz e L = 22µH	47
Figura 18 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RL para:	
f = 45kHz e L = 22µH	47
Figura 19 – Circuito RLC com indutor real simulado	48
Figura 20 – Circuito RLC com idutor sintético simulado	48
Figura 21- Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para:	
R = 10Ω, f = 10Hz e L = 21mH	49
Figura 22 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para:	
R = 4.7kΩ, f = 100Hz e L = 21mH	49
Figura 23 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para:	
R = 100Ω, f = 150mHz e L = 2.2H	50
Figura 24 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para:	
R = 4.7kΩ, f = 150mHz e L = 2.2H	50
Figura 25 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para:	
R = 10Ω, f = 100Hz e L = 22uH	51

Figura 26 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para:
R = 4.7kΩ, f = 1kHz e L = 22uH51
Figura 27 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
R = 100kΩ, f = 1Hz e L = 21mH52
Figura 28 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
$R = 100k\Omega$, $f = 100kHz e L = 21mH$
Figura 29 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
R = 10Ω, f = 1Hz e L = 21mH53
Figura 30 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
R = 10Ω, f = 100kHz e L = 21mH53
Figura 31 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
R = 100kΩ, f = 1Hz e L = 2.2H53
Figura 32 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
R = 100kΩ, f = 100kHz e L = 2.2H54
Figura 33 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
R = 10Ω, f = 1Hz e L = 2.2H54
Figura 34 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
R = 10Ω, f = 100kHz e L = 2.2H54
Figura 35 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
$R = 100k\Omega$, f = 1Hz e L = 22µH55
Figura 36 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
R = $100k\Omega$, f = $100kHz$ e L = 22μ H
Figura 37 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
$R = 10\Omega, f = 1Hz e L = 22\mu H55$
Figura 38- Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para:
R = 10Ω , f = 100 kHz e L = 22μ H
Figura 39 - Resposta em frequência (módulo e fase) do circuito RL para:
R = 100kΩ e L = 21mH57
Figura 40 - Detalhe da fase da resposta em frequência do circuito RL para:
R = 100kΩ e L = 21mH57
Figura 41 - Módulo da resposta em frequência do circuito RL para:
R = 10Ω e L = 21mH58
Figura 42 - Fase da resposta em frequência do circuito RL para:
R = 10Ω e L = 21mH59
Figura 43- Módulo da resposta em frequência do circuito RL para:
R = 10Ω e L = 2.2H60
Figura 44 - Fase da resposta em frequência do circuito RL para:

R = 10Ω e L = 2.2H	61
Figura 45 - Módulo da resposta em frequência do circuito RL para:	
R = 100kΩ e L = 2.2H	62
Figura 46 - Fase da resposta em frequência do circuito RL para:	
R = 100kΩ e L = 2.2H	63
Figura 47 - Resposta em frequência do circuito RL para:	
R = 100kΩ e L = 22μH	64
Figura 48 - Módulo da resposta em frequência do circuito RL para:	
R = 10Ω e L = 22μH	66
Figura 49 - Fase da resposta em frequência do circuito RL para:	
R = 10Ω e L = 22μH	67
Figura 50 – Filtro passa faixa com indutor real	68
Figura 51 – Filtro passa-faixa com indutor sintético	69
Figura 52 - Módulo da resposta em frequência do filtro passa-faixa para:	
R = 10Ω e L = 21mH	69
Figura 53 - Fase da resposta em frequência do filtro passa-faixa para:	
R = 10Ω e L = 21mH	70
Figura 54 - Resposta em frequência do filtro passa-faixa para:	
R = 100kΩ e L = 21mH	72
Figura 55 – Filtro passa baixa com indutor sintético	74
Figura 56 – Filtro passa baixa com indutor real	74
Figura 57 - Módulo da resposta em frequência do filtro passa-baixa para:	
R = 100kΩ e L = 21mH	75
Figura 58- Módulo da resposta em frequência do filtro passa-baixa para:	
R = 10Ω e L = 21mH	76
Figura 59 – Visualização geral da bancada	77
Figura 60 – Gerador de sinais	77
Figura 61 – Fonte de alimentação CC	78
Figura 62 – Osciloscópio	78
Figura 63 – Circuito de Riordan montado no protoboard	79
Figura 64 – Tensão de entrada (CH1 – amarelo) e sobre o indutor (CH	2 –
azul)	79
Figura 65 – Circuito equivalente sem o capacitor	80
Figura 66 – Saturação do amp op (LM358) na simulação	83
Figura 67 – Amplificador operacional com entrada nula	83
Figura 68 – Amp op com ajuste de <i>offset</i>	84
Figura 69 – Circuito integrador de Miller	85

SUMÁRIO

1. INTRO	DUÇÃ	ίο	.11
	1.1	DELIMITAÇÃO DO TEMA	.12
	1.2	OBJETIVOS	.14
	1.2.	.1 Objetivo Geral	.14
	1.2.	.2 Objetivo Específico	.14
	1.3	JUSTIFICATIVA	.14
	1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	.15
2. INDUT	0R		.16
	2.1 Ut	tilização do indutor no curso de engenharia elétrica	.18
3. CIRCU	ITOS	DE EMULAÇÃO	.29
	3.1 Eo	quacionamento Riordan aterrado	.31
	3.2 Eo	quacionamento Antoniou aterrado	.34
	3.3 Eo	quacionamento Riordan Flutuante	.36
	3.4 Eo	quaciomento antoniou flutuante	.38
4. SIMUL	AÇÕE	ES	.42
	4.1 R	ESPOSTA AO DEGRAU	.42
	4.1.	.1 CIRCUITO RL	.42
	4.1.	2 CIRCUITO RLC SÉRIE	.46
	4.2 RI	EGIME PERMANENTE SENOIDAL	.50
	4.3 RI	ESPOSTA EM FREQUÊNCIA	.55
	4.3.	.1 Circuito RL	.55
	4.3.	2 Filtros	.67
	4.3.	.2.1 Passa-Faixa	.67
	4.3.	.2.2 Passa-Baixas	.72
	4.4 Co	omentários	.76
5. RESUL	TADO	DS EXPERIMENTAIS	.77
6. CONSI	DERA	ĄÇÕES FINAIS	.95
REFERÊN	NCIAS	5	.96

1. INTRODUÇÃO

A maioria dos circuitos elétricos fazem uso de elementos passivos, isto é, elementos que não geram energia, como os resistores, capacitores e indutores.

O indutor é um elemento do circuito formado por um fio condutor que normalmente possui a forma de uma bobina. O material que constitui o núcleo (onde a bobina é enrolada) pode ser ar, material não magnético, ferro ou ferrita. (IRWIN; NELMS, 2013).

Pela lei da indução eletromagnética de Faraday, em todo condutor, enquanto sujeito a uma variação de fluxo magnético, é estabelecida uma força eletromotriz (tensão) induzida (NILSSON; RIEDEL, 2003). Essa tensão é proporcional à variação do fluxo magnético. A constante de proporcionalidade é o número de espiras (voltas do enrolamento).

Pode-se, também, dizer que a tensão elétrica é proporcional à variação da corrente elétrica que percorre o elemento. A constante de proporcionalidade é o valor da indutância, isto é, a capacidade de uma bobina se opor à variação de corrente.

Segundo Irwin (2000) o indutor, assim como o capacitor é um componente que pode ser usado com a finalidade de armazenar energia. Contudo, um indutor, na prática, não pode armazenar energia tanto quanto um capacitor, pois o primeiro possui uma resistência no enrolamento da bobina, que dissipa energia rapidamente.

Em engenharia elétrica o uso de indutores é muito comum e abrange uma vasta área de aplicação como: motores e geradores (MINOTTI, 2008), transformadores (MENDES, 1995), circuitos de proteção, como por exemplo, disjuntor diferencial, circuitos conversores de tensão (buck-boost, flyback) (CHOI et al., 2013), (LEFEUVRE et al., 2007), reguladores chaveados, filtros, para sinais de alta potência ou aplicações em instrumentação e telecomunicações, entre outras.

De acordo com Edminister (1991), nos circuitos que são constituídos por capacitor e indutor, uma variação no circuito faz com que surjam correntes e tensões, por exemplo, a tensão induzida no indutor devido à variação da corrente no mesmo. No caso de corrente contínua, neste momento os elementos armazenadores de energia deixam de se comportar como circuitos abertos (capacitores) e circuitos fechados (indutores). O período desde essa mudança até que o sistema volte a não apresentar alterações se chama regime transitório. Depois deste período as tensões e correntes tendem a se estabilizar, e então o circuito atinge o que é chamado de regime permanente.

Como os indutores estão presentes na grande maioria dos circuitos utilizados no dia a dia, seja nas indústrias ou nas residências, e como alterações no sistema são constantes, a análise do regime transitório é de fundamental importância para o projeto e manutenção dos circuitos e sistemas elétricos.

Os circuitos compostos por resistores e dois elementos armazenadores de energia, o indutor e o capacitor, são regidos por uma equação diferencial de 2^a ordem. Muitos modelos físicos, químicos, térmicos, são conduzidos por equações de 2^a ordem e se comportam da mesma maneira do circuito RLC. O trabalho de Viana (2005) apresenta uma discussão sobre amortecimento de vibrações usando dispositivos piezelétricos e circuito shunt ressonante. Segundo o autor, uma pastilha piezelétrica pode ser modelada como um capacitor em série com uma fonte de tensão controlada, logo um circuito shunt ressonante (RLC) pode ser formado adicionando um circuito RL a esta pastilha. O sistema de amortecimento formado por este circuito tem o mesmo funcionamento de um absorvedor dinâmico de vibrações, porém a energia associada a vibração é transformada em energia elétrica, que por sua vez é dissipada através do efeito Joule.

Já Cataldo, Sampaio e Nicolato (2004) trazem uma discussão sobre os modelos mecânicos de laringe para síntese de vogais. Um dos modelos abordados no trabalho, o modelo de Flanagan-Landgraf (1968), mostra um circuito acústico construído levando em consideração a analogia existente entre um sistema elétrico linear em série, com um sistema mecânico linear massa-mola-amortecedor. Onde o equivalente da massa é a indutância, da mola a capacitância e do amortecedor a resistência.

Palma (2006) propõe a modelagem física de uma caldeira através de um sistema composto por uma fonte de tensão alternada, resistor, capacitor, indutor e um ponto terra.

1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

A quantidade de valores comerciais de resistores disponíveis é grande. Já para os de capacitores, a variedade não é tão grande quanto à dos resistores, mas

ainda sim possibilitam uma ampla faixa de valores conseguidos através da associações destes. Os indutores por sua vez, possuem menor quantidade de valores comerciais, principalmente para baixas frequências, o que se torna um empecilho quando é necessário um valor especifico deste em um determinado projeto.

Existem, no mercado, diferentes décadas de indutâncias, que são kits com diferentes indutâncias que podem ser associadas entre si através da mudança de ligação física entre elas. O problema dessas décadas é que são relativamente caras e os diferentes valores possíveis são discretos. Por exemplo, na empresa Politerm - Instrumentos de Medições Ltda., encontra-se disponível uma década de indutância modelo LBOX-405 que varia de 10µH até 11,1mH (10uH por passo), com precisão de 5% por indutância e limitação de corrente de 10mA no valor de R\$800,00 (oitocentos reais).

O trabalho proposto tem como objetivo a construção de uma década de indutância sintetizada através de amp ops que permita pelo menos a mesma faixa de indutância, com passo menor que o apresentado na década comercial, assim como menor limitação da corrente e menor custo, além de fornecer o valor exato da indutância que está sendo utilizada.

Para este trabalho será usado um circuito de simulação de indutância, formado somente por resistores, capacitores e amplificadores operacionais. Existem dois tipos de circuitos que simulam indutância, os aterrados *(grounded)* e os flutuantes *(floating)* (ANTONIOU; NAIDU, 1973). De acordo com Sedra e Smith (2007) o circuito emulador de Antoniou tem se destacado pelo fato de a operação do circuito ser mais tolerante às propriedades não ideais dos amp ops. Porém este circuito é válido somente para quando a indutância está aterrada. Por este fato, o circuito utilizado no trabalho é o flutuante.

De acordo com Cervelin (2014) os circuitos que simulam indutância mais utilizados são os de Riordan (1967) e Antoniou (1969) (IBRAHIM et al., 2011), (SIRIPHOT; MANEEWAN, 2013), (PARVEEN; AHMED, 2009), assim como derivações dos mesmos (HOLMES; HEINLEIN; GRUTZMANN, 1969), (KUMNGERN, 2011), (PETCHMANEELUMKA, 2009).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Desenvolver uma indutância emulada que auxilie nas aulas laboratoriais que envolvam o uso de indutores para a disciplina de Circuitos Elétricos I e II na UTFPR-CP.

1.2.2 Objetivo Específico

- Fortalecer os conceitos de circuitos elétricos e eletrônica;

 Projetar uma década de indutância sintetizada através de amplificadores operacionais;

1.3 JUSTIFICATIVA

No decorrer do curso de graduação de engenharia elétrica, observou-se certa dificuldade nas aulas práticas da matéria de Circuitos Elétricos I, quando era necessário o uso dos indutores disponíveis neste laboratório. Existem poucas opções de valores de indutância disponíveis (21mH, 37,2mH e 58,2mH) e esses valores não coincidem com o valor especificado. As resistências internas não são especificadas e, portanto não consideradas nas análises tanto teóricas quanto simuladas. Portanto, a teoria e simulação apresentavam resultados similares, mas algumas vezes com discordância dos valores obtidos experimentalmente.

Devido a estes fatos torna-se viável o projeto de uma década de indutância sintetizada através de amplificadores operacionais, visto que este é um equipamento caro de ser adquirido. Este projeto também suprirá a necessidade do uso de indutores em algumas aulas experimentais de Circuitos Elétricos II, como por exemplo em práticas que abordarem o assunto "regime permanente senoidal". Devido ao fato do laboratório não possuir indutores com valores específicos, sempre é necessário que se façam associações de indutores para conseguir o valor próximo ao desejado para a realização da aula prática. Com o uso da década de indutância, será possível alcançar os valores desejados para essa prática, logo este projeto também seria de grande valor para a matéria.

Neste trabalho não será possível verificar o efeito magnético, como por exemplo, indutância mútua, que também é estudado em outras disciplinas do curso, devido ao fato da não utilização do indutor real no projeto.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2 são abordados conceitos gerais do indutor, assim como algumas aplicações vistas em algumas disciplinas durante o curso de engenharia elétrica, como o regime transitório, abordado em Circuitos Elétricos I, regime permanente senoidal, estudado em Circuitos Elétricos II e filtros analógicos, abordado em Eletrônica.

O Capítulo 3 traz os circuitos emuladores de indutância aterrados e flutuantes, assim como os devidos equacionamentos, considerando-se um amplificador operacional ideal.

O Capítulo 4 mostra os resultados obtidos nas simulações para diversos casos: resposta ao degrau para um circuito RL e RLC série, regime permanente senoidal e resposta em frequência para um circuito RL e para os filtros RLC passa-faixa e passa-baixa.

O Capítulo 5 apresenta a implementação em laboratório, assim como análise e discussão dos resultados obtidos. Considera-se o amp op real com imperfeições CC, apresentando ainda simulações com diferentes amp ops para validação do resultado encontrado.

2. INDUTOR

O indutor é um elemento passivo capaz de armazenar energia em seu campo magnético. Este elemento possui inúmeras aplicações e são rotineiramente usados em motor e gerador elétrico, transformadores, alto falantes, microfones, dispositivo de detecção, circuito telefônico, receptores de rádios, televisão, circuitos de proteção, entre outros.

Todos os condutores de corrente elétrica possuem propriedades indutivas e podem ser considerados um indutor. Mas, o efeito indutivo pode ser aumentado com o uso de uma bobina com várias espiras de fio condutor, conforme ilustrado na Figura 1. (ALEXANDER; SADIKU, 2013)



Fonte: ALEXANDER; SADIKU, 2013

O indutor é caracterizado por uma grandeza física chamada indutância, representada pela letra L. A unidade de indutância é o Henry, representado pela letra H.

A indutância depende de algumas características construtivas, como o número de enrolamentos (N), área da secção transversal (A), comprimento (*l*) e permeabilidade magnética do núcleo (µ), conforme ilustrado na Figura 1 e é dada por:

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l} \tag{2.1}$$

Analisando a equação (2.1), pode-se notar que aumentando a área, número de espiras, utilizando um material de maior permeabilidade magnética ou diminuindo o comprimento da bobina é possível aumentar o valor da indutância.

Segundo a lei de Faraday, em todo condutor sujeito a uma variação de fluxo magnético, poderá ser medida uma tensão induzida através do condutor.

Se uma bobina com N espiras for movida através de um campo magnético, uma tensão induzida surgirá através desta, como manda a lei da indução eletromagnética (BOYLESTAD, 2012):

$$v_L = N \frac{d\Phi}{dt} \tag{2.2}$$

Sendo $\frac{d\Phi}{dt}$ a variação no fluxo magnético através da bobina em um determinado instante de tempo. Quanto mais espiras houver ou mais rápido a bobina for movida através do fluxo magnético, maior será a tensão induzida. Sendo assim, se o fluxo magnético que atravessa a bobina for constante, a tensão induzida será zero.

Este fenômeno pode ser aplicado ao indutor: se a corrente elétrica que passa pela bobina aumenta em valor absoluto, o fluxo na bobina também aumenta, resultando em uma tensão induzida na bobina por conta da variação da corrente elétrica. (BOYLESTAD,2012)

A polaridade da tensão induzida na bobina é contrária a polaridade da tensão aplicada, este efeito é enunciado pela lei de Lenz:

"Em todos os casos de indução eletromagnética, uma força eletro-motriz (FEM) induzida fará com que a corrente circule em um circuito fechado, num sentido tal que o efeito magnético se oponha à variação que a produziu" (KOSOW,1982)

A indutância de uma bobina pode ser expressa como uma razão entre a variação do fluxo em função da variação da corrente na bobina:

$$L = \frac{d\Phi}{di}$$
(2.3)

A equação (2.3) mostra que quanto maior a variação do fluxo na bobina devido a uma variação da corrente, maior será a indutância. Da equação (2.2) temse:

$$v_L = N \frac{d\Phi}{dt} = \left(N \frac{d\Phi}{di} \right) \left(\frac{di}{dt} \right)$$
(2.4)

Substituindo (2.3) em (2.4), temos:

$$v_L = L \frac{di}{dt} \tag{2.5}$$

A equação (2.5) mostra a relação tensão-corrente no indutor. Quanto maior a indutância ou mais rápido ocorrer a variação da corrente em uma bobina, maior será a tensão induzida, e se a corrente não variar com o tempo, a tensão induzida será zero.

2.1 Utilização do indutor no curso de engenharia elétrica

No decorrer do curso de engenharia elétrica da UTFPR o indutor foi assunto em diversas matérias. Desde o segundo período, em Eletricidade e magnetismo, onde o assunto foi introduzido, circuitos elétricos I, II e III, eletromagnetismo, máquinas elétricas I (transformador), II (máquinas de indução) e III (máquinas síncronas), eletrônica analógica (filtros) e de potência (conversores).

Neste trabalho, algumas dessas utilizações serão abordadas, como é o caso do transitório, estudado em Circuitos Elétricos I. O regime transitório é o período no qual as correntes e as tensões variam de um valor inicial para novos valores devido a uma perturbação no circuito elétrico.(EDMINISTER, 1991)

A resposta ao degrau foi utilizada como meio de perturbação para as simulações e experimentos realizados no trabalho. A resposta ao degrau é a resposta de um circuito à aplicação de tensão ou corrente no mesmo, ao analisarmos a resposta de um circuito RL a uma entrada degrau, estaremos visualizando como o circuito se comporta durante a fase de carga ou descarga do indutor. Sabendo-se que V é uma fonte de tensão contínua aplicada ao circuito da Figura 2, pela Lei de Kirchhoff da tensão (LKT), temos que:

$$V_L + V_R = V \tag{2.6}$$

Figura 2 – Circuito RL com fonte de tensão contínua





Utilizando-se a lei de Ohm e a equação (2.5), tem-se

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V \tag{2.7}$$

Dividindo ambos os lados da equação por L, chega-se a

$$\frac{di}{dt} + \frac{Ri}{L} = \frac{V}{L} \tag{2.8}$$

Com algumas manipulações algébricas chega-se a:

$$\frac{di}{-\frac{V}{R}+i} = -\frac{R}{L}dt$$
(2.9)

Integrando ambos os lados da equação, considerando que a tensão V é aplicada no instante t = 0 e que neste instante a corrente inicial no indutor é dada por i_0 .

$$\int_{i_0}^{i} \frac{di}{-\frac{V}{R}+i} = \int_{0}^{t} -\frac{R}{L} dt$$
(2.10)

Resolvendo as integrais da equação (2.10), temos como resultado

$$\left[\ln\left(-\frac{V}{R}+i\right) - \ln\left(-\frac{V}{R}+i_0\right)\right] = -\frac{R}{L}t$$
(2.11)

Utilizando-se as propriedades do logaritmo:

$$\ln \frac{-\frac{V}{R} + i}{-\frac{V}{R} + i_0} = -\frac{R}{L}t$$
(2.12)

Aplicando o operador exponencial dos dois lados da equação:

$$\frac{-\frac{V}{R}+i}{-\frac{V}{R}+i_0} = e^{-\frac{R}{L}t}$$
(2.13)

Organizando a equação (2.13), temos que :

$$i = \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t} + i_0 e^{-\frac{R}{L}t})$$
(2.14)

Análise similar é aplicada para a análise do transitório em circuitos compostos por resistor, capacitor e indutor em série e paralelo. Por exemplo, num circuito RLC série, procedendo de maneira análoga, obtém-se que a tensão no indutor para um sistema superamortecido e subamortecido, respectivamente, é dada por:

$$V_L(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}, t > 0 (2.15)$$

$$V_{L}(t) = B_{1}e^{-\alpha t}\cos(\beta t) + B_{2}e^{-\alpha t}sen(\beta t), t > 0$$
(2.16)

Sendo,

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$$
 (2.17)

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
(2.18)

$$\alpha = \frac{R}{2L} \tag{2.19}$$

$$\beta = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2} \tag{2.20}$$

As constantes A_1, A_2, B_1, B_2 são obtidas a partir das condições iniciais do circuito.

Em Circuitos Elétricos II estuda-se o regime permanente senoidal, o qual acontece quando um circuito é excitado por uma fonte senoidal e o regime transitório já foi dissipado, ou seja, o circuito encontra-se estável, sem variações nas tensões e correntes. Considerando-se o circuito da Figura 3 com a tensão

$$v(t) = V_m \cos(\omega t) \tag{2.21}$$

O primeiro passo do equacionamento é montar a equação diferencial que rege este circuito. Usando LKT na malha temos que:

$$V_R + V_L = v(t) \tag{2.22}$$





Fonte: Autoria própia

Utilizando a lei de Ohm e a equação (2.5), tem-se

$$Ri + L\frac{di}{dt} = V_m \cos (\omega t)$$
(2.23)

Como estamos interessados no regime permanente do circuito, precisamos encontrar somente a resposta forçado do sistema. Supondo que a corrente seja da mesma forma que a tensão, temos que:

$$i_t = A\cos(\omega t) + Bsen(\omega t) \tag{2.24}$$

Substituindo (2.24) em (2.23) é possível chegar à seguinte equação:

$$RAcos(\omega t) + RBsen(\omega t) - LA\omega sen(\omega t) + LB\omega cos(\omega t) = V_m \cos(\omega t)$$
(2.25)

Agrupando os termos em senos e cossenos:

$$RA + L\omega B = V_m \tag{2.26}$$

$$RB - L\omega A = 0 \tag{2.27}$$

Resolvendo o sistema acima em função das variáveis A e B, temos:

$$A = \frac{RV_m}{R^2 + \omega^2 L^2} \tag{2.28}$$

$$B = \frac{\omega L V_m}{R^2 + \omega^2 L^2} \tag{2.29}$$

Logo,

$$i_t = \frac{RV_m}{R^2 + \omega^2 L^2} \cos(\omega t) + \frac{\omega LV_m}{R^2 + \omega^2 L^2} \operatorname{sen}(\omega t)$$
(2.30)

Uma resposta mais conveniente da corrente para os circuitos seria expressa pela seguinte equação:

$$i_t = I\cos(\omega t - \Phi) \tag{2.31}$$

Expandindo a equação acima temos:

$$i_t = I\cos(\Phi)\cos(\omega t) + I\sin(\Phi)\sin(\omega t)$$
(2.32)

Comparando a equação (2.30) com a (2.32) é possível notar que:

$$I\cos\Phi = \frac{RV_m}{R^2 + \omega^2 L^2}$$
(2.33)

$$Isen\Phi = \frac{\omega L V_m}{R^2 + \omega^2 L^2}$$
(2.34)

Sabendo que $tg \ \Phi = \frac{sen\Phi}{cos\Phi}$, temos

$$tg \ \Phi = \frac{\frac{\omega L V_m}{R^2 + \omega^2 L^2}}{\frac{R V_m}{R^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{\omega L}{R}$$
(2.35)

$$\Phi = tg^{-1} \frac{\omega L}{R} \tag{2.36}$$

Assim,

$$i_t = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\omega t - tg^{-1} \frac{\omega L}{R})$$
 (2.37)

Outra aplicação de indutores que se vê em eletrônica analógica, mas sem muita ênfase, contudo de muita importância para o curso de Engenharia Elétrica, é a utilização em filtros de sinais. Filtros são qualquer combinação de elementos ativos ou passivos que tenham a finalidade de selecionar ou rejeitar uma faixa de frequência específica (BOYLESTAD, 2012). Os filtros são amplamente utilizados em aplicações como aquisição e processamento de sinais de áudio, vídeo e dados, telecomunicações, sistemas de som, eliminação de ruídos, entre outros.

Os filtros podem ser divididos em dois tipos: passivos e ativos.

- Filtros passivos - são circuitos formados por resistores, indutores, e capacitores (elementos passivos).

- Filtros ativos utilizam além dos elementos passivos citados acima, transistores e/ou amplificadores operacionais. (SEDRA,2007)

Analisam-se as características de um filtro a partir de sua resposta em frequência. Esta resposta é obtida através da variação da frequência da fonte senoidal. Para cada frequência de entrada compara-se a mudança na amplitude e no ângulo de fase do sinal de saída. A partir dos resultados obtêm-se o diagrama de Bode do filtro, ou resposta em frequência, relacionando módulo e fase em função da frequência (ALEXANDER; SADIKU, 2013).

Neste trabalho foram considerados os filtros RLC passa-baixa e passafaixa.

O filtro passa-faixa permite a passagem das frequências de certa faixa de interesse e rejeita as frequências fora desta. Este filtro pode ser visualizado na Figura 4:

Figura 4 – Filtro passa-faixa



Fonte: Autoria própria

Para que seja equacionado este filtro, o primeiro passo é obter a impedância equivalente do paralelo entre o indutor e o capacitor.

$$Z = \frac{X_L X_C}{X_L + X_C} \tag{2.38}$$

A Figura 5 mostra o esquema do circuito equivalente.





Fonte: Autoria própria

Faz-se necessário encontrar o valor de V_0 . Usando um simples divisor de tensão chegamos na equação

$$V_0 = \frac{Z}{Z+R} V_{in} \tag{2.39}$$

O ganho é o valor de interesse do equacionamento do filtro, este é a razão da tensão de saída pela tensão de entrada, logo

$$\frac{V_0}{V_{in}} = \frac{Z}{Z+R} \tag{2.40}$$

Substituindo a equação (2.38) em (2.40) temos

$$\frac{V_0}{V_{in}} = \frac{\frac{X_L X_C}{X_L + X_C}}{R + \frac{X_L X_C}{X_L + X_C}} = \frac{X_L X_C}{R + (X_L + X_C) + (X_L X_C)}$$
(2.41)

Utilizando a transformada de Laplace, chegamos a seguinte equação:

$$\frac{V_0(s)}{V_{in}(s)} = \frac{sL\frac{1}{sC}}{R\left(sL + \frac{1}{sC}\right) + (sL\frac{1}{sC})} = \frac{\frac{L}{C}}{R\left(\frac{s^2LC + 1}{sC}\right) + \frac{L}{C}}$$
(2.42)

Multiplicando o denominador e numerador por *sC* obtemos:

$$\frac{V_0(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\frac{L}{C}sC}{s^2 R L C + R + sL}$$
(2.43)

Dividindo o denominador e numerador por RLC obtém-se:

$$\frac{V_0(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\frac{sL}{RLC}}{s^2 + \frac{R}{RLC} + \frac{sL}{RLC}} = \frac{\frac{1}{RC}s}{s^2 + (\frac{1}{RC}s) + \frac{1}{LC}}$$
(2.44)

Analisando-se o circuito da Figura 4, em frequências muito baixas o indutor tende a um curto circuito e a tensão na saída é nula. Para frequências muito elevadas o capacitor se comporta como um curto. Portanto sinais de frequências baixas e elevadas são atenuadas e apenas sinais com frequências dentro de uma faixa possui amplitude significativa na saída. O mesmo resultado se obtém a partir da análise da função de transferência da equação (2.44). Sabendo-se que o número de pólos e zeros é igual, tem-se dois zeros, sendo um igual a zero e outro no infinito. Portanto sinais com frequências iguais a zero ou muito elevadas são consideravelmente atenuados.

A equação (2.44) pode ser comparada com a equação genérica de um filtro passa-faixa de 2^a ordem:

$$\frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)s}{s^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)s + {\omega_0}^2}$$
(2.45)

Portanto, o filtro passa-faixa tem frequência central de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ e fator de qualidade $Q = \omega_0 RC$.

O filtro passa-baixa permite a passagem de baixas frequências e rejeita frequências altas. A Figura 6 ilustra um filtro passa-baixa RLC

Figura 6 – Filtro passa-baixa





Procedendo de maneira análoga ao equacionamento do filtro passa-faixa, chega-se a:

$$\frac{V_0(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + (\frac{1}{RC}s) + \frac{1}{LC}}$$
(2.46)

A equação (2.46) pode ser comparada com a equação genérica de um filtro passa-baixa de 2^a ordem:

$$\frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{{\omega_0}^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)s + {\omega_0}^2}$$
(2.47)

Portanto, o filtro passa faixa tem frequência de corte de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ e fator de qualidade $Q = \omega_0 RC$.

3. CIRCUITOS DE EMULAÇÃO

Para o desenvolvimento deste trabalho foram estudados dois circuitos que emulam indutância, são eles o circuito de Antoniou e o circuito de Riordan. Estes circuitos são apresentados nas Figuras 7 e 8. Como é possível observar, ambos possuem um de seus terminais aterrados.





Fonte: Autoria própria.

A necessidade de aterramento destes circuitos podem causar limitações nas aplicações, sendo assim foi utilizado no presente trabalho o circuito flutuante, que nada mais é do que a junção de dois circuitos aterrados como mostram as Figuras 9 e 10.

Para o equacionamento dos circuitos, os amplificadores operacionais (amp ops) foram considerados ideais, como proposto por Riordan em 1967 e Antoniou em 1969 (KUMAR, SHUKLA, 1989; PERTENCE, 2003; SEDRA 2007), tendo assim corrente de entrada nula nos seus terminais, impedância de saída nula e um curto circuito virtual nos terminais de entrada.

Figura 8 – Circuito aterrado de Antoniou





Figura 9 – Circuito flutuante de Riordan



Fonte: Autoria própria

Figura 10 - Circuito flutuante de Antoniou



Fonte: Autoria própria.

3.1 Equacionamento Riordan aterrado

Considerando-se o circuito da Figura 7, devido ao curto circuito virtual existente nos terminais de entrada do amp op, a tensão no terminal negativo do amp op U_1 é V_{in} , assim:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_1} \tag{3.1}$$

sendo I_1 a corrente que passa pelo resistor R_1 , como indicado na Figura 7.

Como a impedância de entrada é infinita, não existe corrente elétrica entrando no amp op, logo:

$$I_1 = I_2$$
 (3.2)

sendo I_2 a corrente que passa pelo capacitor, como indicado na Figura 7.

A tensão V_A , também indicada na Figura 7, pela lei de Ohm, pode ser obtida através da relação:

$$V_A - V_{in} = \frac{1}{sC_2} * I_2$$
(3.3)

Logo,

$$V_A = \frac{1}{sC_2} * \frac{V_{in}}{R_1} + V_{in}$$
(3.4)

Considerando-se o curto-circuito virtual nos terminais de entrada do amp op, o terminal negativo do amp op U_2 possui a mesma tensão do terminal positivo V_{in} . Assim, a corrente I_3 , que passa pelo resistor R_3 , poder ser obtida através de:

$$V_A - V_{in} = R_3 I_3 (3.5)$$

Substituindo a equação (3.4) em (3.5),

$$\frac{1}{sC_2} * \frac{V_{in}}{R_1} + V_{in} - V_{in} = R_3 I_3$$
(3.6)

Assim,

$$I_3 = \frac{V_{in}}{sC_2R_1R_3}$$
(3.7)

Como a corrente nos terminais de entrada dos amp ops são nulas

$$I_3 = I_4$$
 (3.8)

De maneira análoga a V_A , tem-se que:

$$V_{in} - V_B = I_4 R_4 (3.9)$$

Isolando V_B obtém-se

$$V_b = V_{in} - \frac{V_{in}R_4}{sC_2R_1R_3}$$
(3.10)

Seguindo o mesmo raciocínio das etapas anteriores tem-se

$$V_{in} - V_b = I_5 R_5 (3.11)$$

Substituindo a equação (3.10) em (3.11) temos:

$$V_{in} - V_{in} + \frac{V_{in}R_4}{sC_2R_1R_3} = I_5R_5$$
(3.12)

Logo,

$$I_5 = \frac{V_{in}R_4}{sC_2R_1R_3R_5}$$
(3.13)

$$I_5 = I_{in} \tag{3.14}$$

Sabendo que a impedância de entrada é uma razão entre a tensão de entrada e a corrente de entrada, temos:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{sC_2R_1R_3R_5}{R_4}$$
(3.15)

Portanto, a impedância do circuito é dada por *sL*, como um indutor com valor:

$$L = \frac{C_2 R_1 R_3 R_5}{R_4} \tag{3.16}$$

Utilizando os conceitos já citados neste trabalho, considerando-se o circuito da Figura 8, devido ao curto circuito virtual temos:

$$I_5 = \frac{V_{in}}{R_5} \tag{3.17}$$

Como não tem corrente entrando no terminal positivo do amp op U_2 devido a resistência de entrada infinita, temos:

$$I_5 = I_4$$
 (3.18)

Sabendo que I_4 é a corrente que passa pelo capacitor C_4 , podemos encontrar agora a tensão V_B

$$V_B - V_{in} = \frac{1}{sC_4} * I_4 \tag{3.19}$$

Logo,

$$V_B = \frac{1}{sC_4} * \frac{V_{in}}{R_5} + V_{in}$$
(3.20)

Com o valor de V_B agora pode-se chegar ao valor de I_3 , que é a corrente que passa pelo resistor R_3

$$V_B - V_{in} = R_3 I_3 \tag{3.21}$$

Substituindo (3.20) em (3.21)

$$\frac{1}{sC_4} * \frac{V_{in}}{R_5} + V_{in} - V_{in} = R_3 I_3$$
(3.22)

Assim,

$$I_3 = \frac{V_{in}}{sC_4 R_5 R_3}$$
(3.23)

Como as correntes são nulas nas entradas dos amp ops tem-se que

$$I_3 = I_2$$
 (3.24)

Conhecendo o valor de I_2 , podemos encontrar agora o valor de V_A

$$V_{in} - V_A = I_2 R_2 (3.25)$$

Logo,

$$V_A = V_{in} - \frac{V_{in}R_2}{sC_4R_3R_5}$$
(3.26)

A corrente I_1 que percorre o resistor R_1 está relacionada por:

$$V_{in} - V_A = I_1 R_1 (3.27)$$

Substituindo (3.26) em (3.27) temos:

$$V_{in} - V_{in} + \frac{V_{in}R_2}{sC_4R_3R_5} = I_1R_1$$
(3.28)

Logo,

$$I_1 = \frac{V_{in}R_2}{sC_4R_3R_5R_1}$$
(3.29)

A corrente I_1 é a corrente de entrada do circuito, assim

$$I_1 = I_{in} \tag{3.30}$$

Sabendo que a impedância de entrada é a razão da tensão de entrada pela corrente de entrada, temos:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{sC_4R_3R_5R_1}{R_2}$$
(3.31)

Portanto, a impedância do circuito é dada por *sL*, como um indutor com valor:

$$L = \frac{C_4 R_3 R_5 R_1}{R_2} \tag{3.32}$$

3.3 Equacionamento Riordan Flutuante

Para os circuitos flutuantes não há necessidade do terminal de saída ser aterrado. Considerando-se o circuito da Figura 9, para encontrar a corrente I_1 usa-se a lei de Ohm entre o terminal de entrada V_A e o terminal de saída V_B

$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{2R_1}$$
(3.33)

Para os circuitos flutuantes as propriedades de amp ops ideais serão mantidas, logo, como a entrada de corrente neste dispositivo é nula, e a corrente que passa pelo capacitor é

$$I_1 = I_2$$
 (3.34)

A tensão V_c na saída do amp op U_1 , conhecendo a tensão V_A e a corrente I_1 , é obtida a partir de

$$V_C - V_A = \frac{1}{sC_2} * I_2$$
(3.35)
Logo,

$$V_C = \frac{1}{sC_2} \frac{V_A - V_B}{2R_1} + V_A$$
(3.36)

Conhecendo-se o valor de V_c obtém-se a corrente I_3 que percorre o resistor R_3 .

$$V_C - V_A = R_3 I_3 \tag{3.37}$$

Substituindo (3.36) em (3.37)

$$\frac{1}{sC_2} * \frac{V_A - V_B}{2R_1} + V_A - V_A = R_3 I_3$$
(3.38)

Assim,

$$I_3 = \frac{V_A - V_B}{sC_2 2R_1 R_3}$$
(3.39)

Como não há corrente entrando no amp op U_2

$$I_3 = I_4$$
 (3.40)

Conhecendo V_A e I_4 pode-se calcular V_D

$$V_A - V_D = I_4 R_4 (3.41)$$

Isolando-se V_D tem-se

$$V_D = V_A - \frac{(V_A - V_B) R_4}{sC_2 2R_1 R_3}$$
(3.42)

Para obter a corrente I₅ utiliza-se a seguinte relação

$$V_A - V_D = I_5 R_5 (3.43)$$

Substituindo (3.42) em (3.43) tem-se:

$$V_A - V_A + \frac{(V_A - V_B)R_4}{sC_2 2R_1 R_3} = I_5 R_5$$
(3.44)

Logo,

$$I_5 = \frac{(V_A - V_B)R_4}{sC_2 2R_1 R_3 R_5}$$
(3.45)

Como a corrente *I*₅ representa a corrente de entrada do circuito, temos:

$$I_5 = I_{in} \tag{3.46}$$

A impedância de entrada do circuito será

$$Z_{In} = \frac{V_A - V_B}{I_{in}} = 2 * \frac{R_3 R_1 R_5 s C_2}{R_4}$$
(3.47)

Portanto, a impedância do circuito é dada por *sL*, como um indutor com valor:

$$L = 2 * \frac{R_3 R_1 R_5 C_2}{R_4} \tag{3.48}$$

3.4 Equaciomento antoniou flutuante

Seguindo o mesmo raciocínio dos equacionamentos anteriores, considerando-se agora o circuito da Figura 10, para encontrarmos I_5 utiliza-se a diferença entre a tensão V_A e V_B

$$I_5 = \frac{V_A - V_B}{2R_5}$$
(3.49)

Devido à impedância de entrada infinita, sabe-se que a corrente no capacitor C_4 é

$$I_5 = I_4$$
 (3.50)

Com os valores encontrados até agora, pode-se encontrar a tensão V_D

$$V_D - V_A = \frac{1}{sC_4} * I_4$$
(3.51)

Logo,

$$V_D = \frac{1}{sC_4} * \frac{V_a - V_b}{2R_5} + V_A$$
(3.52)

Pode-se agora encontrar a corrente I_3 que percorre o resistor R_3

$$V_D - V_A = R_3 I_3 \tag{3.53}$$

Substituindo (3.52) em (3.53)

$$\frac{1}{sC_4} * \frac{V_A - V_B}{2R_5} + V_A - V_A = R_3 I_3$$
(3.54)

Assim,

$$I_3 = \frac{V_A - V_B}{sC_4 2R_5 R_3}$$
(3.55)

Como não há corrente entrando no amp op U_1

$$I_3 = I_2$$
 (3.56)

Conhecendo I_2 , a tensão V_C é obtida por meio de

$$V_A - V_C = I_2 R_2 (3.57)$$

Isolando a tensão de interesse, tem-se

$$V_C = V_A - \frac{(V_A - V_B)R_2}{sC_4 R_3 2R_5}$$
(3.58)

A corrente I_1 pode ser encontrada da seguinte maneira

$$V_A - V_C = I_1 R_1 (3.59)$$

Substituindo (3.58) em (3.59) temos:

$$V_A - V_A + \frac{(V_A - V_B)R_2}{sC_4 R_3 2R_5} = I_1 R_1$$
(3.60)

Logo,

$$I_1 = \frac{(V_A - V_B)R_2}{sC_4 R_3 2R_5 R_1}$$
(3.61)

Como a corrente I_1 é a corrente de entrada do circuito, temos

$$I_1 = I_{in} \tag{3.62}$$

A impedância de entrada do circuito é:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = 2 * \frac{sC_4R_3R_5R_1}{R_2}$$
(3.63)

Portanto, a impedância do circuito é dada por *sL*, como um indutor com valor:

$$L = 2 * \frac{C_4 R_3 R_5 R_1}{R_2} \tag{3.64}$$

4. SIMULAÇÕES

Como já comentado, a necessidade de aterramento dos circuitos das Figuras 7 e 8 podem causar limitações nas aplicações. Portanto, para as possíveis aplicações foram considerados os circuitos flutuantes, ilustrados nas Figuras 9 e 10.

Para as simulações, ambos os circuitos se mostraram eficientes apresentando os mesmos resultados. Assim, apenas as simulações com a indutância flutuante de Riordan são apresentadas neste capítulo. Em todos os casos considerou-se o amplificador operacional ideal, como já comentado no capítulo anterior, em concordância com Riordan em 1967 e Antoniou em 1969 (KUMAR, SHUKLA, 1989; PERTENCE, 2003; SEDRA 2007).

De acordo com as aplicações e o equacionamento apresentado no Capítulo 2, foram simulados circuitos considerando um indutor ideal e o circuito proposto para os casos: (i) resposta ao degrau, ou seja, análise da resposta transitória de um circuito RL e um circuito RLC, estudado na disciplina de Circuitos Elétricos I; (ii) resposta em regime permanente senoidal, estudado em Circuitos Elétricos II; (iii) resposta em frequência de filtros RLC, estudado em eletrônica analógica. O *software* utilizado para as simulações foi o Proteus.

4.1 RESPOSTA AO DEGRAU

4.1.1 CIRCUITO RL

As Figuras 11 e 12 mostram os circuitos RL que foram simulados com o indutor ideal e o indutor sintético, respectivamente. Para todas as simulações apresentadas neste tópico a tensão de entrada foi uma onda quadrada com 1V de amplitude, de forma a aplicar um degrau positivo e negativo. As resistências R8 (Figuras 11 e 12) possuem o valor de 10 Ω . Foram emuladas indutâncias de 22µH, 21mH e 2.2H, valores estes também considerados para L1 em cada simulação, para correta comparação entre os resultados.. Para o valor emulado de 22µH, usou-se o valor de 10 Ω para as resistências R_1 , R_2 , R_5 , R_4 e R_7 , e 100 Ω para R_3 e R_6 . Para o valor emulado de 21mH, somente a resistências R_4 foi alterada, para um valor de 9545 Ω . Para 2.2H, os valores das resistências R_1 , R_2 , R_5 e R_7 foram mantidos, R_3 e R_6 passaram a ter valor de 1 Ω e R_4 de 10k Ω . O capacitor foi mantido com valor fixo de 2.2 μ F para todas as simulações.



Figura 11 – Circuito RL com indutor real simulado







Fonte: Autoria própria

A frequência do sinal de entrada foi ajustada para cada caso, de forma a considerar todo o regime transitório durante metade do período (duração de aplicação do degrau).

As Figuras 13 e 14 apresentam a tensão no indutor e no resistor, respectivamente, para um circuito RL com L = 21mH. Observa-se grande concordância entre os resultados encontrados para o indutor emulado e o indutor ideal.



Figura 13- Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RL para: f = 47Hz e L = 21mH

Figura 14- Tensão no resistor para resposta ao degrau no circuito RL para: f = 47Hz e L = 21mH



Fonte: Autoria própria

As Figuras 15 e 16 apresentam a tensão no indutor e no resistor, respectivamente, para um circuito RL com L = 2.2H. Já as Figuras 17 e 18 apresentam a tensão no indutor e no resistor, respectivamente, para um circuito RL com L = 22μ H. Novamente observa-se grande concordância entre os resultados

Fonte: Autoria própria

encontrados para o indutor emulado e o indutor ideal, possibilitando a utilização do circuito em uma grande faixa de valores para o indutor emulado.



Figura 15 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RL para: f = 450mHz e L = 2.2H

Fonte: Autoria própria





Fonte: Autoria própria

Figura 17 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RL para: f = 45kHz e L = 22μ H



Figura 18 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RL para: f = 45kHz e L = 22µH



4.1.2 CIRCUITO RLC SÉRIE

As Figuras 19 e 20 mostram os circuitos que foram simulados para o circuito RLC série. Considerou-se o capacitor C1 e C3 com valor de 2.2µF.



Figura 19 – Circuito RLC com indutor real simulado







Fonte: Autoria própria

As Figuras 21 e 22 apresentam a tensão no indutor e no resistor, respectivamente, para um circuito RLC série com L=21mH. Já as Figuras 23 e 24 apresentam a tensão no indutor e no resistor, respectivamente, para um circuito RLC com L = 2.2H e as Figuras 25 e 26 apresentam a tensão no indutor e no resistor, respectivamente, para um circuito RLC com L = 22μ H. Conclui-se que, a partir dos

resultados simulados, o indutor emulado pode ser utilizado na análise do transitório para circuitos de 1^ª e 2^ª ordem, uma vez que os resultados são muito semelhantes aos resultados obtidos com a simulação de um indutor ideal.



Figura 21- Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para: R = 10Ω , f = 10Hz e L = 21mH

Figura 22 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para: R = 4.7k Ω , f = 100Hz e L = 21mH



Fonte: Autoria própria

Fonte: Autoria própria





Fonte: Autoria própria

Figura 24 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para: R = 4.7k Ω , f = 150mHz e L = 2.2H



Fonte: Autoria própria



Figura 25 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para: R = 10Ω , f = 100Hz e L = 22uH

Fonte: Autoria própria

Figura 26 - Tensão no indutor para resposta ao degrau no circuito RLC para: R = $4.7k\Omega$, f = 1kHz e L = 22uH



Fonte: Autoria própria

4.2 REGIME PERMANENTE SENOIDAL

Para estas simulações foram utilizados os circuitos das Figuras 11 e 12, substituindo-se o sinal de entrada por uma senóide de 1V de pico com valor de frequência variando de 1Hz a 100kHz. As resistências R8 tiveram seus valores alternados entre 10 e 100k Ω . Portanto, para cada um dos valores de indutância simulados nos tópicos anteriores (21mH, 2.2H e 22µH) consideraram-se quatro simulações: frequência de 1Hz e resistência R8 = 10 Ω , frequência de 1Hz e resistência R8 = 10 Ω e frequência

de 100kHz e resistência R8 = 100kΩ. Os resultados estão apresentados nas Figuras 27 a 38.



Figura 27 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = 100k Ω , f = 1Hz e L = 21mH

Fonte: Autoria própria

Figura 28 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = 100k Ω , f = 100kHz e L = 21mH



Fonte: Autoria própria



Figura 29 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = 10Ω , f = 1Hz e L = 21mH

Fonte: Autoria própria

Figura 30 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = 10Ω , f = 100kHz e L = 21mH







Figura 31 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = 100k Ω , f = 1Hz e L = 2.2H

Fonte: Autoria própria



Figura 32 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = $100k\Omega$, f = 100kHz e L = 2.2H



Figura 33 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = 10Ω , f = 1Hz e L = 2.2H









Fonte: Autoria própria



Figura 35 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = 100k Ω , f = 1Hz e L = 22µH

Fonte: Autoria própria

Figura 36 - Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = 100k Ω , f = 100kHz e L = 22µH











Figura 38- Tensão no indutor para o circuito RL regime permanente senoidal para: R = 10 Ω , f = 100kHz e L = 22 μ H

Fonte: Autoria própria

Todos os casos simulados apresentaram concordância entre a simulação do indutor real e do indutor sintético, possibilitando a utilização do indutor emulado também nesta aplicação.

4.3 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Neste item simularam-se as respostas em frequência do circuito RL e de alguns filtros RLC.

4.3.1 Circuito RL

Os circuitos RL estão apresentados nas Figuras 11 e 12. Para cada valor de indutância foram considerados os casos em que R8 = 10Ω e R8 = $100 k\Omega$.

A Figura 39 apresenta a resposta em frequência para o caso em que R8 = $100k\Omega$ e L = 21mH. Observou-se uma discordância no ângulo de fase para baixas frequências. O mesmo gráfico com maiores detalhes na fase está ilustrado na Figura 40.



Figura 39 - Resposta em frequência (módulo e fase) do circuito RL para: R = 100k Ω e L = 21mH

Figura 40 - Detalhe da fase da resposta em frequência do circuito RL para: R = 100k Ω e L = 21mH







Alterou-se o valor da resistência para 10Ω e o resultado pode ser observado nas Figuras 41 e 42. Observou-se novamente uma discordância dos resultados obtidos para baixas frequências.





(b) Detalhe para frequências até 100µHz.



Figura 42 - Fase da resposta em frequência do circuito RL para: R = $10\Omega \text{ e L} = 21\text{mH}$



(b) Detalhe para frequências até 100µHz.



Para os valores de indutância de 2.2H e 22 μ H, simularam-se os mesmos casos, isto é alterando-se o valor de resistência de 100k Ω para 10 Ω . Os resultados podem ser observados nas Figuras 43 a 49. Observou-se novamente uma discordância dos resultados obtidos para baixas frequências.

Figura 43- Módulo da resposta em frequência do circuito RL para:







Figura 44 - Fase da resposta em frequência do circuito RL para: R = $10\Omega e L = 2.2H$





Figura 45 - Módulo da resposta em frequência do circuito RL para: R = 100k Ω e L = 2.2H





Figura 46 - Fase da resposta em frequência do circuito RL para: R = 100k Ω e L = 2.2H





Figura 47 - Resposta em frequência do circuito RL para: R = 100k Ω e L = 22µH





(d) Detalhe para frequências acima de 10Hz.



Figura 48 - Módulo da resposta em frequência do circuito RL para: R = 10 Ω e L = 22 μH

(c) Detalhe para frequências acima de 100mHz.



Figura 49 - Fase da resposta em frequência do circuito RL para: R = $10\Omega e L = 22\mu H$

(c) Detalhe para frequências acima de 100mHz.

Foram simulados dois filtros: passa-faixa e passa-baixa. Em ambos foi utilizado um capacitor de 2.2 μ F, e o indutor de 21mH. O resistor teve seu valor alterado entre 10 Ω e 100k Ω .

4.3.2.1 Passa-Faixa

As Figuras 50 e 51 ilustram os filtros simulados. Substituindo-se os valores dos componentes na equação (2.44), tem-se a seguinte função de transferência para 10Ω:

$$\frac{V_0(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{RC}s}{s^2 + (\frac{1}{RC}s) + \frac{1}{LC}} = \frac{45454.5s}{s^2 + 45454.5s + 21645021.6}$$
(4.1)

que possui frequência central de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 4652.4$ rad/s e fator de qualidade $Q = \omega_0 RC = 0.102$





Fonte: Autoria própria



Figura 51 – Filtro passa-faixa com indutor sintético

```
Fonte: Autoria Própria
```

A resposta em frequência do filtro pode ser observada nas Figuras 52 e 53. Assim como na resposta em frequência do circuito RL, observa-se grande concordância entre os resultados simulados para o indutor sintético e o ideal, com exceção da resposta para baixas frequências.



Figura 52 - Módulo da resposta em frequência do filtro passa-faixa para: R = $10\Omega \text{ e L} = 21\text{mH}$



(c) Detalhe para frequências acima de 1mHz.

Figura 53 - Fase da resposta em frequência do filtro passa-faixa para: R = $10\Omega \text{ e L} = 21\text{mH}$





(c) Detalhe para frequências acima de 10mHz.

Alterando-se o valor do resistor de 10Ω para 100kΩ tem-se a seguinte função de transferência para:

$$\frac{V_0(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{RC}s}{s^2 + (\frac{1}{RC}s) + \frac{1}{LC}} = \frac{4.54s}{s^2 + 4.54s + 21645021.6}$$
(4.2)

que possui frequência central de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 4652.4$ rad/s e fator de qualidade $Q = \omega_0 RC = 1023.5$

A resposta em frequência do filtro pode ser observada na Figura 54. Devido ao maior Q, era esperado uma banda de passagem mais estreita, como observado nas respostas simuladas. Neste caso, a divergência dos resultados simulados com o indutor sintético e o ideal ficam evidente apenas na fase da resposta em frequência, visto que o módulo apresenta valores muito pequenos, próximos a -200dB.



Figura 54 - Resposta em frequência do filtro passa-faixa para: R = 100k Ω e L = 21mH





(d) Fase com detalhe para frequências acima de 10mHz.

4.3.2.2 Passa-Baixas

As Figuras 55 e 56 ilustram os filtros simulados. Substituindo-se os valores dos componentes na equação (2.46), tem-se a seguinte função de transferência para 100kΩ:

$$\frac{V_0(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + (\frac{1}{RC}s) + \frac{1}{LC}} = \frac{21645021.6}{s^2 + 4.54s + 21645021.6}$$
(4.3)

que possui frequência central de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 4652.4$ rad/s e fator de qualidade $Q = \omega_0 RC = 1023.5$. Como o fator de qualidade é maior que 1, na frequência de corte tem-se um ganho maior do que o ganho CC e após a frequência de corte o sinal passa a ser atenuado.


Figura 55 – Filtro passa baixa com indutor sintético

Fonte: Autoria própria

Figura 56 – Filtro passa baixa com indutor real



Fonte: Autoria própria

O módulo da resposta em frequência do filtro pode ser observado na Figura 57. Assim como na resposta em frequência do circuito RL e do filtro passafaixa, observa-se grande concordância entre os resultados simulados para o indutor sintético e o ideal, com exceção da resposta para baixas frequências.



Figura 57 - Módulo da resposta em frequência do filtro passa-baixa para: R = 100k Ω e L = 21mH

(c) Detalhe para frequências acima de 100nHz.

Alterando-se o valor do resistor de $100k\Omega$ para 10Ω tem-se a seguinte função de transferência para:

$$\frac{V_0(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + (\frac{1}{RC}s) + \frac{1}{LC}} = \frac{21645021.6}{s^2 + 45454.5s + 21645021.6}$$
(4.4)

que possui frequência central de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 4652.4$ rad/s e fator de qualidade $Q = \omega_0 RC = 0.102$.

O módulo da resposta em frequência do filtro pode ser observado na Figura 58. Devido ao menor Q, comparado ao caso anterior, era esperado um ganho menor na frequência de corte como observado nas respostas simuladas.



Figura 58- Módulo da resposta em frequência do filtro passa-baixa para: R = 10Ω e L = 21mH



(c) Detalhe para frequências acima de 10nHz.

4.4 Comentários

Com exceção dos casos simulados com frequências muito baixas, os resultados apresentaram grande concordância entre o indutor ideal e o indutor sintetizado. Entretanto, para frequências muito baixas e, consequentemente aplicações CC, o circuito sintetizado não emula uma indutância, a qual por sua vez se comporta como um curto-circuito. Isto se explica pelo fato de que os capacitores C1 e C2, em baixas frequências, tendem a se comportarem como circuitos abertos.

Considerando-se o circuito da indutância emulada sem as capacitâncias, o circuito resultante apresenta dois amp ops sem realimentação negativa. Neste caso não se pode mais considerar o curto-circuito virtual entre os terminais de entrada, invalidando todo o equacionamento do Capítulo 3, assim como a saída do amp op é dada por:

$$V_0 = A_0 (V_+ - V_-) \tag{4.5}$$

sendo A_0 o ganho em malha aberta do amp op, dado pelo fabricante. Considerandose, por exemplo, o amp op LM358, o valor de A_0 é 10^5 V/V. Portanto, uma pequena diferença de tensão nos terminais de entrada do amp op faz com que a tensão de saída seja muito elevada, levando o componente à saturação e, consequentemente, saindo da região linear de operação.

Assim, o circuito proposto apresenta uma limitação de não poder ser utilizado em aplicações CC ou frequências muito baixa.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A parte prática do trabalho foi desenvolvida no laboratório G 104 do Departamento de Engenharia Elétrica da UTFPR-CP. Montou-se o circuito emulador de indutância no *protoboard* para serem feitas as devidas medições, como pode ser observado nas Figuras 59 a 63.



Figura 59 – Visualização geral da bancada

Fonte: Autoria própria



Figura 60 – Gerador de sinais

Fonte: Autoria própria

Figura 61 – Fonte de alimentação CC



Fonte: Autoria própria

Figura 62 – Osciloscópio



Fonte: Autoria própria

Para a realização dos testes com o circuito RL (resposta transitória e regime permanente), dividiu-se o resistor fazendo-se um circuito série R-L-R, de modo a não deixar um lado da indutância aterrada, mostrando que o mesmo funciona como indutância aterrada (simulações do capítulo anterior) e flutuante. Inicialmente, com a resistências que se tinham à disposição, montou-se utilizando dois resistores de $100k\Omega$ e o indutor de 21mH. O resultado pode ser observado na Figura 64, a qual apresenta a tensão de entrada (senóide com 10kHz) no canal 1 (CH1) do osciloscópio e a tensão sobre o indutor no canal 2 (CH2).



Figura 63 – Circuito de Riordan montado no protoboard

Fonte: Autoria própria





Fonte: Autoria própria

Como observado, o circuito não respondeu como o esperado (tensão senoidal sobre o indutor) e, portanto o resultado prático não foi satisfatório. Diante disso foi feito um estudo do circuito sem considerar o amplificador operacional ideal a fim de tentar identificar a causa do problema.

A diferença entre o circuito simulado e o circuito montado é o amplificador operacional, o qual na prática possui algumas não idealidades, também conhecidas como imperfeições CC, como tensão de *offset* e correntes de polarização, que são valores de tensões e correntes que existem para polarizar o circuito do amplificador operacional. Caso contrário, este não funcionaria.

As tensões e correntes de polarização são valores em corrente contínua e, portanto o capacitor se comportaria como um circuito aberto, como analisado no final do capítulo anterior (item 4.5), fazendo com que o circuito de Riordan apresente um amp op sem realimentação negativa. Neste caso, considerando o indutor aterrado, para facilitar a análise, tem-se o circuito equivalente ilustrado na Figura 65.





Fonte: Autoria própria

Considerando-se, por exemplo, o LM 358, este apresenta o ganho em malha aberta $A_0 = 100 \frac{V}{mV} = 10^5 V/V$, e a corrente de polarização em seus terminais de entrada de $I_B = \pm 250 nA$. Considerando-se a tensão de entrada nula (V_A aterrado na Figura 65), a tensão de saída v_{o1} do amp op de entrada do circuito é dada pela equação (5.1):

$$v_{o1} = (V_A - V_B)A_0 = [0 - (-R_1 I_{B1})]10^5$$
(5.1)

Se for utilizado um resistor R_1 com valor de 1k Ω , por exemplo, o valor de v_{o1} será 25V, maior que a tensão de alimentação do amp op (10V). Logo o

amplificador irá saturar mesmo não possuindo tensão de entrada no circuito, somente com a tensão de polarização do amplificador.

É necessário saber qual o comportamento do outro amp op utilizado no circuito. Como a tensão de entrada V_A é de 0 V, a tensão de saída do segundo amp op é:

$$v_{o2} = (V_A - V_C)A_0 = -V_C A_0 \tag{5.2}$$

Onde,

$$V_C = v_{o2} + R_3 I_3 \tag{5.3}$$

Logo,

$$v_{o2} = -(v_{o2} + R_3 I_3) A_0 \tag{5.4}$$

Isolando v_{o2} , temos

$$(1+A_0)v_{o2} = -R_3 I_3 A_0 \tag{5.5}$$

$$v_{o2} = -R_3 I_3 \frac{A_0}{1+A_0} \tag{5.6}$$

Utilizando o valor de A_0 encontrado no *datasheet* o termo $\frac{A_0}{1+A_0}$ é aproximadamente 1, assim

$$v_{o2} = -R_3 I_3 \tag{5.7}$$

Para encontrar v_{o2} é necessário encontrar a corrente I_3 , que pode ser encontrada através da aplicação da lei das correntes de Kirchhoff no nó v_c .

$$I_4 = I_{b3} + I_3 \tag{5.8}$$

Onde

$$I_4 = \frac{v_{o1} - V_C}{R_4} \tag{5.9}$$

Substituindo o valor de V_c encontrado na equação (5.3), chega-se a

$$I_4 = \frac{v_{o1} - v_{o2} - R_3 I_3}{R_4}$$
(5.10)

Agora,

$$\frac{v_{o1} - v_{o2} - R_3 I_3}{R_4} = I_{b3} + I_3$$
(5.11)

Dividindo os dois lados da equação por R₄

$$v_{o1} - v_{o2} - R_3 I_3 = R_4 I_{b3} + R_4 I_3 \tag{5.12}$$

Isolando I_3

$$(R_3 + R_4)I_3 = v_{o1} - v_{o2} - R_4 I_{b3}$$
(5.13)

$$I_3 = \frac{v_{o1} - v_{o2} - R_4 I_{b3}}{R_3 + R_4}$$
(5.14)

Com o valor de I_3 encontrado, podemos encontrar a tensão na saída do amplificador operacional

$$v_{o2} = -R_3 I_3 \tag{5.15}$$

$$v_{o2} = \frac{-R_3 v_{o1} + R_3 v_{o2} + R_3 R_4 I_{b3}}{R_3 + R_4}$$
(5.16)

$$(R_3 + R_4 - R_3)v_{o2} = -R_3v_{o1} + R_3R_4I_{b3}$$
(5.17)

$$v_{o2} = -\frac{R_3}{R_4} v_{o1} + R_3 I_{b3}$$
(5.18)

Usando os mesmos valores para R_3 e R_4 chega-se ao resultado de que, se v_{o1} saturar positivo, v_{o2} irá saturar negativo. Com o intuito de validar os valores encontrados na equação (5.18), foi feita a simulação com a saída dos amplificadores operacionais do circuito, como observado na Figura 66.



Figura 66 – Saturação do amp op (LM358) na simulação

Ainda considerando-se o LM 358, este apresenta tensão de *offset* de entrada de ±2mV. Considerando-se um amp op com entradas nulas, como ilustrado na Figura 67, espera-se que a saída seja também nula, o que não ocorre na prática, devido a tensão de *offset*.





Fonte: Autoria própria

Para considerar o efeito da tensão de *offset*, tem-se o modelo do amp op ilustrado na Figura 68. (SEDRA, 2007) Neste caso,

$$V_0 = (V_+ - V_-)A_0 = (0 - V_{0s})A_0$$
(5.19)

que para o LM 358 seria igual a 200V, o que faria o amp op saturar e, consequentemente, sair da região linear de operação.





Fonte: Autoria própria

A tensão de *offset* limita ou impede o uso do amp op para aplicações CC. Mesmo considerando o valor fornecido pelo fabricante, este pode variar com a temperatura. Considerando-se este parâmetro, tem-se duas opções:

- Utilizar um potenciômetro para zerar o offset de entrada através de terminais específicos no circuito integrado para isso. Entretanto, nem todos os amp ops possuem estes terminais. Também, para a indutância emulada, em cada caso diferente este precisaria ser reajustado.
- Pode-se também utilizar um capacitor entre a entrada do sinal e o circuito utilizando o amp op, de modo a eliminar qualquer componente CC, o que além de limitar a aplicação em baixas frequências,

modificaria o comportamento do circuito, deixando de emular a indutância desejada.

Na prática, assim que o amp op satura, existe uma variação de tensão nos terminais do capacitor, considerado como um circuito aberto na análise CC, o que faz com que este componente deixe de se comportar como um circuito aberto. Neste caso, considerando-se ainda o circuito de Riordan aterrado, o circuito pode ser dividido em dois estágios. O estágio de entrada é um circuito bastante conhecido na literatura como integrador de Miller, o qual está ilustrado na Figura 69.





Fonte: Autoria própria

Considerando o amplificador operacional ideal, pela propriedade de curto circuito virtual, a tensão na entrada dos terminais positivo e negativo é 0, devido ao aterramento no terminal positivo.

Logo, a corrente no resistor R_1 é facilmente encontrada por:

$$I_1 = \frac{v_a}{R_1} \tag{5.20}$$

Como as correntes na entrada do amp op são nulas tem-se

$$I_1 = I_c \tag{5.21}$$

Sabendo que a corrente no capacitor é:

$$I = C \frac{d_v}{d_t} \tag{5.22}$$

Analisando o circuito tem-se

$$V_0 = -V_c \tag{5.23}$$

Assim, o próximo passo é encontrar V_c . Da equação (5.22) é possível encontrar V'_c

$$V_c' = \frac{1}{C} I_c \tag{5.24}$$

Substituindo a equação (5.20) em (5.24) tem-se

$$V_c' = \frac{1}{C} \frac{v_a}{R_1}$$
(5.25)

Integrando os dois lados da equação (5.25)

$$\int_{0}^{t} V_{c}' dt = \int_{0}^{t} \frac{1}{C} \frac{v_{a}}{R_{1}} dt$$
(5.26)

$$V_c(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t v_a(t) dt + v(0)$$
(5.27)

Substituindo a equação (5.27) em (5.23) tem-se

$$V_0(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_a(t) dt + V_0(0)$$
(5.28)

Portanto, havendo uma tensão CC na entrada, a integral é uma reta crescente que em algum momento chega a tensão limite do amplificador operacional, isto é, saturando o dispositivo.

Considerando-se o circuito de Riordan aterrado com sinal de entrada nulo, tem-se uma tensão CC na entrada negativa devido à corrente de polarização I_b , levando o amp op a saturação.

Mesmo que a tensão de entrada seja um sinal de corrente alternada, por superposição a corrente de polarização I_b faz com que na entrada do amp op exista uma parcela de tensão alternada, devido ao sinal desejado e uma parcela CC, devido à polarização do componente, limitando a sua utilização.

A Figura 70 ilustra a simulação da tensão de saída do amp op do indutor sintético de Riordan flutuante sem sinal de entrada. Observa-se que mesmo sem um sinal de entrada a saída do amp op aumenta sua amplitude até atingir a saturação. Com o circuito montado, ligou-se a fonte de alimentação, polarizando o amp op, com o gerador de sinais ajustado com a tensão nula. A Figura 71 de A) a C) ilustra o mesmo resultado, agora obtido experimentalmente. Posteriormente ajustou-se o gerador para uma senóide de 1V de pico e frequência de 10kHz e novamente a saída do amp op forneceu uma tensão crescente até a saturação, como pode ser visualizado na Figura 71 de D) a F). Observa-se bastante concordância entre os resultados simulados e experimentais, com a saturação do amplificador operacional.



Figura 70 – Saturação do amp op (LM358) na simulação

Fonte: Autoria própria



Figura 71 – Saturação do amp op em laboratório



 A) Gerador de sinal em 0V (CH1 - amarelo) e saída do amp op como uma reta crescente, ainda não saturado (CH2 - azul)



Fonte: Autoria própria

 B) Gerador de sinal em 0V (CH1 - amarelo) e saída do amp op como uma reta crescente chegando à saturação (CH2 - azul)



Fonte: Autoria própria

C) Gerador de sinal em 0V (CH1 - amarelo) e saída do amp op saturado(CH2 - azul)



Fonte: Autoria própria

D) Senóide de entrada de 10kHz e 1V de pico (CH1 – amarelo) e saída do amp op como uma reta crescente, ainda não saturado (CH2 – azul)



Fonte: Autoria própria

 E) Senóide na entrada de 10kHz e 1V de pico (CH1 – amarelo) e saída do amp op como uma reta crescente chegando a saturação (CH2 – azul)



Fonte: Autoria própria

 F) Senóide na entrada de 10kHz e 1V de pico (CH1 – amarelo) e saída do amp op saturado (CH2 – azul) O mesmo resultado foi obtido para a indutância de Antoniou. A Figura 72 ilustra o resultado obtido no laboratório. Observa-se novamente que o amplificador operacional satura, fazendo com que não seja possível utiliza-lo nesta aplicação.



Figura 72 – Tensão de saída do amp op com sinal de entrada nula

Fonte: Autoria própria

 A) Gerador de sinal em 0V (CH1 – amarelo) e saída do amp op entrando em saturação (CH2 – azul)



Fonte: Autoria própria

 B) Senóide de 10kHz na entrada e 1V de pico (CH1 – amarelo) e saída do amp op saturado (CH2 – azul)

Antoniou e Naidu (1973) apresenta a análise do circuito considerando resistências de entrada e saída do amp op finitas, dependência do ganho de malha aberta (A_0) com a frequência e amp ops não idênticos.

Encontrou-se na literatura um amp op com valores de *offset* e polarização menores que o LM358. O LT1001 apresenta tensão de offset de $\pm 15\mu$ V e corrente de polarização de $\pm 2nA$. Simulou-se o mesmo circuito variando-se frequência do sinal de entrada e valor das resistências do circuito R-L-R. Não foi possível montar o circuito utilizando este amp op, uma vez que não temos o componente a disposição no laboratório. Os resultados das simulações considerando-se este amp op estão ilustrados nas Figuras de 73 a 80.



Figura 73 - Tensão na saída dos amp ops para: R = 5 Ω , f = 5Hz e L = 21mH

Fonte: Autoria própria





Fonte: Autoria própria



Figura 75 - Tensão na saída dos amp ops para: $R = 5\Omega$, f = 1kHz e L = 21mH







Fonte: Autoria própria





Fonte: Autoria própria



Figura 78 - Tensão no indutor para: R = 100Ω, f = 1kHz e L = 21mH

Fonte: Autoria própria



Figura 79 - Tensão na saída dos amp ops para: R = 100k Ω , f = 1kHz e L = 21mH

Fonte: Autoria própria

Figura 80 - Tensão no indutor para: $R = 100k\Omega$, f = 1kHz e L = 21mH



Fonte: Autoria própria

Como é possível observar nas simulações com o LT1001, o circuito funciona para alguns casos (Figuras 74 a 77) e para outros não (Figuras 72, 73, 78 e 79). Assim, pode-se emular uma indutância, mas torna-se difícil criar uma indutância variável, como era o objetivo do trabalho. Nas Figuras 78 e 79 observa-se a saturação dos amp ops. Entretanto nas Figuras 72 e 73, o amp op não saturou em

 \pm 9*V*. Portanto, fica claro que para o amp op LT1001, o motivo da discordância entre os resultados não é só a saturação do amp op. Assim, é um caso que precisa ser melhor estudado.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho propôs o projeto de uma década de indutância emulada através de circuitos eletrônicos utilizando resistores, capacitores e amplificadores operacionais. Como proposto na literatura, o circuito foi analisado e simulado considerando o amp op ideal e, neste caso, como observado no Capítulo 4, os resultados são muito próximos para todos os circuitos analisados: análise de transitório, regime permanente e resposta em frequência, para circuitos RL e RLC série e filtros RLC passa-baixa e passa-faixa, diferenciando-se apenas em frequências muito baixas, parecendo ser possível o desenvolvimento do projeto.

Com os resultados apresentados no Capítulo 5, observa-se a inviabilidade momentânea da construção de uma década de indutância emulada através de amplificadores operacionais, visto que o circuito responde como esperado apenas para alguns valores de indutância, impossibilitando a ideia de variação deste e, consequentemente, conseguir diferentes valores de indutância. Não se pode concluir sobre a impossibilidade de desenvolver uma década de indutâncias emulada por amp ops. Contudo, análises mais profundas sobre a polarização dos amplificadores operacionais e alternativas às limitações devem ser melhor exploradas.

Como trabalhos futuros podem ser sugeridos o estudo de porquê mesmo com o amp op LT1001 não saturando o circuito não responde como o esperado para todos os casos simulados. Pode-se também buscar, analisar e implementar outras alternativas para a emulação da indutância, como por exemplo a utilização de implementações de circuitos com transistores e/ou amplificadores operacionais de transcondutância (Parveen; Ahmed (2009), Maneewan (2013), Ibrahim et al. (2011), Petchmaneelumka (2009), Kumngern (2011), Holmes; Heinlein; Grutzman (1969)).

Mesmo não obtendo o resultado esperado, o trabalho foi importante porque além de reforçar conceitos vistos no curso, oportunizou o aprendizado de novas ferrramentas, como o *software* de simulação de circuitos, além de uma análise mais aprofundada de um circuito utilizando amplificadores operacionais. Proporcionou também maior familiaridade com a prática, montando circuitos e utilizando os equipamentos de medição.

REFERÊNCIAS

ALEXANDER, Charles K.; SADIKU, Matthew N. O. **FUNDAMENTOS DE CIRCUITOS ELÉTRICOS**. 5^a ed. Porto Alegre: AMGH, 2013

ANTONIOU, A.; NAIDU, K. S. Modeling of a Gyrator Circuit. **IEEE Transactions on Circuit Theory**, v. 20, n. 5, p. 533–540, 1973.

BOYLESTAD, Robert L. **INTRODUÇÃO À ANÁLISE DE CIRCUITOS**.12 ^a ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2012.

CATALDO, E.; SAMPAIO, R.; NICOLATO, L. Uma discussão sobre modelos mecânicos de laringe para síntese de vogais. **Engevista**. Rio de Janeiro. v. 6, n. 1, p. 47–57, 2004.

CERVELIN, José Eduardo. **Redução de vibrações mecânicas em processo de torneamento usando material piezelétrico**. 2014. 179f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, 2014.

CHOI, Y. et al. High efficiency and high power factor single-stage balanced forward-flyback converter. **IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference)**, n. 2, p. 822–827, 2013.

EDMINISTER, Joseph A.. Circuitos Elétricos. 2^a ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1991.

HOLMES, W. H.; HEINLEIN, W. E.; GRUTZMANN, S. Sharp-cutoff low-pass filters using floating gyrators. **IEEE Journal of Solid-State Circuits**, v. 4, n. 1, p. 38–50, 1969.

IBRAHIM, M. A. et al. Lossless grounded inductance simulation using only one modified dual output DDCC. **2011 34th International Conference on Telecommunications and Signal Processing, TSP 2011 - Proceedings**, p. 261–264, 2011.

IRWIN, J. David. **Análise de circuitos em engenharia**. 4ª ed. São Paulo: Pearson-Makron Books, 2000.

IRWIN, J. David; NELMS, R. Mark. **Análise básica de circuitos para engenharia**. 10^a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

KOSOW, Irving. Máquinas Elétricas e Transformadores. 4^a ed. Porto Alegre: Ed. Globo, 1982

KUMAR, U.; SHUKLA, A. S. K.; Analytical Study of Inductor Simulation Circuits. **Active and Passive Elec. Comp.**, v. 13, n. C, p. 211–227, 1989.

KUMNGERN, M. New positive/negative floating inductance simulation using OTA

and CCCII. **ISWTA 2011 - 2011 IEEE Symposium on Wireless Technology and Applications**, n. 4, p. 5–8, 2011.

LEFEUVRE, E. et al. Buck-boost converter for sensorless power optimization of piezoelectric energy harvester. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 22, n. 5, p. 2018–2025, 2007.

MENDES, José Carlos. **Redução de falhas em grandes transformadores de alta tensão**. 1995. 166f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1995

MINOTTI, Cristiano. Estimador Fuzzy de Velocidade Para Motores de Indução Trifásicos Usando Abordagem Sensorless. 103f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade de São Paulo - Escola de engenharia de São Carlos, 2008.

NILSSON, James W.; RIEDEL, Susan A.. **Circuitos Elétricos**. 6^a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

PALMA, Rafael Augusto. **Uma metodologia de suporte a hardware-in-the-loop simulation para modelagem de uma caldeira a gás**. 2006. 88f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

PARVEEN, T.; AHMED, M. T. OFC based versatile circuit for realization of impedance converter, grounded inductance, fdnr and component multipliers. **2009** International Multimedia, Signal Processing and Communication Technologies, IMPACT 2009, v. 2, n. 1, p. 81–84, 2009.

PERTENCE JÚNIOR, A.. **Amplificadores operacionais e filtros ativos**. 6^a ed. Porto Alegre: Bookman, 2003.

PETCHMANEELUMKA, W. Simple floating inductance simulators using OTAs. **2009 IEEE Intrumentation and Measurement Technology Conference, I2MTC 2009**, n. May, p. 1022–1025, 2009.

SEDRA, Adel S.; SMITH, Kenneth C.. **Microeletrônica**. 5^a ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

SIRIPHOT, D.; MANEEWAN, S. Single Active Element Based Electronically Controllable Grounded Inductance Simulator. **The 2013 Biomedical Engineering International Conference**. p. 8–11, 2013.

VIANA, Felipe Antonio Chegury. **Amortecimento de vibrações usando pastilhas piezelétricas e circuitos shunt ressonantes**. 2005. 111f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2005