Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Pato Branco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Mestrado Profissional em Matemática

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

VANESSA JULIANA DA COSTA

O CONHECIMENTO MATEMÁTICO MOBILIZADO POR UMA PROFESSORA EM VIDEOAULAS SOBRE FUNÇÃO E FUNÇÃO AFIM: UMA ANÁLISE A PARTIR DO MTSK

PATO BRANCO/PR

DEZEMBRO/2021

VANESSA JULIANA DA COSTA

O CONHECIMENTO MATEMÁTICO MOBILIZADO POR UMA PROFESSORA EM VIDEOAULAS SOBRE FUNÇÃO E FUNÇÃO AFIM: UMA ANÁLISE A PARTIR DO MTSK

THE MATHEMATICAL KNOWLEDGE MOBILIZED BY A TEACHER IN VIDEO LESSONS ABOUT FUNCTION AND AFFINE FUNCTION: AN ANALYSIS BASED ON MTSK

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título "Mestre em Matemática" pelo Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT pela instituição associada Universidade Tecnológica Federal do Paraná Campus Pato Branco.

Orientadora: Profa. Dra. Marlova Estela Caldatto

Pato Branco/PR

2021

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Pato Branco

VANESSA JULIANA DA COSTA

O CONHECIMENTO MATEMÁTICO MOBILIZADO POR UMA PROFESSORA EM VIDEOAULAS SOBRE FUNÇÃO E FUNÇÃO AFIM: UMA ANÁLISE A PARTIR DO MTSK

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Profissional Em Matemática Para A Escola Básica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Matemática.

Data de aprovação: 16 de Dezembro de 2021

Prof.a Marlova Estela Caldatto, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Carlos Alexandre Ribeiro Martins, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Marieli Vanessa Rediske De Almeida, Doutorado - Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 16/12/2021.

Dedico esse trabalho à minha família que sempre me apoiou e esteve ao meu lado em minhas escolhas e decisões. Aos meus amigos e colegas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela vida, proteção, saúde, perseverança, fé, coragem e pelo envio de pessoas maravilhosas que contribuíram com a minha caminhada.

Agradeço aos meus pais, Maria e João, que sempre me incentivaram e fizeram tudo o que era possível para que eu tivesse oportunidade de estudar, pois sem eles não seria e nem me tornaria a mulher e a profissional que sou e, ao meu esposo e companheiro André pela paciência, atenção e o apoio.

Agradeço à cada familiar, amigo(a), por todo incentivo e orações em especial, aos colegas de turma que com muita alegria fizeram com que as horas de estudo passassem mais rápido.

Agradeço à professora Marlova por aceitar me orientar, pela oportunidade de me desenvolver tanto profissional quanto pessoalmente, pelas orientações e todos os ensinamentos durante o desenvolvimento deste trabalho.

E, finalmente, mas não menos importante, agradeço aos membros da banca examinadora, por aceitarem contribuir a este trabalho.

RESUMO

Esta pesquisa visa identificar e analisar os conhecimentos especializados mobilizados e explicitados por uma professora de matemática em videoaulas destinadas ao Ensino Médio associadas à implementação do “Aula Paraná”, sistema Ensino na modalidade a Distância desenvolvido pela Rede Estadual de Educação do Paraná no decorrer da pandemia da COVID-19. As análises desenvolvidas foram de cunho qualitativo e voltaram-se para o conteúdo de oito videoaulas que versam sobre os temas “Função” e “Função Afim” e foram feitas pelo modelo teórico-analítico Mathematics Teacher’s Specialized Knowledge (MTSK), onde focou-se na abordagem do domínio e subdomínios que compõe o Mathematical Knowledge – MK. As análises evidenciaram que os conhecimentos mobilizados pela professora no decorrer das videoaulas associam-se, em sua grande maioria, ao subdomínio do KoT, de modo que a professora explicitou conhecimentos sobre procedimentos, definições, propriedades e seus fundamentos; registros de representação e aplicações e fenomenologia vinculados ao tema função. Dessa forma, pouco se identificou a presença de conhecimentos associados aos subdomínios que discutem elementos típicos da prática dos professores de Matemática e das conexões matemáticas.

Palavras-chave: Ensino de Função. MTSK. Pandemia da COVID-19. Videoaulas.

ABSTRACT

This research aims to identify and analyze the Specialized know ledge mobilized and made explicit by a mathematics teacher in video lessons for high school students associated with the implementation of "Aula Paraná", a distance learning system developed by the State Education System of Paraná during the COVID-19 pandemic. The analyses developed were qualitative in nature and focused on the content of eight video lessons about the topics "Function" and "Affine Function" and were carried out using the theoretical-analytical model Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), which focused on the approach of the domain and sub-domains that make up the Mathematical Knowledge - MK. The analyses showed that the knowledge mobilized by the teacher during the video lessons is mostly associated with the sub-domain of KoT, so that the teacher explicitly mentioned knowledge about procedures, definitions, properties and their foundations; representation registers and applications and phenomenology linked to the function theme. Thus, there was little identification of the presence of knowledge associated with the sub-domains that discuss typical elements of mathematics teachers' practice and of mathematical connections.

Keywords: Function teaching. MTSK. COVID-19 Pandemic. Video lessons.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ano de 2020 foi atípico e marcou a história da humanidade com a pandemia da Covid-19. A crise sanitária decorrente da pandemia exigiu a criação e implementação de muitas medidas para seu enfrentamento, sendo as principais o distanciamento e isolamento social e fechamento de estabelecimentos diversos, inclusive escolas. Mediante a Portaria nº 188/2020, o Ministério da Saúde brasileiro declarou Emergência em Saúde Pública de Importância Nacional, levando Estados e Municípios a publicarem instrumentos legais e normativos para o enfrentamento desta.

Assim, escolas tiveram que adotar um novo modelo de aula que atendesse as medidas de enfrentamento a COVID-19 e que permitisse a continuidade das atividades educativas. Desde então, o uso das tecnologias digitais foi intensificado e escolas passaram a realizar (integral ou parcialmente) suas atividades por meio digital.

Com as aulas totalmente remotas, as aulas presenciais foram substituídas por videoaulas, videoconferências, transmissão de videoaulas pela TV aberta, YouTube, Rádio, entre outros (BEZEERA, et al, 2020; MOREIRA, et al, 2020). Esses objetos e meios digitais, em geral, eram pouco explorados no contexto do ensino presencial e no contexto da pandemia da COVID-19 passaram a ser, especialmente as videoaulas, um dos principais meios de contato dos estudantes com as explicações e discussões feitas pelos professores sobre os conteúdos.

No Estado do Paraná, para que os estudantes das escolas estaduais pudessem ter aulas remotas no decorrer da pandemia, houve a implementação de um sistema chamado “Aula Paraná”, composto de cinco meios de comunicação: TV aberta, YouTube (site da internet/aplicativo), Google Classroom (plataforma digital educativa), Aplicativo Aula Paraná e Trilhas de aprendizagem (material impresso).

Criado em caráter emergencial e inédito, tal sistema pautou o ensino das diversas áreas do conhecimento no Paraná por mais de um ano, ainda tem seus resultados, impactos, contribuições e limitações pouco discutidos, e é nesse cenário que apresenta-se essa pesquisa, que foca na natureza dos conhecimentos matemáticos veiculados no decorrer da implementação, de modo particular, no de cunho especializado relativo à prática profissional do professor nas videoaulas publicadas no Youtube.

O foco na disciplina de matemática se deu porque ela, em tempos normais, fora do contexto da pandemia, é considerada uma das problemáticas no âmbito escolar, onde os processos de ensinar e aprender e a prática do professor estão sempre em foco e discussão. Nesse sentido, pesquisas que focam na prática desse profissional no decorrer da pandemia também tornam-se relevantes.

Ademais, focou-se em videoaulas de Matemática que abordam os temas “Funções” e “Funções Afins” disponibilizadas na plataforma do YouTube pela Rede Estadual de Educação do Paraná. Função é um dos tópicos matemáticos que figura no currículo escolar de todo o ensino médio e de parte considerável dos cursos de nível superior, além de estar presente em distintos processos e ramos da sociedade (economia, meteorologia, tecnologia, saúde, etc.), portanto, investigações sobre tal tema, especialmente no âmbito de seu ensino, podem favorecer - mesmo que, indiretamente - tanto os diferentes níveis educacionais quanto no cotidiano das pessoas diante dos fenômenos e das relações naturais.

Assim sendo, fixou-se a seguinte questão diretriz para este trabalho: Que conhecimentos matemáticos especializados sobre “Função” e “Função Afim” foram mobilizados e explicitados por uma professora de matemática em videoaulas associado à implementação do “Aula Paraná”? Como desdobramento, o objetivo geral foi o de identificar e analisar os conhecimentos matemáticos especializados mobilizados e explicitados por uma professora de matemática em videoaulas que abordam o tema “Função” e “Função Afim”, e associadas à implementação do “Aula Paraná” e publicadas no Youtube.

Buscando contemplar o objetivo geral e responder a questão desencadeadora, realizamos uma pesquisa, cujos dados foram coletados e analisados numa perspectiva qualitativa de pesquisa onde, à luz do modelo teórico-analítico Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (CARRILLO, et al., 2018), foram analisados o conteúdo dos áudios (transcrições) e imagens que compunham oito videoaulas publicadas no Canal “Aula Paraná” do Youtube.

Dessa forma, este trabalho compõe-se de cinco capítulos, a saber: Capítulo 1: O ensino de Matemática na Educação Básica no contexto da pandemia da COVID-19: Rede Estadual de Educação do Paraná; Capítulo 2: O contexto metodológico da pesquisa; Capítulo 3: A prática docente no contexto da pandemia e sua formação; Capítulo 4: Apresentação e análise dos dados e Capítulo 5: Considerações finais.

CAPÍTULO I

O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA NO CONTEXTO DA PANDEMIA DA COVID-19: Rede Estadual de Educação do Paraná

1.1 A Pandemia da Covid-19 e seu impacto na Educação

A Organização Mundial da Saúde (OMS), em dezembro de 2019, foi informada sobre vários casos de pneumonia na cidade de Wuhan, na China. No início de janeiro as autoridades chinesas confirmaram que, na realidade, se tratava da proliferação de um novo tipo de vírus, da família *Coronavirus Disease* 2019 (SARS-CoV-2), que quando infecta o ser humano causa a doença COVID-19. Em 11 de março de 2020, a partir da existência de surtos da COVID-19 em vários países e regiões do mundo, a OMS caracterizou o contexto mundial como uma pandemia e algumas das medidas mais amplamente adotadas com o objetivo de amenizar esse quadro foram a utilização de máscaras, a higienização das mãos, o distanciamento e o isolamento social.

O distanciamento e o isolamento social instalados por todo o mundo atingiram os mais variados níveis da sociedade, como o comércio, indústria, escolas, universidades, etc. A escola, nesse contexto, tornou-se um dos espaços mais associados ao risco da transmissão do vírus, uma vez que, as crianças e os jovens, sujeitos menos propensos ao desenvolvimento de sintomas médio e graves da doença, entram em contato diário com um número expressivo de pessoas, como colegas, professores, profissionais da educação, pais e mães, avós e avôs, sendo esses últimos sujeitos mais propensos aos quadros severos da doença e, portanto, pertencentes aos grupos cujos índices de mortalidade são mais altos.

A partir desse novo cenário, vivenciado mundialmente, inúmeros países tiveram aulas presenciais suspensas e as escolas tiveram que adotar um modelo de ensino que atendesse ao isolamento social e que permitisse a continuidade das atividades escolares.

A China, país origem do novo coronavírus, disponibilizou acesso a conteúdos e plataformas de comunicação a professores e estudantes e, em todos os níveis de educação, as aulas passaram a ser desenvolvidas de forma remota, por meio de programas de televisão transmitidos pelas emissoras de TV estatais e aplicativos e plataformas virtuais (XIAO; LI, 2020). Países como França, Espanha, Portugal, Inglaterra e Estados Unidos, por exemplo, também adotaram estratégias educacionais mediadas pelas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) (UNESCO, 2020). O Brasil, seguiu e segue (meados de 2021) caminho similar, já que, autorizou, tanto nas instituições da Educação Básica quanto nas do Ensino Superior, a substituição do ensino presencial por aulas desenvolvidas por intermédio de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (BRASIL, 2020). Porém, a tomada de decisão sobre quando e como fazerem essas substituições ficaram a cargo dos Estados e Municípios, onde alguns optaram pelo Ensino Remoto Emergencial (ERE) e outras criaram uma estrutura possuindo similaridades com Ensino a Distância (EAD).

1.2 Ensino Remoto: Nem presencial, nem EAD

O Ensino a Distância pode ser visto como uma modalidade educacional que ocorre por meio da utilização de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). De acordo com o parágrafo 1º do Decreto nº 9057/2017:

> Para os fins deste Decreto, considera-se educação a distância a modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorra com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com pessoal qualificado, com políticas de acesso, com acompanhamento e avaliação compatíveis, entre outros, e desenvolva atividades educativas por estudantes e profissionais da educação que estejam em lugares e tempos diversos (BRASIL, 2017).

Além disso, a Educação a Distância envolve planejamento anterior, consideração sobre perfil do estudante e docente, desenvolvimento a médio e longo prazo de estratégias de ensino e aprendizagem que levem em consideração as dimensões síncronas e assíncronas da Educação a Distância. Destacamos também, que a Educação a Distância envolve a participação de diferentes profissionais para o desenvolvimento de produtos que tenham, além da qualidade pedagógica, qualidade estética que é elaborada por profissionais que apoiam o professor na edição de materiais diversos (MAIA, MATTAR, 2008).

Em contrapartida o ERE, mudança temporária nos sistemas de ensino devido à situação da crise vivenciada pela COVID-19, envolve a gestão, preparação e implementação do ensino totalmente remotos que, ao longo da crise, foram combinados com momentos híbridos (HODGES, et al., 2020). Assim, em alguns momentos, somente os profissionais da educação iam para as escolas; profissionais e somente uma parcela dos estudantes iam para as escolas (alguns cursos em específico); profissionais e uma parte de cada turma tinha atividades na escola, enquanto a outra parte permanecia em estudos remotos (sistema de rodízio).

O Ensino Remoto Emergencial (ERE) também pode ser associado, com ressalvas, à educação presencial, contudo desenvolvida por meio de ferramentas síncronas, como a transmissão de aulas em horários específicos das aulas dos professores, nos formatos de lives ou reuniões virtuais realizadas por plataformas de videoconferência, como Google Meet, Zoom, entre outros, permitindo a interação de professores e estudantes simultaneamente.

O ERE também apropriou-se de iniciativas da EaD de ferramentas assíncronas, onde as aulas presenciais foram substituídas por videoaulas, onde os professores explicam, apresentam e exploram os conteúdos curriculares, que são disponibilizadas via sites e aplicativos como o Youtube ou TV, rádio ou canal digital estatal. Trabalhos, atividades e provas, são desenvolvidas exclusivamente em formato virtual, por meio de plataformas de ensino e formulários virtuais, por exemplo.

Apesar das associações possíveis de serem feitas entre o ERE, a Educação Presencial e a EAD, tratam-se de cenários completamente distintos. O Ensino Remoto Emergencial se diferencia da Educação a Distância pelo caráter emergencial que propõe usos e apropriações das TDIC em circunstâncias específicas de atendimento onde outrora existia regularmente a Educação Presencial (HODGES, et al., 2020). Ressalta-se nesse cenário, a enorme alteração no cotidiano profissional dos profissionais da educação, de modo especial do professor, que teve seu volume de trabalho aumentado consideravelmente, na medida em que passou a ter de estudar e reelaborar toda sua prática, inserindo ferramentas nunca antes utilizadas pela grande maioria (como redes sociais, por exemplo) ou, quando utilizadas, em atividades pontuais ou específicas, portanto, não regulares.

1.3 O Ensino Remoto Emergencial no Estado do Paraná

Com a suspensão das aulas presenciais em todas as escolas estaduais do Estado do Paraná, por conta da pandemia da COVID-19, a partir do dia 20 de março de 2020, a Secretaria de Educação e do Esporte, SEED, passou a utilizar um sistema similar ao Ensino a Distância (EAD), chamado “Aula Paraná” (SEED, 2020). Proposto para que os estudantes das escolas estaduais pudessem ter aulas remotas no decorrer da ocorrência das medidas de distanciamento social associadas aos enfrentamento a COVID-19.

O sistema “Aula Paraná”, desenvolvido para atender aos estudantes e professores de todas as realidades e níveis educacionais da Educação Básica do Estado, foi amparado em cinco plataformas/aplicativos/sites: a TV aberta; o YouTube (site da internet/aplicativo); Google Classroom (plataforma digital educativa); Aplicativo Aula Paraná e as Trilhas de aprendizagem (material impresso).

A implementação do sistema "Aula Paraná" iniciou em três modalidades no dia 06 de abril de 2020, com a transmissão de aulas gravadas pela TV aberta, o canal do YouTube e o aplicativo Aula Paraná. No decorrer do ano de 2020, a partir da implementação do sistema "Aula Paraná" ocorreram algumas alterações de forma que o mesmo abrangeu as cinco modalidades descritas anteriormente. A seguir iremos detalhar mais sobre como foi a implementação e o desenvolvimento do "Aula Paraná" nos anos de 2020 e 2021.

O "Aula Paraná" na TV aberta, conta com três canais diferentes vinculados à RIC, afiliada da Rede Record no Paraná: o primeiro para os sextos e oitavos anos do Ensino Fundamental, o segundo para os sétimos e nonos anos do Ensino Fundamental e o terceiro para o Ensino Médio. Os números para sintonização seguem o padrão ponto 2, ponto 3 e ponto 4. As aulas pela TV são transmitidas de segunda a sexta-feira, com horário e grade específicos para cada turma, compondo cinco aulas de 45 minutos para o Ensino Fundamental e 40 minutos para o Ensino Médio (SEED, 2020).

O "Aula Paraná" no YouTube, conta com um canal na plataforma do YouTube chamado "Aula Paraná", seguindo a mesma grade fixa de transmissão da TV aberta. Conta hoje com 43,6 milhões de visualizações e 405 mil inscritos[1]. O modelo pedagógico adotado para as videoaulas foi o seguinte: As aulas gravadas transmitidas pela TV aberta são transmitidas ao vivo diariamente em três links de transmissão seguindo o mesmo horário de transmissão da TV aberta. Após as transmissões, essas videoaulas são disponibilizadas permanentemente em playlists, organizadas por ano/série e disciplina, podendo ser acessadas a qualquer momento posteriormente por estudantes, professores, equipes pedagógicas, gestores e comunidade (SEED, 2020).

O "Aula Paraná" no Google Classroom, conforme divulgado pela Agência Estadual de Notícias do Paraná[2], possui mais de 350 mil salas virtuais com estudantes e professores dos respectivos componentes curriculares e disciplinas, sendo uma sala por turma e disciplina. As salas virtuais recebiam as aulas gravadas, diariamente, de acordo com a grade fixa de transmissão das aulas, os slides utilizados nas aulas e atividades obrigatórias para validação da presença. Nas salas virtuais, os professores também possuíam autonomia para criar as atividades relacionadas

[1] Dados extraídos do Canal Aula Paraná em 24/09/2021. Disponíveis em: https://www.youtube.com/channel/UCfbFento2_mCEyUgeiwImiQ/

[2] Agência Estadual de Notícias do Paraná é o órgão oficial de notícias do Governo do Estado. Disponíveis em: https://www.aen.pr.gov.br/. Acesso em 27/11/2021.

ao seu componente curricular (ou disciplina) e usar todos os aplicativos Google disponíveis, por exemplo: formulários, documentos, planilhas, Meet, criação de atividades com prazo de entrega, também materiais de apoio ao conteúdo (SEED, 2020).

Segundo a SEED (2020), as aulas foram gravadas diariamente na Escola Estadual Yvone Pimentel, no município de Curitiba, contando com a participação de 30 profissionais entre professores, tradutores, técnicos de filmagem e pedagogos. Foram utilizadas cinco salas separadas para as gravações onde há, em cada uma, dois técnicos de filmagem, um tradutor de libras e dois professores; um que apresenta o conteúdo para as telas e outro que o acompanha dando apoio e auxiliando caso haja alguma dificuldade no decorrer da gravação da aula. Eles contam com uma equipe técnica e pedagógica acompanhando todo o processo das gravações das aulas. As aulas gravadas foram transmitidas no mesmo horário na TV aberta, Youtube e aplicativo Aula Paraná (SEED, 2020).

Para a gravação das aulas e produção de material didático para o sistema "Aula Paraná" a SEED publicou a RESOLUÇÃO N.º 1.014/2020 – GS/SEED, que dispõe sobre o chamamento em caráter emergencial de professores para gravação de videoaulas e produção de material didático-pedagógico (plano de aulas e atividades). Segundo a resolução, poderiam participar da gravação de videoaulas professores do Quadro Próprio do Magistério (QPM) que atuam na rede estadual de ensino (Ensino Fundamental II e Ensino Médio); professores contratados em Regime Especial – CRES (PSS) que atuam na rede estadual de ensino (Ensino Fundamental II e Ensino Médio), desde que estejam com contrato aberto; professores que não estejam no grupo de riscos da Covid-19; professores que não estiverem com qualquer tipo de afastamento. Em relação ao auxilio financeiro, de acordo com a resolução, o mesmo será por aula gravada e validada pela SEED no valor de R$ 70,00 (setenta reais) e não poderá ultrapassar, no mês, o valor de remuneração mensal do professor.

O sistema "Aula Paraná" além da TV aberta, YouTube e Google Classroom, contava com um aplicativo, também, chamado Aula Paraná, voltado para interatividade entre estudante e professor. Por meio do aplicativo Aula Paraná, os estudantes conseguiam, também, assistir às videoaulas ao vivo, sendo a mesma grade fixa de transmissão da TV aberta e do YouTube, e conversar em tempo real com os professores, pedagogos e equipe diretiva da escola na qual está matriculado. Além disso, os estudantes também conseguiam acessar as salas virtuais no Google Classroom de forma gratuita, ou seja, este aplicativo não consome dados dos planos de internet

3G e 4G (SEED, 2020).

Por fim, temos o “Aula Paraná” em trilhas de aprendizagem, o mesmo foi projetado para atender aos estudantes que não têm acesso às tecnologias digitais, como TV, computador, celular e Internet. As trilhas de aprendizagem trazem os mesmos conteúdos abordados nos outros meios de comunicação do sistema “Aula Paraná”, no entanto, estes foram organizados seguindo a forma de um diálogo com explicações detalhadas dos professores (SEED, 2020). Além disso, segundo SEED (2020) as trilhas de aprendizagem, também, conta com as mesmas atividades postadas no Google Classroom e são disponibilizadas em Drives específicos para os 32 Núcleos Regionais de Educação do Estado do Paraná e para as 2.145 escolas da Rede, responsáveis pela logística de impressão e distribuição quinzenal desse material aos estudantes.

No decorrer da implementação do sistema “Aula Paraná” em todas as escolas Estaduais, mais especificamente no dia 07 de maio de 2020, o sistema adota mais uma ferramenta, os professores começaram a realizar videoconferência pela plataforma do Google Meet de suas residências e com seus equipamentos particulares, conforme horário da turma, com duração mínima de 15 minutos por aula (SEED, 2020). Esta nova ferramenta tinha o objetivo de incluir novos estudantes e criar maior interação entre professores e estudantes, uma vez que até o momento os professores só interagiam com os estudantes por meio de *chats* no aplicativo Aula Paraná. Além disso, por meio das videoconferências pela plataforma do Google Meet, os professores conseguiriam dar aulas de forma síncrona, oferecer um atendimento pedagógico aos estudantes, explicar conteúdos e tirar suas dúvidas.

No ano de 2021, as aulas em todas as escolas estaduais no Estado do Paraná iniciaram num modelo parecido ao que permeou o término do ano letivo de 2020. Aulas gravadas sendo transmitidas pela TV aberta, canal do YouTube, aplicativo Aula Paraná e Google Classroom. Professores utilizando a plataforma do Google Classroom para encaminhar atividades com prazo de entrega fixados e também disponibilizar materiais de apoio à aprendizagem. Além disso, professores realizavam, de acordo com o horário de aula de cada turma, videochamadas com os estudantes, agora com duração mínima de 40 minutos pela plataforma do Google Meet, de sua própria residência e com seus equipamentos particulares. Ao final da videoconferência os estudantes tinham que responder a duas atividades obrigatórias publicadas pela SEED e assim validar sua presença na aula.

Com o início do segundo semestre letivo do ano de 2021, escolas de todo Estado do

Paraná iniciaram uma nova fase, chamada de ensino híbrido, composto pela estrutura do "Aula Paraná" acrescido de aulas presenciais para estudantes que tinham autorização dos pais para o retorno e em sistema de escalonamento (SEED, 2021). Assim, neste modelo professores passaram a realizar videochamadas pela plataforma do Google Meet das escolas ao mesmo tempo que estão desenvolvendo atividades com estudantes presencialmente. As aulas gravadas continuaram sendo transmitidas pela TV, canal do YouTube e o aplicativo Aula Paraná, porém na plataforma do Google Classroom as aulas gravadas, slides utilizados na aula e atividades obrigatórias não foram mais atualizadas pela SEED, ficando sob responsabilidade do professor atualizar tal plataforma. Também passou a ser responsabilidade do professor a produção de material impresso para os estudantes que não conseguiam assistir às aulas pelos meios digitais e não tinham autorização dos pais para retorno às aulas presenciais.

Em relação ao sistema de aulas remotas "Aula Paraná" apresentado anteriormente de acordo com o Ofício Circular Nº 051 – DEDUC/DPGE/SEED, Resolução SESA nº 860 de 23 de setembro de 2021, Resolução Nº 4.461/2021 GS/SEED, que dispõe sobre as medidas de prevenção, monitoramento e controle da COVID-19 nas instituições de ensino públicas e privadas do Estado do Paraná, as atividades de ensino na modalidade presencial devem ser priorizadas. Com a nova resolução, a Rede Estadual de Ensino passa a atender os estudantes essencialmente de forma presencial, encerrando as aulas *on-line* (por Meet) (SEED, 2021). A garantia da oferta da modalidade remota ficou mantida para os estudantes que estiverem em isolamento ou quarentena para Covid-19, bem como para aqueles com comorbidade, ou a critério médico, sem prejuízo do seu aprendizado, no qual mediante atestado médico será elaborado um plano de estudo para o estudante.

Conforme observado, no decorrer do ERE o objeto que permeou o processo educativo proposto por meio do sistema "Aula Paraná" foi a videoaula (aula gravada), meio de ensino presente na TV aberta, Youtube, Google Classroom e Aplicativo Aula Paraná. Dessa forma, as videoaulas podem ser interpretadas como o principal objeto de compartilhamento dos conhecimentos entre professores e estudantes, onde alguns professores da rede estadual de ensino mobilizaram conhecimentos visando explorar os conhecimentos, em nosso caso, matemáticos, buscando torná-los mais acessíveis aos estudantes. E é nesse cenário que definimos o objeto investigativo desta pesquisa, as videoaulas produzidas e publicadas no âmbito da implementação do sistema "Aula Paraná" no ERE.

CAPÍTULO II

O CONTEXTO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Neste capítulo apresentaremos o percurso metodológico que pautou a pesquisa em tela. Nesse sentido, serão apresentados: objeto da pesquisa; questão investigativa; objetivo geral e justificativa da pesquisa; metodologia da coleta, tratamento e análise dos dados.

2.1 Objeto da pesquisa e questão investigativa

A pesquisa ora apresentada tem por *objeto* investigativo videoaulas (e os slides associados) de Matemática sobre os temas "Funções" e "Funções Afins" disponibilizadas na plataforma do YouTube pela Rede Estadual de Educação do Paraná, com o objetivo de propiciar aos estudantes do Ensino Médio um material didático associado à implementação do "Aula Paraná", sistema de Ensino na modalidade a Distância, iniciado em Abril de 2020, provocado pelo distanciamento social imposto pela pandemia da COVID-19.

Nesse cenário, essa pesquisa é pautada na seguinte *questão investigativa*: Que conhecimentos matemáticos especializados sobre função/função afim foram mobilizados e explicitados por uma professora de matemática em videoaulas associadas à implementação do "Aula Paraná" no decorrer da pandemia da COVID-19?

2.2 Objetivo da Pesquisa

Identificar e analisar os conhecimentos matemáticos especializados mobilizados e explicitados por uma professora de matemática em videoaulas que abordam o tema "Função" e "Função Afim" e é associado à implementação do "Aula Paraná", sistema Ensino na modalidade a Distância da Rede Estadual de Educação do Paraná no contexto do distanciamento social imposto pela pandemia da COVID-19.

2.3 Justificativa

O ano de 2020 foi diferente para todos e ficou marcado na história da humanidade. A crise sanitária causada pela COVID-19 exigiu a criação e implementação de muitas medidas em seu enfrentamento, sendo que as principais foram o distanciamento e o isolamento social. Tivemos aulas presenciais suspensas, deixando mais de 1,5 bilhões de estudantes de 191 países fora das salas de aulas (UNESCO, 2020). Assim, as escolas tiveram que adotar um novo modelo de aula que atendesse as medidas de enfrentamento a COVID-19 e que permitisse a continuidade das atividades escolares. Desde então, o uso das tecnologias digitais foi intensificado e escolas passaram a realizar atividades escolares por meio digital. Neste contexto, pesquisas que abordem o ensino no contexto da pandemia tornam-se relevantes.

É de senso comum que a Matemática é uma ferramenta essencial em várias áreas do conhecimento e, por isso, sua compreensão pelos estudantes é importante na medida em que fornece uma gama de conhecimentos necessários para o entendimento, por exemplo, do contexto econômico, social, tecnológico etc. Em contrapartida, as dificuldades de aprendizagem com tal componente curricular em todos os níveis educacionais da Educação Básica são evidentes e latentes. Assim, pesquisas sobre o ensino de Matemática são significativas tanto para o meio acadêmico quanto para o social. Igualmente, pesquisas sobre o ensino de Matemática e formação de professores no contexto da pandemia da COVID-19 também são significativas, uma vez que podem, por exemplo, classificar como as alterações impostas impactaram o ambiente escolar e a prática do professor; os conhecimentos exigidos e mobilizados pelos professores no decorrer do ensino remoto, etc.

Dentre todos os conteúdos prescritos nos currículos escolares da educação básica, como Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC), atual documento norteador da educação básica brasileira, o tema de funções permeia todos os níveis de escolarização na educação básica, sendo que no Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais) é explorado de maneira intuitiva e explicitado por meio das relações, da proporcionalidade, da multiplicação, da generalização e da padronização (BRASIL, 2017). No Ensino Médio (EM) seu estudo é mais aprofundado e sistematizado sendo realizado exploração das ideias básicas de variação entre grandezas e interdependência, registros de representação de função, por meio de gráficos, tabelas e diagramas de flechas, por exemplo. Assim, o tema "Funções" nos despertou interesse, dentre outros aspectos, por ser objeto de estudo presente em todos os níveis de escolarização na Educação Básica e por figurar também na matriz curricular de diversos cursos de nível superior.

Com as aulas totalmente remotas, o uso das Tecnologias Digitais foi intensificado, pois as escolas passaram a realizar todas as atividades escolares por meio digital, sejam elas por meio de videoconferências, transmissão de aulas gravadas pela TV aberta, YouTube, rádio, entre outros. Assim, percebe-se que uma das principais ferramentas utilizadas, no contexto das aulas remotas, são as videoaulas. Chamamos atenção a este objeto, uma vez que as videoaulas não eram exploradas com regularidade e frequência no sistema de aulas presenciais, cenário que se alterou no decorrer da pandemia da COVID-19, onde passou a ser um dos principais meios de contato do estudante com a explicação dos conteúdos escolares pelo professor da escola. Assim, tornam-se relevantes investigações em torno das videoaulas, buscando entender, por exemplo, “como” e por “o que” são compostas, além dos quais são os conhecimentos explicitados no decorrer delas.

A intensificação do uso das Tecnologias Digitais também influenciou no investimento de recursos públicos na Educação. Destacamos aqui o “Aula Paraná”, sistema de Ensino na modalidade a Distância, iniciado em Abril de 2020, em todas as Escolas Estaduais do Paraná. Em um levantamento ao Portal da Transparência do governo do Paraná, na área reservada às compras da SEED por dispensa de licitação atrelada à pandemia, mostra que os principais contratos foram feitos com as empresas LYS Filmes Ltda e TV Independência (a RIC). A LYS Filmes é quem produz, grava e edita as aulas dos professores, que depois são disponibilizadas aos alunos via transmissão pela TV aberta, YouTube, Google Classroom e aplicativo Aula Paraná. No ano passado, de abril a dezembro de 2020, a SEED teve uma despesa de cerca de R$ 2.333.333,34 com a empresa. Já de fevereiro a agosto de 2021, a SEED possui um contrato com a LYS Filmes no valor de R $1,4 milhão. Para a transmissão das aulas pela TV aberta, através da RIC TV, no portal da transparência, também consta o contrato da SEED com a RIC no ano de 2020, entre abril e dezembro, ao custo total de cerca de R $ 6.460.000,00 milhões.

Além disso, para a gravação das aulas foram realizados editais que dispõe sobre o chamamento em caráter emergencial de professores para gravação de videoaulas e produção de material didático-pedagógico (plano de aulas e atividades). Desta forma, tendo em vista o objeto investigativo e o cenário exposto anteriormente é de suma importância realizar pesquisas sobre o Ensino no contexto da pandemia em particular as videoaulas que foram um dos principais meio de contato do estudante com o professor, além de investigar a prática do professor em tais videoaulas.

2.4 Metodologia da coleta, tratamento e análise dos dados

Tendo em vista o objeto e objetivos desta investigação, a pesquisa foi pautada na perspectiva metodológica qualitativa que destina-se a pesquisas associadas a não preocupação de apresentação resultados numéricos, mas buscam dar interpretações mais profundas e abordagens aos fatos, com o objetivo de produzir novas informações sobre eles (SILVEIRA; CÓDOVA, 2009).

Quanto à natureza das fontes usadas para a abordagem do objeto de pesquisa, utilizou-se a metodologia de pesquisa bibliográfica, que é definida por Gil (2017) como uma forma de o pesquisador elaborar seu estudo com base em material já publicado. Tal material pode provir de diferentes fontes, como os tradicionais materiais impressos (livros, revistas, jornais, teses, dissertações, anais de eventos científicos), CDs, discos, vídeos, bem como materiais disponibilizados na internet.

Dentro desse escopo investigativo, a pesquisa apresentada teve como fonte de dados oito videoaulas de Matemática (e os slides vinculados a cada aula e que foram projetados no decorrer das videoaulas) associado à implementação do "Aula Paraná". Essas oito aulas foram selecionadas porque abordavam os temas "Função" e "Função Afim", foco na nossa investigação. Tais videoaulas foram produzidas e apresentadas pela Profª. Pryscilla Gaertner e publicadas pelo SEED no ano de 2020 com o objetivo de propiciar aos estudantes do Ensino Médio um material didático associado à implementação do "Aula Paraná".

Além disso, essas videoaulas foram gravadas no colégio Estadual Yvone Pimentel, no município de Curitiba, e transmitidas, no ano de 2020, pela TV aberta, disponibilizadas no google classroom, no aplicativo Aula Paraná e também na plataforma do YouTube. Essas vídeoaulas, em tese, ficarão disponíveis para o acesso público no Canal Aula Paraná, na forma playlists, organizadas por ano/série e disciplina.

Quanto ao tratamento e análise dos dados utilizamos a metodologia de Análise de Conteúdo dedutivo onde, em um primeiro momento, fizemos a transcrição de cada videoaula selecionada para a pesquisan, na qual consideremos excertos na íntegra com o objetivo de contextualizar mais detalhadamente o fragmento em analise. Na sequência, foram realizadas leituras flutuante e detalhadas a fim de, conhecermos em detalhes o material, e, por fim, categorizamos e analisamos de acordo com os domínios e subdomínios do *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK) (CARRILLO, et al., 2018). Em particular, focamos em fragmentos das aulas que associam-se diretamente ao *Mathematical Knowledge* (MK), portanto, não iremos abordar o domínio e os subdomínios do *Pedagogical Content Knowledge* (PCK).

CAPÍTULO III

A PRÁTICA DOCENTE NO CONTEXTO DA PANDEMIA E SUA FORMAÇÃO

Neste capítulo, abordamos como tem se desenvolvido a prática docente no contexto da pandemia e sua formação docente.

Abordamos também o conceito de função e o conhecimento do professor sobre esta temática. Além disso, algumas dificuldades dos alunos e dos professores sobre o tema de função que estão identificadas na literatura e ainda algumas concepções, conexões relativas ao tópico.

Descrevemos algumas das dimensões do conhecimento do professor de Matemática, focando a nossa atenção no âmbito do conteúdo de função com base no *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK)* , modelo que foi o aporte analítico deste trabalho.

3.1 A prática docente no contexto da pandemia e sua formação

A pandemia da COVID-19 modificou a vida das pessoas por todo o mundo, silenciando cidades e fechando por tempo indeterminado instituições das mais diversas atividades, inclusive as educacionais. Para conter o avanço das contaminações do vírus, medidas de distanciamento e o isolamento social foi necessário, de acordo com a Lei nº 13.979, de 06 de fevereiro de 2020, que estabelece as medidas para o enfrentamento da emergência em saúde pública de importância internacional decorrente da doença por coronavírus (BRASIL, 2020).

O período de distanciamento e isolamento social que a pandemia da Covid-19 impôs a sociedade, fez com que aulas presenciais passassem a ser realizadas de forma remota por meio da utilização de meios digitais, de acordo com Portaria n° 343, de 17 de março 2020 que "dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais enquanto durar a situação de pandemia da COVID-19" (BRASIL, 2020).

Assim, professores precisaram reavaliar sua prática e refletir sobre suas metodologias de ensino uma vez que não estão mais em sala de aula e em contato direto com seus alunos. Muitos foram os desafios encontrados durante as aulas remotas, visto que os professores precisaram se reinventar, buscando novas formas de ensinar, utilizando os recursos tecnológicos. Como destaca Honorato e Marcelino, "[...] me senti desafiada a criar novas estratégias de ensino, e minha resposta foi 'me reinventar' diante dos desafios impostos pelo uso de tecnologias para interagir com os alunos" (HONORATO; MARCELINO, 2020).

Em estudo desenvolvido pela Organização Todos Pela Educação (2020), professores também relatam a necessidade e carência de aperfeiçoamento profissional para uso das tecnologias digitais:

> No Brasil, apesar de a grande maioria dos professores (76%) terem recentemente buscado formas para desenvolver ou aprimorar seus conhecimentos sobre o uso das tecnologias para auxiliar nas aulas, apenas 42% indica ter cursado alguma disciplina sobre o uso de tecnologias durante a graduação, e somente 22% participaram de algum curso de formação continuada sobre o uso de computadores e internet nas atividades de ensino. Consequentemente, 67% dos docentes alegam ter necessidade de aperfeiçoamento profissional para o uso pedagógico das tecnologias educacionais (TODOS PELA EDUCAÇÃO, 2020, p. 13).

Além disso, professores destacam que não se sentem preparados para o uso das tecnologias digitais para o ensino remoto e creem na possibilidade, também sentida, do aumento das desigualdades educacionais. Assim, "tentar inovar sem estruturação física das famílias atendidas é impossível. No mínimo, incorremos no erro de gerar mais desigualdades, ao não atentarmos para o atendimento da universalidade do ensino, previsto na constituição" (HONORATO; MARCELINO, 2020, p. 214).

Quanto à organização das atividades, professores relatam que estão "seguindo o planejamento estipulado pela secretaria de educação", ou promovendo algumas variantes como "adaptando conteúdos através de atividades que consigam realizar sozinhos ou com apoio mínimo", (BEZERRA, et al., 2021). Para o desenvolvimento das atividades, Bezerra, et al, (2020) e Moreira, et al, (2020) destacam que professores passaram a realizar aulas por meio de videoaulas, videoconferências e lives, com aplicativos tais como: Skype, WhatsApp, Google Meet, Zoom, Instagram, entre outros. E as salas de aulas foram substituídas por plataformas de aprendizagem como: Moodle, Microsoft Teams e Google Classroom.

Este novo cenário, de aulas remotas, deixou em destaque as lacunas na formação docente, cuja mais frequente era as limitações que muitos professores tinham em fazer uso da tecnologia em suas aulas. Diante disso, a formação de professores passou a ser questionada, pois muitos docentes não conseguiram se adaptar ao novo cenário, já que não sabiam fazer uso dos recursos tecnológicos necessários para o exercício de uma prática eficaz.

A necessidade de aperfeiçoamento e de formação de professores para o uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) é prevista em documentos e legislações importantes e norteadoras da educação básica brasileira. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), enfatiza a incorporação das ferramentas midiáticas ao trabalho docente, bem como, destaca que o uso das TDICs é extensivo aos alunos cuja descrição das competências gerais para a Educação Básica inclui,

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2017,p. 09).

Já o Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2014), outra legislação importante para a incorporação das TDICs ao contexto educacional instituiu metas e estratégias para a Educação brasileira, dentre elas: "[…] promover e estimular a formação inicial e continuada de professores (as) para a alfabetização de crianças, com o conhecimento de novas tecnologias educacionais e práticas pedagógicas inovadoras (Meta 5); e "[…] incentivar o desenvolvimento, selecionar, certificar e divulgar tecnologias educacionais para a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio e incentivar práticas pedagógicas inovadoras que assegurem a melhoria do fluxo escolar e a aprendizagem (Meta 7).

Diante do cenário de pandemia, das dificuldades enfrentadas pelos professores, a oferta de formação que possibilite ao professor ressignificar os saberes na busca de novas metodologias eficazes que promovam um ensino remoto de qualidade é imprescindível.

Quanto a ofertas de formação de professores podemos observar uma intensificação em formações sobre a utilização das TDICs. Montenegro, et al. (2021, p. 06) pontua que foi fundamental a formação continuada que a instituição ofereceu aos professores no período de pandemia, destacando, "a gente recebe formação de seis em seis meses, recebe muito material e compartilhamentos de material sobre novas metodologias para nos readequarmos".

Os desafios encontrados durante as aulas remotas pelos professores apontam limitações e lacunas na sua formação continuada em todo sistema educacional, pois ao migrarem do ensino presencial para o ensino remoto, os professores tiveram que reinventar suas práticas pedagógicas. Todavia, Souza et.al (2021) destaca que apesar dos desafios, os professores estão tendo a possibilidade de refletir acerca de situações que causam desgastes e precarizam a profissão docente. Acredito que este período de pandemia vivenciado desde do ano de 2020 tem contribuído para que os professores possam repensar não apenas em sua prática pedagógica mas também o seu papel de sujeito transformador.

3.2 O ensino de “Função”: seu lugar no currículo escolar e na prática docente

Função é um conteúdo matemático que permeia todos os níveis de escolarização, sendo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Anos Iniciais do EF) explorada de maneira intuitiva e explícita, já nos Anos Finais do Ensino Fundamental (Anos Finais do EF), por meio das relações, da proporcionalidade, da multiplicação, da generalização e da padronização e no Ensino Médio (EM) com um estudo mais aprofundado e sistematizado. Para Eisenmann (2009), o ensino do conceito de função acontece de forma gradativa, ao longo dos diferentes níveis de escolarização, por exemplo, quando são apresentados e expostos aos estudantes algumas definições de função e alguns modelos particulares, seus respectivos registros de representação, a exploração de fenômenos associados ao cotidiano deles expressos por uma lei de formação.

A organização da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) sobre o tema de função, apresenta algumas das ideias fundamentais sobre esse assunto e as conexões com outros conteúdos matemáticos, como “equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (BRASIL, 2017, p. 264), para o desenvolvimento das competências e das habilidades dos alunos dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental.

A BNCC indica cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística, que devem ser correlacionadas, orientando a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. No qual, cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização (BRASIL, 2017).

Nos Anos Iniciais do EF, o conceito de função deve ser abordado de maneira intuitiva, estabelecendo relações com o tópico de proporção e variação proporcional, sem se utilizar da “regra de três” (BRASIL, 2017). Para esse nível, outros documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental – PCN (BRASIL, 1997, 1998), orientam que o tema deve ser desenvolvido pela ideia da pré-álgebra e pela exploração da temática por meio de “jogos, generalizações e representações matemáticas (como gráficos, modelos), e não por procedimentos puramente mecânicos, para lidar com as expressões e equações” (BRASIL, 1998, p. 84).

De modo geral, podemos ver que para os documentos oficiais, função é um modelo que representa um determinado fenômeno (podendo ou não ser situado no contexto do aluno), que

> [...] permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2006, p. 121)

Conforme evidenciado, o tema de função é abordado nos distintos documentos oficiais de maneira similar, indicando que o professor precisa iniciar o desenvolvimento desta temática a partir dos Anos Iniciais, por meio do Pensamento Algébrico, e ir ampliando e aprofundando esse estudo nos Anos Finais e no Ensino Médio, por meio de conexões com outros tópicos da Matemática (equação, sistemas, relação, variação, sequência - progressões aritméticas e geométricas, limite, derivada, entre outros conteúdos) e/ou de áreas afins (Física, Química, Geografia, Biologia, entre outras).

Outro conhecimento que embasa a prática do professor de matemática relativo ao ensino de função corresponde à identificação e trabalho com dificuldades apresentadas pelos estudantes no decorrer da aprendizagem desse tema (BRASIL, 2016, 2017; DEMANA; LEITZEL, 1995; MARKOVITS; EYLON; BRUCKHEIMER, 1995, CHRISTOU, 2017, CARRILO, et al., 2018).

Com relação à dificuldades dos estudantes sobre o estudo de função evidenciadas em documentos oficiais, destacamos, por exemplo, o fato deles não conseguirem relacionar os diferentes registros de representação de uma função (diagrama de flechas (Venn), tabular (tabela), gráficos e a lei de formação). Além disso, os alunos apresentam dificuldade na associação do emprego do termo variável no estudo de função e de incógnita no de equação (BRASIL, 2016).

As pesquisas vêm mostrando essas dificuldades dos estudantes sobre o tema de função a mais de 20 anos, como por exemplo, nos trabalho desenvolvidos por Markovits, Eylon e Bruckheimer (1995) e Demana e Leitzel (1995), onde os autores destacam que os estudantes não conseguem fazer associações entre as definições de função com os seus múltiplos registros de representação, seja por meio da conceitualização deste tema, que prevê o estabelecimento da relação entre os conjuntos Domínio, Contradomínio e Imagem, pelo especificidade do registro algébrico (lei de formação), pelo registro geométrico (desenhos, gráficos, etc.), e pelo registro aritmético (tabelas, diagrama de flechas entre outros). Assim, os estudantes não compreendem os papéis Domínio, Contradomínio e Imagem de uma função, suas relações e distintas representações (numérica, algébrica e geométrica). Além disso, outra dificuldade, dos estudantes, destacada pela literatura está relacionada ao emprego do conceito de variável, isto é, quando se deve usar os termos "variáveis", "incógnitas" e "parâmetros" conforme destacou Christou, (2017).

Já em relação a pesquisas que centraram no conhecimento do professor de Matemática, mais especificamente, a respeito do tema de função temos, por exemplo, a pesquisa de Even (1998), onde a autora afirma que o professor deveria conhecer e desenvolver as ideias fundamentais, os múltiplos registros de representação, as conexões, sobre o conteúdo de função, seus sentidos e significados. Neste sentido, para a autora este conhecimento do professor de Matemática reflete diretamente no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, nas conexões e nas ligações relativas às distintas abordagens de função que o professor conhece e emprega em sala de aula, implicando na compreensão deste tópico pelos estudantes.

Os autores Ribeiro e Cury (2015, p. 82) mencionam também que, para que o professor de Matemática possam ensinar o tópico de função, "não basta, nesse caso, ter apenas conhecimento do conteúdo em si, é necessário, também, ter o conhecimento de como explorar as múltiplas representações das funções", pois, no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes sobre este conteúdo, os professores identificam e caracterizam função por meio de seu registro de representação algébrico (lei de formação), gráfico (construção e esboço de gráficos), tabular (elaboração de tabelas) entre outros, mas sem conectá-los e não estabelecendo as distintas ideias desse tema com base nos diferentes registros.

Assim sendo, o conhecimento do professor de Matemática relativo ao tema de função, deve contemplar mais do que uma mera mecanização de regras e os algoritmos de resolução de uma equação, mas deve proporcionar aos estudantes uma busca pela "relação com sua natureza e seus significados, com o desenvolvimento histórico, com os diferentes modos de organizar os conceitos, com os princípios básicos da disciplina e com as crenças que os sustentam e legitimam" (GARCIA, 2009, p. 45-46).

Os autores Richit e Ponte (2020, p. 23-24) destacam, também, outro conhecimento importante que o professor de Matemática deveria conhecer, este conhecimento está associado à "aprendizagem dos alunos em sala de aula", ou seja, destaca-se o conhecimento sobre o estudante, seus processos de aprendizagem, interesses, necessidades e dificuldades.

Conforme evidenciado pelas pesquisas e documentos curriculares citados, o professor de Matemática deveria conhecer e dominar tanto os conhecimentos exclusivamente de natureza matemática quanto os associados aos processos de ensino e aprendizagem, tais conhecimentos são exclusivos e específicos da prática desse profissional. Portanto, esse conhecimento pode ser adjetivado como especializado do professor de Matemática (CARRILLO et al., 2018).

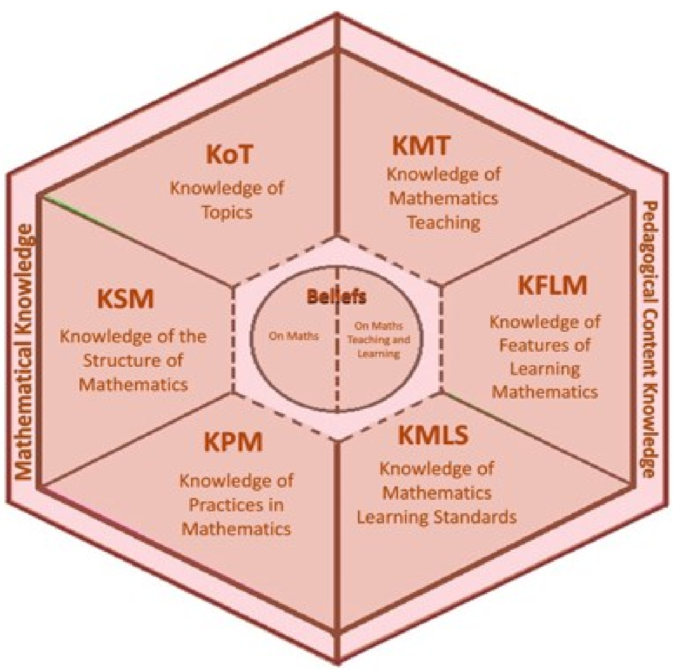
3.3 O Mathematics Teacher's Specialized Knowledge

O Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), cuja tradução livre é Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, é um modelo conceitual e analítico que refere-se ao conhecimento específico e especializado que um professor de Matemática mobiliza ao ensinar Matemática.

Este modelo foi desenvolvido por Carrillo e colaboradores (2018), tendo por base trabalhos anteriormente publicados, em particular os de Shulman (1986; 1987) e Ball e colaboradores (BALL, THAMES, PHELPS, 2008), e apresenta um aparato teórico que favoreça a identificação, compreensão e estruturação dos conhecimentos dos professores que ensinam matemática.

Assim como proposto por Shulman (1986) e Ball, Thames e Phelps (2008), o MTSK possui dois grandes domínios, o Mathematical Knowledge (MK) e Pedagogical Content Knowledge (PCK), que subdividem-se em subdomínios e suas respectivos categorias, conforme podemos verificar na figura abaixo.

Figura 1: Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK)



Fonte: Carrillo, et al. (2018)

Além dos dois grandes domínios do conhecimento citados, no centro do modelo MTSK encontram-se as *Beliefs*, referindo-se às crenças/concepções do professor sobre a Matemática e sobre o ensino aprendizagem da Matemática. Localizadas no centro do modelo, para salientar a reciprocidade entre crenças e os domínios do conhecimento, conforme destaca Carrillo, et al., (2018):

> We are also aware that the teacher's classroom practice is deeply influenced by what can be loosely termed a philosophy of mathematics, that is a more or less coherent set of con- ceptions and beliefs (Thompson, 1992) about mathematics, how it is learnt and how it should be taught, which permeate the teacher's knowledge in each of the sub-domains. Therefore, MTSK also includes beliefs about mathematics and about mathematics teach- ing and learning. These are represented at the centre of the figure to underline the recipro- city between beliefs and knowledge domains. Our aim is to construct increasingly precise images by which the teacher's practice can be interpreted in the light of those aspects which most influence it, based on the knowledge underlying this practice (CARRILLO, et al., 2018, p. 240).

Montes e Carrillo (2017), também destacam que as crenças são entendidas como verdades pessoais incontestáveis, derivadas da experiência, com forte componente afetivo e avaliativo. Assim, as crenças representam uma predisposição por meio de ações e que não podem ser observadas ou medidas, apenas inferidas.

O Mathematical Knowledge (MK) considera o conhecimento do professor em relação a Matemática como disciplina científica, a partir de três subdomínios: Knowledge of Topics (KoT); Knowledge of the Structure Mathematics (KSM) e Knowledge of Practices in Mathematics (KPM) (CARRILLO, et al., 2018).

O Knowledge of Topics (KoT) compreende o conhecimento de conteúdos matemáticos, reunindo conhecimento de procedimentos ("como se faz?", "quando se pode fazer?", "por que é feito assim?"), o conhecimento fundamentado dos conteúdos matemáticos (conceitos, definições, propriedades, teoremas e seus fundamentos, representações e modelos), bem como contextos, problemas e significados e, nesta medida, reconhece a complexidade dos objetos matemáticos que podem surgir na sala de aula.

Outro componente do KoT do professor é o seu conhecimento dos diferentes registros nos quais um tópico pode ser representado (geométrico, algébrico, e aritmético, etc.) da mesma forma como o vocabulário matemático também está incluso no KoT.

O Knowledge of Structure Mathematics (KSM) compreende o conhecimento dos professores em estabelecer distintas conexões entre conceitos matemáticos. Carrillo e colaboradores (2018) propõem quatro categorias de conexões matemáticas, a saber,

- Conexões de Simplificação, são aquelas que relacionam conteúdos ensinados com conteúdos anteriores;

- Conexões de Complexidade, são aquelas que relacionam os conteúdos ensinados com conteúdos posteriores;
- Conexões de Conteúdos Transversais, são as relações que existem entre diversos conteúdos.
- Conexões Auxiliares, são as conexões feitas entre diferentes objetos matemáticos, de modo a conectá-los e utilizá-los com auxiliares um do outro.

No contexto do conteúdo de função, o KSM corresponde, por exemplo, às conexões que podem ser estabelecidas com conteúdos exploradas anteriormente nos níveis iniciais de escolarização, no caso dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, como com: as equações do primeiro grau; as operações aritméticas; adição e multiplicação; as propriedades comutativa e distributiva destas operações.

Já o Knowledge of Practices in Mathematics (KPM), está relacionado ao fazer matemática, ou seja, esse conhecimento inclui, conhecer como se desenvolveu determinado resultado, como é a demonstração de certo teorema, bem como, conhecer as diferenças entre provas, demonstração e verificação e conhecer diferentes tipos de demonstrações para testar a validade de um teorema e escolher a melhor delas para cada caso específico (FLORES-MEDRANO, 2016).

A fim, de completar a descrição dos conhecimentos específicos que um professor deve ter para ensinar matemática, segundo o modelo MTSK, destacamos agora, os conhecimentos específicos do professor que estão inseridos no domínio Pedagogical Content Knowledge (PCK), sendo que o mesmo está dividido em três subdomínios: Knowledge of Features of Learning Mathematics (KFLM), Knowledge of Mathematics Teaching (KMT) e Knowledge of Mathematics Learning Standards (KMLS).

O subdomínio Knowledge of Features of Learning Mathematics (KFLM) engloba o conhecimento relacionado às características inerentes à aprendizagem matemática. Segundo Carrillo, et. al. (2018), o KFLM muda o foco do aluno para o conteúdo de matemática como objeto de aprendizagem. O KFLM, refere-se ainda a necessidade de o professor estar ciente de como os alunos pensam e constroem seu conhecimento, ou seja, conhecer quais são as estratégias mais utilizadas pelos alunos no estudo de determinado conteúdo, quais suas dificuldades e pontos fortes, bem como, quais e o que costuma ser mais ou menos atrativo na aprendizagem de matemática, conforme apontam os autores:

> KFLM refers to the need for the teacher to be aware of how students think and construct knowledge when tackling mathematical activities and tasks. It includes understanding the process pupils must go through to get to grips with different content items, and the features peculiar to each item which might offer learning advantages or, conversely, present difficul- ties. As such, the sub-domain takes account of the teacher's knowledge about their students' manner of reasoning and proceeding in mathematics (in particular, their errors, areas of difficulty and misconceptions), which informs his or her interpretation of their output (e.g. Fernández, Callejo, & Márquez, 2014, in the case of quotitive division). […]. More specifically, the sub-domain includes awareness of where students have difficul- ties, and conversely where they show strengths, both in general and with respect to specific content. For example, a teacher might know that learners tend to mistake "prove" for "exemplify", or that they often use what they are setting out to demonstrate as an argu- ment in the demonstration itself. […]. The range of knowledge comprising KFLM also includes the procedures and strategies – whether conventional or unconventional – that students use to do mathematics, as well as the terminology used to talk about specific contents: in short, the different ways in which pupils interact with mathematical content. The final element of KFLM concerns the emotional aspects of learning mathematics (Hannula, 2006). At one extreme, this involves awareness of, for example, mathematics anxiety (Maloney, Schaeffer, & Beilock, 2013), but it includes, too, such everyday things as what motivates the students, their interests and expectations of mathematics (both in general and in terms of specific areas), and manifests itself, for example, in the choice of registers of representation when setting problems for a particular topic (CARRILLO, et al., 2018, p. 246-247).

No contexto do estudo de função, o KFLM corresponde, por exemplo, ao conhecimento do professor referente às potencialidades e às dificuldades dos estudantes sobre o conteúdo de função. Como tal, os problemas que os alunos encontram em utilizar e relacionar os múltiplos registros de representação de uma função; reconhecer e utilizar as notações padrão x, y, f (x) para as grandezas independentes e dependentes, entre outras situações.

O Knowledge of Mathematics Teaching (KMT), em geral, diz respeito ao conhecimento teórico específico para o ensino da matemática, como o conhecimento de recursos e materiais didáticos disponíveis, incluindo livros, materiais didáticos manipuláveis ou não, recursos tecnológicos, interativos e assim por diante, diferentes formas de apresentar um conteúdo específico, seja através de metáforas, situações problemas ou exemplificações, assim como, o conhecimento de estratégias e técnicas adequados para cada conteúdo matemático trabalhado e o conhecimento de suas limitações (CARRILLO, et al., 2018).

Para o contexto do conteúdo de função, o KMT corresponde, por exemplo, ao conhecimento do professor em abordar e explorar recursos e materiais para o ensino de função por meio dos livros didáticos, materiais manipulativos, jogos, uso de softwares matemáticos (GeoGebra e Winplot), entre outros, ou explorar os diferentes tipos e seus registros de representação; ou possibilitar conexões com outros conteúdos ou disciplinas, ou, ainda, apresentar tarefas exploratório-investigativas.

Por fim, o Knowledge of Mathematics Learning Standards (KMLS) se refere ao conhecimento do professor sobre as especificações do currículo escolar em cada nível, tendo conhecimento dos conteúdos que devem ser ensinados, bem como, o nível de profundidade e gestão com que é esperado que o aluno aprendesse em determinado período escolar, e o sequenciamento de conteúdos e as razões que a fundamentam (CARRILLO, et al., 2018).

No contexto do conteúdo de função, o KMLS corresponde, por exemplo, ao conhecimento do professor relativo aos tópicos a serem ensinados em um determinado ano de escolarização, as suas relações com outros anos de ensino; as orientações, as sugestões e as diretrizes dos documentos oficiais para estabelecer conexões com outros tópicos matemáticos e até mesmo com disciplinas distintas que explorem a ideia de função.

No modelo MTSK, o conhecimento do professor de Matemática assume uma natureza especializada, ao se distinguir do conhecimento de outros profissionais que atuam em outras disciplinas ou em áreas afins. O uso da palavra “especializado”, de acordo com Scheiner et al., (2017), tem o intuito de expressar uma qualidade do conhecimento do professor de Matemática por meio de um movimento analítico e investigativo sobre o tal. Assim, o conhecimento especializado do professor de Matemática não é considerado como um tipo, mas, sim, como um procedimento de natureza específica e complexa que aborda tanto o conhecimento matemático como o conhecimento didático-pedagógico sobre a Matemática (CARRILLO et al., 2018; SCHEINER et al., 2017).

O modelo MTSK não tem o intuito de limitar ou avaliar o conhecimento do professor, mas de permitir que ele possa desenvolver e potencializar tanto seu conhecimento quanto sua aprendizagem. No caso de função, que o professor de Matemática possa desenvolver e revelar novos conhecimentos sobre este conteúdo matemático.

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo apresentaremos, em detalhes, as videoaulas de Matemática sobre o tema Função e Função Afim, juntamente como os slides utilizados nas aulas, objeto de análise deste trabalho, que foram produzidas e apresentadas pela Profª. Pryscilla Gaertner e publicadas, pela SEED, na plataforma do YouTube no canal "Aula Paraná". As videoaulas foram produzidas e publicadas, no ano de 2020, com o objetivo de propiciar aos estudantes do Ensino Médio um material didático associado à implementação do "Aula Paraná".

A ordenação que adotamos na apresentação das videoaulas do decorrer do trabalho é a mesma adotada no Canal do Youtube, da mesma forma como a titulação. Em nossa apresentação separamos cada aula em momentos de ensino, associados ao desenvolvimento de cada videoaula. Cada momento é constituído pela apresentação de excertos da videoaula (compostos pelas transcrições das explanações verbais da professora no decorrer da videoaula e figuras associadas aos slides utilizados no decorrer da explanação), além da categorização e discussão dos conhecimentos associados ao domínio *Mathematical Knowledge* (CARRILO et al., 2018). Ademais, apesar de "fragmentarmos" as videoaulas em momentos, tal fragmentação se deu exclusivamente para efeito de análise, o que não quer dizer que a videoaula é fragmentada e, por conseguinte, o conhecimento é visto de forma fragmentada e/ou desarticulada.

Ao término das análises das videoaulas, elaboramos um quadro sintetizando os indícios da presença dos conhecimentos associados ao domínio *Mathematical Knowledge* do Mathematics Teachers' Specialized Knowledge explicitados pela professora ao trabalhar os temas função e função afim.

4.1 AULA 1: Funções

A videoaula "Função" pode ser descrita a partir dos seguintes momentos de ensino:

MOMENTO 1: Apresentação de áreas do conhecimento associadas a aplicações de Funções.

MOMENTO 2: Apresentação de alguns dos primeiros relatos e estudos sobre o conceito de Funções, juntamente com a construção de uma linha tempo para representar o desenvolvimento histórico das funções.

MOMENTO 3: Introdução do conceito de função, a partir de um exemplo, e apresentação de uma definição de função.

MOMENTO 4: Resolução de atividade explorando a definição de variáveis dependentes e independentes.
MOMENTO 5: Resolução de atividade utilizando função e geometria (relação entre o lado e o perímetro de um quadrado).
MOMENTO 6: Resolução de atividade utilizando função para representar a relação entre velocidade e deslocamento/tempo.

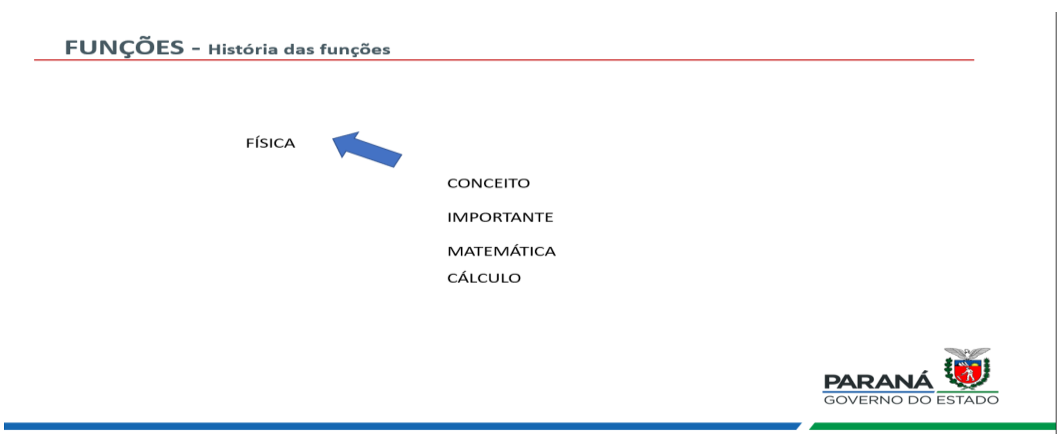
DISCUSSÃO DO MOMENTO 1 DA VIDEOAULA "FUNÇÕES"

A primeira aula intitulada "Funções", segundo a professora, é destinada a uma breve revisão sobre o tema funções.

Ainda, de acordo com ela:

Professora: *A Função dentro da Matemática tem um conceito muito importante, certo?! Para auxiliar vários cálculos que a gente utiliza em diferentes áreas. É uma das partes mais importantes que a gente tem dentro da Matemática* ***porque ela vai envolver, como eu acabei de dizer, diferentes áreas, por exemplo, física. Dentro da disciplina de física a gente pode resolver n problemas através de funções matemáticas, como velocidade com o tempo, o deslocamento com o espaço e assim por diante*** *(KoT - aplicações e fenomenologia)***.**

Figura 2 : Slide utilizado pela professora para apresentação das áreas do conhecimento que possuem aplicabilidade do tema funções.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 2, com o passar das explicações foi sendo alterado da seguinte forma: a professora inseria o nome da área do conhecimento onde ocorreu o emprego do tema funções (como por exemplo, ao falar da física, inseriu o termo “Física”) e a seta azul, associando-a as palavras “conceito importante” “matemática” e “cálculo”. E esse procedimento repetiu-se para as seguintes áreas: química, astronomia, geografia, biologia e informática.

No que se refere às áreas de Química e Astronomia a professora argumenta:

Professora: *Na Química a* ***gente pode usar as funções quando a gente está trabalhando, por exemplo, com a solubilidade de alguns componentes****, né?! (KoT - aplicações e fenomenologia) E você vai começar a perceber que,* ***os reagentes leva um determinado tempo, a partir do momento que você tá vendo essa evolução da reação química, você pode montar uma função de propriedade*** *(KoT - aplicações e fenomenologia), certo?!*

Professora: *Na astronomia, graças às funções, hoje a gente consegue ter o estudo da astronomia muito mais voltado com* ***cálculos mais precisos com relação à distância de estrelas no espaço, quando vai sair um foguete para ir em direção a outro planeta****, (Indícios do KoT - aplicações e fenomenologia) tá?! Então, a parte de astronomia é importantíssima para a gente poder entender como que a ciência tá hoje.*

No seguimento da aula, quando se refere a geográfia e a informática a professora expõe:

Professora: *Dentro da geografia, a gente vai* ***utilizar as funções quando você tá vendo a taxa de crescimento de um determinado, de uma determinada região, quando você tá vendo a densidade demográfica. Para esses cálculos a gente utiliza sempre funções Matemáticas*** *(KoT - aplicações e fenomenologia).*

Professora: *Dentro da Informática. Bom, dentro da informática, informática avançou muito nos últimos tempos, graças ao quê?! Ao desenvolvimento das funções, tá?. Para todo o raciocínio dentro da lógica, você vai usar um monte de funções Matemáticas (Indícios do KoT - aplicações e fenomenologia)***.**

Conforme os destaques nos excertos, a professora estabelece relação entre o tema “função” e outras áreas do conhecimento científico. De modo particular, as explicações sobre Física, Química e Geografia, apresentam indícios da presença do Kot, uma vez que a professora apresenta problemas extraídos dessas áreas do conhecimento cuja resolução perpassa pelo estabelecimento e estudo da relação entre elementos de dois conjuntos, como por exemplo, velocidade X tempo, crescimento populacional X espaço, evolução do reagente X tempo. Entretanto, em alguns casos, tal relação não é explicitada, de modo que não fica explícito se e até que ponto a professora conhece a aplicação do tema função na área do conhecimento, como é o caso da informática e da astronomia.

Por fim, a professora encerrar o Momento 1, dizendo:

Professora: *E por último coloquei como exemplo a área de biologia. Aonde que a gente utiliza as funções em biologia?! Bom, a gente utiliza funções em biologia, principalmente no que nós estamos vendo nos dias de hoje, tá?! Vocês estão acompanhando todo a situação do vírus, né?! Mundialmente, da pandemia. Como que a gente observa isso?* ***Você já viram várias vezes na televisão gráficos mostrando, tá certo?! O crescimento da taxa do vírus, né?! E geralmente vai ser um gráfico que eles estão falando abaixar a curva, baixar a curva. Que curva é essa? Essa curva é uma função matemática, tá?! Então dentro da biologia a gente pode fazer isso com crescimento de plantas, a gente pode fazer isso com crescimento de vírus, a gente pode fazer isso com crescimento de bactéria, a gente pode fazer n funções dentro da biologia*** *(KoT - aplicações e fenomenologia e registros de representações).*

Neste momento da videoaula, a professora enfatiza a importância do estudo das funções, evidenciando conhecer algumas relações entre funções e conteúdos de outras áreas do conhecimento *(KoT - aplicações e fenomenologia).* A ação de mencionar a Física, relacionando velocidade e tempo, por exemplo, é corroborada por Garcia (2009, p. 45), ao mencionar que o conceito de "função intervém na construção dos conjuntos numéricos e na produção das primeiras leis da Física". Porém as aplicações mencionadas pela professora em sua maioria são superficiais, uma vez que, a professora não explora matematicamente tais problemas, por exemplo, mostrando (algébrica, gráfica ou numericamente) e discutindo a função que relaciona velocidade e tempo.

A professora também explicita conhecer o registro de representação "gráfico" de uma função *(KoT – registros de representação)* ao mencionar o "V*ocê já viram várias vezes na televisão gráficos mostrando, tá certo?! O crescimento da taxa do vírus"* .

DISCUSSÃO DO MOMENTO 2 DA VIDEOAULA “FUNÇÕES”

Na sequência da aula, a professora destaca o que seriam alguns dos primeiros estudos e relatos sobre as funções Matemáticas. Neste contexto, ela apresenta a ilustração de uma tábua representada pela Figura 3 e argumenta:

Figura 3 : Slide utilizado pela professora para explicação de uma tábua.

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

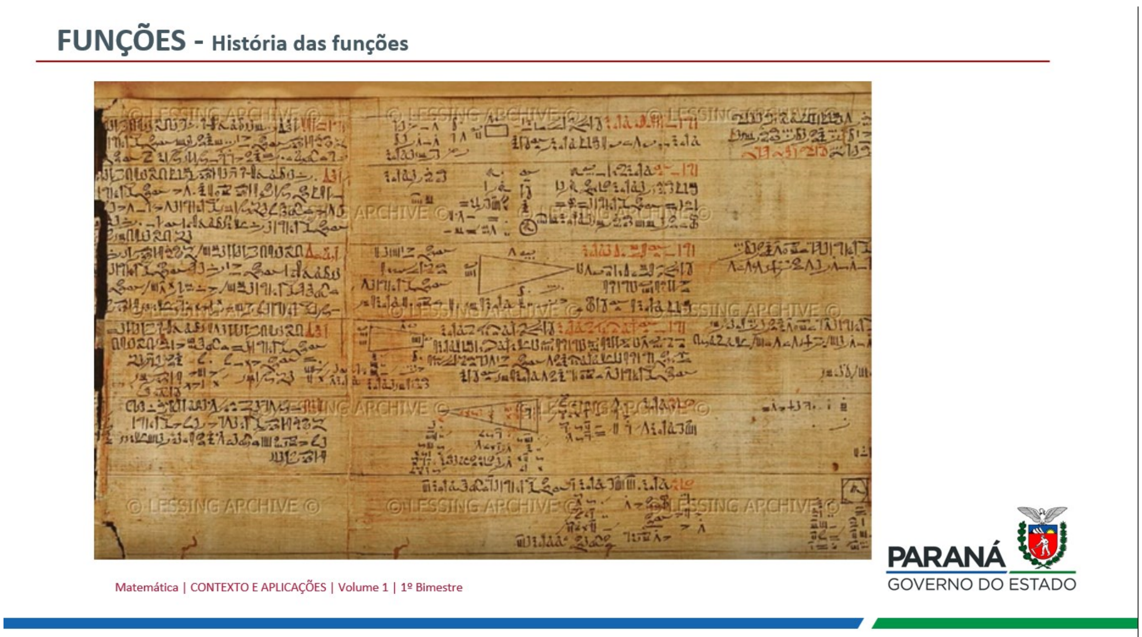
Professora: *Nós temos aqui uma ilustração, certo?!* [aponta para a Figura 3] *Que é uma tábua, né! Que foi descoberta nas terras do Oriente Médio, certo?! Pertence a um povo chamado babilônico e dentro dessas tábuas aqui a gente consegue perceber o quê?!* ***Na nossa primeira coluna, a gente tem o que seria inscrições de números, certo?! Na segunda coluna, a gente consegue ver também que existem mais números escritos nessa coluna.*** *E o que que se descobriu com o passar do tempo?!* ***Que da primeira para a segunda coluna existe uma função de multiplicação para dar esse resultado****. Então, esse é um dos primeiros documentos que a gente tem escritos, né! Que tratam sobre o assunto das funções onde* ***a primeira coluna se relacionava com a segunda coluna, gerando resultado na terceira coluna que era multiplicação*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registro de representações).*

Ao apresentar a tábua representada pela Figura 3, a professora tenta exemplificar, o que seria um dos primeiros registros escritos sobre função. Em sua explicação ela comenta que existem três colunas na tábua, onde a terceira é resultante do produto entre a primeira e a segunda coluna. Porém, considerando-se que os símbolos que constam na tábua são desconhecidos dos estudantes, as relação entre as colunas (o que, segundo a professora, seria a multiplicação da primeira pela segunda colunas) não são explicitadas e discutidas. Nesse sentido, não é possível identificar e relacionar a discussão aos subdomínios associados ao Mathematical Knowledge (MK) neste momento da aula, da mesma forma como a exploração da atividade, possivelmente, não promove reflexões sobre conceitos, definição, propriedades, etc. das funções nos estudantes.

Na sequência, a professora apresenta a ilustração de um papiro representado pela Figura 4 e destaca:

Professora: *Se a gente for verificar também historicamente depois dos babilônicos. Nós temos os egípcios, essa é uma imagem que a gente tem do que seria um papiro, tá?!*

Figura 4:Slide utilizado pela professora para apresentação de um papiro.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

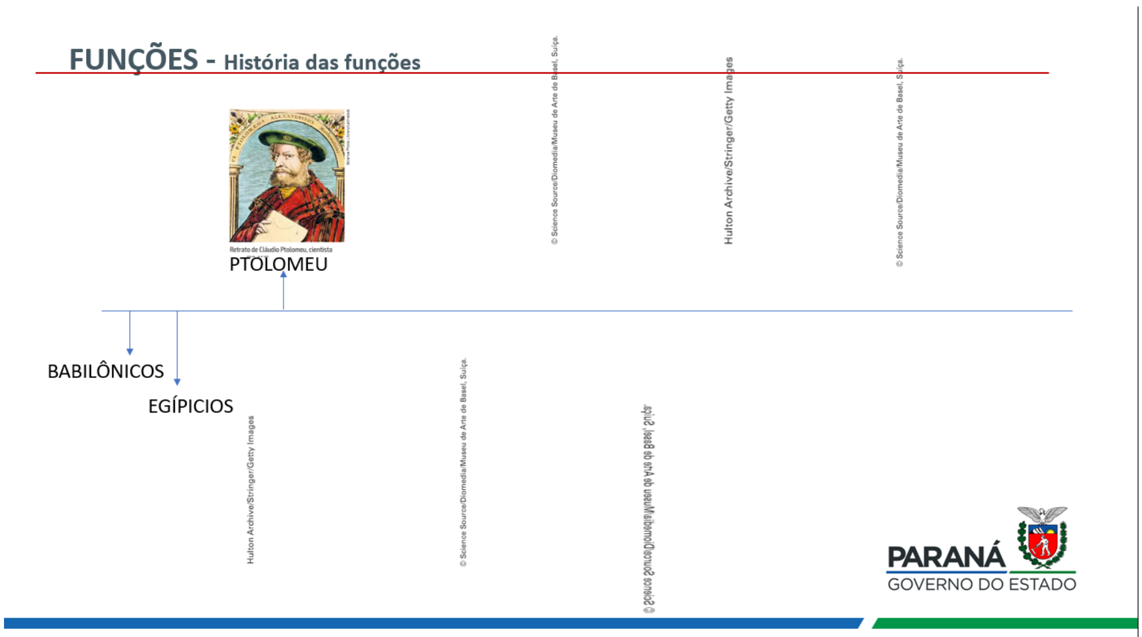
E esse papiro mostra o quê?! Na primeira situação nós temos aqui o que seriam, né?! Uma situação-problema simples e para chegar na solução dessa situação problema eles desenvolveram a segunda parte da solução. A gente consegue até identificar alguns triângulos, algumas formas geométricas ali. Então, essa é, esse papiro estava se referenciando a funções também. Tá certo? Que para sair de um problema simples, eles acabaram fazendo o quê? Outros cálculos para chegar na solução final, então isso também é um exemplo das funções

Matemáticas.

Tal como na discussão anterior, ao apresentar o papiro, a professora relaciona-o à função, porém, novamente ela não esclarece a relação existente entre as informações que constam no papiro e os conceitos, definições, propriedades etc. associados ao tema função. Portanto, não é possível identificar subdomínios associados ao Conhecimento Matemático (MK) neste momento da aula.

Na sequência é construída uma linha tempo, conforme podemos ver na Figura 5, para representar o desenvolvimento científico do tema funções ao longo da história. Nesse momento a professora reforçou que os primeiros relatos escritos sobre o tema foram produzidos pelos Babilônicos e Egípcios.

Figura 5:Slide utilizado, pela professora, para apresentação de uma linha do tempo para representar o desenvolvimento das funções.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 5, com o passar das explicações, foi sendo alterado, onde a professora inseria o nome e a uma imagem do matemático, acompanhando essa ação de uma fala sobre contribuição desse matemáticos para o desenvolvimento das funções como, por exemplo, ao falar da Ptolomeu, inseriu o nome “Ptolomeu” e uma imagem, a linha do tempo. E esse procedimento repetiu-se para os seguintes matemáticos: Galileu, Keppler, Descartes, Newton, Leibniz, Bernouli e Dirichlet.

No que se refere aos matemáticos, Ptolomeu, Galileu e Keppler a professora argumenta:

Professora: *Ptolomeu, lá do tempo da Grécia antiga. E o* ***Ptolomeu, ele começou a fazer estudos quantitativos dos fenômenos naturais que envolviam as funções, certo?! Depois do Ptolomeu, apareceu mais dois carinhas aqui, o Galileu e o Keppler que também estavam indo na mesma linha de Ptolomeu, estudando essas relações dentro das funções matemáticas*** *(Indício de KoT - aplicações e fenomenologia).*

No seguimento da aula, ao se referir aos matemáticos Descartes, Newton, Leibniz, Bernouli e Dirichlet. a professora expõe:

Professora: *Logo na sequência vai ter a descrição do Descartes, o Descartes fez as seguintes teorias:* ***Uma equação de duas variáveis geometricamente representada por uma curva indica uma dependência entre quantidades variáveis*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação). Então, aqui com Descartes a gente começa a perceber que as funções dependiam de alguns valores.*

Professora: *Logo depois,* ***no século 17, Newton fez um grande relato, ele começou a falar em variável dependente e a variável independente*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos). Então, foi a partir do século 17 e essa linha do tempo serve para gente ver evolução das funções, tá?! Depois do Newton a gente teve o* ***Leibniz e o Bernouli que também fizeram estudos sobre as funções já apresentando a primeira vez a nomenclatura de constante variável e determinados parâmetros*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), mais perto do no final do século 18, 19, já início do século 19,* ***a gente tem o Dirichlet, que ele fala sobre conceito das funções e a representação analítica*** *(Indício de KoT - registros de representação), tá? E daí nós temos no século 20 vários matemáticos que continuaram desenvolvendo as funções matemáticas que a gente conhece atualmente.*

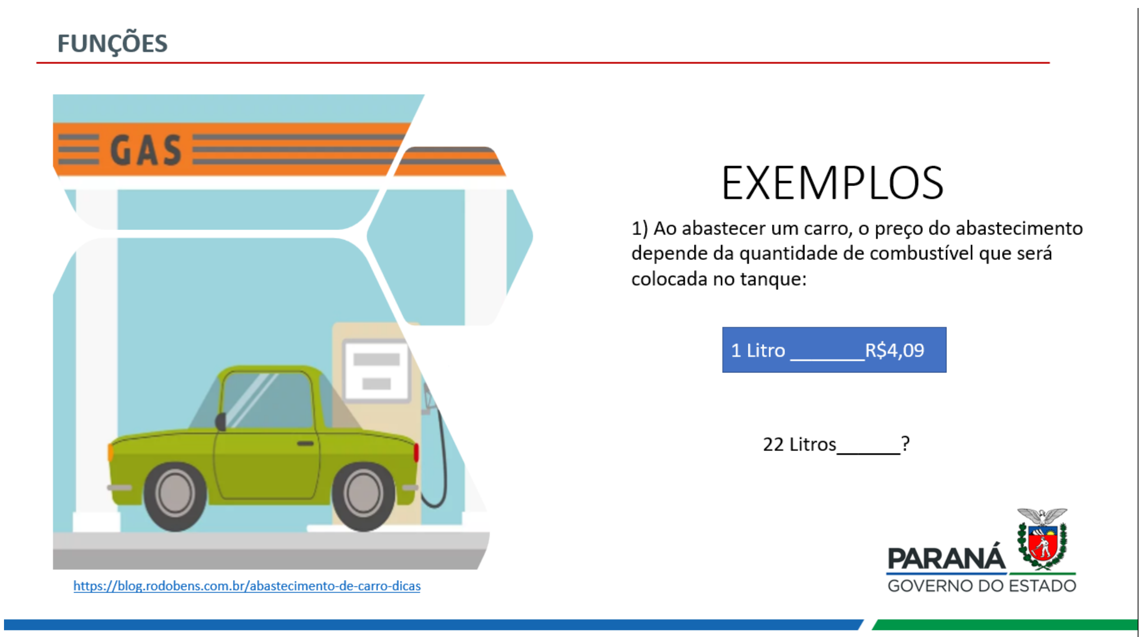
Neste momento, a professora cita nomes de alguns cientistas associando ao o que eles estudaram e desenvolveram em relação ao conteúdo das funções. Por exemplo, ao falar sobre os cientistas Ptolomeu, Galileu e Keppler a professora diz "*Ptolomeu, ele começou a fazer estudos quantitativos dos fenômenos naturais que envolviam as funções, (...), o Galileu e o Keppler que também estavam indo na mesma linha de Ptolomeu, estudando essas relações dentro das funções matemáticas"* assim, neste momento, há um indício do subdomínio *(KoT - aplicações e fenomenologia)* pois a professora não mostrou, de fato, um exemplo do conceito de função com estudos quantitativos dos fenômenos naturais.

Podemos concluir que neste momento a professora apresenta alguns indícios de conhecimento associados ao subdomínios *KoT,* porém, a maioria dos exemplos citados pela professora, neste momento da aula, foram apresentados de forma superficial, de modo que, ela não apresenta, por exemplo, as expressões algébricas associadas, elementos das funções (domínios, contra-domínio, regra de relação entre eles, etc.), gráficos, etc.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 3 DA VIDEOAULA "FUNÇÕES"

O momento 3 da videoaula "Funções" se inicia com a professora apresentando um exemplo, que aborda a relação entre o preço pago ao abastecer um carro e a quantidade de litros de combustível colocado. Segundo ela, esse exemplo é clássico e é representado na Figura 6.

Figura 6:Exemplo que representa a relação do preço pago ao abastecer um carro e a quantidade de litros de combustível colocado.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A professora, ainda, destaca:

Professora: ***Então um exemplo bem clássico, ao abastecer um carro o preço do abastecimento depende da quantidade de combustível que será colocada no tanque*** *(KoT - aplicações e fenomenologia), né?!* ***É meio óbvio que a gente pensa nisso, quanto mais eu colocar no tanque mais eu vou pagar por esse combustível, então um valor depende do outro*** *(KoT - definições,* *propriedades e seus fundamentos)*. *Quando a gente começa a ter essa linha de raciocínio a gente começa entender de verdade o que que seria uma função matemática*, ***você tem duas variáveis, são dois valores que estão mudando no decorrer, tá?!*** *(*KoT - definições, propriedades e seus fundamentos*)* ***Então a gente sempre utiliza muito a questão do abastecimento do carro*** *(*KoT - aplicações e fenomenologia)**,** *que é uma coisa que a gente consegue enxergar, consegue observar de verdade* .

Na fala acima a professora utiliza um exemplo de utilização do conceito de função no nosso cotidiano, associado ao valor pago pelo abastecimento de um carro com combustível, evidenciando a presença de conhecimento associados ao subdomínio *KoT ("aplicações e fenomenologia").*

Na sequência da aula, a professora fala:

Professora: ***Eu vou na bomba de gasolina, peço pro moço colocar uma quantidade de dinheiro, vem uma quantidade determinada de litros. Se eu precisar aumentar a quantidade de litros eu vou precisar uma quantidade maior de dinheiro,*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)* ***tá certo?!*** *Então por exemplo, se eu quiser colocar 1 litro eu sei que o preço desse litro de combustível, hoje em média, tô pegando o preço meio que real, varia um pouquinho se a gasolina aditivada, se a álcool, se combustível comum, mais 1 litro aqui, a gente tá colocando que custa R$ 4,09. Se eu quiser colocar 22 litros no tanque do meu carro, quanto eu vou gastar? Tá, então para gente fazer essa relação a gente vai desenvolver o que?! Um pensamento de função matemática certo?! Vamos ver então como é que a gente responde essa questão.* ***Bom, eu preciso colocar então os meus 22 litros.*** *Qual vai ser o raciocínio que eu vou usar então?! O que que eu vou pegar aqui?* ***Vou pegar os meus 22 litros vezes o valor que eu tô pagando por cada litro, certo?! E vou chegar na minha resposta final que vai ser R$ 89,98, então a gente fez uma multiplicação direta*** *(KoT - procedimentos - como se faz)***.**

Ao apresentar o problema, a professora destaca a existência de uma relação direta entre a variação de combustível inserida no tanque do carro e a variação entre o valor a ser pago pelo abastecimento. Nesse momento, a professor evoca o conceito de proporção (igualdade entre duas razões - $\frac{1\ litro}{22\ litro} = \frac{R\$\ 4{,}09}{?}$) para introduzir o conceito de variável e também iniciar a discussão da utilização matemática dessa palavra. Esse movimento de evocar o conceito de proporção para introduzir o conceito de variável caracteriza a explicitação de KSM, por meio de uma conexão de simplificação. Como conclusão desse movimento a professora *define* variável, caracterizando sua fala como possível de ser associada ao KoT.

O trabalho desenvolvido pela professora nesse momento, promovendo discussões sobre o conceito de variável é corroborado por Christou, (2017), que argumenta que os estudantes enfrentam uma série de dificuldades para compreender o conceito de variável, entre elas, a aplicabilidade dos termos "variáveis", "incógnitas" e "parâmetros".

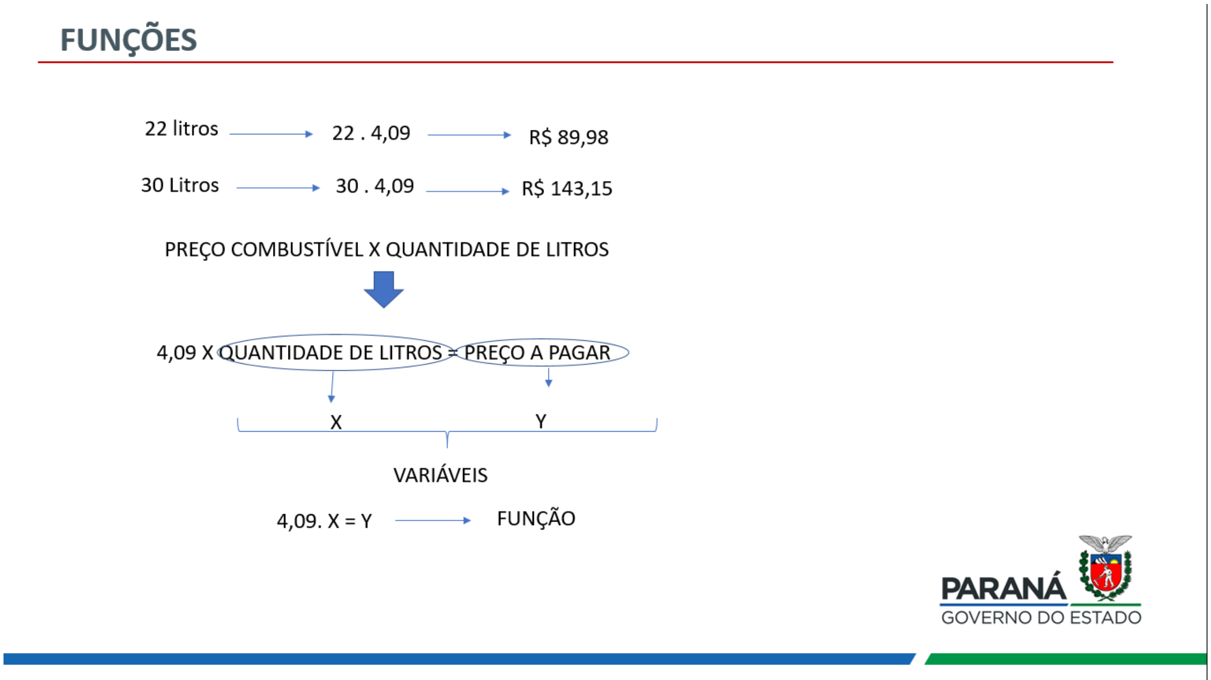
Após apresentar a noção de variação, a professora desenvolve a igualdade $\frac{1\ litro}{22\ litro} = \frac{R\$\ 4{,}09}{?}$ com o objetivo de determinar o valor da incógnita, simbolizada no slide por "?" (Figura 6). Contudo, esse desenvolvimento é reduzido ao emprego do *procedimento* de "multiplicar cruzado", evidenciando novamente a presença de elementos do subdomínio KoT, e a professora não utiliza-se do conceito de variável e nem de função. Esse processo de resolução da proporção é repetido pela professora na fala posterior, porém alterando um dos valores da igualdade.

Professora: *E se eu quiser colocar 30 litros? Como que eu vou desenvolver esse raciocínio? Indo pela mesma sequência da nossa linha de cima, o que que a gente vai fazer ali?! Eu vou pegar então 30 litros e vou multiplicar por 4,09, certo?! E vou obter um total de R$ 143,15.*

O processo de resolução da proporção original alterada em um dos seus valores evidencia a presença novamente do KoT na sua prática, uma vez que ela explicita *quando se pode fazer o procedimento* de multiplicar por 4,09.

Na sequência da resolução do exemplo, a professora muda a apresentação usada na aula para o slide representado pela Figura 7 e diz:

Figura 7:Resolução e discussão do Exemplo 6



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: Então, assim fica fácil agora, ***a gente estabeleceu uma relação, a gente estabeleceu uma função matemática, tá?.*** *Então, dependendo,* ***agora eu só preciso definir o que?! Quantos litros eu quero colocar e saber qual o preço de cada litro que eu vou pagar****.* ***Então, aqui nós temos as duas variáveis, os dois valores que eu posso alterar e quais são eles? O preço do combustível vezes a quantidade de litros. Qual é o preço do nosso combustível?! R$4,09 centavos vezes a quantidade de litros que é o que vai estar variando, tá certo? E o que mais vai variar aqui? O preço final que é o preço total a pagar. O preço total a pagar, ele é dependente da quantidade de litros, certo?! E qual que é o meu valor fixo nessa situação toda? É o R$4,09 centavos, neste momento ele continua igual, tá?! Então ele seria a parte fixa da minha equação****.* ***Quantidade de litros então a gente geralmente chama de x, né, porque ele pode variar e o preço a pagar a gente delimita como, y, porque também ele pode variar e essas duas variáveis, né, é o que a gente precisa descobrir dentro de um problema matemático****.* ***Então, aqui nós teremos o preço total de litros, a 4 reais e 09 centavos, vezes o x, que representa a quem? A quantidade de litros, que vai ser igual ao preço a pagar . Quando a gente estabelece esta relação a gente acabou de montar a nossa função matemática, tá?.***

Quando associamos a fala da professora à igualdade matemática (4,09. x = y, onde x = QUANTIDADE DE LITROS e y = PREÇO A PAGAR) presente no slide é possível de aferirmos que o contexto de ensino resultou em uma expressão matemática que generaliza e representa a relação direta entre a variação de combustível inserida no tanque do carro e a variação entre o valor a ser pago pelo abastecimento, tendo o preço do litro fixado no valor de R$4,09.

Nesse sentido, quando somamos a explicação da professora com o slide apresentado, percebemos que a professora expressou conhecimentos associados ao KoT, uma vez que abordou elementos associados à *definição* de função (estabelecimento de relação entre elementos de dois conjuntos), representou algébrica e numericamente partes da função que estava sendo abordada na videoaula (4,09. x = y, onde x = QUANTIDADE DE LITROS e y = PREÇO A PAGAR), abordou *procedimentos* adotados no estudo de função (mencionando "como se faz" para manipular as variáveis que compõem a igualdade 4,09. x = y e *discutindo* alguns dos resultados obtidos).

A explicação do problema desenvolvida pela professora, partindo da manipulação da proporção $\frac{1\,litro}{x} = \frac{R\$\,4{,}09}{y}$ no sentido de evidenciar que ela continua sendo válida para diversos casos, portanto, *generalizável*, pode ser associada às *práticas matemáticas* (KPM). Igualmente, *a ação de identificar e representar matematicamente a existência de um "padrão"* de resolução para o problema proposto (enunciado que consta na Figura 6) também é uma *prática matemática* (KPM), especialmente no âmbito da álgebra (RIBEIRO; CURY, 2015).

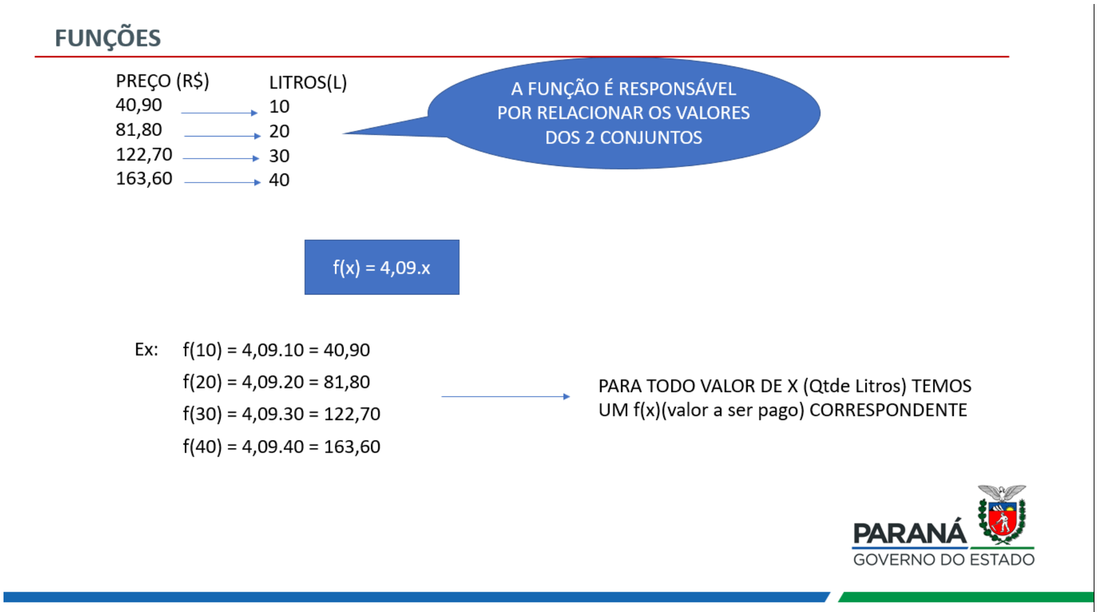
Colocando em paralelo a fala da professora com uma definição de função:

> Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita relação funcional em y se, qualquer que seja x ∈ E, existe um elemento em y de F e um só, que esteja na relação considerada com x. Dá-se o nome de função a operação que associa, assim, a todo elemento x ∈ E o elemento y ∈ F que se encontra na relação dada com x; diz-se que o y é o valor da função para o elemento x e que a função é determinada pela relação funcional considerada (BOURBAKI, 1970, E.R.5, 2, grifos do original).

É possivel aferirmos que a professora conhece a relação entre "relação funcional" e a "função", porém ela não deixa claro quando essa relação também é uma função. Percebe-se também que a professora associa, assim como na definição de Bourbaki (1970), a letra x com a variável independente e a letra y com a variável dependente podendo associar ao conhecimento do (*KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática).*

Ainda considerando a situação do abastecimento do carro, a professora apresenta o slide representado pela Figura 8 e diz:

Figura 8:Continuação do exemplo representado na Figura 6.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Agora a gente vai colocar um outro exemplo aqui com* ***vários preços*** *(KoT - registros de representação****)****, na mesma situação dos combustíveis, e os litros que a gente abasteceu, certo?! Então, ali a gente tem R$ 40,90, R$ 81,80, R$ 120,70, R$ 163,60 e daí a gente tem a relação e quantos litros foram colocados em cada abastecida. Então quando eu paguei o preço de R$ 40,90 eu coloquei 10 litros, quando eu paguei o preço de R$ 81,80 eu coloquei 20 litros, quando a gente pagou o preço de R$ 120,70 eu tinha abastecido com 30 litros e quando eu paguei R$ 163,60 eu tinha abastecido meu carro com 40 litros.* ***Então, a função é responsável por relacionar os valores dos dois conjuntos, né, cada valor de preço vai ter uma relação direta com a quantidade de litros que eu tô colocando certo, esse é o princípio básico de toda a função matemática*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos).* ***Então, como que a gente pode montar a função matemática? A gente tem formas de escrever a função, né?! Um f minúsculo, uma função determinada de x vai ser igual a quem? O valor fixo que eu tenho do combustível que é R$ 4,09 vezes a quantidade que vai variar*** *(KoT - procedimentos - como se faz e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), tá certo?! Então, vocês* *estão vendo a professora falar bastante o que valores fixos, os valores variáveis, valores que podem mudar, valores que não vão mudar, certo?!* ***Então, sempre quando a gente tiver vendo alguma situação de função, a gente vai ver que sempre tem alguma coisa que é fixa e alguma coisa que a gente precisa variar*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)* ***e geralmente essas variáveis é quem eu quero descobrir no meu problema*** *(KoT - procedimentos, características do resultado) , tá?!*

De maneira geral, em relação ao momento 3 desta aula, a professora inicia a discussão por meio de uma problema associado à uma atividade do cotidiano de uma parcela da população (abastecimento de carro) *(KoT - aplicações e fenomenologia)*. Na sequência e*xpõe outros quatro casos, compara e identifica um padrão existente* entre esses resultados e, a partir dessa identificação, ela *explicita algebricamente esse padrão*, portanto mostrando que é possível escrever uma generalização matemática para todas as possíveis respostas para o problema *(KPM - prática particular de fazer matemática)*. A partir da expressão algébrica gerada a professora faz uma discussão sobre variáveis dependentes e independentes *(KPM - papel dos símbolos e uso da linguagem formal)*.

Voltando para a descrição da aula, a professora continua dizendo:

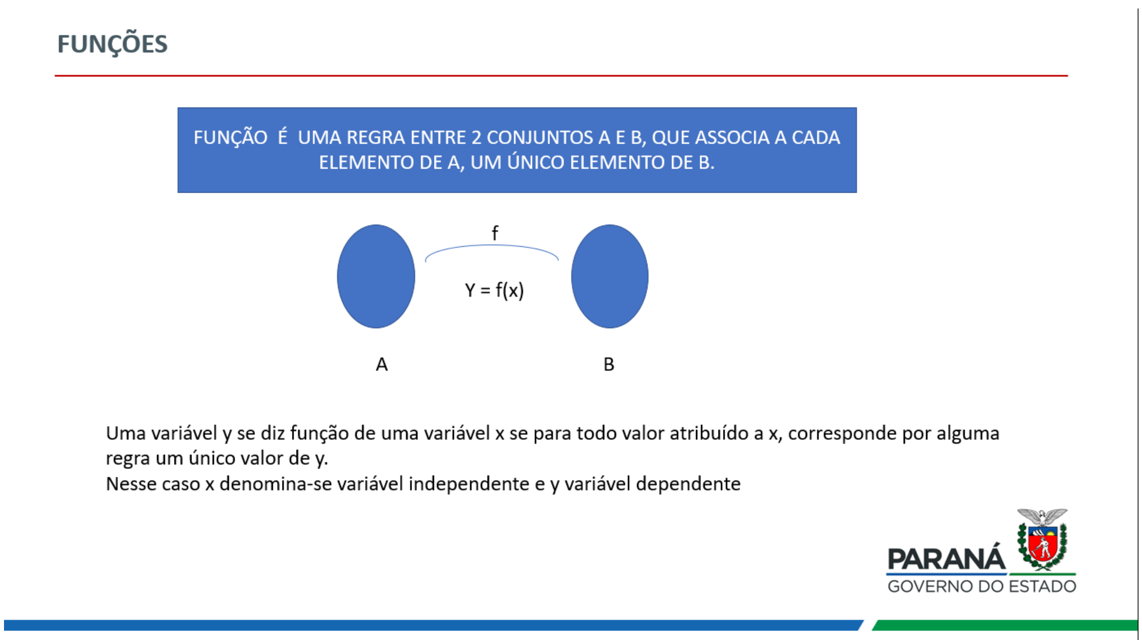
Professora: *Então, vamos vendo o que mais a gente pode ver aqui. Como a gente chegou naquela tabelazinha inicial, lá? O que eu coloquei aqui, o f(x), certo?! Nesse momento eu estou colocando f(x) igual a 10 então estou afirmando para vocês que meu x vale 10, então x seria os meus litros. O que que tá acontecendo aqui?! Aonde eu tiver x na minha equação eu vou colocar o valor que tá dentro do parênteses, tá! Então, por exemplo, f(x) vai ser igual a 4,09 vezes x. Eu acabei de falar para vocês que o x aqui vale 10. Então, o quê vai acontecer dentro da minha equação? Aonde tiver x como variável gente vai colocar o valor de 10, nessa situação, então ficou aqui 4,09, que já era o nosso valor fixo, vezes o 10. Então quando eu abastecer o tanque com 10 litros a gente vai ter um total de R$ 40,90 que é o que a gente viu na formação daquela primeira tabela que a professora colocou ali em cima. E quando o f(x) valer 20?! Quando quiser abastecer com 20 litros, qual vai ser o raciocínio? Eu já tenho a minha função estabelecida, tá?! Qual vai ser? A minha função f(x) vai ser igual a 4,09 centavos vezes x, então agora estou e ir substituindo, no primeiro exemplo, a gente tinha 10 litros, no segundo exemplo, eu vou fazer o f(x) valendo 20 litros e vou substituir pelo valor do x, então vai ficar 4,09 x 20 = 81,80 centavos.*

E assim, a gente consegue determinar todos os valores que a gente tem naquela tabela. Então quando f(x) vale 30 o x está valendo agora 30, então que que a gente vai fazer?! A mesma situação, no lugar do x a gente vai colocar o número 30 e assim a gente desenvolve o raciocínio (KoT - procedimento - como se faz).

A explicação da professora, contudo, apresenta uma lacuna, que refere-se à não discussão da natureza dos conjuntos que são relacionados (R_+) por meio da regra 4,09. x = y, onde x = QUANTIDADE DE LITROS e y = PREÇO A PAGAR, e que esses conjuntos são denominados matematicamente como Domínio, Contradomínio e Imagem.

Assim, a professora, conclui este momento apresentando a definição de função como podemos ver na Figura 9 e expõe:

Figura 9:Definição de função.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Então a* ***função nada mais é do que você estabelecer que para todo valor de x, que nesse caso indica a quantidade de litros que eu quero colocar, nós temos um valor f(x) final, que é o valor a ser pago correspondente*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), tá. Então, para isso a gente estabeleceu a nossa situação da função aqui em cima. Então,* ***função uma regra entre dois conjuntos numéricos A e B e se associa a cada elemento de a um único elemento de b*** *(KoT -*

definições, propriedades e seus fundamentos), tá?! Então vou dar um exemplo aqui. ***Nós temos ali o conjunto A e o conjunto B pela nossa regra, o que que tá escrito ali?! Que, função é uma regra entre dois conjuntos A e B que se associa a cada elemento de a um único elemento do b, então, qualquer valor que eu tiver aqui no meu conjunto A ele sempre vai ter um valor correspondente no meu conjunto B, e todos os elementos do conjunto A vão se associar a um único elemento do conjunto B, então, para isso a gente tem a definição da nossa função*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação).* ***Uma variável y que é que nós estamos colocando aqui, se diz função de uma variável x se para todo o valor atribuído a x corresponde por uma regra um único valor de y. Nesse caso x denomina-se variável independente e o y vai ser denominado variável, variável dependente por quê? Porque é quem tá dependendo do valor do X. A gente vai ter o nosso valor fixo aqui e nós vamos ter o nosso valor que depende de cada situação de x que você encontrar*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática).*

A respeito da compreensão do conceito de função, a professora revela, neste momento, um indício de um conhecimento associando à função como uma relação de dependência entre grandezas. A ideia de relações no estudo de função, por si só, já corresponde tanto a uma definição da função *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)*, quanto a uma conexão entre os conteúdos de função e o de relação *(KSM - conexões auxiliares)*, pois uma relação nem sempre é uma função.

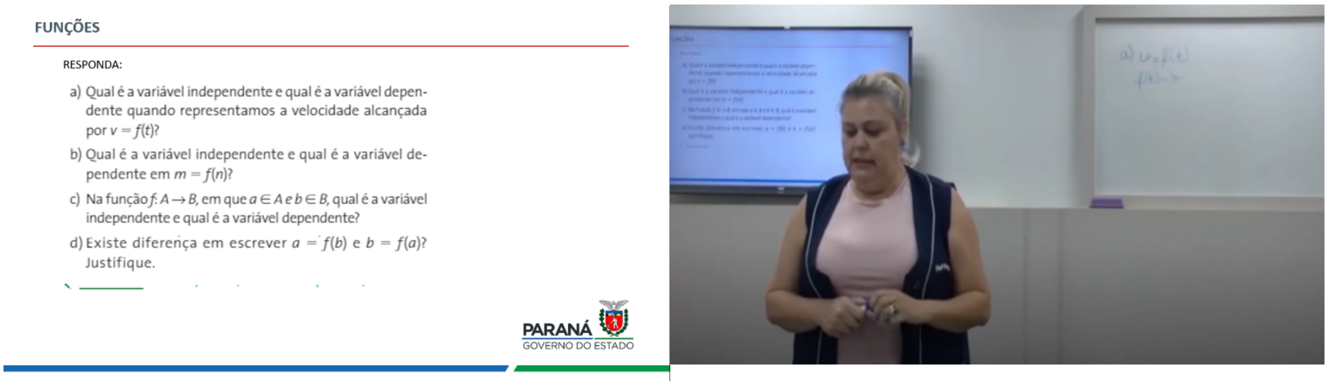
A professora, também, revela conhecer e utilizar os termos, símbolos na Matemática e no estudo de função, ao empregar as letras para padronizar e representar por meio da Álgebra as variáveis independentes e dependentes, respectivamente no estudo de função *(KPM – uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática).*

DISCUSSÃO DO MOMENTO 4 DA VIDEOAULA “FUNÇÕES”

No que se refere ao momento 4 da videoaula “Funções”, a professora apresenta a resolução de uma atividade, no qual o tema central abordado é o conceito de variável dependente e variável independente.

A professora, então, inicia este momento fazendo a leitura da atividade apresentada na Figura 10.

Figura 10:Atividade sobre o conceito de variável dependente e variável independente.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 10, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula e parte de sua resolução que é realizada pela professora no quadro de apoio.

Assim, a professora, diz:

Professora: *letra a) Qual é a variável independente e qual é a variável dependente quando representamos a velocidade alcançada por V = função do tempo? Na letra b), b) Qual é a variável independente e qual é a variável dependente em m = função de n? Na letra c) na função A para B em que a pertence ao conjunto A e b pertence ao conjunto B qual é a variável independente e qual é a variável dependente? E na letra d), d) vamos tentar resolver se existe diferença entre a gente escrever a igual a função de b e b está em função de a? Para a gente tentar justificar isso então vou dar um tempinho para vocês tentarem fazer.*

Após a leitura da atividade, a professora explana:

Professora: *Vamos lá então, qual é a variável independente e qual que é a variável dependente?! Então aqui na letra a) o que que nós temos aqui?! Que o v vai ser igual F(t) certo?! Então que que a professora tá pedindo para vocês fazerem aqui? Para vocês tentar identificar qual seria essa variável dependente e a independente.* ***O que que a gente pode fazer aqui, a gente falou para vocês que a variável independente vai ser representada por v ou pelo f(t)*** *(KoT - registros de representação e PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática). Quem que tá dependendo de quem aqui?!* ***Vamos tentar fazer uma interpretação. Se eu aumentar minha velocidade eu mudo meu tempo? Mudo. Então se eu diminuir velocidade o meu tempo vai continuar o mesmo ou vou diminuir o meu tempo? Então a gente precisa fazer esse raciocínio***

dentro das questões para gente conseguir entender quem que é a variável dependente e quem que a variável independente *(KoT - procedimentos - como se faz), Tá certo?* ***Então nesse caso o que que a gente vai fazer ali, vamos só escrever de uma outra forma aqui ó f(t) vai ser igual a v, eu vou só substituir os lados mas continua a mesma função. O que que a gente viu nos exemplos anteriores ali?! Esse f(t) aqui ele vai ser representado por quem?! É só a gente tentar fazer uma relação, tá certo? Então o f(t) vai ser o que?! A gente chama nossa variável independente e o v vai ser a nossa variável dependente, tá? Então coloca ali na nossa solução que o t vai ser a nossa variável e o v vai ser a nossa variável. Vamos lá mais um tempinho, então o t é nossa variável independente e o v nossa variável dependente*** *(KoT - procedimentos - como se faz e PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática). Vamos tentar ver a letra b. Qual é a variável independente e qual é a variável dependente agora na seguinte função? Então vamos ver aqui a letra b) de novo, nós temos uma situação muito parecida só substituindo agora os valores. Então a gente vai ter aqui que m vai ser igual a função de n, então m vai estar na função de n. Então, quem que vai variar aqui e quem que não vai variar, tá certo? Então de novo escrevendo nessa mesma forma* ***aqui que a gente vai ter que função de n vai ser igual a m, então o n aqui vai variar, tá certo?! Então se essa daqui vai variar quem que é a minha variável independente? O n vai ser a minha variável independente e m vai ser a minha variável dependente*** *(PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática).*

No que se refere a resolução dos itens c) e d) a professora, explica:

Professora: *Na função dada por A em função de B em que a pertence ao conjunto A e b pertence ao conjunto B qual é a variável independente e qual é a variável dependente? Tá então, você tá prestando atenção, que agora vem uma outra anotação aqui ó. ali tá colocando função o que que essa nomenclatura está me dizendo aqui?! Que como se eu tivesse o conjunto A ele estaria em função do conjunto B tá, A e B. (...) A partir desse momento, o que que a gente pretende saber então quem que é a variável dependente e quem que é a variável independente, tá certo?!* ***Então, dá uma pensada ali, nesse esboço, dica para poder fazer sempre um probleminha de matemática. Preste atenção, tenta esboçar, tenta fazer um esqueminha do que vocês estão lendo, tá certo?! Porque assim a gente consegue de verdade tentar solucionar melhor o problema, se a gente fica só na leitura do problema as vezes a gente não consegue enxergar o que que ele tá perguntando e às vezes é uma questão fácil, só que a gente precisa o que?!***

Delimitar a nossa situação, tá *(KoT - registros de representação). Então, vamos ver aqui, vamos colocar aqui quem que vai ser variável dependente e a variável independente. Eu costumo sempre falar assim para os meus alunos: gente, função a gente precisa prestar muita atenção* ***a partir desse momento o primeiro ano quase que inteiro ele vai tratar muito de função então vocês vão começar a ver várias funções diferentes com cálculos diferentes dentro da matemática mas o que que eu mais preciso ter certeza? Se eu consigo entender qual é o valor que tá variando, quem é o meu valor fixo, isso nunca vai mudar eu posso estudar função afim, eu vou estudar função do logaritmo, eu vou estudar função exponencial, todas as funções vai mudar a forma como a gente está montando equação mas as variáveis, o termo independente, os termos dependentes sempre vão existir então por isso que a gente fala que função na Matemática ela é um tema muito importante porque? Porque com essa base a gente consegue desenvolver daqui para frente um monte de raciocínio*** *(KSM - conexões auxiliares), tá certo?* ***Só que a gente precisa entender sempre quem? Quem é o valor que tá fixo quem é o valor que faria quem é o valor dependente de qual o valor. Quando a gente tá falando aqui então, variável independente significa que o valor dele não vai ser alterado tá?! Porque eu vou pegar sempre aqui ele falou como referência e quem que é meu termo dependente é o termo que vai variar. É ele que vai depender do número que eu pegar dentro do meu primeiro conjunto independente*** *(KoT – definições, propriedades e seus fundamentos), tá certo? Então vamos tentar prestar com bastante atenção, bastante carinho nessa parte porque?! Porque daqui para frente eu costumo falar assim, ó tudo que a gente vai aprendendo na primeira aula a gente leva um pouquinho para segunda aula, a gente leva um pouquinho para terceira aula e assim a gente vai conseguindo construir nosso raciocínio. Então essa primeira parte de função a gente está vendo o histórico, tá vendo os elementos que formam uma função, como que a gente forma essa função, para que que serve uma função para usar em exemplos do nosso dia a dia tá e aprendendo a identificar quem são os elementos dentro de uma função.* ***Então até agora a gente viu que dois elementos que a gente precisa sempre tá focado quem é a variável dependente e quem é a variável independente para isso a gente geralmente utiliza os diagramas assim para a gente tentar simplificar melhor, qual seria então a nossa variável independente e a nossa variável dependente*** *(KoT – definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação) , tá certo. Isso a gente colocou no slide ali para trás falando em termos de x e de y, beleza. Então, dentro desse conjunto que a gente tá vendo nesse nosso problema na letra c)* *quem que seria a nossa variável independente e quem que seria a nossa a variável dependente? Então a nossa variável independente aqui a gente chamaria de a e nossa variável dependente a gente chamaria de b. Lembrando que a pertence ao conjunto A e b pertence ao conjunto B, Tá certo? Então já conseguimos determinar quem é a variável dependente.* ***Lembra que a professora falou, por que a gente usa esse termo aqui ó? Que todo os valores que estiverem dentro desse primeiro conjunto sempre vão ter uma valor de referência no conjunto B, então por isso o conjunto B é dependente*** *(KoT – definições, propriedades e seus fundamentos). Vamos ver o próximo exercício então deixar vocês copiarem ali um pouquinho e daí a gente vai para a letra d).*

Professora: *Na letra d) a gente tem ali existe diferença entre a gente escrever a vai ser igual a função de b e B vai ser igual a função de A? Justifique. Certo, então vamos ver se tem diferença na verdade a gente inverteu né mas isso vai mudar dentro do conjunto? Eu vou usar o mesmo diagrama que tá aqui em cima para responder à questão deles colocar a questão d).* ***Viram a dica que eu falei para vocês sempre importante a gente tentar esboçar o que a gente está lendo em matemática, tentar fazer um desenho, tentar fazer um esquema, tentar entender o que que é questão tá me perguntando (****KoT - registros de representação). Então na questão c, na questão d, a gente tá vendo ali ele tem o que ele quer saber se a vai ser igual a função de B está em função B ou se b vai estar em função de a.* ***Por que que a professora deixou o diagrama desenhado e ele tá perguntando se estão iguais ou se tem diferença (****KoT - registros de representação)? Será que são a mesma coisa?* ***Não, professora aqui o a começa a primeira que começa com b. Tá mas para gente entender matemática isso, na primeira situação o que que ele tá falando? Na primeira situação, que todos os valores de B tem uma referência em A então é essa é a situação desta primeira questão. Eu tô pegando aqui ó né seria o sentido inverso e B aqui agora todos os valores de A tem um valor em B. Então essa que seria diferença tá, que na primeira os termos independentes, independentes vão ser diferentes dos termos dependentes e independentes da segunda questão por isso não é só as letras trocando de lugar na verdade a gente tem um pouquinho mais do que isso né aqui estaria mudando o sentido de direção de um conjunto para o outro*** *(KoT – definições, propriedades e seus fundamentos e PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática). Então no primeiro quem seria dependente quem seria independente muda em relação ao segundo, certo. Esses primeiros exercícios é só para gente começar a ter uma noçãozinha um pouquinho melhor do que seria um variáveis* *dependentes e variáveis Independentes tá.* ***Vocês viram que a professora usa diagrama, vocês viram que a gente usa algumas simbologias diferentes para função mas vamos dando sequência que a gente vai vendo em outros exemplos*** *(KoT - registros de representação)***.**

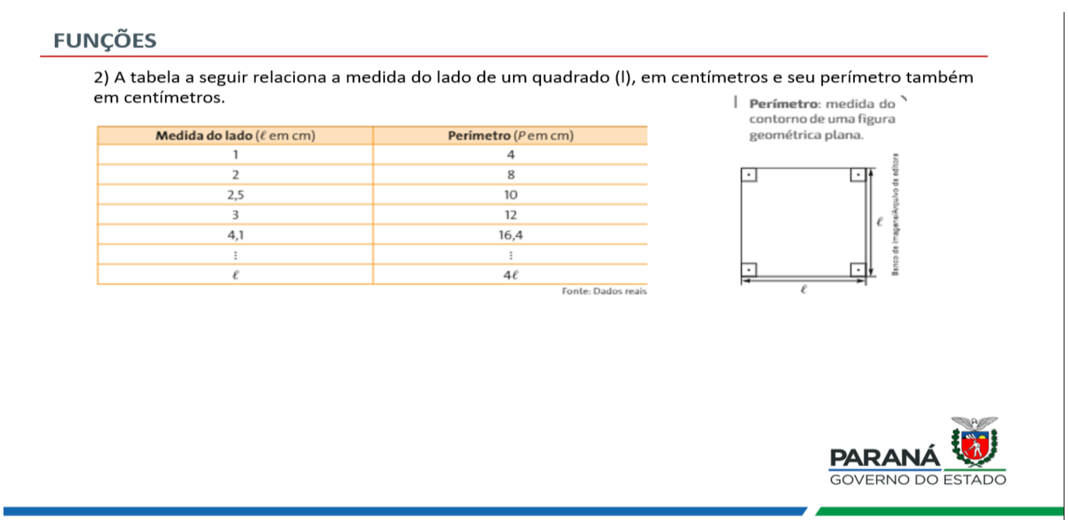
A professora revela utilizar dos múltiplos registros de representação de uma função *(KoT – registros de representação)*, uso de diagrama de flechas, correspondência entre conjuntos numéricos, uso de tabelas (representação tabular), uso de lei de formação (representação algébrica ou analítica). O estudo dos registros de representação de uma função permite o "desenvolvimento da criatividade dos alunos na busca de estratégias de solução, além de possibilitar um ambiente de discussão, reflexão e interação entre os mesmos, trabalhar a comunicação, o raciocínio e o registro" (MENEGHETTI; REDLING, 2012, p. 223).

DISCUSSÃO DO MOMENTO 5 DA VIDEOAULA "FUNÇÕES"

No que se refere ao momento 5 da videoaula "Funções", a professora apresenta a resolução de uma atividade, no qual o tema central abordado, nesta atividade, é a utilização da relação entre o lado e o perímetro de um quadrado, para representar uma função.

A professora, então, inicia este momento fazendo a leitura da atividade apresentada na Figura 11.

Figura 11: Atividade que relaciona a medida do lado de um quadrado e seu perímetro



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 11, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula, onde após sua leitura e explicação a professora estabelece uma relação entre a medida do lado de um quadrado e seu perímetro.

Assim, a professora, expõe:

Professora: *A tabela a seguir relaciona a medida do lado de um quadrado medida l em cm e seu perímetro também em cm. Para os alunos que não lembram de geometria tá o que que era perímetro de uma figura geométrica plana? Então vamos tentar em um pouquinho, quando a gente está estudando geometria que é uma outra parte da matemática a gente trabalha muito com as figuras planas, Tá certo?* ***Quem são as figuras planas quadrado, triângulo, hexágono e daí para cada uma dessas figuras a gente tinha o que a gente tinha algumas maneiras de calcular área, calcular o perímetro. E o que que era o perímetro? Perímetro de uma figura plana, nesse caso do quadrado, vai ser sempre a soma dos lados, tá?! Então quantos lados o quadrado tem? Quatro lados. Então qual vai ser o perímetro do quadrado? Vai ser quatro vezes o lado, tá certo?! Ou lado mais lado mais lado mais lado*** *(KoT - procedimentos - como se faz e KSM - conexões de simplificação)***.** *Então, vamos ver como é que a gente coloca aqui.* ***A tabela a seguir então, lá, relaciona o que a medida do lado do quadrado com seu perímetro tá, então quando eu tiver um quadrado que tem 1 cm de lado a gente sabe que o quadrado tem 4 lados, então qual vai ser o perímetro? Um mais um mais um mais um, que vai dar um total dele 4*** *(KoT - registros de representação). Quando estiver ao lado do quadrado 2 cm a gente sabe que o perímetro vai ser 8, quando eu tiver um lado do quadrado 2,5 a gente sabe que o perímetro, então vai ser dois e meio mais dois e meio mais dois e meio mais dois e meio que vai dar 10 e assim sucessivamente.* ***Então, a gente pode montar uma relação direta do que, que o lado do quadrado vai ser igual ao perímetro e vai ter 4 vezes o lado, tá certo? Porque? Porque a gente sabe a fórmula do perímetro e isso não deixa de ser uma função matemática*** *(KoT - procedimentos - como se faz; definições, propriedades e seus fundamentos; aplicação e fenomenologia e KSM - conexões de simplificação)***. Aqui nós temos o quadrado então, o que perímetro mesmo é a medida do contorno da figura é um lado, lado, lado, lado, tá certo?! Para toda figura geométrica? Para toda figura geométrica, depende o número de lados que essa figura tem, tá certo? No caso do quadrado vai ser quatro, então o perímetro, vamos tentar montar isso uma forma de função, o perímetro P vai ser igual a 4 vezes a medida do lado certo então eu posso escrever que p = 4.l é esta é a lei de formação da função, tá certo?!*** *(KSM - conexões de simplificação e PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática) Então daí o que que vai acontecer agora? Eu posso montar uma linguagem de função, então?!*

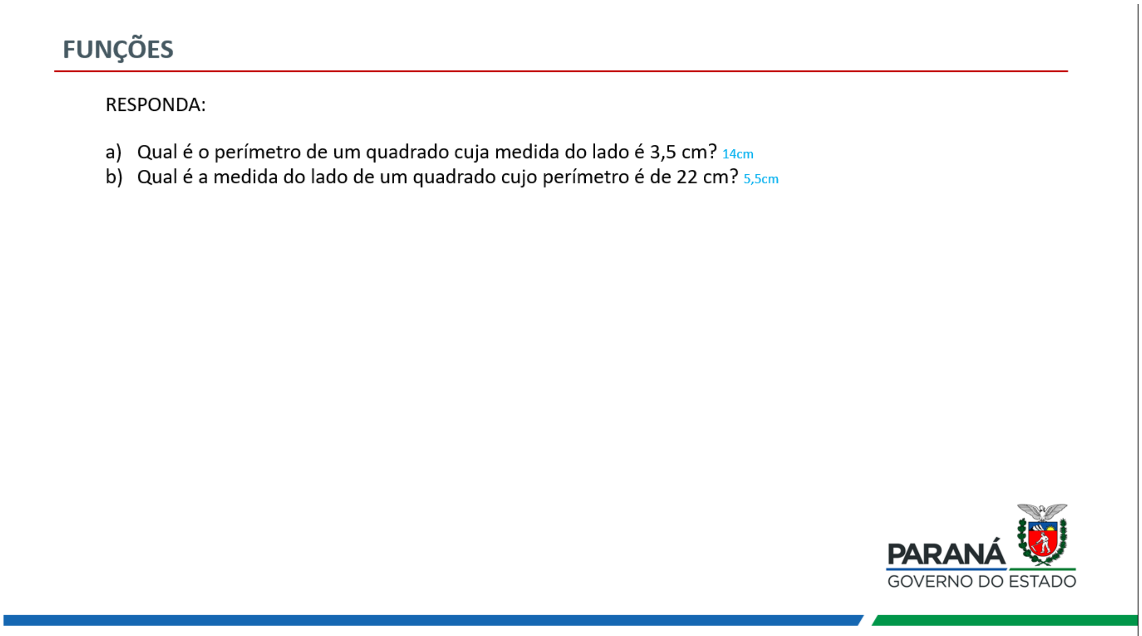
Função do lado vai ser igual quatro vezes o lado então quem vai ser o meu valor que pode variar aqui? A medida do lado, tá certo. Conforme eu estou variando a medida do lado eu vou variar também a medida do perímetro, tá certo. Então quem que seria a minha variável independente a medida do lado e a variável dependente o perímetro, certo *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática).*

A professora, novamente, inicia a discussão por meio de uma problema de cunho prático *(KoT - aplicações e fenomenologia)* a partir disso a professora apresenta alguns casos particulares de proporção com grandezas diretamente proporcionais *(KoT - registros de representação, representação numérica)*. Na sequência a professora compara e identifica a operação realizada observando o padrão existente entre esses resultados e a partir dessa identificação ela explicita algebricamente esse padrão, portanto mostrando que é possível escrever uma generalização matemática para todas as possíveis respostas para o problema.

Neste momento, a professora revela, novamente, utilizar os múltiplos registros de representação de uma função *(KoT – registros de representação).* Além disso, outro indício de conhecimento revelado pela professora são conexões entre o conteúdo de função e outros conteúdos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, assim como, a compreensão sobre o uso de símbolos, para representar variáveis dependentes e variáveis independentes (*PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*.

No seguimento da aula a professora apresenta os itens a) e b) da atividade em questão apresentada na Figura 12.

Figura 12:Continuação da atividade da Figura 11.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

E na sequência, a professora, expõe a explicação dos itens a) e b) respectivamente.

Professora: *Vamos lá, qual é o perímetro de um quadrado cuja a medida do lado é 3,5 cm?* ***Bom a gente já viu que para fazer a relação do lado com o perímetro, a gente tem a nossa formulazinha lá, tá certo? Como que era a formulazinha, então?! Vamos ver aqui a letra a) a gente sabe que o lado é uma função [o perímetro está em função do lado], certo?! E que a função vai ser definida por quem?! Função do lado para ser igual a 4 vezes l, tá*** (*KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), que a professora colocou aqui. Eu vou colocar aqui no quadro também para quem não tiver enxergando melhor. Aonde que a gente definiu isso professora? A gente definiu isso naquele nosso primeiro exemplo com tabela, tá?! E agora a gente tá vendo isso aqui para desenvolver esse raciocínio. No caso do quadrado, sempre que a gente tiver o perímetro independente do lado a gente pode usar essa função. Ele quer saber qual a medida do lado? Então qual o valor do meu l aqui?! Então, eu vou colocar aqui o meu l vai ser igual a 3,5 cm, tá.* ***Então onde estiver l na minha função e vou substituir pelo valor de 3,5 cm, então como que vai ficar o nosso exercício aqui agora?! Função 3,5 vai ser igual quatro vezes 3,5 isso aqui vai me dar um total de 14 cm. Então qual o perímetro de um quadrado que tem 3,5 cm de lado? Eu sei que o perímetro vai ser igual a 14 cm*** *(KoT - procedimentos - como se faz).*

Professora: *Na letra b) agora é o contrário você tem um valor total do perímetro e ele quer saber qual a medida do lado desse quadrado, tá?! Então, de novo a gente vai usar a mesma função. Qual que é a função professora? A função do lado vai ser igual 4 vezes l, só que agora a gente tem o valor total do perímetro então o que que aconteceu aqui ó?! A gente tem esse valor total, tá certo?! Então o que que a gente vai descobrir aqui agora?! Eu preciso descobrir o valor do l, então o que que a gente vai fazer?! Eu vou colocar aqui do lado para vocês verem que a gente tá usando a mesma formulazinha, então a função do lado vai ser igual 4 vezes l, eu não sei qual é o valor de L ainda então que que eu vou fazer aqui?!* ***Que quatro vezes l ele vai ser igual a quem agora 22, esse 22 é o que?! É o meu perímetro total tá, então agora eu preciso descobrir quem é o valor do L que que a gente vai fazer aqui isolando l vai ficar igual a quem 22 / 4 então l vai ser igual, eu também não tenho aqui na apresentação, então ele vai ser igual a 5,5 cm*** *(KoT - procedimentos - como se faz). Então qual lado do quadrado? O lado do quadrado que tem perímetro 22 vai ser igual a 5,5cm, certo?!*

Sendo assim, a professora aborda novamente um exemplo que geralmente pode ser utilizado para discutir o conceito de função e por meio de alguns casos particulares de proporção, com grandezas diretamente proporcionais, faz um generalização de uma regra que pode representar uma função para o exemplo proposto. Na sequência, são resolvido dois itens utilizando a generalização realizada.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 6 DA VIDEOAULA “FUNÇÕES”

No que se refere ao momento 6 da videoaula “Funções”, a professora apresenta a resolução de uma atividade, no qual o tema central abordado, nesta atividade, é a utilização da relação de velocidade e deslocamento, para representar uma função.

A professora, então, inicia este momento fazendo a leitura da atividade representada na Figura 13.

Figura 13: Atividade que relaciona velocidade e deslocamento

FUNÇÕES

3)

Matemática | CONTEXTO E APLICAÇÕES | Volume 1 | 1º Bimestre

Tempo (t em h)	**Distância** (d em km)
0,5	45
1	90
1,5	135
2	180
t	$90t$

Fonte: Dados Fictícios

distância = 90 · tempo

$d = 90t$ → representação analítica da função

t → variável independente

d → variável dependente

$\boxed{f(t) = 90.t}$

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 13, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula, no qual após sua leitura e explicação a professora estabelece uma relação entre a velocidade e o deslocamento percorrido por um carro.

Assim, a professora, destaca:

Professora: *Um outro exemplo, no número três. Uma figura bonita, né?! Uma viagem de carro em uma estrada bem bonitinha, sem buracos, faixinhas pintadas, bem quase que não é realidade de muitas regiões. Mas pensando um pouquinho,* ***tô vendo esse automóvel e teoricamente uma foto que esse automóvel está em deslocamento, tá?! Então só olhando pela figura já deve ter a ver com função de velocidade e tempo, né?! Ou velocidade e deslocamento tá , olha lá, tempo e distância, né?!*** *(KoT - aplicações e fenomenologia)* ***Então foi medido em diferentes pontos, certo?! Em um determinado tempo de viagem ele conseguiu percorrer uma determinada distância, então a gente tá vendo, sempre para função a gente vai montar uma tabelinha, a gente vai tentar definir qual a regra geral da função, né?! São pontos que a gente vai fazendo*** *(KoT - procedimentos - como se faz e registros de representações). Esses dados são fictícios tá mais vamos imaginar,* ***o tempo ele vai ser determinado em horas e a distância vai ser determinada em quilômetros. Então eu tô fazendo minha viagem e em meia hora eu consegui***

andar 45 km, olha que bacana quando deu uma hora de viagem eu já tinha conseguido andar 90 Km, quando deu uma hora e meia de viagem eu já tinha conseguindo andar 135 km, e assim sucessivamente. Então que a gente percebe aqui que a gente consegue montar uma relação, essa relação direta é o que vai dar a nossa, nosso princípio da função *(KoT - procedimentos - como se faz; definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representações).* ***Então aqui eu vou ter tempo e aqui vou ter a distância mas como que ele chegou nessa situação aqui? É isso que a gente vai tentar ver. Vamos lá, então, eu tenho aqui que a distância ela vai ser igual a 90 vezes o tempo. Porque 90 professora? Pega esse valor 1 aqui ó, correto?! Quando ele conseguiu andar uma hora ele andou 90 Km, tá?! Então o tempo, né, a gente tá pegando o valor de referência 1 porque fica mais fácil na hora de cálculo, tá?! Então daí aqui o que que vai acontecer?! Eu tenho que a distância vai ser igual 90 vezes o tempo, está certo?! Só substituir os valores agora na minha equação né?! Quem que a variável dependente? É a distância, e quem é a variável independente? É o meu tempo, tá certo?! Essa é a representação analítica da função. E se eu fosse montar a função, a função então poderia ser descrita com o quê?! A minha distância né ela vai depender de quem? Do meu tempo, tá certo?! Então, função do tempo a gente vai ter uma determinada distância e como que a gente calcula essa distância, 90 vezes o tempo, certo? E daí assim, a partir do momento que a gente monta essa relação da função a gente consegue saber qualquer valor para frente, tá?! Eu podia perguntar para vocês aqui e daqui 15 horas de viagem quantos quilômetros ele vai ter percorrido? O que que ia acontecer o meu t iria valer 15 então no lugar do t formula a gente iria colocar 15 então ia ficar 90 vezes 15, depois façam uma conta para descobrir*** *(KoT - procedimentos - como se faz; PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática e KPM - processos associados à resolução de problemas como forma de ensinar matemática)***.**

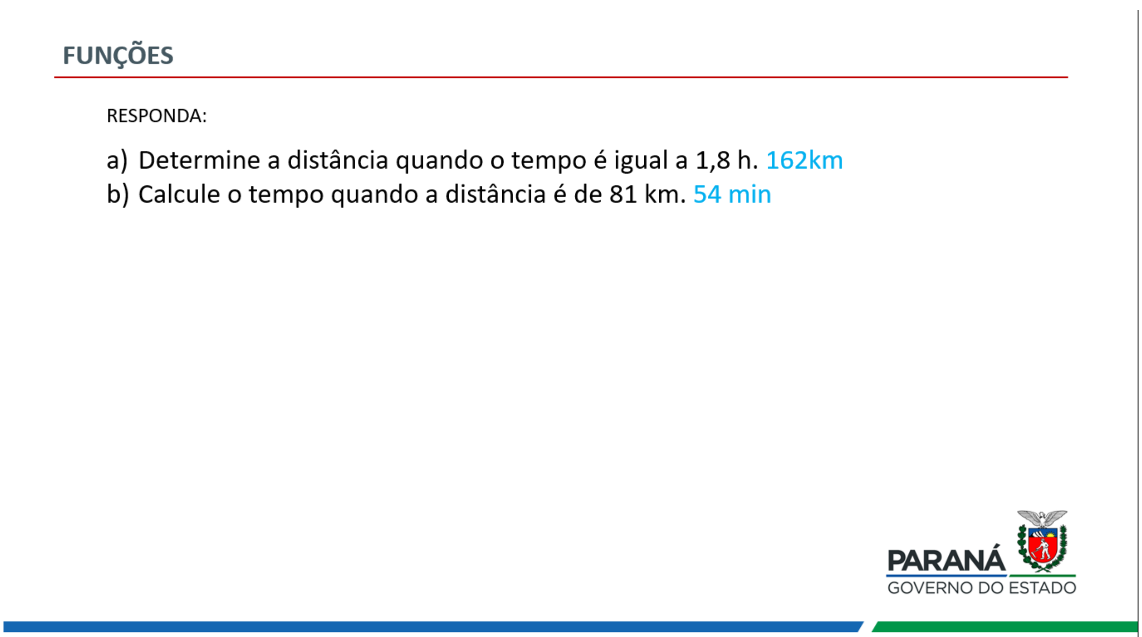
O exemplo dado pela professora, neste momento da aula, tende a fazer parte do contexto do aluno, não necessariamente o exemplo da viagem de carro, mas a relação tempo e velocidade, ou velocidade e deslocamento, *(KoT - aplicações e fenomenologia)* permitindo potencializar o processo de ensino e aprendizagem de função trazendo o conteúdo abordado mais próximo a realidade dos estudantes.

A professora utiliza alguns casos particulares de proporção com grandezas diretamente proporcionais, representados em uma tabela *(KoT - registros de representação, representação* *numérica)*. Na sequência compara e identifica um padrão existente entre esses resultados e a partir dessa identificação ela explicita algebricamente esse padrão, portanto mostrando que é possível escrever uma generalização matemática para todas as possíveis respostas para o problema *(KoT - registros de representação, representação analítica).* A partir da expressão algébrica gerada a professora faz discussão sobre variáveis dependentes e independentes. Por fim, apresenta a regra que representa a função do problema em questão.

A partir da discussão e a relação estabelecida pela professora inicialmente, é apresentado dois itens, conforme podemos ver na Figura 14, representados por letra a) e b), nos quais são discutidos, respectivamente, na sequência.

Professora: *Vamos lá, vamos tentar responder, mais esses dois exemplos, pegando a situação do problema do carro, tá?!*

Figura 14: Continuação da atividade da Figura 13



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Então responda ali na letra a) determine a distância quando o tempo é igual a 1,8 horas, certo?! Fica uma medida estranha 1,8 horas né. Dependendo, gente quando a gente começa a ter questões de matemática principalmente no vestibular e questão de ENEM Às vezes a gente não vai ver essa hora com vírgula, o que que a gente vai começar a ver? ***A gente vai ver, vai ter que***

começar a fazer a transformação para minuto, então temos que lembrar de relações, de regrinha de 3, como é que a gente transforma unidade nesse caso ele não está pedindo mas se fosse uma questão com alternativa às vezes eu tenho que prestar atenção se a minha alternativa não está em minutos, tá certo *(KSM - conexões de simplificação). Então vamos começar a ficar ligado porque a gente vai começar a buscar vários conceitos de matemática que você já aprenderam no passado tá, mas nesse caso ainda não. Na letra a) que que ele quer mesmo? Quando o tempo for igual a 1,8 horas certo então que que a gente vai fazer aqui na letra a)* ***eu tenho a minha fórmula, regra geral da função que a gente sabe o que?! Que a distância depende de quem?! Da variação do tempo, então o que que a gente vai colocar ali?! Agora eu tenho que o meu tempo na letra a) 1,8 certo?! Então nós vamos colocar direto aqui ó no lugar do t a gente colocou 1,8. O 90 que já é o fixo vezes 1,8 então isso vai ser igual a 162km. Então o que quer dizer isso?! Que quando passar uma 1,8 horas a gente conseguiu andar 162 km*** *(KoT - procedimentos - como se faz).*

Professora: *Na letra b) calcule o tempo quando a distância é 81 km. Agora a gente sabe a distância total que ele percorreu e o que que ele quer saber?! O tempo, qual a relação direta que a gente vai usar? A mesma relação que a gente fez, tá certo?! Que envolve o tempo, envolve a distância, então que que vai acontecer aqui agora?* ***A gente vai fazer a nossa equaçãozinha e como é que vai ficar vai ficar ali?! ó que 90 vezes t vai ser igual a 81 km, porque agora a gente já sabe o total, a gente quer descobrir aqui o tempo. Isolando o tempo que a variável quero descobrir vai ficar o quê 81 que é o total dividido sobre 90 para quem tem dúvidas vezes lembrar de isolar as equaçõeszinhas de primeiro grau né?! Quem tá junto com a variável aqui multiplicando passa para o outro lado dividindo, então não esquecer, que às vezes tem alguns alunos que ainda confundem, mas vamos pegar na prática que até o final do ano a gente tá craque. Então meu tempo para percorrer 81 km é 0,9 horas*** *(KoT - procedimentos - como se faz).*

Ao resolver as atividades propostas a professora evidencia conhecer os procedimentos de como, a partir de uma situação do nosso cotidiano, podemos utilizar o conceito de função para solucionar o mesmo *(KoT - procedimentos - como se faz).* Assim como, a compreensão sobre o uso de símbolos, para representar variáveis dependentes e variáveis independentes (*PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*.

4.2 AULA 2: Funções

A referida videoaula, também intitulada “Funções” é continuação da aula 1, e é destinada à resolução de exercícios. A videoaula “Função” pode ser descrita a partir dos seguintes momentos de ensino:

MOMENTO 1: Resolução de atividade utilizando função e geometria (relação entre o lado e a área de um quadrado).

MOMENTO 2: Resolução de atividade explorando a lei de formação/fórmula da função que descreve determinada situação.

MOMENTO 3: Resolução de atividade explorando o conceito de função aplicado a situações do dia a dia (atividade do cabeleireiro).

DISCUSSÃO DO MOMENTO 1 DA VIDEOAULA “FUNÇÕES”

A segunda aula intitulada “Funções”, segundo a professora, é destinada a resolução de alguns exercícios sobre o tema Funções.

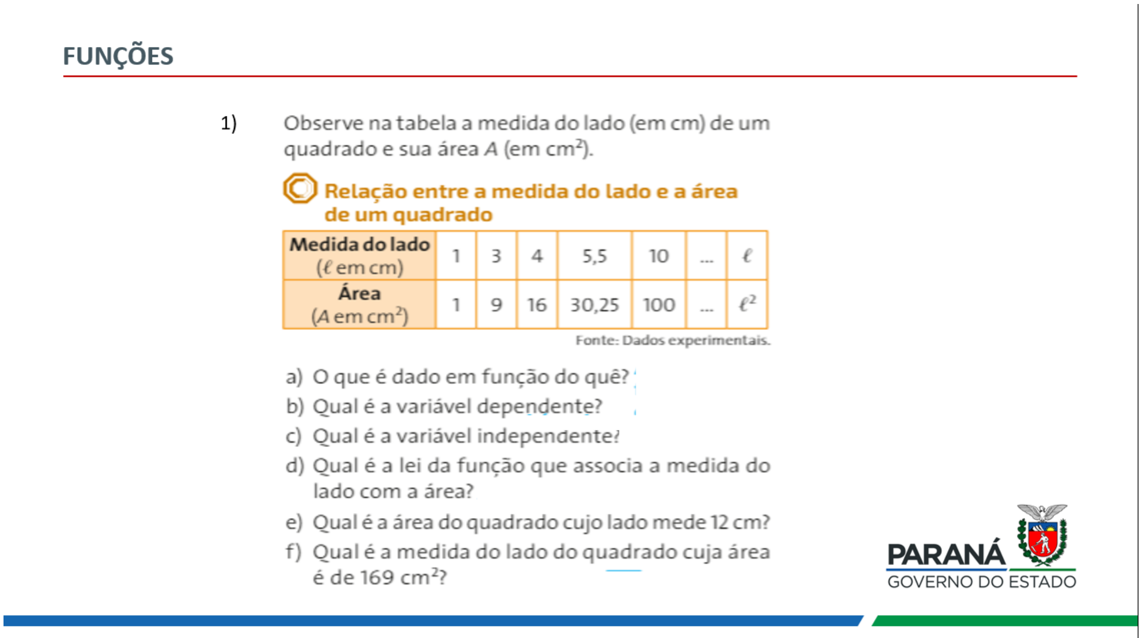
Ainda, de acordo com ela:

Professora: *Essa primeira parte então, é para gente ir aprender* ***o que que é uma função, o que que é o termo dependente, o que que é o termo independente, quando eu pegar uma tabelinha com valores de duas variáveis, saber como montar a relação da função, tá?! Quem que tá dependendo do valor de quem*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação)****?!***

Nesta aula, a professora revela a importância em trabalhar com problemas que os estudantes possam desenvolver o conhecimento sobre os sentidos e significados das variáveis na abordagem do tema de função, estabelecendo uma relação da definição de variável no estudo do conteúdo de função *(KoT – definições, propriedades e seus fundamentos)* com a conexão do tópico de variável com o de função *(KSM – conexões auxiliares)*.

Assim, a professora inicia a aula com a atividade 1, como podemos ver na Figura 15.

Figura 15: Atividade que relaciona a medida do lado de um quadrado e sua área



FUNÇÕES

1) Observe na tabela a medida do lado (em cm) de um quadrado e sua área *A* (em cm²).

Relação entre a medida do lado e a área de um quadrado

Medida do lado (ℓ em cm)	1	3	4	5,5	10	...	ℓ
Área (A em cm²)	1	9	16	30,25	100	...	ℓ^2

Fonte: Dados experimentais.

a) O que é dado em função do quê?
b) Qual é a variável dependente?
c) Qual é a variável independente?
d) Qual é a lei da função que associa a medida do lado com a área?
e) Qual é a área do quadrado cujo lado mede 12 cm?
f) Qual é a medida do lado do quadrado cuja área é de 169 cm²?

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 15, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula. Onde a professora, inicia:

Professora: *No número 1) que a gente tem aqui?! Observe na tabela a medida do lado em centímetro então, aqui para quem tem dificuldade, você tem que uma tabela, a tabela é formada por linhas que estão na horizontal e por coluna na vertical, tá certo?! E o que que ele tem aqui que* ***a medida do lado, ela é dado em centímetros tá, e ela tem uma relação direta com a área do quadrado que tá aqui embaixo, que é dada em centímetros quadrados. A gente viu naquele primeiro exercício o que que era perímetro né?! O perímetro é a soma dos lados e o quê que é a área de um quadrado? A área de um quadrado vai ser, um lado vezes o lado, por isso a medida aparece aqui em centímetros quadrados*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)* ***tá ok?!*** *Bom, continuando então, a gente precisa responder primeiro. Vamos tentar* ***analisar essa tabela o que a gente tá vendo aqui? Que quando eu tiver um quadrado que tem 1 cm de lado eu vou pegar a área desse quadrado igual a 1 centímetro quadrado. Quando eu tiver um quadrado que tenha 3 cm de lado, o que que vai acontecer com essa área? Ela tá aumentando e vai ser 3 ao quadrado, 3 ao quadrado vai ser igual a 9. E quando eu tiver um quadrado de 4cm de lado o que que aconteceu com a minha área aqui? A minha área ficou igual a 16 . Então só por analisar a tabela, vocês já estão ouvindo a professora falar que a***

gente fez o quê?! Com o valor da medida do lado, levou o quadrado todos os valores aqui, a gente está colocando o valor ao quadrado dele como medida de área tá certo *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos)****?!***

A professora, novamente, inicia a aula por meio de uma problema de cunho prático *(KoT - aplicações e fenomenologia)* a partir disso a professora apresenta, por meio de uma tabela, alguns casos particulares de proporção com grandezas diretamente proporcionais *(KoT - registros de representação, representação numérica)*. Na sequência a professora relembra como se calcula a área de um quadrado, aplicando para alguns exemplos.

No que se refere, a resolução do item a), a professora, continua:

Professora: *Então agora vamos tentar responder ali a letra a)* ***e olhando a tabela o que que é dado em função do que? Olha a pergunta pode parecer meio estranho mas tento analisar o que que ele tá querendo dizer aqui? O quê que é dado em função do que? Eu tenho um dado e para dar outro dado eu dependo do que, tá?! É nesse sentido que a gente tem que pensar. Então a letra a) o quê que vai ser aqui gente?! A resposta o que que é dado em função de que?! O que que tá variando em função de algum determinado o valor?! Quem estava variando? É a área, tá certo. Então o que que é dado em função do que? A área é dado em função do lado, tá certo? Conforme eu vou aumentando o valor do lado eu vou aumentando o valor da área,*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KSM – conexões auxiliares)* ***tá certo?!*** *Então na letra a)* ***a área é dado em função do lado, tá certo?! A área, área a gente representa sempre por uma letra maiúsculo é da dada e em função do lado, que a gente representa por minúsculo, tá. Então é isso que eu quero que vocês entendam conforme eu for colocando aqui se, eu colocar por exemplo, 15 centímetros de lado eu vou ter 15 ao quadrado para determinar o valor da minha área tá*** *(KoT - registros de representação e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática). Bom respondemos a letra a).*

Quanto a resolução dos itens b) e c), a professora, explica:

Professora: *Agora na letra b) qual é a variável dependente? E na letra c) qual é a variável independente? Então quase que a letra b) letra c) a gente já responde junto né. Letra b) e a letra c) então,* ***o que que é o mesmo variável dependente?! É aquela que muda conforme o mudo outro valor. Então qual é a que tá dependendo mais aqui?! É a medida do lado ou é a medida***

da área? É a medida da área, tá certo?! Então qual que é a minha variável dependente? A área. E qual é a minha variável independente? Só pode ser o lado*, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) tá ok?!*

No que se refere, a resolução do item d), a professora, argumenta:

Professora: *Na letra d), qual é a lei da função que associa a medida do lado com a área? Lei da função, se eu tivesse que montar uma regrinha de função como que eu deveria montar aqui? Vamos lá, na letra d) é. Qual é a lei da função que associa a medida do lado com a medida da área?* ***É o que a professora acabou de falar que a gente consegue estabelecer o que?! Que pra definir a área a gente fez o quê?! Lado ao quadrado, tá então essa é a lei de formação da minha função, certo?! Quando eu colocar aqui, por exemplo 15, 15 ao quadrado, se o quadrado tem lado 15 eu vou colocar dentro dessa regrinha 15 ao quadrado vai ser igual a uma nova área, para a gente montar a nossa tabelinha tá certo?! Então o que que aconteceu ali?! Vamos testar todos os valores. Quanto da 1 ao quadrado? 1. Quanto da 2 ao quadrado 4. Quanto que dá 3 ao quadrado em 9. Então é aquilo ali que a gente está fazendo! 4 ao quadrado 16, 5 ao quadrado 25, tá. Então é essa é a lei de formação do que? Da nossa tabelinha, a nossa função,*** *(KoT - procedimentos - como se faz e características de resultado)* ***tá bom?!***

Em relação ao momento da resolução dos itens a), b), c) e d), a professora estabelece uma relação da definição de variável no estudo do conteúdo de função *(KoT – definições, propriedades e seus fundamentos),* além da conexão de conteúdos do Anos Finais do Ensino Fundamental com o conceito de função (*KSM – conexões auxiliares)*, assim como, a compreensão sobre o uso de símbolos, para representar variáveis dependentes e variáveis independentes (*PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*. A professora revela também conhecimento associado ao processo de como determinar a lei de formação ou a regra de determinada função *(KoT - procedimentos - como se faz)*.

Para a resolução dos itens e) e f) a professora, explana:

Professora: *Na letra e) que a gente tem ali?! Qual é a área do quadrado cujo lado mede 12 centímetros? Então vamos tentar montar a letra e) aqui. Eu sei que* ***o lado do meu quadrado agora é igual a que 12 centímetros e ele quer descobri a área. Qual que é a lei de formação da***

função aqui? A área vai ser igual ao lado ao quadrado então agora eu vou usar essa formulazinha para responder a letra e) tá e o que que a gente vai colocar aqui? Que a área vai ser igual a 12 ao quadrado, colocando aqui do lado, vai ficar aqui: área vai ser igual quanto? A 12 ao quadrado, gente para quem não lembra o que que é potência aqui, seria 12 vezes 12 tá?! Então 12 vezes 12 que vai dar 144 centímetros, se eu tô trabalhando com a área, centímetros ao quadrado *(KoT - procedimentos - como se faz) tá, não esquece das unidades corretas certo.*

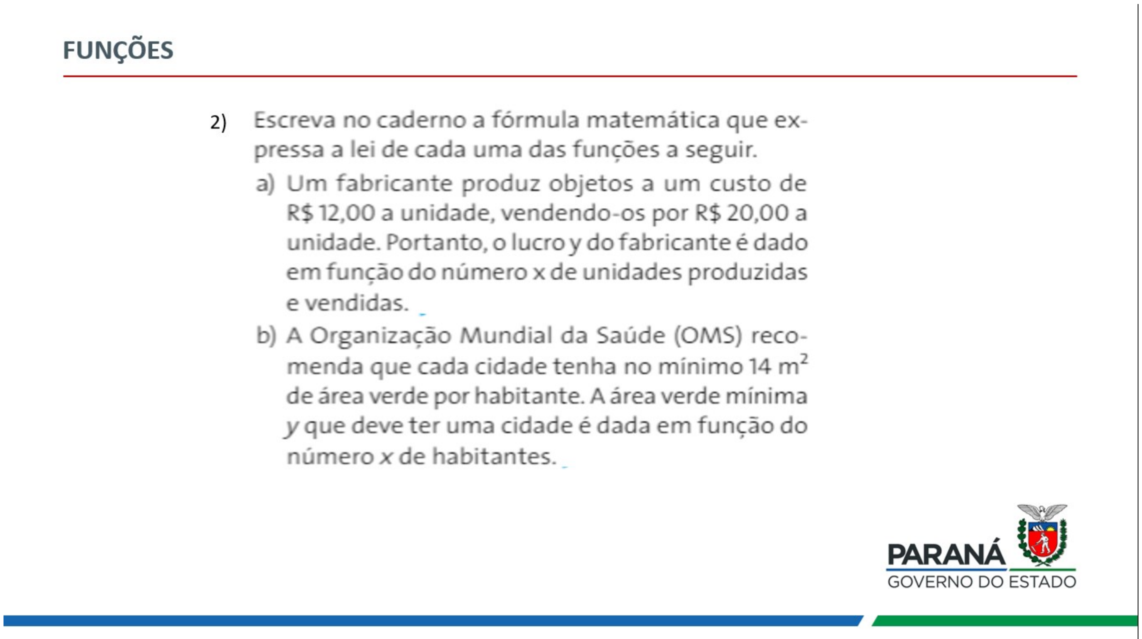
Professora: *Letra f) na letra f que que a gente vai ter?! Qual é a medida do lado do quadrado cuja área é 169 centímetros quadrados? Então agora voltando para minha a mesma relação da função tá certo. Quem eu tenho agora aqui?* ***Eu tenho que a área vai ser igual 169 centímetros ao quadrado e ele quer descobrir quem?! Qual o valor do lado tá. Então a gente vai voltar na nossa mesma situação aqui da letra d) então a gente vai colocar, vou substituir os valores e quem eu já tenho?! Então vai ficar, igual área 169, igual ao lado ao quadrado, eu só vou inverter ordem deixar a variável na frente, então lado ao quadrado vai ser igual 169. E agora que que a gente faz aqui? Quando eu tenho uma variável e ela tá elevada ao quadrado então como que a gente vai fazer aqui? Vou ter que tirar esse quadrado e como que ele passa para o outro lado? Em forma de raiz tá, para quem não lembra, então lado vai ficar igual a raiz quadrada de 169 e para tirar a raiz quadrada a gente sabe que o número multiplicado por ele mesmo que de 169 só pode ser o número 13*** *(KoT - procedimentos - como se faz)* ***, então o lado mede 13 centímetros, tá certo.***

Neste momento, a professora mostra novamente, a compreensão sobre o uso de símbolos, para representar variáveis dependentes e variáveis independentes (*PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)* e a utilização do conceito de função para solucionar problemas *(KoT - procedimento - como se faz).*

DISCUSSÃO DO MOMENTO 2 DA VIDEOAULA "FUNÇÕES"

No seguimento da videoaula "Funções", a professora apresenta a atividade 2, como podemos ver na Figura 16, no qual a mesma tem como objetivo estabelecer uma função em duas situações diferentes.

Figura 16: Atividade que tem objetivo estabelecer uma função em duas situações diferentes.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 16, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula. Onde a professora, inicia:

Professora: *Número 2, escreva no caderno a fórmula matemática que expressa a lei de cada uma das funções a seguir. Na letra a) então o que que ele tá pedindo aqui né?! Eu tenho sentido que muitos alunos têm dificuldade às vezes, não em fazer operação matemática, a dificuldade maior dos nossos alunos hoje em matemática, está justamente no tentar interpretar o que o problema tá pedindo, tá perguntando tá?! Então sempre, como dica falo assim, tenta grifar, tenta entender, tenta interpretar direitinho o que que está sendo perguntado no problema né?! Se a gente fizer uma leitura bem caprichada da questão, a gente consegue entender melhor. Lembra que a professora falou agora pouco, tenta fazer um esboço, tenta montar um exemplo, tenta desenhar que assim, você vai conseguindo fazer uma leitura melhor do que o problema tá pedindo. O quê que é dado do seu problema, o que que é a pergunta do teu problema, porque muitas vezes o aluno não consegue definir direito aí ele fica sem saber direito o que ele precisa fazer tá.*

No que se refere, a resolução do item a), a professora, expõe:

Professora: ***Então eu vou ter que entender quem é o valor dependente e quem é o valor independente e como que é eu monto a relação dessa função*** *(KoT - procedimentos - como se faz; definições, propriedades e seus fundamentos e KPM - uso dos símbolos e da linguagem* *formal da Matemática), tá?! Então vamos ver a letra a) é, um fabricante produz objetos a um custo de 12 reais a unidade, vamos pensar que ele está produzindo o que, é um objeto né eu ia falar álcool em gel mas não dá que agora tá superfaturado, então vamos ver um objeto, pensa em um copo bem bonito né?! E de repente para fabricar esse objeto ele tem um custo, o que que é o custo? São todos os valores que estão embutidos para você produzir aquele objeto de 12 reais a unidade. Ele vende esse produto por 20 reais a unidade certo. Então pensa bem,* ***lá na indústria para ele produzir o copo custa 12 reais, mais é um copo bonito custa 12 reais, quando chega na loja, eu vou comprar esse copo, e esse copo tá custando o valor de 20 reais a unidade, portanto que que ele quer saber agora?! O lucro y do fabricante. Então já vamos escrever se segura, o lucro y do fabricante é dado em função do número x de unidades produzidas e vendidas. Olha que legal, ele acabou de falar que a gente precisa montar o que? A lei da nossa função e até agora aonde que a gente consegue ver certinho?! Aonde que a lei da função tá escrita?! Presta atenção aqui depois o ponto, portanto o lucro que vai ser representado por y do fabricante é dado em função do número x de unidades produzidas e vendidas*** *(KoT - aplicações e fenomenologia)* ***tá?!*** *Então como que a gente vai montar isso matematicamente professora? Nesta questão, tem uma questãozinha que a gente precisa entender antes. Aqui o que que ele tá querendo descobrir o lucro certo?! Então o meu lucro y vai ser igual a quem?!* ***O lucro, quanto é que ele ganha, certo?! É dado em função do número de unidades produzidas e vendidas só que quanto custa a minha unidade produzida r$12 quanto custa a minha unidade vendida 20 reais então quanto ele tem de lucro, certo? É isso que eu tenho que pensar nessa questão, qual que é a diferença entre o preço da fábrica com preço da loja? Então a primeira coisinha que a gente vai fazer essa questão é questão letra a) aqui o que que a gente deveria fazer aqui? Fazer uma diferença 20 que é o preço de venda menos 12 que é o preço da indústria certo, 20 - 12 vai me dar o lucro. Então, qual é o lucro, 20 - 12 é igual a r$8. Esse 8 reais aqui é o lucro que ele tem um cada peça, tá certo. E o que que ele te diz aqui? Que o lucro final do fabricante é dado em função de x unidades produzidas e vendidas ta?! Então claro, o lucro final dele vai depender do que vai depender da quantidade de peças que ele conseguiu produzir na loja e da quantidade de peças que ele vai conseguir vender tá. Mas o lucro né em cada peça é de quanto r$8 tá certo, então como que a gente pode montar isso ele quer saber o lucro final então o lucro final que é y vai ser igual o que ao lucro por peça o que é oito vezes a quantidade que ele produzir e que ele vender,*** *(KoT - procedimentos -*

como se faz e características de resultado e definições, propriedades e seus fundamentos) tá certo?! Então essa aqui seria minha equação geral, ta? Simplesinho né, não é difícil.

A professora, novamente, inicia este momento por meio de uma problema de cunho prático *(KoT - aplicações e fenomenologia)* no qual a professora realiza a leitura e interpretação do mesmo e a partir de uma situação problema descreve a lei de formação da função para tal situação. Além do uso de símbolos, para representar variáveis dependentes e variáveis independentes (*PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)* e a utilização do conceito de função para solucionar problemas *(KoT - procedimento - como se faz).*

Já na resolução do item b), a professora, explana:

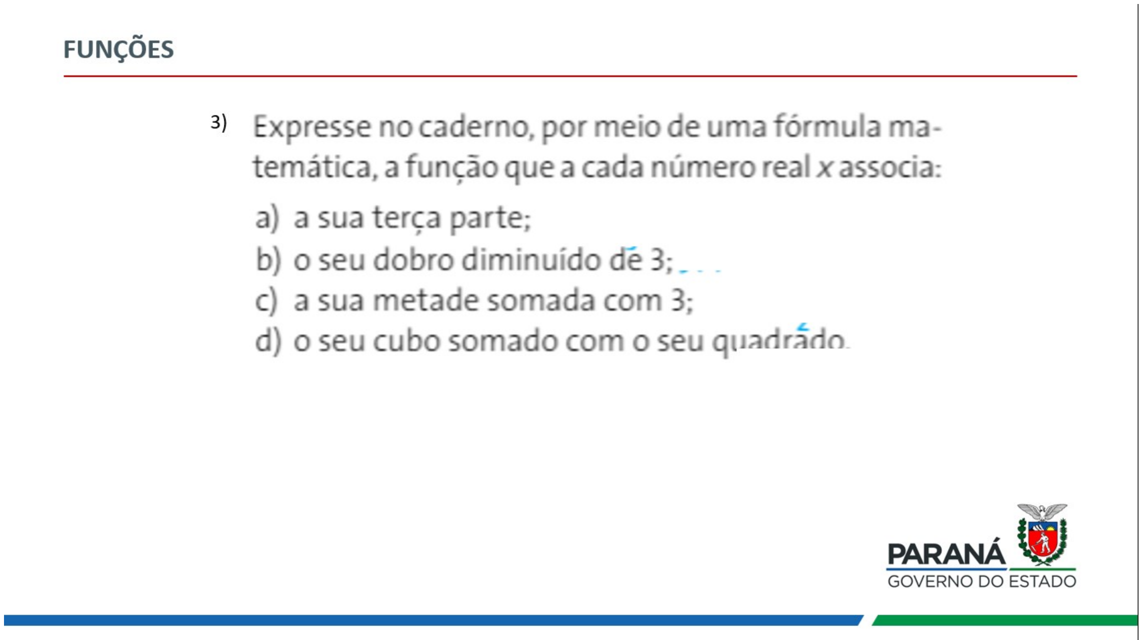
Professora: *Na letra b) olha lá, um exemplo que a gente está começando falar sobre a organização mundial de saúde. Lembra que eu coloquei lá nos primeiros slides que* ***as funções podem ser usadas para matemática, física, química, geografia e biologia, então aqui a gente tem um primeiro exemplo usado dentro da biologia tá?!*** *(KoT - aplicações e fenomenologia) Na letra b) então, e um pouquinho mais para frente a gente vai começar a ver mais exemplos dentro de cada área, tá certo?! Que eu acho bem importante para o aluno conseguir entender por que que eu vou aprendendo isso, aonde que eu vou usar isso. Então cada vez mais a gente tenta trazer exemplos que vocês podem de verdade entender aplicabilidade dessa questão dentro da matemática certo, mas hoje era o início né então. Na letra b) a organização mundial de saúde mais conhecida como OMS recomenda que cada cidade tenha no mínimo 14 metros quadrados de área verde por habitante, certo?! A área verde mínima y que deve ter uma cidade é dado em função do número x de habitantes. Então pensa bem, vamos lá tudo de novo, então organização mundial de saúde, é organização que atualmente a gente tá vendo bastante na televisão, tá, com as recomendações do corona e com a recomendação de protocolos. Sempre eles estão falando foram eles que decretaram a pandemia mundial por quê?! Porque é uma organização que tem médicos de todos os lugares do planeta e que se juntam para fazer estudos em diferentes áreas, certo?! É eles que determinam, é a questão de virose, aí eles que determinam qual é o problema de saúde regional, qual é um problema que tá acontecendo na índia, porque às vezes tem doenças que só acontece em uma determinada região é chamada epidemia e tem doenças que está extrapolam uma região ai é uma pandemia. Mas a organização mundial de saúde ela também faz outras coisas, como o exemplo que a gente tá vendo aqui hoje, para uma pessoa ter* *qualidade de vida, tá, ela deveria ter o que?! No mínimo uma cidade deveria ter 14 metros quadrados de área verde por cada habitante certo será que isso acontece? Diz que Curitiba chega muito próximos deste índice, apesar de ter bairros que não tem área verde, mas por isso que?! Curitiba fez o quê?! Parques, áreas de preservação permanente ,né, porque?! Para tentar manter esse índice aqui, porque segundo a organização mundial da saúde, quando a gente tem esse índice aqui, de 14 metros quadrados de área verde por habitante a gente consegue ter uma qualidade de ar melhor, a gente consegue ter uma qualidade de saúde melhor, tá. Tem países que não tem nem perto disso, tem países que têm mais do que isso, né?! Mas essa é uma recomendação mundial, a gente deveria conseguir e ter todas as cidades com no mínimo 14 metros quadrados de área verde por habitante certo?! A gente sabe da importância das plantas para fauna, para flora, né, então para a biodiversidade como todo, tá certo?! Então vamos tentar entender agora o resto da pergunta, área verde mínima a gente vai apresentar por y, que deve ter uma cidade, é dado em função do número de habitantes. Então, por exemplo,* ***se eu quiser saber qual a área mínima de Curitiba o que que eu deveria fazer? Pegar o número total de habitantes de Curitiba e multiplicar por 14 certo?! Porque dai a gente ia saber se a gente consegue de verdade ter essa área total dentro dos parques de Curitiba tá certo?!*** *(KoT - procedimentos - como se faz) Então como que a gente monta isso matematicamente?! por quê qual que é a minha pergunta? É escrever no caderno a fórmula matemática que expressa essa lei da função, tá. Então como que a gente vai escrever essa lei da função?! Vamos pegar os nossos dados aqui então de novo, no nosso quadro. Então na letra b)* ***a OMS né determine a 14 metros quadrados de área verde. Área verde não é gramado, tá, seria de verdade a árvore, que você tem uma diversidade maior de plantas tá certo?! Então é só gramado, e ela vai ser representado por y, então o que a gente tem aqui? Que o y vai ser dado em função de x, tá, e o x então é o que não vai variar, tá certo?! Então, como que a gente vai escrever essa relação? Qual é o número constante aqui que tem que ter? 14, 14 vezes x, então essa é a lei da função que determina a quantidade de área verde que a OMS recomenda*** *(KoT - procedimentos - como se faz e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), certo. O que a gente pegou aqui?! O 14 que era o valor fixo, tá, e o x é o que vai variar e dependendo de quanto foram x a gente vai ter a nossa área total por cidade. Aí o exemplo que a professora falou para vocês, eu não me recordo agora de Curitiba, tá certo?!* ***mas você poderia fazer isso por bairro, por região e daí dá para extrapolar isso e esses dados estariam aonde em geografia, em***

biologia, então tudo isso tá pode ser usado tá para gerar relatórios para gerar até um plano de gestão da política pública, tá *(KoT - procedimentos - quando pode ser feito e aplicações e fenomenologia).*

Em relação ao item b) a professora, apresenta outro problema de cunho prático *(KoT - aplicações e fenomenologia)*, onde novamente, realiza a leitura e interpretação do mesmo e a partir de uma situação problema descreve a lei de formação da função para tal situação. A professora revela, novamente, o conhecimento do uso de símbolos, para representar variáveis dependentes e variáveis independentes (*PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)* e a utilização do conceito de função para solucionar problemas *(KoT - procedimento - como se faz),* além de citar outras situações que poderiam ser aplicadas aquele mesmo raciocínio utilizado *(KoT - procedimentos - quando pode ser feito e aplicações e fenomenologia).*

Ainda no momento 2 da videoaula “Funções”, a professora apresenta outra atividade, chamada como 3, onde a mesma, também tem como objetivo estabelecer uma função em situações diferentes.

Figura 17: Atividade que tem objetivo estabelecer uma função em quatro situações diferentes



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 17, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula. No qual, a professora, inicia dizendo:

Professora: *Vamos ver mais um exemplo, costumo falar outra coisa também sempre que a gente tá fazendo, sempre que a gente tá estudando matemática a melhor forma da gente tentar aprender matemática é o que?! Treinando, tá, a professora pode ficar falando, falando, falando, explicando, explicando e explicando, mas muito vai do aluno tentar pegar um problema, tentar entender, para ele tentar responder, né, é a diferença. A gente precisa treinar mecanicamente a interpretação do problema, como montar esse problema, o que que o problema está perguntando, se não a gente não consegue chegar num resultado final, tá?! Então vamos tentar ver o nosso probleminha número 3 enquanto vocês vão fazer numa leitura rápida eu vou apagar no quadro, já faço a leitura com vocês. Vamos ver o nosso número 3) então expressa no caderno por meio de uma fórmula matemática, de novo professora?! De novo, que é para gente tentar entender bem o que que a formação de uma função? Quem são os elementos que formam uma função? Para que daqui para frente, quando a gente começar a pegar problemas de função a gente consiga entender o que que tá dentro desse problema da função, tá, por isso que a professora tá sendo bem repetitiva nos exercícios.* ***A gente precisa saber quem que é o x? Quem que é o y? Como é que monta a função? Qual vai ser a fórmula da minha função? Se eu***

consigo entender isso, eu consigo resolver vários problemas de função, tá certo?! Porque, se eu já sei qual é a operação que eu preciso fazer, eu monto a lei da função, a regra da função e depois é só substituir pelos números *(KoT - procedimento - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) tá ok?! Então vamos pro número 3. Expresse no caderno, por meio de uma fórmula matemática, precisa calcular, não né?! É só para montar a função. A função de cada número real que se associa na letra a) a sua terça parte, aí professora não entendi tá? Calma, vamos por partes primeiro a gente tá fazendo a leitura tá?! Na letra b) o seu dobro é diminuído de três, na letra c) a sua metade somado com três e na letra d) o seu cubo somado com seu quadrado, tá. Então vamos lá, expresse no seu caderno, cadê meu caderno tá aqui, certo eu vou deixar um tempinho para vocês tentarem fazer e daí a gente já responde junto. Então vamos lá a letra a) nós vamos fazer a leitura de novo, gente não é, às vezes na primeira leitura que a gente, consegue entender o problema, às vezes a gente tem que ler e reler até a gente, treinar de verdade, entender o que que eu problema tá perguntando e como que a gente vai resolver esse problema tá?! Então, a pressa na leitura, em matemática é um problema bem sério, certo?! Aluno que come vírgula, aluno, olha a importância do português matemática, todas as disciplinas estão interligadas. Se eu sei fazer uma boa leitura do problema eu consigo fazer uma boa solução, se eu não consigo nem ler direito o meu problema, jamais eu vou conseguir entender o que está sendo perguntado e daí a matemática se torna muito difícil. Eu costumo brincar com alguns alunos assim ó, você acha matemática difícil é porque você não entendeu a questão e se você não entendeu a questão, não é matemática, tá?! Então a gente precisa às vezes tá relacionando as áreas por isso, que eu falo da importância da leitura, o aluno que lê bem, ele consegue entender o português e transformar esse português em código matemático, tá?!* ***Então vamos lá, para nossa questão. Expresse no caderno, por meio de uma fórmula matemática, vou ter que escrever a fórmula, sobre qual tema que a gente está trabalhando?! Função, então vai ser f(x) ou y igual alguém tá?! A função de cada número real que se associa ao que está escrito em cada alternativa, certo?! Então o que que vai acontecer?! Eu vou escrever uma função com um determinado número e sua terça parte, tá?! Então como que a gente escreve isso, vamos lá?! Escrever uma função então f(x) e vai ser igual a um número e a sua terça parte. Quem que é esse número?! Não sei, um número. E o que que é a terça parte? A primeira parte é um número todo, a metade, é esse número dividido por 2 e a terça parte, esse número dividido por 3*** *(KoT - procedimentos - como se faz e KPM -*

uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), tá certo?! É só isso? Só isso, é isso que tá escrito. Vamos lá, letra b) eu sei que eu tenho que escrever uma função certo?! De um número qualquer que eu não sei qual, só que eu sei, que o que acontece?! ***É o dobro, duas vezes x mais, opa não é mais, é diminuído de três, menos três, então. Essa é a função que está sendo pedido na letra b) um número, uma função de um número real qualquer é associado o seu dobro diminuído de três. Então o número qualquer eu, vou até colocar aqui em cima, o número qualquer que ele tá falando aqui a gente vai representar por x tá certo?! Então o número qualquer e a sua terça parte, um número qualquer e o seu dobro menos três, essa questão que a gente está fazendo*** *(KoT - procedimentos - como se faz e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática) tá?!*

No que se refere a resolução dos itens c) e d), a professora, explica:

Professora: *Na letra c) a sua metade somado com três, de novo na letra c) como é que eu represento metade? 1 sobre 2 tá?! Então a sua metade, ela vai ter função de um número qualquer, a sua metade somado com 3 aqui, tá? Agora fica simples, né, mas a gente tá lendo português e transformando para matemática, tá certo?! E na letra d) a nossa última alternativa ficou o que?* ***Um número qualquer, e o seu cubo somado com seu quadrado. Eu sei quem é o número qualquer?! Não, então eu vou representar ele por x. Então o que que vai acontecer aqui? Função de um número qualquer vai ser igual e ao seu cubo somado com seu quadrado e tá aí a nossa função*** *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), tá?! Então aqui a gente tem a primeira função, a segunda função, a terceira função e a quarta função, respondendo todas as alternativas. espero que vocês tenham acertado vou trazer de novo o quadro mas tá pertinho de vocês para aqueles que quiserem ver certinho a resolução, tá certo?*

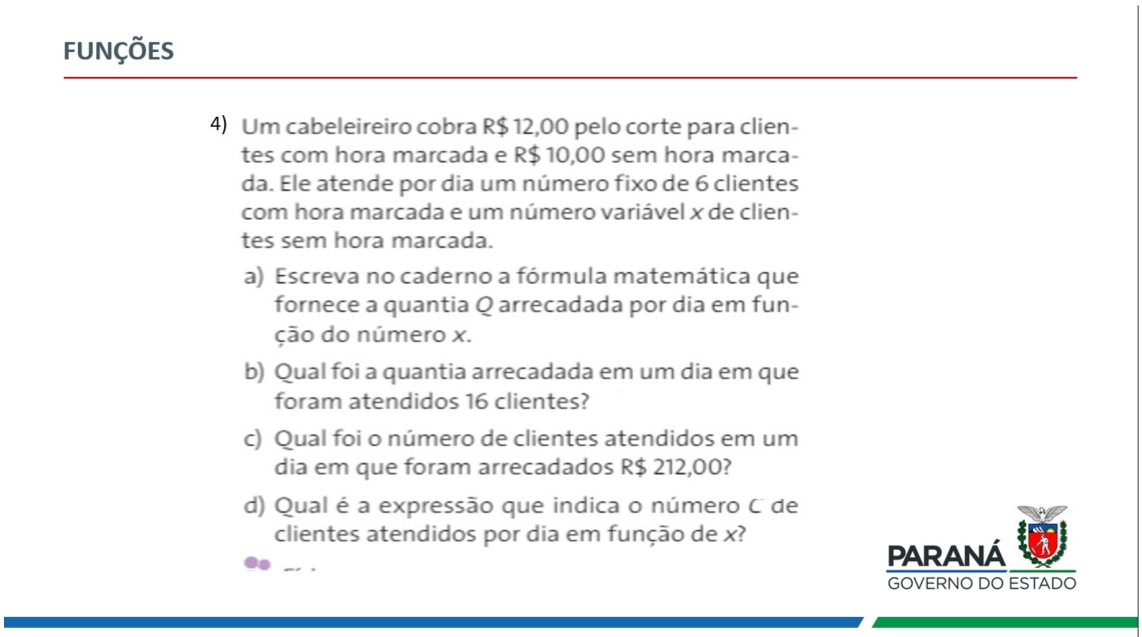
Em relação a atividade 3 a professora explora novamente os conceitos de variável dependente e independente e o procedimento de como se determinar a lei de formação de uma função para determinada situação, sendo assim, mostrando o conhecimento referente a utilização de símbolos, para representar variáveis dependentes e variáveis independentes (*PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)* e a utilização do conceito de função para solucionar problemas *(KoT - procedimento - como se faz)*.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 3 DA VIDEOAULA “FUNÇÕES”

No momento 3 da videoaula “Funções”, a professora apresenta a resolução de uma atividade, no qual a mesma tem como objetivo aplicar o conceito de funções a uma situação de nosso dia a dia.

A professora, então, inicia este momento fazendo a leitura da atividade apresentada na Figura 18.

Figura 18: Atividade do cabeleireiro



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide apresentado na Figura 18, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula.

Assim, a professora, destaca:

Professora: *Um cabeleireiro cobra R$12,00 reais pelo corte de cabelo para clientes com hora marcada. Opa então se eu ligar para o salão, tá certo, e marcar o horário, né, para estar exclusividade no atendimento o cabeleireiro vai me cobrar r$12,00. se eu chegar lá no salão e não tiver marcado hora, eu vou ter que ficar esperando às vezes, as vezes pode não ter dia e eu tenho que voltar no outro dia, aí ele cobra r$10,00, tá certo, sem hora marcada. Ele atende por dia um número fixo de 6 clientes com hora marcada, tá, vai dependendo do tempo que ele demora, vamos pensar, em que as vezes ele pode demorar 1 hora para cortar o cabelo, lavar e secar então, por isso ele atende só 6 clientes com hora marcada e um número variável de* *clientes que não vão ter a hora marcada tá?! E essa é a nossa situação, então de novo, um cabeleireiro cobra R$12 reais pelo corte para clientes com hora marcada e R$10 reais sem hora marcada. Ele atende por dia um número fixo de 6 clientes com hora marcada e um número variável de clientes sem hora marcada, né, a grande chave do nosso problema. Aí o que que ele quer saber letra a) escreva no caderno a fórmula matemática, que agora a gente já tá um pouquinho mais craque para escrever fórmulas matemáticas, que fornece a quantia que está representado pela letra Q, arrecadada por um dia em função do número x, tá certo?! Então basicamente que ele quer saber: qual que é a fórmula matemática que eu posso escrever, qual é a função matemática que eu posso escrever para determinar quanto ele ganha um dia independente do número de clientes que ele atenda tá, porque esse número pode variar. Mas o que que a gente sabe de verdade que, tá aqui em cima, que ele atende 6 clientes com hora marcada todos os dias. Tem um bom faturamento né?! Não é todos os salões que consegue esse número de clientes por dia, mas nesse caso aqui ele tá conseguindo tá isso já é certo. Na letra b) qual foi a quantia arrecadada em dias, em um dia, em que foram atendidos 16 clientes? Na letra c) qual foi o número de clientes atendidos em dia que foram arrecadados R$212 reais? E na letra d) qual é a expressão que indica o número C, tá, de clientes atendidos por dia em função de x? Então vamos lá, eu vou deixar um tempinho para vocês tentarem pensar como seria solução e a gente já volta corrigir. Vamos para a solução, o número 4 aqui letra a) primeira coisa que eu preciso prestar atenção então, voltamos anunciado quantas vezes precisar, tá, até a gente entender o que que tá sendo a chave no nosso problema.. Então no cabeleireiro ele cobra R$12 reais pelo corte para clientes com hora marcada, tá certo. Quantos clientes por hora marcada ele atende por dia, que tá escrito ali? Ele atende por dia o número fixo de 6 clientes, então primeira coisa que eu vou fazer aqui é descobrir quanto ele ganha por dia atendendo esses clientes tá. Então a letra a) aqui eu vou fazer 6 clientes que ele tem para o dia vezes 12 reais, nem vou colocar unidade agora nesse momento, 6 vezes 12 vai ficar R$72 reais, certo?! Então todo dia ele consegue ganhar R$72 reais porque esse é o número fixo. E ele atende o número de clientes variáveis né que ele cobra R$10 reais certo?! Então escreva no caderno a fórmula matemática que forneça a quantia arrecadada por um dia em função do número de clientes atendidos? Então, o que que ele quer saber? O quê que vai ser a minha forma, tá, então como que a gente vai escrever essa fórmula? Essa fórmula depende de quem?* ***A minha função, ela depende dos clientes atendidos fixos e depende dos clientes atendidos de forma variável, então***

como a gente vai escrever isso daqui, que a quantidade total arrecadado vai ser igual a 72, porquê 72 professora? Porque esse número aqui ele me disse que é um número fixo de clientes que ele atende todo dia, tá, então eu tenho 72 mais os R$10 reais que ele cobra vezes x, *(KoT - procedimentos - como se faz)* ***certo?!*** *Vamos tentar entender o que que a professora escreveu aqui agora tá. A quantidade que ele vai ganhar por dia depende de quem? Do número de clientes fixos, mas o número de clientes fixos a gente já calculou aqui vai ser sempre ser R$72 reais por quê? Porque ele tá falando isso no problema, tá, ele fala que ele atende todo dia 6 clientes que pagam r$12 então, se esse número é fixo eu já vou colocar o resultado qual que é?! O resultado 72, certo? Esse R$72,00 ele ganha todo dia mas o que que ele quer saber o número de clientes que podem ser atendidos que podem chegar ou não tá certo?! Então, assim se ele atender zero clientes ele vai ganhar 72 se ele atender ele atender um cliente ele vai ganhar 72 mais 10, tá. E se ele atender mais 30 clientes aqui? Então essa é a função tá certo você vai ter um valor fixo que não tá mudando e você vai ter um valor que é variado tá certo?! E você também tem esse valor aqui que vai ser o termo independente tá, que vai determinar a quem?! A quantia que ele vai receber então, isso é a forma geral da função dessa questão, tá. Quem que estava variando aqui? O número de clientes que chegam no salão sem hora marcada, certo?! Então essa resposta da letra a). E na letra b) qual foi a quantia arrecadada em um dia em que foram atendidos 16 clientes?*

No que se refere a resolução do item b), a professora, expõe:

Professora: *Então, a letra b) a gente vai usar a mesma forma da letra a) só que agora a gente sabe que o nosso x aqui vai ser igual a 16, não desculpa, desculpa, desculpa, não é o x, tá certo?! Foram, atendidos. Mas ele quer saber qual foi a quantia arrecadada em um dia que foram atendidos 16 clientes no total, tá certo?! Só que o que que a gente já sabe que desde 16 clientes aqui? Eu sei que 6 são fixos, sempre estão lá, tá, então quantos clientes sobram aqui? 10, esses clientes aqui foram os que chegaram sem hora marcada, tá. Então de novo, no raciocínio ele quer descobrir o que qual é a quantia arrecadada certo?! Num determinado dia em que foram atendidos 16 clientes, só que o que que eu preciso lembrar aqui? Que desses clientes, 6 são os meus clientes fixos, certo. Então a professora fez o quê que 16 - 6 que deu igual valor 10, então foram 10 clientes que ele atendeu que chegaram sem hora marcada, tá. Então agora fica fácil a gente colocar aqui na fórmula como que a gente vai escrever nossa forma, que* *a quantidade recebida vai ser igual a 72 que já é fixo dos 6 clientes, mais 10 vezes o quê que vai ser aqui agora x e quanto vale meu x agora? 10, por que que o meu x vale 10 mesmo, porque a diferença dos clientes atendidos - os clientes fixos tá então chegaram 10 clientes sem hora marcada, então, beleza?! Montamos a nossa função aqui ó e agora entra lá na matemática básica,* ***qual a operação que eu faço primeiro aqui eu tenho uma adição e tem uma multiplicação para aqueles alunos que não lembram qual é a primeira questão que a gente faz primeiro a gente resolve quem? Opa, a nossa querida multiplicação,*** *(KoT - procedimentos - como se faz)* ***tá certo?!****. Se não a nossa conta da errado, né, isso é uma regrinha lá do fundamental. Então voltando a nossa quantidade aqui vai ficar igual o que 72 mais dez vezes dez 100, então a quantidade total vai ficar aqui 172 o que reais que ele recebeu, certo.*

No que se refere a resolução dos itens c) e d), a professora, explica:

Professora: *Na letra c) qual foi o número de clientes atendidos em um dia em que foram arrecadados R$212 reais? Então o que que ele quer saber agora? Ele quer saber o número de clientes atendidos certo?! Então vamos voltar, a gente sabe que para a letra c) continua valendo aquela* ***nossa funçãozinha que a gente tinha montado lá na primeira questão que vai ter a quantidade arrecadada por dia vai ser igual a 72 que é um número fixo de clientes que estão 6 clientes que pagam R$12 reais mais 10 vezes x, certo?! Só que agora o que que ele tá falando o que? Ele sabe qual foi a quantia total que foi arrecadada, tá, naquele dia foi arrecadado uma quantia total de R$212 reais então, o que a gente vai fazer aqui? Vai ficar então 72 mais 10 vezes x é isso aqui vai ficar igual a R$212*** *(KoT - procedimentos - como se faz e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática). Então fazendo agora aqui a equação* ***72 + 10x vai ficar igual 212 reais que a gente vai precisar fazer aqui ó equação que eu tenho uma variável então a gente vai poder fazer o quê aqui vamos lá isolar o x então vai ficar 10 x igual 212, o 72 passa por outro lado subtraindo então 10x vai ficar igual a 140, isolando x, x vai ficar igual a 140 divididos por 10. x vai ficar igual a 14*** *(KoT - procedimentos - como se faz), professora então ele atendeu 14 clientes? Ele atendeu 14 clientes que pagaram r$10, tá, esse foi o valor variável, mas o que que eu não posso esquecer aqui que, sempre atende 6 clientes com hora marcada, tá, então a minha resposta final vai ser os 14 clientes que pagam r$10 mais 6 então a resposta final aqui vai ficar 20 clientes. certo ?!*

Professora: *Letra d) qual a expressão que indica o número C de clientes atendidos por dia, em* *função de x? Então o que a gente vai fazer aqui na letra c) ele tá pedindo uma nova função certo?! Só que agora o que que eu preciso fazer na minha função?* ***Eu vou determinar uma função que, antes era Q e agora vai ser esse ser C, clientes atendidos. E o quê que vai ser esses clientes atendidos? 6 que já é o fixo + x. Então essa é a função que ele tá pedindo*** *(KoT - procedimentos - como se faz e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática) na letra c), ah tá. Então vamos lá, na letra d) e o que que aconteceu aqui?! A gente montou então uma nova função, certo. Qual é essa função?! Número de clientes atendidos durante um dia? Como que a gente montou essa função? Vai ser 6 clientes que ele atende todo dia mais um número variado o que é x. Aqui a gente não tá fazendo essa função em relação ao preço, tá, a gente tá fazendo só com o número de clientes atendidos, certo?! Então por isso a gente montou uma nova função, tá, aqui seria para descobrir o total de clientes que ele atendeu e não o valor que ele arrecadou, beleza?!*

A professora, trabalha novamente com um problema de cunho prático *(KoT - aplicações e fenomenologia),* no qual inicia-se com a leitura e explicação do problema. Na sequência, realiza-se a resolução detalhada de cada item que compõe o problema explorando com conceitos de funções, variáveis *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)* e conteúdos dos Anos Finais do Ensino Fundamental para auxiliar na resolução do mesmo *(KSM - conexões auxiliares e de simplificação).*

De maneira geral, nesta aula, destacamos que a professora evidencia mobilizar conhecimento correspondente à definição de função, aos sentidos e aos significados dos termos e das variáveis *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)* juntamente com a utilização de outros conteúdos Anos Finais do Ensino Fundamental *(KSM - conexões de simplificação e auxiliares)*, além dos registros de representações de função *(KoT – registros de representação)*, uso de símbolos Matemáticos *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)* e as diferentes situações do nosso cotidiano que podemos aplicar o conceito de função *(KoT - aplicações e fenomenologia)*, conforme orienta Brasil (2017).

4.3 AULA 3: A noção de função por meio de conjuntos

A videoaula “A noção de função por meio de conjuntos” pode ser descrita a partir dos seguintes momentos de ensino:

MOMENTO 1: A professora inicia a aula comentando rapidamente o que são conjuntos numéricos e explicando o conceito de função por meio de conjuntos, tema desta aula, onde na sequência faz a resolução de quatro exemplos.

MOMENTO 2: Explicação do que são funções injetoras, sobrejetoras, bijetoras e ordinárias.

MOMENTO 3: Resolução de exercícios (verificar se determinadas relações são funções ou não).

MOMENTO 4: Resolução de um quiz sobre todo o conteúdo abordado na aula.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 1 DA VIDEOAULA "A NOÇÃO DE FUNÇÃO POR MEIO DE CONJUNTOS"

A terceira aula intitulada "A noção de função por meio de conjuntos", inicia-se com a professora relembrando rapidamente o que são conjuntos numéricos.

Assim, a professora inicia sua fala:

Professora: *Então vamos dar sequência, o que que é a noção de função por meio de conjunto? Aí vem a nossa primeira pergunta:* ***o que que são conjuntos? Então conjuntos a gente pode definir como uma quantidade de certos os elementos, tá certo?! Esses elementos variados né, aqui na matemática esses elementos, vai ser conjunto provavelmente de números, tá. Então é uma quantidade de elementos vistos como um todo, ta?! Eles podem ser separados, acho que você já deve ter lembrado que na primeira parte de matemática do primeiro trimestre você já fizeram um estudo sobre conjuntos numéricos, sobre conjuntos matemáticos. Então essa noção de conjuntos vem ser a mesma coisa né, para a gente relembrar o que é o conjunto matemático*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos).*

No que se refere a relação de função e conjuntos, a professora, explana:

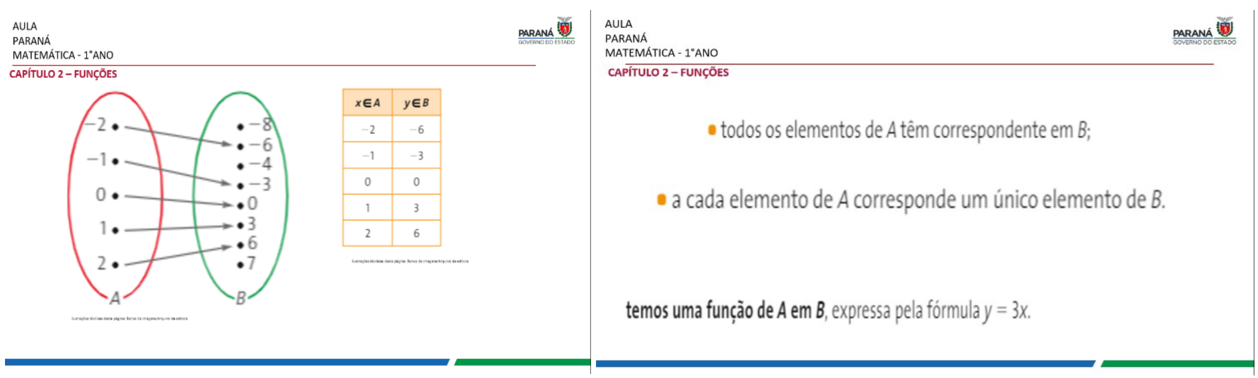
Professora: ***Em função, nós vamos representar esses elementos, tá certo, dependentes e independentes dentro dos conjuntos que a gente vai representar ta, beleza?! Geralmente aqui, na noção de conjuntos a gente vai fazer essa representação da função por meio do Diagrama de Vem, tá certo, e vai utilizar formas geométricas para montar esses conjuntos. Então, geralmente a gente vai usar formas geométricas quais formas professora? A gente pode usar quadrado, a gente pode usar circular, elipse, vocês podem escolher. Nos livros geralmente a***

gente enxerga mais a forma de elipse, tá certo?! E cada um dos conjuntos, ele tem que, sempre ser determinada por uma letra maiúscula *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação), tá.*

A professora ao dizer "*Geralmente aqui, na noção de conjuntos a gente vai fazer essa representação da função por meio do Diagrama de Vem, tá certo, e vai utilizar formas geométricas para montar esses conjuntos*" mostrar conhecer diferentes registros de representação do conceito de função, onde iremos discuti-las com mais detalhes no decorrer da discussão desta aula.

A partir da introdução, a professora apresenta um exemplo, no qual utiliza-se do mesmo para explorar a noção de função por meio de conjuntos, como podemos ver na Figura 19.

Figura 19: Introdução da noção de função por meio de conjuntos



o Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 19, apresenta o exemplo trabalhado neste momento da aula. Onde a professora, explica:

Professora: ***Então vamos dar uma olhada aqui como seria a representação de um conjunto dentro das funções*** *(KSM - conexões de simplificação).* ***Está aqui, essa é a nossa representação então, vocês estão vendo aqui no primeiro exemplo, vocês têm um conjunto determinado que é o conjunto A e vocês tem todos os elementos que formam esse conjunto. Então esse conjunto é formado pelos elementos -2, -1, 0 1 e 2, correto?! Aí nós temos um outro conjunto aqui, que nesse momento dá para ver existe uma certa relação, porque senão, não teria essas flechinhas aqui. Então no conjunto B, a gente tem aqui os elementos menos -8, -6, -4, - 3, 0, 3, 6, 7 e vocês conseguem por aqui existe uma certa relação. O número -2 do conjunto A ele tá fazendo***

uma relação direta com o número -6 do conjunto B. O número -1 do conjunto A está fazendo uma relação direta com o número -3 do conjunto B. Então essa é a representação do conjunto, e o que teria sendo indicado por essas flechinhas aqui? E o que seria essa relação que a professora está falando? Essa relação que a professora está falando vem ser a minha função, correto?! Então, assim a gente determina a relação que, da função através da demonstração dos conjuntos *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos; registros de representação e KSM - conexões de simplificação), beleza.*

No sequenciamento da aula, a professora, destaca:

Professora: *Dando sequência,* ***todo o conjunto, né, a gente vai poder fazer o que? Montar então uma tabelinha que vai relacionar os elementos pertencentes ao conjunto A e os elementos pertencentes ao conjunto B. Na primeira coluna a gente colocou todos os elementos que tem no conjunto A e na coluna do conjunto B, o que que a gente colocou?! Todos os elementos que fazem relação direta com o conjunto A e assim a gente consegue montar a nossa tabela de relação da nossa função*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação), beleza. Vamos dar sequência então, deu para entender aqui, que* ***para a gente ter uma função escrita em forma de diagrama o que que a gente precisa fazer? A gente sempre vai ter que?! A relação do primeiro conjunto A, né, em função do conjunto B. Importantíssimo a gente saber o seguinte: todos os elementos do conjunto A vão ter um correspondente direto no conjunto B. tá?! Então todos os elementos do conjunto A vão ter um componente direto no conjunto B. Sempre? Sempre, sempre a gente vai ter que fazer essa relação, se não a gente não tá demonstrando um conjunto, uma função. A cada elemento de A corresponde um único elemento de B, tá?! Essas são as condições para a gente ter uma função dentro da representação dos conjuntos*** *(KoT - procedimentos - quando se pode fazer e KPM - condição necessária e suficiente para definir).* ***Então a gente diz o que? Que a gente tem uma função de A em B e o caso do nosso primeiro exemplo ali, ela pode ser escrita pela fórmula y = 3x, tá certo? Porque y = 3x? Vamos voltar aqui no nosso conjunto, cada valor de x se eu multiplicar por 3 a gente vai ter o valor de y. Então, a gente pode escrever o seguinte: que essa função aqui ela vai ser dada por quem mesmo? Por y = 3x, tá certo?! Olha aqui, - 2 vezes 3 é – 6, -1 vezes 3 é -3, e assim a gente consegue montar nossa relação da função*** *(KoT - registros de representação e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática).*

A professora inicia a explicação da noção de função por meio de conjuntos apresentando um exemplo, na qual ela faz a representação de dois conjuntos chamados de A e B, respectivamente, utilizando o diagrama de Venn *(KoT - registros de representação)*. Na sequência, diz que há uma relação entre os elementos destes dois conjuntos, porém, ela não diz qual é essa relação e como conseguimos identificar tal relação, além de observar que tem algumas "flechinhas". Posteriormente, a professora representa os elementos dos conjuntos A e B, que possuem tal relação em uma tabela *(KoT - registros de representação)*.

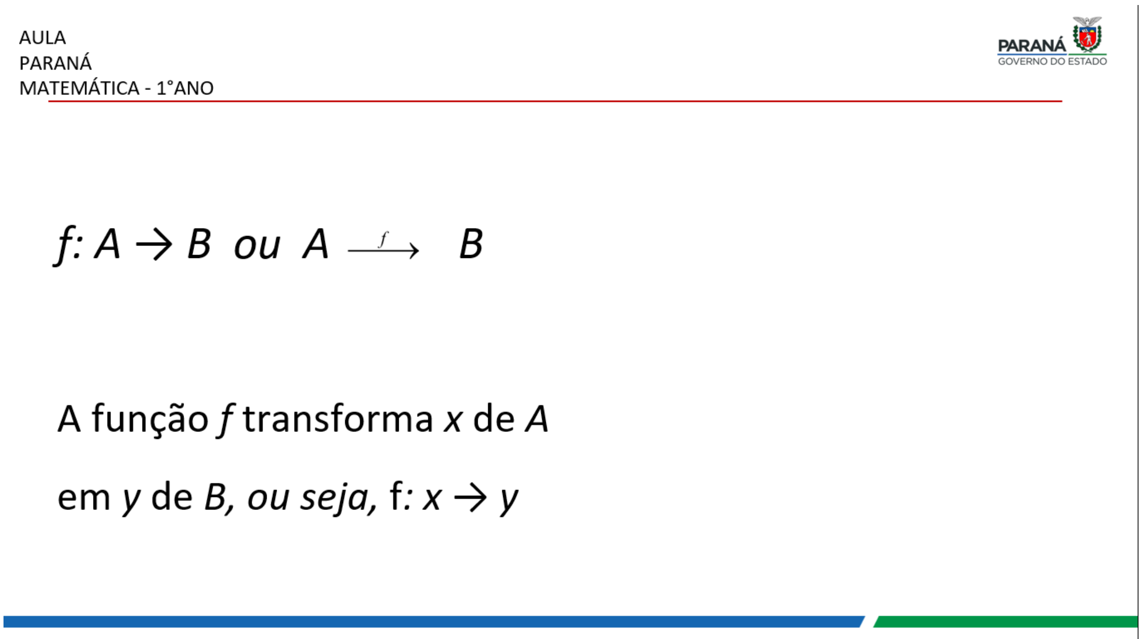
No seguimento da aula, a professora diz quais são as condições necessárias para ter uma função, assim, a professora mobiliza o conhecimento das condições necessárias e suficientes para que exista uma função, em que uma função existe se, e somente se, para cada elemento do conjunto do Domínio exista um único correspondente no conjunto do Contradomínio, no qual ela representa o conjunto A como o Domínio e o conjunto B como o Contradomínio, mesmo a professora não utilizando esses termos. *(KPM - condição necessária e suficiente para definir)*.

Finalizando sua explicação descrevendo a regra (algébrica) que representa a relação direta entre os conjuntos A e B, que ela tinha comentado anteriormente, verificando, que está correta para um elemento *(KoT - registros de representação e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*.

Na sequência, a professora, apresenta a definição:

Professora: *Por definição, dados dois conjuntos não vazios né, porque a gente não vai trabalhar com conjuntos não vazio, se a gente está querendo demonstrar a função os nossos conjuntos vão ser sempre não vazios, tá?!* ***Então dados dois conjuntos não-vazios A e B, uma função de A em B é uma regra que indica associar cada elemento de x, atenção aqui, cada elemento x pertence ao conjunto A a único elemento y pertencente a B. Então essa seria uma definição, né, dentro da questão dos conjuntos para as funções*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos; KPM - condição necessária e suficiente para definir e KSM - conexões de simplificação).* ***Aqui seria a notação, tá certo.***

Figura 20: Notação de função por meio de conjuntos



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

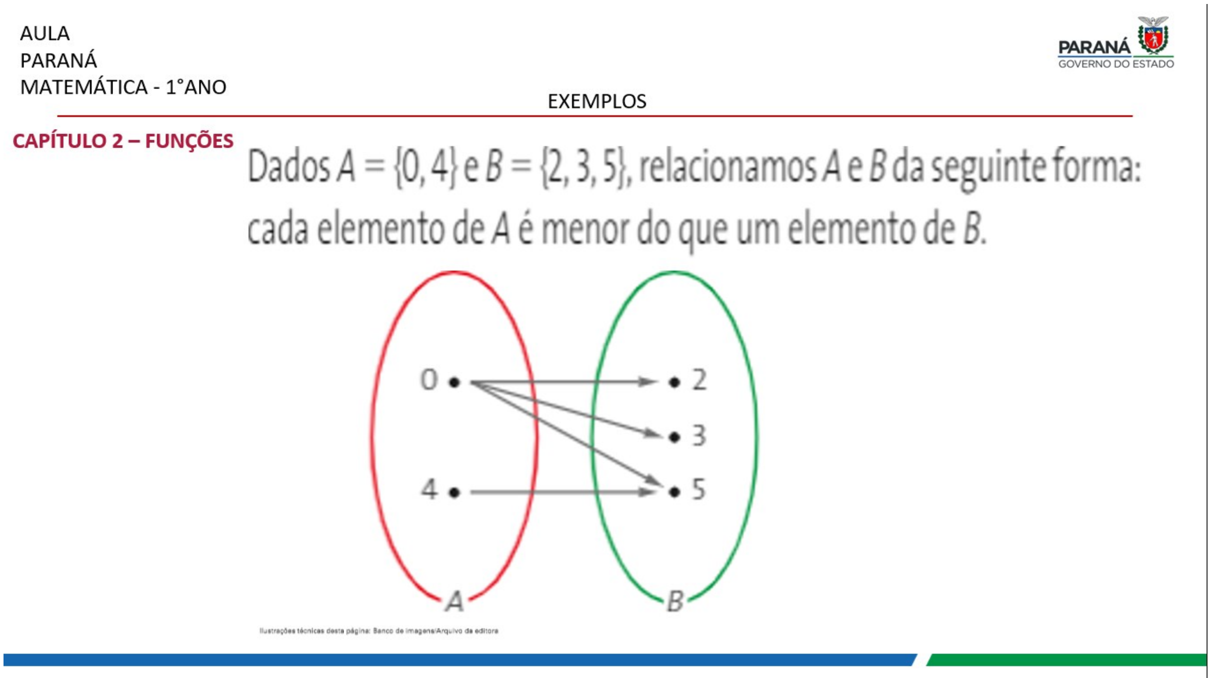
Então, o que que a gente escreveu aqui? Vamos só, dá uma olhadinha ali. O que está escrito aqui? A função A para B ou A função B, tá certo. A gente pode se encontrar esse tipo de escrita dentro de um exercício de matemática. A função f transforma todo o valor x de A em um valor y de B *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática e KoT - registros de representação), correto.*

Outro indício de conhecimento revelado pela professora se refere-se à sua compreensão sobre o uso de x, y, f(x), em que, no estudo da função, o x é o termo da variável independente que são os valores de um conjunto denominado de Domínio, todos os numéricos, enquanto o y ou f(x) é a variável dependente, valores do conjunto Imagem, números que resultam da função, *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática).*

A partir desta explicação inicial, a professora faz na sequência a resolução de quatro exemplos, nos quais iremos discutir agora. No que se refere ao primeiro exemplo, a professora, expõe:

Professora: *Então vamos lá,* ***dados o conjunto A, vamos ver como é que a gente faz tudo isso?! A professora já falou do diagrama, a professora já mostrou para vocês o conjunto A e o conjunto B, então ver como que a gente utiliza isso na prática, está certo?!***

Figura 21: Exemplo 1 da videoaula "Noção de função por meio de conjuntos"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

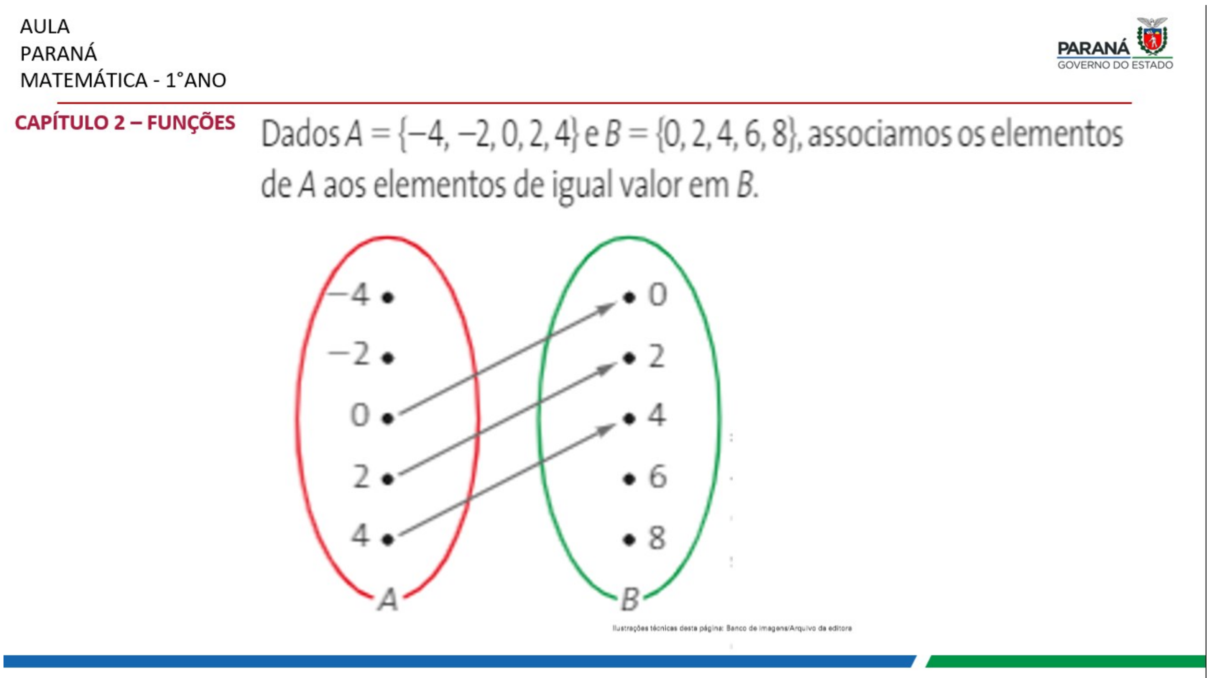
Então ali, eu tenho dado conjunto A, quem são os elementos do conjunto A? 0 e 4. E o conjunto B que é formado pelos elementos 2, 3 e 5. Relacionamos A e B da seguinte forma: cada elemento de A é menor do que o elemento B. Então vamos ver como é que a gente representa esse conjunto. A primeira coisa que a gente fez?! A gente montou o nosso conjunto A, quem são os elementos que formam o conjunto A? 0 e 4. Montamos o nosso conjunto B, quem são os elementos que formam conjunto B? 2, 3 e 5 *(KoT - registros de representação e definições, propriedades e seus fundamentos). E o que que ele estava me falando agora, a gente já sabe que todos os elementos do conjunto A tem que ter uma relação com o conjunto B, tá. Então é isso que a gente fez.* ***E como que a gente sabe, se é uma função ou se não é uma função? Porque no caso gente, o elemento 0 aqui ele tá tendo o quê?! Três valores diferentes, tá certo?! Então, esse não pode ser uma representação de uma função, porque a gente viu que todos os elementos têm que ter única relação no conjunto B, tá, então esse não é um exemplo de função*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KPM - condição necessária e suficiente para definir).*

Neste exemplo a professora explora a representação de conjuntos por meio do Diagrama de Venn e as condições necessárias e suficientes para se ter uma função *(KoT - definições,* *propriedades e seus fundamentos, registros de representação e KPM - condição necessária e suficiente para definir)*.

Já no que se refere ao exemplo 2, a professora, explica:

Professora: *Vamos ver o segundo exemplo então, mais dois conjuntos diferentes,*

Figura 22: Exemplo 2 da videoaula "Noção de função por meio de conjuntos"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

certo. Então ali vou ter o conjunto A que vai ser formado pelos elementos – 4, -2, 0, 2 e 4 e um conjunto B que vai ser formado pelos elementos 0, 2, 4, 6 e 8. A gente vai associar os elementos do conjunto A aos elementos de igual valor no conjunto B, correto?! Vamos ver se essa relação vai formar uma função? Bom, vamos lá, ***bom eu tenho aqui relação direta o 0 realmente eu tenho igual valor em B para entender cada elemento de A tem que ter um elemento mesmo valor em B. Então o 0 tem relação, o 2 em relação, o 4 tem relação e o que aconteceu aqui com -4 e com o -2? Não tem relação, e o que que a gente viu? Que para ter uma função todos os elementos do conjunto A tem que ter uma relação ao conjunto B. Então a gente está vendo que essa também não é um exemplo de função*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KPM - condição necessária e suficiente para definir)***.**

No exemplo 2 a professora também explora a representação de conjuntos por meio do Diagrama de Venn e as condições necessárias e suficientes para se ter uma função *(KoT -*

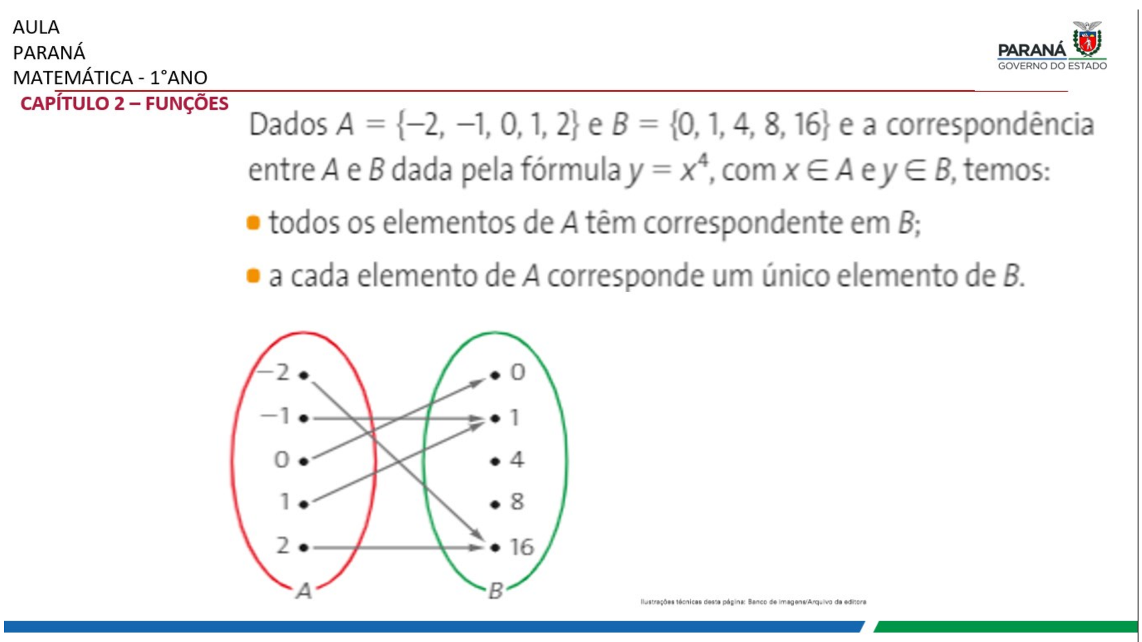
definições, propriedades e seus fundamentos, registros de representação e KPM - condição necessária e suficiente para definir).

Comparando os exemplos 1 e 2, percebe-se que a professora apresenta duas situações onde a relação apresentada entre dos conjuntos não formam uma função, pois não satisfazem as condições necessárias e suficientes para definir uma função explicada anteriormente.

Na sequência, com o exemplo 3, a professora, destaca:

Professora: *Neste exemplo a gente vai ver se realmente existe a correspondência, né, se todos os elementos de A têm uma correspondência no conjunto B.*

Figura 23: Exemplo 3 da videoaula "Noção de função por meio de conjuntos"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

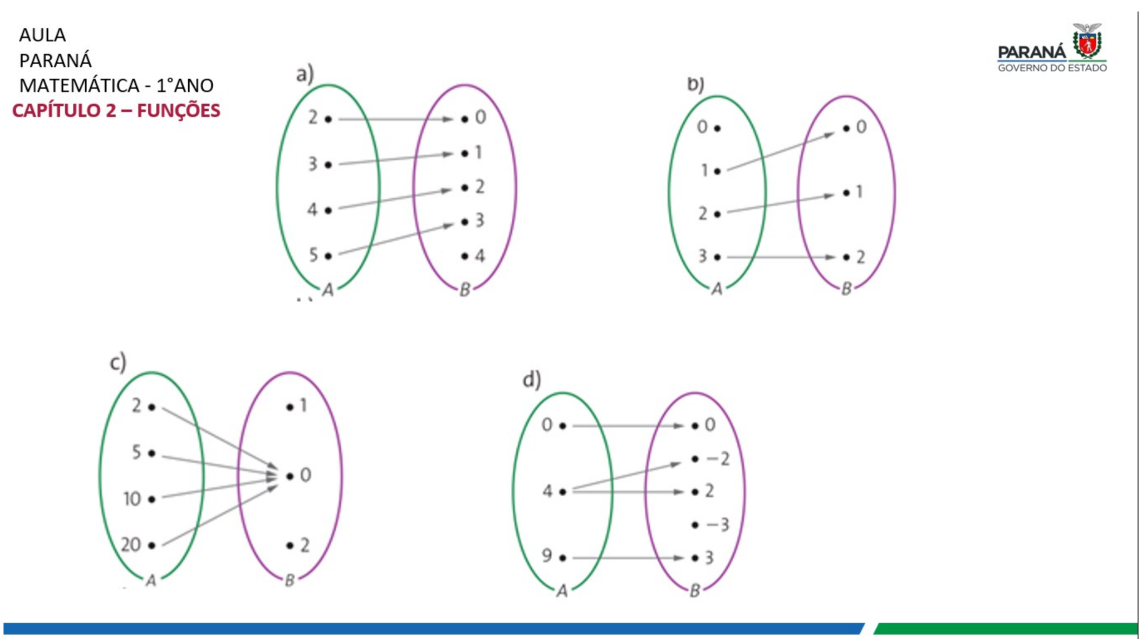
São dados o conjunto A ele é formado por quem? -2, -1, 0, 1 e 2 e um conjunto B é formado por quem? 0, 1, 4, 8 e 16 e a correspondência entre A e B, como a gente tá vendo ali, é dada pela seguinte fórmula, e ele falou cada valor de y é a mesma coisa que você colocasse o valor de x e elevar quarta. Então ali, ele continua com x pertencente ao conjunto A e y pertencem ao conjunto B. Todos os elementos de A têm correspondente em B? Todos os elementos têm um correspondente de A em B. A primeira situação tá correta. A cada elemento de A corresponde a um único elemento de B? A cada elemento a flechinha está indo a uma só direção, *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KPM - condição necessária e suficiente para* *definir) tá certo?! Então, vamos ver aqui na sequência. O que que a professora vai fazer aqui, vamos usar essa formulazinha aqui, que tá dizendo que y vai ser igual a x elevado a quarta, tá. Então o valor de x aqui, quanto que dá -2 elevado a quarta? 16. Quanto que dá -1 elevado a quarta, aí o pessoal vai ter que* ***lembrar um pouquinho de propriedade de potência, lá da matemática básica, certo. Expoente par número negativo o que que acontece quando a gente tá elevando na potência, então lembra disso porque isso é uma coisa bem importante a gente vai começar lembrar*** *(KSM - conexões de simplificação).* ***Então -1 elevado a quarta 1, 0 elevado a quarta 0, 1 elevado a quarta 1, 2 elevado a quarta 16 e assim a gente viu que todos os elementos satisfazem a nossa função*** *(KPM - condição necessária e suficiente para definir).*

Em relação ao exemplo 3 a professora segue o mesmo processo dos exemplo 1 e 2, porém no exemplo 3, a relação representada entre os conjuntos A e B também é uma função. Assim, a professora aborda as condições necessárias e suficientes para se definir uma função explorando diferentes casos contribuindo para uma explicação mais ampla de tal conceito.

Para finalizar o momento 1 da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos", a professora apresenta um exemplo, que possui quatro representações de relação, por meio de conjuntos, e ela irá identificar quais dessas relações também representam uma função.

Professora: *Qual desses conjuntos que a professora colocou aí estão representando uma função?*

Figura 24: Exemplo 4 da videoaula "Noção de função por meio de conjuntos", identificar quais relações representam uma função



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Então um minutinhos para vocês pensarem. Qual desses conjuntos que a professora colocou que estão representando uma função? Letra a) todos os elementos do conjunto A tem um correspondente no conjunto B? Pode ser uma função? Na letra b) todos os elementos do conjunto A tem uma relação no conjunto B? Já vamos discutir isso. Na letra c) todos os elementos do conjunto A tem uma relação com os elementos do conjunto B. Aqui na letra d) todos os elementos do conjunto A tem uma relação no conjunto B? Então, pensaram um pouquinho. Qual desses quatro exemplos que a professora deu letra a), letra b), letra c) ou letra d) e que podem estar representando funções? Então, vamos lá, ver quem acertou. Somente os itens a) e c) satisfazem essas condições para representar as funções, tá certo. Tomara que vocês tenham conseguido identificar.

Em relação ao exemplo 4, a professora faz uma leitura do mesmo, questionando se tais relações também representam funções, finalizando dizendo somente quando itens representavam função, porém a professora fez uma explicação superficial, sendo assim, não encontramos indícios de conhecimento matemático mobilizado neste exemplo.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 2 DA VIDEOAULA "A NOÇÃO DE FUNÇÃO POR MEIO DE CONJUNTOS"

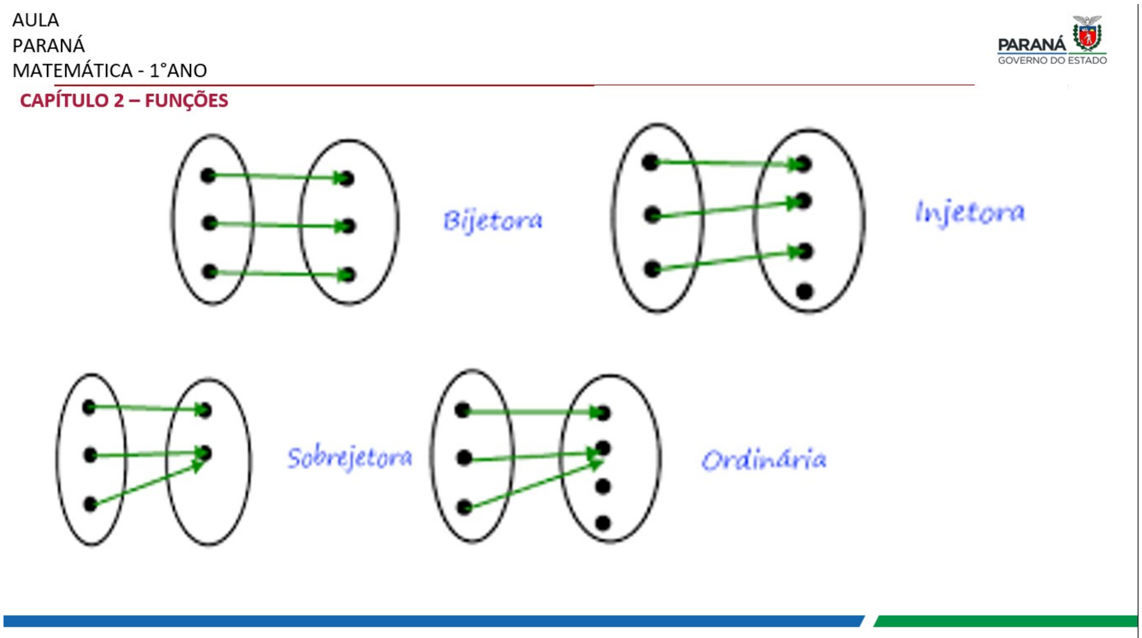
O momento 2 da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos" é destinada a uma breve classificação das funções quanto a funções injetoras, sobrejetoras, bijetoras e ordinárias.

De acordo com a professora:

Professora: *A professora colocou o desenho e a gente vai discutir um pouquinho sobre cada situação.* ***Para ser a representação de uma função a gente comentou com vocês que todos os elementos do primeiro conjunto A eles têm que ter um elemento no conjunto B, beleza. Então, só que na matemática você já deve ter percebido ali no outro exemplo que às vezes né tem dois elementos que estão com o mesmo valor certo e também a função e como que a gente determina essa função?*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos).*

Figura 25: classificação das funções quanto a funções injetoras, sobrejetoras, bijetoras e ordinárias

.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 25, apresenta a referida classificação trabalhada neste momento da aula.

Assim, ela continua dizendo:

Professora: *Então vamos lá, elas recebem alguns nomes carinhosos, alguns nomes especiais, tá?!* ***Então a primeira situação, quando todos os elementos do conjunto A se, tiverem uma única relação no conjunto B, isso é chamado a representação de uma função bijetora, porque todos os elementos do conjunto A tem uma relação direta com os elementos do conjunto B, tá certo. Então vamos colocar aqui, o conjunto A e o conjunto B então quando isso acontecer de não sobrar nenhum elemento a gente vai falar que isso é uma função bijetora, tá certo*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos). Isso, é o primeiro exemplo. Segundo exemplo, nós vamos ver aqui.* ***Eu tenho, então, o meu conjunto A e meu conjunto B vamos ver se tem uma relação se, está expressando uma função? Todos elementos do meu conjunto A tem relação no meu conjunto B? Todos os elementos têm. Professora e esse elemento que sobrou? Então é justamente isso que a gente tá vendo. Esse elemento que sobrou que vai dar a característica da segunda representação. Quando a gente tiver uma situação dessa gente vai falar que essa representação é uma função injetora, tá. Porque todos os elementos de A têm uma***

representação no conjunto B só que sobra um elemento, está certo. Então, essa é uma função injetora*, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) beleza. Então a gente já viu a bijetora, que todo mundo tem correspondente e a gente está vendo a injetora aonde todos os elementos de A tem correspondente, mas acabada ficando alguém sozinho.* ***Próxima função aqui, representação aqui, a gente está vendo que essa é uma representação de uma função sobrejetora. Então o que que é uma representação de função sobrejetora? Vamos ver. Tenho de novo, meu conjunto A e aqui o meu conjunto B, tá. Todos os elementos de A têm um correspondente no conjunto B? Sim, tem. Todos os elementos têm um correspondente no conjunto B, só que ele que tá acontecendo aqui com esse elemento, dois elementos do conjunto A tem um mesmo elemento no conjunto B. Quanto temos uma representação neste modelo a gente vai falar que a gente tá tendo uma função sobrejetora, tá. Porque existe um elemento que vai ter dois elementos do conjunto A, tá certo. Então essa representação da função sobrejetora*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos). E a última representação que a gente está vendo aqui.* ***Qual é a outra característica que tem que ter? Então, vamos lá, a gente tem o conjunto A e aqui o conjunto B. Vamos ver se é a representação de uma função? Todos os elementos do conjunto A tem um elemento no conjunto B? Tem, então belezinha. Dois elementos do conjunto A tem o mesmo valor no conjunto B, até ai, a gente já viu que podia ser a sobrejetora, mas o que está acontecendo com esses dois elementos finais aqui? Estão sobrando, não tem relação, ta. Então a gente chama essa função de função ordinária****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) certo.*

Assim, a professora conclui o momento 2, explicando:

Professora: ***Então a gente está vendo um esqueminha que representa os quatro tipos de representações de funções que a gente pode ter quando está representando função em relação a conjuntos*** *(KoT - registros de representação). O primeiro, então vai ser* ***função bijetora, todos os elementos têm relação. Função injetora, quando todos os elementos do conjunto A tem relação com o conjunto B, mas acaba sobrando elemento sozinho. A função sobrejetora, todos os elementos do conjunto A tem relação com os elementos do conjunto B, porém um dos valores vai ter dois elementos do conjunto A. E a função ordinário, todos os elementos do conjunto A tem relação com o conjunto B, porém sobram elemento, está certo. Então esses são os quatro tipos de representação de função*** *(KoT - definições, propriedades e seus* *fundamentos).*

A professora mostra (re)conhecer os múltiplos registros de representação de uma função, ao relatar o diagrama de flechas ou de Venn *(KoT – registros de representação).* Além de mencionar algumas propriedades e características de uma função, como injetora, sobrejetora e bijetora *(KoT - propriedades, características e fundamentos).*

Ao mencionar tais propriedades e características de uma função, como dito anteriormente, a professora apresenta somente uma noção geométrica, pois posteriormente não é apresentado esses conceitos de forma formal e nem com uma outra representação, por exemplo, algébrica.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 3 DA VIDEOAULA "A NOÇÃO DE FUNÇÃO POR MEIO DE CONJUNTOS"

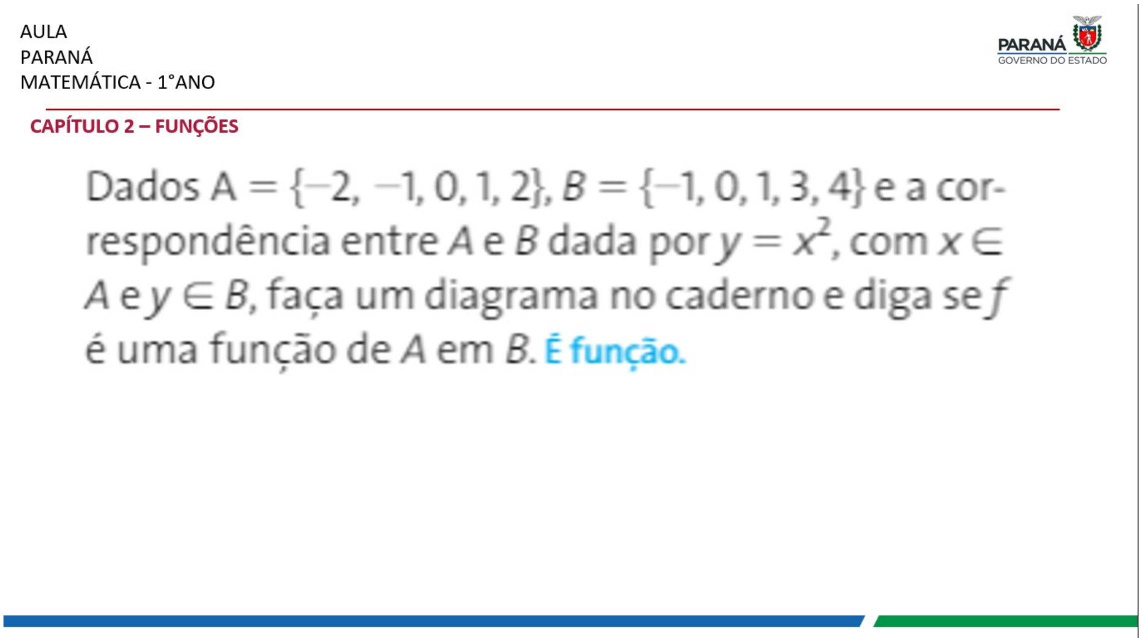
O momento 3 da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos", segundo a professora, é destinada a parte que mais gostamos, a resolução de exercícios e é neste momento que iremos ver se entendemos um pouco sobre o conceito de funções.

Ainda, de acordo com, ela:

Professora: *A professora vai sempre deixar a resposta dos exercícios, gente. Primeiro, porque muita gente, às vezes vai tentar fazer né e a gente não vai ter o professor para dizer se está certo ou não, ou a professora pode demorar um pouquinho para responder, então a gente vai deixando as respostas ali, né, mas tentem fazer para ver se vocês estão entendendo, ta certo?!*

Assim, este momento se inicia com a atividade 1 representada, na sequência, pela Figura 26.

Figura 26: Atividade 1 da videoaula “A noção de função por meio de conjuntos”



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

E a professora, dizendo:

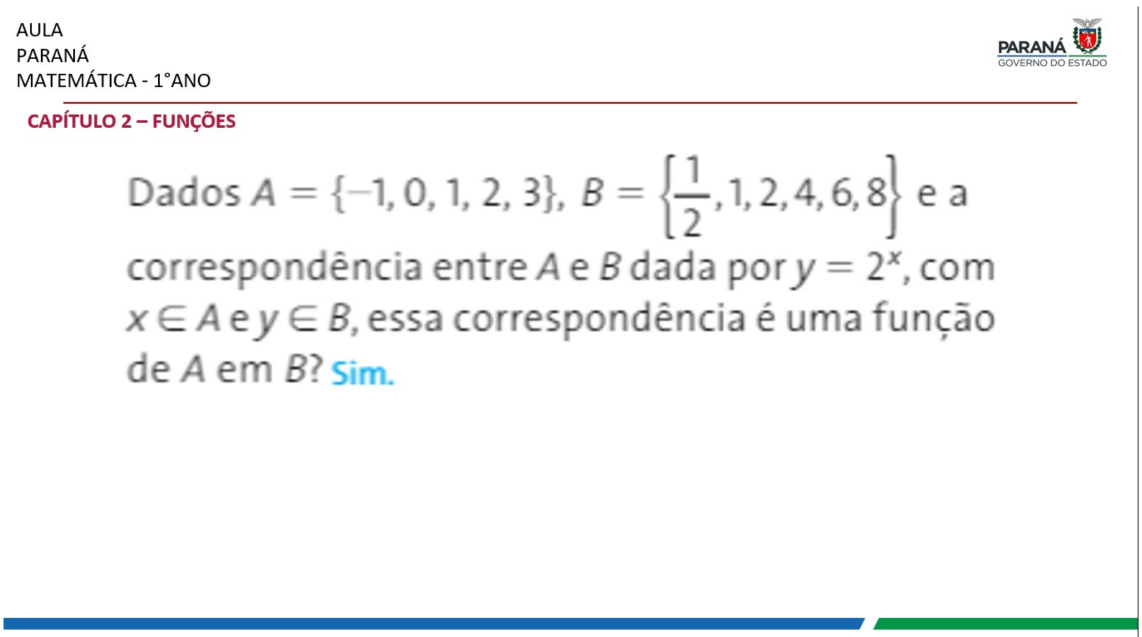
Professora: *Dados os conjunto formado pelos elementos 2, 1, 0, 1 e 2 e o conjunto B formado pelos elementos -1, 0, 1, 3 e 4 e a correspondência entre A e B é dada por y igual a x ao quadrado, com x pertencente ao conjunto A e y pertencente ao conjunto B, faça um diagrama no caderno e diga se f é uma função de A em B. (...) Então, vamos ver como a gente faz esse exercício.* ***Aqui vou começar com meu conjunto A, tá, e eu vou colocar os elementos do meu conjunto A. Vou fazer o meu conjunto B e vou colocar os elementos do meu conjunto B*** *(KoT - registros de representação).* ***O que que a gente falou para você? Para ser uma função, a representação de uma função, todos os elementos do conjunto A tem que ter uma relação direta no conjunto B****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) ta?! E qual que era a função que ele tá falando aqui?* ***Para poder ter acontecido essa representação, todo valor de y, lembra que o y está aqui dentro do conjunto B ele tem que ser igual que? Há uma o valor qualquer aqui do x elevado ao quadrado, tá. Então vou ver se realmente isso satisfaz a situação. Eu vou pegar o primeiro valor ali -2 elevado ao quadrado é 4 então, tem relação. Agora, -1 elevado ao quadrado 1, 0 elevado ao o quadrado 0, 1 elevado ao quadrado 1, e 2 elevado ao quadrado 4, então todos os elementos do conjunto A, ta certo, tem uma relação, representação no conjunto B,*** *(KPM - condição necessária e suficiente para definir) certo.*

A atividade 1 apresentada pela professora neste momento da aula, tem como objetivo aplicação dos conceitos vistos nesta aula, onde foi dado os conjuntos A e B, respectivamente, uma correspondência entre os mesmos e deve-se verificar se tal correspondência é uma função. A professora realiza a leitura e explicação de tal atividade, na sequência realiza a representação dos conjuntos pelo Diagrama de Venn e posteriormente verifica-se se é satisfeita as condições necessárias e suficientes para se definir uma função. O mesmo vale para a atividade 2, representada abaixo.

Na sequência, com relação a atividade 2, a professora explica:

Professora: *Aqui eu vou ter seguinte questão,*

Figura 27: Atividade 2 da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

de novo eu vou ter um conjunto A que tem os elementos -1, 0, 1, 2 e 3 e o conjunto B, ½, 1, 2, 4, 6 e 8 e a correspondência entre o conjunto A e B dada por y = 2 elevado a x, certo?! De novo potência, certo! O que vai acontecer agora, aonde tem x eu vou substituir pelos nos valores do conjunto A que representam os elementos x do meu conjunto, tá?! Sendo que x pertence ao conjunto A e y pertence ao conjunto B, correspondência é uma função? Vamos ver, então, ***aqui tenho o conjunto A e os elementos que estavam descritos no conjunto A, tá?! Depois eu vou montar o meu conjunto B, vou colocar todos os elementos escritos no conjunto b e vou ver se tem relação. O que que vai acontecer aqui, vou pegar os valores de x você substituir na minha***

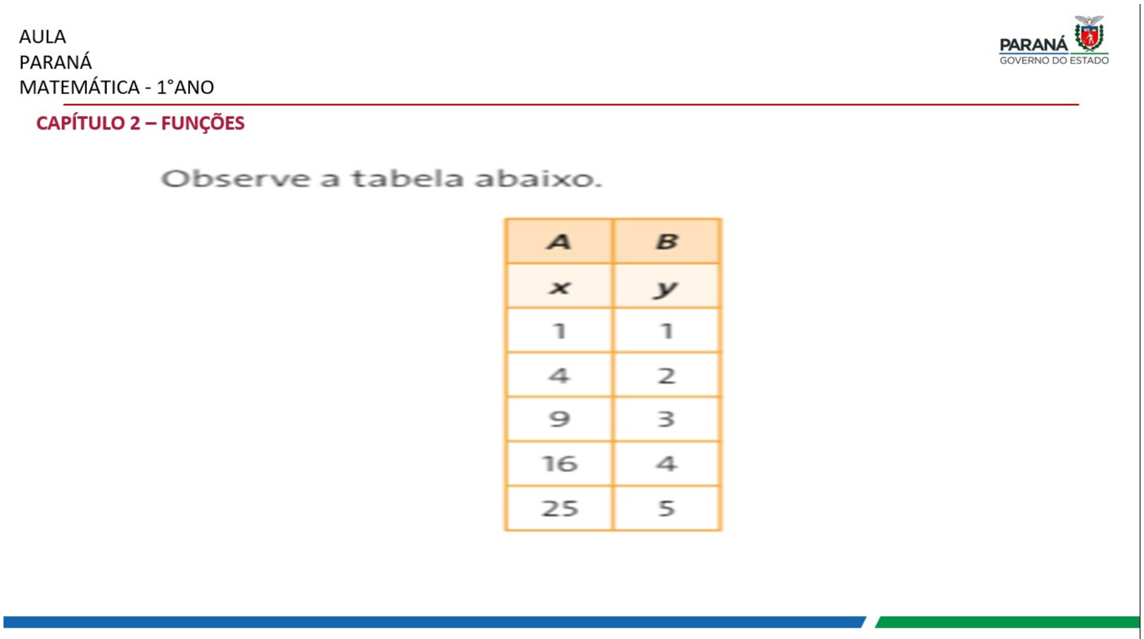
fórmula da função e ver qual vai ser o valor de y no conjunto B *(KPM - condição necessária e suficiente para definir). Então vamos ver se tem uma relação direta, -1, 2 elevado a -1,* ***lembrando que que a gente faz quando tem o número com potência negativa é uma propriedade de potência tá, então relembra potência, potência faz parte lá da matemática básica lá do sétimo ano a gente acaba esquecendo como desenvolver potência então é bem importante a gente ia relembrar*** *(KoT - procedimentos - como se faz). Ai o 0, 2 elevado a 0, né, aí a gente tem a correspondência 1. O número 2, 2 elevado ao 2, 4, 2 elevado a 3, 8.* ***Então todos os elementos do conjunto A tem uma relação com o conjunto B, então satisfaz, né. É função*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)***.**

Assim, percebe-se que nas atividades 1 e 2 a professora mobiliza conhecimentos relacionados a definição de função *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos),* condições em que se pode ter tal definição *(KPM - condição necessária e suficiente para definir)* e como podemos obter tal função *(KoT - procedimentos - como se faz)*. Além disso, mostra o conhecimento de múltiplos registros de representação de uma função, ao relatar o diagrama de flechas ou de Venn *(KoT – registros de representação).*

No que se refere a atividade 3, que é dividida em item a) e b) , a professora expõe:

Professora: *Então, agora vamos ver essa tabelinha que a professora colocou aqui mais um exemplozinho.*

Figura 28: Atividade 3 da videoaula “A noção de função por meio de conjuntos”

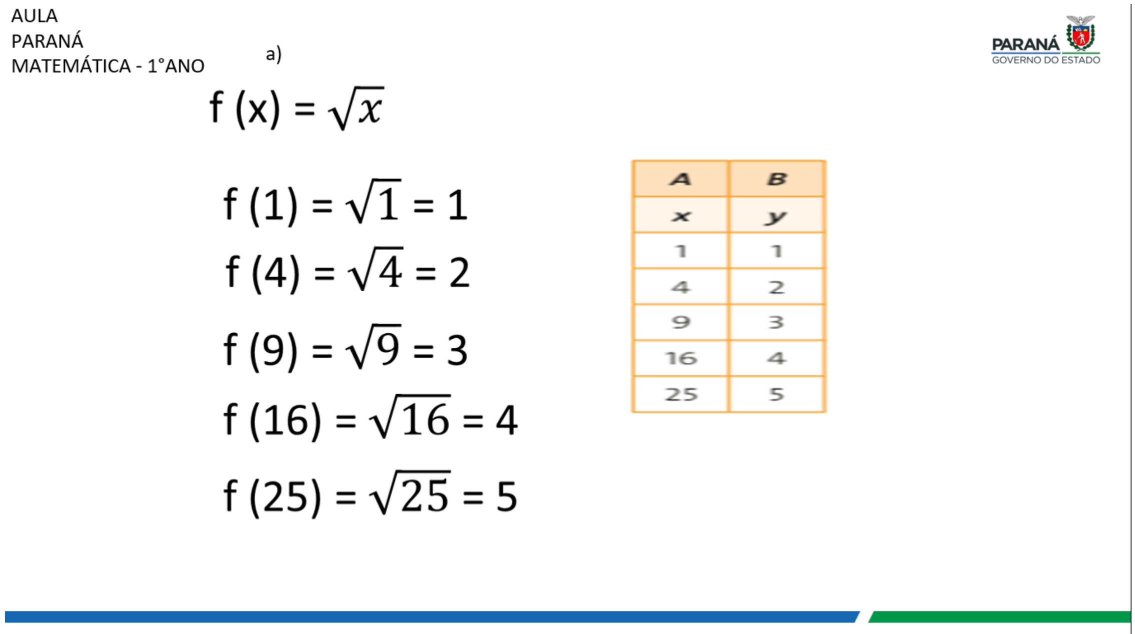


A	B
x	y
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Aqui você tem uma tabela do conjunto A, os elementos que estão, que pertence ao conjunto para os elementos x e aqui cada elemento x vai ter o seu valor. Daí aqui na outra coluna você tem um conjunto B, conjunto B a gente sabe que todos os elementos y pertence ao conjunto B e você tem aqui os valores de y, está certo?! Da uma olhada e uma pensadinha para ver o que tem relação entre um número e outro*, (KoT - registros de representação) certo?!* ***O número 1, bom, tudo bem o elemento do conjunto A que vale 1 tem relação direta com elemento do conjunto B que vale 1. O elemento do conjunto A que vale 4, opa o que aconteceu aqui? Vão prestando atenção na relação. O elemento do conjunto que vale 9 de repente ele vai ter a relação com o elemento conjunto 3. E assim, sucessivamente. Qual é a relação que tem esses dois números? Essa relação é nossa função****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) tá?! Então como que a gente vai resolver esse daqui? Na letra a) se fosse para a gente determinar nossa função? Como seria então?*

Figura 29: Atividade 3 da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos", item a)



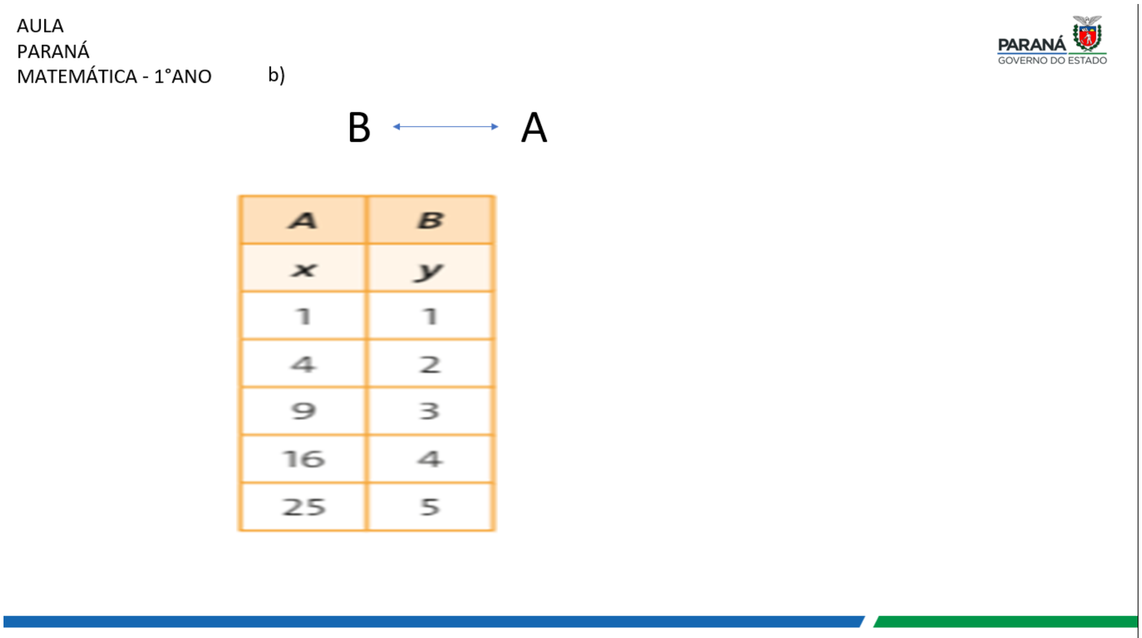
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Para todo o valor de x se eu tirar raiz quadrada eu vou ter o meu valor de y, está certo*? Então vamos ver como é que fica isso daqui. O meu primeiro valor a gente tinha que o x vale1, raiz de 1 é 1. Então vamos ver agora que, a gente já descobriu qual é a função, então como é que a gente vai fazer a nossa função aqui? Função de x vai ser igual a raiz quadrada do número x. Ta, e agora? Raiz quadrada de 4? 2. Raiz quadrada de 9? 3. Raiz quadrada de 16, 4. Raiz quadrada de 25? 5. E assim a gente conseguiu entender qual é a regrinha básica desta função representada nessa tabela*** *, (KoT - procedimentos - como se faz e registros de representação) tá certo?! Aqui a professora tá deixando todas as continhas, o que está acontecendo aqui?* ***Aonde tem valor de x a gente vai substituir pelo valor que a gente tem na nossa tabela na coluna dos elementos x e assim a gente consegue montar a regrinha da função*** *(KoT - procedimentos - como se faz) , belezinha. Então esse, a gente faria uma outra representação aqui, conjunto A para o conjunto B, ta. Então essa representação é exatamente dessa tabela com esses valores. Se fosse para a gente montar os conjuntos então? Estaria aqui o nosso diagrama, né. O conjunto A, o elemento 1, 4, 9, 16 e 25 e o conjunto B, sem muita preguiça, 1, 2, 3, 4 e 5 então era só a gente relacionar os valores, tá. A gente não pode fazendo essa representação porque a gente já representou esses valores na tabela e o que eu queria?! Que eu, a gente tentasse descobrir qual era a relação direta que tinha entre os números do conjunto A com o nosso conjunto B, beleza.*

Continuando na atividade 3, item b), a professora, diz:

Professora: *Bom então se acontecesse a situação inversa. E se agora eu tivesse os elementos de B em função de A? Como que a gente ia montar essa questãozinha aqui? Então, vamos ver. O que eu estou dizendo agora aqui?*

Figura 30: Atividade 3 da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos", item b)



A	B
x	y
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Que o meu conjunto B vai representar em vez do y o x, certo?! E o meu conjunto A, aqui vai estar representando o y, beleza?! É só o inverso. Então o que a professora fez agora aqui? O meu conjunto B agora vai ser x, tá certo. Porque? Por causa da relação que tá mostrando ali em cima *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos). Então como que a gente vai fazer isso aqui agora? O meu conjunto B agora vai ser no x, tá. Então vamos tentar montar nossa regrinha da função aqui para esse exemplo.* ***Então dentro desse exemplo a melhor regrinha para gente montar a função? Qual que vai ser? Se os meus novos elementos do meu conjunto x, esta aqui, certo? Tem relação com o meu conjunto A, então agora o sentido seria daqui para cá, beleza. Então, o quê que acontece? O que eu tenho que fazer com número 2 para ele poder se transformar o número 4? O que que eu tenho que fazer com o meu número 3 para ele poder se transformar no número 9. É por isso que eu digo que a gente tem que prestar atenção para a gente poder montar a relação da função. Então dentro desse exemplo, né, a gente vai ter que a função ela pode ser descrita pelo valor do novo x elevado ao quadrado, tá e daí a gente vai ter o que? 1 elevador quadrado 1, o próximo número, 2 elevado ao 4, o próximo, 3 elevado ao quadrado 9 e assim, sucessivamente. Então, a gente não pode esquecer que agora o***

que a gente fez aqui? Os valores do conjunto B estavam representando os valores do meu conjunto A, certo. Então era função do B para o A *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos).*

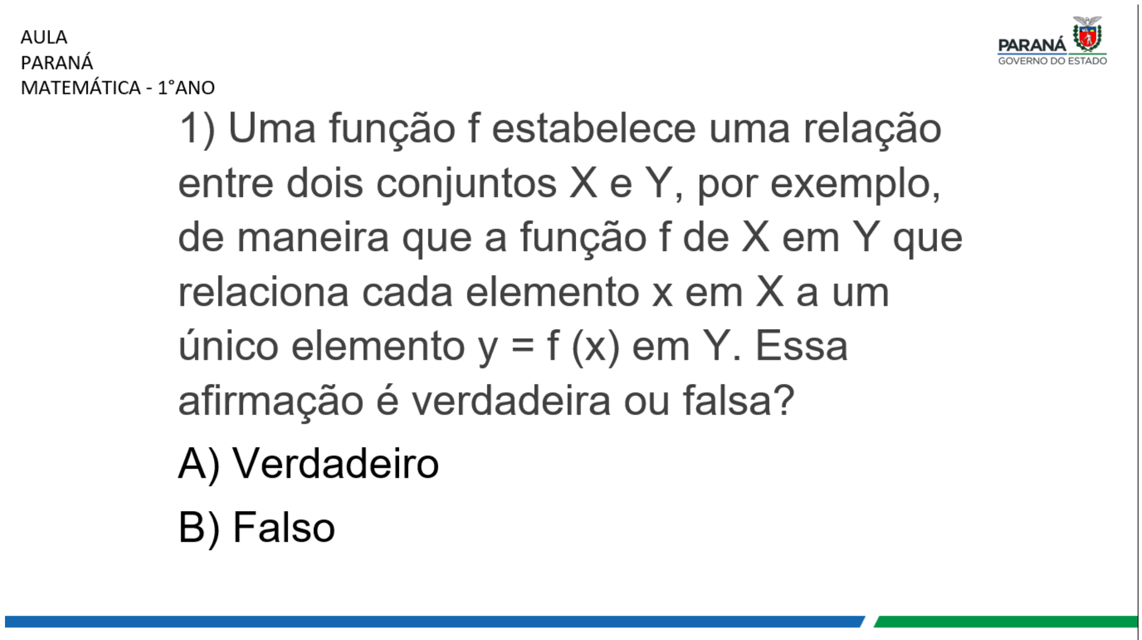
Em relação à atividade 3, são dados dois conjuntos, chamados de A e B, respectivamente, e a professora divide tal atividade em itens a) e b), como já mencionado. No que se refere ao item a) tem-se o objetivo de expressar a lei de formação da função de A em B. Para isso, a professora resolve casos particulares *(KoT - registros de representação, representação numérica)*. Na sequência, compara e identifica um padrão existente entre esses resultados e a partir dessa identificação ela explicita algebricamente esse padrão, portanto mostrando que é possível escrever uma generalização matemática para todas as possíveis respostas para o problema. Concluindo então que essa generalização é a lei de formação da função procurada. No que se refere ao item b) tem-se o objetivo expressar a lei de formação da função de B em A e a professora segue os mesmos passos utilizados na resolução do item a).

DISCUSSÃO DO MOMENTO 4 DA VIDEOAULA "A NOÇÃO DE FUNÇÃO POR MEIO DE CONJUNTOS"

No que se refere ao momento 4 da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos", a professora destaca que para finalizar, ela estará apresentando um Quiz sobre todo o conteúdo abordado na aula.

A professora, então, inicia este momento fazendo a leitura da primeira questão do Quiz representada na Figura 31.

Figura 31: Questão 1 do Quiz da videoaula “A noção de função por meio de conjuntos”



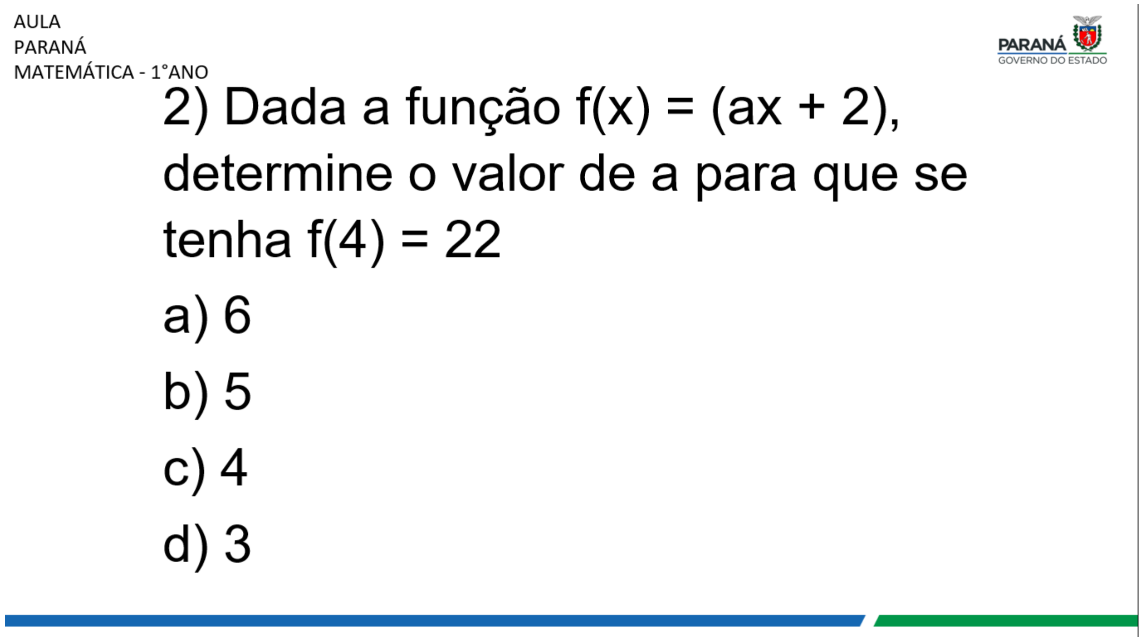
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Assim, a professora, destaca:

Professora: *Uma função f, f é uma função qualquer, como a gente viu na última aula, certo?! Ela estabelece uma relação entre dois conjuntos X e Y, por exemplo, de maneira que a função f de X em Y que relaciona cada elemento de x em X a um único elemento de y formando a função f(x) em Y. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? A professora já me perdi, não entendi direito. O que ele está querendo falar aqui? A gente tava falando até agora em conjunto A para conjunto B, tá. Só agora ele deu um outro nome, ele chamou um conjunto de X maiúsculo e ele está chamando o outro conjunto de Y maiúsculo, tá. Ah agora ficou mais fácil então utilize isso para ver se vocês vão conseguir responder um minutinho para você tentarem responder, então vamos ver. Está certo, e dai, essa afirmação ela é verdadeira ou falsa? Um, dois, três e quem conseguiu responder?* ***Sei que essa é uma alternativa verdadeira, porque tem que ele tá falando?! Que cada elemento de X aqui vai ter uma única relação com elemento Y e como que a gente monta essa função? Função de X vai ser igual, ok?! A Y, esta certo?! Então essa é a relação que a gente montou só que ali na pergunta tá escrito o que?! Que Y é igual é a f de X e é mesma coisa, está certo?! Então a gente também está vendo que tá que para cada valor de um elemento do conjunto X são a gente vai ter uma relação direta no conjunto Y***, *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) então parabéns para quem conseguiu marcar* *alternativa a).*

Na sequência, com relação à questão 2 do Quiz representada pela Figura 32, conforme podemos ver na sequência.

Figura 32: Questão 2 do Quiz da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Assim, a professora, explica:

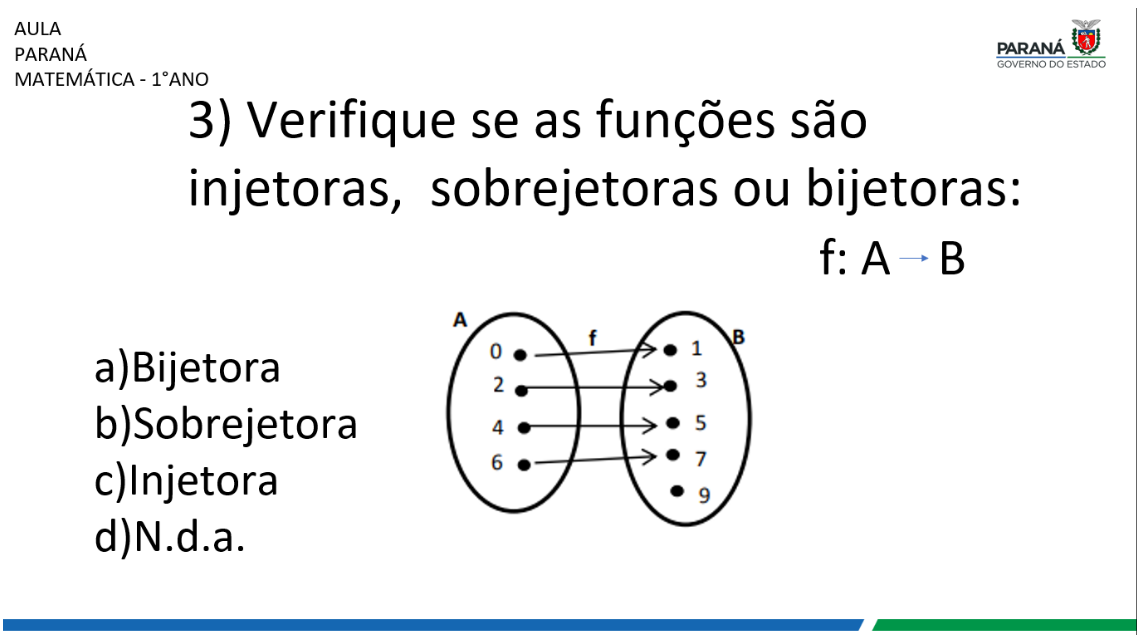
Professora: *Vamos lá alternativa 2, questão número 2. Dada uma função, enquanto vocês vão lendo eu vou apagando aqui no cantinho. Dada uma função f de x = ax + 2 determine o valor do a para que se tem a função 4 = 22. Muito bem, vamos lá então, o que que aconteceu aqui?! Dá uma pensada, veja qual das alternativas corretas, na alternativa a) o a vale 6, na alternativa b) o a vale 5, na alternativa c) o a vale 4 e na alternativa d) que o a vale 3. 1, 2, 3 e valendo, tenta ver a alternativa correta. A letra a), b), c) ou d)?* ***Que a gente precisa fazer essa alternativa mesmo?! Substituir o valor do x dentro da função e depois?! Depois a gente cai em uma equaçãozinha*** *(KoT - procedimentos - como se faz) né?! Mais um minutinho. Tempo, vamos ver quem conseguiu responder. Então, dentro da função dada por ax + 2 define o valor de a para que se tem a função com valor de x = 4 = 22 então a resposta correta é a letra b) porque professora? Vamos ver que a gente fez aqui ó, o que que ele tá falando?* ***F do 4, né, então o valor de x passa a ser 4 que a gente vai fazer então?! A gente vai pegar nossa regra geral da***

função e aonde tiver um x a gente vai substituir pelo valor 4. Então a vezes x que no caso seria 4 mais 2, ele tá me dizendo que tudo isso aqui tem que ser igual a 22, então agora vamos fazer multiplicação 4 a + 2 = 22 e isolando a nossa variável, tá , deixando a nossa variada primeiro termo que a gente vai ter aqui?! Que quatro vezes a vai ser a 22 - 2 isolando o a, né, deixando o a sozinho, tá?! Vai ficar 22 – 2, 20 e o 4 que tava multiplicando passa para o outro lado dividindo então o a tem um valor de 5 *(KoT - procedimentos - como se faz). Parabéns para quem acertou a questão número 2 no nosso Quiz.*

Ao apresentar as questões 1 e 2 do Quiz da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos", a professora realiza a leitura da atividade em questão fazendo uma explicação da mesma e dizendo quais são os procedimentos que se deve realizar para solucionar a referida questão *(KoT - procedimentos - como se faz)*, ao final, é apresentada a resposta. De maneira geral tais explicações foram feitas de forma rápida e de forma superficial.

No que se refere à questão 3 do Quiz representada pela Figura 33, conforme podemos ver na sequência.

Figura 33: Questão 3 do Quiz da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos"



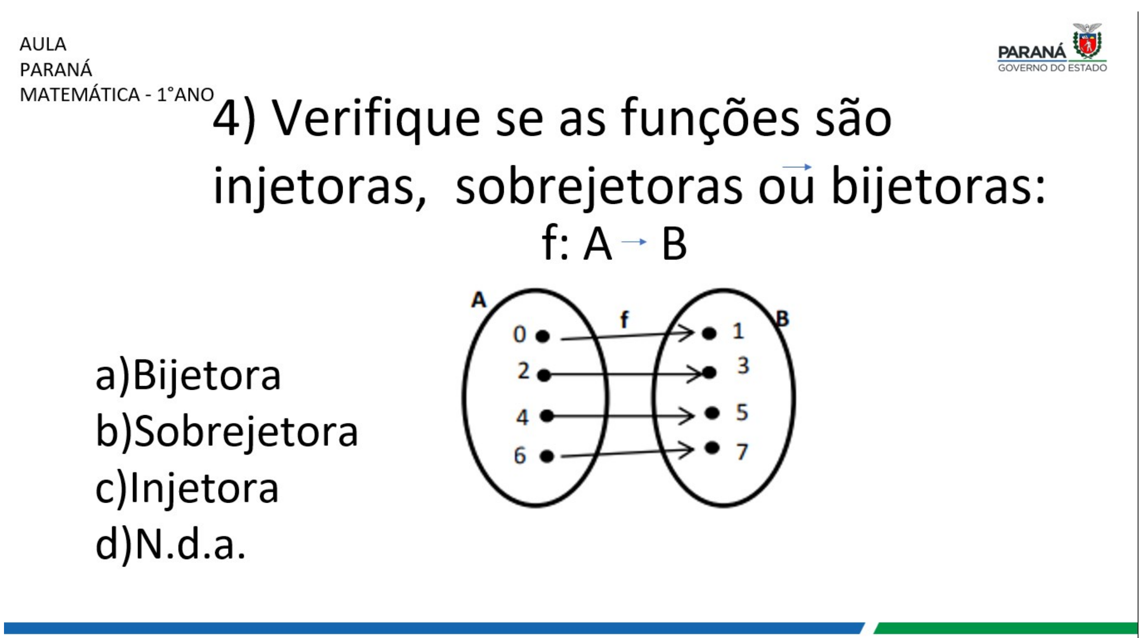
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A professora, explana:

Professora: *Vamos lá para a questão número 3. Verifique se as funções são injetoras,* *sobrejetoras ou bijetoras. Então a gente tem aqui uma função, né, função de A para B, então relação do conjunto A para o conjunto B e a gente precisa observar um pouquinho para saber qual é a resposta correta, a alternativa a) bijetora, a alternativa b) sobrejetora, a alternativa c) injetora ou alternativa d) nenhuma das alternativas. Vamos lá um tempinho para vocês pensarem. Qual é a alternativa correta para representar essa função? Ela é uma função bijetora, ela é uma função sobrejetora, ela é uma função injetora ou nenhuma das alternativas está correta? Tempo, lembra lá o quê que é função bijetora, função sobrejetora, função injetora que daí a gente já olha e já consegue responder. Um minutinho, quem já respondeu?! Um, dois, três e, questãozinha que a gente não pode não responder gente, às vezes a gente costuma fazer pegadinhas para vocês em prova sentido bom né?! Você coloca uma questãozinha dessa o aluno não entendi direito o que precisa fazer acaba fazendo conta né e na verdade não precisa. Então, leiam bem alternativa, vejam que o que tá pedido, tá?! Para a gente poder responder, então claro que todos os elementos de A tem um elemento em B e como é o nome do da função quando tem um elemento fica sozinho, sem relação nenhuma?! Então só pode ser alternativa correta letra c), parabéns para quem acertou.*

Para finalizar, com relação à questão 4 do Quiz representada pela Figura 34, conforme podemos ver na sequência.

Figura 34: Questão 4 do Quiz da videoaula “A noção de função por meio de conjuntos”



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A professora, explica:

Professora: *Vamos lá, número 4. Verifique de novo tá?! Se as funções são injetoras, sobrejetoras ou bijetoras. Função né, da relação direta do conjunto A para o conjunto B, então vamos ver na letra a) ela é uma função bijetora, letra b) é uma função sobrejetora, letra c) ela é uma função injetora ou nenhuma das alternativas. Um minutinho. agora fica fácil, esse minutinhos vai contar mais rápido. Um, dois, três, e todos os elementos do conjunto A tem relação no B? Então quando isso acontece a gente já viu que só pode ser função bijetora, resposta correta letra a). Gente essa foi uma aula, né, para a gente reconhecer de novo algumas partes da função né?! Para a gente entender a representação dessa função através dos diagramas, tá, e da importância da gente tá fazendo isso pra gente poder é daqui para frente começar a trabalhar melhor com as funções, beleza. Até nossa próxima aula e até breve.*

Ao apresentar as questões 3 e 4 do Quiz da videoaula "A noção de função por meio de conjuntos", a professora realiza a leitura da atividade em questão, porém não é realizada a explicação e a resolução da mesma, ou seja, a professora faz a leitura da questão, faz alguns questionamentos, no entanto, não faz a explicação e argumentação de tais questionamentos de forma efetiva. Portanto, não é possível identificar subdomínios associados ao Conhecimento Matemático (MK) neste momento da aula.

4.4 AULA: 4 – Domínio contradomínio e conjunto imagem da função

A videoaula "Domínio contradomínio e conjunto imagem da função" pode ser descrita a partir dos seguintes momentos de ensino:

MOMENTO 1: Explicação da definição de domínio, contradomínio e conjunto imagem de uma função e resolução de exercícios.

MOMENTO 2: Definição do que são coordenadas cartesianas, explicação de como construir um gráfico de uma função e resolução de exemplos.

MOMENTO 3: Breve comentário do que são funções crescentes e decrescentes. Resolução de uma atividade no qual o objetivo é identificar, dentre as representações gráficas colocadas, quais eram representações de função.

MOMENTO 4: Para finalizar a aula, a professora faz um quiz.

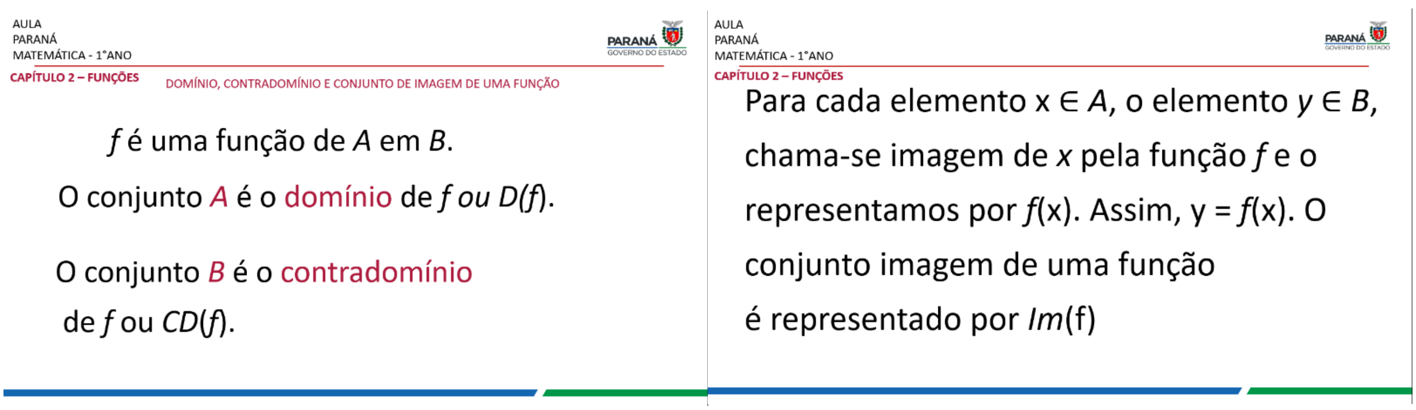
DISCUSSÃO DO MOMENTO 1 DA VIDEOAULA "DOMÍNIO CONTRADOMÍNIO E CONJUNTO IMAGEM DA FUNÇÃO"

A quarta aula intitulada "Domínio contradomínio e conjunto imagem da função", inicia-se com a professora relembrando a definição de função e na sequência, a definição do que é domínio, contradomínio e conjunto imagem da função.

Assim, a professora inicia a aula, dizendo:

Professora: *Vamos lá, f é uma função de A em B, tá!* ***Então a função f, ela é uma função que você tem de novo, o conjunto dos elementos do conjunto A e uma série de elementos do conjunto B e essa relação entre os conjuntos é dado por uma função.***

Figura 35: Definição do domínio, contradomínio e conjunto imagem



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O conjunto A é o domínio de f ou pode ser representado como domínio de f, certo?! Por enquanto uma nomenclatura nova para a gente conhecer. E o conjunto B é chamado contradomínio de f ou CD da função f. Então aqui é uma designação matemática que dá, o domínio e contradomínio, tá certo?! E o que, que significa isso? Que para cada elemento x que pertence ao conjunto A, o elemento y que pertence ao conjunto B, chama se imagem de x pela função f e o representamos por f de x. Assim, a gente vai ter que, y, a gente, pra gente poder descobrir o valor de y, a gente vai ter sempre uma função x do elemento que está no conjunto A. O conjunto imagem é uma função representada por imagem do conjunto f, tá certo?! Tá certo, professora. Mas aí entra aquela questão assim, eu trouxe uma outra definição de domínio. Então domínio é, pode ser dito assim: conjunto de valores possíveis das abcissas, que são os valores de x, ou seja, é a região do universo em que a função pode ser definida, tá? Então essa é mais uma definição. Imagem, imagem é o conjunto de valores das ordenadas, no

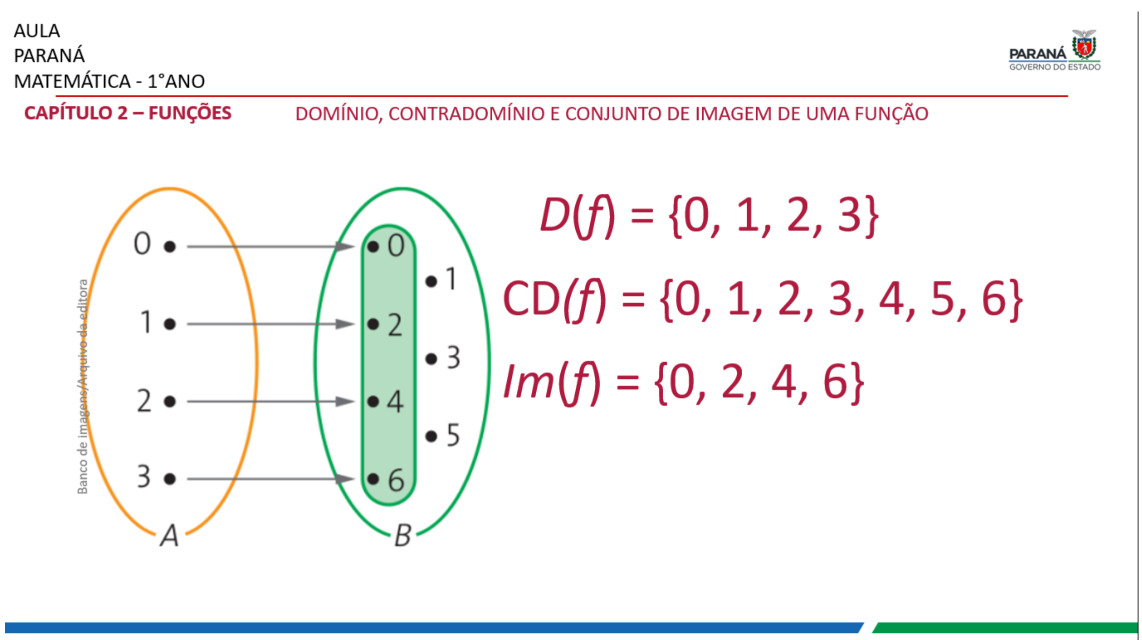
caso do conjunto y tá, resultante da aplicação de uma função *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos, registros de representação e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática). Então vamos ver como é que se dá tudo isso.*

Um indício de conhecimento mobilizado pela professora refere-se à associação sobre o uso das letras x, y e f(x), em que os elementos do Domínio são representados pela letra x, enquanto o y ou f(x) representam os elementos da Imagem *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática e KoT - registros de representação)*.

A professora mobiliza também o conhecimento das múltiplas representações de uma função quando relaciona os elementos do domínio com os possíveis valores das abscisas e a imagem com o conjunto de valores das ordenadas *(KoT - registros de representação)*.

Na sequência, a professora apresenta um exemplo, representado na Figura 36, no qual ela utiliza esse exemplo para explorar os conceitos definidos anteriormente.

Figura 36: Exemplo, domínio, contradomínio e conjunto imagem



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

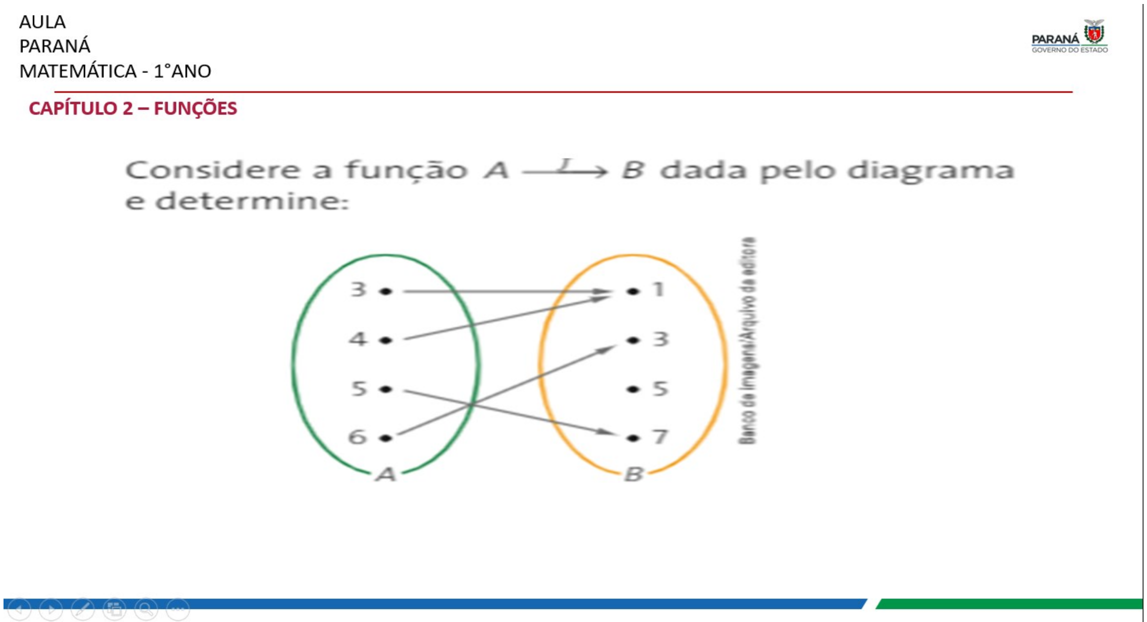
Destacando que:

Professora: *Então tá aqui. Isso tudo que a professora falou, é o que?!* ***Eu tenho um conjunto A e tenho um conjunto B, todos os elementos do conjunto A tem uma relação do conjunto B, que satisfaz a condição de função,*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KPM -*

condição necessária e suficiente para definir) tá certo?! ***Então quem vem ser o nosso domínio? O domínio da função f, a gente acabou de ver ali, que ele é representado pelos valores do conjunto A ou, os elementos x do conjunto A, tá certo?! Então quem que é o meu domínio aqui? 0, 1, 2 e 3. Sempre que vai ser assim? Sempre vai ser assim, o domínio vai ser representado pelo conjunto que tem os elementos x certo. Nesse caso, o nosso conjunto A. É quem que é o nosso contradomínio? Nosso contradomínio são os elementos formados no todo o conjunto B tá certo. Então quais são os elementos que formam o conjunto B, no caso agora vai ser o nosso contradomínio 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, correto?! Então esse é o nosso contradomínio da função. E quem que vai ser a imagem? Imagem, o professor até deixou aqui na figurinha para vocês, são os elementos que estão em função dos valores do conjunto A, Então o nosso conjunto imagem aqui, vai ser quem? 0, 2, 4 e 6 tá!*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos). Então essa é uma representaçãozinha né, e a gente vai começar a definir melhor isso e treinar um pouquinho mais isso, para determinar sempre quem é o domínio de uma função, quem é o contradomínio dessa função e quem é o conjunto imagem dessa função. Então só pra repetir,* ***quem é o domínio? Vai ser sempre dado pelo conjunto A. Quem é contradomínio? É sempre o outro conjunto inteiro. E quem é a imagem? Imagem é a relação dos elementos, né pra todo valor de A aquele elemento que tem um valor do conjunto B, tá certo?! Às vezes acaba coincidindo, quando é uma função de bijetora aí o meu contra domínio é a minha imagem vão ter os mesmos valores****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) correto?! Então a gente viu uma definiçãozinha de domínio, contra domínio e imagem e aqui a gente está identificando os elementos dentro do nosso conjunto, tá!*

Após esta explicação, a professora inicia a resolução de exercícios sobre o tema abordado na aula até este momento. No que se refere ao, exercício 1 sobre domínio, contradomínio e conjunto imagem, representado pela Figura 37, conforme podemos ver na sequência.

Figura 37: Exercício 1 sobre domínio, contradomínio e conjunto imagem



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A professora, explana:

Professora: *Vamos ver um exercício então. Primeiro considerando a função A, tá, ela vai estar relacionada com a função B dada pelo diagrama determine, certo?!* ***Então aqui a gente tem o conjunto A e o conjunto B e ele está pedindo para você determinar, primeiro, quem?! O domínio do conjunto A, certo, dessa função. Qual é o domínio? Da uma olhadinha ali no conjunto A no conjunto B. Quem é que vai ser o domínio da minha função, pelo que a gente acabou de falar? O domínio da minha função, então a gente viu que são os valores que estão aqui no nosso conjunto A****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) tá certo?! Então se fosse pra gente escrever o nosso domínio a gente colocaria ali que* ***domínio são os conjuntos, são os elementos do conjunto A e a gente pode definir o domínio de f como 3, 4, 5 e 6****, (KoT - procedimentos - como se faz) correto?! Na letra b), eu quero que vocês me mostrem agora* ***quem forma o conjunto imagem dessa função. Então vamos dar uma olhada lá o que era conjunto imagem, são todos os valores do conjunto B né, que estão em função dos valores o conjunto A****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) tá certo?! Então* ***quem que são os elementos aqui no conjunto B. O 3 está relacionado com 1, o 4 está relacionado com 1, o 5 está relacionado com o 7 e o 6 está relacionado com o 3. Então quando tiver relação direta dos valores a gente vai ter o conjunto imagem. Portanto o conjunto imagem ele vai ser formado por que?! Pelos elementos 1, 3 e 7. E o 5 professora? O 5 não tem relação, então ele***

não faz parte do conjunto imagem *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos). É isso que a gente precisa prestar atenção, beleza.* ***Então quem é o meu contra o domínio? Se eu tivesse um contradomínio aqui, seriam todos os elementos do conjunto B tá, essa diferença do conjunto imagem para o conjunto contradomínio, beleza. Então vamos escrever contradomínio aqui, eu achei que pudesse ter mais uma alternativa, então vamos fazer aqui, alternativa c). Então escreva o contradomínio dessa função f, certo?! Então o contradomínio seria quem? O conjunto 1, 3, 5 e*** *7 (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos). Viram, opa na outra coloquei parênteses agora vamos continuar aqui tá, então olha a diferença do contradomínio, da Imagem e do domínio dentro desse exemplo na nossa função, belezinha.*

A professora, continua:

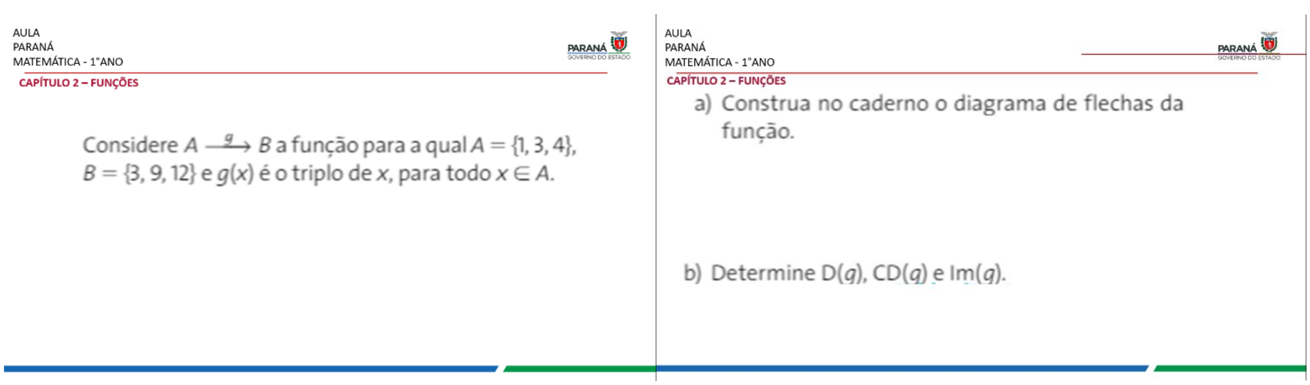
Professora: *Vamos ver então um próximo exemplo aqui. É.* ***Eu quero que você responda ali na letra c) com base nisso que a professora está falando. A função 4 tá, quando tiver o x com o valor do 4, qual o elemento que está representado no conjunto B? Né, tá aqui, está certo?! Então, quando eu tiver f de 4, o que eu vou fazer aqui? Aonde eu tiver o x, a gente vai colocar o valor 4 e para o valor 4 a gente tem uma relação direta com o valor 1, tá certo, então a resposta para a letra c) ali seria f de 4 igual a 1, é a relação direta entre os conjuntos que formam a minha função*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos)* . ***Na letra d), eu vou até apagar aqui embaixo agora, que a gente não precisa mais do contradomínio, né. Achei muito legal apagar a televisão, muito jóia. Na letra d) eu quero saber o valor de y quando x vale 5 tá certo?! Então o que eu vou fazer aqui, ao meu x valendo 5 aqui né, então quando x lave 5 qual que é relação direta do valor de y?! Tá ali, quando x vale 5 o valor de y vai ser igual a 7. Então o y vai valer*** *7 (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos). Então viram como às vezes não é difícil a gente interpretar as questõeszinhas de função, é só a gente entender que sempre você vai ter um conjunto de números e que esse conjunto de números através de uma função vai ter relação direta com um outro conjunto numérico e a gente só precisa fazer essa leitura.* ***Vamos dando sequência aqui na letra e) eu quero saber o valor de x quando y vale 3, então agora em vez da flechinha sair nesse sentido, a gente vai ver aqui, quando vale, o y 3, seguindo na direção quanto vai valer o x? Aqui só pode valer 6, tá certo?! Então a resposta pra esse***

segundo exemplo, seria x igual a 6, corretinho. Isso tudo a gente tá vendo só interpretar essa função*, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) tá.* ***E outra aqui, é f) x quando f de x é igual a 1, tá certo?! Então o que é f de x igual a 1? Onde eu estiver, a gente pode representar o f de x por y. Então a gente vai pegar, quando y vale 1, quais são os valores na função no conjunto A, então aqui o x pode valer tanto 3 ou 4 tá, porque eu tenho 2 valores de x que estão tendo a mesma relação direta com o valor 1. Oh então o 3 ou 4,*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) tá certo?! Só para, ah professora, mas eu não sabia que f de x era y. Então volta, lá na nossa primeira aula que a gente começou a falar um pouquinho sobre a função.* ***Você pode representar a função tanto y é igual a um determinado valor ou f de x igual a um determinado valor****, (KoT - registros de representação e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática) tá certo.*

Após a explicação da definição do domínio, contradomínio e conjunto imagem é apresentada uma atividade explorando tais conceitos, onde novamente, a professora, associa o domínio ao conjunto A e o contradomínio ao conjunto B. Além disso, no decorrer da explicação de tal atividade a professora reforça o uso de símbolos, a utilização dos termos x e y ou f(x) e suas representações *(KoT - registros de representação e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*.

No que se refere ao, exercício 2 sobre domínio, contradomínio e conjunto imagem, representado pela Figura 38, conforme podemos ver na sequência.

Figura 38: Exercício 2 sobre domínio, contradomínio e conjunto imagem



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A professora, explica:

Professora: *Bom, próximo um exemplo aqui.* ***Considere a função A que ela vai estar para a função B, a função para qual o A que tem os elementos 1, 3 e 4, letra, o conjunto B tem os elementos 3, 9 e 12 e a função nesse caso não é dada por f de x, ela é dada por g de x. Eu só tenho que entender que a maioria das vezes eu vou representar a função por f de x. Nesse caso ele já estava me falando aqui que era a função g então g de x, é só uma questão de nomenclatura. Essa função g é o triplo do valor de x, para todo x pertencente A*** *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática). E professora, já me perdi.* ***Então o que ele tá falando aqui?! Que g de x vai ser igual ao que? O que o triplo mesmo?! Triplo é 3 vezes o valor de x, tá certo?! Então pra cada valor que eu tiver no conjunto A, né, que é representado por um valor de x, você vai multiplicar esse valor por três e esse número, é o número correspondente no conjunto B*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), tá. Então vamos ver ali, primeira coisa com relação àquele exercício.* ***Eu quero que a gente construa primeiro diagramazinho, o que é o diagrama? Nós, vamos colocar todos os elementos dentro de um domínio, então vamos lá. Então nós temos o conjunto A que tem os elementos 3, 1 e 4 e o conjunto B que tem os elementos 3, 9 e 12, tá. Da onde que a professora tirou esses elementos aqui? Vamos voltar ali, desses elementos que estão aqui na questão, tá certo?! Então a gente está construindo o diagrama desses dois conjuntos, o conjunto A e conjunto B. Ele me diz que cada, a função que representa esse conjunto ela é dada por que? Cada valor de y, a gente descobriu através dessa função, três vezes o valor de x tá. Será que isso é verdadeiro? É só a gente substituir aqui, o primeiro valor de x, quando x vale 1, 3 x 1 = 3 e assim a gente como consegue montar o nosso diagrama das flechinhas. Então quando x vale 1 o valor em y vai ser 3, quando x valer 3, 3 x 3 o valor em y vai ser 9 e a última ali quando x vale 4, 4 vezes 3 o valor em y vai ser 12, tá certo*** *(KoT - procedimentos - como se faz e registros de representação)****?! Então nessa primeira questão, eu só queria que vocês construíssem no caderno o diagrama para a gente relembrar, tá certo, porque muitas vezes a gente vai precisar trabalhar com o diagrama que fica até mais fácil de entender a função*** *(KoT - registros de representação)* ***tá.*** *Na letra b), eu quero que a gente determine quem?! Que que é esse D em função de g aqui? É o nosso domínio, tá. Então, quem que era o domínio mesmo?!* ***Domínio são todos os elementos do meu conjunto A, então quem são os elementos do nosso domínio aqui? Olhando para o meu conjunto lá o 1, o 3 e o 4. Então, tá aqui, o nosso domínio de g, conforme ele está pedindo, pois é formado pelo número 1, 3 e 4 . É o nosso contradomínio de g? Quem***

era contradomínio mesmo? Contradomínio, vão ser todos os elementos do meu conjunto B, tá, então o meu contradomínio tá ali, 3, 9 e 12, correto?! E meu conjunto imagem de g, olha que legal esse exemplo que está aqui no quadro, esse exemplo que está aqui no quadro agora a gente consegue ver que o contradomínio e a imagem têm os mesmos elementos né. Porque quem é o nosso conjunto imagem? O nosso conjunto imagem é formado pelo número 3, 9 e 12, *(KoT - procedimentos - como se faz)* ***o que é o nosso conjunto imagem mesmo?! São todos os números no conjunto B que a gente descobriu através da nossa função tá, que tem relação direta com o conjunto A****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) tá bom. Não é uma questão difícil né, facinho da gente olhar.*

Igualmente, com a discussão anterior, ao apresentar atividade 2 a professora continua explorando os mesmos conceitos com atividades parecidas e assim, mobilizando os mesmos conhecimentos descritos anteriormente. Por exemplo, na atividade 2 ela novamente considera uma função A em B, repetindo que o domínio formado pelos elementos do conjunto A e o contradomínio pelos elementos conjunto B, onde ela poderia ter representado outros conjuntos ou ter considerado uma função de B em A, e assim, destacar para os estudantes que nem sempre o domínio será formado pelo elementos do conjunto A e o contradomínio pelos elementos do conjunto B.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 2 DA VIDEOAULA "DOMÍNIO CONTRADOMÍNIO E CONJUNTO IMAGEM DA FUNÇÃO"

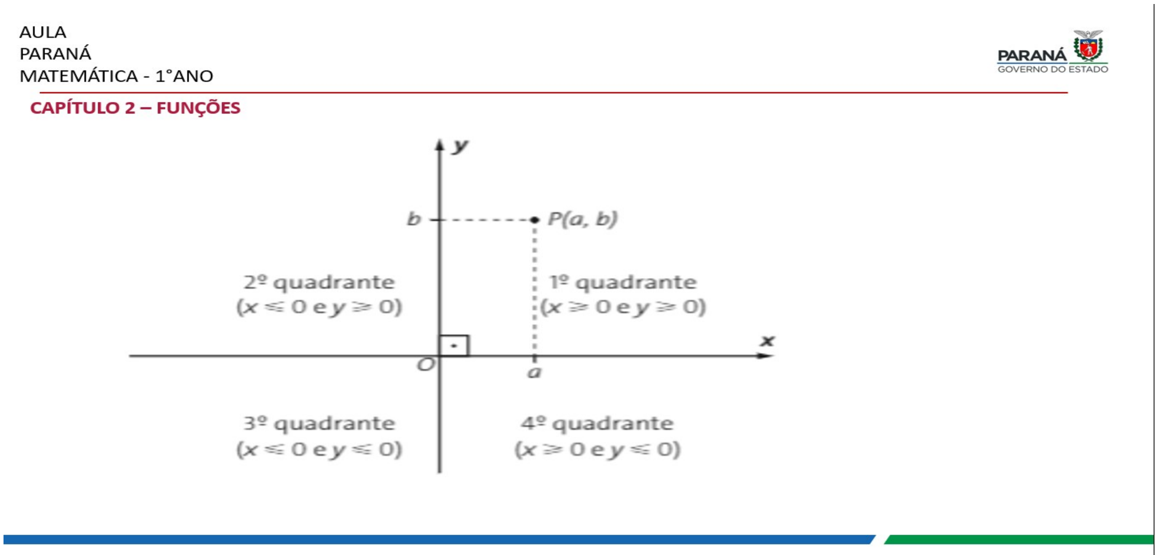
O momento 2 da videoaula "Domínio contradomínio e conjunto imagem da função", de maneira geral, é destinado a definição do que são coordenadas cartesianas, explicação de como construir um gráfico de uma função e resolução de exemplos.

De acordo com a professora:

Professora: *Uma outra, outro ponto bem importante dentro de função e acho que o estudo da função vem muito nessa questão pra gente poder aprender como montar esse tipo de situação, tá. Então o que a gente vai ver agora aqui?! A gente vai ver o que são coordenadas cartesianas, certo?!* ***Coordenadas cartesianas, será que a gente já ouviu falar nisso alguma vez?! Eu acredito que sim. Como a professora também já deu aula para os anos iniciais para o fundamental, a gente sabe que a gente vê isso lá desde o sexto ano, a gente está vendo gráfico,***

construção de gráficos, que são as coordenadas cartesianas e às vezes a gente vê isso de geografia, dentro da matemática *(KoT - aplicações e fenomenologia).* ***Então o que são as coordenadas cartesianas? As coordenadas cartesianas foi uma forma de a gente planificar alguns dados matemáticos, correto?! Então definição, um sistema de eixos ortogonais é constituído por dois eixos perpendiculares que a gente vai chamar de OX e OY que tem a mesma origem*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) né.* ***Sistema de eixos ortogonais, eixos ortogonais, eixos perpendiculares tá certo, que formam um ângulo de 90. Então a gente vai lembrando alguns conceitos da matemática*** *(KSM - conexões de simplificação) ai tá certo?!* ***Então coordenadas, vamos voltar ali, dentro das coordenadas cartesianas a primeira situação então, para a gente definir. É um sistema de eixos, então tem mais de um tá, constituído por dois eixos, nesse caso aqui o eixo que a gente vai chamar OX é o eixo que a gente vai chamar de OY e eles têm a mesma origem, no centro de origem onde eles se cruzam***. ***Os eixos ortogonais dividem o plano cartesiano em quatro regiões que a gente vai começar a chamar de quadrantes*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos). Vocês viram que está em negrito ali, porque é uma coisa importante que a gente está relembrando, na ordem indicada a seguir. Então, como que a gente representa ali?! E o ponto P desse plano,* ***para qualquer ponto P que a gente coloque nesse plano, a gente diz que os números a e b são coordenadas cartesianas do ponto P e que a abscissa, certo, tem o valor a e a ordenada tem o valor b*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos). Então vamos ver o que é isso aqui no nosso desenho, então aqui a gente tem o eixo da ortogonal que a gente viu ali atrás formando um plano cartesiano e a gente está vendo que ele era dividido em quatro quadrantes e a ordem dos quadrantes é essa que está no slide.*

Figura 39: Representação dos quadrantes



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide apresentado na Figura 39, apresenta a representação que está sendo trabalhada neste momento da aula. A professora, continua:

Professora: ***Então a gente vai chamar eixo x ou OX e o eixo OY, tá, e daí a gente tem aqui o primeiro quadrante, segundo quadrante, terceiro quadrante e quarto quadrante***, *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) certo?!* ***Essa é uma linguagem universal gente, então todo mundo aprende todos os quadrantes né. Eu costumo falar assim desde que a gente que sabe se localizar no plano cartesiano a nossa vida melhorou muito né, para as grandes navegações, para o sistema de astronomia, a gente consegue fazer mapas, dentro desses quadrantes que a gente tem ali, tá certo?! E assim a gente consegue definir um ponto qualquer, onde você está, você sabe a tua localização, o sistema de GPS, gente ele trabalha muito com essas coordenadas cartesianas***, *(KoT - aplicações e fenomenologia) tá, por quê? Porque, você sempre vai ter três pontos, é o nosso próximo exemplo aqui.* ***Pensa que eu marquei um ponto aqui, pra esse ponto aqui a gente sempre vai ter um valor a determinado por que?! Ele vai estar sempre na reta do X e a gente vai ter um valor b que está sempre localizado na reta do Y, tá certo?! Então se eu colocasse isso aqui como coordenadas a gente sabe localizar certinho aonde vai está o ponto P. Então pra todo ponto que a gente desenhar e se eu desenhasse um outro ponto aqui, o ponto Q eu vou ter então sempre o quê?! O valor desse ponto, que eu posso chamar de Q1 aqui na reta do x e vou ter aqui um valor de Q2 aqui que***

vai ser sempre representado na linha do y, tá. Então para qualquer ponto que eu coloque eu consigo identificar a localização correta desse ponto, para que isso aconteça cada ponto então, sempre vai ter o que a gente chama de par ordenado, que é um valor que está localizado no eixo x e um valor que está localizado no eixo y *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e procedimentos - como se faz) tá.*

Mais, especificamente, sobre a localização de ponto em cada um dos quadrantes, a professora, destaca:

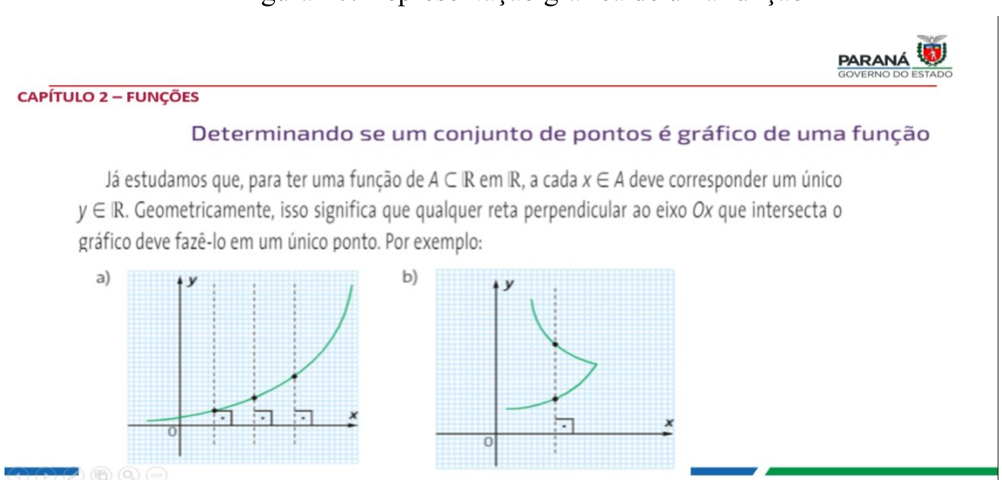
Professora: *E olha que bacana também a gente consegue saber qual o quadrante que ele está localizado né.* ***Então os valores de x no primeiro quadrante está aqui embaixo, para todo valor de x aqui no primeiro quadrante o x vai ser maior ou igual a zero, tá certo?! Então são valores positivos e o valor de Y também é maior igual a zero, tá então, tanto o valor de x quanto o valor de y tem que ser positivo. No segundo quadrante aqui, no segundo quadrante o nosso valor de x vai ser menor ou igual a zero, certo?! Então o que é um valor menor que zero?! Valor menor que zero a gente representa em matemática com valores negativos, tá certo, então é esse valor no segundo quadrante, então a gente pode afirmar que no segundo quadrante os valores de x vão ser negativos e os valores y?! Positivos no segundo quadrante ta certo?! No terceiro quadrante, no terceiro quadrante o x também vai ser menor igual a zero e agora o y também, então os números um qualquer ponto aqui no terceiro quadrante ele teria o valor de x negativo e o valor de y também negativo, certo?! E no quarto quadrante? Bom o quarto quadrante o que a gente vai ter aqui?! A gente vai ter aqui um x positivo, maior igual a zero, e o Y vai ser negativo e daí a gente pode brincar né, poderia dar pra vocês ali vários valores pra vocês tentarem ir traçando tá, mas nesse momento não é essa a nossa atividade a gente está fazendo uma recapitulação*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)*. *Quem tem dificuldade em lembrar dessa questão do plano cartesiano eu vou começar a trazer dicas para vocês, para vocês começarem a relembrar algumas coisinhas lá no fundamental tá. Então comecem a dar uma olhada que* ***isso é bem importante dentro do estudo das funções a gente saber identificar um ponto, a gente saber se esses valores são positivos e negativos, porque a gente está caminhando pra como que através de uma função a gente consegue fazer a representação gráfica desses valores*** *(KoT - registros de representação) certo?! Então aqui agora a gente terminou de ver que cada um dos quadrantes tem a sua particularidade com relação aos valores* *que determinam esse ponto, tá?!*

Neste momento ao explicar sobre as coordenadas cartesianas, como representar um ponto no plano e dizer que irá utilizar deste conteúdo para fazer a representação gráfica de uma função, a professora mobiliza seu conhecimento sobre a associação de tópicos dos Anos Finais Ensino fundamental com o conteúdo de função *(KSM - conexões de simplificação)* assim como, as múltiplas representações de uma função *(KoT - registros de representação)*.

Com relação a representação gráfica de uma função, a professora, explana:

Professora: ***Determinando se um conjunto de pontos é o gráfico de uma função. É o que foi, que acabei de falar para vocês, né, a gente está relembrando o plano cartesiano porque o que a gente vai relacionar agora?! Eu vou dar uma função para vocês e a gente através dessa função vai determinar qual é o gráfico dessa função,*** *(KSM - conexões de simplificação e KoT - registros de representação) tá certo?!* ***Então, como que a gente vai fazer isso?! Já estudamos que para ter uma função de A pertencente ao conjunto dos números reais, a cada x pertencente A deve corresponder um único valor de y pertencente aos números reais. Geometricamente isso significa que qualquer reta perpendicular ao eixo OX que intercepta o gráfico, deve fazê lo, em um único ponto. Então a gente não vai poder ter dois pontos, ter uma reta com dois pontos diferentes. Então, aqui está a primeira vez que a gente está vendo um gráfico de uma função, certo*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação)****?!***

Figura 40: Representação gráfica de uma função



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide apresentado na Figura 40, traz a representação gráfica que está sendo trabalhada neste momento da aula. E a professora, continua:

Professora: ***Então para todo o valor de x do OX aqui a gente vai ter um único ponto, pra todo o valor de x a gente vai ter um único ponto, pra todo o valor de x a gente vai ter um único ponto, mas vocês estão vendo que é esse tracejado é porque a gente desenhou o quê numa reta, perpendicular e paralela ao eixo y e assim, a gente consegue determinar os nossos pontos,*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos; procedimentos - como se faz e KPM - condição necessária e suficiente para definir)* ***tá****.* ***Vocês tem visto ultimamente na televisão um gráfico bem parecido com esse, mas vamos deixar isso de lado ninguém gosta muito dessa situação, mas é o crescimento da nossa curva, tá certo?! Então, é aquilo que a professora já tinha comentado as funções elas são usadas em diferentes áreas, então a gente vai fazendo essa relação*** *(indício de KoT - aplicações e fenomenologia) agora tá. Um outro exemplo, vamos ver.* ***Pra todo o valor que eu tenho x eu tenho um único ponto, se eu tiver dois pontos eu não consigo traçar uma única reta. Então esse é o problema, na letra a) gente consegue tá traçando e na letra b) eu não posso ter uma função determinada por um valor de x com dois pontos, tá certo?! Então um seria correto, é o gráfico de uma função e na letra b) a gente não tem o gráfico de uma função,*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos; procedimentos - como se faz e KPM - condição necessária e suficiente para definir)* ***tá.***

Ao abordar a representação gráfica de uma função, a professora, explica a partir de dois exemplos quando e como identificar se uma representação gráfica representa ou não uma função *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos; procedimentos - como se faz e KPM - condição necessária e suficiente para definir)*.

Neste momento a professora também sinaliza fazer associação de um de seus exemplos, com a representação gráfica da Função Exponencial, porém ela não finaliza tal associação, sendo assim, ela não conclui essa aplicação.

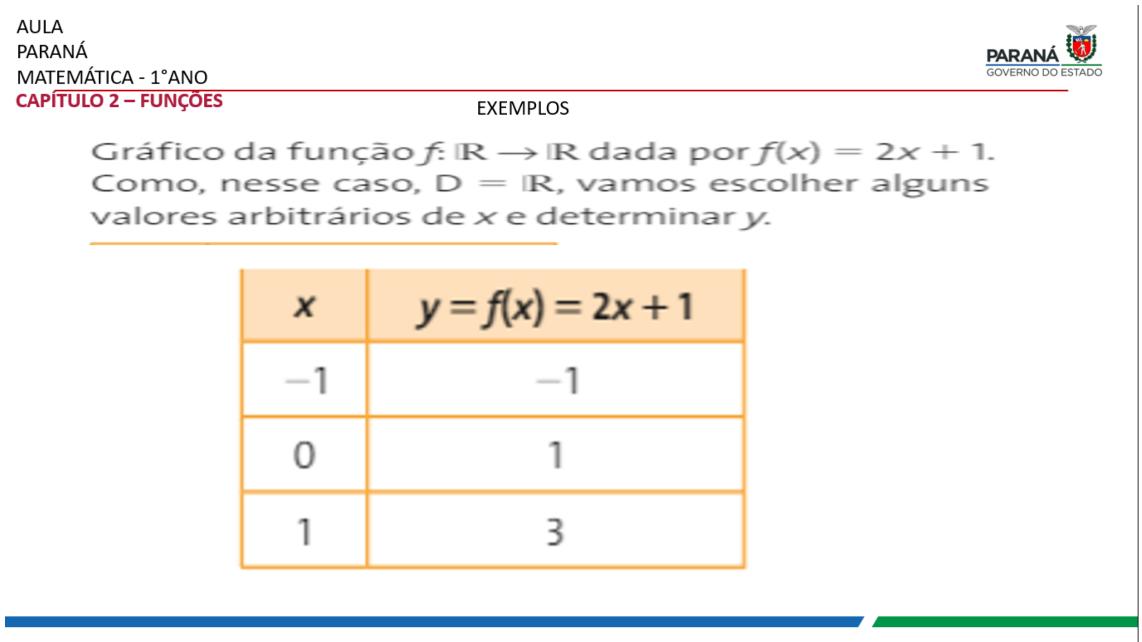
No seguimento da aula, a professora descreve qual é o procedimento que se deve fazer para realizar um esboço do gráfico de uma função e posteriormente, aplica o que foi descrito a dois exemplos.

Professora: ***Para construir o gráfico de uma função dada por y igual a f de x, com x pertencente ao domínio de f, no plano cartesiano, primeiro a gente deve: construir uma tabela,*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos)* *bem importante e vou até colocar um asterisco aqui para a gente não esquecer.* ***Qual é o primeiro passo para a gente, poder sair de uma função e construir um gráfico?! Então, a primeira coisa a gente vai montar uma tabela com valores. Que tabela de valores é essa?! Lembra que eu falei nos slides anteriores, a gente sempre vai montar uma tabelinha com os valores de x e o valor de y correspondente, tá, do nosso domínio a gente parte pra nossa função. Associar um ponto do plano cartesiano a um par ordenado, porque cada ponto do meu gráfico ali a gente vai ter que marcar sempre com um valor de x em um valor de y e para isso a gente precisa da nossa tabelinha. Marcar o número suficiente de pontos até que seja possível esboçar o gráfico da função. Marcar o número suficiente de pontos, a gente não consegue determinar se a reta vai pra cima, para baixo, para o lado com um único ponto com um único valor de x, tá, então a gente sempre usa no mínimo que no mínimo três pontos pra gente poder saber qual é a direção dessa reta, tá?! Então quando a gente for construir aqui, os valores uma tabela, professora mas eu não conheço o meu conjunto? Então a gente começa a dar valores para esses x escolhidos, tá certo, um valor negativo, um valor neutro, um valor positivo, são os exemplos que a gente mais usa, por quê? Porque, assim a gente consegue ter uma noção de como esse gráfico vai se comportar, tá. Então a gente atribui valores, certo no número suficiente de no mínimo 3, menos que 3 valores a gente não consegue definir e às vezes a gente precisa até de mais valores. Quanto mais valores a gente colocar mais correto vai ficar o nosso gráfico, tá certo?*** *(KoT - procedimentos - como se faz).*

De maneira geral, professora (re)conhece o registro de representação de uma função pelo gráfico *(KoT – registros de representação)*. Além disso, a partir de uma representação gráfica, a professora explica quando essa representação gráfica representa uma função *(KPM - condição necessária e suficiente para definir)* e descreve quais são os procedimentos a serem realizados para realizar uma representação gráfica de uma função *(KoT - procedimento - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos).*

No que se refere ao exemplo 1, sobre a representação gráfica de uma função, representada pela Figura 41, conforme podemos ver na sequência.

Figura 41: Representação gráfica de uma função, exemplo 1



x	$y = f(x) = 2x + 1$
-1	-1
0	1
1	3

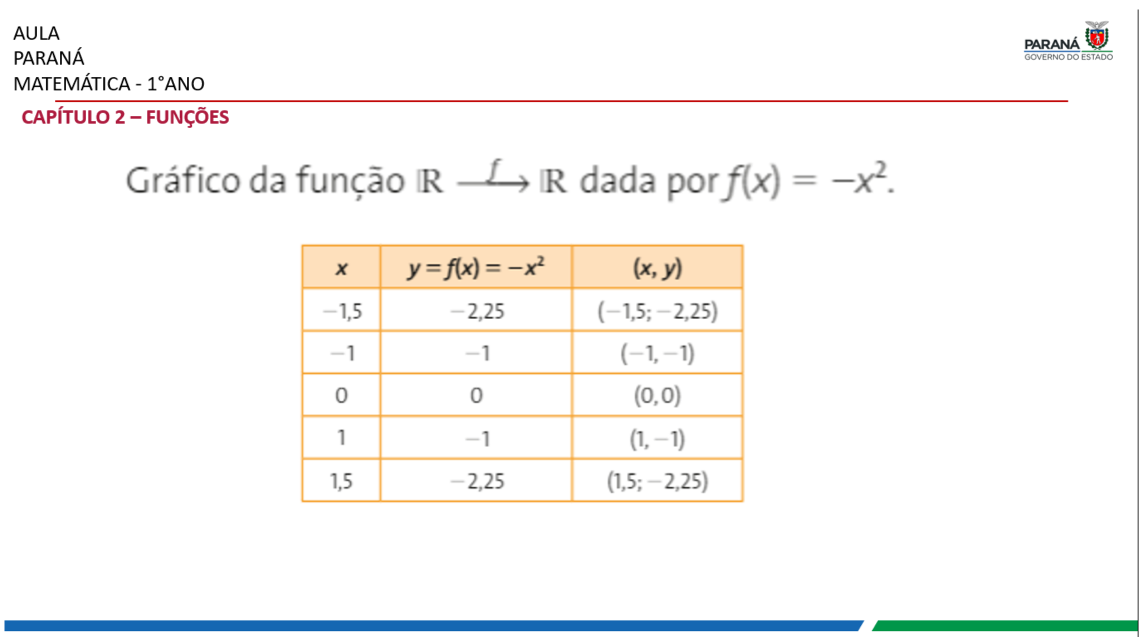
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A professora, diz:

Professora: *Vamos ver então como é que fica. Primeiro exemplo eu quero que vocês tentem montar o gráfico de uma função, tá, uma função dada pelos números reais e ela é dada por f de x igual a 2x mais 1.* ***Como nesse caso o domínio pertence aos números reais, vamos escolher alguns valores arbitrários para determinar o valor disso, tá. Então tá aqui, eu vou montar a nossa tabelinha*** *(KoT - procedimentos - como se faz). Então aqui eu tenho os valores de x e daí eu tenho a minha função, que vai determinar o meu valor de y, f de x é igual a y como a gente já tinha visto. Pra gente descobrir o valor de x ele me dá essa função 2 vezes o valor de x mais 1, então esse menos um aquele x fui eu que escolhi, tá certo?! Lembra que eu falei para vocês que não está dando pra ver lá no slide, mas é menos aqui, tá, e eu consigo ver ao menos e vocês não, então arrumam lá, por favor. Então aqui, vou colocar o primeiro número, o primeiro valor pra x negativo. Então quando x vale - 1 qual vai ser o valor de y? Então eu vou substituir aqui aonde tem x, eu vou colocar -1, 2 vezes -1, -2. Agora -2 mais 1 vai ficar -1, tá, então, já vamos vendo isso. Segundo valor, eu disse para vocês sempre no mínimo 3 valores, então o segundo valor que eu vou pegar aqui é o zero né. Quando x vale zero quanto vai valer o y?! Substituindo na minha função encontro que o y vai valer 1. E o próximo número que eu peguei aqui x é igual a 1, substituindo na minha equação 2 vezes 1 é 2, mais 1, é 3 e assim eu consegui montar a minha* *tabelinha de valores tá.* ***Então vamos ver o que a gente vai montar aqui, então o gráfico que vai ser construído com essa função que a professora determinou, é esse gráfico aqui que a gente fez aqui. No meu primeiro valor quando x valem -1 quanto vai valer o y?! -1, marco meu primeiro ponto aqui. Quando x vale 0 quanto vai valer o y? 1, marco meu segundo ponto aqui. E quando o meu x vale 1. Quanto vai dar o valor de y? 3, marca o meu terceiro ponto aqui. Como eu tenho os 3 pontos eu consigo definir a minha reta,*** *(KoT - procedimentos - como se faz)* ***tá****. Então esse é um gráfico que nasceu de uma função determinada por f de x = 2x + 1.* ***A gente vai treinar fazer bastante gráficos e vocês vão descobrir que existem muitos gráficos diferentes na matemática, tá certo?! E o comportamento disso depende muito do comportamento da minha função****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registro de representação) tá.*

Já, no que se refere ao exemplo 2, sobre a representação gráfica de uma função, representada pela Figura 42, conforme podemos ver na sequência.

Figura 42: Representação gráfica de uma função, exemplo 2


AULA
PARANÁ
MATEMÁTICA - 1°ANO

PARANÁ GOVERNO DO ESTADO

CAPÍTULO 2 – FUNÇÕES

Gráfico da função $\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -x^2$.

x	$y = f(x) = -x^2$	(x, y)
$-1,5$	$-2,25$	$(-1,5; -2,25)$
-1	-1	$(-1, -1)$
0	0	$(0, 0)$
1	-1	$(1, -1)$
$1,5$	$-2,25$	$(1,5; -2,25)$

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A professora, diz:

Professora: *Vamos lá então, segundo exemplo aqui. Gráfico da função dada dentro do conjunto dos números reais, agora eu tenho uma função que é dada por f de x igual a – x elevado ao* *quadrado. Então o que significa essa função?! Que para a gente descobrir o valor do y, né, eu vou ter que pegar o valor do x e elevar ele ao quadrado, tá.* ***Então vamos montar nossa tabelinha ali, oh nessa função vocês já estão vendo que a professora já colocou mais números, eu estou pegando outros números de x, tá, e esses números aqui, da primeira coluna é a gente que decidi****, (KoT - procedimentos - como se faz) está certo. Professora, eu podia colocar, lembrando que aqui antes do 0, todos os números são negativos, então aqui a gente foi começando, podia colocar -3, -4? Claro que podia, só que dependendo do tamanho do seu caderno, tem que montar o gráfico pequenininho, porque se não esse gráfico vai ficando muito grande, tá. Então eu coloquei aqui, -1,5, -1,5 elevado ao quadrado? -2,25. Quando eu pegar o valor de -1, -1 elevado ao quadrado? Vai ficar igual a -1, tá. Agora 0 ao quadrado? 0. E 1 ao quadrado? Vai ficar -1, porque tem sinal negativo. E o 1,5 ao quadrado vai ficar -2,25, tá.* ***Então eu consegui determinar os meus pontos para x e para y, está certo. Então vamos ver, como a gente monta nosso gráfico, tá aqui oh, certo?! Para todos os valores de x que eu tinha eu fui marcando os valores de y e assim, a gente consegue montar o nosso gráfico,*** *(KoT - procedimentos - como se faz) tá.*

Em relação a representação gráfica de uma função, nos dois exemplos realizados pela professora, ela segue o procedimento apresentado anteriormente de maneira clara. Chamo atenção a este momento, que os dois exemplos de funções utilizados pela professora são definidos de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ e a função é contínua em todo seu domínio, sendo assim, sua representação gráfica é contínua, porém a professora não faz esse comentário durante sua aula, podendo ficar subentendido que sempre as representações gráficas de função são contínua e isso não acontece.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 3 DA VIDEOAULA “DOMÍNIO CONTRADOMÍNIO E CONJUNTO IMAGEM DA FUNÇÃO”

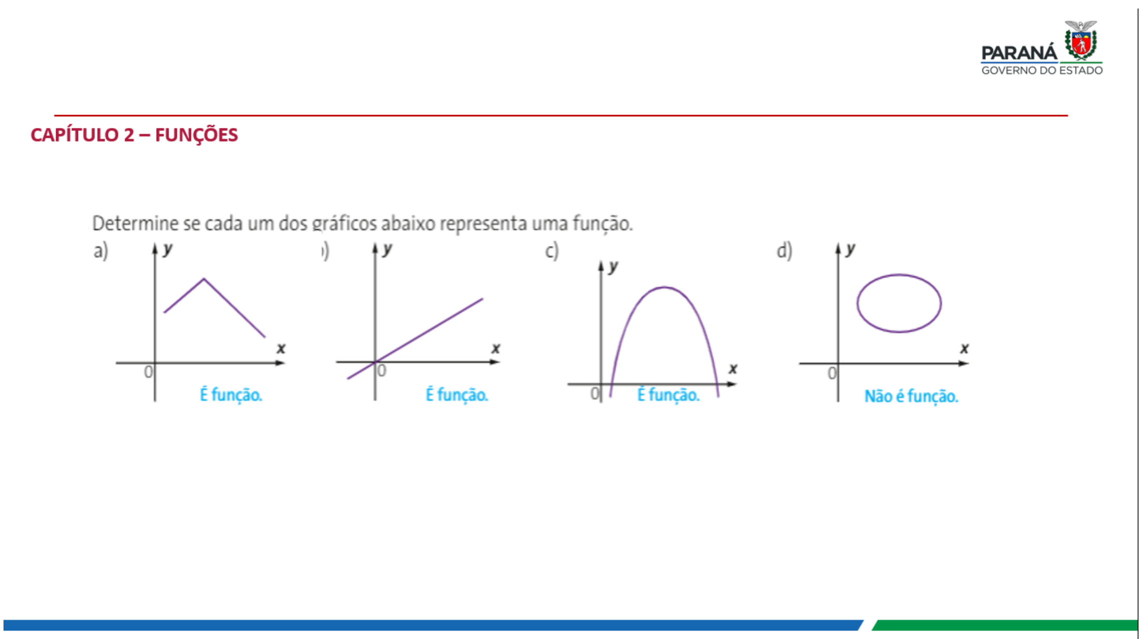
No seguimento da aula, a professora, comenta rapidamente sobre função crescente e decrescente, onde a mesma, destaca:

Professora: *E daí para a gente terminar a gente vai ver aqui o que?! Existe sempre o que a gente começa a falar das funções, quando ela é crescente, quando ela é decrescente, tá. O que é uma função crescente? Quando os valores dela, né, tem um certo comportamento. E função decrescente? Quando os valores vão decrescendo, tá certo. A gente vai fazer um estudo mais* *detalhado dessas funções crescente e decrescente na sequência, beleza. Aqui tem um planinho para gente poder ver certinho o comportamento desses pontos dentro do gráfico e daí tem uns exercícios para a gente poder identificar o que que é uma função crescente e função decrescente, tá?!*

Percebe-se nesta fala que a professora comenta de forma superficial sobre o que são funções crescentes e funções decrescentes, sendo assim, não é possível identificar subdomínios associados ao Conhecimento Matemático (MK) neste momento da aula.

Após esse comentário, a professora apresenta uma atividade, no qual o objetivo é identificar, dentre as representações gráficas colocadas, quais eram representações de função, como podemos ver na Figura 43.

Figura 43: Atividade sobre representação gráfica de uma função



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide apresentado na Figura 43, apresenta a atividade que está sendo trabalhada neste momento da aula. Onde, na sequência professora, diz:

Professora: *Primeiro, para ver se eles são representativos de uma função, olhando para esse primeiro gráfico aqui dá para dizer que ele é uma função?! Lembra que eu falei para vocês que eu vou deixar a resposta, mas tem que dar uma olhadinha em casa sem a resposta que a* *professora colocou.* ***Para ser o gráfico de função a gente tem que?! Tem que ter pontos em x pontos em y e marcando esses pontos, tá?! Então ele vai ter comportamento de uma reta única, então é função*** *(KoT - procedimentos - como se faz; definições, propriedades e seus fundamentos e KPM - condição necessária e suficiente para definir). Aqui no segundo aqui também é função, no terceiro também é função.* ***E esse último gráfico que forma uma elipse é função? Claro que não né gente, a gente acabou de falar para você, que para ser uma função, a gente tem que ter uma única linha que não se cruze, tá, e o que que tá acontecendo com essa linha aqui?! Está formando uma parábola, então não representa uma função****, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) tá certo?!*

Nesta atividade a professora menciona uma representação de função por meio do registro gráfico associando aos subdomínios *(KoT - registros de representação)* e *(KPM - condição necessária e suficiente para definir).*

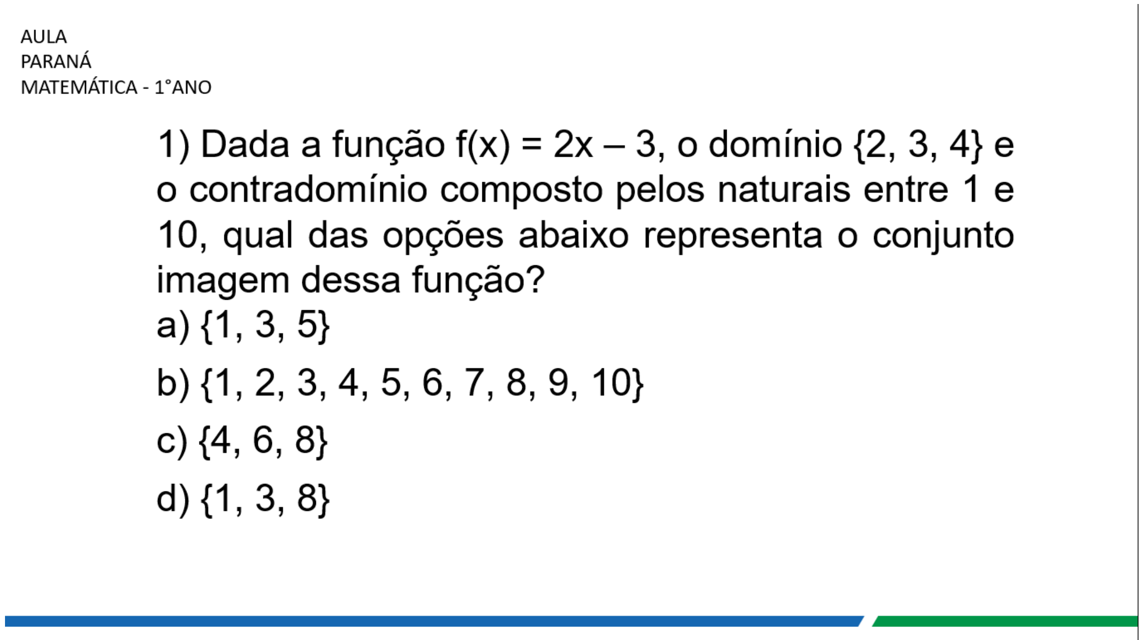
Ao final da atividade a professora passa rapidamente por algumas atividades, porém não se resolve e nem é dado tempo para os alunos copiarem para resolver posteriormente.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 4 DA VIDEOAULA "DOMÍNIO CONTRADOMÍNIO E CONJUNTO IMAGEM DA FUNÇÃO"

No momento 4 da videoaula "Domínio contradomínio e conjunto imagem da função", a professora destaca que para finalizar, ela estará apresentando um Quiz sobre domínio, contradomínio dentro da função.

A professora, então, inicia este momento fazendo a leitura da primeira questão do Quiz representada na Figura 44.

Figura 44: Questão 1 do Quiz da videoaula "Domínio contradomínio e conjunto imagem da função"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

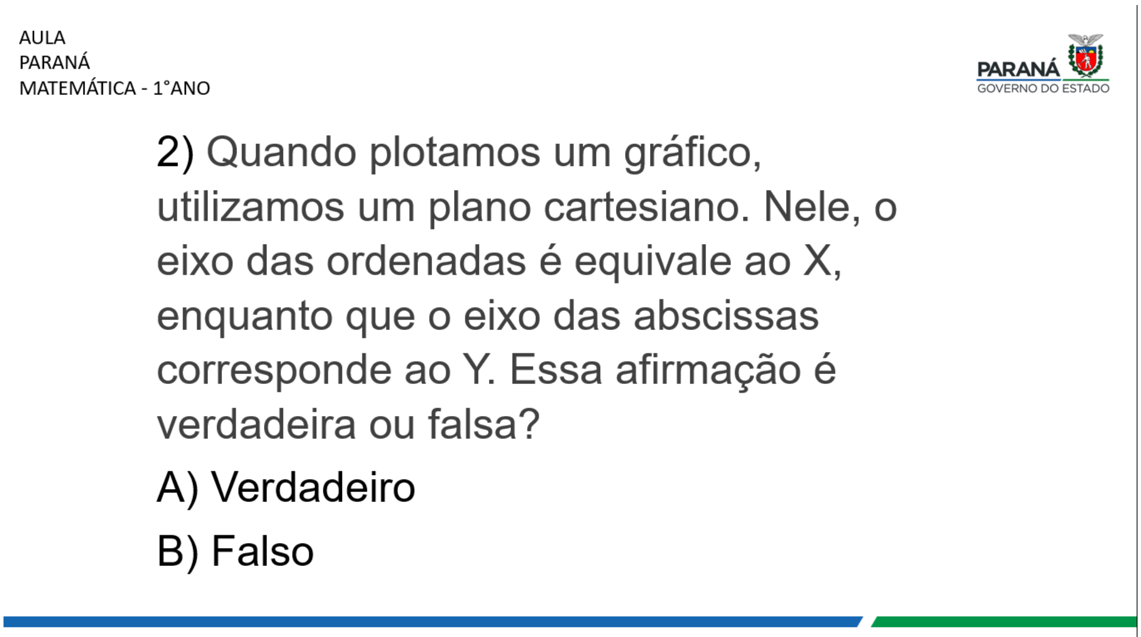
O slide representado na Figura 44, apresenta a atividade que está sendo trabalhada neste momento da aula.

Professora: *Dada uma função f de x igual a 2x - 3 tem ali o domínio e o contradomínio composto pelos números naturais de 1 a 10, qual das opções abaixo representa o conjunto imagem?!* ***O que a gente teria que fazer nessa questão aqui? Marcar os diagramas e ver quais os números que tem relação, tá, só substituindo os valores do domínio dentro daquela função*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos). Um, dois, três e vamos ver quem consegue responder vou dar um minutinho. Vamos ver quem consegue saber qual é o conjunto imagem dessa função. Substituindo 2 pelo valor do x ali, vai ficar o que, 2 vezes 2, 4. Agora 4 – 3 é 1, então só pode ser alternativa a) b) ou c). Vamos pegar a segunda valor de x ali, quando x vale 3, substituindo dentro da função 2 vezes 3, 6. Agora 6 – 3 é 3 então agora só pode ser a letra a) e a letra d). Pegando o último valor de x, vamos substituir ali no x, então 2 vezes 4, 8. Agora 8 – 3, 5, então a alternativa correta, letra a). O que que a gente fez? Só pegamos os valores do domínio e substituiu no x, tá, assim a gente encontra o nosso conjunto imagem.*

Nesta atividade, no qual objetiva-se, determinar o conjunto imagem, a professora faz a leitura da mesma e diz o que se tem que fazer para resolver. Na sequência é dado um tempo para os estudantes resolverem, e a professora volta fazendo a correção, porém ela não segue exatamente o procedimento que ela tinha acabado de dizer, podendo gerar dúvida posteriormente.

No que se refere à segunda questão do Quiz representada na Figura 45, como podemos ver abaixo:

Figura 45: Questão 2 do Quiz da videoaula "Domínio contradomínio e conjunto imagem da função"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 45, apresenta a atividade que está sendo trabalhada neste momento da aula. A professora, explica:

Professora: *Número 2, quando plotamos um gráfico, utilizamos um plano cartesiano. Nele o eixo das ordenadas é equivale ao X, enquanto que o eixo das abscissas corresponde ao Y. Essa afirmação é verdadeira ou falsa? A professora comentou ali atrás, quem prestou atenção?! Um tempinho para pensar. Quem é o eixo das abscissas? Quem é o eixo das ordenadas? Vamos lá, um, dois, três, e, quem respondeu? Falso, tá certo?! Como que é o nome do eixo x, dos valores que estão na linha do x? Como que é nome dos valores que estão em? Essa alternativa está trocada. Até próxima aula, espero que vocês tenham curtido e vamos lá, matemática não era o bicho papão, tá certo, até breve!*

Neste momento, a professora realiza a leitura da atividade em questão, porém não é realizada a explicação e a resolução da mesma. Portanto, não é possível identificar subdomínios associados ao Conhecimento Matemático (MK) neste momento da aula.

4.5 AULA: 5 – Função crescente e decrescente

A videoaula "Função crescente e decrescente" pode ser descrita a partir dos seguintes momentos de ensino:

MOMENTO 1: Revisão sobre os processos para construção do esboço de um gráfico, resolução de exemplos e atividade.

MOMENTO 2: Definição de função crescente, análise de uma representação gráfica, apresentação do gráfico de duas funções e, por fim, um desafio.

MOMENTO 3: Realização de um Quiz sobre o conteúdo abordado na aula.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 1 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO CRESCENTE E DECRESCENTE"

A quinta aula intitulada "Função crescente e decrescente", inicia-se com a professora relembrando os passos a serem realizados na construção do esboço de um gráfico de uma função.

Assim, a professora inicia a aula, dizendo:

Professora: *Então, vamos lá, hoje a gente vai relembrar um pouquinho o que que é construção do gráfico dessas funções e como que a gente pode tá trabalhando melhor com reconhecimento desses gráficos dentro das funções crescentes e decrescentes, tá. Então relembrando para gente poder construir um gráfico de qualquer função y igual f de x* ***a gente precisa reconhecer o plano cartesiano, lembrar como que a gente monta o plano cartesiano e como que a gente faz para montar esse gráfico*** *(KoT - procedimentos - como se faz), então* ***primeira parte, a gente sempre vai pegar a função e vai tentar construir uma tabela com os valores de x escolhidos, né, dentro do domínio*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), tá. Então na última aula a gente fez a montagem do domínio, contra domínio, conjunto imagem, então agora a gente vai usar os elementos do domínio, tá certo, e daí a gente vai pegar os valores correspondentes dentro do conjunto f de x. Então a gente já fez esse reconhecimento e o* ***segundo passo, a gente vai associar esse ponto dentro do plano cartesiano, tá certo, e o terceiro***

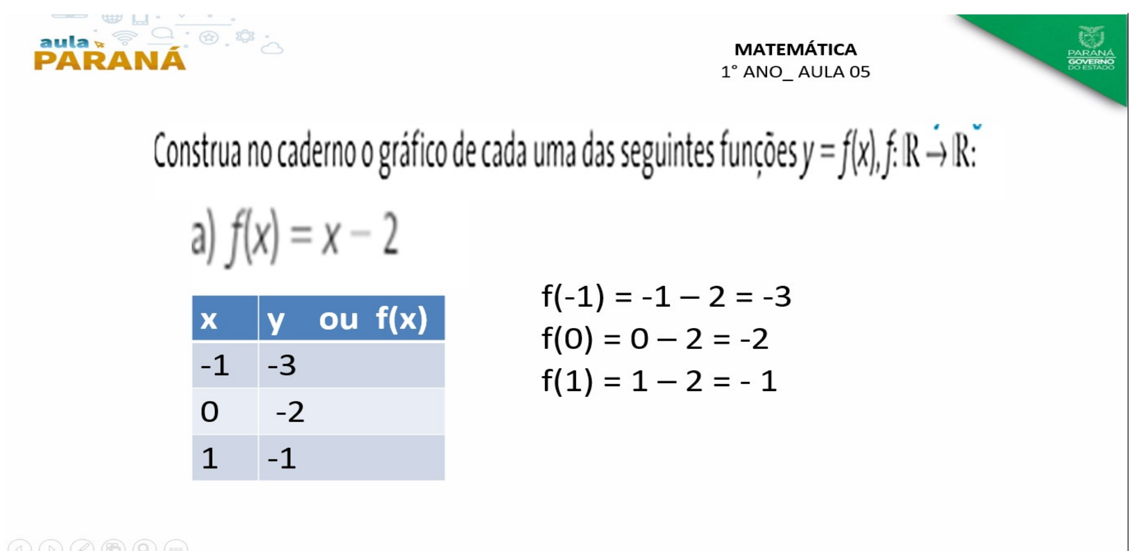
passo para a gente poder construir o nosso gráfico a gente vai ter que sempre marcar um número suficiente de pontos *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), então, a professora sempre diz assim, com* ***um ponto a gente não sabe a direção da re, não sabe que direção esse gráfico vai tomar, então a gente precisa marcar de 3, 4, 5 pontos às vezes quanto maior a quantidade de pontos mais precisão a gente vai ter no nosso gráfico*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), correto?!*

A professora (re)conhece o registro de representação de uma função pelo gráfico *(KoT – registros de representação)*. Além disso, descreve quais são os procedimentos a serem realizados para realizar uma representação gráfica de uma função *(KoT - procedimento - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos).*

Após, a descrição dos processos, a serem realizados, para a representação gráfica de uma função, a professora, faz a construção do esboço de uma função a quatro exemplos, apresentados, abaixo:

Professora: *Vamos ver então, um exemplo construa no caderno, o gráfico das seguintes funções, vamos ver como que a gente começa a construção desses gráficos então, no primeiro exemplo aqui, a gente tem uma função f de x = x – 2.*

Figura 46: Exemplo 1, construção de gráfico



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

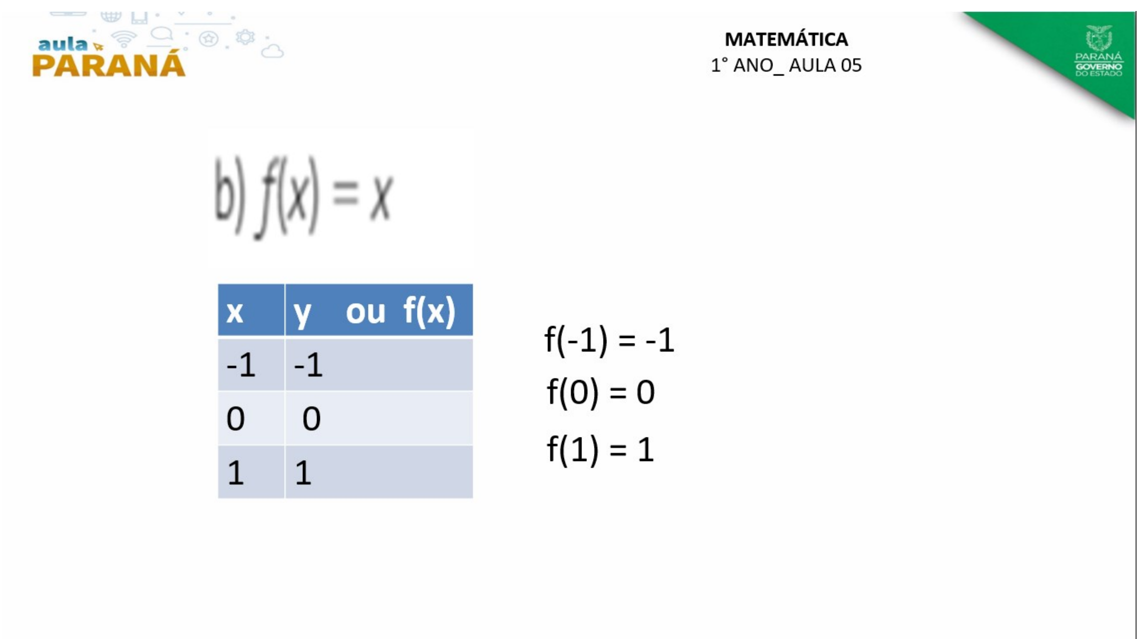
Bom primeira coisa, ***a gente vai então substituir os valores do x, tá certo, por, eu como sugestão costumo falar assim pega sempre um valor negativo, o valor neutro e um valor positivo para a gente ter certeza de como que é, como que é a direção que esse gráfico vai poder tomar, tá certo, então aqui nesse primeiro momento, a gente tá pegando o valor para o x, né, dentro do domínio do conjunto, com o valor -1, então, na nossa função a gente vai substituir o valor do x por -1, -1 - 2 o resultado final, tá, então esse seria o nosso valor dentro do conjunto Y. Vamos lá, vou pegar o segundo valor com F 0, então x aqui vai ser um valor zero, tá, substituindo o x na minha função 0 – 2, a gente tem o valor no Y, tá certo, e o f com o valor de 1, então substituindo na posição do x 1 – 2, - 1 e assim a gente consegue montar a nossa tabelinha de valores então para cada valor de X a gente vai ter um valor que você tem representativo né dentro do conjunto imagem do Y, tá, e assim a gente tem os nossos pontos dentro do nosso plano cartesiano*** *(KoT - procedimentos - como se faz), tá certo, lembrando como que a gente marca isso graficamente agora, então a primeira parte a gente encontrou e determinou os pontos agora, a gente vai colocar esses pontos dentro do nosso gráfico. Vamos ver então como é que a gente faz aqui no slide a professora pegou um papel quadriculado, mas a gente poderia usar cada quadradinho desse no nosso caderno de matemática ou quem tem um caderno com linha marca o espaço da régua, tá certo, então para construir o gráfico a gente sempre tenta usar valores iguais para cada unidade de medida, tá?!* ***Então vamos desenhar nosso primeiro eixo né que representa o eixo dos valores do x, vamos colocar os nossos valores ali sempre, lembrando do centro de origem à esquerda nós vamos colocar os valores negativos, a direita nós vamos colocar os valores positivos, o centro de origem então, vai determinar a linha dos valores do x perpendicularmente a linha dos valores do y, tá?! Vamos marcar de novo os valores do y negativo para baixo do eixo do y e para cima do eixo do x não ficar os valores positivos. Marcamos os nossos pontos, agora a gente vai referenciar os pontos da nossa tabela, tá certo, no nosso primeiro valor lá, qual que a gente tinha?! Então, a gente tinha para o valor que quando x vale -1 a gente encontrou o valor de y com o valor -3, correto, então a gente marca o nosso primeiro. Tá o nosso segundo. Quando a gente tinha um x valendo 0 a gente encontrou que o y valia -2, então a gente marca o nosso segundo ponto e assim a gente marca os três pontos que a gente conseguiu calcular quando a gente tinha o valor do x valendo 1 na nossa função, a gente determinou que o y tinha o valor de -1, aonde as linhas se encontram no valor de x e y a gente vai ter o ponto determinado, tá, então quando a gente marcou o conjunto***

de pontos a gente consegue traçar a nossa reta que representa a função *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), beleza?! Então, esse foi o nosso primeiro exemplo, de como marcar gráfico da função.*

Relativo aos registros de representação da função, o exemplo acima mencionado pela professora, possibilita um trabalho mais efetivo com o registro gráfico da função polinomial do primeiro grau *(KoT – registros de representação)* que corresponde a uma reta no plano cartesiano, eixos da abscissa (x) e ordenada (y). Porém, até o momento a professora só realizou o esboço do gráfico de função definidas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ sendo contínua em todo seu domínio, e assim, sua representação gráfica é contínua. No entanto, até o momento, a professora não faz referência ao domínio da função no momento de realizar tais esboços.

No que se refere ao segundo exemplo, a professora, apresenta o slide representando pela Figura 47, e explica:

Figura 47: Exemplo 2, construção de gráfico



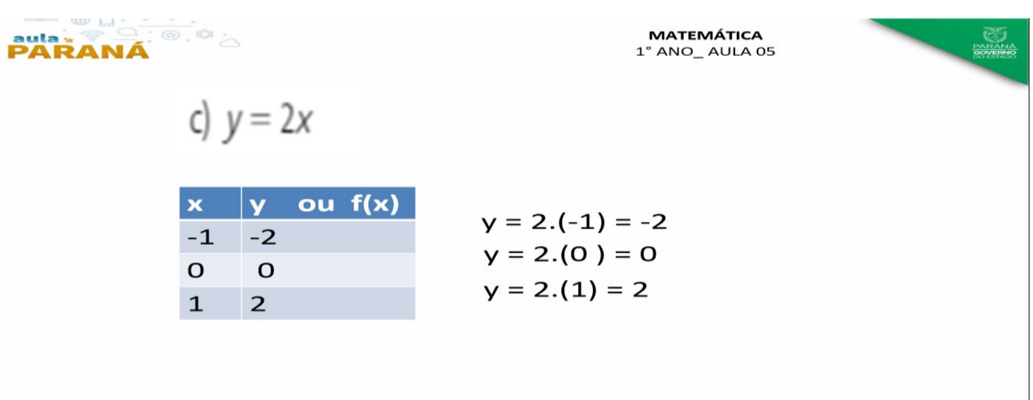
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Vamos ver uma segunda função aqui, agora eu tenho uma função determinada por f de x igual a x, tá certo, então que que a professora disse que precisava fazer?* ***A gente vai determinar alguns valores para x e vai substituir esses valores dentro da nossa função, correto, então vamos lá o primeiro valor, que a professora tá pegando como sugestão, sempre pega um***

valor negativo, um valor positivo e um valor, é, neutro, positivo e negativo *(KoT - procedimentos - como se faz), tá. Vamos começar com negativo então, dentro da minha função -1 então, quando x vale -1 quanto vai valer a minha função? Nesse caso -1. Vamos pegar o valor neutro agora, o 0 então, quando a função 0, né, quando vai valer a minha função? 0. E no último caso eu tô pegando aqui o valor quando x vale 1, então a nossa função vai valer? 1, tá certo,* ***conseguiu montar os meus valores monto minha tabela de referência. Então aqui eu botei os valores de x e vou ter os valores de y, tá, quando eu conseguir os valores de x e de y eu vou partir para construção do nosso gráfico. Então, já temos valores a gente vai marcar então, esses pontos no nosso gráfico. Então vamos lá, de novo, marcando os nossos valores positivos e negativos dentro do gráfico, tá certo, então lembrando no eixo x os valores à esquerda vão ser sempre negativos*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), isso faz lembrar quem?! A nossa reta numérica, tá, então a partir do zero sempre, à esquerda nós vamos ter os valores negativos e a direita os valores positivos. E na reta do y, no eixo y, a gente vai ter a partir do 0, o que que a gente vai ter? Os valores para cima da reta vão ser positivos e para baixo negativos.* ***Como a gente já determinou os nossos pontos, agora a gente vai marcar então, dentro daquela função. Quando x valia -1, quanto que vale o y? Então, tá ali, -1. Quando x valia zero, tá, quanto que valia o y na nossa função, f de x = x? É o mesmo valor, tá, e quando x valia 1, quanto que vale o y? 1 também, então assim a gente consegue traçar a nossa reta*** *(KoT - procedimentos - como se faz), perfeito?!*

Para o terceiro exemplo, a professora, apresenta o slide representando pela Figura 48, e explana:

Figura 48: Exemplo 3, construção de gráfico

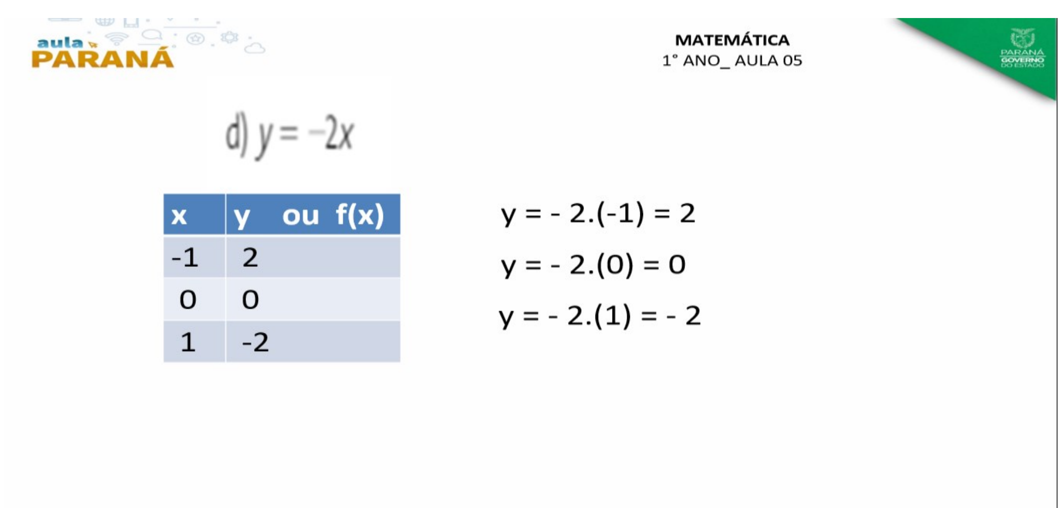


Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Vamos ver mais uma função agora,* ***quando eu tiver uma função y = 2x vocês perceberam que agora a gente não tá escrevendo f de x, tá, porque a gente sabe que pode representar de duas formas diferentes como a gente já vem comentando*** *(KoT - registros de representação), tá certo. Então pode aparecer y = 2x ou pode aparecer função de x = 2x, tá certo?! Então vamos lá, a* ***primeira coisa que a gente faz vai encontrar valores de x que a gente pode substituir para determinar o valor do y, tá****, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) nesse caso começamos de novo com -1, professora mas eu posso colocar -2, -3? Gente vocês escolhem os valores, correto, então você pode estar colocando, só que como sugestão sempre alguns valores negativos e alguns valores positivos, tá?! Substituindo, quanto que fica a 2 vezes -1? -2. Próximo valor, vamos lá, para o valor 0, tá, então 2 vezes 0? 0. O que que isso tá representando então? Quando x vale zero quanto vai valer o y? 0 também, correto. E um terceiro valor, no mínimo sempre três pontos, tá, então pegamos o valor 1 positivo, tá, 2 vezes 1? 2.* ***Tendo todos os valores a gente consegue montar o nosso gráfico, tá, a nossa tabelinha e a partir da tabelinha a gente consegue construir o nosso gráfico*** *(KoT - procedimentos - como se faz).* ***Então vamos lá ver como é que fica, valores negativos, valores positivos a direita valores negativos do y para baixo da linha do eixo x, valores positivos para cima, marcamos os nossos pontos, que a gente já encontrou, e conseguimos passar a nossa reta*** *(KoT - procedimentos - como se faz), correto?!*

Já, no que se refere ao quarto exemplo, a professora, apresenta o slide representando pela Figura 49, e explica:

Figura 49: Exemplo 4, construção de gráfico



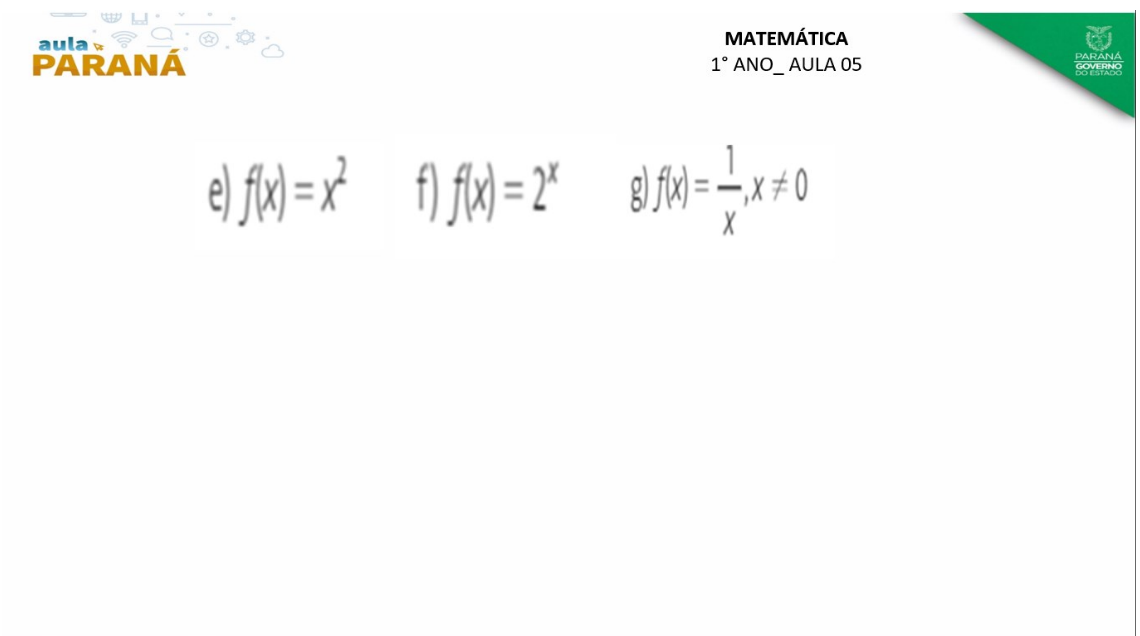
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Tenho mais alguns exemplos aqui para vocês agora com a função y = - 2x, tá,* ***substituindo os valores, como a gente já viu, montando a nossa tabelinha, tá, construindo nosso gráfico, com os valores encontrados, a gente consegue traçar a nossa reta*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), mas essa reta deu um outro sentido, tá, então a gente já vai explicar um pouquinho, sobre porquê que isso aconteceu.*

Outro indício de conhecimento apresentado pela professora corresponde a diferentes representação gráfica de uma função, no qual também podemos observar diferenças entre as representações gráficas de uma função polinomial do primeiro grau de acordo com suas características e lei de formação *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação)*. Porém ressaltamos que, até o momento, a professora apresentou esboço do gráfico de função definidas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ sendo contínua em todo seu domínio, e assim, sua representação gráfica é contínua. No entanto, até o momento, a professora não faz referência ao domínio da função no momento de realizar tais esboços.

Ao término, dos exemplos, a professora apresenta um exercício representado pela Figura 50.

Figura 50:Exercício, construção de gráfico



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 50, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula. Onde a professora, inicia:

Professora: *Nesse momento agora, a gente vai passar para alguns exercícios, tá, eu agora, eu quero ver se vocês conseguem montar um gráfico de vocês. Vamos lá, então eu vou deixar aqui três equações para vocês substituírem os valores de x e poderem montar o exercício perfeito, então um tempinho. Conseguiu responder a nossa primeira situação aqui,* ***a gente substituindo os valores de x, a gente chega dentro da nossa construção da tabela, tá, vamos ver como ficaria o gráfico nessa primeira situação, então. Aqui então, no nosso primeiro valor quando x vale -1 qual vai ser o nosso valor de y? 1, marcamos o ponto aqui dentro do nosso gráfico. Quando tiver o valor 0, qual vai ser o valor do y? 0 também. E quando x vale 1, quanto vai valer o y? Nós marcamos o ponto do y aqui, vamos fazer então, a união dos nossos pontos*** *(KoT - procedimentos - como se faz). E o que que aconteceu aqui?* ***A gente percebe que nem toda a função, vai dar uma função linear, perfeito?! Então nesse caso, aqui a gente vai ter um outro tipo de função, tá, que é um capítulo posterior para a gente poder tá discutindo, mas a gente já começa a entender que as funções podem ter formas diferentes e comportamentos diferentes*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito.*

No que se refere a resolução dos itens f) e g) a professora diz:

Professora: *No nosso segundo exercício ali,* ***substituindo os valores de x dentro da função, a gente consegue montar a nossa segunda, o nosso segundo, gráfico aqui também. Quando vocês construíram um gráfico, vocês também perceberam que ele tem uma função diferente da função linear, perfeito?! É isso mesmo, não tá errado. E a gente vai discutir essa função um pouquinho para frente, que é a função exponencial*****.*** ***E no nosso último gráfico, como eu tinha dito para vocês a questão do domínio, tá, então o que que vai acontecer ela vai ser uma função descontínua, então, também vai ter uma diferença nesse gráfico que a gente volta a comentar um pouquinho para frente*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?! Espero que vocês tenham conseguido, vamos lá então, dando sequência.*

Ao trabalhar a atividade representada pela Figura 50, percebe-se que a professora (re)conhece múltiplas representações gráficas de um função de acordo com suas características e lei de formação *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de* *representação)*. Porém, a professora não faz a representação gráfica dos itens f) e g), dizendo que irá comentar posteriormente, e assim, acaba deixando pontos importantes em aberto.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 2 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO CRESCENTE E DECRESCENTE"

O momento 2 da videoaula "Função crescente e decrescente", de maneira geral, é destinada a definição do que são funções crescente e decrescente e a análise de funções, quanto ao seu crescimento e decrescimento.

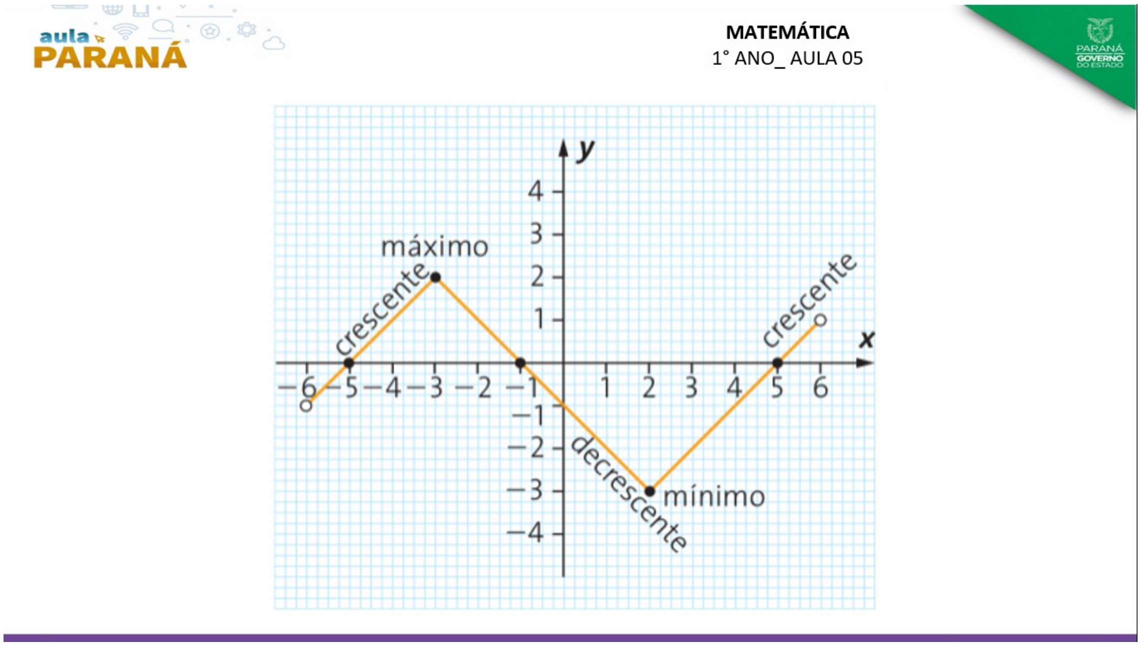
Neste momento, a professora, destaca:

Professora: *Então vamos ver, agora o que que é a função crescente e a função decrescente.* ***Uma função crescente, é aquela em que, o valor do y aumenta toda vez que o x aumentado também. E a função decrescente, é aquela em que, o y diminui toda vez que o x é aumentado*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), tá?! Então, a gente tá vendo? Que tem uma situação de função crescente, com os dois valores aumentam e a função decrescente, um dos valores vai aumentar e o outro valor vai diminuir, perfeito, então essa é a diferença da função crescente com a função decrescente. Voltando,* ***matematicamente escrito, então a função crescente se a gente tem valor do X1 menor que o valor de X2 então a função um vai ser menor que a função dois, perfeito, isso é a função crescente. E na função decrescente, se a gente tem o valor do X1 menor que o valor que o valor do X2, então a gente vai ter a função um maior que a função dois*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), perfeito?!*

A professora revela o conhecimento sobre o uso de termos e classificação utilizados no estudo de função, assim como, a utilização de símbolos Matemáticos para definir *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*.

Após, a definição de função crescente e função decrescente, a professora, apresenta o slide representado pela Figura 51 e faz a seguinte análise:

Figura 51: Análise do crescimento e decrescimento de uma função



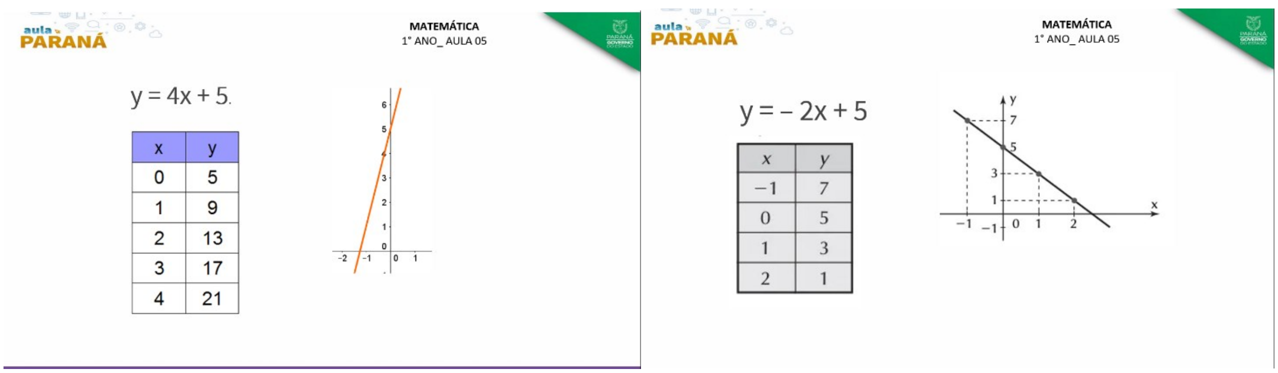
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Vamos dar uma olhada então aqui, dentro desse modelo gráfico, aqui a gente tem então, alguns valores já estipulados, tá, e a gente vai fazer uma análise em cima de alguns pontos dessa função.* ***Então, dentro de alguns pontos a gente vai ver que essa função se torna crescente e a partir de alguns pontos essa função se torna decrescente*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), tá. A gente viu na última prova Paraná que vocês tinham análise de alguns exercícios aonde você tinha que determinar um certo intervalo, né, esse intervalo era quais os pontos da onde a função tem um comportamento crescente e um comportamento decrescente?* ***Então a gente vai ver os pontos por exemplo, aqui no -5 valor de x qual era o valor de y? -2, então aqui ela vai ter um comportamento crescente. A partir desse ponto ela começa a ter um valor decrescente e, assim a gente consegue marcar o ponto máximo e o ponto mínimo dentro de uma função*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KSM - conexão de complexidade e auxiliares), tá ok, isso é uma análise em cima de uma função.*

A professora mobiliza um aspecto de conhecimento correspondente a identificação, a partir da representação gráfica de uma função, intervalos onde a função é crescente ou decrescente *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos).* Além disso, a professora associa que a partir da identificação dos intervalos onde a função é crescente ou decrescente, conseguimos marcar pontos de máximo e de mínimo de função, fazendo assim, conexões com conteúdos posteriores e auxiliares (*KSM - conexão de complexidade e auxiliares)*.

Na sequência da aula a professora, faz mais duas analises sobre o crescimento ou decrescimento de uma determinada função, como podemos ver na sequência, representados pela Figura 52:

Figura 52: Exemplos para análise do crescimento e decrescimento de uma função



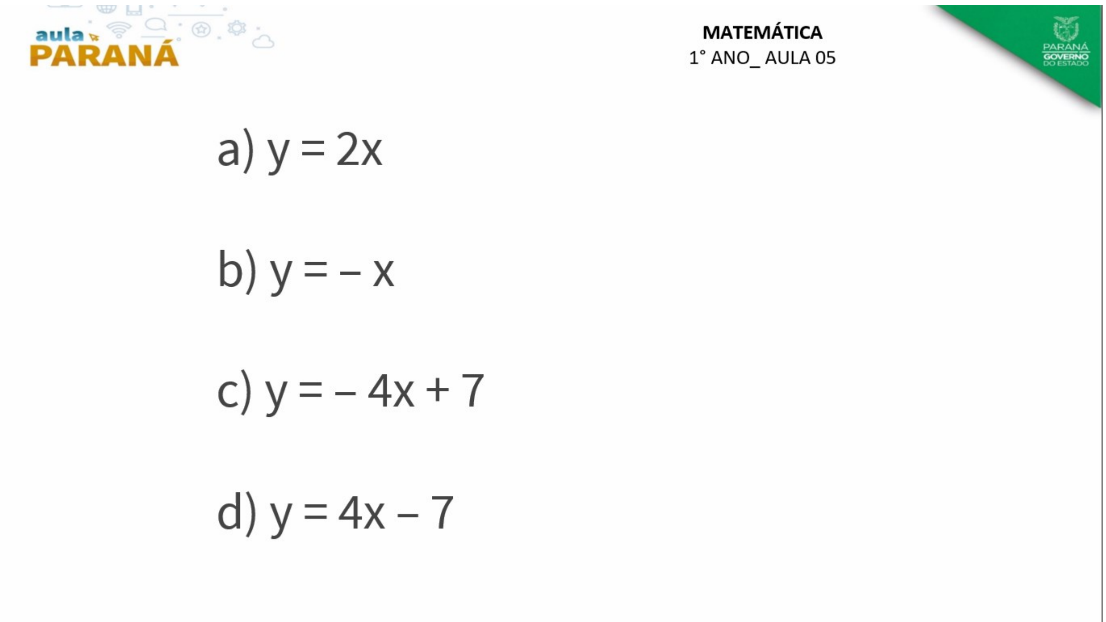
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Vamos ver então alguns exemplos eu* ***tenho uma função, monto a nossa tabelinha de dados, constrói o nosso gráfico a partir desse momento a gente consegue definir que essa uma função crescente*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?!* ***E numa outra situação, nós temos aqui uma função, a gente monta a nossa tabelinha, de gráficos, de dados, conseguimos montar o nosso gráfico, a gente vai ver que ela tem um comportamento decrescente*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos).*

Neste momento a professora, faz a análise quanto ao crescimento e decrescimento de uma função a partir de sua representação gráfica apresentando, assim novamente, conhece a diferentes representações gráficas de uma função polinomial do primeiro grau *(KoT – registros de representação)* que corresponde a uma reta no plano cartesiano, eixos da abscissa (x) e ordenada (y), porém novamente, a professora não faz a associação da representação gráfica com o valor do coeficiente angular *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)*.

Ao término, dos exemplos, a professora apresenta um desafio, representado pela Figura 53.

Figura 53: Desafio: função crescente e decrescente



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 53, apresenta o desafio trabalhado neste momento da aula. Onde a professora, diz:

Professora: *Então agora eu vou deixar um desafio para vocês, vou dar um tempinho para vocês me classificarem, se essas funções são crescentes ou decrescentes. Muito bem, vamos ver se o pessoal conseguiu acertar,* ***na nossa tabelinha de gráficos da nossa primeira função, substituindo os valores, vocês viram que a professora colocou um pouquinho mais de valores, quem colocou menos, mas qual o comportamento dessa nossa primeira função? A gente pode classificar ela com uma função crescente. Na letra b) substituindo os valores a gente encontra essa tabelinha de gráficos, aqui também e a gente vai ter uma função decrescente*** *(KoT - registros de representação e definições, propriedades e seus fundamentos). No nosso próximo gráfico aqui, a gente vai ter também uma função decrescente, tá certo?! Professora, mas eu não coloquei todos esses valores? Não tem problema, tá gente,* ***vocês se lembra que a gente falou assim, com dois valores a gente já determine uma reta então com três valores a gente vai ter certeza do comportamento, então não precisa colocar todos os valores, mas veja os valores que vocês colocaram, se vocês acertaram o valor do y, perfeito?! Muito bem, então na nossa última questão, a gente tem a nossa função, substituímos os nossos valores e a gente consegue***

determinar o nosso gráfico *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?!*

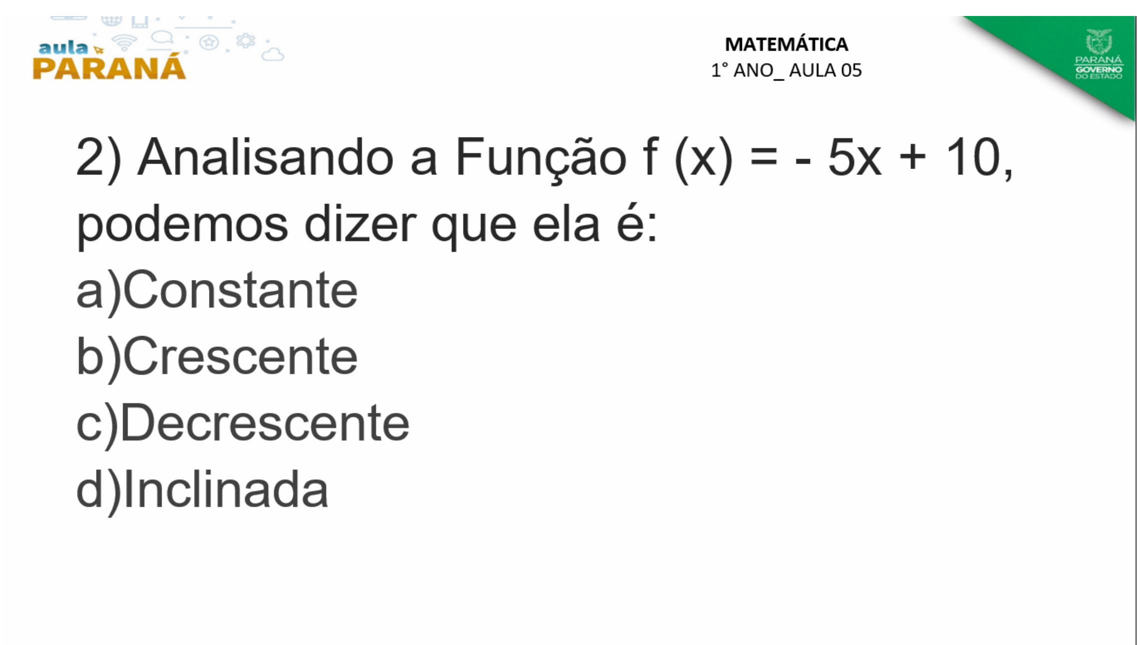
Ao explicar a atividade representada pela Figura 53, a professora, analisa o crescimento ou decrescimento de determinada função utilizando tabela de valores *(KoT - registros de representação)*, porém a professora não deixa claro como a partir de determinados valores representados em uma tabela pode-se concluir se a função é crescente ou decrescente. Sendo assim, a professora não faz associação de uma representação da função com a definição de função crescente e decrescente que ela apresentou poucos minutos antes.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 3 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO CRESCENTE E DECRESCENTE"

No que se refere ao momento 3 da videoaula "Função crescente e decrescente", a professora destaca que para finalizar a aula, ela estará apresentando um Quiz.

A professora, então, inicia este momento fazendo a leitura da primeira questão do Quiz representada na Figura 54.

Figura 54: Questão 1 do Quiz da videoaula "Função crescente e decrescente"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

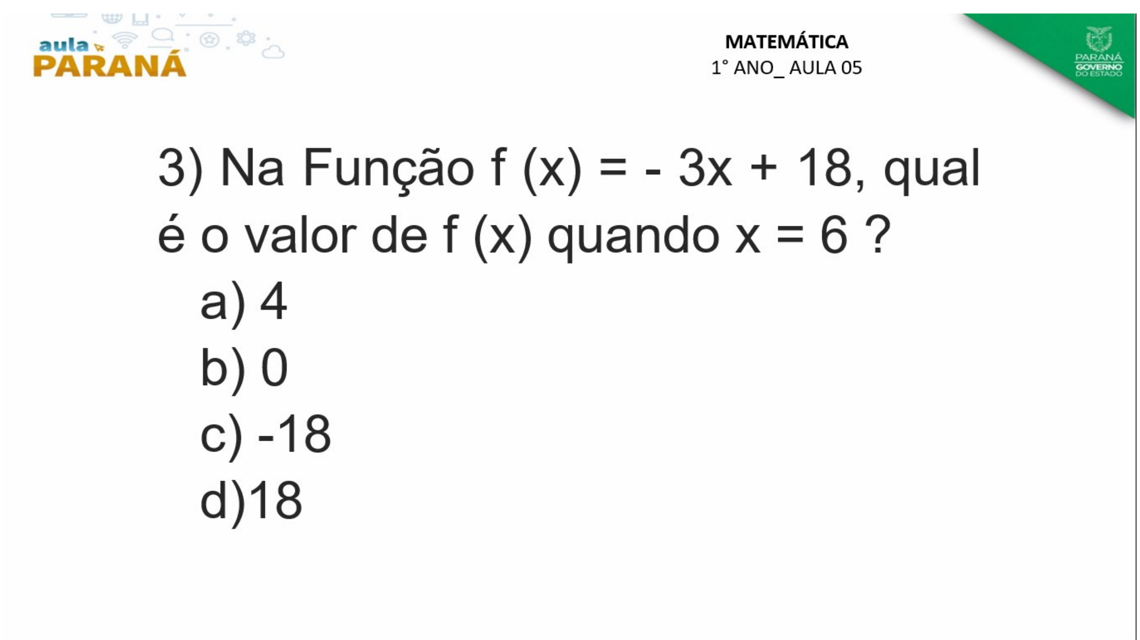
O slide representado na Figura 54, apresenta a atividade que está sendo trabalhada neste momento da aula.

Professora: *Vamos ver então agora, vamos ao nosso Quiz para ver se a gente conseguiu fechar um pouquinho conhecimento sobre a função, tá?! Analisando a função f de x = - 5x + 10 podemos dizer que essa função que ela é constante, crescente, decrescente ou inclinada? Vou dar um tempinho para vocês pensarem. Muito bem, vamos ver a nossa resposta? Bom para quem substitui o certo os valores de x ali, montando o nosso gráfico, a nossa tabelinha de dados, a gente chega que essa função é uma função decrescente, parabéns para quem conseguiu acertar, quem ainda não conseguiu entender, vai ter que revisar um pouquinho mais a substituição dos valores ali do x para conseguir entender, a função dentro da construção do gráfico, perfeito?! Mas vamos deixar uma lista de exercícios para vocês lá na pastinha, que vocês vão poder tá treinando um pouquinho mais, tá ok?!*

Durante o desenvolvimento da primeira questão do Quiz, a professora não realiza a resolução de forma detalhada, ficando uma explicação vaga, e assim, não é possível depreender conhecimentos associados ao MK desse momento.

No que se refere à segunda questão do Quiz representada na Figura 55, como podemos ver abaixo.

Figura 55: Questão 2 do Quiz da videoaula "Função crescente e decrescente"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 55, apresenta a atividade que está sendo trabalhada neste momento da aula. A professora, explica:

Professora: *Vamos ver se dá tempo para mais uma questão do QUIZ, na função f de x = - 3x + 18 qual é o valor de f de x quando x vale 6? Então, agora eu quero descobrir o valor da minha função, perfeito?! Vou dar mais um tempinho para vocês tentarem substituir esse valor. Vamos ver, para quem conseguiu substituir os valores certos e resolver a nossa função, a gente chega na resposta do 0, então a nossa função vale 0, parabéns, para quem conseguiu acertar também, tá certo?! Gente nós estamos encerrando nossa aula de função de hoje, tá, a professora quer deixar para vocês um até breve, espero que vocês tenham conseguido entender um pouquinho melhor, como que a gente trabalha com a função crescente e decrescente e nas próximas aulas a gente continua com a função, perfeito?! Até breve e bons estudos.*

Igualmente, com a discussão anterior ao apresentar a segunda questão do Quiz, a professora não realiza a resolução de forma detalhada, ficando novamente uma explicação vaga, e assim, não é possível depreender conhecimentos associados ao MK desse momento.

4.6 AULA: 6 – Função afim

A videoaula "Função afim" pode ser descrita a partir dos seguintes momentos de ensino:

MOMENTO 1: Parte histórica e um exemplo de aplicação da função afim.

MOMENTO 2: Definição de função afim, explicação de como identificar os termos a e b a partir de exemplos.

MOMENTO 3: Valor de uma função afim, valor inicial e taxa de variação.

MOMENTO 4: Resolução de exercícios.

MOMENTO 5: Comentário sobre o que foi visto na aula e realização de um Quiz.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 1 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO AFIM"

A sexta aula intitulada "Função afim", segundo a professora, é destinada ao estudo sobre o tema função afim.

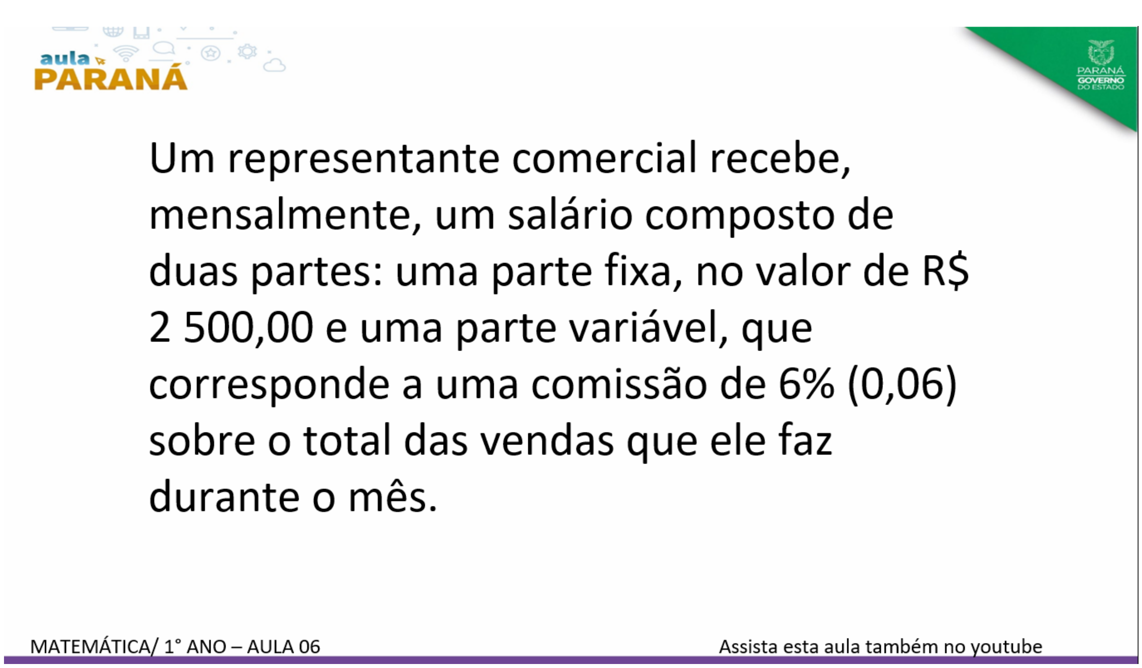
Ainda, de acordo com ela:

Professora: *Hoje a gente começa a estudar um pouquinho mais sobre as funções afins e como professora gosta sempre de trazer um pouquinho da história da matemática para vocês entenderem, hoje eu tô trazendo aqui a forma, né, a figura do Tales de Mileto viveu mais ou menos a 650 anos antes de Cristo e lá atrás ele já pensava, né, formas e já tentavam entender alguns princípios dentro da função, tá?! Então aqui tem um pouquinho do que ele tava pensando naquela época.* ***Ele já tava falando que um feixe de paralelas determina sobre duas transversais segmentos proporcionais. Então já era uma ideia que vinha nascendo para o estudo dentro das funções*** *(indício do KSM - conexões de simplificação), tá certo?! Então para gente ver que é um estudo bem antigo e que a gente precisa realmente entender um pouquinho das funções matemáticas.*

A professora apresenta um indício de conhecimento referente à conexão entre o conteúdo de função e o de geometria *(KSM - conexões de simplificação),* porém essa apresentação é, mais uma vez, superficial pois que a professora não apresenta de forma clara tal conexão. Ela não apresenta de forma clara, qual é, ou ainda se existe, relação entre um feixe de paralelas sobre duas transversais que determinam segmentos proporcionais com o conceito de função. Ficando assim, um comentario vago.

Na sequência da aula, a professora apresentou uma situação problema representada pela Figura 56.

Figura 56: Exemplo introdutório sobre o tema função afim

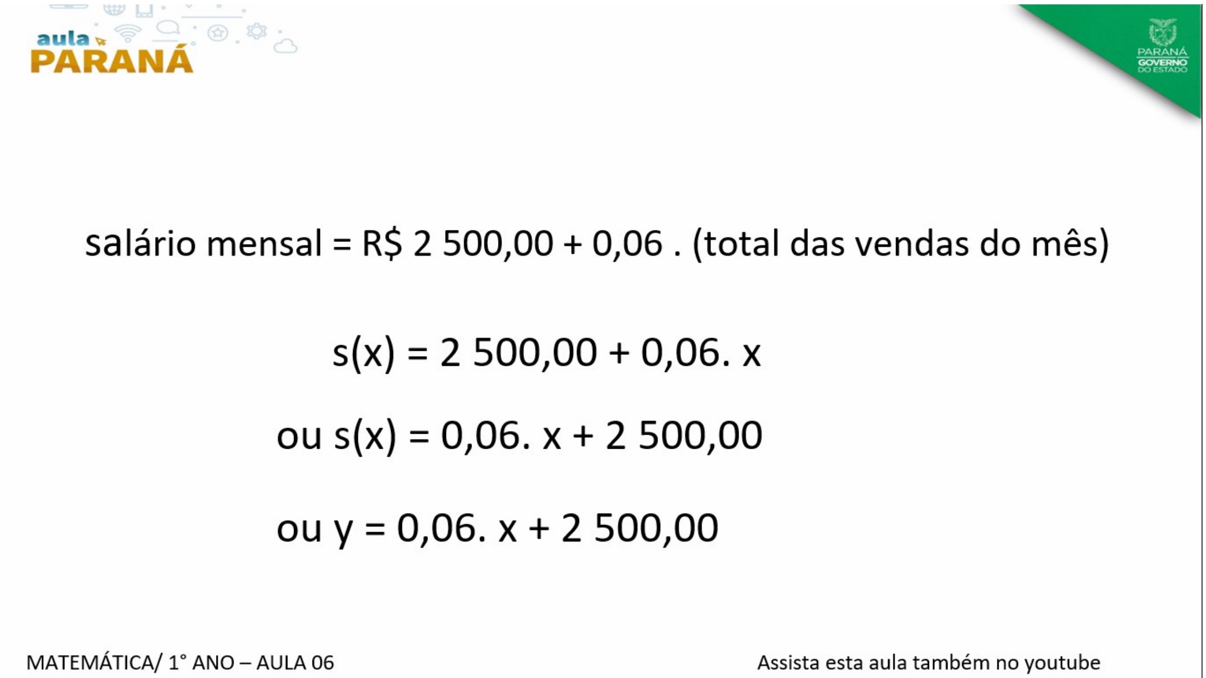


Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 56, apresenta o exemplo trabalhado neste momento da aula. Onde a professora, explica:

Professora: *Para gente ver o que que a professora tá falando de função afim, vamos ver um pouquinho, um exemplo. Eu trouxe um probleminha aqui que ele é bem característico dentro dos problemas que vem aparecendo na função afim. Então, um representante comercial recebe mensalmente um salário composto de duas partes, uma parte fixa no valor de r$ 2500 e uma parte variável, que corresponde a uma comissão de 6% sobre o total de vendas que ele fez durante o mês. Para quem gosta de matemática isso aqui é um probleminha clássico que vem aparecendo dentro da prova Paraná, tá, então realmente você já viram algum probleminha bem parecido com esse.* ***Então aqui o que que a gente precisava ver, aqueles alunos que tem um pouquinho de dificuldade, lembra aqui, continha de porcentagem, lá do fundamental, né, então são questões que a gente sempre vai estar trazendo para trabalhar dentro dos probleminhas também*** *(KSM - conexão de simplificação). Bom, como que a gente responde um probleminha desse?!* ***Eu tô comentando com vocês que ele é um probleminha que tem uma parte fixa e uma parte variável, então, lembra lá das primeiras aulas de funções que a gente falava sempre assim que tem o termo dependente, o termo independente, um termo que é fixo e um termo que varia, essa é a grande dica para a gente estar entendendo o que é um problema dentro das funções*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), tá certo?! Então como que a gente pode montar matematicamente esse problema? Então vamos ver aqui, primeiro ele tem um salário mensal. De quanto que é esse salário mensal? Como que vai ser composto esse salário mensal?*

Figura 57: Resolução do exemplo introdutório sobre o tema função afim



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A primeira parte do salário mensal é a parte fixa r$ 2500 mais, esse salário vai ter uma parte variável, qual que essa parte variável? É 6% do total de vendas que ele fizer naquele mês, tá, então aqui a gente já transformou aquele 6%, né, com a porcentagem, tá certo?! Pega o número 6 e dividi por 100, então aqui já está representado 0,06, tá certo?! Então qual é o valor que tá variando aqui?! O total de vendas naquele mesmo, tá certo, em cima desse total de vendas que ele fizer a gente vai multiplicar os 6% e assim a gente compõe o salário dele mensal *(KoT - procedimentos - como se faz). Então, claro que a primeira coisa que a gente percebe aqui é que quanto mais vendas ele fizer, maior vai ser o salário mensal dele, correto?!* ***Então tá, isso aqui é uma forma da gente está começando a entender o raciocínio do problema, vamos na sequência aqui, escrevendo mais dentro da Matemática*** *(KoT - registros de representação)****.*** *Então eu falei para vocês que é uma função,* ***então o que que a gente pode fazer na função? Salário vai estar em função de quem? Do termos x, que é a quantidade de venda que ele vai ter que fazer naquele mesmo, tá certo, e assim a gente continua a parte fixa e a parte que vai variar, correto?! Mas a gente pode melhorar um pouquinho a cara dessa função, deixar o termo que tem x na primeira parte, tá certo, é a mesma forma de escrever. Então a gente vai***

escrever uma função do salário mensal que tá em função do termo x colocando 0,6% vezes a quantidade de vendas que ele vai fazer mais a parte fixa que ele tá trabalhando naquele mês *(KoT - procedimentos - como se faz e PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), correto?! E assim a gente conseguiria calcular o valor que ele vai receber naquele mês, conforme a quantidade de vendas que ele fizer, Ok?!* ***Então de um probleminha, né, teórico a gente consegue montar nossa função matemática e assim a gente conseguiria calcular quanto ele vai ser o salário mensal total que ele vai ter aquele mesmo, correto?! Então, essa, esse é um exemplo bem clássico dentro da função afim*** *(KPM - processos associados à resolução de problemas como forma de ensinar matemática).*

Ao apresentar o conceito de função afim a professora inicia a discussão com um exemplo de cunho prático, que segundo a mesma, é clássico dentro do estudos da função afim. O exemplo dado pela professora, neste momento da aula, tende a fazer parte do contexto do aluno, permitindo potencializar o processo de ensino e aprendizagem de função *(KPM - processos associados à resolução de problemas como forma de ensinar matemática)* trazendo o conteúdo abordado mais próximo a realidade dos estudantes. Além disso, a professora demonstra conhecimento sobre a utilização de símbolos associados ao conceito de função afim *(PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*. Porém, neste momento a professora não deixa claro porque aquele exemplo, como dito por ela mesmo, é um exemplo clássico do conceito de função afim.

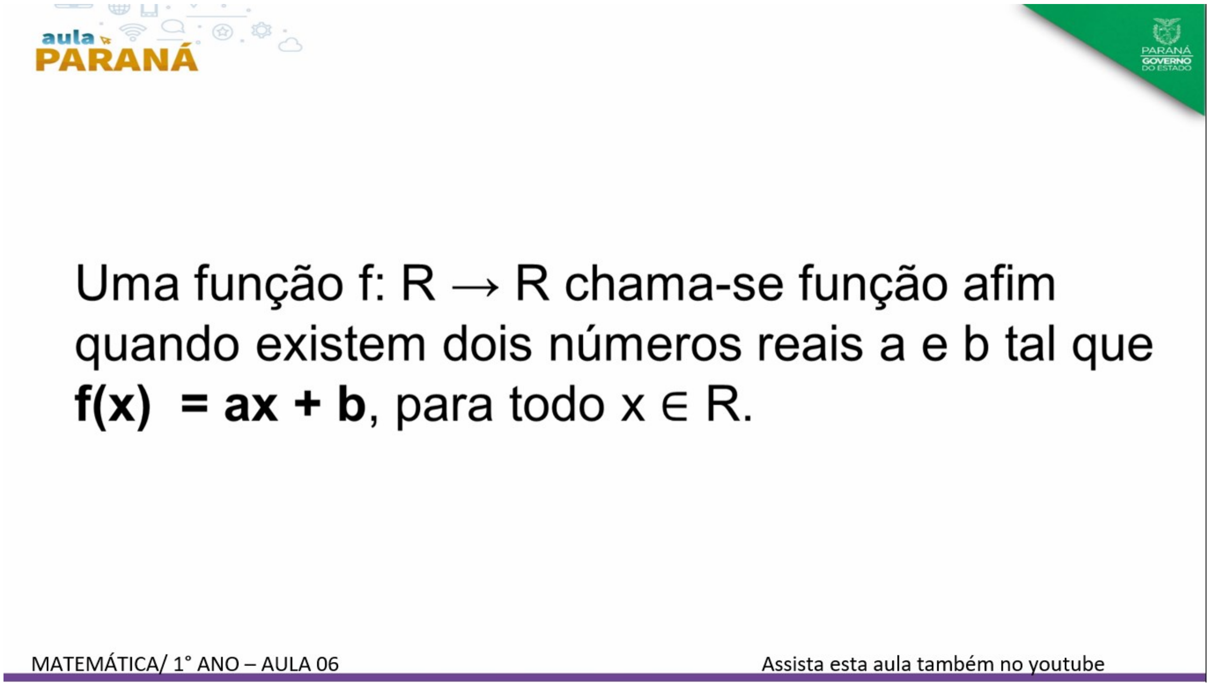
DISCUSSÃO DO MOMENTO 2 DA VIDEOAULA “FUNÇÃO AFIM”

O momento 2 da videoaula “Função afim”, de maneira geral, é destinada a definição de função afim e a identificação dos termos a e b, a partir de exemplos.

Neste momento, a professora, apresenta a definição representada pela Figura 58 e destaca:

Professora: *Vamos dar sequência então aqui.*

Figura 58: Definição de Função Afim



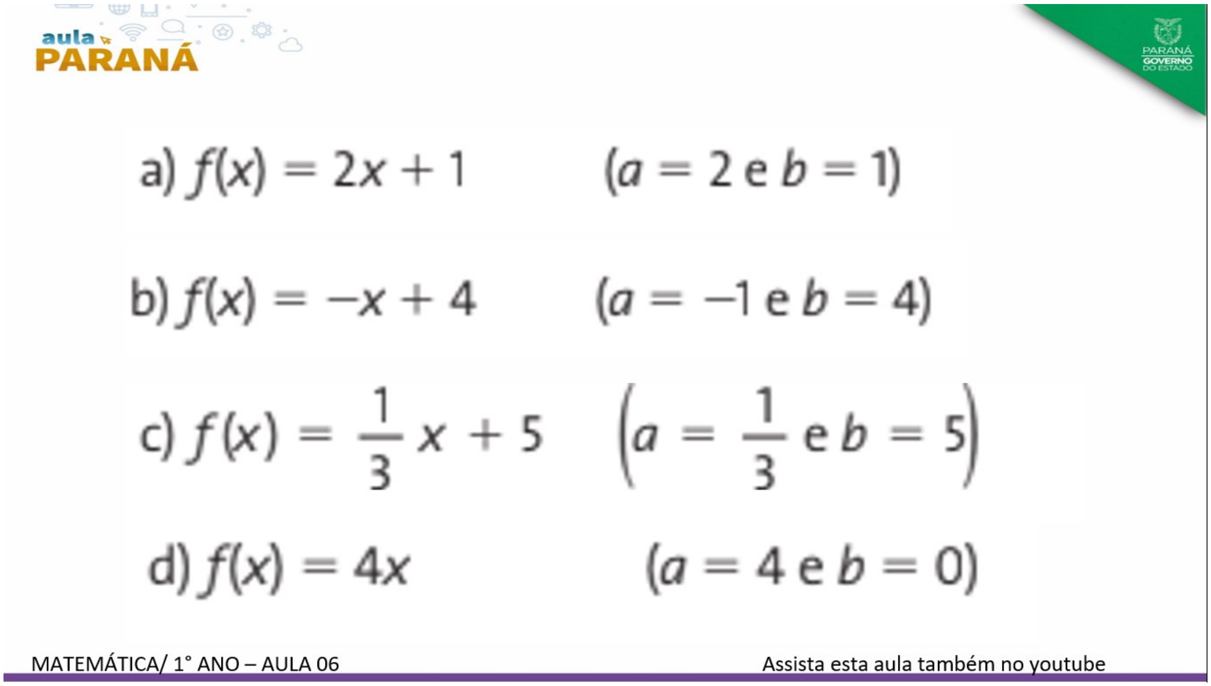
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Então a gente pode usar como definição aqui ó, que, uma função dentro dos números reais, ali, ***chama-se função afim quando existem dois números reais a e b tal que então a função f de x vai ser igual a quem?! A, ax + b, para todo x pertencente ao conjunto dos números reais, tá certo?! Então aqui a gente começa apresentar para vocês a forma característica da função afim, vai ter sempre um termo a e vai ter sempre no termo b*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos, registros de representação e PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), correto?!*

Na sequência a professora apresenta alguns exemplos de funções afins, como é mostrado a seguir, e explora um pouco mais sobre os termos que compõem uma função afim.

Professora: *Vamos ver como que a gente utiliza isso na prática então, por exemplo, nessa primeira função.*

Figura 59: Exemplo de Função Afim



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Eu tenho aqui o exemplo da função f de x = 2x + 1, ***como que eu vou saber quem é o termo a e quem é o termo b? O termo a ele vai estar sempre junto com um x então, né, nesse exemplo aqui o 2 que tá multiplicando o x passa a ser o termo a, correto?! E o termo que tá sozinho passa a ser o termo b. Então essa é uma função afim e a gente consegue identificar os dois termos dentro da função, certo?! Vamos ver uma outra função aqui, na função f de x, -x + 4, quem é o termo a e quem é o termo b dessa função afim? Bom quem que tá junto com o x aqui? O -1, tá, apesar dele não tá aparecendo a gente, sabe que a gente tem um termo x, então só pode ser o número 1. então o termo a passa ser -1*. *Cuidado com o sinal muita, gente às vezes esquece, né, do sinal negativo que tem na frente, acaba não levando esse sinal junto com o número, tá, mas o sinal vai estar sempre junto com o número então, isso é bem importante, se não a gente acaba errando o cálculo pela regrinhas de sinais*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos).* ***E quem seria o termo b aqui? O termo b seria o número que tá sozinho, o termo que tá sozinha o número 4, tá bom. Vamos ver mais um exemplo aqui, na função c) f de x = 1/3x + 5 quem é o termo a? É sempre o termo que tá junto com o elemento x, tá, então a vai ser 1/3, nesse caso positivo, por que sinal positivo. E quem que é o termo b? O 5, que tá sozinho . E assim a gente consegue ver certinho que quando a gente vê uma função a gente consegue identificar quem é o termo a e quem é o termo b dessa função afim, tá?! Então, toda***

a função assim vai ter sempre a mesma forma ax + b *(KoT - registros de representação e PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), correto?* ***E vamos ver um último exemplo aqui, na última função então a função d) aqui, f de x = 4X. Vamos tentar identificar de novo quem o termo a? O termo a vai tá sempre junto com o elemento x então, o termo a, aqui vai ser 4. E o termo b? Se não aparece o termo b, o termo b passa a ser zero, tá?! Professora, e se eu não tiver ao termo a? Se você não tiver o termo a, não é função afim, correto?! Então, presta bem atenção, eu posso não ter o termo b, tá, mas o x sempre vai estar presente na função afim****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) correto?!*

Ao mostrar alguns exemplos e explorar um pouco mais sobre os termos que compõem uma função afim. A professora (re)conhece alguns tipos de funções polinomiais do primeiro grau, a função afim e constante *(KoT - propriedades, características e fundamentos)* mesmo não utilizando esses termos neste momento da aula.

Neste momento da aula, a professora, menciona que a função afim é representada pela lei de formação, f(x) = ax+b *(KoT - registros de representação)* e ao utilizar da lei de formação, f(x) = ax+b, mobiliza seu conhecimento sobre o uso de símbolos e da linguagem Matemática para o estudo de função *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*.

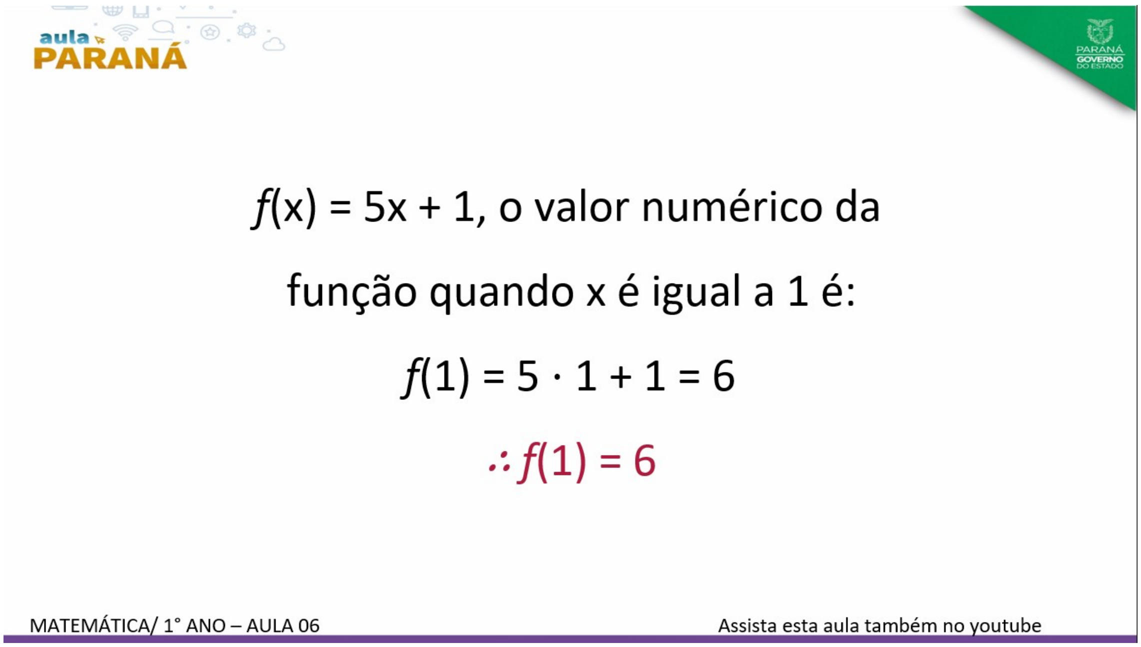
DISCUSSÃO DO MOMENTO 3 DA VIDEOAULA “FUNÇÃO AFIM”

No seguimento da aula, temos o momento 3, no qual a professora inicia definido o valor de função afim.

Professora: *Então, vamos dando sequência aqui. Como que a gente calcula o valor de uma função afim? Então, tava indo tudo bem, a gente tava identificando os elementos, mas aí agora vem a parte de cálculo, né, que realmente nos interessa, tá?! Então como que a gente vai calcular o valor de uma função afim?* ***O valor de uma função afim, dada por f de x igual ax + b, vai ser dada pelo valor do x, tá, então x tem que ser igual ao x que a gente tiver delimitando*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos),* ***então vai ser dado de que forma? A gente já vai calcular então, que que tá falando aqui? Que eu vou substituir valores de x dentro da minha função e daí eu vou descobrir o valor da minha função*** *(KoT - procedimentos - como se faz), correto?!*

Na sequência, a professora apresenta um exemplo representado pela Figura 60, como podemos ver a seguir e expõe:

Figura 60: Exemplo sobre o cálculo do valor de uma função afim



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

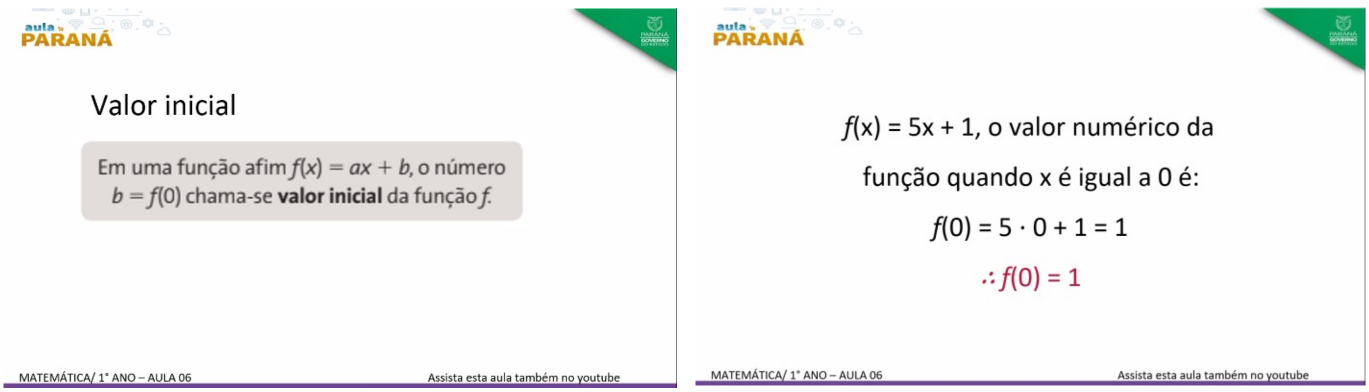
Professora: ***Vamos ver aqui então, um exemplo, f de x = 5x + 1 como que eu vou calcular o valor dessa função? Então eu vou dizer, vou determinar, um valor para x e vou substituir esse valor dentro da minha função*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), tá?!* ***Então dentro do exemplo que a professora colocou aqui, eu coloquei o x valendo 1, mas professora que valor que eu vou colocar? Lembra aqui, que na construção das tabelinha, dos gráficos de função que a gente tava vendo, a gente sempre vai tentando substituir para o valores negativos, valores positivos, então a gente vai atribuindo esses valores se o problema não falar nada, tá certo?! Então sempre no mínimo de dois valores, é bom que a gente coloca um pouquinho mais de valores para gente, realmente perceber o comportamento da função*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação), tá,* ***Então aqui nós escolhemos o valor 1, o que que vai acontecer com esse valor 1 aqui na função?! Aonde tem x eu vou substituir pelo valor 1, tá certo, então 5 vezes 1 + 1 = 6. Então, tá me dizendo que o que?! Que o valor da função quando x vale 1, vai ser 6. É só substituir os valores, tá, se a gente usasse o 2 aqui, 5 vezes 2 + 1 e assim a gente ia conseguir montar vários valores, perfeito?! Então assim a gente calcula o valor dentro de uma função, tá?!*** *(KoT -*

procedimentos - como se faz) Vamos dar uma continuidade aqui, a gente vai já vai usar isso exercícios, tá bom, que daí a gente acaba segurando mais do que a gente aprendeu.

No que se refere ao valor inicial de uma função afim, a professora, apresenta a definição e exemplo representados na Figura 61 e explica:

Professora: *O valor inicial de uma função?!* ***O valor inicial de uma função afim, a função afim já tá daqui ó f de x = ax + b é um número b. Então sempre que o probleminha perguntar para vocês assim: qual é o valor inicial dessa função?***

Figura 61: Valor inicial da função afim

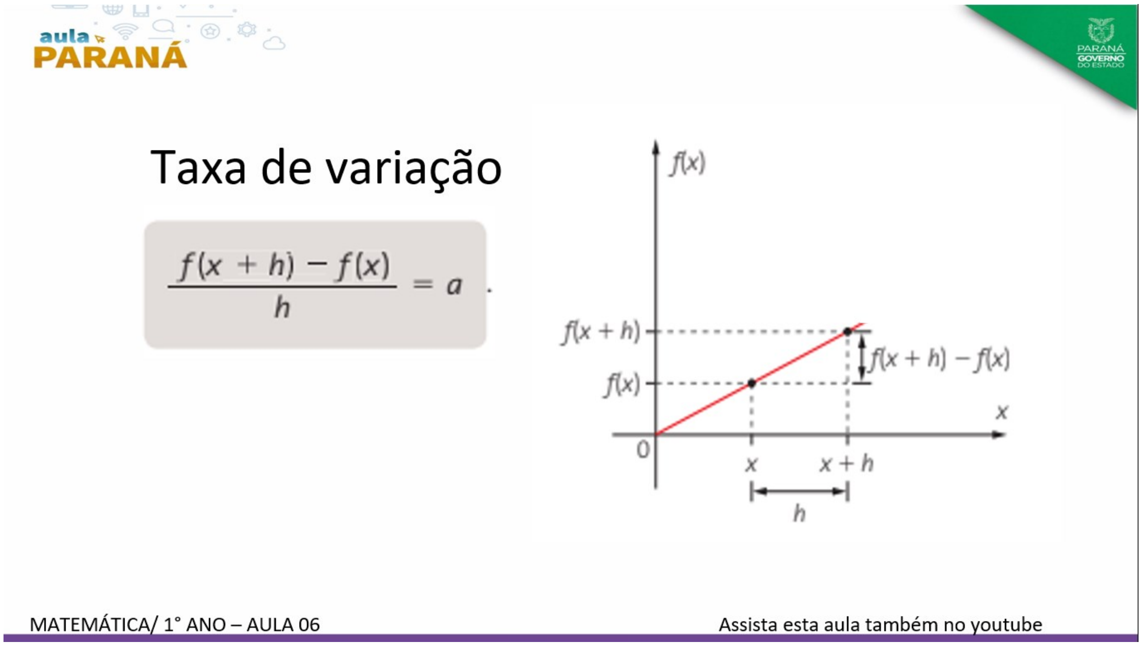


Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A gente vai lembrar que é o valor que tá junto com o número b, que dada por f de x = 0, tá, quando o termo vale 0, daí chama-se valor inicial da função*, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos)* ***tá certo?! Porque professora? Vamos ver aqui ó, mais um exemplozinho com a mesma função do primeiro exemplo, então como que a gente calcula o valor inicial de uma função? A gente vai pegar a mesma função f de x igual 5x + 1 e vai atribuir o valor do x, agora sendo zero, tá, então 5 x 0, o termo x sobre, some, e quem que sobra aqui?! O 1, que é o valor do b, então a gente sabe que a função, quando x vale 0, vai ser igual ao número 1****, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) perfeito?!*

Já, no que se refere a taxa de variação de uma função afim, a professora, apresenta o slide representado pela Figura 62, como podemos ver na sequência e explana.

Figura 62: Definição de taxa de variação de uma função afim



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Vamos lá então, agora a taxa de variação, a gente vai começar a trabalhar com o que que é taxa de variação dentro de uma função afim, tá, mas hoje é o início, para a gente aprender a reconhecer os termos dentro da função.* ***Então, a taxa de variação ela vai ser dada aqui no gráfico da função, para identificar onde que aparece esse valor do a, quando a gente não tiver o valor do a. A taxa de variação é a diferença dos valores entre dois pontos, tá certo, e aí fazendo a continha a gente consegue determinar a taxa de variação dentro dessa função, tá. Depois a gente vai usar suas fórmulas com calma e vocês vão conseguir calcular a taxa de variação, mas nesse momento a professora quer aqui vocês entendam que o termo a é a taxa de variação****, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) tá certo?!*

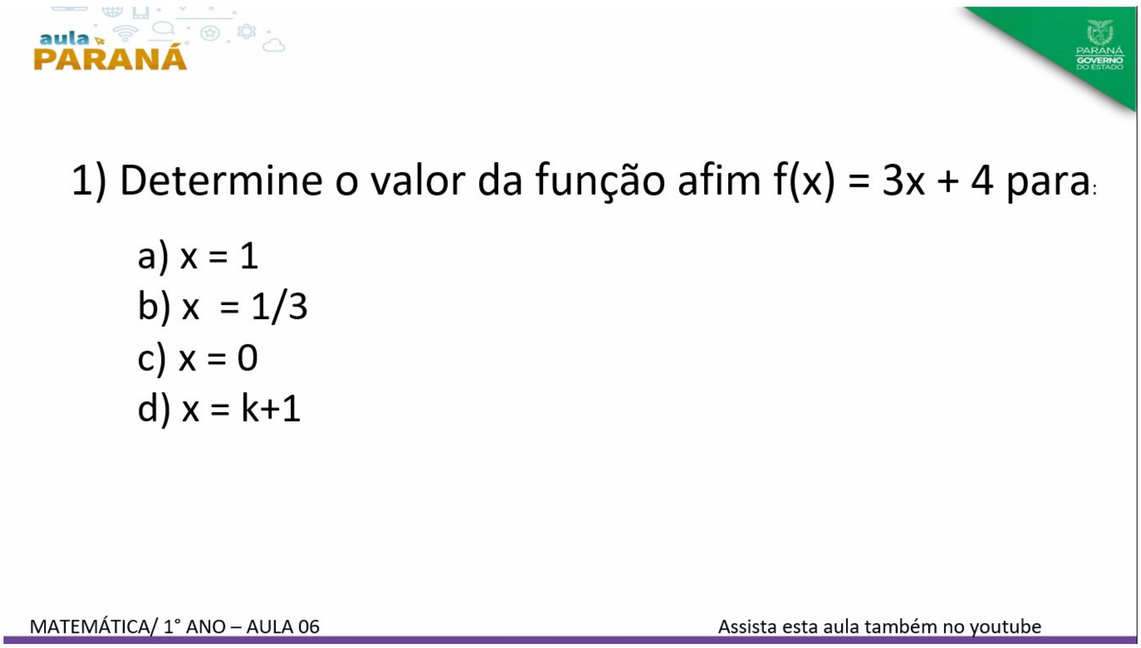
A professora mobiliza um aspecto de conhecimento correspondente ao uso de termos e símbolos específicos da Matemática de função, taxa de variação, padronizado pelo a da função afim f(x) = ax+b, e o valor inicial padronizado pelo b da função afim f(x) = ax+b *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 4 DA VIDEOAULA “FUNÇÃO AFIM”

No que se refere ao momento 4 da videoaula “Função afim”, a professora apresenta a resolução de três atividades sobre os conceitos vistos até o momento.

A professora, então, inicia este momento fazendo a leitura da atividade representada na Figura 63.

Figura 63: Exercício 1 da videoaula “Função afim”



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

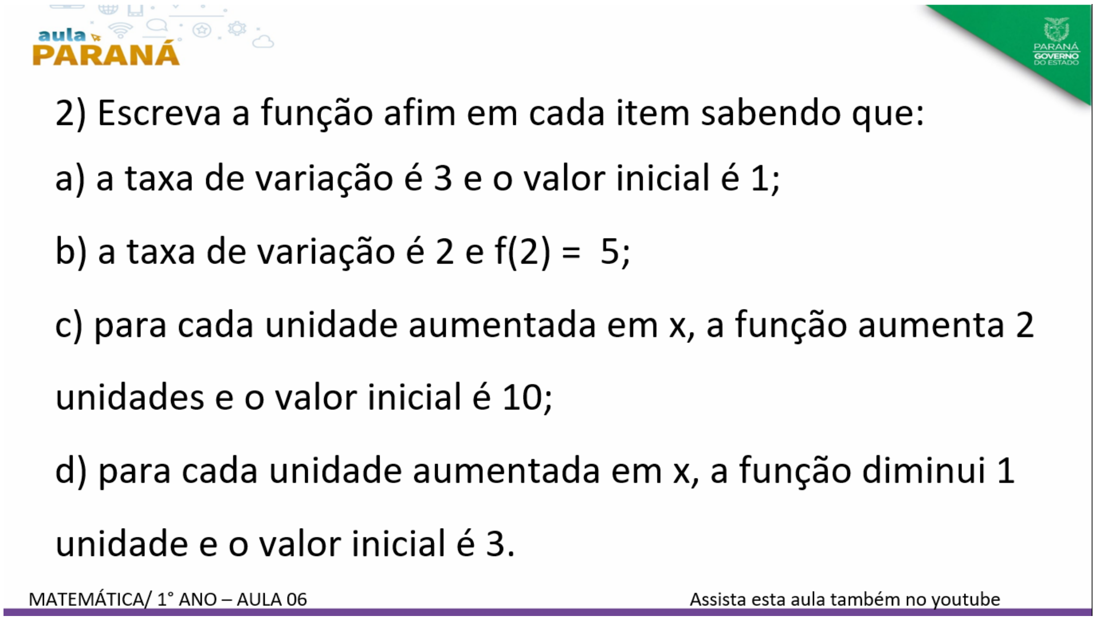
O slide representado na Figura 63, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula.

Professora: *Muito bem, e agora a gente vai tentar fazer alguns exercícios para ver se a gente consegue entender um pouquinho o que que são essas funções afins. Vou deixar um tempinho para a gente ler para vocês tentarem fazer esse probleminha. Eu quero que vocês determine o valor da função f de x = 3x + 4 para cada uma das situações aqui, na letra a) quando x vale 1. Na letra b quando x vale 1/3. Na letra C quando x vale 0 e na letra d) quando vale k + 1. Vamos lá agora com vocês. Muito bem então, vamos tentar resolver aqui ó. Vocês tem lá, 3 x + 4, certo?! O que que a professora falou para vocês então?* ***O que que nós vamos fazer agora na nossa função? A gente vai substituir os valores de x pelo valor que está indicado ali na letra****, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos)* ***então f de x***

= 3x + 4, na alternativa a) que que vai acontecer?! Então, f de 1, né, vai ficar igual a 3 vezes 1 + 4 então, f de 1, da função quando vale 1, vai ficar três vezes 1 vezes 3 + 4 = 7, então a função quando x vale 1 vai ter o valor de *7, (KoT - procedimentos - como se faz) correto?! Então assim a gente vai fazendo para todas as outras letrinhas que estão aqui.* ***Na letra b), vamos lá, o f de x então, vai ser substituído por 1/3 agora, a função continua a mesma, 3 vezes 1/3 mais 4, quando a gente tem multiplicação de número inteiro com fração que a gente pode fazer aqui? Simplificar, a gente, tá, dividir pelo mesmo número, tanto o numerador como o denominador, que que a gente vai estar simplificando, aqui 3 com 3****, (KoT - procedimentos - como se faz e KSM - conexões de simplificação)* ***então como que vai ficar aqui agora? Sobrou um, tá certo, então a função, quando v vale 1/3 vai ficar igual a 1 + 4 dando valor total de 5, correto?! E agora quando x vale 0, vamos tentar ver aqui a letra c) f quando x vale 0, vai ficar igual a, 3 vezes 0 + 4, então f quando vale 0 vai ficar igual 0 + 4, f do valor inicial, vai ser igual a 4, correto?! Que daí a gente só tem o valor do b. É aquele valor inicial que a professora falou para vocês*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos).* ***E na letra d), a gente vai substituir o x por k+1, tá, então agora vai ficar aqui, no lugar do x, a gente vai colocar k +1 igual a 3 vezes k +1, e vou deixar entre parênteses, + 4*** *(KoT - procedimentos - como se faz)* ***correto****?!* ***E agora, aqui pessoal que que a gente costuma fazer? A gente tem um número multiplicando uma operação matemática dentro dos parênteses, a gente vai fazer a propriedade distributiva****,* ***tá, então 3 vai multiplicar o k e o 3, né, multiplicar o 1 também, e a gente resolve normalmente, tá certo, então não precisa se preocupar quando não aparecer só o número. Então a função k +1 vai ficar igual, quanto dá 3 vezes k? 3k, e 3 vezes 1, 3. Mais o 4, que já tava na nossa função, tá certo?! E agora o que que a gente vai responder aqui no final, então, vamos tentar juntar os termos que dá para juntar, 3K como tem o k tem que ficar sozinho e o 3 mais o 4, mais 7 e assim a gente conseguiu responder todos os exercícios*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos)***.**

No que se refere ao segundo exercício, a professora, então, apresenta a atividade representada na Figura 64.

Figura 64: Exercício 2 da videoaula "Função afim"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

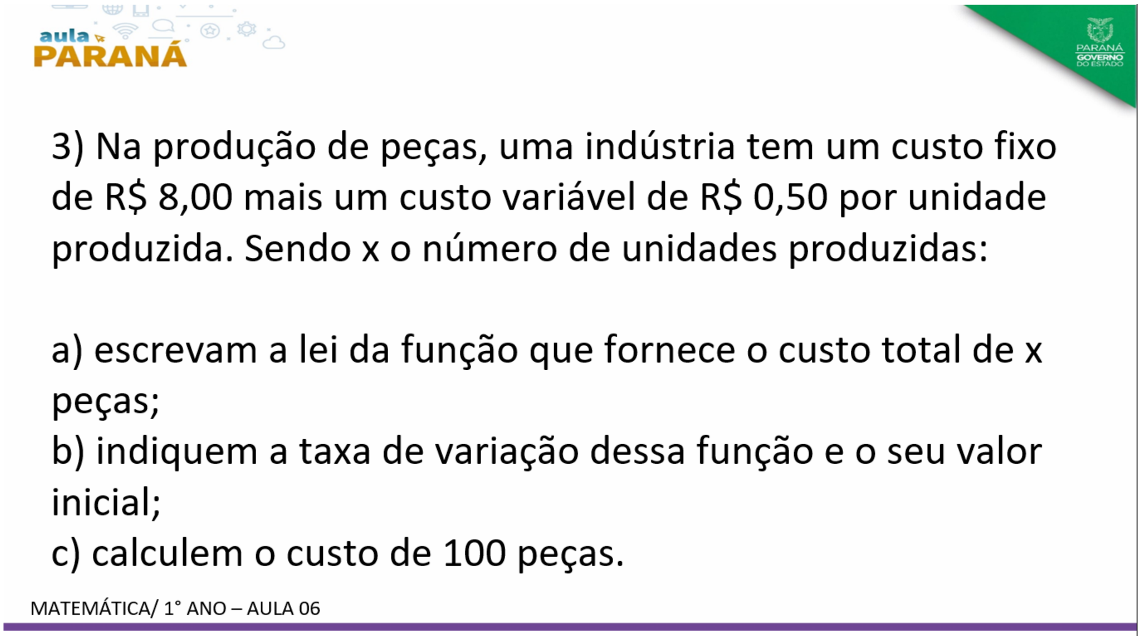
O slide representado na Figura 64, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula e explica:

Professora: *Voltando então para o nosso exercício. No exercício 2, escreva a função afim em cada um dos itens, né, então vamos ver o que que a letra a) pedia para gente? Ele quer que vocês escrevam uma função que tem a taxa de variação é 3 e o valor inicial é 1.* ***Como que a gente monta essa função? Então nós vamos lá na letra a) uma função f de x, que que ele tá me dizendo? Que a taxa de variação é 3 e o valor inicial é 1, pronto montamos a nossa função, lembra que a professora falou para vocês aqui, o que que é taxa de variação? A taxa de variação vai ser sempre o a, tá certo?! Então sempre que aparecer a gente consegue montar*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos). Vamos para a letra b)* ***a taxa de variação agora é 2 e o f de 2 = 5. Então vamos ver como que a gente monta essa letra b) eu sei que a taxa de variação, ele tá me falando que é 2, então vamos substituir, tá certo?! E que a minha função é igual a 5, então f de 2 vai ser igual a quem? A 2x + b, que eu não conheço. Isso tudo aqui, vai me dar 5, tá, então agora a gente vai descobrir quanto vale o b, só isolando 2x + b = 5, só tô fazendo aqui na outra linha, perfeito?! E agora o que que a gente vai fazer aqui? O x vale 2, então 2 vezes 2 + b = 5, 2 x 2, 4 + b = 5, vamos deixar o b sozinho, isolando o b, o 4 vai passar para outro lado, 5 – 4, o b vale 1*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito. E assim a gente consegue* *resolver a nossa letra b). E vocês vão ver aqui agora na letra c)* ***para cada unidade aumentada em x a função aumenta 2 unidades e o valor inicial é 10. Então como que a gente monta essa função na letra c) tá?! Vamos colocar a letra c) aqui e depois da letra d) perfeito?! Então a letra c) como é que a gente vai fazer aqui ó?! F de x, preciso montar minha função, vai ficar igual a quem agora? 2x, que aumentando sempre mais 2 unidades + 10*** *(KoT - procedimentos - como se faz). E a letra a),* ***a gente vai ter o que?! Para cada unidade aumentada em x a função diminui uma unidade do valor inicial que é 3. Então agora a gente vai montar uma função de X, igual a quem?! como que vai ficar essa função? - 1 unidade em x + 3*** *(KoT - procedimentos - como se faz), tá perfeito, e assim a gente conseguiu montar todos os nossos exercícios, perfeito?!*

Ao apresentar as atividades representadas pelas Figuras 64 e 65, a professora, demonstra seu conhecimento sobre o uso de símbolos e da linguagem Matemática para o estudo de função *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*, assim como, as nomenclaturas dadas aos termos que compõe uma função afim *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos).* A professora evidencia, também, seu conhecimento referente aos procedimentos de resolução *(KoT - procedimentos - como se faz)* e conexões entre conteúdos do Anos Finais do Ensino Fundamental e conteúdo de Função *(KSM - conexões de simplificação)*.

Já, quando se trata do terceiro exercício, a professora, então, apresenta a atividade representada na Figura 65.

Figura 65: Exercício 3 da videoaula "Função afim"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 65, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula e faz a conferência da solução para os alunos, dizendo:

Professora: ***Vamos tentar mais um exercício para você tentarem montar, em cima da função afim. Então tá ali, na produção de peças*** *(KoT - aplicações e fenomenologia), ele é muito parecido com o primeiro exercício que a professora montou, tá bom, então vamos tentar responder a letra a), b) e c) dentro desse exercício vou dar um tempinho para vocês também. Quem conseguiu fazer o exercício deve ter conseguido chegar nessas respostas, tá bom, espero que vocês tenham conseguido. Então na letra a) gente tem a função, do probleminha, com o 0,5X + 8. Na letra b) a gente viu que a taxa de variação era 0,5 e que o valor inicial aqui que o valor do era 8. E na letra c) a gente consegue chegar no curso de produção de 100 peças em r$ 58, perfeito?!*

No exercício 3, a professora aborda um exemplo de cunho prático que geralmente pode ser utilizado para discutir o conceito de função *(KoT - aplicações e fenomenologia)*, porém, a mesma não faz a resolução do mesmo, pelo contrário, ela apenas apresenta a resposta de cada item deixando, assim, de explorar o conceito que está sendo ensino em tal aula.

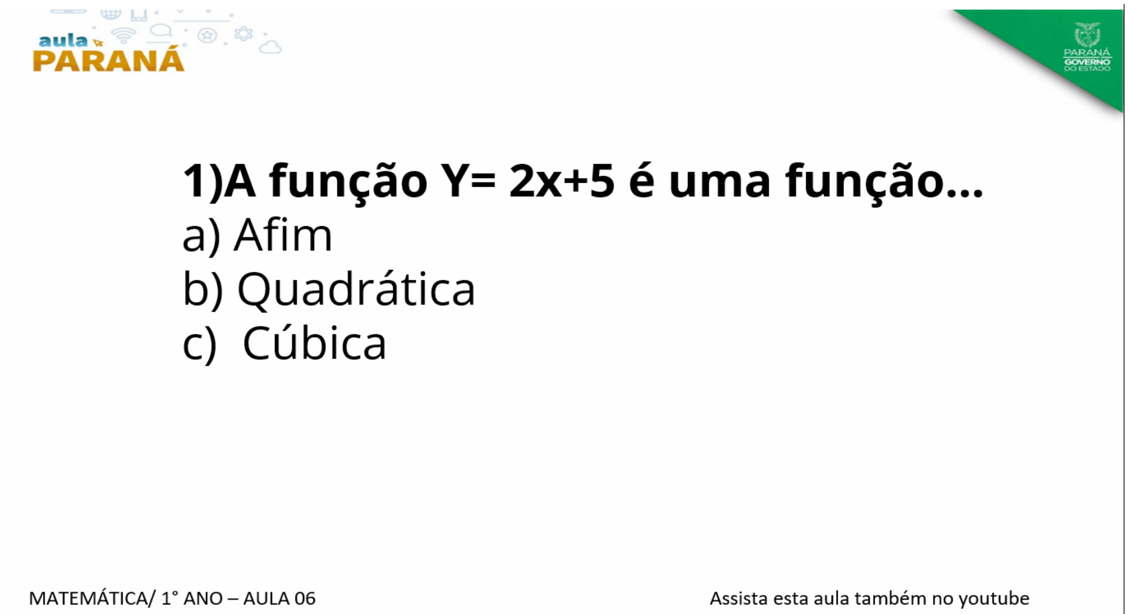
DISCUSSÃO DO MOMENTO 5 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO AFIM"

No que se refere ao momento 5 da videoaula "Função afim", a professora destaca que para finalizar a aula, ela estará apresentando um Quiz. Porém, antes de iniciar o Quiz a professora relembra o que foi feito na aula, dizendo:

Professora: *Vamos dando sequência então para nossa aula, função afim então, vamos tentar retomar tudo que a gente viu nessa aula.* ***A gente viu então, que ela começou lá no passado, né, com vários estudiosos tentando entender, tentando fazer o enunciado de funções tá, a gente viu que para calcular a função afim ela vai ter a forma geral de f de x = ax + b*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) correto?!* ***A gente viu que um valor inicial da função é só a gente estabelecer que o valor de x xale 0 e a gente consegue chegar no termo independente que é o b*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?! E* ***a gente viu que a taxa de variação pode ser calculado por essa formulazinha aqui e que vai dar sempre o valor do termo a*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?! Então, mais ou menos o que a gente viu na aula de hoje e para a gente finalizar, a gente vai tentar responder o nosso Quiz. Então vamos lá, vamos ver se a gente conseguiu entender então o fundamento da função afim.*

A professora, então, inicia a leitura da primeira questão do Quiz representada na Figura 66.

Figura 66: Questão 1 do Quiz da videoaula “Função afim”



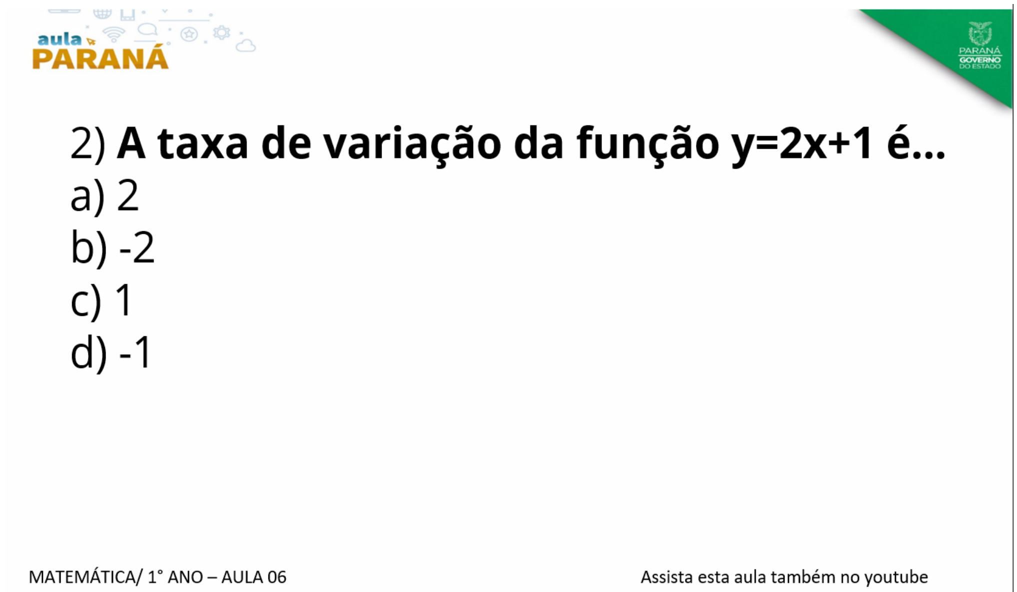
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 66, apresenta a atividade que está sendo trabalhada neste momento da aula.

Professora: ***Número 1 a função y = 2x + 5 é que tipo de função Matemática?! Função afim, função quadrática ou função cúbica? Dois minutinhos. Muito bem, já foi dado um tempinho, então vamos ver se vocês acertaram a resposta. É a resposta correta, é claro que a função afim*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos).*

No que se refere à segunda questão, a professora, então, apresenta a atividade representada na Figura 67.

Figura 67: Questão 2 do Quiz da videoaula “Função afim”



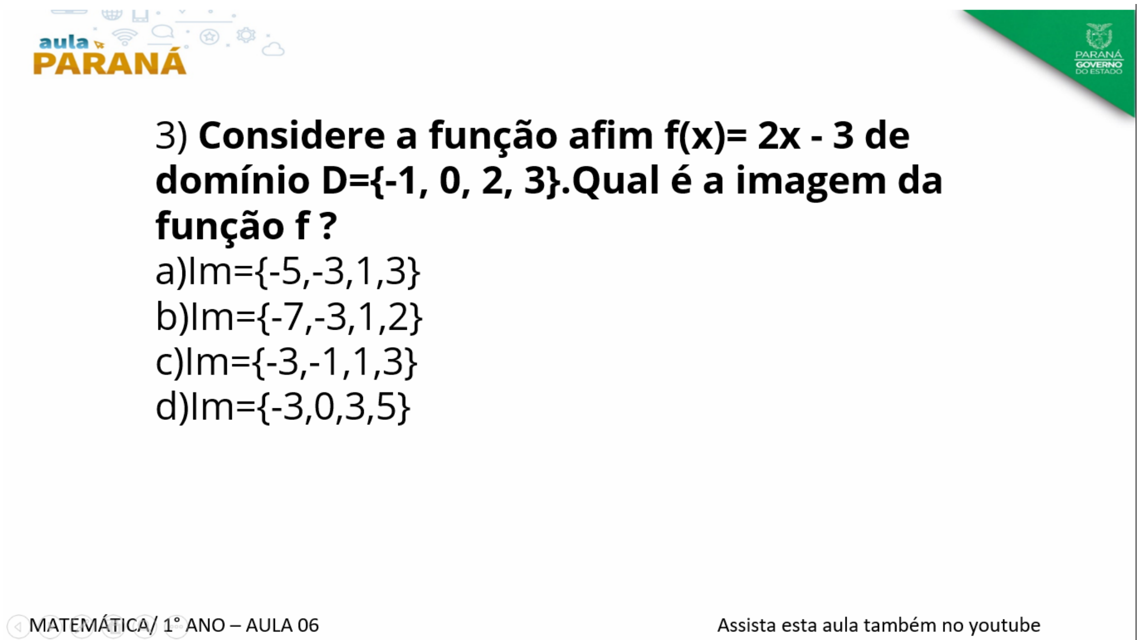
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 67, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula, dizendo:

Professora: *Muito bem, vamos para nossa questão número 2. A taxa de variação da função descrita por y = 2x + 1 é? A gente vai ter que lembrar o que é a taxa de variação. Mais um tempinho para você tentar ver alternativa correta.* ***Bom então para responder essa questão, a gente precisava lembrar quem é a taxa de variação, e quem a taxa de variação mesmo? É o valor que está sempre junto com o x, então quem tá junto com o nosso x aqui? Vai ser o termo a*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), tá, então vamos lá, para nossa resposta número 2.*

Já na terceira questão do Quiz, a professora, então, apresenta a atividade representada na Figura 68.

Figura 68: Questão 3 do Quiz da videoaula "Função afim"



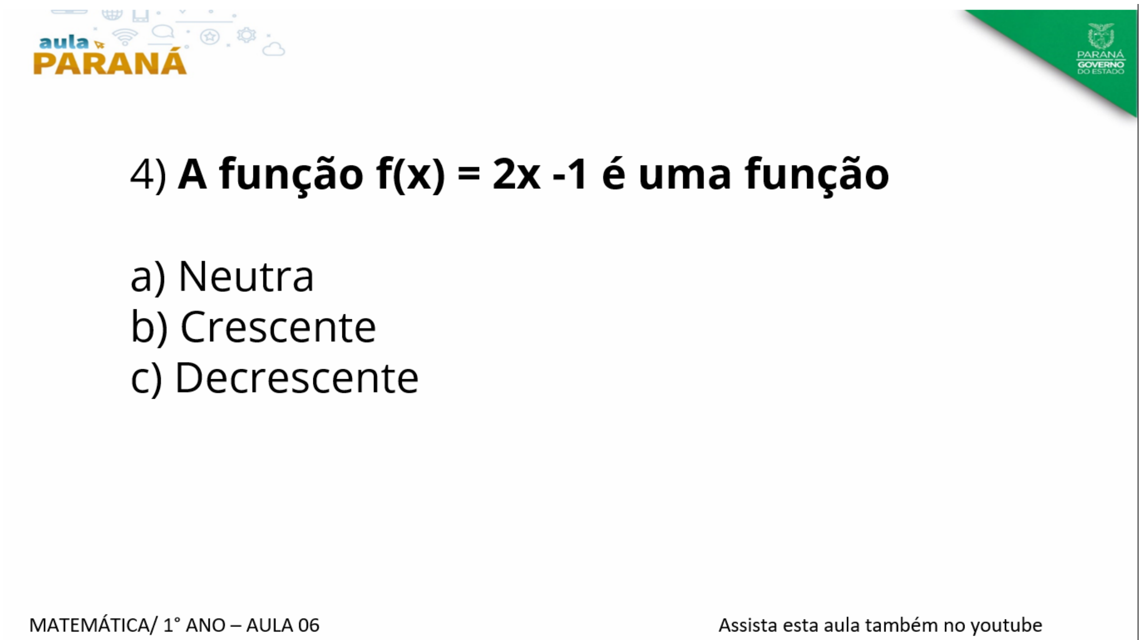
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 68, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula, dizendo:

Professora: *Na terceira questão, considere a função afim de escrita como f de x = 2x – 3, ah, apareceu o nosso domínio, que a gente já andou estudando tá, o conjunto domínio contradomínio e imagem. A gente quer saber agora quem é a imagem dessa função, tá certo, que tem o domínio descrito aqui. Mais um minutinho tempinho para vocês pensarem, qual é a resposta correta?* ***Quem não lembrava direito o que que a gente precisava fazer nessa questão? Pegar todos os valores do domínio, que representa o conjunto x e substituir dentro da nossa função e assim, a gente ia chegar dentro da resposta correta*** *(KoT - procedimentos - como se faz), letra a). Muito bem.*

No que se refere à quarta questão do Quiz, a professora, então, apresenta a atividade representada na Figura 69.

Figura 69: Questão 4 do Quiz da videoaula “Função afim”



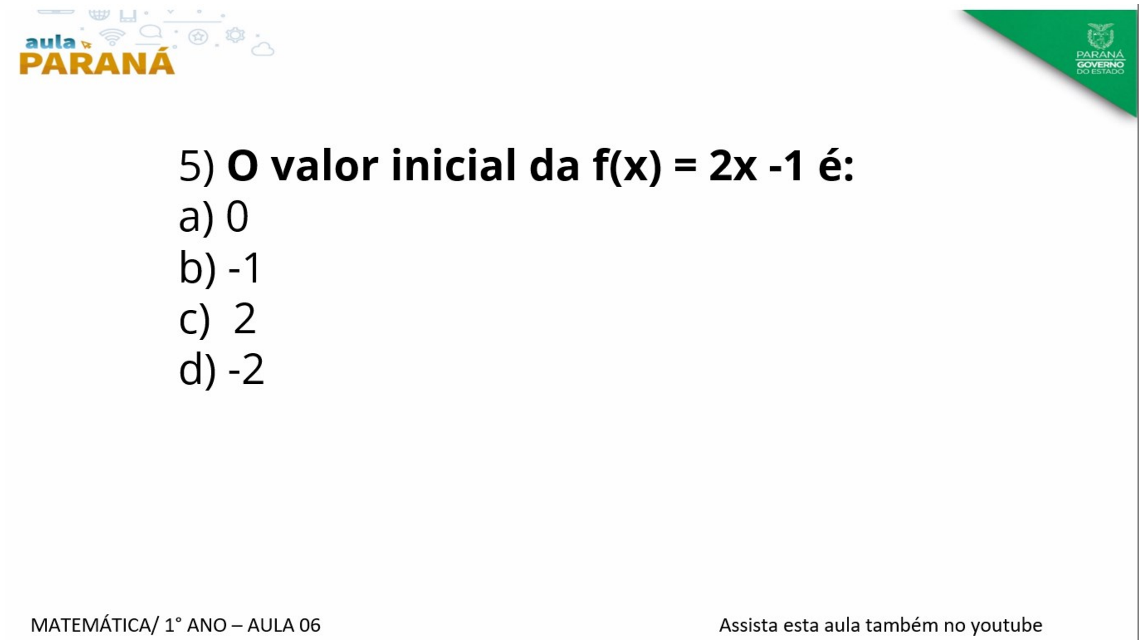
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 69, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula e a professora explana:

Professora: *Número 4 vamos lá para mais uma questão, a função descrita por f de x = 2x - 1 é uma função crescente, é neutra, crescente ou decrescente? Para relembrar um pouquinho também o que a gente tinha visto de função crescente e decrescente, perfeito?! Mais um tempinho para você pensarem. Voltando na nossa questão,* ***se vocês marcaram no mínimo dois pontos, substituindo o valor do x vocês vão perceber que essa função, é uma função crescente*** *(KoT - procedimentos - como se faz), muito bem.*

Por fim, quanto à última questão do Quiz, a então, apresenta a atividade representada na Figura 70.

Figura 70: Questão 5 do Quiz da videoaula “Função afim”



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 70, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula. E assim, a professora, termina dizendo:

Professora: *E a nossa última questão do Quiz, desse dia de hoje, a nossa aula de função afim é a seguinte questão, o valor inicial da função f de x = 2x - 1 é? Vamos lá pessoal mais um tempinho para você.* ***Para essa questão, valor inicial, quem é o valor inicial? É o b,*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) tá certo,* ***então que que a gente precisava fazer?! Colocar o x valendo com valor 0 e daí a gente chega na resposta oficial, ou desculpem aqui, mas a gente vai chegar a resposta inicial que o B vale -1*** *(KoT - procedimentos - como se faz) correto?! Eu acho que foi só na hora de montar um slide mesmo, mas a resposta correta é o -1, muito bem para quem acertou então. Pessoal eu espero que você tenha entendido um pouquinho o que que é essa aula inicial de função afim, para a gente aprender a reconhecer a função afim e agora a gente vai começar a dar sequência na, dentro do estudo da função afim, tá certo?! Espero que você tenha conseguido entender um pouquinho a aula e até breve.*

4.7 AULA 7: – Função afim I

A videoaula “Função afim I” pode ser descrita a partir dos seguintes momentos de ensino:

MOMENTO 1: Inicia a aula relembrando a definição, o gráfico e classificação da função afim quanto aos valores dos coeficientes a e b.
MOMENTO 2: Como determinar uma função a partir de dois valores conhecidos, resolução de exemplo e atividade.
MOMENTO 3: Como determinar uma função a partir de dois pontos pertencentes ao gráfico da função, resolução de exemplo e atividade.
MOMENTO 4: Para finalizar a aula, a professora apresenta um quiz.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 1 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO AFIM I"

A sétima aula intitulada "Função afim I", segundo a professora, é destinada a continuação do estudo sobre o tema função afim, onde a professora inicia dizendo:

Professora: *Bem-vindos novamente alunos, no estudo das funções, certo, nós vamos continuar então, dentro do estudo da função afim e hoje a gente vai começar a detalhar um pouquinho mais o que é esse estudo, tá, dentro da função afim. Então só para a gente relembrar,* ***chama-se função polinomial do 1º grau ou função afim, qualquer função f de números reais em números reais, dada pela lei de formação que significa f de x igual a x +b, em que a e o b são números reais e a diferente de 0****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) tá?! Nada mais é do que aqui, nós vamos começar a ver que muitas vezes a função afim ela é chamada de função polinomial, tá certo, então a gente pode tanto encontrar como função afim, como função polinomial, perfeito?! Então é uma nomenclatura que a gente passa a utilizar também, que vocês vão ver muitos exercícios. Dando sequência então para a gente relembrar, função polinomial vai ser chamada função afim, perfeito?! A gente não esquece mais isso agora. Bom para a gente relembrar* ***então a forma geral da função afim ou função polinomial a gente tem sempre o que é? O termo que acompanha o x ele vai ser chamado de coeficiente angular então, a gente tá aprendendo um novo nome para o termo que acompanha x, tá, o nome correto dele é coeficiente angular e do termo b, a gente chama ele de coeficiente linear ou termo independente ou constante****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) perfeito?! Então agora a gente tá dando nomes corretos dentro da função afim ou função polinomial, tá?!*

Neste momento a professora mobiliza um aspecto de conhecimento correspondente ao uso de termos e símbolos específicos da Matemática de função, coeficiente angular, determina a inclinação da reta, padronizado pelo a da função afim f(x) = ax+b, e o coeficiente linear, padronizado pelo b da função afim f(x) = ax+b *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*.

Ao iniciar a videoaula "Função afim I", a professora apresenta novamente a definição de função afim e nomenclaturas aos termos que a compõem, porém na videoaula, anterior, intitulada "Função afim", ela apresentou outra definição, como destacamos abaixo:

Fala da professora sobre a definição de Função Afim e nomenclaturas aos termos que a compõem, a aula 6: "*chama-se função afim quando existem dois números reais a e b tal que então a função f de x vai ser igual a quem?! A, ax + b, para todo x pertencente ao conjunto dos números reais, tá certo?! Então aqui a gente começa apresentar para vocês a forma característica da função afim, vai ter sempre um termo a e vai ter sempre no termo b. (...) Como que eu vou saber quem é o termo a e quem é o termo b? O termo a ele vai estar sempre junto com um x (...), correto?! E o termo que tá sozinho passa a ser o termo b".*

Além disso, na videoaula "Função afim" a professora também utiliza-se das seguintes nomenclaturas para os termos que compõem a função afim: "*O valor inicial de uma função afim, a função afim já tá daqui ó f de x = ax + b é um número b"* e *"o termo a é a taxa de variação".*

Já na fala da professora sobre a definição de Função Afim e nomenclaturas aos termos que a compõem a videoaula "Função afim I", a professora diz "*chama-se função polinomial do 1º grau ou função afim, qualquer função f de números reais em números reais, dada pela lei de formação que significa f de x igual a x +b, em que a e o b são números reais e a diferente de 0. (...) O termo que acompanha o x ele vai ser chamado de coeficiente angular então, a gente tá aprendendo um novo nome para o termo que acompanha x, tá, o nome correto dele é coeficiente angular e do termo b, a gente chama ele de coeficiente linear ou termo independente ou constante".*

Assim, percebe-se que a professora utiliza-se de nomenclaturas diferentes durante a aula sem dar muitas explicações sobre a mesma, podendo gerar dúvidas. Destacamos também, que na primeira definição a professora utiliza somente o termo "função afim", já na segunda definição a professora utiliza-se dos termos "função afim" ou "função polinomial do 1º grau" e posteriormente, no decorrer das aula utiliza-se várias vezes o termo "função polinomial do 1º grau" de maneira errada, como somente "função polinomial", pois existem inúmeras funções polinomiais assim, a função polinomial do 1º grau, conhecida também, como função afim, é apenas uma.

Na sequência a professora comenta de alguns casos particulares da função afim quanto aos valores dos coeficientes a e b.

Assim, a professora, explica:

Professora: *Vamos lá então,* ***o que que é uma função linear? É um caso particular da função afim, é aquele em que o valor do b ou termo constante é igual a zero, tá, então é uma função linear, quando uma função afim tiver o valor do termo b ou termo constante igual a zero, perfeito?! Dentro dessa questão então, a gente já viu que ela tem a denominação especial de função linear, tá, então a gente tá vendo vários termos que a gente utiliza dentro da função afim. E quando a gente tiver uma função assim determinada só por x, tá?! Aonde o valor do coeficiente angular é 1 e o valor do coeficiente linear e 0 ela passa a se chamar, função identidade, tá certo? Então vocês estão vendo que aqui, o termo constante não vai aparecer, né, porque o valor dele vai ser zero, perfeito?! Então são algumas classificações e algumas observações que a gente faz dentro do estudo da Função afim*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?!*

A professora também (re)conhece alguns tipos de funções polinomiais do primeiro grau, a função afim, linear e identidade *(KoT - propriedades, características e fundamentos)*.

Quanto a representação gráfica de uma função afim, a professora comenta como é feito e qual é a representação gráfica de uma função afim, como podemos ver na sequência:

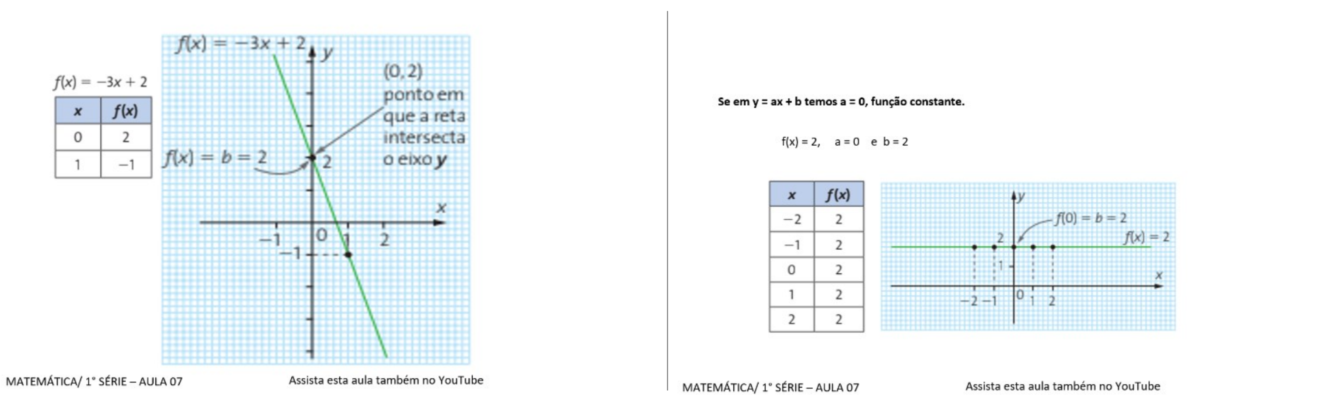
Professora: *Vamos lá então e o gráfico dessa função?!* ***A gente viu nas últimas aulas que para montar um gráfico de função a gente faz a nossa tabelinha de dados, a gente coloca esses dados dentro do plano cartesiano e a gente consegue determinar a função, é o gráfico, de uma determinada função****, (KoT - procedimentos - como se faz) tá certo?* ***Então isso vai continuar acontecendo, né, o gráfico de uma função polinomial do primeiro grau, tá certo, dada por f dos números reais números reais, dada por y = x + b com a diferente de 0. Por que que o a tem que ser diferente de zero? Porque senão some o termo x, né, se a gente substituiu a que por 0, vai ficar 0 vezes x e o x desaparece, tá, daí para de ser função afim. Então, por isso que o a sempre tem que ser diferente de zero. Ela é uma reta oblíqua aos eixos OX e OY****, (KoT - procedimentos - como e faz e definições, propriedades e seus fundamentos) tá certo,* ***então a gente sempre vai ter uma reta que tem uma certa inclinação, por isso coeficiente angular, tá, nós estamos***

mexendo com uma inclinação. Isso é uma reta não paralela a nenhum dos eixos, então essa reta não pode ser paralela nem o eixo x e muito menos ao eixo y*. (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)* ***Exemplos para a gente lembrar então, né, uma função polinomial ou função afim, vou montar o gráfico dessa função, substituir os valores, coloca esses valores dentro do meu gráfico, vou ter a minha reta oblíqua aos eixos****, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) perfeito?! A gente já viu os valores de reta crescente, valores de reta, decrescente, então, aqui a gente só tá relembrando a questão do gráfico.*

A professora menciona a representação de função afim por meio do registro gráfico *(KoT - registros de representação).* Ela também menciona o procedimento de como se fazer essa representação *(KoT - procedimentos - como se faz)*, dizendo que será uma oblíqua aos eixos OX e OY *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)*. Contudo, não se menciona uma característica, propriedade da função correspondente ao registro gráfico: quando o gráfico é crescente seu coeficiente angular é maior do que zero, quando o gráfico é decrescente seu coeficiente angular é menor do que zero, resultando na função e no seu gráfico crescente ou decrescente *(KoT - propriedades, características e fundamentos)*.

Na seguimento da explicação a professora apresenta dois exemplos representados pela Figura 71, como podemos ver abaixo e destaca:

Figura 71: Exemplos do gráfico de uma função afim



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Mais um exemplozinho para gente ver na nossa função polinomial.* **Faço minha tabelinha de dados, substitua os valores de x, encontre os valores de y, colocando no gráfico eu tenho a minha reta oblíqua***, (KoT - procedimentos - como se faz e registros de representação)* *perfeito?! Bom lembra que eu falei de um caso especial, então nesse caso especial aqui,* ***olha quanto vale o coeficiente angular 0, tá certo, quando a vale 0 o que que a gente falou, que não vai ter o valor de x, então dentro da função a gente vai ter o que? Uma reta paralela, tá, então prestem bem atenção quando a gente for substituir os valores****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação) perfeito?!* ***É mais um exemplo para a gente ver como que fica o gráfico da função constante, a própria, o próprio termo constante já dá ideia de quem vai ser uma coisa que vai manter o mesmo valor, tá, então ali a gente tá vendo que ela é constante*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação)***.**

A professora também (re)conhece algumas representações gráficas de funções polinomiais do primeiro grau, a função afim, e a constante *(KoT - propriedades, características e fundamentos e registros de representação)*.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 2 DA VIDEOAULA “FUNÇÃO AFIM I”

O momento 2 da videoaula “Função afim I”, de maneira geral, é destinada à discussão de como determinar uma função a partir de dois valores conhecidos.

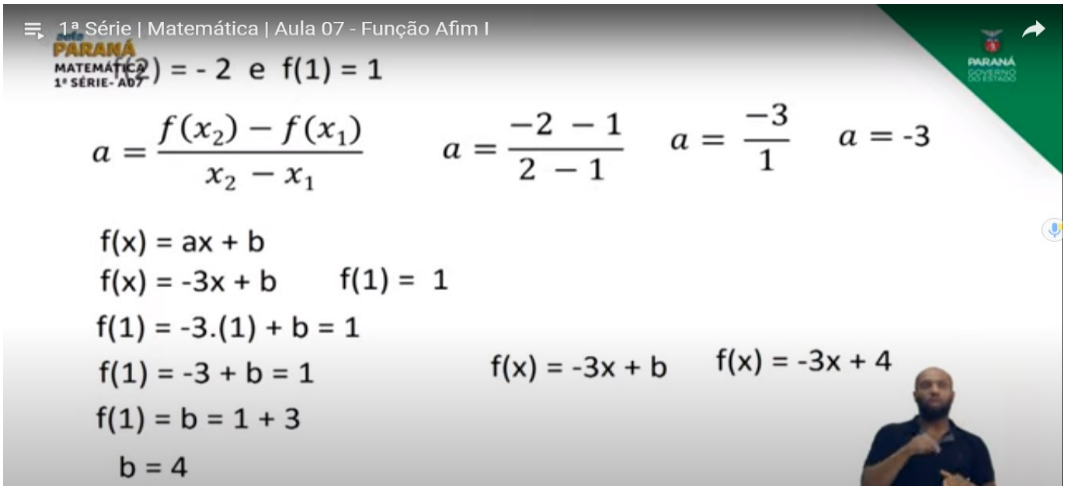
Neste momento, a professora, destaca:

Professora: *Como que a gente faz para determinar então uma função?* ***Uma função afim determinada por f de x = ax + b ela, fica inteiramente determinado, determinada, quando a gente conhece dois valores das suas funções, tá, então aqui nós vamos ter o primeiro valor f de x1 e o segundo valor f de x2, certo, para qualquer valor de x1 e x2, desde que esses valores sejam reais e com x1 diferente de x2, né, então vou ter duas funções diferentes [dois valores para imagem diferentes]*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação). E como que eu vou fazer para determinar qual é essa função, certo ?! Então nós vamos ver um exemplozinho de como que a gente faz isso.*

Na sequência, a professora apresenta o slide representado pela Figura 72, onde a mesma explica o procedimento de como se determina uma função afim conhecendo dois valores, como podemos acompanhar abaixo:

Professora: *Por exemplo, se eu vou ter aqui uma função, a primeira função está*

Figura 72: Exemplo de como determinar uma função afim conhecendo dois valores

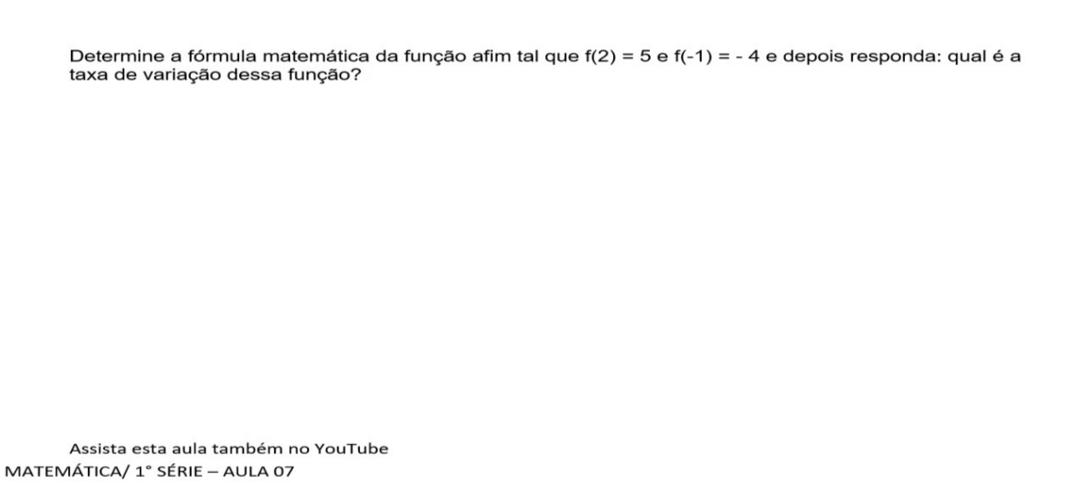


Fonte: Dados da pesquisa (2021)

determinada, por f de 2 = -2 e a segunda função f de 1 = 1, tá, ***como que a gente faz para determinar qual foi a lei de formação dessa função tá? Vamos ver aqui, para isso a gente vai estar apresentando para vocês uma fórmula nova, tá certo, então nessa fórmula nova vai tá escrito o quê? Que olha aqui ó, o coeficiente angular pode ser definido, por quem?! Pela função de x2 menos a função de x1 dividido pelo valor de x2 menos o valor de x1*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), tá certo, e agora a gente vai tirar esses dados, da nossa, do anunciado aqui.* ***Então a gente vai substituir esses valores dentro da fórmula, vocês lembram quem, qual é o valor de tá aqui dentro do parênteses?! É o valor de x, tá certo, se eu tô chamando essa aqui, função dois ou função um, a gente vai substituir dentro da nossa fórmula*** *(KoT - procedimentos - como se faz).* ***Vamos ver então, como é que vai ficar aqui. O que que a professora fez aqui ó? Eu determinei então, que o valor da função 2 era? -2 substituir na fórmula e vou substituindo na sequência, o valor da função 1, quanto que vale aqui? 1. Então a gente vai fazer esse cálculo substituindo dentro da nossa fórmula, tá, dividido por quem?! Quanto vale o 2 na função 2, então valia? 2. E quanto que vale o x na função 1? Valia um, tá certo, fazendo os cálculos a gente vai ter então, que o nosso coeficiente angular vai ficar - 3 sobre 1, que vai ser a mesma coisa aqui -3, perfeito?! Descobrimos o coeficiente angular e aonde que tá o nosso coeficiente angular dentro da nossa lei de formação da função?! Então vamos ver, aonde que aparece o nosso coeficiente angular? Ele é o termo que tá sempre junto com o x*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos),* *tá certo,* ***então agora a gente pode substituir então no lugar do coeficiente angular o valor dele que vai ser -3. Então vamos lá, f de x = - 3x + b, mas a gente precisa montar a equação, tá certo, a nossa função. Então que que a gente vai fazer aqui? Vou pegar, por exemplo, a função 1, 2 aqui, tá, a função 1 que o valor é 1, fica mais fácil para gente substituir, então aonde tiver x eu vou colocar o valor 1, prefeito? Coloquei o valor 1, substituo dentro da minha equação e assim eu vou descobrir quem? O nosso termo constante, tá certo, então quando a função, quando x vale 1 a nossa função vale 1 e assim a gente fez a igualdade aqui, tá, substituindo, então a gente vai ter que ter -3 vezes 1 vai dar -3 mais b igual a 1 e logo na sequência a gente consegue isolar o b e descobre que o b vale 4. Então como que a gente vai montar a nossa função afim? A gente já descobriu que o a valia -3 e agora a gente tem valor do b, que vale 4. Substituindo a gente tem que a nossa função de formação, vai ser que - 3X + 4, perfeito?! Então para quê que a gente fez tudo isso? Para chegar na formação da nossa função afim, perfeito?! Então, primeira coisa descobri o valor do coeficiente angular e depois a gente consegue montar a nossa função afim joia*** *(KoT - procedimentos - como se faz). Para a gente ver se a gente entendeu como que utiliza essa nova fórmula eu vou deixar então o primeiro exercício para vocês fazer um tempinho e já voltamos.*

No seguimento da aula, a professora apresenta uma atividade representada pela Figura 73, como podemos ver na sequência.

Figura 73: Atividade 1 de como determinar uma função afim conhecendo dois valores



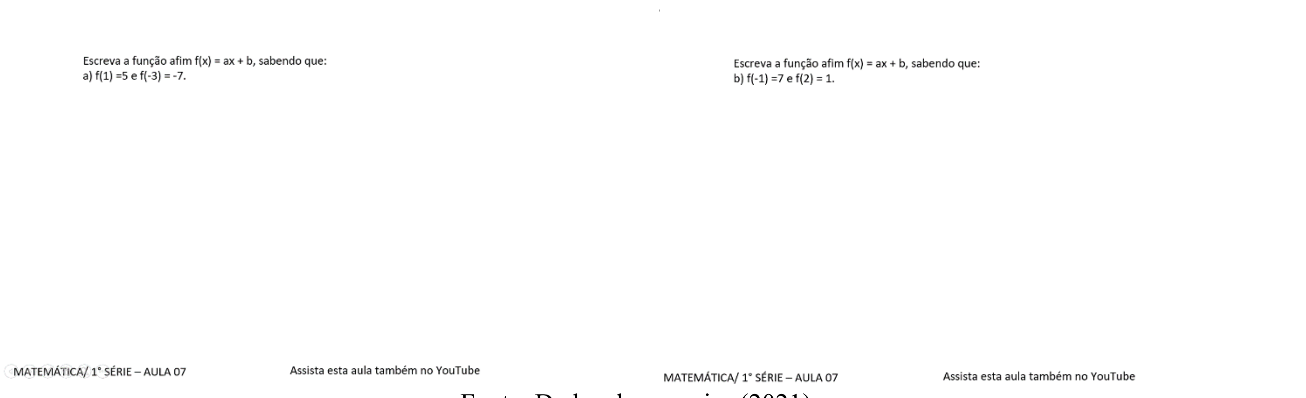
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 73, apresenta a atividade trabalhada neste momento da aula. Onde a professora, explica:

Professora: *Vamos ver quem conseguiu acertar esse exercício então, bom primeiro* ***nós vamos usar nossa fórmula então, da taxa de variação ou do coeficiente angular aqui. Já temos os valores dentro do nosso problema é só a gente substituir, perfeito. Substituindo os valores tá tanto da função de x2 quanto a função de x1, vamos chegar no cálculo final, e a minha taxa de variação aqui vale 3, perfeito?! Bom se a gente já tem o valor do a, a gente vai substituir então na nossa função. Aonde tem o valor do a, a gente vai colocar 3 e agora falta a gente determinar quanto vale o termo constante****, (KoT - procedimentos - como se faz) tá?!* ***A professora vai pegar aqui a função que o x, a função de 2 que é igual a 5, porque? Eu gosto mais de trabalhar com os números positivos, tá certo, mas poderia pegar a outra função também, tá, vocês podem escolher. Aí vamos lá então, quando eu tenho a função com x valendo 2 aonde tem x eu vou substituir por 2 e vou colocar o valor da função que nesse caso é 5. Fazendo as continhas, a gente substituindo aqui 3 vezes 2, 6 mais b igual 5, a gente chega no valor do b = -1, perfeito?! Se ninguém errou sinal, se tá tudo certinho, esse é o valor do b. Se a gente já tem o valor do termo a, já tem o valor do termo b, a gente consegue montar a nossa função. E a nossa função então fica, f de x = 3x – 1****, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) perfeito?! Muito bem, vou deixar mais um exercício para você tentarem montar. Então vamos lá, mais um tempinho.*

Para finalizar este momento da aula, a professora apresenta uma segunda atividade representada pela Figura 74, como podemos ver na sequência.

Figura 74: Atividade 2 de como determinar uma função afim conhecendo dois valores



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 74, apresenta a atividade trabalhada neste momento da aula. Onde a professora, explica:

Professora: *Muito bem, voltando então para nossa solução do problema, a gente já viu então,* ***que a gente vai determinar o valor do coeficiente angular aqui, substituindo os valores a gente chega que o valor do coeficiente angular é 3, tá certo?! E agora a gente vai tentar montar a nossa função, para isso a gente substitui os valores, tá, escolhi a primeira função onde x vale 1 e a função vale 5, vou fazer o valor do b substituindo dentro da minha equação, né, multipliquei pelo valor do x, cheguei no valor do b que vale 2, tá certo?! Se eu já tenho o valor do coeficiente angular e já tem o valor do meu termo constante, a gente consegue montar a nossa função. E a nossa função então fica, f de x = 3x + 2****, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) perfeito? Só para gente pegar o costume e não errar mais, eu vou deixar mais um tempinho para mais um exercício, vamos lá. Muito bem, vamos de novo a nossa solução, temos duas funções, tá certo?!* ***Precisamos escrever a função de formação, vamos descobrir o termo a, substituindo os valores dentro da primeira função e da segunda função, a gente chega no valor que o a vale -3. Para descobrir a nossa lei de formação da função, substituímos o valor do a, vamos descobrir, em cima de uma das funções, o valor do termo b, do termo constante tá substituindo, igualando, isolando o b, a gente chega que o b vale 7, perfeito?! E daí, para a gente montar a nossa função, já tem o valor do a, já descobriu o valor do b, substituindo a gente tem que a nossa função de x ela é dada por?! - 3x*** *+ 7, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) perfeito?!*

De maneira geral, ao apresentar as atividades que compõem o momento 2 da aula 7 a professora, demonstra conhecimento sobre a utilização de símbolos e termos que compõem uma função afim *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*. Porém a professora apresenta uma outra fórmula para o cálculo do termo a, considerando uma função afim do tipo f(x) = ax +b, sem dar muitas explicações sobre a mesma e associando a outra fórmula apresentada durante a videoaula “Função afim” (taxa de variação).

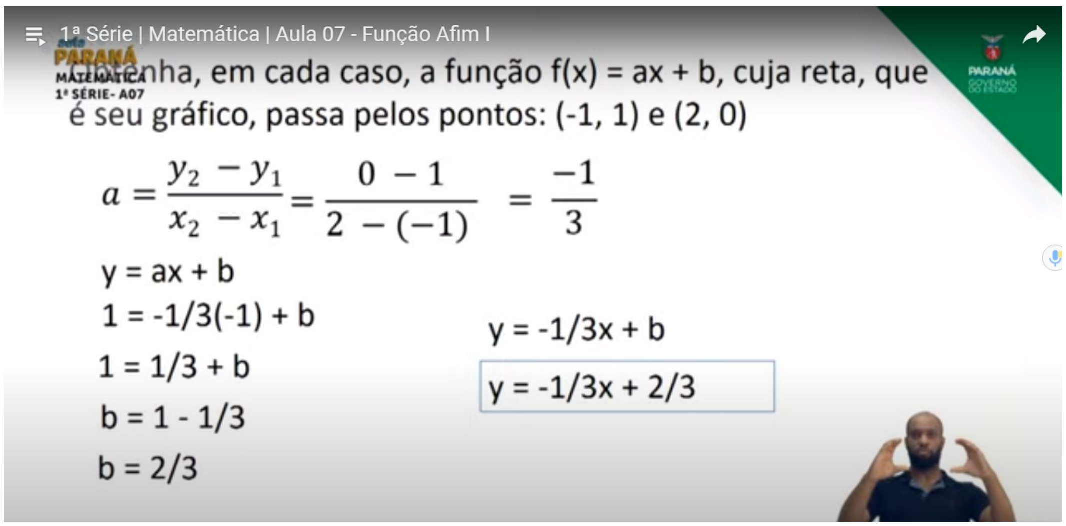
DISCUSSÃO DO MOMENTO 3 DA VIDEOAULA “FUNÇÃO AFIM I”

O momento 3 da videoaula “Função afim I”, de maneira geral, é destinada à discussão de como determinar uma função afim a partir de dois pontos pertencentes ao gráfico da função.

Neste momento, a professora, destaca:

Professora: *Muito bem, bom e agora a professora vai até voltar aqui, porque* ***às vezes a gente vai ter o que vai ter?! Vai ter, não é sempre a função dado do valor, tá, esse exemplo aqui a gente tem dois ponto, então como que a gente resolve, a lei de formação dessa função quando a gente tiver dois pontos?! Então esses pontos vão dar em determinadas funções****, (KoT - definições, propriedades e seus fundamentos) perfeito?! Então como que a gente pode montar?!*

Figura 75: Exemplo de como determinar uma função afim conhecendo dois pontos



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 75, apresenta a atividade trabalhada neste momento da aula. Onde, a professora, continua:

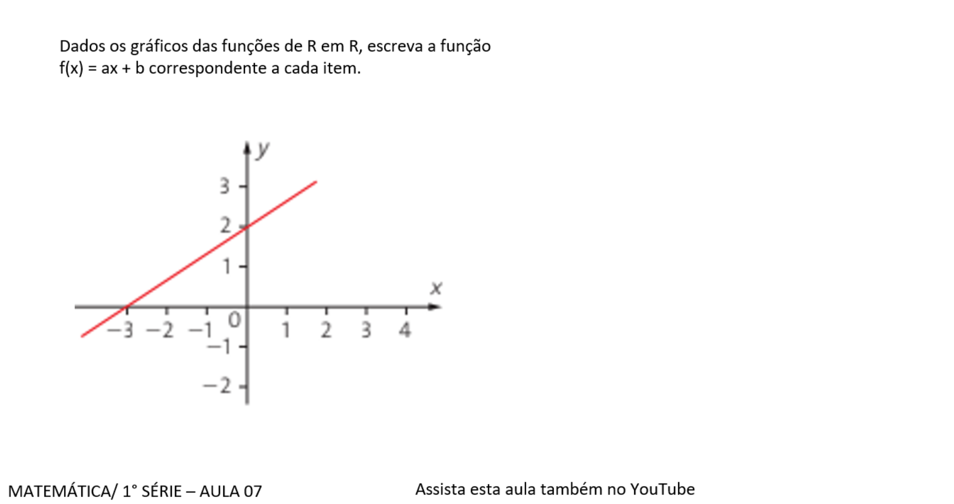
Professora: ***É uma outra formulazinha que eu tô apresentando para vocês, tá, aonde a gente também vai achar o termo aqui, o coeficiente angular, só que agora vocês tão vendo que aqui não tem mais o valor da função porque a gente tem quem?! A gente tem os pontos, então a gente tem o ponto um e o ponto dois, vocês podem denominar*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), tá certo,* ***o importante é saber o que? Quem eu escolher como ponto dois, cada ponto vai ser formado por um valor de x e o valor de y, tá, então a gente pode chamar x1, y1 e x2, y2, e assim, a gente substitui na nossa fórmula, perfeito?! Então vamos ver como que a gente faria aqui, a professora então, pegou e falou, que esse daqui é o y2 e esse daqui vai ser o y1, substituído na minha fórmula, eu consigo chegar que o a vale -1/3****, (KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos) tá certo?! É* ***a mesma questão das***

alternativas passadas, porém agora a gente não tem o valor da função, nós temos os valores de dois pontos que estão dentro dessa formação, tá certo?! Então agora eu não vou trabalhar com a função eu vou trabalhar com o valor de y, tá, mas é igual, né a gente já reconhece essa forma*, (KoT - registros de representação) tá certo?!* ***Então que que a gente vai fazer? A gente vai escolher um dos dois pontos ali, vai substituir os valores, eu peguei onde o y valia um, tá certo, quando o y vale 1 quanto vale x?! – 1, já tem o valor do a que, a gente acabou de calcular, vou substituir e vou isolar o b e assim eu descubro o valor do termo b, tá, conseguindo fazer aqui, gente vai ter que o b então vale $\frac{2}{3}$*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos)****, então eu consegui descobrir o valor do termo a , do coeficiente angular e agora do termo independente b, tá, se eu já tenho o valor do a e o valor do B eu consigo montar a nossa, a nossa função afim*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), aqui, tá certo?! Então exercício um pouquinho diferente, que a gente vai utilizar o valor dos pontos, tá, então não temos o valor da função, mas temos os valores dos pontos e a só a gente substituir dentro da nossa, função aqui principal, tá certo?!*

Igualmente com a discussão anterior, ao apresentar o exemplo representado pela Figura 75, a professora diz apresentar uma outra fórmula para o cálculo do termo a, considerando uma função afim do tipo f(x) = ax +b, sem dar muitas explicações sobre a mesma e, novamente, não faz associação com a fórmula apresentada anteriormente, onde são a mesma fórmula somente com representações distintas.

No seguimento da aula, a professora apresenta uma atividade representada pela Figura 76, como podemos ver na sequência.

Figura 76: Atividade de como determinar uma função afim conhecendo dois pontos



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 76, apresenta a atividade trabalhada neste momento da aula. Onde a professora, explica:

Professora: *Vamos ver se a gente consegue usar outra formulazinha, como exemplo, para vocês tentarem fazer. Então vamos lá eu vou deixar aqui para vocês pensarem um pouquinho como que a gente monta esse exercício, perfeito?! Vamos ver, agora com o valor dos pontos então, vamos ver dentro do gráfico como que a gente faz isso. Um tempinho para vocês pensarem. Muito bem então,* ***como que a gente começa a sair dessa questão, tá, primeira coisa identificar os valores dos nossos pontos, tá certo?! Então vamos determinar aqui ó, quanto vale x -3 e nesse ponto aqui quanto vale o y? 0, tá certo. Quem seria o nosso outro ponto, quando x vale 0 e o y tá valendo 2, pronto já temos os valores de dois pontos. Se a gente tem o valor dos dois pontos, a gente consegue montar a lei de formação dessa função. A gente já sabe a fórmula para usar e é só a gente responder*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), tá correto?!* ***Então fazendo a nossa mágica aqui agora, substituindo os valores dentro da nossa fórmula, tá, a gente chega no valor que a vale 2/3, perfeito?! E agora, se a gente já tem o valor do a, a gente consegue descobrir o valor do termo constante, tá, a gente vai escolher uma das duas equações que no caso a professora vai pegar a equação onde o y vale 2, quando o y vale a 2 quanto valia o meu x? 0. Aí você, vai isolar o b e vai chegar que o valor do b, nesse caso, vale 2. Já temos o valor do coeficiente angular, que a gente calculou aqui, já temos o valor do termo constante a gente calculou aqui, e agora a gente consegue fazer a***

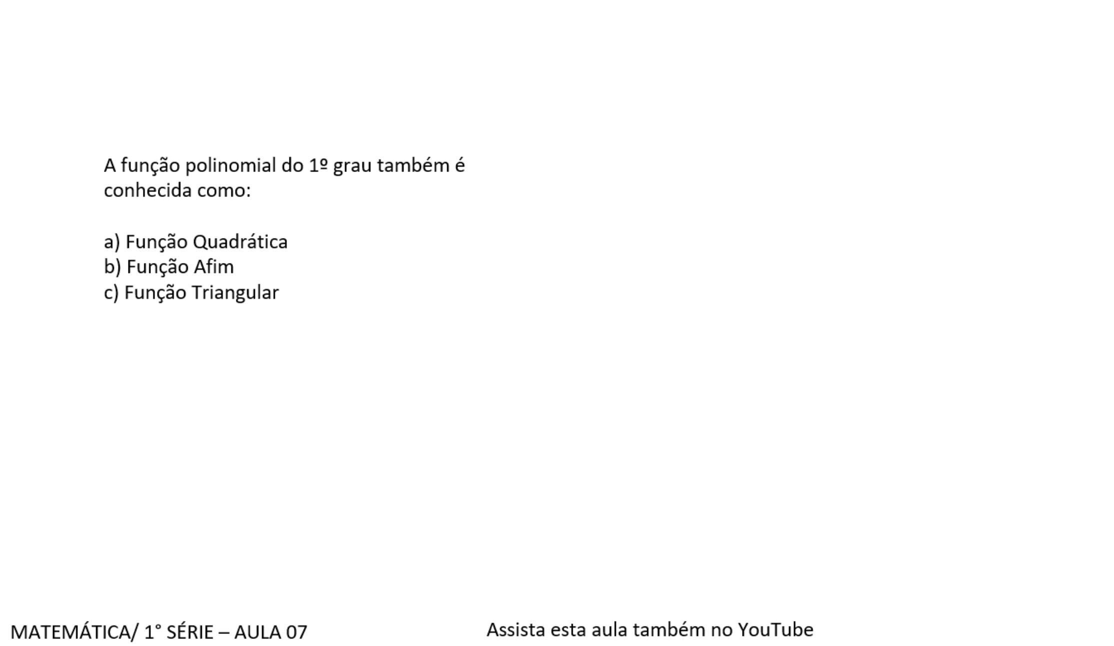
nossa lei de formação da nossa função, tá certo?! Então aqui, a gente vai ter que y vai ser igual a 2/3 vezes x + 2 *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito. A questão mais difícil aqui, era determinar os pontos, depois que nós descobrimos os pontos a questão do cálculo é igual usando a nossa formulazinha da taxa de variação ou coeficiente angular, perfeito?! Então, sempre vai ser assim os exercícios, quando a gente precisar montar uma lei de formação ou, a gente vai ter o valor das funções, ou a gente vai ter o valor dos pontos, perfeito?! Muito bem, então.*

DISCUSSÃO DO MOMENTO 4 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO AFIM I"

No que se refere ao momento 4 da videoaula "Função afim I", a professora destaca que para finalizar a aula, ela estará apresentando um Quiz.

A professora, então, inicia a leitura da primeira questão do Quiz representada na Figura 77.

Figura 77: Questão 1 do Quiz da videoaula "Função afim I"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

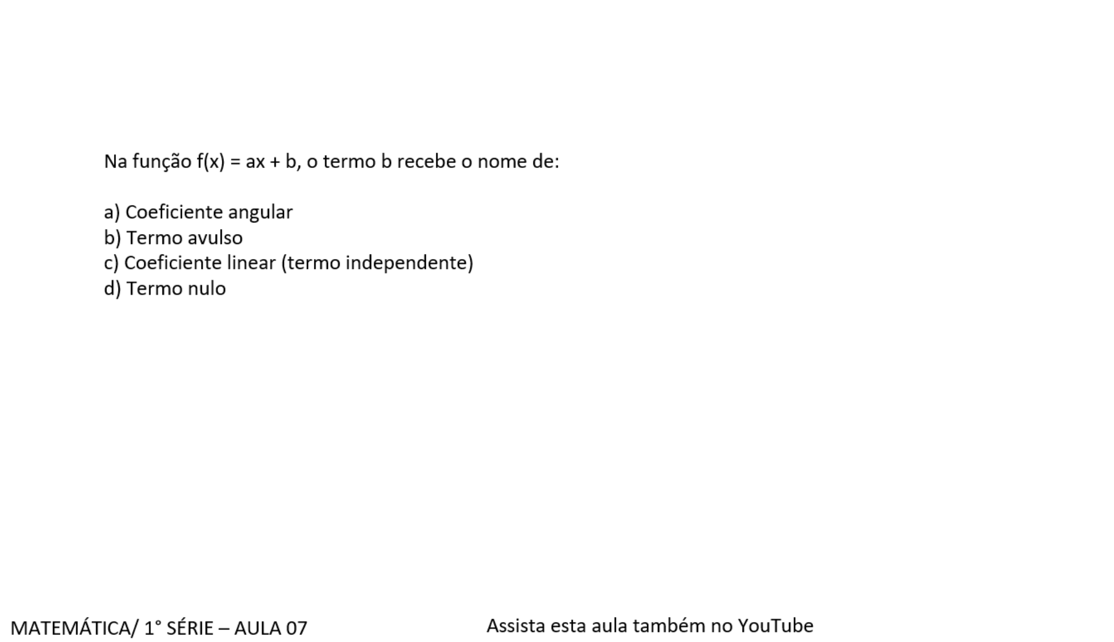
O slide representado na Figura 77, apresenta a atividade que está sendo trabalhada neste momento da aula.

Professora: *Então vamos para nossa primeira questão do Quiz.* ***A função polinomial do 1º grau***

também é conhecida como?! Alternativa a) função quadrática, alternativa b) função afim ou alternativa c) função triangular. Tempinho para vocês pensarem. Muito bem, na nossa primeira questão, do quiz então, a gente sabe que o correto seria a função afim *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), parabéns para quem conseguiu definir.*

No que se refere à segunda questão, a professora, então, apresenta a atividade representada na Figura 78.

Figura 78: Questão 2 do Quiz da videoaula "Função afim I"



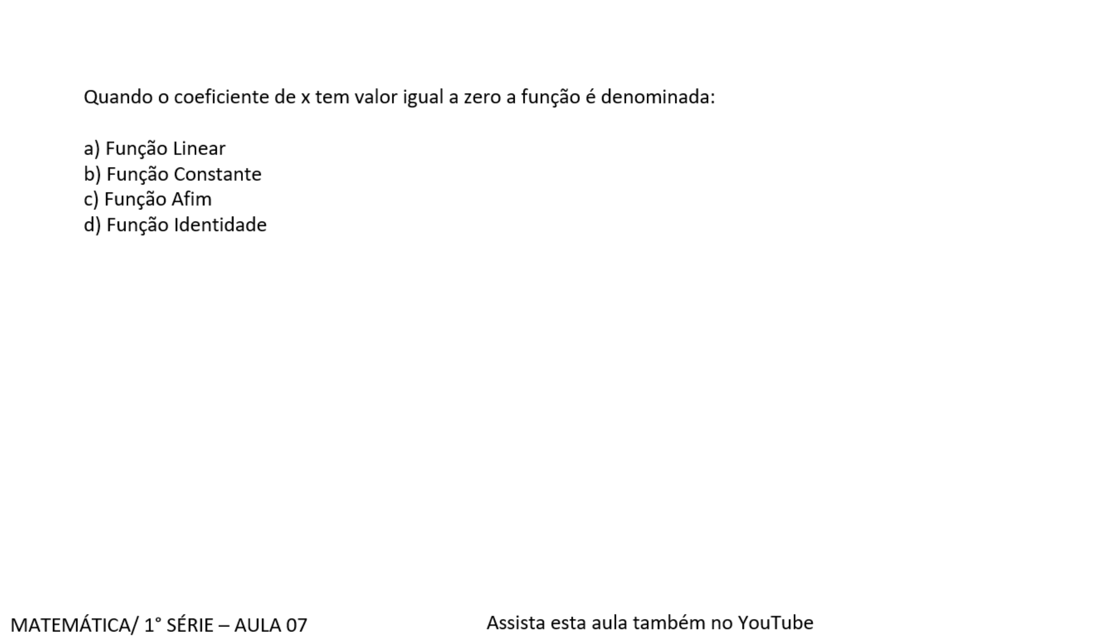
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 78, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula, dizendo:

Professora: *Vamos para uma segunda questãozinha do quis,* ***na função f de x = ax + b, o termo b recebe qual o nome correto? Vamos lá, coeficiente angular, termo avulso, coeficiente linear ou termo independente ou termo nulo. Tempinho para pensar. Vamos lá então para segunda questão do nosso quis, é claro que o nosso termo b vai receber o nome de?! Coeficiente linear ou, a gente viu hoje, termo independente*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), tá certo?! Parabéns, então.*

Por fim, quanto à última questão do Quiz, a então, apresenta a atividade apresentada na Figura 79.

Figura 79: Questão 3 do Quiz da videoaula “Função afim I”



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 79, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula. E assim, a professora, termina dizendo:

Professora: *E a nossa questãozinha do quiz aqui,* ***quando o coeficiente de x tem o valor igual a zero a função é denominada? Tempinho, vamos lá. Muito bem então, quem conseguiu entender a questão percebeu que a resposta correta era?! Função constante*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), certo?! Pessoal, foi uma aula de função, tá, a gente viu então, a questão dos termos corretos dentro da função afim e a gente vai com isso progredindo no nosso estudo de função afim, tá certo?! Espero que vocês tenham entendido e até breve.*

O momento 4 da videoaula “Função afim I”, ficou destinado ao quiz realizado no final da aula, onde durante o mesmo a professora aborda conhecimentos sobre a utilização de linguagem matemática *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)* e o reconhecimento de alguns tipos de funções polinomiais do primeiro grau, a função afim e constante *(KoT - propriedades, características e fundamentos).*

4.8 AULA 8: – Função afim II

A videoaula "Função afim II" pode ser descrita a partir dos seguintes momentos de ensino:

MOMENTO 1: Inicia a aula relembrando a definição de função afim, define o que é o zero de uma função afim e o que ele representa graficamente, resolve um exemplo e apresenta atividade.

MOMENTO 2: Explica o que é e como se calcula o ponto de interseção de duas retas, na sequência resolve um exemplo e uma atividade.

MOMENTO 3: Para finalizar a aula, a professora apresenta um quiz.

DISCUSSÃO DO MOMENTO 1 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO AFIM II"

A oitava aula intitulada "Função afim II", segundo a professora, é destinada a continuação do estudo sobre o tema função afim, no qual a professora inicia a aula dizendo:

Professora: *Bem-vindos, novamente na nossa aula 8, tá, dando continuidade no estudo da Função afim. Bom para a gente retomar um pouquinho então, a gente já viu função afim, já viu a construção do gráfico, tá avançando um pouquinho mais no estudo, e agora a gente vai para uma parte final da função afim, tá?! Então, só para a gente relembrar* ***função afim, também chamada de função polinomial [do 1º grau], é qualquer função dada por f, né, com números reais números reais dada por uma lei de forma de f de x igual ax + b. Lembrando que o valor de a e b são números reais, e que o a é diferente de zero*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), tá?! A gente já viu isso, é só para gente recapitular. Voltando então, a nossa velha é conhecida a função afim, tá certo, vocês lembram da forminha dela, a gente viu que, então, era o coeficiente angular, o termo independente ou coeficiente linear, tá certo, e a gente foi vendo um pouquinho mais do estudo dentro dessa função, tá.*

Na sequência da aula, a professora define o que vem a ser o zero e uma função, como podemos ver a seguir:

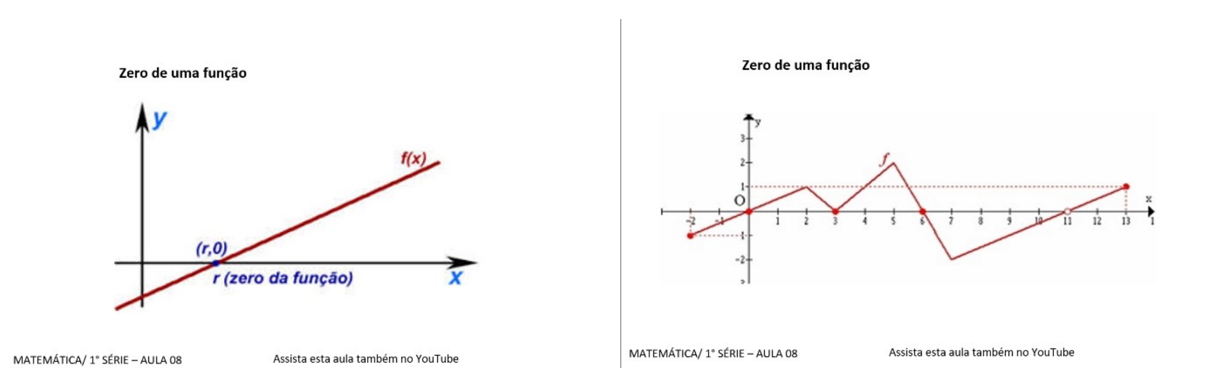
Professora: *Agora, a gente passa para o estudo do zero de uma função, tá certo, o que que é o zero de uma função afim? Então vamos começar a vendo a definição,* ***o valor de x para o qual a função f de x = ax + b se anula, ou seja, para o qual f de x for igual a zero, denomina-se, zero da função afim*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e PKM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática), tá certo?!* ***Então, quando a função tiver o valor de 0 a***

gente sabe que vai chegar no valor zero da função afim, tá?! Para determinar os zeros de uma função, basta a gente resolver a equação a x + b = 0 *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?!*

Neste momento a professora mobiliza um aspecto de conhecimento correspondente ao cálculo da raiz ou zero da função polinomial do primeiro grau, que permite determinar em que ponto a reta intersecta o eixo x, no plano cartesiano. O cálculo do ponto de intersecção no eixo é dado pelo ponto genérico, representado por P($-\frac{b}{a}$, 0), isto é, x=$-\frac{b}{a}$ e y = 0, *(KoT - propriedades, características e fundamentos)*.

Para mostrar o que o zero da função de uma função afim representa graficamente, a professora, apresenta os slides representados pela Figura 80, a seguir e destaca:

Figura 80: Zero da função graficamente



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Professora: *Se a gente olhar, agora nesse gráfico aqui então, lembrando sempre que nós vamos ter, o eixo das ordenadas e que, dá as coordenadas aqui e que a gente vai o que, marcar pontos para o eixo x, marcar pontos para o eixo y, para determinar a nossa reta, tá?!* ***Então o que que vem ser o zero da função? O zero da função, é o ponto que encontra, a nossa reta encontra o eixo x, tá certo?! Qual vai ser esse ponto então aqui ó? Tão vendo o valor do zero, então geralmente, a gente vai ter essa forma, tá, então assim a gente tá vendo como detectar o zero, dentro de uma função, dentro do gráfico desenhado, perfeito?! Vamos ver um outro exemplo aqui, se a gente tivesse várias funções aqui, como que a gente ia determinar o zero de cada uma dessas funções? Então é sempre o ponto que corta o eixo x, perfeito?! E a gente vai vendo detalhadamente como fazer esse cálculo agora, tá, mas então, quando a gente pegar um gráfico o ponto que tiver cruzando o eixo x é determinado, zero de uma função, tá joia?!***

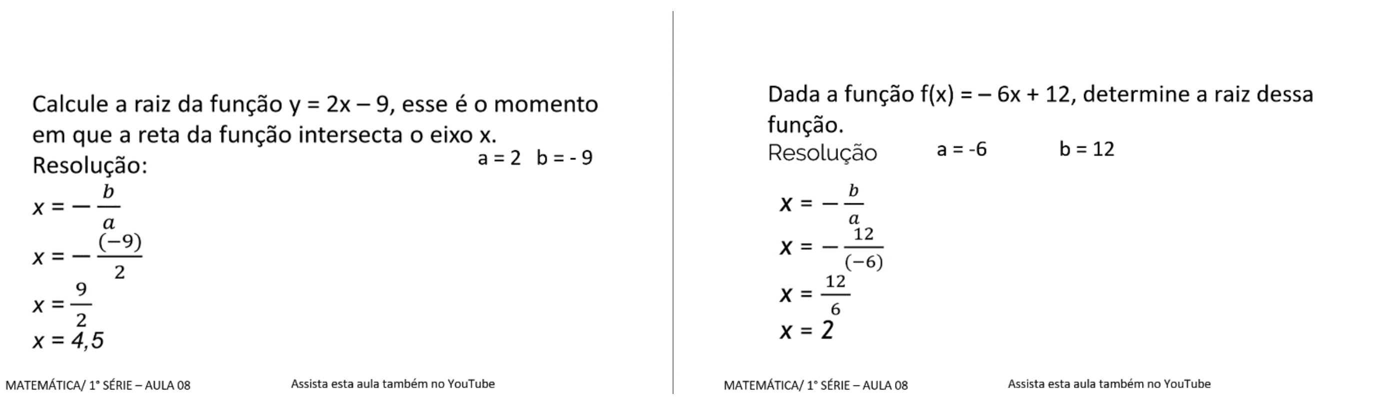
Vamos ver então, como que a gente calcula isso, tá, geometricamente o zero de uma função afim f de x = ax + b é abscissa do ponto de interseção do gráfico da função com o eixo x *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registro de representações), tá.* ***Então como que a gente vai calcular isso? x vai ser igual a menos o valor do b, que como que era chamado o mesmo nosso b? Termo constante, tá, sobre o coeficiente angular, perfeito, então a gente vai usar essa formulazinha aqui para determinar o nosso valor aqui do ponto, tá certo, que corta o eixo x*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), certo?!*

Inicialmente a professora apresenta que para determinar o zero de uma função afim deve-se resolver a equação polinomial do 1º grau ax+b=0, posteriormente, ela apresenta uma fórmula para o cálculo do mesmo, porém a professora não associa a fórmula a resolução da equação polinomial do 1º grau.

A professora também demonstra conhecer a representação geométrica do zero de uma função afim *(KoT - registro de representações)* associando, o mesmo, a abscissa do ponto de interseção do gráfico da função afim com o eixo x.

No seguimento da explicação a professora apresenta dois exemplos representados pela Figura 81, como podemos ver abaixo.

Figura 81: Exemplos zero da função afim



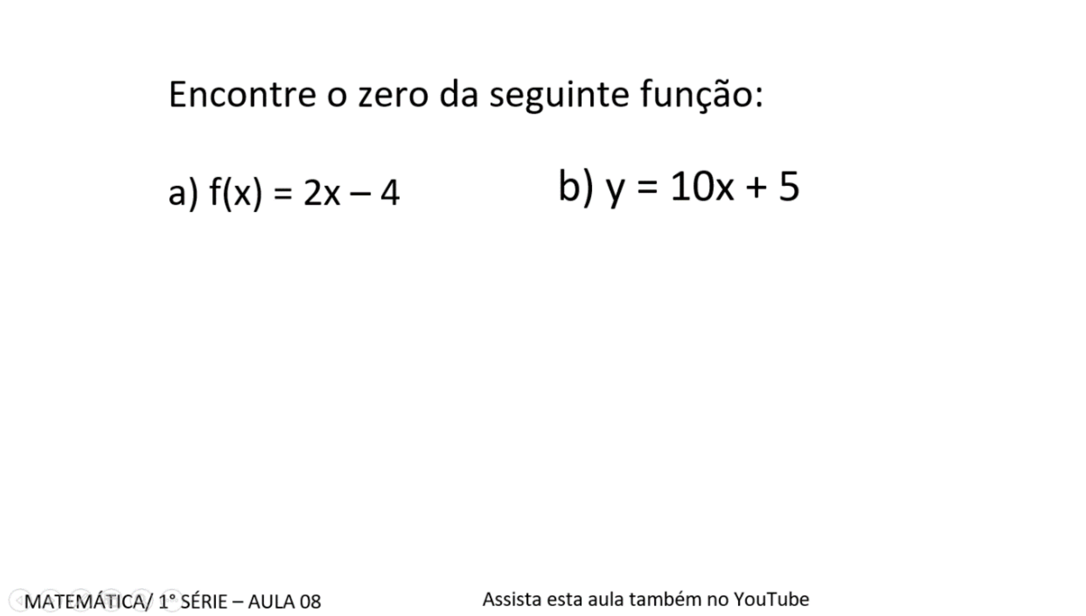
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado pela Figura 81, apresenta os dois exemplos que serão trabalhados neste momento da aula, onde a professora, explica:

Professora: *Vamos ver então como que fica isso numericamente, então no nosso primeiro* *exemplo.* ***Calcule a raiz da função y = 2x – 9, na verdade o que que tá sendo pedido aqui? A gente precisa usar o zero da função, tá, então a gente já viu a nossa fórmula, ó em que a reta intersecta o eixo x, então, o que que a gente precisa fazer aqui? Nós temos a nossa função, a gente sabe que o valor do coeficiente angular é 2 e que o valor do termo constante é -9, lembra do sinalzinho aqui junto com o 9, tá, e se a gente já tem o valor, do coeficiente angular, se a gente já tem o valor do termo constante, substituindo na nossa formulazinha a gente vai ter que então, o valor do x é 4,5*** *(KoT - procedimentos - como se faz; definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação), tá. Então significa que no ponto 4,5, né, a gente consegue ter a intercessão dessa reta, tá certo, com o eixo x, perfeito?! Então é um cálculo bem simples que a gente só precisa saber de verdade e tirar os valores do coeficiente angular e do termo constante, tá joia?! Vamos então dá uma testada nisso agora, vou deixar um tempinho para vocês fazerem esta resolução, tá certo?! Então tenta lá. Voltando então gente, temos aqui* ***uma função dada por f de x = - 6x + 12 eu quero que vocês determine a raiz dessa função, tá, então a gente vai descobrir quem? O x que é o ponto que a reta intercepta o gráfico. Então vamos lá, a primeira coisa, vou descobrir o meu coeficiente angular que e nesse caso aqui é -6, vou descobrir o meu termo constante, que nesse caso o que é 12, certo, e lembrando do uso da nossa fórmula para descobrir o ponto x a gente vai utilizar a seguinte fórmula, menos o termo constante, o valor do termo constante, sobre coeficiente angular, fazendo a nossa substituição a gente consegue definir que o x vai ser igual a 2*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?! Então, não é tão difícil de usar essas fórmulas, né, a gente viu que é só definir então, o valor do coeficiente angular e o valor do termo constante, vou deixar mais um tempinho para vocês conseguirem fazer mais um exercício, tá, vamos lá.*

Posteriormente, a professora apresentou uma atividade representada pela Figura 82.

Figura 82: Atividade 1, zero da função afim



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

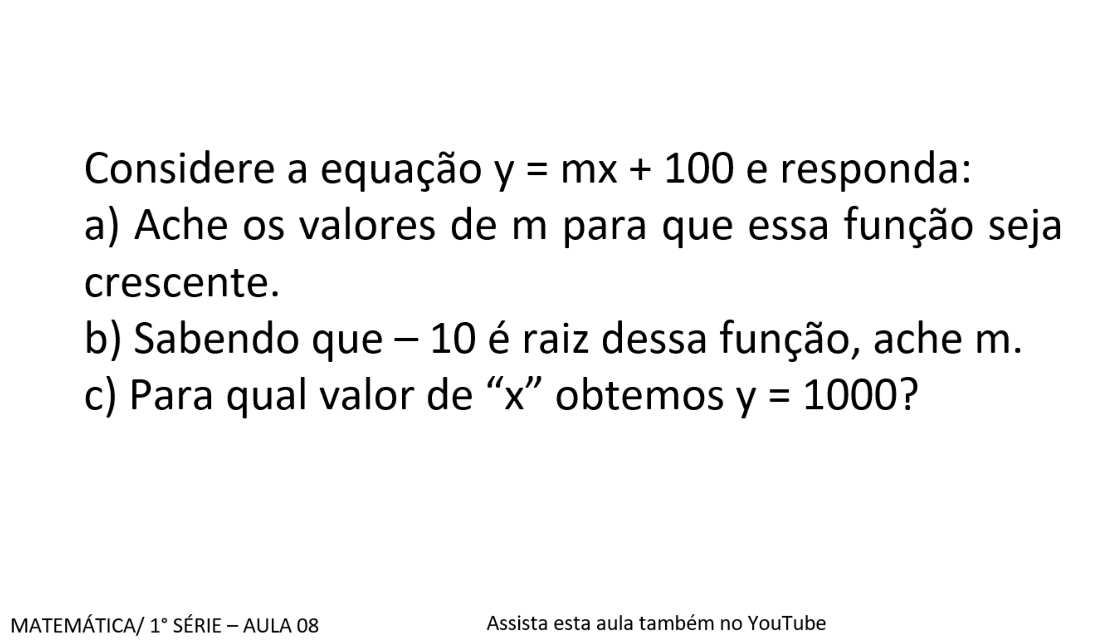
O slide representado na Figura 82, apresenta a atividade trabalhada neste momento da aula. Onde a professora, explica:

Professora: *Muito bem, l**embrando então da nossa função, já descobrindo o valor, do termo é, do coeficiente angulares, do termo constante e fazendo a substituição no primeiro exercício o x, o ponto na verdade, vai ser o ponto 2** (KoT - procedimentos - como se faz), perfeito, e agora mais um tempinho para vocês fazerem a letra b). Muito bem então, gente para a gente responder nossa alternativa b) **a gente já viu então, o valor do a aqui que, vale 10, né, do coeficiente angular e o valor do termo constante, que vale 5, substituindo na nossa fórmula, tá certo, a gente chega aqui o valor do x vai ser -1/2** (KoT - procedimentos - como se faz), perfeito?! muito bem, vamos dar sequência.*

No que se refere às atividades representadas pelas Figura 81 e 82, a professora apresenta como se realiza o cálculo do zero de uma função afim fazendo a aplicação da fórmula apresentada anteriormente. A professora também reconhece o zero de uma função afim como a raiz da mesma *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e registros de representação).*

No seguimento das atividades, a professora apresentou a segunda atividade representada pela Figura 83.

Figura 83: Atividade 2 zero da função afim



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 83, apresenta a atividade trabalhada neste momento da aula. Onde a professora, explana:

Professora: *Bom eu tô deixando agora um probleminha para vocês darem uma pensada, tá, a gente tá trabalhando com a função afim e vamos tentar definir essas três alternativas aqui agora, eu tenho a seguinte equação y = mx + 100, eu quero que vocês responda uma letra a) ache os valores de m, tá certo, para que essa função seja uma função crescente. A gente já tinha visto isso, em outras aulas, tá, vamos tentar lembrar um pouquinho. Sabendo que - 10 é a raiz dessa função, ache o valor de m, certo, utilizando os conhecimentos que a gente viu hoje. E na letra c) para qual o valor de x a gente vai obter y = 1000 então tempinho para vocês pensarem, vamos lá. Muito bem então, revendo nossa primeira questão, tá,* ***ache os valores de m para que a função seja uma função crescente. Para resolver essa questão, a gente vai precisar lembrar o que que era a função crescente e função decrescente, tá certo?! Então nós temos aqui a nossa equação, e o que que era uma função crescente então? A função crescente era sempre quando nosso valor do coeficiente angular, ele tinha que ser maior que zero, tá certo, então partindo desse princípio aqui, o que que vai acontecer com o valor do m? O que que a gente pode***

afirmar? Que para essa equação, para essa função aqui, ser uma função afim, ser uma função crescente, ela vai ter que ter um valor de m maior que zero *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), tá certo?! Então, muito bem para quem lembrou disso, tá. Professora mas não tinha que colocar número?! Bom, mas a gente já sabe que todos os números maiores que 0 vão fazer essa função, ser uma função crescente, tá certo?! Então a gente já entendeu o princípio depois é só a gente e substituir numericamente, mas a gente tem certeza que tem que ser todos os números maiores que zero, perfeito? Vamos ver a letra b) então, muito bem. Então nossa alternativa b)* ***como que a gente vai saber, sabendo que - 10 é a raiz ou zero dessa função ache o valor do m, tá, então como que a gente responde essa questão? Vamos lá, então a gente está descobrindo que, o que? O valor da raiz ou zero da função, ele é o valor do x, tá daí o que que a gente vai fazer? A gente tem aqui a nossa função, a nossa equação y = mx + 100, tá, e o que que a gente vai fazer agora?! Aonde tiver um x a gente vai substituir pelo valor, que ele tá me dando, que a -10, tá certo, aí a gente vai fazer a multiplicação, isolando o m, é que é o valor que eu quero descobrir, a gente chega que o valor do m = 10*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?! E assim a gente vai para nossa letra c) para Qual o valor de x a gente obtém y = 1000? Vocês tão vendo que sempre a gente tá trabalhando com a mesma equação, tá certo, são só alternativas diferentes, então na letra c) a gente quer saber o que? Opa, perdão,* ***quando o y = 1000, tá, então para o y ser igual a 1000, o que que a gente vai fazer? A gente vai colocar o valor do y dentro da equação = 1000, tá certo, o m a gente já sabe que vale 10 e daí a gente vai substituir dentro da nossa equação, então y = 1000 vai ser igual a 10 vezes m + 100, fazendo as nossas operações, isolando m, tá, passando 100 pro segundo termo, a gente chega aqui que 10 m vai ser igual a 900, isolando, m vai ser 900 / 10, pessoal que tem dificuldade ainda de lembrar, né o número que tá multiplicando a variável, quando estiver multiplicando, passa para outro lado dividindo, tá, então a gente chega no valor do m aqui, que vai ser igual a 90*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos), perfeito?! Muito bem então.*

Neste momento a professora mobiliza o conhecimento de uma característica, propriedade da função correspondente ao registro gráfico, quando o gráfico é crescente seu coeficiente angular é maior do que zero, resultando na função e no seu gráfico crescente ou decrescente *(KoT - propriedades, características e fundamentos)*. A professora, também, evidencia conhecimento referente aos procedimentos para resolução de problemas a partir do conceito de função afim *(KoT - procedimentos - como se faz).*

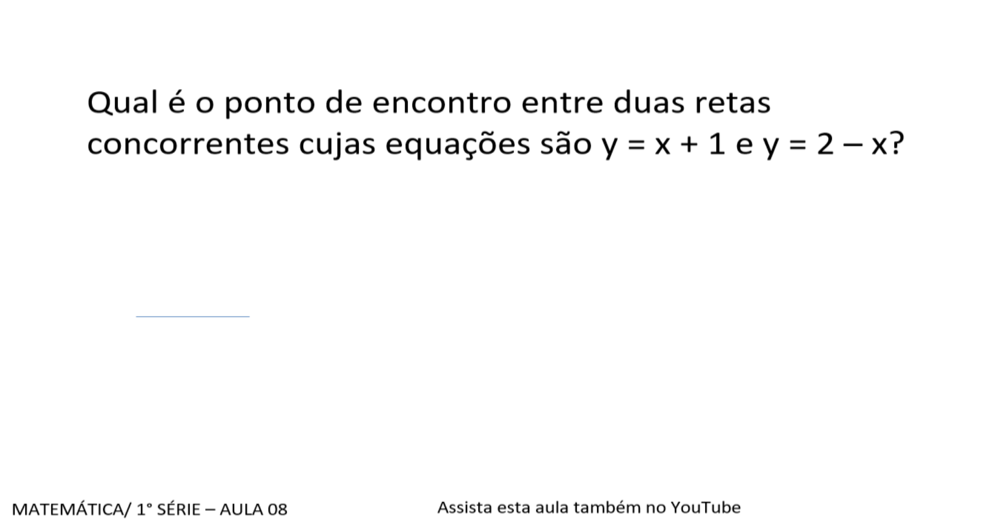
DISCUSSÃO DO MOMENTO 2 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO AFIM II"

O momento 2 da videoaula "Função afim II", de maneira geral, é destinada à discussão de como se calcula o ponto de interseção de duas retas.

Neste momento, a professora, destaca:

Professora: *Nós vamos passar agora para um segundo pontinho da aula, tá, que é* ***quando a gente precisa determinar um ponto, aonde duas retas vão se encontrar, esse ponto se chama, ponto de interseção das retas*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), tá. Então q****uando a gente tiver um gráfico de função afim e a gente tiver duas equações, duas retas que estão dentro desse gráfico e essas duas retas se cruzam em um determinado. Como que a gente calcula esse ponto? Então vou mostrar para vocês aqui agora, com um exemplo, tá****, (KoT - procedimentos - como se faz)*

Figura 84: Exemplo, ponto de interseção de duas retas



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

então qual é o ponto de encontro entre duas retas concorrentes cujas equações são, então para uma reta, a equação é $y = x + 1$, para segunda reta a equação vai ser 2 menos x. Então como que a gente determina o ponto? Um ponto ali vai ser formado sempre de um valor de x e o valor de y *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos), tá,* ***então a gente vai fazer o***

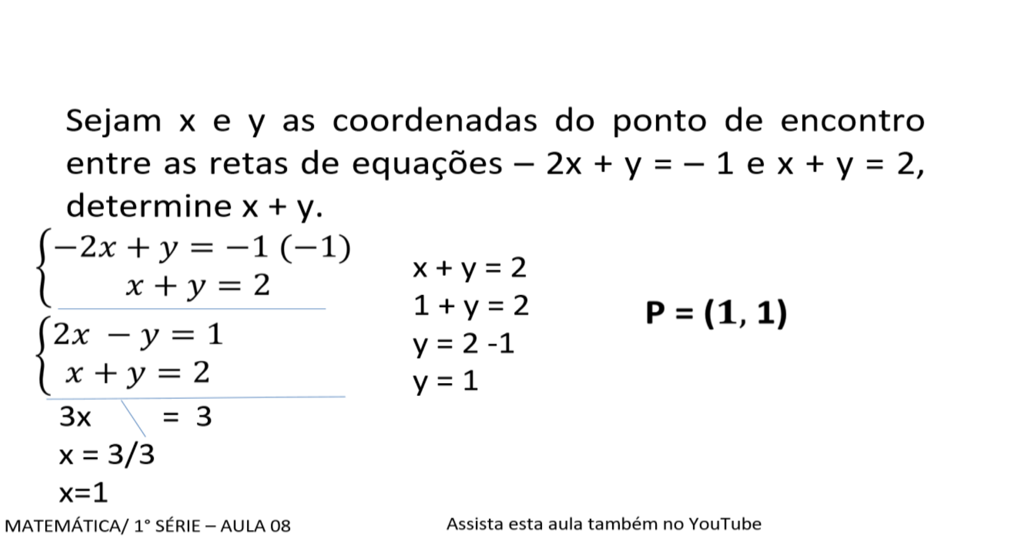
quê? Vai montar um sisteminha de equações, tá certo, lá do oitavo ano, sisteminha quando nós temos duas equações e duas variáveis e a gente precisa determinar o valor de x e o valor de y, tá, então para relembrar um pouquinho sisteminha de duas equações aqui, para nos ajudar a gente já tem um valor de x negativo, tá, então que que a gente vai fazer? A professora tá fazendo pelo método da adição, né, aonde a gente adiciona as duas equações, então se eu já tenho aqui y + y vai ficar? 2, x – x, x positivo, né, + 1x - 1x, a gente elimina, tá não vai ter esse valor. Então aqui vai ficar 2y, o x temporariamente, ele foi anulado = 3, 1 + 2 =3, então isolando o y a gente chega que o valor do y vai ser igual a 3/2 *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos e KSM - conexões de simplificação). Professora não lembro disso.* ***Pois é mas, a gente vai ver futuramente também mais sisteminhas lineares aqui, tá, então é um sisteminha quando a gente tem duas equações e a gente precisa descobrir dois valores duas incógnitas, tá certo, então para relembrar*** *(KSM - conexões de simplificação) . Bom se eu* ***já descobri o valor do y eu escolhi uma das minhas duas equações e substitua o valor do y, tá certo, então vou pegar aqui a minha primeira equação, a professora só deixou agora, né, o termo sozinho lá, tá certo. Então peguei essa equação aqui, o x veio para o primeiro termo e ela ficou, desse jeito, então x + y = 2, já sei o valor do y, 3/2, substitua, isolo o valor do x e vou descobrir que o meu x vale ½*** *(KoT - procedimentos - como se faz e definições, propriedades e seus fundamentos e KSM - conexões de simplificação), tá certo?!* ***Então eu posso afirmar para vocês, que depois de resolver o sistema linear a gente descobre que o ponto de interseção entre essas duas retas vai ser o ponto formado pelo valor do x quando x vale 1/2 e o valor do y quando ele vale 3/2, tá certo, que a gente desenhasse isso no nosso gráfico a gente ia ver com essas duas retas se encontram nesse ponto, com esses valores de x valendo 1/2 e y valendo 3/2*** *(KoT - procedimentos - como se faz, registros de representação e definições, propriedades e seus fundamentos e KSM - conexões de simplificação). Então geralmente a gente vai resolver o ponto de interseção por um sisteminha com duas equações, perfeito?! Vamos lá então, vou tentar deixar um exercício para vocês darem uma pensadinha por enquanto, tá certo?!*

Outra dimensão de conhecimento revelado pela professora nesta aula corresponde a algumas conexões estabelecidas ao longo dos distintos anos de escolarização, desde os conteúdos de equação, sistema linear, estudo de gráficos *(KSM - conexões de simplificação).* Em particular, a professora mobiliza a conexão entre a resolução de sistema linear e a geometria *(KSM -*

conexões de simplificação), onde se é utilizado a resolução de um sistema linear para determinar o ponto de interseção entre duas retas *(KSM - conexões auxiliares)*. Tais conhecimentos também podem ser observados nas atividades apresentadas na sequência.

No seguimento da aula, a professora apresenta uma atividade representada pela Figura 85, como podemos ver na sequência.

Figura 85: Atividade 1, ponto de interseção de duas retas



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

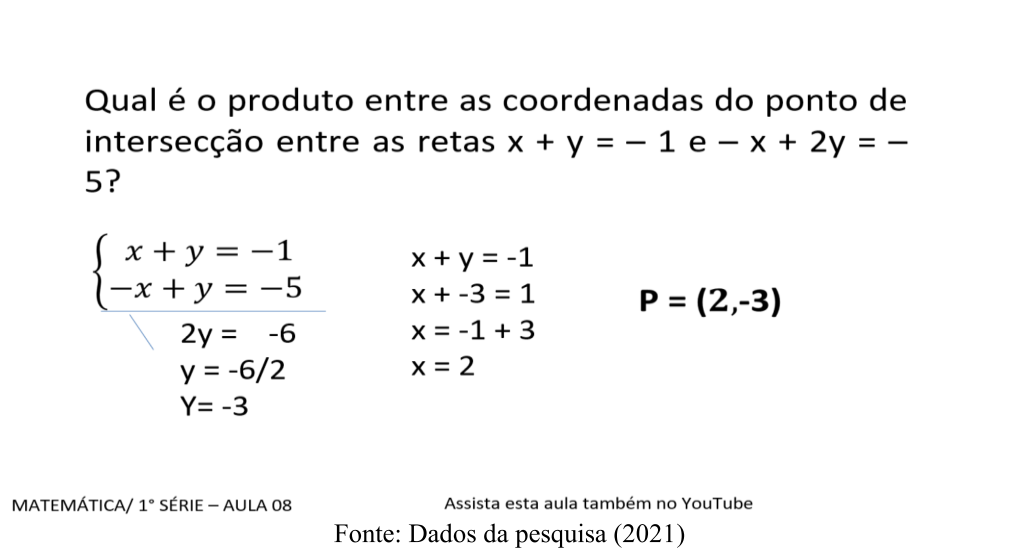
O slide representado na Figura 85, apresenta a atividade trabalhada neste momento da aula. Onde a professora, explica:

Professora: *Então no nosso primeiro exercício ó, a gente tem x e y, que são as coordenadas de um determinado ponto e eu quero saber, né, qual vai ser esse ponto. Tenho aqui a primeira reta, tá, e tenho aqui a equação da minha segunda reta e o que que ele tá pedindo aqui? Ele quer que você determine no final o valor de x + y. Então nós vamos descobrir o ponto, mas no finalzinho a gente vai fazer, o valor do x mas o valor do y, perfeito, tempinho para vocês então. Vamos então, para nossa resolução, tá,* ***temos duas equações, vamos montar o nosso sisteminha. Mas para quem é bom observador vai ver que aqui, o que que tá acontecendo? A gente não tem como eliminar um dos valores, tá, então que que a gente vai fazer aqui? O x aqui não dá para eliminar, tá certo, eu vou pegar o y aqui, eu tenho uma unidade de y na primeira equação e uma unidade na segunda equação, eu vou transformar um desses dois y em negativo, qorque***

daí eu posso cancelar esse valor temporariamente, tá?! Então o que que eu vou fazer aqui? Multipliquei a primeira equação, então por -1, tá certo, quando a gente multiplica a linha toda por -1 todos os valores vão ficar trocado, tá certo, então aqui a gente tem a nova equação, novo sistema. Agora a gente consegue eliminar o valor do y, perfeito, eu tenho - y + y, então agora eu vou conseguir ter só o valor do x. Então que que vai acontecer aqui 2 x + x, 3 x. - y + y cancela, tá, e o 1 + 2, 3, com isso a gente chega no valor do x = 1 *(KoT - procedimentos - como se faz, registros de representação e definições, propriedades e seus fundamentos) perfeito?!* ***Se eu descobrir o valor do x eu volto em uma das duas equações, tá, a professora escolheu a segunda equação e aqui onde tem o valor do x a gente vai substituir pelo nosso valor encontrado e assim, a gente descobre que o valor do y é 1, perfeito. Então a gente sabe que o nosso ponto aqui, o x valeu 1 e o y vale 1. E o que que ele tá perguntando aqui? Determine o valor de x + y, então o valor de x + y, é claro que vai ser 2*** *(KoT - procedimentos - como se faz), perfeito. Espero que vocês tenham conseguido lembrar um pouquinho de sistema linear. Vamos para mais uma alternativa então, mais uma questãozinha para vocês tentarem treinar, um tempinho para vocês.*

No que se refere à segunda atividade, a professora, então, apresenta o slide representado na Figura 86.

Figura 86: Atividade 2, ponto de interseção de duas retas



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Neste momento, a professora, diz:

Professora: *Bom, aqui nós vamos ver o que?* ***Qual é o produto entre as coordenadas do ponto de***

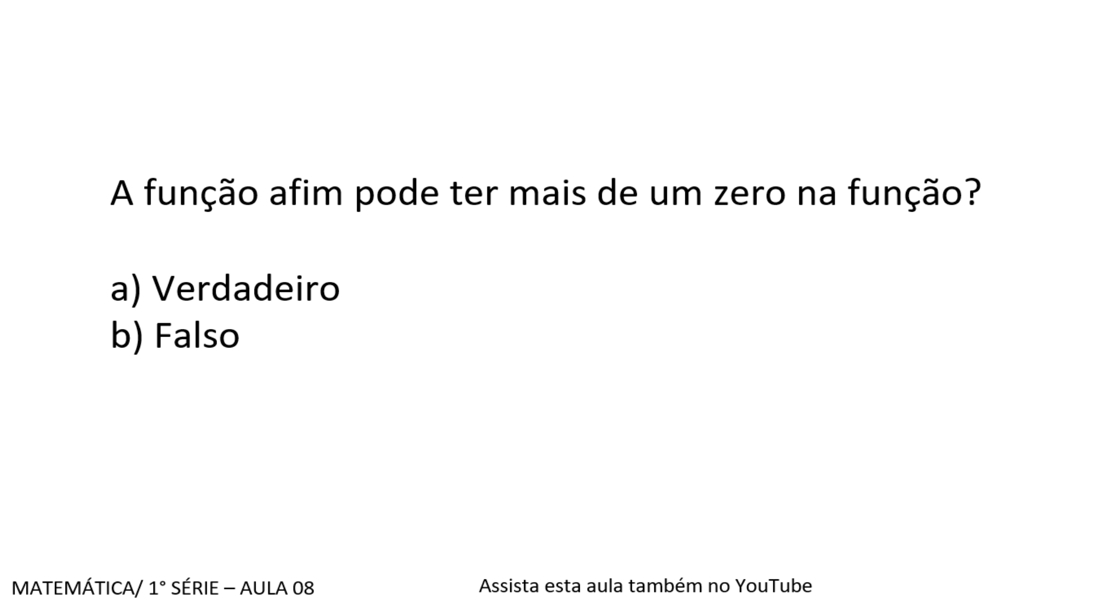
interseção entre as retas, tá, então de novo a gente vai ter um sisteminha com as duas equações *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos e KSM - conexões de simplificação), aqui os termos já se anulam, tá certo?!* ***Então só verificando aqui, o y aqui vai valer -3, quando a gente descobre o valor do y a gente volta em uma das equações e consegue definir que o x vale 2. Então o ponto de interseção seria para o x, - 2 e o y, desculpa x é 2 e y é -3. E o que que ele quer saber? O produto, quanto que dá 2 vezes – 3, 6*** *(KoT - procedimentos - como se faz). Então se fosse uma alternativa, alternativa correta seria 6, - 6, tá certo.*

DISCUSSÃO DO MOMENTO 3 DA VIDEOAULA "FUNÇÃO AFIM II"

No que se refere ao momento 3 da videoaula "Função afim II", a professora destaca que para finalizar a aula, ela estará apresentando um Quiz.

A professora, então, inicia indicando tal o tema abordado na primeira questão do Quiz representada na Figura 87.

Figura 87: Questão 1 do Quiz da videoaula "Função afim II"



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

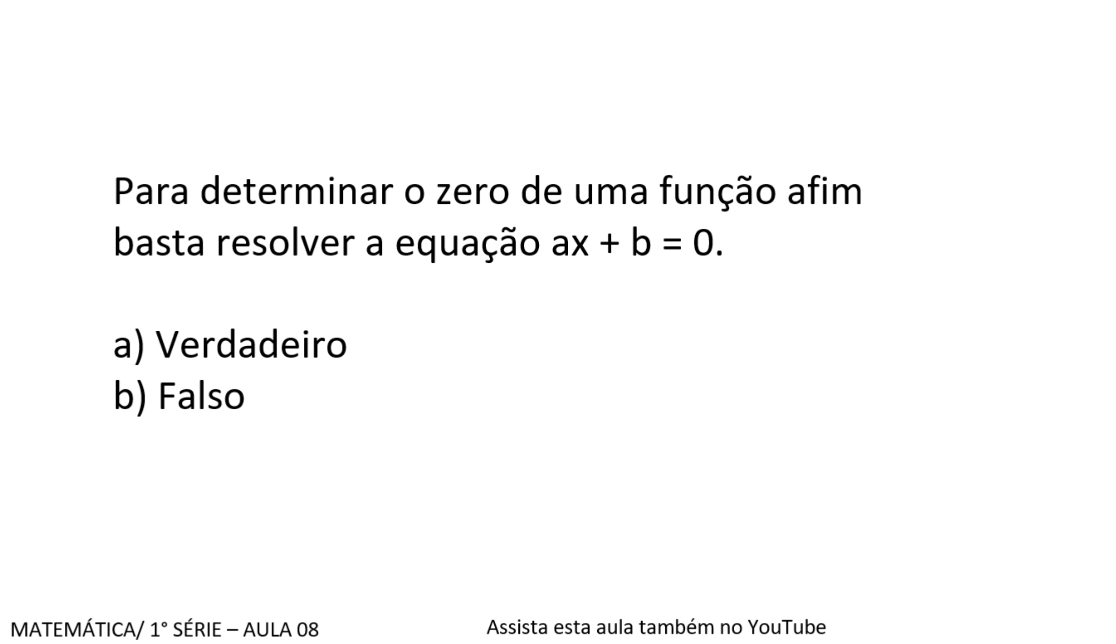
O slide representado na Figura 87, apresenta a atividade que está sendo trabalhada neste momento da aula. Neste momento, a professora, destaca:

Professora: *Muito bem, vamos tentar recapitular aula de hoje então, com nosso Quis. Primeira questão do Quiz,* ***a função afim pode ter mais de um zero na função? Tempinho para vocês***

pensarem. Muito bem, então para quem lembra, na verdade a função afim pode ter quantos zeros da função gente? Pode ter mais que um? É claro que não, alternativa falsa *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos).*

No que se refere à segunda questão, a professora, então, apresenta a atividade representada na Figura 88.

Figura 88: Questão 2 do Quiz da videoaula "Função afim II"



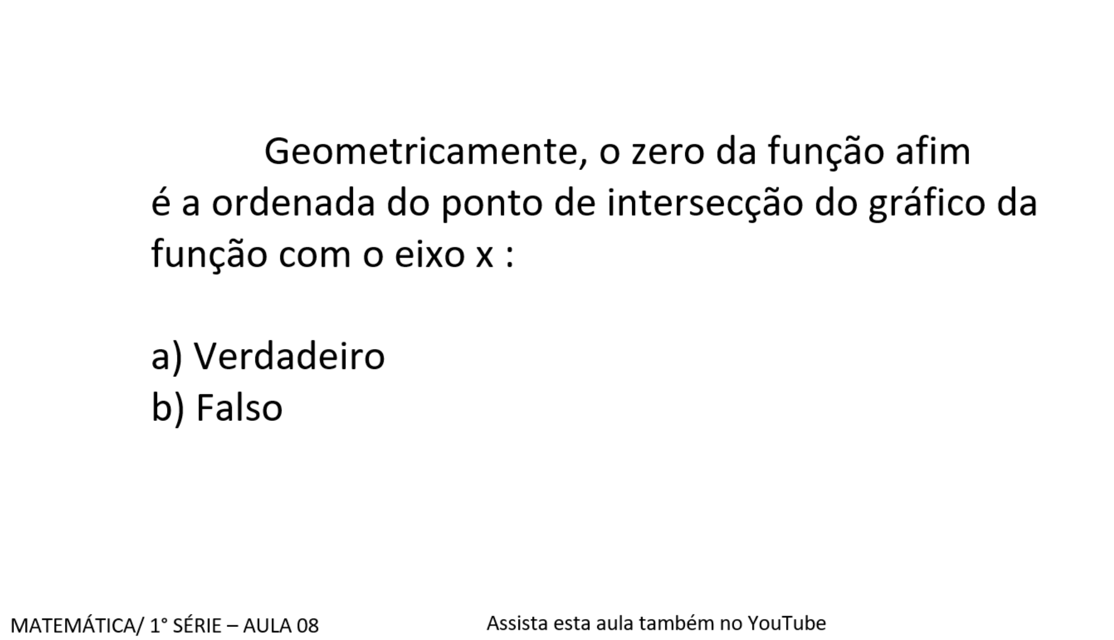
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 88, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula. Neste momento, a professora, destaca:

Professora: *Vamos ver a segunda questãozinha do nosso Quiz para relembrar,* ***para determinar o zero de uma função afim basta resolver a equação a x + b = 0. Tempinho para vocês pensarem. Para quem conseguiu responder essa questão, percebe que essa questão é claro que é verdadeira*** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos).*

Já em relação à terceira questão do Quiz, a professora, então, apresenta a atividade representada na Figura 89.

Figura 89: Questão 3 do Quiz da videoaula “Função afim II”



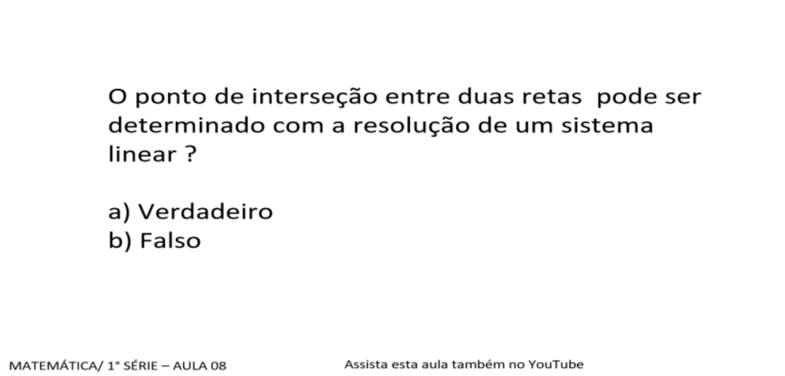
Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 89, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula. Neste momento, a professora, diz:

Professora: *Vamos para mais uma questãozinha, para a gente fechar nossa aula. Geometricamente o zero da função afim e a ordenada do ponto de interseção do gráfico da função com o eixo x isso é verdadeiro ou falso? Tempinho para vocês pensarem. E essa resposta só podia ser verdadeira. Muito bem, para quem tá conseguindo prestar atenção e lembrar o início da aula.*

Por fim, quanto à última questão do Quiz, a então, apresenta a atividade representada na Figura 90.

Figura 90: Questão 4 do Quiz da videoaula “Função afim II”



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

O slide representado na Figura 90, apresenta a referida atividade trabalhada neste momento da aula. E assim, a professora, termina dizendo:

Professora: E a nossa última questão do Quiz. **O ponto de interseção entre duas retas pode ser determinado com a resolução de sistema linear, isso é verdadeiro ou falso? Tempinho para vocês pensarem. Claro que acertou quem marcou verdadeiro** *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)*. Bom gente chegamos no final da nossa aula, tá, hoje a gente viu os zeros da função, a interseção de duas retas, né, o ponto de interseção entre duas retas que têm as equações de função afim, então assim a gente encerra a nossa de hoje e até breve.

O momento 3 da videoaula "Função afim II", ficou destinado ao Quiz realizado no final da aula, onde durante o mesmo a professora aborda conhecimentos sobre a utilização de linguagem matemática *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)* e o reconhecimento de algumas definição ou propriedades referentes ao conceito de função abordado durante a aula *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)*

No quadro seguinte sintetizamos as categorias de conhecimento especializado do professor de Matemática mobilizados e explicitados no âmbito da função e função afim em um conjunto de videoaulas associado à implementação do "Aula Paraná", apresentando um conjunto de indícios de conteúdo de cada um desses subdomínios.

Quadro 1: Síntese analítica do conjunto de videoaulas analisada

Subdomínio	**Categorias**	**Indícios**
	Procedimentos	*Uso de técnicas para resolver uma função; Como proceder na resolução de uma função mediante determinado registro de representação da mesma, entre outros.*

KoT	Definição, Propriedades, e seus fundamentos	*Relações; Relações de dependência entre as variáveis (coisas); Relações de dependência - variável dependente e variável independente; Variável; Os sentidos e os significados dos termos Domínio, Contradomínio, Imagem de uma função e das variáveis; Processo de transformação.* *Funções polinomiais do primeiro grau (Função afim); Função linear, identidade e constante; Os diferentes tipos de gráficos e suas características.*
	Registros de representação	*Registro de representação pelo diagrama de flechas (Venn); Conjuntos numéricos e par ordenado; Tabelas (representação tabular); Lei de formação (representação algébrica); Gráficos (representação geométrica); Lei de formação de uma função afim - y=ax+b; entre outros.*
	Aplicações e Fenomenologia	*Relação das funções com a física; química; astronomia; geografia; biologia; informática, entre outros.*
	Conexões de simplificação	*Sistemas Lineares; ; Conjuntos númericos; entre outros.*
	Conexões de complexidade	*Função Exponencial; Logarítmica; entre outros.*

KSM	Conexões auxiliares	*Resolução de sistema lineares; entre outros*
KPM	Processos associados à resolução de problemas como forma de ensinar Matemática	*Desenvolvimento do conceito de função afim a partir de um exemplo de cunho prático.*
	Condição necessária e suficiente para definir	*Todos os elementos do conjunto A vão ter um correspondente direto no conjunto B. tá?! Então todos os elementos do conjunto A vão ter um componente direto no conjunto B. Sempre? Sempre, sempre a gente vai ter que fazer essa relação, se não a gente não tá demonstrando um conjunto, uma função. A cada elemento de A corresponde um único elemento de B, tá?! Essas são as condições para a gente ter uma função dentro da representação dos conjuntos*
	Prática particular de fazer matemática	*Exemplo do abastecimento do carro.*
	Uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática	*Uso de x, y, f(x), em que, no estudo da função, o x é o termo da variável independente, o y ou f(x) é a variável dependente, valores do conjunto Imagem; Domínio, Contradomínio e Imagem; Variáveis; Lei de formação, y=ax+b.*

Fonte: Pesquisador

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, partimos de um contexto atipico, onde escolas tiveram que adotar um novo modelo de aula que atendesse o distanciamento e isolamento social, medidas de enfrentamento a COVID-19. Assim, tinhamos por objetivo de pesquisa, identificar e analisar os conhecimentos matemáticos especializados mobilizados e explicitados por uma professora de matemática em um conjunto de videoaulas que abordam o tema “Função” e “Função Afim” que é associado à implementação do “Aula Paraná”, sistema Ensino na modalidade a Distância na Rede Estadual de Educação do Paraná no contexto distanciamento social imposto pela pandemia da COVID-19. Nessa direção, um dos primeiros apontamentos que podemos fazer a partir de nossa análise é que os conhecimentos mobilizados pela professora no decorrer das videoaulas associam-se, em sua grande maioria, aos subdomínios do KoT.

Ao iniciar a primeira aula intitulada “Funções” a professora se utiliza das inúmeras aplicações do conceito de função para diferentes áreas *(KoT - aplicações e fenomenologia)*. Porém as aplicações mencionadas pela professora em sua maioria são superficiais, uma vez que, a professora não explora matematicamente tais problemas, por exemplo, mostrando (algébrica, gráfica ou numericamente) ou discutindo tal função.

A professora também define função por meio da ideia de relações, de modo particular, a relação de dependência entre variáveis *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)*. E assim, estabelece algumas relações entre conteúdos compartilham propriedades, características e outros argumentos matemáticos *(KSM – conexões auxiliares)*. Além disso, também define função por meio da ideia de Domínio, Contradomínio e Imagem de uma função *(KoT - definições, propriedades e seus fundamentos)* e utilizam dos termos Domínio (variável independente) e Imagem (variável dependente) de uma função *(KPM – uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática)*.

A respeito do conhecimento mobilizado pela professora correspondente aos múltiplos registros de representação de função, ela utiliza as representações de função por meio da lei de formação (escrita, algébrica ou analítica), construção e esboço de gráficos (representação gráfica – geométrica), do registro de conjuntos em diagrama de flechas ou Venn (aritmético), elaboração de tabelas (tabular – aritmética) *(KoT – registros de representação)*. Porém em relação a utilização da representação gráfica de uma função a professora realiza somente esboços de gráficos de funções definidas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ sendo contínua em todo seu domínio, e assim, sua representação gráfica é sempre contínua, mas a mesma não faz referencia estes conceitos.

A professora evidencia também utilizar técnicas para calcular o(s) possível(is) valor(es) de uma função, ao empregar e abordar uma equação, usando procedimentos associados à equação para determinar e calcular valores de uma função, sua lei de formação dentre outros resultados *(KoT - procedimentos - como se faz)*. Além disso, revela (re)conhecer algumas conexões entre o conteúdo de função e outros tópicos da Matemática, por exemplo, resolver uma equação para encontrar determinado valor aplicado a uma situação no contexto de função *(KSM - conexões de simplificação)*.

Outro conhecimento revelado pela professora durante as aulas foi a utilização de termos específicos do estudo de função, a utilização das letras x, y e f(x) para representar as variáveis de uma função e uso da lei de formação pela função afim, f(x) = ax+b, assim como, associando as letras a e b a nomenclatura de coenficiente angular e linear, respectivamente *(KPM - uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática).* Em relação ao conhecimento apresentado pela professora referente a algumas condições e particularidades para definir e generalizar o tema de função, professora revela que só existe uma função, se para cada valor do conjunto Domínio, possui um único valor com relação no conjunto Imagem de uma função *(KPM - condição necessária e suficiente para definir).*

Portanto, o conhecimento matemático especializado da professora de Matemática, em questão, estabelece uma maior conectividade com o domínio MK do modelo MTSK, referente aos subdomínios do *KoT (procedimento - como se faz; definições, propriedades e seus fundamentos; registros de representação e aplicações e fenomenologia)* de uma função. As conexões, o *KSM (conexões de complexidade, auxiliares e principalmente as de simplificação)* interligam os temas com as ideias fundamentais do conteúdo de função. Além do uso de termos e símbolos relativos ao tópico de função, variáveis, entre outros, referente ao subdomínio do *KPM (uso dos símbolos e da linguagem formal da Matemática),* desenvolvimento da pratica particular de fazer matemática e os processos associados a resolução de problemas como forma de ensinar matemática, também referentes ao subdomínio do *KPM*.

Assim, tendo em vista o contexto da pesquisa ora apresentada, a mesma, pode nos possibilitar identificar quais foram os conhecimentos matemático mobilizados por uma professora durante as videoaulas de Matemática associado ao sistema de ensino "Aula Paraná", além de possibilitar a conexão de um processo de desenvolvimento profissional do professor de Matemática, com um modelo analítico (MTSK), cuja lente nos auxilia a identificar e interpretar dimensões de conhecimento do professor sobre o conteúdo matemático e o seu processo de ensino e aprendizagem, particularmente, no conteúdo de função e função afim.

REFERÊNCIAS

BEZERRA, N. P. X.; VELOSO, A. P.; RIBEIRO, E. Ressignificando a prática docente: experiências em tempos de pandemia. **Práticas Educativas, Memórias e Oralidades - Rev. Pemo**, *[S. l.]*, v. 3, n. 2, p. 323917, 2021. DOI: 10.47149/pemo.v2i3.3917. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/revpemo/article/view/3917. Acesso em: 27 de set de 2021.

BRASIL. Decreto nº 9057, de 25 de maio de 2017. Regulamenta o art. 80 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015- 2018/2017/Decreto/D9057.htm. Acesso em: 27 de set de 2021.

BRASIL. Lei nº 13.979, de 06 de fevereiro de 2020. Brasília: Presidência da República, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). 1º e 2º Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Ensino Médio: Matemática. Brasília: MEC, 1999.

BRASIL. **Portaria nº 343, de 17 de março de 2020** Dispõe sobre a Substituição das Aulas Presenciais por Aulas em Meios Digitais Enquanto Durar a Situação de Pandemia do Novo Coronavírus - COVID-19. Ministério da Educação, 2020. Disponível em: <http://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-343-de-17-de-marco-de-2020-248564376>. Acesso em: 17 mar. 2021. » http://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-343-de-17-de-marco-de-2020-248564376

CARILLO-YAÑEZ, J., CLIMENT, N., MONTES, M., CONTRERAS, L. C., FLORES, E., ESCUDERO, D., MORA, D. V., ROJAS, N., FLORES, P., AGUILLAR, A., RIBEIRO, M., MUNOZ-CATALAN, M. C. The Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) Model. **Research in Mathematics Education**, Londres, v.20, n.3, p.236-253, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>. Acesso em: 24 mar. 2021.

CHRISTOU, K. P. Students' Interpretation of Variables and the Phenomenal sing og Algebraic Expressions. MENON: Journal of Educational Research, Macedônia, 4 ed, p. 161-229, 2017.

DEMANA, F.; LEITZEL, J. Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos. In: SHULTE, A. P.; COXFORD, A. (Org.). As idéias da álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p. 70-79.

EISENMANN, P. A Contribution to the Development of Functional Thinking of Pupils and Students. The Teaching of Mathematics, Belgrade, Serbia,v. XII, n. 2, p. 73–81, 2009.

EVEN, R. Factors Involved in linking representations of functions. The Journal of Mathematical Behavior, Washington: DC, v.17, n. 1, p. 105-121, 1998.

FLORES-MEDRANO, E.; MONTES M. A.; CARRILLO, J.; CONTRERAS, L. C.; MUÑOZ-CATALÁN, C.; LIÑÁN, M. O papel do MTSK como modelo de conhecimento do professor nas inter-relações entre espaço de trabalho matemáticos. v. 30, n. 54. Rio Claro, 2016.

GARCIA, V. C. FUNÇÃO: O PROFESSOR CONHECE ESTE CONCEITO?. VIDYA, Santa Maria, Rio Grande do Sul, v. 29, n. 2, p. 43-52, 2009.

GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

HODGES, Charles et al. The difference between emergency remote teaching and online learning. EDUCAUSE Review. 27 mar. 2020. Disponível em: https://er.educause.edu/articles/2020/3/the-difference-between-emergency-remoteteaching-and-online-learning, 2020. Acesso em: 27 de setembro de 2021.

HONORATO, H. G.; MARCELINO, A. C. K. B. A arte de ensinar e a pandemia COVID-19: a visão dos professores. **REDE-Revista Diálogos em Educação ISSN 2675-5742**, v. 1, n. 1, p. 208-220, 2020.

MAIA, C.; JOÃO M. ABC da EaD: a educação a distância hoje. Pearson Prentice Hall, 2008.

MARKOVITS, Z.; EYLON, B. S.; BRUCKHEIMER, M. Dificuldades dos alunos com o conceito de função.In: SHULTE, A. P.; COXFORD, A. (Org.) As idéias da álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. p. 49-69.

MENEGHETTI, R.; REDLING, J. P. Tarefas alternativas para o ensino e a aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, São Paulo, v. 26, n. 42, p. 193-229, 2012.

MONTES, M. A.; CONTRERAS, L. C. y CARRILLO, J. (2018). Maestro, ¿Cuál es el número más grande que existe? Trascendiendo el currículum en la exploración del conocimiento especializado del profesor. *Avances de Investigación en Educación Matemática, nº 13*, *5 - 20.*

MONTES, M; CARRILLO. J. Conhecimente especializado de professores de matemática sobre o infinity. v. 31, n. 57, Rio Claro, 2017.

MOREIRA, J. A. M.; HENRIQUES, S.; BARROS, D. Transitando de um ensino remoto emergencial para uma educação digital em rede, em tempos de pandemia. Dialogia, n. 34, p. 351-364, jan./abr. 2020.

OMS, Organização Mundial da Saúde. **Folha informativa COVID-19**: escritório da OPAS e da OMS no Brasil. jan. 2021. Disponível em: <https://www.paho.org/pt/covid19>. Acesso em: 17 mar. 2021.

PARANÁ. **Decreto nº 4.230, de 16 de março de 2020**. Dispõe sobre as medidas para enfrentamento da emergência de saúde pública de importância internacional decorrente do Coronavírus – COVID-19. Diário Oficial da União: Curitiba, PR, n º 10646, 16 DE MARÇO DE 2020.

PARANÁ. **Decreto nº 4.258, de 17 de março de 2020**. Dispõe sobre as medidas para enfrentamento da emergência de saúde pública de importância internacional decorrente do Coronavírus – COVID-19. Diário Oficial da União: Curitiba, PR, n º 10647, 17 DE MARÇO DE 2020.

PARANÁ. Secretaria da Educação e do Esporte. **Contrato nº 037/2020**. Prestação de serviços de transmissão simultânea de conteúdos escolares e educacionais – aulas aos alunos matriculados na Rede Pública Estadual de Ensino- durante o período de afastamento necessário ao enfrentamento da emergência de saúde publica de importância internacional decorrente do Corona Vírus – COVID-19. Curitiba, PR: Secretaria da Educação e do Esporte, 03 de abril de 2020.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. Álgebra para a Formação do Professor: explorando os conceitos de equação e de função. 1 ed. Belo Horizonte:Autêntica , 2015.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. da. Conhecimentos profissionais evidenciados em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. **Educação em Revista**, v. 36, 2020.

SCHEINER, T. et al.,. What Makes Mathematics Teacher Knowledge Specialized? Offering Alternative Views. International Journal of Science and Mathematics Education, New York, v. 15, n. 6, p. 1-20, 2017.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO E DO ESPORTE. **RESOLUÇÃO N.º 1.014/2020, de 3 de abril de 2020**. Dispõe sobre o chamamento em caráter emergencial de professores do Quadro Próprio de Magistério – QPM e professores contratados em Regime Especial – CRES (PSS) para comporem o grupo de trabalho com vistas à produção de material audiovisual destinado a estudantes da Educação Básica da Rede Estadual de Ensino. Curitiba, Paraná, 2020. Disponível em: https://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2020-04/res_1014-2020-gs-seed_amg_chamamento_emergencial_grupo_de_trabalho_para_producao_de_material_audiovisual.pdf. Acesso em: 16 jun. 2020.

SECRETARIA DE SAUDE. **Folha informativa COVID-19**: informe epidemiológico COVID-19 do estado do Paraná. mar. 2020. Disponível em: <https://www.saude.pr.gov.br/Pagina/Coronavirus-COVID-19>. Acesso em: 21 jun. 2020. » https://www.saude.pr.gov.br/Pagina/Coronavirus-COVID-19

SEED, Secretaria da Educação e do Esporte. **Folha informativa**: medidas de enfrentamento contra COVID-19. Mar. 2020. Disponível em: <https://www.educacao.pr.gov.br/noticias>. Acesso em: 21 jun. 2020.

SEED, Secretaria da Educação e do Esporte. **Folha informativa**: medidas de enfrentamento contra COVID-19. Mar. 2021. Disponível em: <https://www.educacao.pr.gov.br/noticias>. Acesso em: 05 out. 2021.

SILVEIRA, D. T.; CÓDOVA, F. P. **A pesquisa científica**. In: GERHARDDT, T. E. e SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora de UFRGS, 2009. P. 31 - 42.

SOUZA, A. S. S; BARROS, C. C. A; DUTRA, F. D.; GUSMÃO, R. S. C; CARDOSO, B. L. C. C. Precarização do trabalho docente: reflexões em tempos de pandemia e pós pandemia. Ensino em Perspectivas, Fortaleza, v. 2, n. 2, p. 1-14, 2021. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/ensinoemperspectivas/article/view/5016 Acesso em: 30 set. 2021.

UNESCO, 2020. COVID-19: impact on Education. Disponível em: https://en.unesco.org/covid19/educationresponse. Acesso em: 27 de setembro de 2021.

XIAO, C.;YI L. 2020. Analysis on the Influence of Epidemic on Education in China. In: DAS, Veena; KHAN, Naveeda (ed.). Covid-19 and Student Focused Concerns: Threats and Possibilities, American Ethnologist website. Disponível em: https://americanethnologist.org/features/collections/covid-19-and-student-focusedconcerns-threats-and-possibilities/analysis-on-the-influence-of-epidemic-oneducation-in-china. Acesso em: 27 de setembro de 2021.