

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL
COORDENAÇÃO DO CURSO DE TECNOLOGIA EM PROCESSOS QUÍMICOS

JOHN MARK LIMA PINTO

**USO DE *SOFTWARE OCTAVE* PARA O ESTUDO DO MECANISMO DE
BLOQUEIO DE POROS NO PROCESSO DE FILTRAÇÃO POR MEMBRANA**

TOLEDO, PR
2021

JOHN MARK LIMA PINTO

USO DE *SOFTWARE OCTAVE* PARA O ESTUDO DO MECANISMO DE BLOQUEIO DE POROS NO PROCESSO DE FILTRAÇÃO POR MEMBRANA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso Superior de Tecnologia em Processos Químicos (COPEQ) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, câmpus Toledo, como requisito parcial para obtenção do título de Tecnólogo em Processos Químicos.

Orientador (a): Dr. Gilberto da Cunha Gonçalves

TOLEDO, PR
2021



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

JOHN MARK LIMA PINTO

USO DE *SOFTWARE OCTAVE* PARA O ESTUDO DO MECANISMO DE BLOQUEIO DE POROS NO PROCESSO DE FILTRAÇÃO POR MEMBRANA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do curso de Tecnologia em Processos Químicos da UTFPR, câmpus Toledo, como parte das exigências para obtenção do título de Tecnólogo em Processos Químicos.

Aprovado em ____, de _____ de 20__.

Banca examinadora

Prof. Dr. Gilberto da Cunha Gonçalves
UTFPR, câmpus Toledo
Orientador

Prof.^a Dr.^a Gracinda Marina Castelo da Silva
Instituição, câmpus Toledo
Avaliador

Prof. Dr. Ricardo Fiori Zara
Instituição, câmpus Toledo
Avaliador

OBS: A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso de Tecnologia em Processos Químicos.

RESUMO

Um dos principais problemas encontrados nos processos de separação por membranas que usam a pressão como força motriz é o decaimento do fluxo de permeado em função do tempo de filtração, causado pelo depósito de partículas na membrana (*fouling*). O estudo do mecanismo de bloqueio de poros da membrana envolve o ajuste não linear de modelos matemáticos fenomenológicos a partir de dados experimentais. Assim, este trabalho teve por objetivo a utilização do *software Octave* para o estudo do mecanismo de bloqueio de poros no processo de filtração por membrana. A escolha do *Octave* se deve ao fato deste ser um software livre, de código aberto. Quatro mecanismos de bloqueio de poros foram estudados para indicar o decaimento do fluxo de permeado: (i) bloqueio completo dos poros (ii), bloqueio parcial dos poros, (iii) bloqueio interno dos poros e (iv) formação de torta. Um *script* foi desenvolvido no *software* usando as equações matemáticas de cada mecanismo, expressas como $J=f(t)$, sendo J o fluxo de permeado e t o tempo de filtração. Dados experimentais de filtração de caldo de cana com diferentes membranas foram utilizados para testar o *script*. Os parâmetros de cada modelo foram estimados a partir do ajuste não-linear usando a função `nlinfit`. Os resultados mostraram que o *script* desenvolvido foi capaz de estimar os parâmetros dos modelos e, a partir da soma dos quadrados dos resíduos (SSE) e do coeficiente de determinação R^2 , estabelecer o mecanismo de *fouling* para cada membrana testada.

Palavras-chave: *Fouling*; Separação; Ultrafiltração; Modelagem.

ABSTRACT

One of the main problems found in membrane separation processes that use pressure as a driving force is the decay of the permeate flow as a function of filtration time, caused by the deposit of particles on the membrane (fouling). The study of the membrane pore blocking mechanism involves the non-linear fit of phenomenological mathematical models from experimental data. Thus, this work aimed to use the Octave software to study the pore blocking mechanism in the membrane filtration process. Octave was chosen because it is free and open source software. Four pore blocking mechanisms were studied to indicate permeate flux decay: (i) complete pore blockage (ii), partial pore blockage, (iii) internal pore blockage, and (iv) cake formation. A script was developed in the software using the mathematical equations of each mechanism, expressed as $J=f(t)$, where J is the permeate flux and t is the filtration time. Experimental data from sugarcane juice filtration with different membranes were used to test the script. The parameters of each model were estimated from the nonlinear fit using the `nlinfit` function. The results showed that the developed script was able to estimate the parameters of the models and, from the sum of squares of the residuals (SSE) and the coefficient of determination R^2 , establish the fouling mechanism for each tested membrane.

Keywords: Fouling; Separation; Ultrafiltration; Modeling.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – COMPARAÇÃO ESQUEMÁTICA ENTRE A FILTRAÇÃO CONVENCIONAL (FILTRAÇÃO FRONTAL) E A FILTRAÇÃO EM ESCOAMENTO TANGENCIAL	13
FIGURA 2 – DIFERENÇA DE MEMBRANAS.....	14
FIGURA 3 – VARIAÇÃO DO FLUXO PERMEADO COM O TEMPO EM PROCESSOS DE SEPARAÇÃO COM MEMBRANAS ...	16
FIGURA 4 - MODELOS DE BLOQUEIO, SENDO (A), (B), (C) O BLOQUEIO COMPLETO, PARCIAL DOS POROS E FORMAÇÃO DE TORTA, RESPECTIVAMENTE, E (D) A ILUSTRAÇÃO DO BLOQUEIO INTERNO	17
FIGURA 5 - FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE OBTENÇÃO DE DADOS A PARTIR DOS MODELOS	25
FIGURA 6 - FLUXO PERMEADO EXPERIMENTAL E PREDITO PELOS MODELOS DE BLOQUEIO DE POROS EM FUNÇÃO DO TEMPO DE FILTRAÇÃO DO CALDO DE CANA-DE-AÇÚCAR USANDO DIFERENTES MEMBRANAS: A) MEMBRANA A (0,01 μM), B) MEMBRANA B (0,1 μM), C) MEMBRANA C (0,3 μM) E D) MEMBRANA D (100 KDA).....	31

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - EQUAÇÕES E CONSTANTES PARA VALORES ESPECÍFICOS DE N	19
TABELA 2 – ADEQUAÇÃO DAS EQUAÇÕES PROPOSTAS POR FIELD ET AL. (1995) PARA O USO NO SCRIPT	24
TABELA 3 – CARACTERÍSTICAS DAS MEMBRANAS SELECIONADAS PARA O TESTE DO SCRIPT	26
TABELA 4 - PARÂMETROS DOS MODELOS DE BLOQUEIO DE PORO ESTIMADOS PELO SCRIPT DESENVOLVIDO NO SOFTWARE OCTAVE PARA A FILTRAÇÃO DO CALDE DE CANA-DE-AÇÚCAR USANDO DIFERENTES MEMBRANAS	30

LISTA DE SÍMBOLOS

Da	Dalton
μm	micrometro
p/p	razão peso por peso
mm	milímetro
W_w	massa da membrana úmida
W_d	massa da membrana seca
g	grama
ρ_w	densidade da água pura
V	volume (m ³)
A	área
h	espessura da membrana
m	unidade

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. OBJETIVOS	11
2.1 OBJETIVO GERAL.....	11
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	11
3. REVISÃO DE LITERATURA.....	12
3.1 ORIGEM PROCESSOS DE SEPARAÇÃO POR MEMBRANAS.....	12
3.2 PROCESSO DE SEPARAÇÃO POR MEMBRANA	12
3.3 FENÔMENOS DE <i>FOULING</i> DAS MEMBRANAS	15
3.4 MECANISMOS DE BLOQUEIO DE PORO DE MEMBRANA	17
3.5 REGRESSÃO NÃO LINEAR.....	20
3.6 FUNÇÃO W DE LAMBERT	21
3.7 O <i>SOFTWARE</i> GNU <i>OCTAVE</i>	22
4. METODOLOGIA	22
4.1 ADEQUAÇÃO DAS EQUAÇÕES DOS MECANISMOS DE BLOQUEIO DE POROS	22
4.2 DESENVOLVIMENTO DO <i>SCRIPT</i> USANDO O <i>SOFTWARE OCTAVE</i>	23
4.3 TESTE DO <i>SCRIPT</i> USANDO DADOS EXPERIMENTAIS	25
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	27
5.1 DESENVOLVIMENTO DO <i>SCRIPT</i> USANDO O <i>OCTAVE</i>	27
5.2 TESTE DO <i>SCRIPT</i> USANDO DADOS EXPERIMENTAIS	29
6. CONCLUSÃO	33
REFERÊNCIAS	34

1. INTRODUÇÃO

Membranas podem ser definidas como barreiras seletivas ao transporte de matéria e energia entre duas fases. Elas são utilizadas em processos de separação visando ao fracionamento dos componentes de uma mistura, em função de suas diferentes taxas de permeação (MULDER, 1991).

Os processos de separação por membranas (PSM) vêm se tornando cada vez mais utilizado na indústria química, em substituição aos processos convencionais como destilação e filtração. O mesmo começou na área médica, com o rim artificial, e hoje é aplicado nos mais diferentes ramos, como a petroquímica, com as unidades industriais de fracionamento de misturas gasosas, passando pela biotecnologia, indústria alimentícia e farmacêutica e tratamento de águas. A eficiência do processo depende da melhoria da seletividade, baixo custo energético e a qualidade do produto final (HABERT et al,2006).

O PSM é caracterizado por uma força motriz, caso contrário o processo não ocorreria. Essa força pode ser a concentração, a diferença de temperatura ou a pressão. A eficiência das membranas é determinada pela seletividade e o fluxo permeado da membrana (CARVALHO, 2001).

Os PSM mais utilizados são a microfiltração, ultrafiltração, osmose inversa, evaporação osmótica e pervaporação. A osmose inversa, a ultrafiltração e a microfiltração diferem entre si no tamanho médio dos poros das membranas filtrantes utilizadas em cada um deles, o que implica a necessidade de diferentes faixas de pressão operacional, e no tipo de membrana utilizada, já que no caso das membranas de osmose inversa os poros não existem, ou seja, são membranas densas, nas quais o transporte ocorre pelo mecanismo de sorção-difusão.

Um dos principais problemas nos processos de membrana que usam a pressão como força motriz é o decaimento do fluxo de permeado em função do tempo de filtração. Tipicamente, observa-se uma diminuição rápida do fluxo nos tempos iniciais seguida por um declínio longo e gradual do fluxo (FIELD et al. 1995). Esse comportamento ocorre devido ao depósito de partículas na superfície da membrana, causando o *fouling*, que é o principal fator limitante no funcionamento do sistema.

Nos processos de filtração por membranas, o *fouling* pode ser classificado em quatro tipos de mecanismos (FIELD et al. 1995): (i) bloqueio completo dos poros: as partículas são maiores que o tamanho dos poros da membrana e bloqueiam completamente a entrada do poro; (ii) bloqueio parcial dos poros: as partículas são semelhantes em tamanho ao tamanho dos poros

da membrana, causando obstrução parcial; (iii) bloqueio interno dos poros: as partículas são menores que os poros da membrana e são depositadas nas paredes dos poros; e (iv) formação de torta: as partículas são maiores que os poros da membrana e se acomodam em sua superfície em camadas, aumentando gradualmente a resistência à transferência de massa.

A identificação do mecanismo de *fouling* é importante pois descreve o tipo de incrustação que predomina no processo de filtração com membranas. Este conhecimento contribui para a melhor escolha das condições de operação do sistema a fim de minimizar seus efeitos no decaimento do fluxo de permeado. O *fouling* também é responsável por aumentar o consumo de energia, a frequência de limpeza e por reduzir a vida útil da membrana (KIMURA *et al.*, 2014).

As equações utilizadas para descrever cada mecanismo são equações não lineares e necessitam de técnicas computacionais avançadas para estimação dos parâmetros do modelo. Vários softwares comerciais estão disponíveis atualmente para realizar a simulação de processos. Entretanto, muitos desses *softwares* não são de domínio público, estando sujeitos à licença *copyright*.

O *software* livre, como o nome diz, é um *software* de código aberto, diferente das soluções que chamamos de *software* proprietário, privativo ou não livre. Os *softwares* livres tem ganhado cada vez mais espaço no mercado como alternativa aos softwares privativos. Uma das maiores vantagens do *software* livre é ter uma comunidade destinada a manter o projeto.

O programa GNU *Octave* é um *software* livre de cálculo numérico bastante utilizado para a resolução de problemas das áreas das ciências e das engenharias. Ele fornece uma interface de linha de comando conveniente para resolver problemas numéricos lineares e não lineares, e para realizar outros experimentos numéricos usando uma linguagem que é bastante compatível com o MATLAB®.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral do trabalho foi a utilização do *software Octave* para o estudo do mecanismo de bloqueio de poros no processo de filtração por membrana.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Reescrever as equações matemáticas dos modelos de bloqueio de poro na filtração tangencial por membranas de forma a obter o fluxo permeado em função do tempo ($J=f(t)$).
- ✓ Desenvolver um script no *software Octave* para realizar a regressão não-linear dos modelos a partir de dados experimentais.
- ✓ Testar o *script* desenvolvido usando dados experimentais de filtração do caldo de cana-de-açúcar por diferentes membranas e avaliar o mecanismo de bloqueio de poros.

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1 ORIGEM PROCESSOS DE SEPARAÇÃO POR MEMBRANAS

No início do século XVIII a tecnologia de membranas começou a ser observada e estudada. Inicialmente teve duas divisões, de um lado o desenvolvimento científico e do outro o desenvolvimento comercial.

As pesquisas sobre membranas não eram realizadas exclusivamente por químicos e físicos, mas também por outros profissionais como biofísicos, biólogos, bioquímicos e zoólogos. As primeiras membranas para aplicações práticas foram fabricadas pela *Sartorius* na Alemanha, logo após a primeira guerra mundial (MULDER, 1996).

Desde 1930 já eram utilizados processos de separação com membranas como diálise e microfiltração em pequena escala, contudo esses processos ainda não eram utilizados em escala industrial porque o fluxo de permeados era baixo, isso ocorria devido a espessura da membrana ser grande.

A partir do ano de 1950 os Estados Unidos resolveram investir em projetos de pesquisa que tinham como finalidade a dessalinização de águas, como isso as membranas que no início eram limitadas somente ao meio científico e de laboratório, ganharam destaque em relação à pesquisa.

No ano de 1970, surge uma nova classe de processos que utilizam membranas sintéticas, esse tipo de membrana surge com o objetivo de parecer com as membranas naturais no que diz respeito à seletividade e permeabilidade, neste período já existiam as maneiras tradicionais de separação, citando-se algumas como filtração, troca iônica, adsorção, extração por solvente, cristalização, destilação (HABERT; PIACSEK; NOBREGA, 2006).

3.2 PROCESSO DE SEPARAÇÃO POR MEMBRANA

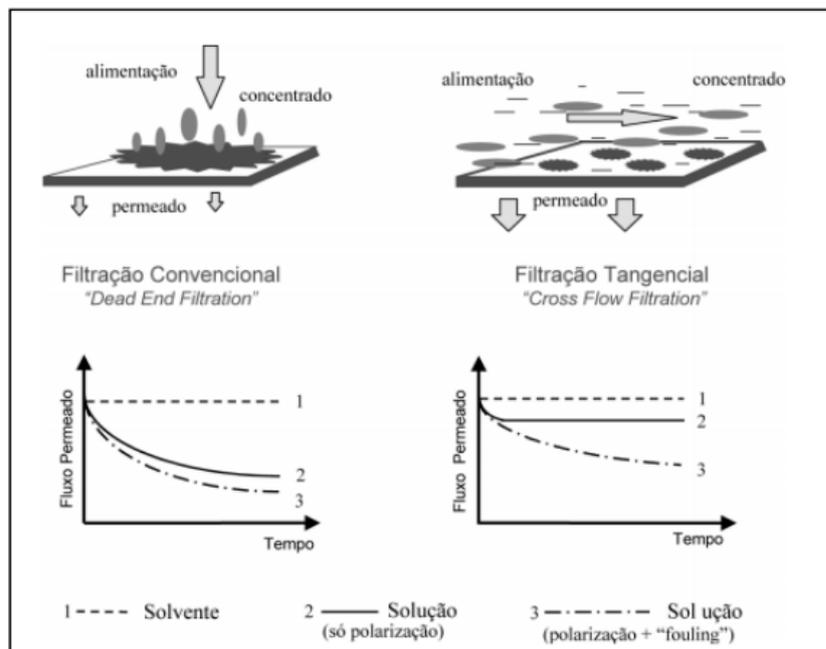
A grande aplicabilidade das membranas só se tornou possível devido a uma série de vantagens como a economia de energia, a seletividade, a separação de compostos termolábeis, simplicidade de operação e escalonamento (HABERT et al; 2006).

Membranas podem ser definidas como barreiras semipermeáveis que visam separar fisicamente duas fases. No processo de separação por membrana, ocorre a passagem de uma suspensão ou solução pela barreira, ocorrendo a separação seletiva dos componentes, sob o

efeito de uma força motriz que varia conforme os processos (BHAVE; RAMESH, 1991; SANTOS, 1999).

Existem duas formas principais de filtração por membranas, a clássica e a tangencial, representadas pela Figura 1. Na filtração clássica ou normal o fluido se movimenta na direção perpendicular à superfície da membrana, enquanto na tangencial esse fluido se movimenta paralelamente à superfície da membrana sob ação de uma força motriz, minimizando, em condições determinadas, o acúmulo de matéria na superfície da membrana. (SANTOS, 1999).

Figura 1 – Comparação esquemática entre a filtração convencional (filtração frontal) e a Filtração em escoamento tangencial



Fonte: HABERT *et al.* (2006)

Com isso, uma das principais propriedades dessas membranas é a seletividade, ou seja, sua capacidade de reter em sua superfície um composto ou partícula específico em meio a tantos outros presentes na mistura a ser separada. Essa propriedade é determinante na eficiência e qualidade dos processos de separação e pode ser definida como sua capacidade de semipermeabilidade, sendo descrita em suas características de separação e permeação (ARMOA, JAFELICCI JR., 2011).

As forças motrizes comumente empregadas nos processos de separação por membranas são gradientes de pressão, campo elétrico, e de potencial químico. O que define o tipo de separação é a peculiaridade de cada membrana, combinado com o tipo da força motriz utilizada para promover o fluxo do fluido por essa. Ainda, há casos onde é necessária a

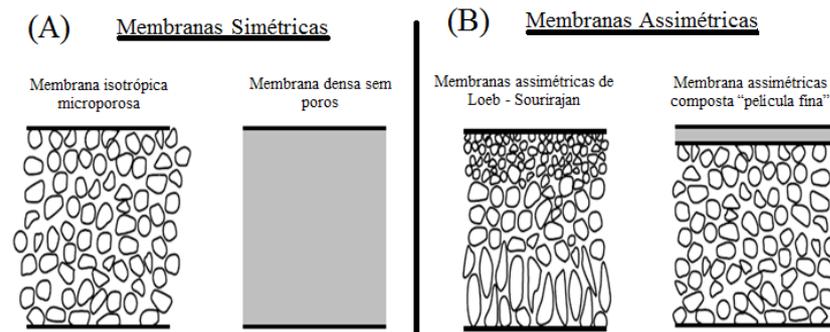
combinação de mais de uma força, como no caso das separações por permeação gasosa, onde se usa gradiente de pressão e potencial químico (ARMOA, JAFELICCI JR., 2011).

No que diz respeito à membrana, sua estrutura pode ser homogênea ou heterogênea e o transporte pode ser ativo ou passivo. O transporte passivo ocorre sem a necessidade de gasto energético devido a existência de um gradiente de concentração, o que por sua vez causa um fluxo natural do meio mais concentrado para o menos concentrado. Já o transporte ativo não acontece sem o gasto energético, sendo necessário aplicar uma pressão, forçando o processo de separação contra seu fluxo natural. Além disso, as membranas podem ser naturais ou sintéticas, neutras ou carregadas. As membranas podem ser classificadas de acordo com os principais processos de separação são eles: microfiltração (MF), ultrafiltração (UF), nanofiltração (NF), osmose inversa (OI), diálise, eletrodialise (ED), permeação gasosa, pervaporação (PV).

As membranas sintéticas podem ser subdivididas em orgânicas que são as poliméricas e as líquidas e inorgânica que são as de cerâmica e metal, outro meio de classificar membranas é por morfologia ou estrutura. As membranas sintéticas dividem-se em simétricas ou assimétricas (Figura 2), as duas classes podem ser subdivididas ainda mais.

As espessuras das membranas simétricas, que se encontram apresentadas na Figura 2, (porosas ou não porosas) variam aproximadamente de 10 a 200 μm , sendo a resistência à transferência de massa determinada pela espessura total da membrana, uma diminuição na espessura da membrana resulta em uma taxa de permeação aumentada.

Membrana assimétrica (Figura 2) consistem em camada superior muito densa ou pele com uma espessura de 0,1 a 0,5 μm suportado por uma subcamada porosa com uma espessura de cerca de 50 a 150 μm . Estas membranas combinam a alta seletividade de uma membrana densa com a alta taxa de permeação de uma membrana muito fina. A resistência à transferência de massa é determinada pela fina camada da membrana (MULDER, 1996).



Fonte: BAKER. (2004)

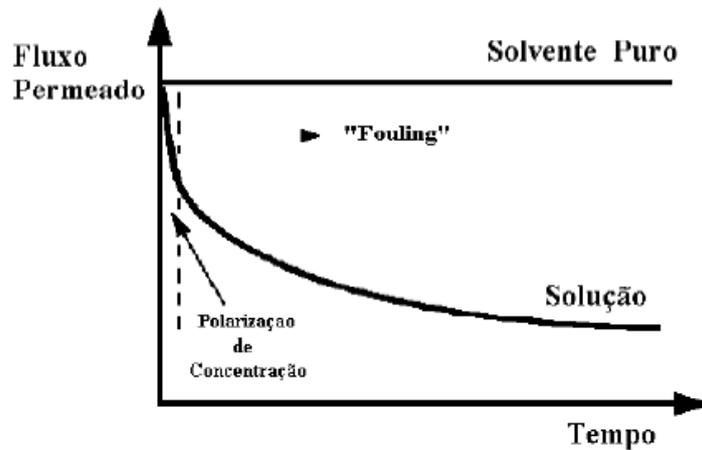
3.3 FENÔMENOS DE *FOULING* DAS MEMBRANAS

A ultrafiltração é um processo de separação por membranas no qual uma solução contendo partículas em suspensão é forçada através de uma membrana. O solvente passa livremente pela membrana enquanto que o material sólido fica retido (BRIÃO, 2012).

No processo de separação por membrana a redução do fluxo até níveis menores que da capacidade teórica é um dos maiores problemas encontrados para esse processo. Há no início uma redução rápida no fluxo até que o processo alcance uma redução lenta e gradual. O responsável por esse problema é chamado de *fouling*, processo no qual partículas se depositam na superfície da membrana formando uma camada que dificulta a passagem do filtrado ou então pela deposição de partículas nos poros do filtro (FIELD, 1995).

De acordo com a Figura 3 abaixo, quando é realizada a filtração de solvente puro o fluxo permanece constante visto que não há a presença de material particulado. Por outro lado, quando há uma solução constituída do solvente e partículas, essas acabam por causar o *fouling* da membrana e conseqüentemente a diminuição do fluxo de permeado, representado pelo decaimento da curva em relação ao eixo Y. Logo no início da filtração ocorre também a polarização de concentração, que é o aumento da concentração de soluto próximo da superfície da membrana, com esse acúmulo existe um movimento difuso do soluto, no sentido de retornar para a solução.

Figura 3 – Variação do fluxo permeado com o tempo em processos de separação com membranas



Fonte: HABERT *et al.* (2006)

O modelo de resistência em série foi usado para avaliar incrustações no processo de separação por membrana segundo (Blanpain e Lalande, 1997; Gésan-Guisiou, 1999; Merin e Shomer, 1999; Choi et al., 2005; temporizador et al., 1997; Chang e Kim, 2005; Huisman et al., 1998). De acordo com a Lei de Darcy, apresentada na Equação 1:

$$J = \frac{TMP}{\mu R} \quad (\text{Equação 1})$$

J = fluxo de permeação;

TMP = pressão entre membranas;

μ = viscosidade;

R_m = resistência da membrana limpa;

R_{ir} = fator de *fouling* irreversível;

R_f = fator de *fouling* reversível e de polarização.

A Equação 2 que é utilizada no experimento do modelo de resistência em série (Blanpain e Lalande, 1997; Gésan-Guisiou, 1999; Merin e Shomer, 1999; Choi et al., 2005; temporizador et al., 1997; Chang e Kim, 2005; Huisman et al., 1998).

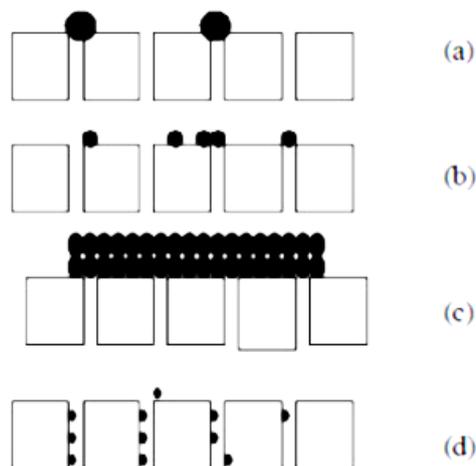
$$J = \frac{TMP}{\mu(R_m + R_f)} = \frac{TMP}{\mu(R_m + R_{ir} + R_f)} \quad (\text{Equação 2})$$

Das opções existentes para tratar o problema do *fouling* as três maiores são: mudança no regime de escoamento pela membrana; modificação das características da superfície da membrana; e limpeza regular. Para verificar o comportamento do processo de filtração frente a alterações de natureza hidrodinâmica ou do próprio filtro, são necessários a realização de experimentos. Porém a alteração do fluxo de permeado altera o restante das características do processo (FIELD, 1995).

3.4 MECANISMOS DE BLOQUEIO DE PORO DE MEMBRANA

Na filtração por membrana, as partículas são levadas até a película com auxílio do líquido, onde formam a torta de filtro ou bloco nos poros da membrana, ambos resultando no aumento da resistência à filtração ou limitação do fluxo permeado. Há assim, quatro tipos de bloqueio na filtração, como mostrados na Figura 4, sendo divididos em: bloqueio completo de poros (a), bloqueio parcial de poros (b), formação de torta (c) e bloqueio interno de poros (d).

Figura 4 - Modelos de bloqueio, sendo (a), (b), (c) o bloqueio completo, parcial dos poros e formação de torta, respectivamente, e (d) a ilustração do bloqueio interno



Fonte: BARROS *et al.*, (2003)

Hermia (1982) apresentou um modelo matemático, representado pela Equação 3, para descrever o declínio do fluxo permeado. É um modelo baseado em equações clássicas de filtragem de *fouling* de pressão constante, onde as constantes n e K dependem do mecanismo

de bloqueio dos poros envolvidos no processo e V o volume filtrado (BRIÃO; TAVARES, 2012).

$$\frac{d^2t}{dV^2} = K \left(\frac{dt}{dV} \right)^n \quad (\text{Equação 3})$$

No modelo de bloqueio de poros completo o “n” assume o valor 2. Nessa condição, as partículas serão maiores que o diâmetro dos poros de modo que as partículas se depositam na superfície da membrana e bloqueiam os poros completamente. Tal diminuição no número de poros aumenta a resistência da filtração. No modelo representado pelo valor $n = 1,5$, as partículas já possuem tamanhos menores a ponto de serem capazes de entrar nos poros. Porém, acabam se fixando nas paredes internadas da membrana que por sua vez causam uma diminuição no fluxo de permeado. A diminuição de poros ocorre de modo proporcional ao volume de permeado (BRIÃO; TAVARES, 2012).

No modelo representado pelo valor $n=1$ que corresponde ao bloqueio de poros intermediário, ou seja, cada partícula que chega à membrana se aloja em outra partícula, que havia chegado anteriormente e estava bloqueando algum poro, ou bloqueia diretamente alguma parte da membrana, sendo assim por fim, quando há a formação da torta, $n = 0$ e cada partícula nova se localiza em outras que já chegaram e estão bloqueando alguns poros e não há espaço para obstruir diretamente a membrana.

Field *et al.*, (1995) modificou a correlação proposta inicialmente por Hermia (1982) para a filtração tangencial, sendo possível generalizar os modelos a partir da Equação 4, a qual assume diferentes conformações para diferentes valores de n , como mostra a Tabela 1.

$$\frac{-dJ}{dt} (J^{n-2}) = K(J - J^*) \quad (\text{Equação 4})$$

Tabela 1 - Equações e constantes para valores específicos de n

Mecanismo de bloqueio de poros	n	Equação do modelo	Parâmetros Estimados	Unidade
Bloqueio completo de poros	2	$J = J^* + (J_0 - J^*)e^{-K_a \cdot t}$ (Equação 5)	$K_a = \frac{J_0 \cdot \sigma}{\epsilon_0}$	min^{-1}
Bloqueio interno de poros	1,5	$\frac{1}{J^{1/2}} = \frac{1}{J_0^{1/2}} + K_b \cdot t$ (Equação 6)	$K_b = \frac{K_1}{2} \cdot A^{1/2}$	$\left(\frac{kg}{h \cdot m^2}\right)^{-0,5} min^{-1}$
Bloqueio parcial de poros	1	$K_c \cdot t = \frac{1}{J^*} \cdot \ln\left(\frac{J}{J_0} \cdot \frac{(J_0 - J^*)}{(J - J^*)}\right)$ (Equação 7)	$K_c = \sigma$	$\left(\frac{kg}{h \cdot m^2}\right)^{-1} min^{-1}$
Formação de torta	0	$K_d \cdot t = \frac{1}{(J^*)^2} \left[\ln\left(\frac{J}{J_0} \cdot \frac{(J_0 - J^*)}{J - J^*}\right) - J^* \left(\frac{1}{J} - \frac{1}{J_0}\right) \right]$ (Equação 8)	$K_d = \frac{\alpha_1 \cdot K_1}{J_0 R_m}$	$\left(\frac{kg}{h \cdot m^2}\right)^{-2} min^{-1}$

Fonte: adaptado de STROHER (2010)

Em que:

K_c = constante de Hermia para bloqueio intermediário;

A = área superficial da membrana;

σ = área da membrana bloqueada por unidade de volume do permeado

J_0 = fluxo inicial do permeado no tempo $t = 0$;

α = parâmetro do potencial de *fouling*;

K_d = constante de filtração relacionando massa e volume;

R_m = resistência da membrana limpa.

Os valores de J^* vão ter a mesma unidade do fluxo experimental.

Os valores de k vão ter valores diferentes para cada modelo (valores de n). Os valores

3.5 REGRESSÃO NÃO LINEAR

A chamada regressão linear ou modelo clássico de regressão é uma das técnicas mais usadas para estimar um parâmetro de interesse a partir de um equacionamento mais simples obtido a partir da equação original e dados experimentais. Porém, em diversas situações, a normalidade e linearidade desses modelos não são satisfeitas. Por conta disso novas técnicas estatísticas para modelos de regressão foram surgindo, como por exemplo, os modelos não lineares (MATTOS, 2013)

Um modelo pode ser caracterizado como não linear se pelo menos uma de suas derivadas parciais em relação aos parâmetros depende de ao menos um dos parâmetros do modelo. Tais modelos são normalmente deduzidos a partir de suposições teóricas e obtêm-se parâmetros interpretáveis. Por conta disso, aproximar tais modelos como lineares acabaria por prejudicar a obtenção de estimativas realistas (MATTOS, 2013).

Um parâmetro que é dado bastante atenção é chamado de medida de não linearidade. Essas medidas têm como objetivo verificar se um problema não linear de estimação possui um grau de não linearidade suficientemente pequeno para que as técnicas de regressão linear possam ser utilizadas como boa aproximação do modelo não linear (MATTOS, 2013).

Pode-se representar o modelo de regressão não linear de acordo a Equação 9.

$$y_i = f(X_i, \theta) + \epsilon_i \quad (\text{Equação 9})$$

No qual:

y_i = variável resposta;

$f()$ = função não linear continua com forma conhecida;

x_i = variáveis explicativas;

θ = parâmetros desconhecidos.

Existem diversos modelos de equações não-lineares que podem ser usadas para as mais diversas situações como: modelos de crescimento; modelos de rendimento; modelos compartimentados; modelos de estimação; método dos mínimos quadrados; métodos iterativos; entre outros (MATTOS, 2013).

3.6 FUNÇÃO W DE LAMBERT

Para o modelo de formação de torta ($n=0$) o fluxo permeado (J) aparece dentro e fora do logaritmo fazendo-se necessário a utilização da Função W de Lambert. Esta função, também conhecida como logaritmo de produto, é utilizada em matemática para resolver muitos tipos de problemas onde a incógnita aparece multiplicando uma função exponencial e também fazendo parte do expoente (CORLESS *et al.*, 1996).

A função W de Lambert recebeu esse nome no início dos anos 1980 quando um programa chamado MAPLE definiu uma função chamando-a simplesmente de W. Após uma pesquisa histórica foi encontrado o trabalho de um cientista do século XVIII, chamado de Lambert o qual manteve em segredo a definição dessa função. Apesar de seus trabalhos não terem definido propriamente a função, a mesma recebeu esse nome em sua homenagem (VALLURI, 2000).

A função W também é utilizada na matemática aplicada para resolver problemas, como no caso do modelo de formação de torna ($n = 0$), nos quais a incógnita multiplica uma função exponencial e também está presente no próprio expoente (MARTINS, 2018).

A definição utilizada para W é a função que resolve a equação 10.

$$We^W = z \quad (\text{Equação 10})$$

Onde z é um número complexo. Essas equações apresentam um infinito número de soluções, sendo a maioria delas complexas, por isso, W é chamado de função de multivalores.

Há um especial interesse em soluções reais para tal equação. Quando “z” assume um valor real a equação pode ter: duas soluções reais, uma solução real ou nenhuma solução real (VALLURI, 2000).

3.7 O SOFTWARE GNU OCTAVE

GNU *Octave* é uma linguagem computacional, desenvolvida para computação matemática. Possui uma interface em linha de comando para a solução de problemas numéricos, lineares e não-lineares, também é usada em experimentos numéricos. Faz parte do projeto GNU (um acrônimo recursivo para “*GNU's Not Unix*” - GNU não é *Unix*). O *software* é considerado um *software* livre, de acesso público. O programa utiliza uma linguagem computacional de alto nível e possui em seu repertório ferramentas para resolver problemas de álgebra linear assim como cálculo diferencial (RAMOS, 2021).

O *Octave* teve seu início em 1988 quando ainda era utilizado como um “bloco de anotações” no desenvolvimento de um reator químico, escrito por James B. Rawlings e John G. Ekerdt. Ambos começaram a perceber que seus alunos, ao usarem a linguagem Fortran (considerada como a linguagem da engenharia), estavam perdendo tempo procurando o erro de seus códigos ao invés de aprender. Com essa ideia, começaram a desenvolver o *Octave* visando suprir um ambiente de programação mais interativo e fácil para seus alunos (*GNU Octave*).

4. METODOLOGIA

4.1 ADEQUAÇÃO DAS EQUAÇÕES DOS MECANISMOS DE BLOQUEIO DE POROS

A análise do declínio do fluxo permeado com o tempo foi feita utilizando os modelos de filtração desenvolvidos por Hérnia (1982) e Field *et al.* (1995), citados na Tabela 1. As equações dos modelos de bloqueio de poros foram reescritas, quando necessário, de modo que ficassem na forma $J = f(t)$. Na Tabela 2 está representado as equações em seu formato originais e no formato reescrito, assim como os respectivos parâmetros a serem estimados.

Para o modelo de formação de torta ($n=0$) o fluxo permeado (J) aparece dentro e fora do logaritmo (Equação 8). Neste caso, foi necessário a utilização da Função W de Lambert para realizar o isolamento do J .

4.2 DESENVOLVIMENTO DO *SCRIPT* USANDO O *SOFTWARE OCTAVE*

O desenvolvimento do *script* para a estimação dos parâmetros dos modelos de bloqueio de poros foi realizado usando o *software GNU Octave*, versão 6.2.0. Foram utilizados os pacotes: *statistics*, *optim*, *io* e *specfun*. O ajuste não-linear dos modelos foi realizado usando-se a função *nlinfit*.

Na Figura 5 é apresentado um fluxograma para ilustrar a sequência de instruções codificadas que o *software* utilizou para realizar operações específicas.

Foram usadas no *script* as equações reescritas apresentadas na Tabela 2, referente aos modelos de bloqueio completo de poros ($n=2$), bloqueio interno de poros ($n=1,5$), bloqueio parcial dos poros ($n=1$) e formação de torta ($n=0$).

Tabela 2 – Adequação das equações propostas por Field et al. (1995) para o uso no script

Mecanismo de bloqueio de poros	n	Equação do modelo	Equação Reescrita	Parâmetros Estimados
Bloqueio completo de poros	2	$J = J^* + (J_0 - J^*)e^{(-k_a \cdot t)}$	$J = J^* + (J_0 - J^*)e^{(-k_a \cdot t)}$	$k_a = \frac{J_0 \cdot \sigma}{\varepsilon_0}$ J^*
Bloqueio interno de poros	1,5	$\frac{1}{J^{1/2}} = \frac{1}{J_0^{1/2}} + k_b \cdot t$	$J = \left(\frac{1}{\frac{1}{J_0^{1/2}} + k_b \cdot t} \right)^2$	$k_b = \frac{k_1}{2} \cdot A^{1/2}$ $k_c = \sigma$
Bloqueio parcial de poros	1	$k_c \cdot t = \frac{1}{J^*} \ln \left(\frac{J}{J_0} \cdot \frac{(J_0 - J^*)}{(J - J^*)} \right)$	$J = \frac{J^*}{1 - \frac{(J_0 - J^*)}{J_0 \cdot e^{(J^* \cdot k_c \cdot t)}}$	J^*
Formação de torta	0	$k_d \cdot t = \frac{1}{J^{*2}} \left[\ln \left(\frac{J_0}{J} \cdot \frac{(J_0 - J^*)}{(J - J^*)} \right) - J^* \left(\frac{1}{J} - \frac{1}{J_0} \right) \right]$	$J = \frac{J^*}{1 + W \left[\left(\frac{J^*}{J_0} - 1 \right) \cdot e^{\left(-J^{*2} \cdot k_d \cdot t + \frac{J^*}{J_0} - 1 \right)} \right]}$	$k_d = \frac{\alpha \cdot k_1}{J_0 \cdot R_m}$ J^*

Fonte: Autor (2021)

Figura 5 - Fluxograma do processo de obtenção de dados a partir dos modelos



Fonte: Autor (2021)

4.3 TESTE DO *SCRIPT* USANDO DADOS EXPERIMENTAIS

Para testar o *script* desenvolvido, foram utilizados os dados experimentais de filtração do caldo de cana usando o processo de separação por membranas. A descrição detalhada da unidade de filtração e os procedimentos de obtenção do caldo de cana-de-açúcar utilizados nos ensaios foram descritos por GONÇALVES (2006).

As características das membranas selecionadas para o teste do *script* são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Características das membranas selecionadas para o teste do script

Membrana	Material	Diâmetro de poro	Módulo	Área de filtração (m²)
A	Cerâmico	0,01µm	Tubular	0,005
B	Cerâmico	0,10µm	Tubular	0,005
C	Cerâmico	0,03µm	Tubular	0,005
D	Polissulfona	100 kDa	Fibra oca	0,120

Fonte: GONÇALVES (2006)

Segundo GONÇALVES (2006), os ensaios de filtração com as diferentes membranas foram realizados na temperatura de 45°C, pressão transmembrana de 2 bar e velocidade tangencial de 5,7 m s⁻¹. O módulo foi operado em modo batelada, com reciclo completo de retido. O fluxo de permeado foi obtido por meio da coleta da massa de permeado em função do tempo, conforme Equação 11.

$$J_p = \frac{m_p}{t \times A_p} \quad (\text{Equação 11})$$

Em que:

J_p é o fluxo de permeado (kg h⁻¹ m⁻²);

m_p a massa recolhida n

o intervalo de tempo (kg);

t é tempo (h);

A_p área de permeação da membrana (m²).

O mecanismo de *fouling* para cada membrana foi estudado utilizando os dados experimentais de J_p versus t . A soma dos quadrados dos resíduos (SSE) e o coeficiente de determinação R^2 entre os valores de fluxo preditos pelos modelos e os experimentais foram os critérios usados para estabelecer o mecanismo de *fouling* para cada membrana.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 DESENVOLVIMENTO DO SCRIPT USANDO O OCTAVE

O script desenvolvido para a avaliação do declínio do fluxo permeado na filtração do caldo de cana com as membranas é apresentado no Quadro 01.

Quadro 01 - Script desenvolvido no software Octave para a avaliação do declínio do fluxo permeado na filtração do caldo de cana com as membranas

```
% Script desenvolvido para a avaliação do mecanismo de bloqueio de poros na filtração com membranas.

% carregar os pacotes
pkg load statistics
pkg load optim
pkg load io
pkg load specfun

% Limpar as variáveis da memória
clearvars
clc

% digitar o nome da membrana
membrana= '100 KDa'

% digitar o nome do arquivo, nome da planilha e intervalo dos dados experimentais (J e t)
tdd=xlsread ('Dados.xlsx','100 KDa', 'A11:A42');
jdd=xlsread ('Dados.xlsx','100 KDa', 'B11:B42');

% para o fluxo inicial (J0) foi utilizado o primeiro dado de jdd
jo=jdd(1);

% escolha do modelo de Bloqueio de Poros da membrana
modelo= 0 % digitar 0, 1, 1.5 ou 2

if modelo == 0; %Cake Formation n=0
    modelfun=@(b,tdd)b(2)./(1+lambertw(0,(b(2)).jo-1).*exp(-b(2)^2.*b(1).*tdd+b(2).jo-1));
    beta0=[0.00001, jdd(length(jdd))]
end;

if modelo == 1; %Intermediate Pore Blocking n=1
    modelfun=@(b,tdd)b(2)./(1-(jo-b(2))./(jo*exp(b(2).*b(1).*tdd)));
    beta0=[0.1, jdd(length(jdd))]
end;

if modelo == 1.5; %Internal Pore Blocking n=1,5
    modelfun=@(b,tdd) (1./(1./jo.^0.5+b(1).*tdd)).^2;
    beta0=[0.0001, jdd(length(jdd))]
end;
```

```

if modelo == 2; %Complete Pore Blocking n=2
    modelfun=@(b,tdd)b(2)+(j0-b(2)).*exp(-b(1).*tdd);
    beta0=[0.1, jdd(length(jdd))]
end;

% modelagem
[beta,R]=nlinfit(tdd,jdd,modelfun,beta0);

% Parâmetros estimados
k=beta(1)
Jast=beta(2) % (J*)
SSresidual=sum(R.^2)
SStotal=sum((jdd-mean(jdd)).^2)
rsquare=1-(SSresidual/SStotal)

% plotagem dos dados experimentais e preditos pelo modelo
plot(tdd,jdd,'s','markersize',5,'color',[0,0,0]);
hold on
tpred=linspace(0,tdd(length(tdd)));
Jpred=modelfun(beta,tpred);
plot(tpred,Jpred,'linewidth',1,'color',[1,0,0]);

% Criação/Abertura de arquivo TXT para armazenamento dos dados gerados
arqID= fopen("Membrana100KDa.txt", "a");

% Gravação dos dados no arquivo
fprintf(arqID, "membrana = %s\n", membrana);
fprintf(arqID, "\n");
fprintf(arqID, "modelo = %d\n", modelo);
fprintf(arqID, "k = %d\n", k);
fprintf(arqID, "J* = %d\n", Jast);
fprintf(arqID, "SSresidual = %d\n", SSresidual);
fprintf(arqID, "SStotal = %d\n", SStotal);
fprintf(arqID, "R^2 = %d\n", rsquare);
fprintf(arqID, "tempo FluxoPred\n");

for i=1:length(tpred)
    fprintf(arqID, "%d %d\n", tpred(i), Jpred(i));
endfor

% Fechamento do arquivo TXT
fclose(arqID);

```

Fonte: Autor (2021)

A primeira tarefa do script era carregar os pacotes *statistics*, *optim*, *io* e *specfun* e limpar as variáveis da memória. Em seguida, indicava-se o nome da membrana, o nome do arquivo “.xlsx” com os dados experimentais, o nome da planilha e o intervalo dos dados de J e t . Para o fluxo inicial J_0 foi utilizado o primeiro valor dos dados de J . Na sequência, escolhia-se do modelo de Bloqueio de Poros da membrana indicando o valor de 0, 1, 1.5 ou 2. O *script* selecionava a equação do modelo escolhido (*modelfun*) e criava o vetor *beta0* com os valores iniciais dos parâmetros do modelo (K e J^*). Após, ocorria a otimização dos parâmetros por meio da função *nlinfit* com a geração dos vetores *beta* (parâmetros otimizados) e *R* (resíduos,

ou seja, a diferença entre o valor experimental e o predito pelo modelo). Os parâmetros otimizados eram armazenados nas variáveis k e J_{ast} e calculava-se o SSE (soma dos quadrados dos resíduos) e R^2 (coeficiente de determinação). Em seguida, o *script* criava um gráfico com os valores dos dados experimentais e preditos pelo modelo possibilitando a visualização da adequação do modelo. Por fim, o *script* gerava um arquivo *.txt* para armazenar os resultados dos parâmetros otimizado, SSE , R^2 e os valores de J preditos pelo modelo.

O *script* desenvolvido apresentou-se adequado para a estimação dos parâmetros de cada modelo de bloqueio de poro. Entretanto, melhorias podem ser feitas no *script* como a inserção de outros testes estatísticos, além do SSE e R^2 , de forma a propiciarem mais embasamentos na avaliação de qual modelo os dados experimentais melhor se ajustaram.

5.2 TESTE DO *SCRIPT* USANDO DADOS EXPERIMENTAIS

Os dados de J versus tempo de filtração do caldo de cana-de-açúcar usando diferentes membranas descritos por GONÇALVES (2006) foram usados para testar o *script* desenvolvido. Os resultados da estimação dos parâmetros para cada modelo de bloqueio de poros para as diferentes membranas são apresentados na Tabela 4.

Para as membranas A, B e C, observa-se que o maior valor de R^2 e o menor valor de SSE foi obtido para o modelo $n=0$, indicando que nas membranas cerâmicas o mecanismo de formação de torna foi o que melhor representou as curvas de fluxo experimentais ao longo do processo de filtração do caldo de cana-de-açúcar.

Para a membrana D (polissulfona), o modelo para $n=1$ foi o que apresentou o maior valor de R^2 e o menor valor de SSE, revelando que os pontos experimentais seguiram o modelo de bloqueio parcial de poros ao longo do processo de filtração.

Não houve correlação entre os dados experimentais e preditos pelo modelo $n=1,5$, correspondente ao bloqueio interno de poros, para todas as membranas estudadas.

Os fluxos permeados experimentais e preditos pelos modelos de bloqueio de poros em função do tempo de filtração do caldo de cana-de-açúcar para as diferentes membranas são apresentados na Figura 6.

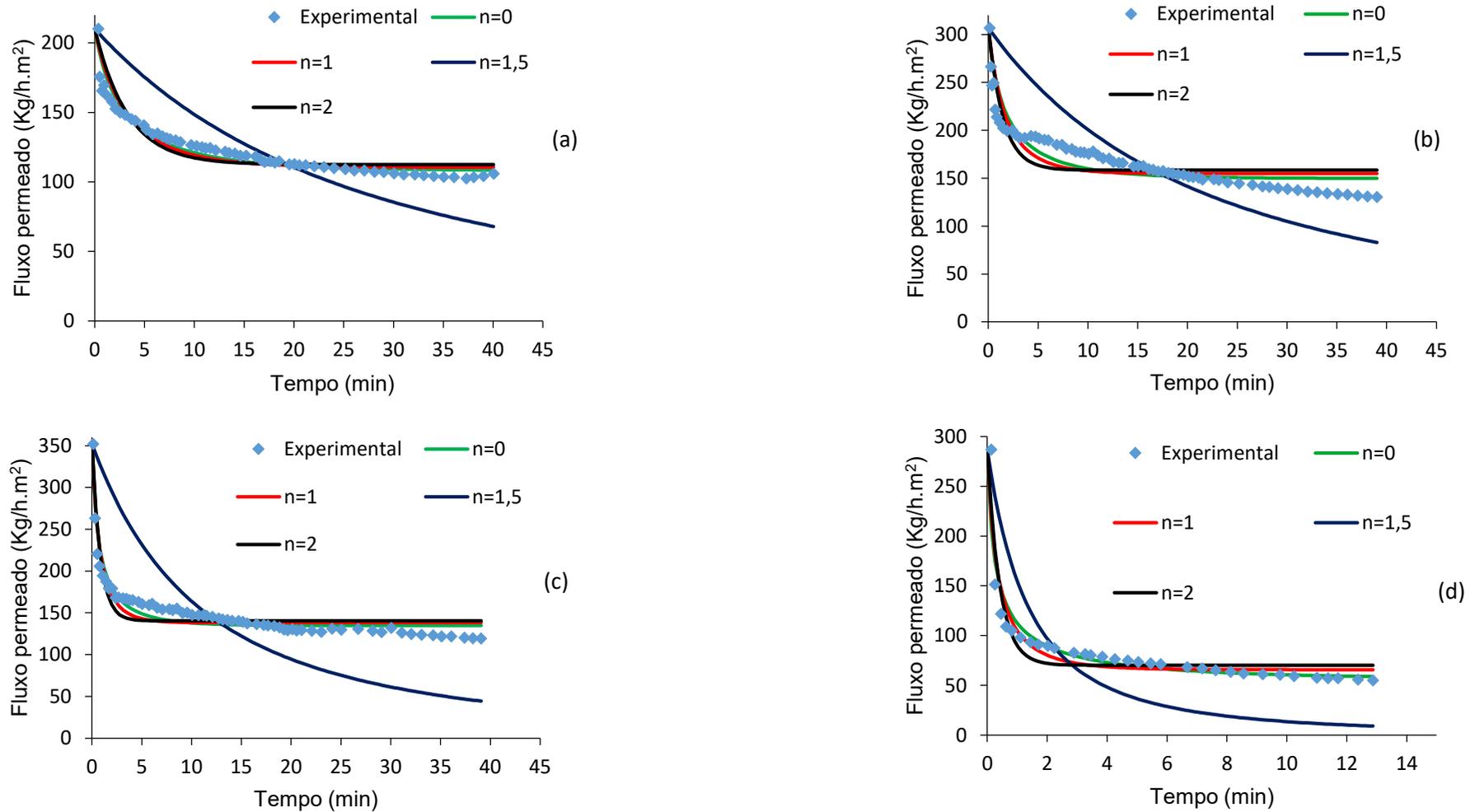
Tabela 4 - Parâmetros dos modelos de bloqueio de poro estimados pelo script desenvolvido no *software Octave* para a filtração do caldo de cana-de-açúcar usando diferentes membranas

Modelo	Parâmetros	Membrana A	Membrana B	Membrana C	Membrana D
		(0,01 μm)	(0,1 μm)	(0,3 μm)	(100KDA)
n = 2	K_a	0,30	0,67	1,21	2,38
	J^*	112,44	158,32	140,43	70,15
	SSE	4271,36	20974,20	14223,30	8876,76
	R^2	0,8444	0,7228	0,8294	0,8427
n = 1,5	K_b	0,001	0,001	0,002	0,021
	SSE	37639,40	108134,00	64013,00	67171,70
	R^2	*	*	*	*
n = 1	K_c	0,001	0,002	0,004	0,011
	J^*	110,53	154,71	138,10	65,68
	SSE	3031,66	17392,20	11170,60	8489,21
	R^2	0,8896	0,7702	0,8660	0,8496
n = 0	K_d	9,76E-06	7,33E-06	1,48E-05	5,39E-05
	J^*	108,16	149,80	134,67	56,31
	SSE	2034,58	13072,30	8253,91	9028,76
	R^2	0,9259	0,8272	0,9001	0,8400

* Não houve ajuste.

Fonte: Autor (2021)

Figura 6 - Fluxo permeado experimental e predito pelos modelos de bloqueio de poros em função do tempo de filtração do caldo de cana-de-açúcar usando diferentes membranas: a) membrana A (0,01 μm), b) membrana B (0,1 μm), c) membrana C (0,3 μm) e d) membrana D (100 KDa)



Fonte: Autor (2021)

De fato, observa-se na Figura 6 que o modelo $n=1,5$ (bloqueio interno de poro) foi o que mais se afastou dos dados experimentais, mostrando que esse mecanismo foi discreto, ou não ocorreu, em todas as membranas testadas.

Para os outros três modelos, as curvas de fluxos preditos se aproximaram mais dos dados experimentais, sendo o de $n=0$ para as membranas cerâmicas (A, B e C) e $n=1$ para a membrana de polissulfônica (D).

Segundo Li *et al.*, (2017), o mecanismo de *fouling* na filtração do caldo cana-de-açúcar por membranas pode ser relativamente complexo nos estágios iniciais envolvendo provavelmente os mecanismos de bloqueio parcial e bloqueio interno de poros. Além disso, o mecanismo de formação de torta também pode estar possivelmente envolvido até certo ponto. À medida que mais partículas se acumulavam na superfície da membrana, o mecanismo de formação de torta passou a predominar no processo de filtração.

A diferença no mecanismo de bloqueio de poro observado nas membranas testadas pode ser atribuída à diferença do material de que são feitas as membranas e também à diferença no tipo e na área do módulo da membrana. Com maior área de filtração, o ensaio de filtração usando a membranas de polissulfona ocorreu em menor tempo que o das membranas cerâmicas, o que sugere que a formação de torta ainda não estava totalmente estabelecida, sendo predominante o mecanismo de bloqueio parcial de poros.

Assim, verifica-se que o *script* desenvolvido a partir do *software Octave* se apresentou adequado para auxiliar na determinação do mecanismo de bloqueio de poro a partir dos dados experimentais de fluxo permeado em função do tempo no processo de filtração por membrana.

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho o *software Octave* foi utilizado para o estudo do mecanismo de bloqueio de poros no processo de filtração por membrana.

Um *script* foi desenvolvido para realizar a regressão não-linear a partir de dados experimentais de fluxo de permeado em função do tempo usando quatro modelos fenomenológicos de bloqueio de poros: bloqueio completo dos poros, bloqueio parcial dos poros, bloqueio interno dos poros e formação de torta. As equações dos modelos foram reescritas na forma de $J=f(t)$.

O teste do *script* com dados experimentais de filtração de caldo de cana-de-açúcar mostrou-se adequado à obtenção dos parâmetros dos modelos e indicou que o modelo de formação de torta ($n= 0$) foi o que melhor se ajustou para as membranas cerâmicas e o modelo de bloqueio parcial de poros ($n= 1$) para a membrana de polissulfona.

Assim, a utilização do *software* livre, de código aberto, *Octave* se apresentou adequado para auxiliar no estudo do mecanismo de bloqueio de poro a partir dos dados experimentais de filtração por membrana, podendo ser utilizado como alternativa aos programas pagos voltados para o cálculo numérico.

REFERÊNCIAS

- ARMOA, M.H.; JAFELICCI JR., M. Princípios e aplicações de processos de separação por membranas inorgânicas. **Ciência e Tecnologia: Fatec-Jaboticabal**, v. 2, n. 1, p. 80-97, 2011.
- ALEXANDRESCU, D. T. Melanoma costs: a dynamic model comparing estimated overall costs of various clinical stages. **Dermatology Online Journal**, v. 15, n. 11, p. 1, 2009.
- BHAVE, I.; RAMESH, R. **Inorganic membranes:synthesis, characteristics and applications**. New York: Chapman & Hall, 129, p. 83-84, 1991.
- BRIÃO, V. B.; TAVARES, C. R. G. Pore blocking mechanism for the recovery of milk solids from dairy wastewater by ultrafiltration. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**. v. 29, n. 2, p. 393-407, 2012.
- CAMPOS, P. A.; et. al. Análise do fouling na ultrafiltração do suco de uva. **Revista Varia Scientia Agrárias**. v. 03, n. 02, p. 67-80, 2013.
- CORLESS, GONNET, HARE, JEFFREY, KNUTH. On the Lambert W Function. *Advances in Computation Mathematics*, v. 5, n. 4, p. 329-359, 1996.
- CRESCENTE-CAMPOS, F., SORES, P., TOMÉ, M., DIÉGUEZ-ARANDA, U. Modelling annual individual-tree growth and mortality of Scots pine with data obtained at irregular measurement intervals and containing missing observations. **Forest Ecology and Management**, v. 260, p. 1965-1974, 2010.
- DANTAS, J. A. *et al.* Regulação da auditoria em sistemas bancários: análise do cenário internacional e fatores determinantes. **Revista Contabilidade & Finanças**, São Paulo, v. 25, n. 64, p. 7-18, 2014.
- DOREA, R. D.; COSTA, J. N.; BATITA, J. M.; FERREIRA, M. M.; MENEZES, R. V.; SOUZA, T. S. Reticuloperitonite traumática associada à esplenite e hepatite em bovino: relato de caso. **Veterinária e Zootecnia**, São Paulo, v. 18, n. 4, p. 199-202, 2011. Supl. 3.
- FIELD, R. W., KOLTUNIEWICZ., ARNOT, T. C., Cross-flow and dead-end microfiltration of oil-water emulsion. Part I: Experimental study and analysis of flux decline. **Journal of Membrane Science**, v. 102, p. 193-207, 1995.
- GNU OCTAVE. History. Disponível em: <<https://www.gnu.org/software/octave/about>>. Acessado em: 8 ago. 2021.
- HABERT, A. C., BORGES, C. & NOBREGA, R. Processos de Separação com membranas. **E-pappers**, 2006, p. 19-21.
- HERMIA, J. Constant pressure blocking filtration laws-application to power-law non-newtonian fluids. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 60, p. 183 – 187, 1982.
- KIMURA, K., TANAKA, K., WATANABE, Y. Microfiltration of different surface waters with/without coagulation: Clear correlations between membrane fouling and hydrophilic biopolymers. **Water Research**, v. 49, p. 434–443, 2014.

KOSEOGLU-IMER, D. Y. The determination of performances of polysulfone (PS) ultrafiltration membranes fabricated at different evaporation temperatures for the pretreatment of textile wastewater. **Desalination**, v. 316, p. 110–119, 2013.

LI, W. & L., GUOQING & L., FUHOU & L., NING & P., WENBO & L., KAI & L., HAIQIN & H., FANGXUE & Z. (2017). Ceramic membrane fouling and cleaning during ultrafiltration of limed sugarcane juice. **Separation and Purification Technology**. 190. 10.1016/j.seppur.2017.08.046.

MARTINS, R. **A função W de Lambert**, 2018. Disponível em: <https://atitudereflexiva.wordpress.com/2018/08/07/a-funcao-w-de-lambert/>. Acessado em: 16 de nov. 2021.

MATTOS, T. DO B. **Modelos Não Lineares e suas Aplicações**. Monografia (Bacharel em Estatística) - Universidade Federal de Juiz de Fora – Juiz de Fora, 2013.

MULDER, M. **Basic Principles of Membrane Technology**. In: 2. ed. Dordrecht: PUBLISHERS, KLUWER ACADEMIC, 1996. p. 557.

PERTILE, C. **Avaliação de processos de separação por membranas como alternativas no tratamento de lixiviado de aterro sanitário**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - Processos de Separação por Membranas aplicados ao Tratamento de Lixiviado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

RAMOS, R. Quem é Octave? 3 mar. 2020. Disponível em: <<https://oestatistico.com.br/quem-e-octave/>>. Acessado em: 13 jul. 2021.

SANTOS, L. R. B. **Membranas para ultrafiltração a base de dióxido de estanho preparadas pelo processo sol-gel**. Tese (Doutorado em Química) - Instituto de Química, Universidade Estadual Paulista, Araraquara, 1999.

STROHER, A. P. **Aplicação dos processos de separação com membranas e adsorção em carvão ativado no tratamento de efluentes da indústria têxtil**. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.

VALLURI, S. R., JEFFREY, D. J., CORLESS, R. M. Some applications of the Lambert W function to physics. **Canadian Journal of Physics**, v. 78, p. 823-831, 2000.