

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE MATERIAIS

JONATHAN FELIPE GALDINO

**MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE PRESSÃO EM FLUIDOS DE
PERFURAÇÃO DURANTE KICK DE GÁS**

DISSERTAÇÃO

CURITIBA

2016

JONATHAN FELIPE GALDINO

**MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE PRESSÃO EM FLUIDOS DE
PERFURAÇÃO DURANTE KICK DE GÁS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do título de “Mestre em Engenharia” – Área de Concentração: Engenharia Térmica.

Orientador: Prof. Dr. Admilson T. Franco

Coorientador: Prof. Cezar O. R. Negrão, PhD.

CURITIBA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

G149m
2016 Galdino, Jonathan Felipe
Modelagem de propagação de pressão em fluidos de perfuração durante kick de gás / Jonathan Felipe Galdino.-- 2016.
154 f. : il. ; 30 cm.

Disponível também via World Wide Web.

Texto em português, com resumo em inglês.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Curitiba, 2016.

Bibliografia: f. 145-150.

1. Poços de petróleo - Perfuração. 2. Lamas de Perfuração. 3. Plataformas de perfuração. 4. Engenharia Mecânica - Dissertações. I. Franco, Admilson Teixeira, orient. II. Negrão, Cesar Otaviano Ribeiro, co-orient.. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais. III. Título.

CDD: Ed. 22 – 620.1

TERMO DE APROVAÇÃO

JONATHAN FELIPE GALDINO

MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE PRESSÃO EM FLUIDOS DE PERFURAÇÃO DURANTE KICK DE GÁS

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de mestre em engenharia, área de concentração em Engenharia Térmica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

Prof. Paulo César Borges, Dr.
Coordenador do Programa

Banca Examinadora

Prof. Admilson T. Franco, Dr.
UTFPR

Prof. Paulo R. Ribeiro, PhD.
UNICAMP

Prof. Moisés A. M. Neto, Dr.
UTFPR

Prof. Eduardo M. Germer, Dr.
UTFPR

Curitiba, 05 de dezembro de 2016

Aos meus pais, Sérgio e Luciana, que me ensinaram valores indispensáveis, como honestidade e responsabilidade, e que com empenho e dedicação todos os nossos sonhos podem se tornar realidade.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me dado força nos momentos mais difíceis.

Ao meu pai Sérgio, que me ensinou a ter um forte compromisso com os estudos e sempre buscou que eu desse o meu melhor e que sempre batalhou para a minha formação.

À minha mãe Luciana, que sempre foi um exemplo de dedicação e esforço, nunca deixando faltar amor, compreensão, atenção e carinho.

À minha irmã Jenifer, pela paciência e amizade em todos os momentos, inclusive nos mais difíceis.

Ao Engenheiro e colega de laboratório Gabriel, pela orientação e paciência durante a realização deste trabalho.

Aos meus orientadores, Admilson e Negrão pelos ensinamentos, pela oportunidade, pela dedicação e disposição.

Aos amigos, pelos momentos de alegria e descontração e pela forte amizade construída.

Ao meu amigo Henrique, que esteve junto comigo nesta jornada.

Aos amigos e colegas do laboratório, pelo apoio e companheirismo.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná e seus professores que sempre buscaram a excelência no ensino.

Ao CERNN, pela confiança e oportunidade de fazer parte desta equipe de pesquisa.

À PETROBRAS pelo incentivo à pesquisa e ao apoio financeiro.

“O dado mais importante que separa o ser humano de todos os seus irmãos e primos na escala filogenética é o conhecimento. Só o conhecimento liberta o homem. Só através do conhecimento o homem é livre. E, em sendo livre, ele pode aspirar uma condição melhor de vida para ele e a todos os seus semelhantes. Eu só consigo entender uma sociedade na qual o conhecimento seja a razão de ser precípua que o governo dá para a formação do cidadão. O homem tem que saber, conhecer. Em conhecendo, ele é livre.”

Enéas Ferreira Carneiro

GALDINO, Jonathan Felipe. Modelagem da Propagação de Pressão em Fluidos de Perfuração Durante Kick de Gás. 2016. 154f. Dissertação - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

RESUMO

No processo de perfuração de poços de petróleo e gás o controle da pressão é uma importante tarefa. Se a pressão no interior do poço estiver abaixo da pressão de poros, um influxo da formação pode ocorrer, fenômeno denominado de *kick*. Se o influxo não for controlado pode ocorrer um fluxo descontrolado da formação para a superfície (*blowout*). As pressões de fechamento são utilizadas para calcular a pressão do reservatório, entretanto, o caráter viscoplástico do fluido de perfuração atenua as pressões medidas. No presente trabalho, é apresentada uma modelagem matemática e numérica para prever a propagação de pressão ao longo do poço durante um influxo de gás (*kick*). Considerou-se a compressibilidade e o comportamento viscoplástico do fluido de perfuração, modelando-o como Plástico de Bingham. O escoamento é considerado unidimensional, laminar, transiente, isotérmico e homogêneo. A solubilidade do gás no fluido de perfuração é desconsiderada e o gás é modelado como um gás real. O fluxo da formação para o interior do poço é tratado através da lei de Darcy. Os balanços de massa e de quantidade de movimento para a mistura formam um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas, tendo como incógnitas a pressão e a velocidade, as quais são resolvidas pelo método das características. Consideram-se dois casos de estudo: o *kick* dinâmico e o *kick* estático. A obtenção dos campos de velocidade e pressão ao longo do poço é realizada através de um programa computacional desenvolvido em linguagem FORTRAN. Posteriormente, aferiu-se os resultados obtidos pelo modelo desenvolvido comparando-os com solução analítica e dados experimentais. Os resultados apresentam que quanto maior a tensão limite de escoamento, menor é a transmissão de pressão e que se a pressão do reservatório não for grande o suficiente, não há ganho de volume de fluido nos tanques de lama.

Palavras-chave: Propagação/transmissão de pressão, Kick, Fluido de Perfuração, Plástico de Bingham, Compressibilidade.

GALDINO, Jonathan Felipe. Modeling of Pressure Propagation in Drilling Fluids During Kick of Gas. 2016. 154f. Dissertação - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

ABSTRACT

In the process of drilling oil and gas wells the pressure control is an important task. If the pressure inside the well is smaller than the formation pressure, an influx of the formation may occur, phenomenon denominated as kick. If the influx is not controlled there may be an uncontrolled flux from the formation to the surface (blowout). The closing pressures are used to calculate the formation pressure, however, the viscoplastic character of the drilling fluid reduces the pressures measured on the surface. This current work presents a mathematical and numerical modeling to predict the pressure propagation along the well during a gas influx (kick). The compressibility and the viscoplastic behavior of the drilling fluid were considered, modeling it as a Bingham Plastic. The flow is considered as one-dimensional, laminar, transient, isothermal and homogeneous. The solubility of the gas in the drilling fluid is disregarded and the gas is modeled as a real gas. The flux of the formation into the wellbore is treated by Darcy's law. The balance equations of mass and momentum for the mixture result in a system of hyperbolic partial differential equations, having as unknowns the pressure and the velocity, which are solved by the method of characteristics. Two study cases were considered: the dynamic kick and the static kick. The pressure and velocity fields along the well are obtained by a computer program developed in FORTRAN language. Afterwards, the results obtained from the model developed were assessed by comparing to analytic solution and experimental data. The results present that the bigger the yield stress is, the smaller is the pressure transmission and that if the formation pressure is not high enough, there is no pit-gain in the mud tanks.

Keywords: Propagation/Transmission of pressure, Kick, Drilling Fluid, Bingham Plastic, Compressibility.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	vi
RESUMO.....	viii
ABSTRACT	ix
SUMÁRIO	x
LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xvi
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xvii
LISTA DE SÍMBOLOS	xviii
1 INTRODUÇÃO.....	20
1.1 Contexto	20
1.2 Descrição do Problema	23
1.3 Objetivos.....	26
1.3.1 Objetivo Geral	26
1.3.2 Objetivos Específicos	26
1.4 Justificativa	27
1.5 Estrutura do Trabalho	28
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	29
2.1 Conceitos Fundamentais	29
2.1.1 Perfuração de Poços e Controle	29
2.1.2 Fluido Compressível.....	31
2.1.3 Fluidos Não Newtonianos.....	32
2.1.4 Transmissão de Pressão	35
2.1.5 Modelos de Escoamento Bifásico Ascendente	36
2.2 Estudos Anteriores.....	38
2.2.1 Influxo da Formação e Controle de Kick.....	38
2.3 Síntese do Capítulo.....	45
3 MODELAGEM MATEMÁTICA	46
3.1 Geometria do Problema	46
3.2 Equações Governantes.....	47
3.2.1 Equação do Balanço da Massa.....	47
3.2.2 Equação do Balanço da Quantidade de Movimento	49
3.2.3 Equação Constitutiva e Fator de Atrito.....	51
3.2.4 Equação de Estado para o Gás.....	53
3.2.5 Influxo Radial da Formação para o Poço.....	55
3.2.6 Migração da Bolha de Gás.....	57
3.2.7 Velocidade de Propagação da Onda de Pressão.....	59
3.3 Condições Iniciais e de Contorno	64
3.3.1 Kick Estático.....	64
3.3.2 Kick Dinâmico.....	65
3.4 Síntese do Capítulo	66
4 DISCRETIZAÇÃO E SOLUÇÃO NUMÉRICA	67
4.1 Metodologia de Solução Através do Método das Características	67
4.1.1 Kick Estático e Região sem Gás	71
4.1.2 Kick Dinâmico e Região com Gás.....	75
4.2 Procedimento de Cálculo	81

4.3	Verificação do Modelo	85
4.3.1	Análise do Critério de Convergência – Condutância	85
4.3.2	Análise do Critério de Convergência – Velocidade de Propagação da Onda	89
4.3.3	Análise de Sensibilidade de Malha	91
4.3.4	Comparação com a Solução Analítica	93
4.3.5	Comparação com Dados Experimentais	95
4.4	Síntese do Capítulo	97
5	RESULTADOS	98
5.1	Kick Estático.....	99
5.1.1	Estudo Paramétrico	103
5.2	Kick Dinâmico.....	111
5.2.1	Estudo Paramétrico	117
5.3	Consolidação dos Resultados.....	140
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	141
6.1	Conclusões.....	141
6.2	Sugestões	143
	REFERÊNCIAS	144
	ANEXO A- SOLUÇÃO ANALÍTICA	150

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Evolução do consumo mundial de petróleo. (FONTE: www.indexmundi.com/energy.aspx)	20
Figura 1.2 – Recordes de profundidade na exploração de poços marítimos. (FONTE: PETROBRAS, 2016)	21
Figura 1.3 – Blowout no campo de Macondo em 2010. (FONTE: www.resilience.org)	22
Figura 1.4 – Janela operacional de pressão demonstrativa da pressão de poro e de fratura em função da profundidade de lâmina d'água. (FONTE: autoria própria)	23
Figura 1.5 – Representação de um influxo da formação durante a perfuração.	24
Figura 2.1 – Esquemático do poço referente a sistemas de controle e segurança. (FONTE: SANTOS, 2006)	30
Figura 2.2 – Tensão de cisalhamento em função taxa de deformação para diferentes comportamentos da viscosidade de fluido. (Adaptado de: TANNER, 2002)	34
Figura 2.3 – Efeito da tensão limite de escoamento na transmissão de pressão ao longo de um tubo após alcançar o regime permanente.	36
Figura 2.4 – Representação esquemática dos padrões de escoamento bifásico ascendente em anulares concêntricos e excêntricos. (FONTE: Kelessidis e Dukler, 1989)	37
Figura 3.1 – a) Geometria adotada e representação de um kick de gás. b) Seção transversal da coluna e do espaço anular.	46
Figura 3.2 – Representação esquemática do influxo radial do reservatório para o interior do poço. (Adaptado de: DIPIPO, 2007)	55
Figura 3.3 – Volume de controle adotado para o balanço de massa no fundo do poço.	58
Figura 3.4 – Variação da velocidade de propagação da pressão em função da fração de vazio para três diferentes pressões.	63
Figura 4.1 – Malha uniforme do Método das Características.	70
Figura 4.2 – Malha para o Método das Características para velocidade de propagação da onda de pressão variável.	78
Figura 4.3 – Malha adotada para computar o avanço temporal e espacial de gás ao longo do poço.	80
Figura 4.4 – Fluxograma do procedimento de cálculo do modelo numérico.	84
Figura 4.5 – Evolução temporal da pressão ao longo do espaço anular. Comparação entre malhas com diferentes números de células e números de iterações.	86
Figura 4.6 – a) Efeito temporal do número de iterações no resíduo máximo e b) no somatório dos resíduos para uma malha com 100 células.	87
Figura 4.7 – a) Efeito do número de iterações com uma malha com 100 células no resíduo e no somatório dos resíduos em $t = 60$ s e b) no tempo computacional necessário para a simulação.	88
Figura 4.8 – Efeito temporal do número de iterações no instante de tempo $t = 60$ s com uma malha com 100 células a) no campo de pressão e b) no campo de velocidade.	89
Figura 4.9 – Efeito temporal do número de iterações para o cálculo da pressão com uma malha com 100 células a) no resíduo máximo e b) no somatório dos resíduos.	90
Figura 4.10 – Efeito do número de iterações para o cálculo da pressão com uma malha de 100 células no instante de tempo $t = 60$ s a) no campo de velocidade e b) no campo de pressão.	90

Figura 4.11 – Efeito do número de células na variação da pressão a) na superfície do espaço anular, $z^* = 1$ e b) no fundo do espaço anular, $z^* = 0$.	91
Figura 4.12 – Efeito do número de células na evolução temporal da velocidade no fundo do espaço anular, $z^* = 0$.	92
Figura 4.13 – Efeito do número de células no tempo computacional.	92
Figura 4.14 – Comparação entre a solução numérica (método das características) e a solução analítica na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,5$.	94
Figura 4.15 – Esquemático do experimento. (Adaptado de: CHAUDHRY <i>et al.</i> , 1990)	96
Figura 4.16 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos na evolução temporal da pressão após o fechamento da válvula a uma distância da entrada da tubulação de a) 8,0 m (no primeiro transdutor) e b) 21,1 m (no segundo transdutor).	97
Figura 5.1 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço, na superfície da coluna de perfuração e na superfície do espaço anular.	100
Figura 5.2 – Razão entre a pressão ao longo do poço de perfuração e a pressão do reservatório em $t = 2000$ s.	101
Figura 5.3 – Evolução temporal da vazão mássica de gás e da massa de gás presente no interior do poço.	102
Figura 5.4 – Comparação entre o volume de gás e o volume ganho na superfície ao longo do tempo.	103
Figura 5.5 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes valores de pressões do reservatório.	104
Figura 5.6 – Campo de pressão ao longo do espaço anular para diferentes pressões do reservatório em $t = 2000$ s.	105
Figura 5.7 – Evolução temporal para diferentes pressões do reservatório a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço.	106
Figura 5.8 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes tensões limite de escoamento.	107
Figura 5.9 – Evolução temporal da pressão para diferentes tensões limite de escoamento a) na superfície da coluna e b) na superfície do espaço anular.	108
Figura 5.10 – Campo de pressão ao longo do poço de perfuração para diferentes tensões limite de escoamento em $t = 2000$ s.	108
Figura 5.11 – Evolução temporal para diferentes tensões limite de escoamento a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço.	109
Figura 5.12 – Evolução temporal para diferentes tensões limite de escoamento a) do volume ganho na superfície e b) do volume de gás no interior do poço.	110
Figura 5.13 – Rampa linear de decaimento da vazão na superfície da coluna após a detecção do influxo de gás.	112
Figura 5.14 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço e nas superfícies da coluna do espaço anular.	113
Figura 5.15 – Campo de pressão ao longo da coluna e do espaço anular em $t = 2000$ s.	114
Figura 5.16 – Velocidade de propagação da onda de pressão da mistura e fração de vazio ao longo do espaço anular em $t = 2000$ s.	115
Figura 5.17 – Evolução temporal da vazão massa de gás, do volume de gás no interior do espaço anular e do volume ganho na superfície.	116

Figura 5.18 – Evolução temporal da massa de gás no espaço anular e na altura atingida pelo gás.	116
Figura 5.19 – Evolução temporal da pressão para diferentes tensões limite de escoamento a) na superfície da coluna e b) na superfície do espaço anular.	118
Figura 5.20 – Campo de pressão ao longo do poço para diferentes tensões limite de escoamento em $t = 2000$ s.	118
Figura 5.21 – Evolução temporal para diferentes tensões limite de escoamento a) de volume ganho na superfície e b) de volume de gás no interior do poço.	119
Figura 5.22 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes pressões do reservatório.	120
Figura 5.23 – Evolução temporal da pressão para diferentes pressões do reservatório a) na superfície da coluna e b) na superfície do espaço anular.	121
Figura 5.24 – Campo de pressão ao longo do poço para diferentes pressões do reservatório em $t = 2000$ s.	121
Figura 5.25 – Evolução temporal para diferentes pressões do reservatório a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás no interior do poço.	122
Figura 5.26 – Evolução temporal para diferentes pressões do reservatório a) do volume ganho de fluido na superfície e b) do volume de gás no interior do poço.	123
Figura 5.27 – a) fração de vazio ao longo do espaço anular e b) velocidade de propagação da onda de pressão na mistura ao longo do espaço anular em $t = 2000$ s.	124
Figura 5.28 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes permeabilidades do reservatório.	125
Figura 5.29 – Evolução temporal da pressão para diferentes permeabilidades do reservatório a) na superfície da coluna de perfuração e b) na superfície do espaço anular.	126
Figura 5.30 – Evolução temporal para diferentes permeabilidades do reservatório a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço.	127
Figura 5.31 – Evolução temporal para diferentes permeabilidades do reservatório a) do volume ganho na superfície e b) do volume de gás no interior do poço.	127
Figura 5.32 – a) fração de vazio ao longo do espaço anular e b) velocidade de propagação da onda de pressão da mistura ao longo do espaço anular em $t = 7000$ s.	128
Figura 5.33 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes vazões de bombeio.	129
Figura 5.34 – Evolução temporal da pressão para diferentes vazões de bombeio a) na superfície da coluna de perfuração e b) na superfície do espaço anular.	130
Figura 5.35 – Evolução temporal para diferentes vazões de bombeio a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço.	130
Figura 5.36 – a) fração de vazio ao longo do espaço anular e b) velocidade de propagação da onda de pressão ao longo do espaço anular em $t = 3000$ s.	131
Figura 5.37 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para fluidos de perfuração com diferentes velocidades de propagação da onda de pressão.	132
Figura 5.38 – Evolução temporal da pressão para diferentes velocidades de propagação da onda de pressão a) na superfície da coluna de perfuração e b) na superfície do espaço anular.	133

- Figura 5.39 – Evolução temporal para diferentes velocidades de propagação da onda de pressão da a) vazão mássica de gás e b) massa de gás presente no interior do poço. 134
- Figura 5.40 – a) fração de vazio ao longo do espaço anular em $t = 2000$ s e b) razão entre a velocidade do som na mistura e a velocidade do som no líquido em $t = 2000$ s. 135
- Figura 5.41 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes volumes ganho na superfície para a detecção do influxo. 136
- Figura 5.42 – Evolução temporal da pressão para diferentes ganhos de volume na superfície para a detecção do influxo a) na superfície da coluna e b) na superfície do espaço anular. 136
- Figura 5.43 – Campo de pressão ao longo do poço de perfuração em $t = 3000$ s para os diferentes ganhos de volume na superfície para a detecção do influxo. 137
- Figura 5.44 – Evolução temporal para diferentes ganhos de volume na superfície para a detecção do influxo a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço. 138
- Figura 5.45 – Evolução temporal para diferentes ganhos de volume na superfície para a detecção do influxo a) do volume ganho na superfície e b) do volume de gás presente no interior do poço. 139
- Figura 5.46 – Para diferentes volumes ganho na superfície para a detecção do influxo em $t = 3000$ s a) fração de vazio e b) velocidade de propagação da onda de pressão na mistura ao longo do espaço anular. 140

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Características dos principais modelos estudados.	44
Tabela 3.1 – Condições iniciais e de contorno adotadas para o kick estático.	65
Tabela 3.2 – Condições iniciais e de contorno adotadas para o kick dinâmico.	66
Tabela 4.1 – Principais equações do modelo numérico.	83
Tabela 4.2 – Parâmetros utilizados na verificação do modelo proposto.	94
Tabela 5.1 – Parâmetros utilizados nas simulações.	98

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FORTRAN	Linguagem de Programação
BOP	<i>Blowout Preventer</i>
SIDPP	<i>Shut In Drill Pipe Pressure</i>
SICP	<i>Shut In Casing Pressure</i>
PETROBRAS	Petróleo Brasileiro S.A.
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
CERNN	Centro de Pesquisa em Reologia e Fluidos Não Newtonianos

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Romanos:

A	Área da seção transversal da tubulação	$[m^2]$
B_T	Número de Bingham total	$[-]$
$Bi_{z,t}$	Número de Bingham local	$[-]$
C_r	Constante do reservatório	$[m^4 s kg^{-1}]$
C^+, C^-	Linhas características	$[-]$
c	Velocidade de propagação da onda de pressão	$[m s^{-1}]$
D	Diâmetro da tubulação	$[m]$
D_h	Diâmetro hidráulico da tubulação	$[m]$
f	Fator de atrito de Fanning	$[-]$
F^+, F^-	Coeficientes das linhas de compatibilidade	$[-]$
g_z	Aceleração da gravidade	$[m s^{-2}]$
h	Altura	$[m]$
K	Módulo de elasticidade volumétrica	$[Pa]$
k_r	Permeabilidade absoluta	$[m^2]$
k_p	Índice de consistência	$[Pa s]$
L	Comprimento da tubulação	$[m]$
m	Massa por unidade de volume	$[kg m^{-3}]$
m_g	Massa de gás	$[kg]$
N	Número total de células	$[-]$
n	Contador de processo iterativo	$[-]$
P	Pressão	$[Pa]$
Q	Vazão volumétrica de fluido	$[m^3 s^{-1}]$
q_g	Vazão volumétrica de gás	$[m^3 s^{-1}]$
R	Constante universal dos gases	$[J kg^{-1} K^{-1}]$
r	Direção radial	$[m]$
$Re_{z,t}$	Número de Reynolds local	$[-]$
Res	Resíduo de processo iterativo	$[-]$

T	Temperatura	$[K]$
t	Tempo	$[s]$
V	Velocidade média do escoamento	$[m s^{-1}]$
Y	Coefficiente do fator de compressibilidade	$[-]$
Z	Fator de compressibilidade	$[-]$
z	Direção axial	$[m]$

Símbolos Gregos:

α	Fração de vazio	$[-]$
β	Compressibilidade do fluido	$[Pa^{-1}]$
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento	$[s^{-1}]$
ΔP	Diferença de pressão	$[Pa]$
Δt	Intervalo de tempo	$[s]$
Δz	Comprimento de cada célula	$[m]$
δ	Grau de interpolação	$[-]$
ε	Espaçamento da tubulação	$[-]$
ϕ	Variável generalizada	$[-]$
θ	Direção angular	$[rad]$
μ	Viscosidade dinâmica	$[Pa s]$
\forall	Volume	$[m^3]$
ν	Volume específico	$[kg^{-1} m^3]$
ρ	Massa específica	$[kg m^{-3}]$
τ	Tensão de cisalhamento	$[Pa]$
τ_0	Tensão limite de escoamento	$[Pa]$
χ	Multiplicador do método das características	$[-]$
ψ	Condutância do fluido	$[-]$
ζ	Fator de forma da geometria	$[-]$

Subscritos:

<i>l</i>	Referente à primeira posição na malha
<i>a</i>	Referente ao espaço anular
<i>atm</i>	Referente à condição atmosférica
<i>C</i>	Referente à posição média entre $i-1$ e $i+1$
<i>c</i>	Referente à coluna de perfuração
<i>cr</i>	Referentes às propriedades críticas
<i>e</i>	Referente à parede externa do espaço anular
<i>i</i>	Referente à parede interna do espaço anular
<i>i</i>	Referente à posição no poço
<i>in</i>	Referente à entrada da coluna
<i>f</i>	Referente ao fundo do poço
<i>fa</i>	Referente ao fundo do espaço anular
<i>g</i>	Referente ao gás
<i>hid</i>	Referente à hidrostática
<i>l</i>	Referente ao líquido ou fluido de perfuração
<i>lim</i>	Referente ao valor limite da propriedade
<i>m</i>	Referente à mistura
<i>max</i>	Relativo ao valor máximo da propriedade
<i>min</i>	Relativo ao valor mínimo da propriedade
<i>R</i>	Referente a uma posição intermediária entre $i-1$ e i
<i>r</i>	Referente ao reservatório
<i>red</i>	Referente às propriedades reduzidas
<i>rz</i>	Referente ao plano rz
<i>S</i>	Referente a uma posição intermediária entre i e $i+1$
<i>T</i>	Referente ao domínio total

Sobrescritos:

*	Propriedade adimensional
+	Referente à linha de compatibilidade C^+
-	Referente à linha de compatibilidade C^-

- $-^+$ Referente a propriedade média na linha de compatibilidade C^-
- $-^-$ Referente a propriedade média na linha de compatibilidade C^-
- n Referente ao instante de tempo

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto

Com o desenvolvimento contínuo da sociedade e do processo de industrialização, o consumo de derivados de petróleo aumenta a cada ano. A evolução ao longo dos anos do consumo de petróleo no mundo é apresentada na Figura 1.1. Devido ao aumento no consumo e por não se tratar de uma fonte de energia renovável, as reservas petrolíferas com profundidade relativamente baixa vêm se esgotando. Em 1960, a exploração estava limitada a pouco mais de 45 metros de lâmina d'água. Hoje, profundidades acima de 400 metros são consideradas águas profundas e acima de 1000 metros são consideradas ultraprofundas (LIMOEIRO, 2011).

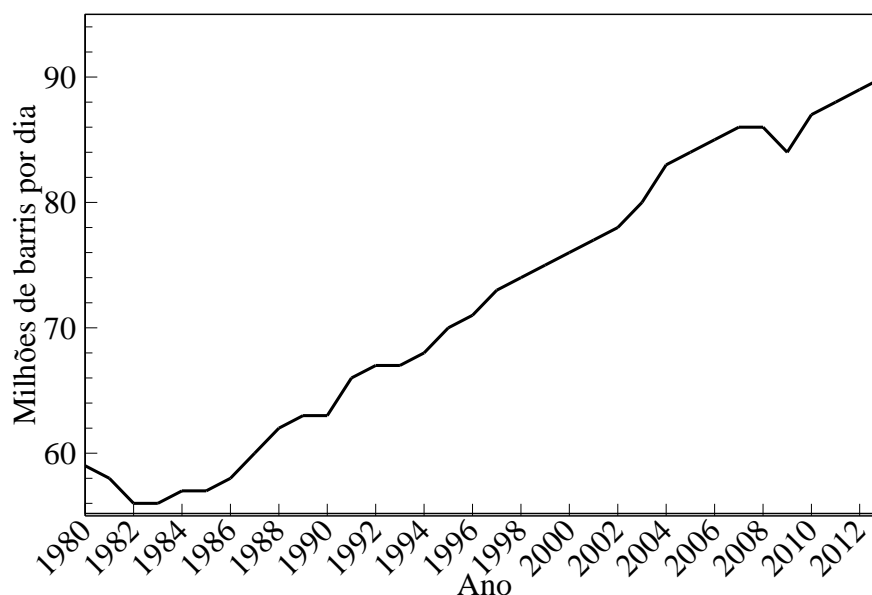


Figura 1.1 – Evolução do consumo mundial de petróleo. (FONTE: www.indexmundi.com/energy.aspx)

A perfuração em águas profundas é uma realidade no cenário atual. O Brasil é um dos líderes nesta área, pois a maioria de sua produção encontra-se em grandes profundidades. As atividades em águas profundas foram estimuladas pela descoberta do campo de Albacora, em 1984, onde a lâmina d'água varia de 293 a 1900 metros. No ano de 1996, foi descoberto o campo gigante de Roncador, no qual a lâmina d'água chega a 1900 metros (NUNES, 2002).

Com a recente descoberta da camada do pré-sal, estima-se que, em 2018, cerca de 52% do total da produção de óleo brasileira será oriunda do pré-sal. Atualmente, são produzidos 400

mil barris por dia somente nas bacias de Santos e de Campos, no pré-sal. O recorde diário brasileiro no pré-sal, atingido no dia 11 de abril de 2015, é de 800 mil barris. No entanto, é necessário o desenvolvimento de novas tecnologias e equipamentos para a operação com eficiência em águas tão profundas. A Figura 1.2 mostra a evolução dos recordes de profundidade de poços no Brasil ao longo dos anos. Atualmente, o recorde de profundidade é cerca de 7000 metros (PETROBRAS, 2016).

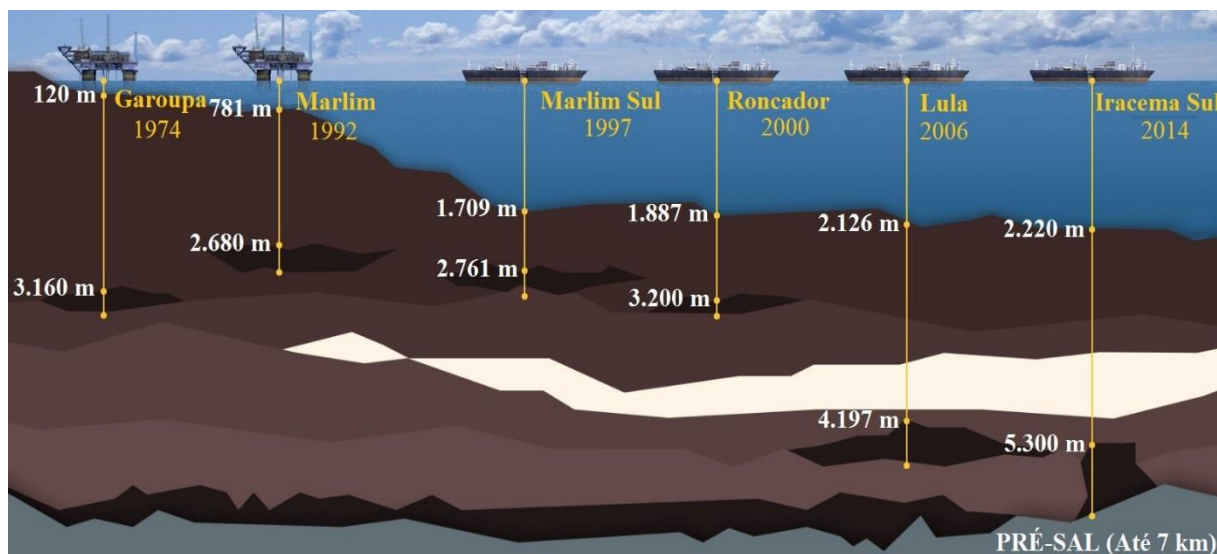


Figura 1.2 – Recordes de profundidade na exploração de poços marítimos. (FONTE: PETROBRAS, 2016)

Há um esforço das empresas petrolíferas em reduzir o tempo necessário para a perfuração, pois em poços *offshore* (em alto mar) o custo do aluguel da sonda representa cerca de 70% do custo total do poço. De modo geral, o tempo previsto para a perfuração é menor que o tempo realizado, devido as diversas variáveis que podem causar um desperdício de tempo, tais como: falha de pessoas e equipamentos, condições de mar desfavoráveis, perdas de circulação e o controle de *kicks* (JÚNIOR, 2008).

Uma importante tarefa no processo de perfuração é o controle da pressão no interior do poço. A pressão no interior do poço deve ser maior que a pressão do reservatório. Caso a pressão exercida pelo fluido de perfuração seja insuficiente, pode ocorrer um influxo do fluido da formação (água, óleo ou gás) para o poço. Este fenômeno é denominado de *kick*. O influxo de gás é o mais perigoso e o mais difícil de ser controlado. (AVELAR, 2008).

Lage (1990) apresentou em seu trabalho um estudo estatístico realizado pela *Energy Resources Conservation Board*, instituição de regulamentação de recursos energéticos do Canadá. O estudo mostrou que quanto maior a profundidade do poço de perfuração, maior a frequência de ocorrência de influxo, ocorrendo, em termos médios, um influxo para cada grupo de:

- 56 poços a uma profundidade inferior a 1000 metros;
- 43 poços a uma profundidade entre 1000 e 2000 metros;
- 20 poços a uma profundidade entre 2000 e 3000 metros;
- 9 poços com profundidade entre 3000 e 4000 metros;

Se o influxo da formação não for controlado rapidamente pode ocorrer um *blowout* (GALVES, 2013), que consiste em um fluxo descontrolado de fluido da formação para o interior do poço e do poço para a superfície ou para o fundo do mar, devido ao desbalanceamento entre a pressão do poço e a pressão da formação. Um *blowout* pode representar um grande prejuízo socioeconômico e ambiental. Diversos acidentes já ocorreram na indústria do petróleo. Um dos mais recentes e de maior repercussão foi o *blowout* de Macondo, no México, ilustrado na Figura 1.3. Ocorrido em abril de 2010, o acidente classificado com o pior vazamento de óleo do mar dos EUA, causou a morte de 11 pessoas e o vazamento de aproximadamente 5 milhões de barris, atingindo uma área de 180 mil km². Já o acidente no campo de Frade, no Brasil, ocorrido em novembro de 2011, resultou, segundo a Agência Nacional de Petróleo, em um vazamento de 3,7 milhões de barris de óleo, gerando uma multa de aproximadamente 50 milhões de reais para a empresa responsável (SANTOS, 2013).

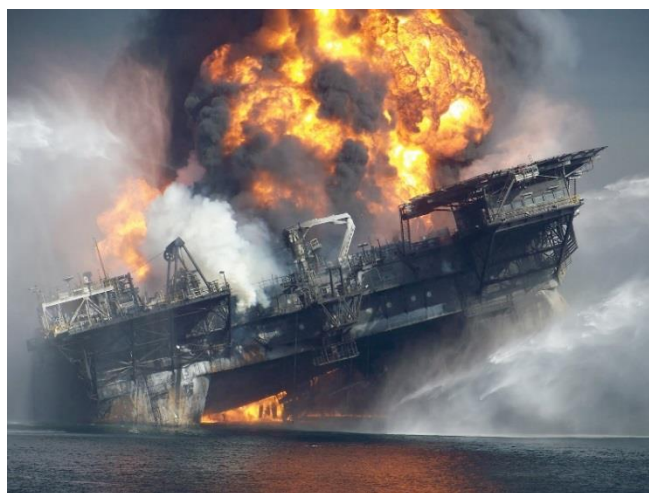


Figura 1.3 – Blowout no campo de Macondo em 2010. (FONTE: www.resilience.org)

1.2 Descrição do Problema

O aumento da profundidade na perfuração de poços implica em diversas dificuldades operacionais, como a alta perda de carga por fricção e a redução da janela operacional. Quanto maior é a profundidade de perfuração, menor é a faixa de valores de pressões na qual a pressão ao longo do poço pode estar, para que se realize a perfuração de forma adequada. A essa faixa dá-se o nome de janela operacional, ilustrada na Figura 1.4, que representa a diminuição da janela operacional com o aumento da profundidade.

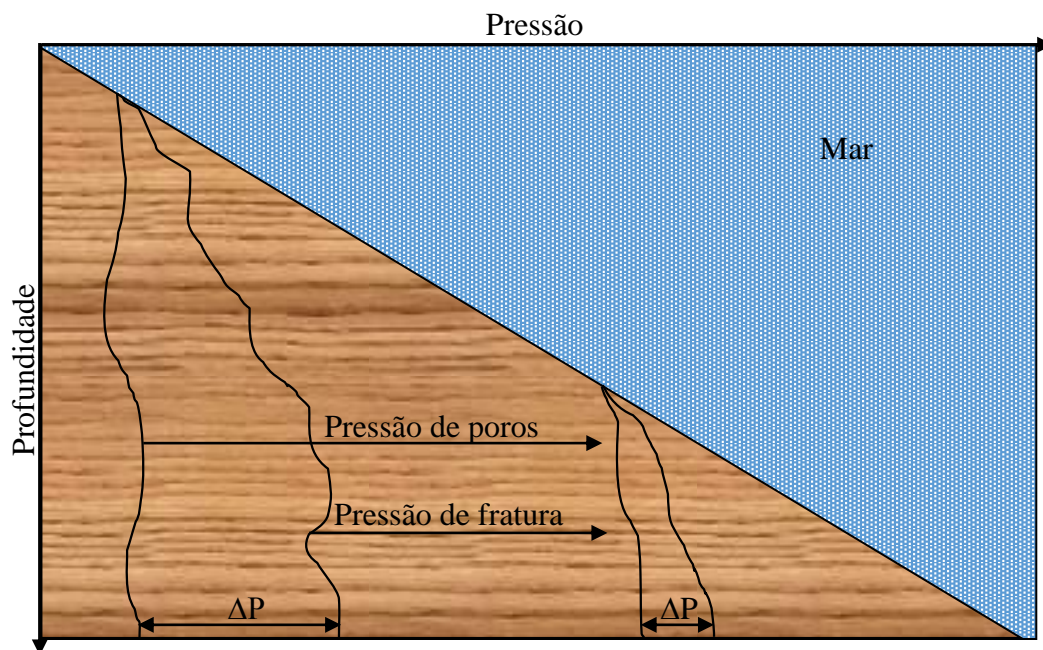


Figura 1.4 – Janela operacional de pressão demonstrativa da pressão de poro e de fratura em função da profundidade de lâmina d'água. (FONTE: autoria própria)

A janela operacional é definida através dos valores máximo e mínimo admissíveis de pressão no interior do poço. A pressão de fratura, definida como a pressão que produz a falha mecânica de uma formação com resultante perda de fluido, é o valor da pressão que não deve ser excedido no interior do poço. A pressão de poros, pressão de uma formação permeável, é o valor mínimo permissível de pressão no interior do poço. Se a pressão estiver abaixo desse valor, haverá o indesejável escoamento de fluidos da formação para o interior do poço. (SANTOS, 2006).

O fenômeno da invasão é ilustrado na Figura 1.5. Durante a perfuração, quando a broca atinge um reservatório com pressão maior que a pressão no fundo do poço, o fluido invasor adentra o poço e desloca o fluido de perfuração. Se o influxo for de gás, a pressão hidrostática ao longo do poço diminui devido à massa específica do gás ser menor que a do fluido de

perfuração. A diferença de pressão entre o fundo do poço e o reservatório aumenta ao longo do tempo devido à queda de pressão hidrostática, podendo ocorrer um *blowout* caso o *kick* não seja detectado e o poço fechado a tempo.

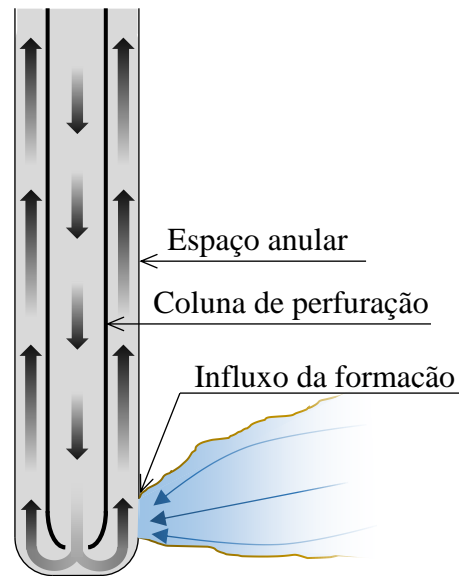


Figura 1.5 – Representação de um influxo da formação durante a perfuração.

Uma das formas de manter a pressão do poço dentro da janela operacional é realizando o controle da massa específica do fluido de perfuração. Se a pressão no poço é inferior à pressão de poros, injeta-se um fluido com maior massa específica, ou seja, mais denso. Segundo Avelar (2008), a pressão no interior do poço pode estar menor que a do reservatório por diversos motivos, os quais são:

- Massa específica do fluido de perfuração insuficiente: a pressão da formação é maior do que a pressão hidrostática exercida pelo fluido de perfuração. Ocorre normalmente ao se perfurar formações com pressões anormalmente altas;
- Falta de ataque ao poço durante as manobras: quando a broca necessita ser trocada, a coluna de perfuração precisa ser retirada do poço, causando uma redução no nível de fluido e conseqüente redução da pressão hidrostática;
- Pistoneio: quando a coluna de perfuração é retirada do poço, pressões negativas são induzidas, reduzindo a pressão frente às formações. A intensidade da redução está relacionada com a geometria do poço, com a velocidade da retirada da coluna e com as propriedades reológicas do fluido de perfuração;

- Corte do fluido de perfuração: uma redução na massa específica do fluido de perfuração ocorre quando o fluido é contaminado por gás;
- Perda de circulação: se a pressão hidrostática superar a pressão de fratura das formações expostas, ocorrerá a fratura e o fluido de perfuração será perdido para a formação, através dos caminhos gerados pela fratura. Conseqüentemente, o nível de fluido de perfuração no interior do poço irá diminuir, causando uma redução na pressão hidrostática.

Se o influxo da formação ocorre durante uma parada ou manobra, sem o bombeio do fluido de perfuração, ocorre um *kick* estático. Se o influxo ocorre durante o processo de perfuração, com o bombeio do fluido, ocorre então um *kick* dinâmico. Segundo Galves (2013), o influxo da formação deve ser detectado o mais rápido possível. Para isso, a equipe de controle e segurança de poço deve estar atenta aos vários indícios de que um *kick* está ocorrendo, sendo eles: o aumento do volume nos tanques de lama (*pit-gain*), o aumento na taxa de penetração, o aumento da velocidade da bomba e a ocorrência de escoamento com bombas desligadas. O indício mais confiável é o aumento do volume nos tanques de lama.

Quanto mais rápido for detectado o *kick*, provavelmente mais fácil será o controle. Isso minimiza o volume de gás dentro do poço, as pressões de fechamento da coluna e do revestimento e as perdas de tempo nas operações de controle. A demora na detecção de um *kick* pode resultar na transformação do *kick* em um *blowout*, na liberação de gases venenosos (sulfeto de hidrogênio) para a superfície, na poluição do meio ambiente e em possíveis incêndios e explosões (COSTA e LOPEZ, 2011).

Assim que um influxo é detectado pela equipe de perfuração, desligam-se as bombas e fecha-se o BOP (*Blowout Preventer*). Devido à entrada do fluido da formação e o fechamento do poço, há o crescimento das pressões no interior do poço gerado pela compressão do fluido e do gás. Conseqüentemente, ocorre o balanceamento entre a pressão no interior do poço e a pressão da formação. Quando as pressões se igualam, cessa-se o influxo da formação e deve-se iniciar a operação da retomada de controle do poço. (AVELAR, 2008).

Após o fechamento do poço deve-se circular o fluido invasor para fora do poço. O volume ganho nos tanques de lama, a pressão de fechamento na coluna (SIDPP) e a pressão de fechamento no espaço anular (SICP) são parâmetros utilizados para determinar o tipo de *kick*, o volume de gás no interior do poço, a pressão do reservatório e o melhor método a ser

empregado para a expulsão do fluido invasor. Os métodos de controle para a expulsão do fluido invasor comumente empregados são: o do sondador, o do engenheiro e o simultâneo. O método do sondador é composto por duas fases. Durante a primeira fase, o gás é removido pelo fluido de perfuração atual. Na segunda etapa de circulação, o fluido de perfuração é substituído por um fluido com maior massa específica. O método do engenheiro é composto por apenas uma etapa de circulação. Realiza-se a circulação do fluido invasor com um fluido de perfuração novo, mais pesado. O método simultâneo consiste em um aumento gradual da massa específica do fluido de perfuração, e em paralelo, a circulação do fluido invasor (COSTA e LOPEZ, 2011).

Segundo Santos (2013), as pressões de fechamento (SICP) e (SIDPP) são utilizadas para estimar a pressão do reservatório e a massa específica do fluido invasor. Entretanto, devido ao caráter viscoplástico do fluido de perfuração, pode ocorrer a não transmissão total ao longo do poço de perfuração, de modo que a pressão do reservatório seja subestimada. Portanto, o presente trabalho apresenta uma modelagem matemática e numérica para prever a propagação de pressão durante um influxo de gás.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Neste trabalho é desenvolvido um modelo matemático e numérico para simular o escoamento transiente e compressível característico da invasão de gás em poços de perfuração. O modelo contempla a coluna, o espaço anular, o acoplamento com o reservatório de gás e o caráter viscoplástico do fluido de perfuração. Com o modelo pretende-se prever o comportamento da propagação de pressão ao longo de poços de perfuração durante *kick* de gás.

1.3.2 Objetivos Específicos

Desenvolver um programa computacional que preveja a transmissão de pressão durante um *kick* de gás, podendo-se analisar de que forma a transmissão é influenciada por parâmetros inerentes ao processo de perfuração. Os resultados obtidos podem auxiliar em um

melhor entendimento do fenômeno físico e também aprimorar os cálculos da pressão do reservatório e da nova massa específica do fluido de perfuração para combater o *kick*.

1.4 Justificativa

As descobertas de campos de petróleo e gás cada vez mais profundos requerem o desenvolvimento de novas tecnologias devido às dificuldades operacionais para a perfuração e extração de hidrocarbonetos. Devido ao estreitamento da janela operacional com o aumento da profundidade, a probabilidade da ocorrência de um influxo nesses poços é maior que nos de menor profundidade.

A demora na detecção de um *kick* ou um erro durante o seu controle pode ocasionar um *blowout*, podendo acarretar na perda e no abandono do poço. Um *blowout* gera um grande prejuízo socioeconômico e ambiental, devido à perda do investimento realizado no poço e da futura produção, a poluição do meio ambiente com gases venenosos e vazamentos, além da degradação da imagem da empresa responsável pela operação perante a sociedade.

Assim, há a necessidade do estudo do influxo em um poço de perfuração para evitar tais prejuízos. A obtenção de dados experimentais pode requerer muito tempo e um grande investimento financeiro. Desta forma, a possibilidade de simular e estudar casos similares com a realidade operacional é de vital importância. A simulação numérica do problema é uma alternativa relativamente rápida e menos dispendiosa, quando comparada com outros métodos de solução.

Simuladores de *kicks* fornecem um embasamento técnico e teórico, auxiliando no entendimento e na interpretação das observações em campo. Ajudando, desta forma, no treinamento da equipe de engenheiros. Assim, no futuro, mesmo em campo, ao se defrontarem com situações semelhantes, a equipe de técnicos e engenheiros poderá tomar as decisões de uma forma mais rápida, segura e eficaz, evitando situações que possam resultar em grandes desastres.

1.5 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho é dividido em seis capítulos. O primeiro capítulo apresenta uma introdução do cenário de perfuração de poços de petróleo e gás, a definição de *kicks*, os objetivos e a justificativa do trabalho.

A revisão bibliográfica e a fundamentação teórica são apresentadas no segundo capítulo, trazendo os conceitos e definições que são utilizados neste trabalho e uma revisão abrangente de trabalhos já realizados referentes a *kicks* de gás.

Posteriormente, a modelagem matemática é apresentada no terceiro capítulo. As equações que constituem o modelo matemático são apresentadas e desenvolvidas, juntamente com as hipóteses adotadas e a geometria do problema.

No quarto capítulo apresentam-se a modelagem numérica, contendo o método adotado para a discretização das equações diferenciais, os testes de malha e de convergência e a verificação do modelo desenvolvido. É apresentado também a comparação entre resultados do modelo e de uma solução analítica para um fluido newtoniano. Também é feita a comparação entre resultados obtidos pelo modelo desenvolvido com dados experimentais.

No capítulo cinco são apresentados e discutidos diversos resultados obtidos com o modelo desenvolvido para o *kick* estático e dinâmico, realizando-se a análise dos efeitos de parâmetros do reservatório, do fluido de perfuração e de bombeio na detecção de *kick* e na transmissão da pressão.

As conclusões são apresentadas no último capítulo, bem com as sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais sobre o processo de perfuração, o fenômeno da invasão do fluido da formação para o interior do poço, os métodos de controle de *kicks* e diferentes modelos de fluidos. O objetivo é oferecer subsídio teórico para o correto entendimento do problema em estudo, além da revisão de artigos que contribuíram para a elaboração do presente trabalho.

2.1 Conceitos Fundamentais

2.1.1 Perfuração de Poços e Controle

O petróleo é encontrado na natureza em rochas porosas. Tais rochas são denominadas de reservatórios, os quais estão sob espessas camadas de rochas sedimentares e são drenados para a superfície através de poços que são perfurados com tal finalidade. O método de perfuração rotativa é o mais empregado pela indústria do petróleo (LAGE, 1990).

No processo de perfuração, o fluido de perfuração é injetado através da coluna de perfuração. O fluido retorna pelo espaço anular formado entre o poço e a coluna devido à passagem da broca. Este fluido possui diversas funções durante o processo de perfuração, as quais são: remover os cascalhos produzidos durante a perfuração, manter os cascalhos em suspensão durante paradas, equilibrar as pressões exercidas pela formação, selar as formações permeáveis, manter a estabilidade do poço, minimizar danos à formação e lubrificar e resfriar a broca (GALVES, 2013).

Os limites máximo e mínimo de pressão no interior do poço definem a janela operacional. Caso a pressão no interior do poço ultrapasse o limite máximo, a estrutura do poço pode fraturar. Se a pressão estiver abaixo da pressão de poros, pode ocorrer o influxo do fluido da formação para o interior do poço. Tal fenômeno denomina-se *kick*.

Assim que um *kick* é detectado, o poço é fechado e espera-se até a estabilização da pressão. O esquemático do poço de perfuração do ponto de vista de segurança e controle do poço é apresentado na Figura 2.1. As siglas SICP (*Shut In Casing Pressure*) e SIDPP (*Shut in*

Drill Pipe Pressure) referem-se, respectivamente, as pressões de fechamento da região anular e da coluna. Segundo Santos (2013), estas pressões servem de referência para calcular a pressão do reservatório e a massa específica do fluido invasor. Admite-se que, em condições estáticas, a pressão do reservatório é a pressão hidrostática exercida pelo fluido de perfuração somada com a pressão de fechamento da coluna, Equação (2.1):

$$P_r = SIDPP + \rho_l g_z L \quad (2.1)$$

onde ρ_l é a massa específica do fluido de perfuração, g_z é a aceleração da gravidade e L é o comprimento vertical total do poço.

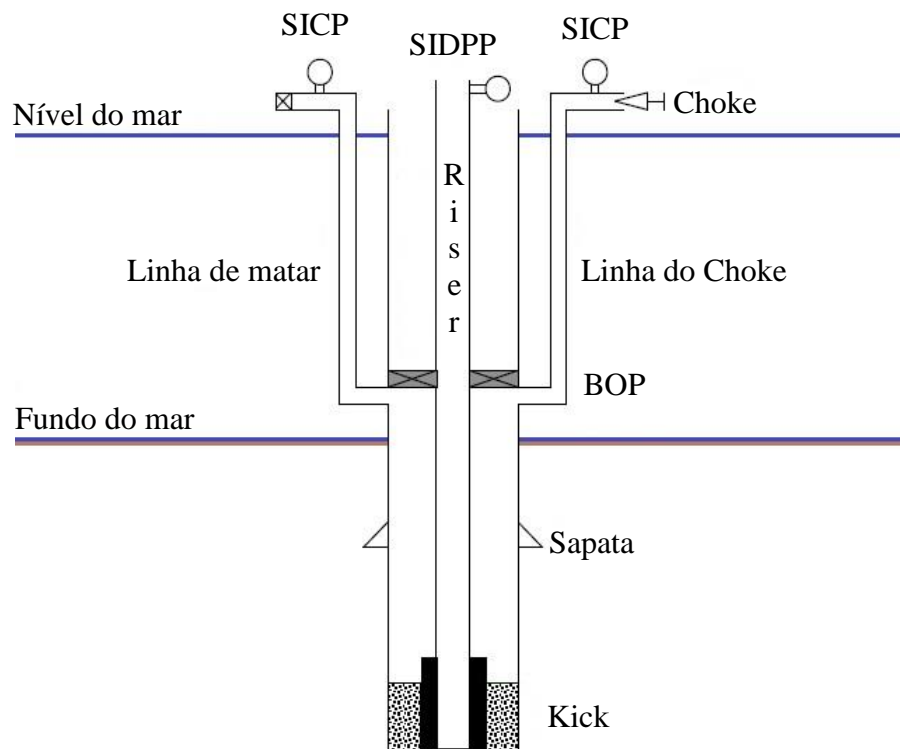


Figura 2.1 – Esquemático do poço referente a sistemas de controle e segurança. (FONTE: SANTOS, 2006)

A pressão de fechamento do espaço anular (SICP) é considerada como a pressão do reservatório somada com a pressão hidrostática no espaço anular, a qual é inferior à pressão hidrostática na coluna, devido à entrada de gás:

$$SICP = P_r - \rho_l g_z h_l - \rho_g g_z h_g \quad (2.2)$$

sendo h_l a altura ocupado pelo fluido de perfuração e h_g a altura ocupada pelo gás.

Quando a perfuração ocorre em águas profundas e em ultraprofundas são utilizadas sondas flutuantes como unidades de perfuração e produção. O equipamento de segurança do poço (BOP) e a cabeça do poço estão localizados no fundo do mar. O *riser* faz a ligação entre os equipamentos submarinos e a embarcação (SANTOS, 2006).

O *Blowout Preventer* (BOP) é o principal equipamento de segurança de um poço de petróleo. Consiste em um conjunto de válvulas que permite o fechamento do poço, possuindo preventores anulares capazes de fechar e vedar o espaço anular, com ou sem a presença da coluna de perfuração. Gavetas cisalhantes podem cortar a coluna de perfuração, se necessário. Ocorrendo um influxo, o BOP deve ser fechado e o acesso ao poço não pode ser mais realizado através do *riser*, e sim por meio de duas linhas paralelas ligadas lateralmente ao *riser*, denominadas de linha do estrangulador (*choke*) e linha de matar (*kill*) (GALVES, 2013).

2.1.2 Fluido Compressível

O fluido compressível é definido como aquele que possui uma alteração na sua massa específica devido a uma variação da pressão. Em contraste, há o fluido incompressível, no qual não há variação da massa específica. Entretanto, a rigor, não há fluido com massa específica constante, mas para a maioria dos líquidos e alguns gases em condições especiais, a variação da massa específica é tão pequena que pode ser desprezada. O efeito da variação da massa específica a temperatura constante pode ser considerado através da compressibilidade isotérmica do fluido. Essa propriedade é definida como a variação relativa do volume específico do fluido em relação à pressão com a temperatura constante (ANDERSON, 1990):

$$\beta = -\frac{1}{v_f} \left(\frac{\partial v_f}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dP} \right)_T \quad (2.3)$$

sendo β a compressibilidade isotérmica, v_f o volume específico, P a pressão aplicada, T a temperatura e ρ a massa específica, do fluido.

Pode-se relacionar a compressibilidade isotérmica do fluido com a velocidade de propagação da onda de pressão, c , a qual depende de como a pressão e a massa específica são relacionadas. Considerando que a variação na pressão ocorre de forma isentrópica, Anderson (1990) apresenta uma equação para a velocidade do som em qualquer meio:

$$c^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s \quad (2.4)$$

Combinando as Equações (2.3) e (2.4), relaciona-se a compressibilidade isotérmica do fluido com a velocidade de propagação da onda de pressão, c (ANDERSON, 1990):

$$\beta = \frac{1}{\rho c^2} \quad (2.5)$$

2.1.3 Fluidos Não Newtonianos

Em determinados fluidos, a viscosidade independe da taxa de deformação. Esses fluidos, tais como a água, são denominados de fluidos newtonianos. Os fluidos newtonianos são aqueles que obedecem à lei de viscosidade de Newton, Equação (2.6), onde τ_{rz} é a tensão de cisalhamento, μ é a viscosidade dinâmica do fluido e $\dot{\gamma}_{rz}$ é a taxa de cisalhamento.

$$\tau_{rz} = \mu \dot{\gamma}_{rz} \quad (2.6)$$

O fluido de perfuração, no entanto, possui a viscosidade dependente da taxa de deformação aplicada. Estes fluidos são denominados de fluidos não newtonianos. Nos fluidos não newtonianos, a tensão de cisalhamento não é diretamente proporcional à taxa de deformação. Se a tensão de cisalhamento é definida somente pela taxa de cisalhamento, o

comportamento do fluido é independente do tempo, puramente viscoso e inelástico (CHHABRA e RICHARDSON, 1999).

Na literatura, podem ser encontrados diversos modelos para os fluidos não newtonianos, para os que não possuem o comportamento dependente do tempo, sendo os principais modelos: Plástico de Bingham, lei de Potência e Herschel-Bulkley. As expressões para o Plástico de Bingham representam de forma simples um conjunto de modelos denominados viscoplásticos. Esses modelos introduzem a característica de plasticidade ao material a partir de uma tensão mínima, denominada tensão limite de escoamento, τ_0 . Se a tensão aplicada for menor que a tensão limite de escoamento, não há deformação e o fluido não escoou, permanecendo estático. Quando a tensão aplicada é maior que a tensão limite de escoamento, a relação entre a tensão e a taxa de deformação é linear. Se $|\tau_{rz}| > \tau_0$, tem-se (TANNER, 2002):

$$\tau_{rz} = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}_{rz} \quad (2.7)$$

sendo μ_p a viscosidade plástica do fluido e representa a inclinação da curva tensão versus a taxa de deformação.

O modelo lei de Potência pode representar o comportamento de fluidos pseudoplásticos, newtonianos ou dilatantes. Fluidos pseudoplásticos apresentam um decréscimo na sua viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento. Já fluidos dilatantes apresentam um acréscimo na sua viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento. A expressão para esses comportamentos possui a seguinte forma:

$$\tau_{rz} = k_p (\dot{\gamma}_{rz})^{n_p} \quad (2.8)$$

onde k_p é o coeficiente de consistência do fluido e n_p é o índice de lei de Potência.

O comportamento que o modelo representa depende do valor do índice lei de potência, sendo para $n_p < 1$ é representado o comportamento pseudoplástico, para $n_p = 1$ é representado

o fluido newtoniano e para $n_p > 1$ é o comportamento dilatante (CHHABRA e RICHARDSON, 1999).

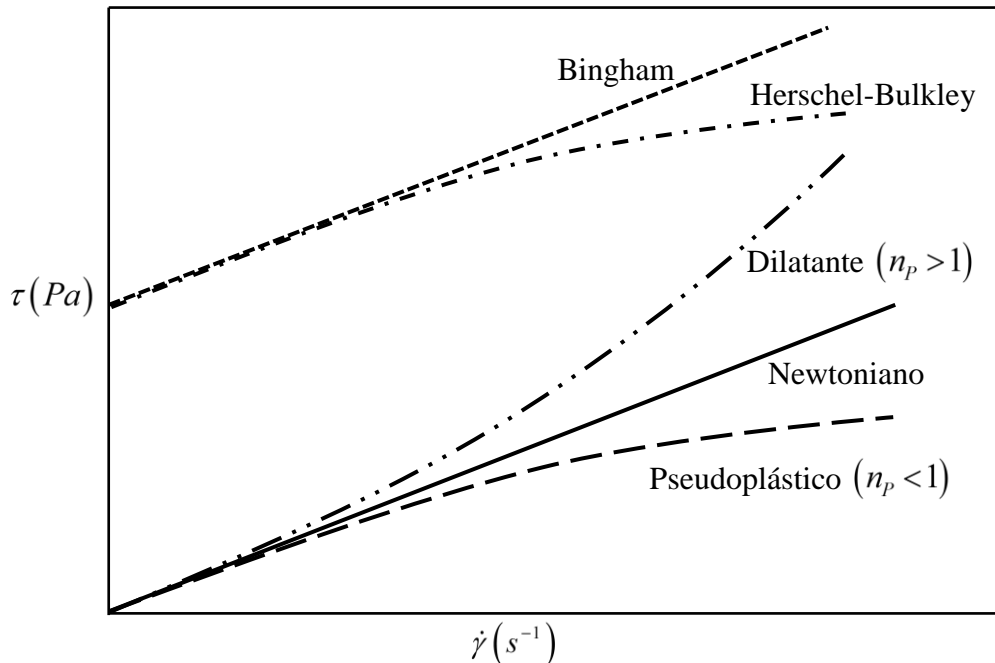


Figura 2.2 – Tensão de cisalhamento em função taxa de deformação para diferentes comportamentos da viscosidade de fluido. (Adaptado de: TANNER, 2002)

O fluido Herschel-Bulkley possui comportamento similar ao Plástico de Bingham, entretanto, após ser aplicada uma tensão de cisalhamento superior a tensão limite de escoamento, o seu comportamento varia de acordo com uma lei de Potência. Esses comportamentos podem ser visualizados na Figura 2.2.

Se o comportamento reológico das mudanças estruturais do material é reversível e dependente do tempo, pode-se modelar o material como tixotrópico ou reopético. O material tixotrópico possui uma redução na sua viscosidade com o tempo a uma taxa de cisalhamento constante. O material reopético possui um aumento na sua viscosidade com o tempo a uma taxa de cisalhamento constante (SCHRAMM, 2004).

2.1.4 Transmissão de Pressão

A transmissão de pressão tem sido pouco investigada na literatura. Em diferentes situações, válvulas são abertas por diferença de pressão, e de acordo com Oliveira *et al.* (2013), engenheiros hidráulicos afirmam que certos fluidos viscoplásticos não transmitem a pressão de forma esperada. Ou seja, a pressão que é imposta pela bomba não atinge o final da tubulação.

Segundo Costa e Lopez (2011), no procedimento de fechamento do poço após a detecção de *kicks*, mede-se as pressões de fechamento na coluna (SIDPP) e no espaço anular (SICP) para determinar a pressão do reservatório, o tipo do fluido invasor (líquido ou gás) e o volume do fluido invasor. Entretanto, devido ao caráter viscoplástico do fluido de perfuração, a pressão do reservatório pode não se propagar por completo até a superfície, subestimando assim, a pressão do reservatório e levando a um dimensionamento equivocado dos parâmetros para o processo de expulsão do fluido invasor.

O modelo apresentado por Oliveira *et al.* (2013) mostra que quanto maior a tensão limite de escoamento do fluido, menor é a transmissão de pressão ao longo da tubulação. Nas simulações, como condição inicial o fluido viscoplástico encontra-se em repouso em uma tubulação horizontal e no instante $t = 0$ s é imposta uma pressão constante na entrada da tubulação, mantendo o final da tubulação fechada. A Figura 2.3 mostra o efeito da tensão limite de escoamento na transmissão de pressão após o sistema atingir o regime permanente. Na entrada da tubulação, $L^* = 0$, foi imposta uma pressão constante P^* , e manteve-se a saída fechada, $L^* = 1$. Nota-se que para fluido newtoniano, a pressão imposta na entrada é a mesma pressão ao longo de toda a tubulação, ocorrendo total transmissão de pressão. Quanto maior a tensão limite de escoamento, menor é a pressão na saída, ou seja, menor é a transmissão de pressão. Para o fluido com maior tensão limite de escoamento, $\tau_0 = 12,5$ Pa, a pressão no final da tubulação é somente 20% da pressão imposta na entrada. Esta situação pode ocorrer após o fechamento do poço, não propagando totalmente a pressão do reservatório para a superfície. Este efeito é discutido no capítulo de resultados.

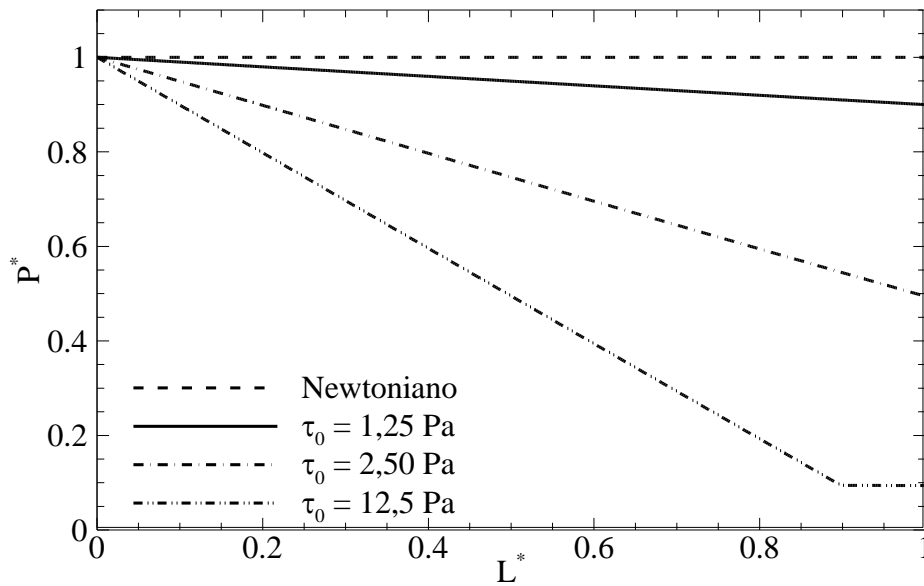


Figura 2.3 – Efeito da tensão limite de escoamento na transmissão de pressão ao longo de um tubo após alcançar o regime permanente.

2.1.5 Modelos de Escoamento Bifásico Ascendente

A invasão de gás da formação para o poço resulta em um escoamento bifásico ascendente. O conhecimento dos padrões de escoamento é de grande importância para a modelagem, pois permite uma previsão mais precisa do comportamento da mistura em movimento. Os mapas de padrões de escoamento, em sua maioria, foram obtidos através de experimentos, em função das velocidades do líquido e do gás. Esses mapas foram obtidos através de modelos mecanicistas, que variam de acordo com parâmetros geométricos e físicos, restringindo-se a aplicações similares (LAGE, 1990).

Segundo Taitel *et al.* (1980), quando há um escoamento bifásico ascendente em um tubo, as duas fases podem estar distribuídas em diversos padrões, cada uma caracterizada por uma distribuição radial e ou axial de líquido e gás. O escoamento é geralmente caótico, e essas distribuições de fases são difíceis de descrever. Entretanto, os padrões básicos de escoamento ascendentes em tubos são: o padrão bolha (*Bubble flow*), o padrão pistonado (*Slug flow*), o padrão agitado (*Churn flow*) e o padrão anular (*Annular flow*).

Kelessidis e Dukler (1989) descreveram os padrões básicos de escoamento bifásico em tubos anulares concêntricos e excêntricos. Os padrões são similares aos presentes em tubos. Os quatro padrões de escoamento são apresentados na Figura 2.4, os quais são:

- Padrão bolha (*Bubble flow*): a fase gasosa é distribuída em uma contínua fase líquida de bolhas discretas.
- Padrão pistonado (*Slug flow*): o gás escoava principalmente em grandes bolhas denominadas “bolhas de Taylor”. As bolhas são envolvidas pelo tubo interno. A fase líquida escoava para baixo no espaço entre a bolha de Taylor e as paredes do anular, bem como nas áreas periféricas não ocupadas pela bolha. No último caso, o líquido carrega bolhas distribuídas.
- Padrão agitado (*Churn flow*): esse padrão tem características similares com o padrão pistonado, mas é mais caótico. O gás se move continuamente para cima carregando a fase líquida até certa altura. Então o líquido cai, se acumula, e é carregado pelo gás novamente.
- Padrão anular (*Annular flow*): a fase líquida escoava para cima como um filme nas paredes do anular, enquanto o gás escoava para cima no espaço entre o filme e o líquido. Em altas vazões de gás e líquido, há grandes concentrações de gotículas no núcleo do gás.

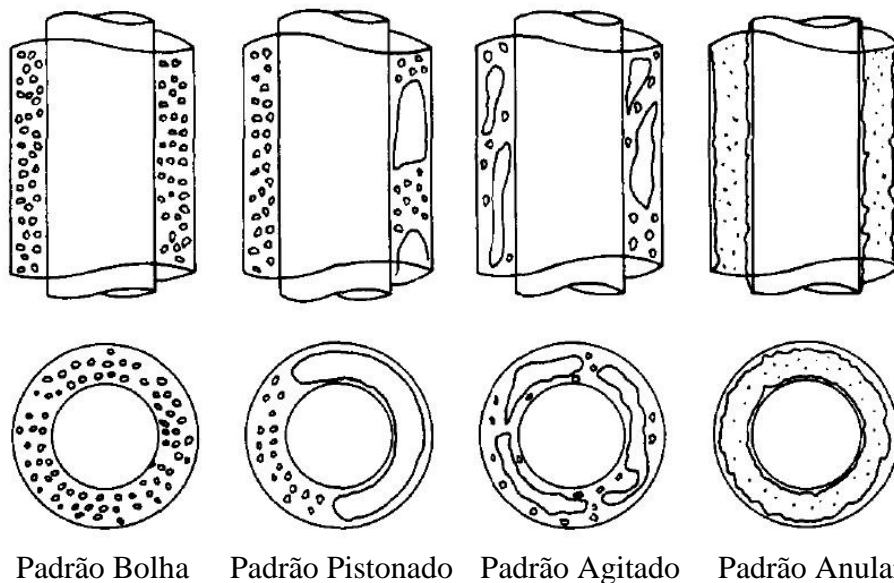


Figura 2.4 – Representação esquemática dos padrões de escoamento bifásico ascendente em anulares concêntricos e excêntricos. (FONTE: Kelessidis e Dukler, 1989)

Nos experimentos realizados por Taitel *et al.* (1980) e Kelessidis e Dukler (1989) a fase líquida é de fluido newtoniano. Entretanto, o fluido de perfuração possui uma tensão limite de escoamento, assim, o gás no fluido de perfuração pode não migrar e ficar em suspensão.

Johnson *et al.* (1995) realizaram um estudo da velocidade da migração de gás em fluidos viscoplásticos. Os autores concluíram que há grande discordância na literatura sobre as velocidades de migração de *kicks* de gás em poços de perfuração. Enquanto alguns trabalhos indicam uma velocidade de migração de aproximadamente 0,5 m/s, outros trabalhos apresentam valores próximos a 0,075 m/s. Apresentaram, também, que se o volume de gás no poço de perfuração não for grande o suficiente, o gás pode ficar em suspensão no fluido e só atingirá a superfície quando for circulado juntamente com o fluido de perfuração. Foi apresentado também um experimento onde foram injetados 10 barris de gás em um poço de águas profundas e, após 3,6 horas, nenhum gás havia migrado para a superfície. Somente quando o fluido foi circulado que pequenas bolhas de gás alcançaram a superfície. Hovland e Rommetveit (1992) afirmam que os dados obtidos com experimentos com fluido newtoniano, geralmente água, e ar são limitados para serem utilizados em simuladores de *kicks*.

O presente trabalho adota o escoamento como homogêneo na modelagem. O escoamento homogêneo é uma idealização, na qual a mistura líquido-gás é tratada como um pseudofluido em um escoamento homogêneo usando valores médios de certas variáveis, tais como a pressão, velocidade de escoamento e a fração de vazio. A variação espacial da fração de vazio pode ser incluída na análise (CHAUDHRY, 2014).

2.2 Estudos Anteriores

2.2.1 Influxo da Formação e Controle de Kick

A simulação numérica para o controle de um influxo de gás em um poço de perfuração começou a ser estudada inicialmente por Lewis e Leblanc (1968). O trabalho adotou três hipóteses simplificadoras na formulação do problema. O gás ocupava um volume único e contínuo, o deslizamento entre as fases e as perdas por fricção na região anular foram desconsideradas.

Records (1972) incorporou o efeito da perda de carga no espaço anular. O modelo considerava a pressão no fundo do poço constante durante a circulação do fluido invasor e a expansão do gás no interior do poço. Entretanto, o deslizamento entre as fases não foi considerado.

Hoberock e Stanbery (1981) desenvolveram uma modelagem matemática através das equações de movimento que descrevem o comportamento da pressão em um espaço anular, com a área da seção transversal constante e completamente vertical. Utilizaram a teoria do escoamento homogêneo, assumindo que o escoamento bifásico poderia ser representado por um escoamento monofásico.

Santos (1982) apresentou um modelo matemático no qual considerava o deslizamento entre o gás e o fluido de perfuração e as perdas de pressão por fricção na região bifásica. O modelo lei de Potência foi utilizado para representar o comportamento do fluido de perfuração e a geometria do poço era constante. Com os resultados, Santos concluiu que a massa específica do gás, o gradiente térmico e o diâmetro mínimo das bolhas de gás causam um efeito pequeno na circulação do *kick*. Entretanto, a fração inicial de gás, a geometria do poço, a profundidade da lâmina d'água e os parâmetros reológicos do fluido de perfuração possuem grande efeito durante a circulação do *kick*.

O primeiro a empregar as técnicas de modelagem de escoamento bifásico foi Nickens (1987). O modelo é baseado em uma equação de balanço de massa para o gás e outra para o fluido de perfuração, entretanto, apenas uma equação de balanço da quantidade de movimento é utilizada, expressa para a mistura. Nickens também foi o primeiro a considerar a compressibilidade do fluido de perfuração. O deslizamento entre as fases é calculado através de relações constitutivas e emprega-se uma equação de estado para a fase gasosa.

Negrão (1989) realizou uma modelagem matemática para a circulação de *kick* em plataforma flutuante localizada em águas profundas utilizando correlações para o escoamento bifásico gás-líquido vertical. As propriedades da fase gasosa são determinadas através da pressão média na região bifásica. Na região monofásica, o fluido de perfuração foi modelado como Plástico de Bingham.

Lage (1990) apresentou um modelo matemático baseado nas técnicas de modelagem de escoamento bifásico disperso. Métodos de medição em áreas são empregados para simplificar o sistema de equações de balanço, resultando em um modelo unidimensional. O modelo contempla o influxo de gás, o fechamento do poço e a circulação do fluido invasor. A solubilidade do gás no fluido de perfuração foi desconsiderada.

Hage e Avest (1994) desenvolveram uma teoria acústica visando reduzir o tempo necessário para a detecção de *kicks*. Como mesmo uma pequena quantidade de gás altera

significativamente a velocidade de propagação de pressão em líquidos, a teoria se baseia em monitorar as ondas de pressões produzidas pelas bombas. Sob condições normais, há uma diferença de fase fixa entre as ondas que saem das bombas e as que retornam pelo espaço anular. Essa diferença é alterada quando gás invade o poço. Um modelo matemático para prever a variação entre as diferenças de fase foi desenvolvido e os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais.

Ohara (1995) desenvolveu um simulador de *kick* para determinar a tolerância ao *kick* para poços perfurados em águas profundas. A modelagem matemática é baseada no modelo proposto por Nickens (1987), que foi dividido em vários submodelos: poço, reservatório de gás, linha do *choke* e velocidade de migração do gás. No modelo assume-se que o influxo de gás entra como uma golfada e permanece assim durante toda a circulação.

Um trabalho realizado por Nunes (2002) contempla várias seções na região anular e a inclinação ou não do poço. O modelo prevê a variação de pressão na linha do *choke* e no espaço anular durante uma situação de controle do poço. O escoamento é modelado como bifásico e as perdas por fricção, assim como o escorregamento entre as fases são considerados. Adotou-se que o gás está distribuído como uma bolha de Taylor seguido de um pistão de líquido.

Bezerra (2006) analisou os efeitos da solubilidade do gás em fluidos base óleo na detecção e controle de *kicks* de gás. Bezerra realizou a modelagem termodinâmica de misturas multicomponentes e a utilizou na modelagem de controle do poço. Analisou-se o efeito da solubilidade na detecção de *kicks* através do volume ganho na superfície. Os resultados apresentaram que a pressão, a temperatura e a composição da mistura são os fatores que mais afetam a solubilidade.

A modelagem para a detecção e controle de *kicks* através do método sondador desenvolvida por Júnior (2008) considera a geometria variável no espaço anular, a pressão constante no fundo do poço, dois diferentes tipos de fluido (base água e base óleo), o gradiente de temperatura e a solubilidade do gás no fluido de perfuração. O modelo é baseado em um programa simulador de *kicks* e o trabalho apresenta resultados para poços marítimos e terrestres.

Avelar (2009) realizou a modelagem matemática baseada em três equações diferenciais de balanço de massa e de quantidade de movimento, resolvendo-as através do método das diferenças finitas. Os efeitos das perdas de carga por fricção, do deslizamento entre as fases e da expansão do gás são considerados. O modelo é capaz de simular um *kick* em poços

verticais ou horizontais, em poços terrestres ou marítimos, utilizando um fluido de perfuração incompressível.

Limoeiro (2011) desenvolveu um modelo matemático para o poço que inclui o escoamento bifásico ascendente no espaço anular. O modelo é baseado nas equações de balanço de massa e de energia para o líquido e para o gás. O balanço de quantidade de movimento é realizado somente para a mistura. A geometria do anular é variável e o fluxo de gás é modelado através da lei de Darcy. O fluido de perfuração é considerado incompressível e base água. Portanto, a solubilidade é desconsiderada.

Galves (2013) estudou o impacto da solubilidade de gás na detecção de *kicks*. O modelo, além do *kick*, apresenta uma situação de *blowout* através de um modelo transiente. O reservatório é radial e é tratado através da lei de Darcy. O escoamento é modelado como bifásico e o gradiente de temperatura é considerado no estudo do problema. O gás considerado é o metano e o fluido de perfuração de base n-parafina. Com os resultados concluiu-se que a detecção de *kick* em fluido de base n-parafina é mais lenta do que em fluido de base água, devido as diferentes solubilidades de gás.

Lin *et al.* (2013) apresentaram um modelo para prever a velocidade da propagação de pressão ao longo do poço durante um *kick* de gás. O estudo considera na modelagem os efeitos da força de massa virtual, forças de arrasto, frequência angular, taxa de influxo de gás, pressão, temperatura e profundidade do poço. Os resultados apresentam que a fração de vazio e a velocidade de propagação da onda de pressão possuem comportamentos diferentes em função da profundidade do poço. Enquanto a fração de vazio aumenta com a diminuição da pressão no espaço anular, a velocidade da onda de pressão inicialmente de forma gradual decresce e depois volta a aumentar.

Santos (2013) desenvolveu um modelo numérico para a simulação do controle de um *kick* de gás pelo método sondador. No modelo é considerado o gás como ideal e o fluido de perfuração como incompressível. O poço é vertical e a solubilidade do gás no fluido de perfuração é desconsiderada. O objetivo principal do trabalho é calcular as pressões na linha de *choke* necessárias ao longo do tempo para concluir de forma segura a circulação do *kick*.

Galdino (2014) desenvolveu um modelo matemático para prever a propagação de pressão ao longo do poço durante um *kick* de gás. O modelo é baseado nas equações de balanço de massa e de quantidade de movimento para o fluido. Considera-se que o fluido é compressível

e tixotrópico. O influxo é modelado através da lei de Darcy e é utilizada a lei dos gases ideais para o gás. A solubilidade do gás no fluido de perfuração é desconsiderada. Assume-se que o gás não migra para a superfície, ou seja, permanece estático no fundo do poço.

Zubairy (2014) apresentou um modelo matemático que prevê as mudanças no perfil de pressão no anular, no perfil de temperatura e nas propriedades do gás durante a ocorrência de um *kick* de gás. O trabalho utiliza um modelo mecanicista para estimar as mudanças na pressão, diferente da maioria dos trabalhos que utilizam métodos empíricos. Modela-se o fluido de perfuração através do modelo da lei de Potência. Considera-se o deslizamento entre as fases e que não há solubilidade entre as fases.

Ling *et al.* (2015) desenvolveram um modelo matemático para calcular a velocidade de subida do gás. O modelo foi obtido através do balanço de forças presentes em uma bolha de gás escoando em um fluido incompressível. Para o desenvolvimento das equações, considerou-se que o gás só inicia a migração após o fechamento do poço. Comparou-se o resultado obtido pelo modelo com dados experimentais obtendo boa concordância.

Meng *et al.* (2015) apresentaram um modelo matemático e numérico para prever a variação da pressão na região anular durante um *kick* de gás. O modelo é baseado em duas equações de balanço de massa (líquido e gás) e uma equação do balanço de quantidade de movimento para a mistura. O deslizamento entre as fases é considerado e o gás é modelado como real. Os resultados indicam que as vazões mássicas de gás e líquido e a profundidade do poço possuem forte influência na variação da pressão no fundo do poço, e que a viscosidade da mistura possui pouca influência.

Shihui *et al.* (2015) desenvolveram um modelo para prever a evolução temporal da pressão de fechamento do espaço anular durante um *kick* de gás. O fluido de perfuração foi considerado como incompressível e o gás como altamente compressível. Considerou-se que o fluido permanece estático enquanto o gás migra para a superfície. Os resultados indicam que quanto menor é a permeabilidade do reservatório, maior é a taxa de crescimento da pressão no fundo do poço e que a pressão de fechamento estabiliza de forma mais rápida para reservatórios com baixa permeabilidade.

Na literatura foram encontrados diversos estudos referentes ao *kick* de gás, com diferentes focos e objetivos. Boa parte dos trabalhos buscou a modelagem matemática e numérica da expulsão do fluido invasor após o *kick* já ter sido detectado. Outros trabalhos

focaram aprimorar a detecção do influxo analisando o comportamento de certos parâmetros do escoamento, como a pressão e vazão ao longo do poço. O modelo lei de Potência tem sido recentemente o mais utilizado para representar o comportamento do fluido de perfuração. Galdino (2014) modelou o fluido como tixotrópico e alguns autores o modelaram como de Bingham. Dentre os autores que utilizaram o modelo de Bingham, nenhum analisou o efeito da tensão limite de escoamento na transmissão de pressão após o fechamento do poço. Portanto, no presente trabalho é apresentada uma nova abordagem que tem como objetivo modelar e compreender como se dá a transmissão de pressão ao longo do poço durante um influxo de gás, considerando o fluido como viscoplástico e o escoamento compressível. As características dos trabalhos considerados mais importantes são apresentadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Características dos principais modelos estudados.

Modelo \ Característica	Inclinação do poço	Perda de carga na região bifásica	Velocidade de deslizamento	Acoplamento com o reservatório	Geometria do poço	Fluido de perfuração	Fluido compressível	Modelo de bolha
Le B. e Lewis (1968)	Vertical				Constante	Newtoniano		Bolha única
Records (1972)	Vertical	X			Constante	Bingham		Bolha única
H. e Stanbery (1981)	Vertical	Beggs e Brill	X		Constante	Bingham		Distribuição
Santos (1982)	Vertical	Orkizewski	X		Constante	Bingham		Distribuição
Nickens (1987)	Vertical	Beggs e Brill	X	X	Variável	Bingham	X	Distribuição
Negrão (1989)	Vertical	Beggs e Brill	X		Variável	Bingham		Distribuição
Lage (1990)	Ambos	H. e Brown	X	X	Variável			Distribuição
Ohara (1995)	Vertical	Beggs e Brill	X	X	Variável	Bingham		Distribuição
Nunes (2002)	Ambos	Beggs e Brill	X	X	Variável	Potência		Distribuição
Avelar (2008)	Ambos	Beggs e Brill	X	X	Constante	Pot./Bingham		Distribuição
Júnior (2008)	Ambos	Beggs e Brill	X	X	Variável	Pot./Bingham		Distribuição
Limoeiro (2011)	Vertical	Beggs e Brill	X	X	Variável	Potência		Distribuição
Galves (2013)	Vertical	Beggs e Brill	X	X	Variável	Potência	X	Distribuição
Santos (2013)	Vertical	X	X	X	Variável	Potência		Distribuição
Zubairy (2014)	Vertical	Hasan e Kabir	X	X	Variável	Potência		Distribuição
Galdino (2014)	Vertical			X	Constante	Tixotrópico	X	Bolha única
Ling <i>et al.</i> (2015)	Vertical	Beggs e Brill	X		Constante	Potência		Bolha única
Meng <i>et al.</i> (2015)	Vertical	X	X	X	Constante	Newtoniano	X	Distribuição
Modelo proposto	Vertical	X		X	Constante	Bingham	X	Distribuição

2.3 Síntese do Capítulo

Nesta seção foram apresentados conceitos sobre a transmissão de pressão, a perfuração de poços de petróleo e os riscos inerentes ao *kick*, além de uma revisão dos principais trabalhos encontrados na literatura referentes à modelagem matemática para a detecção e controle de *kicks*. A maioria dos trabalhos encontrados focam o controle do poço e a expulsão do fluido invasor. Poucos trabalhos, no entanto, abordam a evolução da pressão de fechamento após a detecção do *kick*, dentre eles: Avelar (2008), Júnior (2008), Zubairy (2014) e Meng *et al.* (2015). Entretanto, nenhum cita o efeito da tensão limite de escoamento na transmissão de pressão ao longo do poço. Apenas quatro dos trabalhos encontrados consideram a compressibilidade do fluido de perfuração na modelagem, sendo Nickens (1987), Galves (2013) e Galdino (2014) e Meng *et al.* (2015). Portanto, o presente trabalho considera efeitos poucos explorados na literatura, como a compressibilidade do fluido de perfuração e a variação da compressibilidade devido a presença de gás, a não transmissão total de pressão devido à tensão limite de escoamento e utiliza um método de discretização e solução das equações diferenciais parciais hiperbólicas de balanço que não foi aplicado em nenhum trabalho anterior, o método das características.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, é apresentada a modelagem matemática do fenômeno da invasão de gás durante a perfuração do poço, as condições iniciais e de contorno, a geometria e a solução numérica das equações diferenciais. A formulação matemática é obtida através das equações de balanço de massa e de quantidade de movimento para a mistura, da lei de Darcy e de uma equação de estado para o gás. As hipóteses que são adotadas visando simplificar o problema são também apresentadas.

3.1 Geometria do Problema

O esquemático do poço e o sistema de coordenadas adotado para o problema são apresentados na Figura 3.1. As coordenadas axial, radial e angular são denotadas, respectivamente, por z , r e θ . O comprimento total do poço, L_T , é a soma do comprimento da coluna, L_c , com o comprimento do espaço anular, L_a . O diâmetro da coluna é denotado por D_c e o diâmetro interno e externo do anular são denotados, respectivamente, por D_i e D_e .

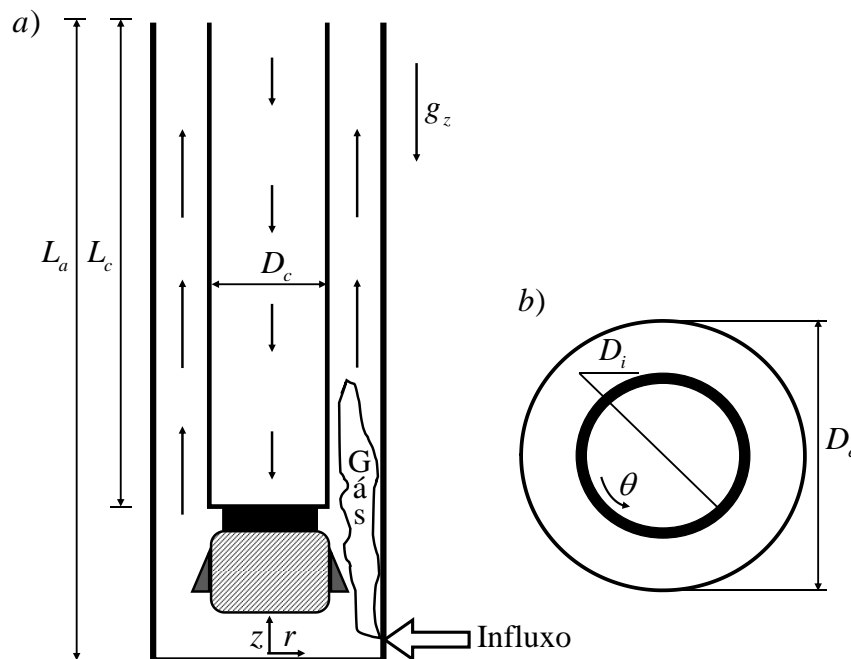


Figura 3.1 – a) Geometria adotada e representação de um kick de gás. b) Seção transversal da coluna e do espaço anular.

Assume-se que a coluna de perfuração está posicionada concentricamente em relação ao espaço anular e que ambos são corpos perfeitamente rígidos, ou seja, não sofrem alterações em suas dimensões. Considera-se que o escoamento é unidimensional, isotérmico e laminar, sendo esta última consideração devida à elevada viscosidade do fluido de perfuração. Segundo Santos (2013), na maioria dos *kicks* o fluido invasor desloca o fluido de perfuração somente pela região do espaço anular, não havendo retorno pela coluna. Portanto, é considerado que o gás somente migra pelo espaço anular. Desconsidera-se a presença da broca e dos cascalhos provenientes da perfuração. Por ser a região mais crítica para a ocorrência da invasão, devido ao estreitamento da janela operacional com o aumento da profundidade, considera-se que o influxo de gás ocorre no fundo do poço. Devido à escassez de trabalhos referentes à migração de bolhas de gás em fluidos viscoplásticos, utiliza-se o conceito do escoamento homogêneo para a modelagem do escoamento bifásico.

3.2 Equações Governantes

3.2.1 Equação do Balanço da Massa

Considerando que o fluido de perfuração e o gás formam uma mistura homogênea, a equação do balanço de massa pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m V) = 0 \quad (3.1)$$

em que ρ_m e V representam, respectivamente, a massa específica da mistura e a velocidade média na seção transversal e t é o tempo. O índice m refere-se, neste trabalho, às propriedades da mistura. Com a hipótese do escoamento unidimensional na direção z , a equação do balanço de massa se reduz a:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_m V)}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

A fração de vazio α , definida como a razão entre o volume ocupado pelo gás e o volume total para uma dada região, pode ser escrita como (WYLIE, 1978):

$$\alpha = \frac{\nabla_g}{\nabla_T} \quad (3.3)$$

em que ∇_g , o volume ocupado pelo gás e ∇_T , o volume total de uma dada região.

Utilizando o conceito de mistura homogênea, a massa específica da mistura pode ser escrita como uma função da fração de vazio (CHAUDHRY, 2014):

$$\rho_m = \rho_l(1-\alpha) + \rho_g\alpha \quad (3.4)$$

em que ρ_l é a massa específica do fluido de perfuração e ρ_g é a massa específica do gás.

Expandindo o segundo termo do lado esquerdo da Equação (3.2), tem-se que:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + V \frac{\partial \rho_m}{\partial z} + \rho_m \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.5)$$

Segundo Wylie (1978) e Oliveira *et al.* (2010), nota-se que quando a compressibilidade do fluido é relativamente pequena, tal qual para alguns fluidos de perfuração, a variação da massa específica ao longo da direção axial pode ser desprezada, $\partial \rho_m / \partial z \approx 0$. Logo, a equação do balanço de massa pode ser reescrita:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \rho_m \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.6)$$

Da compressibilidade isotérmica, Equação (2.3), tem-se, para um escoamento isotérmico, que a variação da massa específica ocorre da seguinte maneira (ADEPOJU, 2006):

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial P} = \rho_m \beta_m \quad (3.7)$$

onde β_m é a compressibilidade da mistura e P é a pressão.

Substituindo esta relação na Equação (3.6), tem-se uma equação relacionando a pressão e a velocidade:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{\beta_m} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.8)$$

Combinando a compressibilidade isotérmica, Equação (2.5), com a Equação (3.8), obtém-se outra maneira de se escrever o balanço da massa em função da velocidade de propagação da onda de pressão na mistura, c_m :

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho_m c_m^2 \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.9)$$

3.2.2 Equação do Balanço da Quantidade de Movimento

Aplicando um balanço de quantidade de movimento a um volume de controle anular em um escoamento unidimensional com difusão axial desprezada e considerando o escoamento simétrico ao longo da direção angular, tem-se (CHAUDHRY, 2014):

$$\frac{\partial(\rho_m V)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m VV)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\pi}{A_s} (D_e \tau_e - D_i \tau_i) + \rho_m g_z \quad (3.10)$$

onde A_s é a área da seção transversal da coluna ou do espaço anular, τ_e e τ_i , são, respectivamente, as tensões de cisalhamento na parede externa e interna do espaço anular. Para o escoamento no interior da coluna, desconsidera-se a presença da parede interna.

Na análise do termo da tensão de cisalhamento considera-se que a tensão de cisalhamento local depende da velocidade instantânea e equivale a tensão que ocorreria nas mesmas condições de escoamento plenamente desenvolvido. White (2003) propõe avaliar o termo de cisalhamento através do conceito de fator de atrito de Fanning:

$$\frac{\pi}{A_s}(D_e\tau_e - D_i\tau_i) = -\frac{2f\rho_m V|V|}{D_h} \quad (3.11)$$

onde f é o fator de atrito de Fanning, D_h é o diâmetro hidráulico da tubulação, definido como $D_e - D_i$ para o espaço anular e D_c para a coluna. Para a coluna, assume-se a inexistência da parede interna. O módulo da velocidade é utilizado para computar os efeitos da tensão de cisalhamento conforme a direção do escoamento. Substituindo esta relação na Equação (3.10):

$$\frac{\partial(\rho_m V)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m VV)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{2f\rho_m V|V|}{D_h} + \rho_m g_z \quad (3.12)$$

Segundo Wylie (1993) e Oliveira *et al.* (2010), o termo $\rho_m V \partial V / \partial z$ pode ser desprezado para fluidos com baixa compressibilidade e, desprezando a variação da massa específica ao longo da direção axial, a Equação (3.12) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{2fV|V|}{D_h} + g_z \quad (3.13)$$

O termo do lado esquerdo representa a aceleração local, o primeiro termo do lado direito representa o gradiente de pressão, o segundo termo representa a perda de carga por fricção e o último termo é a aceleração da gravidade.

3.2.3 Equação Constitutiva e Fator de Atrito

Pode-se representar o comportamento de um fluido de perfuração através do modelo de Bingham, cuja equação constitutiva é (CHHABRA e RICHARDSON, 1999):

$$\begin{aligned} \tau_{rz} &= \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}_{rz} & \text{para } |\tau_{rz}| > |\tau_0| \\ \dot{\gamma}_{rz} &= 0 & \text{para } |\tau_{rz}| \leq |\tau_0| \end{aligned} \quad (3.14)$$

em que τ_{rz} é a tensão de cisalhamento no plano rz , τ_0 é a tensão limite de escoamento, μ_p é a viscosidade plástica do fluido e $\dot{\gamma}_{rz}$ é a taxa de cisalhamento.

Devido às baixas vazões durante um *kick* de gás e da alta viscosidade do fluido de perfuração, será considerado que o escoamento ocorre somente no regime laminar. Nesta condição, o fator de atrito de Fanning pode ser escrito para um fluido de Bingham como (FONTENOT e CLARK, 1974):

$$f = \frac{16\zeta}{\psi \text{Re}_{z,t}} \quad (3.15)$$

em que ζ é o fator de forma geométrico, definido como:

$$\zeta = \frac{(1-\varepsilon)^2}{1 + \varepsilon - \frac{(1-\varepsilon^2)}{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}}, \quad \text{com } \varepsilon = \frac{D_i}{D_e} \quad (3.16)$$

em que ε é o fator de geometria, ψ é a condutância do fluido de Bingham e $Re_{z,t}$ é o número de Reynolds local e dependente do tempo.

Através da hipótese de escoamento homogêneo, define-se o número de Reynolds para a mistura (MENG *et al.*, 2015):

$$Re_{z,t} = \frac{\rho_m V D_h}{\mu_m} \quad (3.17)$$

em que μ_m é a viscosidade dinâmica da mistura, definida como (MENG *et al.*, 2015):

$$\mu_m = \mu_p (1 - \alpha) + \mu_g \alpha \quad (3.18)$$

em que μ_p é a viscosidade plástica do fluido de perfuração e μ_g a viscosidade do gás.

Pode-se entender a condutância como sendo um fator de correção do fator de atrito newtoniano para representar um fluido de Bingham. Burkhardt (1961) define a condutância do fluido como uma quantidade adimensional que relaciona o gradiente de pressão de arraste viscoso de um plástico de Bingham com o gradiente de um fluido newtoniano. Segundo Fontenot e Clark (1974), o escoamento pode ser considerado laminar quando $\psi Re_{z,t} \leq 2000$. Nas simulações, o maior número de Reynolds no anular foi de 1810. As relações empregadas para o cálculo da condutância em tubo circular e tubo de seção anular são, respectivamente (MELROSE *et al.*, 1958):

$$\psi_c = 1 - \frac{\psi_c}{6} Bi_{z,t} + \frac{1}{3} \left(\frac{\psi_c}{8} Bi_{z,t} \right)^4 \quad (3.19)$$

$$\psi_a = 1 - \frac{\psi_a}{8} Bi_{z,t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\psi_a}{12} Bi_{z,t} \right)^3 \quad (3.20)$$

sendo ψ_c e ψ_a respectivamente, a condutância do fluido na coluna e no espaço anular e $Bi_{z,t}$ o número de Bingham, definido como:

$$Bi_{z,t} = \frac{\tau_0 D_h}{V \mu_p} \quad (3.21)$$

Na definição dos números de Reynolds e de Bingham, os índices t e z indicam que estes parâmetros são dependentes do tempo e da posição axial. O fator de atrito, apresentado na Equação (3.15), é simplificado para o fator de atrito newtoniano ($\psi = 1$) quando o número de Bingham é muito pequeno ($Bi_{z,t} \leq 10^{-6}$).

Através da definição do número de Bingham, pode-se perceber que tal número se torna indefinido quando a velocidade é nula. Portanto, é necessário evitar que o cálculo do fator de atrito ocorra. Quando o número de Bingham é muito elevado ($Bi_{z,t} \geq 10^6$), faz-se uma aproximação para o cálculo da condutância. Segundo Melrose *et al.* (1958), a condutância na coluna pode ser aproximada por $\psi_c = 8/Bi_{z,t}$ e no anular por $\psi_a = 12/Bi_{z,t}$. Para os demais casos, o cálculo da condutância é realizado através do método iterativo Newton-Raphson.

3.2.4 Equação de Estado para o Gás

A lei dos gases ideais é válida somente para baixas pressões e altas temperaturas. Fora destas condições, o comportamento dos gases desvia significativamente daquele previsto pela lei dos gases ideais. Esse desvio de comportamento pode ser calculado com precisão através do fator de compressibilidade do gás Z (CENGEL, 2006).

A expressão para a equação de estado para um gás real utilizando o fator de compressibilidade é (ADEPOJU, 2006):

$$P_g \forall_g = Z m_g RT \quad (3.22)$$

sendo P_g a pressão absoluta do gás, \forall_g o volume do gás, m_g a massa do gás, R a constante universal dos gases e T a temperatura absoluta do gás.

A Equação (3.22) pode ser reescrita para calcular a massa específica do gás:

$$\rho_g = \frac{P_g}{ZRT} \quad (3.23)$$

A maioria dos trabalhos sobre *kicks* que modelaram o gás como real utilizaram a fórmula apresentada por Yaborough e Hall (1974) para o fator de compressibilidade:

$$Z = \frac{0,06125P_{red}T_{red}^{-1} \exp\left(-1,2(1-T_{red}^{-1})^2\right)}{Y} \quad (3.24)$$

onde Y pode ser calculado por:

$$\begin{aligned} & -0,06125P_{red}T_{red}^{-1} \exp\left(-1,2(1-T_{red}^{-1})^2\right) + \frac{Y + Y^2 + Y^3 + Y^4}{(1-Y)^3} = (14,67T_{red}^{-1} - \\ & -9,76T_{red}^{-2} + 4,58T_{red}^{-3})Y^2 - (90,7T_{red}^{-1} - 242,2T_{red}^{-2} + 42,4T_{red}^{-3})Y^{(2,18+2,82T_{red}^{-1})} \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde $T_{red} = T/T_{cr}$ e $P_{red} = P/P_{cr}$, sendo o índice *cr* referente às propriedades no estado crítico. O estado crítico é o estado no qual os estados de líquido saturado e vapor saturado são idênticos. Segundo Cengel (2006), alguns gases se comportam de modo diferente a uma determinada temperatura e pressão. Porém, se comportam de modo bastante similar quando as temperaturas e as pressões são normalizadas pelas temperaturas e pressões críticas. As propriedades normalizadas são denominadas como propriedades reduzidas e estão indicadas pelo índice *red*. O metano puro é adotado como o gás invasor no presente trabalho. A Equação (3.25) é resolvida através do método iterativo Newton-Raphson. O fator de compressibilidade apresentado por

Yaborough e Hall (1974) é aplicável para $1,2 < T_{red} < 3,0$ e $0,1 < P_{red} < 24$ com erro médio absoluto de 0,5% (AVELAR, 2008).

3.2.5 Influxo Radial da Formação para o Poço

A invasão de gás para o interior do poço é modelada através da lei de Darcy. A Figura 3.2 apresenta o influxo radial do reservatório para o poço.

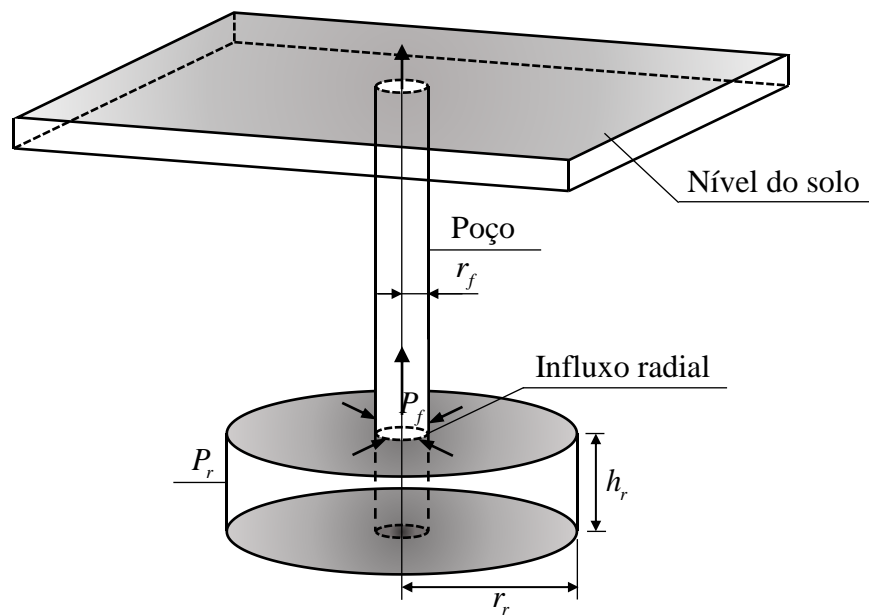


Figura 3.2 – Representação esquemática do influxo radial do reservatório para o interior do poço. (Adaptado de: DIPIPO, 2007)

A vazão volumétrica radial de entrada de gás q_g no fundo do poço pode ser obtida através da lei de Darcy (DAKE, 1998):

$$q_g = C_r (P_r - P_f) \tag{3.26}$$

sendo:

$$C_r = \frac{2\pi k_r h_r}{\mu_g \ln\left(\frac{r_r}{r_f}\right)} \quad (3.27)$$

onde k_r é a permeabilidade absoluta do meio poroso, μ_g é a viscosidade dinâmica do gás, h_r é a altura do reservatório, P_r e P_f são, respectivamente, a pressão do reservatório e a pressão no fundo do poço e r_r e r_f são, respectivamente, o raio do reservatório e o raio por onde ocorre o influxo de gás.

Multiplicando a vazão volumétrica de gás q_g pela massa específica do gás, obtém-se a vazão mássica de gás:

$$\dot{m}_g = \rho_g q_g \quad (3.28)$$

Para que ocorra um influxo de gás, é necessário que a pressão do reservatório seja superior a pressão no fundo do poço, $P_r > P_f$. No presente trabalho, essa diferença de pressão no instante inicial do influxo entre o reservatório e o fundo do poço, ΔP_r , é estipulada através do número de Bingham global. Devido ao caráter viscoplástico do fluido de perfuração, para que ocorra escoamento ao longo de uma tubulação é necessário que o gradiente de pressão imposto supere a tensão limite de escoamento ao longo desta tubulação. Oliveira (2011) define o número de Bingham global como sendo a razão entre a mínima diferença de pressão total necessária para inicializar o escoamento, ΔP_{\min} , e a diferença de pressão imposta:

$$B_T = \frac{\Delta P_{\min}}{\Delta P_r} \quad (3.29)$$

Através desta definição, se $B_T \geq 1$ o diferencial de pressão imposta é insuficiente para inicializar o escoamento. Realizando um balanço de forças nas paredes de uma tubulação tem-se que a diferença de pressão mínima para superar a tensão limite de escoamento é:

$$\Delta P_{\min} = \frac{4\tau_0 L}{D_h} \quad (3.30)$$

Substituindo a Equação (3.30) na Equação (3.29) e aplicando os parâmetros geométricos do espaço anular, tem-se:

$$B_T = \frac{4\tau_0 L_a}{\Delta P_r D_h} \quad (3.31)$$

Logo, na modelagem estipula-se a diferença de pressão do reservatório e o fundo do poço através do número de Bingham total:

$$\Delta P_r = \frac{4\tau_0 L_a}{B_T D_h} \quad (3.32)$$

3.2.6 Migração da Bolha de Gás

Devido à escassez de trabalhos referentes à migração de bolhas de gás em fluidos viscoplásticos, decidiu-se desconsiderar na modelagem matemática a velocidade de deslizamento entre o gás e o fluido de perfuração. Portanto, o escoamento é modelado como homogêneo, não havendo deslizamento entre as fases. Considera-se, também, que o gás somente migra pelo espaço anular. Logo, na coluna da perfuração não haverá a presença de gás.

Considerando-se que o fluido de perfuração é bombeado a uma vazão volumétrica constante Q_c pela coluna e realizando-se um balanço de massa no fundo do poço, pode-se determinar a velocidade da mistura no fundo do poço. Desconsidera-se a presença da broca,

havendo então somente a mudança de seção da coluna para o espaço anular. De modo geral, o balanço de massa pode ser expresso como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \rho_m d\forall + \int_{SC} \rho_m (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA = 0 \quad (3.33)$$

O volume de controle adotado para o balanço de massa no fundo do poço é apresentado na Figura 3.3, onde as seções inferiores representam a coluna e o reservatório. Os fluidos se misturam e escoam pelo espaço anular.

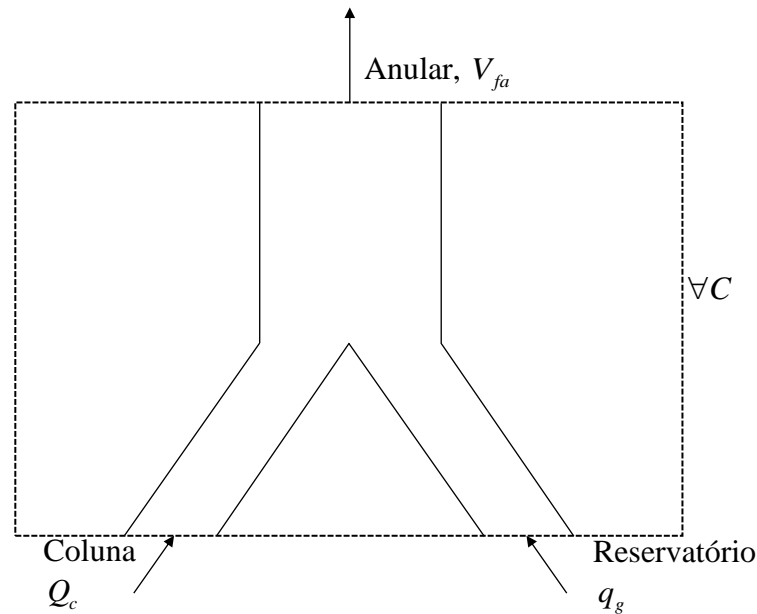


Figura 3.3 – Volume de controle adotado para o balanço de massa no fundo do poço.

Desprezando a variação da massa específica no interior do volume de controle pode escrever o balanço de massa como:

$$\rho_l Q_c + \rho_g q_g = \rho_m V_{fa} A_a \quad (3.34)$$

em que V_{fa} é a velocidade no espaço anular no fundo do poço, A_a é a área da seção transversal do espaço anular e ρ_m é a massa específica da mistura na região onde o fluido de perfuração e o gás se misturam inicialmente, que pode ser escrita como:

$$\rho_m = \frac{\rho_l Q_c + \rho_g q_g}{Q_c + q_g} \quad (3.35)$$

3.2.7 Velocidade de Propagação da Onda de Pressão

Segundo Wylie (1993), há uma forte relação entre a fração de vazio de gás, a pressão e a velocidade de propagação de pressão em um meio bifásico, mesmo para pequenas quantias de gás. Chaudhry (2014) afirma que a velocidade da onda de propagação de pressão em líquidos contendo pequenas quantias de gás é consideravelmente menor que no líquido puro. Segundo Pearsall (1965 *apud* Chaudhry, 2014) a velocidade pode ser reduzida até 75% dependendo da quantidade de gás. Lin *et al.* (2013) afirma que a investigação das características de propagação da onda de pressão é de grande importância na solução de problemas de pressão transientes.

Adotando as seguintes hipóteses, pode-se deduzir uma expressão para a velocidade de propagação de pressão em uma mistura líquido-gás (Pearsall, 1965 *apud* Chaudhry, 2014):

1. A mistura líquido-gás é homogênea, ou seja, as bolhas de gás estão uniformemente distribuídas no líquido;
2. As bolhas de gás possuem temperatura constante;
3. A pressão interna das bolhas é independente da tensão superficial e da pressão de vapor.

Definindo $m = m_g / \nabla_T$, onde m é a massa de gás por unidade de volume da mistura, m_g é a massa de gás e ∇_T é o volume da mistura. Substituindo m na Equação (3.22), mostra-se que a fração em vazio varia inversamente com a pressão:

$$\alpha = \frac{ZmRT}{P} \quad (3.36)$$

Segundo Wylie (1993), a velocidade do som em uma mistura, c_m , desprezando-se os efeitos de elasticidade do tubo, é:

$$c_m = \sqrt{\frac{K_m}{\rho_m}} \quad (3.37)$$

onde K_m é o módulo de elasticidade volumétrica da mistura e é definido como a variação da pressão dividida pela variação da massa específica, sendo assim o inverso da compressibilidade, definida na Equação (2.3). Logo, o módulo de elasticidade volumétrica K definido para um fluido qualquer é definido por (ADEPOJU, 2006):

$$K = \rho \left(\frac{dP}{d\rho} \right) = -\nabla \left(\frac{dP}{d\nabla} \right) \quad (3.38)$$

Escrevendo o módulo de elasticidade para o fluido e para o gás, respectivamente:

$$K_l = -\nabla_l \left(\frac{dP}{d\nabla_l} \right) \quad (3.39)$$

$$K_g = -\nabla_g \left(\frac{dP}{d\nabla_g} \right) \quad (3.40)$$

Mas sabendo-se que o volume total é dado pela soma do volume da fase líquida e da fase gasosa:

$$\nabla_T = \nabla_l + \nabla_g \quad (3.41)$$

E sabendo-se que a variação no volume total é dada pela soma da variação de volume de cada fase:

$$dV_T = dV_l + dV_g \quad (3.42)$$

Combinando as Equações (3.38), (3.41) e (3.42), pode-se determinar uma expressão para o módulo de elasticidade volumétrico da mistura:

$$K_m = - \frac{dP}{\left(\frac{dV_l}{V_T} + \frac{dV_g}{V_T} \right)} \quad (3.43)$$

Substituindo as Equações (3.39) e (3.40) na Equação (3.43):

$$K_m = \frac{V_T K_l}{V_l + V_g \left(\frac{K_l}{K_g} \right)} \quad (3.44)$$

Isolando V_l na Equação (3.41) e substituindo na Equação (3.44):

$$K_m = \frac{K_l}{1 + \alpha \left(\frac{K_l}{K_g} - 1 \right)} \quad (3.45)$$

Substituindo-se a definição do módulo de elasticidade volumétrico na equação de estado do gás, para uma compressão isotérmica do gás, pode-se deduzir que $K_g = P$. Ao se

analisar a ordem de grandeza dos termos K_l e P , concluiu-se que $K_l/P \gg 1$. Logo, pode-se desprezar a unidade no termo entre parênteses no denominador e a Equação (3.45) torna-se:

$$K_m = \frac{K_l}{1 + \alpha \left(\frac{K_l}{P} \right)} \quad (3.46)$$

Substituindo a Equação (3.46) na definição da velocidade de propagação da onda de pressão para uma mistura, Equação (3.37), tem-se:

$$c_m = \sqrt{\frac{K_l}{\left[1 + \alpha \left(\frac{K_l}{P} \right) \right] \rho_m}} \quad (3.47)$$

Substituindo a expressão para a massa específica da mistura, Equação (3.4), na Equação (3.47):

$$c_m = \sqrt{\frac{K_l}{\left[1 + \alpha \left(\frac{K_l}{P} \right) \right] [\rho_l (1 - \alpha) + \rho_g \alpha]}} \quad (3.48)$$

Para a fase líquida pura, a velocidade da propagação do som pode ser escrita como:

$$c_l = \sqrt{\frac{K_l}{\rho_l}} \quad (3.49)$$

Substituindo a Equação (3.49) na Equação (3.48) tem-se:

$$c_m = \sqrt{\frac{\rho_l c_l^2}{\left[1 + \alpha \left(\frac{\rho_l c_l^2}{P}\right)\right] \left[\rho_l (1 - \alpha) + \rho_g \alpha\right]}} \quad (3.50)$$

Finalmente, substituindo a expressão para a fração de vazio em função da pressão, Equação (3.36), na Equação (3.50):

$$c_m = \sqrt{\frac{\rho_l c_l^2}{\left[1 + \frac{ZmRT \rho_l c_l^2}{P^2}\right] \left[\rho_l \left(1 - \frac{ZmRT}{P}\right) + m\right]}} \quad (3.51)$$

A Equação (3.51) descreve a variação da velocidade de propagação de pressão em uma mistura homogênea líquido-gás em função da fração de vazio e da pressão. Este comportamento é apresentado na Figura 3.4. Nota-se que mesmo para pequenas quantias de gás ocorre uma grande variação na velocidade do som na mistura. Nota-se, também, que a velocidade de propagação da pressão na mistura é diretamente proporcional a pressão, pois quanto maior a pressão, menor é a compressibilidade do gás e menor é o volume ocupado pelo gás.

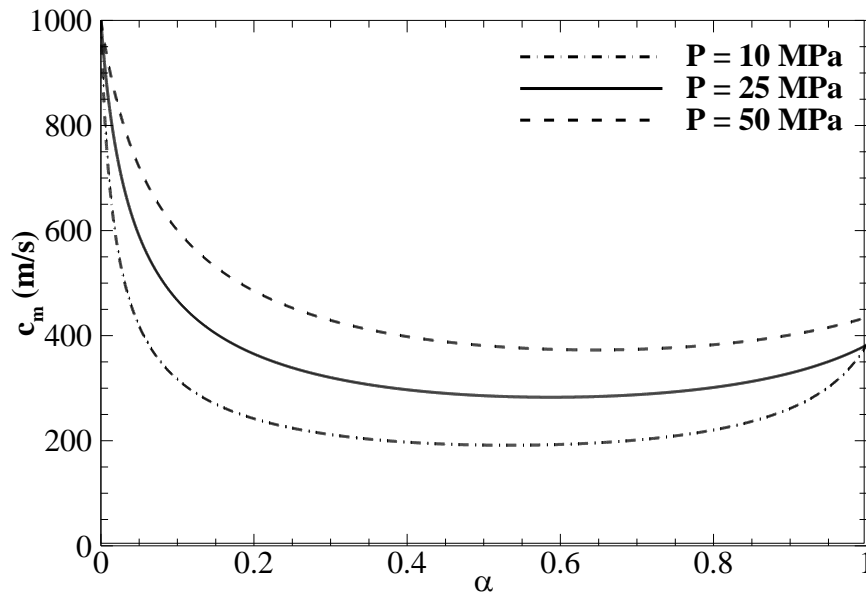


Figura 3.4 – Variação da velocidade de propagação da pressão em função da fração de vazio para três diferentes pressões.

3.3 Condições Iniciais e de Contorno

No presente trabalho são consideradas duas situações diferentes de influxo de gás: o *kick* estático e o *kick* dinâmico. O *kick* estático ocorre quando não há o bombeamento do fluido de perfuração do poço, ou seja, o fluido encontra-se em repouso em todo o interior do poço. Esta situação ocorre quando o poço está sendo perfurado e o fluido de perfuração está sendo bombeado, e, por qualquer razão, o processo de perfuração é interrompido e as bombas são desligadas. O desligamento das bombas reduz a pressão ao longo de todo o poço, e, neste momento, a pressão no interior do poço torna-se inferior à pressão do reservatório. O *kick* dinâmico ocorre quando o fluido está sendo bombeado e a broca atinge um reservatório com pressão maior que a pressão no fundo do poço. Estes dois casos serão detalhados separadamente. Em ambos os casos, para calcular a pressão de fechamento na coluna, utiliza-se como condição de contorno no fundo da coluna, a pressão calculada no fundo do espaço anular.

3.3.1 Kick Estático

O *kick* estático ocorre quando, por qualquer motivo, as bombas são desligadas, aliviando a pressão ao longo de todo o poço de perfuração, tornando, neste momento, a pressão no interior do poço inferior a pressão do reservatório. Assume-se que o *kick* ocorre no fundo do poço e que o gás só invade o espaço anular (SANTOS, 2013).

Considera-se inicialmente que o fluido de perfuração está preenchendo todo o poço de perfuração, ou seja, não há a presença de gás, $\alpha(z, t = 0) = 0$. Supõe-se, também, que o fluido encontra-se totalmente em repouso, $V(z, t = 0) = 0$. Assim, a pressão ao longo de todo o poço é expressa somente pela pressão hidrostática, $P(z, t = 0) = \rho_l g_z (L - z)$, onde z é uma posição vertical genérica. Embora o fluido de perfuração seja considerado compressível na modelagem matemática, desconsidera-se a variação da massa específica na direção z , pois esta variação é muito pequena.

No instante $t = 0$ inicia-se o influxo de gás para o interior do poço. Dois fatores impedem o instantâneo ganho de volume nos tanques de lama: a tensão limite de escoamento e a compressibilidade do fluido de perfuração. Demanda-se certo intervalo de tempo, após o início do *kick*, para o começo de ganho de volume na superfície, e quanto maiores a tensão

limite de escoamento e a compressibilidade, maior é o intervalo de tempo. Após certo volume ganho de fluido na superfície, ∇_{\min} , é possível detectar o influxo de gás e fecha-se o poço para que um eventual *blowout* seja evitado. Como não há bombeamento do fluido de perfuração, o volume ganho é dado pela vazão do fluido ao longo do tempo na superfície do espaço anular. Para a condição de contorno, considera-se que a pressão manométrica na superfície da coluna e do espaço anular são nulas até o fechamento do poço. Após o fechamento, a condição de contorno utilizada na superfície é alterada para vazão nula. As condições iniciais e de contorno para o *kick* estático são apresentadas na Tabela 3.1, onde ∇_{ganho} é o volume ganho na superfície.

Tabela 3.1 – Condições iniciais e de contorno adotadas para o kick estático.

	Coluna	Anular
Inicial	$Q(z, t = 0) = 0$	$Q(z, t = 0) = 0$
$\nabla_{\text{ganho}} < \nabla_{\text{lim}}$	$P(z = L_c, t) = P_{\text{atm}}$	$P(z = L_a, t) = P_{\text{atm}}$
$\nabla_{\text{ganho}} \geq \nabla_{\text{lim}}$	$Q(z = L_c, t) = 0$	$Q(z = L_a, t) = 0$

3.3.2 Kick Dinâmico

Nesta situação, inicialmente o fluido de perfuração é bombeado a uma vazão constante pela coluna de perfuração e retorna pelo espaço anular, $Q(z, t = 0) = Q_{in}$, e não há a presença de gás no interior do poço, $\alpha(z, t = 0) = 0$. Considera-se que a condição de contorno na superfície do espaço anular é a pressão atmosférica, $P(z = L, t) = P_{\text{atm}}$. No instante $t = 0$, a broca atinge um reservatório com pressão superior a pressão no fundo do poço e o influxo de gás se inicia. Novamente, é necessário um ganho mínimo em volume na superfície, ∇_{lim} , para a detecção do *kick*. Agora, o volume ganho na superfície é dado pela diferença entre a vazão de retorno pelo anular e a vazão de bombeio do fluido de perfuração ao longo do tempo. Após a detecção, o poço é fechado e altera-se as condições de contorno na superfície. As novas condições de contorno são as vazões nulas na superfície da coluna e do espaço anular. As condições iniciais e de contorno utilizadas são apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Condições iniciais e de contorno adotadas para o kick dinâmico.

	Coluna	Anular
Inicial	$Q(z, t = 0) = Q_{in}$	$Q(z, t = 0) = Q_{in}$
$\nabla_{ganho} < \nabla_{lim}$	$Q(z = L_c, t) = Q_{in}$	$P(z = L_a, t) = P_{atm}$
$\nabla_{ganho} \geq \nabla_{lim}$	$Q(z = L_c, t) = 0$	$Q(z = L_a, t) = 0$

3.4 Síntese do Capítulo

Neste capítulo foram apresentadas as equações que caracterizam o modelo matemático utilizado no trabalho. As equações do balanço de massa, Equação (3.9), e da quantidade de movimento, Equação (3.13), formam um sistema de equações onde a pressão e a velocidade axial são as incógnitas. A vazão de gás para o interior do poço é modelada através da lei de Darcy, Equação (3.26), e o gás é modelado como real, através da Equação (3.23). A variação da propagação de pressão em função da pressão e da massa de gás é apresentada na Equação (3.51). São considerados dois casos de *kick*: o *kick* estático e o *kick* dinâmico. No primeiro caso, inicialmente o fluido encontra-se totalmente em repouso e o gás desloca gradativamente o fluido de perfuração. No *kick* dinâmico, o fluido está sendo bombeado com uma vazão constante e a broca atinge um reservatório com pressão maior que a pressão no fundo do poço. Em ambos os casos, após a detecção do *kick* através do *pit-gain*, o poço é fechado e espera-se a estabilização da pressão ao longo do poço. O processo de discretização e a forma de solução numérica das equações são apresentados no próximo capítulo.

4 DISCRETIZAÇÃO E SOLUÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo são apresentados o método para a discretização das equações de balanço de massa e de quantidade de movimento (método das características), a malha utilizada, o fluxograma do código computacional, os testes de malha, a verificação do modelo através da comparação com solução analítica e a validação do modelo desenvolvido comparando dados experimentais com os resultados obtidos pelo modelo proposto.

4.1 Metodologia de Solução Através do Método das Características

As equações do balanço de massa, Equação (3.9), e do balanço de quantidade de movimento, Equação (3.13), formam um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas, tendo como incógnitas a pressão e a velocidade, e como variáveis independentes o tempo e a posição. Para a solução do problema o método das características é aplicado. Transforma-se as equações diferenciais parciais em equações diferenciais totais. As equações resultantes são integradas pelo método das diferenças finitas (CHAUDHRY, 2014; WILYE, 1993).

As equações de balanço de massa e de quantidade de movimento também possuem como incógnita a fração de vazio de gás. Através da lei de Darcy, Equação (3.26), pode-se calcular a massa de gás que invade o poço. Conhecendo-se a massa de gás e através da equação de estado do gás, Equação (3.22), pode-se escrever uma expressão para a fração de vazio em função da massa de gás e da pressão, Equação (3.36).

A primeira etapa do processo consiste em combinar linearmente a equação de balanço de massa, Equação (3.9), com a equação de balanço de quantidade de movimento, Equação (3.13), através de um multiplicador χ :

$$\left(\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{2fV|V|}{D_h} - g_z \right) + \chi \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \rho_m c_m^2 \frac{\partial V}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.1)$$

Rearranjando os termos, a Equação (4.1) pode ser escrita na forma:

$$\chi \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{1}{\rho_m \chi} \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial z} \chi \rho_m c_m^2 \right) + \frac{2fV|V|}{D_h} - g_z = 0 \quad (4.2)$$

Sabendo-se que $P = P(z, t)$ e $V = V(z, t)$, pode-se escrever a derivada total como:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (4.3)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (4.4)$$

Comparando as Equações (4.2), (4.3) e (4.4) deduz-se que:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{\rho_m \chi} = \chi \rho_m c_m^2 \quad (4.5)$$

Portanto:

$$\chi = \pm \frac{1}{\rho_m c_m} \quad (4.6)$$

Substituindo a Equação (4.6) na Equação (4.5):

$$\frac{dz}{dt} = \pm c_m \quad (4.7)$$

Substituindo as Equações (4.3), (4.4) e (4.5) na Equação (4.2) tem-se:

$$\chi \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{2fV|V|}{D_h} - g_z = 0 \quad (4.8)$$

Substituindo o multiplicador linear χ , Equação (4.6), na Equação (4.8) tem-se:

$$\pm \frac{1}{\rho_m c_m} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{2fV|V|}{D_h} - g_z = 0 \quad (4.9)$$

A Equação (4.7) mostra a mudança na posição de uma onda relacionada com a mudança no tempo pela velocidade de propagação da onda de pressão c_m . Quando o valor positivo de χ é utilizado na Equação (4.6), o valor positivo de χ deve ser usado na Equação (4.8). O mesmo procedimento é necessário quando se utiliza o valor negativo. A substituição destes valores resulta em dois pares de equações denominadas equações C^+ e C^- (WILYE, 1993):

$$C^+ : \begin{cases} + \frac{1}{\rho_m c_m} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{2fV|V|}{D_h} - g_z = 0 & (a) \\ \frac{dz}{dt} = +c_m & (b) \end{cases} \quad (4.10)$$

$$C^- : \begin{cases} - \frac{1}{\rho_m c_m} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{2fV|V|}{D_h} - g_z = 0 & (a) \\ \frac{dz}{dt} = -c_m & (b) \end{cases} \quad (4.11)$$

As Equações (4.10a) e (4.11a) são denominadas de equações de compatibilidade. Nota-se que a Equação (4.10a) é válida somente se a Equação (4.10b) é satisfeita. Portanto, impondo as relações dadas pelas Equações (4.10b) e (4.11b), eliminou-se a variável

independente espacial z e as equações diferenciais parciais foram convertidas em equações diferenciais ordinárias na variável independente t . Entretanto, as equações de balanço de massa e de quantidade de movimento, Equações (3.9) e (3.13) são válidas em qualquer ponto no plano $z-t$, mas as equações de compatibilidade, Equações (4.10a) e (4.11a) são somente válidas ao longo de uma linha reta (se c_m for constante) no plano $z-t$, dadas pelas Equações (4.10b) e (4.11b) (CHAUDHRY, 2014).

A malha numérica do método das características para uma velocidade de propagação da onda de pressão constante é uniforme e com um número par de células. Cada célula possui comprimento igual a $\Delta z = L_T/N$, onde L_T é o comprimento total do domínio e N é o número total de células. A Figura 4.1 apresenta a malha uniforme para esta condição (região sem gás). Esta condição ocorre em toda a extensão da coluna e no espaço anular onde não há a presença de gás. Definido o valor total de células N e determinado o Δz , pode-se calcular o passo de tempo por $\Delta t = \Delta z/c_l$.

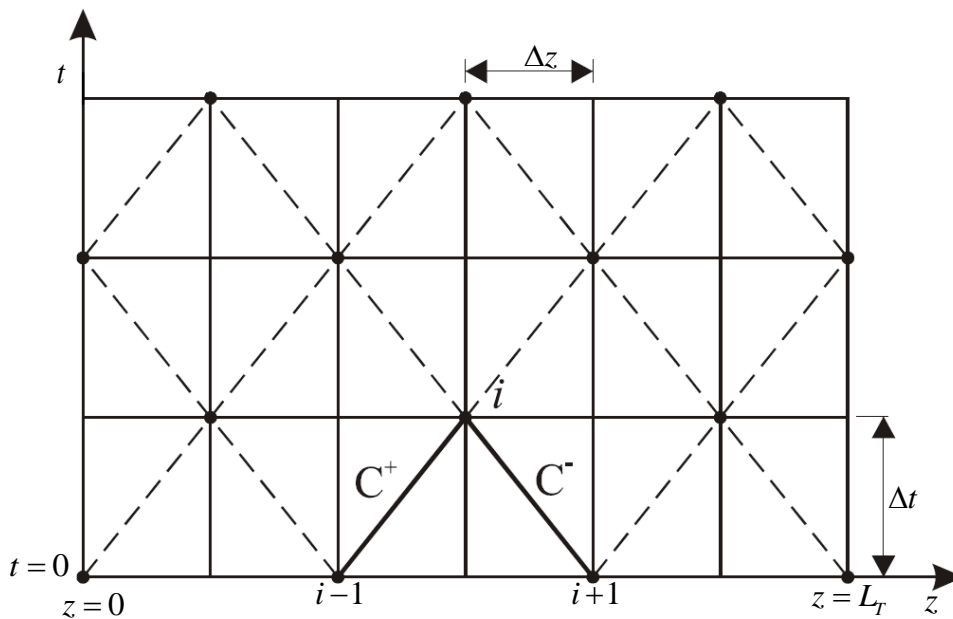


Figura 4.1 – Malha uniforme do Método das Características.

Substituindo a expressão do fator de atrito, Equação (3.15), nas Equações (4.10)a e (4.11)a:

$$C^+ : \quad \frac{1}{\rho_m c_m} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{32V \zeta \mu_m}{\psi \rho_m D_h^2} - g_z = 0 \quad (4.12)$$

$$C^- : \quad -\frac{1}{\rho_m c_m} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{32V \zeta \mu_m}{\psi \rho_m D_h^2} - g_z = 0 \quad (4.13)$$

Multiplicando as Equações (4.12) e (4.13) por $\rho_m c_m dt$ tem-se:

$$C^+ : \quad dP + \rho_m c_m dV + \frac{32V \zeta \mu_m dz}{\psi D_h^2} - \rho_m g_z dz = 0 \quad (4.14)$$

$$C^- : \quad dP - \rho_m c_m dV - \frac{32V \zeta \mu_m dz}{\psi D_h^2} + \rho_m g_z dz = 0 \quad (4.15)$$

4.1.1 Kick Estático e Região sem Gás

No *kick* estático, considera-se que o gás permanece estático no fundo do poço, não migrando em direção a superfície e sem ocorrer uma mistura entre as fases. Já no *kick* dinâmico, inicialmente o poço de perfuração está preenchido somente com fluido de perfuração e após o início do *kick*, o gás avança juntamente com o fluido em direção à superfície. Na região do poço onde só há fluido de perfuração, as propriedades da mistura tornam-se as propriedades do fluido de perfuração, indicados pelo índice l . Para esta região, a velocidade da propagação da onda de pressão é constante e as Equações (4.14) e (4.15) podem ser integradas ao longo das linhas características, $\frac{dz}{dt} = \pm c_l$:

$$C^+ : \quad \int_{i-1}^i dP + \rho_l c_l \int_{i-1}^i dV + \frac{32 \zeta \mu_l}{D_h^2} \int_{i-1}^i \frac{V}{\psi} dz - \rho_l g_z \int_{i-1}^i dz = 0 \quad (4.16)$$

$$C^- : \int_{i+1}^i dP - \rho_l c_l \int_{i+1}^i dV - \frac{32\zeta\mu_l}{D_h^2} \int_{i+1}^i \frac{V}{\psi} dz + \rho_m g_z \int_{i+1}^i dz = 0 \quad (4.17)$$

Não há uma integral exata para os termos que possuem a condutância, uma vez que a condutância também é função da velocidade. Estes termos são integrados através da consideração das propriedades médias no intervalo Δz . Realizando as integrações, tem-se:

$$C^+ : P_i^{n+1} - P_{i-1}^n + \rho_l c_l (V_i^{n+1} - V_{i-1}^n) + \frac{32\zeta\mu_l}{D_h^2} \left(\frac{V_i^{n+1}}{\psi_i^{n+1}} + \frac{V_{i-1}^n}{\psi_i^n} \right) \frac{\Delta z}{2} - \rho_l g_z \Delta z = 0 \quad (4.18)$$

$$C^- : P_i^{n+1} - P_{i+1}^n - \rho_l c_l (V_i^{n+1} - V_{i+1}^n) - \frac{32\zeta\mu_l}{D_h^2} \left(\frac{V_i^{n+1}}{\psi_i^{n+1}} + \frac{V_{i+1}^n}{\psi_{i+1}^n} \right) \frac{\Delta z}{2} + \rho_l c_l \Delta z = 0 \quad (4.19)$$

Rearranjando as equações em função da pressão no ponto i :

$$C^+ : P_i^{n+1} = F^+ - V_i^{n+1} \left(\rho_l c_l + \frac{16\zeta\mu_l \Delta z}{\psi_i^{n+1} D_h^2} \right) \quad (4.20)$$

$$C^- : P_i^{n+1} = F^- + V_i^{n+1} \left(\rho_l c_l + \frac{16\zeta\mu_l \Delta z}{\psi_i^{n+1} D_h^2} \right) \quad (4.21)$$

Onde os coeficientes F^+ e F^- são dados por:

$$F^+ = P_{i-1}^n + V_{i-1}^n \left(\rho_l c_l - \frac{16\zeta\mu_l \Delta z}{\psi_{i-1}^n D_h^2} \right) - \rho_l g_z \Delta z \quad (4.22)$$

$$F^- = P_{i+1}^n - V_{i+1}^n \left(\rho_l c_l - \frac{16\zeta\mu_l\Delta z}{\psi_{i+1}^n D_h^2} \right) + \rho_l g_z \Delta z \quad (4.23)$$

As Equações (4.20) e (4.21) formam um sistema de equações onde a pressão P_i^{n+1} e a velocidade V_i^{n+1} podem ser determinadas como função dos valores de pressão e velocidade do instante de tempo anterior n . Resolvendo o sistema para a pressão e a velocidade, tem-se:

$$P_i^{n+1} = \frac{F^+ + F^-}{2} \quad (4.24)$$

$$V_i^{n+1} = \frac{F^+ - F^-}{2\rho_l c_l + 32\zeta\mu_l\Delta z/\psi_i^{n+1} D_h^2} \quad (4.25)$$

Como a condutância ψ_i^{n+1} depende da velocidade no instante de tempo atual, o cálculo da condutância é realizado de modo iterativo. O processo iterativo inicia-se estimando a velocidade no ponto i , sendo como a média entre as velocidades dos pontos $i-1$ e $i+1$ e então se calcula uma condutância. Com a primeira estimativa da condutância, calcula-se uma nova velocidade pela Equação (4.25), com a qual pode ser calculada uma nova condutância. Repete-se o processo até que a diferença absoluta entre as velocidades de duas iterações consecutivas seja inferior a um resíduo mínimo estipulado. Com este procedimento, pode-se calcular a pressão e a velocidade em todo o domínio ao longo do tempo na região onde não há gás.

A pressão e a velocidade nos pontos internos da malha podem ser calculadas pelas Equações (4.24) e (4.25). Já nas fronteiras faz-se necessária a utilização das condições de contorno. Na superfície da coluna e do espaço anular, as condições de contorno utilizadas são inicialmente a pressão manométrica nula, podendo-se, então, calcular diretamente a velocidade na fronteira através da Equação (4.20), na qual isolando a velocidade tem-se:

$$V_{N+1}^{n+1} = \frac{P_{N+1}^{n+1} - F^+}{\rho_l c_l + \frac{16\mu_l \Delta z}{\psi_{N+1}^{n+1} D_h^2}} \quad (4.26)$$

Para o fechamento do poço altera-se a condição de contorno na superfície, impondo uma velocidade nula. Com o valor da velocidade já determinado, pode-se calcular a pressão na superfície P_{N+1}^{n+1} diretamente pela Equação (4.20).

Na outra fronteira encontra-se a entrada de gás. No *kick* estático admite-se que o gás permanece estático no fundo do poço e não migra em direção a superfície devido a tensão limite de escoamento do fluido de perfuração. Considera-se então que a pressão no fundo do poço é a pressão do gás, que pode ser calculada através da equação de estado, Equação (3.22). Discretizando a equação de estado, tem-se:

$$P_g = \frac{(m_g^n + \dot{m}_g^{n+1} \Delta t) Z_1^{n+1} RT}{V_g^n + \Delta t V_1^{n+1} A_a} \quad (4.27)$$

onde m_g^n é a massa de gás presente no instante de tempo anterior, \dot{m}_g^{n+1} é a vazão mássica de gás no instante de tempo atual e V_g^n é o volume de gás presente no interior do espaço anular no instante de tempo anterior.

A vazão mássica de gás no instante de tempo atual pode ser determinada pela lei de Darcy, Equação (3.26). Substituindo na Equação (4.27):

$$P_g = \frac{(m_g^n + \rho_g C_r (P_r - P_f) \Delta t) ZRT}{V_g^n + \Delta t V_1^{n+1} A_a} \quad (4.28)$$

Admitindo-se que a pressão no fundo do poço é igual a pressão do gás ($P_g = P_f = P_1^{n+1}$) e através da equação de compatibilidade C^- , Equação (4.21), pode-se determinar a pressão e a velocidade no fundo do poço. Combinando as equações e isolando a pressão, pode-se escrever:

$$aP_1^{n+1} + bP_1^{n+1} + c = 0 \quad (4.29)$$

sendo:

$$a = \frac{A_a \Delta t}{\rho_l c_l + \frac{16\mu\Delta z}{D_h^2 \psi_1^{n+1}}} \quad (4.30)$$

$$b = \nabla_g^n - F^- a + \rho_g C_r \Delta t RTZ_1^{n+1} \quad (4.31)$$

$$c = -\left(m_g^n + P_r \rho_g C_r \Delta t\right) RTZ_1^{n+1} \quad (4.32)$$

A Equação (4.29) é uma equação de segundo grau, portanto, pode-se determinar a pressão utilizando-se a equação de Bhaskara:

$$P_1^{n+1} = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a} \quad (4.33)$$

O sinal negativo da raiz retorna uma pressão negativa, não possuindo significado físico. Com a pressão calculada, pode-se então calcular a velocidade através da equação de compatibilidade C^- , Equação (4.21).

4.1.2 Kick Dinâmico e Região com Gás

No *kick* dinâmico, o gás migra em direção a superfície, ocorrendo a mistura entre o fluido de perfuração e o gás. Na presença de gás a velocidade de propagação de pressão não possui mais um valor constante, mas é uma função da massa de gás presente no domínio e da

pressão, conforme a Equação (3.51). A integração das equações de compatibilidade, Equações (4.14) e (4.15) agora não possuem integrais exatas devido a velocidade de propagação de pressão variável. Entretanto, segundo Wilye (1993) as equações características podem ser escritas como:

$$C^+ : \int_{i-1}^i dP + \int_{i-1}^i \rho_m c_m dV + \frac{32\zeta}{D_h^2} \int_{i-1}^i \frac{V\mu_m}{\psi} dz - g_z \int_{i-1}^i dz = 0 \quad (4.34)$$

$$C^- : \int_{i+1}^i dP - \int_{i+1}^i \rho_m c_m dV - \frac{32\zeta}{D_h^2} \int_{i+1}^i \frac{V\mu_m}{\psi} dz + g_z \int_{i+1}^i \rho_m dz = 0 \quad (4.35)$$

Realizando as integrações:

$$C^+ : P_i^{n+1} - P_{i-1}^n + \bar{c}_m^+ \bar{\rho}_m^+ (V_i^{n+1} - V_{i-1}^n) - \frac{32\bar{\mu}_m^+ \zeta}{D_h^2} \left(\frac{V_i^{n+1}}{\psi_i^{n+1}} + \frac{V_{i-1}^n}{\psi_{i-1}^n} \right) \frac{\Delta z}{2} + \bar{\rho}_m^+ g_z \Delta z = 0 \quad (4.36)$$

$$C^- : P_i^{n+1} - P_{i+1}^n - \bar{\rho}_m^- \bar{c}_m^- (V_i^{n+1} - V_{i+1}^n) - \frac{32\bar{\mu}_m^- \zeta}{D_h^2} \left(\frac{V_i^{n+1}}{\psi_i^{n+1}} + \frac{V_{i+1}^n}{\psi_{i+1}^n} \right) \frac{\Delta z}{2} + \bar{\rho}_m^- g_z \Delta z = 0 \quad (4.37)$$

sendo $\bar{\rho}_m^\pm$, \bar{c}_m^\pm e $\bar{\mu}_m^\pm$ os valores médios das respectivas propriedades entre os pontos i e $i \mp 1$.

Isolando-se a velocidade V_i^{n+1} nas Equações (4.36) e (4.37), tem-se:

$$V_i^{n+1} = \frac{F^+ - F^-}{\bar{\rho}_m^+ \bar{c}_m^+ + \bar{\rho}_m^- \bar{c}_m^- + 16\zeta \Delta z (\bar{\mu}_m^+ + \bar{\mu}_m^-) / \psi_i^{n+1} D_h^2} \quad (4.38)$$

Somando-se as Equações (4.36) e (4.37) e isolando a pressão:

$$P_i^{n+1} = \frac{F^+ + F^- + V_i^{n+1} \left(\bar{\rho}_m^- \bar{c}_m^- - \bar{\rho}_m^+ \bar{c}_m^+ + 16\zeta \Delta z (\bar{\mu}_m^- - \bar{\mu}_m^+) / \psi_i^{n+1} D_h^2 \right)}{2} \quad (4.39)$$

onde os coeficientes F^+ e F^- são dados por:

$$F^+ = P_{i-1}^n + V_{i-1}^n \left(\bar{\rho}_m^+ \bar{c}_m^+ - \frac{16\zeta \bar{\mu}_m^+ \Delta z}{\psi_{i-1}^n D_h^2} \right) - \bar{\rho}_m^+ g_z \Delta z \quad (4.40)$$

$$F^- = P_{i+1}^n - V_{i+1}^n \left(\bar{\rho}_m^- \bar{c}_m^- - \frac{16\zeta \bar{\mu}_m^- \Delta z}{\psi_{i+1}^n D_h^2} \right) + \bar{\rho}_m^- g_z \Delta z \quad (4.41)$$

É interessante notar que as Equações (4.38) e (4.39) reproduzem as equações apresentadas somente para o fluido, Equações (4.24) e (4.25), se as propriedades da mistura forem substituídas pelas propriedades da fase líquida.

As linhas características não são mais linhas retas e a malha deixa de ser uniforme. Portanto, as linhas características que passam pelo ponto i não passam, necessariamente, por $i-1$ e $i+1$, mas sim pelos pontos R e S , conforme apresentado na Figura 4.2. Como as propriedades nos pontos R e S não são conhecidas, realiza-se uma interpolação linear, sendo o grau de interpolação:

$$\delta_{R,S} = c_m^\pm / c_l \quad (4.42)$$

onde c_m^\pm é a velocidade de propagação de pressão média entre os pontos i e $i \pm 1$ dada por:

$$c_m^\pm = \frac{c_{m,i} + c_{m,i\mp 1}}{2} \tag{4.43}$$

e a velocidade de propagação da pressão para cada ponto é dada por:

$$c_{m,i}^n = \sqrt{\frac{\rho_l c_l^2}{\left[1 + \frac{Z_i^n m_i^n RT \rho_l c_l^2}{(P_i^n)^2}\right] \left[\rho_l \left(1 - \frac{Z_i^n m_i^n RT}{P_i^n}\right) + m_i^n\right]}} \tag{4.44}$$

sendo m_i^n a massa de gás por volume presente no atual instante de tempo n na célula i e Z_i^n o fator de compressibilidade a uma pressão P_i^n .

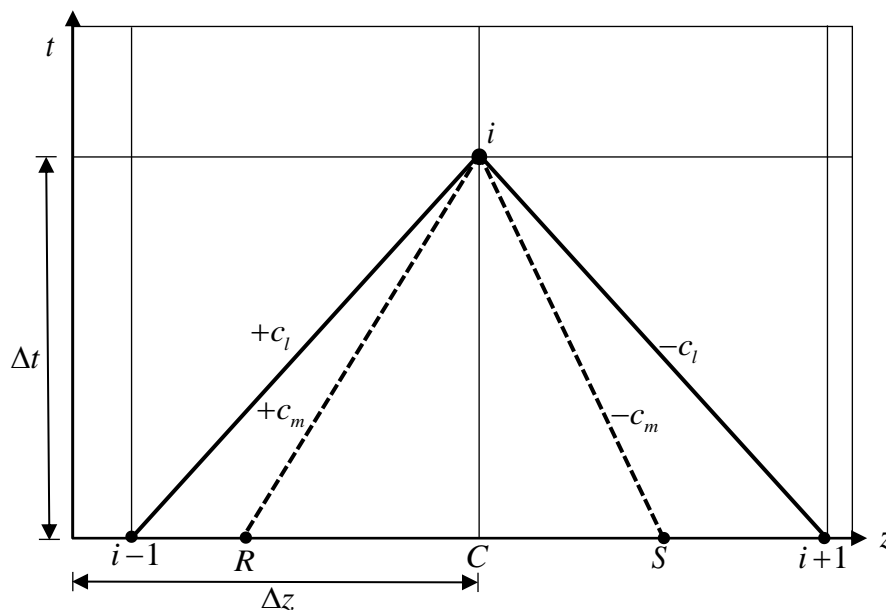


Figura 4.2 – Malha para o Método das Características para velocidade de propagação da onda de pressão variável.

A pressão, a velocidade e a massa de gás são interpoladas nos pontos R e S . É adotado que as propriedades no ponto C são as médias entre as propriedades dos pontos $i-1$ e $i+1$. Escrevendo de forma generalizada a interpolação para uma variável ϕ qualquer, tem-se:

$$\phi_R = \phi_C - \delta_R (\phi_{i-1} - \phi_C) \quad (4.45)$$

$$\phi_S = \phi_C - \delta_S (\phi_{i+1} - \phi_C) \quad (4.46)$$

No *kick* dinâmico, faz-se um balanço de massa no fundo do poço para calcular a massa específica da mistura e a velocidade no fundo do poço. Substituindo a lei de Darcy, Equação (3.26) no balanço de massa no fundo do poço, Equação (3.34) tem-se:

$$\rho_g C_r (P_r - P_1^{n+1}) + \rho_l Q_c = \left[\frac{\rho_g C_r (P_r - P_1^{n+1}) + \rho_l Q_c}{C_r (P_r - P_1^{n+1}) + Q_c} \right] V_1^{n+1} A_a \quad (4.47)$$

Através da Equação (4.47) e da equação de compatibilidade C^- , Equação (4.37), pode-se calcular P_1^{n+1} e V_1^{n+1} . Utiliza-se o processo iterativo Newton-Raphson para o cálculo. Enquanto há a circulação do fluido de perfuração, a fração de vazio no fundo e ao longo do poço mantem-se relativamente pequena, na ordem de 1%, utilizando-se os parâmetros apresentados na Tabela 5.1. Após o fechamento, cessa-se o bombeamento do fluido de perfuração e só há a entrada de gás no espaço anular, aumentando a fração de vazio no fundo do poço. A modelagem do escoamento bifásico como homogêneo é adequada somente para pequenas frações em vazio. Portanto, altera-se a modelagem da entrada de gás após o fechamento do poço. Como o poço encontra-se fechado e não há mais o bombeamento do fluido de perfuração, considera-se novamente que o volume de gás que invade o poço após o fechamento permanece estático no fundo do poço. Admite-se, novamente, que a pressão no fundo é igual a pressão do gás, igual ao *kick* estático. Portanto, após o fechamento, a pressão no fundo do poço é calculada novamente pela Equação (4.33)

Da hipótese de não deslizamento entre as fases, assume-se que a velocidade do gás e do fluido de perfuração são iguais. Do balanço de massa no fundo do poço, Equação (3.34), pode-se calcular a velocidade da mistura no fundo do espaço anular. A cada intervalo de tempo uma nova quantidade de massa de gás entra no poço e desloca-se com a mesma velocidade do fluido de perfuração. Computar a evolução de cada nova massa de gás que entra no poço em

cada instante de tempo resultaria em um elevado custo computacional. Portanto, desenvolveu-se uma abordagem alternativa para reduzir este custo.

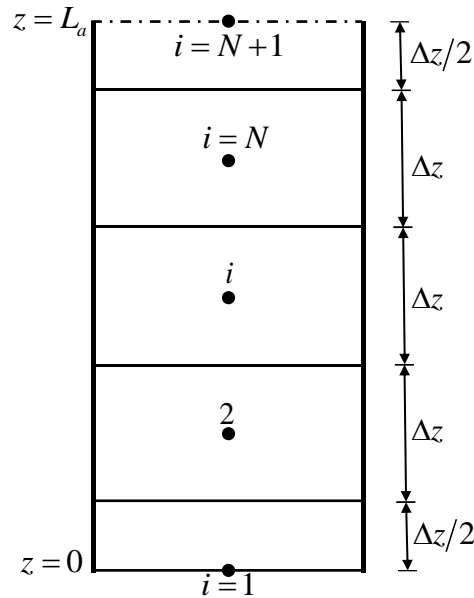


Figura 4.3 – Malha adotada para computar o avanço temporal e espacial de gás ao longo do poço.

Cada célula no interior da malha possui comprimento Δz , com exceção das células das fronteiras que possuem comprimento $\Delta z/2$, como pode ser visto na Figura 4.3, que apresenta a malha adotada para computar a migração do gás. A entrada de gás ocorre no fundo do poço, $i = 1$. No primeiro instante de tempo, a primeira quantia de gás invade o poço. Considera-se que essa massa de gás se move com a velocidade calculada na célula $i = 1$ enquanto estiver no interior desta célula. Quando esta massa de gás alcança o domínio da célula $i = 2$, move-se então com a velocidade calculada nesta respectiva célula. Neste momento, considera-se que toda a massa de gás presente na célula $i = 1$ é um corpo único de gás com comprimento $\Delta z/2$ e que se move a mesma velocidade. No próximo instante de tempo uma nova massa de gás invadirá o poço e quando esta massa atingir novamente a altura $\Delta z/2$, considera-se que toda massa de gás presente na primeira célula é um segundo corpo de gás e que se move a mesma velocidade. No próximo instante de tempo repete-se o processo. Este procedimento reduz a quantidade de informação que necessita ser computada ao longo do tempo e do espaço, diminuindo o esforço computacional.

4.2 Procedimento de Cálculo

O cálculo dos campos de pressão e velocidade ao longo do domínio é realizado através de um programa computacional em linguagem FORTRAN. O fluxograma do procedimento de cálculo é apresentado na Figura 4.4 e as principais equações do modelo desenvolvido são apresentadas na Tabela 4.1. A sequência lógica do programa é mostrada abaixo para descrever o procedimento de cálculo:

1. Inicialmente, lê-se os dados de entrada, como as dimensões do poço, os parâmetros do fluido de perfuração, o tempo de simulação, os parâmetros do reservatório, o número total de células e os critérios de convergência para os processos iterativos. Nesta etapa inicial também lê-se as condições de contorno. Com base no tempo máximo de simulação, calcula-se o número máximo de iterações no tempo n_{\max} .
2. Das condições iniciais, calcula-se o campo de pressão e velocidade ao longo do espaço anular ou da coluna no instante de tempo $t = 0$ s.
3. Inicia-se o cálculo do campo de pressão e velocidade em $t = (2n - 1)\Delta t$. Para o cálculo nos pontos internos da malha verifica-se se nas células envolvidas no cálculo, genericamente nos pontos $i - 1$, i e $i + 1$, há a presença de gás. Caso não haja, o cálculo da pressão e velocidade no ponto i se dá pelas Equações (4.24) e (4.25). Entretanto, é necessário um procedimento iterativo (Newton-Raphson) para o cálculo da condutância ψ_i , uma vez que esta é função da velocidade. Inicialmente, estima-se a velocidade no ponto i como sendo a média entre as velocidades dos pontos $i - 1$ e $i + 1$, e então calcula-se uma condutância inicial. Pode-se então calcular uma nova velocidade com este valor da condutância, e então uma nova velocidade. Este processo fornece um valor aprimorado para a condutância, repete-se este processo até que a diferença entre as velocidades seja inferior ao resíduo máximo estipulado. Caso haja a presença de gás nas células, a velocidade de propagação da pressão também é uma incógnita, pois é uma função da pressão. Inicialmente, estima-se que a pressão no ponto i é a média entre as pressões dos pontos $i - 1$ e $i + 1$, podendo-se, assim, estimar um valor inicial de c_m no ponto i . Calcula-se, então, a velocidade de propagação da onda de pressão média entre os pontos $i - 1$ e i e entre os pontos i e $i + 1$. Conhecendo-se c_m^+ e c_m^- calcula-se os graus de interpolação δ^\pm e interpola-se a velocidade, a pressão e a massa de gás nos pontos R e S . Com a pressão inicial estimada e com a massa de gás conhecida, pode-

- se calcular a fração de vazio α_i e então a massa específica e viscosidade da mistura. Neste momento, pode-se calcular as propriedades médias ao longo das linhas características C^+ e C^- e calcular um novo valor da pressão e velocidade no ponto i , através das Equações (4.36) e (4.37). Novamente, a condutância é função da velocidade e o procedimento de cálculo é semelhante ao processo citado anteriormente. Este processo fornece um valor aprimorado da pressão no ponto i , então é calculado novos valores para a velocidade de propagação da onda de pressão e repete-se todo o processo de interpolação até que a diferença entre as últimas pressões calculadas seja inferior a um resíduo mínimo estipulado ou até que o número máximo de iterações seja atingido.
4. Com os campos de pressão e velocidade determinados em toda a malha, repete-se o processo anterior para um próximo instante de tempo, $t = 2n\Delta t$. A diferença do passo de tempo anterior é que agora os cálculos ocorrem nas células ímpares da malha. Nas faces $i=1$ e $i=N+1$, o cálculo depende das condições de contorno e é realizado posteriormente.
 5. O próximo processo é a determinação da pressão e da velocidade nas condições de contorno. Para a superfície do espaço anular, $i = N + 1$, se o *kick* ainda não foi detectado, o poço está aberto e o valor da pressão é a pressão atmosférica. Portanto, a velocidade pode ser determinada através da linha C^+ , Equação (4.36), visto que as condições no ponto $i = N$ já foram determinadas anteriormente. Novamente, é necessário um processo iterativo para o cálculo da condutância. Se o *kick* já foi detectado, o poço é fechado e a condição de contorno na superfície do espaço anular e da coluna é a velocidade nula. Novamente, repete-se o processo iterativo para determinar a velocidade de propagação da onda de pressão, o grau de interpolação e a pressão.
 6. Caso a situação simulada seja o *kick* dinâmico, após o cálculo das velocidades ao longo de todo o domínio calcula-se a migração de gás ao longo do espaço anular e atualiza-se as posições das massas de gás.
 7. Armazenam-se os dados como pressão, velocidade, massa específica da mistura, velocidade de propagação da onda de pressão e altura do gás no instante de tempo atual, $t = 2n\Delta t$.
 8. Se o tempo máximo estipulado foi alcançado, finaliza-se a simulação. Caso contrário, avança-se uma iteração no tempo e retorna-se ao item 3.

9. Após finalizar a simulação no espaço anular, utiliza-se a pressão no fundo do espaço anular como condição de contorno para o fundo da coluna de perfuração após o fechamento. Repete-se todos os processos anteriores até que o tempo máximo estipulado seja alcançado.

Tabela 4.1 – Principais equações do modelo numérico.

Numeração	Equação
(4.24)	$P_i^{n+1} = \frac{F^+ + F^-}{2}$
(4.25)	$V_i^{n+1} = \frac{F^+ - F^-}{2\rho_l c_l + 32\zeta\mu_l\Delta z / \psi_i^{n+1} D_h^2}$
(4.28)	$P_g = \frac{(m_g^n + \rho_g C_r (P_r - P_f) \Delta t) ZRT}{\forall_g^n + \Delta t V_1^{n+1} A_a}$
(4.38)	$V_i^{n+1} = \frac{F^+ - F^-}{\bar{\rho}_m^+ \bar{c}_m^+ + \bar{\rho}_m^- \bar{c}_m^- + 16\zeta\Delta z (\bar{\mu}_m^+ + \bar{\mu}_m^-) / \psi_i^{n+1} D_h^2}$
(4.39)	$P_i^{n+1} = \frac{F^+ + F^- + V_i^{n+1} (\bar{\rho}_m^- \bar{c}_m^- - \bar{\rho}_m^+ \bar{c}_m^+ + 16\zeta\Delta z (\bar{\mu}_m^- - \bar{\mu}_m^+) / \psi_i^{n+1} D_h^2)}{2}$
(4.44)	$c_{m,i}^n = \sqrt{\frac{\rho_l c_l^2}{\left[1 + \frac{Z_i^n m_i^n RT \rho_l c_l^2}{(P_i^n)^2}\right] \left[\rho_l \left(1 - \frac{Z_i^n m_i^n RT}{P_i^n}\right) + m_i^n\right]}}$
(4.47)	$\rho_g C_r (P_r - P_1^{n+1}) + \rho_l Q_c = \left[\frac{\rho_g C_r (P_r - P_1^{n+1}) + \rho_l Q_c}{C_r (P_r - P_1^{n+1}) + Q_c} \right] V_1^{n+1} A_a$

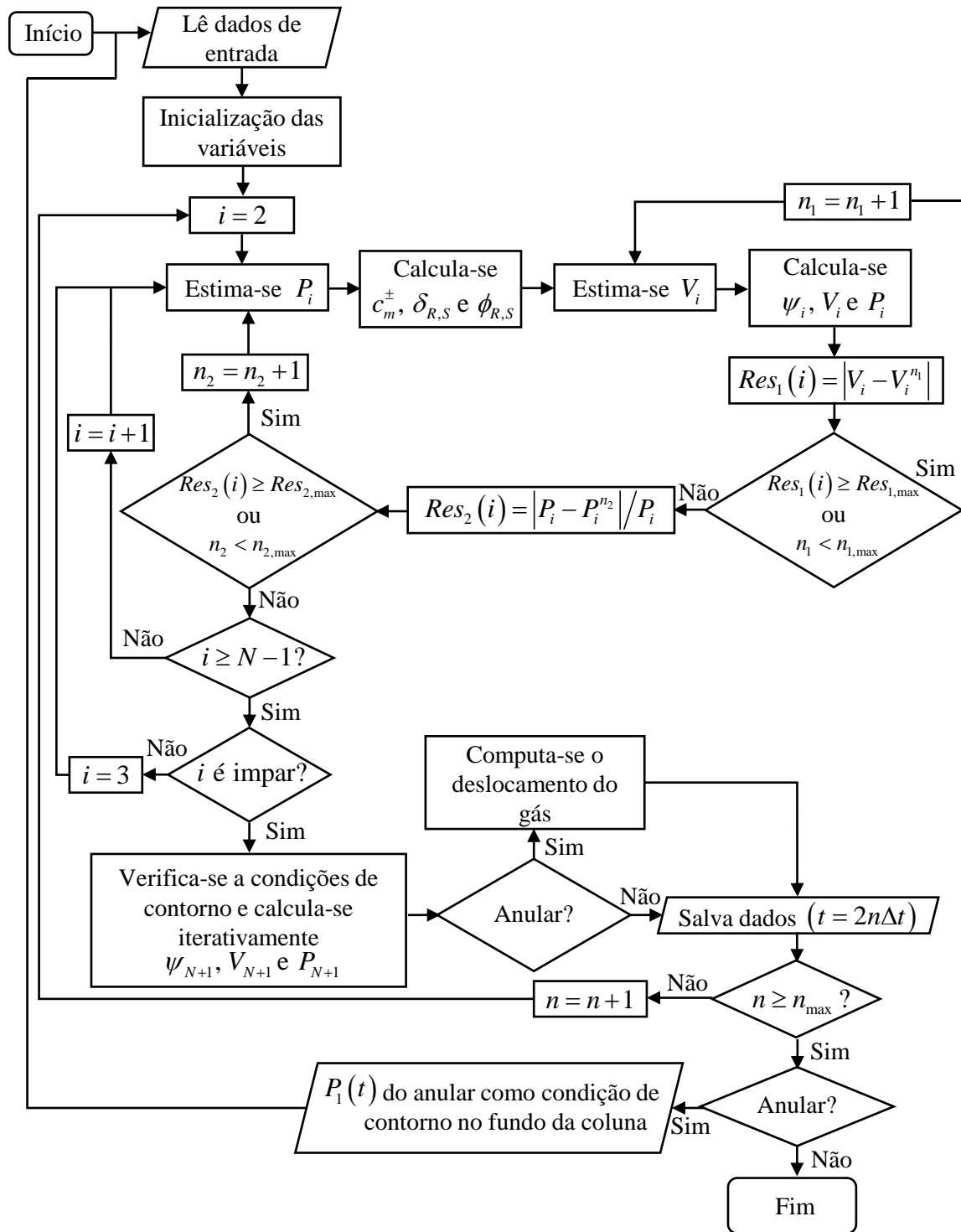


Figura 4.4 – Fluxograma do procedimento de cálculo do modelo numérico.

4.3 Verificação do Modelo

Nesta seção é realizada a verificação do modelo matemático e numérico, através de análises de critério de convergência, análise de sensibilidade de malha, a verificação através da comparação dos resultados do modelo com solução analítica e a validação, comparando os resultados obtidos com dados experimentais. Todas as simulações foram realizadas em um computador com processador *Intel Core i7-3930K @3,20 GHz* e com 12 GB de memória RAM.

4.3.1 Análise do Critério de Convergência – Condutância

O caráter viscoplástico do fluido de perfuração no modelo é considerado através da condutância, que é função da velocidade e requer um processo iterativo para o cálculo. Dessa forma, nesta seção analisa-se qual deve ser o critério de convergência, através do resíduo e do número máximo de iterações.

Após o fechamento do poço, o campo de velocidade tende a zero e a característica não newtoniana do fluido, definida pelo número de Bingham, Equação (3.21), aumenta. Isto torna o processo de convergência mais difícil devido a tendência do fluido não escoar. Os dados utilizados nas análises dos critérios de convergência e de sensibilidade de malha são os mesmos utilizados nos resultados, com exceção do volume necessário para a detecção do *kick*, V_{lim} , sendo aqui utilizado o valor de 0,0159 m³ (0,1 bbl) para reduzir o tempo necessário de simulação. Os dados utilizados nos resultados são apresentados na seção de resultados, na Tabela 5.1.

No modelo numérico desenvolvido há dois procedimentos iterativos: um para o cálculo da condutância e outro para o cálculo da pressão no próximo instante de tempo. A fim de analisar somente o critério de convergência no cálculo da condutância, fixa-se em 100 o número de iterações para o processo iterativo no cálculo da pressão e sem resíduo máximo.

Analisou-se o caso do *kick* dinâmico, no qual a presença de gás altera as propriedades do fluido e é necessário um processo iterativo a mais que a situação de *kick* estático. A Figura 4.5 apresenta a evolução temporal da pressão no espaço anular para duas malhas com diferentes números de iterações para o cálculo da condutância, n_1 . Nesta seção, as ordenadas dos gráficos de pressão representam somente a evolução da pressão em dada posição, ou seja, a diferença entre a pressão atual e a pressão inicial em cada ponto. A posição axial adimensional z^* é a

razão entre a posição local e o comprimento total da seção (coluna ou espaço anular). Após a detecção do *kick*, em aproximadamente $t = 50$ s, as bombas são desligadas e a superfície do espaço anular é fechada, e então a entrada de gás inicia a compressão do fluido de perfuração e o aumento da pressão ao longo do poço. Pode-se notar na Figura 4.5 as diferenças entre os resultados para as duas malhas, uma possuindo 100 células e somente uma iteração no processo iterativo e a outra malha possuindo 1000 células e 5 iterações. Após o fechamento, o crescimento da pressão ocorre de forma mais lenta para a malha mais refinada ($N = 1000$). Em razão desta diferença, e a fim de aprimorar o tempo computacional para a simulação, define-se um critério de convergência.

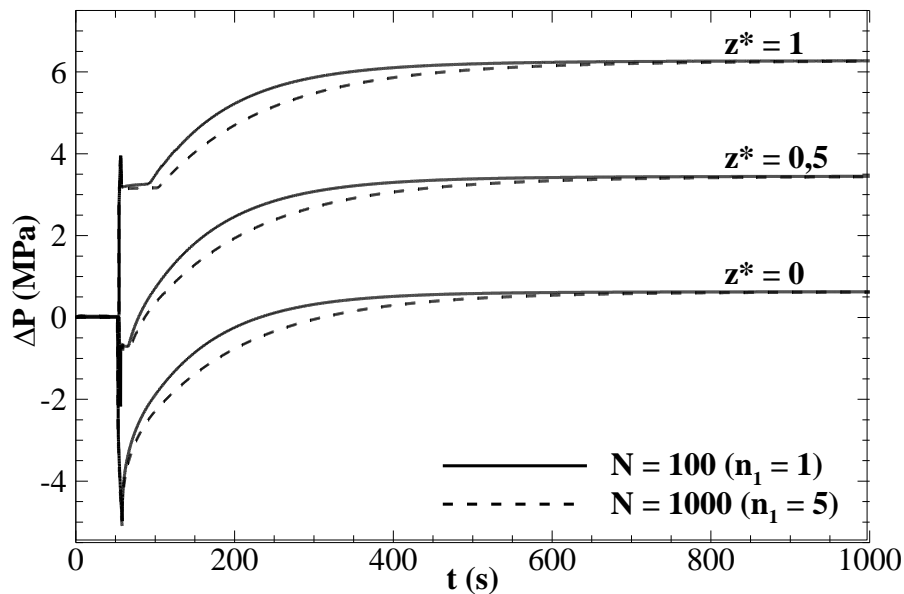


Figura 4.5 – Evolução temporal da pressão ao longo do espaço anular. Comparação entre malhas com diferentes números de células e números de iterações.

Fixando uma malha menos refinada, com $N = 100$, nota-se que o número de iterações para o cálculo da condutância possui de fato influência no resultado. A Figura 4.6a apresenta a evolução temporal do resíduo máximo em cada instante de tempo, sendo o resíduo absoluto definido como:

$$Res_1(i) = |V(i) - V^n(i)| \quad (4.48)$$

Define-se o resíduo como absoluto pois, após o fechamento, as velocidades tendem a 0. A Figura 4.6b apresenta a evolução temporal da soma de todos os resíduos após n_i iterações para o cálculo da condutância. O resíduo máximo é o valor máximo do resíduo a cada instante de tempo ao longo do domínio e o somatório do resíduo é a soma de todos os resíduos ao longo do domínio a cada instante de tempo. Nota-se que para o caso com iteração igual a 1, o resíduo máximo, após o fechamento do poço, é da ordem de 10^{-3} , enquanto após 100 iterações o resíduo máximo cai para cerca de 10^{-8} e após 500 iterações o resíduo máximo é da ordem de 10^{-9} ao final da simulação.

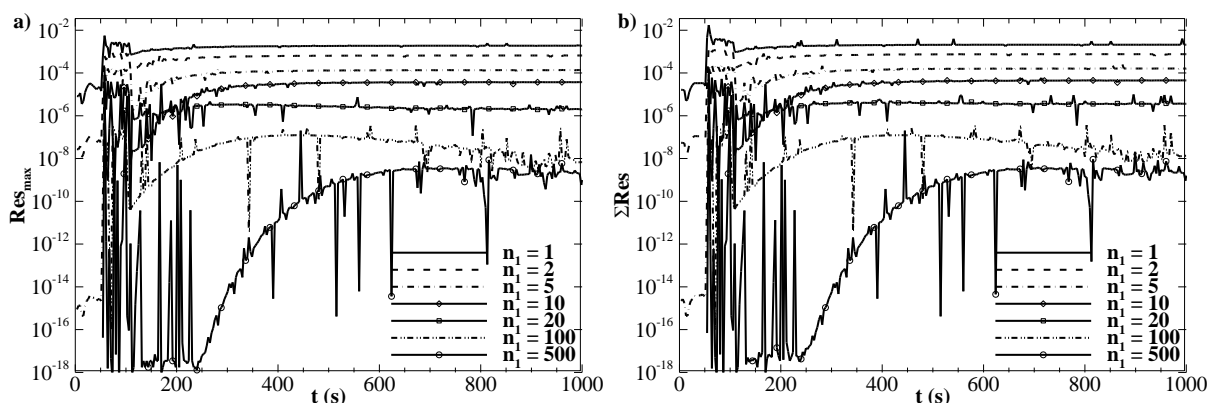


Figura 4.6 – a) Efeito temporal do número de iterações no resíduo máximo e b) no somatório dos resíduos para uma malha com 100 células.

Como pode ser visto na Figura 4.6, os resíduos máximos ocorrem logo após o fechamento do poço, em aproximadamente 60 s. Por ser um instante de tempo crítico, devido ao desligamento das bombas e o fechamento do poço, tal instante de tempo é utilizado para análise da redução do resíduo em função do número de iterações, apresentado na Figura 4.7a. Nota-se que há uma redução brusca inicialmente com o aumento do número de iterações, mas pouca redução nos resíduos ocorre de 100 para 500 iterações.

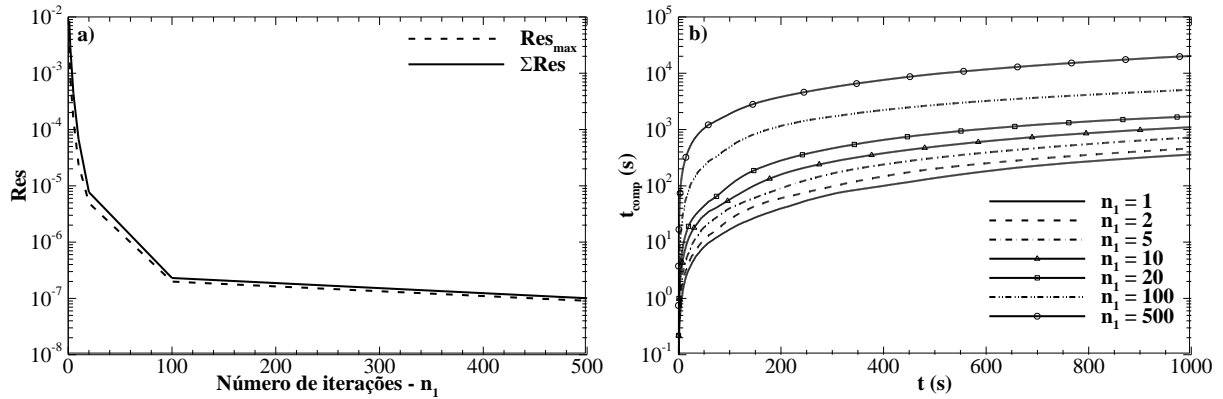


Figura 4.7 – a) Efeito do número de iterações com uma malha com 100 células no resíduo e no somatório dos resíduos em $t = 60$ s e b) no tempo computacional necessário para a simulação.

O custo na redução dos resíduos é o aumento exponencial no tempo computacional, o qual pode ser visto na Figura 4.7b, a qual apresenta custo computacional em função do número de iterações para o cálculo da condutância. Para o caso com uma iteração, o tempo computacional para a simulação foi de 360 s, enquanto que para o caso com 100 iterações o tempo computacional foi cerca de 14 vezes maior. Já para o caso com 500 iterações, o tempo computacional foi cerca de 56 vezes maior, aproximadamente 20300 s.

Ao se observar o efeito do número de iterações no campo de pressão, Figura 4.8a, e no campo de velocidade, Figura 4.8b, no instante de tempo $t = 60$ s, nota-se que há pouca diferença entre os resultados, sendo mais perceptível a influência no campo de velocidade. Percebe-se, também, que a diferença entre os resultados diminui com o aumento do número de iterações. Entretanto, a diferença entre a solução com 100 e 500 iterações é muito pequena, quase imperceptível. Portanto, define-se dois critérios de parada para o cálculo da condutância: um número máximo de iterações e um resíduo máximo. Ao analisar os resíduos, o tempo computacional e os campos de pressão e velocidade em função do número de iterações, define-se que a convergência do modelo ocorre quando o resíduo torna-se inferior a $Res_{1,max} = 10^{-6}$ ou o número de iterações ultrapasse $n_{1,max} = 100$.

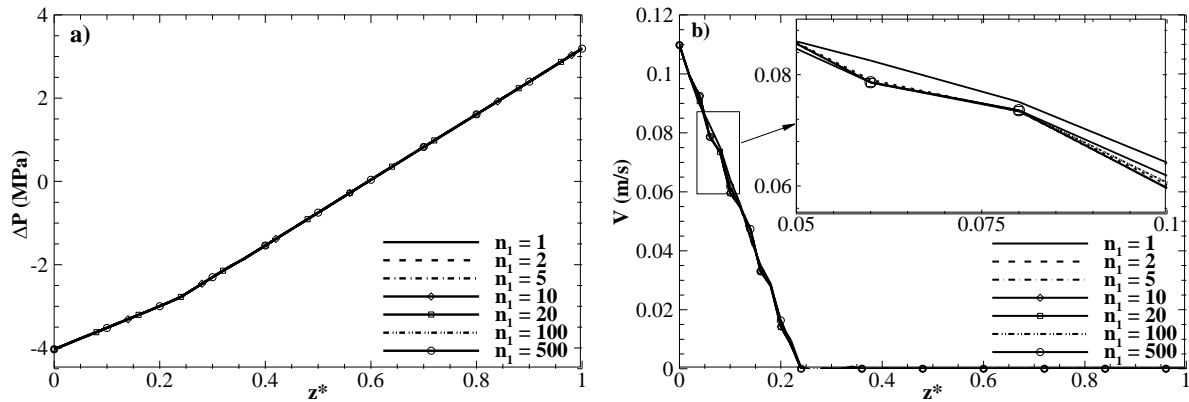


Figura 4.8 – Efeito temporal do número de iterações no instante de tempo $t = 60$ s com uma malha com 100 células a) no campo de pressão e b) no campo de velocidade.

4.3.2 Análise do Critério de Convergência – Velocidade de Propagação da Onda

Outro processo iterativo presente no método de solução numérica é o cálculo iterativo da pressão e, portanto, da velocidade de propagação da onda de pressão na mistura. Para o cálculo iterativo, utiliza-se a técnica *predictor-corrector* (WILYE, 1993). Como estimativa inicial da pressão no ponto i utiliza-se a média entre as pressões nos pontos $i-1$ e $i+1$, já conhecidas. Pode-se então calcular a velocidade de propagação da pressão na mistura, os graus de interpolação e um valor aprimorado da pressão, através das Equações (4.38) e (4.39). Repete-se o processo até que o grau de precisão desejado seja alcançado. Neste caso, o resíduo apresentado é um resíduo relativo, definido como:

$$Res_2 = \left| \frac{P_i - P_i^n}{P_i} \right| \quad (4.49)$$

A Figura 4.9a apresenta os resíduos máximos ao longo do tempo para diferentes números de iterações e a Figura 4.9b apresenta o somatório dos resíduos. Nota-se que mesmo para o caso com uma iteração já resulta em um resíduo pequeno. Aumentando-se o número de iterações, em vários instantes de tempo o resíduo calculado é aproximadamente nulo.

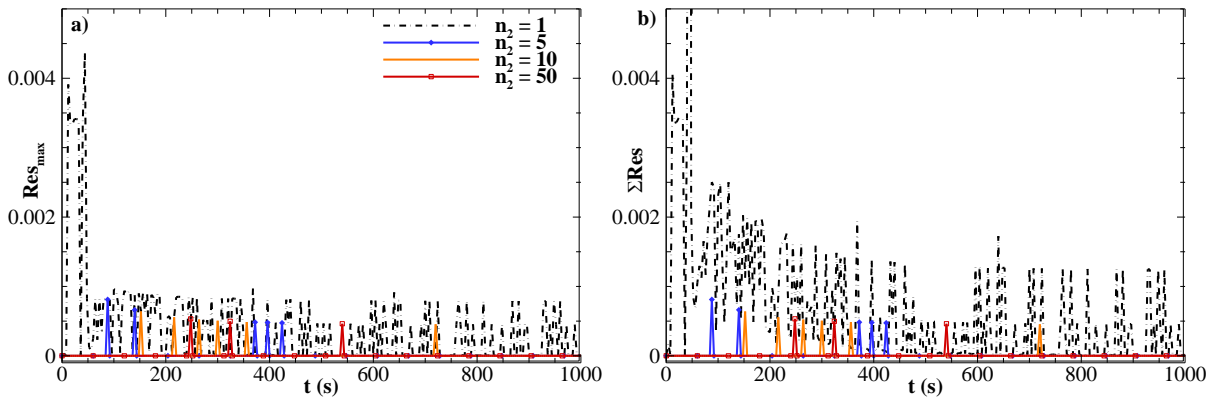


Figura 4.9 – Efeito temporal do número de iterações para o cálculo da pressão com uma malha com 100 células a) no resíduo máximo e b) no somatório dos resíduos.

Novamente, o resíduo máximo ocorre logo após o fechamento do poço, em aproximadamente $t = 60$ s. Por ser o instante de tempo mais crítico para a convergência, analisa-se o efeito do número de iterações nos campos de velocidade e pressão neste instante de tempo, sendo apresentados na Figura 4.10. Nota-se que os resultados para os diferentes números de iterações são bastante próximos em ambos os campos. No campo de velocidade, os resultados para $n_2 = 10$ e $n_2 = 50$ são basicamente idênticos. Portanto, definiu-se em 10 o número de iterações máximo para este processo iterativo e o resíduo relativo máximo de 0,0001.

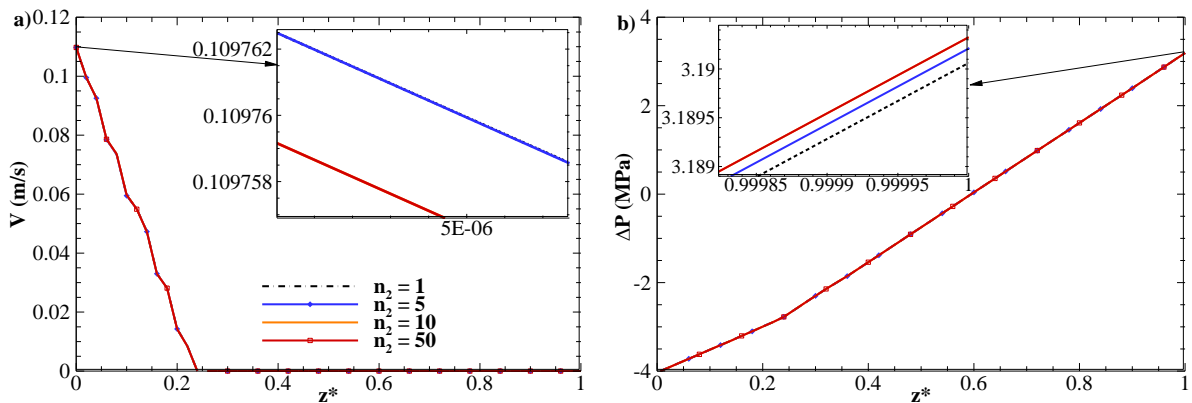


Figura 4.10 – Efeito do número de iterações para o cálculo da pressão com uma malha de 100 células no instante de tempo $t = 60$ s a) no campo de velocidade e b) no campo de pressão.

4.3.3 Análise de Sensibilidade de Malha

Após os critérios de convergência dos dois processos iterativos presentes no modelo numérico terem sido definidos, parte-se para a análise de sensibilidade da malha. Compara-se os resultados obtidos com malhas de $N = 10, 100, 500, 1000$ e 5000 células e utiliza-se os critérios de convergência anteriormente definidos.

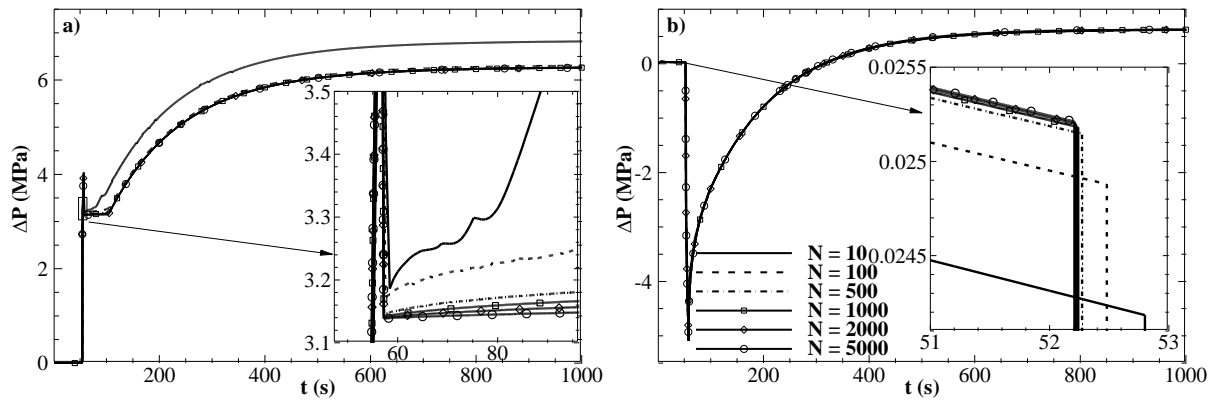


Figura 4.11 – Efeito do número de células na variação da pressão a) na superfície do espaço anular, $z^* = 1$ e b) no fundo do espaço anular, $z^* = 0$.

A Figura 4.11 apresenta o efeito do número de células na variação da pressão a) no fundo do espaço anular, $z^* = 0$ e b) na superfície do espaço anular, $z^* = 1$. Nota-se uma grande discrepância dos resultados entre a malha mais grosseira ($N = 10$) e as demais malhas na superfície do espaço anular. Nota-se, também, que mesmo para a malha mais grosseira ($N = 10$), os resultados são muito próximos no fundo do poço e, conforme ocorre o refinamento da malha, as diferenças entre os resultados diminuem.

O mesmo comportamento pode ser observado entre os resultados obtidos para a velocidade da mistura no fundo do espaço anular ao longo do tempo, que é apresentada na Figura 4.12. Percebe-se pouca diferença entre os resultados e que o fechamento do poço, determinado pela detecção de um ganho de volume especificado na superfície, ocorre mais rápido com o refinamento da malha.

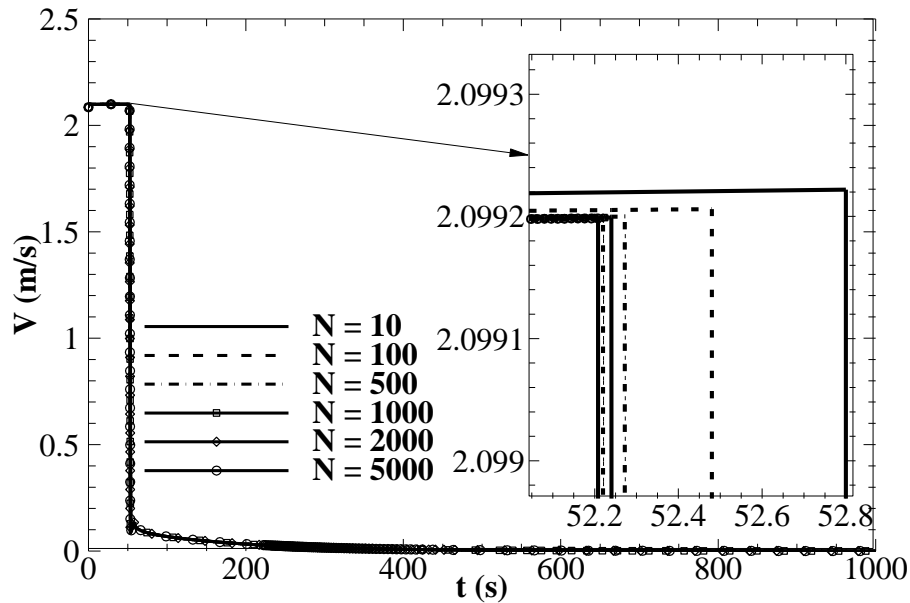


Figura 4.12 – Efeito do número de células na evolução temporal da velocidade no fundo do espaço anular, $z^* = 0$.

Embora as diferenças entre os resultados na pressão e na velocidade sejam pequenas variando-se o número de células da malha, há grande consequência no tempo computacional. A Figura 4.13 apresenta o efeito do número de células no tempo computacional, que cresce de forma exponencial em função do número de células. Para a malha mais grosseira, o tempo computacional foi de 0,67 s, enquanto que para as malhas com 2000 e 5000 células, o tempo computacional foi, respectivamente, cerca de 8 mil e 42 mil vezes maior.

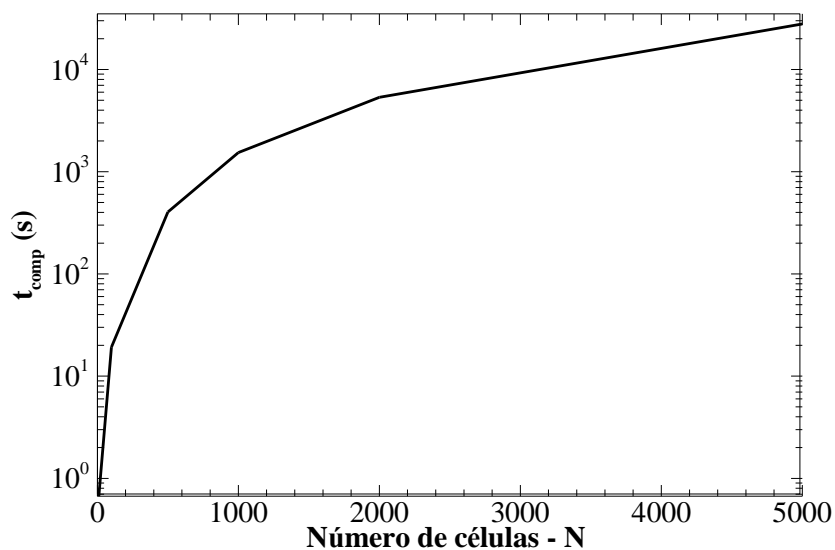


Figura 4.13 – Efeito do número de células no tempo computacional.

Devido ao aumento exponencial do tempo computacional em função do número de células, deve-se definir uma malha levando em consideração a relação custo \times benefício de se aumentar a precisão dos resultados, mas de manter um tempo computacional factível. Portanto, neste trabalho, define-se como $N = 1000$ a quantidade de células para as simulações.

4.3.4 Comparação com a Solução Analítica

Durante a ocorrência de um *kick*, a maior parte do poço de perfuração está preenchido somente com fluido de perfuração. Portanto, o presente modelo deve também representar de modo confiável o comportamento de um escoamento monofásico. Nesta seção apresenta-se a verificação do modelo numérico proposto, desprezando a mistura líquido-gás, comparando o resultado numérico com a solução analítica para o escoamento laminar de um fluido newtoniano em um tubo de seção circular desprezando os efeitos gravitacionais.

Primeiramente, deve-se obter a solução analítica para um fluido newtoniano. O modelo matemático proposto representa o comportamento de um fluido de Bingham, através da condutância, presente no fator de atrito, Equação (3.15), mas pode-se representar o comportamento de um fluido newtoniano impondo o valor da condutância igual a 1. Substituindo-se então o fator de atrito para um fluido newtoniano no balanço de quantidade de movimento, Equação (3.13) e desprezando os efeitos gravitacionais, tem-se:

$$\rho_l \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{32\mu_l V}{D_h^2} = 0 \quad (4.50)$$

Oliveira (2011) desenvolveu a solução analítica para a Equação (4.50) com condição inicial estática, $P(z, t=0) = 0$ e $V(z, t=0) = 0$, e aplicando uma pressão constante na entrada da tubulação, P_{in} , e uma pressão nula na saída como condições de contorno. Os resultados da solução analítica são comparados com os resultados do modelo proposto. O desenvolvimento da solução analítica é apresentado no Anexo A.

Devido ao fluido ser somente líquido, a velocidade de propagação de pressão é constante e não é necessário um processo iterativo para o cálculo da pressão. Também não é

necessário o processo iterativo para o cálculo da condutância, uma vez que, neste caso, é sempre igual a 1. Para a comparação dos resultados utilizou-se os parâmetros apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Parâmetros utilizados na verificação do modelo proposto.

L (m)	D_c (m)	ρ_l (kg/m ³)	c_l (m/s)	μ_l (Pa.s)	P_{in} (MPa)	N
1000	0,1	1000	1000	0,1	1	1000

Inicialmente, o fluido encontra-se estático e preenchendo todo o espaço no interior do tubo e, no instante $t = 0$ s, é imposta uma pressão na entrada da tubulação de 1 MPa e mantém-se a pressão manométrica nula na saída. A Figura 4.14 apresenta a comparação entre os resultados da solução analítica e numérica para a evolução temporal da pressão na metade da tubulação, $z^* = 0,5$. Nota-se que só ocorre uma mudança na pressão após 0,5 s, pois é o tempo necessário para que a onda de pressão alcance a metade da tubulação, 500 m. Percebe-se uma boa concordância entre os resultados, pois as curvas estão sobrepostas.

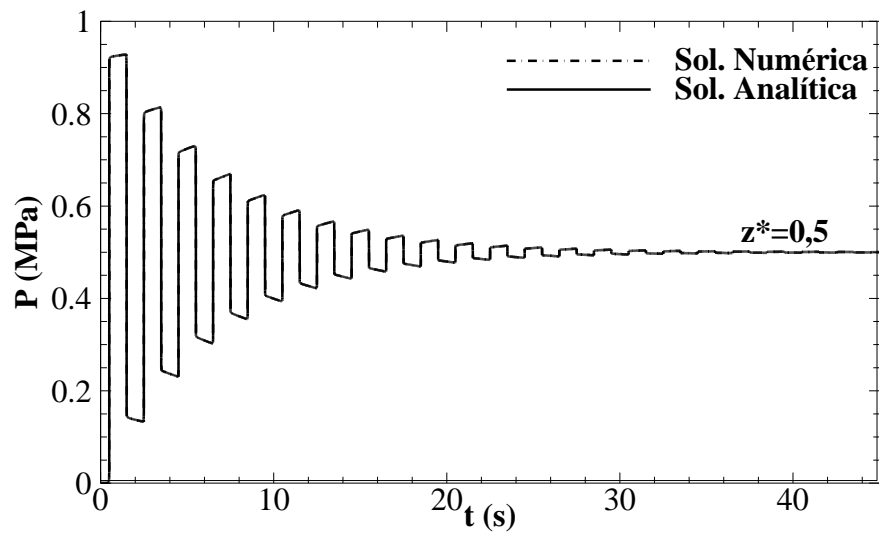


Figura 4.14 – Comparação entre a solução numérica (método das características) e a solução analítica na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,5$.

4.3.5 Comparação com Dados Experimentais

A última etapa a fim de verificar a confiabilidade do modelo numérico consiste na validação do modelo através da comparação entre resultados obtidos pelo modelo e dados experimentais. Anteriormente, comparou-se os resultados do modelo para um fluido newtoniano, agora compara-se a precisão do modelo para um escoamento bifásico. Por ser uma situação semelhante ao fechamento do poço após a detecção de um *kick*, devido ao diferencial de pressão imposto pelo reservatório e o fechamento do poço na superfície, escolheu-se para a validação do modelo numérico o problema de fechamento de válvula (golpe de aríete) em um escoamento bifásico.

Chaudhry *et al.* (1990) apresentam uma modelagem numérica semelhante a apresentada neste trabalho, utilizando, também, o método das características para a discretização das equações diferenciais de balanço de massa e de quantidade de movimento. Apresentam também dados experimentais onde água e ar escoam ao longo de uma tubulação inicialmente com uma velocidade constante e fecha-se uma válvula no final da tubulação. O esquemático do experimento é apresentado na Figura 4.15. O comprimento da tubulação é de 30,6 m e o diâmetro de 0,026 m. A pressão no reservatório foi controlada por um regulador de pressão. A injeção de ar comprimido na entrada da tubulação foi realizada através de uma parede porosa. Foram utilizados três transdutores de pressão em três diferentes posições ao longo da tubulação, sendo as distâncias do início da tubulação de 8,0 m, 21,1 m e 30,6 m.

O procedimento do teste foi realizado inicialmente estabelecendo uma condição de regime permanente escoando uma mistura de água e ar através do controle das válvulas de saída e da pressão do ar injetado na entrada. A velocidade de escoamento foi mantida alta o suficiente para evitar o padrão pistonado de escoamento bifásico. Foram realizadas leituras na condição de regime permanente da vazão volumétrica de água, da vazão mássica de ar injetado, da pressão de injeção do ar, da pressão do ar, do nível de água no reservatório de entrada e das pressões nas posições indicadas. A válvula na saída foi rapidamente fechada e as pressões nas três localizações foram gravadas.

A pressão no reservatório foi mantida constante em 0,181 MPa e a velocidade em regime permanente foi de 2,42 m/s. A vazão mássica de ar em regime permanente foi de $4,1 \times 10^{-6}$ kg/s com uma fração de vazio na saída de 0,0023 e a velocidade de propagação da

onda de pressão em água pura foi de 715 m/s. A condição de contorno na saída utilizada por Chaudhry *et al.* (1990) foi a pressão medida no transdutor de pressão 3.

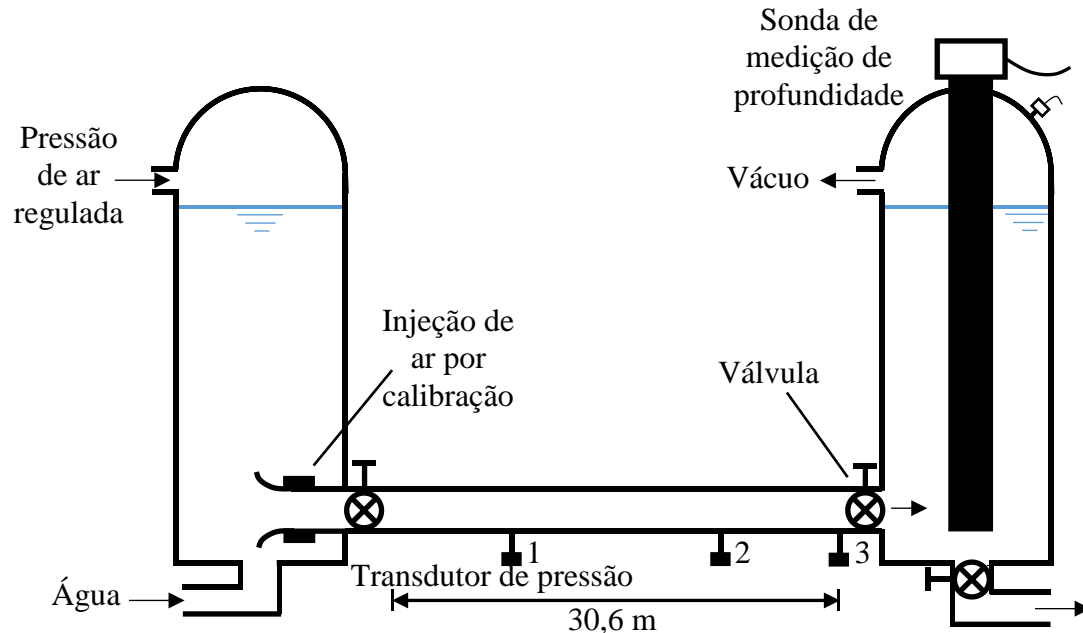


Figura 4.15 – Esquemático do experimento. (Adaptado de: CHAUDHRY *et al.*, 1990)

A partir dos dados apresentados por Chaudhry *et al.* (1990) comparou-se tais dados experimentais com os resultados obtidos pelo modelo do presente trabalho. A Figura 4.16 apresenta a comparação entre os resultados experimentais apresentados por Chaudhry *et al.* (1990) e os resultados obtidos pelo modelo desenvolvido na evolução temporal da pressão na posição dos transdutores 1 e 2. Nota-se uma boa concordância entre os resultados, embora o modelo numérico apresente algumas oscilações. Entretanto, deve-se perceber a boa concordância entre as frequências de oscilação na pressão, uma vez que são afetadas significativamente pela presença de gás. Embora a fração de vazio seja relativamente pequena, a velocidade de propagação da pressão na mistura foi cerca de 50% da velocidade na água pura. Outro aspecto a favor do modelo numérico desenvolvido para um modelo homogêneo é a intensidade dos picos de pressão após o fechamento da válvula, sendo o maior erro relativo encontrado entre as intensidades de 7%. Caso o modelo não considerasse a variação da velocidade de propagação da pressão pela presença de gás, as intensidades dos picos de pressão seriam cerca de duas vezes as intensidades dos picos apresentados na Figura 4.16.

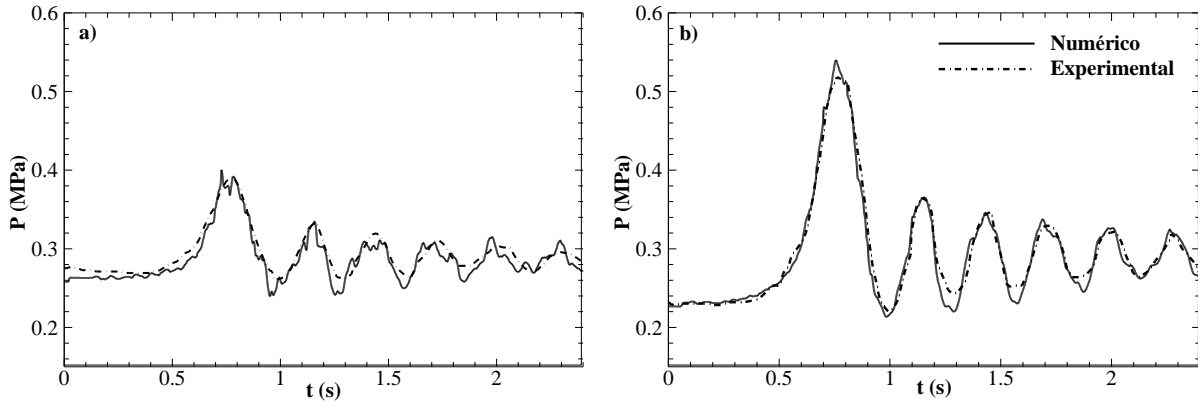


Figura 4.16 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos na evolução temporal da pressão após o fechamento da válvula a uma distância da entrada da tubulação de a) 8,0 m (no primeiro transdutor) e b) 21,1 m (no segundo transdutor).

4.4 Síntese do Capítulo

Nesta seção foi apresentado o processo utilizado de discretização das equações diferenciais de balanço, o método das características, o procedimento de cálculo das equações resultantes e as malhas para o *kick* estático e dinâmico. Realizou-se as análises de teste de convergência e sensibilidade de malha, bem como a verificação e validação do modelo numérico. A verificação ocorreu através da comparação dos resultados do modelo com solução analítica de fluido newtoniano. A validação foi feita através da comparação entre os resultados do modelo e de dados experimentais de golpe de aríete de escoamento bifásico. No próximo Capítulo são apresentados os resultados para o *kick* estático e dinâmico, além dos efeitos de parâmetros do fluido de perfuração, de bombeamento e do reservatório.

5 RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos com o modelo numérico desenvolvido. Realizou-se o estudo das duas situações de *kick* (estático e dinâmico), a fim de avaliar a propagação de pressão ao longo do poço durante um *kick* de gás e outros parâmetros importantes para o procedimento de expulsão do fluido invasor, como o volume de gás. Primeiramente, apresenta-se os resultados para o *kick* estático, além de uma análise de sensibilidade de parâmetros. Posteriormente, apresenta-se os resultados para o *kick* dinâmico e a análise de sensibilidade. Para ambos os casos, os parâmetros utilizados nas simulações são os apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Parâmetros utilizados nas simulações.

Geometria	Comprimento da coluna L_c	4000	m	13123,4	ft
	Comprimento do anular L_a	4000	m	13123,4	ft
	Diâmetro da coluna D_c	0,127	m	5	pol
	Diâmetro interno do anular D_i	0,1397	m	5,5	pol
	Diâmetro externo do anular D_e	0,216	m	8,5	pol
Fluido de Perfuração	Massa específica ρ_l	1300	kg/m ³	10,85	ppg
	Velocidade do som c_l	1000	m/s	3280,84	ft/s
	Compressibilidade β_l	$7,69 \cdot 10^{-10}$	Pa ⁻¹	$5,30 \cdot 10^{-6}$	psi ⁻¹
	Viscosidade dinâmica μ_p	0,1	Pa.s	100	cP
	Tensão limite de escoamento τ_0	7,0	Pa	0,021	lbf/ft ²
Bombeio	Vazão de bombeamento Q_{in}	0,05	m ³ /s	793	gpm
	Volume de detecção ∇_{lim}	0,159	m ³	1	bbl
Influxo de Gás	Constante da lei de Darcy C_r	$5,46 \cdot 10^{-10}$	m ⁴ .s/kg	$2,87 \cdot 10^{-8}$	ft ⁴ /lb.s
	ΔP_r para o reservatório	0,734	MPa	106,45	psi
	Constante do gás (Metano) R	518,3	J/kg.K	3099	ft.lb/slugg.°R
	Temperatura do gás T	323	K	121,73	°F
	Massa específica do gás ρ_g	274,75	kg/m ³	2,29	ppg
Simulação	Comprimento da célula Δz	4	m	13,12	ft
	Passo de tempo Δt	4	ms	4	ms
	Resíduo máximo 1 $Res_{1,max}$	$1 \cdot 10^{-6}$	m/s	$3,28 \cdot 10^{-6}$	ft/s
	Resíduo máximo 2 $Res_{2,max}$	0,0001	-	0,0001	-
	Nº de iteração máximo 1 $n_{1,max}$	100	-	100	-
	Nº de iteração máximo 2 $n_{2,max}$	20	-	200	-
Aceleração da gravidade g_z		9,81	m/s ²	32,18	ft/s ²

5.1 Kick Estático

O denominado *kick* estático é caracterizado quando o influxo ocorre sem o bombeamento do fluido de perfuração ao longo do poço. Esta situação ocorre quando, por algum motivo, é necessário realizar uma parada no processo de perfuração, ocorrendo o desligamento das bombas. Quando as bombas são desligadas, há um alívio de pressão ao longo do poço e, neste momento, a pressão do reservatório torna-se maior que a pressão no fundo do poço e inicia-se o influxo de gás. A inércia do fluido de perfuração após o desligamento das bombas é desconsiderada nas condições iniciais. Portanto, inicialmente, adota-se que o fluido de perfuração se encontra totalmente estático ao longo de todo o poço e, como condição de contorno, assume-se que a pressão na superfície da coluna de perfuração e do espaço anular é a pressão atmosférica.

Na modelagem do influxo estático, considera-se que, devido a tensão limite de escoamento do fluido de perfuração, o gás não migra em direção a superfície, permanecendo estático e insolúvel no fundo do poço. A entrada de gás desloca e comprime o fluido de perfuração ao longo do poço. Entretanto, devido as características de viscoplasticidade do fluido, é necessária uma diferença de pressão mínima entre o reservatório e o fundo do poço para que a tensão limite de escoamento seja superada ao longo de todo o espaço anular e haja um ganho de volume de fluido na superfície. O efeito da diferença de pressão entre o reservatório e o fundo do poço na propagação de pressão é analisada posteriormente.

A detecção do *kick* é realizada através do ganho de volume de fluido nos tanques de lama, sendo o ganho de 1 barril ($0,159 \text{ m}^3$) de volume necessário para a detecção. Assim que o *kick* é detectado, o poço é fechado, alterando-se as condições de contorno para a vazão nula na superfície da coluna de perfuração e do espaço anular. Mesmo após o fechamento, o gás continua invadindo o espaço anular, comprimindo o fluido e aumentando a pressão ao longo do poço até que a pressão no fundo se iguale a pressão do reservatório e o influxo de gás seja cessado. A simulação ocorre até que haja a estabilização das pressões de fechamento (SIDPP) e (SICP). Os parâmetros utilizados nas simulações foram os apresentados na Tabela 5.1.

As evoluções temporais da pressão nas superfícies do poço e no fundo são apresentadas na Figura 5.1. Nos gráficos de pressão desta seção, o campo de pressão hidrostática inicial é desconsiderado na apresentação dos resultados. No início do *kick*, em $t = 0$ s há um pico de pressão no fundo do poço, pois a entrada de gás gradativamente supera a tensão limite de escoamento ao longo de todo o espaço anular e desloca o fluido em direção à

superfície. Após cerca de 100 s, atinge-se uma condição de regime permanente, com a pressão estabilizada ao longo do poço, com uma vazão de influxo constante e um ganho de volume de fluido constante na superfície. O influxo é detectado após 322 s e então o poço de perfuração é fechado. As condições de contorno na superfície, que até então era a pressão manométrica nula, agora são as vazões nulas. Após o fechamento, as pressões na superfície crescem, as quais são as pressões de fechamento da coluna (SIDPP) e do espaço anular (SICP). As pressões lentamente crescem e se estabilizam quando a pressão no fundo do poço se iguala à pressão do reservatório. Nota-se a grande diferença entre as magnitudes das pressões em $t = 2000$ s. Esta diferença é causada pela tensão limite de escoamento do fluido de perfuração, que impossibilita a total transmissão de pressão ao longo do poço de perfuração. Através da Equação (3.30), que apresenta a pressão necessária para superar a tensão limite de escoamento, pode-se estimar a magnitude de pressão que não é transmitida até a superfície. Utilizando a Equação (3.30), deduz-se que a pressão que deixa de ser transmitida no espaço anular é de 1,46 MPa e na coluna é de 0,88 MPa, estando de acordo com o que é apresentado na Figura 5.1.

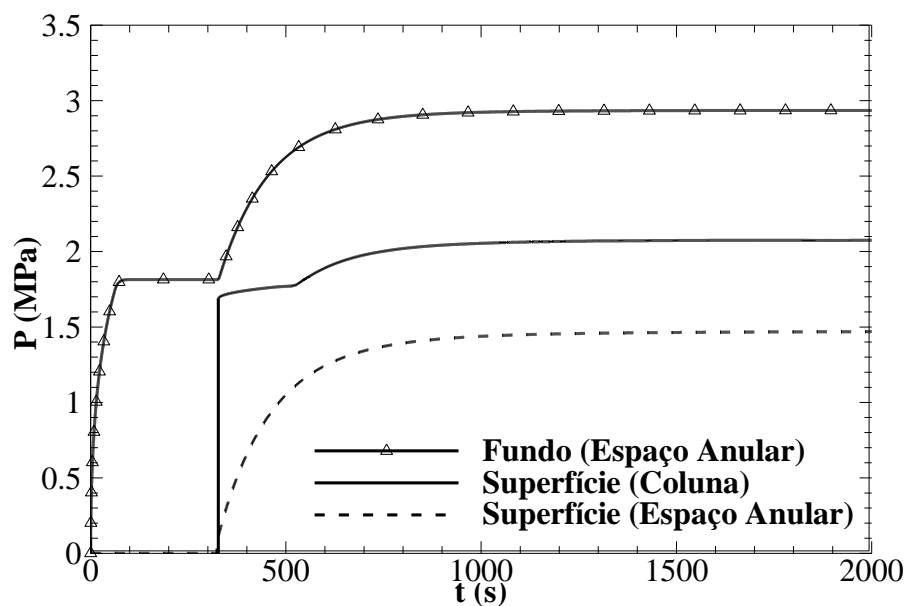


Figura 5.1 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço, na superfície da coluna de perfuração e na superfície do espaço anular.

O efeito da tensão limite de escoamento na transmissão de pressão pode ser melhor observada na Figura 5.2, a qual apresenta a razão entre a pressão local ao longo do poço e a pressão do reservatório em $t = 2000$ s. Percebe-se que a pressão não estabiliza de forma

uniforme ao longo do poço e que a transmissão de pressão na coluna é maior do que no espaço anular. A pressão que atingiu a superfície é somente cerca de 71% da pressão do reservatório. Portanto, aplicar a Equação (2.1), que relaciona a pressão de fechamento da coluna com a pressão do reservatório, para estimar a pressão do reservatório pode levar a um erro considerável, colocando em risco o procedimento de expulsão do *kick* e retomada do controle do poço. Subestimando a pressão do reservatório, pode-se calcular uma massa específica do fluido de perfuração insuficiente para que a pressão hidrostática supere a pressão do reservatório.

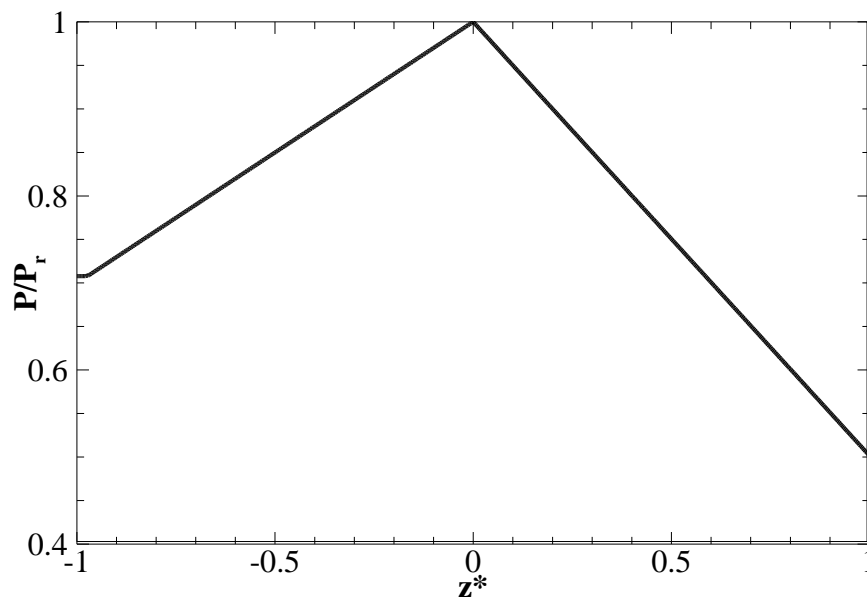


Figura 5.2 – Razão entre a pressão ao longo do poço de perfuração e a pressão do reservatório em $t = 2000$ s.

Um importante parâmetro para a correta expulsão do fluido invasor é a massa de gás presente no interior do poço. A Figura 5.3 apresenta a vazão mássica e a massa de gás presente no interior do poço ao longo do tempo. Para o *kick* estático, nota-se que a vazão mássica de gás máxima ocorre no instante de tempo inicial do influxo, pois após o início do influxo, a pressão no fundo do poço só aumenta, uma vez que o gás que invade o poço desloca e comprime o fluido de perfuração. Logo, assim que o influxo se inicia, a vazão mássica de gás se reduz. A partir dos 100 s, o poço atinge uma condição de equilíbrio, as pressões não mais variam ao longo do tempo e a vazão mássica do influxo torna-se constante. Esta condição perdura até a detecção do influxo e o fechamento do poço. Após o fechamento, a massa de gás que invade o

poço comprime o fluido de perfuração, aumentando a pressão gradativamente até que o gás não consegue comprimir mais o fluido e a pressão no fundo do poço se iguala a pressão do reservatório.

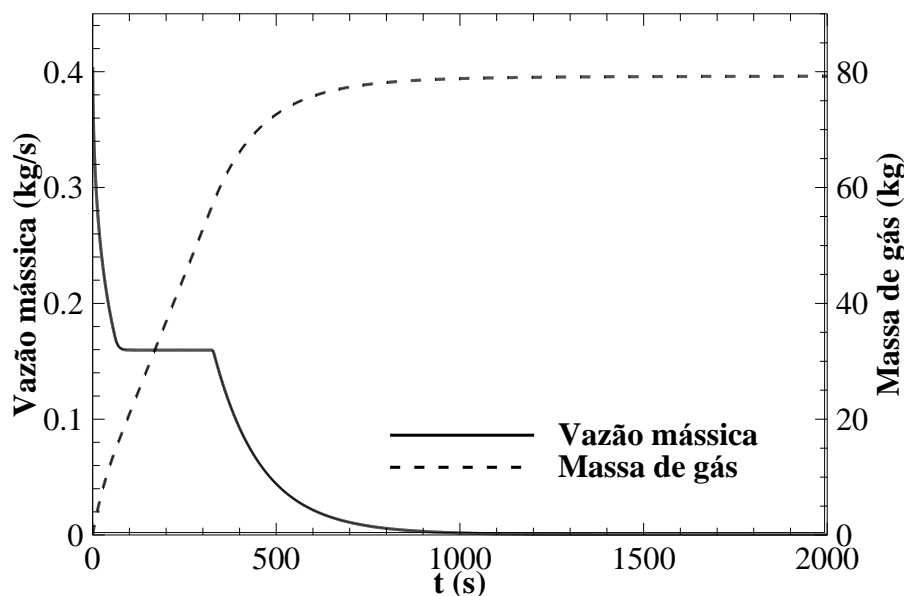


Figura 5.3 – Evolução temporal da vazão mássica de gás e da massa de gás presente no interior do poço.

Devido à tensão limite de escoamento e a compressibilidade do fluido de perfuração, demanda-se certo tempo até que qualquer indício da ocorrência de influxo chegue a superfície, como um pulso de pressão ou o escoamento com as bombas desligadas. Este fato pode ser observado na Figura 5.4, que apresenta o volume de gás no interior do poço e o volume ganho de fluido na superfície ao longo do tempo. Nota-se que só ocorre o início do ganho de fluido nos tanques de lama após cerca de 60 s do início do influxo. Percebe-se também a influência da compressibilidade do fluido de perfuração. Diversos modelos na literatura consideram o fluido de perfuração como incompressível. Desta hipótese, pode-se admitir que o volume ganho de fluido na superfície é igual ao volume de gás presente no interior do poço. Entretanto, nota-se na Figura 5.4 que há uma diferença entre estes volumes. No momento em que o poço foi fechado, $t = 322$ s, o volume de gás no interior do poço era de $0,22$ m³, ou seja, quase 40% superior ao volume ganho na superfície.

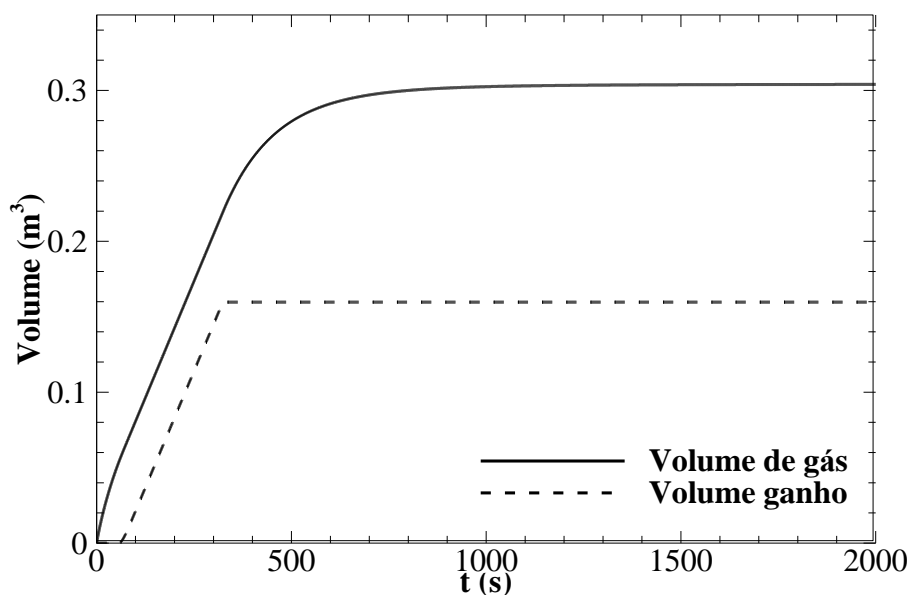


Figura 5.4 – Comparação entre o volume de gás e o volume ganho na superfície ao longo do tempo.

5.1.1 Estudo Paramétrico

Diferença de Pressão para o Reservatório ΔP_r

Como visto no Capítulo 2, para um fluido de Bingham, a pressão imposta na entrada de uma tubulação pode ou não alcançar a saída desta tubulação. A pressão imposta deve ser suficiente para superar a tensão limite de escoamento ao longo da tubulação. De forma similar, a pressão do reservatório pode não alcançar a superfície, caso a pressão não seja alta o suficiente. Portanto, nesta seção analisa-se o efeito da pressão do reservatório na propagação de pressão durante um influxo de gás. As pressões do reservatório, acima da pressão hidrostática exercida pelo fluido de perfuração, analisadas foram de: 0,734 MPa, 1,468 MPa e 2,936 MPa. Através da definição do número de Bingham total, Equação (3.31), pode-se definir o número de Bingham total para cada caso, sendo, respectivamente de: 2, 1 e 0,5. Logo, quanto menor a pressão do reservatório, maior é o número de Bingham total. Lembrando-se que para $B_T \geq 1$ a pressão imposta é insuficiente para superar a tensão limite de escoamento ao longo de toda a tubulação.

A evolução temporal da pressão no fundo do poço para as três pressões do reservatório é apresentada na Figura 5.5. Nota-se que para o caso com as duas pressões menores do reservatório, sendo seus respectivos números de Bingham total de 2 e 1, a pressão inicialmente

crece e se iguala a pressão do reservatório e permanece constante até o final da simulação em $t = 2000$ s. Isto ocorre pois a pressão do reservatório é insuficiente para vencer a tensão limite de escoamento e deslocar o fluido de perfuração até a superfície. Ou seja, o gás invade o poço, após certo tempo a pressão no fundo se iguala a pressão do reservatório e não há nenhum ganho de volume de fluido na superfície. Um ganho de volume na superfície só ocorreria quando o fluido de perfuração fosse bombeado. Já para a maior pressão do reservatório, a pressão imposta pelo reservatório é alta o suficiente para haver ganho de volume na superfície e, em $t \approx 380$ s, o influxo é detectado e o poço é fechado.

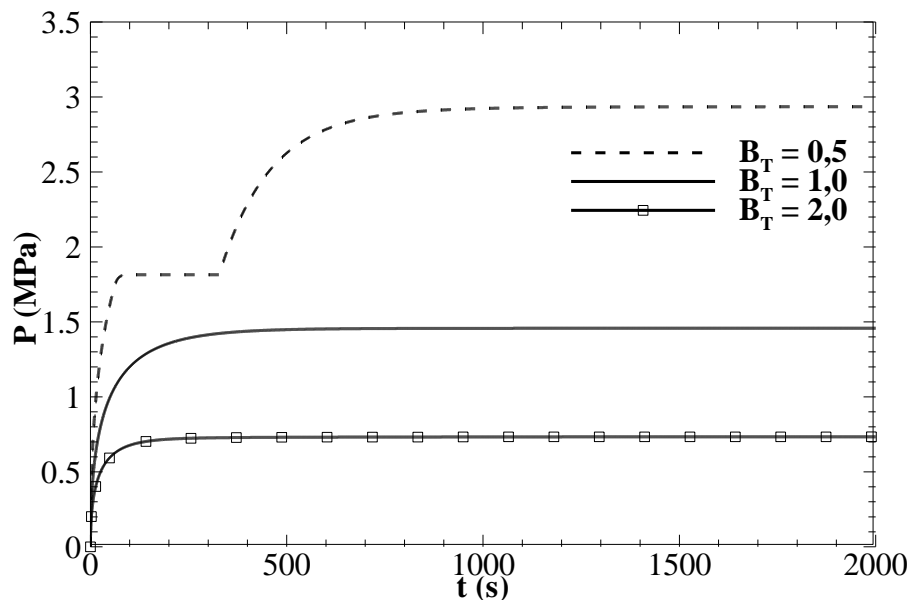


Figura 5.5 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes valores de pressões do reservatório.

Os campos de pressão em $t = 2000$ s ao longo do espaço anular para as diferentes pressões do reservatório é apresentada na Figura 5.6. Nota-se que a queda de pressão ao longo de z^* é praticamente linear. Nos dois casos com menor pressão do reservatório, o influxo não foi detectado e a pressão na superfície ainda é a pressão manométrica nula. Para a pressão de reservatório de 0,734 MPa ($B_T = 2$), a pressão imposta pelo reservatório foi capaz somente de se propagar até a metade do espaço anular, $z^* = 0,5$. Já para a maior pressão do reservatório ($B_T = 0,5$), o influxo foi detectado e o poço foi fechado. Entretanto, nota-se como a pressão que alcança a superfície é inferior a pressão do reservatório, cerca de 1,45 MPa. Sendo a pressão

necessária para superar a tensão limite de escoamento e que pode ser estimado pela Equação (3.31).

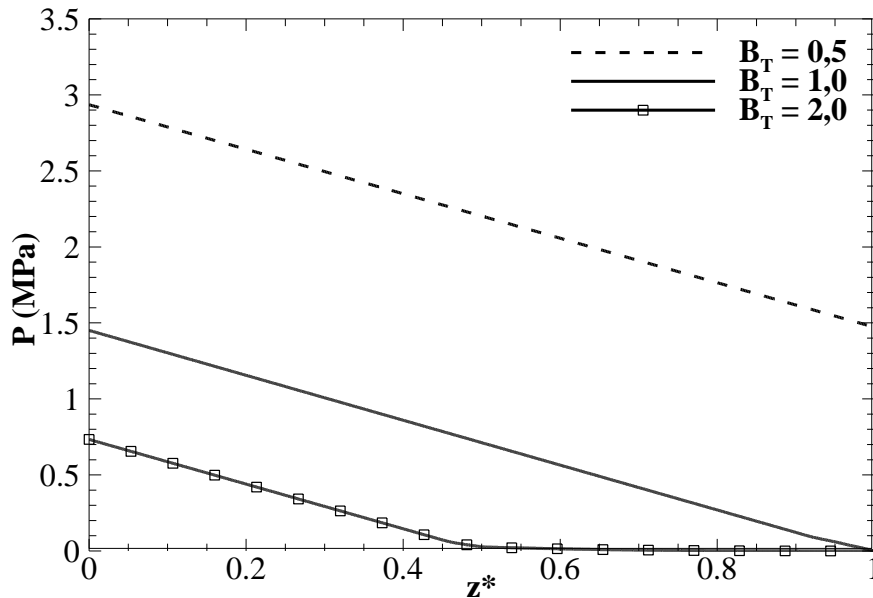


Figura 5.6 – Campo de pressão ao longo do espaço anular para diferentes pressões do reservatório em $t = 2000$ s.

A vazão mássica ao longo do tempo para os três casos simulados é apresentada na Figura 5.7a. Como as duas menores pressões do reservatório, $B_T = 1$ e $B_T = 2$, são insuficientes para superar a tensão limite de escoamento ao longo de todo o poço, a entrada de gás aumenta a pressão no fundo do poço e logo se iguala a pressão do reservatório. Logo, para estes casos, a vazão mássica inicia com o seu valor máximo em $t = 0$ s e cai de forma assintótica tendendo a zero ao longo do tempo, sem qualquer influência da equipe de engenheiros para cessar o influxo de gás. Já para a maior pressão do reservatório, $B_T = 0,5$, após cerca de 100 s, ocorre uma situação de equilíbrio e a vazão mássica torna-se constante até o momento de detecção do influxo. A Figura 5.7b apresenta a evolução temporal da massa de gás presente no interior do poço para as diferentes pressões do reservatório. Nota-se que a massa de gás para as menores pressões do reservatório crescem de forma muito lenta após $t = 500$ s e que o crescimento da massa de gás para a maior pressão do reservatório só é encerrado após o fechamento do poço. Nota-se que dobrando a diferença de pressão do reservatório, a massa de gás que invade o poço mais que dobra, não possuindo uma relação linear.

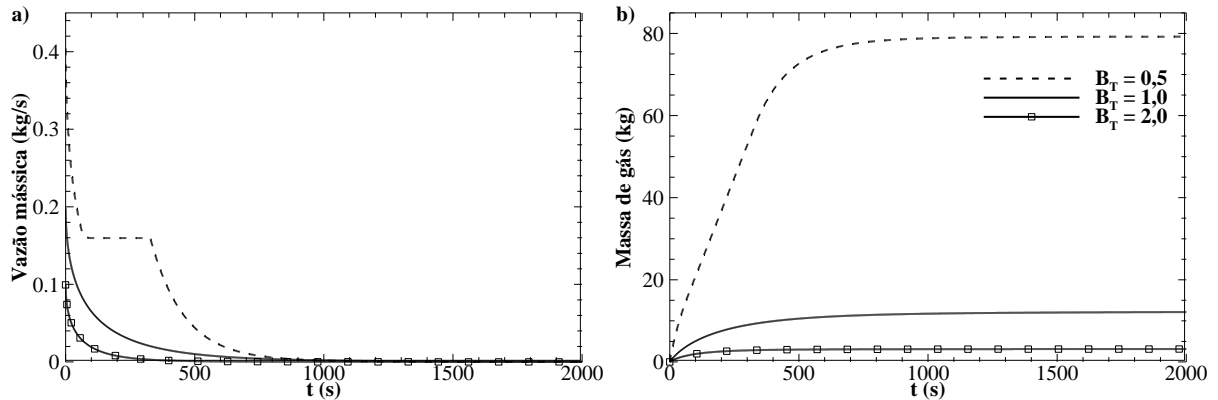


Figura 5.7 – Evolução temporal para diferentes pressões do reservatório a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço.

Tensão Limite de Escoamento τ_0

A tensão limite de escoamento é a tensão de cisalhamento mínima necessária que deve ser imposta para que ocorra o escoamento do fluido. Um fluido newtoniano possui tensão limite de escoamento nula. Para a análise foram escolhidos os seguintes valores de tensões limite de escoamento: 0 (fluido newtoniano), 1,0, 3,5, 7,0 e 14,0 Pa. Para todos os casos, manteve-se a pressão do reservatório constante, 2,936 MPa acima da pressão hidrostática no fundo do poço. É importante notar que, ao manter a pressão do reservatório constante em todos os casos, altera-se o número de Bingham total. O número de Bingham, para os respectivos casos, são: 0, 0,074, 0,25, 0,5 e 1,0.

A evolução temporal da pressão no fundo do poço para as diferentes tensões limite de escoamento são apresentadas na Figura 5.8. Nota-se, que no início do influxo em $t = 0$ s, quanto maior é a tensão limite de escoamento, maior é o pico de pressão causado pela entrada de gás. Percebe-se também que quanto maior é a tensão limite de escoamento, maior é o tempo necessário para que a pressão no fundo do poço estabilize antes da detecção do influxo. Enquanto que para o fluido newtoniano a pressão logo estabiliza após o início do *kick*, para o fluido com tensão limite de escoamento de 7 Pa, demanda-se cerca de 120 s após o início do influxo, e para a tensão limite de escoamento de 14 Pa, a pressão só estabiliza após cerca de 600 s. Nota-se também na Figura 5.8 que quanto menor é a tensão limite, mais rapidamente ocorre a detecção do influxo. Para o fluido newtoniano, o influxo foi detectado após 120 s, enquanto que após 1200 s o influxo não foi detectado para a maior tensão limite de escoamento, 14 Pa. A pressão imposta pelo reservatório era igual a pressão mínima necessária para superar

a tensão limite de escoamento ao longo de toda a tubulação, de tal forma que não ocorreu ganho de volume na superfície neste caso.

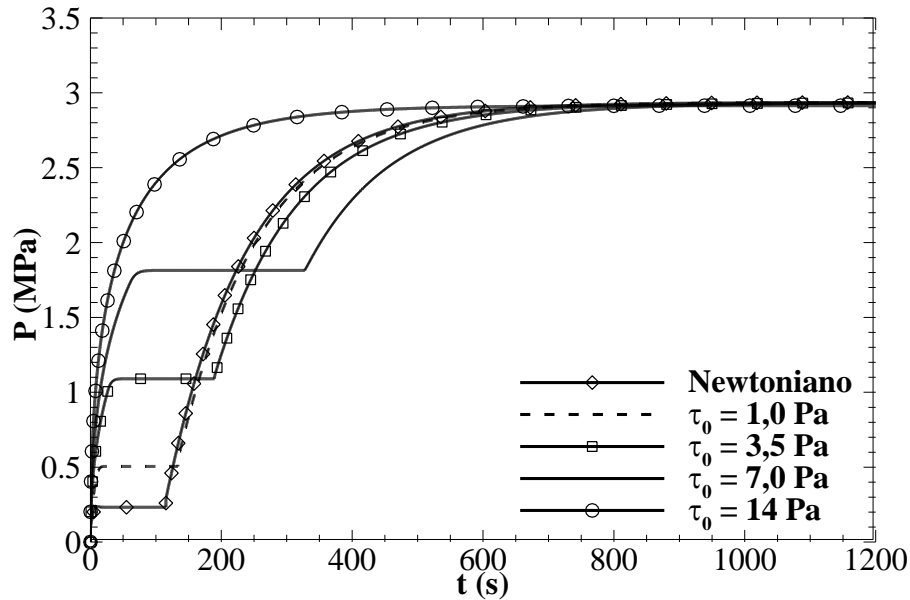


Figura 5.8 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes tensões limite de escoamento.

A pressão na superfície da coluna e na superfície do espaço anular ao longo do tempo são apresentadas na Figura 5.9a e Figura 5.9b, respectivamente. Nota-se que quanto maior é a tensão limite de escoamento do fluido de perfuração, menores são as pressões de fechamento tanto na superfície do anular quanto na coluna de perfuração. Para o fluido newtoniano, as pressões de fechamento estabilizam no mesmo valor da pressão do reservatório, descontando-se a pressão hidrostática. Já para o caso nos quais a tensão limite de escoamento não é nula, isto não ocorre. Para a maior tensão, 14 Pa, não ocorreu o fechamento, pois o influxo não foi detectado. Para as tensões limites de 3,5 e 7,0 Pa, as pressões de fechamento na coluna foram, respectivamente, de 2,49 MPa e 2,07 MPa, sendo que a pressão do reservatório era de 2,936 MPa acima da pressão hidrostática. Mostrando novamente que a Equação (2.1), utilizada para calcular a pressão do reservatório, pode levar a erros de dimensionamento. Os erros nos cálculos da pressão do reservatório para as tensões limite de escoamento de 3,5 e 7,0 Pa seriam de 15% e 29%, respectivamente.

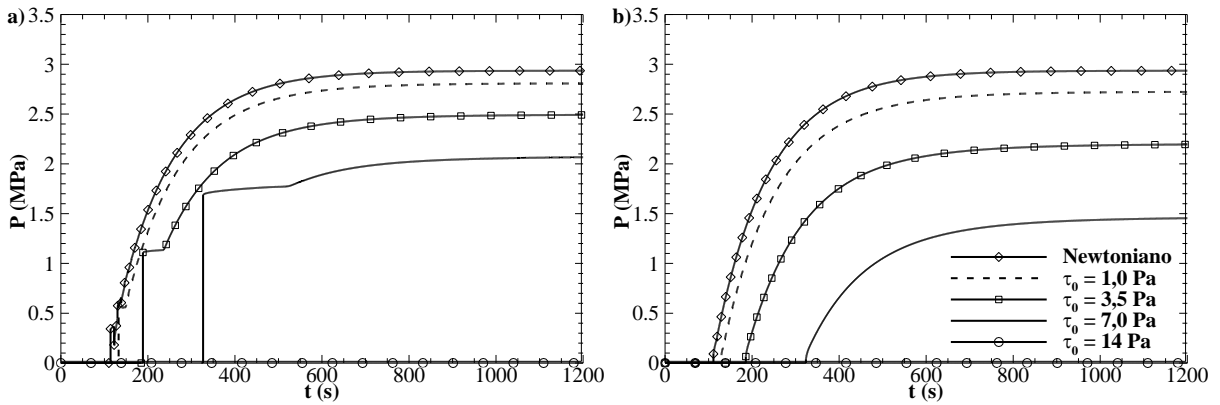


Figura 5.9 – Evolução temporal da pressão para diferentes tensões limite de escoamento a) na superfície da coluna e b) na superfície do espaço anular.

A transmissão de pressão ao longo do poço pode ser melhor observada na Figura 5.10, a qual apresenta o campo de pressão para as diferentes tensões limite de escoamento em $t = 2000$ s. Novamente, nota-se que ocorre a total transmissão de pressão ao longo do poço para o fluido newtoniano e que, quanto maior a tensão limite de escoamento, menor é a pressão que atinge a superfície. Percebe-se também que ocorre uma maior transmissão de pressão da coluna de perfuração. A pressão ao longo da coluna para a maior tensão limite de escoamento é nula, pois o influxo não foi detectado e o poço não foi fechado.

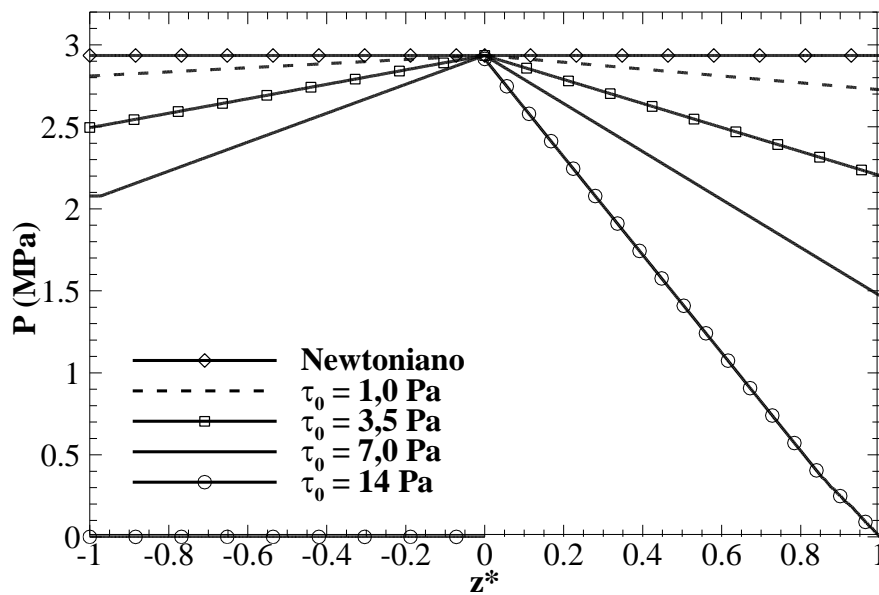


Figura 5.10 – Campo de pressão ao longo do poço de perfuração para diferentes tensões limite de escoamento em $t = 2000$ s.

Novamente, pode-se utilizar a Equação (3.31) para estimar a diferença entre a pressão do reservatório e a pressão que atinge a superfície. Na coluna de perfuração para as tensões limite de escoamento de 1,0, 3,5, 7,0, a diferença estimada entre a pressão do reservatório e de fechamento na coluna são, respectivamente, de 0,12, 0,44 e 0,88 MPa, estando de acordo com o que é apresentado na Figura 5.10.

A evolução da vazão mássica de gás ao longo do tempo para as diferentes tensões limite de escoamento é apresentada na Figura 5.11a. Como a diferença de pressão inicial entre o reservatório e o fundo do poço é a mesma para todos os casos, a vazão mássica inicial também é a mesma, 0,40 kg/s. Quanto maior a tensão limite, maior é o aumento de pressão gerado pela entrada de gás. Conseqüentemente, menor é a vazão mássica de gás. Em todos os casos, antes do fechamento, com exceção da maior tensão limite de escoamento no qual não ocorre o fechamento, a pressão no fundo do poço e a vazão mássica estabilizam após certo intervalo de tempo, e quanto maior é a tensão, menor é o valor na qual a vazão mássica estabiliza, permitindo uma menor entrada de gás, como pode ser visto na Figura 5.11b, que apresenta a evolução temporal da massa de gás presente no interior do poço. Após 1200 s, a massa de gás no interior do poço é menor quanto maior é a tensão limite de escoamento do fluido de perfuração, pois maior é a tensão que o gás precisa superar para deslocar o fluido de perfuração. Para o fluido newtoniano a massa de gás no interior do poço era de 92 kg, para a tensão limite de escoamento de 7,0 Pa, a massa de gás era de 79 kg e para a tensão de 14 Pa, era de 27 kg, mas o influxo não foi detectado na superfície.

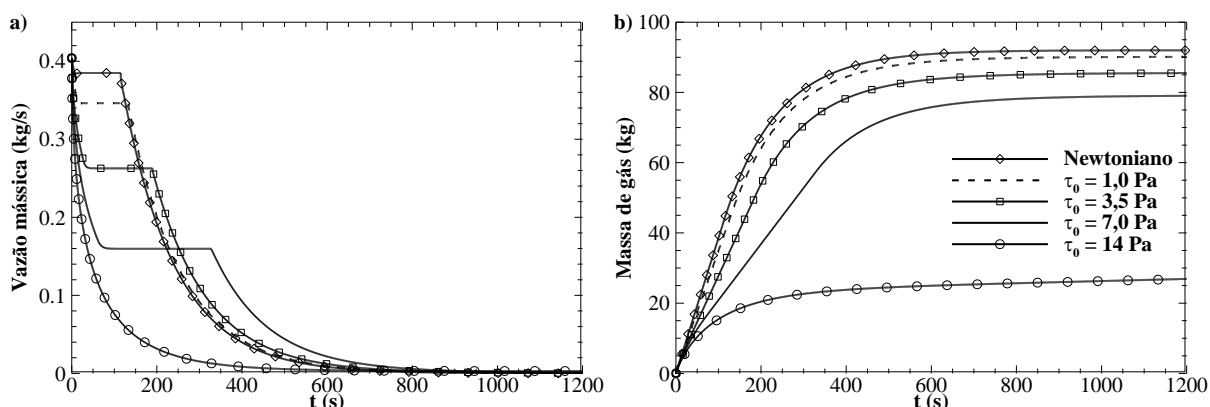


Figura 5.11 – Evolução temporal para diferentes tensões limite de escoamento a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço.

O volume ganho de fluido nos tanques de lama para as diferentes tensões limite de escoamento é apresentado na Figura 5.12a. Para o fluido newtoniano, o ganho de volume de fluido na superfície inicia-se após 4 s, tempo necessário para a onda de pressão percorrer o espaço anular. Entretanto, se o fluido possui uma tensão limite de escoamento, maior é o tempo necessário para iniciar o ganho de volume e, se a tensão limite for grande o suficiente, o ganho de volume não ocorre. Para as tensões limite de escoamento de 1,0, 3,5 e 7,0 Pa, o início do ganho de volume na superfície ocorreu após, respectivamente, 8, 25 e 60 s. Enquanto que para a tensão limite de escoamento de 14 Pa não houve um ganho de volume, pois a pressão imposta pelo reservatório foi insuficiente para superar a tensão limite de escoamento ao longo de todo o espaço anular. Além de retardar o início do ganho de fluido na superfície, a tensão limite de escoamento diminui a taxa na qual o volume de fluido é ganho, podendo-se observar este fato pelas inclinações das curvas na Figura 5.12a e pelo tempo necessário para a detecção em cada caso.

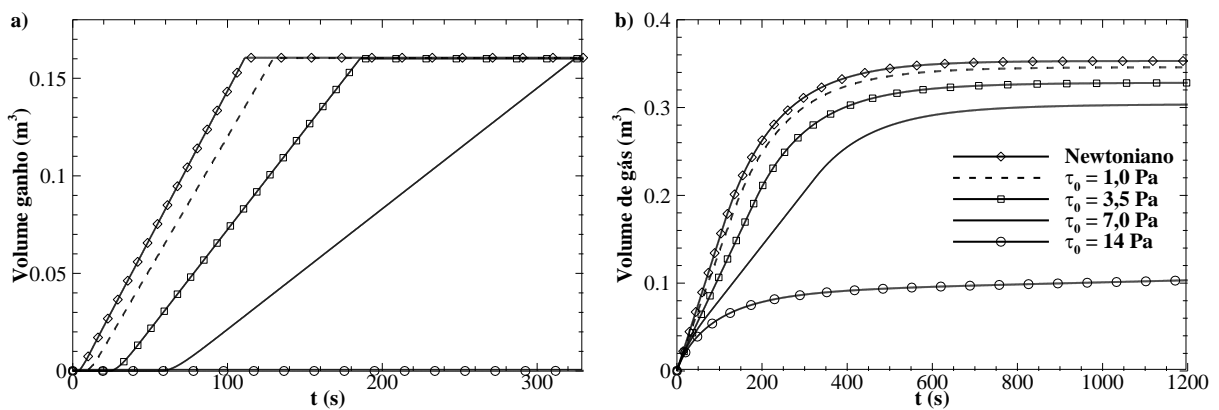


Figura 5.12 – Evolução temporal para diferentes tensões limite de escoamento a) do volume ganho na superfície e b) do volume de gás no interior do poço.

O volume de gás no interior do poço ao longo do tempo para as diferentes tensões limite de escoamento é apresentado na Figura 5.12b. Nota-se que quanto maior a tensão limite de escoamento, menor é o volume de gás que consegue superar a tensão limite de escoamento para invadir o poço. Após 1200 s, o volume de gás no interior do poço para $\tau_0 = 14$ Pa era de aproximadamente 0,1 m³, enquanto que para o caso newtoniano era de quase 0,36 m³. Portanto, embora a tensão limite de escoamento dificulte a detecção de um influxo de gás para o *kick*

estático, ela reduz a massa e volume de gás, facilitando a operação de expulsão do fluido invasor.

5.2 Kick Dinâmico

Nesta seção, é apresentada uma análise referente a situação do *kick* dinâmico e, posteriormente, é apresentada uma análise de sensibilidade, apresentando os efeitos dos principais parâmetros como a vazão de bombeio, a permeabilidade do reservatório e a tensão limite de escoamento.

A situação do *kick* dinâmico ocorre quando durante o processo de perfuração a broca atinge um reservatório com pressão superior a pressão no fundo do poço. Como condição inicial, assume-se que o escoamento possui uma vazão constante ao longo do poço em regime permanente. No instante inicial $t = 0$ s, a broca atinge o reservatório com uma pressão superior a pressão no fundo do poço e inicia-se o influxo de gás. Considera-se que o gás invade somente o espaço anular e que a vazão volumétrica do fluido de perfuração oriunda da coluna permanece constante, não afetando a condição de regime permanente na coluna durante o influxo.

Novamente, o critério adotado para a detecção da ocorrência de *kicks* é o volume ganho nos tanques de lama de 1 barril ($0,159 \text{ m}^3$). Assim que o *kick* é detectado, as bombas são desligadas e o poço é fechado. Para o desligamento das bombas, impõe-se uma rampa linear de 2 segundos de decaimento da vazão na superfície da coluna após o instante de detecção do *kick*, t_f , como é apresentado na Figura 5.13.

Logo após a detecção do *kick* e o desligamento da bomba, fecha-se o poço. Assim que a bomba é totalmente desligada, mantém-se como condição de contorno a vazão nula na superfície da coluna. Na superfície do espaço anular, o fechamento do poço é modelado impondo-se uma velocidade nula. A entrada de gás não cessa logo após o fechamento do poço, mas é reduzida lenta e gradativamente, devido a entrada de gás que comprime a mistura, uma vez que o poço se encontra fechado. A pressão ao longo do poço aumenta quanto mais gás o invade, até que a pressão no fundo se iguale a pressão do reservatório. Neste caso, utilizando os dados apresentados na Tabela 5.1, a diferença de pressão inicial entre o reservatório e o fundo do poço é de $0,734 \text{ MPa}$, resultando em um número de Bingham total de 2. Entretanto, quando as bombas são desligadas, ocorre uma grande redução de pressão, de tal modo que a

pressão imposta pelo reservatório se torna mais que suficiente para vencer a tensão limite de escoamento ao longo do poço.

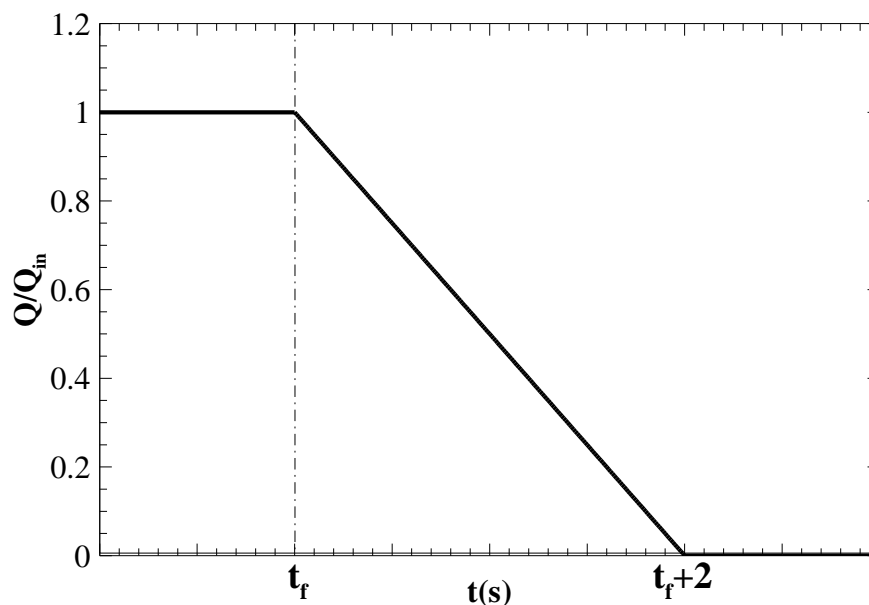


Figura 5.13 – Rampa linear de decaimento da vazão na superfície da coluna após a detecção do influxo de gás.

A evolução ao longo do tempo da pressão durante um *kick* de gás e o fechamento do poço é apresentada na Figura 5.14. Novamente, nos gráficos desconsidera-se a pressão hidrostática inicial. O influxo ocorre em $t = 0$ s, há um pequeno aumento de pressão no fundo devido à súbita entrada de gás e, posteriormente, há uma redução na pressão devido à perda de pressão hidrostática, uma vez que a massa específica do gás é menor que a do fluido de perfuração. Devido a entrada de gás no fundo do espaço anular, a vazão de fluido que retorna na superfície do espaço anular torna-se maior que a vazão de bombeamento, ocorrendo um ganho de volume nos tanques de lama (*pit-gain*). Quando o *pit-gain* atinge o volume de 0,159 m³ (1 barril), as bombas são desligadas e o poço é fechado. No desligamento das bombas, ocorre uma brusca redução de pressão ao longo do poço, permitindo uma maior entrada de gás. Entretanto, como o poço foi fechado, a entrada de gás que invade o poço comprime a mistura, aumentando a pressão ao longo de todo o poço até que a pressão no fundo do poço seja igual a pressão do reservatório. Nota-se, ainda na Figura 5.14, que após a estabilização da pressão em $t = 2000$ s, as pressões no fundo do poço, na superfície da coluna e do espaço anular possuem valores diferentes. A pressão no fundo do poço em $t = 2000$ s é igual a pressão do reservatório,

porém a pressão nas superfícies são inferiores. Isto ocorre devido ao caráter viscoplástico do fluido de perfuração, representado pela tensão limite de escoamento, que resulta na transmissão parcial de pressão.

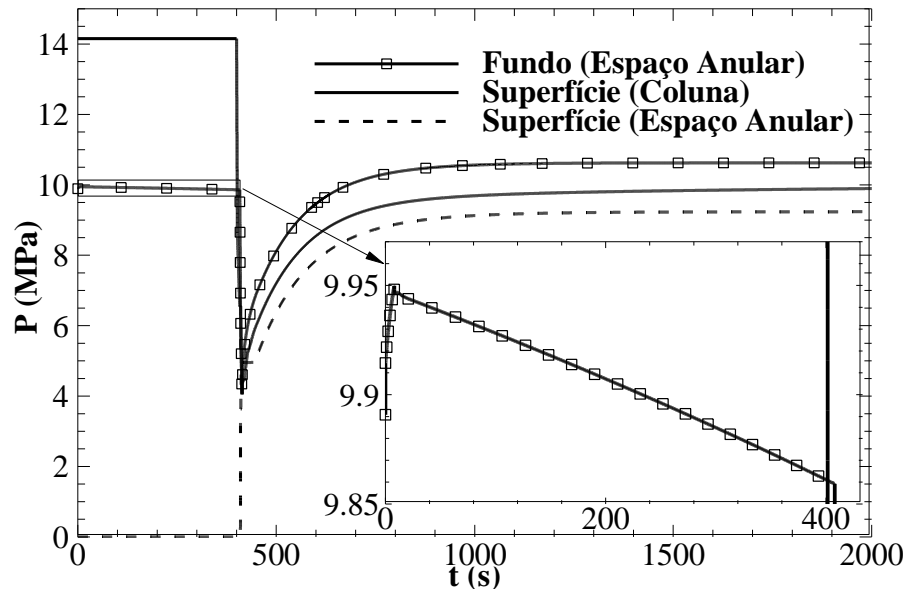


Figura 5.14 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço e nas superfícies da coluna do espaço anular.

A não transmissão total de pressão pode ser melhor observada na Figura 5.15, a qual apresenta o campo de pressão ao longo do poço no último instante de tempo de simulação, $t = 2000$ s. Nota-se que de fato não ocorre a total transmissão da pressão ao longo do poço. De acordo com a Equação (2.1), a pressão do reservatório é a soma da pressão hidrostática com a pressão de fechamento da coluna (SIDPP). Entretanto, tal relação não leva em consideração o caráter viscoplástico do fluido de perfuração, que resulta na transmissão parcial da pressão do reservatório para a superfície.

A pressão de fechamento da coluna em $t = 2000$ s é de 9,89 MPa e a pressão hidrostática exercida pelo fluido de perfuração na coluna é de 51,01 MPa. Logo, de acordo com a Equação (2.1), a pressão do reservatório seria de 60,9 MPa. Entretanto, a pressão real do reservatório é de 61,63 MPa. Uma vez que o procedimento usual para aumentar a pressão ao longo do poço é aumentar a massa específica do fluido de perfuração, esta diferença entre a pressão calculada do reservatório e a pressão real pode levar a equipe de engenheiros a

dimensionar de forma equivocada a nova massa específica do fluido de perfuração. Isto pode levar a situação na qual os engenheiros acreditam que o *kick* foi combatido, porém a pressão acrescida ao longo do poço foi insuficiente e gás continuará migrando para o interior do poço, podendo ocorrer um *blowout*.

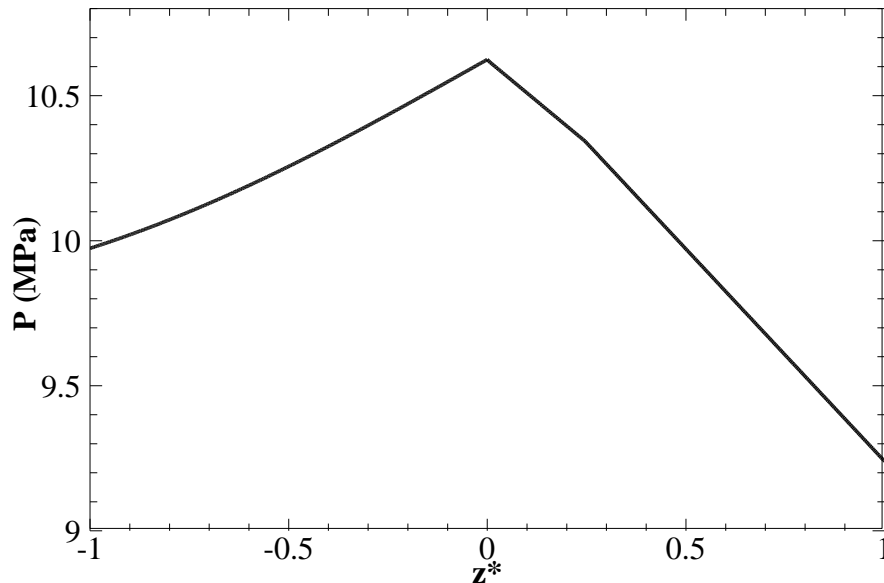


Figura 5.15 – Campo de pressão ao longo da coluna e do espaço anular em $t = 2000$ s.

Como apresentado anteriormente no Capítulo 3, a presença de gás possui grande influência na velocidade de propagação da onda de pressão da mistura. A Figura 5.16 apresenta a velocidade de propagação da onda de pressão e a fração de vazio ao longo do espaço anular no final da simulação. Nota-se que embora a fração de vazio entre $0,01 \leq z^* \leq 0,23$ possua um valor aproximadamente constante, a velocidade do som na mistura decresce com o aumento de z^* , pois quanto menor é a profundidade, menor é a pressão hidrostática e, portanto, menor é a velocidade do som na mistura. Em $z^* \geq 0,26$, a fração de vazio é nula e a velocidade do som na mistura torna-se a velocidade do som no fluido de perfuração, pois a partir deste ponto não há mais presença de gás.

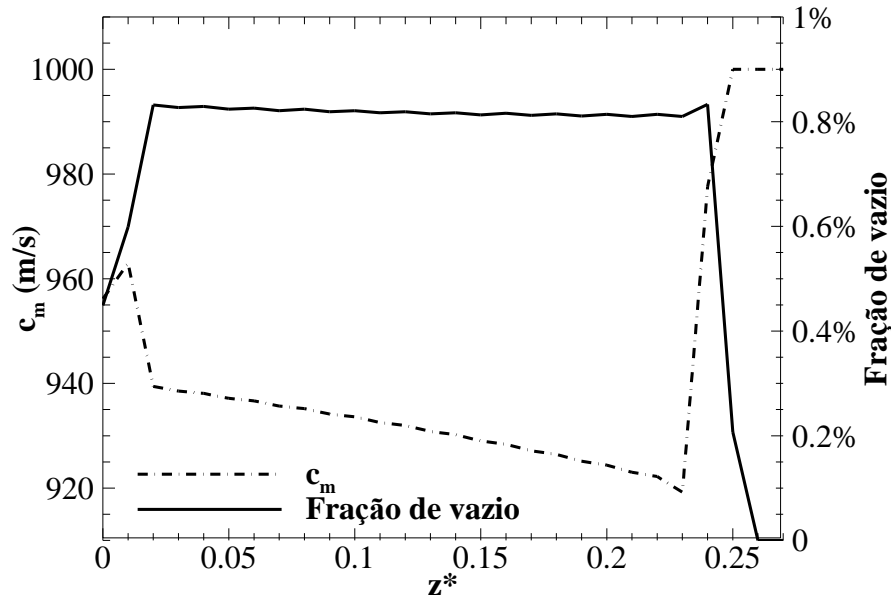


Figura 5.16 – Velocidade de propagação da onda de pressão da mistura e fração de vazio ao longo do espaço anular em $t = 2000$ s.

Outra informação importante e necessária para o procedimento de expulsão do fluido invasor é o volume de gás no interior do poço. A Figura 5.17 apresenta a evolução temporal da vazão mássica de gás, do volume de gás no interior do poço e do volume ganho nos tanques de lama. Nota-se, que até a detecção do *kick*, em $t \approx 410$ s, o volume de gás no interior do poço é ligeiramente superior ao volume ganho na superfície. Esta diferença entre os volumes ocorre devido a compressibilidade do fluido de perfuração. É possível notar que a vazão mássica de gás é aproximadamente constante até o desligamento das bombas, e a partir do desligamento, a vazão mássica cresce cerca de 10 vezes devido à abrupta redução da pressão. Um comportamento similar pode ser percebido no volume de gás no interior do poço. O volume cresce aproximadamente de modo linear até o desligamento das bombas, e a partir deste momento, o volume de gás cresce de forma mais acentuada. Isto também ocorre pelo desligamento das bombas, que reduz a pressão, permitindo que o gás se expanda no poço, e pelo aumento na vazão mássica de gás. Embora o influxo tenha sido detectado após o ganho de volume de $0,159 \text{ m}^3$ nos tanques de lama, o volume de gás no interior do espaço anular quando o *kick* foi cessado é de $0,55 \text{ m}^3$, cerca de 3,45 vezes o volume ganho.

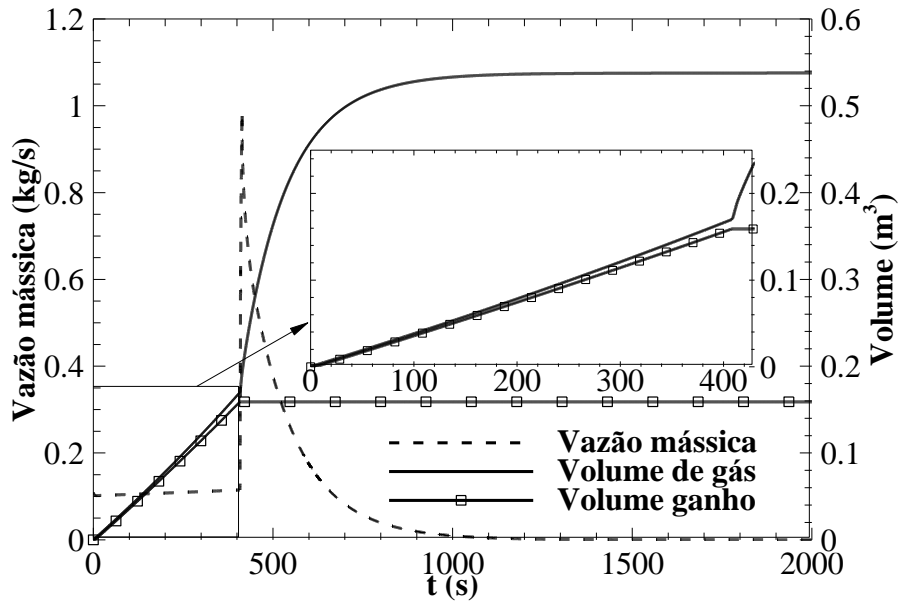


Figura 5.17 – Evolução temporal da vazão massa de gás, do volume de gás no interior do espaço anular e do volume ganho na superfície.

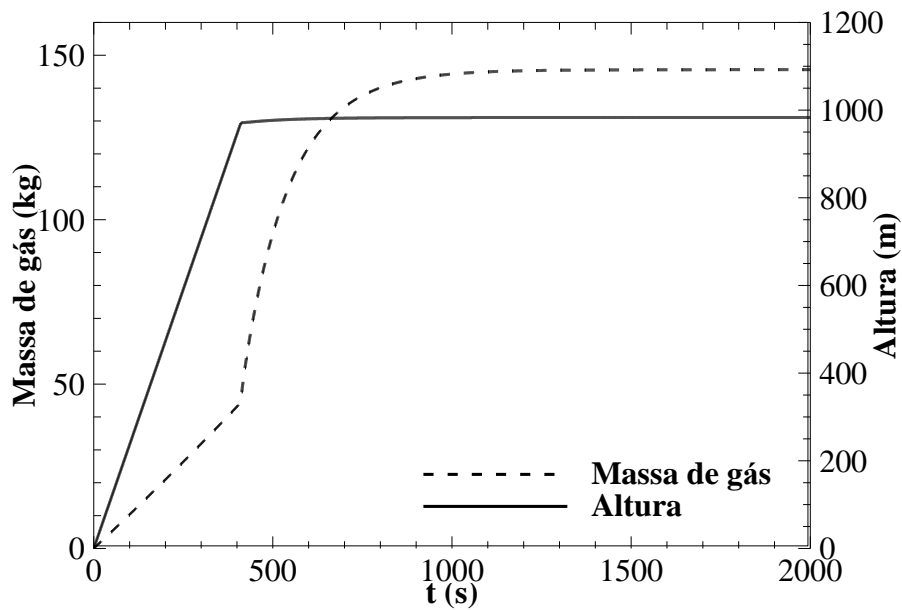


Figura 5.18 – Evolução temporal da massa de gás no espaço anular e na altura atingida pelo gás.

A massa de gás presente no interior do poço ao longo do tempo e a altura máxima atingida pelo gás são apresentadas na Figura 5.18. Nota-se, novamente, que após o desligamento das bombas há uma mudança brusca na evolução temporal da massa de gás e da altura atingida pelo gás. Assim que o poço é fechado, a compressão causada pela entrada de gás

umenta a pressão, diminuindo a vazão mássica de gás de forma assintótica e, portanto, a massa de gás no interior do poço tende a um valor máximo. Após o fechamento, o campo de velocidade ao longo do poço tende a zero, e logo, a altura atingida pelo gás pouco é alterada após os 410 s de início do *kick*.

5.2.1 Estudo Paramétrico

A partir dos parâmetros apresentados na Tabela 5.1, outros casos foram simulados alterando-se certos parâmetros com o objetivo de analisar seus efeitos na propagação de pressão durante o *kick*. Os parâmetros analisados foram a vazão de bombeio, a tensão limite de escoamento, a pressão do reservatório, a velocidade de propagação da onda de pressão no fluido de perfuração e a permeabilidade do reservatório.

Tensão Limite de Escoamento τ_0

A tensão limite de escoamento é a tensão mínima necessária a ser imposta para que se inicie o escoamento. Para a análise deste parâmetro, considerou-se a tensão limite de escoamento com os seguintes valores: 0, 1,0, 3,5 e 7,0 Pa. Uma tensão limite de escoamento igual a zero reproduz o comportamento de um fluido newtoniano. Da forma como foi estipulada a diferença de pressão entre o fundo do poço e o reservatório, Equação (3.32), esta diferença é função da tensão limite de escoamento e do número de Bingham total. Para manter a mesma diferença de pressão entre os casos apresentados, manteve-se a razão τ_0/B_T constante e para o caso newtoniano, impôs-se o mesmo valor obtido nos outros casos, 0,734 MPa.

A evolução temporal da pressão para diferentes tensões limite de escoamento na a) superfície da coluna e b) superfície do espaço anular é apresentada na Figura 5.19. Quanto maior a tensão limite de escoamento, maior é a pressão de bombeio necessária para bombear o fluido de perfuração ao longo do poço a uma mesma vazão, como pode ser visto na Figura 5.19a. Logo, quando ocorre o desligamento das bombas, há uma maior queda de pressão ao longo do poço quanto maior é a tensão limite. Pode-se notar também que as detecções dos *kicks* ocorreram praticamente no mesmo instante de tempo. Ou seja, para o *kick* dinâmico, a tensão limite de escoamento exerce pouca influência no *pit-gain*, ao contrário do *kick* estático, uma vez que a tensão limite de escoamento já foi superada pelas bombas.

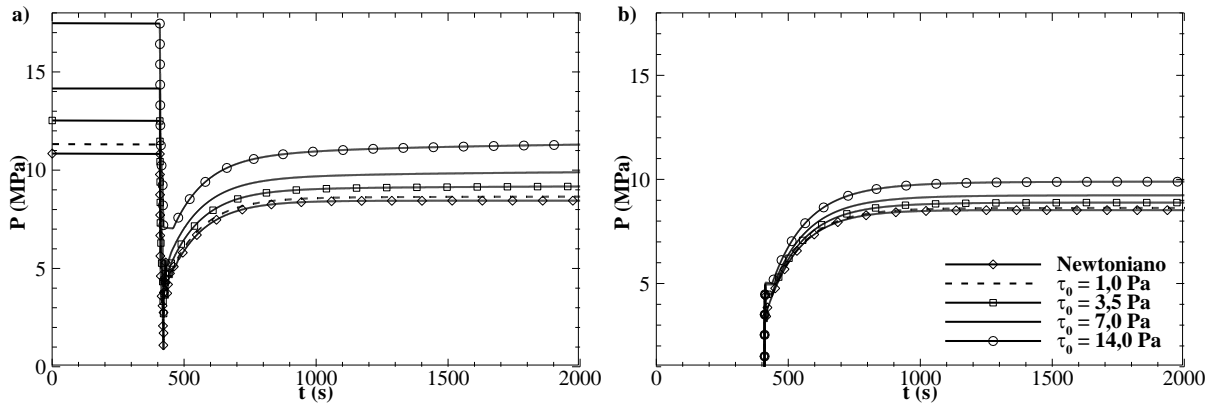


Figura 5.19 – Evolução temporal da pressão para diferentes tensões limite de escoamento a) na superfície da coluna e b) na superfície do espaço anular.

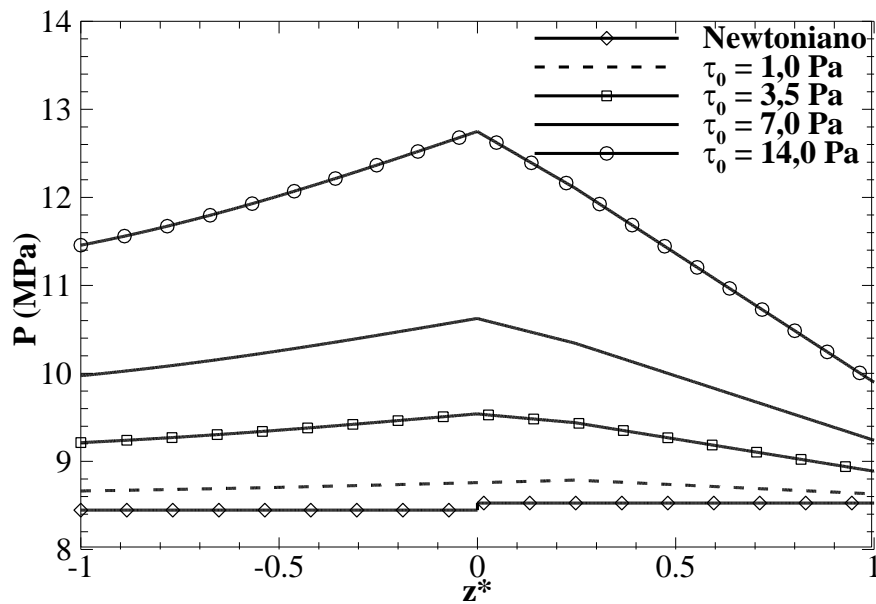


Figura 5.20 – Campo de pressão ao longo do poço para diferentes tensões limite de escoamento em $t = 2000$ s.

Conforme apresentado anteriormente no Capítulo 2, a tensão limite de escoamento impede a total transmissão de pressão ao longo do poço. O efeito da tensão limite no campo de pressão em $t = 2000$ s é apresentada pela Figura 5.20. Percebe-se que para o caso com fluido newtoniano, a pressão do reservatório no fundo do poço é totalmente transmitida para a superfície do espaço anular, em $z^* = 1$ e que as Equações (2.1) e (2.2) para estimar a pressão do reservatório e a perda de pressão hidrostática no anular são válidas. Nota-se, também, que quanto maior é a tensão limite de escoamento, maior é a diferença entre a pressão do

reservatório e a pressão que alcança a superfície. Para $\tau_0 = 1,0$ Pa, esta diferença é de apenas 1,1%, entretanto, para as tensões limite de escoamento de 7 Pa e 14 Pa, esta diferença entre as pressões sobe para 6,1% e 10,2%.

A Figura 5.21a apresenta o volume ganho na superfície, o *pit-gain*. Nota-se que as curvas estão sobrepostas para todos os casos, uma vez que a tensão limite de escoamento já foi superada pelas bombas, tal parâmetro não possui efeito considerável no volume ganho. Diferentemente do que ocorre para o *kick* estático, onde o volume ganho na superfície e o volume de gás na superfície sofrem grande influência da tensão limite de escoamento.

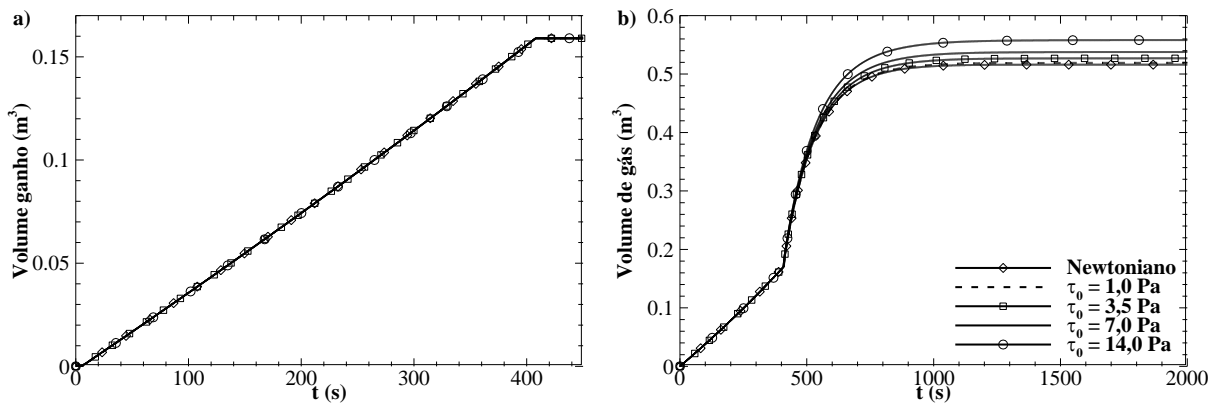


Figura 5.21 – Evolução temporal para diferentes tensões limite de escoamento a) de volume ganho na superfície e b) de volume de gás no interior do poço.

Um comportamento muito próximo para os casos até $t \approx 410$ s também pode ser observado na Figura 5.21b, que apresenta o volume de gás no interior do espaço anular ao longo do tempo. Entretanto, quando as bombas são desligadas, há uma redução de pressão ao longo do poço e, quanto maior a tensão limite, maior é a redução, permitindo que uma maior quantidade de gás invada o poço. Logo, quando as pressões estabilizam em $t = 2000$ s, quanto maior é a tensão limite de escoamento, maior é o volume de gás presente no espaço anular.

Diferença de Pressão para o Reservatório ΔP_r

Através da lei de Darcy, Equação (3.26), nota-se que quanto maior é a diferença de pressão entre o reservatório e o fundo do poço, maior é a vazão de gás. Para a análise do efeito

deste parâmetro, estudou-se as quatro respectivas diferenças de pressão entre o reservatório e o fundo do poço: 0,36 MPa, 0,73 MPa, 1,47 MPa e 2,93 MPa.

A evolução temporal da pressão no fundo do poço para estes casos são apresentados na Figura 5.22. Quanto maior é a diferença inicial das pressões, maior é a vazão de gás que invade o poço, logo o volume ganho de fluido na superfície ocorre de forma mais rápida, resultando em um menor tempo para a detecção do *kick*, como pode ser visto na Figura 5.22. Esta relação entre maior pressão do reservatório e menor tempo de detecção também é reproduzida pelo modelo desenvolvido por Galves (2013). Nota-se também que após o fechamento do poço, as pressões no fundo estabilizam em valores diferentes. As pressões no fundo do poço estabilizam ao se igualarem a pressão do reservatório, ou seja, é a pressão inicial somada com a diferença de pressão inicial, ΔP_r .

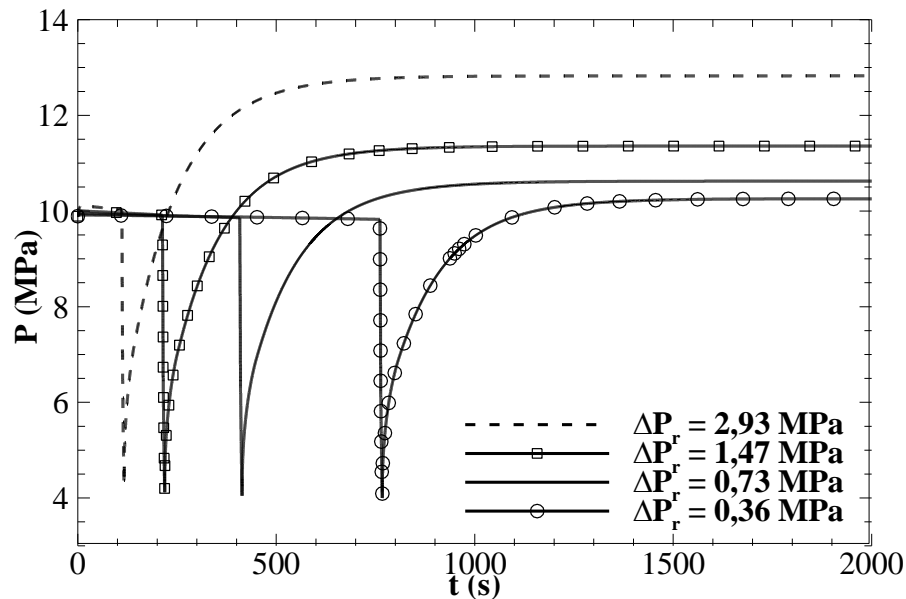


Figura 5.22 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes pressões do reservatório.

A evolução temporal da pressão na superfície da coluna e do espaço anular podem ser vistas na Figura 5.23. É possível notar que as pressões de fechamento da coluna (SIDPP) e do espaço anular (SICP) são maiores quanto maior é a diferença de pressão para o reservatório. Na menor diferença de pressão, $\Delta P_r = 0,36$ MPa, a pressão no fundo do poço precisa crescer 0,36 MPa para entrar em equilíbrio com a pressão do reservatório, e no outro caso extremo, é

necessário um acréscimo na pressão de 2,93 MPa, oito vezes maior que o primeiro caso. Entretanto, não há grande diferença no tempo necessário para que a pressão no fundo do poço se iguale a pressão do reservatório entre os casos. Isto ocorre, pois, uma maior diferença entre as pressões resulta numa maior vazão mássica de gás, comprimindo o fluido e aumentando a pressão ao longo do poço de forma mais rápida.

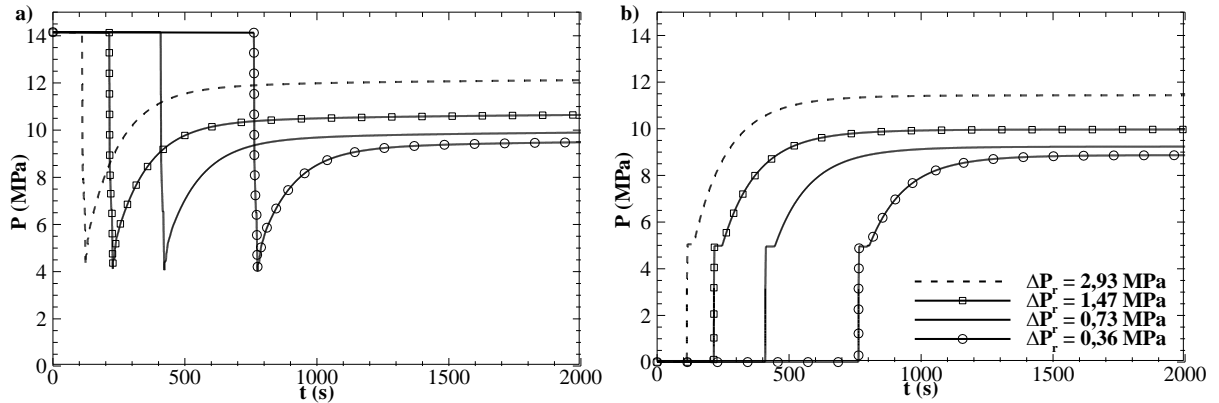


Figura 5.23 – Evolução temporal da pressão para diferentes pressões do reservatório a) na superfície da coluna e b) na superfície do espaço anular.

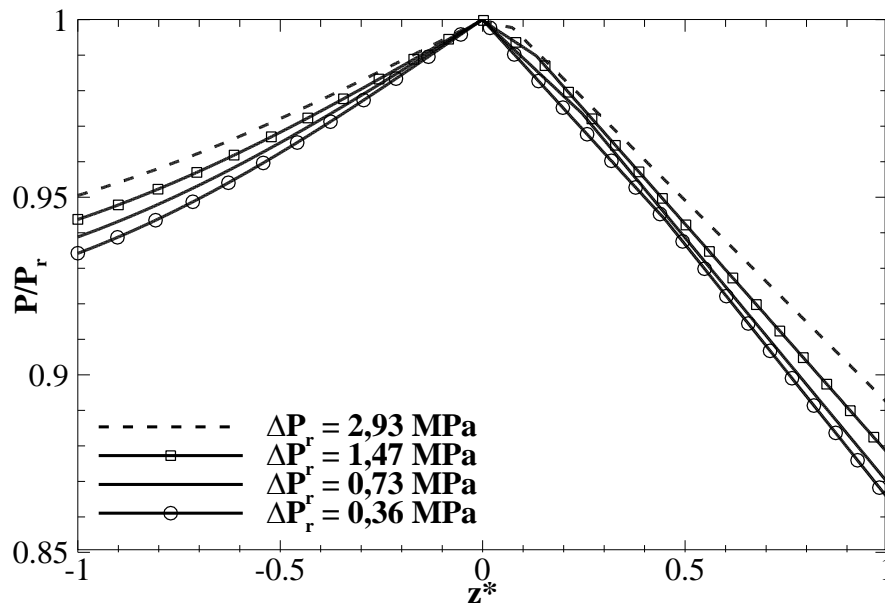


Figura 5.24 – Campo de pressão ao longo do poço para diferentes pressões do reservatório em $t = 2000$ s.

A transmissão de pressão após o fechamento pode ser observada na Figura 5.24, a qual apresenta a razão entre a pressão transmitida ao longo da coluna e do espaço anular e a pressão do reservatório para as diferentes pressões do reservatório. Nota-se que para todos os casos, a transmissão de pressão é maior na região da coluna do que no espaço anular, uma vez que a perda de carga é menor na coluna. Percebe-se também que quanto maior é a pressão do reservatório, maior é a transmissão ao longo de todo o poço. Apenas 93,4% da pressão do reservatório atingiu a superfície da coluna para a menor diferença de pressão entre o reservatório e o fundo do poço, 0,36 MPa, enquanto que para a maior pressão do reservatório, 95,1% da pressão do reservatório alcançou a superfície da coluna.

Como pode ser deduzido através da lei de Darcy, uma maior diferença entre a pressão do reservatório e o fundo do poço resulta em uma maior vazão mássica. Este fato pode ser observado na Figura 5.25a, a qual apresenta a evolução ao longo do tempo da vazão mássica de gás para o interior do poço. Após o fechamento, ocorre um aumento abrupto na vazão mássica e a magnitude deste aumento é a mesma para todos os casos, uma vez que é resultado da redução da pressão ao longo do poço pelo desligamento das bombas.

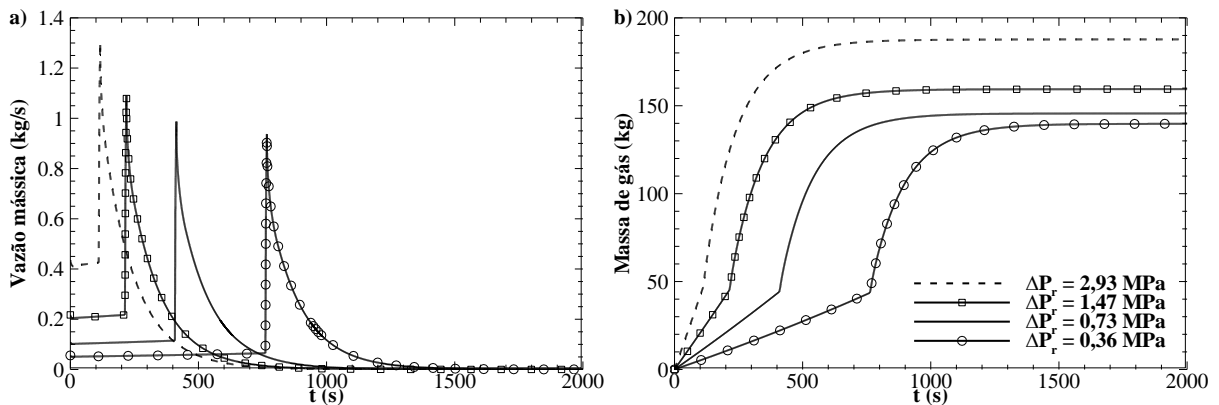


Figura 5.25 – Evolução temporal para diferentes pressões do reservatório a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás no interior do poço.

A massa de gás ao longo do tempo presente no interior do poço é apresentada pela Figura 5.25b. Nota-se que, embora a detecção do *kick* ocorra em diferentes instantes de tempo, a massa de gás presente no interior do poço quando o *kick* é detectado é aproximadamente a mesma para todos os casos, cerca de 45 kg. Isto ocorre, pois, o volume de gás presente no poço é aproximadamente o mesmo no instante do fechamento, e é este volume que desloca o fluido

de perfuração e resulta em um ganho de volume na superfície. Entretanto, nota-se uma sutil queda na massa de gás no instante do fechamento quanto menor é a diferença entre a pressão do reservatório e do fundo do poço. Isto ocorre, pois, quanto maior é a demora para o fechamento do poço, maior é a altura que o gás atinge e, quanto maior é altura, menor é a pressão hidrostática exercida pelo fluido de perfuração. Isto permite que o gás se expanda mais, deslocando mais o fluido de perfuração e aumentando o ganho de fluido na superfície.

Como já citado anteriormente, pela lei de Darcy pode-se deduzir que quanto maior o desbalanceamento entre a pressão do reservatório e a do fundo do poço, maior é a invasão de gás para o poço e, conseqüentemente, maior é o volume de fluido deslocado pela entrada de gás. A Figura 5.26a apresenta a evolução temporal do volume ganho nos tanques de lama. Para a maior diferença entre as pressões, a detecção do *kick* pelo volume ganho ocorreu 110 s após o início do influxo, enquanto que para a menor diferença entre as pressões, o tempo necessário para a detecção foi de 761 s.

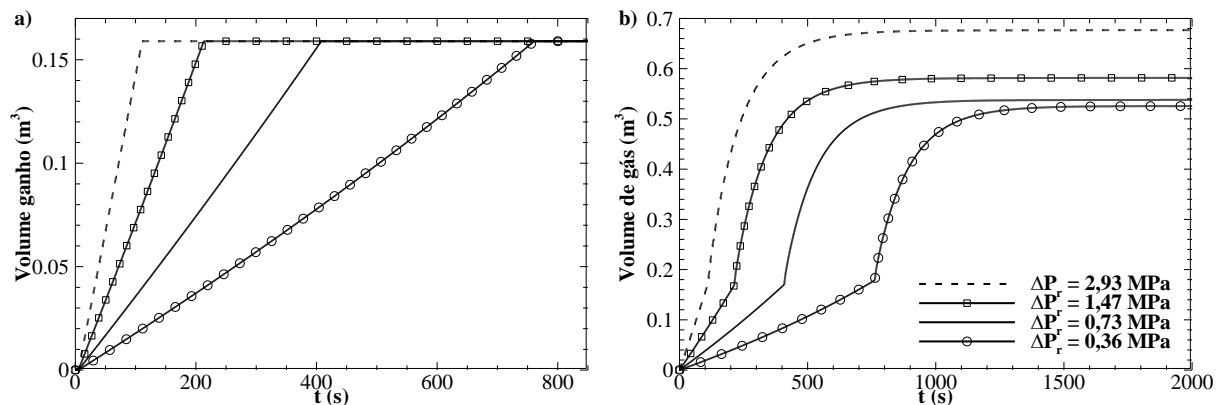


Figura 5.26 – Evolução temporal para diferentes pressões do reservatório a) do volume ganho de fluido na superfície e b) do volume de gás no interior do poço.

Embora o influxo tenha sido detectado de forma mais rápida para a maior diferença de pressão, o volume de gás no interior do poço quando as pressões se estabilizaram foi o maior dentre os casos simulados, como pode ser visto na Figura 5.26b, a qual apresenta a evolução temporal do volume de gás no interior do poço. Novamente, a maior diferença entre as pressões permite que uma maior quantidade de gás invada o poço, mesmo após o fechamento.

Uma maior vazão de gás para o interior do poço resulta conseqüentemente em uma maior fração de vazio, como pode ser observado na Figura 5.27, a qual apresenta a fração de

vazio ao longo do espaço anular em $t = 2000$ s. Para o caso com a maior diferença entre a pressão do reservatório e do poço, a fração de vazio é de 3% na região onde há gás, mas como o influxo foi detectado de forma mais rápida, o gás se deslocou menos ao longo do espaço anular em relação aos outros casos. Enquanto para o caso $\Delta P_r = 2,93$ MPa o gás percorreu cerca de 7,4% do comprimento do espaço anular, para o caso com a menor diferença entre as pressões, o gás percorreu 45,3%, embora com uma fração de vazio consideravelmente inferior, cerca de 0,5%.

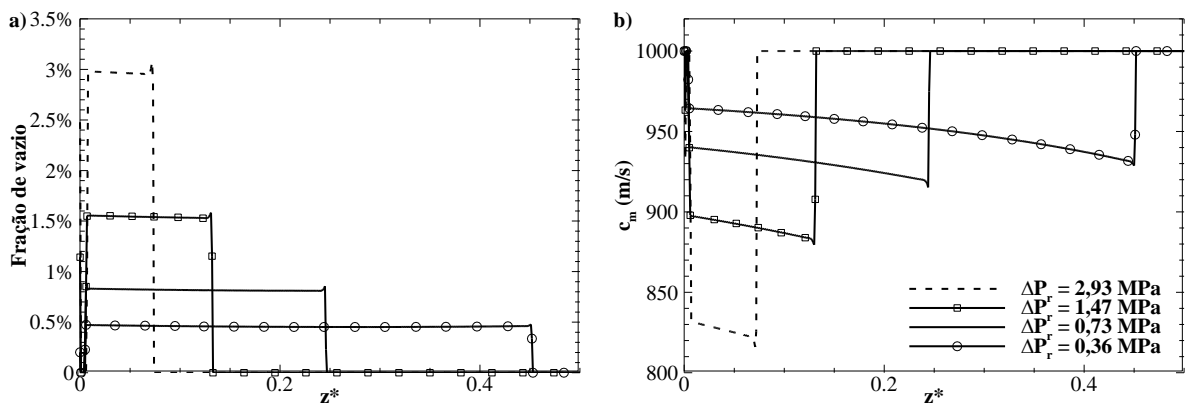


Figura 5.27 – a) fração de vazio ao longo do espaço anular e b) velocidade de propagação da onda de pressão na mistura ao longo do espaço anular em $t = 2000$ s.

A presença de gás no fluido de perfuração possui grande influência na velocidade de propagação da onda de pressão, como pode ser visto na Figura 5.27b, que apresenta a velocidade do som na mistura ao longo do espaço anular em $t = 2000$ s. Analisando a Figura 5.27a e Figura 5.27b, nota-se que quanto maior é a fração de vazio, menor é a velocidade do som na mistura. Nota-se também que quanto maior é a altura na qual o gás se encontra, menor é a velocidade de propagação da onda de pressão, uma vez que a pressão hidrostática que é exercida é menor.

Permeabilidade do Reservatório k_r

A permeabilidade absoluta do reservatório é uma das propriedades presentes na lei de Darcy que multiplicam a diferença de pressão entre o reservatório e o poço. Uma maior permeabilidade implica em uma maior vazão de gás para o interior do poço. Para a análise deste

parâmetro, analisou-se três situações de influxo de gás com reservatório mais permeável, permeável e menos permeável, possuindo as respectivas permeabilidades: 1.10^{-13} , 5.10^{-14} e 1.10^{-14} m^2 .

A evolução temporal da pressão no fundo do poço para reservatórios com diferentes permeabilidades é apresentada pela Figura 5.28. Pode-se notar que quanto maior é a permeabilidade do reservatório, mais rápida é a detecção do *kick*. Para o reservatório com a maior permeabilidade, a detecção do *kick* ocorreu em $t = 222$ s, enquanto que para a menor permeabilidade, a detecção ocorreu após 1662 s. É possível notar também que quanto maior é a permeabilidade, menor é tempo necessário para que ocorra a estabilização da pressão após o fechamento do poço. Esta relação entre permeabilidade e tempo necessário para a estabilização das pressões também é apresentada por Shihui *et al.* (2015). Para o caso de maior permeabilidade, leva-se cerca de 200 s para que a pressão no fundo do poço se iguale a pressão do reservatório. Já para o caso de menor permeabilidade, são necessários cerca de 3500 s para que as pressões se estabilizem.

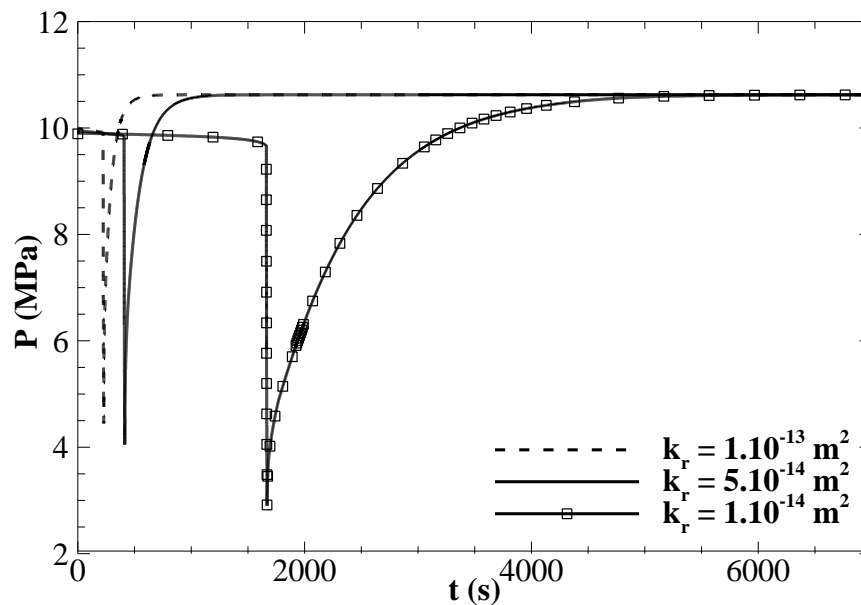


Figura 5.28 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes permeabilidades do reservatório.

A mesma relação entre a permeabilidade e o tempo necessário para a estabilização da pressão pode ser observada na Figura 5.29a e Figura 5.29b, as quais apresentam a evolução

temporal da pressão para diferentes permeabilidades na superfície da coluna e na superfície do espaço anular, respectivamente. Nota-se que embora o tempo para a estabilização da pressão seja diferente para os três casos, os valores nos quais as pressões se estabilizaram na superfície da coluna e do espaço anular são os mesmos entre os casos.

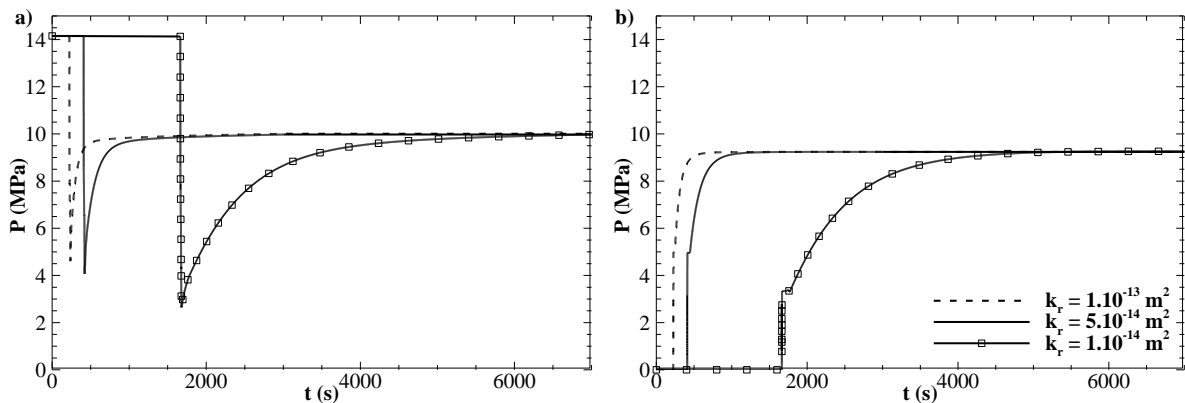


Figura 5.29 – Evolução temporal da pressão para diferentes permeabilidades do reservatório a) na superfície da coluna de perfuração e b) na superfície do espaço anular.

Nota-se pela lei de Darcy que a vazão mássica é diretamente proporcional a permeabilidade do reservatório, ou seja, quanto maior é a permeabilidade, maior é a vazão. Este fato pode ser observado na Figura 5.30a, a qual apresenta a vazão mássica de gás para o interior do poço ao longo do tempo para as diferentes permeabilidades. Nota-se que tanto a vazão mássica de gás inicial quanto o pico na vazão gerado pelo desligamento das bombas são proporcionais a permeabilidade do reservatório. Já a massa de gás no interior do poço ao longo do tempo é apresentada na Figura 5.30b. Percebe-se que para as permeabilidades de 1.10^{-13} e 5.10^{-14} m^2 a massa de gás presente no poço quando as pressões estabilizaram após o fechamento são muito próximas, pois não houve grande diferença entre os tempos de detecção do *kick*, implica que o gás atingiu uma altura maior, se expandindo. Quando o poço é fechado, o gás que continua invadindo o poço comprime o fluido de perfuração e o gás já presente ao longo do poço. Quanto maior é a altura do gás no poço, menor a pressão hidrostática exercida no gás e, mais compressível ele se torna, permitindo que uma maior quantidade de gás invada o poço até que a pressão no fundo se iguale a pressão do reservatório.

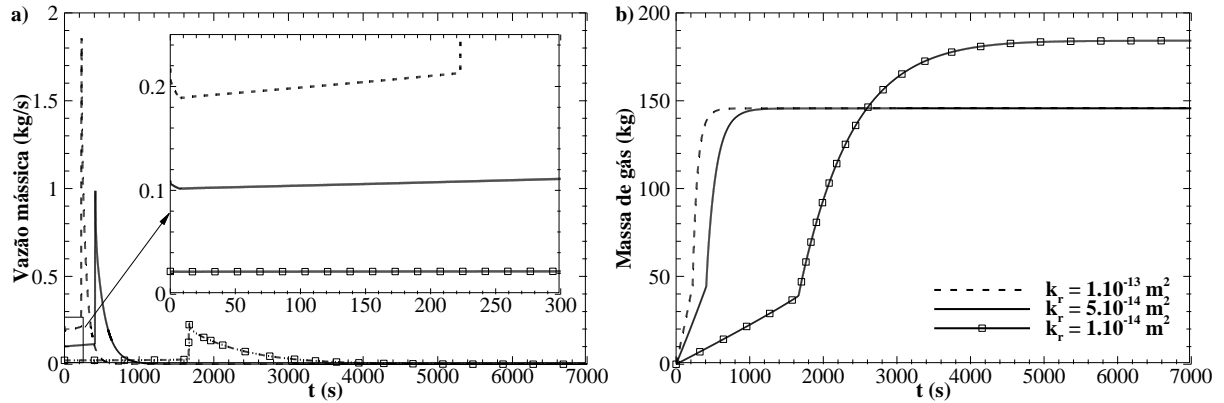


Figura 5.30 – Evolução temporal para diferentes permeabilidades do reservatório a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço.

O mesmo efeito que a demora na detecção do *kick* possui na massa de gás, também possui no volume de gás no interior do poço. Quanto maior é a altura atingida pelo gás, maior é a sua expansão. Entretanto, a expansão não ocorre de forma linear, como pode ser visto na Figura 5.31a e Figura 5.31b, que apresentam, respectivamente, a evolução temporal do volume ganho na superfície e do volume de gás presente no interior do poço.

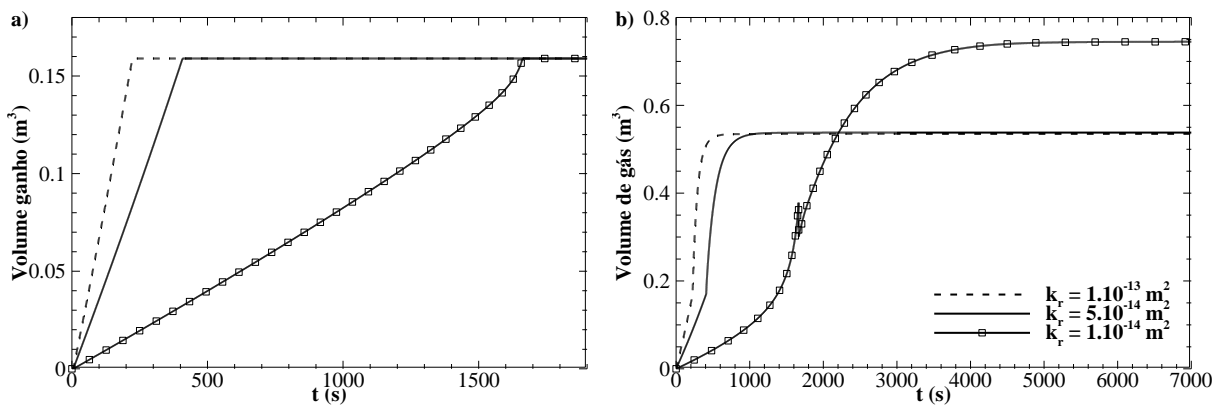


Figura 5.31 – Evolução temporal para diferentes permeabilidades do reservatório a) do volume ganho na superfície e b) do volume de gás no interior do poço.

É possível notar na Figura 5.31 que quanto maior a permeabilidade, mais acentuado é o ganho de volume na superfície, tal relação é corroborada por Costa e Lopez (2011). Nota-se que tanto o volume ganho quanto o volume de gás evoluem de forma linear até o fechamento do poço. Já para o caso de menor permeabilidade, após 1500 s, há uma mudança na inclinação das curvas, pois o gás presente no poço atingiu uma altura na qual a pressão hidrostática

exercida é menor e a expansão do gás ocorre de forma mais acelerada. Embora nos três casos o *kick* tenha sido detectado com o volume ganho de fluido na superfície de 1 barril (0,159 m³), no caso com menor permeabilidade, o *kick* estava já na iminência de se transformar em um *blowout*.

A fração de vazio ao longo do espaço anular para $t = 7000$ s para diferentes permeabilidades do reservatório é apresentada na Figura 5.32a. Nota-se que quanto maior é a permeabilidade, maior é a fração de vazio na região onde há gás. Entretanto, como a detecção do influxo ocorre mais rapidamente quanto maior é a permeabilidade, menor é o deslocamento realizado pelo gás. Enquanto que para o caso de maior permeabilidade, a altura máxima atingida pelo gás foi de 550 m ($z^* = 0,138$), para o caso de menor permeabilidade, o gás quase atingiu a superfície, percorrendo 3910 m ($z^* = 0,978$). Nota-se que a fração de vazio aumenta consideravelmente quanto mais próximo se está da superfície.

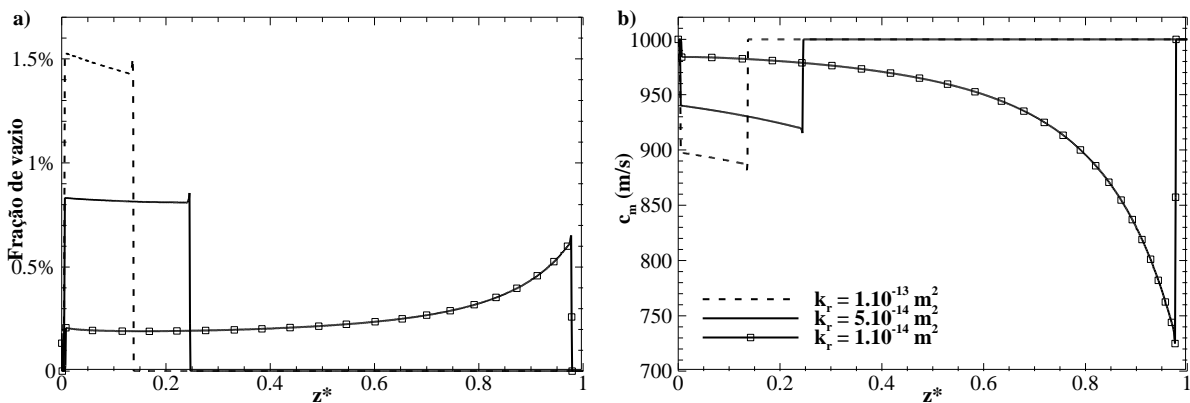


Figura 5.32 – a) fração de vazio ao longo do espaço anular e b) velocidade de propagação da onda de pressão da mistura ao longo do espaço anular em $t = 7000$ s.

A Figura 5.32 apresenta a velocidade de propagação da onda de pressão ao longo do espaço anular em $t = 7000$ s. É possível analisar que para uma mesma posição z^* , menor é a velocidade de som na mistura, uma vez que a fração de vazio é maior. Nota-se também, a redução da velocidade de propagação da onda de pressão quanto maior é o z^* , pois menor é a pressão hidrostática exercida pelo fluido. É possível perceber também que a redução na velocidade do som na mistura ocorre de forma mais acentuada próximo à superfície, ocorrendo uma brusca redução a partir de $z^* > 0,6$, atingindo quase 70% da velocidade de propagação da onda no líquido.

Vazão de Bombeio Q_{in}

Durante o processo de perfuração, diferentes vazões de bombeio do fluido de perfuração podem ser utilizadas. Por exemplo, no reinício do escoamento, são utilizadas vazões de bombeio menores do que as usualmente utilizadas quando o processo de perfuração ocorre normalmente. Para a análise dos efeitos deste parâmetro durante um *kick* de gás, utilizou-se as seguintes vazões volumétricas de bombeio: 0,01, 0,025 e 0,05 m³/s.

A evolução temporal da pressão no fundo do poço para as diferentes vazões de bombeio durante um *kick* de gás é apresentada na Figura 5.33. Quanto maior é a vazão imposta pela bomba, maior é a pressão ao longo do poço. Consequentemente, quando as bombas são desligadas, maior é a redução da pressão ao longo do poço quanto maior era a vazão de bombeio. Nota-se também que a vazão de bombeio não possui grande influência no tempo de detecção do *kick*, uma vez que o influxo foi detectado em instantes de tempo muito próximos para os três casos.

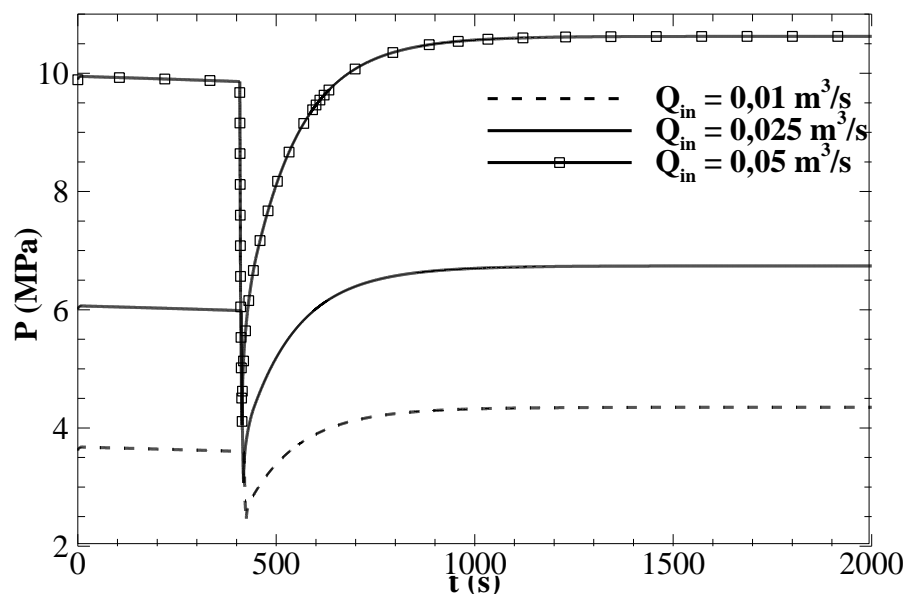


Figura 5.33 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes vazões de bombeio.

A Figura 5.34a e a Figura 5.34b apresentam, respectivamente, a evolução temporal da pressão na superfície da coluna e na superfície do espaço anular. Nota-se que quanto maior é a vazão de bombeio, maiores são as pressões de fechamento (SIDPP e SICP). Comparando as

Figura 5.34a e a Figura 5.34b em $t = 3000$ s, percebe-se novamente que ocorre uma maior transmissão de pressão na coluna.

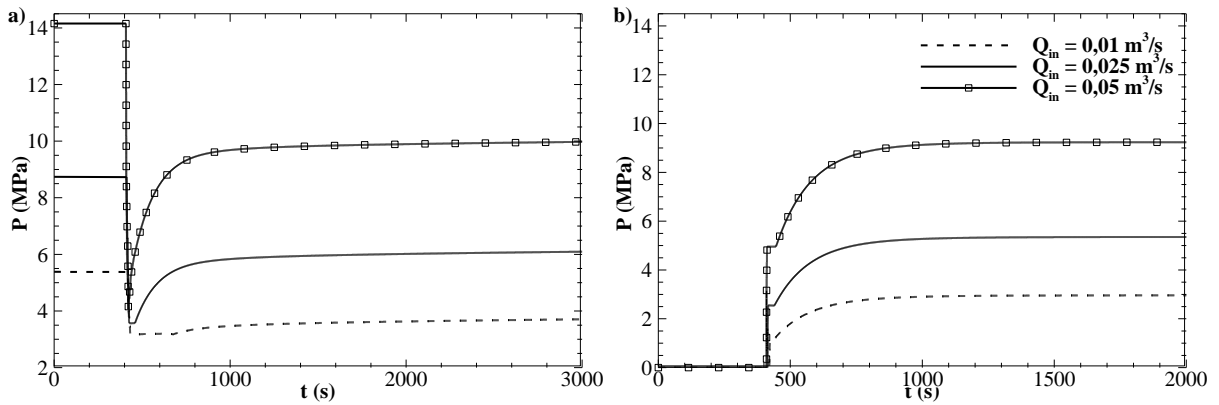


Figura 5.34 – Evolução temporal da pressão para diferentes vazões de bombeio a) na superfície da coluna de perfuração e b) na superfície do espaço anular.

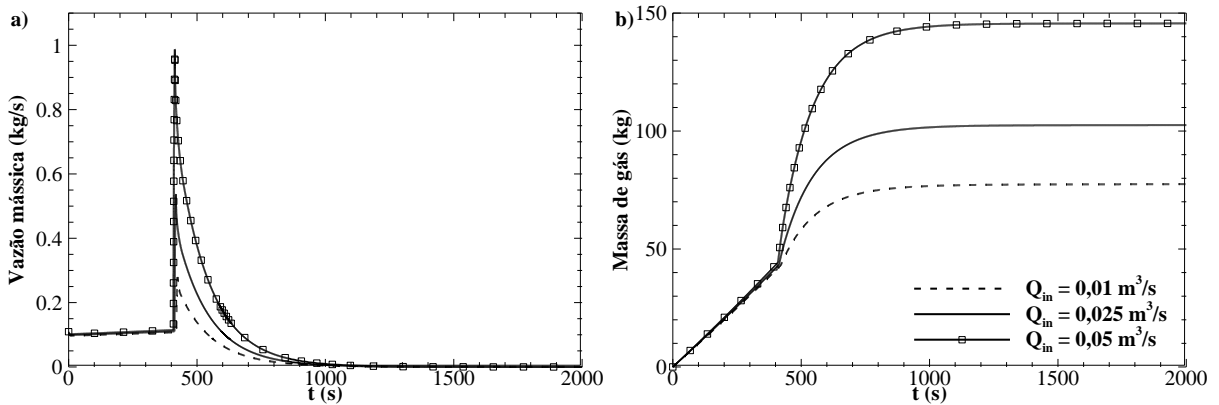


Figura 5.35 – Evolução temporal para diferentes vazões de bombeio a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço.

Como a diferença de pressão entre o reservatório e o fundo do poço, da forma que foi definida, é independente da vazão de bombeio, a vazão mássica de gás é bastante similar entre os três casos até o fechamento do poço, como pode ser observado na Figura 5.35a. Como a redução de pressão causada pelo desligamento das bombas é maior quanto maior é a vazão de bombeio, maior é o pico de vazão mássica para o interior do poço quando ocorre o desligamento das bombas. Este pico de maior intensidade resulta em uma maior massa de gás no interior do poço, como pode ser visto na Figura 5.35b. Para a menor vazão de bombeio, a massa de gás em $t = 3000$ s é de 77 kg, e já para a maior vazão, a massa de gás é mais que o dobro, de 147

kg. Novamente, nota-se que até o instante de fechamento do poço, a quantidade de massa de gás no interior do poço era muito próxima entre os casos.

Uma vez que a vazão mássica inicial de gás é a mesma para os três casos, então quanto menor é a vazão de bombeio, maior será a fração de vazio ao longo do poço, como pode ser visto na Figura 5.36. Enquanto a fração de vazio para a menor vazão de bombeio ficou próxima a 4%, para a maior vazão de bombeio ficou inferior a 1%. Como foi considerado que não há deslizamento entre as fases na modelagem, quanto maior a vazão de bombeio do fluido, maior é altura atingida pelo gás. Nota-se que para a maior vazão de bombeio, a altura atingida pelo gás é quase cinco vezes a altura atingida para o caso com a menor vazão.

A velocidade de propagação da onda de pressão ao longo do espaço anular em $t = 3000$ s para as diferentes vazões é apresentada na Figura 5.36b. Novamente é possível notar o efeito da presença de gás na velocidade do som na mistura. Mesmo para uma pequena fração de vazio de 4%, no caso com a menor vazão de bombeio, há uma considerável redução na velocidade de propagação da pressão, sendo cerca de 76% da velocidade do som no líquido. Nota-se, também, que quanto mais próximo o gás se encontra da superfície, menor é a velocidade do som na mistura.

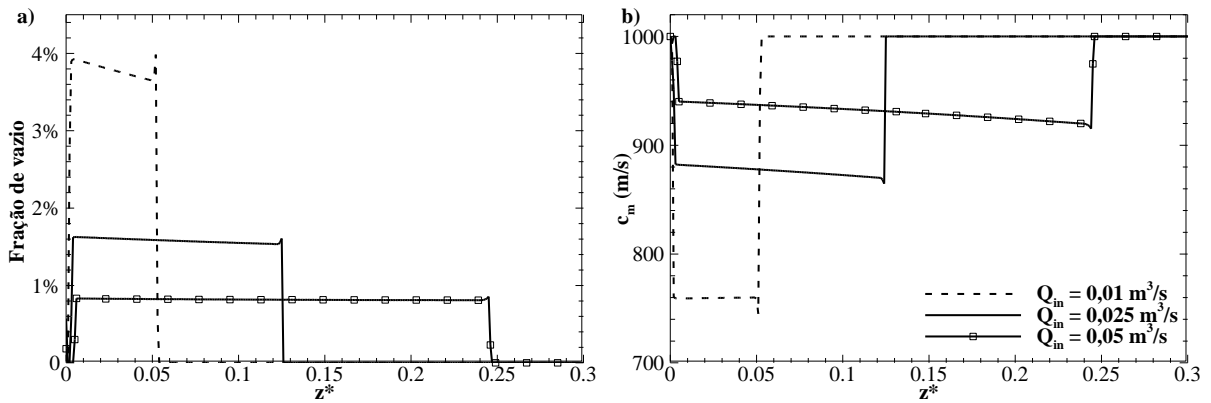


Figura 5.36 – a) fração de vazio ao longo do espaço anular e b) velocidade de propagação da onda de pressão ao longo do espaço anular em $t = 3000$ s.

Velocidade de Propagação da Onda de Pressão do Fluido c_l

A velocidade de propagação da onda de pressão está relacionada com a compressibilidade do fluido. Quanto maior é a velocidade da onda, mais incompressível é o

fluido. Se um fluido é dado como totalmente incompressível, a velocidade da onda neste fluido tende ao infinito. A relação entre a velocidade da onda e a compressibilidade isotérmica é apresentada pela Equação (2.5). O fluido de base oleosa é mais compressível que o fluido a base água. Para a análise do efeito da compressibilidade foram simulados casos com o fluido de perfuração possuindo as seguintes velocidades de propagação da onda de pressão: 750, 1000 e 1250 m/s.

A pressão no fundo do poço ao longo do tempo para os três casos em estudo é apresentada na Figura 5.37. Nota-se que não há influência da compressibilidade no início do influxo de gás e que a detecção do *kick* ocorre quase no mesmo instante de tempo nos três casos, ocorrendo após 410, 408 e 406 s, para as velocidades do som de 750, 1000 e 1250 m/s, respectivamente. Estas pequenas diferenças ocorrem, pois, o início do influxo gera um pulso de pressão e quanto maior a velocidade do som no fluido, menor o tempo necessário para este pulso atingir a superfície. Quando este pulso atinge a superfície, se inicia o ganho de volume de fluido nos tanques de lama. É perceptível também que, após o fechamento do poço, quanto maior é a compressibilidade do fluido, maior é o tempo necessário para que as pressões estabilizem.

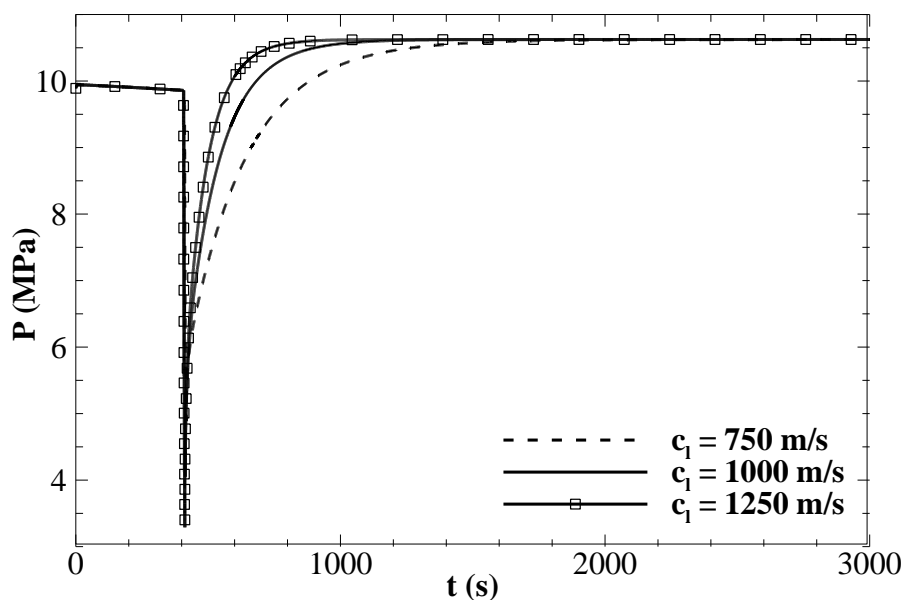


Figura 5.37 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para fluidos de perfuração com diferentes velocidades de propagação da onda de pressão.

A mesma relação entre a compressibilidade do fluido e o tempo necessário para a estabilização da pressão após o fechamento pode ser vista nas Figura 5.38a e Figura 5.38b, as quais apresentam a pressão na superfície da coluna e do espaço anular, respectivamente. Novamente, nota-se uma influência da compressibilidade do fluido somente após a detecção do *kick*. Entretanto, nota-se que o pico de redução de pressão é diferente entre os três casos. Quando as bombas são desligadas, a redução da pressão é diretamente proporcional a velocidade de propagação da onda de pressão. Logo, a redução de pressão para a velocidade do som de 750 m/s é 75% do valor da redução para o caso com a velocidade do som de 1000 m/s. Embora o tempo necessário para a estabilização da pressão seja diferente para diferentes valores de compressibilidade, percebe-se que há pouca influência nos valores nos quais as pressões se estabilizam.

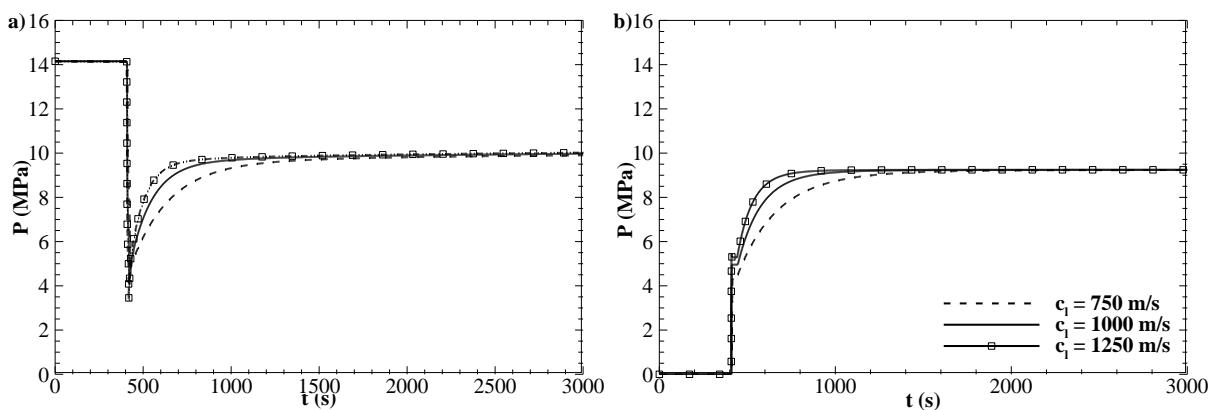


Figura 5.38 – Evolução temporal da pressão para diferentes velocidades de propagação da onda de pressão a) na superfície da coluna de perfuração e b) na superfície do espaço anular.

A vazão mássica de gás ao longo do tempo para os três casos é apresentada na Figura 5.39a. Novamente, nota-se que a velocidade de propagação da onda de pressão não possui influência até o fechamento do poço. Após o fechamento, o pico na vazão de gás é maior tanto quanto maior é a velocidade do som no fluido. Embora o pico seja maior, resultando em maior gás invadindo o poço, a queda na vazão mássica ocorre de forma mais rápida, uma vez que o fluido é menos compressível e a pressão ao longo do poço aumenta mais rapidamente. Portanto, quanto mais compressível é o fluido de perfuração, maior é o volume deslocado e ocupado pelo gás no processo de compressão após o fechamento do poço, como pode ser visto na Figura 5.39b, que apresenta a massa de gás ao longo do tempo para as diferentes compressibilidades.

Tal relação entre compressibilidade do fluido e massa de gás que invade o poço até a estabilização da pressão também é citada por Costa e Lopez (2011). Enquanto para o caso com o fluido menos compressível a massa de gás presente no poço em $t = 2000$ s é de 114 kg, para o caso mais compressível a massa de gás presente é de 214 kg.

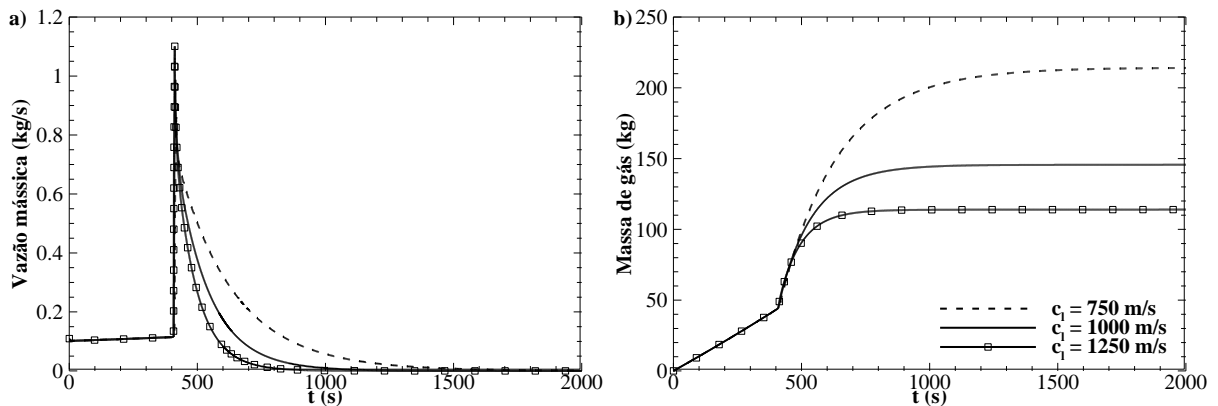


Figura 5.39 – Evolução temporal para diferentes velocidades de propagação da onda de pressão da a) vazão mássica de gás e b) massa de gás presente no interior do poço.

O campo de fração em vazio ao longo do espaço anular para as diferentes compressibilidades no final da simulação ($t = 2000$ s) é apresentado na Figura 5.40a. Como há pouca influência da compressibilidade enquanto o poço não é fechado, e é durante este tempo que o gás mais se desloca ao longo do espaço anular, não há grande diferença entre as frações de vazio. Embora nos três casos os campos de fração de vazio sejam aproximadamente iguais, há uma maior redução na velocidade do som na mistura quanto maior é a velocidade do som no fluido de perfuração, como pode ser visto na Figura 5.40b. Para a menor velocidade de propagação da onda de pressão, 750 m/s, a velocidade do som na mistura é reduzida para 96% a velocidade do som no fluido, enquanto que para a maior velocidade do som no fluido, de 1250 m/s, a velocidade do som na mistura é cerca de 88%.

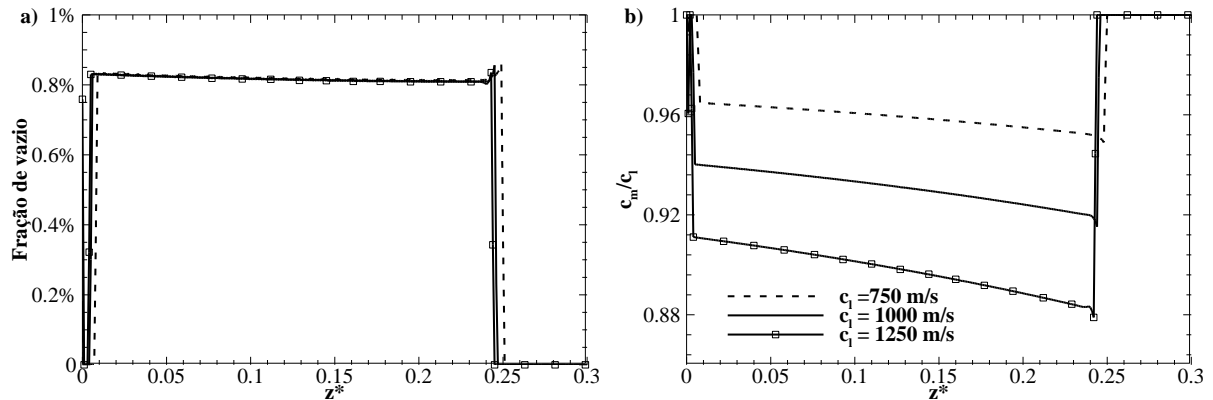


Figura 5.40 – a) fração de vazio ao longo do espaço anular em $t = 2000$ s e b) razão entre a velocidade do som na mistura e a velocidade do som no líquido em $t = 2000$ s.

Volume Ganho na Superfície

Segundo Bezerra (2006), dentre os indícios de que está ocorrendo um influxo durante o processo de perfuração, o volume ganho de fluido nos tanques de lama é o mais confiável. Entretanto, o ganho de volume na superfície é de difícil medição, devido as oscilações na embarcação, e é necessário um ganho de volume de pelo menos 1 m^3 para que o aumento no volume seja detectado. Para a análise do efeito deste parâmetro, impôs-se que o influxo só é detectado com os seguintes volumes ganho na superfície: $0,0795 \text{ m}^3$ (0,5 barril), $0,159 \text{ m}^3$ (1 barril), $0,318 \text{ m}^3$ (2 barris) e $0,795 \text{ m}^3$ (5 barris).

A evolução temporal no fundo do poço para os diferentes volumes necessários para a detecção do influxo é apresentada na Figura 5.41. Pode-se notar que quanto maior é o tempo decorrido entre o início do influxo e a detecção, maior é o tempo necessário para que a pressão no fundo estabilize e se iguale a pressão do reservatório. Isto ocorre porque, quanto maior é a quantidade de gás presente ao longo do espaço anular, maior é a compressibilidade da mistura. Percebe-se, também, que para o caso com o maior volume ganho na superfície (5 barris), após 1200 s, a queda de pressão no fundo do poço, que antes ocorria de forma quase linear, decai de forma mais abrupta. Esta queda na pressão ao longo do tempo ocorre devido à queda da pressão hidrostática, uma vez que o gás possui menor massa específica que o fluido de perfuração. Entretanto, este é um processo que se retroalimenta, quanto menor é a pressão, maior é a vazão de gás, reduzindo ainda mais a pressão hidrostática ao longo do tempo. É por esta razão que *kicks* se transformam em *blowouts* e se tornam incontroláveis. A queda da pressão mais acelerada, após 1200 s, indica que o *kick* estava prestes a se transformar em um *blowout*.

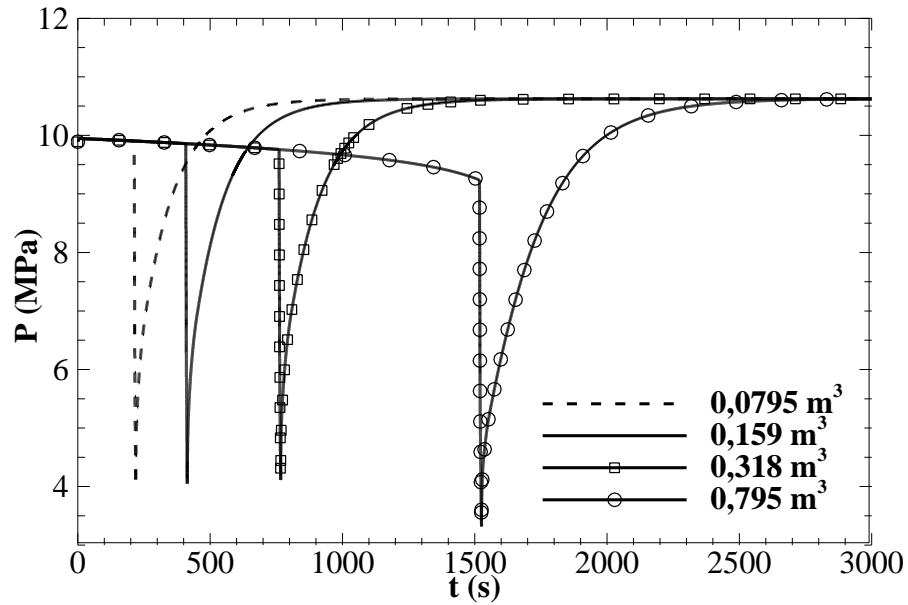


Figura 5.41 – Evolução temporal da pressão no fundo do poço para diferentes volumes ganho na superfície para a detecção do influxo.

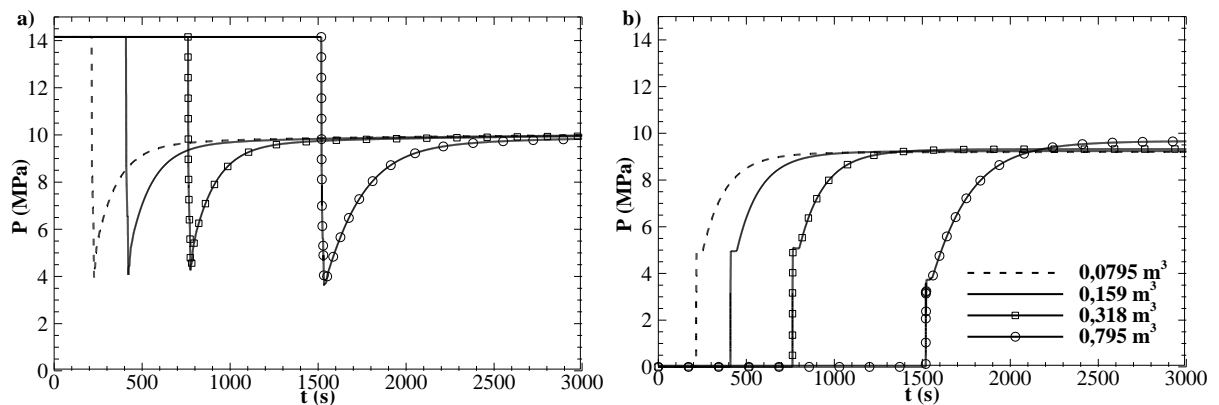


Figura 5.42 – Evolução temporal da pressão para diferentes ganhos de volume na superfície para a detecção do influxo a) na superfície da coluna e b) na superfície do espaço anular.

A Figura 5.42a e Figura 5.42b apresentam, respectivamente, a evolução temporal da pressão na superfície da coluna de perfuração e na superfície do espaço anular. Novamente, nota-se que quanto maior é a presença de gás no interior do poço, maior é o tempo necessário para que ocorra a estabilização das pressões. Percebe-se, também, na Figura 5.42b que quanto mais demorada foi a detecção do *kick*, maior é a pressão de fechamento no espaço anular (SICP), estando de acordo com a literatura (Costa e Lopez (2011), Santos (2013), Fu *et al.* (2015)). Isto ocorre porque quanto maior é o tempo para a detecção do *kick*, maior é a perda de pressão hidrostática no anular, aumentando a pressão de fechamento.

A influência do tempo de detecção do *kick* na estabilização da pressão pode ser mais bem observada na Figura 5.43, a qual apresenta o campo de pressão nos quatro casos em $t = 3000$ s. Nota-se que quanto mais demorada foi a detecção do influxo, menor é a transmissão de pressão ao longo da coluna, pois, a maior quantidade de gás no espaço anular retarda o crescimento da pressão, reduzindo a magnitude da pressão que atinge a superfície. Na situação em que o influxo foi detectado mais rapidamente, a pressão de fechamento na coluna estabilizou em 9,99 MPa, enquanto que no caso de detecção mais demorada, a pressão de fechamento foi de 9,83 MPa. Já no espaço anular o comportamento é o oposto, quanto mais demorado foi a detecção, maior foi a pressão de fechamento, pois, quanto maior é a perda de pressão hidrostática, maior é a pressão de fechamento no anular. No caso mais demorando, onde o *kick* estava prestes a se transformar em um *blowout*, a pressão de fechamento foi de 9,65 MPa, enquanto que para o caso de detecção mais rápida, a pressão de fechamento foi de 9,20 MPa, uma diferença de 0,45 MPa entre os dois casos.

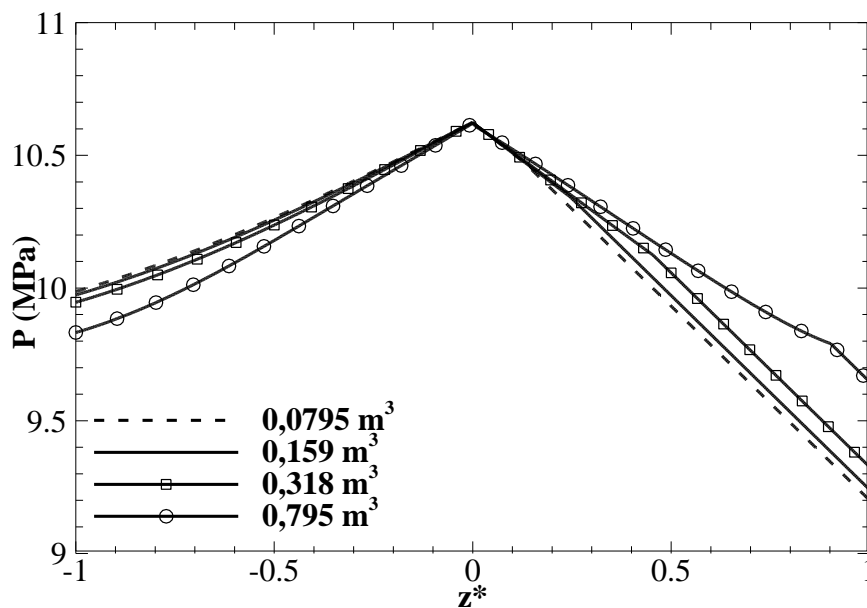


Figura 5.43 – Campo de pressão ao longo do poço de perfuração em $t = 3000$ s para os diferentes ganhos de volume na superfície para a detecção do influxo.

A vazão mássica ao longo do tempo para diferentes volumes ganhos na superfície é apresentada na Figura 5.44a. Nota-se que a vazão mássica de gás cresce ao longo do tempo, devido à redução da pressão hidrostática. Percebe-se também que após o fechamento, o tempo necessário para que o influxo seja cessado é maior quanto maior foi o tempo necessário para a

detecção do *kick*. A massa de gás presente no interior do poço ao longo do tempo é apresentada na Figura 5.44b. Nota-se que quanto maior é a massa de gás presente no instante de fechamento, maior é a massa de gás que invade o poço até que as pressões se estabilizem e o influxo seja cessado. Na situação na qual o *kick* foi detectado mais rapidamente, a massa de gás presente no poço no instante do fechamento era de 22 kg. Quando as pressões se estabilizaram, a massa de gás no interior do poço era de 122 kg, um acréscimo de 100 kg. Já para o caso no qual a detecção foi a mais demorada, a massa de gás presente no instante de fechamento era de 207 kg, e quando as pressões estabilizaram, a massa de gás era de 409 kg, o dobro do acréscimo ocorrido no primeiro caso. Novamente, a principal razão é a massa de gás presente no instante do fechamento. Quanto maior é a presença de gás, mais compressível torna-se a mistura, possibilitando que a mistura ao longo do poço seja mais comprimida e deslocada mais facilmente pela entrada de gás.

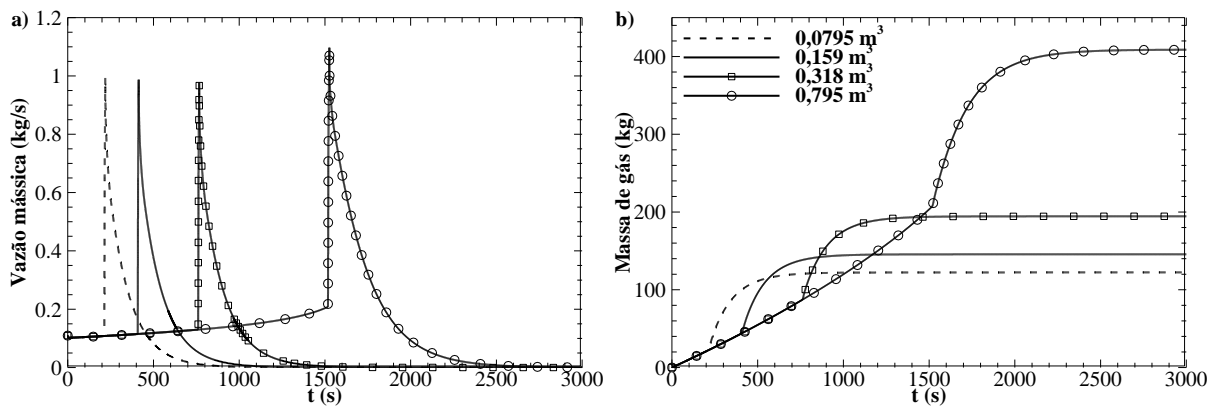


Figura 5.44 – Evolução temporal para diferentes ganhos de volume na superfície para a detecção do influxo a) da vazão mássica de gás e b) da massa de gás presente no interior do poço.

O volume ganho de fluido na superfície ao longo do tempo é apresentado na Figura 5.45a. Nota-se que nos primeiros 1000 segundos, o ganho de volume na superfície se dava aproximadamente de forma linear. Após este tempo, a taxa de ganho de volume na superfície passou a aumentar lentamente, devido ao aumento na vazão de gás e a expansão do gás que se aproximava da superfície.

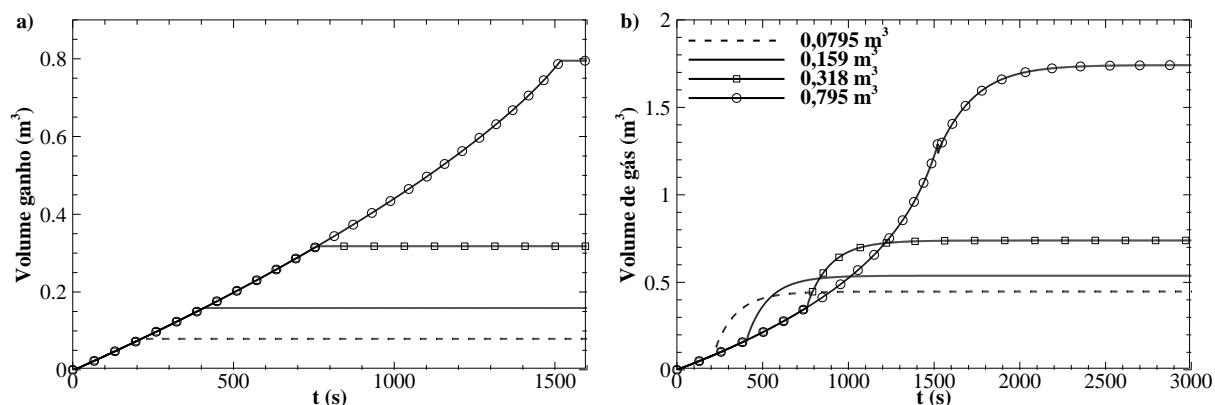


Figura 5.45 – Evolução temporal para diferentes ganhos de volume na superfície para a detecção do influxo a) do volume ganho na superfície e b) do volume de gás presente no interior do poço.

A rápida expansão do gás após 1000 segundos pode ser vista na Figura 5.45b. Neste momento, o gás presente no interior do poço já está próximo a superfície e por isso se expande rapidamente. Nota-se que o gás sofre uma rápida expansão entre 1000 s até o fechamento do poço, em 1600 s aproximadamente. Novamente, percebe-se que quanto mais rápida é a detecção do influxo, menor é o volume de gás presente no interior do poço quando as pressões se estabilizam. Para a detecção mais rápida, o volume de gás quando as pressões estabilizaram foi de $0,45 \text{ m}^3$, cerca de 5,6 vezes o volume ganho na superfície. Já para o caso de detecção mais lenta, o volume de gás em $t = 3000 \text{ s}$ era de $1,74 \text{ m}^3$, cerca de 2,25 vezes o volume detectado na superfície.

A fração de vazio ao longo do espaço anular no último instante de tempo, $t = 3000 \text{ s}$ é apresentada na Figura 5.46a. Nota-se que quanto mais rápida ocorre a detecção do influxo, menor é a fração de vazio ao longo do poço. Nota-se também como próximo da superfície, devido a reduzida pressão hidrostática exercida, a fração em vazio aumenta consideravelmente. A velocidade do som na mistura ao longo do espaço anular é apresentada na Figura 5.46b. Devido a maior fração de vazio quanto maior é o tempo necessário para a detecção do influxo, menor é a velocidade do som na mistura. Nota-se também a brusca redução que ocorre na velocidade do som na mistura próximo a superfície, chegando a 55% da velocidade do som no fluido de perfuração.

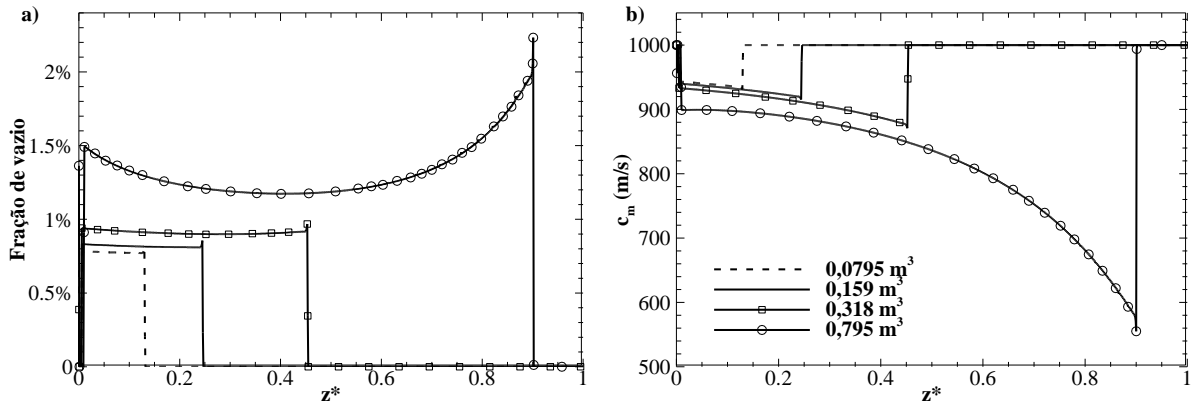


Figura 5.46 – Para diferentes volumes ganho na superfície para a detecção do influxo em $t = 3000$ s a) fração de vazio e b) velocidade de propagação da onda de pressão na mistura ao longo do espaço anular.

5.3 Consolidação dos Resultados

Neste capítulo foi apresentado primeiramente um estudo sobre o influxo estático, analisando os fenômenos físicos que ocorrem durante um *kick* e os efeitos de sensibilidade da pressão do reservatório e da tensão limite de escoamento na transmissão de pressão. Notou-se que quanto maior a tensão limite de escoamento, menor é a transmissão de pressão após o fechamento e maior o tempo de detecção para detecção do *kick*. Posteriormente, analisou o *kick* dinâmico, realizando também a análise dos efeitos de sensibilidade, além dos já citados, incluindo a permeabilidade do reservatório, a velocidade de propagação da onda de pressão no fluido, o volume ganho na superfície de fluido para a detecção e a vazão de bombeio. Pôde-se notar que o desligamento das bombas permite uma grande invasão de gás e que o tempo necessário para a estabilização da pressão após o fechamento é função da compressibilidade da mistura e da vazão de invasão de gás.

O modelo apresentado prevê a transmissão de pressão ao longo do poço durante *kicks* de gás, apresentando a evolução temporal das pressões de fechamento, além de fornecer outros dados de importância no processo de expulsão do fluido invasor, como o volume de gás presente no interior do poço e a altura atingida pelo gás. Portanto, os objetivos propostos no Capítulo 1 foram atingidos.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 Conclusões

Foi desenvolvido nesta dissertação um modelo matemático e numérico para simular o escoamento compressível e transitório de um influxo de gás em poços de perfuração. Este modelo permite a análise da transmissão de pressão ao longo do poço após o fechamento, bem como a análise de parâmetros importantes para a expulsão do fluido invasor como a altura ocupada pelo gás, a diferença entre o volume ganho na superfície e o volume de gás no interior do poço e a massa de gás.

Dentre os trabalhos encontrados na literatura, nenhum considera o efeito da tensão limite de escoamento na transmissão de pressão. A maioria dos trabalhos preocupa-se em simular a expulsão do fluido invasor e não com a detecção do influxo. Portanto, nestes trabalhos geralmente a condição inicial é o poço já fechado e o gás já no interior do poço, sendo uma etapa posterior a etapa analisada no presente trabalho. A compressibilidade do fluido de perfuração foi considerada em apenas 3 trabalhos encontrados na literatura, e em nenhum deles considera-se a variação da compressibilidade devido a presença de gás. Adicionalmente, o modelo utiliza o método das características na discretização das equações diferenciais de balanço, método não utilizado em nenhum trabalho referente a influxos de gás.

A verificação do modelo numérico foi realizada através da comparação da solução analítica para fluido newtoniano em um tubo desprezando os efeitos gravitacionais. As condições de contorno utilizadas foram as pressões constantes na entrada e na saída da tubulação. Os resultados apresentaram boa concordância. Já a validação foi realizada comparando o resultado obtido pelo modelo com dados experimentais de fechamento de válvula, comumente chamado de golpe de aríete, para uma mistura de água e ar. Novamente, os resultados foram bastante próximos, podendo-se observar uma boa concordância entre a frequência de oscilação e a amplitude da pressão. A diferença máxima entre as intensidades dos picos de pressão foi de 7%.

Após a verificação e validação do modelo, analisou-se as duas situações de influxo: o estático e o dinâmico. No *kick* estático, primeiramente fez-se um estudo detalhado do fenômeno físico e então analisou-se o efeito da tensão limite de escoamento e da pressão do reservatório. Para o *kick* dinâmico, novamente fez-se um estudo detalhado do fenômeno físico e então os

efeitos da tensão limite de escoamento, da pressão do reservatório, da permeabilidade, da vazão de bombeio, da velocidade de propagação da onda de pressão e do volume ganho na superfície necessário para a detecção do *kick* foram analisados. De forma sintética, foi visto que:

- Para o *kick* estático até o fechamento do poço, há uma grande diferença entre o volume de gás e o volume ganho na superfície, enquanto que para o *kick* dinâmico esta diferença é muito menor;
- Para o *kick* estático, a pressão do reservatório deve ser grande o suficiente para superar a tensão limite de escoamento, caso contrário o influxo não é detectado na superfície;
- Quanto maior é a diferença entre a pressão do reservatório e o fundo do poço, maior é a vazão mássica de gás;
- Para o *kick* estático, quanto maior é a tensão limite de escoamento, menor é a quantidade de gás que invade o poço;
- Quanto maior a tensão limite de escoamento, menor é a transmissão de pressão ao longo do poço;
- O desligamento das bombas permite uma grande invasão de gás para o poço;
- A maior parte da altura percorrida pelo gás ocorre antes do desligamento das bombas;
- Para o *kick* dinâmico, a tensão limite de escoamento possui pouca influência no volume de gás e no volume ganho na superfície;
- Quanto maior é a pressão do reservatório, mais rapidamente ocorre a detecção do influxo e maior é a massa de gás que invade o poço;
- Quanto maior a permeabilidade do reservatório, mais rapidamente ocorre a detecção do influxo, mais rapidamente ocorre a estabilização da pressão após o fechamento e menor é a massa de gás que invade o poço;
- Para o *kick* dinâmico, a vazão de bombeio possui pouca influência na detecção do influxo de gás;
- Quanto maior é a vazão de bombeio, maior é massa de gás que invade o poço após o desligamento das bombas e maior é a altura percorrida pelo gás;
- Quanto maior é a velocidade de propagação de pressão no fluido de perfuração, menor é o tempo necessário para a estabilização das pressões na superfície, menor é a massa de gás que invade o poço e maior é a redução na velocidade do som na mistura devido a presença de gás;

- Quanto mais rápida é a detecção do *kick*, menor é a pressão de fechamento no espaço anular, menor é o tempo necessário para a estabilização das pressões e menor é a massa de gás que invade o poço;
- Na região onde há gás, a fração de vazio aumenta quanto maior é a altura percorrida pelo gás;
- Na região onde há gás, a velocidade de propagação de pressão na mistura é menor quanto maior é a altura percorrida pelo gás;
- Quanto maior é a quantidade de gás presente no poço, maior é o tempo necessário para a estabilização das pressões após o fechamento.

O modelo desenvolvido apresenta grande utilidade para a indústria petrolífera. Durante a perfuração de poços de petróleo e gás com grandes profundidades, a probabilidade da ocorrência de um *kick* é considerável. Caso um influxo de gás aconteça, o modelo pode auxiliar a equipe de engenheiros responsáveis pela segurança do poço, pois o modelo prevê a transmissão de pressão ao longo do poço após o fechamento. As pressões de fechamento possuem importância crucial nos cálculos da pressão do reservatório e da nova massa específica do fluido de perfuração para combater o *kick*. Além disso, o modelo fornece outros parâmetros importantes para as tomadas de decisões do processo de expulsão do fluido invasor, como a altura do gás e o volume no interior do poço. Portanto, conclui-se que o objetivo proposto pelo presente trabalho foi alcançado.

6.2 Sugestões

O modelo apresentado possui limitações, as quais devem ser superadas. Portanto, sugere-se para trabalhos futuros:

- Incluir uma relação para o deslizamento entre o fluido de perfuração e o gás considerando o efeito da tensão limite de escoamento;
- Considerar a variação da temperatura ao longo do poço e a influência nas propriedades do fluido e do gás;
- Considerar a solubilidade do gás no fluido de perfuração;
- Considerar a broca na região do fundo do poço e a perda de carga localizada;
- Considerar a variação da geometria ao longo do poço.

REFERÊNCIAS

- ADEPOJU, O. O. **Coefficient of Isothermal Oil Compressibility for Reservoir Fluids by Cubic Equation-Of-State**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Texas, Estados Unidos. Universidade Tecnológica do Texas, 2006.
- ANDERSON, J. D. **Modern Compressible Flow: With Historical Perspective**. 2ª ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 1990.
- AVELAR, C. S. **Modelagem do Controle de Poços por Diferenças Finitas**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Campinas, Brasil. Universidade Estadual de Campinas, 2008.
- BEZERRA, E. M. **Estudo do Controle de Poço Considerando-se o Comportamento de Fases da Mistura Gás-Líquido**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Campinas, Brasil. Universidade Estadual de Campinas, 2006.
- BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. **Dynamics of Polymeric Liquids - Fluid Dynamics**. 2ª ed. Estados Unidos: John Wiley e Sons, vol. 1, 1987.
- BURKHARDT, J. A. **Wellbore Pressure Surges Produced by Pipe Movement**. Journal of Petroleum Technology, vol. 13, pp. 595-605, 1961.
- CENGEL, Y. A.; BOLES, M. A. **Thermodynamics: An Engineering Approach**. 5ª ed. Estados Unidos: McGraw-Hill College, 2006.
- CHAUDHRY, M. H.; BHALLAMUDI, S. M.; MARTIN, C. S.; NAGHASH, M. **Analysis of Transient Pressures in Bubbly, Homogeneous, Gas-Liquid Mixtures**. Journal of Fluids Engineering, vol. 112, pp. 225-231, 1990.
- CHAUDHRY, M. H. **Applied Hydraulic Transients**. 3ª ed. Estados Unidos: Springer, 2014.
- CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. R. **Non-Newtonian Flow in the Process Industries: Fundamentals and Engineering Applications**. Oxford, UK. Butterworth-Heinemann, 1999.

COSTA, Dirlaine Oliveira Da.; LOPEZ, Juliana De. **Tecnologia dos Controles de Poço e Blowout**: Monografia do Projeto Final de Curso. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2011.

DAKE, L. P. **Fundamentals of Reservoir Engineering**. Holanda: Elsevier Science, vol. 8, 1998.

DIPIPO, R. **Geothermal Power Plants: Principles, Applications, Case Studies and Environmental Impact**, 2ª ed. Estados Unidos: Butterworth-Heinemann, 2007.

FONTENOT, J. E.; CLARK, R. K. **An Improved Method for Calculating Swab and Surge Pressures and Circulating Pressures in a Drilling Well**. *SPE Drilling Engineering*, vol. 14, pp. 451-462, 1974.

FU, J.; SU, Y.; JIANG, W.; XU, L. **Development and Testing of Kick Detection System at Mud Line in Deepwater Drilling**. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 135, pp. 452-460, 2015.

GALDINO, Jonathan Felipe. **Análise da Propagação de Pressão em Fluidos de Perfuração durante Kick de Gás**: Monografia do Projeto Final de Curso. Curitiba, Brasil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014.

GALVES, Leandro Victalino. **Impacto na Solubilidade de Gás na Detecção de Kicks em Fluidos de Perfuração de Base N-Parafina**: Monografia do Projeto Final de Curso. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.

HAGE, J. I.; AVEST, D. A. **Borehole acoustics applied to kick detection**. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 12, pp. 157-166, 1994.

HOBEROCK, L. L.; STANBERY, S. R. **Pressure Dynamics in Well During Gas Kicks: Part 2 – Component Models and Results**. *Journal of Petroleum Technology*, vol. 33, pp. 1367-1378, 1981.

HOVLAND, F.; ROMMETVEIT, R. **Analysis of Gas-Rise Velocities from Full-Scale Kick Experiments**. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Washington, 1992.

INDEXMUNDI. **Indexmundi**. Disponível em <www.indexmundi.com/energy> Acesso em: 11 de novembro de 2016.

JOHNSON, A.; COOPER, I. R. **Gas Migration: Fast, Slow or Stopped**. SPE/IDC Drilling Conference, 1995.

JÚNIOR, R. R. de Paula. **Modelagem de Controle de Poço com Fluidos de Perfuração Não Aquosos e Estudos de Casos**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Campinas, Brasil. Universidade Estadual de Campinas, 2008.

KAREEN, L. **Z Factor: Implicit Correlation, Convergence Problem and Pseudo-Reduced Compressibility**. Society of Petroleum Engineers, 2014.

KELESSIDIS, V. C.; DUKLER, A. E. **Modeling Flow Pattern Transitions for Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Concentric and Eccentric Annuli**. International Journal of Multiphase Flow, vol. 15, pp. 173-191, 1989.

KREYSZIG, E. **Advanced Engineering Mathematics**. 9ª ed. Estados Unidos: J. Wiley, 2006.

LAGE, A. C. V. M. **Simulação do Controle de Poços de Petróleo em Erupção**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1990.

LEBLANC, J. L.; LEWIS, R. L. **A Mathematical Model of Gas Kick**. Journal of Petroleum Technology, vol. 20, pp. 888-898, 1968.

LIMOEIRO, Cláudio da Silva. **Implementação de um Modelo de Kick para a Perfuração Offshore**: Monografia do Projeto Final de Curso. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2011.

LIN, Y.; KONG, X.; QIU, Y.; YUAN, Q. **Calculation Analysis of Pressure Wave Velocity in Gas and Drilling Mudo Two-Phase Fluid in Annulus During Drilling Operations**. Mathematical Problems in Engineering, vol. 2013, 17 páginas.

LING, K.; HE, J.; GE, J.; PEI, P. **A Rigorous Method to Calculate the Rising Speed of Gas Kick**. Journal of Petroleum Exploration and Production Technology, vol. 5, pp. 81-89, 2015.

MELROSE, J. C.; SAVINS, J. G.; FOSTER, W. R.; PARRISH, E. R. **A Practical Utilization of the Theory of Bingham Plastic Flow in Stationary Pipes and Annuli**. Petroleum Transaction, vol. 2013, pp. 316-324, 1958.

MENG, Y.; XU, C.; WE, N.; LI, G.; LI, H.; DUAN, M. **Numerical Simulation and Experiment of the Annular Pressure Variation Caused by Gas Kick/Injection in Wells**. Journal of Natural Gas Science and Engineering, vol. 22, pp. 646-655, 2015.

NEGRÃO, A. F. **Controle de Poços em Águas Profundas**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Campinas, Brasil. Universidade Estadual de Campinas, 1989.

NICKENS, H. V. **A Dynamic Computer Model of a Kicking Well**. SPE Drilling Engineering, vol. 2, pp. 158-173, 1987.

NUNES, J. O. L. **Estudo do Controle de Poços em Operações de Perfuração em Águas Profundas e Ultra Profundas**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Campinas, Brasil. Universidade Estadual de Campinas, 2002.

OHARA, Shiniti. **Improved Method for Selecting Kick During Deepwater Drilling Operations**: Tese de Doutorado em Engenharia. Baton Rouge, Estados Unidos. Louisiana State University, 1996.

OLIVEIRA, G. M.; ROCHA, L. L. V.; NEGRÃO, C. O. R.; FRANCO, A. T. **Numerical Simulation of the Start-up of Bingham Fluid Flows in Pipelines**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, vol. 165, pp. 1114-1128, 2010.

OLIVEIRA, Gabriel Merhy De. **Modelagem da Propagação de Pressão no Reinício de Escoamento de Fluidos de Perfuração não Gelificados**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Curitiba, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2011.

OLIVEIRA, G. M.; FRANCO, A. T.; NEGRÃO, C. O. R.; MARTINS, A. L.; SILVA, A. R. **Modeling and Validation of Pressure Propagation in Drilling Fluids Pumped Into a Closed Well**. Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 103, pp. 61-71, 2013.

PETROBRAS. **Petróleo Brasileiro S. A.** Disponível em <<http://presal.hotsitespetrobras.com.br/tecnologias-pioneiras/#1>> Acesso em: 08 de Dezembro de 2016.

RECORDS, L. R. **Mud System and Well Control**. Petroleum Engineering, vol. 44, pp 97-108, 1972.

RESILIENCE. **Post Carbon Institute**. Disponível em <www.resilience.org> Acesso em: 11 de Novembro de 2016.

RIBEIRO, P. R.; AVELAR, C. S.; SEPEHRNOORI, K. **Deepwater Gas Kick Simulation**. Journal of Petroleum Science and Engineering, vol. 67, pp. 13-22, 2009.

SANTOS, O. L. A. **A Mathematical Model of Gas Kick When Drilling in Deep Waters**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Golden, Estados Unidos: Colorado School of Mines, 1982.

SANTOS, O. L. A. **Segurança de Poços em Lâminas de Água Ultraprofundas**. Encontro Nacional de Hidráulica de Perfuração e Completação de Poços de Petróleo e Gás. Domingos Martins, Brasil, 2006.

SANTOS, O. L. A. **Segurança de Poço na Perfuração**. Brasil: Editora Blucher, 2013.

SANTOS, R. P. **Implementação de um Modelo Numérico para a Simulação da Circulação de um Kick de Gás pelo Método do Sondador**: Monografia do Projeto Final de Curso. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.

SCHARAMM, G. **A Practical Approach to Rheology and Rheometry**. 2^a ed. Alemanha: Thermo Electron, 2004.

SHIHUI, S.; TIE, Y.; XUELIANG, B.; XUN, C.; NAN, Z. **Wellbore Flow Analysis of a Gas-Kick Well During Shut-In**. The Open Fuels & Energy Science Journal, vol. 8, pp. 63-67, 2015.

TANNER, R. L. **Engineering Rheology**. 2^a ed. Estados Unidos: Oxford University Press, 2002.

TAITEL, Y.; BORNEA, D.; DUKLER, A. E. **Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow in Vertical Tubes**. AIChE Journal, vol. 2, pp. 345-354, 1980.

THOMAS, J. E, *et al.* **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. 2. ed. Brasil: Editora Interciência, 2001.

VISWANATHAN, Anup. **Viscosities of Natural Gases at High Pressures and High Temperatures**. Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Texas, Estados Unidos: Texas A&M University, 2007.

WHITE, F. M. **Fluid Mechanics**. 5ª ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 2003.

WYLIE, E. B; STREETER, V. L.; SUO, L.; **Fluid Transients in Systems**. Estados Unidos: Prentice Hall, 1993.

YARBOROUGH, L.; HALL, K. R. **How to Solve Equation of State for Z-Factors**. Oil and Gas Journal, vol. 72, pp. 86-88, 1974.

ZUBAIRY, Raheel. **Gas Kick Mechanistic Model**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Texas, Estados Unidos: Texas A&M University, 2014.

ANEXO A- SOLUÇÃO ANALÍTICA

Oliveira (2011) apresenta uma solução analítica para um escoamento laminar para fluido newtoniano em um tubo horizontal. Como condição inicial considera-se que o fluido está totalmente em repouso e estático. Para as condições de contorno utilizou-se uma pressão constante na entrada da tubulação e a pressão manométrica nula na saída.

Através da Equação (4.50) pode-se escrever uma equação diferencial para a pressão:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = c_l^2 \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \Omega \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

onde:

$$\Omega = \frac{32\mu_l}{\rho_l D_h^2} \quad (\text{A.2})$$

Para a obtenção da solução analítica do campo de pressão emprega-se o método da separação de variáveis com o uso das séries de Fourier (KREYSZIG, 2006). Inicialmente, propõe-se uma solução na seguinte forma:

$$P(z, t) = F(z)G(t) + P_{in} \left(1 - \frac{z}{L} \right) \quad (\text{A.3})$$

em que $F(z)$ é uma função da direção z e $G(t)$ é uma função do tempo.

Portanto, nota-se que a Equação (A.3) é representada pelo produto de duas funções independentes entre si. Diferenciando a Equação (A.3) duas vezes relação ao tempo, tem-se que:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = F\dot{G} \quad e \quad \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = F\ddot{G} \quad (\text{A.4})$$

e em relação à direção axial:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = F'G - 1 \quad e \quad \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = F''G \quad (\text{A.5})$$

Substituindo as Equações (A.4) e (A.5) na Equação (A.1), separando as variáveis independentes e igualando as equações resultantes a uma constante arbitrária Ψ , tem-se:

$$\frac{1}{c_i^2 G} (\ddot{G} + \Omega \dot{G}) = \frac{F''}{F} = \Psi \quad (\text{A.6})$$

Da Equação (A.6) é possível obter duas equações diferenciais homogêneas:

$$F'' - \Psi F = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\ddot{G} + \Omega \dot{G} - c_i^2 \Psi G = 0 \quad (\text{A.8})$$

Impondo $\Psi = -p^2$, através solução geral da Equação (A.7) segundo Kreiszig (2006) e impondo as condições de contorno para $F(z)$, tem-se:

$$F(z) = F_n(z) = \sin(\beta_n z) \quad (\text{A.9})$$

De modo análogo para $G(t)$:

$$G_n(t) = e^{\frac{-\Omega t}{2}} (B_n \cos \omega_n t + B_n^* \sin \omega_n t) \quad (\text{A.10})$$

onde:

$$\beta_n = \frac{n\pi}{L} \quad (\text{A.11})$$

$$\omega_n^2 = c^2 \beta_n^2 - \left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 \quad (\text{A.12})$$

A solução total do problema é obtida através da superposição das soluções gerais, Equações (A.9) e (A.10). Desta forma, tem-se que o campo de pressão é dado por:

$$P(z, t) = P_{in} \left(1 - \frac{z}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n(z) G_n(t) \quad (\text{A.13})$$

Substituindo as soluções gerais e satisfazendo a condição inicial, tem-se que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (B_n \sin \beta_n z) = P_{in} \left(\frac{z}{L} - 1\right) \quad (\text{A.14})$$

Analisando a Equação (A.14), verifica-se que se pode escolher B_n de forma adequada para se obter uma série de Fourier em seno:

$$B_n = \frac{2}{L} \int_0^L \left(\frac{z}{L} - 1 \right) \sin(\beta_n z) dz = -\frac{2P_{in}}{\beta_n L} \quad (\text{A.15})$$

Para a determinação do coeficiente B_n^* deve-se empregar outra condição de contorno. Sabendo-se que no instante inicial, $t = 0$ s, não há variação temporal da pressão. Pode-se diferenciar a Equação (A.13) em relação ao tempo para este instante de tempo:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial t} \right|_{t=0} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\Omega P_{in}}{\beta_n L} + \omega_n B_n^* \right) \sin \beta_n z \right] = 0 \quad (\text{A.16})$$

Portanto, para qualquer $\sin \beta_n z$:

$$B_n^* = -\frac{\Omega P_{in}}{\omega_n \beta_n L} \quad (\text{A.17})$$

Substituindo os coeficientes determinados através das Equações (A.15) e (A.17), pode-se determinar a expressão para o campo de pressão em função da posição axial z e do instante temporal t :

$$P(z, t) = P_{in} \left\{ \left(1 - \frac{z}{L} \right) - \frac{2e^{-\frac{\Omega t}{2}}}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\beta_n} \sin \beta_n z \left(\cos \omega_n t + \frac{\Omega}{2\omega_n} \sin \omega_n t \right) \right] \right\} \quad (\text{A.18})$$