

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E
INFORMÁTICA INDUSTRIAL**

ERNESTO WILLAMS MOLINA ANTELO JUNIOR

**ESTIMAÇÃO CONJUNTA DE ATRASO DE TEMPO SUBAMOSTRAL
E ECO DE REFERÊNCIA PARA SINAIS DE ULTRASSOM**

DISSERTAÇÃO

CURITIBA

2017

ERNESTO WILLAMS MOLINA ANTELO JUNIOR

**ESTIMAÇÃO CONJUNTA DE ATRASO DE TEMPO SUBAMOSTRAL
E ECO DE REFERÊNCIA PARA SINAIS DE ULTRASSOM**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de “Mestre em Ciências” – Área de Concentração: Informática Industrial.

Orientador: Daniel Rodrigues Pipa

Co-orientador: Flávio Neves Júnior

CURITIBA

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

A627e Antelo Junior, Ernesto Willams Molina
2017 Estimação conjunta de atraso de tempo subamostral e eco de referência para sinais de ultrassom / Ernesto Willams Molina Antelo Junior.-- 2017.
78 f.: il.; 30 cm.

Disponível também via World Wide Web.
Texto em português, com resumo em inglês.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Curitiba, 2017.
Bibliografia: f. 68-71.

1. Processamento de sinais. 2. Ultrassom. 3. Testes não-destrutivos. 4. Problemas inversos (Equações diferenciais). 5. Recuperação de dados (Computação). 6. Teoria da estimativa. 7. Equações diferenciais de atraso. 8. Teoria bayesiana de decisão estatística. 9. Probabilidades. 10. Métodos de simulação. 11. Engenharia elétrica - Dissertações. I. Pipa, Daniel Rodrigues, orient. II. Neves Junior, Flávio, coorient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial. IV. Título.

CDD: Ed. 22 -- 621.3

Biblioteca Central do Câmpus Curitiba - UTFPR

TERMO DE APROVAÇÃO DE DISSERTAÇÃO Nº 770

A Dissertação de Mestrado intitulada “**Estimação Conjunta de Atraso de Tempo Subamostral e Eco de Referência para Sinais de Ultrassom**” defendida em sessão pública pelo(a) candidato(a) **Ernesto Willams Molina Antelo Junior**, no dia 20 de setembro de 2017, foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Ciências, área de concentração Engenharia de Automação e Sistemas, e aprovada em sua forma final, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial.

BANCA EXAMINADORA:

Prof(a). Dr(a). Daniel Rodrigues Pipa - Presidente – (UTFPR)

Prof(a). Dr(a). Heloi Francisco Gentil Genari - (UTFPR)

Prof(a). Dr(a). Eduardo Gonçalves de Lima - (UFPR)

A via original deste documento encontra-se arquivada na Secretaria do Programa, contendo a assinatura da Coordenação após a entrega da versão corrigida do trabalho.

Curitiba, 20 de setembro de 2017.

Dedico este trabalho à minha família, em especial à Natália. Sem seu suporte, carinho, paciência e dedicação eu jamais teria chegado aqui.

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente meu orientador, Daniel Rodrigues Pipa por ter me dedicado tanta atenção na conclusão deste trabalho. Muito obrigado também pela amizade, pelas conversas, conselhos e insights precisos em tempos de baixa criatividade de minha parte! Especialmente, obrigado pela paciência no começo de tudo, quando eu mal sabia o que era um problema inverso. Agradeço também ao meu co-orientador Flávio Neves Junior por disponibilizar os recursos do Laboratório de Automação e Sistemas de Controle Avançado (LASCA).

Agradeço ao Grupo de Pesquisas em Reconstrução de Imagens. As reuniões e discussões sobre os trabalhos da área foram de grande importância na construção do conhecimento utilizado para a realização desta pesquisa. Agradeço aos membros do grupo pela paciência e vontade de aprender e ajudar aos companheiros.

Agradeço ao colega Hector Lise de Moura pelas valiosas conversas sobre as disciplinas que cursávamos, e também pelos cafés grátis. Agradeço ao professor Dr. Giovanni Guarnieri por me ajudar com ideias, fornecimento de dados e material de estudos, incluindo sua própria tese de doutorado.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro fornecido durante a pesquisa.

A meus amigos Cuca, André, Barela, Diogo e aos muitos outros que acompanharam e participaram de minha trajetória. Muito obrigado pelo suporte e por acreditarem em mim!

Agradeço aos meus pais e irmãos pelo amor e carinho. Agradeço o imenso apoio e incentivo, sem os quais, eu não estaria aqui hoje.

Agradeço especialmente a minha namorada Natália. Seu amor, companheirismo e suporte me deram (e dão) forças nos tempos mais difíceis.

RESUMO

ANTELO, Ernesto Willams Molina, Jr. . ESTIMAÇÃO CONJUNTA DE ATRASO DE TEMPO SUBAMOSTRAL E ECO DE REFERÊNCIA PARA SINAIS DE ULTRASSOM. 78 f. Dissertação – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

Em ensaios não destrutivos (*END*) por ultrassom, o sinal obtido a partir de um sistema de aquisição de dados real podem estar contaminados por ruído e os ecos podem ter atrasos de tempo subamostrais. Em alguns casos, esses aspectos podem comprometer a informação obtida de um sinal por um sistema de aquisição. Para lidar com essas situações, podem ser utilizadas técnicas de estimativa de atraso temporal (*Time Delay Estimation* ou *TDE*) e também técnicas de reconstrução de sinais, para realizar aproximações e obter mais informações sobre o conjunto de dados. As técnicas de *TDE* podem ser utilizadas com diversas finalidades na defectoscopia, como por exemplo, para a localização precisa de defeitos em peças, no monitoramento da taxa de corrosão em peças, na medição da espessura de um determinado material e etc. Já os métodos de reconstrução de dados possuem uma vasta gama de aplicação, como nos *END*, no imageamento médico, em telecomunicações e etc. Em geral, a maioria das técnicas de estimativa de atraso temporal requerem um modelo de sinal com precisão elevada, caso contrário, a localização dos ecos pode ter sua qualidade reduzida. Neste trabalho, é proposto um esquema alternado que estima de forma conjunta, uma referência de eco e atrasos de tempo para vários ecos a partir de medições ruidosas. Além disso, reinterpretando as técnicas utilizadas a partir de uma perspectiva probabilística, estendem-se suas funcionalidades através de uma aplicação conjunta de um estimador de máxima verossimilhança (*Maximum Likelihood Estimation* ou *MLE*) e um estimador máximo a posteriori (*MAP*). Finalmente, através de simulações, resultados são apresentados para demonstrar a superioridade do método proposto em relação aos métodos convencionais.

Palavras-chave: Estimação do Atraso Temporal, Regularização, Reconstrução de dados, Processamento de Sinais, Máximo a posteriori, Máxima Verossimilhança, Estimação Bayesiana

ABSTRACT

ANTELO, Ernesto Willams Molina, Jr. . JOINT SUBSAMPLE TIME DELAY AND ECHO TEMPLATE ESTIMATION FOR ULTRASOUND SIGNALS. 78 f. Dissertação – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

In non-destructive testing (*NDT*) with ultrasound, the signal obtained from a real data acquisition system may be contaminated by noise and the echoes may have sub-sample time delays. In some cases, these aspects may compromise the information obtained from a signal by an acquisition system. To deal with these situations, Time Delay Estimation (*TDE*) techniques and signal reconstruction techniques can be used to perform approximations and also to obtain more information about the data set. *TDE* techniques can be used for a number of purposes in the defectoscopy, for example, for accurate location of defects in parts, monitoring the corrosion rate in pieces, measuring the thickness of a given material, and so on. Data reconstruction methods have a wide range of applications, such as *NDT*, medical imaging, telecommunications and so on. In general, most time delay estimation techniques require a high precision signal model, otherwise the location of the echoes may have reduced quality. In this work, an alternative scheme is proposed that jointly estimates an echo model and time delays for several echoes from noisy measurements. In addition, by reinterpreting the utilized techniques from a probabilistic perspective, its functionalities are extended through a joint application of a maximum likelihood estimator (*MLE*) and a maximum a posteriori (*MAP*) estimator. Finally, through simulations, results are presented to demonstrate the superiority of the proposed method over conventional methods.

Keywords: Time Delay Estimation, Regularization, Data Reconstruction, Signal Processing, Maximum a Posteriori, Maximum Likelihood, Bayesian Estimation

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	– Detecção de discontinuidades por ultrassom	14
FIGURA 2	– O sinal adquirido é contaminado por ruído branco <i>Gaussiano</i> e por atrasos de tempo subamostrais	15
FIGURA 3	– Conjunto de bases <i>B-spline</i> cúbicas: (a) com espaçamento e peso uniforme entre os nós; (b) com espaçamento e peso não uniforme entre os nós.	21
FIGURA 4	– Reconstrução regularizada do primeiro eco para diferentes valores de λ . .	24
FIGURA 5	– Topo do eco reconstruído para diferentes valores de λ . A linha destacada em azul representa a reconstrução com o menor erro em relação ao sinal original.	24
FIGURA 6	– eco time delay	32
FIGURA 7	– Diferentes estratégias para a realização da estimação de atraso temporal. A estratégia utilizada neste trabalho corresponde ao último item ilustrado. Adaptado de [Viola e Walker 2005]	37
FIGURA 8	– Sinal original e sinal adquirido. Pode-se verificar os efeitos do deslocamento subamostral e do ruído presentes em um processo de aquisição.	43
FIGURA 9	– Aplicação do método convencional de <i>TDE</i>	44
FIGURA 10	– Aplicação do método <i>TDE</i> proposto	45
FIGURA 11	– Construção da Matriz de suavização, ou <i>Smoothing Matrix</i> . Em (a), pode-se ver que a <i>Smoothing Matrix</i> tem suporte local para os coeficientes, como esperado de bases <i>B-splines</i> , já em (b) verifica-se de a disposição das bases em suas respectivas colunas	51
FIGURA 12	– Observa-se o desempenho da interpolação através da comparação da solução regularizada utilizando o λ que gerava o menor erro de mínimos quadrados para: (a) SNR 10; (b) SNR 20; (c) SNR 30.	55
FIGURA 13	– Comportamento do erro nas reconstruções em relação ao sinal original para o aumento de λ	56
FIGURA 14	– Resultados da estimação do <i>TD</i> e <i>MSE</i> entre os ecos 1 e 2 com um <i>SNR</i> de 10, e para o <i>TD</i> variando entre 99.05 e 99.95	57
FIGURA 15	– Resultados da estimação do <i>TD</i> e <i>MSE</i> entre os ecos 1 e 2 com um <i>SNR</i> de 15, e para o <i>TD</i> variando entre 99.05 e 99.95	59
FIGURA 16	– Resultados da estimação do <i>TD</i> e <i>MSE</i> entre os ecos 1 e 2 com um <i>SNR</i> de 20, e para o <i>TD</i> variando entre 99.05 e 99.95	61
FIGURA 17	– Resultados da estimação do <i>TD</i> e <i>MSE</i> entre os ecos 1 e 2 com um <i>SNR</i> de 25, e para o <i>TD</i> variando entre 99.05 e 99.95	62
FIGURA 18	– Resultados da estimação do <i>TD</i> e <i>MSE</i> entre os ecos 1 e 2 com um <i>SNR</i> de 30, e para o <i>TD</i> variando entre 99.05 e 99.95	63
FIGURA 19	– Resultados da estimação do <i>TD</i> e <i>MSE</i> entre os ecos 1 e 2 com um <i>SNR</i> de 35, e para o <i>TD</i> variando entre 99.05 e 99.95	64
FIGURA 20	– Resultados da estimação do <i>TD</i> e <i>MSE</i> entre os ecos 1 e 2 com um <i>SNR</i> de	

40, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95 65

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 10, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95	56
TABELA 2	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 15, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95	58
TABELA 3	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 20, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95	60
TABELA 4	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 25, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95	61
TABELA 5	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 30, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95	62
TABELA 6	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 35, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95	63
TABELA 7	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 40, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95	64
TABELA 8	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 10, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95	72
TABELA 9	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 15, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95	73
TABELA 10	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 20, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95	74
TABELA 11	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 25, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95	75
TABELA 12	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 30, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95	76
TABELA 13	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 35, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95	77
TABELA 14	– Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 40, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95	78

LISTA DE SIGLAS

<i>END</i>	Ensaio não Destrutivo
<i>NDT</i>	<i>Non-Destructive Testing</i>
<i>TDE</i>	<i>Time Delay Estimation</i>
<i>TV</i>	<i>Total Variation</i>
<i>MAP</i>	<i>Maximum a Posteriori</i>
<i>MLE</i>	<i>Maximum Likelihood Estimation</i>
<i>MMSE</i>	<i>Minimum Mean Square Error</i>
<i>MAE</i>	<i>Mean Absolute Error</i>
i.i.d.	Independentes e Identicamente Distribuídas
<i>TOA</i>	<i>Time of Arrival</i>
<i>TDOA</i>	<i>Time Difference of Arrival</i>
<i>CC</i>	Correlação Cruzada
<i>NCC</i>	<i>Normalized Cross Correlation</i>
<i>CV</i>	Covariância
<i>CVN</i>	Covariância Normalizada
<i>SSD</i>	Sum of Square Differences
<i>SAD</i>	<i>Sum of Absolute Differences</i>
<i>pcg</i>	<i>preconditioned conjugate gradient</i>
<i>SNR</i>	<i>Signal to Noise Ratio</i>
<i>TD</i>	<i>Time Delay</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	INTERPOLAÇÃO POR <i>B-SPLINES</i>	18
2.2	SMOOTHING SPLINES CÚBICAS	22
2.3	PROBLEMAS INVERSOS E REGULARIZAÇÃO	25
2.4	ESTIMAÇÃO BAYESIANA, <i>MAXIMUM A POSTERIORI</i> E <i>MAXIMUM LIKELIHOOD</i>	28
2.5	ESTIMAÇÃO DO ATRASO DE TEMPO	31
2.6	ESTADO DA ARTE	38
3	MÉTODO PROPOSTO	42
3.1	DESENVOLVIMENTO	42
3.2	ESTIMAÇÃO DO ATRASO TEMPORAL NOS ECOS ULTRASSÔNICOS	45
3.3	RECONSTRUÇÃO REGULARIZADA DE SINAIS POR <i>SMOOTHING SPLINES</i>	47
4	RESULTADOS	53
5	CONCLUSÃO	66
	REFERÊNCIAS	68
	Apêndice A – MAIS RESULTADOS	72

1 INTRODUÇÃO

O ultrassom é uma técnica popular de ensaio não destrutivo (*END*). Em aplicações como a defectoscopia, utilizando o método do pulso-eco, o som aplicado a um objeto inspecionado é refletido por qualquer descontinuidade, como é mostrado na Figura 1. Uma vez que a posição de uma descontinuidade é arbitrária, a comparação de um eco centrado usado como modelo e o sinal obtido do sistema de aquisição também podem ter atrasos de tempo subamostrais. Em aplicações industriais, os sistemas de tubulação podem ser sujeitos a corrosão e/ou erosão, resultando na diminuição gradual da espessura do duto e limitando sua vida útil. Isso pode ser facilmente detectável com a aplicação do ultrassom, mas para isso, deseja-se uma alta precisão na análise realizada nos dados [Hull e John 1988].

A aquisição de dados em qualquer modo (*A-scans*, *B-scans*, *C-scans* ...) pode ser afetada por efeitos térmicos, processos eletrostáticos e também pelo ruído presente nos cabos e componentes eletrônicos do sistema de aquisição [Guarneri et al. 2015]. Além disso, o sinal ultrassônico pode sofrer dispersão, devido a inhomogeneidades no material das peças inspecionadas e absorção, devido ao efeito Joule. Ambas resultam na atenuação dos ecos recebidos no sistema de aquisição. Na Figura 2 dois ecos são comparados. O azul é tido como sinal de referência, sem ruído e sem deslocamentos e o vermelho representa um sinal proveniente de um sistema de aquisição, imerso em ruído e com atraso de tempo subamostral. Considera-se como atraso de tempo subamostral, deslocamentos entre os ecos com espaçamentos inferiores ao passo de amostragem aplicado pelo sistema de aquisição. Esses efeitos deterioram a qualidade dos sinais adquiridos o que pode influenciar de forma negativa o desempenho do ensaio não-destrutivo aplicado.

Em *END* por ultrassom, podem ser empregadas técnicas de estimação de atraso temporal com precisão subamostral para obter informações importantes sobre a distância real entre os ecos, essas técnicas fornecem resultados de *TD* considerando possíveis deslocamentos de escala menor do que a obtida no processo de amostragem. Além disso, técnicas de reconstrução de dados por regularização podem ser utilizadas para encontrar uma estimativa

mais suave do sinal adquirido, reduzindo os efeitos do ruído.

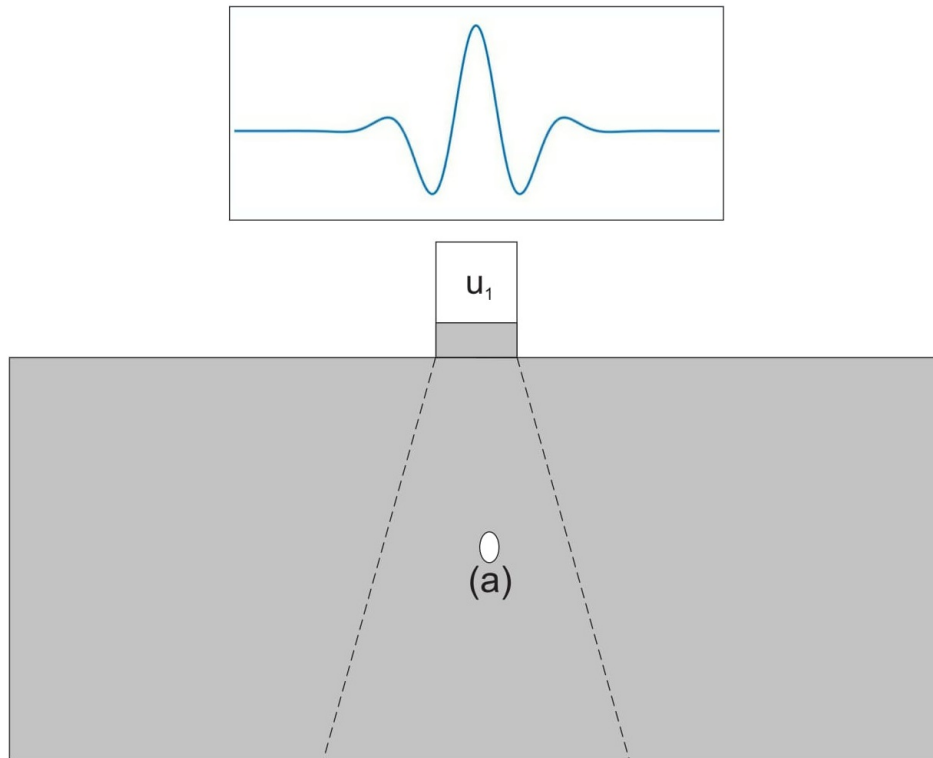


Figura 1: Detecção de descontinuidades por ultrassom

As técnicas de estimação de atraso temporal (*Time Delay Estimation* ou *TDE*) são utilizadas para determinar o deslocamento de tempo relativo entre o sinal de referência e um sinal recebido similar. Um dos métodos de *TDE* mais conhecidos e utilizados é baseado na função de correlação cruzada generalizada e foi proposta em [Knapp e Carter 1976]. Aspectos como a precisão e o custo computacional do método *TDE* são importantes e variam dependendo da técnica aplicada. Além de sua aplicação em *END* com ultrassom, essas técnicas possuem uma grande variedade de aplicações em processamento de sinais, como no imageamento médico, telecomunicações, sistemas de radar, *beamforming*, entre outros. Para as análises feitas neste trabalho foi utilizada uma técnica de *TDE* com precisão subamostral desenvolvida em [Viola e Walker 2005].

O ruído presente em sistemas de aquisição reais pode ser causado por vários motivos. Ele corrompe os dados e reduz as informações provenientes do sinal original. As técnicas de reconstrução e restauração de dados são frequentemente usadas para recondicionar o sinal tratado para extrair mais informações dos dados adquiridos [Jan 2006]. Eles podem ser usados em um vasto campo de aplicações, como telecomunicações, biomedicina entre outros, e em

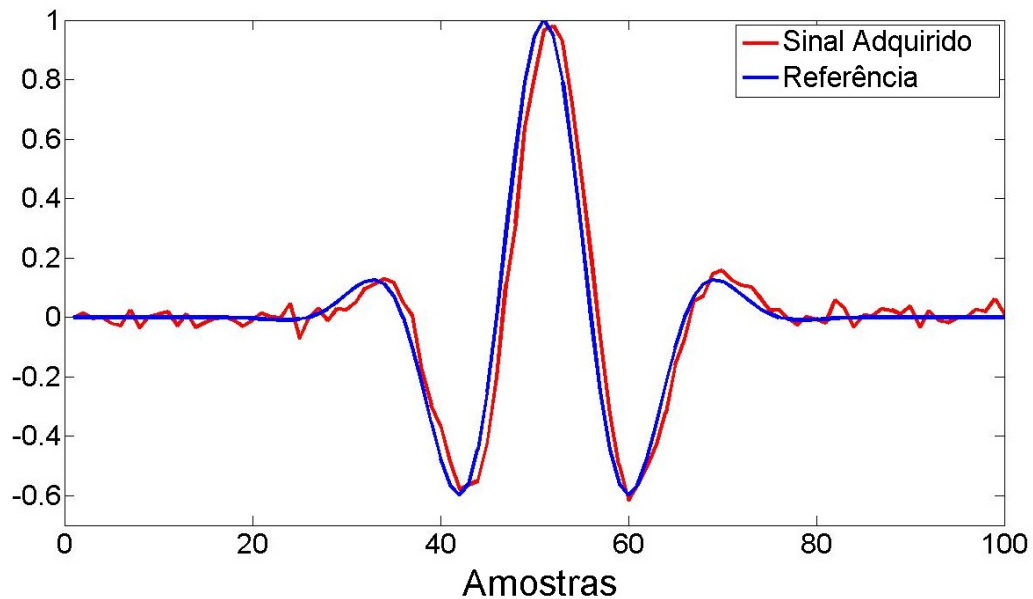


Figura 2: O sinal adquirido é contaminado por ruído branco *Gaussiano* e por atrasos de tempo subamostrais

todos eles, há um objetivo comum, que é obter mais informações sobre os dados originais. Para dados amostrados sem ruído, os métodos tradicionais de interpolação podem ser suficientes para fornecer todas as informações sobre o sinal original. Por outro lado, se os dados estiverem corrompidos por ruído, esses métodos podem falhar, pois eles consistem em tentar ajustar uma função determinada através do valor exato da amostra. Neste caso, os métodos de interpolação regularizados podem dar melhores resultados.

O objetivo principal deste trabalho é, então, o desenvolvimento de uma técnica que estime de forma conjunta atrasos temporais com precisão subamostral e também um modelo de eco ultrassônico suavizado. Nesta técnica, o cálculo da estimativa TD é realizado de forma alternada com a determinação da aproximação regularizada do eco ultrassônico, utilizando o resultado de ambos para a realização das próximas estimativas. Além disso, para reforçar o embasamento teórico do presente trabalho, a técnica de estimação de TD e o método de reconstrução de dados serão reinterpretados como ferramentas probabilísticas. Para as simulações, um sinal contínuo genérico é amostrado e sujeito a ruído e a um atraso de tempo subamostral. Através da aplicação do método desenvolvido em [Viola e Walker 2005] será demonstrado que seu desempenho é minimizado para níveis de ruído elevados, e que se o sinal utilizado como referência estiver corrompido, o erro cometido por este método pode comprometer a precisão das estimações de atraso temporal. Assim, o método desenvolvido neste trabalho se mostrará superior e fornecerá um TDE mais preciso, devido

à etapa de reconstrução de dados para estimar uma referência mais suave. O processo de aplicação alternada das técnicas estudadas, será explicitado nos próximos capítulos, bem como o desenvolvimento teórico de ambos os métodos. Para a concretização do objetivo principal, foi necessária a realização dos seguintes objetivos específicos:

- Estudar diferentes técnicas de estimação de atraso de tempo para escolher o método mais adequado para a aplicação, levando em consideração sua complexidade, custo computacional e embasamento teórico;
- Analisar métodos de tratamento de dados e selecionar a mais coerente com as aplicações em ensaios não destrutivos com ultrassom, levando em consideração também, seu desempenho, custo computacional e etc;
- Desenvolver um modelo probabilístico das técnicas mencionadas e realizar sua análise, para obter uma fundamentação teórica mais sólida;
- Testar a aplicação de ambas as técnicas de forma separada, para analisar seu desempenho em diferentes situações;
- Desenvolver e implementar um algoritmo combinando ambas as técnicas;
- Realizar diversos testes para a análise do desempenho obtido pela técnica desenvolvida neste trabalho.

Este trabalho está dividido em cinco capítulos e um apêndice. Uma breve descrição de seu conteúdo é feita a seguir:

- Capítulo 2: apresenta a fundamentação teórica dos métodos utilizados neste trabalho, explorando assuntos como a interpolação por *B-splines*, problemas inversos e métodos de regularização, o conceito de *smoothing splines*, a teoria da estimação Bayesiana e derivados e métodos de estimação de atraso temporal.
- Capítulo 3: faz uma revisão do estado da arte das técnicas utilizadas neste trabalho. Além disso, descreve o desenvolvimento teórico do problema abordado, detalhando o esquema de simulação, bem como a análise probabilística realizada em cima dos métodos utilizados.

- Capítulo 4: traz os resultados obtidos com a aplicação da técnica desenvolvida para diversas configurações de SNR e TD . Além disso, são analisadas várias características destes resultados, para verificar o desempenho do método aplicado.
- Capítulo 5: apresenta as conclusões do trabalho, baseando-se nos aspectos apresentados no capítulo anterior. Aborda-se, também, a perspectiva para futuros desenvolvimentos através da aplicação conjunta de técnicas mais modernas.

Observa-se durante o texto, que alguns termos foram utilizados na língua inglesa por conveniência. Alguns termos e siglas já possuem versão consagrada em português (como END), enquanto que em outros casos, o termo em inglês é mais comum e traduzir implicaria num termo pouco usual. Por isso escolheu-se utilizar alguns termos em inglês.

O conteúdo deste trabalho foi utilizado como base para o desenvolvimento do artigo “*Joint Subsample Time Delay and Echo Template Estimation for Ultrasound Signals*”, que foi aceito no congresso *European Signal Processing Conference - (EUSIPCO)* de 2017.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 INTERPOLAÇÃO POR *B-SPLINES*

Dado um conjunto de dados, a interpolação pode ser considerada como a estimação de um valor entre as amostras conhecidas. Vários métodos podem ser utilizados para realizar essa estimação, como interpolação linear, por polinômios entre outros. No conceito de interpolação convencional, esses métodos se diferenciam na escolha da função interpoladora que liga os pontos de dados conhecidos e fornece as estimativas, conforme:

$$f(t) = \sum_{i \in Z} y_i \varphi(t-i), \quad (1)$$

em que y_i é o conjunto de dados com $i = 0, \dots, N-1$ e $\varphi(t-i)$ é uma função interpoladora.

A interpolação também pode ser interpretada da seguinte forma: o sinal interpolado é igual ao somatório de coeficientes multiplicados por funções base, sendo que os coeficientes podem ou não ter qualquer relação com o sinal amostrado. Nessa abordagem, a escolha de certas funções base podem apresentar resultados melhores do que os obtidos com a interpolação convencional [Maymon e Oppenheim 2011, Schanze 1995].

Uma visão ampla deste problema, pode ser analisada através do conceito de interpolação generalizada, cujo equacionamento é mostrado a seguir:

$$f(t) = \sum_{i \in Z} c_i \varphi(t-i), \quad (2)$$

em que $f(t)$ é o sinal interpolado, c_i é o conjunto de coeficientes e $\varphi(t-i)$ é um conjunto de bases.

Nesse método, o conjunto de coeficientes c_i deve ser determinado através das amostras y_i e uma função base deve ser escolhida. O conjunto de coeficientes é multiplicado pela função base para a determinação dos valores de $f(t)$. Observa-se que a interpolação convencional se

dá quando $c_i = y_i$ [Matiu-Iovan 2013].

Outra forma conhecida e eficiente de realizar a interpolação é através das chamadas *splines*, que são funções polinomiais definidas entre um ou mais pontos de controle e conectadas com uma certa suavidade, sendo utilizadas de diversas maneiras para problemas como interpolação de dados ou imagens. As *splines* são funções que possuem características suaves e proporcionam um controle local da função interpoladora devido ao seu particionamento, tornando o processo de interpolação menos sensível ao ruído. Elas também possuem notáveis propriedades de continuidade.

Este trabalho utiliza uma propriedade importante das *splines*, apresentada por Schoenberg em 1946, que se dá com o fato de que estas podem ser representadas de forma única por uma expansão de funções *spline* base, originando o nome *B-splines* ou *Basis splines* [Unser 1999]. O termo *basis* é referente à transformação realizada na variável x para que seja feito o ajuste do modelo. A *B-spline* é um polinômio segmentado de grau m definido para uma variável x . Uma das propriedades mais importantes das *B-splines* é o fato de que estas funções são contínuas nos pontos de encontro e a função de ordem m é basicamente uma combinação de *B-splines*. Segundo [Eilers e Marx 1996] as *B-splines* de grau k e n nós têm as seguintes propriedades:

- a função gerada tem $n + 1$ pedaços de polinômio de grau k ;
- as partes se unem nos nós, onde as derivadas são contínuas até o grau $k - 1$;
- a base é positiva no domínio de $n + 2$ nós e nula nos nós restantes;
- as bases se sobrepõem com $2 \times k$ pedaços polinomiais vizinhos;
- os nós podem ou não ser equidistantes.

Um modelo de interpolação por *B-splines* pode ser descrito como na Equação a seguir:

$$f(t) = \sum_{i \in \mathbb{Z}} c_i \beta_n^k(t - i), \quad (3)$$

em que $\beta_n^k(t)$ é o valor da n -ésima *B-spline* de grau k no ponto t sendo considerado um conjunto de nós equidistantes.

Segundo [Unser 1999], a Equação (3) envolve o conceito de curvas de ponderação para a mistura dos pontos de controle. Essas curvas são denotadas por $\beta^k(t)$ e os parâmetros desse

modelo são os coeficientes c_i . De forma geral, as funções base $\beta_n^0(t)$ são definidas como:

$$\beta_n^0 = \begin{cases} 1, & \text{para } t_n \leq t \leq t_{n+1} \\ 0, & \text{para outros valores,} \end{cases} \quad (4)$$

sendo que t se refere ao intervalo em que a função base está sendo definida, e o subíndice n aos limites do intervalo. Ou seja, β_n^0 é uma função degrau e é igual a zero em qualquer lugar fora do intervalo $t \in [t_i, t_{i+1}]$. Generalizando:

$$\beta_n^k(t) = \frac{t - t_n}{t_{n+k-1} - t_n} \beta_n^{k-1}(t) + \frac{t_{n+k} - t}{t_{n+k} - t_{n+1}} \beta_{n+1}^{k-1}(t) \quad (5)$$

Para $k \geq 1$, β_n^k é uma combinação linear de duas funções base de grau $k - 1$. [Piegl e Tiller 1995]

Disto, pode-se observar a seguinte propriedade das *B-splines*:

$$\beta^k(t) = \beta^{k-1} * \beta^0 = \underbrace{\beta^0 * \beta^0 * \dots * \beta^0}_{n+1 \text{ vezes}}(t), \quad (6)$$

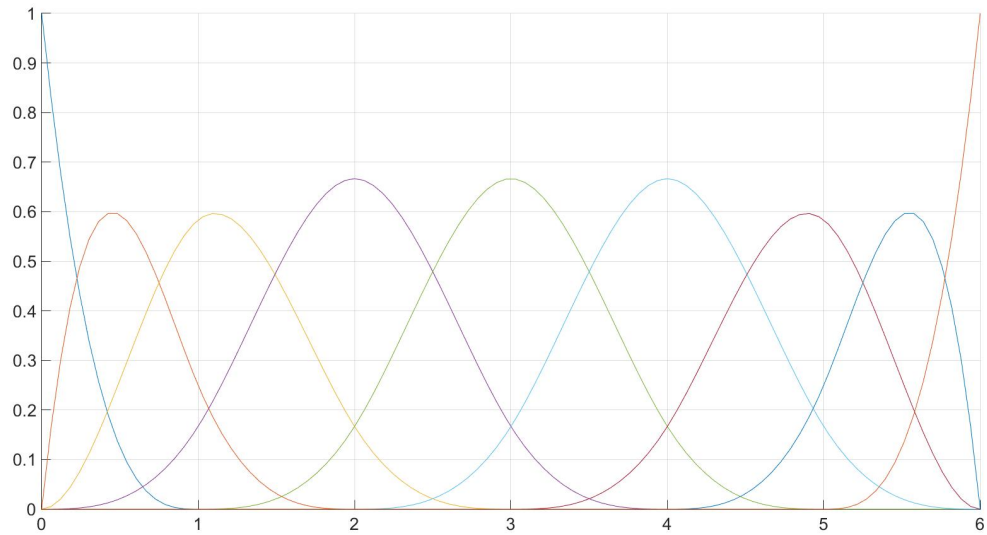
em que β^0 é uma função degrau normalizada, chamada de B-spline de grau zero. O conjunto de bases é ilustrado na Figura 3.

Outras propriedades das funções base da Equação (5) são: $\beta_i^k > 0$ para $t_i \leq t \leq t_{i+1}$; suporte local pois $\beta_i^k = 0$ para $t_0 \leq t \leq t_i$ e para $t_{i+k} \leq t \leq t_{n+k}$; recursividade que pode ser vista pela Equação (5); unidade pois $\sum_{i=0}^k \beta_n^k(t) = 1$ para $t \in [t_0, t_m]$; derivadas contínuas até a ordem $k - 1$.

Neste trabalho foram utilizadas *B-splines* cúbicas devido às suas propriedades de suavidade e também devido à natureza suave dos dados analisados. A Figura 3(a) ilustra um conjunto de bases com distribuição uniforme de nós, enquanto a Figura 3(b) ilustra um conjunto com distribuição não uniforme. Elas são muito utilizadas por serem o menor grau de polinômio a permitirem pontos de inflexão. Além disso foram utilizados conceitos de reconstrução de dados aplicando as chamadas *smoothing splines*. Esses conceitos serão apresentados a seguir. Em suma, as *B-splines* são funções polinomiais particionadas e de k -ésima ordem, são contínuas e têm $k - 1$ derivadas contínuas em seus nós.



(a)



(b)

Figura 3: Conjunto de bases *B-spline* cúbicas: (a) com espaçamento e peso uniforme entre os nós; (b) com espaçamento e peso não uniforme entre os nós.

2.2 SMOOTHING SPLINES CÚBICAS

A interpolação por *B-splines* convencional é normalmente aplicada em dados livres de ruído. Como tal, têm um uso limitado em um cenário estatístico. Para sua utilização em processamento de dados sujeitos a ruído, é desejável a utilização de um tipo de *spline* de suavização (*smoothing splines*) que possa passar próxima aos dados, mas não ser forçada a interpolar exatamente. Existem diferentes abordagens para a reconstrução de dados utilizando *splines*. Estas são correspondentes aos diferentes pontos de vista em como lidar com o ruído presente nos sinais adquiridos. Como os dados estocásticos não limitam a função de estimação tão firmemente como na interpolação exata por *splines*, a reconstrução às vezes requer uma rotina de otimização, não apenas uma solução simples de um sistema linear de equações [Hastie et al. 2009].

Diversas técnicas de reconstrução de dados podem ser encontradas na literatura, como o método apresentado em [Taswell 2000], que utiliza as transformadas *wavelet* para a manipulação do sinal. No trabalho de [Chan e Glu 2005] é analisado o *denoising* através da regularização por variação total (*total variation* ou *TV*). No estudo feito por [Joshi e Tornekar 2013], diversas técnicas de *denoising* são comparadas e em [Frecon et al. 2017] é desenvolvida uma técnica de *denoising* baseada em análises determinísticas e estocásticas de forma conjunta. Neste trabalho, utilizam-se *B-splines* cúbicas como o método de interpolação por causa de suas propriedades de suavização e também pela natureza suave dos dados considerados. Como em [Poggio et al. 1988], combina-se a interpolação por *B-splines* com o método de regularização de Tikhonov, devido à presença de ruído Gaussiano. Este procedimento é explicado em notação matricial em [Hastie et al. 2009] sendo referido como *smoothing splines*. A técnica utilizada neste trabalho foi escolhida devido ao seu vasto desenvolvimento na literatura, e também devido aos bons resultados fornecidos por ela.

As *smoothing splines* são estimadores que realizam uma regressão regularizada sobre as bases das *splines* [Hastie e Tibshirani 1990]. Elas também permitem a utilização das amostras como nós, o que facilita sua implementação, já que o problema da seleção de nós é ignorado. Simultaneamente, pode-se controlar o sobreajuste (*overfitting*) através da retração dos coeficientes da função de suavização na expansão das bases. Elas são casos especiais de *splines*, que realizam uma regressão regularizada sobre as bases *splines* naturais, considerando nós em todos os pontos possíveis. Esta característica contorna o problema de escolha de nós, já que este é determinado pela amostragem do dado de entrada. Elas também controlam o (*overfitting*) diminuindo os coeficientes da função estimada na expansão das bases.

Segundo [Hastie e Tibshirani 1990] um suavizador (*smoother*) é uma ferramenta para indicar a tendência de um conjunto de dados y como função de uma ou mais medidas preditoras x_i , produzindo uma estimativa mais suave. Um suavizador conhecido são as *smoothing splines* cúbicas. Esta não é construída de forma explícita, mas é concebida a partir da solução de um problema de otimização como o da Equação (7), em que o problema consiste em encontrar uma função $f(x)$ com duas derivadas contínuas, que minimize a soma residual dos quadrados penalizada, gerando a seguinte função custo:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2 + \lambda \int \{f''(x)\}^2, \quad (7)$$

em que λ é uma constante de suavização. O primeiro termo quantifica o erro entre o modelo $f(x)$ e os dados y . O segundo termo impõe as restrições de suavidade na solução. Em [Hastie e Tibshirani 1990], é demonstrado que a Equação (7) possui um minimizador explícito e único. Este minimizador é uma *spline* cúbica com nós nos valores de x_i . É mostrado também, que apesar do valor elevado de nós gerar um grande número de parâmetros a serem estimados, a estimação dos coeficientes é feita de forma restrita, diminuindo drasticamente a dimensão do problema. Deve-se encontrar uma estimativa de f que minimize esta Equação. Esse problema foi considerado inicialmente por [Reinsch 1967] e também por [Boor 1988] com diferentes abordagens. Ambos solucionaram o problema através da aproximação por *splines* cúbicas.

O λ é o parâmetro de penalização. Ele determina a intensidade da suavização que será aplicada na estimativa. Dois casos especiais são definidos quando

$\lambda \rightarrow 0$: f pode ser qualquer função interpoladora

$\lambda \rightarrow \infty$: f é uma *simple least squares line fit*.

Nas Figuras 4 e 5 pode-se verificar o efeito de diferentes valores de λ nas diferentes estimações realizadas para um sinal. A Figura 5 é uma ampliação no topo do eco ultrassônico genérico mostrado na Figura 4, e o sinal azul com o contorno destacado representa a estimativa com o menor erro, ou seja, com o melhor valor de λ para esta situação. Neste caso, o sinal possuía 20 dB de SNR.

Analisando a regularização por *splines* cúbicas desenvolvida no trabalho de [Poggio et al. 1988], pode ser visto que o parâmetro de suavidade λ controla a amplitude do filtro, mas não tem muita influência em sua forma. Se λ for pequeno, a suavidade fica comprometida, e o filtro passa a ser basicamente um filtro de interpolação. Caso contrário, se o λ tiver um valor elevado, a suavidade passa a ser um fator dominante, e o filtro terá uma amplitude elevada

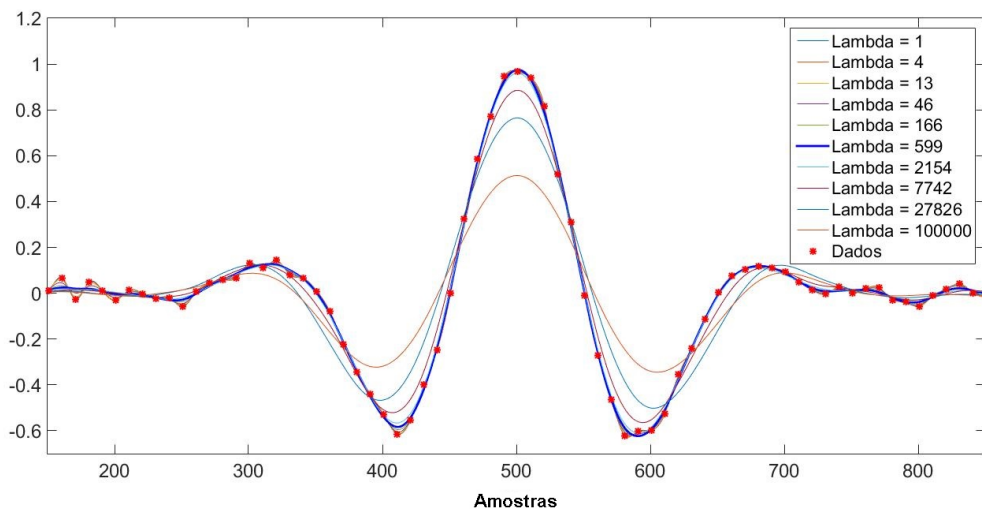


Figura 4: Reconstrução regularizada do primeiro eco para diferentes valores de λ .

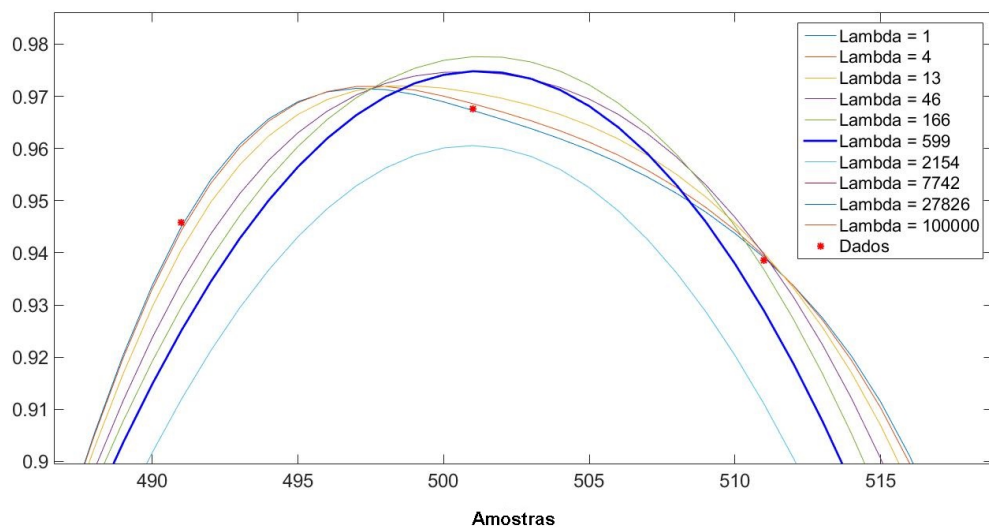


Figura 5: Topo do eco reconstruído para diferentes valores de λ . A linha destacada em azul representa a reconstrução com o menor erro em relação ao sinal original.

[Wang 2011]. Estes são os casos extremos, podendo ter variações bruscas na interpolação para um valor baixo de λ , ou ser uma interpolação muito suave para um valor elevado de λ . Espera-se que $\lambda \in (0, \infty)$ possa resultar em uma solução suficientemente próxima dos dados e suave. A solução do problema proposto na Equação (7) adaptada ao problema analisado neste trabalho será desenvolvida no próximo capítulo.

2.3 PROBLEMAS INVERSOS E REGULARIZAÇÃO

Em problemas diretos, tenta-se encontrar funções exatas ou aproximadas para interpretar fenômenos físicos como a propagação de som, calor, ondas sísmicas, etc. Algumas propriedades dos dados expressas pelos coeficientes destas funções são assumidas como conhecidas, quando na prática, estas propriedades são desconhecidas, e sua determinação ou estimação se torna um problema inverso. Em geral, estes problemas são mal-postos, ou seja, o processo de determinação de sua solução apresenta algumas inconsistências. Sendo assim, métodos para a solução de problemas inversos encontram diversas aplicações.

Um problema é chamado de bem-posto segundo as condições de Hadamard se existe uma solução para esse problema, se esta solução é única e se ela possui um comportamento estável para pequenas variações nas condições iniciais do problema. Em [Tikhonov e Asenin 1977] é abordada a importância prática do desenvolvimento de métodos para lidar com problemas inversos e também, a possibilidade de encontrar soluções estáveis. Já um problema mal posto não possui soluções exatas, ou tem muitas soluções, ou sua solução é instável, já que pequenos erros de medição podem levar a erros indefinidamente grandes nas soluções por inversão direta. Portanto, o termo “problema mal-posto” é frequentemente usado para problemas instáveis. Pode-se dizer então, que o estudo de problemas inversos e mal-postos analisa as propriedades e os métodos de regularização para problemas instáveis. Assim, são desenvolvidas técnicas estáveis para aproximar mapeamentos, transformações ou operações instáveis no conjunto de dados.

O problema de reconstrução ou restauração de sinais pode ser considerado equivalente a um problema inverso, em que se deve resolver um sistema de equações lineares para um vetor \mathbf{x} desconhecido, dado um vetor \mathbf{f} de dados e uma matriz de operação \mathbf{W} , ou seja

$$\mathbf{f} = \mathbf{W}\mathbf{x}. \quad (8)$$

Um pensamento intuitivo seria encontrar \mathbf{x} através da inversão de \mathbf{W} , mas em geral, essas soluções estarão longe das soluções esperadas. Existem três problemas básicos ao trabalhar-se com a inversão da matriz \mathbf{W} para encontrar uma estimativa $\hat{\mathbf{x}}$ de \mathbf{x} . Primeiro, há o problema da existência de solução para esse sistema. Pode ser que não exista um \mathbf{x} que solucione a Equação (8) de forma exata. O segundo problema é o fato de que a solução pode não ser única. Por exemplo, se o espaço nulo da matriz \mathbf{W} não for vazio, então existem objetos que não são visíveis nos dados \mathbf{e} , desta forma, podem existir diferentes vetores \mathbf{x} que produzem

os mesmos dados \mathbf{f} . O terceiro problema se remete a estabilidade da solução. É desejável que uma estimativa de \mathbf{x} seja relativamente estável quando o vetor \mathbf{f} é sujeito à perturbações. Esses três elementos mencionados anteriormente constituem a definição clássica de Hadamard de um problema mal condicionado. O problema final se dá no fato de que a Equação (8) não considera nenhuma informação *a priori* sobre a solução. Estas informações em geral são disponíveis e utilizadas para encontrar soluções através da regularização.

Uma maneira razoável de se resolver o primeiro problema mencionado anteriormente, seria através da busca de um conjunto de soluções de mínimos quadrados, como mostrado na Equação (9). A estimativa é definida como uma *least-squares fit* em relação ao vetor de dados:

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{LSF}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{f} - \mathbf{W}\mathbf{x}\|_2^2, \quad (9)$$

em que $\|\mathbf{z}\|_2^2$ é a norma ℓ_2 e o **arg** se refere ao argumento que produz esta norma mínima. O \mathbf{x} que resolve a Equação (9) pode ser obtido por:

$$(\mathbf{W}^T \mathbf{W}) \hat{\mathbf{x}}_{\text{LSF}} = \mathbf{W}^T \mathbf{f}, \quad (10)$$

e aplicando a inversa do termo $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$ em ambos os lados, tem-se:

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{LSF}} = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{f}, \quad (11)$$

em que $(\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T$ é chamado de pseudoinversa, sendo utilizado para resolver sistemas de equações lineares sobredeterminados, ou seja, sistemas que possuem mais equações do que variáveis, nos quais a matriz de operação em questão, é não invertível.

De forma prática, uma medida adotada para a escolha da melhor solução, é escolher a que possui a menor norma dentre as soluções de mínimos quadrados, sendo chamada de solução generalizada. Essa estimativa, porém, não considera a reconstrução de componentes não observáveis nos dados. Além disso, ela é sensível a pequenas variações nos dados, ou seja, sensível a ruído. Esses problemas podem ser contornados através da regularização, conforme mostra o trabalho [Tikhonov e Asenin 1977].

O propósito da regularização é permitir a inclusão de informações já conhecidas dos dados nas soluções. Isso torna a solução mais estável e proporciona estimativas mais adequadas. Basicamente, são feitas restrições na solução, de forma que a natureza oscilatória do ruído presente no sinal seja atenuada. Essas restrições podem ser controladas pelo parâmetro de

regularização λ , que possui as seguintes propriedades: quando tende a zero, faz com que a solução regularizada seja igual à solução geral; quando é grande o suficiente, dá estabilidade à solução em relação às perturbações. Esse parâmetro, também utilizado com as *smoothing splines*, controla a troca entre a estabilidade e a proximidade da solução regularizada com a solução geral não regularizada. Ele proporciona a suavidade da estimativa.

Para regularizar um problema mal-posto e torná-lo bem-posto, é preciso introduzir restrições no problema. Desta forma, tenta-se forçar a solução a se situar em um subespaço do espaço de soluções. A ideia das técnicas de regularização é restringir o espaço de soluções aceitáveis escolhendo uma função que minimiza um funcional adequado. Considera-se então, a teoria da regularização padrão para encontrar um vetor de estimativa $\hat{\mathbf{x}}$. O problema se resume em regularizar \mathbf{x} a partir do vetor de dados \mathbf{f} tal que $\mathbf{W}\mathbf{x} = \mathbf{f}$. A regularização de Tikhonov pode ser descrita através da Equação a seguir, na qual deve-se encontrar o parâmetro \mathbf{x} que a minimize:

$$\|\mathbf{f} - \mathbf{W}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{L}\mathbf{x}\|_2^2, \quad (12)$$

em que λ é o parâmetro de regularização e \mathbf{L} é a matriz de penalização. Dessa forma, o λ controla a troca entre a suavidade da solução e a proximidade dos dados.

Fisicamente, a restrição de suavidade permite eliminar efetivamente o ruído que contamina o sinal após ou durante o processo de amostragem e transdução e torna a diferenciação instável. Ressalta-se que esta não é a única funcionalidade estabilizadora possível para este problema, embora seja provavelmente a mais simples (Torre e Poggio, 1984).

Na literatura são apresentadas diversas maneiras de se realizar a regularização. Por simplicidade de formulação para regularização proposta por Tikhonov foi a escolhida. Esta baseia-se na incorporação das informações previamente conhecidas sobre o problema, através da inclusão de um termo adicional à Equação (9), similar ao que é aplicado na função custo apresentada pela Equação (7), que aplica os conceitos de *smoothing splines*.

Na maior parte dos casos práticos, as estimativas obtidas através da aplicação dos *smoothing splines*, também chamadas na literatura como *spline* de aproximação, podem ser obtidas envolvendo os dados com um filtro de *splines* cúbicas, que é similar ao filtro *Gaussiano* [Reinsch 1967, Craven e Wahba 1979]. Dessa forma é encontrada a solução regularizada da Equação (7) para casos em que os dados são expostos a ruído. Sendo a Equação (12) uma função custo que varia em função de λ , ela pode ser reescrita como:

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{Tik}}(\lambda) = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{f} - \mathbf{W}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{L}\mathbf{x}\|_2^2 \quad (13)$$

O primeiro termo na Equação (13) é a solução de mínimos quadrados geral, sendo que este, garante a fidelidade da solução em relação aos dados. O segundo termo é o termo de regularização. Este é o termo que captura informações prévias do comportamento esperado de \mathbf{x} através de um termo de penalização adicional ℓ_2 controlado pelo termo de regularização λ . A solução que minimiza a Equação (13) é dada a seguir:

$$(\mathbf{W}^T\mathbf{W} + \lambda\mathbf{L}^T\mathbf{L})\hat{\mathbf{x}}_{\text{Tik}} = \mathbf{W}^T\mathbf{f}. \quad (14)$$

A Equação (14) pode ser comparada à Equação (10) para ilustrar a diferença entre a solução regularizada e a solução geral. Fica claro que o aumento do λ faz com que a solução da Equação (14) se afaste da solução da Equação (10), enquanto a sua diminuição as aproxima. Existem diversas maneiras de se encontrar as soluções para a Equação (14), incluindo inversão da matriz $(\mathbf{W}^T\mathbf{W} + \lambda\mathbf{L}^T\mathbf{L})$, métodos iterativos e etc. Neste trabalho o método utilizado foi o gradiente conjugado preconditionado ou *preconditioned conjugate gradient (pcg)*. Esse algoritmo é aplicado para a resolução de sistemas de equações lineares que possuem matrizes simétricas e positivas definidas. O preconditionamento aplicado no algoritmo transforma a matriz em que o *pcg* está sendo utilizado, de forma a garantir uma melhor convergência do método [Zwartjes e Gisolf 2007].

2.4 ESTIMAÇÃO BAYESIANA, *MAXIMUM A POSTERIORI* E *MAXIMUM LIKELIHOOD*

A estimação bayesiana é uma estrutura para a formulação de problemas de inferência estatística. Na previsão ou estimativa de um processo aleatório a partir de um sinal de observação relacionado, a filosofia bayesiana é baseada na combinação das evidências contidas no sinal com conhecimento prévio da distribuição de probabilidade do processo. A metodologia bayesiana inclui os estimadores clássicos como *maximum a posteriori (MAP)*, *maximum likelihood estimation (MLE)*, erro quadrático mínimo (*minimum mean square error* ou *MMSE*) e valor absoluto médio de erro (*mean absolute error* ou *MAE*) como casos especiais. O modelo de Markov, amplamente utilizado no processamento de sinais estatísticos, é um exemplo de um modelo bayesiano. A inferência bayesiana é baseada na minimização da chamada função de risco de Bayes, que inclui um modelo posterior dos parâmetros desconhecidos dada a observação e uma função de custo de erro [Micula e Micula 1999, Murphy 2012].

A teoria de estimação está relacionada com a determinação da melhor estimativa de um vetor de parâmetro desconhecido a partir de um sinal de observação, ou a recuperação de um sinal limpo degradado por ruído e distorção. Por exemplo, dada uma onda senoidal sujeita a ruído, deseja-se estimar seus parâmetros básicos (ou seja, amplitude, frequência e fase), ou mesmo recuperar o próprio sinal. Um estimador toma como entrada um conjunto de observações ruidosas ou incompletas e, usando um modelo dinâmico (por exemplo, um modelo preditivo linear) e / ou um modelo probabilístico (por exemplo, modelo Gaussiano) do processo, estima os parâmetros desconhecidos. A precisão da estimativa depende da informação disponível e da eficiência do estimador [Giovannelli e Idier 2015].

A teoria bayesiana é uma estrutura de inferência geral. Na estimativa ou previsão do estado de um processo, o método bayesiano emprega tanto a evidência contida no sinal de observação como a probabilidade prévia acumulada do processo. Considere a estimativa do valor de um vetor de parâmetros aleatórios θ , dado um vetor de observações $y_i \in Y$. A função de densidade de probabilidade posterior ou *probability density function (pdf)* do conjunto de parâmetros θ dado o conjunto de observações Y , $P(Y|\theta)$, pode ser expressa como:

$$P(\theta|Y) = \frac{P(Y|\theta)P(\theta)}{P(Y)}, \quad (15)$$

em que para uma certa observação, $P(Y)$ é uma constante e apenas normaliza a função. A Equação (15), expressa matematicamente o teorema de Bayes. Assim, existem dois termos variáveis na Equação (15): o termo $P(Y|\theta)$ é a probabilidade de que o sinal do conjunto de observações Y foi gerado por um conjunto de parâmetros θ , também conhecido como verossimilhança (ou *likelihood*). O segundo termo é a probabilidade prévia de que o vetor de parâmetro tenha o valor de θ , chamado também de distribuição a *priori* (ou *prior*). A influência relativa da *pdf* do *likelihood* $P(Y|\theta)$ e distribuição a *priori* $P(\theta)$ na distribuição a posteriori $P(\theta|Y)$ depende da forma dessas funções. Em geral, quanto maior a função de densidade de probabilidade, mais influenciará o resultado do processo de estimação. Inversamente, uma *pdf* constante para qualquer θ não terá nenhuma influência e o problema se reduzirá à estimativa *ML*.

Uma das aplicações do teorema de *Bayes* é através da estimação por *MAP*. De forma simples, a distribuição a posteriori $P(\theta|Y)$ é uma consequência do *prior* $P(\theta)$ e do *likelihood* $P(Y|\theta)$ provenientes de um conjunto de dados. A estimativa *MAP* é dada através da seguinte Equação:

$$\theta_{MAP} = \arg \max_{\theta} P(\theta|Y), \quad (16)$$

em que θ_{MAP} é o conjunto de parâmetros que maximiza a função de distribuição a posteriori $P(\theta|Y)$. Substituindo a Equação (15) na Equação (16) tem-se:

$$\theta_{MAP} = \arg \max_{\theta} \frac{P(Y|\theta)P(\theta)}{P(Y)} \quad (17)$$

Como já mencionado anteriormente, o termo $P(Y)$ apenas normaliza a distribuição posterior. Dessa forma, a função custo apresentada na Equação (17), pode ser vista da seguinte forma:

$$\theta_{MAP} \propto \arg \max_{\theta} P(Y|\theta)P(\theta). \quad (18)$$

Assim, o problema se resume em maximizar a função custo da Equação (18). Ao se trabalhar com variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com distribuição Gaussiana a Equação (18) pode ser resolvida de forma simplificada através da aplicação da simplificação por função logarítmica. Seja $\mathbf{y}_i \in Y$ um vetor de observações para a qual deseja-se encontrar o θ_{MAP} , tem-se:

$$\theta_{MAP} = \arg \max_{\theta} \prod_{\mathbf{y}_i \in Y} P(\mathbf{y}_i|\theta)P(\theta). \quad (19)$$

E aplicando a função logarítmica natural tem-se:

$$\theta_{MAP} = \arg \max_{\theta} \sum_{\mathbf{y}_i \in Y} \{\log P(\mathbf{y}_i|\theta)\} + \log P(\theta) \quad (20)$$

A Equação (20) deixa claro a simplificação nos cálculos, devido ao fato de que a função de distribuição Gaussiana é composta de funções exponenciais.

Finalmente, a estimação por *MAP* permite o cálculo de estimativas baseadas no conhecimento *a priori* de informações sobre θ , além de tomar em consideração a função *likelihood*.

Em estatística, a Estimativa de Máxima Verossimilhança, mais conhecida como *Maximum Likelihood Estimation* ou *MLE*, é um método de estimativa dos parâmetros de um

modelo estatístico que encontra os valores dos parâmetros que maximizam a probabilidade de fazer as observações dados os parâmetros. O *MLE* pode ser visto como um caso especial da estimativa *maximum a posteriori (MAP)* que assume uma distribuição constante para todos os θ , ou como uma variante do *MAP* que ignora o posterior e, portanto, não está regulada.

Na *MLE*, deve-se maximizar $P(Y|\theta)$. Para isso, o valor de θ que maximize esta função, deve ser encontrado, e será denotado como θ_{ML} . Conforme visto na Equação 19, a probabilidade conjunta de uma coleção de variáveis aleatórias independentes, é o produto das probabilidades associadas com as variáveis aleatórias individuais no conjunto. Seja então Y um conjunto de observações independentes $\{y_1, y_2, \dots\}$, deve-se encontrar o valor de θ que maximize a seguinte Equação:

$$P(Y|\theta) = \prod_{y_i \in Y} P(y_i|\theta). \quad (21)$$

Devido ao produtório e ao fato de que neste trabalho as variáveis aleatórias são *i.i.d* com distribuição Gaussiana, utiliza-se a simplificação logarítmica:

$$\mathcal{L} = \sum_{y_i \in Y} \log P(y_i|\theta), \quad (22)$$

em que \mathcal{L} denota a *log-likelihood*. Dessa forma, a solução ML é definida como:

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \max_{\theta} \mathcal{L}. \quad (23)$$

De forma intuitiva, a estimação da *ML* maximiza a concordância do modelo selecionado com os dados observados. Para variáveis aleatórias discretas, ele maximiza a probabilidade dos dados observados na distribuição resultante [Kak 2017].

2.5 ESTIMAÇÃO DO ATRASO DE TEMPO

A estimativa de atraso de tempo foi amplamente estudada e uma série de métodos foram propostos [Carter 1976, Walker e Trahey 1995, Cespedes et al. 1995, Viola e Walker 2003, Viola e Walker 2005, Wiens e Bradley 2009, Teixeira et al. 2014]. Através desta técnica é calculado o deslocamento entre uma sequência de sinais de ultrassom retransmitidos, onde o deslocamento aparece como mudança de tempo ou de fase. A Figura 6 ilustra o atraso temporal entre dois sinais.

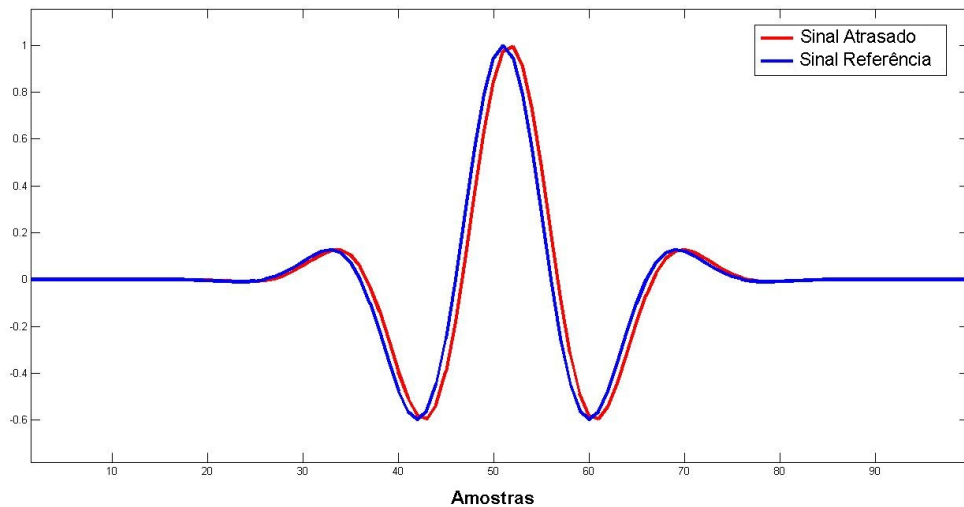


Figura 6: Dois pulsos ultrassônicos genéricos com deslocamento subamostral.

Dependendo da natureza da sua aplicação, o *TDE* pode ser alocado em duas grandes categorias, a saber, a estimativa de tempo de chegada (*time of arrival* ou *TOA*) e a diferença de tempo de chegada (*Time Difference of Arrival* ou *TDOA*). O primeiro tem como objetivo medir o tempo de atraso entre a transmissão de um sinal de pulso e a recepção de seu eco, enquanto o último, procura determinar o tempo de viagem de um frente de onda entre dois sensores receptores separados espacialmente. Embora exista uma relação intrínseca entre as estimativas *TOA* e *TDOA*, elas possuem diferenças notáveis. No primeiro caso, o sinal de referência “limpo”, ou seja, o sinal transmitido, é conhecido, de modo que a estimativa de atraso de tempo pode ser obtida com base em um único sensor. Já no *TDOA*, nenhum sinal de referência explícito está disponível, e a estimativa de atraso é frequentemente adquirida comparando os sinais recebidos em dois (ou mais) sensores separados espacialmente [Sadler e Kozick 2006]. Neste trabalho o sinal utilizado para as análises é proveniente de um sistema com apenas um transdutor ultrassônico trabalhando no modo pulso eco, e por conta disso, é utilizada uma técnica *TDE* baseada no *TOA*.

A estimação do atraso temporal geralmente é feita através da análise de mudanças unidimensionais (1-D) entre dois sinais (1-D). Esta ideia pode ser estendida para a aplicação em sinais bidimensionais (2-D) sujeitos a variações 2-D, ou mesmo sinais *N*-dimensionais sujeitos a variações *N*-dimensionais. A teoria analisada por trás dos métodos aplicados no presente trabalho, restringe-se ao problema unidimensional. Essa teoria pode ser estendida a análises em dimensões superiores de forma direta [Viola e Walker 2005]. A estimação do atraso de tempo, em geral, é aplicada em sinais no tempo discreto.

Muitos algoritmos de estimativa de atraso de tempo foram propostos ao longo dos anos, cada um oferece trocas entre precisão, resolução espacial e tempo computacional [Viola e Walker 2006, Pinton e Trahey 2006, Zahiri-azar e Salcudean 2008]. Alguns dos algoritmos conhecidos para a estimação do atraso temporal incluem: correlação cruzada (*CC*); correlação cruzada normalizada (*normalized cross correlation* ou *NCC*); covariância (*CV*); covariância normalizada (*CVN*); soma de diferenças ao quadrado (*sum of square differences* ou *SSD*); soma das diferenças absolutas (*sum of absolute differences* ou *SAD*). Os métodos *CC*, *NCC*, *CV* e *NCV* calculam a função do coeficiente de correlação e o local onde o coeficiente de correlação é o máximo é o atraso de tempo correspondente. Os métodos *SSD* e *SAD* calculam as funções de diferença ao quadrado e absoluta, respectivamente, e a localização onde as funções de diferença quadrada ou absoluta é mínima é o tempo de atraso correspondente. *NCC* e *NCV* são computacionalmente muito similares com a exceção de que o *NCV* considera a média da referência e os sinais de atraso. *NCC* e *NCV* diferem de *CC* e *CV* por considerarem a energia da referência e do sinal atrasado [Viola e Walker 2003]. A consideração da energia dos sinais a serem comparados traz benefícios pois pode compensar variações locais nos desvios-padrão e na média dos sinais [Friemel et al. 1995]. *NCC* e *NCV* necessitam de um alto desempenho computacional, o que pode ser problemático para a implementação em tempo real [Viola e Walker 2005].

Alguns fatores podem deteriorar o desempenho dos estimadores. Neste trabalho, a estimativa de atraso temporal é feita usando ecos ultrassônicos amostrados. Quando estes dados são diretamente utilizados para estimar o atraso de tempo, sem o uso da interpolação, é fornecida um *TDE* múltiplo inteiro do período de amostragem do sinal, e se houver algum deslocamento subamostral entre os sinais, este será negligenciado. No entanto, através do uso da interpolação para o aumento da resolução do sinal de referência, as estimativas de atraso de tempo podem fornecer resultados com precisão subamostral [Viola e Walker 2005]. Os sinais de referência e os que possuem atrasos subamostrais podem ser interpolados antes e/ou depois de se computar a função de correspondência de padrões (*pattern-matching function*), como mostrado na Figura 7.

Na aplicação do presente trabalho, os métodos de estimativa de atraso temporal estimam o deslocamento de tempo relativo entre as amostras de sinais de ecos ultrassônicos. Na maioria dos casos, os métodos de estimativa de atraso de tempo atuam como operadores de correspondência de características, em que um pequeno segmento de um sinal é selecionado e uma comparação é realizada para encontrar a melhor combinação entre este segmento e o outro sinal.

Sejam dois sinais amostrados:

$$s_1[n] = s_1(n \cdot T) \quad (24)$$

$$s_2[n] = s_2(n \cdot T), \quad (25)$$

em que $s_1[n]$ e $s_2[n]$ são sinais discretos no tempo, encontrados ao tirar amostras dos dados no tempo contínuo $s_1[n]$ e $s_2[n]$ em um intervalo de amostragem de T . Deseja-se então, estimar o atraso de tempo relativo entre os dois sinais.

Dentre as técnicas mencionadas anteriormente, a *NCC* tem sido amplamente utilizada em aplicações com ultrassom e seu desempenho relativo geralmente é considerado elevado. Este método utiliza as funções *pattern-matching* para calcular o atraso de tempo, tomando um segmento de dados do eco de referência e calculando o coeficiente de correlação entre este segmento, e o sinal a ser comparado. O cálculo da função *NCC* ou R_{NCC} entre um sinal de referência $s_1[n]$ e uma janela $s_2[n]$ deslocada é definida como em [Sakhnov et al. 2011]. Seu equacionamento é dado a seguir:

$$R_{NCC} = \frac{\sum_{i=r}^{r+N-1} (s_1[i] \cdot s_2[i + \tau])}{\sqrt{\sum_{i=r}^{r+N-1} s_1^2[i] \cdot \sum_{i=r}^{r+N-1} s_2^2[i + \tau]}}, \quad (26)$$

em que r é a origem da janela de referência, N se refere ao tamanho da janela, e τ é o atraso de tempo, sendo que o numerador da fração presente na Equação (26) é a correlação cruzada entre os sinais $s_1[n]$ e $s_2[n]$ e o denominador diz respeito à energia dos sinais, sendo utilizado para a normalização. Segundo [Walker e Trahey 1995] a normalização e a consideração da energia dos sinais comparados compensam variações locais no desvio padrão presente. O atraso temporal τ se dá quando a Equação (26) é maximizada.

O método *SSD* tem desempenho comparável ao *NCC*. Ele compara o sinal de referência com um *kernel* pelo método dos mínimos quadrados. O deslocamento que resultar na menor diferença entre os dois corresponde ao atraso temporal. Este método é definido pela Equação (27) como em [Viola e Walker 2005]:

$$R_{SSD} = \sum_{i=r}^{r+N-1} (s_1[i] - s_2[i + \tau])^2, \quad (27)$$

em que r é a origem do sinal da janela de referência, N é o comprimento das janelas, τ é o atraso

da pesquisa. Ao contrário do *NCC*, o *SSD* não leva em consideração a energia das janelas de referência e deslocadas e, como resultado, não compensa as variações locais da média e desvio padrão dos dados. Por outro lado, *SSD* é mais computacionalmente eficiente em comparação com *NCC*. A principal desvantagem do *NCC* é o alto custo computacional, o que pode ser problemático para implementações em tempo real [Viola e Walker 2006].

O desempenho de todos os algoritmos de estimativa de atraso de tempo pode ser deteriorado por erros introduzidos no processo de aquisição [Walker e Trahey 1995]. A interpolação dos dados pode ser utilizada com o objetivo de aumentar a taxa de amostragem do sinal, o que permite que a estimativa de atraso de tempo seja mais precisa. Essa interpolação ocorre antes do cálculo de uma função *pattern-matching*. Alguns métodos trabalham com a interpolação dos dados após o cálculo desta função, fazendo com que ela seja descrita como se esta fosse contínua no tempo. Este método permite que a estimativa do atraso temporal tenha precisão subamostral [Cespedes et al. 1995]. Uma série de métodos de interpolação foram descritos na literatura, como o ajuste da curva cosseno [Jong et al. 1990], ajuste da curva parabólica [Lai e Torp 1999] e interpolação por *splines* [Viola e Walker 2005, Viola e Walker 2006]. No entanto alguns destes métodos podem sofrer com elevados valores de *bias* e variância.

Após a amostragem, os sinais de tempo discreto podem ser processados através de uma variedade de algoritmos que estimam o atraso relativo de tempo entre eles. A abordagem mais direta é mostrada na Figura 7(a). Nesta abordagem, um método de correspondência de padrões indicado no bloco de cálculo da função *pattern-matching*, é usado para testar cada possível sobreposição entre $s_1[n]$ e $s_2[n]$ para produzir uma função que indica a qualidade da combinação entre os sinais em vários atrasos relativos. Esta função é então analisada para que seja localizada a posição da melhor combinação. Uma grande quantidade de técnicas que utilizam as funções *pattern-matching* são usadas atualmente. Algumas variações com análises do custo computacional, complexidade de implementação e precisão, podem ser vistas em alguns estudos [Viola e Walker 2005, Friemel et al. 1995]. Embora a estratégia mostrada na Figura 7(a) seja computacionalmente simples, seu desempenho é limitado pelo intervalo de amostragem, T . As estimativas de atraso de tempo serão dadas como múltiplos deste período de amostragem, o que eleva os valores de *bias* e variância.

Uma forma de se lidar com a situação previamente mencionada seria utilizando algum método de interpolação antes do cálculo da função de *pattern-matching*. Esse método pode ser visto na Figura 7(b). Pelo fato de que nesta abordagem a interpolação ocorre tanto no sinal

de referência quando no sinal que se deseja analisar, nota-se que este método permite uma estimativa mais fina do atraso temporal verdadeiro, embora o resultado ainda seja quantificado em um intervalo de amostragem determinado pela taxa de interpolação. O custo computacional deste método é mais elevado, já que os sinais analisados possuirão mais amostras a serem processadas.

Pode-se reduzir o custo computacional do método mencionado anteriormente aplicando a interpolação após o cálculo da função de *pattern-matching* como visto na Figura 7(c). Nesta abordagem, é calculada uma representação em tempo contínuo da função de *pattern-matching*. Os métodos analíticos podem ser aplicados a esta função para determinar o atraso temporal através da melhor combinação. Como essa abordagem funciona com uma função de tempo contínuo, a estimativa de atraso não é mais forçada a ser um múltiplo do período amostral. Alguns trabalhos foram desenvolvidos com abordagens para a solução deste problema [Cespedes et al. 1995, Jong et al. 1991]. Embora o custo computacional desses métodos seja frequentemente menor que o da interpolação de precorreção, eles geralmente sofrem com elevados valores de *bias* e variância [Viola e Walker 2005].

Os pontos fortes dos algoritmos descritos anteriormente podem ser explorados usando uma combinação de interpolação *prepattern-match* e *afterpattern-match*, como na Figura 7(d). Esta abordagem requer um elevado custo computacional já que ela aumenta o número de amostras dos sinais de entrada bem como da função de *pattern-matching*, porém tem um melhor desempenho quanto aos valores de *bias* e variância. Mesmo possuindo um melhor desempenho do que os métodos mencionados anteriormente, a alta demanda computacional deste método faz com que este não possa ser utilizado em algumas aplicações.

Neste trabalho, é utilizada a estratégia para a estimativa do atraso de tempo, vista na Figura 7(e). Esta oferece um melhor desempenho por um custo computacional reduzido. Neste método, utiliza-se a interpolação por *splines* para produzir uma representação de tempo contínuo do sinal de referência. Essa representação do sinal em tempo contínuo é então inserida na função de *pattern-matching*, juntamente com as amostras do segundo sinal, produzindo uma função de correspondência de padrões que pode ser facilmente processada de forma analítica para que seja encontrada uma estimativa subamostral de atraso de tempo [Viola e Walker 2005].

Voltando agora às Equações (24) e (25), e considerando agora que elas possuem comprimentos N e M , respectivamente, onde $M < N$. Determina-se uma expressão analítica de $s_1[n]$ através da interpolação por *splines* cúbicas, obtendo $s_1(t)$.

Para estimar o atraso de tempo, calcula-se uma função de correspondência de padrões

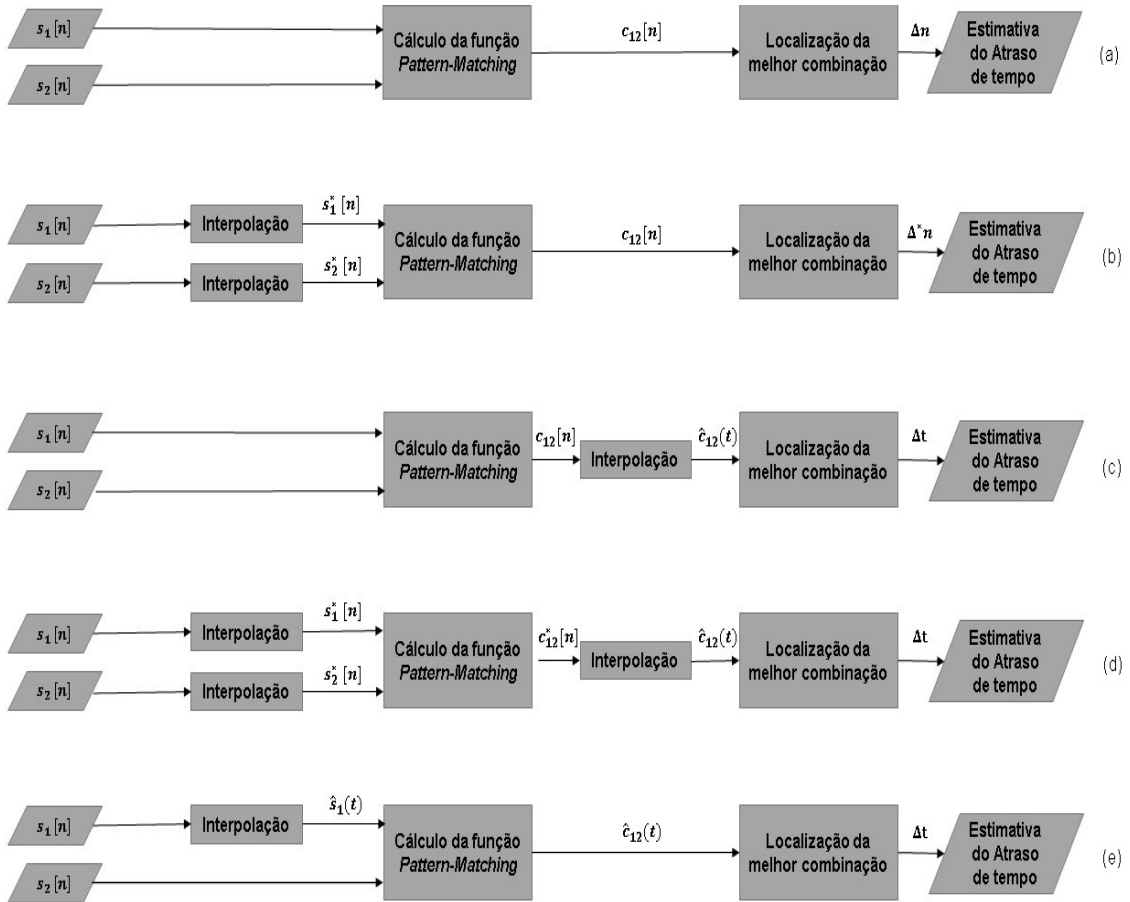


Figura 7: Diferentes estratégias para a realização da estimação de atraso temporal. A estratégia utilizada neste trabalho corresponde ao último item ilustrado. Adaptado de [Viola e Walker 2005]

entre $s_1(t)$ e $s_2[n]$. Embora existam várias funções disponíveis, considera-se que a soma do quadrado dos erros (*SSE*) entre os dois sinais é conveniente. O *SSE* entre os dois sinais é dado por:

$$\varepsilon(\tau) = \sum_{i=1}^M (\hat{s}_1(iT + \tau) - s_2[i])^2. \quad (28)$$

E a Equação (28) pode ser reescrita como:

$$\varepsilon(\tau) = \sum_{i=1}^M (f_i(t) - s_2[i])^2. \quad (29)$$

O valor de τ que minimiza o *SSE*, $\varepsilon(\tau)$, pode ser encontrado analiticamente tomando a derivada em relação a τ , definindo o resultado igual a zero e resolvendo para o mesmo. O valor de τ que minimiza o erro $\varepsilon(\tau)$ é escolhido para ser a estimativa de atraso de tempo local.

Para obter uma estimativa de atraso de tempo com qualidade superior, repete-se o processo acima $N - M$ vezes, deslizando o *kernel* (o sinal discretamente amostrado do comprimento M) através da janela (a representação do sinal contínuo de comprimento $N \cdot T$), produzindo um conjunto de $N - M$ estimativas locais, denotadas δD . A função interpoladora *spline* gera uma estimativa contínua e por partes ao longo de um intervalo $[0 \ 1] \cdot T$. Quando o *SSE* é aplicado e a derivada é tomada, o algoritmo busca uma combinação com o menor erro em um conjunto específico de combinações. A estimativa de atraso de tempo é encontrada quando τ estiver no intervalo de $[0 \ 1] \cdot T$. Esta estimativa de atraso é sujeita a quantização de amostragem. O processo é repetido movendo o sinal amostrado de uma amostra e pesquisando dentro do próximo intervalo $[0 \ 1] \cdot T$. Se a estimativa de atraso agora estiver entre $[0 \ 1] \cdot T$ e tiver um erro mínimo global, ela representa uma estimativa ótima. Caso contrário, o processo pode ser repetido. A melhor estimativa de atraso de tempo ou estimativa de atraso de tempo global é o elemento do vetor de estimativas locais, ΔD , que tem um valor entre 0 e 1, indicando que o atraso verdadeiro estava dentro do intervalo testado. No caso de o vetor de estimativa ΔD ter múltiplos valores entre 0 e 1, o que pode ocorrer se houver múltiplos picos de correlação, a estimativa de atraso de tempo global é a que leva ao erro mínimo. A posição desse elemento dentro do vetor ΔD dá a estimativa de atraso discreto, de forma semelhante ao caso de correlação normalizada ou *SSD*, na qual a posição do valor dentro da função de correlação determina o deslocamento quantificado. Os turnos da subamostra referem-se a mudanças de tempo que são uma fração do intervalo de amostragem. Desta forma, o método descrito aqui produz estimativas de atraso de tempo subamostral.

2.6 ESTADO DA ARTE

As técnicas de estimação de atraso temporal podem ser utilizadas em campos como radares, sonares, telecomunicações, imageamento médico, acústica e processamento de fala [Carter 1976]. No imageamento médico por ultrassom, o desempenho de muitas aplicações de processamento de sinal depende da estimativa precisa do atraso temporal relativo entre um eco de referência e os outros ecos presentes nos dados. A estimativa de atraso de tempo, no imageamento médico por ultrassom, tem aplicações em subáreas como a elasticidade tecidual [Cespedes et al. 1995], [Wells e Liang 2011], imagens de fluxo sanguíneo [Bohs et al. 1993], [Bohs et al. 2000], imagem de força de radiação acústica (ou *Acoustic Radiation Force Impulse Imaging* conhecido como ARFI) [Nightingale et al. 2002], correção de aberração de fase [Ng et al. 1994], estimativa de temperatura não invasiva [Simon et al. 1998], e assim por diante.

Na literatura várias técnicas de *TDE* podem ser encontradas, como a correlação cruzada normalizada (*normalized cross correlation*) e não normalizada (*non-normalized cross correlation*) [Friemel et al. 1995], a diferença absoluta de soma (*Sum of Absolute Differences* ou *SAD*) [Bohs e Trahey 1991] e o erro de soma quadrada (*SSE*) [Viola e Walker 2005]. Uma comparação de desempenho desses e outros métodos pode ser encontrada em [Viola e Walker 2003].

Em [Viola e Walker 2006], foram analisados e comparados alguns métodos propostos até então, com o intuito de validar ainda mais o método proposto em [Viola e Walker 2005]. De forma geral, são comparados o método baseado em interpolação por *splines* com outros métodos bem conhecidos e que trabalham no domínio da frequência, chegando a conclusão que os resultados apresentados pelo método de *TDE* baseados na interpolação por *splines* apresentam resultados com valores de *bias* e desvio padrão muito mais baixos do que se consegue chegar aplicando os métodos que trabalham no domínio da frequência.

No trabalho [Zahiri-azar e Salcudean 2008] é introduzido uma nova classe de estimador de atraso de tempo para a aplicação em ecos ultrassônicos. Este método é baseado no monitoramento de amostras através de uma representação contínua do eco. É mostrado que o desempenho deste método é superior aos métodos baseados em janelamentos, apresentando menores valores de *bias* em seus resultados.

Em [Luo e Konofagou 2010], é explorado o método de correlação cruzada rápida, ou *fast cross-correlation (FCC)* para a utilização em aplicações de ultrassom de alta precisão, como na elastografia. Verifica-se, nestes tipos de aplicação, que aspectos como custo computacional são de grande criticidade, e o método proposto apresenta uma modificação que elimina a redundância nos cálculos da *NCC*. Além disso, este método apresenta resultados de *bias* e variância similares aos conseguidos com a aplicação da *NCC* convencional, porém com custo computacional significativamente menor. Outro aspecto importante deste método é que ele pode ser estendido para estimações em 2D, podendo ser útil para aplicações em tempo real também neste caso.

No trabalho [Teixeira et al. 2014], é proposto um algoritmo para a estimativa de atraso de tempo subamostral entre dois sinais discretos sem utilizar interpolação ou *fitting*. Ele também compara este método, ao método de estimação de atraso de tempo utilizado no presente trabalho, proposto em [Viola e Walker 2005], obtendo bons resultados com um custo computacional menor.

Neste trabalho, o método de estimação de atraso de tempo escolhido foi proposto em

[Viola e Walker 2005]. Ele interpola o sinal de referência para encontrar uma estimativa de tempo contínua e o utiliza como uma função de correspondência de padrões. Esta função é comparada ao sinal discreto amostrado através da *SSE*. Um atraso de tempo relativo entre os dois sinais, é encontrado quando o *SSE* é mínimo. Esta abordagem é relativamente simples e direta e tem uma boa precisão a um custo computacional razoável. Além disso, o método pode ser analisado do ponto de vista probabilístico e interpretado como uma estimação *ML* em algumas situações.

Ja em relação ao tratamento de dados, diversos métodos podem ser aplicados. O método utilizado neste trabalho é baseado na regularização de Tikhonov, que é um dos métodos mais populares nesta área. Diversas abordagens podem ser verificadas na literatura. Um exemplo de ferramenta muito utilizada para o *denoising* foi apresentado em [Rudin et al. 1992], que apresenta um método de remoção de ruído de dados chamado de *Total Variation (TV)*. Nesta abordagem, a variação total do conjunto de dados é minimizada através de algumas restrições feitas baseadas em características do ruído presente, ou seja, também é uma forma de regularização. Este método é dependente da norma ℓ_2 .

Em [Taswell 2000] é proposta um abordagem que utiliza as transformadas *Wavelet*. Esta abordagem também é comparada com outras técnicas baseadas em transformadas de *Fourier*. Esta é feita através da aplicação da transformada linear *wavelet* no sinal, após isso, um método de *shrinkage denoising*, para que então seja feita a transformada *wavelet* inversa.

No trabalho [Chan e Glu 2005] é estudado o modelo de *denoising* por *TV* similar ao mencionado anteriormente. A modificação deste modelo baseia-se na utilização da norma ℓ_1 como termo de fidelidade aos dados.

Em [Frecon et al. 2017] é explicado que o *denoising* pode ser resolvido através de otimização determinística ou por procedimentos estocásticos *Bayesianos*. O processo determinístico é resolvido com baixo custo computacional mas depende da seleção de um parâmetro de regularização, e este parâmetro tem um efeito significativo na precisão da solução. Já o processo puramente estatístico pode aumentar muito o custo computacional na busca de um parâmetro de penalização razoável. O método proposto então, combina as duas abordagens de forma a ter um algoritmo com custo computacional relativamente baixo, com a escolha automática e rápida de um parâmetro de regularização. Este método utiliza a formulação do modelo $\ell_2 - Potts$.

Como mencionado anteriormente, para a etapa de estimação de atraso de tempo nas análises feitas neste trabalho, utiliza-se a técnica proposta por [Viola e Walker 2005]. Este

método de estimação de TD é simples e versátil, possui um desempenho comparável às técnicas atuais e precisão subamostral elevada para sinais com alto SNR. Além disso, verificou-se a possibilidade da reinterpretação desta técnica como uma ferramenta probabilística. Já para a etapa de reconstrução regularizada, utilizou-se a regularização de Tikhonov. Esta técnica também foi desenvolvida como uma ferramenta probabilística. Verificou-se uma melhoria na estimativa de atraso temporal com o cálculo conjunto de uma referência de eco ultrassônico mais suave e sua utilização para a estimativa TD . A aplicação do método proposto e seu desenvolvimento serão explicados a seguir.

Apesar de existirem métodos mais modernos do que os utilizados para as análises feitas no presente trabalho, as técnicas escolhidas para a realização do algoritmo apresentado podem ser desenvolvidas do ponto de vista probabilístico, fornecendo uma fundamentação teórica sólida e que pode ser estendida para diferentes aplicações. Além disso, ambas as técnicas de estimação de atraso de tempo e reconstrução de dados utilizadas neste trabalho, possuem em sua formulação a aplicação de *splines*, algo que chamou a atenção do autor, por se tratar de outra ferramenta matemática importante e versátil, que pode ser aplicada em diferentes áreas.

3 MÉTODO PROPOSTO

Considere um sistema de aquisição de dados de ultrassom que trabalha no modo pulso-eco. Como mencionado anteriormente, os ecos adquiridos podem estar contaminados com ruído e também possuir deslocamentos subamostrais relativos. Métodos de *TDE* podem ter seu desempenho comprometido quando os sinais analisados estão contaminados com ruído. Uma maneira de contornar este problema se dá através da aplicação de técnicas de reconstrução de dados para estimar um sinal de referência mais suave. O método proposto no presente trabalho utiliza técnicas de estimação de atraso temporal e métodos de reconstrução regularizada de dados, para estimar de forma conjunta um eco a ser utilizado como referencial de tempo e o atraso temporal relativo entre os ecos. As técnicas utilizadas são aplicadas de forma alternada, para que seja fornecido um eco de referência mais suave e, conseqüentemente, uma estimativa de atraso temporal mais precisa. Esse atraso subamostral é aplicado na matriz de suavização para que seja gerada uma nova referência. A aplicação do método proposto será explicada no decorrer deste capítulo.

3.1 DESENVOLVIMENTO

Considere um sinal obtido por um sistema de aquisição real. Este sinal é amostrado, sujeito a ruído Gaussiano branco aditivo e também os ecos têm atrasos de tempo de submersão entre eles. O modelo genérico de tempo discreto para um eco desse sinal é dado como:

$$f_i[n] = a_i y(nT - \tau_i), \quad (30)$$

em que $f_i[n]$ é o sinal adquirido, a_i representa a amplitude dos ecos, y é o sinal de referência, T é o período de amostragem e τ_i é o atraso de tempo subamostral, como ilustrado pela Figura 8.

O modelo em tempo discreto para o sinal contendo vários ecos é mostrado a seguir:

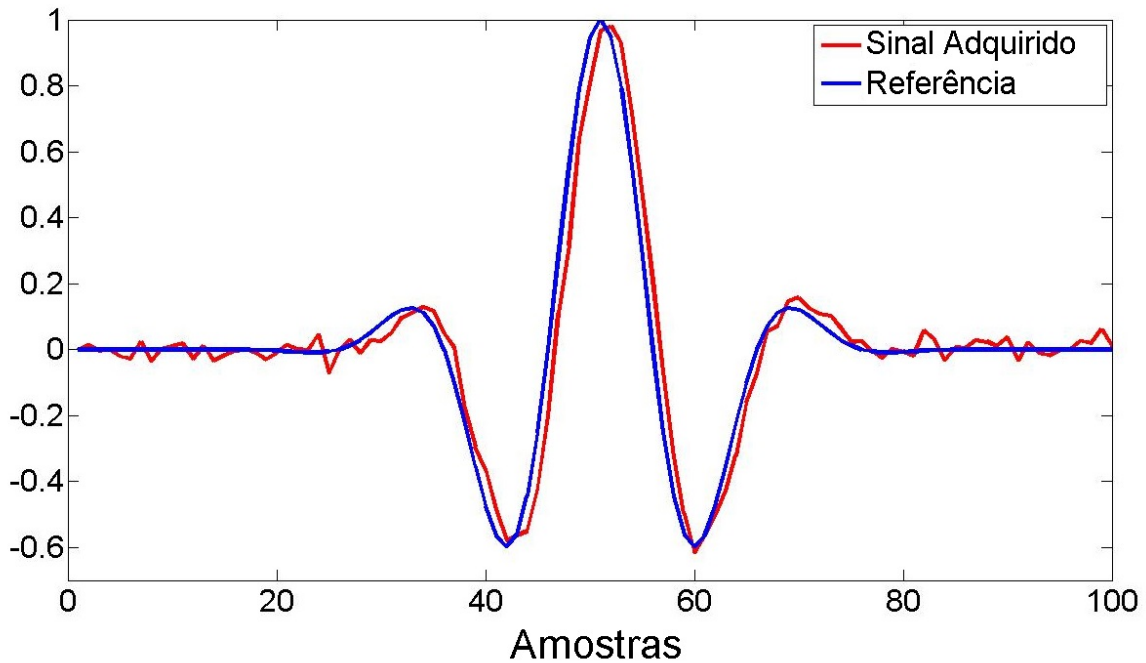


Figura 8: Sinal original e sinal adquirido. Pode-se verificar os efeitos do deslocamento subamostral e do ruído presentes em um processo de aquisição.

$$f[n] = \sum_{k=1}^K f_k[n] + w[n], \quad (31)$$

em que $f[n]$ é o sinal completo que contém ecos e $w[n]$ é o ruído Branco Aditivo e Gaussiano.

Aplicando-se um atraso de tempo conhecido entre os ecos, necessita-se de uma ferramenta com precisão de subamostra para obter uma estimativa. O método *TDE* analisado e aplicado neste trabalho foi o *SSE* proposto por [Viola e Walker 2005]. Ele tem precisão subamostral e comparada aos outros métodos, tem a vantagem de baixo custo computacional e, ainda, seu desempenho é tão preciso quanto o método de correlação cruzada. Esta abordagem também considera a energia dos dois sinais comparados. O *TDE* é tomado comparando o eco de energia mais alto com os outros, fornecendo um atraso de tempo relativo entre eles com uma precisão razoável. Pode-se notar que essa precisão diminui se o dado estiver corrompido por ruído. Outra observação interessante desta ferramenta, é que ela pode ser interpretada como um estimador de *maximum likelihood*. A aplicação deste método é ilustrada pelo fluxograma mostrado na Figura 9. Conforme explicado na seção 2.5, o sinal de referência definido é interpolado para a criação de sua representação no tempo contínuo. O sinal em alta resolução é comparado com o sinal de interesse, que por sua vez, continua em baixa resolução. A comparação é feita através da função *SSE* e a posição τ que fornecer o menor valor *SSE* será a

estimativa do atraso temporal.

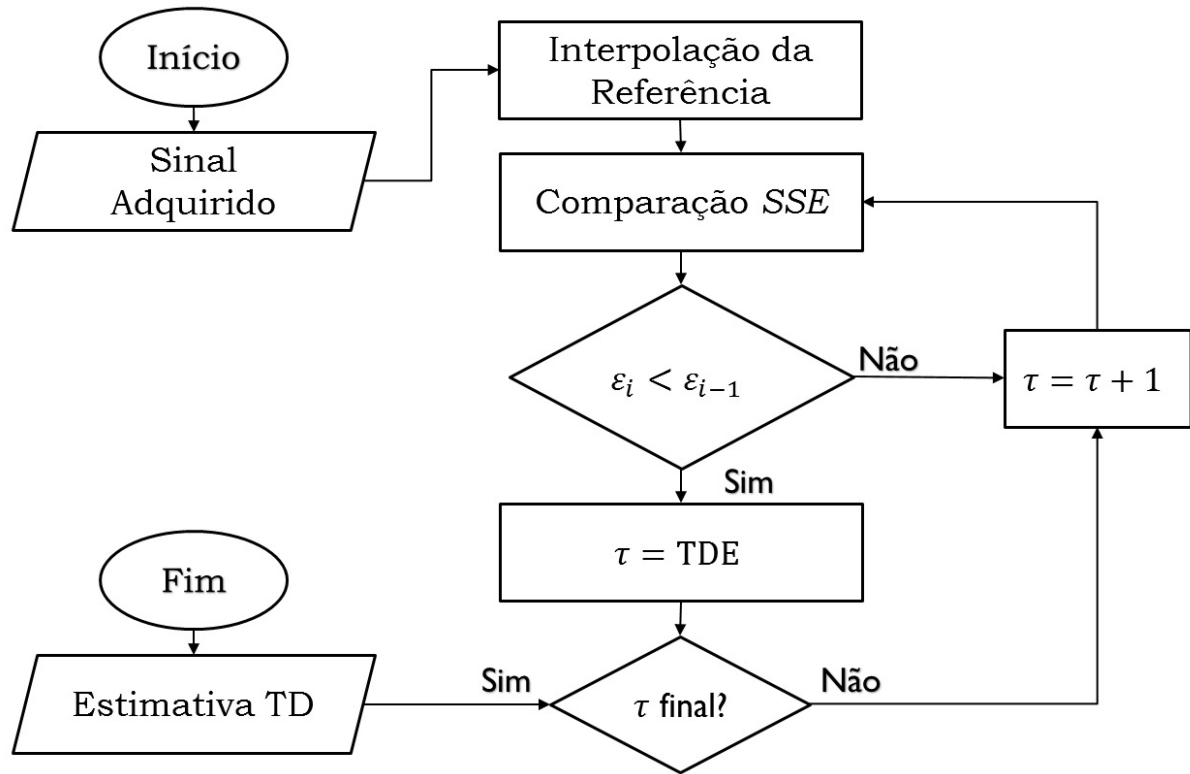


Figura 9: Aplicação do método convencional de TDE

Devido ao fato de que, em sistemas de aquisição reais, os dados são corrompidos pelo ruído, um método de reconstrução de dados regularizado é aplicado para obter uma estimativa de sinal com SNR mais elevado, reduzindo o efeito do ruído no TDE. A técnica de reconstrução aplicada neste trabalho é conhecida como *smoothing splines* com base em B-spline. Consiste em um método de interpolação relaxado, aplicando certas restrições de suavização aos dados. Ele melhora a estimativa do gradiente de intensidade para sinais ruidosos e, como técnica TDE, também pode ser interpretada em um ponto de vista probabilístico, fornecendo uma estimativa MAP. Isso será explorado mais adiante neste capítulo.

Este procedimento é repetido de forma alternada. O atraso de tempo da subamostra é usado como entrada na base de *splines* de suavização. O sinal é reconstruído com menor ruído e isso aumenta o desempenho do TDE, bem como a estimativa de dados. A Figura 10 ilustra a aplicação do método proposto. Nela, o bloco “Estimação TDE” comporta o fluxograma mostrado na Figura 9. Verifica-se que após a aplicação do método convencional é aplicada a rotina de suavização do sinal com o deslocamento subamostral das bases do dicionário de *B-splines*, ou seja, é realizada uma interpolação com restrições por *Smoothing Splines*. Esse procedimento será desenvolvido no decorrer deste capítulo.

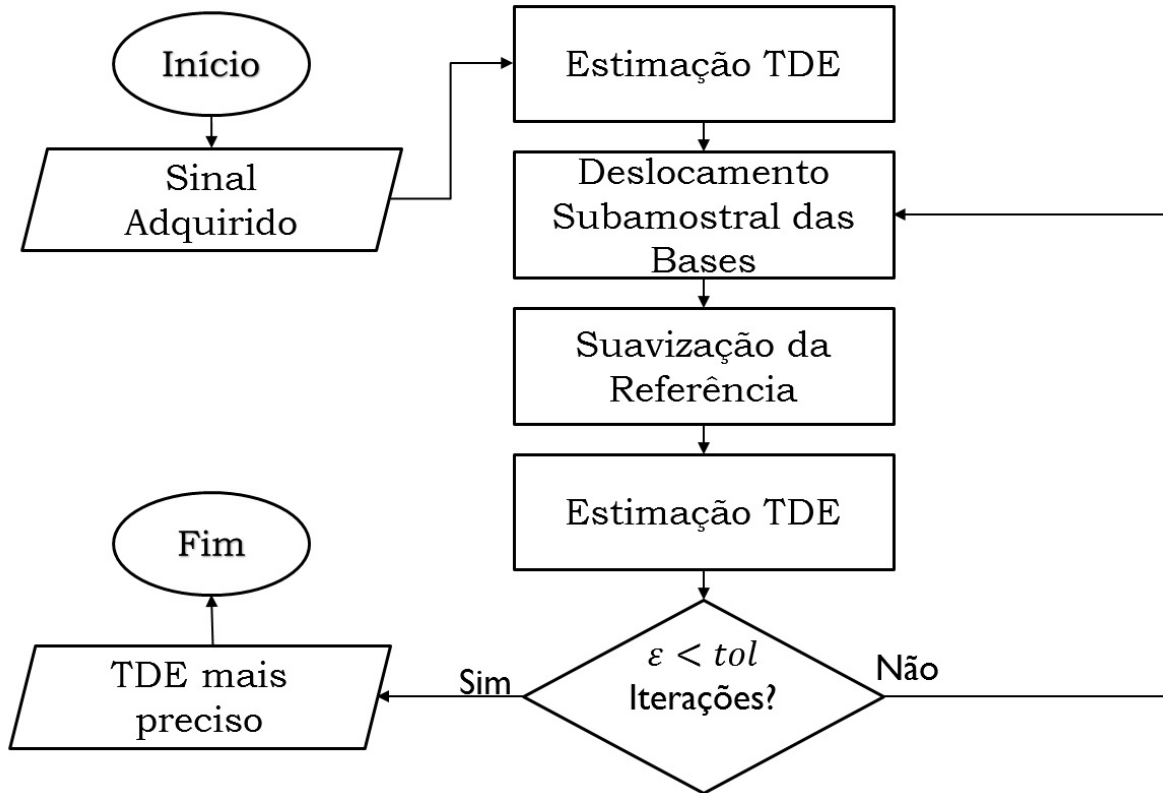


Figura 10: Aplicação do método *TDE* proposto

3.2 ESTIMAÇÃO DO ATRASO TEMPORAL NOS ECOS ULTRASSÔNICOS

A técnica apresentada em [Viola e Walker 2005] consiste em comparar dois sinais amostrados $f_r[n]$ e $f_k[n]$ com comprimentos N e M respectivamente e $N > M$. O primeiro sinal $f_r[n]$ é interpolado através de *splines* cúbicos para gerar o sinal estimado de tempo contínuo $\hat{f}_r(t)$. Então, uma função de correspondência de padrão entre $\hat{f}_r(t)$ e $f_k[n]$ é calculada através da *SSE* entre eles:

$$e(\tau) = \sum_{n=1}^M (\hat{f}_r(nT + \tau) - f_k[n])^2. \quad (32)$$

A solução da Equação (32) pode ser obtida através de sua derivação em relação a τ , definindo o resultado como zero e resolvendo também para τ . Este procedimento resulta no valor de τ que minimiza $e(\tau)$. Este valor é escolhido como o *TDE*. A solução é dada a seguir:

$$\frac{de(\tau)}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{n=1}^M (\hat{f}_r(nT + \tau) - f_k[n])^2 \right) = 0. \quad (33)$$

Para uma análise mais detalhada da teoria por trás da técnica de *TDE* utilizada, toma-se em consideração a parte probabilística de $e(\tau)$ na Equação (33). Esta análise está diretamente relacionada ao ruído Gaussiano presente nos sinais adquiridos, e irá mostrar que este método também pode ser visto como um estimador *maximum likelihood*.

Neste trabalho, é considerado que o primeiro eco não está sujeito ao atraso de tempo, de forma que este é utilizado como referência, implicando que $\tau_1 = 0$. Tem-se então seu modelo matemático:

$$f_r[n] = a_1 y(nT). \quad (34)$$

O método de *TDE* com interpolação do sinal de referência por *splines* de [Viola e Walker 2005] é então aplicado para encontrar o atraso de tempo entre o primeiro e segundo eco e, em seguida, para encontrar o atraso entre o primeiro e o terceiro eco, sendo que o primeiro eco é utilizado como referência. Em ambas as comparações, o eco de referência é dividido pela relação entre o seu valor máximo e o valor máximo do eco comparado, de modo que suas amplitudes são comparáveis:

$$f_k[n] = \frac{f_r[n]}{r_{rk}}, \quad (35)$$

em que r_{rk} é a relação entre o valor máximo do eco de referência e o valor máximo do k -ésimo eco.

Por exemplo, para encontrar o atraso de tempo entre o eco do modelo e outro eco, compara-se $f_r[n]$ com $f_k[n]$, através da Equação (32). Uma vez que nesta análise a única variável probabilística é o ruído que é misturado com os sinais comparados, e essa Equação (32) pode estar diretamente relacionada a esse ruído, algumas conclusões podem ser feitas. Por exemplo, se o ruído for definido como i.i.d. e ter uma distribuição Gaussiana, então

$$P(e(\tau)) = \prod_{n=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{[e(\tau)]^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (36)$$

a Equação (36) pode ser expressa como:

$$P(e(\tau)) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^M \prod_{n=1}^M \exp\left\{-\frac{(\hat{f}_r(nT + \tau) - f_k[n])^2}{2\sigma^2}\right\}. \quad (37)$$

A definição do Método da estimação *maximum likelihood* é dado como:

$$\hat{\tau}_{\text{ML}} = \arg \max_{\tau} \{P(e(\tau))\}. \quad (38)$$

Como visto anteriormente, uma vez que o Método da Máxima Verossimilhança requer a maximização da função de *likelihood*, e esta operação é feita através da sua derivada, e já que as variáveis aleatórias consideradas neste trabalho têm distribuição Gaussiana, utiliza-se a função *log-likelihood* conforme a seguir:

$$L(e(\tau)) = M \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right] - \sum_{n=1}^M \left\{ \frac{(\hat{f}_r(nT + \tau) - f_k[n])^2}{2\sigma^2} \right\}. \quad (39)$$

Para a minimização, deriva-se a (39) com relação a τ e iguala-se a zero. Tem-se:

$$\frac{dL(\tau)}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \left\{ \sum_{n=1}^M (\hat{f}_r(nT + \tau) - f_k[n])^2 \right\} = 0. \quad (40)$$

Pode-se afirmar de forma equivalente que o τ que maximiza (38), minimiza o termo dentro do exponencial conforme a seguinte Equação:

$$\hat{\tau}_{\text{ML}} = \arg \min_{\tau} \left\{ \sum_{n=1}^M (\hat{f}_r(nT + \tau) - f_k[n])^2 \right\}. \quad (41)$$

Comparando as Equações (33) e (40), pode-se ver que, no caso em que a variável aleatória tem distribuição Gaussiana e é i.i.d, o método de *TDE SSE* resulta na mesma estimativa para o parâmetro τ que é encontrada na aplicação do método da estimação *maximum likelihood*. Em [Hastie et al. 2009], outros aspectos da estimativa de MV são explorados.

3.3 RECONSTRUÇÃO REGULARIZADA DE SINAIS POR *SMOOTHING SPLINES*

A técnica utilizada para realizar a reconstrução regularizada é uma aplicação do método de interpolação *smoothing splines* com uma adaptação apresentada por [Hastie et al. 2009]. Esta técnica consiste em criar um dicionário com átomos de base de *B-splines* e encontrar um conjunto de coeficientes que combinem linearmente esses átomos para encontrar uma estimativa de dados mais suave.

Em [Reinsch 1967], [Panda et al. 1996] e [Bertero et al. 1988] a aplicação dos *smoothing splines* é analisada. Pode-se notar que esta técnica melhora a estimativa do gradiente de intensidade quando o sinal é ruidoso. Uma maneira de abordar o problema do ajuste de curva

restrita é encontrar o $f(x)$ que minimiza a seguinte função de custo:

$$\sum_{i \in Z} \{f_i - \hat{f}(x_i)\}^2 + \lambda \int_{-\infty}^{\infty} \{f''(t)\}. \quad (42)$$

A função de interpolação pode ser irregular e instável para um pequeno λ ou excessivamente suave para um grande valor de λ . Um valor de $\lambda \in (0, \infty)$ deve ser escolhido para uma reconstrução de dados razoavelmente boa. Essa abordagem é análoga ao problema de reconstrução de dados regularizada [Gockenbach 2016].

Como visto na Equação (8), o problema da reconstrução pode ser considerado equivalente a resolver um sistema de equações lineares para um vetor de parâmetro desconhecido \mathbf{x} para um dado vetor de dados \mathbf{f} e uma matriz de operação \mathbf{B} , portanto

$$\mathbf{f} = \mathbf{B}\mathbf{x}, \quad (43)$$

em que \mathbf{B} é um dicionário B-spline e \mathbf{x} é o vetor do coeficiente B-spline. A Figura 11 ilustra a estrutura do dicionário. As cores indicam a amplitude da base. Pode ver-se que a Matriz de Suavização tem uma natureza de bandas. Isso acontece porque a interpolação por *smoothing splines* é um método de ajuste local [Hastie et al. 2009]. O dicionário mencionado anteriormente é constituído da seguinte forma:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \beta_1^3(x_1) & \beta_2^3(x_1) & \beta_3^3(x_1) & \dots & \beta_n^3(x_1) \\ \beta_1^3(x_2) & \beta_2^3(x_2) & \beta_3^3(x_2) & \dots & \beta_n^3(x_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_1^3(x_m) & \beta_2^3(x_m) & \beta_3^3(x_m) & \dots & \beta_n^3(x_m) \end{bmatrix}, \quad (44)$$

ou seja, cada coluna de \mathbf{B} é composta por uma função base que se espalha nos coeficientes do vetor \mathbf{x} .

Uma vez que a Equação (43) não considera qualquer conhecimento prévio sobre uma possível solução, uma maneira razoável de resolver (43) seria encontrar um conjunto de soluções através do método de mínimos quadrados em comparação com o vetor de dados [Bannore 2009]. Tem-se a seguinte Equação:

$$\hat{\mathbf{f}}_{\text{LSF}} = \arg \min_x \|\mathbf{f} - \mathbf{B}\mathbf{x}\|_2^2, \quad (45)$$

em que $\|\mathbf{z}\|_2^2$ é a norma ℓ_2 , e $\arg \min_{\mathbf{x}}$ refere-se ao argumento \mathbf{x} que produz a solução de norma mínima. O vetor \mathbf{x} que resolve (45) pode ser encontrado por:

$$(\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \hat{\mathbf{x}}_{\text{LSF}} = \mathbf{B}^T \mathbf{f}, \quad (46)$$

A solução da Equação (45) através de (46) resulta no ajuste mínimo em quadrados com a menor norma ℓ_2 , e esta é a solução generalizada. Neste tipo de reconstrução, os objetos não observáveis nos dados são negligenciados. Esta solução também é sensível a pequenas variações de dados e, portanto, responsiva ao ruído. Esses problemas podem ser resolvidos através de conceitos de regularização propostos por [Tikhonov et al. 1995].

Basicamente, as restrições são aplicadas à solução para mitigar a natureza oscilante do ruído presente nos dados adquiridos. Essas restrições podem ser controladas através do parâmetro de regularização λ e, como mencionado na seção *Smoothing Splines Cúbicas*, esse parâmetro controla o equilíbrio entre uma solução estável e a solução generalizada.

A regularização é amplamente pesquisada e tem muita literatura sobre este assunto, como [Bertero et al. 1988], [Bannore 2009], [Jan 2006] e [Hastie et al. 2009]. Neste trabalho, utilizou-se a regularização de Tikhonov. Esse método é baseado na incorporação de informações anteriores do problema na solução. Isso pode ser realizado através da inclusão de um novo termo na Equação (45), como é ilustrado na seguinte função custo:

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{x} - \mathbf{f}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{D}\mathbf{B}\mathbf{x}\|_2^2, \quad (47)$$

em que \mathbf{H} é uma matriz de amostragem que diminui a resolução do vetor $\mathbf{B}\mathbf{x}$ para que ele seja comparável a \mathbf{f} e \mathbf{D} é a matriz de diferenças finitas ao quadrado, que é uma aproximação da derivada segunda do sinal. Desta forma é encontrado um vetor \mathbf{x} que, quando multiplicado pela matriz \mathbf{B} (alta resolução) e amostrado pela matriz \mathbf{H} (resolução das amostras), se aproxime suficientemente do vetor de amostras \mathbf{f} . A proximidade destes vetores será controlada pelo termo de regularização, garantindo uma suavidade na interpolação. A forma fechada da Equação (47) é:

$$(\mathbf{B}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{B} + \lambda \mathbf{B}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{B}) \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{B}^T \mathbf{H}^T \mathbf{f}, \quad (48)$$

e definindo $(\mathbf{B}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{B} + \lambda \mathbf{B}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{B}) = \mathbf{A}$ e $\mathbf{B}^T \mathbf{H}^T \mathbf{f} = \mathbf{b}$, tem-se

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (49)$$

que pode ser resolvida para \mathbf{x} através do algoritmo de gradiente conjugado pré-condicionado ou *pcg* (*preconditioned conjugate gradient*). A matriz resultante \mathbf{A} é simétrica, devido à multiplicação das matrizes por suas respectivas transpostas. Essa simetria é explorada pelo algoritmo *pcg*, que converge mais rapidamente quando lida com matrizes simétricas.

Quando comparadas, (46) e (48) ilustram a diferença entre a solução generalizada e a regularizada. É claramente demonstrado que para um valor λ maior, a solução Equação (48) se desvia da solução generalizada, e para um valor λ menor, eles se aproximam. Há muitas maneiras de encontrar uma solução para (48), incluindo a inversão de $(\mathbf{B}^T\mathbf{B} + \lambda\mathbf{L}^T\mathbf{L})$ e também, alguns métodos iterativos. Neste trabalho, o método utilizado foi o *gradiente conjugado pré-condicionado* [Shewchuk 1994] devido ao seu grande poder de convergência e precisão.

Neste trabalho, o problema da reconstrução também pode ser interpretado probabilisticamente. O primeiro termo da Equação (47) pode ser escrito como a função de densidade de probabilidade $P(\mathbf{f}|\mathbf{x})$, conforme a equação a seguir:

$$P(\mathbf{f}|\mathbf{x}) \propto \exp\left\{-\frac{\|\mathbf{f} - \mathbf{Bx}\|_2^2}{2\sigma_\epsilon^2}\right\}. \quad (50)$$

O segundo termo da Equação (47) pode ser escrito como $P(\mathbf{x})$:

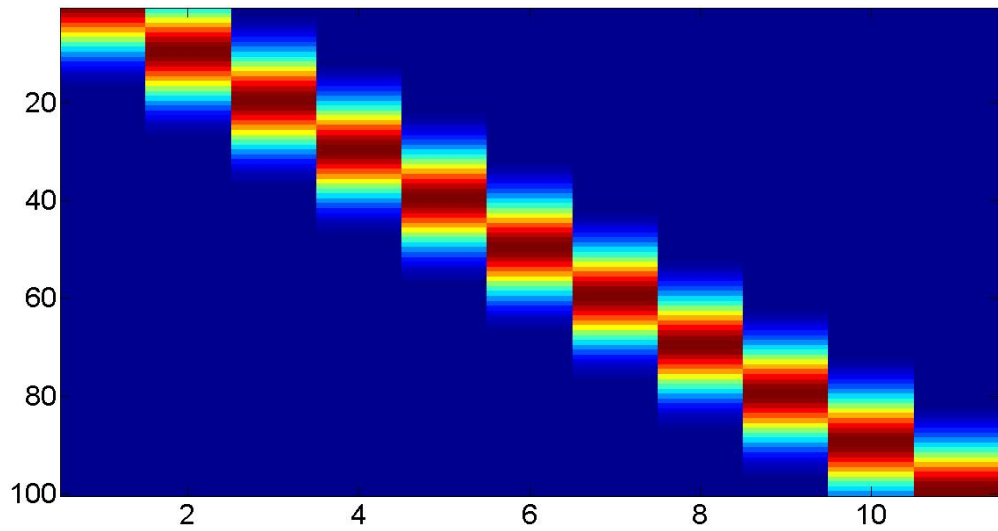
$$P(\mathbf{x}) \propto \exp\{-\lambda\|\mathbf{DBx}\|_2^2\}. \quad (51)$$

A Equação 51 traz a informação prévia que se tem da distribuição posterior.

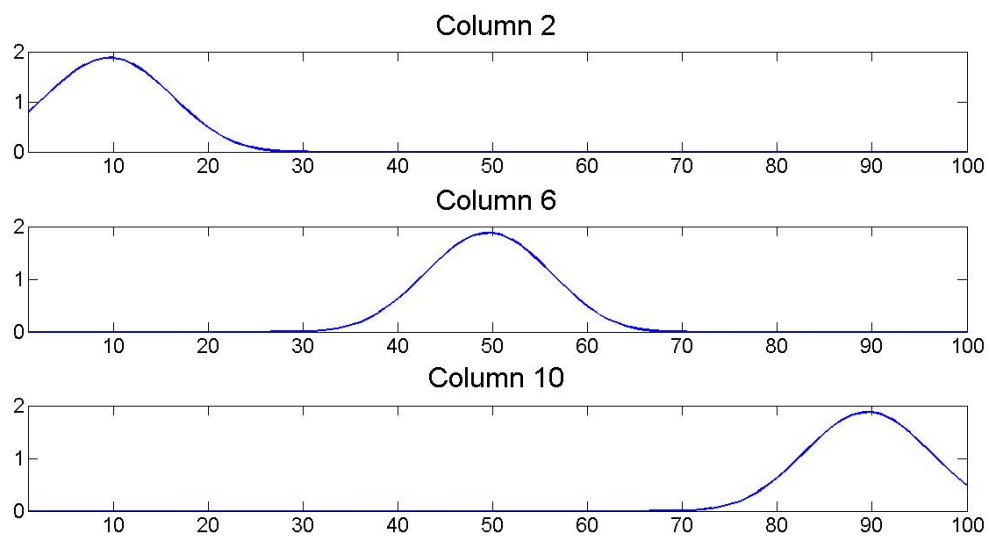
O processo de encontrar um vetor de coeficientes $\hat{\mathbf{x}}$ que maximiza o produto de (50) e (51), também pode ser interpretado como a maximização da distribuição posterior $P(\mathbf{x}|\mathbf{f})$, desta forma, pode-se concluir que este problema pode ser reinterpretado como uma estimação de máximo a posteriori (*MAP*), conforme mostrado a seguir:

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} P(\mathbf{x}|\mathbf{f}) = \arg \max_{\mathbf{x}} \{P(\mathbf{f}|\mathbf{x})P(\mathbf{x})\}. \quad (52)$$

Da mesma forma que o processo *MLE*, pode-se minimizar o log negativo do produto das Equações (50) e (51). Após isso, deriva-se o resultado em relação a \mathbf{x} e iguala-se a zero. Tem-se:



(a) Smoothing Matrix.



(b) Kernels.

Figura 11: Construção da Matriz de suavização, ou *Smoothing Matrix*. Em (a), pode-se ver que a *Smoothing Matrix* tem suporte local para os coeficientes, como esperado de bases *B-splines*, já em (b) verifica-se de a disposição das bases em suas respectivas colunas

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{MAP}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \{ -\log[P(\mathbf{x}|\mathbf{f})] \}; \quad (53)$$

$$\frac{d}{d\mathbf{x}} \{ -\log[P(\mathbf{x}|\mathbf{f})] \} = \frac{d}{d\mathbf{x}} \{ \|\mathbf{f} - \mathbf{B}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{D}\mathbf{B}\mathbf{x}\|_2^2 \} = 0. \quad (54)$$

Fica claro que a Equação (54) produz o mesmo resultado como (47). Isso significa que, em nosso caso, uma vez que as variáveis aleatórias são i.i.d, com distribuição Gaussiana, a reconstrução do sinal regularizado pode ser vista como uma estimativa *MAP* [Giovannelli e Idier 2015].

Após a estimativa de atraso de tempo, o sinal é reconstruído através de *smoothing splines*, que neste caso é uma interpolação penalizada por *B-spline* com um coeficiente para cada ponto de dados interpolados. O *TDE* é inserido no conjunto de bases *B-spline*, correspondente ao eco respectivo, forçando a propagação do ponto a ser adiada por esta estimativa.

4 RESULTADOS

Neste trabalho, as análises foram feitas a partir da construção de um sinal $\mathbf{y}(\mathbf{t})$ constituído por um pulso Gaussiano. Em seguida, ele foi amostrado e adicionado de ruído e um deslocamento subamostral para a simulação de uma aquisição real de um sinal, sendo então chamado de $\mathbf{f}[\mathbf{n}]$. Como explicado na seção anterior, o processo de aquisição também pode fazer com que os ecos tenham um atraso de tempo subamostral entre si decorrente do processo de amostragem, o que pode causar um impacto na informação obtida sobre o sinal original através dos dados. Este atraso de tempo é estimado através da aplicação de técnicas de *TDE* nos dados adquiridos. Posteriormente, o vetor de dados $\mathbf{f}[\mathbf{n}]$ é tratado através da interpolação por *B-splines* com diferentes coeficientes de regularização (*smoothing splines*), gerando $\hat{\mathbf{y}}$, que neste caso, é uma estimativa em alta resolução do sinal $\mathbf{y}(\mathbf{t})$. Calcula-se o erro de mínimos quadrados entre \mathbf{y} e $\hat{\mathbf{y}}$ para diversos valores do coeficiente de regularização e , dessa forma, o coeficiente que gera a estimativa $\hat{\mathbf{y}}$ com o menor erro é escolhido para dar continuidade no algoritmo. A estimativa $\hat{\mathbf{y}}$ é amostrada gerando $\hat{\mathbf{f}}$, de forma que este fique comparável a \mathbf{f} . Após isso, ele é utilizado como referência para a próxima iteração. Com o eco de referência, é encontrada uma estimativa de atraso temporal mais precisa. Essa estimativa é utilizada na construção da matriz de suavização na próxima iteração de reconstrução.

Como \mathbf{f} foi considerado como a representação do sinal contínuo \mathbf{y} sujeito aos efeitos de um sistema de aquisição, o vetor de coeficientes \mathbf{x} foi encontrado de forma que este teria as mesmas dimensões que o vetor de dados, enquanto o dicionário de *B-splines* \mathbf{B} aumentaria a resolução de \mathbf{x} em 10 vezes, ou seja, a mesma resolução do sinal primeiramente considerado como contínuo. Isso implica que para a comparação da reconstrução $\mathbf{B}\mathbf{x}$ com \mathbf{f} , seria necessário a realização de uma amostragem no sinal de alta resolução, para que este ficasse na mesma dimensão que o vetor de dados. Assim observa-se através da Equação (47) que a solução de mínimos quadrados é feita em baixa resolução enquanto a aplicação de restrições é feita na derivada do sinal em alta resolução.

A análise realizada com diversos níveis de ruído foi feita para ilustrar o desempenho

da interpolação apresentada neste trabalho, quando sujeita a diferentes situações. Isto traz a ideia da versatilidade do método aqui utilizado. Na Figura 12 é ilustrada a diferença entre a representação do sinal contínuo em azul, e o sinal reconstruído em vermelho utilizando o λ que gerava o menor erro de mínimos quadrados entre estes. Foram analisadas relações sinal-ruído (*SNR*) de (a) 10 dB, (b) 20 dB, (c) 30 dB, enquanto a Figura 13 ilustra o comportamento do erro nas reconstruções em relação ao aumento de λ , sendo a curva azul para *SNR* de 10 dB, a curva verde para *SNR* de 20 dB, a curva vermelha para *SNR* de 30 dB e os pontos pretos indicam o local do erro mínimo para cada uma dessas curvas. Para o pior dos casos apresentados neste trabalho, a interpolação com o melhor coeficiente de regularização tem um erro de aproximadamente 3%.

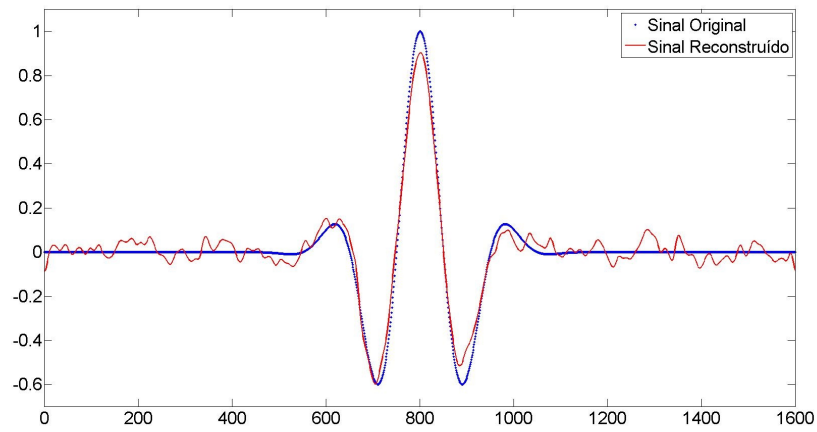
As simulações feitas para este trabalho consistem em aplicar o algoritmo de estimativa de atraso de tempo nos dados ruidosos. Depois disso, é aplicada uma rotina de reconstrução regularizada de dados (método de regularização de Tikhonov) para obter uma estimativa de dados mais suave e, em seguida, o *TDE* retirado novamente. A reconstrução agora é feita com uma ligeira mudança subamostral nas bases *B-splines*.

Os pulsos sinusoidais Gaussianos foram gerados através da função *gauspuls* do Matlab para simular os ecos de sinal. Esses pulsos apresentaram as seguintes características: frequência central de 5 MHz; largura de banda fracionada de 0,8; período de 1 μs . O primeiro eco tem amplitude de unidade e os últimos são multiplicados por 0.6 e 0.3, respectivamente. Os dados utilizados possuíam diferentes níveis de *SNR* para analisar o efeito da aplicação do método proposto para sinais com diferentes níveis de ruído.

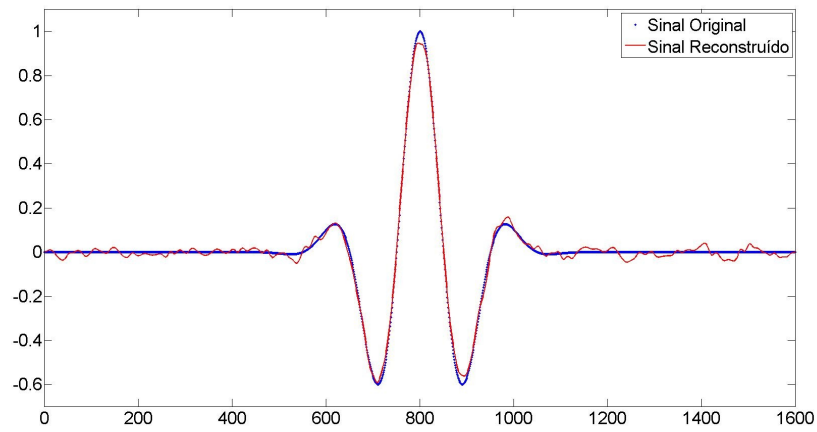
O atraso de tempo aplicado no sinal era conhecido para que a análise quantitativa pudesse ser feita. Este foi considerado como uma medida subamostral. Uma vez que se está tentando simular uma situação real de aquisição de sinal, os dados adquiridos são compostos de amostras de um sinal sujeito a ruído. Por simplicidade, então, o atraso de tempo subamostral aplicado é de 0.05 amostras com incremento de 0.05 aplicadas no segundo e terceiro ecos.

A saída do algoritmo proposto pode ser vista na Tabela 1. Através da combinação do método de *TDE* e também de métodos de reconstrução de dados de forma alternada, pode-se obter uma estimativa de modelo mais suave, bem como uma melhor estimativa de atraso de tempo com menor *bias* e variância. Observa-se que o primeiro *TDE* considerado é obtido diretamente do sinal ruidoso.

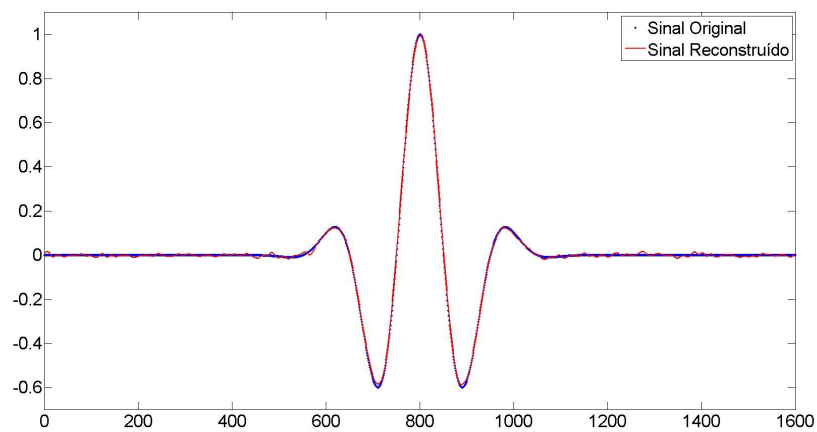
Na Tabela 1, são mostrados os resultados obtidos com a aplicação do método proposto neste trabalho para diversos atrasos de tempo para um *SNR* de 10. Foi aplicado um passo de incrementação do atraso temporal de 0.05 amostras, começando com o primeiro intervalo



(a)



(b)



(c)

Figura 12: Observa-se o desempenho da interpolação através da comparação da solução regularizada utilizando o λ que gerava o menor erro de mínimos quadrados para: (a) SNR 10; (b) SNR 20; (c) SNR 30.

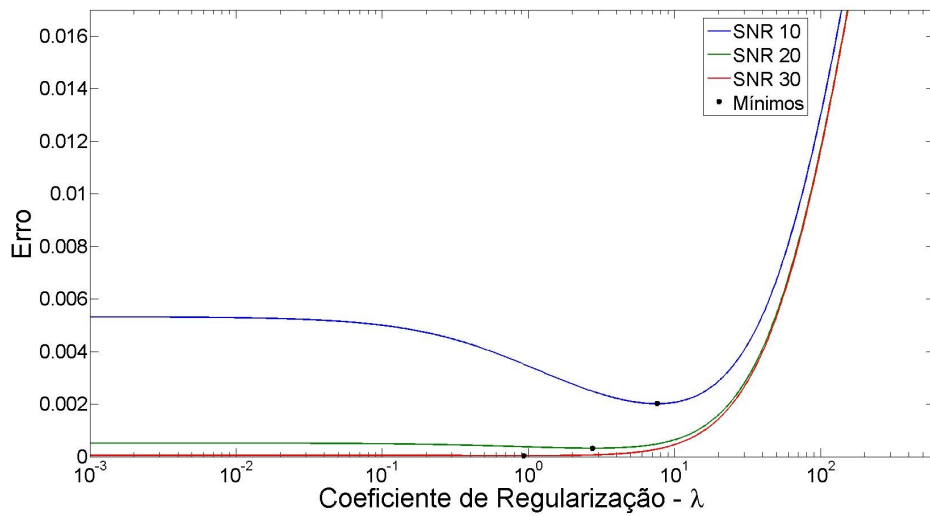


Figura 13: Comportamento do erro nas reconstruções em relação ao sinal original para o aumento de λ .

Tabela 1: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 10, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

TD Ecos 1 e 2	TDE Inicial	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
99.05	99.4110	99.0124	4.0470×10^{-3}	9.7452×10^{-4}
99.10	98.7001	99.0563	3.4103×10^{-3}	9.6378×10^{-4}
99.15	98.9942	99.0901	4.0330×10^{-3}	9.6175×10^{-4}
99.20	99.3829	99.2524	4.2216×10^{-3}	6.5216×10^{-4}
99.25	99.4250	99.3042	3.4103×10^{-3}	9.6378×10^{-4}
99.30	99.4647	99.2795	4.2293×10^{-3}	9.4958×10^{-4}
99.35	99.4571	99.3313	4.8034×10^{-3}	1.1826×10^{-3}
99.40	99.4678	99.4221	4.1142×10^{-3}	9.2785×10^{-4}
99.45	99.5061	99.4554	4.3828×10^{-3}	1.2577×10^{-3}
99.50	99.5632	99.5224	3.4103×10^{-3}	9.6378×10^{-4}
99.55	99.5843	99.5423	3.7859×10^{-3}	8.2548×10^{-4}
99.60	99.5144	99.6219	4.4351×10^{-3}	9.2217×10^{-4}
99.65	99.7187	99.6681	4.1122×10^{-3}	1.2287×10^{-3}
99.70	99.6327	99.7125	4.8539×10^{-3}	9.3184×10^{-4}
99.75	99.6597	99.7732	4.5166×10^{-3}	1.0157×10^{-3}
99.80	99.7381	99.8322	4.3872×10^{-3}	9.5744×10^{-4}
99.85	99.6245	99.8712	4.5430×10^{-3}	1.1160×10^{-3}
99.90	99.7651	99.8907	3.8607×10^{-3}	9.8847×10^{-4}
99.95	99.7754	100.0001	3.7201×10^{-3}	7.9594×10^{-4}

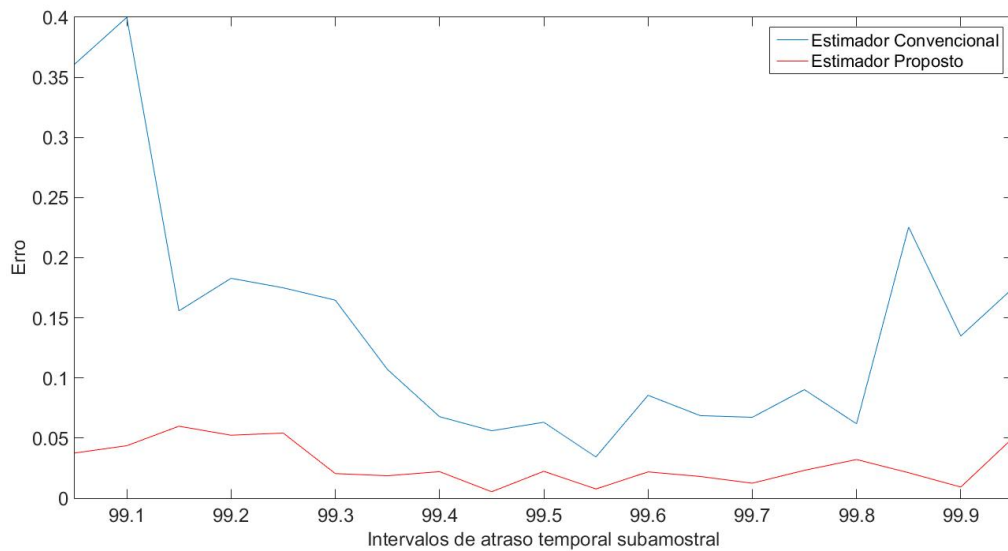


Figura 14: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 10, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

subamostral de 0.05 e finalizando com o último intervalo 0.95, abrangendo o espaço entre duas amostras. Pode-se ver a partir desta tabela que a aplicação do método proposto apresenta valores muito mais precisos do que a aplicação do estimador de atraso de tempo padrão. Alguns exemplos interessantes são os casos em que o atraso de tempo real eram: 99.05, em que o atraso de tempo calculado pelo método convencional resultou no valor 99.4110, apresentando um erro de aproximadamente 0.361 amostras enquanto o valor encontrado com a aplicação do método proposto foi 99.0120, com um erro de 0.0376 amostras; 99.10, em que pode-se verificar um desempenho similar ao anterior. Em relação ao erro MSE , compara-se o sinal ruidoso com o sinal genérico sem ruído na primeira coluna, e na segunda coluna, compara-se o sinal reconstruído com o mesmo sinal genérico. Verifica-se uma grande diminuição no erro devido a aplicação da reconstrução regularizada via *smoothing splines*. Os resultados da técnica desenvolvida no presente trabalho são estendidos para os outros intervalos subamostrais. Verifica-se uma ilustração gráfica destes resultados na Figura 14. Pode-se ver que os erros presentes nas estimativas do método proposto são menores do que 0.1 amostras, enquanto os erros cometidos pelo estimador convencional chegam a 0.4 amostras.

Na Tabela 2 verifica-se a comparação dos resultados obtidos com o método de estimação TD convencional, e a técnica apresentada neste trabalho para um SNR de 15. Para um TD de 99.70, o atraso de tempo calculado pelo método convencional resultou no valor 99.4287, apresentando um erro de aproximadamente 0.2713 amostras enquanto o valor encontrado com a aplicação do método proposto foi 99.7120, com um erro de 0.0121 amostras. Enquanto os erros

Tabela 2: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 15, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
99.05	99.0956	99.0124	2.4737×10^{-3}	3.6037×10^{-4}
99.10	99.2322	99.1243	1.9807×10^{-3}	3.4949×10^{-4}
99.15	99.2522	99.1774	2.1197×10^{-3}	3.1714×10^{-4}
99.20	99.3037	99.1951	1.8774×10^{-3}	3.2134×10^{-4}
99.25	99.1124	99.2202	1.9114×10^{-3}	3.1217×10^{-4}
99.30	99.3999	99.3122	2.1984×10^{-3}	3.2222×10^{-4}
99.35	99.2152	99.3611	2.2458×10^{-3}	3.3218×10^{-4}
99.40	99.5178	99.4121	1.9211×10^{-3}	2.9127×10^{-4}
99.45	99.5145	99.4659	2.3405×10^{-3}	3.8993×10^{-4}
99.50	99.4613	99.4945	1.9663×10^{-3}	2.7892×10^{-4}
99.55	99.6587	99.5411	1.7711×10^{-3}	2.7410×10^{-4}
99.60	99.6717	99.5905	2.4138×10^{-3}	3.2547×10^{-4}
99.65	99.8022	99.6418	2.9142×10^{-3}	3.3327×10^{-4}
99.70	99.4287	99.7121	2.7541×10^{-3}	3.2108×10^{-4}
99.75	99.8131	99.7632	1.7185×10^{-3}	2.4874×10^{-4}
99.80	99.8741	99.8173	2.1297×10^{-3}	3.1364×10^{-4}
99.85	99.7954	99.8412	2.5164×10^{-3}	3.2185×10^{-3}
99.90	99.7450	99.9104	1.9669×10^{-3}	3.9290×10^{-4}
99.95	99.8230	99.9425	2.0829×10^{-3}	3.6768×10^{-4}

cometidos pelo método convencional se aproximam de 0.3 amostras, os erros presentes nas estimativas feitas pelo método proposto fornecem resultados com erros que não ultrapassam 0.05 amostras.

Na Tabela 3 pode-se verificar uma comparação dos resultados para um SNR de 20. Um resultado interessante desta tabela é verificado quando o TD real era de 99.40, em que o atraso de tempo calculado pelo método convencional resultou no valor 99.3212, apresentando um erro de aproximadamente 0.0788 amostras enquanto o valor encontrado com a aplicação do método proposto foi 99.3980, com um erro de 0.0016 amostras. Pode-se observar o bom desempenho da técnica apresentada neste trabalho, para valores baixos de SNR , principalmente devido à aplicação da técnica de reconstrução conjunta à técnica de estimativa do atraso de tempo. Os erros presentes nas estimativas fornecidas pelos diferentes métodos podem ser verificados na Figura 16.

Já na Tabela 4 são comparados os resultados obtidos pelos métodos para um SNR de

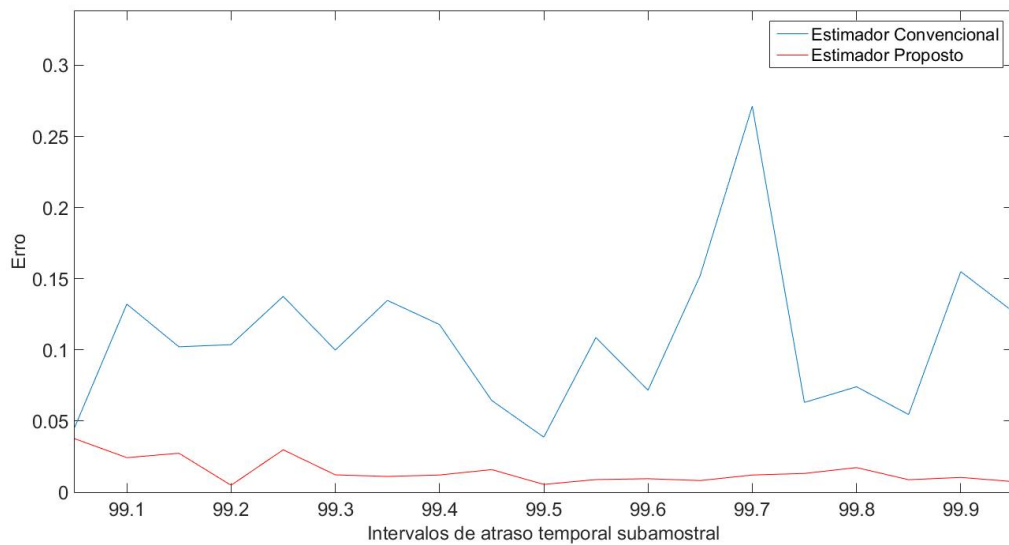


Figura 15: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 15, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

25. É ressaltado o resultado para o TD real de 99.85, em que o atraso de tempo calculado pelo método convencional resultou no valor 99.7571, apresentando um erro de aproximadamente 0.0929 amostras enquanto o valor encontrado com a aplicação do método proposto foi 99.8410, com um erro de 0.0087 amostras. A comparação destes resultados é ilustrada na Figura 17.

Na Tabela 5 verifica-se uma comparação dos resultados para um SNR de 30. Quando o TD real era de 99.10, o atraso de tempo calculado pelo método convencional resultou no valor 99.1218, apresentando um erro de aproximadamente 0.0218 amostras enquanto o valor encontrado com a aplicação do método proposto foi 99.0990, com um erro de 0.0015 amostras. A diferença de precisão dos métodos pode ser verificada na Figura 18. Verifica-se uma estabilidade maior nos resultados fornecidos pelo método proposto.

Já na Tabela 6 observa-se uma comparação dos resultados para um SNR de 35. Um resultado interessante desta tabela é verificado quando o TD real era de 99.55, em que o atraso de tempo calculado pelo método convencional resultou no valor 99.5412, apresentando um erro de aproximadamente 0.0088 amostras enquanto o valor encontrado com a aplicação do método proposto foi 99.5490, com um erro de 0.0010 amostras. A Tabela 6 é ilustrada pela Figura 19.

Na Tabela 7 verifica-se uma comparação dos resultados para um SNR de 40. Neste caso, quando o TD real era de 99.65 o atraso de tempo calculado pelo método convencional resultou no valor 99.6422, apresentando um erro de aproximadamente 0.0078 amostras enquanto o valor encontrado com a aplicação do método proposto foi 99.6490, com um erro

Tabela 3: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 20, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
99.05	99.1187	99.0751	1.8049×10^{-3}	1.0292×10^{-4}
99.10	99.0243	99.0895	2.0671×10^{-3}	1.2173×10^{-4}
99.15	99.2329	99.1846	1.7642×10^{-3}	1.2047×10^{-4}
99.20	99.2603	99.2178	2.0706×10^{-3}	9.7897×10^{-5}
99.25	99.3449	99.2619	2.1227×10^{-3}	1.0139×10^{-4}
99.30	99.4051	99.3185	1.8575×10^{-3}	9.8218×10^{-5}
99.35	99.4585	99.3641	2.0272×10^{-3}	9.6144×10^{-5}
99.40	99.3212	99.3984	1.8545×10^{-3}	9.9847×10^{-5}
99.45	99.4913	99.4489	1.4513×10^{-3}	1.0331×10^{-4}
99.50	99.5549	99.5088	1.5103×10^{-3}	1.1127×10^{-4}
99.55	99.6101	99.5631	2.2389×10^{-3}	1.3512×10^{-4}
99.60	99.4328	99.5897	1.5575×10^{-3}	9.8436×10^{-5}
99.65	99.8545	99.6589	2.2209×10^{-3}	1.2317×10^{-4}
99.70	99.8851	99.7201	2.0203×10^{-3}	9.7549×10^{-5}
99.75	99.8279	99.7419	1.5166×10^{-3}	9.8057×10^{-5}
99.80	99.8611	99.8135	2.1007×10^{-3}	1.5611×10^{-4}
99.85	99.7142	99.8439	2.0440×10^{-3}	9.5852×10^{-5}
99.90	99.8413	99.9089	1.9425×10^{-3}	9.4439×10^{-5}
99.95	99.8517	99.9559	2.4359×10^{-3}	1.0874×10^{-4}

de 0.0009 amostras. Como esperado, erro dos métodos é cada vez menor, mas ainda para elevados valores de SNR , verifica-se que o método proposto possui uma melhor precisão. Vide Figura 20.

Resultados comparando a estimativa TD do método convencional e proposto feita entre os ecos 1 e 3 podem ser encontrados no apêndice.

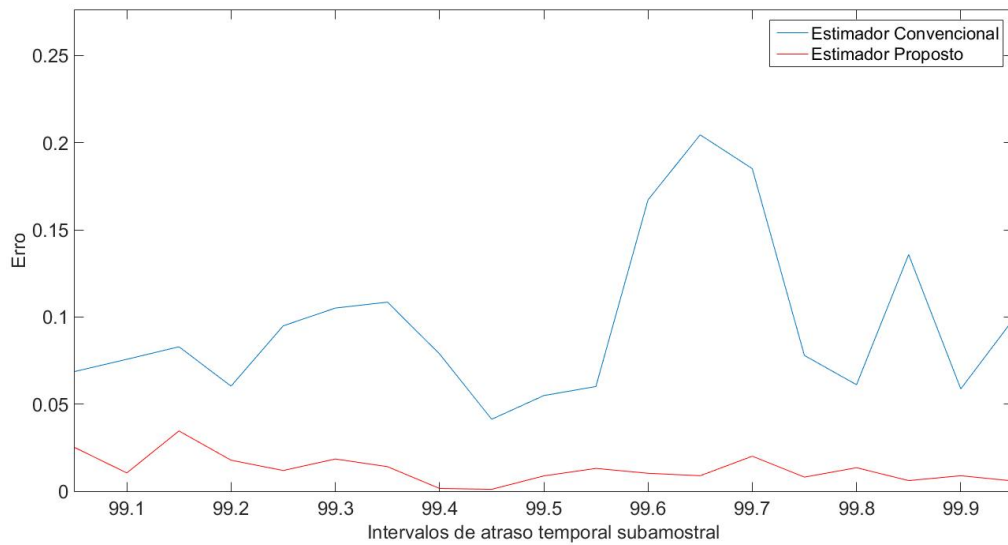


Figura 16: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 20, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

Tabela 4: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 25, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
99.05	99.0312	99.0441	1.6236×10^{-3}	4.1542×10^{-5}
99.10	99.1288	99.1103	1.7213×10^{-3}	5.7147×10^{-5}
99.15	99.1911	99.1601	1.6072×10^{-3}	3.7104×10^{-5}
99.20	99.2478	99.2071	1.6262×10^{-3}	3.8599×10^{-5}
99.25	99.2928	99.2658	1.5864×10^{-3}	4.3251×10^{-5}
99.30	99.2708	99.2912	1.6362×10^{-3}	3.9180×10^{-5}
99.35	99.3881	99.3674	1.7298×10^{-3}	3.2762×10^{-5}
99.40	99.4570	99.4129	1.6877×10^{-3}	3.9137×10^{-5}
99.45	99.4181	99.4554	1.3828×10^{-3}	1.2577×10^{-5}
99.50	99.5517	99.5091	1.4103×10^{-3}	4.1128×10^{-5}
99.55	99.5012	99.5431	1.6129×10^{-3}	3.9053×10^{-5}
99.60	99.6899	99.6113	1.3914×10^{-3}	3.3111×10^{-5}
99.65	99.7032	99.6438	1.3417×10^{-3}	2.8971×10^{-5}
99.70	99.7512	99.7059	1.6328×10^{-3}	3.5177×10^{-5}
99.75	99.6987	99.7610	1.5511×10^{-3}	3.0091×10^{-5}
99.80	99.8611	99.8099	1.6109×10^{-3}	3.5153×10^{-5}
99.85	99.7571	99.8413	1.4555×10^{-3}	4.2895×10^{-5}
99.90	99.8125	99.9103	1.8661×10^{-3}	3.2589×10^{-5}
99.95	99.8741	99.9612	1.7182×10^{-3}	3.1456×10^{-5}

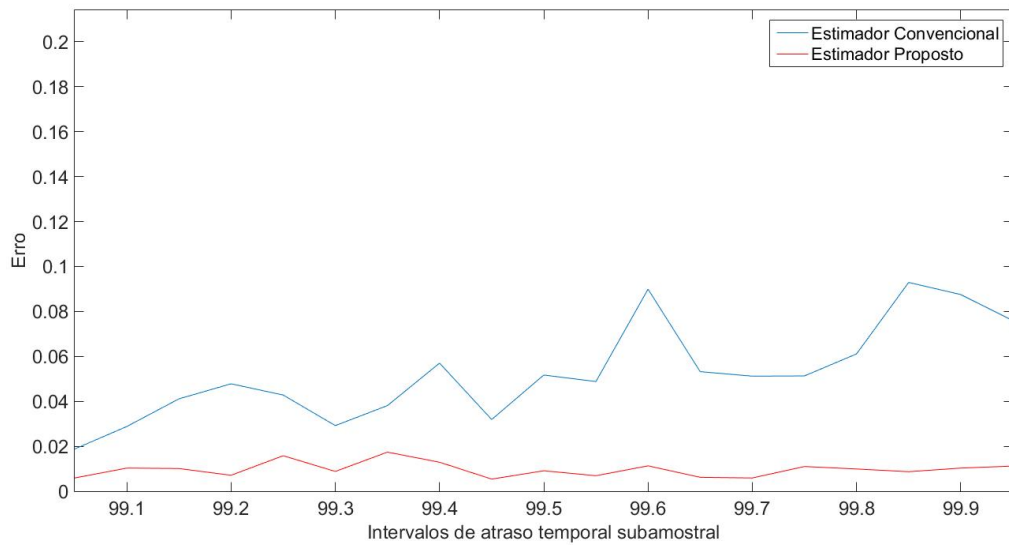


Figura 17: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 25, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

Tabela 5: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 30, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
99.05	99.0688	99.0587	1.6112×10^{-3}	1.5217×10^{-5}
99.10	99.1218	99.0985	1.4103×10^{-3}	1.8141×10^{-5}
99.15	99.1128	99.1603	1.1252×10^{-3}	1.5549×10^{-5}
99.20	99.2235	99.2055	1.2328×10^{-3}	1.5088×10^{-5}
99.25	99.2146	99.2478	1.5123×10^{-3}	1.4903×10^{-5}
99.30	99.3652	99.3107	1.5696×10^{-3}	1.5678×10^{-5}
99.35	99.3952	99.3588	1.4589×10^{-3}	1.3508×10^{-5}
99.40	99.4253	99.4118	1.6548×10^{-3}	1.3012×10^{-5}
99.45	99.4850	99.4554	1.6589×10^{-3}	1.1252×10^{-5}
99.50	99.4819	99.4914	1.5613×10^{-3}	1.5218×10^{-5}
99.55	99.5714	99.5589	1.2312×10^{-3}	1.3221×10^{-5}
99.60	99.5741	99.6127	1.4251×10^{-3}	1.6075×10^{-5}
99.65	99.6812	99.6478	1.4510×10^{-3}	1.7586×10^{-5}
99.70	99.6759	99.7074	1.6895×10^{-3}	1.5320×10^{-5}
99.75	99.7213	99.7601	1.7491×10^{-3}	1.5038×10^{-5}
99.80	99.8327	99.8079	1.4852×10^{-3}	1.3891×10^{-5}
99.85	99.8221	99.8607	1.5696×10^{-3}	1.7512×10^{-5}
99.90	99.8796	99.8919	1.7096×10^{-3}	1.9261×10^{-5}
99.95	99.9296	99.9675	1.5438×10^{-3}	1.7955×10^{-5}

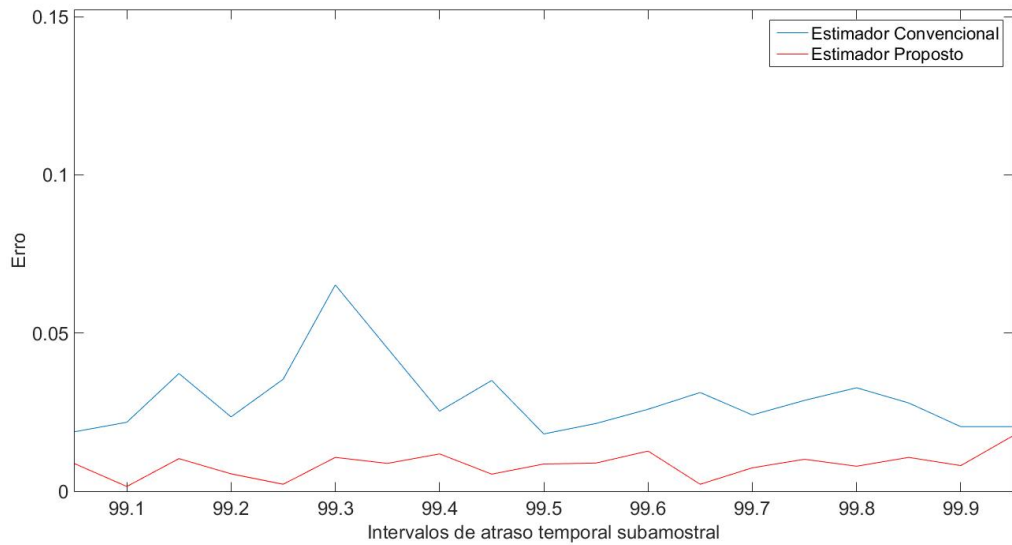


Figura 18: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 30, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

Tabela 6: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 35, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
99.05	99.0607	99.0601	1.5402×10^{-3}	5.7161×10^{-6}
99.10	99.1136	99.1079	1.5087×10^{-3}	6.2942×10^{-6}
99.15	99.1639	99.1601	1.5426×10^{-3}	6.3039×10^{-6}
99.20	99.2156	99.2045	1.4818×10^{-3}	6.2437×10^{-6}
99.25	99.2396	99.2427	1.4888×10^{-3}	5.5186×10^{-6}
99.30	99.3061	99.3047	1.5131×10^{-3}	5.0978×10^{-6}
99.35	99.3424	99.3479	1.4545×10^{-3}	6.2954×10^{-6}
99.40	99.4189	99.4082	1.4810×10^{-3}	5.1734×10^{-6}
99.45	99.4601	99.4579	1.4701×10^{-3}	4.0295×10^{-6}
99.50	99.4901	99.4939	1.5320×10^{-3}	7.1412×10^{-6}
99.55	99.5412	99.5490	1.4473×10^{-3}	4.5109×10^{-6}
99.60	99.6128	99.6035	1.4873×10^{-3}	6.2519×10^{-6}
99.65	99.6715	99.6483	1.5489×10^{-3}	5.4596×10^{-6}
99.70	99.6855	99.6947	1.4559×10^{-3}	5.1425×10^{-6}
99.75	99.7617	99.7528	1.4855×10^{-3}	6.2512×10^{-6}
99.80	99.8152	99.8021	1.4758×10^{-3}	6.2101×10^{-6}
99.85	99.8378	99.8561	1.5545×10^{-3}	6.5417×10^{-6}
99.90	99.8875	99.8978	1.5110×10^{-3}	6.7859×10^{-6}
99.95	99.9352	99.9536	1.4273×10^{-3}	5.9752×10^{-6}

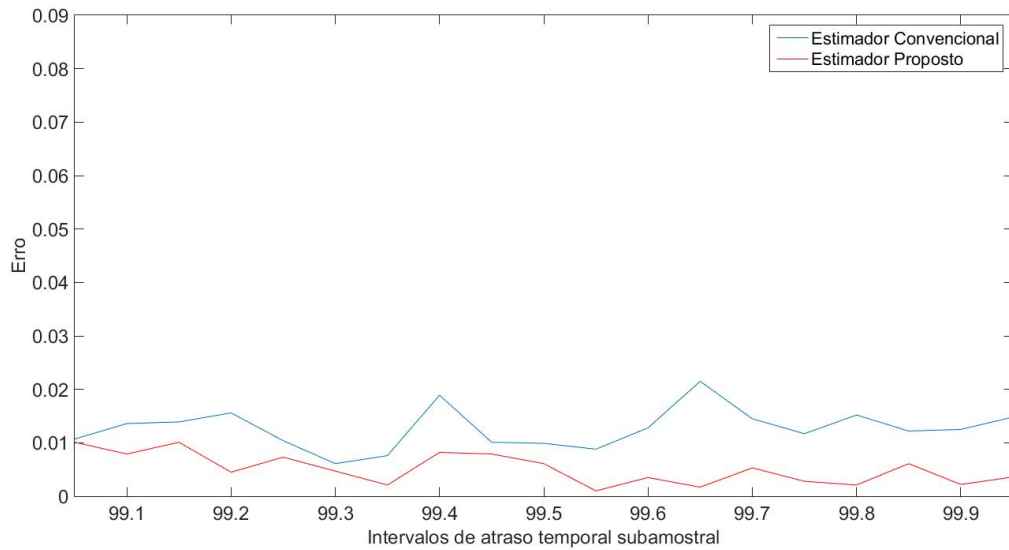


Figura 19: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 35, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

Tabela 7: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 40, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
99.05	99.0447	99.0469	1.5144×10^{-3}	1.9172×10^{-6}
99.10	99.1087	99.1051	1.4194×10^{-3}	1.9849×10^{-6}
99.15	99.1422	99.1475	1.5206×10^{-3}	2.0651×10^{-6}
99.20	99.1929	99.1959	1.5141×10^{-3}	2.1522×10^{-6}
99.25	99.2405	99.2430	1.5051×10^{-3}	2.0556×10^{-6}
99.30	99.3061	99.3039	1.4941×10^{-3}	1.9926×10^{-6}
99.35	99.3430	99.3440	1.5086×10^{-3}	1.9632×10^{-6}
99.40	99.4058	99.4052	1.5651×10^{-3}	2.0124×10^{-6}
99.45	99.4561	99.4554	1.5436×10^{-3}	1.9786×10^{-6}
99.50	99.5075	99.5067	1.4932×10^{-3}	1.9236×10^{-6}
99.55	99.5595	99.5590	1.5012×10^{-3}	1.9863×10^{-6}
99.60	99.6077	99.6051	1.5127×10^{-3}	2.0589×10^{-6}
99.65	99.6422	99.6491	1.4785×10^{-3}	1.9155×10^{-6}
99.70	99.7108	99.7043	1.6138×10^{-3}	2.1083×10^{-6}
99.75	99.7574	99.7520	1.4899×10^{-3}	1.9124×10^{-6}
99.80	99.8087	99.8020	1.4919×10^{-3}	1.9369×10^{-6}
99.85	99.8411	99.8451	1.6013×10^{-3}	2.1191×10^{-6}
99.90	99.8910	99.9031	1.4521×10^{-3}	1.8991×10^{-6}
99.95	99.9612	99.9536	1.5520×10^{-3}	1.9911×10^{-6}

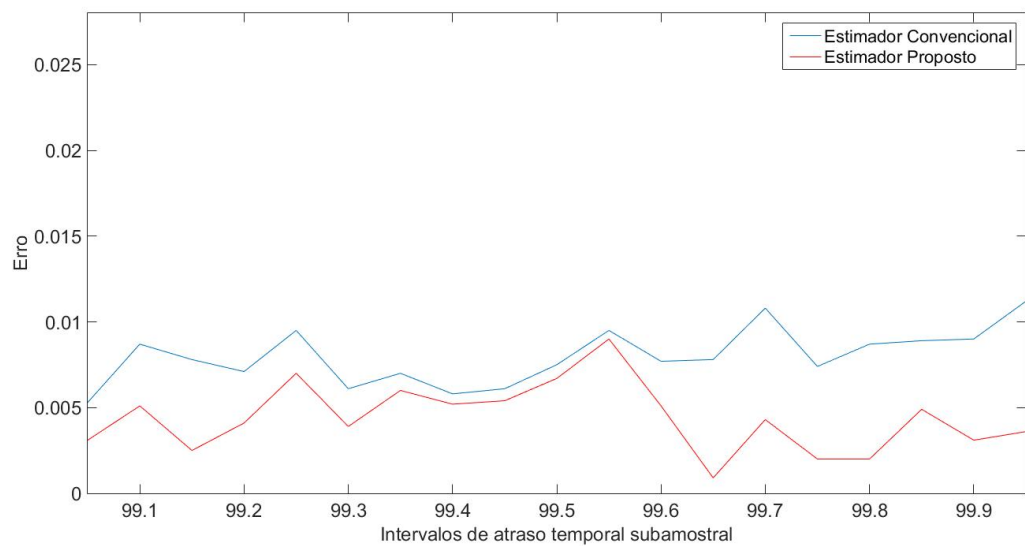


Figura 20: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 2 com um SNR de 40, e para o TD variando entre 99.05 e 99.95

5 CONCLUSÃO

Para a realização das análises feitas neste trabalho, o método desenvolvido foi aplicado apenas em dados genéricos. Nesta técnica foram utilizados os conceitos de interpolação por *B-splines* aliados aos conceitos de reconstrução de dados para a estimação de um sinal no tempo contínuo. Foi demonstrado de que forma se dá o equacionamento das *B-splines* e também da minimização e regularização utilizando a norma ℓ_2 e, após isto, o problema aqui abordado foi contextualizado e equacionado de acordo com estas teorias. O problema consistiu da interpolação de um sinal “contínuo” sujeito a uma representação de um sistema de aquisição (amostrado e com ruído). Este foi tratado como um problema de restauração de dados e sua reconstrução regularizada foi feita a partir da aplicação de restrições na primeira derivada do sinal em alta resolução.

Para as simulações realizadas neste trabalho, primeiramente estimou-se o atraso de tempo subamostral nos dados ruidosos. Após isso, o sinal foi reconstruído com uma técnica que baseia-se na regularização de Tikhonov com a aplicação de *smoothing splines*, com o intuito de obter uma estimativa de dados mais suave. Em seguida o atraso temporal foi estimado novamente. O algoritmo desenvolvido, segue com a reconstrução de dados feita com um ligeiro atraso subamostral nas bases de *B-spline*. Observa-se que as formas de onda dos ecos nas simulações possuem a mesma forma, sem distorção. Isso é considerado por simplicidade, uma vez que qualquer discrepância entre as formas de onda introduziria mais erros nos resultados.

Como verificado nas análises feitas para diferentes atrasos subamostrais e para diferentes níveis de ruído, a combinação da técnica de *TDE* com o método de reconstrução de dados de forma alternada, apresentou resultados mais precisos em comparação com a aplicação do método convencional, fornecendo estimativas mais precisas para o atraso temporal bem como uma estimativa de eco de referência mais suave. Observa-se que o primeiro *TDE* considerado é obtido diretamente do sinal ruidoso. Uma vez que a técnica *TDE* é sensível ao ruído, pode-se obter melhores estimativas com a utilização de sinais de referência mais suaves.

Na Seção 3.3 é ilustrada a diferença entre os dados adquiridos e o sinal tratado. Como esperado, o sinal reconstruído é mais suave devido à regularização. Pode-se observar que o primeiro *TDE* considerado é obtido diretamente do sinal ruidoso. Uma vez que a técnica *TDE* é sensível ao ruído, obtêm-se melhores estimativas de atraso temporal trabalhando-se com sinais menos ruidosos. A estimativa do sinal tem uma alta fidelidade ao sinal contínuo genérico sem ruído, preservando as formas de ecos e suas amplitudes e também tendo um excelente compromisso entre os pontos de dados adquiridos e a suavidade.

Os efeitos da regularização são claramente vistos na suavização dos dados, bem como na comparação *MSE*. O efeito *TDE* sobre a reconstrução também pode ser visto nas melhorias de *MSE*, pois, para cada iteração, tem-se uma melhor estimativa de atraso de tempo para a próxima reconstrução atrasada.

O método desenvolvido e os resultados apresentados neste trabalho mostram que o algoritmo proposto pode fornecer resultados melhores quando comparados ao método convencional aplicado de forma individual. Pode-se ver claramente que a utilização de ambos de forma alternada leva a melhores estimativas de atraso de tempo, bem como a estimativa de dados. Esses resultados foram mostrados nas Tabelas 1-7 e ilustrados pelas Figuras 14-20. Resultados adicionais para a análise feita entre o eco de referência e o terceiro eco podem ser encontrados no apêndice.

Os resultados apresentados aqui podem ser reproduzidos com pequenas mudanças, já que se está lidando com o ruído Gaussiano branco como variável aleatória. Nota-se que, mesmo que outras técnicas estejam disponíveis para estimar atrasos no tempo e também para reconstruir sinais, neste trabalho, escolheu-se de forma conveniente, métodos que também podem ser analisados a partir da perspectiva probabilística, com o intuito de fortalecer o embasamento teórico do método apresentado neste trabalho.

Uma série de questões podem ser exploradas em pesquisas futuras. Um aspecto importante que deve ser abordado é a utilização do método proposto em dados reais para diferentes aplicativos. A análise apresentada aqui também pode ser estendida para casos de frente de onda distorcidos, uma vez que os métodos *TDE* do domínio do tempo estão fortemente relacionados à forma do sinal. Para pesquisas futuras, outros *TDE* e métodos de reconstrução podem ser testados.

REFERÊNCIAS

- BANNORE, V. **Iterative-Interpolation Super-Resolution Image Reconstruction**. [s.n.], 2009. 120 p. ISBN 978-3-642-00384-4. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-3-642-00385-1>>.
- BERTERO, M.; POGGIO, T.; TORRE, V. Ill-posed problems in early vision. **Proceedings of the IEEE**, v. 76, n. 8, p. 869–889, 1988. ISSN 00189219.
- BOHS, L. et al. Speckle tracking for multi-dimensional flow estimation. **Ultrasonics**, v. 38, p. 369–375, 2000.
- BOHS, L. N. et al. Real-time system for angle-independent us of blood flow in two dimensions: initial results. **Radiology**, v. 186, n. 1, p. 259–261, 1993. PMID: 8416575. Disponível em: <<https://doi.org/10.1148/radiology.186.1.8416575>>.
- BOHS, L. N.; TRAHEY, G. E. A novel method for angle independent ultrasonic imaging of blood flow and tissue motion. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, v. 38, n. 3, p. 280–286, 1991. ISSN 00189294.
- BOOR, C. de. **I. J. SCHOENBERG Selected Papers**. [S.l.: s.n.], 1988. 445 p. ISBN 9781489904355.
- CARTER, G. C. **Time Delay Estimation**. [S.l.: s.n.], 1976. 233 p.
- CESPEDES, I. et al. Methods for estimation of subsample time delays of digitized echo signals. **Ultrasonic Imaging**, v. 17, n. 2, p. 142–171, 1995. PMID: 7571208. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/016173469501700204>>.
- CESPEDES, I. et al. Methods for Estimation of Subsample Time Delays of Digitized Echo Signals. **Ultrasonic Imaging**, v. 17, n. 2, p. 142–171, 1995. ISSN 0161-7346. Disponível em: <<http://uix.sagepub.com/lookup/doi/10.1177/016173469501700204>>.
- CHAN, T. F.; GLU, S. E. Aspects of total variation regularized. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, v. 65, n. 5, p. 1–22, 2005.
- CRAVEN, P.; WAHBA, G. Smoothing Noisy Data with Spline Functions. **Numerische Mathematik**, v. 31, p. 377–403, 1979.
- EILERS, P. H. C.; MARX, B. D. Flexible Smoothing with B -splines and Penalties. **Statistical Science**, v. 11, n. 2, p. 89–121, 1996.
- FRECON, J. et al. Bayesian selection for the l2 -Potts model regularization parameter : 1 D piecewise constant signal denoising. **IEEE Transactions on Signal Processing**, PP, n. 99, p. 1–10, 2017.

FRIEMEL, B.; BOHS, L.; TRAHEY, G. Relative performance of two-dimensional speckle-tracking Techniques: normalized correlation, non-normalized correlation and Sum-Absolute-Difference. In: **IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings. An International Symposium**. [S.l.: s.n.], 1995. v. 2, p. 1481–1484. ISBN 0-7803-2940-6. ISSN 1051-0117.

GIOVANNELLI, J.-F.; IDIER, J. **Regularization and Bayesian Methods for Inverse Problems in Signal and Image Processing**. [S.l.: s.n.], 2015. 297 p. ISBN 9781848216372.

GOCKENBACH, M. **Linear Inverse Problems and Tikhonov Regularization**. [S.l.]: The Mathematical Association of America, 2016. 336 p. ISBN 9781614440291.

GUARNERI, G. A. et al. A Sparse Reconstruction Algorithm for Ultrasonic Images in Nondestructive Testing. **Sensors**, v. 15, p. 9324–9343, 2015.

HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. **The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Interference, and Prediction**. [S.l.]: Springer, 2009. 758 p. ISSN 03436993. ISBN 9780387848570.

HASTIE, T. J.; TIBSHIRANI, R. J. **Generalized Additive Models**. 1. ed. [S.l.]: Chapman and Hal, 1990. 335 p.

HULL, B.; JOHN, V. **Non-Destructive Testing**. [S.l.: s.n.], 1988. 162 p. ISBN 9780333357880.

JAN, J. **Medical Image Processing , Reconstruction and Restoration Concepts and Methods**. [S.l.: s.n.], 2006. 725 p. ISBN 9780824758493.

JONG, P. G. M. de et al. Determination of Tissue Motion Velocity By Correlation Interpolation of Pulsed Ultrasonic Echo signals. **Ultrasonic Imaging**, v. 12, p. 84–98, 1990.

JONG, P. G. M. de et al. Eperimental Evaluation of the Correlation Interpolation Technique to Measure Regional Tissue Velocity. **Ultrasonic Imaging**, v. 13, p. 145–161, 1991.

JOSHI, S. L.; TORNEKAR, R. V. A Survey on ECG Signal Denoising/Techniques. In: **International Conference on Communication Systems and Network Technologies**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 5. ISBN 9780769549583.

KAK, A. Ml, map and bayesian: The holy trinity of parameter estimation and data prediction. n. January, p. 63, 2017. Disponível em: <<https://engineering.purdue.edu/kak/Tutorials/Trinity.pdf>>.

KNAPP, C. H.; CARTER, G. C. The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, ASSP-24, n. 4, p. 320–327, 1976.

LAI, X.; TORP, H. Interpolation Methods for Time-Delay Estimation Using Cross-Correlation Method for Blood Velocity Measurement. **IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control**, v. 46, n. 2, p. 277–290, 1999.

LUO, J.; KONOFAGOU, E. E. A Fast Normalized Cross-Correlation Calculation Method for Motion Estimation. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 57, n. 6, p. 1–24, 2010.

- MATIU-IOVAN, L. A Cubic Spline Interpolation Algorithm Implemented on a System with Digital Signal Processor. In: **Signal Processing Algorithms, Architectures, Arrangements, and Applications SPA 2013**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 343–348.
- MAYMON, S.; OPPENHEIM, A. V. Sinc interpolation of nonuniform samples. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 59, n. 10, p. 4745–4758, 2011. ISSN 1053587X.
- MICULA, G.; MICULA, S. **Handbook of Splines**. [S.l.: s.n.], 1999. 604 p. ISBN 9789401062442.
- MURPHY, K. P. **Machine Learning: A Probabilistic Perspective**. [S.l.: s.n.], 2012. 1067 p. ISBN 9780262018029.
- NG, G. C. et al. A Comparative Evaluation of Several Algorithms for Phase Aberration Correction. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 41, n. 5, p. 631–643, 1994.
- NIGHTINGALE, K. et al. Acoustic radiation force impulse imaging: in vivo demonstration of clinical feasibility. **Ultrasound in Medicine and Biology**, v. 28, n. 2, p. 227 – 235, 2002. ISSN 0301-5629. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301562901004999>>.
- PANDA, R.; RATH, G. S.; CHATTERJI, B. N. Generalized B-spline signal processing. **Signal Processing**, v. 55, p. 1–14, 1996.
- PIEGL, L.; TILLER, W. **The NURBS book**. 1995. 330 p.
- PINTON, G. F.; TRAHEY, G. E. Continuous Delay Estimation with Polynomial Splines. v. 53, n. 11, p. 2026–2035, 2006.
- POGGIO, T.; VOORHEES, H.; YUILLE, a. A regularized solution to edge detection. **Journal of Complexity**, v. 4, n. 2, p. 106–123, 1988. ISSN 0885064X.
- REINSCH, C. H. Smoothing by Spline Functions. **Numerische Mathematik**, v. 10, p. 177–183, 1967. ISSN 0029599X.
- RUDIN, L. I.; OSHER, S.; FATEMI, E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. **Physica D**, v. 60, p. 259–268, 1992.
- SADLER, B. M.; KOZICK, R. J. A Survey of Time Delay Estimation Performance Bounds. n. 2, p. 282–288, 2006.
- SAKHNOV, K.; VERTELETSKAYA, E.; SIMAK, B. Time Delay Estimation Algorithms for Echo Cancellation. **Information and Communication Technologies and Services**, v. 9, n. 1, p. 21–28, 2011.
- SCHANZE, T. Sinc interpolation of discrete periodic signals. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 43, n. 6, p. 1502–1503, 1995. ISSN 1053587X.
- SHEWCHUK, J. R. An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain. **Science**, v. 49, n. CS-94-125, p. 64, 1994. ISSN 14708728.

- SIMON, C.; VANBAREN, P.; EBBINI, E. S. Two-Dimensional Temperature Estimation Using Diagnostic Ultrasound. v. 45, n. 4, p. 1088–1099, 1998.
- TASWELL, C. The What , How , and Why of Wavelet Shrinkage Denoising A Simple Explanation and a 1-D Example. **Computing in Science & Engineering**, v. 2, n. 3, p. 12–19, 2000.
- TEIXEIRA, C. A.; RUANO, M. G.; PEREIRA, W. C. A. An interpolation-free and fitting-less sub-sample time-delay estimation algorithm. In: _____. **The International Conference on Health Informatics: ICHI 2013, Vilamoura, Portugal on 7-9 November, 2013**. Cham: Springer International Publishing, 2014. p. 288–291.
- TIKHONOV, A. N.; ASENIN, V. Y. **Solutions of Ill-Posed Problems**. 1977. 270 p.
- TIKHONOV, A. N. et al. **Numerical methods for the solution of ill-posed problems**. [S.l.: s.n.], 1995. 256 p. ISBN 9789048145836.
- UNSER, M. Splines: A Perfect Fit for Signal and Image. **IEEE Signal Processing Magazine**, v. 16, n. 6, p. 22–38, 1999.
- VIOLA, F.; WALKER, W. F. A Comparison of the Performance of Time-Delay Estimators in Medical Ultrasound. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 50, n. 4, p. 392–401, 2003.
- VIOLA, F.; WALKER, W. F. A Spline-Based Algorithm for Continuous Time-Delay Estimation Using Sampled Data. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 52, n. 1, p. 80–93, 2005.
- VIOLA, F.; WALKER, W. F. A Comparison Between Spline-Based and Phase-Domain Time-Delay Estimators. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 53, n. 3, p. 2005–2007, 2006.
- WALKER, W. F.; TRAHEY, G. E. A Fundamental Limit on Delay Estimation Using Partially Correlated Speckle Signals. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 42, n. 2, p. 301–308, 1995.
- WANG, Y. **Smoothing Splines**. [S.l.: s.n.], 2011. 355 p. ISBN 9781420077568.
- WELLS, P. N. T.; LIANG, H.-d. Medical ultrasound : imaging of soft tissue strain and elasticity. **Journal of the Royal Society Interface**, v. 8, p. 1521–1549, 2011.
- WIENS, T.; BRADLEY, S. A comparison of time delay estimation methods for periodic signals. **Digital Signal Processing**, 2009.
- ZAHIRI-AZAR, R.; SALCUDEAN, S. E. Time-Delay Estimation in Ultrasound Echo Signals Using Individual Sample Tracking. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 55, n. 12, p. 2640–2650, 2008.
- ZWARTJES, P.; GISOLF, A. **Fourier reconstruction with sparse inversion**. [S.l.: s.n.], 2007. 207 p. ISBN 9085591139.

APÊNDICE A – MAIS RESULTADOS

Nesta seção são apresentados resultados complementares aos que já foram expostos, mostrando neste caso, resultados para a comparação do método convencional com o método proposto aplicados para encontrar a posição do terceiro eco presente nos dados em relação ao eco de referência.

Tabela 8: Resultados da estimação do *TD* e *MSE* entre os ecos 1 e 3 com um *SNR* de 10, e para o *TD* variando entre 199.05 e 199.95

TD Ecos 1 e 3	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
199.05	199.4499	199.0254	4.0470×10^{-3}	9.7452×10^{-4}
199.10	198.6372	199.0606	3.4103×10^{-3}	9.6378×10^{-4}
199.15	198.6372	199.0606	4.0330×10^{-3}	9.6175×10^{-4}
199.20	199.3785	199.2554	4.2216×10^{-3}	6.5216×10^{-4}
199.25	199.4843	199.2911	3.4103×10^{-3}	9.6378×10^{-4}
199.30	199.4888	199.2723	4.2293×10^{-3}	9.4958×10^{-4}
199.35	199.4841	199.3342	4.8034×10^{-3}	1.1826×10^{-3}
199.40	199.5092	199.4279	4.1142×10^{-3}	9.2785×10^{-4}
199.45	199.5391	199.4562	4.3828×10^{-3}	1.2577×10^{-3}
199.50	199.5648	199.5198	3.7859×10^{-3}	8.2548×10^{-4}
199.55	199.5632	199.5224	3.7859×10^{-3}	8.2548×10^{-4}
199.60	199.5144	199.6119	4.4351×10^{-3}	9.2217×10^{-4}
199.65	199.7187	199.6681	4.1122×10^{-3}	1.2287×10^{-3}
199.70	199.6327	199.7125	4.8539×10^{-3}	9.3184×10^{-4}
199.75	199.6597	199.7732	4.5166×10^{-3}	1.0157×10^{-3}
199.80	199.7381	199.8322	4.3872×10^{-3}	9.5744×10^{-4}
199.85	199.6245	199.8712	4.5430×10^{-3}	1.1160×10^{-3}
199.90	199.7651	199.8907	3.8607×10^{-3}	9.8847×10^{-4}
199.95	199.7754	200.0001	3.7201×10^{-3}	7.9594×10^{-4}

Tabela 9: Resultados da estimação do *TD* e *MSE* entre os ecos 1 e 3 com um *SNR* de 15, e para o *TD* variando entre 199.05 e 199.95

TD Ecos 1 e 3	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
199.05	199.2156	199.0544	2.4737×10^{-3}	3.6037×10^{-4}
199.10	199.3584	199.1244	1.9807×10^{-3}	3.4949×10^{-4}
199.15	199.2754	199.1755	2.1197×10^{-3}	3.1714×10^{-4}
199.20	199.3128	199.1945	1.8774×10^{-3}	3.2134×10^{-4}
199.25	199.1352	199.2309	1.9114×10^{-3}	3.1217×10^{-4}
199.30	199.4128	199.3325	2.1984×10^{-3}	3.2222×10^{-4}
199.35	199.2015	199.3588	2.2458×10^{-3}	3.3218×10^{-4}
199.40	199.5285	199.4135	1.9211×10^{-3}	2.9127×10^{-4}
199.45	199.5025	199.4612	2.3405×10^{-3}	3.8993×10^{-4}
199.50	199.4699	199.4970	1.9663×10^{-3}	2.7892×10^{-4}
199.55	199.6612	199.5461	1.7711×10^{-3}	2.7410×10^{-4}
199.60	199.6525	199.5898	2.4138×10^{-3}	3.2547×10^{-4}
199.65	199.7952	199.6463	2.9142×10^{-3}	3.3327×10^{-4}
199.70	199.4522	199.7210	2.7541×10^{-3}	3.2108×10^{-4}
199.75	199.8152	199.7648	1.7185×10^{-3}	2.4874×10^{-4}
199.80	199.8736	199.8241	2.1297×10^{-3}	3.1364×10^{-4}
199.85	199.7852	199.8392	2.5164×10^{-3}	3.2185×10^{-3}
199.90	199.7783	199.9197	1.9669×10^{-3}	3.9290×10^{-4}
199.95	199.8301	199.9403	2.0829×10^{-3}	3.6768×10^{-4}

Tabela 10: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 20, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
199.05	199.1252	199.0699	1.8049×10^{-3}	1.0292×10^{-4}
199.10	199.0125	199.0758	2.0671×10^{-3}	1.2173×10^{-4}
199.15	199.2451	199.2015	1.7642×10^{-3}	1.2047×10^{-4}
199.20	199.2719	199.2221	2.0706×10^{-3}	9.7897×10^{-5}
199.25	199.3365	199.2596	2.1227×10^{-3}	1.0139×10^{-4}
199.30	199.4127	199.3201	1.8575×10^{-3}	9.8218×10^{-5}
199.35	199.4527	199.3631	2.0272×10^{-3}	9.6144×10^{-5}
199.40	199.3232	199.4085	1.8545×10^{-3}	9.9847×10^{-5}
199.45	199.4918	199.4651	1.4513×10^{-3}	1.0331×10^{-4}
199.50	199.5785	199.5102	1.5103×10^{-3}	1.1127×10^{-4}
199.55	199.6201	199.5655	2.2389×10^{-3}	1.3512×10^{-4}
199.60	199.4452	199.5789	1.5575×10^{-3}	9.8436×10^{-5}
199.65	199.8452	199.6696	2.2209×10^{-3}	1.2317×10^{-4}
199.70	199.9129	199.7187	2.0203×10^{-3}	9.7549×10^{-5}
199.75	199.9018	199.7681	1.5166×10^{-3}	9.8057×10^{-5}
199.80	199.8831	199.8078	2.1007×10^{-3}	1.5611×10^{-4}
199.85	199.7189	199.8693	2.0440×10^{-3}	9.5852×10^{-5}
199.90	199.8413	199.9185	1.9425×10^{-3}	9.4439×10^{-5}
199.95	199.8129	199.9452	2.4359×10^{-3}	1.0874×10^{-4}

Tabela 11: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 25, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
199.05	199.0352	199.5081	1.6236×10^{-3}	4.1542×10^{-5}
199.10	199.1302	199.1209	1.7213×10^{-3}	5.7147×10^{-5}
199.15	199.1945	199.1583	1.6072×10^{-3}	3.7104×10^{-5}
199.20	199.2450	199.2087	1.6262×10^{-3}	3.8599×10^{-5}
199.25	199.2989	199.2610	1.5864×10^{-3}	4.3251×10^{-5}
199.30	199.2654	199.3053	1.6362×10^{-3}	3.9180×10^{-5}
199.35	199.4522	199.3578	1.7298×10^{-3}	3.2762×10^{-5}
199.40	199.5120	199.4173	1.6877×10^{-3}	3.9137×10^{-5}
199.45	199.4089	199.4607	1.3828×10^{-3}	1.2577×10^{-5}
199.50	199.5522	199.5072	1.4103×10^{-3}	4.1128×10^{-5}
199.55	199.4985	199.5329	1.6129×10^{-3}	3.9053×10^{-5}
199.60	199.7511	199.6152	1.3914×10^{-3}	3.3111×10^{-5}
199.65	199.7125	199.6396	1.3417×10^{-3}	2.8971×10^{-5}
199.70	199.7719	199.7081	1.6328×10^{-3}	3.5177×10^{-5}
199.75	199.6850	199.7703	1.5511×10^{-3}	3.0091×10^{-5}
199.80	199.9127	199.8121	1.6109×10^{-3}	3.5153×10^{-5}
199.85	199.7411	199.8623	1.4555×10^{-3}	4.2895×10^{-5}
199.90	199.8025	199.9201	1.8661×10^{-3}	3.2589×10^{-5}
199.95	199.8452	199.9587	1.7182×10^{-3}	3.1456×10^{-5}

Tabela 12: Resultados da estimação do *TD* e *MSE* entre os ecos 1 e 3 com um *SNR* de 30, e para o *TD* variando entre 199.05 e 199.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
199.05	199.0771	199.0549	1.6112×10^{-3}	1.5217×10^{-5}
199.10	199.0852	199.1120	1.4103×10^{-3}	1.8141×10^{-5}
199.15	199.1285	199.1591	1.1252×10^{-3}	1.5549×10^{-5}
199.20	199.1901	199.2028	1.2328×10^{-3}	1.5088×10^{-5}
199.25	199.2212	199.2601	1.5123×10^{-3}	1.4903×10^{-5}
199.30	199.3756	199.3125	1.5696×10^{-3}	1.5678×10^{-5}
199.35	199.3817	199.3564	1.4589×10^{-3}	1.3508×10^{-5}
199.40	199.4287	199.3971	1.6548×10^{-3}	1.3012×10^{-5}
199.45	199.4715	199.4610	1.6589×10^{-3}	1.1252×10^{-5}
199.50	199.4852	199.5073	1.5613×10^{-3}	1.5218×10^{-5}
199.55	199.5786	199.5622	1.2312×10^{-3}	1.3221×10^{-5}
199.60	199.5610	199.6078	1.4251×10^{-3}	1.6075×10^{-5}
199.65	199.6872	199.6689	1.4510×10^{-3}	1.7586×10^{-5}
199.70	199.6353	199.7125	1.6895×10^{-3}	1.5320×10^{-5}
199.75	199.7719	199.7569	1.7491×10^{-3}	1.5038×10^{-5}
199.80	199.6852	199.8082	1.4852×10^{-3}	1.3891×10^{-5}
199.85	199.8005	199.8587	1.5696×10^{-3}	1.7512×10^{-5}
199.90	199.6985	199.9107	1.7096×10^{-3}	1.9261×10^{-5}
199.95	199.8322	199.9617	1.5438×10^{-3}	1.7955×10^{-5}

Tabela 13: Resultados da estimação do *TD* e *MSE* entre os ecos 1 e 3 com um *SNR* de 35, e para o *TD* variando entre 199.05 e 199.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
199.05	199.0615	199.0588	1.5402×10^{-3}	5.7161×10^{-6}
199.10	199.1145	199.1071	1.5087×10^{-3}	6.2942×10^{-6}
199.15	199.1642	199.1607	1.5426×10^{-3}	6.3039×10^{-6}
199.20	199.2205	199.2078	1.4818×10^{-3}	6.2437×10^{-6}
199.25	199.2341	199.2461	1.4888×10^{-3}	5.5186×10^{-6}
199.30	199.3085	199.3122	1.5131×10^{-3}	5.0978×10^{-6}
199.35	199.3576	199.3589	1.4545×10^{-3}	6.2954×10^{-6}
199.40	199.4772	199.4021	1.4810×10^{-3}	5.1734×10^{-6}
199.45	199.4612	199.4683	1.4701×10^{-3}	4.0295×10^{-6}
199.50	199.4976	199.4911	1.5320×10^{-3}	7.1412×10^{-6}
199.55	199.5309	199.5520	1.4473×10^{-3}	4.5109×10^{-6}
199.60	199.6147	199.6048	1.4873×10^{-3}	6.2519×10^{-6}
199.65	199.6778	199.6479	1.5489×10^{-3}	5.4596×10^{-6}
199.70	199.6789	199.7034	1.4559×10^{-3}	5.1425×10^{-6}
199.75	199.7648	199.7581	1.4855×10^{-3}	6.2512×10^{-6}
199.80	199.8207	199.8046	1.4758×10^{-3}	6.2101×10^{-6}
199.85	199.8308	199.8552	1.5545×10^{-3}	6.5417×10^{-6}
199.90	199.8891	199.9025	1.5110×10^{-3}	6.7859×10^{-6}
199.95	199.9291	199.9511	1.4273×10^{-3}	5.9752×10^{-6}

Tabela 14: Resultados da estimação do TD e MSE entre os ecos 1 e 3 com um SNR de 40, e para o TD variando entre 199.05 e 199.95

TD Ecos 1 e 2	Convencional	Proposto	MSE Inicial	MSE Final
199.05	199.0452	199.0525	1.5144×10^{-3}	1.9172×10^{-6}
199.10	199.1091	199.0981	1.4194×10^{-3}	1.9849×10^{-6}
199.15	199.1451	199.1487	1.5206×10^{-3}	2.0651×10^{-6}
199.20	199.1945	199.2033	1.5141×10^{-3}	2.1522×10^{-6}
199.25	199.2397	199.2518	1.5051×10^{-3}	2.0556×10^{-6}
199.30	199.3091	199.3085	1.4941×10^{-3}	1.9926×10^{-6}
199.35	199.3415	199.3524	1.5086×10^{-3}	1.9632×10^{-6}
199.40	199.4152	199.4038	1.5651×10^{-3}	2.0124×10^{-6}
199.45	199.4608	199.4526	1.5436×10^{-3}	1.9786×10^{-6}
199.50	199.5057	199.5012	1.4932×10^{-3}	1.9236×10^{-6}
199.55	199.5581	199.5543	1.5012×10^{-3}	1.9863×10^{-6}
199.60	199.6063	199.6049	1.5127×10^{-3}	2.0589×10^{-6}
199.65	199.6397	199.6523	1.4785×10^{-3}	1.9155×10^{-6}
199.70	199.7048	199.6974	1.6138×10^{-3}	2.1083×10^{-6}
199.75	199.7602	199.7568	1.4899×10^{-3}	1.9124×10^{-6}
199.80	199.8108	199.8057	1.4919×10^{-3}	1.9369×10^{-6}
199.85	199.8586	199.8541	1.6013×10^{-3}	2.1191×10^{-6}
199.90	199.9103	199.9042	1.4521×10^{-3}	1.8991×10^{-6}
199.95	199.9617	199.9521	1.5520×10^{-3}	1.9911×10^{-6}