

ppgmat

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

MIRIAN FERREIRA REZENDE

**COMPETÊNCIAS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA
NA EDUCAÇÃO INFANTIL**

LONDRINA

2021

MIRIAN FERREIRA REZENDE

**COMPETÊNCIAS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA
NA EDUCAÇÃO INFANTIL**

COMPETENCES IN MATHEMATICAL MODELLING ACTIVITIES
IN CHILD EDUCATION

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Tortola

LONDRINA

2021



4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina



MIRIAN FERREIRA REZENDE

**COMPETÊNCIAS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA
EDUCAÇÃO INFANTIL**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 03 de Maio de 2021

Prof Emerson Tortola, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Adriana Helena Borssoi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Barbara Candido Braz, Doutorado - Universidade Federal do Paraná (Ufpr)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 04/05/2021.

Dedico este trabalho à minha família: meus pais Ivone e Aparecido, meu esposo Renan, minhas irmãs Simone e Bruna e ao filho Francisco.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me dado forças para encarar todos os desafios durante esses anos de estudos. Por ser meu combustível quando me sentia desanimada, me dando força para realizar este sonho.

Agradeço ao meu esposo Renan, por estar sempre ao meu lado me apoiando e incentivando, que soube entender minhas ausências e principalmente minhas mudanças de humor.

Agradeço aos meus pais, Ivone e Aparecido, e minha irmãs, Simone e Bruna que me ajudaram muito durante essa etapa, principalmente depois do nascimento do Francisco, sem vocês eu não teria conseguido! Vocês foram o meu suporte.

Agradeço ao meu orientador, Emerson Tortola, pelo conhecimento compartilhado, pela experiência dividida, pelos importantes momentos de aprendizagem proporcionados.

Agradeço as professoras Adriana Helena Borssoi e Barbara Candido Braz que compuseram a banca avaliadora deste trabalho, desde o exame de qualificação até a defesa, muito obrigada por aceitarem fazer parte desta pesquisa e pelas valiosas contribuições.

Agradeço ao Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Educação Matemática (GEPEEM), obrigada pelos momentos de discussões e aprendizado.

Agradeço as minhas amigas Cristiana e Leticia, minhas irmãs de orientação, foi um prazer estar com vocês durante este período, vocês tornaram este momento ainda mais especial, uma parceria maravilhosa, uma amizade que se fortaleceu a cada dia.

Agradeço a Erika, por ter disponibilizado sua casa em Londrina quando precisava, você é uma pessoa incrível.

Agradeço aos responsáveis dos meus alunos da turma Infantil IV de 2019, sem a permissão de vocês a realização desta pesquisa não seria possível.

Enfim, agradeço aos meus familiares, amigos e todas as pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram com esta pesquisa.

REZENDE, Mirian Ferreira. **Competências em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil**. 2021. 115 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo investigar a questão: *quais competências podem ser desenvolvidas por alunos da Educação Infantil em atividades de Modelagem Matemática?* Para isso foram desenvolvidas seis atividades de Modelagem Matemática, dentre as quais três foram analisadas nesta dissertação. Essas atividades foram desenvolvidas com alunos de 4 e 5 anos, em uma turma de Infantil IV, de um Centro Municipal de Educação Infantil, localizado no Norte do Estado do Paraná. Para a coleta de dados utilizamos um gravador de áudio e dois celulares, com o objetivo de registrar as falas e expressões gestuais dos alunos, além disso coletamos suas produções escritas e realizamos anotações em um diário de campo. Para análise das atividades nos pautamos em uma abordagem qualitativa, por meio da qual buscamos nos dados indícios do desenvolvimento de competências, tanto em Matemática, quanto em Modelagem Matemática. A partir das análises, observamos o potencial de atividades de Modelagem Matemática para ensinar os alunos da Educação Infantil a pensar, raciocinar e modelar matematicamente e, particularmente no que se refere à Modelagem Matemática, a compreender e resolver problemas, produzir modelos matemáticos e avaliar soluções.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Competências. Educação Infantil.

REZENDE, Mirian Ferreira. **Competences in Mathematical Modelling Activities in Child Education**. 2021. 115 p. Dissertation (Master's degree in Mathematics Education) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

ABSTRACT

This research aimed to investigate the question: *what competences can be developed by students of Child Education in Mathematical Modelling activities?* For that, six Mathematical Modelling activities were developed, among which three were analyzed in this dissertation. These activities were developed with students aged 4 and 5 years, in a class of Infantil IV, from a Municipal Center for Child Education, located in the North of the State of Paraná. For data collection we used an audio recorder and two cell phones, in order to record students' speeches and gestural expressions, in addition, we collected their written productions and took notes in a field diary. For the analysis of the activities, we are guided by a qualitative approach, through which we seek the data for evidence of the development of competences, both in Mathematics, as in Mathematical Modelling. From the analysis, we observed the potential of Mathematical Modelling activities to teach Child Education students to think, reason and model mathematically and, particularly with regard to Mathematical Modelling, to understand and solve problems, produce mathematical models and evaluate solutions.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. Competences. Child Education.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL	14
2.1 PERCURSO HISTÓRICO DA EDUCAÇÃO INFANTIL NO BRASIL	14
2.2 A EDUCAÇÃO INFANTIL NA PERSPECTIVA DA BNCC	16
2.3 O ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL	18
3 MODELAGEM MATEMÁTICA	23
3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	23
3.2 MODELOS EM MODELAGEM MATEMÁTICA	25
3.3 INSERÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM EM SALA DE AULA	27
3.4 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL	28
3.5 PESQUISAS SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL	30
4 COMPETÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	34
4.1 O QUE SÃO COMPETÊNCIAS?	34
4.2 COMPETÊNCIAS MATEMÁTICAS	36
4.3 COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA	40
5 ASPECTOS METODOLÓGICOS E CONTEXTO DA PESQUISA	42
5.1 ABORDAGEM DA PESQUISA	42
5.2 SOBRE OS SUJEITOS DA PESQUISA	43
5.3 SOBRE AS ATIVIDADES	43
5.3.1 Atividades de primeiro momento	44
5.3.2 Atividades de segundo momento	45
5.3.3 Atividade de terceiro momento	46
5.4 SOBRE A COLETA DE DADOS	47
5.5 SOBRE A ANÁLISE DOS DADOS	47
5.6 SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL	48
6 ANÁLISE DAS ATIVIDADES	50
6.1 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE: ORGANIZAÇÃO DOS BRINQUEDOS	50
6.2 ANÁLISE DA ATIVIDADE: ORGANIZAÇÃO DOS BRINQUEDOS	56
6.3. DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE: COMBINAÇÕES DE ROUPAS	62
6.4 ANÁLISE DA ATIVIDADE: COMBINAÇÕES DE ROUPAS	71

6.5	DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE: CASTELO ELDORADO.....	81
6.6	ANÁLISE DA ATIVIDADE: CASTELO ELDORADO	89
6.7	ANÁLISE GLOBAL	94
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	99
	REFERÊNCIAS.....	102
	APÊNDICE	109
	APÊNDICE A: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) ...	110
	ANEXO A: FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL ...	113

1 INTRODUÇÃO

Muito se tem discutido a respeito do ensino na Educação Básica. A busca por melhorias desse segmento educacional é tema de debates políticos e protagoniza discussões engendradas em congressos científicos, como mostram as pesquisas de Fernandes e Gremaud (2009), Dourado e Oliveira (2009) e Marchelli (2010).

Para tratar desse assunto, foi desenvolvido um documento norteador da Educação Básica de nosso país, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018). Esse documento indica competências e habilidades que devem ser asseguradas aos alunos durante sua caminhada escolar e fornece orientações quanto ao seu desenvolvimento em cada etapa da Educação Básica, a saber, Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, ou seja, sinaliza quais conhecimentos são necessários em cada etapa e quais são os requisitos para a etapa posterior, bem como quais ações podem ser empreendidas para proporcionar tal desenvolvimento.

Na Constituição de 1988, as crianças de 0 a 6 anos, passaram a ter direito “ao atendimento em creche e pré-escola” (Art. 208, inciso IV), sendo esse direito um dever do Estado. Isso significa que a Constituição de 1988 criou uma obrigação para o sistema educacional e o que anteriormente era um “amparo à maternidade e à infância” (CAMPOS; ROSEMBERG; FERREIRA, 2001, p. 18), assumiu um papel mais amplo e importante, objetivando assim como as etapas posteriores o conhecimento científico.

Infelizmente, a ideia de que a Educação Infantil é um amparo à maternidade, com a função exclusiva de cuidar das crianças ainda permanece, como se pode observar nas falas de alguns professores que atuam nesse contexto. Como professora da Educação Infantil, me deparei algumas vezes com professores que acreditam nisso e comparam seus afazeres ao trabalho de uma babá. Isso sinaliza a falta de políticas públicas em prol da conscientização e da formação desses professores, agora mais do que nunca com a obrigatoriedade da Educação Infantil instituída pela Lei nº 12.796/13, para crianças a partir de 4 anos.

Essas mudanças requerem uma ressignificação do papel do professor da Educação Infantil, para garantir o “desenvolvimento integral das crianças, em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social, complementando a ação da família e da comunidade”. Como institui a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Básica Nacional (LDBEN, 1996, p. 17), nesse nível de ensino é preciso oportunizar uma diversidade de atividades que encaminhem o ensino

e a aprendizagem sem desconsiderar as experiências de vida dos alunos, fruto de suas interações com a família e a comunidade.

No que se refere ao ensino de matemática na Educação Infantil, as crianças chegam até a escola com várias experiências vivenciadas em atividades cotidianas, as quais envolvem conhecimentos como contagem, ordenação, relações entre quantidades, dimensões, medidas, comparação de pesos e de comprimentos, reconhecimento de formas geométricas, conhecimento e reconhecimento de numerais cardinais e ordinais, etc., que precisam ser explorados de modo a aguçar a curiosidade dos alunos para estudar e utilizar a matemática (BRASIL, 2018).

A Educação Infantil, portanto, como primeira etapa da Educação Básica,

precisa promover experiências nas quais as crianças possam fazer observações, manipular objetos, investigar e explorar seu entorno, levantar hipóteses e consultar fontes de informação para buscar respostas às suas curiosidades e indagações. Assim, a instituição escolar está criando oportunidades para que as crianças ampliem seus conhecimentos do mundo físico e sociocultural e possam utilizá-los em seu cotidiano (BRASIL, 2018, p. 43).

Essas experiências, geralmente, são contempladas por meio de jogos, brincadeiras e/ou atividades baseadas em situações reais, tudo muito lúdico, tendo em vista que estamos trabalhando com crianças.

Porém, para que essas experiências contribuam, de fato, para que haja construção de conhecimentos científicos, como se objetiva nos documentos curriculares oficiais, elas precisam ser problematizadoras e levar os alunos a registrarem suas conclusões e reflexões de diferentes maneiras, por exemplo, desenhos, colagens, pintura, entre outros (GRANDO; MOREIRA, 2012).

Uma alternativa pedagógica que pode atender a essa demanda é a Modelagem Matemática que, na perspectiva da Educação Matemática, compreende o ensino e a aprendizagem da matemática a partir da problematização e da investigação de temáticas reais, na medida do possível associadas ao cotidiano dos alunos (TORTOLA, 2016).

A Modelagem Matemática, portanto, visa a abordagem matemática de situações-problema não essencialmente matemáticas (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), buscando o envolvimento dos alunos com o tema da atividade, uma vez que relaciona matemática com situações provenientes do mundo em que vivem.

Em uma atividade de Modelagem os alunos “devem buscar na Matemática subsídios para solucionar problemas que se fazem presentes nas práticas do ser humano, direta ou indiretamente” (TORTOLA, 2012, p. 26). Nesse contexto, podemos identificar o

desenvolvimento de diferentes estratégias para solucionar o problema, fazendo com que os alunos assumam um posicionamento ativo na construção e/ou elaboração do próprio saber e, para além disso, desenvolvam competências, necessárias para o desenvolvimento de um “saber-fazer” (SCALLON, 2015).

No âmbito da Educação Matemática, o estudo de competências tem ganhado destaque. Segundo Niss e Højgaard (2011), ao dizer que uma pessoa é competente em determinado aspecto, assumimos que ela compreende e domina habilidades essenciais associadas a ele, isto é, não necessita se preocupar em seguir ou repetir um método para resolver determinada atividade, ela é capaz de fazê-lo.

Competências são desenvolvidas nas aulas de matemática quando situações novas e complexas são exploradas, “isso exige naturalmente que o professor proponha regularmente aos alunos problemas [...] não rotineiros e pertinentes” (SANTOS, 2003, p. 2), o que inclui abordar a realidade do aluno. De certa forma é o que buscamos, segundo Caldeira (2009), ao desenvolver atividades de Modelagem Matemática, uma vez que para o autor, o aluno não pode só aceitar conteúdos, ele precisa entender, compreender o que está fazendo/estudando. Blomhøj e Jensen (2003) apontam que competência em Modelagem Matemática é quando alguém conduz de forma eficiente todas as etapas de uma atividade de Modelagem.

O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática possibilita

encontrar modelos matemáticos que permitem analisar situações do mundo real e desenvolver diferentes competências, além de construir novos conhecimentos. Ou seja, a partir da proposição de problemas oriundos do contexto social é possível desenvolver competências relacionadas com o processo de modelagem e, conseqüentemente, o desenvolvimento de competências matemáticas (BISOGNIN, BISOGNIN, 2014, p. 134).

São sobre as competências matemáticas e as competências em Modelagem Matemática, no contexto de atividades de Modelagem Matemática, que nos debruçamos nesta pesquisa. Nesse contexto, temos como objetivo investigar: *quais competências podem ser desenvolvidas por alunos da Educação Infantil em atividades de Modelagem Matemática?* Para responder tal questionamento, os seguintes objetivos específicos foram estabelecidos:

- promover o uso da Modelagem Matemática como uma alternativa às práticas pedagógicas na Educação Infantil;
- analisar as competências desenvolvidas pelos alunos no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

Para subsidiar nossas reflexões com relação à essa questão de pesquisa desenvolvemos e analisamos atividades de Modelagem Matemática com alunos de um Centro Municipal de Educação Infantil (CMEI), localizado no Norte do Paraná, em uma turma sob minha regência, considerando a possibilidade de realização do estágio de docência, que é uma atividade obrigatória do programa de mestrado. A coleta de dados foi realizada durante o ano de 2019.

A partir da investigação realizada e das considerações resultantes produzimos como Produto Educacional um caderno de atividades voltado para professores da Educação Infantil, no qual propomos o uso de atividades de Modelagem Matemática em suas aulas, a fim de possibilitar o desenvolvimento de competências matemáticas e de competências em Modelagem Matemática. Nesse caderno abordamos algumas ideias sobre Modelagem Matemática na Educação Infantil e sobre Competências Matemáticas e Competências em Modelagem Matemática, para dar suporte aos professores na compreensão de como atividades de Modelagem Matemática são caracterizadas e como podem ser encaminhadas nesse contexto, bem como tais competências podem ser desenvolvidas.

Esta dissertação está estruturada em sete capítulos.

O capítulo 1 diz respeito à “Introdução”, na qual está inserida a presente discussão. Nela introduzimos as principais ideias que orientam nossa pesquisa.

No capítulo 2 “Ensino da Matemática na Educação Infantil” apresentamos inicialmente algumas dificuldades enfrentadas no processo de implementação da Educação Infantil como primeira etapa da Educação Básica no Brasil e algumas ideias presentes na proposta da Base Nacional Comum Curricular para esse nível de escolaridade, direcionando nossa discussão para o ensino da matemática na Educação Infantil.

O capítulo 3 “Modelagem Matemática” trata de uma revisão da literatura, embasada em teses e dissertações que tiveram como foco a Modelagem Matemática, suas concepções e a utilização na Educação Básica, apontando também, alguns trabalhos de Modelagem já desenvolvidos no âmbito da Educação Infantil.

No capítulo 4 “Competências em Educação Matemática” discorremos sobre alguns estudos que discutem o que são Competências Matemáticas e Competências em Modelagem Matemática.

No capítulo 5 “Aspectos Metodológicos e Contexto da Pesquisa” descrevemos nossas opções metodológicas, os procedimentos da pesquisa e uma descrição abreviada das atividades que foram analisadas.

No capítulo 6 “Análise das atividades” apresentamos a trajetória dos alunos durante o desenvolvimento das atividades com relação às competências desenvolvidas.

No capítulo 7 “Considerações finais”, refletimos a respeito dos resultados da pesquisa e suas implicações para o uso da Modelagem Matemática para ensinar os alunos da Educação Infantil, bem como para o desenvolvimento de competências matemáticas e de competências em Modelagem Matemática.

Por fim, elencamos as referências bibliográficas que fundamentaram a redação deste texto e apresentamos os apêndices.

2 ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Neste capítulo temos por objetivo situar o ensino da matemática no contexto da Educação Infantil, primeira etapa de ensino da Educação Básica. Apresentamos, primeiramente, o percurso histórico da implementação da Educação Infantil no Brasil, cujo reconhecimento e obrigatoriedade como etapa da Educação Básica é recente. Em seguida pontuamos alguns aspectos da proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino nessa etapa de escolaridade, particularmente sobre o ensino da matemática, uma vez que é o documento que norteia os currículos dos sistemas e redes de ensino do Brasil. E, por fim, apresentamos e discutimos pesquisas recentes relacionadas com o ensino da matemática na Educação Infantil, a fim de conhecer práticas e pesquisas desenvolvidas nesse contexto.

2.1 PERCURSO HISTÓRICO DA EDUCAÇÃO INFANTIL NO BRASIL

No contexto brasileiro, em meados de 1945, a Educação passou a ser dever do Estado e direito de todos os cidadãos, sob a forma da antiga escola primária, com duração de 4 anos. Em 1971 a Educação Básica foi estendida para 8 anos, dirigida a crianças de 7 aos 14 anos, passando a se chamar Ensino de 1º grau. O Ensino era de baixa qualidade e não ofertava vagas para todos (KRAMER, 1995).

A Educação Infantil só foi reconhecida pelas políticas públicas a partir da década de 1970, para o atendimento de crianças de 0 a 6 anos (KRAMER, 1995). Antes dela ser reconhecida no Brasil “as primeiras tentativas de organização de creches, asilos e orfanatos surgiram com um caráter assistencialista, com o intuito de auxiliar as mulheres que trabalhavam fora de casa e as viúvas desamparadas” (PASCHOAL; MACHADO, 2009, p. 82).

Fatores como o alto índice de mortalidade infantil, a desnutrição generalizada e o número significativo de acidentes domésticos, fizeram com que alguns setores da sociedade, dentre eles os religiosos, os empresários e educadores, comesçassem a pensar num espaço de cuidados da criança fora do âmbito familiar (PASCHOAL; MACHADO, 2009, p. 82).

Com o alto índice de mortalidade infantil, desnutrição e o número significativo de acidentes domésticos, a criança passou a ser vista pela sociedade com um sentimento

humanitário, caridoso, e foi a partir dessa visão que ela começou a ser atendida fora do ambiente familiar (DIDONET, 2001).

Após a década de 1970, ocorreram alguns movimentos e lutas sociais para garantir um apoio às crianças pequenas e assegurar-lhes alguns direitos. “Foi preciso quase um século para que a criança tivesse garantido seu direito à Educação” (PASCHOAL; MACHADO, 2009, p. 85), foi somente com a Constituição de 1988 que esse direito foi concedido.

A Educação Infantil no Brasil, hoje, é ofertada em centros de Educação Infantil e é considerada como a primeira etapa da Educação Básica, assim estabelecida com a promulgação da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), segundo a qual, em seu Art. 29, a Educação Infantil “tem como finalidade o desenvolvimento integral da criança de até 5 (cinco)¹ anos, em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social, complementando a ação da família e da comunidade” (BRASIL, 1996).

Porém, a Educação Infantil só passou a ser obrigatória, para as crianças a partir de 4 anos, com a Emenda Constitucional nº 59, de 11 de novembro de 2009. Na LDBEN, todavia, ela foi incluída apenas em 2013, com a Lei Nº 12.796, de 04 de abril de 2013, que determina a obrigatoriedade de matrícula de todas as crianças de 4 e 5 anos em instituições de Educação Infantil (BRASIL, 2013). Diretrizes operacionais complementares para a matrícula de crianças na Educação Infantil foram definidas pela Resolução Nº 2, de 09 de outubro de 2018, que em seu Art. 3º, §2º, estabelece a obrigatoriedade de matrícula na pré-escola, de crianças que completam 4 (quatro) anos até o dia 31 de março do ano da matrícula (BRASIL, 2018).

Atualmente a Educação Infantil se caracteriza por um cenário de maior destaque e também de algumas mudanças de sua trajetória apresentando uma função mais educacional, porém ainda enfrenta alguns desafios. Um dos desafios que precisam ser superados é qualificação do professor da Educação Infantil, dando maior enfoque na teoria e na prática desses profissionais, enxergando “a criança como como um ser repleto de potencialidades, habilidades, valores” (SILVA; TAVARES, 2016, p. 5). Também é preciso superar os “desafios da ideia assistencialista e ampliar a visão da criança para além dos aspectos dos cuidados, uma vez que a mesma deve estar pautada tanto no cuidar e principalmente no educar de maneira integradora” (SILVA; TAVARES, 2016, p. 5).

¹ Texto alterado pela Lei Nº 12.796, de 04 de abril de 2013, em decorrência da implementação do Ensino Fundamental de nove anos (Lei Nº 11.274, de 06 de fevereiro de 2006).

2.2 A EDUCAÇÃO INFANTIL NA PERSPECTIVA DA BNCC

A Base Nacional Comum Curricular “é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2018, p. 7). Determina também os direitos e os objetivos de aprendizagem que devem ser assegurados e cumpridos em cada etapa da Educação Básica. Embora esses direitos e objetivos sejam iguais para todas as instituições de ensino, sejam elas públicas ou privadas, os currículos são diversos e organizados de acordo com a realidade local, social e individual das escolas.

A BNCC propõe que a criança passe a ser protagonista do processo de sua aprendizagem e de seu desenvolvimento, e o professor assume o papel de orientar esse trabalho.

A Educação Infantil atende crianças de 0 a 5 anos de idade, a BNCC, em sua estrutura, traz agrupamentos para as crianças em três fases: bebês (zero a 1 ano e 6 meses), crianças bem pequenas (1 ano e 7 meses a 3 anos e 11 meses) e crianças pequenas (4 anos a 5 anos e 11 meses), subdividindo-se, ainda, em creches e pré-escolas, sendo que as creches atendem os bebês e crianças bem pequenas e as pré-escolas atendem as crianças pequenas (BRASIL, 2018).

A Educação Infantil, primeira etapa da Educação Básica, é o início da vida escolar e social da criança, é nesse período que ocorre o distanciamento delas com seus vínculos afetivos familiares. O cuidado e o educar é algo indispensável nessa etapa de ensino. Os estabelecimentos de ensino, portanto, devem acolher essas crianças juntamente com suas vivências e conhecimentos que foram construídos com suas famílias, articulando com as propostas pedagógicas, ampliando as experiências, habilidades e conhecimentos dessas crianças (BRASIL, 2018). A compreensão da relevância da função pedagógica na Educação Infantil é recente, a BNCC quando incluiu a Educação Infantil ao conjunto da Educação Básica, avançou como um elemento de interlocução entre as redes de ensino do nosso país, direcionando o trabalho pedagógico. Sendo assim, “é importante que os sistemas de ensino organizem seus planejamentos com foco no reconhecimento das necessidades dos estudantes, levando em conta suas diferenças e priorizando o acesso, permanência e sucesso de todos os alunos” (PARANÁ, 2018, p. 29).

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil (DCNEI), estabelece dois eixos norteadores das práticas pedagógicas da Educação Infantil: as interações e as brincadeiras. A BNCC reafirmou essa orientação, defendendo que esses eixos são “experiências nas quais as crianças podem construir e apropriar-se de conhecimentos por meio de suas ações e interações

com seus pares e com os adultos, o que possibilita aprendizagens, desenvolvimento e socialização” (BRASIL, 2018, p. 35). Esses dois eixos vão proporcionar para as crianças segurança e confiança, visto que brincadeiras e interações fazem parte do cotidiano delas, ou seja, as crianças aprendem em situações de interações e por meio de brincadeiras.

As orientações da BNCC para a Educação Infantil, além de apresentar as interações e as brincadeiras como eixos estruturantes da prática pedagógica nesse contexto, apontam seis direitos que são essenciais para a aprendizagem e o desenvolvimento das crianças: conviver, brincar, participar, explorar, expressar-se e conhecer-se. Resumidamente os alunos devem conviver com outras crianças e adultos; brincar de diversas formas, em diferentes espaços e tempos; participar ativamente do planejamento das atividades, tais como a escolha das brincadeiras, dos materiais e dos ambientes; explorar movimentos, gestos, sons, formas, texturas, cores, palavras, emoções, transformações, relacionamentos, histórias, objetos, elementos da natureza, na escola e fora dela; expressar suas necessidades, emoções, sentimentos, dúvidas, etc.; conhecer-se e construir sua identidade pessoal, social e cultural, constituindo uma imagem positiva de si e de seus grupos de pertencimento (BRASIL, 2018).

Esses direitos são contemplados por meio de cinco campos de experiências: O eu, o outro e o nós; Corpo, gestos e movimentos; Traços, sons, cores e formas; Escuta, fala, pensamento e imaginação; e Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações. Cada campo de experiência possui objetivos de aprendizagem e desenvolvimento específicos para cada faixa etária (BRASIL, 2018).

No campo de experiência “O eu, o outro e o nós”, as crianças devem trabalhar com experiências de interação com os pares e os adultos, assim a criança vai constituindo um modo próprio de agir, sentir e pensar, descobrindo que existem outros modos de vidas e pessoas diferentes. Elas estarão vivendo suas primeiras experiências sociais, e desenvolvendo a autonomia e o senso de autocuidado (BRASIL, 2018).

O campo de experiência “Corpo, gestos e movimentos” destaca as experiências nas quais as crianças devem explorar desde cedo uma linguagem em que elas se expressam, se comunicam e aprendem por meio de gestos, posturas e movimentos (BRASIL, 2018).

No campo de experiência “Traços, sons, cores e formas” a criança participará de diferentes manifestações artísticas, culturais e científicas, possibilitando experiências variadas com artes visuais, música, teatro, dança e audiovisual (BRASIL, 2018).

O campo de experiência “Escuta, fala, pensamento e imaginação” valoriza a comunicação como intensificador do desenvolvimento da criança, pois é na comunicação que o aluno conseguirá se expressar. “Esse campo, está relacionado à linguagem que se efetiva nas

diferentes práticas sociais” (PARANÁ, 2018). É nesse campo que introduzimos a contação de estória por meio da qual o aluno consegue fazer conexões entre o conhecimento do mundo com a imaginação, desenvolvendo capacidades para que possa agir, pensar, atribuir significados sobre tudo que está aprendendo. Também envolve a imersão na cultura escrita.

Por fim, o campo de experiência “Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações” reúne diversos conhecimentos, em que espaços e tempos se referem a uma associação de diversas ciências do conhecimento e do tempo. O professor deve criar experiências que permitam a criança entender como se constitui a passagem do tempo, como o ser humano organiza seu tempo e se relaciona com ele. O termo espaço está ligado a todo espaço que a criança tem condição de se relacionar. Quantidades, relações e transformações, por sua vez, estão relacionadas à organização dos conhecimentos matemáticos e físicos (BRASIL, 2018).

A ideia de organizar o currículo em campos de experiências rompe com uma perspectiva de currículo baseado em conhecimentos e disciplinas e valoriza a estrutura de um currículo baseado na criança, nas suas experiências e naquilo que elas precisam vivenciar ao longo da primeira etapa da Educação Básica para garantir suas aprendizagens. “Os campos de experiências não seguem uma ordem de prioridade, são complementares e interligados e devem estar equilibrados no planejamento dos professores” (PARANÁ, 2018). Ao planejar suas aulas, os professores devem pensar em atividades que integrem o que está proposto no currículo, priorizando os interesses e ideias das crianças, de acordo com a realidade local, podendo interligar os campos de experiências.

Em nossa pesquisa buscamos desenvolver as atividades de modo a contemplar esses campos de experiências, pois na Educação Infantil ao desenvolver uma atividade buscamos a integração de diversos assuntos curriculares, o trabalho realizado na Educação Infantil, particularmente, deve estimular a curiosidade da criança e fazer com que ela reflita sobre suas experiências, construindo um conhecimento adequado ao desenvolvimento delas.

2.3 O ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

As concepções do ensino da matemática mudaram e caminham no sentido de promover ações pautadas no reconhecimento de que aulas expositivas não cativam os alunos, o professor não pode mais assumir o papel de detentor exclusivo do conhecimento, o aluno deve interagir

na aula e suas vivências e conhecimentos precisam ser considerados. D'Ambrosio (1989, p. 16) aponta que dificilmente “numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema”. Wessels (2014) relata que hoje, mais do que nunca, sabemos que criatividade é uma característica essencial para a atuação de cidadãos em atividades e práticas sociais, e que a escola tem um papel fundamental na formação desses cidadãos, capazes de se engajar na investigação e na resolução de problemas.

Percebendo essa necessidade de mudança no cenário educacional, particularmente na educação matemática dos alunos, a literatura apresenta diversas pesquisas sobre como ensinar matemática nos dias de hoje, várias tendências e encaminhamentos metodológicos são investigados e propostos, como a Modelagem Matemática. Essa mudança, inclusive, é defendida desde os primeiros anos escolares (TORTOLA, 2016), uma vez que as crianças são curiosas, observadoras, buscam por respostas para compreender o mundo em que vivem. Nesse cenário, o professor precisa incorporar práticas pedagógicas que possibilitem ao aluno, por intermédio de suas orientações, observar, investigar, conjecturar, testar, justificar, criar, resolver problemas (ENGLISH, 2003).

Mas como ensinar matemática para as crianças, particularmente para as crianças da Educação Infantil? Será a Modelagem Matemática uma alternativa apropriada?

De acordo com Lopes e Grando (2012, p. 4),

os conceitos matemáticos são desenvolvidos basicamente em situações com jogos, brincadeiras e resolução de problemas. O trabalho com a matemática na Educação Infantil prioriza o processo de letramento matemático que prevê capitalizar as ideias intuitivas das crianças presentes nas experiências matemáticas vivenciadas social e culturalmente, sua linguagem própria e suas necessidades de desenvolvimento intelectual, a fim de explorar uma grande quantidade de ideias matemáticas relativas a números e o sistema de numeração decimal; espaço, forma e medidas; e, noções de combinatória, probabilidade e estatística. Objetiva-se que as crianças desenvolvam e conservem um prazer e uma curiosidade acerca da matemática.

Leonardo, Menestrina e Miarka (2014, p. 63), por sua vez, afirmam que

de uma maneira geral, os conteúdos matemáticos a serem trabalhados na educação infantil devem proporcionar às crianças a oportunidade de construir os conceitos matemáticos de maneira livre a partir do brincar, por meio de atividades lúdicas que contemplem a participação ativa da criança, despertando a sua curiosidade, partindo da sua interpretação de mundo de modo que valorize suas potencialidades.

Segundo esses autores é na infância que a criança brinca, cria e inventa. O professor ao considerar essa fase precisa instigar a criança a intensificar o pensamento lógico, por meio dessas atividades que fazem parte no universo infantil, criando possibilidades de flexibilidade, curiosidade e descoberta.

Lorenzato (2011) sugere que nessa etapa de ensino, a matemática possa ser explorada a partir de três vertentes: a espacial, a numérica e das medidas. O campo espacial está relacionado às formas, à geometria; o campo numérico diz respeito aos números e quantidades; e o campo de medidas que desempenhará a função de integrar a geometria com a aritmética. Todos esses campos devem ser explorados por meio de diferentes situações que podem aparecer na rotina da criança.

A Matemática na Educação Infantil vai além de aprender a contar em sequência, a conhecer formas geométricas; é também saber se localizar, se reconhecer em um espaço, aprender a resolver problemas cotidianos, formulando perguntas e buscando respostas (BELO; BURAK, 2020, p. 2).

Lorenzato (2011) discute que é fundamental explorar os sete processos mentais básicos para a aprendizagem de matemática, sendo eles correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação.

O primeiro processo mental, correspondência, refere-se ao ato de estabelecer relação “um a um”, como cada pé tem seu sapato, esse processo segundo Lorenzato (2011), é fundamental para a construção dos conceitos de número e das quatro operações.

O segundo processo mental é o de comparação, corresponde ao ato de estabelecer diferenças e semelhanças, como perceber em uma fila a ordem de tamanho. Para Lorenzato (2011), a comparação é fundamental para classificar, seriar, incluir e para compreender a conservação.

O terceiro processo mental é a classificação. Está diz respeito ao ato de separar por categorias de acordo com semelhanças ou diferenças, por exemplo separar as meninas dos meninos.

O quarto processo mental é a sequenciação, ato de colocar um elemento após o outro, sem considerar a ordem entre eles, como a chegada dos alunos à escola.

O quinto processo mental é a seriação, que corresponde ao ato de colocar um elemento após o outro seguindo um critério, por exemplo placa dos carros.

O sexto processo mental é a inclusão. Esse processo refere-se ao ato de fazer abranger um conjunto por outro, por exemplo peixes pertencem ao grupo de animais. O sétimo e último processo mental é a conservação, diz respeito ao ato de perceber que a quantidade não depende da arrumação, forma ou posição. Por exemplo, perceber que em um copo largo e outro estreito pode haver a mesma quantidade de água.

Lorenzato (2011) aponta que as crianças têm sucesso quando são expostas a situações-problema relacionadas ao cotidiano, porém elas não apresentam o mesmo sucesso diante de

problemas que são frequentemente propostos na escola. O autor sugere que a abordagem de situações-problema precisa ser renovada e essa renovação deve começar já na Educação Infantil.

Ao trabalhar uma situação-problema, “as soluções propostas pelas crianças, elas devem ser experimentadas, realizadas, vivenciadas em sala de aula, a fim de dar condições às crianças de descobrir se ‘deu certo ou errado’” (LORENZATO, 2011, p. 741). O professor precisa proporcionar durante a aula momentos nos quais as crianças possam explicar qual foi o raciocínio empreendido, dando oportunidade para a desenvolver a linguagem oral. De acordo com Lorenzato (2011), também é de suma importância que as crianças registrem como elas resolveram os problemas, seja esse registro por meio de textos, desenhos, colagens, massa de modelar, etc. – de acordo com os conhecimentos das crianças –, uma vez que esse registro pode auxiliá-las a revisar as ações empreendidas na atividade desenvolvida e organizar suas ideias e pensamento.

Diante disso, é importante contextualizar os conhecimentos ou conteúdos matemáticos na Educação Infantil, na tentativa de abordá-los de acordo com a realidade das crianças, por meio de atividades lúdicas que possam potencializar a criatividade, além de contribuir para o seu desenvolvimento intelectual.

Aliás, para Lorenzato (2017, p. 2), “é preciso sempre se basear na vivência da criança, aproveitando o conhecimento que ela adquiriu antes e fora da escola, o objetivo é proporcionar à criança condições para ela trabalhar significativamente com as noções matemáticas, com o fazer matemático”. Nesse sentido, é preciso amparar-se nos conhecimentos que as crianças possuem para que novos conhecimentos possam ser aprendidos. Dessa forma as crianças atuam como protagonistas na construção de novos conhecimentos.

Ademais, não há necessidade, como adverte Scriptori (2010), de antecipar conteúdos. Os conceitos matemáticos abordados devem estar em consonância com os conhecimentos e as idades dos alunos e, nesse contexto, materiais didáticos apropriados devem ser utilizados, bem como práticas que considerem a criança como o ser que é, ou seja, que valorizem as características e especificidades da infância.

Existe, pois, uma diversidade de possibilidades e alternativas pedagógicas que o professor pode adotar de modo a contemplar as vivências das crianças e abordar saberes e conhecimentos específicos da Educação Infantil. Uma delas é a Modelagem Matemática, que contempla a investigação de situações-problema não essencialmente matemáticas, por meio da matemática, isto é, por meio da Modelagem Matemática os alunos buscam na matemática conhecimentos e recursos para solucionar problemas, sendo tais problemas geralmente

associados a aspectos externos à matemática, bem como às vivências e interesses dos alunos (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012).

De acordo com Marcondes e Silva (2019, p. 76) os problemas investigados “por meio da Modelagem Matemática, envolvem muito mais do que se ensina em uma só disciplina ou somente dentro dos muros escolares; eles vão além e se remetem muitas vezes a fatos simples que, para as crianças, têm grande significado”, principalmente por trabalhar com problemas que se associam a conhecimentos do aluno em relação ao mundo, a temas que estão presentes em suas realidades.

Além disso, atividades de Modelagem Matemática permitem que os alunos usem diferentes conhecimentos para investigar um problema, viabilizando uma interpretação idiossincrática da situação-problema (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015), isso significa que alunos da Educação Infantil podem resolver os problemas fundamentando-se em conhecimentos e estratégias que lhes são pertinentes, respeitando suas especificidades, como o interagir e o brincar, eixos sugeridos pela BNCC para o ensino na Educação Infantil (COUTINHO; TORTOLA, 2020).

É nessa perspectiva que constituímos nossa pesquisa, cujas atividades foram pensadas de acordo com a realidade das crianças, prezando pela ludicidade e pela participação ativa dos alunos na resolução dos problemas.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo apresentamos considerações teóricas a respeito da Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, que pautaram o desenvolvimento de nossa pesquisa. Essa apresentação inclui discussões sobre como a Modelagem Matemática é abordada na Educação Básica, particularmente na Educação Infantil, a partir de práticas e pesquisas apresentadas na literatura.

3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática, no âmbito da Educação Matemática, tem suas origens na Matemática Aplicada (BASSANEZI, 2002). Percebendo o potencial da Modelagem Matemática para, além de resolver problemas, ensinar e aprender matemática no contexto escolar, professores e pesquisadores adotaram a ideia de usar a Modelagem Matemática no contexto escolar, ou seja, de ensinar matemática enquanto os alunos a utilizam para investigar e resolver problemas inspirados em sua realidade ou cotidiano.

Essa “adoção” da Modelagem Matemática para o contexto da Educação Matemática possibilitou diferentes abordagens, as quais “têm sido realizadas segundo diferentes pressupostos em relação às concepções pedagógicas que norteiam as práticas educativas e as estruturas teóricas das pesquisas científicas” (ALMEIDA; VERTUAN, 2011, p. 21), diante disso, na literatura encontram-se diferentes entendimentos relacionados às concepções pedagógicas no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Em nossa pesquisa nos embasamos na perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), que compreende que uma atividade de Modelagem Matemática parte de uma situação inicial (problema) e vai até uma situação final (solução), na qual o percurso entre elas necessita passar por um conjunto de procedimentos, organizados pelos autores no que denominam de fases da Modelagem Matemática.

O conjunto de procedimentos mencionado, de acordo com Almeida e Ferruzzi (2009), indica ações que os alunos podem realizar para que uma solução para o problema seja obtida, ações como buscar informações sobre a temática envolvida no problema. Identificar e

selecionar quais variáveis são pertinentes para a investigação, elaborar hipóteses com a intenção de simplificar a situação e interpretá-la matematicamente, produzir um modelo matemático que descreve, explica e/ou faz previsões em relação à situação, fornecendo uma resposta ao problema, analisar e validar a solução encontrada, interpretando e verificando se os métodos e os conceitos matemáticos empreendidos, bem como a resposta obtida, são pertinentes para responder o problema.

Esse conjunto de procedimentos é organizado por Almeida, Silva e Vertuan (2012), em quatro fases que eles as denominam como: *inteiração*, *matematização*, *resolução*, *interpretação de resultados e validação*. A fase *inteiração* é caracterizada pelo primeiro contato do modelador com a situação-problema, nesse momento ele precisa se familiarizar com o tema, coletando informações sobre a situação. Mesmo sendo a etapa inicial, ela pode se estender, visto que no decorrer do desenvolvimento da atividade o aluno/modelador pode sentir a necessidade de buscar novas informações. A fase *matematização* é caracterizada pela transformação da linguagem natural para a linguagem matemática, ou seja, nessa fase os alunos/modeladores buscam subsídios na matemática para resolver o problema. A fase *resolução* consiste na construção de um modelo matemático, com a finalidade de descrever, explicar e/ou fazer previsões em relação à situação-problema. Por fim, a fase *interpretação de resultados e validação* remete à análise da resposta para a situação-problema, verificando se o modelo encontrado é pertinente à situação estudada (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

A Figura 1 ilustra de forma concisa as fases do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, partindo da situação inicial até a situação final. Vale a pena ressaltar que a transição de uma fase para outra não se dá necessariamente de maneira linear, pois os alunos podem revisitar qualquer fase sempre que acharem necessário.



Fonte: Adaptado de Almeida, Silva e Vertuan, (2012, p. 15).

A Modelagem Matemática, para Almeida, Silva e Vertuan (2012), auxilia os professores na proposição de problemas investigativos, não essencialmente matemáticos, nos quais os alunos precisarão recorrer a conteúdos matemáticos para resolvê-los.

3.2 MODELOS EM MODELAGEM MATEMÁTICA

A produção do modelo matemático é apontada como uma das ações empreendidas em uma atividade de Modelagem Matemática. Associado à fase de resolução o modelo matemático “é uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13), ou seja, o modelo matemático “é o que ‘dá forma’ à solução do problema e a Modelagem Matemática é a ‘atividade’ de busca por esta solução” (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI, 2012, p. 217).

Segundo Barbosa (2007, p. 161), um modelo matemático pode ser “qualquer representação matemática da situação em estudo”, e, por isso, pode ser representado de diferentes modos, como uma equação, uma tabela, um gráfico, uma função, entre outras representações.

Um modelo matemático pode ser a descrição ou a explicação de parte da realidade, ou ainda, um retrato da realidade sob a ótica do modelador, já que longe de representar “a verdade” em relação a essa parte da realidade, representa tão somente uma adequação empírica da situação ou fenômeno investigado, adequação essa que reflete os conhecimentos e a competência daquele que lida com a situação inicial (VERTUAN, 2013, p. 27).

Na literatura encontramos modelos matemáticos elaborados por estudantes de diferentes níveis de escolaridade. Na pesquisa de Fadin, Rezende e Tortola (2019), por exemplo, alunos de um 6º ano do Ensino Fundamental investigaram a relação entre as medidas de um carro, em tamanho original, e de sua miniatura. O Quadro 1 apresenta a problemática e o modelo matemático, textual, construído por esses alunos.

Quadro 1: Modelo matemático produzido por alunos de 6º ano do Ensino Fundamental

<p>Problemática Como determinar as medidas de um carrinho <i>Hot Wheels</i> a partir do carro original?</p> <p>Modelo matemático R = Os cálculos que fazemos é pegar o comprimento original do carro grande e dividimos pelo comprimento do carro pequeno e obtemos que ele é 64 vezes menor!</p> 

Fonte: Elaborado com base nos registros de Fadin, Rezende e Tortola (2019).

Na pesquisa de Lorin (2015), por sua vez, encontramos modelos matemáticos produzidos por alunos do Ensino Superior, em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática, sobre temas diversos. Destacamos uma atividade com o tema pipoca, na qual eles determinaram o tempo ideal de preparo para que houvesse menor quantidade de grãos sem estourar e sem queimar. Para solucionar esse problema, os alunos encontraram uma função definida por partes, como podemos observar no Quadro 2.

Quadro 2: Modelo matemático produzido pelos alunos do Ensino Superior

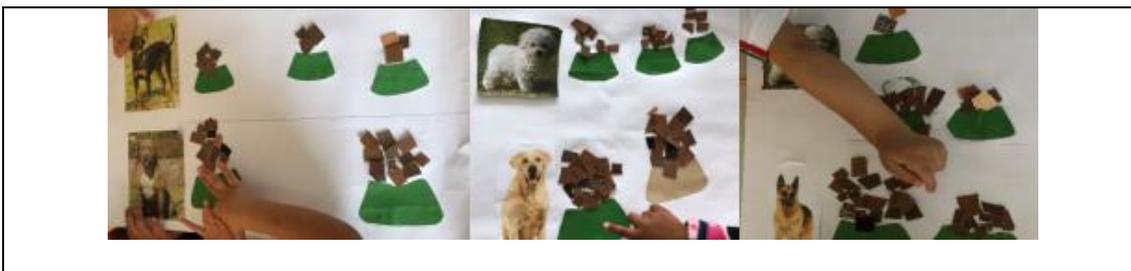
<p>Problemática Qual é o tempo ideal para que haja menor quantidade de grãos sem estourar e sem queimar?</p> <p>Modelo matemático</p> $P(t) = \begin{cases} 715 & \text{se } 0 < t < 96 \\ 715(0,9667)^{t-96} & \text{se } t \geq 96 \end{cases}$ <p>P(t) é o número de grãos de pipoca que não estouraram até o instante t; e t é o tempo que o pacote foi retirado do forno micro-ondas.</p>
--

Fonte: Elaborado com base nos registros de Lorin (2015).

Na literatura os modelos matemáticos apresentam diferentes características, de acordo com o nível de escolaridade dos alunos. No contexto da Educação Infantil, os modelos matemáticos produzidos pelos alunos diferem-se da maioria dos modelos encontrados na literatura. Tortola (2012; 2016) menciona que os modelos matemáticos são produzidos de acordo com os conhecimentos matemáticos que os alunos possuem ou têm condições de aprender, dessa forma, os modelos matemáticos produzidos por alunos dos primeiros anos escolares podem ser constituídos por representações numéricas, tabulares, pictóricas, descritivas, gráficas, textuais, entre outras, recorrendo a gestos, desenhos, escrita e oralidade. Coutinho (2020), por exemplo, apresentou em sua pesquisa modelos matemáticos, que se referem a alimentação de cachorros de porte médio e grande, produzidos pelos alunos da Educação Infantil. Os modelos foram produzidos por meio de colagens e desenhos, como podemos observar no Quadro 3.

Quadro 3: Modelos Matemáticos produzidos por alunos da Educação Infantil

<p>Problemática Qual a quantidade de ração e quantas vezes por dia precisamos alimentar um cachorro de médio porte? E um cachorro de grande porte?</p> <p>Modelo Matemático</p>



Fonte: Elaborado com base dos registros de Coutinho (2020).

Vale ressaltar que o uso dessas representações, denotam uma especificidade desses alunos que estão no início de sua jornada escolar. Os modelos matemáticos produzidos por eles não são mais, ou menos, sofisticados ou simples, estão de acordo com o repertório matemático que os alunos têm e/ou é pertinente de ser desenvolvido nesse nível de escolaridade.

3.3 INSERÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM EM SALA DE AULA

Sugere-se que a inserção de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula ocorra de forma gradativa, para que os alunos possam, a cada atividade, ir se familiarizando com as ações características desse tipo de atividade. Almeida, Silva e Vertuan (2012), bem como Almeida e Dias (2004), propõem que essa familiarização ocorra em três momentos.

Em um primeiro momento, o professor pode propor uma situação-problema, fornecendo os dados e as informações necessárias para sua solução. Cabe aos alunos nesse contexto a análise das informações e ações como “definição de variáveis e de hipóteses, a simplificação, a transição para linguagem matemática, obtenção e validação do modelo bem como o seu uso para a análise da situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 26).

Em um segundo momento, a situação-problema pode também ser sugerida pelo professor, porém aos alunos cabe, além das ações mencionadas no momento anterior, coletar os dados e as informações necessárias para a solução do problema. Nesse momento o aluno se torna mais independente e responsável pela condução da atividade.

Em um terceiro momento, os alunos, distribuídos em grupos, são responsáveis pela formulação de uma situação-problema e por todas as ações requeridas para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática.

Segundo Almeida e Dias (2004, p. 26), “na medida em que o aluno vai realizando as atividades nos ‘diferentes momentos’ [...], a sua compreensão acerca do processo de

modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando”.

No contexto da Educação Infantil, os alunos não possuem tanta independência no desenvolvimento de atividades como em fases seguintes da escolaridade. Porém, ainda que sejam poucas as pesquisas que abrangem a Modelagem Matemática na Educação Infantil, há uma defesa quanto à sua inserção nesse contexto, pois segundo Silva e Klüber (2012, p. 239) “este nível de ensino é a base para que as próximas aprendizagens sejam relevantes à vida dos estudantes”. De acordo com Tortola (2016), elas podem contribuir para que os alunos desenvolvam capacidades e demonstrem mais autonomia. Para isso, o professor precisa realizar ações para orientá-los. Acerca do processo de orientação em atividades de Modelagem Matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 14) argumentam que

a) orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas [...] é sugerir procedimentos; b) orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que “vale-tudo”; c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos; d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função; e) orientar não é despir-se da autoridade do professor.

Ao criar oportunidades para que os alunos possam investigar situações-problema e procurar por soluções, vislumbrando autonomia, permitimos que eles sejam criativos e desenvolvam estratégias e formas de pensar que se consolidarão, com o passar dos anos, no que chamamos de maturidade para interpretar e resolver problemas, com o auxílio da matemática.

3.4 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Uma das características da Modelagem Matemática é que os problemas não são “criados apenas para estudo da matemática, mas permitem ao modelador interpretar os fenômenos ao seu redor e, com base na matemática, tomar decisões associadas a eles” (TORTOLA; BUTCKE, 2015, p. 3-4). Desde o início da vida escolar, ou seja, desde a Educação Infantil, o professor precisa propor aos alunos situações-problema em que eles necessitam mobilizar conhecimentos matemáticos para resolvê-las. Isso porque a matemática já está presente na vida das crianças, mesmo que de forma imperceptível para elas, em suas interações com o mundo (MARCONDES; SILVA, 2019).

Silva e Klüber (2012) explicam que antes mesmo de as crianças entrarem na escola, já se deparam com situações-problema que requerem o uso de conhecimentos matemáticos para solucioná-las, por exemplo, em brinquedos que requerem que as crianças encaixem algo, no qual elas precisam analisar formatos, tamanhos, cores, que é uma situação comum nos primeiros anos de vida. Diante disso, podemos considerar a Modelagem como uma alternativa para as aulas de matemática já nos primeiros anos escolares.

Pesquisas relacionadas à Modelagem Matemática na Educação Infantil (ENGLISH, 2006; FOX, 2006; CARVALHO; OLIVEIRA; LUNA, 2012; SILVA, 2013; BELO, 2016; REZENDE; COUTINHO; TORTOLA, 2019; ZAMPIROLI; KATO, 2019) entendem que as crianças estão aptas a interpretar e tomar decisões para resolver um problema e veem a Modelagem Matemática como uma ferramenta para contribuir com o ensino e a aprendizagem da Matemática.

A Modelagem Matemática na Educação Infantil pode contribuir para a aprendizagem da criança no “desenvolvimento do senso crítico, criatividade, reflexividade, contextualização, problematização dos conteúdos, incentivo à pesquisa e interação” (SILVA; KLÜBER, 2012, p. 235). E ainda, oferece oportunidades para as crianças experimentarem dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos (ENGLISH, 2010). As atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil, segundo Burak (2014, p. 5), devem

primar por favorecer a formação das ideias e conceitos matemáticos. Esse é um momento escolar em que se deve privilegiar a construção do conhecimento matemático e para isso a utilização da linguagem é fundamental, pois ainda a forma simbólica está sendo construída na estrutura cognitiva dos estudantes desta fase de ensino. Assim, muitas atividades envolvendo a Modelagem podem ensinar as ideias de lateralidade, formas, ideias de sequências, ideia de padrões, a formação do conceito de número, ideias de classificação e ordenação.

Porém, trabalhar com a Modelagem Matemática na Educação Infantil requer adequações em seus encaminhamentos. É preciso reconhecer nas ações das crianças especificidades dessa idade. Nesse contexto, o professor não pode perder de vista as características da infância e os conceitos e os raciocínios que devem ser desenvolvidos.

A Modelagem Matemática na Educação Infantil possibilita que as aulas sejam dinâmicas, de interesse das crianças e que elas aprendam a formular perguntas e respostas, a se relacionar e respeitar os outros, e a se desenvolver de forma integral — afetiva, cognitiva, social e física (BELO; BURAK, 2020, p. 8).

Segundo Belo (2016) o professor precisa conhecer o que seus alunos já sabem, os conhecimentos que possuem, para proporcionar situações novas, a partir das quais eles possam ampliar seus conhecimentos. Isso faz parte da mediação do professor, que vai desde a escolha

do tema da atividade, observando os interesses e gostos das crianças durante as brincadeiras e conversas, possibilitando a participação delas na definição do tema (BELO; BURAK, 2020), até a análise da solução encontrada, auxiliando-as nos registros, na organização das ideias, na revisão da atividade que foi desenvolvida. Essa mediação inclui também auxiliar os alunos na coleta de dados, instigá-los na busca por caminhos para resolver o problema, questionar e fazê-los refletir sobre suas ideias e ações, incentivar a verbalização e a comunicação, viabilizar o registro do modelo matemático, orientá-los na avaliação da solução para o problema.

Para Belo (2016), as atividades de Modelagem Matemática tornam-se dinâmicas, significativas e interdisciplinares, pois além de envolver assuntos de interesse das crianças e promover o engajamento delas nas atividades, valorizam os conhecimentos que elas têm e abordam conteúdos pertinentes a diferentes disciplinas, de forma articulada. Essas características contribuem para que as crianças pensem em estratégias próprias para a resolução do problema e, assim, desenvolvam autonomia.

3.5 PESQUISAS SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Como mencionamos na seção anterior, há poucas pesquisas relacionadas à Modelagem Matemática na Educação Infantil na literatura. Fazendo uma busca em eventos que abordam a Educação Matemática e, particularmente, a Modelagem Matemática, bem como no portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), percebemos que as pesquisas com Modelagem Matemática estão concentradas nas etapas dos anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior, assim como indicam Silva e Klüber (2012).

Embora esse seja um tema ainda incipiente em termos de pesquisas (SILVA; KLÜBER, 2012), podemos encontrar algumas dissertações e teses referentes à Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (TORTOLA, 2012; 2016; MUNDIM, 2015; TEODORO, 2018) e na Educação Infantil (SILVA, 2013; BELO, 2016; COUTINHO, 2020; ZAMPIROLI, 2020). Ainda que sejam poucos os trabalhos encontrados na literatura, eles nos ajudam a entender como se dá a prática de Modelagem Matemática nessa etapa de escolaridade. Vejamos alguns deles.

A dissertação de Patrícia Fernanda da Silva, intitulada “Modelagem matemática na Educação Infantil: uma estratégia de ensino com alunos da faixa etária de 4 a 5 anos”, foi desenvolvida na cidade de Lajeado - RS, concluída no ano de 2013 pelo Centro Universitário UNIVATES, no Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu, Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, cujo orientador foi o Professor Doutor Claus Haetinger.

Silva (2013) descreve atividades de Modelagem Matemática mostrando situações de matemática presentes no dia a dia, utilizando a história de um livro infantil denominado “As três partes”, de Edson Kozminski. Conforme a atividade foi desenvolvida, percebeu-se que a história tratava de três figuras geométricas, as quais, cansadas de ser um objeto, foram se modificando para outro, abordando as figuras geométricas. Ela apresenta o livro por meio da projeção de imagens e utiliza as formas que o livro aborda para envolver situações propícias para desenvolver atividades de Modelagem Matemática. Silva (2013) relatou que é possível utilizar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino, sendo uma boa aliada com o brincar. Para a autora “foi possível propiciar às crianças um ambiente descontraído, com situações desafiadoras e instigantes, fortalecendo, assim, a ideia de que é possível aprender matemática brincando” (SILVA, 2013, p. 128).

A dissertação de Cibelli Batista Belo, intitulada “Modelagem matemática na educação infantil: contribuições para a formação da criança”, foi desenvolvida na cidade de Irati - PR, com alunos de 4 a 5 anos de idade, a pesquisa foi concluída no ano de 2016, pela Universidade Estadual do Centro-Oeste no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática, teve como orientador o Professor Doutor Dionísio Burak.

A dissertação descreve o desenvolvimento de um projeto envolvendo dois temas “Brincadeiras Antigas” e “Contação de História”. O tema “brincadeiras antigas” contemplou 19 brincadeiras. O segundo tema “contação de história”, abrangeu três histórias: “As três partes” de Edson Luís Kozminski; “O caso do bolinho” de Tatiana Belinky e “O grande rabanete” - Tatiana Belinky. Em ambos os temas a autora desenvolveu atividades envolvendo a Modelagem Matemática, compartilhando o entendimento de Modelagem como uma metodologia de ensino baseada na concepção de Burak (2004). Foi possível abordar vários conceitos matemáticos, como: leve, pesado; grande, pequeno; lateralidade; noções de espaço e ritmo; contagem; noções de algumas formas geométricas; conceitos de medidas, simetria, meio, noção de tempo.

A dissertação de Letícia Coutinho, intitulada “Modelagem Matemática e Raciocínio Proporcional na Educação Infantil, foi desenvolvida em um Centro Municipal de Educação Infantil, público, localizado em uma cidade do Centro-Ocidental Paranaense, com alunos de 3 e 4 anos de idade. A pesquisa foi concluída no ano de 2020 pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina e Cornélio Procópio no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, linha de pesquisa: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático, tendo como orientador o Professor Doutor Emerson Tortola.

A autora utilizou o entendimento de Modelagem como uma alternativa pedagógica, baseado na concepção de Almeida, Silva e Vertuan (2012). Ela descreve três atividades de Modelagem Matemática de acordo com os momentos de familiarização propostos pelo referencial teórico. As três atividades contemplaram temas presentes no cotidiano dos alunos, como “Brigadeiro, quanto maior melhor?”; “Balançar ou equilibrar na gangorra?” e “Quanto come o cachorro?”, a partir das quais foi possível explorar o raciocínio proporcional. Coutinho (2020, p. 135) destaca que

o desenvolvimento desta pesquisa mostrou o quão gratificante e produtivo pode ser o trabalho com atividades de modelagem matemática na Educação Infantil e o potencial que essas atividades têm para criar situações em que o raciocínio proporcional pode ser explorado – assim como outras ideias e conceitos matemáticos –, além de valorizar os conhecimentos e experiências dos alunos e prezar pelo seu engajamento.

A dissertação de Ana Caroline Zampirolli, intitulada “A modelagem matemática como favorecedora da aprendizagem na Educação Infantil”, foi desenvolvida em um Centro Municipal de Educação Infantil do município de Maringá, com alunos com idades entre 4 e 5 anos. A pesquisa foi concluída no ano de 2020, pela Universidade Estadual de Maringá no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, tendo como orientadora a Professora Doutora Lilian Akemi Kato.

A dissertação apresentou contribuições da Modelagem Matemática como estratégia de ensino no processo de aprendizagem dos alunos. Ela desenvolveu três atividades “Anões e gigantes”, “Alimentação Saudável” e “Construindo a escola com formas geométricas”. Com essas atividades foi possível abordar conceitos como grande/pequeno, alto/baixo, maior/menor e instrumentos de medida, classificação, figuras geométricas como, quadrado, retângulo, círculo e triângulo.

Ao olhar para as pesquisas referentes à Educação Infantil, podemos constatar que durante o desenvolvimento das atividades descritas foi possível abordar conceitos relacionados aos campos de experiências descritos na BNCC. Para Smole e Diniz (2001) as diferentes áreas

do saber humano têm de ser analisadas como um conjunto para que o aprendizado de uma área específica possa ser favorecido. Quer dizer que, quando falamos de Educação, cada disciplina em particular se beneficia das demais disciplinas no que se refere à aprendizagem.

O trabalho em grupo também foi destaque nas pesquisas, algo que é bem comum na Educação Infantil, permitindo que as crianças aprendam a expressar suas opiniões e também a ouvir e respeitar a opinião do outro.

Silva (2013, p. 145) constatou que “a Modelagem Matemática sendo utilizada de maneira convidativa, fez com que as crianças desenvolvessem não só conhecimentos matemáticos, mas também outros potenciais de extrema importância para esta faixa etária”.

Belo (2016, p. 100) considerou “que as distintas aprendizagens evidenciadas pelas crianças com as atividades mostram o potencial educativo da Modelagem Matemática na Educação Matemática na Educação Infantil”.

Zampirolli (2020, p. 30) apontou que ao realizar atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil “é importante que o professor dê autonomia para as crianças realizarem as atividades de seu modo, mobilizando conceitos matemáticos que já possuem e construindo novos conhecimentos com a ajuda dos colegas e do professor”.

Coutinho (2020, p. 133), por fim, ponderou sobre a Educação Infantil “como uma etapa oportuna para o desenvolvimento de ideias e conceitos, formas de pensar e raciocinar, características importantes para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática”.

4 COMPETÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo abordamos o entendimento de competências no contexto da Educação Matemática, discutindo especificamente competências matemáticas que são indicadas na literatura como necessárias para a educação matemática dos alunos. Contemplamos também uma discussão a respeito das competências no âmbito de atividades de Modelagem Matemática, sinalizando as competências matemáticas que podem ser mobilizadas e, principalmente, as competências associadas a essa prática, denominadas como competências em Modelagem Matemática.

4.1 O QUE SÃO COMPETÊNCIAS?

A ideia de um ensino baseado em competências é uma proposta que vem sendo defendida pela BNCC. Segundo esse documento,

competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

Essa proposta surge em busca de uma formação integral dos alunos, em seus aspectos sociais, emocionais, cognitivos e físicos.

Porém, essa ideia não é nova, ela vem sendo debatida por alguns autores no âmbito da Educação (SCALLON, 2015), da Educação Matemática (NISS, 2003) e até mesmo da Modelagem Matemática (BLOMHOJ; JENSEN, 2003; GREEFRATH et al., 2013).

Para Scallon (2015), pensar um ensino estruturado a partir de competências vai para além de definir um conjunto de conteúdos, considera o saber articulado com o fazer, isto é, espera-se que os alunos, em sua formação, além de conhecer conceitos, aprendam a empregar tais conceitos, que desenvolvam um saber-fazer. O ensino por competências, entretanto, não se refere a uma visão utilitarista, na qual os conteúdos precisam ter uma aplicação, se assim o fosse estaríamos colocando novamente o foco sobre os conteúdos. Essa ideia envolve uma perspectiva crítica de Educação, cuja formação esperada pela escola viabiliza aos alunos

condições de se amparar nos conhecimentos apreendidos para fundamentar suas interações com a sociedade, tomadas de decisão e participação em debates sociais.

Essa ideia reflete no ensino desde cedo, desde a Educação Infantil. Particularmente, no que se refere ao ensino de Matemática, Alves e Dense (2018, p. 5) declaram que

o objetivo de trabalhar a matemática com as crianças na educação infantil é de que sejam ampliadas as suas habilidades, aumentar sua capacidade de resolver problemas, desenvolvendo sua argumentação por meio de questionamentos sobre resultados, construindo assim a própria autonomia da criança.

Segundo Tortola (2016, p. 61) “os alunos precisam aprender desde cedo a se comunicar matematicamente, se valer da linguagem matemática, não como códigos que precisam ser decifrados ou traduzidos, mas para registrar resultados de experiências e comunicá-los de modo a ser compreendido”.

Cumprir com tais objetivos vai além de ensinar conteúdos, envolve desenvolver habilidades, atitudes, formas de pensar, envolve ensinar competências. Nesse sentido, cabe uma discussão mais profícua a respeito do termo.

Para Barbosa (2000, p. 355), competência é

a capacidade de mobilizar determinados recursos (saberes teóricos, saberes metodológicos, saberes de ação e de experiência, atitudes, esquemas motores, esquemas de percepção, esquemas de vigilância, de atenção, de antecipação, de decisão) para fazer face a diversas situações.

Weinert (2001, p. 27), por sua vez, define competência como

as habilidades cognitivas prontamente disponíveis ou aprendíveis e habilidades necessárias para resolver problemas, bem como os fatores motivacionais, volitivos e capacidades e habilidades sociais necessárias para um problema bem-sucedido e responsável resolução em situações variáveis.

De acordo com os autores, competência refere-se a um conjunto de informações, conhecimentos, que fundamentam nossos processos cognitivos, nos permitindo interpretar situações, resolver problemas.

Esse entendimento também se reflete nas colocações de Zanella e Kato (2019, p. 3), ao apontar “a competência como a possibilidade do sujeito agir com eficácia em uma situação, em que mobiliza e coordena seus recursos intelectuais e/ou dados pertinentes à resolução da situação”, e de Godino et al. (2012, p. 2), que considerando um contexto educacional, defendem que a mobilização de uma competência sugere “a capacidade de enfrentar um problema complexo ou de resolver um problema, uma atividade complexa”.

Dessa forma, em sala de aula, é interessante que o professor crie situações em que os alunos são colocados diante de problemas em que precisam pensar, analisar, investigar, tomar decisões, agir. Atividades de Modelagem Matemática são uma possibilidade para “os alunos, sob a orientação do professor, a problematizar situações reais e a pensar e discutir meios, fundamentados na matemática, de solucionar problemas” (TORTOLA, 2016, p. 45), e, nesse sentido, consideramos que são atividades que podem auxiliar no desenvolvimento de competências necessárias para a formação matemática dos alunos.

4.2 COMPETÊNCIAS MATEMÁTICAS

Quando falamos em aprendizagem matemática, espera-se que os alunos além de apreender conceitos, desenvolvam competências que garantam aproveitamento desses conceitos em diferentes contextos e situações.

De acordo com De Corte (2007), para um aluno desenvolver competências matemáticas, subentende-se que ele precisa compreender conceitos matemáticos, operações e relações; pensar de forma flexível, precisa e adequada; refletir, explicar e justificar logicamente, ou seja, empregar esses conhecimentos e habilidades para novas tarefas (ALEJO; ESCALANTE, 2012).

Isso requer uma sala de aula na qual os alunos possam ter a oportunidade de aprender matemática como uma disciplina prática, com a liberdade de serem criativos e participarem ativamente das aulas, e não como uma disciplina voltada à memorização de fórmulas e procedimentos (DE CORTE, 2007; ALEJO; ESCALANTE, 2012).

Para Niss (2003, p. 6), “competência matemática significa a capacidade de entender, julgar, fazer e usar matemática em uma variedade de aspectos intra e extra matemáticos e situações em que a matemática desempenha ou poderia desempenhar um papel”. Nesse sentido, possuir competência matemática “significa ter conhecimento, compreender, fazer, usar e ter uma opinião bem fundamentada sobre matemática em uma variedade de situações e contextos” (NISS, 2006, p. 42).

Niss (2003) apresenta, ainda, oito competências matemáticas associadas à capacidade de fazer e responder perguntas em e com matemática e à capacidade de lidar com e/ou gerir a linguagem matemática e suas ferramentas.

A primeira delas é a competência de *pensar matematicamente*. De acordo com o autor, essa competência diz respeito a

- *formular perguntas* que são características da matemática e *conhecer os tipos* de respostas (não necessariamente as respostas em si ou como obtê-las) que a Matemática pode fornecer;
- compreender e lidar com o *foco* e as *limitações* de um determinado conceito;
- *estender* o foco de um *conceito*, ao *abstrair* algumas de suas propriedades; *generalizar resultados* para uma classe de objetos maior;
- *distinguir* entre diferentes *tipos de sentenças matemáticas* (incluindo asserções condicionadas ('se-então'), declarações carregadas de quantificadores, suposições, definições, teoremas, conjecturas, casos) (NISS, 2003, p. 7).

Ao desenvolver essa competência a pessoa torna-se capaz de abstrair propriedades de objetos e generalizar seus resultados, distinguindo diferentes tipos de proposições matemáticas, dominando assim, diferentes procedimentos matemáticos, diferentes formas de pensar matematicamente.

A segunda competência indicada por Niss (2003) é a de *propor e solucionar problemas matemáticos*, que consiste em

- *identificar, propor e especificar* diferentes tipos de *problemas* – puros ou aplicados; abertos ou fechados;
- *resolver* diferentes tipos de problemas matemáticos (puros ou aplicados, abertos ou fechados), sejam eles propostos por outros ou por si mesmo, e, se for o caso, de diferentes maneiras (NISS, 2003, p. 7).

Essa competência reflete, portanto, a capacidade de reconhecer e resolver diferentes tipos de problemas matemáticos.

A terceira competência apontada pelo autor é a de *modelar matematicamente*, ou seja, é a capacidade de

- *analisar* fundamentos e propriedades de *modelos existentes*, incluindo avaliar seu alcance e validade;
- *decodificar* modelos existentes, isto é, traduzir e interpretar elementos do modelo em termos da 'realidade' modelada;
- fazer modelagem ativamente em um determinado contexto:
 - estruturar o campo
 - matematizar
 - trabalhar com o (no) modelo, incluindo resolver os problemas a que ele dá origem
 - validar o modelo, internamente e externamente
 - analisar e criticar o modelo, em si e frente às alternativas possíveis
 - comunicar sobre o modelo e seus resultados
 - monitorar e controlar todo o processo de modelagem (NISS, 2003, p. 7).

Essa competência compreende a capacidade de analisar e trabalhar com modelos existentes e também de criar e/ou estruturar modelos a partir de problemas da realidade. Trata-se, portanto da capacidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e, assim, respondê-los matematicamente, interpretando os resultados em relação à realidade e

investigando a validade do modelo por meio de sua análise e crítica, além de verificar todo o processo de modelagem.

A quarta competência indicada por Niss (2003) refere-se à capacidade de *raciocinar matematicamente*, isto é,

- *seguir e avaliar cadeias de argumentos*, apresentadas por outros;
- *conhecer* o que é (ou não) uma prova matemática e como ela difere de outros tipos de raciocínios matemáticos, por exemplo, heurísticos;
- *revelar as ideias básicas* em uma determinada linha de argumento (especialmente uma prova), incluindo distinguir linhas principais de detalhes, ideias de tecnicidades;
- *conceber argumentos* matemáticos formais e informais e *transformar* argumentos heurísticos em provas válidas, ou seja, provar proposições (NISS, 2003, p. 8).

Essa competência inclui a capacidade de compreender e avaliar um argumento matemático existente, suas provas e ideias centrais. Inclui também o conhecimento e a habilidade de distinguir entre diferentes tipos de proposições matemáticas, por exemplo, definições, afirmações do tipo se-então, se, e somente se, etc.

A quinta competência apontada pelo autor, *representar entes matemáticos* (objetos e situações), refere-se à capacidade de

- *compreender e utilizar* (decodificar, interpretar, distinguir) diferentes tipos de representações de objetos, fenômenos e situações matemáticas;
- compreender e utilizar as *relações entre as diferentes representações* de uma mesma entidade, incluindo conhecer sobre suas potencialidades e limitações relativas;
- *escolher e alternar* entre representações (NISS, 2003, p. 8).

Diz respeito, portanto, à capacidade de compreender e utilizar representações matemáticas, sejam elas simbólicas, numéricas, verbais, estabelecendo aproximações e diferenças entre essas representações, com o intuito de perceber as vantagens e limitações trazidas pela escolha de cada uma delas, fundamentando escolhas adequadas e mudanças sempre que houver necessidade.

A sexta competência indicada por Niss (2003) é a capacidade de *manipular símbolos matemáticos e formalismos*, ou seja, de

- *decodificar e interpretar a linguagem matemática simbólica e formal*, e compreender *suas relações com a linguagem natural*;
- compreender a *natureza* e as *regras de sistemas matemáticos formais* (sintaxe e semântica);
- *traduzir da linguagem natural* para a *linguagem simbólica/formal*;
- *manipular* e manusear declarações e *expressões* contendo *símbolos e fórmulas* (NISS, 2003, p. 8).

Bianchini et al. (2017) indicam que essa competência contempla a capacidade de compreender a linguagem matemática simbólica e formal e sua relação com a linguagem natural, bem como a tradução entre ambas.

A sétima competência colocada por Niss (2003) é a de *comunicar em, com e sobre matemática*, o que envolve

- *compreender outros* ‘textos’ escritos, visuais ou orais, em uma variedade de registros linguísticos, sobre assuntos de conteúdo matemático;
- *expressar-se*, em diferentes níveis de precisão teórica e técnica, de forma oral, visual ou escrita, sobre tais assuntos (NISS, 2003, p. 8).

Bianchini et al. (2017) sinalizam que essa competência diz respeito à capacidade de compreender proposições matemáticas e comunicá-las de diferentes maneiras.

Por fim, a oitava competência matemática apontada por Niss (2003) é a de *fazer uso instrumentos e ferramentas*, ou seja,

- *conhecer a existência e propriedades* de vários instrumentos e ferramentas para a atividade matemática, seu alcance e limitações;
- ser capaz de *utilizar reflexivamente* tais instrumentos e ferramentas (NISS, 2003, p. 9).

Essa competência compreende conhecer e utilizar diferentes instrumentos e ferramentas disponíveis, explorando seus potenciais, suas limitações e tornando-se capaz de fazer uso desses recursos de modo eficiente e conveniente.

Pesquisas como de Chaves e Bisognin (2006), Santos e Bisognin (2007); Stieler e Bisognin (2011), Bisognin e Bisognin (2011; 2012), têm mostrado que ao assumir a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para as aulas de matemática, o professor proporciona um ambiente favorável para construção do conhecimento e o desenvolvimento de competências matemáticas.

Além disso, de acordo com Bisognin e Bisognin (2014, p. 134), “a partir da proposição de problemas oriundos do contexto social é possível desenvolver competências relacionadas com o processo de modelagem e, conseqüentemente, o desenvolvimento de competências matemáticas”. Ou seja, ao desenvolver atividades de Modelagem Matemática o aluno pode além de aprender a realizar ações que são características da matemática, aprender ações que são específicas dessas atividades, aprendem a fazer modelagem.

Há, inclusive, diversos autores que abordam o desenvolvimento de competências em Modelagem Matemática (BLOMHØJ; JENSEN, 2003; MAAß, 2005; 2006; BLOMHØJ, 2011; MISCHO; MAAß, 2012; GREEFRATH, 2013; BISOGNIN; BISOGNIN, 2014; ZANIN, 2015). Como discutiremos na próxima seção.

4.3 COMPETÊNCIAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Uma pessoa possui competência em Modelagem Matemática, segundo Blomhøj (2011), se estiver instruído em realizar uma atividade de Modelagem Matemática, a fim de resolver um problema e/ou para entender uma situação dentro de um determinado domínio. Blomhøj e Jensen (2003) apontam que competência em Modelagem Matemática se refere ao domínio de alguém para conduzir-se, de forma eficiente, em todas as etapas do processo de Modelagem Matemática em uma determinada situação.

Para Bisognin e Bisognin (2013), no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, os alunos precisam investigar informações, assim, eles usam diferentes modos de representação, de acordo com o conhecimento que eles possuem, representações algébricas, gráficas, geométricas ou numéricas, buscando estabelecer relações entre as variáveis, elaborando problemas, criando modelos e buscando soluções, avaliando e interpretando os resultados. No decorrer do processo de desenvolvimento de atividades de modelagem, os alunos vão adquirindo novos conhecimentos e construindo diferentes competências.

Em cada fase do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática o aluno adquire uma nova competência. De acordo com as autoras Bisognin e Bisognin (2013), as competências de Modelagem Matemática são:

No primeiro estágio, os alunos devem adquirir a competência de, a partir de um problema do mundo real, formular um problema matemático. Portanto, por meio da modelagem os alunos podem adquirir a competência de formulação de problemas que, em geral, é uma etapa difícil do processo. Na passagem da segunda para a terceira etapa, os alunos adquirem a competência de definir um modelo para descrever a situação inicialmente proposta. Estabelecido o modelo, no passo seguinte os alunos necessitam solucioná-lo. Nesta etapa as competências estão relacionadas com os conteúdos matemáticos, tais como, a compreensão de conceitos, operações, propriedades e suas relações, o uso de linguagem matemática adequada e métodos de resolução. Na passagem para a última etapa do processo, os alunos podem desenvolver competências relacionadas com a análise, interpretação crítica do resultado obtido, comparando-o com o problema real inicialmente proposto (p. 2975).

Blum e Kaiser (1997 apud MAAß, 2005) declaram que ter competência para fazer Modelagem Matemática requisita um conjunto do que eles chamam de subcompetências, que seriam as etapas apresentadas no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem. Os autores retratam essas subcompetências de Modelagem Matemática como sendo:

Competências para entender o problema real e construir o modelo baseado na realidade.

1. Competência para construir um modelo matemático de um modelo real.
2. Competências para resolver questões matemáticas em um modelo matemático.

3. Competências para interpretar resultados matemáticos numa situação real.
4. Competências para validar a solução (BLUM; KAISER 1997 apud MAASS, 2005, p. 62).

Segundo Maaß (2006) competência para fazer Modelagem Matemática inclui capacidades e habilidades para realizar todas as fases do processo de uma atividade de Modelagem, com isso, os alunos precisam colocar em prática todas essas habilidades e capacidades.

Greefrath et al. (2013, p. 19) também apontam competências em Modelagem Matemática que podem ser desenvolvidas:

C1: Competências para compreender o problema real. C2: Competências para criar um modelo baseado no problema, a fim de simplificar e estruturar dados reais. C3: Competências para definir um modelo matemático a partir do modelo real. C4: Competências para resolver problemas matemáticos por meio do modelo matemático. C5: Competências para entender resultados matemáticos em uma situação real. C6: Competências para validar a solução.

Zanella e Kato (2018, p. 3) entendem competência em Modelagem Matemático “como a possibilidade do sujeito agir com eficácia em uma situação, em que mobiliza e coordena seus recursos intelectuais e/ou dados pertinentes à resolução da situação”. Sendo assim, a competência em Modelagem Matemática é um processo pela qual ocorre a mobilização de diversas ações para resolver um problema (GREEFRATH et al., 2013).

Ao desenvolver atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil, valorizamos as experiências e conhecimentos dos alunos. Para Fox (2006, p. 225) as atividades de Modelagem Matemática “são atividades reveladoras do pensamento que exigem que as próprias crianças desenvolvam interpretações matemáticas das situações”. Dessa forma, ao trabalhar com atividades de Modelagem Matemática favorecemos o desenvolvimento de competências, pois, oportunizamos os alunos a desenvolver uma maior autonomia para identificar as variáveis e as relações pertinentes para resolver o problema. (GREEFRATH et al., 2013).

Essas competências que descrevemos neste capítulo representam uma possibilidade de análise para a resolução das atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas na Educação Infantil.

5 ASPECTOS METODOLÓGICOS E CONTEXTO DA PESQUISA

Neste capítulo apresentamos os aspectos metodológicos e o contexto da pesquisa, isto é, nossas escolhas em relação à realização e à abordagem da pesquisa, os procedimentos e os instrumentos de produção e de coleta de dados e os encaminhamentos para a análise, bem como o ambiente em que a coleta de dados foi realizada, os sujeitos participantes, as atividades desenvolvidas e o produto educacional resultante.

5.1 ABORDAGEM DA PESQUISA

Com a intenção de investigar a questão *quais competências podem ser desenvolvidas por alunos da Educação Infantil em atividades de Modelagem Matemática?* buscamos interpretar e compreender esse fenômeno educativo no ambiente em que as ações ocorreram. Essa atitude nos levou a optar por uma abordagem qualitativa para a pesquisa.

Segundo Neves (1996, p. 1), “nas pesquisas qualitativas, é frequente que o pesquisador procure entender os fenômenos, segundo as perspectivas dos participantes da situação estudada e, a partir daí, situe sua interpretação dos fenômenos estudados”. Bogdan e Biklen (1994), por sua vez, afirmam que em uma pesquisa, cuja abordagem é dita qualitativa, o pesquisador tem contato direto e prolongado com o ambiente e a situação que está sendo investigada. Sendo assim, “o ambiente natural é a fonte direta de dados e o pesquisador é o seu principal instrumento” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47).

Bogdan e Biklen (1994, p. 47-51) apresentam, ainda, cinco aspectos que caracterizam uma pesquisa cuja abordagem é qualitativa, considerando o ambiente escolar:

1. Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o pesquisador o instrumento principal.
2. A investigação qualitativa é descritiva.
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Diante dessa caracterização, ao optar por uma abordagem qualitativa, justificamos nossa opção por uma turma de alunos cuja pesquisadora é a professora regente e sinalizamos nossa preocupação com o contexto da pesquisa, ou seja, com os sujeitos e as condições em que as atividades foram desenvolvidas, no caso, atividades de Modelagem Matemática por alunos da Educação Infantil. Nesse contexto, nos interessam os detalhes que possam colaborar para a compreensão dos fatos, do fenômeno, isto é, de quais competências esses alunos mobilizam ao desenvolver tais atividades, e essa compreensão vai se delineando na forma de descrições – dos fatos, ações, reações e produções –, e de inferências que denotam nossa interpretação dos dados com vistas a obter respostas para a questão de pesquisa.

Com esta pesquisa buscamos contribuir para as discussões e reflexões sobre o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com alunos da Educação Infantil, analisando particularmente as competências mobilizadas por eles nesse contexto.

5.2 SOBRE OS SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida em uma turma denominada “Infantil IV”, sob regência da pesquisadora, em um Centro Municipal de Educação Infantil na cidade de Marilândia do Sul.

Participaram das atividades 16 alunos, que tiveram o termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice A) assinado por seus responsáveis. Os alunos tinham entre 4 e 5 anos de idade. Eles eram participativos e colaboraram com o desenvolvimento das atividades propostas, porém os alunos dessa turma faltavam muito e só foi possível realizar uma atividade com todos os alunos presentes.

5.3 SOBRE AS ATIVIDADES

As atividades foram desenvolvidas no período de 20 de março de 2019 a 2 de dezembro de 2019. Foram desenvolvidas seis atividades, que tiveram duração de 2 a 4 horas cada uma delas, exceto uma, cuja abordagem se deu por 7 dias, por aproximadamente 1 hora por dia.

Todas as atividades foram desenvolvidas em grupo, para incentivar a comunicação entre os alunos, além de ser uma prática com a qual os alunos já estavam acostumados.

Para o desenvolvimento das atividades consideramos os momentos de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática, sugeridos por Almeida e Dias (2004) e propostos por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Esses momentos têm por pressuposto a familiarização gradativa dos alunos com ações e procedimentos característicos de uma atividade de Modelagem Matemática (seção 3.3).

Nesse contexto, três das atividades desenvolvidas correspondem ao primeiro momento: organização dos brinquedos, confecção de pulseiras e barquinho de papel; duas atividades ao segundo momento: “cabelo” do alpiste e combinações de roupa; e uma atividade ao terceiro momento: castelo Eldorado. O Quadro 4 apresenta um resumo das atividades desenvolvidas.

Quadro 4: Resumo das atividades desenvolvidas

Momento de familiarização	Atividade	Duração	Quantidade de alunos que participaram
1º	Organização dos Brinquedos	2h	10
	Confecção de Pulseiras	3h	13
	Barquinho de Papel	4h	15
2º	Cabelo de “Alpiste”	7h (7 dias)	16
	Combinação de roupa	4h	9
3º	Castelo Eldorado	4h	13

Fonte: Dos autores.

5.3.1 Atividades de primeiro momento

As atividades de primeiro momento consistem no primeiro contato dos alunos com a Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Dessa forma, a orientação do professor além de ir no sentido de abordar a matemática, se direciona também a como desenvolver determinadas ações como a interpretação e a resolução do problema.

A primeira atividade desenvolvida de acordo com esse momento foi sobre a organização dos brinquedos do CMEI. Participaram da atividade dez alunos. Ela foi desenvolvida em um grande grupo e teve duração de 2 horas. Os espaços utilizados foram a sala de aula e o almoxarifado do CMEI, os instrumentos que utilizamos foram os brinquedos que estavam

disponíveis no almoxarifado e cinco caixas organizadoras, além de papel sulfite e lápis de cor. O objetivo dessa atividade foi investigar como organizar os brinquedos que os alunos utilizam na escola a fim de facilitar o manuseio e a escolha de um determinado brinquedo. Os alunos utilizaram, principalmente, as ideias de comparação e classificação.

O tema da segunda atividade desenvolvida de acordo com esse momento diz respeito à confecção de pulseiras utilizando miçangas. Participaram da atividade treze alunos e ela teve duração de 3 horas. Inicialmente os alunos sentaram-se no chão formando uma roda de conversa, em seguida foram organizados em grupos com 3 ou 4 alunos. O espaço utilizado foi a sala de aula e os recursos utilizados foram miçangas coloridas, fio de nylon, E.V.A. cortados em formato de círculos, cola e papel sulfite. Nessa atividade os alunos investigaram o padrão em que as miçangas de duas pulseiras foram dispostas e criaram seus próprios padrões para uma pulseira que eles confeccionaram. A identificação e a comunicação de regularidades foram as principais ideias empreendidas pelos alunos.

A atividade barquinho de papel foi a terceira a ser desenvolvida em conformidade com esse momento. Quinze alunos participaram, além de um estagiário da turma que auxiliou a professora pesquisadora. Para essa atividade os alunos foram organizados em duplas e ela teve duração de 4 horas. O espaço utilizado foi a sala de aula e os materiais disponibilizados aos alunos contemplam folhas retangulares de papel dobradura, uma forma com água, quadro e giz. O objetivo da atividade foi realizar um campeonato de barquinho de papel, no qual os alunos discutiram como classificar os participantes. Sequenciação, seriação e números ordinais foram as principais ideias abordadas.

5.3.2 Atividades de segundo momento

As atividades de segundo momento buscam atribuir mais autonomia aos alunos quanto aos encaminhamentos para as atividades de Modelagem Matemática. Dessa forma, além da interpretação e resolução do problema, espera-se que os alunos experienciem a coleta de dados e informações, ou pelo menos uma complementação dela.

A quarta atividade desenvolvida pelos alunos foi desenvolvida em conformidade com esse segundo momento de familiarização. Teve como tema “cabelo” do alpiste e participaram de seu desenvolvimento 16 alunos. Essa atividade teve duração de 7 dias. Os espaços utilizados foram a sala de aula e a sala dos professores, por ser um local mais arejado e conter a luz solar.

Os instrumentos disponíveis foram: casca de ovo, terra, alpiste, canudinho, cola e papel sulfite. Cada aluno recebeu uma casca de ovo, pintada com expressões faciais diversas e deveriam observar o crescimento do “cabelo” do alpiste plantado na casca do ovo, para isso, realizaram as medidas com o auxílio de um canudinho. O objetivo dessa atividade foi despertar o interesse das crianças para questões ambientais e descrever o crescimento do “cabelo” do alpiste no período de 7 dias. As ideias utilizadas envolveram principalmente a construção e análise de gráfico.

A atividade combinações de roupa foi a quinta atividade e consideramos seu desenvolvimento em conformidade com o segundo momento de familiarização com a Modelagem Matemática. Participaram 9 alunos, que foram distribuídos em 3 grupos. A atividade foi desenvolvida na sala de aula, em duas etapas: na primeira os alunos levaram algumas peças de roupa para a professora registrar por meio de fotos; na segunda os alunos investigaram as combinações de roupas que poderiam fazer sem repeti-las. A atividade teve duração de 4 horas e contemplou uma temática que faz parte do amadurecimento da criança, que é aprender a se vestir sozinha. Os recursos utilizados foram roupas das crianças, fotos impressas dessas roupas, cartolina e cola.

5.3.3 Atividade de terceiro momento

A atividade de terceiro momento teve como tema Castelo Eldorado. Nesse momento a intenção é que os alunos vivenciem o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática desde a escolha do tema e a definição de um problema para investigação, até a obtenção de uma solução. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012), as experiências de modelagem do primeiro e segundo momento são importantes para que os alunos adquiram autonomia, confiança e autoridade para realizar, por si só, uma atividade, ou seja, para vivenciar o terceiro momento de familiarização com a modelagem.

O tema Castelo Eldorado, escolhido pelos alunos, reflete o interesse deles por um ponto turístico da cidade. A atividade, desenvolvida com 13 alunos, teve duração de 4 horas. Os espaços utilizados foram a sala de aula e o Castelo Eldorado localizado na cidade de Marilândia do Sul, ao qual os alunos fizeram uma visita. Os instrumentos disponibilizados foram formas geométricas em E.V.A., formulário eletrônico do Google e um notebook. O objetivo da atividade foi investigar características que caracterizam tal construção como um castelo,

diferenciando-o de outras construções que comumente chamamos de casas. A identificação e caracterização de formas geométricas foram as principais ideias exploradas.

5.4 SOBRE A COLETA DE DADOS

A coleta de dados é o processo de recolhimento de dados. Os dados da pesquisa são coletados e organizados compondo um *corpus* investigativo, que em nossa pesquisa se caracteriza pelo registro das discussões dos alunos e por suas produções durante o desenvolvimento das atividades.

Para registro dos dados, foram utilizados um gravador de áudio, dois celulares, para realizar as gravações em vídeo, diário de campo da pesquisadora e folhas para registro das resoluções, além de vários outros instrumentos, em conformidade com a atividade. Nossos dados, portanto, consistem na transcrição dos áudios e das gravações de vídeos e nos registros das resoluções que foram produzidos pelos alunos.

Para o desenvolvimento da pesquisa, solicitamos as devidas autorizações da direção do CMEI e dos responsáveis pelos alunos, esse último na forma de um termo de consentimento livre esclarecido, conforme Apêndice A.

5.5 SOBRE A ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados, realizada no capítulo 6, indica reflexões sobre o nosso problema de pesquisa, isto é, vislumbra pontuar quais competências foram desenvolvidas pelos alunos ao desenvolver as atividades de Modelagem Matemática. Das seis atividades desenvolvidas, optamos por analisar três neste texto: Organização dos Brinquedos, Combinações de roupas e Castelo Eldorado, cada uma correspondente a um dos três momentos de familiarização com a Modelagem Matemática.

A análise, de cunho qualitativo, iniciou com a descrição dos encaminhamentos dos alunos para a atividade. Nessa descrição trazemos elementos que detalham o desenvolvimento das atividades, como quadros, imagens e diálogos, mas principalmente realizamos o exercício de identificar ações ou produções dos alunos que sinalizassem o desenvolvimento de

competências matemáticas ou de competências em Modelagem Matemática, conforme considerações teóricas do capítulo 4. Os indícios de competências observados foram apontados em um novo texto, pós-descrição, no qual além de evidenciar tais competências, explicamos e fundamentamos nossa interpretação. Ao final, sistematizamos em um quadro as competências desenvolvidas pelos alunos no desdobramento da atividade.

Visando preservar a identidade dos alunos e identificar suas produções respeitando a ética da pesquisa, atribuímos a cada um deles um código, conforme a ordem em que seus nomes aparecem na lista de chamada da turma. Dessa forma, ao primeiro aluno da lista, atribuímos o código A1, ao segundo aluno o código A2, e assim por diante, até o aluno A16. Para nos referirmos à professora/pesquisadora utilizamos o código P.

5.6 SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

Com o intuito de colaborar com a prática da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Infantil e fomentar as discussões sobre as competências que os alunos podem desenvolver nesse contexto, propomos como produto educacional um caderno de atividades, composto pelas atividades desenvolvidas pelos alunos em nossa pesquisa. Essas atividades são sugeridas com base nas experiências vivenciadas e estão fundamentadas nos estudos teóricos desta pesquisa. Trouxemos nesse caderno as três atividades descritas na dissertação: Organização dos Brinquedos, Combinações de roupas e Castelo Eldorado, para as quais detalhamos os encaminhamentos dos alunos, fazemos sugestões e indicamos quais competências os alunos podem mobilizar ao desenvolvê-las, conforme a abordagem indicada. Também deixamos as outras três atividades como sugestão: confecção de pulseiras, barquinho de papel e “cabelo” do alpiste, apresentando informações a respeito para o professor que queira se aventurar em desenvolvê-las. Para cada atividade disponibilizamos um QR Code que direciona para um vídeo, no qual fazemos uma apresentação e um convite aos professores quanto ao seu desenvolvimento.

Além das atividades trazemos uma fundamentação teórica a respeito do Ensino de Matemática na Educação Infantil, da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e das Competências.

Esse caderno, portanto, é direcionado principalmente para professores que atuam na Educação Infantil ou que têm interesse na área. Nossa intenção ao propor esse material é que

os professores o tenham como um recurso, no qual podem, eventualmente, encontrar exemplos de atividades de Modelagem Matemática para utilizar em suas salas de aula, com as devidas adequações às suas turmas, pautando suas escolhas não apenas nos conteúdos, mas nas competências que os alunos podem desenvolver.

Esperamos que as atividades apresentadas possam servir como inspiração para os professores utilizarem a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica para a Educação Infantil e até mesmo para desenvolver suas próprias atividades, com temáticas escolhidas em conjunto com seus alunos.

6 ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Neste capítulo descrevemos e analisamos três atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas com alunos de 4 e 5 anos, de uma turma de Infantil IV, com o intuito de identificar quais competências foram desenvolvidas por eles, tanto em relação à matemática, quanto à Modelagem Matemática.

6.1 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE: ORGANIZAÇÃO DOS BRINQUEDOS

Essa foi a primeira atividade de Modelagem Matemática desenvolvida pelos alunos e corresponde ao primeiro momento de familiarização, conforme sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2012). Ela foi desenvolvida em março de 2019.

O dia do brinquedo é uma atividade típica da Educação Infantil, na qual os alunos podem brincar livremente, expressando seus desejos, desenvolvendo autonomia, trabalho em equipe, entre outros aspectos. Nesse CMEI, cada turma têm um dia da semana destinado a atividades livres com brinquedos.

Na época em que a atividade foi desenvolvida, o dia do brinquedo aconteceu com os brinquedos que estavam disponíveis no acervo do CMEI. Os brinquedos desse CMEI estavam localizados em seu almoxarifado, todavia, observamos uma falta de organização na acomodação desses brinquedos, principalmente pela falta de espaço e de caixas organizadoras. Até então, os brinquedos estavam alocados em tambores e bacias, dificultando o manuseio e a escolha para uso nas salas de aula. Diante dessa situação, sugerimos esse tema para os alunos.

O tema foi proposto pela professora/pesquisadora observando que os alunos não demonstravam muito interesse nos brinquedos que a professora levava para a sala de aula, uma vez que não era possível escolher determinados brinquedos, pois eles ficavam guardados todos juntos, sem especificar o tipo de brinquedo em havia em cada recipiente.

A atividade, realizada no dia do brinquedo, iniciou-se por meio de uma roda de conversa, na qual indicamos o local onde os brinquedos ficam guardados. Como os alunos nunca tinham ido até o almoxarifado do CMEI, eles foram convidados a visitar o local. Ao fazer esse convite observamos a empolgação dos alunos, uma vez que eles imaginaram que poderia escolher o brinquedo que mais lhes agradasse “A2: podemos escolher o que a gente quiser?”,

“A7: posso pegar o carrinho de corda”. Eles não sabiam como era difícil escolher um determinado brinquedo. A Figura 2, mostra como os brinquedos estavam armazenados.

Figura 2: Brinquedos armazenados no almoxarifado



Fonte: Dos autores.

Os alunos foram orientados a escolher três recipientes com brinquedos para que, em um primeiro momento, eles pudessem brincar. Ao chegar ao local, logo eles identificaram e comentaram sobre a falta de organização, uma vez que o espaço é pequeno para guardar os brinquedos e tantas outras coisas. Assim que escolheram os três recipientes, dois tambores e uma bacia, retornamos para a sala de aula e orientamos que eles se sentassem em colchonetes que estavam distribuídos pela sala. A Figura 3 ilustra esse momento.

Figura 3: Tambores escolhidos pelos alunos



Fonte: Dos autores.

Retomamos a roda de conversa e discutimos sobre as dificuldades que tivemos em manusear os brinquedos no almoxarifado e da forma como estavam alocados nos tambores, como indica o diálogo a seguir.

P: *Vocês perceberam como foi difícil pegar esses tambores? Nós nem sabemos o que tem dentro deles.*

A2: *Tem brinquedos.*

A1: *Estava uma bagunça.*

P: *Tem muitos brinquedos, só que não sabemos que tipo de brinquedo tem. Por isso agora nós vamos tirar dos tambores e brincar.*

Os alunos brincaram por aproximadamente 40 minutos, tempo em que eles interagiram com os colegas e usaram a imaginação para criar várias situações, como mostra a Figura 4.

Figura 4: Alunos brincando



Fonte: Dos autores.

Após esse tempo brincando as crianças deveriam guardar os brinquedos. A professora pediu para eles sentarem-se novamente nos colchonetes e os indagou sobre como fazer isso.

P: *Hora de guardar! Depois que vocês brincam na casa de vocês o que têm que fazer com os brinquedos?*

A3: *Recolher.*

P: *O A3 falou que devemos recolher, vocês sabem o que é isso?*

A4: *Guardar.*

A7: *Na minha casa eu guardo os brinquedos dentro na minha casinha.*

P: *E na escola onde guardamos os brinquedos?*

A7: *Na caixa.*

P: *Temos algumas caixas para guardar os brinquedos, mas será que vamos guardar os brinquedos igual estavam antes, quando buscamos esses tambores/caixas?*

A1: *Sim.*

P: *Mas estava uma bagunça, porque tem muitos brinquedos! O que podemos fazer para guardá-los de uma maneira que facilite quando formos usá-los novamente?*

Nesse momento a professora/pesquisadora chamou a atenção dos alunos para a bagunça que tinham comentado anteriormente e que não seria apropriado guardar os brinquedos da mesma forma que os encontramos. Com isso a professora problematizou a situação e convidou os alunos a pensar a respeito e buscar por uma solução para como guardar os brinquedos.

Um aluno percebeu que havia mais caixas para guardar os brinquedos, então a professora explicou que além dos três recipientes, eles poderiam contar com mais duas caixas que ela disponibilizou para ajudar na organização. Os alunos começaram a conversar sobre como eles iriam guardar os brinquedos e, conforme faziam suas ponderações, a professora foi fazendo questionamentos para orientar a discussão.

Eles selecionaram para colocar no primeiro recipiente as bonecas, provavelmente por ser o brinquedo em maior quantidade. Na Figura 5, podemos observar os alunos guardando as bonecas, o primeiro brinquedo selecionado.

Figura 5: Alunos guardando bonecas no primeiro recipiente



Fonte: Dos autores.

Assim que acabaram de guardar todas as bonecas, a professora/pesquisadora perguntou o que poderia ser colocado na próxima caixa, rapidamente o aluno A4 respondeu “Carrinhos”, que também era um brinquedo com uma quantidade maior que os restantes. No terceiro recipiente os alunos decidiram guardar brinquedos relacionados à cozinha, como panelas,

talheres e outros utensílios domésticos. No quarto recipiente os alunos guardaram brinquedos que produziam sons, como celulares, computadores e instrumentos musicais. Como havia cinco recipientes para organizar os brinquedos, os alunos não definiram um critério específico para guardar os brinquedos no quinto recipiente, nele eles alocaram os brinquedos restantes, incluindo peças de lego, quebra-cabeças, pelúcias, entre outros. A Figura 6 apresenta a organização dos alunos para os brinquedos.

Figura 6: Brinquedos organizados

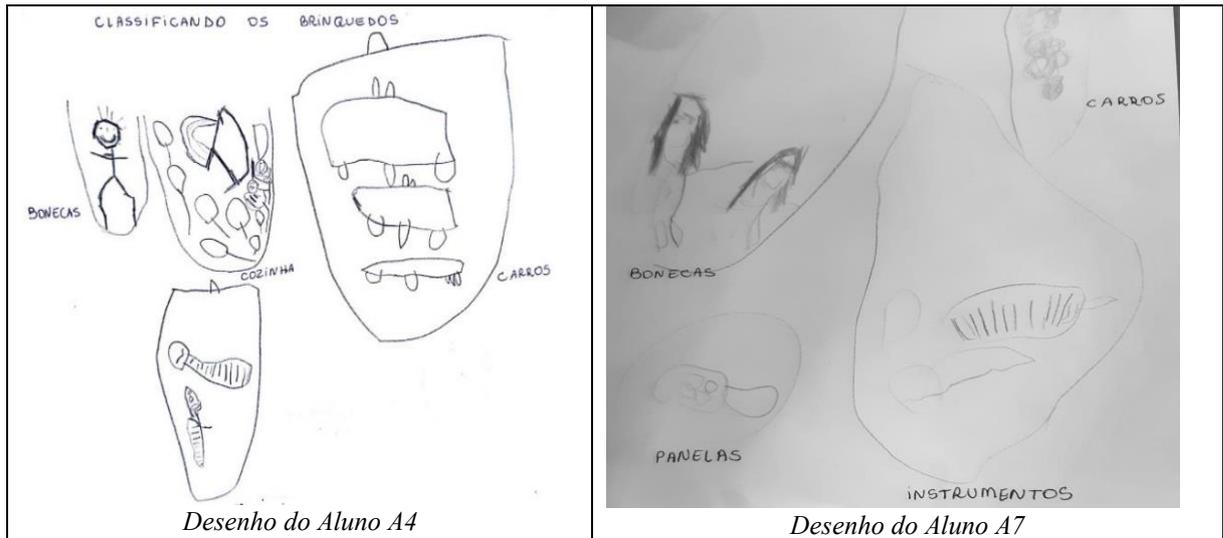


Fonte: Dos autores.

Assim que guardaram todos os brinquedos nos recipientes, o aluno A3 comentou “ficou certinho!”. Percebendo a satisfação dos alunos, a professora solicitou que eles registrassem por meio de um desenho como eles haviam organizado os brinquedos.

Quadro 5: Desenhos dos alunos para a organização dos brinquedos





Desenho do Aluno A4

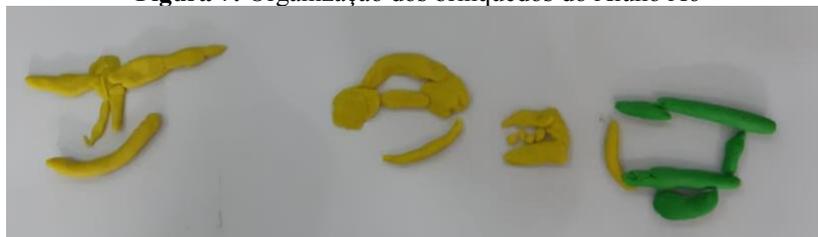
Desenho do Aluno A7

Fonte: Dos autores.

Para facilitar a identificação de cada conjunto, as escritas presentes nos registros foram feitas pela professora, uma vez que os alunos se encontram em processo de alfabetização. Ela questionou os alunos sobre os desenhos e fez os registros conforme suas indicações.

Os alunos também registraram a organização dos brinquedos utilizando massinha de modelar, como mostra a Figura 7.

Figura 7: Organização dos brinquedos do Aluno A6



Fonte: Dos autores.

Podemos observar que o aluno A6, tentou construir com a massinha os recipientes com os brinquedos, da esquerda para a direita denotamos que o primeiro registro é das bonecas, o segundo registro dos carrinhos, o terceiro registro provavelmente é de uma bateadeira, que indica o recipiente dos objetos relacionados a cozinha e o último podemos considerar que seja um computador. Solicitamos que eles fizessem o registro com a massinha, pois é um recurso muito comum na Educação Infantil, que possibilita desenvolver a coordenação motora fina, a criatividade, concentração, sensações, movimentos entre outras coisas.

A organização apresentada por esses alunos não é única, eles poderiam ter tido outros encaminhamentos para a classificação, por exemplo por cor, tamanho, mas ficaram satisfeitos em ter definido esses conjuntos – bonecas, carrinhos, brinquedos relacionados a cozinha,

objetos que produzem sons – pois perceberam que com essa organização o manuseio e a localização dos brinquedos tinham ficado mais acessível.

6.2 ANÁLISE DA ATIVIDADE: ORGANIZAÇÃO DOS BRINQUEDOS

Em geral, uma atividade de Modelagem Matemática inicia-se com um convite aos alunos para investigar uma situação-problema (BARBOSA, 2004). Isso requer uma familiarização dos alunos com o tema, ou como colocam Almeida, Silva e Vertuan (2012), uma inteiração. Inteirar-se sobre o tema, de acordo com os autores, envolve conhecer, buscar informações, compreender o contexto que deu origem ao problema, já que é o primeiro contato dos alunos com o tema no contexto da atividade. No caso da atividade *organização dos brinquedos*, a professora convidou os alunos a conhecer o almoxarifado da escola no dia do brinquedo. Desse modo, eles puderam conhecer o ambiente em que os brinquedos que utilizavam para essa atividade ficavam guardados, e puderam identificar a falta de organização do armazenamento desses brinquedos, conforme colocação do aluno A1 “Estava uma bagunça”, e constatação de que dessa forma eles não conseguiriam encontrar brinquedos específicos, como o carrinho de corda, desejado pelo aluno A7.

Diante disso, em uma roda de conversa, a professora/pesquisadora pôde fazer o convite, mencionado por Barbosa (2004), contextualizando o problema para investigação: *Como guardar os brinquedos de uma maneira que facilite o manuseio quando formos utilizá-los novamente?*

Nesse momento, embora o aluno A1 respondesse imediatamente a professora que eles poderiam guardar da mesma forma como estavam os brinquedos anteriormente, a professora ressaltou a sua colocação de que daquela forma “estava uma bagunça”, que eles não conseguiriam encontrar os brinquedos que queriam. Compreendemos que essa intervenção da professora foi feita no sentido de auxiliar o aluno a compreender o problema proposto por ela, ou seja, se eles guardassem os brinquedos da forma como estavam, o problema de organização permaneceria. Com essa intervenção, os alunos entenderam que precisavam pensar em uma maneira de guardar os brinquedos. Esse entendimento do problema diz respeito à competência de *compreender o problema real* apontada por Greefrath et al. (2013), portanto os alunos estavam familiarizados com o problema real e tinham compreendido as características do problema.

Após a discussão do problema, os alunos sentaram-se no chão, próximo aos brinquedos, para pensar em estratégias de como guardá-los de forma organizada. Antes mesmo da professora mencionar, o aluno A5 percebeu que havia dois recipientes a mais do que a quantidade que trouxeram do almoxarifado, “professora essa caixa de leãozinho e de florzinha não é daqui”. Essa fala do aluno A5 sinaliza, com base nas colocações de Niss (2003), que ele foi capaz de analisar matematicamente a situação, ao quantificar e comparar as quantidades de recipientes, desenvolvendo assim, a competência de *pensar matematicamente*. Segundo Lorenzato (2017), propiciar situações que permitam a construção do conceito de quantidade é fundamental no início do processo escolar, pois auxilia na construção do conceito de número. Para a criança que se encontra nessa fase de escolarização, de acordo com o autor, a ideia de quantidade remete a algo que a ela pode observar e até manipular, como aconteceu com o aluno A5, que identificou as duas caixas diferentes dos recipientes trazidos do almoxarifado.

A professora/pesquisadora explicou o motivo das duas caixas a mais e direcionou a discussão sobre a necessidade de se pensar em uma maneira de resolver o problema, ou seja, de como guardar os brinquedos de uma forma que facilite o manuseio. A partir desse momento os alunos começaram a discutir e pensar em possibilidades de organização, como mostra o diálogo a seguir.

P: *Como vamos guardar esses brinquedos?*

A2: *Vamos pegar devagarzinho.*

P: *Mas e nessa caixa [com estampa] de leãozinho o que vamos guardar nela bem devagarzinho?*

A3: *As bonecas.*

Nesse trecho observamos que o aluno A3 sugere as bonecas como primeiro tipo de brinquedo a guardar. Ao definir que no primeiro recipiente eles colocariam as bonecas, essa definição é tomada como critério pelos alunos para a classificação dos brinquedos, ou seja, se é boneca pode ser colocada na primeira caixa, se não é, não pode ser colocada. As bonecas eram o brinquedo em maior quantidade, dentre aqueles que estavam disponíveis para eles brincar, diante disso, podemos inferir que, possivelmente essa foi a característica que o aluno A3 observou para indicá-las como primeiro critério.

Definido o primeiro critério, inferimos que os alunos entenderam como deveriam classificar os brinquedos, ou seja, que precisavam observar e comparar as características dos brinquedos disponíveis, analisando semelhanças, diferenças e quantidades, para então definir os próximos critérios que determinariam quais brinquedos guardar em cada recipiente. Com essa atitude, os alunos passam a *pensar matematicamente* a situação (NISS, 2003). Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam essas ações, de identificar variáveis envolvidas no

problema, realizar simplificações e levantar hipóteses, como a fase de *matematização*, na qual a linguagem matemática começa a ser utilizada para descrever o problema e encaminhar a resolução. Para Greefrath et al. (2013), quando o aluno compreende a situação real e consegue estruturar e simplificar dados pertinentes a ela para levantar algumas hipóteses de trabalho, ele desenvolve *competências para criar um modelo baseado no problema, a fim de simplificar e estruturar dados reais*.

Assim que guardaram todas as bonecas, os alunos observaram que ainda havia muitos brinquedos. A professora questionou o que poderia ser guardado na próxima caixa.

P: *O que eu poderia colocar nesta outra caixa?*

A3: *Brinquedos.*

P: *Que tipo de brinquedo?*

A4: *Carrinhos.*

Os critérios que os alunos adotaram para organizar os brinquedos em cinco recipientes denotam como eles os classificaram, ou seja, como eles os organizaram. A esse respeito Vergnaud (2009, p. 103) destaca que:

é necessário desenvolver sistematicamente na escola exercícios de classificação, com instruções verbais não ambíguas, com materiais cada vez mais complexos: blocos lógicos, animais, vegetais, vestuário, números, etc. E a única forma de levar as crianças a uma análise rigorosa das propriedades dos objetos e a distinção entre a simples semelhança e a verdadeira equivalência.

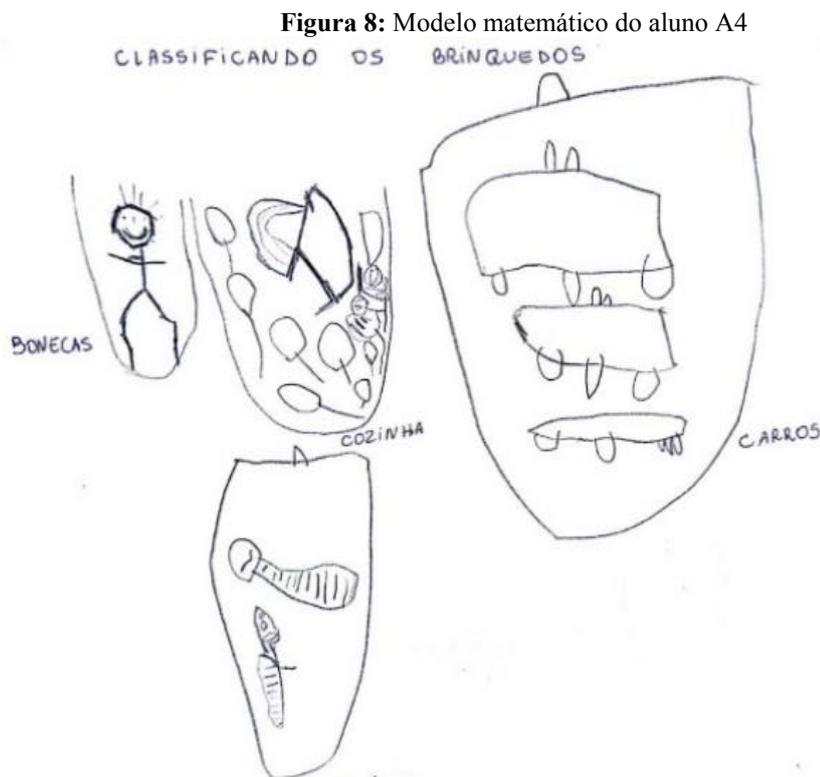
Frisamos que o conceito de classificação não deve se limitar ao ato de juntar ou separar por diferenças e semelhanças, pois além desses procedimentos, Vergnaud (2009) destaca a análise e a comparação das propriedades dos objetos para arrumá-los em uma classe, ou em classes diferentes, em virtude dessas semelhanças, similaridades, diferenças, equivalências e/ou complementaridades de suas características.

Podemos afirmar que a definição desses critérios caracteriza a fase de *resolução*, definida por Almeida, Silva e Vertuan (2012), uma vez que esses critérios determinam quais brinquedos devem ser guardados em cada recipiente, o que direciona a resolução do problema. A organização dos brinquedos foi definida pelos alunos em cinco classes: bonecas, carrinhos, brinquedos relacionados à cozinha, brinquedos que produzem sons e os brinquedos restantes, que incluíam peças de lego, quebra-cabeças, pelúcias, entre outros.

Ao definir os critérios para a resolução do problema podemos perceber na fala dos alunos: “A3: As bonecas”, “A4: Carrinhos.” “A6: Os brinquedos de casinha”, que eles desenvolveram, segundo Maaß (2006), a competência para entender o problema e construir um modelo matemático baseado no problema, pois definiram estratégias para solucionar o

problema. Greefrath et al. (2013), enfatiza que esse processo é caracterizado como competências para definir um modelo matemático a partir do modelo real, pois o aluno foi capaz de definir um modelo real por meio de estruturação e simplificação, para matematizar quantidades relevantes e identificar relações entre os dados do problema e algumas ideias matemáticas.

Para registrar essa solução a professora solicitou aos alunos que produzissem desenhos que descrevessem a organização dos brinquedos, como mostra o Quadro 3. Os desenhos produzidos podem ser interpretados como modelos matemáticos dos alunos para a organização dos brinquedos, uma vez que, “um modelo matemático pode ser a descrição ou a explicação de parte da realidade, ou ainda, um retrato da realidade sob a ótica do modelador” (VERTUAN, 2013, p. 27), e o modelo matemático produzido pelos alunos representa os critérios que eles adotaram para a organização dos brinquedos. Na Figura 8, podemos observar o modelo matemático do aluno A4. Ele desenhou os quatro recipientes e o que ficou definido para cada recipiente.



Fonte: Dos autores.

Nos primeiros anos escolares os modelos matemáticos têm outras características, como apontam Antoniazzi (2016) e Tortola (2016). Segundo os autores os modelos matemáticos, nesse contexto, podem ser registrados por meio de desenhos, colagens, pinturas, etc., de acordo

com os conhecimentos e os recursos que os alunos têm disponíveis. Vale a pena ressaltar, como o faz Tortola (2012), que os modelos produzidos por crianças não serão menos sofisticados que os produzidos por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, do Ensino Médio ou do Ensino Superior, os modelos são produzidos a partir do contexto em que os alunos estão inseridos e de acordo com os conhecimentos que eles possuem ou podem ser introduzidos até o momento.

Ao definir e registrar os critérios, segundo Niss (2003), os alunos desenvolveram a competência de *modelar matematicamente* que compreende que os alunos analisaram e trabalharam para estruturar parte da realidade que é de interesse e criar um modelo.

Ao finalizar a atividade o aluno A3 mencionou que estava “certinho”, o que corrobora com a fase interpretação dos resultados e validação, quarta fase de uma atividade de Modelagem Matemática definida por Almeida, Silva e Vertuan (2012), na qual os alunos puderam observar se o modelo matemático era condizente com a situação proposta. Eles analisaram se o modo como eles classificaram os brinquedos era satisfatório para facilitar o manuseio e a escolha por um determinado brinquedo e assim, concluíram que eles tinham resolvido o problema, o que indica que o aluno A3 obteve *competências para validar a solução* (GREEFRATH et al., 2013). Quando o aluno mencionou que “ficou certinho”, ele expressa o desenvolvimento da competência de *raciocinar matematicamente* (Niss, 2003), avaliando que a solução que eles haviam encontrado era adequada.

O que nos chamou atenção foi que nenhum aluno registrou o quinto recipiente. Concluimos que como eles não conseguiram definir um critério, logo, eles não consideraram aquele recipiente organizado, por isso não registraram.

O fato do aluno A3 mencionar que a organização “ficou certinho” corrobora com a fase interpretação dos resultados e validação, quarta fase de uma atividade de Modelagem Matemática definida por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Os alunos analisaram e concluíram que eles tinham resolvido o problema. Podemos comparar os critérios que eles escolheram para organizar os brinquedos, com a organização que observamos nas lojas de departamento, onde os brinquedos ficam expostos conforme suas características, talvez essa relação tenha sido uma inspiração para os alunos.

De acordo com Blum (2007, p. 10) ter competência em Modelagem Matemática significa ter “[...] habilidade de executar os processos envolvidos na construção e investigação de modelos matemáticos”, entendemos que os alunos interpretaram e buscaram resolver o problema, utilizando recursos de acordo com o nível de escolarização deles. Blomhøj e Jensen

(2003) também apontam que ter competência em Modelagem Matemática significa desenvolver de forma eficiente todas as etapas do processo de Modelagem Matemática.

Na realização dessa atividade constatamos que os alunos desenvolveram competências matemáticas e competências em Modelagem Matemática, como sintetiza o Quadro 6.

Quadro 6: Competências matemáticas e competências em Modelagem Matemática desenvolvidas pelos alunos na atividade Organização dos Brinquedos

Competências	Competências desenvolvidas pelos alunos	Situações
Competências Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> • Competência para pensar matematicamente • Competência para modelar matematicamente • Competência para raciocinar matematicamente 	<ul style="list-style-type: none"> • Representada pela fala do aluno A5 “professora essa caixa de leãozinho e de florzinha não é daqui”, demonstrando que ele observou que havia mais caixas. • Quando os alunos adotaram os critérios para organizar os brinquedos, criando assim, um modelo matemático que descreveu a situação problema. • Quando o aluno mencionou que “ficou certinho”, ele raciocinou matematicamente avaliando que a solução que eles haviam encontrado estava correta.
Competências em Modelagem Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Competência para compreender o problema real • Competência para criar um modelo baseado no problema, a fim de simplificar e estruturar dados reais • Competência para definir um modelo matemático a partir do modelo real • Competência para validar a solução 	<ul style="list-style-type: none"> • Nesse momento os alunos entenderam que não era viável guardar os brinquedos da mesma maneira e começaram a refletir sobre estratégias que deveriam utilizar para guardar os brinquedos de uma maneira que facilitaria o manuseio. • Ocorreu a partir do momento em que os alunos começaram a definir os critérios para guardar os brinquedos, sinalizando um recipiente para as bonecas, para os carrinhos, para os objetos relacionados a cozinha, para os objetos que reproduzem sons e para os objetos restantes. • Representação da resolução do problema por meio de desenhos e utilizando o recurso massinha de modelar. • Representada pela fala do aluno A3 “ficou certinho”, sinalizando que o modelo matemático encontrado era condizente com a resolução do problema.

Fonte: Dos autores.

Essa síntese mostra que a atividade de Modelagem Matemática com o tema organização dos brinquedos proporcionou várias situações nas quais os alunos puderam desenvolver competências matemáticas e competências em Modelagem Matemática.

6.3. DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE: COMBINAÇÕES DE ROUPAS

Essa foi a quinta atividade de Modelagem Matemática desenvolvida pelos alunos e corresponde ao segundo momento de familiarização proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Foram necessários para a realização da atividade dois encontros de quatro horas cada, os quais possibilitaram a exploração do princípio fundamental da contagem e a exploração da ideia de combinação.

O tema foi proposto após observar uma conversa entre duas alunas, na qual elas comentavam sobre a roupa que uma delas estava vestindo, mencionando que ela mesmo havia escolhido a roupa para ir à escola. A outra coleguinha disse que a mãe não a deixava escolher a roupa e, assim, as duas continuaram a conversa. Escolher suas próprias roupas ao se vestir é uma tarefa que os alunos sinalizaram gostar de realizar, pois fazia com que se sentissem importantes. Refletindo sobre o assunto, a professora/pesquisadora fez alguns questionamentos aos alunos e levantou informações a respeito.

P: Vocês costumam escolher suas próprias roupas quando vão sair?

A5: A aluna A2, hoje, escolheu a roupa sozinha para vir para a escola.

P: Vocês também fazem isso?

A7: Minha mãe sempre mostra duas blusinhas e eu escolho uma.

No diálogo, podemos observar que a mãe da aluna A7 lhe apresenta duas opções de blusinhas e ela pode escolher uma, ao fazer isso a mãe proporciona uma situação na qual a criança vai se sentir importante ao realizar essa escolha. Por volta dos três ou quatro anos de idade as crianças começam a querer fazer suas próprias escolhas de roupas, pode até parecer um gesto simples, mas tem grandes repercussões para elas, esse desejo está associado ao início do processo de formação da identidade da criança, a partir do qual ela vai fortalecendo sua personalidade.

Percebendo a empolgação dos alunos quanto ao tema, consideramos que ele seria uma opção interessante para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Diante disso, a professora elaborou um bilhete, que foi entregue dias após essa conversa, no qual foi pedido aos pais que as crianças levassem para a escola algumas peças de roupas para realizar uma atividade. Como mostra a Figura 9.

Figura 9: Recado para os pais

Senhores Pais ou Responsáveis

Pedimos a colaboração de vocês para realizarmos uma atividade com as crianças. Vamos precisar que as crianças levem duas opções de camisetas/ blusinhas, duas calças e uma bermuda/saia.

Com essa atividade vamos trabalhar a autonomia das crianças, o conceito de contagem e o conceito de combinações.

Desde já agradecemos a colaboração.



Fonte: Dos autores.

Apenas três crianças levaram as peças de roupa, a professora/pesquisadora tirou foto de cada peça de roupa para depois poder imprimir e realizar a atividade. No Quadro 7 podemos observar como ficaram algumas imagens das peças.

Quadro 7: Algumas peças de roupas trazidas pelos alunos



Fonte: Dos autores.

Para a aula seguinte, a professora/pesquisadora organizou as imagens das roupas e as imprimiu de modo que ficassem no estilo de figurinhas.

Para iniciar a atividade os alunos sentaram-se no chão de frente com a professora. Essa prática de sentar-se no chão, em grupo, é comum na Educação Infantil, pois as crianças se sentem mais seguras e ficam mais à vontade. A professora projetou uma imagem (Figura 10) para contextualizar a situação-problema. Essa imagem se referia à Mônica, personagem das histórias em quadrinhos de Mauricio Souza, com seu guarda-roupas aberto escolhendo algo para se vestir.

Figura 10: Imagem projetada aos alunos



Fonte: Disponível em <https://br.pinterest.com/pin/274860383493636013/>.

Após os alunos observarem a imagem, a professora iniciou a discussão seguinte.

P: O que vocês estão vendo nessa imagem?

A4: A Mônica.

P: E o que a Mônica está fazendo?

A13: Escolhendo uma roupa nova.

A3: Escolhendo uma roupa preta.

P: Será que essas roupas que estão no guarda-roupa são diferentes?

A4: A roupa dela é vermelha e ela está procurando uma roupa preta.

P: Porque a Mônica quer escolher uma roupa diferente?

A4: Porque a Mônica vai virar a Monicuda.

Os alunos associaram a roupa preta que estava na imagem com episódios da turma da Mônica, em que aparece uma personagem que se chama Monicuda. Novamente a professora questiona:

P: Por que a Mônica quer escolher outra roupa? O que podemos dizer ao observar que ela está com o dedinho no rosto, assim? (*a professora mostra a maneira que a Mônica observa o guarda-roupa*).

A7: Ela está pensando que roupa ela quer pegar (*que roupa ela quer vestir*).

P: E na casa de vocês, vocês escolhem a roupa que querem vestir?

A5: Minha mãe que escolhe minhas roupas.

Nesse momento houve um alvoroço, pois todos queriam falar ao mesmo tempo. A turma ficou dividida, alguns mencionaram que escolhem as próprias roupas, outros indicaram que seus responsáveis que fazem essa escolha.

Em seguida, a professora mostrou outra imagem da Mônica (Figura 11), na qual ela estava vestindo um vestido branco, os alunos reconheceram a cor branca e identificaram que a Mônica havia escolhido um vestido branco.

Figura 11: Imagem da Mônica vestindo um vestido branco



Fonte: Disponível em <https://br.pinterest.com/pin/274860383493636013/>.

A professora prosseguiu a conversa perguntando se para ir à escola eles precisavam usar uma roupa específica, o aluno A7 respondeu prontamente que “na escola tem que usar o uniforme”. A professora continuou: “E quando vocês vão sair para passear?” A5 respondeu: “Tem que escolher uma roupa de sair, uma roupa nova”. A professora aproveitou esse momento para discutir sobre os dias quentes e frios, para os quais devemos levar em consideração a temperatura do ambiente antes de escolher o que vamos vestir.

Após essa primeira discussão a professora recordou que no dia anterior, eles haviam levado algumas peças de roupas e mostrou as figurinhas criadas com as imagens daquelas roupas. Comentamos que eles iriam criar *looks* usando aquelas figurinhas. Os alunos ficaram entusiasmados com a atividade que eles iriam realizar.

Para o desenvolvimento da atividade, organizamos os alunos em três grupos, pois só três alunos haviam levado as peças de roupa solicitadas. Cada grupo tinha um total de três alunos, sendo um deles um aluno que havia levado as peças de roupa. Denominamos esses grupos como: Grupo A (composto pelos alunos: A7, A3 e A2), Grupo B (composto pelos alunos: A4, A1 e A6) e Grupo C (composto pelos alunos A5, A13 e A9).

Após organizarmos os alunos em grupos, entregamos as figurinhas e as deixamos sobre as mesas. Cada grupo tinha suas próprias figurinhas. Assim que as entregamos, perguntamos como são organizadas as roupas que ficam nos guarda-roupas deles. O aluno A4 respondeu que “de um lado ficam as calças, na gaveta as camisetas e no cabide as blusas de frio”. Os alunos concordaram com a organização descrita pelo colega, sinalizando que a organização de seus guarda-roupas é parecida. Sugerimos, então, que eles organizassem as figurinhas conforme a organização de seus guarda-roupas. A organização foi feita pelos alunos separando as peças conforme o tipo de roupa, como mostra o Quadro 8.

Quadro 8: Organização das figurinhas



Fonte: Dos autores.

Quando terminaram de separar as peças de roupas, comentamos que cada grupo poderia montar um *look* que mais os agradava escolhendo algumas daquelas peças.

Assim que todos os grupos montaram seus *looks*, questionamos se havia a possibilidade de montar outro *look* diferente do primeiro, mas utilizando, por exemplo, a mesma blusinha ou camiseta.

Assim que os grupos montaram dois *looks* diferentes, mencionamos que eles poderiam montar mais *looks*. Cada grupo tinha uma quantidade diferente de peças, de acordo com o que eles levaram. O Grupo A tinha 5 modelos de blusinhas, 2 modelos de calça e 1 modelo de saia. Eles começaram a organizar os *looks* colocando uma figurinha de cada modelo de blusinha e iam adicionando a parte de baixo, as calças e a saia, como mostra a Figura 12.

Figura 12: Organização dos *looks*



Fonte: Dos autores.

O grupo A compreendeu muito rápido como montar os *looks* de maneiras diferentes. Assim que eles terminaram comunicaram a professora.

A3: Professora, agora não dá para montar mais nenhum.

Ao chegar na mesa desse grupo, verificamos que eles montaram todas as combinações possíveis com aquelas peças. Eles também estavam convictos que não poderiam montar mais nenhum *look*.

A7: Só se tivesse tênis e a cabeça diferente.

Assim concluímos que eles concordavam e estavam satisfeitos que com aquelas peças não poderiam montar mais nenhum *look*. Sendo assim, entregamos cola e um papel *craft* para eles montarem um cartaz, com os *looks* que haviam formado, como mostra a Figura 13. Nesse momento a professora auxiliou os alunos na colagem, pois eles ainda não têm percepção da quantidade necessária de cola que precisa passar.

Figura 13: Cartaz do Grupo A com os com as combinações de *looks* possíveis



Fonte: Dos autores.

O Grupo B, por sua vez, começou a atividade contando a quantidade de camisetas e calças que eles tinham disponíveis:

A4: Professora tem 5 calças.

P: Isso mesmo! Temos 5 calças e quantas camisetas?

A1, A4 e A6: Um, dois, três, quatro, cinco.

A4: É da mesma forma da calça.

P: Podemos falar que tem a mesma quantidade, não a mesma forma.

A4: É.

P: Agora vocês vão pensar em como montar esses *looks* utilizando essas peças.

A princípio eles separaram as peças iguais e começaram a organizar os primeiros *looks* utilizando uma camiseta, porém eles começaram a colocar calças repetidas para essas camisetas, então questionamos:

P: Vocês podem montar *looks* iguais?

A6: Não, tem que ser diferente.

P: Então, o que aconteceu aqui? (Aponta para dois *looks* iguais).

A4: Ficou igual.

A6: Não pode ficar igual.

A4: Vamos tirar essa calça azul.

P: Por que vocês decidiram tirar essa calça azul?

A4: Porque não pode ficar igual.

A Figura 14 mostra como os alunos estavam montando os *looks*.

Figura 14: Grupo B montando os primeiros *looks*



Fonte: Dos autores.

Quando eles terminaram de montar os *looks* com o primeiro modelo da camiseta escolhida, o aluno A6 mencionou que “agora não tem como montar diferente”. O aluno A1 em seguida falou “vamos colocar outra camiseta”. Assim esses escolheram outro modelo de camiseta e montaram os novos *looks*. Assim eles fizeram com as três camisetas restantes. Esse Grupo havia recebido mais figurinhas do que eles realmente iriam precisar, porém eles perceberam que não havia necessidade de utilizar todas e conseguiram montar todos os *looks* possíveis. A Figura 15, mostra os *looks* produzidos pelos alunos do grupo B.

Figura 15: Cartaz do Grupo B com os *looks* prováveis



Fonte: Dos autores.

O Grupo C, por fim, começou fazendo *looks* aleatórios, porém teve dificuldades em prosseguir, pois começaram a repetir. Deixamos que fossem montando para verificar se eles

iriam perceber que estavam repetindo combinações. Esse grupo tinha 4 modelos de blusinhas e 5 modelos de calça ou saia.

O aluno A13 ficou bem atento, quando ele via que algum *look* estava repetido chamava atenção dos demais integrantes do grupo:

A13: Esse short com essa camiseta já tem.

A5: Verdade.

A9: Com esse short colorido não tem.

A13: Falta esse.

Assim eles foram corrigindo. Não foi fácil para eles, pois não definiram, a princípio, uma ordem para montar os *looks*, sempre tinham que voltar e observar se não havia combinações repetidas.

Devido a isso demoraram um pouco mais para finalizar a atividade, porém concluíram com todas as combinações possíveis. A Figura 16 mostra os *looks* produzidos pelo Grupo C.

Figura 16: Cartaz do Grupo C com os *looks* produzidos



Fonte: Dos autores.

Quando todos finalizaram a atividade, pedimos para cada grupo apresentar aos demais estudantes as combinações que fizeram dos seus *looks*. Os alunos contaram quantos *looks* diferentes haviam conseguido fazer com a quantidade de peças de roupa que haviam recebido.

6.4 ANÁLISE DA ATIVIDADE: COMBINAÇÕES DE ROUPAS

A atividade Combinações de Roupas foi proposta de acordo com o segundo momento de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática, ou seja, no contexto em que foi proposta visou proporcionar a independência dos alunos “no que se refere à definição de procedimentos extramatemáticos e matemáticos adequados para a realização da investigação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 26). Nesse momento ainda cabe ao professor sugerir o tema e o problema a ser investigado, mas se espera que os alunos tomem consciência de algumas ações e busquem coletar novas informações que sejam necessárias para a resolução do problema, diante disso eles passam a ter mais autonomia na condução da atividade.

No caso, o tema e o problema da atividade foram sugeridos pela professora, com base em uma conversa que se repetia com frequência entre os alunos, sobre a escolha de suas próprias roupas. Isso corrobora com a afirmação de Tortola e Almeida (2016) de que a finalidade de desenvolver atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais é envolver os alunos com situações espontâneas que eles tenham presenciado ou possam a vir presenciar em suas vidas. Nesse sentido, por mais que o problema tenha sido sugerido pela professora/pesquisadora, nos atentamos em propor problemas que fazem parte do dia a dia da criança.

Os alunos, por sua vez, se envolverem na investigação do problema e foram responsáveis por realizar a coleta de informações, com o auxílio de seus pais ou responsáveis, e analisar os dados matematicamente, sob a orientação da professora, a fim de solucionar o problema, ou seja, determinar os possíveis *looks* que poderiam ser combinados a partir das peças de roupas que tinham disponíveis.

Ao propor essa situação-problema aos alunos, nossa intenção foi fazer com que eles buscassem estratégias para resolvê-la de acordo com a familiaridade que eles possuem com os conteúdos matemáticos, sem a necessidade de utilizar fórmulas ou regras, já que esse tipo de procedimento ainda não foi apresentado a eles. Os alunos deveriam pensar em como montar *looks* diferentes com as peças que eles tinham disponíveis. Vejamos os encaminhamentos dos alunos.

Para contextualizar e problematizar a situação, a professora pediu que os alunos levassem algumas peças de suas roupas, a partir das quais ela confeccionou figurinhas com imagens dessas peças de roupas em número suficiente para auxiliá-los na investigação do problema: Quantos *looks* diferentes conseguimos montar de acordo com as peças que temos? Os alunos tiveram a oportunidade de discutir sobre o tema “Combinações de roupas” a partir

de uma imagem apresentada pela professora com a Mônica, personagem de histórias em quadrinhos, em frente ao seu guarda-roupa, ao que parece, escolhendo qual roupa vestir (Figura 10 apresentada anteriormente). Para fomentar as discussões também conversamos com os alunos sobre as estações do ano, explicando que precisamos levar em conta a temperatura do ambiente na hora das escolhas de nossas vestimentas. O objetivo dessas discussões foi fazer com que os alunos se familiarizassem com a situação, conhecessem algumas informações, ações que configuram a fase de “inteiração”, indicada por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Podemos identificar no diálogo a seguir uma discussão com a intenção de compreender o problema a ser investigado.

A5: A Mônica está escolhendo roupa.

P: Vocês escolhem suas próprias roupas?

A13: Sim.

P: Quando vocês estão se preparando para vir na escola, o que vocês precisam vestir?

A9: Uniforme.

P: Quando vocês vão sair, podem escolher qualquer roupa?

A5, A4 e A1: Não.

P: O que vocês devem observar primeiro ao se vestir? Será que quando está frio ou quente importa?

A4: Se tiver frio tem que pôr calça e jaqueta.

A7: Não pode usar short.

P: Será que podemos usar uma calça com uma blusinha, quando estiver calor?

A9: Pode.

P: Vamos pensar então que eu preciso montar um *look* pra sair e eu tenho essa blusinha (mostrando a figurinha), um short e uma calça. Como eu posso montar meu *look*? (*a professora mostrou as figurinhas das peças de roupa de uma aluna*).

A5: Você pode usar o short e blusinha.

P: Será que eu só consigo montar isso?

A7: Pode ser a blusinha e calça.

P: Será que tem mais algum jeito?

A5: Acho que não.

P: Com essas peças eu só consigo montar esses dois *looks* que o A5 e o A7 falaram. Mas vocês viram que os amiguinhos trouxeram várias peças de roupas e eu gostaria que vocês ajudassem eles a montarem seus *looks*. Só que não pode montar igual.

O diálogo retrata o momento que os alunos tiveram o primeiro contato com a situação-problema e evidencia as intervenções da professora no sentido de explicar a eles o que significava “montar seus *looks*”. Nesse momento, características e particularidades da situação foram exploradas, um exemplo foi dado intencionalmente com um número reduzido de peças, mediante o qual os alunos conseguiram determinar as combinações possíveis, discutindo,

inclusive, situações nas quais tais *looks* poderiam ser utilizados, levando em consideração o clima. Esse feito nos leva a crer que os alunos compreenderam o problema e que, com base em Greefrath et al. (2013), desenvolveram a *competência para compreender o problema real*, particularmente o problema que foi definido para investigação nessa atividade. As resoluções que foram apresentadas pelos alunos corroboram com o desenvolvimento de tal competência, pois observamos que eles foram capazes de montar os *looks* possíveis a partir da combinação das peças de roupas que tinham disponíveis, como mostram os cartazes apresentados nas figuras 13, 15 e 16.

Para chegar às combinações possíveis, os alunos foram organizados em três grupos, Grupo A, Grupo B e Grupo C, e cada grupo buscou indicar todas as possíveis combinações de roupas a partir das figurinhas disponíveis, ou seja, das imagens com peças de roupas de um de seus integrantes. Porém, nesse momento, cada grupo possuía mais que três peças, o grupo A, possuía 5 blusinhas, 2 calças e 1 saia, o grupo B, possuía 5 camisetas, 4 shorts e 1 calça, o grupo C possuía 4 blusinhas, 2 calças, 2 shorts e 1 saia.

Diante da quantidade de peças, observamos dificuldade por parte dos alunos quanto à organização. Podemos perceber na fala do aluno A6 que ele identificou que havia peças iguais, mencionando que havia “*um monte de shorts igual*”, isso indica que o aluno estava atento e conseguiu fazer essa observação, por mais que esses conceitos “igual” e “diferente” possam parecer simples, são muito importantes nessa etapa de escolaridade.

A professora, então, indagou os alunos sobre como era a organização das roupas nos seus guarda-roupas. A intervenção da professora foi no sentido de orientar os alunos, de indicar caminhos, atitude primordial, particularmente na Educação Infantil, cujos alunos estão em fase de desenvolvimento de sua independência em relação às tarefas que lhes são propostas. O aluno A4 respondeu que “de um lado ficam as calças, na gaveta as camisetas e no cabide as blusas de frio”. Logo sugerimos que eles pensassem na maneira que seus guarda-roupas são organizados e que organizassem de forma parecida as figurinhas em cima da carteira, no intuito de facilitar a visualização das peças para a montagem dos *looks*. O diálogo a seguir mostra como os alunos começaram a organizar as figurinhas para facilitar a visualização após o questionamento da professora.

P: Como podemos fazer para deixar as figurinhas em cima da mesa para facilitar a visualização?

A1: Vou colocar todos os shorts aqui.

A6: Tem um monte de shorts igual, vamos deixar todas perto.

Ao reconhecer que havia peças iguais, logo de mesmo tipo, os alunos foram capazes de fazer uso desse fato de modo conveniente e eficiente, ao deixarem as peças iguais todas juntas, como nos guarda-roupas. Conforme Niss (2003), essa atitude sugere que os alunos desenvolveram a competência de *fazer uso de instrumentos e ferramentas*, pois eles identificaram uma forma de organização nos guarda-roupas e foram capazes de reproduzi-la como estratégia de organização das figurinhas.

Essa estratégia foi utilizada pelos três grupos, principalmente pelos Grupos A e C, que nomeadamente relacionaram a organização das figurinhas com a de seus guarda-roupas. O Grupo B, por sua vez, organizou as figurinhas de forma semelhante, mas separando as peças iguais. Essa comparação das peças de roupas, identificando e agrupando as que são iguais e separando-as das que são diferentes sinaliza que os alunos buscaram subsídios na matemática para resolver o problema, classificando as peças por categorias como os shorts, calças e camisetas, essa ação indica que eles formularam hipóteses, de agrupar as peças iguais, que em uma atividade de Modelagem Matemática caracteriza a fase de matematização (ALMEIDA; SILVA; VERUAN, 2012).

Nessa fase, observamos indícios de que os alunos desenvolveram a *competência para estruturar problemas do mundo real e trabalhar seguindo em direção para uma solução* (MAAß, 2006), uma vez que os alunos definiram estratégias para solucionar o problema a partir de uma situação real, ou seja, organizaram as figurinhas das roupas como em um guarda-roupa para montar os *looks*.

Além disso, quando os alunos formulam hipóteses, Greefrath et al. (2013) aponta que eles estão desenvolvendo a *competência para criar um modelo baseado no problema, com o intuito de simplificar e estruturar dados reais*, ou seja, “o aluno compreende a situação real e consegue estruturar e simplificar dados pertinentes à situação para levantar algumas hipóteses de trabalho” (GREEFRATH, et al.2013, p. 19), nesse caso, os alunos perceberam que para apresentar todos os *looks* possíveis, eles não poderiam apresentar *looks* repetidos.

O Grupo A montou todos os *looks* sem dificuldade. Esse grupo foi o que levou menos peças de roupa. A estratégia utilizada pelos alunos desse grupo foi colocar todos os modelos de blusinhas em uma linha e, abaixo delas, iam acrescentando as calças ou shorts, conforme mostra a Figura 8, apresentada anteriormente. Os alunos a partir da sugestão da professora confeccionaram um cartaz no qual indicaram todas as combinações possíveis. Esse cartaz pode ser considerado o modelo matemático dos possíveis *looks* a partir das peças de roupas disponíveis. As ações realizadas para obtê-lo caracterizam a fase de *resolução* (ALMEIDA;

SILVA; VERTUAN, 2012), uma vez que o modelo matemático produzido fornece uma resposta para a situação-problema.

Em seguida os alunos analisaram e interpretaram os resultados, verificando se o modelo matemático era condizente com o problema proposto, ou seja, se o cartaz indicava todas as combinações possíveis. Como esse grupo estava com as peças de roupas referentes apenas às partes superior e inferior, os *looks* que eles montaram esgotavam todas as possibilidades. Assim que eles concluíram as combinações, os próprios alunos revisaram se indicaram todas as possibilidades, sem ser preciso a professora/pesquisadora perguntar. Eles comunicaram que terminaram com a seguinte fala:

A3: Professora, agora não dá para montar mais nenhum.

P: Será que não é possível montar mais nenhum *look*?

A7: Só se tivesse tênis e a cabeça diferente.

Essas ações retratam a fase de *interpretação de resultados e validação*. Greefrath et al. (2013), aponta que ao passar por esse momento os alunos desenvolvem *competências para resolver problemas matemáticos por meio do modelo matemático*, pois eles foram capazes de encontrar não só um modelo matemático, mas também em interpretá-lo adequadamente em termos da situação-problema inicial.

Na fala do aluno A7, podemos observar que ele foi capaz de validar o modelo matemático construído pelo grupo, Greefrath et al. (2013) intitula essa capacidade como *competência para validar a solução*.

O Grupo B, conforme mencionamos, também fez a separação das peças, porém ao iniciar a montagem dos *looks*, os alunos tiveram dificuldades, pois repetiram algumas combinações, ou seja, colocaram algumas calças iguais com uma mesma camiseta e, desse modo, necessitaram da intervenção da professora/pesquisadora, que os lembrou da “hipótese” de que não poderiam montar *looks* iguais. Com esse questionamento, os alunos voltaram a olhar para os *looks* que já haviam montado e perceberam que tinha feito alguns repetidos. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), o aluno pode revisitar as fases do processo de Modelagem a qualquer momento durante o desenvolvimento da atividade, assim que houver necessidade. No caso do grupo B, eles precisaram retornar para a fase da *matematização* para poder prosseguir com a atividade, pois perceberam que a resolução não estava adequada à situação-problema.

Na sequência, os alunos do Grupo B escolheram um tipo de camiseta e as colocaram lado a lado, com as quais foram combinando as partes inferiores (calças e shorts). Após montar os *looks* com a primeira camiseta escolhida, como mostra a Figura 17, eles chamaram a professora/pesquisadora e comunicaram que não havia formas de montar outros *looks*.

Figura 17: Looks montados com a primeira camiseta escolhida



Fonte: Dos autores.

A6: Agora não tem como montar diferente.

P: Será que não é possível montar outro *look* com essa camiseta?

A6: Não.

P: E o que vamos agora?

A1: Vamos colocar outra camiseta.

Ao montar esse primeiro tipo de *looks*, os alunos entenderam como iriam terminar de montar os demais. Ao escolherem a outra camiseta eles contaram as 5 camisetas iguais e colocaram uma ao lado da outra. O aluno A4 disse “agora vamos fazer da mesma forma”, referindo-se que iria seguir da mesma forma do processo anterior. Conforme Niss (2003), podemos perceber pela fala do aluno A4, indícios da *competência de fazer uso de instrumentos e ferramentas*, pois o aluno compreendeu que era conveniente seguir o mesmo procedimento.

O aluno A6 pensou que deveria escolher os shorts/calças seguindo a mesma sequência da primeira parte.

A1: Vou colocar o short azul.

A6: Não.

P: Por que não?

A6: Tem que ser o short preto.

P: Será que tem diferença começar pelo azul?

A1: Não sei.

Os alunos ficaram na dúvida se teria diferença ou não, então pedimos para eles mudarem de lugar os *looks* que já estavam prontos, na tentativa de fazer com que eles percebessem que nesse caso não teria diferença, desde que esgotassem todas as possibilidades com as peças disponíveis. Em seguida o aluno A6 mencionou “não tem importância, pode ser o azul primeiro”. Ferraz, Borba e Azevedo (2010, p. 4) afirmam que o ensino ocorrido na escola “deve possibilitar o uso de estratégias informais e formais na resolução de situações combinatórias,

baseadas sempre na compreensão das situações por parte dos alunos”, nesse sentido ao indagar os alunos sobre se teria diferença ou não começar pela combinação de roupa com o short azul ou preto tentamos ajudá-los a compreender esse raciocínio combinatório. Por fim, o Grupo B conseguiu então, resolver o problema de combinação dos *looks*, criando assim, o Modelo Matemático, conforme mostramos na Figura 15.

Os alunos do grupo C começaram contando as peças diferentes, a partir de uma sugestão da professora. Contaram primeiro as camisetas/blusinhas, em seguida as saias e shorts. Eles tinham disponíveis 4 modelos de camisetas ou blusinhas e 5 modelos de saias ou shorts. Eles não definiram nenhum critério para montar as combinações, foram escolhendo as peças arbitrariamente, conforme o diálogo a seguir:

P: Como vocês vão começar a montar os *looks*? Lembre-se que vocês não podem montar *looks* iguais.

A5: Não sei.

A9: A camiseta da Barbie e o short da Elza e Ana.

Após montar quatro *looks* eles começaram a ter dificuldade em escolher as próximas combinações. O aluno A13 estava sempre atento e indicava quando eles estavam repetindo um *look*. Nesse momento, houve a necessidade de a professora orientar os alunos, pois a estratégia que eles estavam utilizando dificultava identificar um *look* diferente dos já montados. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) o professor orientador pode e deve sugerir procedimentos.

P: Está ficando complicado montar os outros *looks* né? E se vocês escolhessem um modelo de camiseta e colocasse todas aqui...

A9: Vamos pegar a da Barbie.

P: Isso mesmo, pode ser essa, será que agora vai ficar mais fácil de montar os *looks*? Pensem em todas as possibilidades de saias e shorts que vocês podem usar com essa camiseta.

Como todas as peças estavam dispostas pela mesa, separadas pelos modelos, ficou fácil a visualização. Em atividades de Modelagem Matemática, às vezes, é necessário rever as hipóteses que foram assumidas no início, que podem não ser satisfatórias para resolver o problema. Escolhendo os *looks* arbitrariamente os alunos poderiam encontrar as 20 combinações, porém se trata de uma quantidade grande para a idade deles e, dessa forma, eles apresentaram dificuldades em solucionar o problema, por isso a necessidade de a professora intervir e orientá-los a pensarem em outra maneira.

Mesmo após a professora/pesquisadora sugerir outro procedimento, os alunos voltaram a montar *looks* arbitrariamente, porém, como já haviam feito alguns da forma que a professora sugeriu, ficou mais fácil de criarem os outros *looks*. Um fato que facilitou foi que para esse grupo, diferentemente do grupo B, eles tinham as peças contadas para formarem as 20

combinações, não tinha nenhuma sobrando. O aluno A5 assim que concluiu a atividade, disse para a professora:

A5: Já terminamos, montamos todos.

A13: Não teve nenhum repetido.

Pela fala do aluno A13 concluímos que eles estavam satisfeitos com o resultado final, e perceberam que o modelo produzido era pertinente em relação ao problema proposto, o que sinaliza que os alunos desenvolveram *competência para validar a solução* (GREEFRATH, et al., 2013).

Para registrar o Modelo Matemático criado pelos alunos, sugerimos que eles colassem os *looks* em um cartaz, como mostra o Quadro 9.

Quadro 9: Modelos Matemáticos produzidos pelos grupos A, B e C

	Grupo A
	Grupo B
	Grupo C

Fonte: Dos autores.

Após todos terminarem a atividade pedimos para cada grupo expor seu modelo para o restante da turma. A comunicação oral na Educação Infantil é um instrumento importante, pois todos precisam saber se expressar e usar a linguagem em diferentes situações. É interessante fazer esse trabalho em diferentes atividades e essa foi uma oportunidade para os alunos

perceberem que cada grupo montou uma quantidade específica de *looks*, de acordo com a quantidade de modelos que cada um tinha.

O Grupo A foi o primeiro a expor seu trabalho. Pedimos que eles falassem quantas camisetas e quantos shorts ou saias tinham, em seguida deveriam falar quantos *looks* conseguiram montar.

A7: A gente tinha 5 blusinhas e 1 saia e 2 calças.

A2: E montamos 1,2,3,4,5, ..., 15 *looks*.

A3: Sem repetir nenhum.

A7: Todos diferentes.

Vemos que o grupo A fez questão de deixar claro que todos os *looks* montados eram diferentes, visto que essa era uma condição do problema.

O grupo B também se orientou pelas perguntas feitas pela professora.

A6: A gente tinha 5 figurinhas de camisetas e 5 figurinhas de shorts.

A6, A1, A4: Fizemos 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 24, 25 *looks*.

A1: 25 *looks*.

O grupo C, por fim, respondeu da seguinte forma:

A9: Tinha 4 blusinhas e 5 short e saia

A13: Estava difícil.

A5: Aqui tem 20 *looks* (mostrando no cartaz).

Os três grupos resolveram o problema que havíamos proposto e tiveram a oportunidade de expor alguns dados do problema, o que nos mostra que os alunos desenvolveram a competência apontada por Greefrath et al, (2013) *para resolver problemas matemáticos por meio do modelo matemático*. Ao mesmo tempo, desenvolveram a competência de *modelar matematicamente* com base nas colocações de Niss (2003), pois os alunos foram capazes de encontrar não só um modelo real, mas também traduzi-lo adequadamente ao problema matemático, interpretando os resultados e investigando a validade do modelo. Podemos observar que as estratégias utilizadas não foram iguais para os três grupos. Apesar de resolverem o mesmo problema, cada grupo o solucionou criando estratégias que acharam que estavam mais adequadas à situação em que eles estavam expostos, eles desenvolveram o raciocínio combinatório sem a necessidade de usar mecanismos prontos.

Segundo Aquino (2013, p. 24), o “raciocínio combinatório torna o indivíduo capaz de analisar situações, estabelecer padrões, criar estratégias, identificar possibilidades, além de desenvolver seu espírito crítico e argumentativo”. Para Borba e Pessoa (2009), o raciocínio combinatório se faz presente e pode ser desenvolvido em situações cotidianas, sendo assim, é possível que ele se inicie antes do ensino formal, é importante que os alunos sejam estimulados

ao levantamento e a escolhas de possibilidades desde pequenos. Essa atividade foi uma oportunidade para abordar esse conceito.

Nessa atividade foi possível identificar indícios do desenvolvimento de competências matemáticas e de competências em Modelagem Matemática pelos alunos, como mostra o Quadro 10.

Quadro 10: Competências matemáticas e competências em Modelagem Matemática desenvolvidas pelos alunos na atividade Combinações de Roupa

Competências	Competências desenvolvidas pelos alunos	Situações
Competências Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> • Competência para fazer uso de instrumentos e ferramentas • Competência para modelar matematicamente 	<ul style="list-style-type: none"> • Quando os alunos mencionaram que havia peças iguais, observando que essa situação ajudaria na solução do problema. • Quando os alunos foram capazes de encontrar não só um modelo real, mas também traduzi-lo adequadamente ao problema matemático, interpretando os resultados e investigando a validade do modelo.
Competências em Modelagem Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Competência para compreender o problema real • Competência para estruturar problemas do mundo real e trabalhar seguindo em direção para uma solução • Competência para criar um modelo baseado no problema, com o intuito de simplificar e estruturar dados reais • Competência para resolver problemas matemáticos por meio do modelo matemático • Competência para validar a solução 	<ul style="list-style-type: none"> • Os alunos compreenderam que os looks que eles deveriam montar deveria ser todos diferentes. • Ocorreu no momento que os alunos citaram como era a organização dos seus guarda-roupas e, a partir desse momento começaram a criar estratégias para solucionar o problema. • Nesse caso os alunos definiram como iriam organizar as figurinhas antes de montar os <i>looks</i>. • Quando os alunos foram capazes de encontrar não só um modelo real, mas também em interpretá-lo adequadamente ao problema matemático. • Representada pela fala do aluno A7: “Só se tivesse tênis e a cabeça diferente”.

Fonte: Dos autores.

6.5 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE: CASTELO ELDORADO

A sexta atividade desenvolvida pela turma teve como tema “Castelo Eldorado” e foi caracterizada como uma atividade de terceiro momento de familiarização com a Modelagem Matemática, como proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012), uma vez que o tema foi escolhido junto com os alunos e no desenvolvimento da atividade coube a eles a

identificação de uma situação-problema, a coleta e análise de dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 7).

Para a escolha do tema foi realizada uma roda conversa, na qual os alunos sugeriram vários temas, dentre eles: castelo, granja de frango, brincadeiras no parque, *cupcake*. Após as sugestões, realizamos uma votação, a partir da qual os alunos escolheram apenas um tema. O tema que teve mais votos foi o Castelo, provavelmente esse tema foi o mais votado pois os alunos tinham acabado de desenvolver um projeto sobre contos de fada e normalmente todas as histórias de contos de fada fazem uma abordagem sobre castelos que é uma moradia típica das princesas e príncipes das histórias infantis. Outro fator que pode ter levado à escolha desse tema é que existe em nosso município um castelo, Castelo Eldorado, e os alunos tinham curiosidade de conhecê-lo.

Dois alunos da turma residiam em um sítio que é bem próximo ao castelo. Como vizinhos de quintal, eles sempre comentavam sobre o castelo, pois já visitaram e estavam sempre por perto, por isso houve a curiosidade dos demais alunos em conhecer esse local, logo, abordar esse tema seria uma oportunidade para os alunos conhecerem um pouco mais sobre o local e até mesmo de visitá-lo.

Para entender como os alunos imaginavam o Castelo a professora/pesquisadora os indagou:

P: Como que vocês imaginam como é o castelo? O que será que tem dentro dele?

A15: Tem o trono, uma cama.

A4: O castelo daqui tem fantasma.

A5: Eu acho que ele é de pedra, bem forte.

Escolhido o tema, deveríamos determinar um problema para investigar. Como os alunos são pequenos e estão desenvolvendo sua autonomia, definimos juntos o problema. Optamos por

investigar as características do Castelo Eldorado em relação às nossas casas, ou seja, o que diferencia um castelo de uma casa?

Participaram da atividade 14 alunos e foram necessários dois dias para concluí-la.

Em acordo com os pais e com a direção da escola, organizamos uma visita ao Castelo Eldorado. Por se tratar de uma atividade pedagógica a prefeitura conseguiu um acordo com os responsáveis pela administração do Castelo possibilitando essa visita sem custos. Normalmente para entrar na propriedade cobra-se uma taxa.

Antes de visitarmos o Castelo Eldorado comentamos com aos alunos um pouco da história da construção do castelo, por se tratar de uma história complexa para a idade dos alunos, selecionamos alguns fatos interessantes que os alunos podem compreender, por meio de uma linguagem mais clara.

O Castelo foi construído durante a Segunda Guerra Mundial, por um alemão, para abrigar um povoado com centenas de famílias, ficou conhecido como república. A localidade tinha até moeda própria, o famoso Boró. Hoje em dia ele é um dos pontos turísticos da cidade. Foi frequentado por personalidades importantes. Uma curiosidade é que a apresentadora Xuxa tentou um acordo em meados dos anos 90 para comprar a propriedade, porém não teve sucesso em fechar um acordo com o proprietário. O Castelo também ficou conhecido após a criação de alguns filmes e documentários abordando a história e algumas curiosidades do Castelo (CRUZ, 2017).

Definimos um dia para ir visitar o castelo. Para que isso acontecesse foi necessário providenciar uma autorização para os responsáveis dos alunos para que eles permitissem realizar essa atividade pedagógica fora da sala de aula. No dia escolhido, saímos da escola por volta das 8h15min e em menos de 20 minutos chegamos ao local. Os alunos ficaram encantados e eufóricos ao ver o castelo, pois a maioria não conhecia a propriedade. Antes de conversarmos com eles sobre o castelo, deixamos que eles explorassem o local. A Figura 18 mostra os alunos na entrada do Castelo.

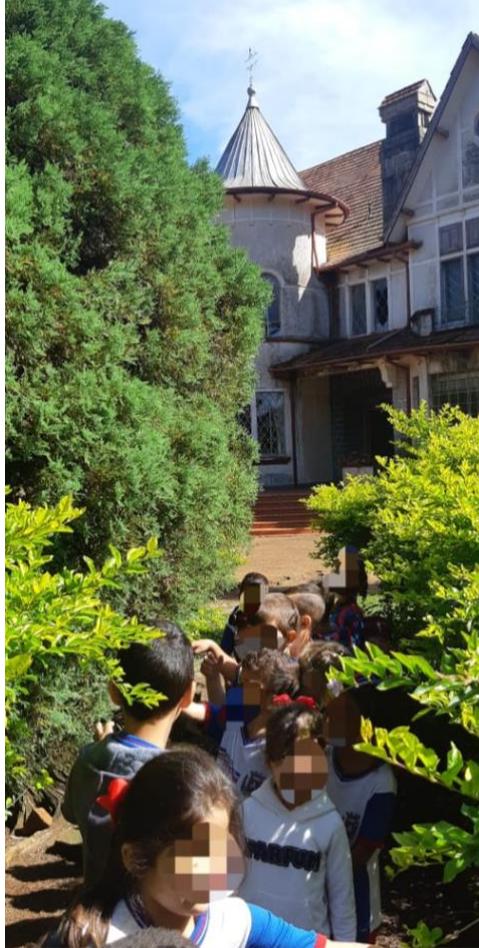
Figura 18: Alunos conhecendo a Entrada do Castelo Eldorado



Fonte: Dos autores.

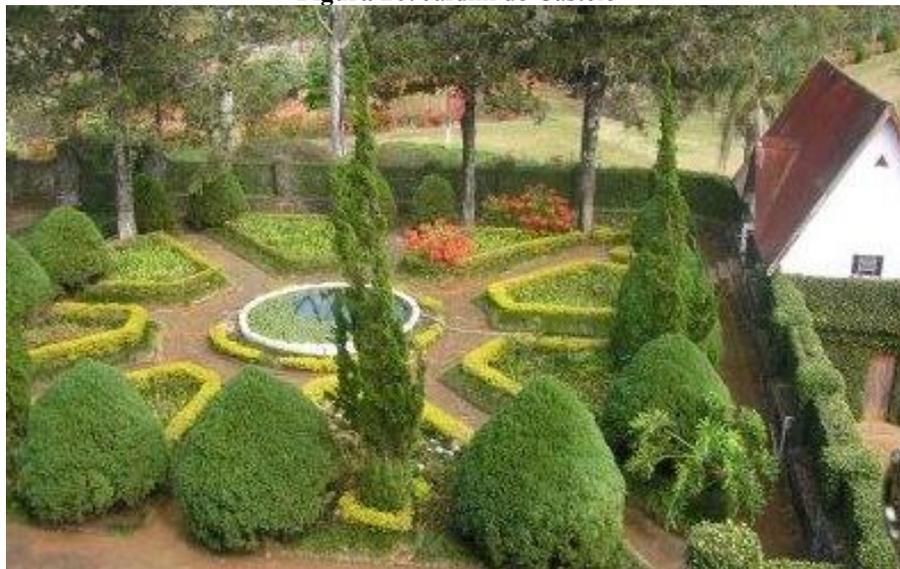
Os alunos exploraram tanto o ambiente externo, quanto o interno do castelo, como mostram as Figuras 19 a 22.

Figura 19: Alunos conhecendo o jardim do castelo



Fonte: Dos autores.

Figura 20: Jardim do Castelo



Fonte: Disponível em <http://wikimapia.org/15428416/pt/Jardim-do-Castelo-Eldorado>.

Figura 21: Alunos conhecendo o interior do castelo



Fonte: Dos autores.

Figura 22: Interior do Castelo



Fonte: Disponível em https://www.temporadalivre.com/uploads/editor/pictures/6e2b2a801cf5/content_3.png.

Durante o passeio pedimos para os alunos observarem as características do Castelo Eldorado. Os alunos puderam ver e comentar sobre a estrutura física elencando algumas diferenças entre o castelo e uma casa padrão.

P: O que podemos observar no castelo que é diferente da nossa casa?

A13: O Castelo é mais alto.

P: O que mais podemos observar de diferença?

A7: No castelo tem o rei e a rainha.

A3: Tem uma ponta afiada.

P: O que seria uma ponta afiada?

A13: Um triângulo.

P: Tem uma semelhança com o triângulo e com outra figura geométrica vocês sabem o nome? Olha novamente para o Castelo.

A2: Parece um triângulo.

Os alunos tentavam fazer algumas correspondências ao observar a fachada do castelo comparando com algumas formas geométricas.

A5: Professora, aquela janela (mostra com o dedo) parece um círculo.

A8: E a outra parece um retângulo.

P: O que mais podemos observar?

A6: Aquilo parece um chapéu de palhaço.

P: Será que em nossas casas é assim também? Vocês já observaram as janelas e portas?

A13: Na minha casa a janela é quadrada e a porta é normal igual da nossa sala.

Após as conversas sobre as características do castelo, deixamos os alunos explorarem seus arredores, eles brincaram pelo jardim e realizaram um piquenique. Consideramos esse momento livre importante, pois o brincar faz parte da infância e pode tornar a aprendizagem uma atividade prazerosa, auxiliando as crianças a desenvolverem sua autonomia e criatividade. A Figura 23 ilustra esse momento.

Figura 23: Momento de descontração



Fonte: Dos autores.

Retornamos para a escola, às 11h30 min, próximo ao horário da saída (12h) dos alunos da escola. Sendo assim, demos continuidade na atividade no dia seguinte.

Quando retomamos a atividade, disponibilizamos às crianças algumas peças de E.V.A. cortadas em formato de algumas figuras geométricas planas e pedimos para que eles montassem um Castelo e uma casa, na Figura 24, podemos observar como o aluno montou o castelo.

Figura 24: Representação do castelo com figuras geométricas



Fonte: Dos autores.

Muitos alunos montaram o castelo utilizando formas triangulares, para representar o telhado da torre, formas circulares para representar as janelas e formas retangulares para representar a porta. Observamos que eles conseguiram reproduzir algumas características do castelo que eles visitaram. Foi possível assim, comentar sobre algumas particularidades das formas geométricas, como o triângulo ter três lados que podem ser iguais ou diferentes.

Perguntamos novamente:

P: O que diferencia em castelo de uma casa?

A8: O castelo é mais grande.

A1: Tem escadas.

P: Mas será que não existe casas com escadas?

A7: Tem os predinhos que têm escada.

A13: Mas minha casa não é um predinho, é normal.

P: Então os “predinhos” são castelos?

A8: Não.

A13: Não, só tem escadas, mas é diferente.

Para finalizar a atividade elaboramos um formulário no *Google Forms* com imagens de algumas construções, e os alunos deveriam respondê-lo indicando se eles classificariam tal construção como casa ou como castelo. O formulário era simples, cada tela tinha uma imagem e abaixo dela deveriam escolher uma das alternativas (CASA ou CASTELO), como mostra a Figura 25.

Figura 25: Exemplo do formulário



ESSA IMAGEM É DE UM: *

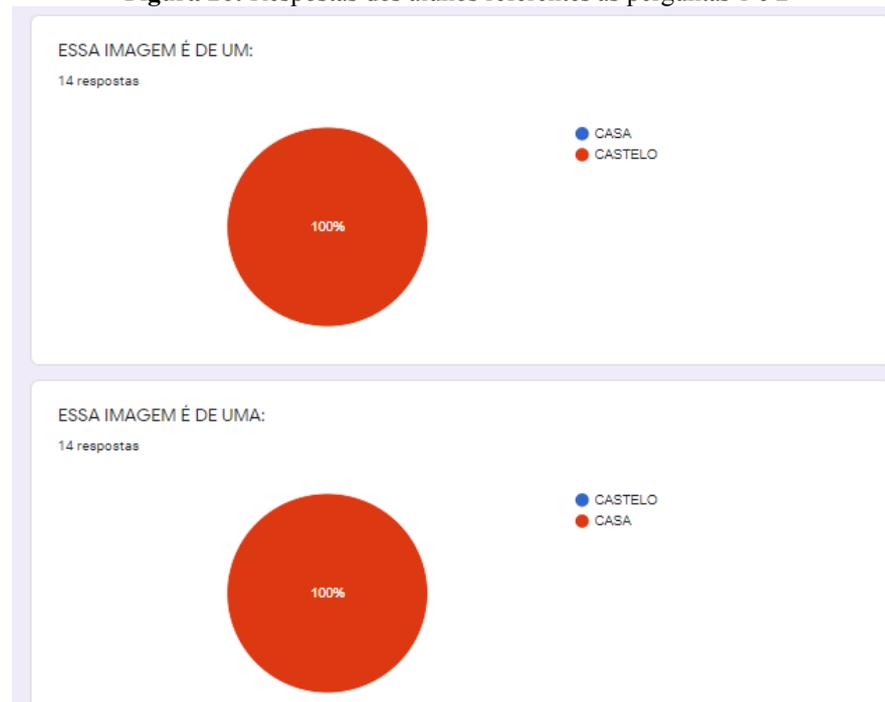
CASA

CASTELO

Fonte: Dos autores.

Antes de iniciarmos o formulário fomos ao quadro para escrevermos as palavras “CASA” e “CASTELO”, na tentativa de ajudar os alunos a memorizarem a escrita da palavra. Como não havia uma sala de informática na escola, a professora/pesquisadora disponibilizou seu notebook para realizar essa atividade, os alunos responderam o formulário individualmente, cada um na sua vez. Como nem todos os alunos sabiam manusear o notebook, a professora/pesquisadora ficou sempre ao lado auxiliando-os, inclusive na identificação das palavras a partir da sua escrita.

Esse formulário continha oito imagens, logo cada aluno fez oito classificações. Os 14 alunos responderam o formulário. Todos conseguiram fazer as classificações propostas, sinalizando que são capazes de diferenciar um castelo de uma casa. Como podemos observar na Figura 26.

Figura 26: Respostas dos alunos referentes às perguntas 1 e 2

Fonte: Dos autores.

Para finalizar fizemos uma roda de conversa na qual os alunos expuseram o motivo de suas respostas para cada imagem, como mostra o diálogo a seguir.

P: Nessa questão (mostrando a imagem de um castelo), todos vocês responderam que isso (apontando para a imagem) é um castelo. Por quê?

A5: Tem muitas janelas e parece ser muito alto.

A6: Lá em cima é pontudo.

P: Pontudo como?

A12: Parece aquilo (apontando para uma imagem de triângulo que fica na parede da sala).

A4: Um triângulo, tem vários triângulos.

[...]

P: O castelo é parecido com a casa de vocês?

A7: Não. O castelo é muito grande.

A5: Lá é muito alto, tem escadas. A minha casa não é tão alta.

Os alunos conseguiram elencar algumas características dos castelos, diferenciando-os do que costumamos chamar de casas, como, a altura, o tamanho, a escada, ter mais janelas, o telhado. Como não havíamos trabalhado os sólidos geométricos com os alunos, não nos dedicamos a nominá-los ou caracterizá-los, nos reservamos à abordagem de suas semelhanças com as figuras planas, conforme aproximações realizadas pelos próprios alunos, como no caso do cone se assemelhar ou lembrar do formato de um triângulo. Porém, vale ressaltar que houve alunos que reconheceram tais formas associando-as a outros objetos, como no caso do aluno A6 que lembrou do chapéu do palhaço.

Por meio da linguagem oral ou por meio de gestos os alunos explicaram como interpretaram o problema que estávamos investigando e, sempre que houve necessidade, a professora/pesquisadora fez questionamentos para orientar a discussão.

6.6 ANÁLISE DA ATIVIDADE: CASTELO ELDORADO

Nessa atividade, desenvolvida de acordo com o terceiro momento de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática, conforme proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012), eles foram responsáveis pela escolha do tema, por fazer observações que auxiliaram a estabelecerem semelhanças e diferenças ao comparar um castelo de uma casa, usaram seus conhecimentos sobre as formas geométricas para produzir o modelo matemático, comunicaram suas experiências.

A escolha do tema, a conversa a seu respeito, a definição do problema e a coleta de informações são ações que sinalizam a primeira fase de uma atividade de Modelagem Matemática indicada por Almeida, Silva e Vertuan (2012), a *inteiração*. Por se tratar de alunos da Educação Infantil as definições decorrentes dessas ações necessitaram da mediação da professora e do auxílio e cooperação dos pais e, particularmente nessa atividade, que realizamos uma ação fora da sala de aula, isto é, a visita ao Castelo Eldorado, precisamos da autorização e apoio da direção do CMEI.

As discussões a respeito do tema, que direcionaram para a definição do problema, iniciaram com a professora indagando os alunos sobre como eles imaginavam um castelo. Os alunos mencionaram que em um castelo havia “trono e uma cama” e que ele era “de pedra, bem forte”. As respostas sinalizam que eles já conheciam algumas características de castelos. Percebemos que é um tema que causa encantamento nas crianças, por se tratar de uma construção sempre presente em histórias infantis, as crianças criam expectativas e fantasiam diversas situações ao pensarem nessa construção. Mas será que os alunos conseguem pontuar diferenças entre casas e castelos? Diante disso, decidimos investigar: o que diferencia um castelo de uma casa?

Sobre a coleta de informações, houve a necessidade de conhecer e explorar uma construção que fosse denominada como um Castelo. Nesse caso os alunos conheceram e exploraram o Castelo Eldorado. Nessa visita foi possível buscar informações na tentativa de solucionar o problema.

Ao visualizar o castelo, os alunos já conseguiam identificar algumas diferenças, como mencionou o aluno A13, ao indicar que “o Castelo é mais alto”, fazendo uma comparação com uma casa. De acordo com Lorenzato (2011, p. 137), as crianças já fazem naturalmente comparações de tamanhos, formas, etc., mas “cabe ao professor aproveitar esses conhecimentos para estimular as crianças a encontrar semelhanças e diferenças que caracterizam o que se deseja comparar”. Podemos observar que o aluno consegue comparar dois elementos de espécies diferentes. Esse processo deve acontecer naturalmente, porém Lorenzato (2011), sugere que o professor apresente esse conceito de diferentes maneiras equivalentes, a fim de consolidar a aprendizagem da criança. Também é possível identificar que o aluno apresentou o senso espacial ao demonstrar a percepção de espaço comparado as duas construções.

O aluno A3 comparou o telhado com a forma geométrica triângulo, por ser pontudo. Eles ainda não estudaram sobre os sólidos geométricos, então fazem comparações com as formas geométricas planas. Eles também fizeram correspondência das formas geométricas círculo com a janela do Castelo e do retângulo comparando com a porta.

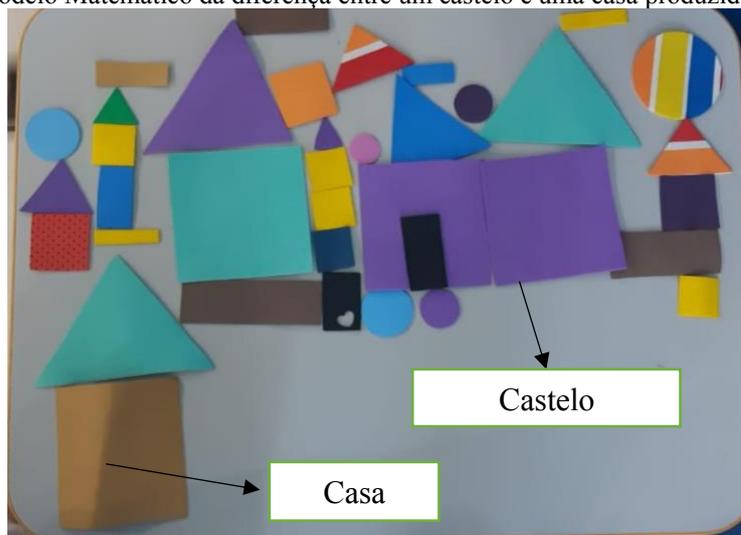
Os alunos já haviam estudado as formas geométricas círculo, quadrado, retângulo e triângulo, porém comentamos novamente sobre as características dessas formas e fizemos outras comparações com objetos que estão presentes em suas rotinas, como o quadrado e o piso da sala de aula, retângulo com a mesa, triângulo com a vela de um barco, círculo com um CD. Zampirolli (2020, p. 139) aponta “a importância das crianças conseguirem estabelecer relações entre o que está sendo trabalhado em sala de aula com aspectos de seu dia a dia”.

Os alunos entenderam que eles deveriam observar a estrutura do castelo, para elencar características que são específicas desse tipo de construção e que a diferencia da estrutura de uma casa convencional. Esse entendimento diz respeito à *competência de compreender o problema real* apontada por Greefrath et al, (2013), e direcionou as observações dos alunos durante a visita ao Castelo Eldorado, junto às indicações feitas pela professora.

As relações que os alunos estabeleceram entre a estrutura do castelo com as formas geométricas sinalizam o uso da linguagem matemática para descrevê-la e indicam a fase de *matematização*, pois nesse momento os alunos buscaram subsídios na matemática para auxiliá-los na interpretação e resolução da situação-problema, antes o que era discutido em termos de uma linguagem natural, agora é descrito e analisado com o auxílio da linguagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Nessa fase os alunos buscam identificar, selecionar variáveis, formular hipóteses e realizar simplificações. Os alunos formularam hipóteses, ao apontar que o castelo “é mais alto”, “é mais grande”, “tem escadas”. E conseguiram fazer

algumas simplificações, como a interpretação de um cone como sendo um triângulo, ao indicar que o castelo é maior que uma casa, ao comparar as portas e janelas com formas geométricas. Ao pedir para os alunos registrarem o castelo e a casa percebemos que no registro eles colocaram mais peças para representar o castelo, pois eles tiveram a percepção que o castelo é maior, como o próprio aluno A7 comentou “o castelo é muito grande”. Como podemos observar na Figura 27, onde os alunos caracterizaram um castelo e uma casa.

Figura 27: Modelo Matemático da diferença entre um castelo e uma casa produzido pelo aluno A4



Fonte: Dos autores.

A ação de confeccionar um castelo e uma casa por meio de formas geométricas caracteriza a fase de *resolução*, que de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012) refere-se à busca de uma solução para o problema sob investigação, que geralmente é apresentada em termos de um modelo matemático. No caso os alunos criaram o modelo para representar a diferença entre um castelo e uma casa, utilizando formas geométricas, sendo assim podemos inferir que os alunos desenvolveram a *competência para criar um modelo baseado no problema, a fim de simplificar e estruturar dados reais* (Greefath, et al., 2013), pois os alunos organizaram e conseguiram representar uma casa e um castelo utilizando figuras geométricas planas.

Ao definir as características que eles indicaram para diferenciar um castelo de uma casa – altura, janelas, portas, escadas, telhados, eles desenvolveram a competência de *modelar matematicamente*, pois os alunos compreenderam o problema e conseguiram criar um modelo matemático que descrevesse a situação.

Os modelos matemáticos produzidos pelos alunos da Educação Infantil diferem de modelos produzidos por alunos de outros níveis de ensino, pois apresentam suas particularidades e são produzidos de acordo com os recursos que os alunos utilizam na sala de

aula, como colagem, desenho, linguagem oral, pintura, entre outros (ANTONIAZZI, 2016; TORTOLA, 2016).

Ainda sobre os modelos matemáticos podemos destacar que:

para a produção do modelo matemático diferentes conhecimentos matemáticos podem ser utilizados, e, nesse empreendimento, ganha espaço a criatividade. Um espaço para soluções e procedimentos variados, em que estruturas matemáticas são construídas em conformidade com o que os sujeitos sabem e/ou procuram aprender para resolver a situação-problema (TORTOLA, 2016, p. 48).

Os alunos puderam usar a criatividade para representar o castelo e a casa, de acordo com as peças que a professora/pesquisadora havia disponibilizado. Para Antoniazzi (2016), os modelos matemáticos produzidos pelos alunos da Educação Infantil são feitos por meio de desenhos, pinturas, recortes, colagens, entre outros, ou seja, com aquilo que as crianças já estão habituadas a trabalharem.

Para Greefrath et al, (2013), quando o aluno consegue resolver o problema proposto por meio de um modelo ele desenvolveu *competências para resolver problemas matemáticos por meio do modelo matemático*, pois foi capaz de definir um modelo real e interpretá-lo adequadamente ao problema matemático.

Após os alunos produzirem os modelos matemáticos eles puderam expor suas conclusões a respeito de como diferenciar um castelo de uma casa e concluíram que “o castelo é mais grande”, “tem muitas janelas e parece ser muito alto” “tem escadas”. Além disso, a professora propôs uma atividade pelo Google Formulário, por meio da qual foram apresentadas várias imagens de casas e de castelos e as crianças deveriam analisá-las e classificá-las. Optamos pelo formulário on-line considerando a importância de as crianças terem acesso à tecnologia na escola, e nessa turma, em particular, havia alguns alunos que nunca tinham visto um notebook. Proporcionar momentos como esse é de grande valia, pois

No caso da Educação Infantil, quando utilizamos recursos tecnológicos digitais, possibilitamos as crianças a ter contato com imagens, sons e movimentos muito mais próximos do real. E todos nós, técnicos em educação, sabemos que a aprendizagem da criança só se torna significativa se ela identifica isso em seu mundo, em seu contexto. Além de as tecnologias digitais possibilitarem um interesse e um envolvimento muito maior dos alunos nas aulas porque é um recurso no qual eles fazem parte, eles se identificam e se interessam (MAGALHÃES; RIBEIRO; COSTA, 2016, p. 9).

Esse formulário forneceu subsídios para a fase *interpretação de resultados e validação* do modelo matemático, na qual se verifica se o modelo matemático obtido é condizente com a situação investigada (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Os alunos perceberam que as características mencionadas foram condizentes com o modelo produzido e que casas e castelos têm algumas características próprias, as quais foram discutidas com os colegas e professora.

Todos os alunos conseguiram diferenciar uma casa de um castelo. Podemos inferir que todos os alunos tiveram *competências para validar a solução* (GREEFRATH et al, 2013), pois foram capazes de responder o problema proposto. Também podemos concluir que os alunos desenvolveram a competência matemática de *propor e solucionar problemas matemáticos* (NISS, 2003), pois eles perceberam que a princípio não conseguiam definir nenhuma característica que fosse aceitável para responder o problema sendo assim, buscaram informações e conseguiram solucionar o problema, definindo algumas características que eles acharam aceitáveis para diferenciar um castelo de uma casa.

Nessa atividade foi possível constatar que os alunos desenvolveram competências matemáticas e em Modelagem Matemática, como mostra o Quadro 11.

Quadro 11: Competências matemáticas e competências em Modelagem Matemática desenvolvidas pelos alunos na atividade Castelo Eldorado

Competências	Competências desenvolvidas pelos alunos	Situações
Competências Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> • Competência para propor e solucionar problemas matemáticos • Competência para modelar matematicamente 	<ul style="list-style-type: none"> • Os alunos reconheceram o problema algo que no princípio eles não conseguiam responder e investigando, analisando o problema conseguiram chegar em uma solução. • Quando os alunos adotaram os critérios para diferenciar o castelo de uma casa, criando assim, um modelo matemático que descreveu a situação problema.
Competências em Modelagem Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • Competência para compreender o problema real • Competência para definir um modelo matemático a partir do modelo real • Competência para criar um modelo baseado no problema, a fim de simplificar e estruturar dados reais • Competência para validar a solução 	<ul style="list-style-type: none"> • Quando os alunos começaram a definir algumas hipóteses para diferenciar o Castelo de uma casa convencional. • Representação da resolução do problema por meio de da construção do castelo e da casa utilizando peças de EVA com formatos de figuras geométricas. • Quando os alunos foram orientados (e aceitaram esse convite) para organizar e representar uma casa e um castelo utilizando figuras geométricas planas, com o objetivo de diferenciar as duas construções. • Representada pelo resultado do formulário sinalizando que os alunos conseguiram definir critérios para diferenciar o castelo de uma casa.

Fonte: Dos autores.

6.7 ANÁLISE GLOBAL

Nesta seção, sistematizamos as competências matemáticas e competências em Modelagem Matemática obtidas como resultados das análises das três atividades desenvolvidas pelos alunos da Educação Infantil e descritas nesta dissertação, as quais intitulamos “Organização dos brinquedos”, “Combinações de roupas” e “Castelo Eldorado”. Essas atividades foram desenvolvidas de acordo com os momentos de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática, propostos por Almeida e Dias (2004) e sugeridos por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

A sistematização sobre o desenvolvimento das competências matemáticas e das competências em Modelagem Matemática, com base nos referenciais teóricos adotados, é apresentada nos Quadros 12 e 13, respectivamente. Ressaltamos que essas competências foram indicadas com base nos indícios presentes nas falas e registros dos alunos, ou seja, embora outras competências podem ter sido desenvolvidas por eles, são as indicadas nos quadros as que ficaram explícitas, sobre as quais temos condições de falar, discutir, refletir.

Quadro 12: Índícios do desenvolvimento de competências matemáticas por alunos da Educação Infantil

Competências matemáticas (NISS, 2003)	Atividade 1: Organização dos Brinquedos	Atividade 2: Combinações de roupas	Atividade 3: Castelo Eldorado
Competência para pensar matematicamente	Representada pela fala do aluno A5 “professora essa caixa de leãozinho e de florzinha não é daqui”, demonstrando que ele observou que havia mais caixas.		
Competência para propor e solucionar problemas matemáticos			Os alunos reconheceram o problema, pois era algo que no princípio eles não conseguiam responder e investigando, analisando o problema conseguiram chegar em uma solução.
Competência para modelar matematicamente	Quando os alunos adotaram os critérios para organizar os brinquedos, criando assim, um modelo matemático que descreveu a situação problema.	Quando os alunos montaram todas as possibilidades de <i>looks</i> , criando assim, um modelo matemático que descreveu a situação problema.	Quando os alunos falaram as características para diferenciar o castelo de uma casa, criando assim, um modelo matemático que descreveu a situação problema.
Competência para raciocinar matematicamente	Quando o aluno mencionou que “ficou certinho”, ele raciocinou matematicamente avaliando que a solução que eles haviam encontrado estava correta.		
Competências para fazer uso de instrumentos e ferramentas		Quando os alunos mencionaram que havia peças iguais, observando que essa situação ajudaria na solução do problema.	

Fonte: Dos autores.

Quadro 13: Indícios do desenvolvimento de competências em Modelagem Matemática por alunos da Educação Infantil

Competências em Modelagem Matemática (GREEFRATH et al., 2013)	Atividade 1: Organização dos Brinquedos	Atividade 2: Combinações de roupas	Atividade 3: Castelo Eldorado
Competência para compreender o problema real	Os alunos entenderam que não era viável guardar os brinquedos da mesma maneira e começaram a refletir sobre estratégias que deveriam utilizar para guardar os brinquedos de uma maneira que facilitaria o manuseio.	Nesse momento os alunos compreenderam que os <i>looks</i> que eles deveriam montar deveriam ser todos diferentes.	Quando os alunos começaram a definir algumas hipóteses para diferenciar o Castelo de uma casa convencional.
Competência para criar um modelo baseado no problema, a fim de simplificar e estruturar dados reais	Ocorreu no momento em que os alunos começaram a definir os critérios para guardar os brinquedos, sinalizando um recipiente para as bonecas, para os carrinhos, para os objetos relacionados a cozinha, para os objetos que reproduzem sons e para os objetos restantes.	Nesse caso os alunos definiram como iriam organizar as figurinhas antes de montar os <i>looks</i> .	Quando os alunos foram orientados (e aceitaram esse convite) para organizar e representar uma casa e um castelo utilizando figuras geométricas planas, com o objetivo de diferenciar as duas construções.
Competência para definir um modelo matemático a partir do modelo real	Representação da resolução do problema por meio de desenhos e utilizando o recurso massinha de modelar.	Ocorreu no momento que os alunos citaram como era a organização dos seus guarda-roupas, a partir desse momento eles começaram a criar estratégias para solucionar o problema.	Representação da resolução do problema por meio de da construção do castelo e da casa utilizando peças de EVA com formatos de figuras geométricas.
Competência para resolver problemas matemáticos por meio do modelo matemático		Quando os alunos foram capazes de encontrar não só um modelo real, mas também em interpretá-lo adequadamente ao problema matemático.	
Competência para validar a solução	Representada pela fala do aluno A3 “ficou certinho”, sinalizando que o modelo matemático encontrado era condizente com a resolução do problema.	Representada pela fala do aluno A7: “Só se tivesse tênis e a cabeça diferente”.	Representada pelo resultado do formulário sinalizando que os alunos conseguiram definir critérios para diferenciar o castelo de uma casa.

Fonte: Dos autores.

O Quadro 12 revela indícios de que cinco das oito competências matemáticas descritas por Niss (2003) foram desenvolvidas pelos alunos da Educação Infantil nas atividades de Modelagem Matemática.

A competência matemática para *pensar matematicamente* foi desenvolvida na primeira atividade, o que indica que os alunos foram capazes de abstrair propriedades de objetos e generalizar seus resultados, distinguindo diferentes tipos de proposições matemáticas.

A competência para *propor e solucionar problemas matemáticos* foi desenvolvida na terceira atividade quando os alunos conseguiram propor, investigar e solucionar o problema.

A competência para *modelar matematicamente* foi desenvolvida nas três atividades, uma vez que os alunos conseguiram, em todas as situações, criar modelos matemáticos que descrevessem os fenômenos e indicassem uma solução para o problema sob investigação.

A competência para *raciocinar matematicamente* foi desenvolvida na primeira atividade, indicando que os alunos compreenderam e avaliaram um argumento matemático existente.

Por fim, a competência para *fazer uso de instrumentos e ferramentas* foi desenvolvida na segunda atividade, indicando que os alunos conheceram e utilizaram diferentes instrumentos e ferramentas disponíveis, explorando seus potenciais e suas limitações, tornando-se capazes de fazer uso de recursos de modo eficiente e conveniente.

O Quadro 13, por sua vez, sinaliza que cinco das seis competências em Modelagem Matemática, sugeridas por Greefrath et al. (2013), foram desenvolvidas pelos alunos da Educação Infantil.

A competência para *compreender o problema real* foi desenvolvida nas três atividades, o que sugere que os alunos conseguiram compreender os problemas que haviam sido propostos, o que se justifica pelos encaminhamentos e resultados encontrados. Além disso, sinaliza que eles buscaram informações e conseguiram entender os problemas definidos – na atividade “organização dos brinquedos” eles conheceram o local onde ficavam guardados os brinquedos e perceberam a dificuldade de manuseá-los, a partir dessa constatação investigaram como organizá-los; na atividade “Combinações de roupas” investigaram como montar *looks* diferentes com algumas peças de roupas que tinham disponíveis; e na atividade “Castelo Eldorado” os alunos conheceram um castelo e investigação características que diferenciam um castelo de uma casa.

A competência para *criar um modelo baseado no problema, a fim de simplificar e estruturar dados reais* foi desenvolvida nas três atividades, indicando que os alunos conseguiram representar de uma maneira simplificada a solução do problema.

A competência para *definir um modelo matemático a partir do modelo real* foi desenvolvida nas três atividades, indicando que os alunos foram capazes de definir estratégias para solucionar o problema a partir de uma solução real.

A competência para *resolver problemas matemáticos por meio do modelo matemático* foi desenvolvida na atividade “Combinação de roupa” quando o aluno A3 menciona “Professora, agora não dá para montar mais nenhum” sendo assim, eles foram capazes de encontrar não só um modelo matemático, mas também em interpretá-lo adequadamente e dar uma resposta a um problema matemático.

A competência para *validar a solução* foi desenvolvida nas três atividades, sinalizando que os alunos foram capazes de resolver os problemas propostos, conseguindo analisar os modelos matemáticos construídos e encontrar uma solução para o problema.

A orientação da professora/pesquisadora nas atividades desenvolvidas apresentou grande relevância, visto que os alunos da Educação Infantil ainda não apresentam autonomia para determinadas situações, e as orientações da professora possibilitou que os alunos desenvolvessem estratégias e formas de pensar para interpretar e resolver os problemas propostos.

As atividades foram propostas em grupos pois para Biembengut (2019, p. 45) “quando as crianças se unem às outras, em grupo, elas buscam identificar os diversos aspectos sociais, culturais, artísticos, tecnológicos relacionados àquilo sobre a qual conversam”. E foi possível que eles auxiliassem uns aos outros na tentativa de solucionar o problema.

Ao propor problemas onde valorizamos o contexto e as experiências dos alunos conseguimos fazer com que houvesse uma participação maior dos alunos, eles estavam mais envolvidos e entusiasmados para buscar uma solução para o problema.

Portanto, acreditamos que por meio das atividades desenvolvidas os alunos foram encorajados a desenvolverem competências matemáticas e em Modelagem Matemática.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nossa pesquisa estruturamos nosso quadro teórico a partir de discussões que contemplam o Ensino de Matemática na Educação Infantil, a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e o desenvolvimento de competências matemáticas e de competências em Modelagem Matemática, o qual nos fundamentou na investigação da questão: *quais competências podem ser desenvolvidas por alunos da Educação Infantil em atividades de Modelagem Matemática?*

Com esse propósito, nos orientamos no entendimento de modelagem como uma alternativa pedagógica, de Almeida, Silva e Vertuan (2012). Elaboramos e desenvolvemos seis atividades de Modelagem Matemática com uma turma de alunos de 4 e 5 anos de idade, da Educação Infantil. Nos orientamos no entendimento de modelagem como uma alternativa pedagógica, de Almeida, Silva e Vertuan (2012). Dentre essas seis atividades, escolhemos três para descrição e análise nesta dissertação. A escolha de tais atividades se deu considerando os três momentos de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática, propostos por Almeida e Dias (2004) e sugeridos por Almeida, Silva e Vertuan (2012), isto é, optamos por uma atividade de cada momento, pois concordamos que o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática de forma gradativa auxilia os alunos na “compreensão acerca do processo de modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas” (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 26). Os dados obtidos com essas atividades, incluindo áudios, imagens e produções escritas dos alunos, foram analisados segundo o quadro teórico delineado a fim de identificarmos quais competências foram desenvolvidas pelos alunos, de acordo com a questão de pesquisa delimitada.

Ao desenvolver as atividades de Modelagem Matemática, nessa turma, percebemos que houve a participação dos alunos, no sentido de discutir, comentar, perguntar e, principalmente, de dar ideias para resolver os problemas. Acreditamos que isso se justifica pelas escolhas dos temas, que foram pensados para contemplar os interesses dos alunos, pois quando trabalham com algo que os motiva, eles são instigados a buscar, conhecer, entender, aprender e compreender (BELO; BURAK, 2020). Buscamos, dessa forma, ao escolher os temas das atividades e determinar os problemas, valorizar o contexto e as experiências dos alunos, direcionando-os para o uso da linguagem matemática, de modo que conceitos matemáticos fossem abordados, enquanto investigavam as situações propostas, presentes em seu cotidiano,

como sugerem English, 2006; Fox, 2006; Tortola, Almeida; 2016, e viabilizando o desenvolvimento das competências que foram indicadas.

Vale a pena ressaltar que é possível desenvolver atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil, entretanto, é preciso que seja feito um planejamento com algumas perguntas “chaves”, sugestões e encaminhamentos que possam auxiliar o pensamento dos alunos em busca de uma solução. Nesse contexto, o professor, também, “precisa estar preparado e disposto a aceitar as propostas das crianças e saber lidar com mudanças no decorrer do processo, pois as crianças podem modificar o andamento das práticas” (BELO; BURAK, 2020, p. 19).

Desenvolvemos as atividades em grupos, pois acreditamos que essa dinâmica favorece a troca de conhecimentos sobre o tema e auxilia na comunicação em busca de uma solução para o problema. Em grupo, os alunos puderam expor seus pensamentos, fazer indagações e discutir sobre o tema, o que possibilitou que eles auxiliassem uns aos outros na busca de uma solução para o problema.

Os resultados que apresentamos em nossa pesquisa foram utilizados na confecção do produto educacional “Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil: desenvolvendo competências”, que consiste em um caderno de atividades com proposta de atividades de Modelagem Matemática que podem promover o desenvolvimento de competências matemáticas e de competências em Modelagem Matemática. Nesse caderno indicamos os materiais necessários para desenvolver as atividades que aqui descrevemos, os conteúdos matemáticos que podem ser abordados e as competências que podem ser desenvolvidas. Elencamos algumas perguntas, que não fizemos no desenvolvimento dessas atividades, porém consideramos ser perguntas importantes para o desenvolvimento das atividades. Além disso, no final de cada atividade, o professor pode acessar um link que direcionará para um vídeo, curto, que apresenta as principais ideias da atividade.

Durante a pesquisa desenvolvida, lidamos com algumas dificuldades. Uma delas foi a participação de poucos alunos em algumas atividades, pois ainda que a Educação Infantil tenha se tornado uma etapa obrigatória, muitos pais e/ou responsáveis não prezam pela assiduidade dos alunos, acarretando muitas faltas. Outra dificuldade que vale a pena citar foi em relação às respostas curtas dos alunos, por um lado; e às perguntas não tão certas feitas pela professora/pesquisadora, por outro lado; isso implicou em pouca exploração de algumas respostas dos alunos, que poderiam ter exposto mais pensamentos, mais indícios das competências desenvolvidas e, talvez, até de outras competências.

Essas dificuldades não diminuem o significado e a importância do desenvolvimento desta pesquisa para nossa atualização e qualificação profissional, mas compartilhá-las desperta a importância de uma análise atenta às respostas dos alunos, que podem revelar as competências desenvolvidas e, conseqüentemente, direcionar o trabalho do professor para o desenvolvimento de outras competências que não foram identificadas.

Nesse sentido, deixamos claro que as competências desenvolvidas nas atividades de Modelagem Matemática poderiam ser outras, caso considerássemos outros contextos, outros olhares. Porém, em nossa pesquisa, foram essas competências matemáticas e competências em Modelagem Matemática cujo desenvolvimento identificamos por essa turma de alunos da Educação Infantil.

Esperamos que a nossa pesquisa possa contribuir para que mais professores façam uso da Modelagem Matemática em suas aulas, tendo em vista as contribuições dessa prática a essa etapa de ensino.

REFERÊNCIAS

ALEJO, V. V.; ESCALANTE, C. C. Developing Mathematical Competences, Learning Linear Equations, Functions and the relation among these Concepts. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v.1, n.7, p. 50 -57, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, v. 17, n. 22, p. 19-35, set. 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação sócio epistemológica para a Modelagem Matemática. **Tutuandria**, [S.I.], v. 2, n. 2, p. 117-134, jul. 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/Tutuandria/article/view/37952>. Acesso em: 09 set. 2020.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramento para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015. p. 1-12.

ALMEIDA, M. L. W de.; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v.14, n.2, p. 200-214, maio./ago. 2012.

ALVES, A. L.; DENSE, L. S. A importância de trabalhar a matemática na Educação Infantil. **II Conferência Nacional de Educação Matemática**, p. 1-12, 2018.

ANTONIAZZI, N. N. et al. Artes visuais: educação infantil. *In*: ENCONTRO CIENTÍFICO CULTURAL INTERINSTITUCIONAL, 14., 2016, Cascavel. **Anais...** Cascavel, FAG, 2016.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. *In*: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p.161-174.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: Concepções e experiências de futuros professores. 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem e modelos matemáticos na Educação Científica. **Alexandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 69-85, jul. 2009.

BARBOSA, M. A formação de professores face às novas prioridades da escola: Inventário de competências para promover a cidadania. *In*: CONGRESSO GALEGO-PORTUGUÊS DE PSICOPEDAGOGIA, 5., 2000, [S.I.]. **Anais...** [S.I.]: [s.n.], 2000. p. 352-358.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto 2002.

BELO, C. B. **Modelagem Matemática na Educação Infantil**: Contribuições para a Formação da Criança. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática Instituição de Ensino) – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2016.

BELO, C. B.; BURAK, D. A Modelagem Matemática na Educação Infantil: uma experiência vivida. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, e202016, p. 1-22, 2020.

BIANCHINI, B. L. *et al.* Competências matemáticas: perspectivas da SEFI e da MCC. Mathematical competences: perspectives of SEFI and the MCC. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 49-79, 2017.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 99-112.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Desenvolvimento de Competências por Meio da Modelagem Matemática com Alunos em Formação Inicial. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 11., 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1-14.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Modelagem matemática como possibilidade de desenvolvimento de competências com alunos de licenciatura em matemática. En SEMUR, Sociedad de Educación Matemática Uruguay (Ed.), VII **Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**, Montevideo, Uruguay: SEMUR, p. 2972-2979, 2013.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Modelagem e competências matemáticas: uma investigação com professores em formação continuada. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 9, n. 2, p. 130-144, 2014.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Modelagem Matemática como possibilidade de desenvolvimento de competências com alunos de licenciatura em Matemática. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. **Anais...** Montevideo: Sociedad de Educación Matemática Uruguay, 2013. p. 1-8.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: ciências e Matemática. São Paulo: Contexto, 2019.

BLOMHØJ, M. Modelling Competency: Teaching, Learning and Assessing Competency - Overview. In: KAISER G. *et al.* (eds). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 343-347.

BLOMHØJ, M.; JENSEN, T. H. Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. **Teaching Mathematics and its Applications**, Oxford, v. 22, n. 3, p. 123-139, sep. 2003.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL, L. D. B. Lei 9394/96 – **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 12 mar. 2020.

BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014, Campo Mourão. **Anais...** Campo Mourão: SBEM, 2014. p. 1-23.

BUTCKE, D. A. P.; TORTOLA, E. Por que a maioria das embalagens tem formato de paralelepípedo? Uma investigação por meio da Modelagem Matemática nos anos iniciais. *In*: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2015, São Carlos. **Anais...** São Carlos: UFSCAR, 2015. p. 1-12.

CALDEIRA, A. D. Mathematical modeling and environmental education. *In*: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 11., Monterrey, 2009. **Proceedings...** Monterrey, México: IMFUFA, 2009. p. 145-158.

CAMPOS, M. M.; ROSEMBERG, F.; FERREIRA, M. I. **Creches e Pré-escolas no Brasil**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

CARVALHO, L. S. S.; OLIVEIRA, L. A.; LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática na Educação Infantil: um estudo sobre a proteção solar com crianças de três anos. *In*: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2012, Fortaleza. **Anais...** Recife: SIPEMAT, 2012. p. 1-12.

CHAVES, C. M. S.; BISOGNIN, E. Modelagem matemática e investigação no ensino da função exponencial. **Educação Matemática em Revista**, Rio Grande do Sul v.7, n. 7, p. 53-60, 2006.

COUTINHO, L. **Modelagem Matemática e Raciocínio na Educação Infantil**. 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

CRUZ, M. S. Castelo Eldorado, memória e patrimônio Marilândia do Sul 1942-1964. **Blog da história**, 2017. Disponível em: <http://sidneymoridacruz.blogspot.com/2017/06/castelo-eldorado-memoria-e-patrimonio.html>. Acesso em: 02 jan. de 2021.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**, Brasília, ano II, n. 2, p. 15-19, 1989.

DE CORTE, E. Learning from instruction: the case of mathematics. **Learning Inquiry**, [S.I.], v.1, n.1, p.19-30, 2007.

DIDONET, V. Creche: a que veio, para onde vai. **Em Aberto**, Brasília, v 18, n. 73, p.11-28, 2001.

DOURADO, L. F.; OLIVEIRA, J. F. D. A qualidade da educação: perspectivas e desafios. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 29, n. 78, p. 201-215, 2009.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. *In*: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (eds.). **Mathematical Modelling: a way of life**. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.

ENGLISH, L. D. Mathematical modeling in the primary school: children's construction of a consumer guide. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 63, n. 3, p. 303-323, 2006.

ENGLISH, L. D. Modelling with Complex Data in the Primary School. *In*: LESH, R. *et al.* (eds.). **Modeling student's mathematical modeling competencies**. Springer: New York, London, 2010. p. 287-300.

FADIN, C.; REZENDE, F. M; TORTOLA, E. Esses carros existem? Uma atividade de modelagem matemática com miniaturas. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15, 2019, Londrina. **Anais...** Londrina: SBEM, 2019. p. 1-14.

FERNANDES, R.; GREMAUD, A. P. Qualidade da educação: avaliação, indicadores e metas. *In*: VELOSO, F. *et al.* **Educação básica no Brasil: construindo o país do futuro**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009. p. 213-238.

FOX, J. A justification for Mathematical Modelling Experiences in the Preparatory Classroom. *In*: GROOTENBOER, P.; ZEVENBERGEN, R.; CHINNAPPAN, M. (eds.). **Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Australia: Canberra, 2006. p. 221-228

GODINO, J. D. *et al.* Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p.1-21, 2012.

GRANDO, R. C.; MOREIRA, K. G. Como crianças tão pequenas, cuja maioria não sabe ler nem escrever, podem resolver problemas de matemática? *In*: CARVALHO, M. A. B. (org.). **Matemática e Educação Infantil: investigações e possibilidades de práticas pedagógicas**. Petrópolis: Vozes, 2012. p. 121- 143.

GREEFRATH, G. *et al.* Mathematisches Modellieren: Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. *In*: FERRI, R. B.; GREEFRATH, G.; KAISER, G. (org.). **Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule**. Wisbaden: Springer Spektrum, 2013. p. 11-37.

KRAMER, S. **A política do pré-escolar no Brasil: a arte do disfarce**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

LEONARDO, P. P.; MIARKA, R; MENESTRINA, T. C. A importância do ensino da matemática na educação infantil. *In: SIMPÓSIO EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM DEBATE*, 1., 2014, Joinville. **Anais...** Joinville: UDESC, 2014.p. 55-68.

LORENZATO, S. **Educação Infantil e percepção matemática**. Campinas: Professores Associados, 2011. (Coleção Formação de Professores).

LORENZATO, S. **Educação infantil**. Campinas: Autores Associados, 2017. (Coleção Formação de Professores).

LORIN, A. P. Z. **Competências dos alunos em atividades de Modelagem matemática**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

LOPES, C. E.; GRANDO, R. C. Resolução de Problemas na Educação Matemática para a infância. *In: Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino*, 16., 2012, Campinas. **Anais...** Campinas: SBEM, 2012. p. 1-12.

MAAß, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Applications: International Journal of the IMA**, Copenhagen, v. 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005.

MAAß, K. What are modelling competences? **ZDM**, Eggenstein-Leopoldshafen, v. 38, n.2, p. 113-142, 2006.

MAGALHÃES, A. P. F; RIBEIRO, M. R; COSTA, T. F. Tecnologia digital na educação infantil: um estudo exploratório em escolas de Belo Horizonte. **Pedagogia em Ação**. Belo Horizonte - MG. v. 8, n. 1, 2016, p. 1-23.

MARCHELLI, P. S. Expansão e qualidade da educação básica no Brasil. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 40, n. 140, p. 561-585, 2010.

MARCONDES, C. F.; SILVA, V. da S. Modelagem matemática na educação infantil: considerações a partir de uma prática educativa com crianças de 3 e 4 anos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 16, n. 21, p. 71-87, 2019.

MISCHO, C.; MAAß, K. Which personal factors affect mathematical modelling? The effect of abilities, domain specific and cross domain-competences and beliefs on performance in mathematical modeling. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, [S.I.], v.1, n. 7, p. 3-19, 2012.

MUNDIM, J. S. M.. **Modelagem matemática nos primeiros anos do ensino Fundamental**. 2015. 123 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de pesquisas em administração**, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 1-5, 1996.

NISS, M. Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. *In: MEDITERRANEAN CONFERENCE ON MATHEMATICAL EDUCATION*, 3., 2003, [S.I.]. **Anais...** [S.I.]: [s.n.], 2003. p. 115-124.

NISS, M. What does it mean to be a competent mathematics teacher? A general problem illustrated by examples from Denmark. *In: PANELLENIO SYNEDRIO MATHEMATIKIS PAIDEIAS*, 23., 2006, Patras. **Anais...** Patras, Greece: Elleniki Mathematiki Etaireia, 2006. p. 39-47.

NISS, M. A.; HØJGAARD, T. **Competencies and mathematical learning**: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark. Roskilde: IMFUFA, 2011.

PASCHOAL, J. D.; MACHADO, M. C. G. A história da educação infantil no Brasil: avanços, retrocessos e desafios dessa modalidade educacional. **Revista Histedbr on-line**, Campinas, v. 9, n. 33, p. 78-95, 2009.

PARANÁ. Secretaria da Educação. **Referencial Curricular do Paraná**: princípios, direitos e orientações. Curitiba, 2018.

REZENDE, M. F.; COUTINHO, L.; TORTOLA, E. Depois de brincar, vamos guardar! Uma atividade de modelagem matemática na Educação Infantil. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 13., 2019, Cuiabá. **Anais...** Cuiabá: SBEM, 2019.

SANTOS, L. Avaliar competências: uma tarefa impossível. **Educação e Matemática**, [S.I.], v. 74, p. 16-21, 2003.

SANTOS, L. M.; BISOGNIN, V. Experiências de ensino por meio da modelagem matemática na educação fundamental. *In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAUJO, J. L. (orgs.). Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira*: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p.99-114.

SCALLON, G. **Avaliação da aprendizagem numa abordagem por competências**. Curitiba: PUC, 2015.

SCRIPTORI, C. C. Pressupostos para o trabalho docente com a matemática na educação infantil. *In: UNESP. Caderno de formação*: didática dos conteúdos formação de professores. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. p. 143-155.

SILVA, P.F. **Modelagem matemática na Educação Infantil**: uma estratégia de ensino com crianças da faixa etária de 4 a 5 anos. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2013.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 2, p. 228-249, nov. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em: 13 jul. 2020.

SILVA, D. R.; TAVARES, D. M. Educação Infantil: avanços e desafios, onde o discurso e a prática se encontram. **Revista Estação Científica**, Juiz de Fora, v.15, p.1-14, 2016.

STIELER, M. C.; BISOGNIN, V. Modelagem Matemática: experiência com alunos de cursos de formação de professores. **Unión**, San Cristobal de La Laguna, v. 28, p. 129-142, 2011.

TEODORO, F. P. **A recontextualização da modelagem matemática na prática pedagógica nos anos iniciais**. 2018. 169 f. Dissertação (mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, 2018, Maringá, PR.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade. Problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERTUAN, R. E. **Atividades de Modelagem Matemática**. 2013. Tese Doutorado (em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

WEINERT, F. E. Concept of competence: a conceptual clarification. *In*: RYCHEN, D. S.; SALGANIK, L. H. (org.). **Defining and Selecting Key Competencies**. Gottingen: Hogrefe and Huber Publications, 2001. p. 45-65.

WESSELS, H. Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, [S.I.], v. 1, p. 22-40, 2014.

ZANELLA, M. S.; KATO, L. A. Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental a partir do enfoque por competências. *In*: Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 13., 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel: SBEM, 2018.

ZAMPIROLI, A. C. **A modelagem matemática como favorecedora da aprendizagem na educação infantil**. 2020. 167 f. Dissertação (mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, 2020, Maringá, PR.

ZAMPIROLI, A. C.; KATO, L. A. Ensino de matemática na Educação Infantil: uma experiência por meio da modelagem matemática. *In*: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2019, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: UFMG, 2019. p. 1-14.

APÊNDICE

APÊNDICE A: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina
Mestrado Profissional em Ensino de Matemática



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Prezados Pais:

Gostaríamos de convidar seu filho (a) ou a criança sob sua responsabilidade para participar da pesquisa que se refere a **COMPETÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDAS PELOS ALUNOS DA EDUCAÇÃO INFANTIL**, a ser realizada em sala de aula, no Centro Municipal de Educação Infantil Paraíso [Avenida Brasil, 208– (43) 3428-1487]. O objetivo da pesquisa é investigar as competências matemáticas e de Modelagem Matemática desenvolvidas pelos alunos ao realizarem atividades de Modelagem Matemática, além disso objetiva-se também: Promover o uso da Modelagem Matemática como uma alternativa às práticas pedagógicas na Educação Infantil; Identificar quais conteúdos e/ou ideias matemáticas são abordados em atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil e como se dá essa abordagem; Possibilitar discussões a respeito das estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de situações-problema, por meio de atividades de Modelagem Matemática;

A participação do seu filho (a) é muito importante e ela se daria da seguinte forma: na participação e realização das atividades propostas as quais, a partir destas, serão realizadas gravação de vídeos, áudios, fotografias e registro escritos dos alunos. Esclarecemos que a participação de seu filho (a) é totalmente voluntária, podendo o(a) senhor(a) solicitar a recusa ou desistência de participação da criança a qualquer momento, sem que isto acarrete qualquer ônus ou prejuízo à criança. Esclarecemos, também, que as informações de seu filho (a) sob sua responsabilidade serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade da criança. A utilização dos dados coletados servirá para a análise das competências desenvolvidas nas atividades de Modelagem Matemática, o qual será apresentado como publicações científicas: dissertação e artigos.

Esclarecemos ainda, que nem o(a) senhor(a) e nem a criança sob sua responsabilidade pagarão ou serão remunerados (as) pela participação.

Os benefícios esperados são de contribuir de forma significativa para a aprendizagem dos alunos, buscando por uma metodologia que abrange situações reais, colaborando para melhor compreensão dos conceitos estudados.

Informamos que esta pesquisa atende e respeita os direitos previstos no Estatuto da Criança e do Adolescente- ECA, Lei Federal nº 8069 de 13 de julho de 1990, sendo eles: à vida, à saúde, à alimentação, à educação, ao esporte, ao lazer, à profissionalização, à cultura, à dignidade, ao respeito, à liberdade e à convivência familiar e comunitária. Garantimos também que será atendido o Artigo 18 do

ECA: “É dever de todos velar pela dignidade da criança e do adolescente, pondo-os a salvo de qualquer tratamento desumano, violento, aterrorizante, vexatório ou constrangedor”.

Caso o(a) senhor(a) tenha dúvidas ou necessite de maiores esclarecimentos poderá nos contatar Mirian Ferreira Rezende, pelo telefone: (43) 999168846, via e-mail: femirian94@hotmail.com.

Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse:

() quero receber os resultados da pesquisa (e-mail para envio : _____)

() não quero receber os resultados da pesquisa

Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas devidamente preenchida, assinada e entregue ao (à) senhor(a).

CONSENTIMENTO

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da minha participação direta (ou indireta) na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o objetivo, a natureza, os riscos e benefícios deste estudo.

Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, participar deste estudo. Estou consciente que posso deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

Nome completo: _____

RG: _____ Data de Nascimento: ___/___/___ Telefone: _____

Endereço: _____

CEP: _____ Cidade: _____ Estado: _____

Responsável pelo (a) aluno (a) : _____

Assinatura: _____ Data: ___/___/___

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Assinatura pesquisadora: _____ Data: ___/___/___

Pesquisadora: Mirian Ferreira Rezende – aluna do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Londrina.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Tortola – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Toledo.

ANEXO

ANEXO A: FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL



Ficha de Avaliação de Produto/Processo Educacional

Adaptado de: Rizzatti, I. M. *et al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. *ACTIO*, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657>. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

Instituição de Ensino Superior	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
Título da Dissertação	Competências em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil
Título do Produto/Processo Educacional	Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil: desenvolvendo competências
Autores do Produto/Processo Educacional	Discente: Mirian Ferreira Rezende
	Orientador/Orientadora: Emerson Tortola
	Outros (se houver):
Data da Defesa	03/05/2021

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)	
Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.	
<p>Aderência: avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação.</p> <p>*<u>Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>Linhas de Pesquisa do PPGMAT:</p> <p><i>L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático</i> (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das</p>	<p>() Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p> <p>(X) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p>

<p>potencialidades de cada uma no processo de construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade);</p> <p><i>L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática</i> (trata da análise e do desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).</p>	
<p>Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade: refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis:</p> <p>1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado;</p> <p>2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo;</p> <p>3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras pessoas considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação.</p> <p>Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.</p>	<p><input type="checkbox"/> PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa.</p> <p><input type="checkbox"/> PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade.</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p> <p><input type="checkbox"/> PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p>
<p>Abrangência territorial: refere-se a uma definição da abrangência de aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória.</u></p>	<p><input type="checkbox"/> Local</p> <p><input type="checkbox"/> Regional</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Nacional</p> <p><input type="checkbox"/> Internacional</p> <p>Justificativa (<i>obrigatória</i>): Consideramos que a abrangência do PE é nacional por conta das temáticas envolvidas nas atividades de Modelagem Matemática e por estarem descritas em língua portuguesa.</p>
<p>Impacto: considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do discente (não precisa</p>	<p><input type="checkbox"/> PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação em que o PE foi utilizado e/ou aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto).</p>

<p>ser, necessariamente, em seu local de trabalho).</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p>(X) PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.</p>
<p>Área impactada</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p>() Econômica;</p> <p>() Saúde;</p> <p>(X) Ensino;</p> <p>() Cultural;</p> <p>() Ambiental;</p> <p>() Científica;</p> <p>() Aprendizagem.</p>
<p>Complexidade: compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE.</p> <p><u>*Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.</u></p>	<p>(X) O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à questão de pesquisa da dissertação.</p> <p>(X) A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE.</p> <p>(X) Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação.</p> <p>(X) Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.</p>
<p>Inovação: considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.</p>	<p>(X) PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito).</p> <p>() PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos).</p> <p>() PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).</p>
<p>Membros da banca examinadora de defesa</p>	
<p>Nome</p>	<p>Instituição</p>
<p>Emerson Tortola – Presidente</p>	<p>UTFPR</p>
<p>Adriana Helena Borssoi</p>	<p>UTFPR</p>
<p>Bárbara Cândido Braz</p>	<p>UFPR</p>