UNIVERSIDADE TECNÓLOGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

ROBERTA MARCELINO DE ALMEIDA ALVES

ANÁLISE DE UM PROCESSO AVALIATIVO ALINHADO A UM AMBIENTE DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE CÁLCULO PAUTADO EM EPISÓDIOS DE RESOLUÇÃO DE TAREFAS

LONDRINA
2021

ROBERTA MARCELINO DE ALMEIDA ALVES

ANÁLISE DE UM PROCESSO AVALIATIVO ALINHADO A UM AMBIENTE DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE CÁLCULO PAUTADO EM EPISÓDIOS DE RESOLUÇÃO DE TAREFAS

ANALYSIS OF AN ASSESSMENT PROCESS ALIGNED TO A TEACHING AND LEARNING ENVIRONMENT OF CALCULUS BASED ON TASK RESOLUTION EPISODES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. André Luis Trevisan

Coorientadora: Prof. Dra. Marcele Tavares Mendes

LONDRINA

2021

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal
do ParanáCampus Londrina

ROBERTA MARCELINO DE ALMEIDA ALVES

ANÁLISE DE UM PROCESSO AVALIATIVO ALINHADO A UM AMBIENTE DE ENSINO E DEAPRENDIZAGEM DE CÁLCULO PAUTADO EM EPISÓDIOS DE RESOLUÇÃO DE TAREFAS

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de MestraEm Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 09 de Junho de 2021

Prof Andre Luis Trevisan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do ParanáProf.a Lilian Nasser, Doutorado - Universidade Federal do Rio de Janeiro (Ufrj) Prof Osmar Pedrochi Junior, Doutorado - Universidade Norte do Paraná (Unopar)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 09/06/2021.

Dedico este trabalho primeiramente a **Deus**, autor da minha vida, e a minha família por sempre acreditarem em mim.

AGRADECIMENTOS

A Deus por escutar todas as minhas certezas e incertezas e nunca me abandonar.

À minha família, por sua capacidade de acreditar em mim e investir em mim.

Ao Renan, pessoa com quem eu escolhi partilhar a vida. Com você a vida é mais leve. Obrigado pelo carinho, a paciência e por sua capacidade de me trazer paz na correria de cada semestre.

Ao professor Dr. André Luis Trevisan, pela dedicação, pelas orientações, competência, apoio e todo conhecimento compartilhado, por ser presente e por acreditar em minha competência para a realização do trabalho. Você foi e está sendo muito mais que orientador, um exemplo de docente a ser seguido.

Profª. Drª Marcele Tavares Mendes que me apresentou à Avaliação Matemática no mestrado, por aceitar o convite para ser minha coorientadora e por todo direcionamento

Agradeço a banca, Profª. Drª. Lilian Nascer Dalto e Prof. Osmar Pedrochi Junior, que tão gentilmente aceitaram participar e pelas contribuições que serviram para o aprimoramento desta pesquisa.

Aos meus amigos dessa jornada, pelas alegrias, tristezas, dores compartilhas e as trocas de ideias nos coffee break e nos momentos de sorveteria.

Desde que cheguei a esse mundo, só escuto o que tenho que fazer e quem eu tenho que ser. Já fui encolhida, esticada, esfolada, escondida num bule de chá, já fui acusada de ser e não ser a Alice certa, mas esse sonho é meu, eu decido o que fazer a partir de agora, eu faço o meu destino.

(CARROLL, 1866)

ALVES, Roberta Marcelino de Almeida Alves. **Análise de um Processo Avaliativo Alinhado a um Ambiente de Ensino e de Aprendizagem de Cálculo Pautado em Episódios de resolução de Tarefas**. 2021. 147f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

RESUMO

Esta dissertação analisa uma proposta de processo de avaliação alinhada com um Ambiente de Ensino e de Aprendizagem pautado em Episódios de Resolução de Tarefas. A pesquisa foi desenvolvida junto à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) no Ensino Superior, em condições reais de ensino, em uma turma regular do curso de Engenharia de Produção da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), câmpus Londrina. Elencou-se como objetivo geral da pesquisa analisar um processo avaliativo que esteja alinhado à proposta de trabalho com episódios de resolução de tarefas em aulas de CDI, articulando uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa. Desse modo, as questões de pesquisa são: Em que medida a organização do processo de ensino diferenciado possibilitou uma articulação entre uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa? E quais oportunidades de aprendizagem são reconhecidas pelos estudantes ao vivenciarem esse processo de avaliação? No decorrer do 2º semestre de 2019, foram previstos 8 momentos formais de avaliação, além da organização de um portfólio no decorrer de todo o semestre, com configurações diversificadas, como: parte individual, parte em dupla ou trio; com consulta ou sem consulta e com ou sem uso de computador. Para fins de análise, tomaram-se recortes da produção escrita e trechos de diálogos entre os estudantes em alguns desses instrumentos. Da análise realizada, infere-se que, em vários momentos, essa articulação foi possível em função da natureza dos instrumentos elaborados. Em síntese, no processo avaliativo, foram reconhecidas características, tais como: apresentar uma natureza educativa/didática; ser parte ativa do currículo; conter diversos instrumentos de avaliação; proporcionar a comunicação entre professor e aluno, aluno e professor e aluno e aluno, e como consequência, possibilitar aos estudantes a regulação da sua aprendizagem. Por se tratar de um mestrado no âmbito profissional, disponibilizamos como resultado de nossa proposta de pesquisa um material com a intenção de compartilhar com professores e público em geral, possibilidades de "pensar fora da caixa" no âmbito da avaliação na disciplina de CDI, favorecendo uma mudança de mentalidade e "do modo de fazê-la".

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Episódios de Resolução de Tarefas. Avaliação que oportuniza a aprendizagem. Avaliação somativa.

ALVES, Roberta Marcelino de Almeida Alves. **Analysis of an Assessment Process Aligned to a Teaching and Learning Environment of Calculus Based on Task Resolution Episodes**. 2021. 149f. Dissertation (Master’s degree in Mathematics Education) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

ABSTRACT

This dissertation analyzes a proposal for an evaluation process aligned with a Teaching and Learning Environment based on Task Resolution Episodes. The research was developed in the Differential and Integral Calculus (DIC) discipline in Higher Education, under real teaching conditions, in a regular Production Engineering course class at the Federal Technological University of Paraná (UTFPR), Londrina campus. The general objective of the research was to analyze an evaluation process that is aligned with the work proposal with episodes of task resolution in DIC classes, articulating an evaluation that provides opportunities for learning and a summative assessment. Thus, the research questions are: To what extent has the organization of the differentiated teaching process enabled an articulation between an assessment that provides opportunities for learning and a summative evaluation? And what learning opportunities are recognized by students when they experience this evaluation process? During the 2nd semester of 2019, 8 formal evaluation moments were foreseen, in addition to the organization of a portfolio throughout the semester, with diversified configurations, such as individual part, part in pairs or trios; with consultation or without consultation and with or without computer use. For analysis purposes, excerpts from written production and excerpts from dialogues between students in some of these instruments were taken. From the analysis performed, it is inferred that, at various times, this articulation was possible due to the nature of the elaborated instruments. In summary, in the evaluation process, characteristics were recognized, such as: presenting an educational/didactic nature; be an active part of the curriculum; contain several assessment tools; provide communication between teacher and student, student and teacher and student and student, and as a consequence, enable students to regulate their learning. As it is a master's degree in the professional scope, we make available as a result of our research proposal a material to share with teachers and the general public possibilities of "thinking outside the box" within the scope of assessment in the DIC discipline, favoring a change in mentality and "the way of doing it".

Keywords: Teaching of Mathematics. Teaching Differential and Integral Calculus. Task Solving Episodes. Assessment that provides learning opportunities. Summative evaluation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Igualdade x equidade na educação. 20
Figura 2 – Esquema da proposta de ensino proposta por Ramos (2017) 26
Figura 3 – Esquema da proposta de ensino. 27
Figura 4 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura. 32
Figura 5 – Gráfico interativo utilizado na proposta de tarefa. 34
Figura 6 – Recurso educacional digital disponibilizado para resolução da tarefa. 35
Figura 7 – Enunciado da tarefa envolvendo modelos lineares e funções definidas por partes. 35
Figura 8 – Interface do Geogebra para a Tarefa da Praça. 36
Figura 9 – Interface da Tarefa no Geogebra. 37
Figura 10 – Interface da Tarefa no Geogebra..38
Figura 11 – Enunciado da atividade avaliativa utilizando o relatório escrito. 46
Figura 12 – Exemplo de uma sequência de tarefas avaliativas. 47
Figura 13 – Síntese do processo de avaliação. 48
Figura 14 – Ficha Resumida do Curso de Engenharia de Produção. 51
Figura 15 – Produção Escrita 1 e 4 do Questionário referente ao Portfólio. 62
Figura 16 – Produção Escrita 10 do portfólio. 62
Figura 17 – Instrumento de Avaliação 1. 63
Figura 18 – Produção Escrita 8 do Instrumento de Avaliação 1. 65
Figura 19 – Produção Escrita 3 do Instrumento de Avaliação 1. 65
Figura 20 – Produção Escrita 5 do Instrumento de Avaliação 1. 66
Figura 21 – Produção Escrita 15 do Instrumento de Avaliação 1. 66
Figura 22 – Produção Escrita 4 do Instrumento de Avaliação 1. 67
Figura 23 – Produção Escrita 6 do Instrumento de Avaliação 1. 68
Figura 24 – Produção Escrita 2 do Portfólio. 69
Figura 25 – Produção Escrita 13 do Instrumento de Avaliação 1. 70
Figura 26 – Produção Escrita 1 do Instrumento de Avaliação 1. 71
Figura 27 – Produção Escrita 9 do Instrumento de Avaliação 1. 71
Figura 28 – Produção Escrita 4 da Atividade 1 do Portfólio. 72

Figura 29 – Produção escrita 1, 2 e 3 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 1. 72
Figura 30 – Produção escrita 3 e 5 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 1. 73
Figura 31 – Instrumento de Avaliação 2. 74
Figura 32 – Produção Escrita 3 do Instrumento de Avaliação 2. 75
Figura 33 – Produção Escrita 3 do Instrumento de Avaliação 2. 75
Figura 34 – Produção Escrita 8 e 19 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 2. 76
Figura 35 – Produção Escrita no Questionário referente a regulação da aprendizagem no Instrumento de Avaliação 2. 76
Figura 36 – Instrumento de Avaliação 3 – Parte 1. 77
Figura 37 – Produções Escritas 11, 23 e 19 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 3 – Parte 1. 79
Figura 38 – Produção Escrita 7 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 3 – Parte 1. 80
Figura 39 – Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2. 81
Figura 40 – Produção Escrita 6 no Portfólio referente ao Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2. 82
Figura 41 – Produção Escrita 3 do Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2. 83
Figura 42 – Produção Escrita 23 do Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2. 84
Figura 43 – Produção Escrita 4 do Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2. 84
Figura 44 – Produção escrita 5 do Portfólio – Atividade 7. 85
Figura 45 – Roteiro para elaboração da “cola” no Instrumento de Avaliação 4 – Parte 1. 86
Figura 46 – Produção Escrita 8 e 22 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 4 – Parte 1. 87
Figura 47 – Produção Escrita 2 e 3 no Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 4 – Parte 1. 87
Figura 48 – Instrumento de Avaliação 4 – Parte 2. 88
Figura 49 – Relação entre as questões da cola e do Instrumento de Avaliação. 88
Figura 50 – Produção Escrita do Portfólio referente ao Instrumento de Avaliação 4. 89
Figura 51 – Produção Escrita do estudante na "cola" e no Instrumento de Avaliação 4. 90
Figura 52 – Produção Escrita 4 do Instrumento de Avaliação 4 – Parte 2. 91
Figura 53 – Recorte do vídeo produzido por um grupo. 92

Figura 54 – Produção Escrita 11 e 22 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 4 – Parte 3. 92
Figura 55 – Instrumento Avaliativa 5 – Parte 1. 93
Figura 56 – Instrumento Avaliativo 5 – Parte 2. 94
Figura 57 – Resoluções de estudantes de semestres anteriores para $\lim x \to -3x2 - 9x2 - 3$ 97
Figura 58 – Resoluções de estudantes de semestres anteriores para $\lim x \to -3x2 - 5xx2 - 25$ 99
Figura 59 – Produção Escrita (E5) no Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 5 – Parte 2. 103
Figura 60 – Instrumento de Avaliação 6. 104
Figura 61 – Produção Escrita 2 do Portfólio - Atividade 11 (a) e 13 (b). 105
Figura 62 – Produção Escrita 11 do Instrumento de Avaliação 6. 106
Figura 63 – Produção Escrita 2 e 8 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 6 106
Figura 64 – Instrumento de Avaliação 7. 107
Figura 65 – Produção escrita 2, 6 e 11 no Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 7 108
Figura 66 –Questionário. 109
Figura 67 – Produção escrita 2, 3 e 4 da questão 1 do Questionário. 109
Figura 68 – Produção Escrita 13 e 16 de estudantes que não se ambientaram com a metodologia de ensino e de avaliação. 110
Figura 69 – Produção escrita 3 da questão 2 do Questionário. 111
Figura 70 – Produção escrita 18, 2 e 11 da questão 2 do Questionário. 111
Figura 71 – Produção escrita da questão 4 do Questionário. 114
Figura 72 – Produção escrita do Questionário 115
Figura 73 – Similaridades entre as características dos Instrumentos. 119
Figura 74 – Uso do material de apoio. 119
Figura 75 – Tipos de questões envolvendo propor, criar ou construir um problema envolvendo um conteúdo específico. 120
Figura 76 – Tipos de questões utilizadas no dia a dia da Metodologia de Ensino Pautado no Episódios de Resolução de Tarefas. 121
Figura 77 – Tipos de questões envolvendo as palavras: comente, descreva, explique, investigue, justifique e analise o erro. 122

Figura 78 – Produção Escrita 11 do questionário sobre o Instrumento Avaliativo 4. 123
Figura 79 – Uma articulação entre uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa. 124

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Planilha para análise do áudio das duplas – Instrumento Avaliativo 5 – Parte 2. . 95

Tabela 2 – Planilha preenchida para os grupos selecionados – Instrumento Avaliativo 5 – Parte 2. 96

Tabela 3 – Produções escrita da Questão 3 do Questionário. 112

Tabela 4 – Respostas dos estudantes referentes a garantia da Regulação da Aprendizagem no Questionário 113

Tabela 5 – Escolhas dos estudantes na questão 5 do Questionário. 115

Tabela 6 – Características centrais dos Instrumentos de Avaliação. 118

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Tarefa da Praça. 36
Quadro 2 – Tarefa do Boato. 37
Quadro 3 – Tarefa do Vaso. 38
Quadro 4 – Planejamento de Aula - Cálculo Diferencial e Integral 1 – Professor: André Luis Trevisan. 54
Quadro 5 - Descrição dos momentos avaliativos. 55
Quadro 6 – Coleta dos dados dos instrumentos de avaliação. 59
Quadro 7 – Tarefas do Portfólio. 61
Quadro 8 – Transcrição do áudio 12 do Instrumento de Avaliação 3 – Parte 1 78

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO - das motivações para os objetivos da pesquisa 16

1 REFERENCIAL TEÓRICO 24

1.1 Ensino de CDI e o trabalho com Episódios de Resolução de Tarefas 24

1.2 Caracterização da avaliação alinhada à proposta de trabalho com episódios de resolução de tarefas 39

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS 50

2.1 Cenário de investigação 50

2.2 Contexto da investigação 53

2.3 Caracterização da Pesquisa 56

2.4 Coleta, organização e modo de análise dos dados 57

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES 60

3.1 Portfólio 60

3.2 Instrumento de Avaliação 1 63

3.3 Instrumento de Avaliação 2 73

3.4 Instrumento de Avaliação 3 77

3.5 Instrumento de avaliação 4 86

3.6 Instrumento de Avaliação 5 93

3.7 Instrumento de Avaliação 6, 7 e 8 103

3.8 Questionário: reflexões individuais sobre a disciplina 108

4 ANÁLISE RETROSPECTIVA E CONSIDERAÇÕES FINAIS......................116

5 REFERÊNCIAS...126

ANEXO A – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 1...132

ANEXO B – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 2...133

ANEXO C – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 3 – PARTE 1........................134

ANEXO D – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 3 – PARTE 2........................135

ANEXO E – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 4 – PARTE 1........................136

ANEXO F – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 4 – PARTE 3........................137

ANEXO G – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 5 – PARTE 1........................138

ANEXO H – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 5 – PARTE 2........................139

ANEXO I – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 6..141

ANEXO J – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 7..142

ANEXO K – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 8..143

ANEXO L – PORTFÓLIO – TAREFA 04..144

ANEXO M – FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL...145

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO...148

INTRODUÇÃO - das motivações para os objetivos da pesquisa

Venho de uma família em que a educação é o bem mais precioso que os pais podem deixar para seus filhos. Desde pequena, meus pais me incentivam a estudar, sempre ao meu lado na realização das tarefas, nas reuniões escolares, sempre investiram na minha educação escolar, tendo o privilégio de estudar nas melhores escolas particulares da região. Nunca esquecerei da importância que eles dão para o estudo, e diziam que só o estudo poderia me proporcionar uma vida melhor. Quando criança, eu não compreendia o motivo de a educação ser tão importante para eles.

Meu pai, filho de uma doméstica e abandonado pelo pai aos cinco meses de vida, buscou na educação melhorar a sua vida e, consequentemente, mudar a realidade tão cruel de exclusão por ser oriundo de uma classe social baixa. Como característica da desigualdade social da época, os filhos das classes mais baixas trabalhavam, desde criança, para ajudar a família e a escolaridade era deixada em segundo plano por causa da condição financeira. Ele vem de uma família de seis irmãos, na qual apenas ele tem formação em nível superior.

Minha mãe é filha de uma costureira que aprendeu a ler, escrever e a "fazer contas" sozinha, por curiosidade de aprender. Meu avô, em memória, era um trabalhador rural e, na época, trabalhava por porcentagem no plantio e colheita do café e era analfabeto. Como a minha avó trabalha com as costuras, as filhas eram responsáveis pelos afazeres domésticos e os filhos trabalham na roça com pai. Ela vem de uma família de 5 irmãos, e apenas a irmã mais nova cursou o Ensino Superior, os outros irmãos estudaram até a 4ª série e a minha mãe não concluiu o Ensino Médio porque engravidou de mim.

A história dos meus pais não foi uma exceção. Durante muitos séculos, no mundo inteiro, a educação apresentou um papel seletivo sobre quais estudantes seriam eliminados em cada etapa do processo educacional. Em seu livro "Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar", Bloom *et al*. (1983) relatam que, no contexto americano, de 100 estudantes que eram introduzidos na educação formal pública, apenas 5% eram considerados capacitados para ingressar no Ensino Superior e que os outros 95% acabavam sendo eliminados durante as fases do sistema educacional. Isso ocorria devido à convicção de que apenas os estudantes "raros" apresentavam aptidão para completar o Ensino Superior.

Historicamente, essa seleção acarretou a eliminação da maioria das crianças de classes sociais mais baixas. Bloom *et al*. (1983) citam que as diferenças observáveis entre crianças de classes sociais distintas, encontravam-se

> [...] no desenvolvimento da língua oficial, na motivação para adquirir o máximo possível de educação, na disposição para trabalhar a fim de obter a aprovação do professor ou para alcançar objetivos a longo prazo, e na aceitação, com pouca rebeldia, das tarefas de aprendizagem apresentadas pela escola (BLOOM et al., 1983, p. 6).

Não há dúvidas de que, nessa época, as condições sociais e familiares em que se estava inserido influenciavam significativamente o processo de ensino e de aprendizagem dos estudantes. Segundo Bittar e Bittar (2012), essa ideia começou a mudar nas décadas compreendidas entre 1930 e 1960, quando o Brasil passou por grandes mudanças estruturais, dentre elas a Revolução de 1930 e o golpe de Estado de 1964, que refletiram diretamente na construção de um sistema nacional de educação pública. Esse período também foi caracterizado pelo avanço do modo de produção capitalista que necessitava de mão de obra qualificada para o trabalho, ocasionando mudanças estruturais notórias no âmbito educacional.

Segundo Bittar e Bittar (2012), a educação foi cenário de grandes manifestações ideológicas, desde 1932, tendo,

> [...] de um lado, a Igreja Católica e setores conservadores pretendendo manter a hegemonia que mantinham na condução da política nacional de educação; de outro lado, setores liberais, progressistas e até mesmo de esquerda, aderindo ao ideário da Escola Nova, propunham uma escola pública para todas as crianças e adolescentes dos sete aos 15 anos de idade (BITTAR; BITTAR, 2012, p.158).

Após anos de lutas e conflitos ideológicos pela educação pública brasileira, no início dos anos 1960, a Lei nº 4.024, de 1961 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1961), foi aprovada e incorporou os princípios do direito à educação, visando à obrigatoriedade escolar pelo poder público, no lar ou na escola, e à liberdade da iniciativa particular de ministrar o ensino em todos os graus. Contudo, nesse período, a maioria da população brasileira se encontrava na área rural, sendo quase a metade analfabeta, e os primeiros obstáculos a serem enfrentados era para chegar até à escola, visto que escolas em fazendas eram raras (BITTAR; BITTAR, 2012).

Foi após esse período que meus pais começaram a estudar. Nascidos no ano de 1964, moravam em zona rural e, para irem até a escola, tinham de caminhar cerca de 5 km de estrada de terra, pois não havia transporte. Na escola, havia apenas uma sala de aula que atendia à demanda dos anos iniciais do Ensino Fundamental (ensino primário, na época). Os anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio eram ofertados na cidade (na época, o ginasial e o colegial, ambos compreendendo o ensino secundário e o ensino técnico – industrial, agrícola, comercial e de formação de professores).

Foi só no final da década de 1980 que o Brasil promulgou a sua nova Constituição (BRASIL, 1988), denominada "Constituição Cidadã", que definiu, no seu Artigo 208, que o Estado tem o dever de garantir o Ensino Fundamental obrigatório e gratuito.

As dificuldades enfrentadas pelos meus pais para concluírem seus estudos foi tamanha, mesmo assim não desistiram de seus sonhos. Para eles, o papel da educação é promover o desenvolvimento, qualificando-nos para viver em uma sociedade mais justa, em vez de prever ou selecionar talentos de acordo com classe social, cor, credo etc.

Isso é o que me motiva e que me tornou, como meu pai me diz, uma eterna estudante; buscando aprender mais e ensinar aos meus estudantes que a educação muda destinos, que a classe social em que vivem não diz nada sobre a sua inteligência, que a sua cor vai fazê-lo superar expectativas, que a sua deficiência não é um obstáculo, é um impulso para nunca desistir e superar seus desafios.

Quando ingressei no mestrado, no primeiro semestre de 2019, cursei a disciplina intitulada "Avaliação da Aprendizagem e Ensino de Matemática", na qual tive maior contato com a professora que viria a ser minha coorientadora, e o primeiro texto discutido em sala de aula, escrito por Maria Teresa Esteban (2008)[1], tinha o título "Silenciar a polissemia e inviabilizar os sujeitos: indagações ao discurso sobre a qualidade da educação". Com a leitura desse texto e as discussões que ele proporcionou, comecei a observar que a avaliação também tem esse papel de exclusão. Esse foi o primeiro estudo dirigido sobre esse tema, pois, no que diz respeito à avaliação da aprendizagem escolar, na graduação havia cursado uma disciplina que falava apenas da análise do erro dos estudantes.

Esse tema me fez pensar nas minhas práticas em sala de aula e como é comum escutar os estudantes reclamarem que "deu um branco na hora da prova", "eu não consegui fazer nada", "eu fiquei muito ansiosa", "me deu até dor de barriga, professora". Cheguei à conclusão de que essas situações acontecem porque a avaliação é temida e entendida como um ato de atribuir um valor, uma classificação de estudante em "bom ou ruim" e até mesmo de punição pela conduta em sala de aula. A avaliação provoca a formulação de juízos a respeito de tudo, de tomar decisões, de criar hierarquias de excelência (classificação – verificação – nivelamento – desempenho – rendimento - etc.). O peso da avaliação, para alguns estudantes, é terrível, talvez pelo fato de ser individual, sem consulta, com tempo limitado, com uma bateria de "exercícios".

---

[1] ESTEBAN, M. T. Silenciar a polissemia e invisibilizar os sujeitos: indagações ao discurso sobre a qualidade da educação. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 21, n. 1, p. 5-31, 2008.

Comecei a observar que a avaliação pode causar muitas consequências negativas, podendo citar o preconceito e o estigma, além de ser um mecanismo disciplinador de condutas sociais. Como aponta Luckesi (1984, p. 12): "de instrumento diagnóstico para o crescimento, a avaliação passa a ser um instrumento que ameaça e disciplina os alunos pelo medo".

Apesar de tantas pesquisas que podem contribuir para tornar a avaliação escolar mais justa, universal, visando à qualidade no ensino e na aprendizagem dos estudantes, os moldes tradicionais ainda prevalecem dentro da sala de aula.

Nos textos estudados sobre "avaliação escolar" naquela disciplina, observei que o ato de uma educação mais igualitária anda distante do ato de uma avaliação com equidade. E, para isso acontecer em perfeita sintonia, o ato de ensinar deve encontrar um caminho que proporcione o desenvolvimento dos estudantes, que "atenda às necessidades do presente e [também] prepare os estudantes para atender suas necessidades futuras de aprendizagem" (BOUD, 2000, p. 152).

Os problemas relacionados com as práticas de ensino da Educação Básica não estão distantes dos problemas encontrados no Ensino Superior. Trevisan e Mendes (2013) relatam que os paradigmas da educação nesse nível de escolaridade ainda estão fundados nos modelos tradicionais de ensino,

> [...] nos quais o professor apresenta os conteúdos aos estudantes e dá informações ou instruções de como resolver exercícios-tipo por meio de aulas expositivas [..] alunos restringem-se às habilidades de reprodução e memorização, muitas desaparecendo logo após a realização das avaliações (grande parte delas de rendimento escolar). [...] a prática pedagógica de muitos dos professores envolvidos com os diferentes cursos da Educação Tecnológica é comum: os professores usam o mesmo plano de ensino para disciplinas de mesma ementa em cursos diferentes, ou seja, mesma distribuição do programa, mesma metodologia, mesmos livros, mesmos instrumentos de avaliação, sem levar em consideração as idiossincrasias de cada curso (TREVISAN; MENDES, 2013, p. 2).

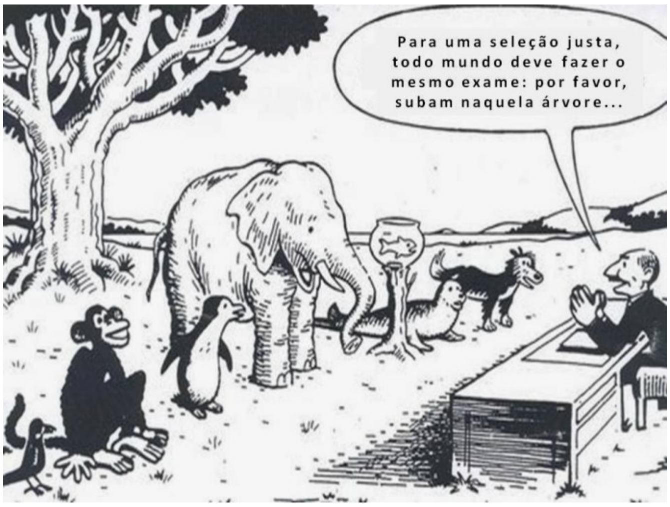
Malta (2004) afirma que, durante alguns anos, os professores do Ensino Superior acreditavam que o cerne do problema das reprovações no curso de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) era decorrente da deterioração do ensino pré-universitário, de forma particular, o Ensino Médio. Esse fato acarretou esquemas que objetivavam remediar os estudantes com o surgimento de cursos preparatórios para o curso de CDI, bastante usados nas instituições de Ensino Superior, que é o caso dos cursos de "Cálculo Zero", "Pré-Cálculo", "Matemática Básica". Segundo Rezende (2003), esses cursos, com a intenção de resolver a "falta de base" dos estudantes, abordam uma matemática considerada "básica" para o ensino de CDI, como "polinômios, fatoração, relações e identidades trigonométricas, funções reais usuais (modulares, polinomiais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas), produtos notáveis, simplificações e cálculos algébricos em geral etc" (REZENDE, 2003, p. 35).

Ao se deparar com altos índices de evasão e reprovação em disciplinas de CDI, e nos cursos em que essa disciplina faz parte do currículo, torna-se iminente a necessidade de uma reestruturação das práticas pedagógicas, que atenda às "características inclusivas e sustentáveis, reafirmando a necessidade de igualdade de acesso à aprendizagem" (VAZ; NASSER, 2019, p.04), assim como novos desafios e novas missões.

Essas características de evasão, reprovação e defasagem de conteúdo, juntamente com as dificuldades enfrentadas pelos estudantes do Ensino Superior, não podem ser tratadas como algo isolado (REZENDE, 2003). Atualmente prevalece a certeza de que o dilema da reprovação não é mais somente decorrente da ineficiência do Ensino Fundamental e Médio, existem outros fatores que influenciam a aprendizagem, como o contexto de ensino e de aprendizagem, os métodos de ensino utilizados, a "deficiência de compreensão impedindo que os estudantes reconheçam e apliquem os conceitos de cálculo necessários" (CUEVAS; MAJÍA, 2005, p. 741, tradução nossa) e o contexto social, político e cultural.

Contudo, o cenário da avaliação nesse ambiente ainda dispõe dos moldes tradicionais de ensino, que apresentam as seguintes características: é individual, escrita, sem consulta, com tempo delimitado e oferece um tratamento de igualdade a todos os estudantes. A charge da Figura 1 é uma ilustração de tratamento genérico "de igualdade" tanto no contexto do ensino e da aprendizagem, bem como nas avaliações apresentadas pelos moldes tradicionais de educação.

Figura 1 – Igualdade x equidade na educação.



Fonte: autor desconhecido[2]

---

[2] Disponível em: https://falauniversidades.com.br/igualdade-x-equidade-os-reflexos-na-sociedade-brasileira/. Acesso em 06 abr. 2021.

Na direção de repensar práticas pedagógicas e possibilidades de avaliação a elas alinhadas no âmbito do CDI, destaca-se o projeto de pesquisa intitulado “Investigação de um ambiente educacional para o CDI em condições reais de ensino”, desenvolvido a partir do Edital Universal 14/2014 do CNPq, com o objetivo geral de “investigar os processos envolvidos na caracterização, na implementação e na avaliação de um ambiente de ensino e aprendizagem para a disciplina de CDI, considerando as condições reais às quais estamos sujeitos” (TREVISAN; MENDES, 2018, p 02).

Uma possibilidade foi o trabalho em *ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas* (adaptação da expressão *shift problem lessons*, proposta por Palha, Dekker, Gravemeijer e Van Hout-Wolters (2013) e Palha, Dekker e Gravemeijer (2015)) que envolvem abordagens metodológicas nas quais os estudantes tenham um papel ativo, trabalhando, quando possível, em grupos e em tarefas de natureza exploratória (PONTE, 2005), que sejam desencadeadoras de discussões e que contribuam para elaborações conceituais.

O trabalho com episódios de resolução de tarefas mostrou-se uma proposta factível levando em conta condições reais de ensino (turmas numerosas, ementa extensa, necessidade de atribuir nota e aprovar ou reprovar o estudante) que inviabilizam a realização de um trabalho que atendesse, plenamente, ao longo de todo a disciplina de CDI, aos pressupostos de tendências para o ensino apontados pela Educação Matemática (TREVISAN; MENDES, 2018). Assim, esses “momentos” (que correspondem a cerca de 25% da carga do curso, propostos em aulas que antecedam o estudo formal dos conceitos da disciplina) alternam-se com aulas expositivas e aulas de resolução de tarefas.

À medida que as pesquisas sobre essa proposta de ambiente de ensino e de aprendizagem foram ocorrendo, uma questão que se tornou cada vez mais emergente está ligada às maneiras de se avaliar um estudante neste contexto, buscando tornar a avaliação parte do processo de ensino e de aprendizagem no sentido de

> [...] exercê-la ao longo de toda ação de formação, torná-la permanente, passar da meta de identificar se os estudantes adquiriram conhecimentos que lhes foram propostos para a meta de preparar, orientar, aperfeiçoar a ação do estudante e do próprio professor. Torná-la, portanto, formativa (TREVISAN, 2013 p.56).

Assim, foi necessário estruturar um processo avaliativo para a disciplina de CDI, que, ao mesmo tempo, atendesse às demandas político-pedagógicas da instituição de ensino (cumprir uma ementa, atribuir nota, aprovar e reprovar estudantes), evidenciasse uma preocupação com a aprendizagem dos estudantes e ocorresse de forma mais justa. A justiça, aqui comentada, alinha-se às ideias apresentadas por Vaz e Nasser (2019) no artigo "Em busca de uma avaliação mais 'justa'":

> A justiça aqui não está associada à igualdade de direitos e deveres, que a avaliação tradicionalmente costuma contemplar, mas à equidade de oportunidades que permitiria a cada estudante desenvolver, dentro de sua individualidade, melhor suas habilidades e potencialidades. (VAZ; NASSER, 2019, p.17).

Frente às experiências do orientador e da coorientadora desta pesquisa em suas turmas de CDI na UTFPR, na direção de mudar as maneiras de avaliar e repensar possibilidades de "aproximação" do seu caráter formativo e somativo, definiu-se como objetivo da pesquisa, que deu origem a esta dissertação, *analisar um processo avaliativo que esteja alinhado à proposta de trabalho com episódios de resolução de tarefas em aulas de CDI, articulando uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa*. Desse modo, as questões de pesquisa são:

- Em que medida a organização do processo de ensino diferenciado possibilitou uma articulação entre uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa?
- Quais oportunidades de aprendizagem foram reconhecidas pelos estudantes ao vivenciarem esse processo de avaliação?

No intuito de responder a essas questões, consideraram-se dados que provêm do trabalho desenvolvido junto a uma turma de CDI, cursada por ingressantes de um curso de Engenharia da UTFPR, no 2º semestre de 2019, sob responsabilidade do orientador da pesquisa.

Para isso, este texto é organizado em quatro capítulos, divididos do seguinte modo. O Capítulo 1 apresenta o referencial teórico. Inicialmente, trata das dificuldades e dos processos de ensino e de aprendizagem do CDI, e caracteriza, a partir de trabalho anteriores já desenvolvidos no GEPEAM - Grupo de Estudo e Pesquisa em Ensino e Aprendizagem de Matemática, o ambiente de ensino e de aprendizagem pautado nos episódios de resolução de tarefas. Em seguida, explora a avaliação com suas características mais gerais e, com base na literatura consultada, apresenta uma caracterização alinhada à proposta de trabalho nesse ambiente.

O Capítulo 2 trata dos procedimentos metodológicos que foram adotados para este trabalho, incluindo o cenário de investigação, o contexto da investigação, uma caracterização da pesquisa e a coleta, organização e modo de análise de dados. O Capítulo 3, descreve e analisa o processo avaliativo, detalhando os instrumentos avaliativos utilizados. E no Capítulo 4, fazemos uma análise retrospectiva, no intuito de responder às questões de pesquisa, e apresentamos as considerações finais. Por se tratar de um mestrado no âmbito profissional, disponibilizamos como resultado de nossa proposta de pesquisa um material com a intenção de compartilhar com professores e público em geral, possibilidades de “pensar fora da caixa” no âmbito da avaliação na disciplina de CDI, favorecendo uma mudança de mentalidade e “do modo de fazê-la”.

1 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo está organizado em duas partes. A primeira parte é referente ao ensino de CDI e ao trabalho em ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas. A segunda parte traz uma caracterização do processo de avaliação associado a essa proposta.

1.1 ENSINO DE CDI E O TRABALHO COM EPISÓDIOS DE RESOLUÇÃO DE TAREFAS

O ensino e a aprendizagem de CDI são temáticas que têm ganhado espaço no âmbito da Educação Matemática, gerando pesquisas que buscam compreender e apresentar propostas para minimizar dificuldades encontradas por estudantes na aprendizagem dessa disciplina e que culminam nos altos índices de reprovação.

No geral, os estudantes que ingressam nos diferentes cursos superiores apresentam uma dinâmica de estudo desenvolvida na Educação Básica, que prioriza aspectos relacionados a memorização e mecanização de procedimentos. Trevisan e Mendes (2018) destacam, também, que esses estudantes apresentam uma falta de experiências anteriores com tarefas de carácter investigativo, tendo o hábito de trabalhar, na maioria das vezes, de forma individual, apresentando dificuldades em expor e argumentar suas ideias, em grupo ou para toda a sala.

Ao chegar na universidade, deparam-se com uma realidade que não é totalmente diferente, pois é comum deparar-se com ações formais e rigorosas dos docentes na exposição do conteúdo matemático habitualmente atreladas a uma estratégia de ensino tradicional, seguindo um esquema de exposição de definições e exemplos que ilustram conteúdos presentes na ementa da disciplina, seguidas de enormes listas de exercícios. Em especial, no contexto do curso de engenharia (nosso contexto de pesquisa), essas práticas tornam-se ainda mais "notáveis".

As pesquisas acerca dos processos de ensino e de aprendizagem no âmbito do CDI, bem como metodologias e/ou estratégias de ensino diferenciadas da prática tradicional, como a resolução de problemas, a modelagem matemática ou o uso de tecnologias digitais de informação e comunicação, buscam compreender e minimizar dificuldades que culminam em altos índices de reprovação nessa disciplina. De modo geral, "reverter" a situação dos altos índices de reprovação implica a adoção de propostas pedagógicas nas quais os estudantes tenham um papel ativo e trabalhem, quando possível, em grupos, em tarefas não precedidas de exemplos, que sejam desencadeadoras de discussões e que contribuam para elaborações conceituais.

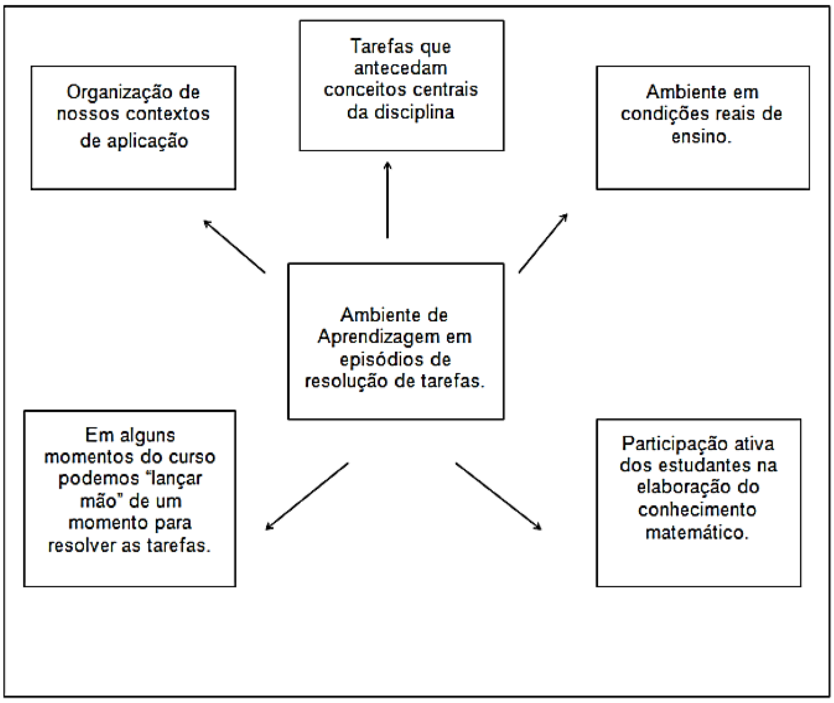
Proposta alinhadas às demandas presentes no documento "Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de graduação em Engenharia" (BRASIL, 2019), aprovado em janeiro de 2019, dizendo que os saberes dos egressos de um curso de engenharia devem ser empregados para

> [...] projetar soluções, para tomar decisões e para desenvolver processos de melhoria contínua, as competências serão desenvolvidas em graus de profundidade e complexidade crescentes ao longo do percurso formativo, de modo que os estudantes não apenas acumulem conhecimentos, mas busquem, integrem, criem e produzam a partir de sua evolução no curso. Assim, a formação do perfil do egresso deve ser planejada e vista como um processo que exige o acompanhamento e a avaliação contínua, por meio de metodologias de avaliação que auxiliem na identificação de obstáculos e estratégias para superá-los (BRASIL, 2019, p.26).

Tal documento defende uma estrutura curricular que deve voltar-se para uma visão sistêmica e holística de formação, dirigida não só para a formação profissional, mas também para o cidadão-engenheiro, comprometendo-se com os valores fundamentais da sociedade, além de suprir as necessidades do mercado e a adoção de metodologias de ensino mais modernas e adequadas à nova realidade global. Assim, o "ponto principal é imprimir maior sentido, dinamismo e autonomia ao processo de aprendizagem em Engenharia, por meio do engajamento do estudante em atividades práticas, preferencialmente desde os primeiros anos do curso" (BRASIL, 2019, p. 30).

Nesse sentido, uma abordagem correlata entre as Diretrizes e o Ensino de CDI é a proposta de ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas, que se tem mostrado uma proposta factível e que leva em conta condições reais de ensino, como turmas numerosas, ementa extensa, demandas rotineiras da sala de aula e a organização didático-pedagógica proposta pela instituição (COUTO; FONSECA; TREVISAN, 2017; TREVISAN; MENDES, 2018). Uma proposta inicial de esquematização desse ambiente é a de Ramos (2017) (Figura 2), e que considera "aspectos estruturais (estrutura da instituição de ensino, a natureza dos cursos de graduação oferecidos por ela, o perfil do egresso que se almeja e o perfil dos estudantes matriculados na disciplina de Cálculo, entre outros) e aspectos pedagógicos e procedimentais" (BORSSOI; SILVA; FERRUZZI, 2016, p.4).

Figura 2 – Esquema da proposta de ensino proposta por Ramos (2017)

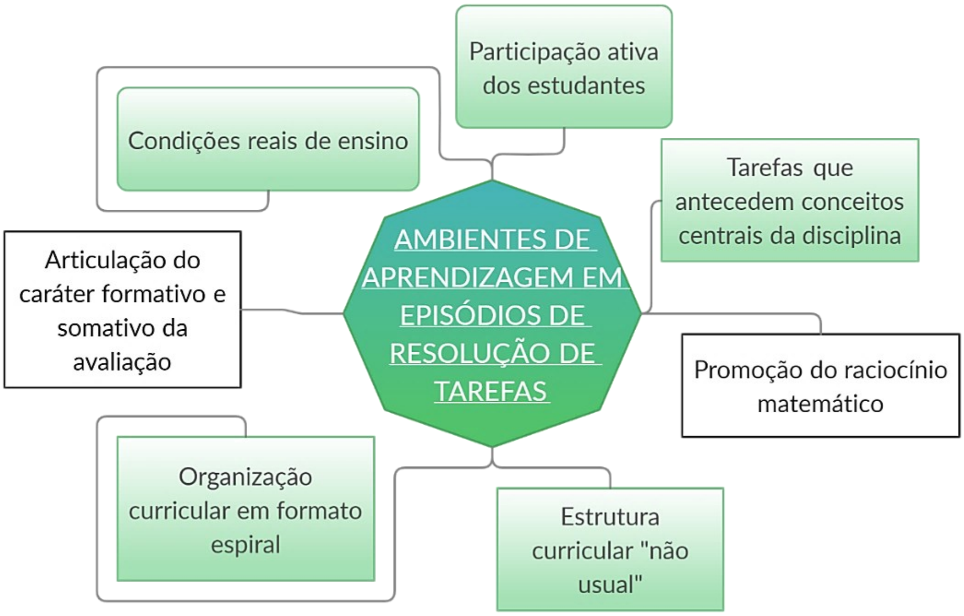


Fonte: Ramos (2017, p. 34).

Apesar dos resultados promissores desse trabalho (BORSSOI; TREVISAN; ELIAS, 2017; TREVISAN; MENDES, 2017; TREVISAN; FONSECA; PALHA, 2018), pouco ainda se sabia a respeito do desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes, dos conceitos mobilizados, do papel das intervenções do professor durante esses episódios e das possibilidades de avaliação nesse contexto. Assim, nos últimos anos passou-se a investigar essas temáticas por meio do projeto "Conceitos mobilizados por estudantes de CDI no trabalho em episódios de resolução de tarefas de aprendizagem", sob responsabilidade do orientador da pesquisa e com fomento da Fundação Araucária, na modalidade de Bolsa de Produtividade em Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico. Encontram-se em desenvolvimento, no âmbito desse projeto e sob sua supervisão, trabalhos de iniciação científica, dissertações (incluindo esta) e teses.

Na direção de agregar à caracterização inicial os aspectos supracitados, propõe-se uma adaptação do esquema de Ramos (2017) para a caracterização dos ambientes de ensino e de aprendizagem de CDI pautados em episódios de resolução de tarefas, incluindo aspectos como a promoção do raciocínio matemático e a articulação do caráter formativo e do somativo da avaliação (foco deste trabalho), apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Esquema da proposta de ensino.



Fonte: Adaptação do esquema de Ramos (2017, p. 34).

Para um melhor entendimento do esquema, apresentamos um detalhamento de cada um dos aspectos apresentados na Figura 3, referentes à proposta de ensino. A proposta foi inicialmente amparada na Educação Matemática Realística[3] (EMR), abordagem de ensino da matemática iniciada entre o final da década de 1960 e começo dos anos de 1970, na Holanda, proposta como forma de "resistência" ao Movimento de Matemática Moderna dos Estados Unidos e encorada nas ideias de Hans Freudenthal (1905-1990), determinantes para a direção tomada pela reforma da educação matemática holandesa.

Os educadores holandeses delineavam uma perspectiva de ensino e de aprendizagem contrária aquela subjacente ao movimento da Matemática Moderna, com "a matemática é ensinada de maneira fragmentada. Os estudantes aprendem os procedimentos passo a passo, nos quais o professor demonstra como resolver um problema" (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010, p. 4, tradução nossa). Para Freudenthal (1968), precursor da EMR, o que os estudantes precisam aprender não é matemática como um sistema fechado, mas como uma atividade humana, um processo de matematizar a realidade e, se possível, até o de matematizar a matemática. Segundo Freudenthal (1971), a matemática, como atividade humana,

---

[3] Tradução do inglês *Realistic Mathematics Education* (RME).

> [...] é uma atividade de resolução de problemas, de procura por problemas, mas é também uma atividade de organização de um determinado assunto. Este pode ser um assunto da realidade, que deve ser organizado de acordo com modelos ou padrões matemáticos caso os problemas da realidade devam ser resolvidos. Também pode ser um assunto matemático, com resultados novos ou antigos, de sua propriedade ou de outros, que deve ser organizado de acordo com novas ideias, para ser mais bem compreendido, em um contexto mais amplo ou por meio de uma abordagem axiomática (FREUDENTHAL, 1971, p. 413, tradução nossa).

No que diz respeito *às condições reais de ensino* do ambiente, Ramos, Fonseca e Trevisan (2016) e Trevisan e Mendes (2018) relatam um perfil típico dos estudantes que ingressam nos cursos que tem o CDI 1 em sua grade curricular, em especial, os cursos de Engenharia ofertados pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), e que deve ser considerado quanto se pensa a prática pedagógica nesta disciplina. Tal perfil inclui

> [a] falta de experiências anteriores com tarefas de carácter investigativo; expectativa de aula expositivas, sucedidas pela resolução de tarefas similares aos exemplos apresentados pelo professor; concepções equivocadas acerca de alguns conceitos matemáticos (muitas vezes decorridas do foco na mecanização de processos, em vez de compreensão e atribuição de significado); hábito de trabalhar, na maioria das vezes, de forma individual, tendo dificuldades em expor e discutir suas ideias em grupo ou para toda a sala (TREVISAN; MENDES, 2018, p. 213).

Outro aspecto importante para um ambiente de ensino e de aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas é a *estrutura curricular "não usual"* para a disciplina de CDI. Trevisan e Mendes (2018) discutem a organização dos conteúdos para o ensino de CDI que compartilha das ideias de Freudenthal (1971, 1991), uma matemática que "faz sentido para os estudantes", que deve ser aprendida "fazendo".

Tradicionalmente, a organização do conteúdo para o ensino de CDI é influenciada pelo modelo cauchyano, no qual se iniciam os estudos pela noção de limite de uma função e, logo após, atribui que "a continuidade depende de um limite (existir e ser igual ao valor da imagem da função no ponto); a derivada é um limite (do quociente incremental); a integral é um limite (das somas de Riemann)" (REIS, 2001, p.62).

Baseados na análise do desenvolvimento histórico dos conteúdos, Trevisan e Mendes (2018) apresentam algumas possibilidades para a organização curricular da disciplina de CDI. Uma delas considerada uma estruturação do curso de CDI que não deve ser constituída a partir do conhecimento prévio de estruturas formais dos números reais, nem em definições formais de função. Uma segunda possibilidade considera a construção dos primeiros conceitos de CDI de maneira informal, sem a necessidade de um conhecimento formal do conceito de limite, uma vez que, "historicamente, o conceito de limite é posterior ao desenvolvimento de outros conceitos, como de derivadas e integrais (apoiando-se em explorações numéricas e em ideias da geometria presentes no estudo dos movimentos)" (TREVISAN; MENDES, 2018, p. 216).

Assim, Trevisan e Mendes (2017, 2018) apresentam uma proposta de organização dos conteúdos presentes na ementa da disciplina de CDI 1 (estudo de funções de uma variável real, limites, derivadas e integrais) em formato de espiral. Em linhas gerais, assumem que

> [..] os Limites devem ser "diluídos" durante o avanço do estudo das Derivadas e Integrais partindo de noções mais intuitivas e chegando, ao fim da disciplina, à concepção aceita desde o século XIX pela comunidade matemática. Assim, estaremos salientando que o entendimento das Derivadas e Integrais deve ser o principal objetivo de um curso de Cálculo A e que, por este motivo, é preciso priorizar o tratamento destes conceitos desde o início do curso sem, com isso, tirar a importância do entendimento dos resultados mais abstratos desta teoria da Matemática (MACHADO, 2012, p. 1).

Trevisan e Mendes (2017) discutem, a partir do cronograma da organização curricular de CDI, um progresso da proposta, a partir da sua própria prática. Antes de 2012, esse cronograma apresenta uma ordem linear, usualmente encontrada em livros didáticos e em programas de disciplinas de CDI 1 (Funções, Limites, Derivadas e Integrais). Uma proposta inicial de reorganização surge em 2013, inspirada em Apostol (1988), com a intenção de levar os estudantes a "construir o conceito de integral e de derivada de funções polinomiais e, somente após essa construção, as regras gerais e outras funções (exponenciais, logarítmicas e trigonométricas) seriam trabalhadas" (TREVISAN; MENDES, 2017, p. 361). Por fim, os autores apresentam um novo cronograma utilizado a partir de 2017 (que será discutido no capítulo dos procedimentos metodológicos). Essa nova reorganização provém de diferentes experiências de organização curricular e da segurança dos autores em "ir e vir" nos conteúdos presentes na ementa da disciplina, realocando-os conforme as características peculiares de cada turma. Assim, por exemplo, é possível discutir de forma articulada o conceito de função composta, Regra da Cadeia e Método de Integração por Substituição simples; ou, ainda estabelecer conexões entre as técnicas de derivação e integração que envolvem produtos de funções. Esses são apenas alguns exemplos particulares de reorganização de conteúdo.

Articulada com uma abordagem que prevê *o* trabalho com tarefas, outra característica do ambiente de aprendizagem é a *participação ativa dos estudantes* nas aulas. Segundo Van Den Heuvel-Panhuizen (2010), o conhecimento matemático não é algo situado no final de um processo de aprendizagem, mas também no início. Em vez de começar com certas abstrações ou definições a serem aplicadas posteriormente, é preciso começar com contextos ricos nos quais os estudantes possam utilizar várias estratégias e conhecimentos matemáticos ou, em outras palavras, contextos que podem ser matematizados. Portanto, na perspectiva da EMR, Trevisan e Buriasco (2015, p. 170) apontam que

> [...] a Matemática nunca deve ser apresentada aos estudantes como um produto pronto e acabado; ao contrário, precisa ser conectada à realidade, próxima aos estudantes e relevante para a sociedade, a fim de tornar-se um valor humano. Nessa perspectiva, os estudantes devem ser tomados como participantes ativos do processo educacional. A eles devem-se propor situações que demandam organização matemática, da qual emergirão os conceitos; deve ser dada a oportunidade de reinventar a Matemática por meio de um processo de matematização da realidade.

Em consonância com essa visão, as *tarefas que antecedem conceitos centrais da disciplina* constituem um dos aspectos centrais para o sucesso dos estudantes. A função da tarefa, nesse ambiente de aprendizagem, é compreender de modo aprofundado as capacidades, processos de pensamento e dificuldades dos estudantes (tarefas para investigação). A tarefa é o recurso que organiza a atividade de quem aprende, sendo assim, pode desempenhar uma variedade de papéis. Nesse sentido, o termo tarefas é utilizado para caracterizar as

> [...] ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática. Uma tarefa pode ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar. Pode dar lugar a atividades diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos alunos, o ambiente de aprendizagem, e a sua própria capacidade e experiência anterior (PONTE, 2014, p.16).

Há diversas categorizações possíveis para tarefas no âmbito da Matemática. Ponte (2005), por exemplo, considera que as tarefas podem ser classificadas segundo diferentes critérios, como, por exemplo, em relação à sua tipologia (exercícios, problemas, exploração e investigação); pelo grau de desafio (reduzido ou elevado), pelo grau de estrutura (abertas ou fechadas) e em relação ao contexto (realidade, semirrealidade e matemática pura).

Quanto à tipologia, uma tarefa pode ser caracterizada como exercício se, para sua resolução, os estudantes devem seguir uma estratégia específica já conhecida. Os exercícios são os mais usados nos moldes tradicionais. As tarefas com a tipologia de problemas requerem dos estudantes uma estratégia não conhecida.

Para uma tarefa ser de investigação, os estudantes são convidados a formular suas questões e a elaborar uma estratégia de resolução. Por fim, há as tarefas de investigação. Segundo Ponte (2005), a diferença entre uma tarefa de exploração e uma tarefa de investigação está relacionada ao grau de desafio, isto é, “se o estudante puder começar a trabalhar desde logo, sem muito planeamento, estaremos perante uma tarefa de exploração. Caso contrário, será talvez melhor falar em tarefa de investigação” (PONTE, 2005, p. 08).

Outro fator importante, na distinção de uma tarefa, é sua demanda cognitiva. Acerca desse aspecto, os trabalhos das pesquisadoras norte-americanas Stein e Smith (2009) distinguem as tarefas de demandas de baixo nível cognitivo e tarefas de alto nível de exigência cognitiva. Além disso, categorizam as tarefas de baixo nível cognitivo entre memorização e procedimentos sem conexões, e as tarefas com alto nível de exigência cognitiva entre procedimentos com conexões e fazendo Matemática. Ponte (2005), de modo similar, fala em grau de desafio alto e grau de desafio baixo.

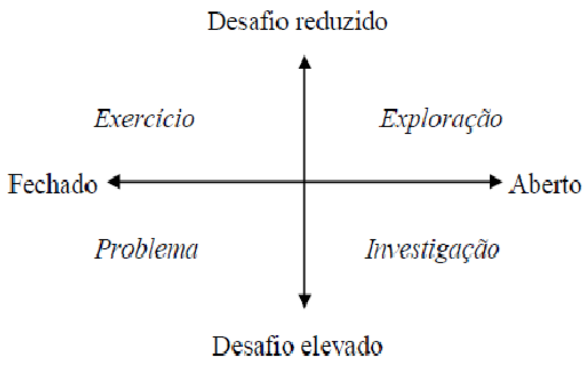
Van den Heuvel (1996) afirma que, aos olhos de Freudenthal, as maneiras como os alunos lidam com os problemas é o fator que determina o nível da demanda cognitiva da tarefa. E exemplifica esse contexto com a seguinte situação

> Uma criança que calcula 8 + 7 contando mais 7 de 8 no ábaco, age como se fosse no nível senso-motor. A descoberta de que 8 + 7 é simplificado por 8 + (2 + 5) = (8 + 2) + 5 testemunhas um alto nível de compreensão. Uma vez que isso seja compreendido, torna-se mero conhecimento do método; assim que a criança memorizou 8 + 7 = 15, é o conhecimento dos fatos. Ao mesmo tempo, descobrir 38 + 47 ainda pode exigir compreensão; mais tarde, o conhecimento do método pode ser suficiente; para o calculador habilidoso, é mero conhecimento dos fatos (FREUDENTHAL, 1978, p. 91)

Nesse sentido, De Lange (1999) apresenta os níveis de demanda cognitiva, na perspectiva da RME, por meio de uma “pirâmide de avaliação”: o nível I ou nível de reprodução, prioriza o conhecimento de definições e algoritmos; o nível II, de conexão, exige que o estudante comece a fazer conexões entre diferentes vertentes e domínios da Matemática e a integrar informações para resolver problemas simples em que se deve fazer escolha de estratégias e se utilizar ferramentas matemáticas; e no nível III, de reflexão/análise, os estudantes devem matematizar situações, analisando, interpretando, desenvolvendo seus próprios modelos e estratégias e apresentando argumentos matemáticos, incluindo provas e generalizações.

As tarefas ainda podem ser classificadas pelo seu grau de estrutura variando entre os polos “aberto” e “fechado”. Ponte (2005) descreve que “uma tarefa fechada é aquela onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas (PONTE, 2005, p. 07-08). Essas caracterizações estão sintetizadas no esquema proposto pelo autor supracitado (Figura 4), em que ele cruza as dimensões entre o grau de desafio (reduzido e elevado) e o grau de estrutura (aberto e fechado).

Figura 4 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura.



Fonte: Ponte (2005, p. 08).

Com o esquema proposto por Ponte (2005), ao identificar a tipologia de uma tarefa, é possível inferir o seu grau de desafio e o grau de estrutura. Por exemplo:

- Uma tarefa com a tipologia de exercício é fechada e com um grau de desafio reduzido.
- Uma tarefa com a tipologia de problemas apresenta um grau de desafio elevado e estrutura fechada.
- Uma tarefa de exploração apresenta um grau de desafio mais reduzido com uma estrutura aberta.
- Uma tarefa de investigação apresenta um grau de desafio mais elevado e as questões são abertas.

Outro aspecto mencionado por Ponte (2005) é com relação ao contexto de realidade ou matemática pura em que a tarefa está inserida e, consequentemente, ao tratamento do estudante. Por exemplo, uma tarefa, aparentemente contextualizada em situações reais, pode não significar nada para o estudante, dependendo do tratamento que ele atribui a ela, isto é, "a maior parte das propriedades reais das situações não são tidas em conta. A atenção foca-se apenas na propriedade ou propriedades que interessam a quem enunciou o problema e é nelas que o estudante é suposto centrar-se" (PONTE, 2005, p. 10), tornando-se quase abstrata (matemática pura). Com esse cenário, a semirrealidade surgiu, como intermediária entre a realidade e a matemática pura.

Para Ponte (2014), as tarefas, além de envolver os estudantes em uma atividade intelectual, ajudam a desenvolver as compreensões e as capacidades matemáticas, estimulando-os a fazer elos e a desenvolver coesão nas ideias, promover a comunicação acerca da Matemática. As tarefas devem exigir formulação e resolução de problemas e o desenvolvimento do raciocínio matemático, além de representar a Matemática como uma atividade humana em constante desenvolvimento.

Um aspecto que tem sido investigado mais recentemente, que foi incluído no esquema de caracterização dos ambientes de ensino e de aprendizagem de CDI pautados em episódios de resolução de tarefas, é a *promoção do raciocínio matemático* dos estudantes. Para Lithner (2008, p. 03), o raciocínio é "a linha de pensamento adotada para produzir afirmações e chegar a conclusões". O autor diferencia o raciocínio requerido para resolução de tarefas matemáticas em duas categorias: o raciocínio imitativo e o raciocínio criativo. O raciocínio imitativo remete à execução de algoritmos conhecidos (mecanização), reavendo soluções familiares (memorização). O raciocínio criativo, por sua vez, deve atender aos critérios da novidade (uma nova sequência de raciocínio é criada ou uma sequência esquecida é recriada), da plausibilidade (os argumentos que apoiam a escolha da estratégia e / ou implementação da estratégia apresentam conclusões verdadeiras ou plausíveis) e deve haver um fundamento matemático (os argumentos são ancorados em propriedades matemáticas essenciais).

Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012) discutem processos de raciocínio matemático que ocorrem frequentemente durante a resolução de problemas e nas tarefas de investigação matemática, envolvendo a formulação de questões, o teste de conjecturas e a elaboração de justificações. A busca pela generalização é um fator importante enquanto processo de raciocínio, partindo de uma conclusão ou de uma conjectura específica para desenvolver uma conjectura universal. Assim, compreender conceitos não se resume a conhecer uma definição; requer, também, relacionar tais conceitos e saber utilizá-los para resolver problemas.

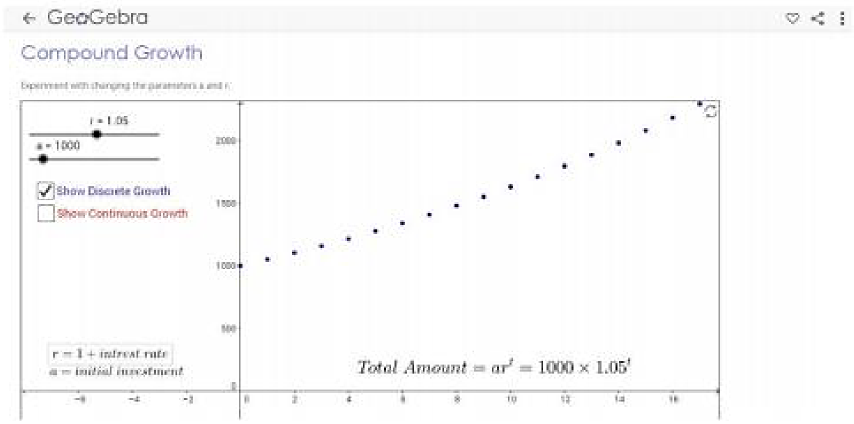
No âmbito do CDI, alguns trabalhos já exploraram aspectos do desenvolvimento do raciocínio matemático no contexto de trabalho com episódios de resolução de tarefas. Por um lado, têm-se Gonçalves *et al*. (2018) que se empenham em evidenciar o Raciocínio Covariacional (RC) mobilizado durante as discussões coletivas provocadas pelo trabalho com uma tarefa matemática que propunha, aos estudantes de uma turma de CDI, construir um gráfico que relacionasse o perímetro e a área de uma praça supondo que ela tivesse formato circular e, posteriormente, quadrado. Por outro lado, Trevisan *et al* (2019) discutem as ações do professor na condução de discussões matemáticas e seu papel na promoção do raciocínio matemático de estudantes de CDI, a partir de uma tarefa matemática que envolve a propagação de um boato.

Possibilidades da utilização de tarefas que *antecedem conceitos centrais da disciplina* nas aulas de CDI são discutidas em diferentes trabalhos desenvolvidos no âmbito da proposta de trabalho com episódios de resolução de tarefas, como, por exemplo, em Couto, Fonseca e

Trevisan (2017); Mendes e Trevisan (2016, 2019); Mendes, Trevisan e Elias (2018), Trevisan, Borssoi e Elias (2015) e Trevisan et al (2020).

Couto, Fonseca e Trevisan (2017), inspirados no conceito de insubordinação criativa, propõem a formulação de tarefas exploratórias envolvendo um gráfico interativo e a investigação dos parâmetros de uma função exponencial (Figura 5). Algumas questões propostas pelos autores na tarefa foram: O que este gráfico possivelmente representa? Há dois parâmetros na expressão. Explore e discorra sobre o papel de cada um deles no comportamento da curva. Em termos de crescimento, como os valores da função variam? Essas variações dependem dos parâmetros? Para qualquer valor de r a função é côncava para cima (exceto para $r = 1$). Este fato implica que ela é sempre crescente?

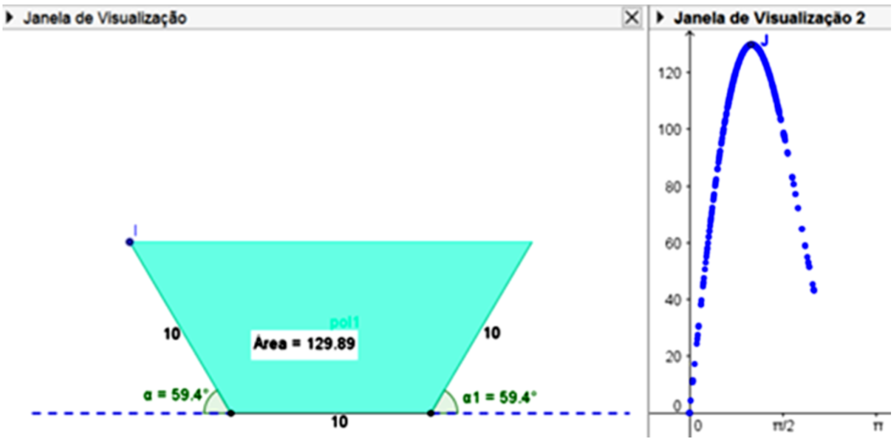
Figura 5 – Gráfico interativo utilizado na proposta de tarefa.



Fonte: Couto, Trevisan e Fonseca (2017, p. 7).

Trevisan, Borssoi e Elias (2015) discutem as potencialidades das situações apresentadas pelas tarefas, as discussões matemáticas geradas e quais conhecimentos as discussões matemáticas podem gerar. Além disso, analisam a mobilidade de elaborar, aplicar, analisar, discutir e reelaborar uma série de tarefas desencadeadas pela seguinte situação: "*como construir uma calha, dispondo de uma longa folha retangular de metal de 30 cm de largura, de modo que a quantidade de água recolhida seja a maior possível?*" (TREVISAN; BORSSOI; ELIAS, 2015, p.05). Para essa tarefa foi disponibilizado para os estudantes o recurso educacional digital no aplicativo do Geogebra, como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Recurso educacional digital disponibilizado para resolução da tarefa.



Fonte: https://www.Geogebra.org/m/ppCiv7aU

Mendes e Trevisan (2016) evidenciaram como as atividades de modelagem matemática favorecem o contexto para os momentos de discussão de modelos lineares e de funções definidas por partes (Figura 7). Além disso, os autores destacaram os episódios de resolução de tarefas oportunizaram ao estudante "aprender, não só no fazer, mas progressivamente no entender e no explicar suas escolhas, sendo dada a ele a oportunidade de rever os caminhos escolhidos" (MENDES; TREVISAN, 2016, p. 734).

Figura 7 – Enunciado da tarefa envolvendo modelos lineares e funções definidas por partes.

O aumento do índice de violência que ronda a vida das pessoas tanto no campo como na cidade, conduz à procura por equipamentos de segurança instalados em construções. Dessa forma, as pessoas estão recorrendo à instalação de cercas elétricas para melhorar sua segurança. A cerca elétrica é uma forma de proteção bastante eficiente. Consiste numa cerca ligada a uma central elétrica, capaz de produzir choque suficiente para impulsionar uma pessoa para longe. As informações a seguir foram obtidas junto a empresas especializadas, as quais oferecem duas opções de serviços para instalação de cercas elétricas residenciais, conforme quadro a seguir.

Quadro 1: Preços de *kits* (pronto e a montar) para instalação de cercas elétricas residenciais.

Conteúdo	Opção 1 (*kit* pronto)	Opção 2 (*kit* a montar)
Central	R$ 370,00	R$ 180,00
Bateria		R$ 60,00
Sirene		R$ 25,00
Haste de Aterramento		R$ 35,00
Cerca (20 metros)		________

Para a primeira opção, paga-se R$5,00 por metro de cerca que exceder os 20 metros constantes do *kit* pronto. Já para a segunda opção, cada metro de cerca custa R$4,50.

Qual é o kit de cerca que devo escolher para cercar a minha residência?

Fonte: Mendes e Trevisan (2016, p. 727).

Em um trabalho mais recente, Trevisan *et al.* (2020) discutem um design experimental de tarefas que contribuam no desenvolvimento de habilidades do raciocínio covariacional, por meio da integração de tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC). Os autores apresentam três tarefas que mobilizam diferentes ideias do RC.

A Tarefa 1 envolve a situação de construção de praça, como mostrado no Quadro 1. Essa tarefa, estimula o desenvolvimento do Raciocínio Covariacional dos estudantes, visto que "prioriza a reflexão na constituição de quantidades envolvidas na situação e o raciocínio sobre o processo de medição de tais quantidades, bases para um raciocínio covariacional de maior valor cognitivo" (TREVISAN *et al.*, 2020, p. 286).

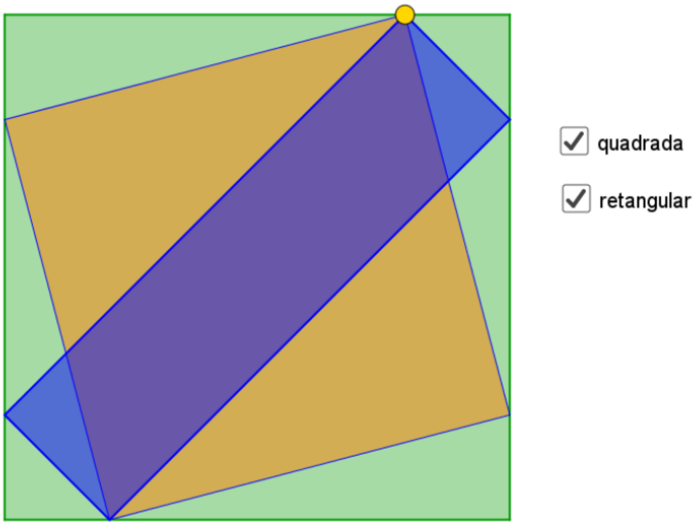
Quadro 1 – Tarefa da Praça.

Deseja-se construir uma praça em formato retangular, dentro de um terreno quadrado. As condições é que cada vértice da praça deve estar sobre um dos lados do terreno. As partes restantes serão utilizadas como área verde. a. Faça algumas representações do formato que a praça pode ter (mínimo 3 representações). b. Nessa situação, o que se pode medir? Como as grandezas listadas acima elas se relacionam? c. Represente o gráfico de uma grandeza em relação à outra.

Fonte: Trevisan et al (2020, p. 286).

Para visualização da situação, foi disponibilizado uma interface iterativa do aplicativo Geogebra (Figura 8). Ao mover o ponto amarelo, o estudante consegue observas as relações de grandeza da situação solicitada no item a) e b). Trevisan et al (2020, p. 287) indicam algumas situações que podem ser exploradas pelos estudantes: "perímetro da praça × área da praça; área verde × perímetro da praça; comprimento de determinado segmento × área da praça". O item c) solicita a representação de uma grandeza em relação à outra, tais quantidades podem ser visualizada na iteração com o aplicativo.

Figura 8 – Interface do Geogebra para a Tarefa da Praça.



Fonte: Trevisan et al (2020, p. 287).

A Tarefa 2 (Quadro 2) foi adaptada de uma situação apresentada por Connally *et al*. (2009) tem por intenção promover discussões acerca da taxa de variação de uma função e do "instante em que essa mudança nas taxas acontece, o que será interpretado como ponto de inflexão, indicando mudança de concavidade da curva nesse momento (TREVISAN *et al*, 2020, p. 288)".

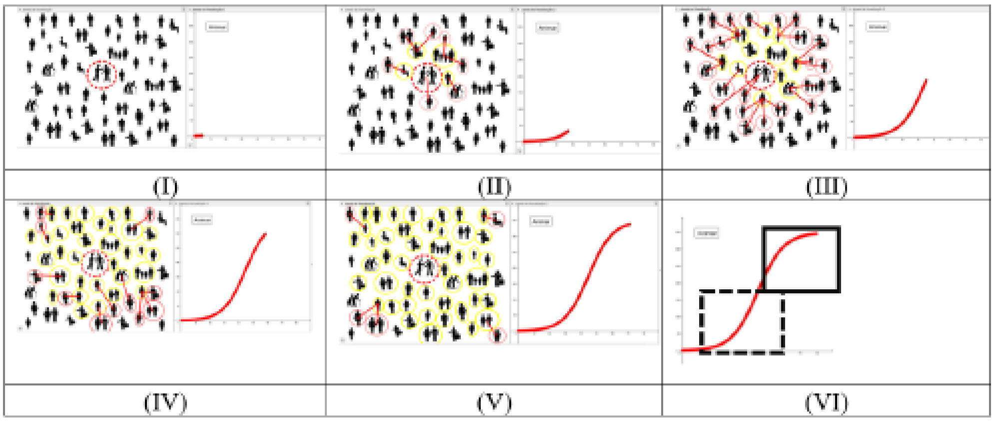
Quadro 2 – Tarefa do Boato.

Quando surge um boato, inicialmente, o número de pessoas que ouviram começa crescendo lentamente e conforme mais pessoas começam a saber e comentar, este se espalha rápido, até quando o número de pessoas que sabe chegar no limite de pessoas da região. Represente um gráfico da quantidade de pessoas que sabe em função do tempo.

Fonte: Trevisan *et al*. (2020, p. 288).

Essa tarefa instigava discussões que poderiam gerar alguns questionamentos como "quantas pessoas sabem inicialmente [do boato]? Como representar a evolução do número de pessoas que conhecem o boato, se ele continuasse crescendo rápido? E como seria se ele crescesse apenas devagar? Qual a diferença entre as duas representações?" (TREVISAN *et al*. 2020, p. 288). Foi disponibilizado um aplicativo no Geogebra com o objetivo de validar ou refutar as pressuposições trazidas pelos estudantes com o objetivo de representar a situação (Figura 9).

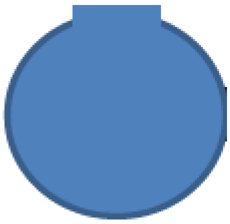
Figura 9 – Interface da Tarefa no Geogebra.



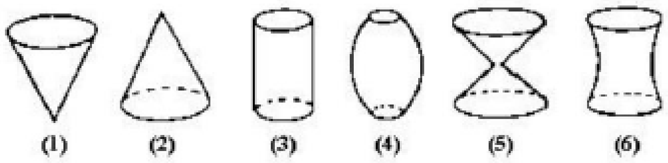
Fonte: Trevisan *et al*. (2020, p. 289).

A Tarefa 3 (Quadro 3) foi proposta a partir da situação apresentada em Carlson et al. (2002). Foi disponibilizado um aplicativo Geogebra com o objetivo de encorajar os estudantes, a partir de uma visualização mais dinâmica, a investigar a situação proposta, como mostra a interface apresentada pela Figura 10.

Quadro 3 – Tarefa do Vaso.

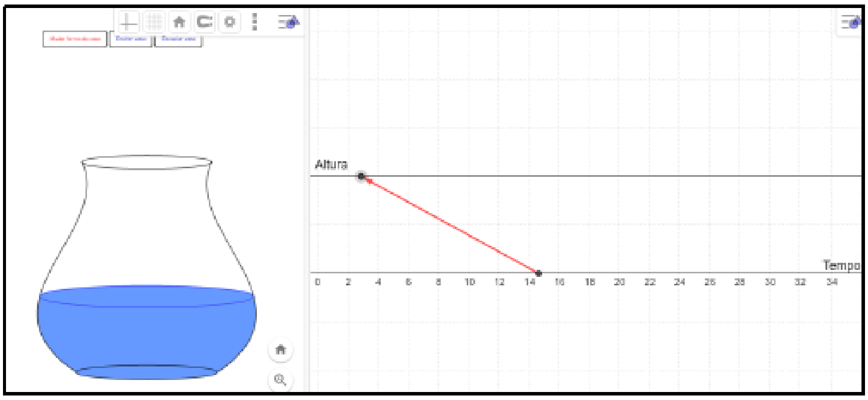


Água é derramada em um vaso (figura ao lado) a uma taxa constante. Use esta informação e a forma do vaso para responder as perguntas a seguir.
a) O que você entende por taxa constante de derrame de água nesta situação?
b) Imagine a cena do vaso sendo enchido e escreva o que você acha que pode ser medido nesta situação.
c) Esboce um gráfico que relacione o volume de água na garrafa com o passar do tempo. Explique o raciocínio que levou ao seu esboço.
d) Esboce um gráfico que relacione a altura de água na garrafa com o passar do tempo. Explique o raciocínio que levou ao seu esboço.
e) Como tempo, altura e volume se relacionam? Se as questões (c) e (d) pedissem um esboço da relação entre altura e volume, os gráficos seriam diferentes daqueles construídos anteriormente? Explique.
f) Agora, considerando que todos os vasos seguintes têm a mesma altura, esboce gráficos que relacione a altura com o volume.



Fonte: Trevisan *et al*. (2020, p. 289).

Figura 10 – Interface da Tarefa no Geogebra



Fonte: Trevisan *et al*. (2020, p. 292).

Em todas essas propostas de utilização das tarefas no ensino de CDI, assume-se que os estudantes estejam organizados em grupos que trabalharam de forma autônoma, sem intervenção do professor. Na continuidade da aula, há uma discussão coletiva, mediada pelo professor partir das resoluções dos estudantes, e por fim uma sistematização, pelo professor, dos conceitos matemáticos subjacentes.

Em um ambiente de ensino e de aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas, todos os aspectos aqui detalhados (esquema da Figura 3) precisam ocorrer de forma articulada e em sintonia. Em especial, no que diz respeito à avaliação, para que ela se torne parte integrante e indissociável do ambiente de ensino e de aprendizagem proposto, torna-se necessário articular o caráter somativo com o caráter formativo ao se avaliar, atendendo tanto as demandas político-pedagógicas da instituição quanto oferecendo, aos estudantes, oportunidades de aprendizagem. Esse movimento de articulação entre a avaliação somativa e a avaliação formativa será discutido na próxima seção.

1.2 CARACTERIZAÇÃO DA AVALIAÇÃO ALINHADA À PROPOSTA DE TRABALHO COM EPISÓDIOS DE RESOLUÇÃO DE TAREFAS

Esta seção apresenta alguns aspectos relacionados à avaliação da aprendizagem, subsidiando uma proposta de caracterização da avaliação para aulas de CDI alinhada à proposta de trabalho com episódios de resolução de tarefas.

O ato de avaliar é um exercício contínuo que se faz presente no dia a dia do ser humano, que, a todo tempo, está avaliando, julgando, medindo, classificando o que está ao seu redor. Uma definição para avaliação, que pode ser considerada tanto em âmbito geral quanto no contexto escolar, pode ser encontrada em Hadji (1994):

> [uma] operação particular de leitura da realidade; operação pela qual tomamos posição, nos pronunciamos sobre uma dada realidade à luz de uma grelha de leitura que exprime, em relação a essa realidade, determinadas exigências; o momento do confronto projectos/resultados (p.185).

Para o autor, a avaliação é tomada como "o ato pelo qual se formula um juízo de 'valor' incidindo num objeto determinado (indivíduo, situação, ação, projeto etc.)" (HADJI, 1994, p.31), a partir da comparação entre um referente (modelo ideal) e um referido ("grade de leitura" da realidade). Assim, avaliar resulta em estabelecer uma comparação entre aquilo que se espera (um modelo ideal - referencial) e aquilo que, de fato, existe (a realidade - referido), no estabelecimento de parâmetros, que, ao mesmo tempo, indicam "as expectativas do julgamento avaliador (é satisfatório porquê) e suas finalidades (eu avalio para)" (HADJI, 1994, p. 17). Desse modo, a avaliação é um elemento do processo de ensino e aprendizagem, apoiada em um projeto pedagógico, com características que visam melhorar a qualidade do processo, constituinte de uma natureza educativa/didática.

Conforme Mendes (2014), a

> avaliação está a serviço da aprendizagem, oportunizando momentos de reflexão tanto para o aluno quanto para o professor; a este, para que regule seu processo de ensino e intervenha, àquele, para que regule seu próprio processo de aprendizagem. A avaliação como oportunidade de aprendizagem abarca as funções de intervenção e regulação no ensino e na aprendizagem (MENDES, 2014, p.31).

A fim de atender a essas necessidades, nas últimas décadas, surgiram variadas pesquisas relacionadas com o contexto de sala de aula, assim como relacionadas às maneiras de implementar práticas avaliativas e como interpretar as informações recolhidas para fornecer orientações e indicações esclarecedoras para o contexto escolar. Almeja-se "uma avaliação que se consagre à regulação das aprendizagens, capaz de orientar o estudante para que ele próprio possa situar suas dificuldades, analisá-las e descobrir, ou pelo menos, operacionalizar os procedimentos que lhe permitem progredir" (HADJI, 2001, p. 10).

Nessa mesma direção, Buriasco (2000) aponta que a

> avaliação tem sido chamada a participar da realização de uma grande variedade de objetivos, tais como: subsidiar o processo de ensino e aprendizagem, fornecer informações a respeito dos alunos, professores e escolas, atuar como um respaldo de certificação e da seleção, orientar na elaboração de política educacionais (BURIASCO, 2000, p. 156).

No documento "Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de graduação em Engenharia", o processo de avaliação, como um todo, deve ser concebido como parte ativa do currículo, permitindo aos estudantes alcançar resultados específicos, e, também, oferecer meios para verificar se esses resultados foram ou não alcançados.

> Art. 13. A avaliação dos estudantes deve ser organizada como um reforço, em relação ao aprendizado e ao desenvolvimento das competências
> §1º As avaliações da aprendizagem e das competências devem ser contínuas e previstas como parte indissociável das atividades acadêmicas.
> § 2º O processo avaliativo deve ser diversificado e adequado às etapas e às atividades do curso, distinguindo o desempenho em atividades teóricas, práticas, laboratoriais, de pesquisa e extensão.
> § 3º O processo avaliativo pode dar-se sob a forma de monografias, exercícios ou provas dissertativas, apresentação de seminários e trabalhos orais, relatórios, projetos e atividades práticas, entre outros, que demonstrem o aprendizado e estimulem a produção intelectual dos estudantes, de forma individual ou em equipe (BRASIL, 2019, p.41).

No que diz respeito sobre as funções que a avaliação exerce, Hadji (1994) organiza em três objetivos: orientar, certificar e regular.

> - Se o objectivo dominante é o de certificar (fazer o ponto da situação sobre os conhecimentos adquiridos e, eventualmente, outorgar um diploma), a observação debruçar-se-á sobre os comportamentos globais, socialmente significativos. Assim, no passado, o certificado de estudos primários atestava que se sabia ler, escrever e contar. Eram então os três comportamentos que a República considerava fundamentais para os cidadãos.
> - Se o objectivo é o de regular (guiar constantemente o processo de aprendizagem), o avaliador esforçar-se-á por obter informações sobre as estratégias de ataque dos problemas e sobre as dificuldades encontradas.
> -Se o objectivo é o de orientar (escolher as vias e as modalidades de estudo mais apropriadas), a avaliação debruçar-se-á principalmente sobre as aptidões, os interesses e as capacidades e competências consideradas como pré-requisitos para as futuras aquisições (HADJI, 1994, p. 62).

Nesse sentido, define-se uma avaliação que inventaria os conhecimentos dos estudantes para verificar ou pôr à prova esses conhecimentos com o intuito de certificá-los como avaliação somativa, que traz consigo funções anexas, como classificar, situar e informar (HADJI, 1994). É realizada com a intenção exclusiva de categorizar o estudante como "bom ou ruim" ou "aprovado ou reprovado", apenas certificando a aquisição de competências e habilidades.

A avaliação formativa, por sua vez, segundo Hadji (1994), é uma avaliação que está a serviço da formação do estudante, configurando-se como oportunidade de aprendizagem, cuja finalidade é *regular* ou guiar os processos de ensino e de aprendizagem. Faz-se "um diagnóstico para compreender as dificuldades dos estudantes, com o intuito de regular a sua aprendizagem e se tem entre suas funções anexas apoiar, orientar, corrigir" (PEDROCHI JÚNIOR, 2012, p. 24). Desenvolvida durante todo o período letivo, inicia-se com o planejamento das primeiras tarefas e vai até a análise da última ação de intervenção, devendo tornar-se parte do próprio ato de aprender.

Para Hadji (1994, p.188), regulação significa "operação de condução de uma acção que se apoia em informações de retorno (feedback) para ajustar a acção realizada ao fim perseguido". Outra ação importante, para esse autor, está entorno das funções gerais da avaliação formativa são as funções anexas visando a <u>segurança</u>, consolidando a confiança do aluno em si próprio; a <u>assistência</u> marcando as etapas, dando pontos de apoio para progredir; o <u>*feedback*</u> fornecendo, o mais rapidamente possível, uma informação útil sobre as etapas vencidas e as dificuldades encontradas e por fim o diálogo entre professor e aluno.

Umas das características centrais da proposta de avaliação no contexto do trabalho com episódios de resolução de tarefas, é a articulação de seu caráter formativo e somativo, visto que, em condições reais de ensino, é preciso atribuir uma nota ao estudante, aprovando-o ou reprovando-o ao final do semestre, mas que ofereça ao professor

> a oportunidade de refinar, de ajustar mais e mais seus óculos no processo que vai desde a recolha de indícios de como está se desenvolvendo o processo de ensino e aprendizagem até a interpretação de seus significados, de modo a acompanhar efetivamente seus alunos (BURIASCO; FERREIRA; PEDROCHI JUNIOR, 2014, p.16).

A aproximação entre uma avaliação com aspectos mais formativo com uma avaliação somativa é um tema que vem se mostrando de interesse no campo da Avaliação na Educação Matemática, causando discussões sobre os desafios desse movimento, mas também reflexões sobre suas dificuldades. Leonor Santos (2016) traz algumas inquietações recorrentes da importância da conscientização dos professores sobre essa articulação, que, por alguns motivos, acabam não sendo praticadas: a carga horária da disciplina (restrições de tempo e a falta de tempo para cumprir o plano de trabalho docente), números de estudantes por turma e, consequentemente, suprir suas necessidades. Além disso, existem as avaliações em nível de políticas educativas, como as avaliações externas e dos programas nacionais que objetivam mensurar o desempenho escolar dos estudantes, e, na maioria das vezes, a responsabilização do baixo desempenho acaba respingando no professor (SANTOS, 2016).

Nesse mesmo sentido, a autora supramencionada aponta que muitos professores apresentavam indicativos da falta de conhecimento conceitual e processual de avaliação formativa, não conseguindo se desvincular do modelo de avaliação somativo, nem propor uma articulação entre eles. Boud (2000) e Boud e Falchikov (2007) apontaram que a rotina das salas de aula regulares requer pensar em duas vertentes de forma articulada e intrinsecamente relacionadas, ou seja, atendendo simultaneamente às demandas de dois tipos de avaliação. Inclusive, segundo esses autores, o foco nas avaliações tradicionais e em apenas um tipo de avaliação, no qual os estudantes respondem às solicitações de outros - professores, avaliadores etc. – diminuem a potencialidade do que é preciso fazer.

É nesse sentido que se discutem propostas de avaliação estruturadas sobre uma base sólida de avaliação formativa, incluindo o importante movimento da *avaliação da aprendizagem* para a *avaliação para aprendizagem*. Santos (2016, p. 642) afirma que o que distingue as duas modalidades de avaliação são os seus propósitos, ou seja, “a avaliação somativa tem como principal propósito avaliar a aprendizagem e, como propósito secundário, avaliar para aprender”, pois, quando essa ordem de importância se inverte tem-se como propósito principal avaliar para aprender e, como propósito secundário, avaliar a aprendizagem que é o caso da avaliação formativa.

Para os professores, a avaliação formativa oportuniza um ajuste no ensino; para os estudantes, oferece oportunidades de aprendizagem, uma vez que, ao permitir que eles regulem as suas técnicas de estudo, ele passa a ter papel ativo sobre esse processo. Segundo Santos (2016), o papel ativo do estudante pode ser total, na autorregulação dos estudantes, ou parcial, na intervenção do professor pelos feedbacks.

Considerando a natureza do ambiente de ensino e de aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas, além do apoio à aprendizagem e à investigação, tem-se por intenção investigar o que o estudante aprendeu. A aproximação do caráter somativo e formativo da avaliação auxilia com dados recolhidos pelo professor para traçar as estratégias de ensino futuras. A mesma informação recolhida em uma avaliação pode ser formativa ou somativa, o que difere é o uso que se faz dessa informação. Pedrochi Júnior (2018) afirma que o que vai caracterizar se um instrumento serve à avaliação formativa ou a outro tipo de avaliação é a sua utilização, o foco da avaliação, as intenções ao avaliar e as justificativas para o uso do instrumento.

Nessa direção, destaca-se a necessidade da comunicação durante o processo avaliativo. A comunicação que ocorre, em geral, entre os seres humanos e a comunicação que ocorre dentro das salas de aula de Matemática podem ser entendidas por perspectivas diferentes, destacando-se duas em especial: "a comunicação como organização e transmissão de informações e a comunicação como um processo de interação social" (PONTE et al., 2007, p. 2). A diversificação dos instrumentos de avaliação pode ser utilizada para fomentar essa comunicação, pois, "partindo de pontos de vista diferentes, é capaz, através da explicitação das suas divergências, de construir entendimentos comuns e partilhados" (SANTOS, 2008, p. 05).

Um objetivo de todo professor deve ser que a comunicação existente no ambiente de ensino em que esteja inserido seja um meio para promover a aprendizagem de seus estudantes. Dentro da sala de aula, a iteração entre o professor e os estudantes é uma prática comum; porém, como aponta Santos (2008), é mais difícil que seja de esperar sua incorporação no contexto avaliativo.

Ao pensar na comunicação como fonte de regulação para a aprendizagem, é necessário conhecer o contexto em que ela ocorre, as relações estabelecidas entre os diferentes indivíduos envolvidos e as condições em que foi formulada. Nesse sentido, Santos (2008) levanta algumas características para uma comunicação que subsidie a aprendizagem:

> (i) ser intencional; (ii) ser participada pelos diversos elementos constituintes da comunidade; (iii) considerar o erro sem estatuto diferenciado, não se destacando os que erram daqueles que acertam; (iv) privilegiar e respeitar diferentes modos de pensar; (v) reconhecer a comunidade turma como campo legítimo de validação ou correção de raciocínios e processos, ou seja as diferentes interações permitidas e mesmo incentivadas pelo professor constituem contextos para o desenvolvimento da auto e co-avaliação dos alunos (SANTOS, 2008, p.09).

Um estudo desenvolvido por Trevisan *et al*. (2019) investiga a comunicação nas ações do professor, na condução das discussões coletivas e síntese, dentro do contexto de ensino em que esse trabalho ocorre. Além disso, é possível observar que, nesse ambiente de trabalho, a comunicação é um fator indispensável, já que demanda a comunicação entre professor-aluno, aluno-professor e aluno-aluno, possibilitando o envolvimento dos estudantes "na apresentação, justificação, argumentação e negociação de significados para os seus raciocínios quando trabalham com tarefas matematicamente significativas" (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018. p. 399).

A análise da produção escrita mostra-se como um meio de comunicação, que permite investigar, analisar e discutir como os estudantes lidam com procedimentos, estratégias e resoluções (BEZERRA, 2010). Com o erro e/ou acerto, o professor recolhe informações sobre o conhecimento atual, suas capacidades futuras, para auxiliar na regulação da aprendizagem e no planejamento de novas intervenções (SANTOS, 2014). Sendo assim, deve receber uma atenção especial por parte dos professores, por se tratar de uma forma de comunicação possível entre professores e estudantes.

Ao analisar a produção escrita dos estudantes, o erro deve ser visto como uma fonte poderosa de informação, visto que, por meio dele, podem-se alcançar os processos mentais dos estudantes compreendendo o que eles pensam e as relações construídas naquele momento. Seu objetivo "é obter informações que possibilitem uma tomada de consciência do ocorrido nos processos de ensino e de aprendizagem e uma tomada de decisão de modo a auxiliar tanto o professor quanto os estudantes a organizar e orientar suas ações" (SANTOS, 2014, p.25).

É fundamental diversificar os instrumentos utilizados, uma vez que amplia a "quantidade de informações diferentes que o professor obtém a respeito da aprendizagem dos alunos, possibilitando obter conclusões mais precisas sobre as aprendizagens e, dessa forma, repercutindo na sua intervenção" (PEDROCHI JUNIOR, 2012, p.47).

Além da quantidade de informações que a diversidade de instrumentos proporciona, a qualidade das informações também é importante já que "um instrumento, muitas vezes, prioriza certos aspectos sobre outros. Por isso é importante saber o que cada instrumento é capaz de revelar, que informações é possível recolher com ele e que limitações ele possui" (SANTOS, 2008, p. 18). Assim, a utilização de diversos instrumentos para avaliar, tais como testes objetivos e dissertativos, observações, mapas conceituais, portfólios, projetos, entrevistas, pesquisas, seminários, permite ao professor explorar aspectos tais como conhecimentos, hipóteses, estratégias escolhidas e, consequentemente, diminui os riscos de uma interpretação errônea do desenvolvimento dos estudantes (NAGY-SILVA, 2005).

Algumas experiências pontuais utilizando instrumentos particulares foram apresentadas em trabalhos anteriores, desenvolvidos no contexto do trabalho com episódios de resolução de tarefas. Dentre eles, destacam-se: a prova em fases (MENDES, 2014), o relatório escrito (MENDES; TREVISAN, 2019), tarefas que propõem o uso das TDCI (MENDES; TREVISAN; ELIAS, 2018) e o portfólio (MENDES et al., 2019).

Mendes (2014), em sua tese, descreveu e analisou a prova em fases como um recurso para a regulação da aprendizagem de estudantes matriculados na disciplina de CDI em um curso de engenharia. O trabalho foi desenvolvido à luz da abordagem de ensino EMR. A prova em fases é uma prova escrita, realizada individualmente, com questões abertas e de ensaio, em que a primeira fase ocorre como uma prova escrita tradicional, na qual os estudantes

> respondem a tantas perguntas quanto for possível dentro do período estipulado. Depois de corrigida pelo professor, a prova é devolvida aos alunos com indicação do resultado parcial e do apontamento dos erros mais graves. Na segunda fase, o aluno provido, dessas informações, repete o trabalho em casa, podendo (re) fazer as questões. Após o tempo combinado, a prova é devolvida ao professor e novamente corrigida (MENDES, 2014, p. 46).

A proposta desenvolvida por Mendes (2014) foi uma adaptação da proposta de prova em duas fases apresentada por De Lange (1987) e revelou-se um instrumento de avaliação

> profícuo para o ensino, a aprendizagem e a avaliação, permitindo ao professor recolher informações e guiar o aluno em cada momento do processo. A reflexão do aluno sobre suas produções e o lidar com as intervenções do professor, mostraram que é preciso haver “boas” intervenções escritas para que aconteça uma regulação da aprendizagem satisfatória. As intervenções oportunizaram que alunos apresentassem seu poder matemático, bem como possibilitaram à professora/pesquisadora a realização de uma reinvenção-guiada, com a qual o aluno pôde iniciar um processo de matematização seguindo seu próprio percurso de aprendizagem (MENDES, 2014, p. 09).

Mendes *et al*. (2019) discutem a utilização de um portfólio de aprendizagem como instrumento de avaliação em aulas de CDI, organizado em um ambiente de ensino e aprendizagem de CDI pautado em episódios de resolução de tarefas, a partir da análise da produção escrita presente nos relatórios dos estudantes.

> Ao permitir que o estudante documente, registre e estruture os processos de sua aprendizagem, estimula o processo reflexivo; incentivando-o a colecionar suas reflexões e tarefas produzidas sobre determinada disciplina, assim como opiniões, dúvidas, dificuldades, podendo proporcionar, uma reflexão global de seus processos de ensino e de aprendizagem.
> O portfólio representa mais do que uma coleção de tarefas realizadas pelos alunos em determinado ciclo do processo de ensino; o que faz dele um importante instrumento de avaliação da aprendizagem como prática de investigação é a oportunidade do processo constante de reflexão, tanto para o aluno como para o professor (MENDES *et al*., 2019, p. 05).

O portfólio construído consistiu na organização de uma coleção de tarefas realizadas, ao longo do semestre letivo, pelos estudantes, em horário extraclasse. De caráter exploratório, possibilitou aos estudantes a retomada de conteúdos matemáticos do Ensino Médio e o aprofundamento de conceitos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 (CDI 1). A intenção foi fazer dele "um instrumento de comunicação, que oportunizasse identificar dificuldades e potencialidades dos alunos nos conteúdos envolvidos para orientar as decisões relativas à aprendizagem" (MENDES *et al*. 2019, p. 08).

Outro instrumento que se configura como oportunidade de aprendizagem é o relatório escrito, que possibilita ao estudante aprender a registrar por escrito o seu pensamento, além de organizar, acertar as ideias e explicar os procedimentos. Nessa proposta, relatada por Mendes e Trevisan (2019), os estudantes foram convidados a produzir um relatório escrito (no formato de uma carta para uma "tia" – Figura 11), descrevendo o que aprenderam na disciplina de CDI 1. Os autores afirmam que, ao realizar um relatório escrito, o estudante "pode desenvolver capacidades de raciocínio e comunicação, a persistência, a responsabilidade e contribuir para a construção de uma nova visão da atividade matemática" (MENDES; TREVISAN, 2019, p. 114).

Figura 11 – Enunciado da atividade avaliativa utilizando o relatório escrito.

Construa uma carta para sua "tia" explorando os conceitos estudados nas aulas de Cálculo nesses dois primeiros meses de aula. O objetivo é que você construa um veículo para dialogar com você mesmo e com sua "tia", que auxilie a organizar seu pensamento, ajudando-o a estudar melhor. Você escreverá livremente, aproveitando esse momento para pensar sobre seu processo de aprendizagem. Sua carta não será uma cópia do caderno, nem de livros. É uma atividade essencialmente pessoal, devendo contemplar também aspectos emocionais e afetivos ("gostei imensamente de estudar derivada", "pra que raios inventaram essa tal de integral?"). A carta deve ser recheada de exemplos e imagens, de preferência de sua própria criação, ilustrando os conceitos trabalhados em sala de aula, acompanhados de explicações. Também é fundamental incluir reflexões do tipo: o que entendi sobre este conceito? Por quê? O que não entendi? Por quê? Seu trabalho deve ter entre três e cinco laudas matemáticas.

Fonte: Mendes e Trevisan (2019, p. 115).

Uma possibilidade na organização dos instrumentos de avaliação é a incorporação de TDIC. Mendes, Trevisan e Elias (2018) discutem uma proposta de questões para a organização da prova escrita com utilização de TDIC (Figura 12), na qual os estudantes trabalham em grupos de três integrantes com posse de um notebook, com acesso à Internet e ao software Geogebra.

Figura 12 – Exemplo de uma sequência de tarefas avaliativas.

	Assunto	Instrumento de avaliação	Recurso Tecnológico	Objetivos específicos
Exemplo 1	Transformação de funções	Prova escrita em grupo	Os estudantes desenvolvem, a partir de comandos descritos no enunciado da tarefa, um objeto interativo no software GeoGebra.	• aprender matemática a partir do lidar com uma tarefa; • criar, testar e avaliar conjecturas matemáticas; • explorar o caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos; • envolver-se com um novo tipo de linguagem na comunicação matemática; • compreender conceitos.
Exemplo 2	Sólido de Revolução	Prova escrita em grupo	Os estudantes executam um aplicativo desenvolvido no GeoGebra, a partir de um link disponibilizado pelo professor.	• aprender matemática a partir do lidar com uma tarefa; • criar, testar e avaliar conjecturas matemáticas; • compreender conceitos; • criar de diferentes tipos de símbolos e notações matemáticas.
Exemplo 3	Regra de L'Hôpital	Prova escrita em grupo	Os estudantes utilizam a rede mundial de computadores e softwares matemáticos.	• aprender matemática a partir do lidar com uma tarefa; • compreender conceitos; • criar atividades matemáticas direcionadas a um objetivo; • conhecer novas dinâmicas, formas de conectividade.
Exemplo 4	Pontos da Parábola	Prova escrita em grupo	Os estudantes utilizam a rede mundial de computadores e softwares matemáticos.	• aprender matemática a partir do lidar com uma tarefa; • explorar o caráter visual, dinâmico e manipulativo de objetos matemáticos; • envolver com um novo tipo de linguagem na comunicação matemática; • conhecer de novas dinâmicas, formas de conectividade.

Fonte: Mendes, Trevisan e Elias (2018, p. 10).

Os autores citados inferiram que a articulação da TDIC nas tarefas avaliativas

> i) permite que os estudantes experienciem novas dinâmicas de aula e de avaliação, deslocando o professor do centro das ações e posicionando-os como indivíduos ativos no processo;
> ii) favorece a experimentação matemática dos estudantes, ao mesmo tempo que permitem ao professor acompanhar e avaliar o decorrer de tal experimentação;
> iii) favorece a conexão de algumas das hipóteses e reflexões levantadas pelos estudantes durante a resolução das tarefas a outras tarefas de avaliações que envolvem conceitos matemáticos posteriores, aprimorando novos enunciados;
> iv) faz com que os estudantes vejam as TDIC como aliadas em seu processo de aprendizagem, uma vez que esses recursos estão liberados, também, em contextos avaliativos (Diferente de modelos tradicionais em que TDIC são permitidas – quando são – apenas durante as aulas não avaliativas) (MENDES; TREVISAN; ELIAS, 2018, p. 160).

Além dos instrumentos já "experimentados", há outros que podem ser incorporados ao processo avaliativo e que diferem daqueles utilizados em moldes tradicionais, como é o caso do trabalho desenvolvido por Souza (2018), que investiga a utilização da cola como um recurso na avaliação da aprendizagem escolar, tomando-a como oportunidade de aprendizagem. Segundo Souza (2018), a cola

> demanda estudo prévio, escolhas (porque o espaço é limitado), análise, produção pessoal e reflexão. Torna-se a única fonte permitida de ser consultada no momento da realização da prova e elaborada pelo próprio estudante. Sua permissão evita a exclusiva memorização dos conteúdos. A natureza do instrumento de avaliação altera a essência da cola porque permite ao aluno dialogar por escrito com o professor, personalizando a prova, e com seus colegas fora da sala de aula, possibilitando trocas e aprendizagem (SOUZA, p.111, 2018).

Outro instrumento que ainda é pouco pesquisado, por ser substancialmente diferente de uma prova escrita em seus moldes tradicionais devido à sua natureza dialógica, é a prova oral (IANNONE; SIMPSON, 2015; IANNONE; CZICHOWSKY; RUF, 2020)

Iannone, Czichowsky e Ruf (2020) discutem dificuldades específicas introduzidas por instrumentos de avaliação com formato escrito, apontando que, no contexto oral, os estudantes raciocinavam e transmitiam sua melhor compreensão. Argumentam, também, que os estudantes são menos capazes de se envolver em discursos científicos em um exame escrito, uma vez que não há um "interlocutor". No âmbito da Matemática universitária, os autores apresentam estudos que, na visão de matemáticos, sugerem que "os exames escritos por si só não podem fornecer uma indicação completa sobre a compreensão dos conceitos da matemática e que a avaliação do desempenho oral é um meio melhor para avaliar o entendimento dos conceitos" (IANNONE; CZICHOWSKY; RUF, 2020, p. 318).

Como forma de sintetizar o processo de avaliação alinhada à proposta de trabalho em ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas, foi desenvolvido um esquema (Figura 13), que contempla características discutidas ao longo desta seção do texto.

Figura 13 – Síntese do processo de avaliação.

Fonte: Autora.

Essa proposta busca atribuir à avaliação, tanto quanto possível, um caráter formativo, além de atender às demandas institucionais de quantificar o desempenho dos estudantes (contemplando, assim seu caráter somativo), tanto nos momentos formais quanto nos momentos informais. Por momentos informais podem-se considerar as iterações entre o professor e os estudantes no decorrer do período letivo, ou seja, qualquer atividade de aprendizagem em sala de aula. Por momentos formais entendem-se as atividades avaliativas incorporadas ao currículo em datas previamente agendadas. Tais aspectos são detalhados no capítulo seguinte.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo está organizado em 4 partes. A primeira parte é referente ao cenário de investigação onde a pesquisa foi desenvolvida. A segunda parte traz o contexto da investigação dentro do curso de CDI. A terceira parte trata da caracterização da pesquisa assumindo uma perspectiva qualitativa de cunho interpretativo, por meio da observação participante. A quarta parte relata a coleta, organização e modo de análise dados gerados a partir do processo de avaliação associado a essa proposta.

2.1 CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO

A pesquisa foi desenvolvida junto à disciplina de CDI 1, na turma do curso de Engenharia de Produção, da UTFPR câmpus Londrina, sob responsabilidade do professor André Luis Trevisan. Essa instituição de ensino é a primeira no Brasil a receber a denominação "Tecnológica", além de ter uma história um pouco diferente das outras universidades, pois sua origem apresenta diferenças com as outras UTFPR.

As UTFPR foram criadas a partir de uma transformação do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná (CEFET – PR). O câmpus Londrina foi instituído em fevereiro de 2007, ofertando inicialmente o Curso Superior de Tecnologia em Alimentos, provisoriamente no prédio da FUNTEL. Em 2009, parte das atividades foi transferida para as instalações definitivas, na Gleba Lindóia, continuação da Estrada dos Pioneiros, região leste da cidade, onde o câmpus foi construído em um terreno doado pela Prefeitura de Londrina. Em 2010, as atividades passaram a ser realizadas integralmente nas instalações definitivas.

Hoje, o câmpus oferta sete cursos de graduação, a constar: Tecnologia em Alimentos, Engenharia Ambiental, Engenharia de Materiais, Engenharia Mecânica, Engenharia de Produção, Engenharia Química e Licenciatura em Química; cinco cursos de mestrado: Mestrado Profissional em Tecnologia de Alimentos, Mestrado Acadêmico em Engenharia Ambiental (PPGEA), Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Humanas, Sociais e da Natureza, Mestrado em Ensino de Matemática e Mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais; cursos de Qualificação Profissional destinados aos estudantes e à comunidade e cursos de especialização. O campus conta, hoje, com cerca de 2.000 estudantes, 172 professores (efetivos e contratados) e 68 servidores técnico-administrativos[4].

A admissão nos cursos de graduação "far-se-á por meio de editais de processos seletivos, acordos de dupla diplomação em que haja reciprocidade de intercâmbio de estudantes, e programas propostos pelo Ministério da Educação dos quais a UTFPR seja signatária" (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, Art. 7º, anexo a Resolução nº 81/2019 – COGEP, 2019).

Em Londrina, o curso de Engenharia de Produção iniciou suas atividades no primeiro semestre de 2014 e formou a primeira turma no segundo semestre de 2018, sendo reconhecido pelo MEC com nota 5, segundo a portaria SERES nº 538 de 2018. A ficha resumida do Curso de Engenharia de Produção da UTFPR-CP é apresentada na Figura 14.

Figura 14 – Ficha Resumida do Curso de Engenharia de Produção.

Turno	Noturno
Duração	5 anos
Carga horária total do curso	4.240h
Estágio Curricular	400h
Vagas por semestre/ano	44 vagas semestrais
Titulação	Engenheiro de Produção
Início das atividades	2014/01
Autorização e Reconhecimento	Autorização do Curso: Portaria SERES nº 538 de 2013 Reconhecimento do Curso: Portaria SERES nº 608 de 2018

Fonte: UTFPR-LD[5].

Ao iniciarem o curso, os 44 estudantes ingressantes são matriculados automaticamente em CDI 1. Além disso, são ofertadas também mais 6 vagas para estudantes que tenham sido reprovados em semestres anteriores, totalizando 50 vagas na disciplina. Essa quantidade, na

[4] Informações disponíveis no site da UTFPR – Campus Londrina http://portal.utfpr.edu.br/campus/londrina/sobre. Acesso em 06 abr. 2021.
[5] Disponível em http://portal.utfpr.edu.br/cursos/coordenacoes/graduacao/londrina/ld-engenharia-de-producao/apresentacao. Acesso em 06 abr. 2021.

prática acaba sendo menor, já que alguns estudantes pedem convalidação (por já terem cursado a disciplina anteriormente), além de desistências nas primeiras semanas de curso[6].

Para auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem dos estudantes, a universidade disponibiliza atividades de monitoria, sob responsabilidade de um estudante veterano escolhido por processo seletivo no início de cada semestre letivo. Além dos horários de monitoria, o professor da disciplina disponibiliza aos estudantes outros horários para atendimentos extraclasse.

O processo avaliativo (Art. 35, anexo a Resolução nº 81/2019 - COGEP, 2019) deverá atender ao regulamento de, no mínimo, 2 momentos de avaliação, e os critérios devem ser descritos no planejamento de aulas. Cabe ao professor sustentar a data de divulgação do resultado da avaliação, além de "assegurar ao estudante o acesso à sua avaliação após a correção, bem como aos critérios adotados para a correção" (Art. 36, anexo a Resolução nº 81/2019 - COGEP - UTFPR).

> A Resolução nº 2, de 24 de abril de 2019, das DCN de Engenharia, traz algumas atribuições legais sobre a avaliação no seu 13º artigo.
> Art. 13. A avaliação dos estudantes deve ser organizada como um reforço, em relação ao aprendizado e ao desenvolvimento das competências.
> § 1º As avaliações da aprendizagem e das competências devem ser contínuas e previstas como parte indissociável das atividades acadêmicas.
> § 2º O processo avaliativo deve ser diversificado e adequado às etapas e às atividades do curso, distinguindo o desempenho em atividades teóricas, práticas, laboratoriais, de pesquisa e extensão.
> § 3º O processo avaliativo pode dar-se sob a forma de monografias, exercícios ou provas dissertativas, apresentação de seminários e trabalhos orais, relatórios, projetos e atividades práticas, entre outros, que demonstrem o aprendizado e estimulem a produção intelectual dos estudantes, de forma individual ou em equipe (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, 2019, p. 05).

Reconhece-se aqui alguma aproximação entre as atribuições da avaliação nas DCN de Engenharia com a avaliação sugerida em documentos institucionais, na medida em que a reconhece como um processo contínuo e diversificado. O que se observa na prática, é que em geral os instrumentos utilizados para avaliação na disciplina de CDI 1 incluem provas escritas e entrega de "listas de exercícios". A proposta de processo avaliativo analisada nesta dissertação vai de encontro a esta prática, procurando-se, efetivamente, alinhar-se às recomendações das DCN.

---

[6] Essa instabilidade do curso é detalhada em Ramos, Fonseca e Trevisan (2016).

2.2 CONTEXTO DA INVESTIGAÇÃO

A disciplina de CDI 1 é ofertada no primeiro período do curso de Engenharia de Produção na modalidade presencial. Apresenta na sua ementa os seguintes conteúdos: Conjuntos Numéricos, Funções Reais de uma Variável Real, Limites de Funções Reais de uma Variável Real, Estudo das Derivadas de Funções Reais de uma Variável Real, Regras de Derivação, Estudo das Diferenciais e suas Aplicações, Estudo das Integrais Indefinidas, Estudo das Integrais Definidas e Aplicações das Integrais Definidas. Sua carga horária é de 90 h e seu objetivo é

> desenvolver o raciocínio matemático e possibilitar aos alunos o domínio das técnicas do Cálculo Diferencial e Integral I para funções de uma variável, visando sua aplicação na análise e resolução de problemas relacionados à área específica de formação, bem como em áreas afins (MATRIZ CURRICULAR 1 – ENGENHARIA DE PRODUÇÃO).

O docente que assume a disciplina tem autonomia em organizar seu planejamento didático, desde que atenda à ementa prevista. No contexto em análise, os conteúdos foram organizados segundo uma estrutura curricular “não usual”, com conteúdo em formato de espiral e um “adiamento”, para o final do curso, das definições formais de derivada e integral, bem como com um tratamento rigoroso do conceito de limites (TREVISAN; MENDES, 2017), como mostrado no Quadro 4, referindo ao planejamento das aulas no decorrer do semestre. Essa abordagem de ensino já vem sendo investigada há alguns anos e vários dos instrumentos avaliativos já faziam parte da prática pedagógica do orientador e da coorientadora dessa pesquisa. Neste trabalho, em especial, nosso foco foi investigar especificamente oportunidades de aprendizagens geradas nesse processo avaliativo. Como forma de melhor compreendê-lo, apresentamos a seguir algumas características do contexto da disciplina, e na continuidade focamos na descrição do processo avaliativo.

Em geral, 25 horas do curso (cerca de 10 encontros de 3 horas-aula de 50 minutos) são dedicadas ao trabalho com episódios de resolução de tarefas que antecederam o estudo “formal” dos conceitos de limites, derivadas e integrais de funções reais de uma variável real. São propostas tarefas (algumas apresentadas no capítulo precedente, que já foram analisadas em outros trabalhos, e algumas compõe o acervo pessoal do professor e não são foco deste trabalho) e, em um primeiro momento, os grupos trabalharam de forma autônoma, sem intervenção do professor. Na continuidade, propõem-se uma discussão coletiva, mediada pelo professor partir das resoluções dos estudantes, de modo que os conceitos subjacentes à tarefa sejam sistematizados. No Quadro 4, as datas correspondendo a esses momentos são marcadas em negrito.

Quadro 4 – Planejamento de Aula - Cálculo Diferencial e Integral 1 – Professor: André Luis Trevisan.

Data prevista		**Conteúdo previsto**
12/08/2019	Segunda	Apresentação da disciplina. Avaliação diagnóstica. Sequências numéricas.
13/08/2019	Terça	Sequências crescentes/decrescentes. Sequência de diferenças.
19/08/2019	Segunda	Sequências convergentes. Limite de uma sequência.
20/08/2019	Terça	Somas parciais de sequências.
26/08/2019	Segunda	Função real de domínio real. **Atividade avaliativa 1**.
27/08/2019	Terça	Modelos matemáticos envolvendo grandezas de natureza contínua.
02/09/2019	Segunda	Modelos matemáticos envolvendo grandezas de natureza contínua.
03/09/2019	Terça	Taxa de variação média e instantânea. Definição informal de derivada. Propriedades.
09/09/2019	Segunda	Regra de derivação de potências. Aplicações. **Atividade avaliativa 2**.
10/09/2019	Terça	Funções polinomiais. Estudo do crescimento e decrescimento.
16/09/2019	Segunda	Semana Acadêmica Unificada para todos os Cursos do Campus
17/09/2019	Terça	Semana Acadêmica Unificada para todos os Cursos do Campus
23/09/2019	Segunda	Integral definida como limite de somas acumuladas. **Atividade avaliativa 3**.
24/09/2019	Terça	Propriedades das integrais definidas.
30/09/2019	Segunda	Aplicações no cálculo de áreas, trabalho realizado por uma força, massa de objeto com densidade linear, área entre curvas, volume de um sólido de revolução.
01/10/2019	Terça	Teorema Fundamental do Cálculo.
14/10/2019	Segunda	Funções racionais. Limites no infinito. Assíntotas horizontais. **Atividade avaliativa 4**.
15/10/2019	Terça	Limites infinitos. Assíntotas verticais.
21/10/2019	Segunda	Limite em um ponto. Funções contínuas.
22/10/2019	Terça	Definição formal de derivada via limite. Regras de derivação deduzidas via limites. Regra do produto e do quociente.
29/10/2019	Terça	**Atividade avaliativa 5**.
04/11/2019	Segunda	Funções compostas. Regra da cadeia.
05/11/2019	Terça	Integral por substituição. Integral por partes.
11/11/2019	Segunda	Limites, derivadas e integrais envolvendo funções exponenciais.
12/11/2019	Terça	Limites, derivadas e integrais envolvendo funções exponenciais.
18/11/2019	Segunda	**Atividade avaliativa 6**. Limites, derivadas e integrais envolvendo funções logarítmicas.
19/11/2019	Terça	Limites, derivadas e integrais envolvendo funções logarítmicas.
25/11/2019	Segunda	Limites, derivadas e integrais envolvendo funções trigonométricas.
26/11/2019	Terça	Limites, derivadas e integrais envolvendo funções trigonométricas.
02/12/2019	Segunda	Limites, derivadas e integrais envolvendo funções trigonométricas.
03/12/2019	Terça	**Atividade avaliativa 7**.
16/12/2019	Segunda	**Atividade avaliativa 8**.
17/12/2019	Terça	Entrega de notas e fechamento da disciplina.

Fonte: Orientador.

Ao longo do semestre, foram previstos 8 momentos formais de avaliação (em média, quinzenalmente), com duração de 1 a 2 aulas (de 50 minutos cada uma), além da organização de um portfólio no decorrer de todo o semestre, com configurações diversificadas e diferentes instrumentos. Algumas opções foram:

(i) parte individual, parte em dupla ou trio;

(ii) com consulta ou sem consulta;

(iii) com ou sem uso de computador.

Ficaram a critério do professor da disciplina e orientador da pesquisa, a escolha, a caracterização e a elaboração dos instrumentos avaliativos, bem como a correção para composição da nota final (exceto o instrumento avaliativo 5, em que a autora desse trabalho auxiliou na correção). No Quadro 5, encontram-se as informações referentes às datas de realização, os conteúdos abordados, as características de cada instrumento e a quantidade de estudantes.

Quadro 5 - Descrição dos momentos avaliativos.

Inst.	Data	Conteúdo abordado	Conteúdo do Instrumento	Qtd. Estudantes
1	26/08	Sequências numéricas – Funções reais	Prova escrita – dupla – sem consulta – sem computador.	34 estudantes (17 grupos)
2	10/09	Sequências numéricas – Funções reais	Prova escrita – individual – com consulta – sem computador.	25 estudantes
3	01/10	Funções reais – Derivada	PARTE 1: prova escrita – dupla/trio – sem consulta – com uso de computador (Geogebra) – envio de áudio.	24 estudantes (10 grupos)
			PARTE 2: prova escrita – individual – com consulta ao caderno – sem uso de computador.	29 estudantes
4	14/10	Funções reais – Derivada	Prova escrita – individual - com consulta à “cola roteiro” – sem uso de computador.	17 estudantes
			PARTE 2: Prova com parte oral em dupla, cuja resolução deveria ser enviada por meio de um arquivo de vídeo.	51 estudantes (25 grupos)
5	29/10	Limite – Integral	PARTE 1: prova escrita – individual - sem consulta – sem uso de computador.	26 estudantes
			PARTE 2: Prova com parte oral em dupla, com questões cuja resolução deveria ser enviada por meio de um arquivo de áudio.	29 estudantes (14 grupos)
6	18/11	Derivada – Limite – Integral	Prova escrita – individual – com consulta ao xerox de um livro de CDI – sem uso de computador.	23 estudantes
7	02/12	Derivada – Limite – Integral	Prova escrita – individual – com consulta a cola coletiva – sem uso de computador.	23 estudantes
8	16/12	Derivada – Limite – Integral	Prova escrita – individual – sem consulta – sem uso de computador.	18 estudantes
9	Semestral	Portfólio	Elaboração, ao longo do semestre, de um portfólio de aprendizagem.	21 estudantes

Fonte: Autora.

Para a composição da nota final, foram consideradas:

- (i) a melhor dentre as atividades avaliativas 1 e 2, correspondendo a 1,5 pontos na nota final;
- (ii) a melhor dentre as notas das atividades avaliativas 3 e 4, correspondendo a 2,0 na nota final;
- (ii) a melhor dentre as notas das atividades avaliativas 5 e 6, correspondendo a 2,5 pontos na nota final;

- (iv) a melhor dentre as notas das atividades avaliativas 7 e 8, correspondendo a 3,0 pontos na nota final;
- (v) a nota do portfólio (1,0 ponto).

Para estudantes que perdessem alguma das provas e tivessem o requerimento deferido pela coordenação, havia uma 2ª chamada, realizada em data e horário combinados individualmente entre o estudante e o professor. Visto que a composição de nota considerava sempre o melhor desempenho entre duas atividades avaliativas, o estudante poderia escolher participar ou não desses momentos, garantindo, assim, uma oportunidade de regulação do seu processo de aprendizagem e de recuperação das notas.

Além disso, a organização dos conteúdos "em espiral" e a proximidade de datas dos momentos formais de avaliação possibilitaram que os estudantes revisitassem e retomassem os tópicos da disciplina, estando vários deles presentes em mais de um desses momentos.

Após o estudante realizar as avaliações, eram oportunizados atendimentos de monitoria, horários de atendimentos extra-classe com o professor da disciplina, além de um tempo antes e no final da aula da entrega da avaliação para os estudantes olhassem a avaliação, fizessem seus comentários, pensassem nos feedbacks que o professor havia feito em sua avaliação. Não foi nosso intuito investigar a efetividade destes feedbacks em termos da aprendizagem dos estudantes, nem mesmo do seu desempenho na disciplina. Eles ocorreram de forma bastante "modesta", sem a preocupação em tomá-los como foco de investigação. Entretanto, ao longo do trabalho mencionamos os momentos em que eles ocorreram, como forma de evidenciar oportunidades que possam ter sido geradas a partir dessas intervenções pontuais feitas pelo professor.

2.3 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A investigação que deu origem a este trabalho assumiu uma perspectiva qualitativa de cunho interpretativo, cujo foco esteve no processo vivenciado pelos sujeitos, contemplando "uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais" (BOGDAN; BIKLEN 1994, p.11). O método de trabalho empregado é o de observação participante, que consiste em transformar ou implementar, no meio em que o pesquisador vive, a iteração entre a teoria e a prática, além de consistir na

> inserção do pesquisador no interior do grupo observado, tornando-se parte dele, interagindo por longos períodos com os sujeitos, buscando partilhar o seu cotidiano para sentir o que significa estar naquela situação. Na observação participante, tem-se a oportunidade de unir o objeto ao seu contexto, contrapondo-se ao princípio de isolamento no qual fomos formados [...]. Assim, a pesquisa participante que valoriza a interação social deve ser compreendida como o exercício de conhecimento de uma parte com o todo e vice-versa que produz linguagem, cultura, regras e assim o efeito é ao mesmo tempo a causa. Outro princípio importante na observação é integrar o observador à sua observação, e o conhecedor ao seu conhecimento" (QUEIROZ *et al.* 2007. p. 03).

O planejamento da disciplina e condução das aulas, bem como a construção de cada instrumento de avaliação utilizado. O papel que a pesquisadora assumiu foi de observadora participante, acompanhando todos os momentos avaliativos e participando da análise dos dados coletados por meio desses instrumentos.

Uma primeira fase deste processo se deu pela aproximação da observadora pesquisadora, ainda no 1º semestre de 2019, na realidade em que os estudantes estão inseridos, acompanhando aulas da disciplina também sob responsabilidade do orientador, no curso de Engenharia de Produção. A pesquisadora então pôde compreender a dinâmica de aulas e do processo avaliativo alinhado ao trabalho com episódios de resolução de tarefas em aulas de CDI, articulando uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa.

Na segunda fase, buscou-se um estudo dirigido de documentos oficiais, reconstituição histórica e local do ensino de CDI, fichamento de trabalhos já publicados, e aprofundamento de referenciais teóricos acerca da avaliação de aprendizagem escolar.

A terceira fase, ao longo do ano de 2020, foi a de sistematização e a organização dos dados já coletados. Segundo Queiroz *et al.* (2007), a terceira etapa é a mais difícil e delicada, uma vez que

> [...] a análise dos dados deve informar ao pesquisador a situação real do grupo e sobre a percepção que este possui de seu estado. Se todas essas etapas forem seguidas adequadamente, pode-se afirmar que o trabalho terá êxito, favorecendo o conhecimento da realidade social, bem como estimulando o crescimento do grupo de estudo por meio da auto-organização e conseqüente desenvolvimento de ações conscientes e criativas para a mudança social (QUEIROZ *et al.,* 2007, p. 04).

2.4 COLETA, ORGANIZAÇÃO E MODO DE ANÁLISE DOS DADOS

Para a coleta de informações, no intuito de responder às questões de pesquisa enunciadas na introdução do trabalho, fez-se uso dos seguintes instrumentos: protocolos escritos dos estudantes em instrumentos que envolviam produção escrita; áudios das duplas/grupos em que ocorreu algum tipo de interação[7]; diário de campo da pesquisadora (incluindo anotações e percepções); respostas dos estudantes a um questionário individual proposto após o último momento avaliativo.

Esse questionário teve por objetivo levantar as percepções dos estudantes do desenvolvimento da disciplina, do ponto de vista matemático e didático, além de "olhar" impactos já sentidos por eles com essa proposta de ambiente. Sua construção foi desenvolvida, em conjunto, pelo orientador e a coorientadora, e foi respondido de forma opcional, sem identificação do estudante, na data de utilização do instrumento 8 (Anexo K).

Assim, para análise, buscou-se trazer "recortes" do material coletado, que ilustrassem a articulação entre o caráter formativo e somativo possibilitada pelo processo formativo, evidenciando as oportunidades de aprendizagem que se fizeram presentes. Assim, por exemplo, selecionaram-se protocolos escritos dos estudantes, que, nos instrumentos de avaliação, evidenciassem a oportunidade de utilizar diferentes abordagens e estratégias para a sua resolução, além de promover o raciocínio matemático dos estudantes. Referente aos tipos de tarefas presentes nos instrumentos avaliativos, buscou-se evidenciar, a partir das produções escritas dos estudantes, as possibilidades de construir, propor, explicar e identificar o erro, mostrar, justificar, detalhar suas resoluções. Em especial, a ênfase estava nos momentos avaliativos de 1 a 5, visto que os instrumentos utilizados nos momentos de 6 a 8 eram bastante similares aos anteriores, que serão analisados brevemente e em conjunto. Buscou-se também, da partir das respostas ao questionário e de alguns feedbacks escritos que o professor apresentava ao lado das produções escritas, evidenciar oportunidades de aprendizagem reconhecidas pelos estudantes a partir dos instrumentos de avaliação utilizados na disciplina.

No Quadro 4, apresenta-se, com mais detalhes, como foi a coleta e a análise dos dados de cada instrumento.

[7] Foi utilizado o aplicativo WhatsApp como um instrumento de recolha de informações e durante o processo alguns dados acabaram se perdendo, uma vez que a exclusão do arquivo enviado antes do arquivamento correto, pelo pesquisador, acarretou a perda de alguns dados que não atrapalharam o desenvolvimento da pesquisa.

Quadro 6 – Coleta dos dados dos instrumentos de avaliação.

Intr.	Dados	Aspectos considerados	Qtd. de dados
1	Produção escrita da dupla	Produções que apresentavam feedbacks; diferentes formas de resolução e abordagem das questões; raciocínio matemático desenvolvido; comunicação entre os estudantes.	17
2	Produção escrita individual	Diferentes formas de resolução das questões.	25
3	PARTE 1: coleta do áudio produzido no instante em que pegaram a prova até o seu término. Os dados foram enviados via WhatsApp	Comunicação entre os estudantes.	10[8]
	PARTE 2: Produção escrita individual	Produções que apresentavam feedbacks; diferentes formas de resolução e abordagem das questões; raciocínio matemático desenvolvido.	29
4	PARTE 1: Produção escrita individual	Produções que apresentavam feedbacks;	17
	PARTE 2: coleta do áudio produzido no vídeo. Os dados foram enviados via WhatsApp	Raciocínio matemático desenvolvido.	25
5	Produção escrita individual	Não analisado por se tratar de aspectos análogos aos dos instrumentos anteriores	26
	PARTE 2: por meio de arquivo áudio pelo WhatsApp	se os estudantes seguiram as orientações para analisaras produções; comunicação entre os estudantes	14
6	Produção escrita individual	Produções que apresentavam feedbacks; diferentes formas de resolução e abordagem das questões; raciocínio matemático desenvolvido; as respostas referentes à questão 5, evidenciando se a "cola" auxiliou na resolução da prova.	23
7	Produção escrita individual	Produções que apresentavam feedbacks; diferentes formas de resolução e abordagem das questões; raciocínio matemático desenvolvido	23
8	Produção escrita individual	Produções que apresentavam feedbacks; diferentes formas de resolução e abordagem das questões; raciocínio matemático desenvolvido	18
9	Portfólio	Contemplava todas as atividades; produções que apresentavam feedbacks e se foram ou não respondidas; análise do conteúdo para comparar com os instrumentos de avaliação.	21
10	Questionário	Uma análise quantitativa referente às escolhas para os estudantes comentarem sobre sua compreensão e a elaboração/desenvolvimento da avaliação, se, de alguma forma, ajudou na sua aprendizagem e reflexões sobre o instrumento.	24

Fonte: Autora.

[8] Apenas 8 áudios foram considerados para análise, pois 2 estavam danificados.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com o objetivo de discutir o alinhamento do processo avaliativo à proposta de trabalho com episódios de resolução de tarefas, foram considerados nove instrumentos avaliativos utilizados no decorrer do 2º semestre de 2019, bem como as respostas do questionário aplicado aos estudantes no final do semestre. No intuito de responder à primeira questão de pesquisa, apresenta-se uma descrição dos instrumentos utilizados nos momentos avaliativos, buscando evidenciar a articulação entre a oportunidade de aprendizagem com o caráter somativo da avaliação. A análise do portfólio foi incluída como uma ação do professor, um guia no processo de ensino e de aprendizagem após a análise do erro dos estudantes, e as percepções dos estudantes acerca dos instrumentos de avaliação utilizados.

3.1 PORTFÓLIO

Foram analisados 21 Portfólios e a sua configuração se deu da seguinte maneira:

- Os estudantes deveriam separar uma pasta catálogo com envelopes dos quais deveriam ser preenchidos com tarefas propostas ao longo do semestre, juntamente com detalhamento das resoluções, conforme orientações do professor da turma.
- Essas tarefas eram realizadas em horário extraclasse.
- A cada entrega do portfólio, o professor e/ou monitor da disciplina elaboravam feedbacks escritos para as tarefas entregues, quando julgavam que elas precisavam ser reformuladas ou ampliadas.

No Quadro 5 são detalhados os materiais que compuseram o portfólio (incluindo o conteúdo abordada e a data em que a tarefa foi proposta). O portfólio era entregue nas datas em que havia alguma atividade avaliativa agendada (destacadas no Quadro 5). A intenção do portfólio era substituir as usuais “listas de exercícios”, de modo que as tarefas propostas tinham caráter mais aberto, investigado, e serviam para que os estudantes retomassem e aprofundassem os conceitos vistos em sala de aula, preparando-se para os momentos avaliativos.

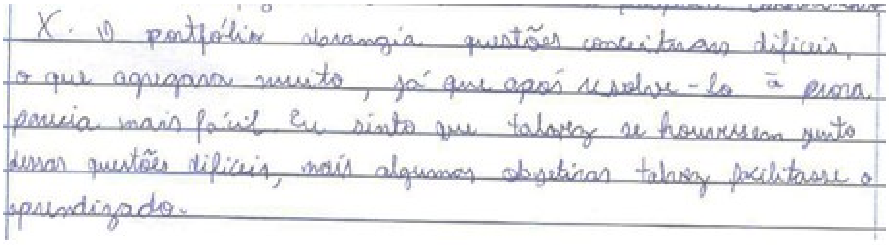
Quadro 7 – Tarefas do Portfólio.

Tarefa	Conteúdo	Data
Portfólio – Tarefa 01	Sequência numérica e taxa crescente e decrescente.	13/08/2019
Portfólio – Tarefa 02	Sequência numérica e taxa crescente e decrescente.	20/08/2019
Atividade avaliativa 01	Sequência numérica e taxa crescente e decrescente.	26/08/2019
Portfólio – Tarefa 03	Função – Gráfico de uma função – Parábola.	27/08/2019
Portfólio – Tarefa 04	Área de formas geométricas – taxa de variação – taxa constante – Problema da Praça.	03/09/2019
Portfólio – Tarefa 05	Pesquisa: métodos de resolução para equações do 2º grau.	03/09/2019
Atividade avaliativa 012	Sequências numéricas – Funções Reais.	10/09/2019
Portfólio – Tarefa 06	Estudo da Variação das Funções através de situação problema (Máximos, mínimos, valor intermediário, extremo, inflexão) – Concavidade	30/09/2019
Portfólio – Tarefa 07	Pesquisa sobre a variação das funções (Máximos, mínimos, valor intermediário, extremo).	30/10/2019
Atividade avaliativa 03	Funções Reais – Derivada – Variação das Funções	01/10/2019
Portfólio – Tarefa 08 – "Cola Roteiro" – Parte 1 do Preparação para a atividade avaliativa 04 (Anexo E)	Funções Polinomiais (3º grau) – Pontos críticos – Integral Definida (cálculo de área) – Volume de sólidos de revolução – Equação da reta tangente	11/10/2019
Atividade avaliativa 04	Funções Polinomiais (3º grau) – Pontos críticos – Integral Definida (cálculo de área) – Equação da reta tangente	14/10/2019
Portfólio – Tarefa 09	Função contínua – Cálculo de limites.	27/10/2019
Portfólio – Tarefa 10	Função contínua – Limites no infinito – Limites infinito – Integral definida (cálculo de área) – Sólido de Revolução (volume)	27/10/2019
Atividade avaliativa 05	Parte 1: Limite (assíntotas) – Integral (área)	29/10/2019
	Cálculo de limites (análise do erro) – PROVA ORAL	
Portfólio – Tarefa 11	Cálculo de limites envolvendo Indeterminações	29/10/2019
Portfólio – Tarefa 12	Derivada implícita – Reta tangente	16/11/2019
Atividade avaliativa 06	Limites indeterminados – Derivada – Integral – XÉROX DO LIVRO	18/11/2019
Portfólio – Tarefa 13	Limites indeterminados – Problemas envolvendo regra de L'Hospital, regra do produto e quociente e ponto crítico de funções exponenciais e logarítmicas – Sólido de revolução – Cálculo de integral e derivada com funções trigonométricas.	
Atividade avaliativa 07	Limites indeterminados – Regra de L'Hospital envolvendo limite de funções polinomiais e trigonométricas – Cálculo de integral e derivada com funções trigonométricas – Integral definida.	02/12/2019
Atividade avaliativa 08	Regra de L'Hospital envolvendo limite de funções polinomiais e trigonométricas – Cálculo de integral e derivada com funções trigonométricas – Problemas envolvendo integral de funções exponenciais.	16/12/2019

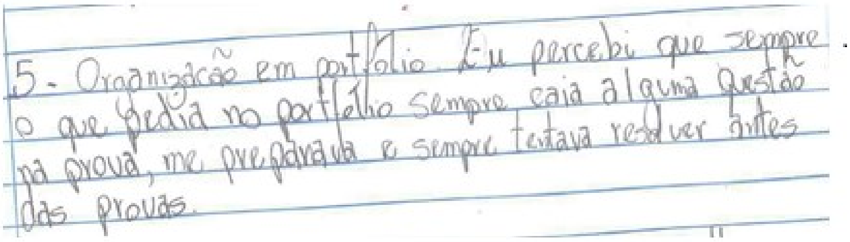
Fonte: Autora.

Note que os conteúdos envolvidos nas tarefas do portfólio anteciparam os cobrados nas atividades avaliativas. Algumas produções escritas que provém do portfólio são então trazidas nas análises dos instrumentos de avaliação. Esse aspecto foi considerado pelos estudantes visto que essa informação apareceu nos comentários dos estudantes na Questão 5 do questionário como mostra a Figura 15.

Figura 15 – Produção Escrita 1 e 4 do Questionário referente ao Portfólio.



X. O portfólio abrangia questões conceituais difíceis, o que agregava muito, já que após resolvê-lo a prova parecia mais fácil. Eu sinto que talvez se houvessem junto dessas questões difíceis, mais algumas objetivas talvez facilitasse o aprendizado.

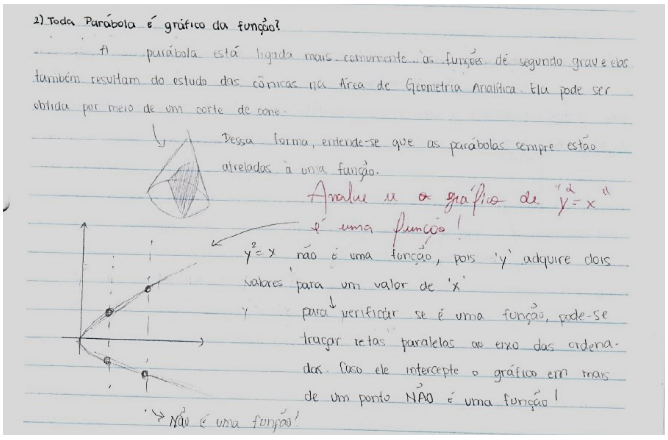


5. Organização em portfólio. Eu percebi que sempre o que pedia no portfólio sempre caia alguma questão na prova, me preparava e sempre tentava resolver antes das provas.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Os feedbacks presentes no Portfólio foram utilizados como uma sugestão de estudo e/ou indicação de algo que mereciam uma atenção a mais. Dos 21 Portfólios analisados, 3 não apresentavam feedbacks, 7 portfólios apresentaram feedbacks e a maioria deles foram respondidos pelos estudantes e 11 portfólios apresentaram feedbacks porém não foram respondidos pelos estudantes. Havia algumas perguntas semelhantes, que apareciam com mais frequência, e outras que eram específicas para a resolução apresentada pelo estudante. Na Figura 16, segue um exemplo de feedback e a resposta do estudante logo abaixo do questionamento.

Figura 16 – Produção Escrita 10 do portfólio.



2) Toda Parábola é gráfico da função?

A parábola está ligada mais comumente às funções de segundo grau e elas também resultam do estudo das cônicas na Área de Geometria Analítica. Ela pode ser obtida por meio de um corte de cone.

Dessa forma, entende-se que as parábolas sempre estão atreladas à uma função.

Analise se o gráfico de "$y^2 = x$" é uma função!

$y^2 = x$ não é uma função, pois 'y' adquire dois valores para um valor de 'x'

para verificar se é uma função, pode-se traçar retas paralelas ao eixo das ordenadas. Caso ele intercepte o gráfico em mais de um ponto NÃO é uma função!

Não é uma função!

Fonte: Arquivo da pesquisa.

3.2 INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 1

O Instrumento de Avaliação 1 (Figura 17) consiste em uma prova escrita a ser realizada em um tempo restrito de 1 hora, sem consulta, proposta inicialmente para ser desenvolvida em duplas. No dia da aplicação, havia 33 estudantes presentes, que se organizaram em 16 grupos de duas pessoas e 1 grupo com três integrantes. Foi organizado com 3 questões que envolviam o conteúdo de sequências numéricas.

Figura 17 – Instrumento de Avaliação 1.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
1º semestre de 2019

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

ATIVIDADE AVALIATIVA 1 – 26/08/2019 – VALOR 1,5 – 0,5 CADA

NOMES: ____

- PODE UTILIZAR CALCULADORA (EXCETO CELULAR).
- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.
- AS QUESTÕES PODEM SER RESOLVIDAS COM LÁPIS.

1. Num determinado jogo de apostas, o prêmio pago a cada jogador vencedor é duas vezes o valor de sua aposta. Maria adotou o seguinte esquema de apostas: na 1.ª tentativa, apostaria R$ 10,00; na 2.ª tentativa, apostaria R$ 20,00; na 3.ª tentativa, apostaria R$ 40,00 e assim por diante, até conseguir vencer. Num certo dia, Maria só conseguiu vencer na 10.ª tentativa. Nesse dia, ela teve lucro ou prejuízo? De quanto?

2. "Se os termos de uma sequência alternam entre positivos e negativos, então ela pode ser tanto convergente quanto divergente". Construa um exemplo (usando tanto fórmula quanto algum tipo de representação gráfica) para ilustrar que ela pode ser convergente, e outro para ilustrar que ela pode ser divergente. Explique suas escolhas.

3. Deseja-se investigar o comportamento térmico de um material submetido a determinado procedimento experimental. Para isso foram tomadas medidas de temperatura em °C em intervalos de 1 em 1 hora, por um período de 12 horas. Os dados são mostrados na tabela ao lado.

a) Em qual momento, durante o monitoramento, observou-se a maior variação de temperatura? Justifique.

b) Explique como utilizar o conceito de função diferença para investigar se a curva que liga os pontos do gráfico da sequência de valores de temperatura é côncava para baixo ou para cima.
OBS. A simples marcação de pontos no plano cartesiano não serve como justificativa.

Tempo(h)	Temperatura(°C)
1	53,4
2	54,1
3	54,5
4	55,1
5	54,8
6	53,7
7	54,1
8	53,5
9	53,1
10	54,7
11	54,9
12	54,6

Fonte: Arquivo da pesquisa.

A comunicação oral em uma avaliação em dupla acarretou um diálogo provedor de oportunidades de aprendizagem, visto que um estudante acaba auxiliando o outro na escolha de estratégias para sua resolução e discutem o enunciado da questão e as possíveis compreensões.

Na utilização das notações matemáticas, auxilia na defasagem de conteúdo (um complementa o outro) e essa comunicação é refletida na produção escrita dos estudantes.

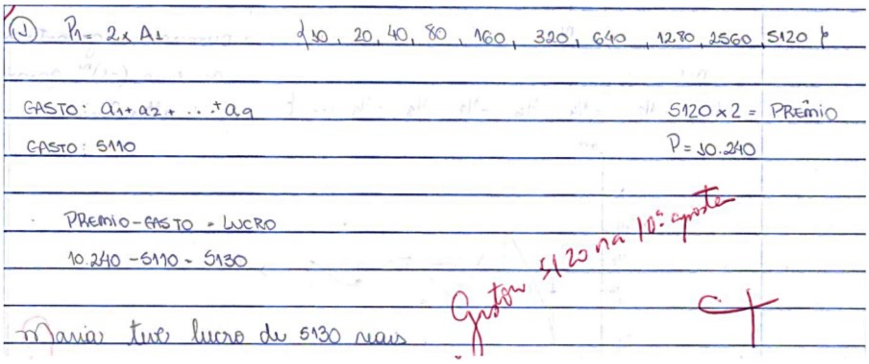
Para a realização do Instrumento de Avaliação 1, os estudantes mobilizaram diferentes conteúdos matemáticos como: notações matemáticas; polinômios e suas propriedades; funções polinomiais; função crescente e decrescente; noção informal de continuidade; concavidades de um gráfico; variação absoluta e taxa de variação; sequências numéricas e suas propriedades, incluindo progressão aritmética (P.A.) e progressão geométrica (P.G.), como casos particulares de sequências estudados no Ensino Fundamental e no Ensino Médio; convergência de sequências; construção e análise gráfica/tabular de problemas que envolvem situações em contextos reais. A seguir, analisa-se cada uma das questões que compuseram o instrumento.

Por ser uma questão de grau de dificuldade mediano, a questão 1 foi classificada como um problema fechado, de acordo com Ponte (2005), visto que o enunciado apresenta todos os dados necessário e deixa explícito o que é para fazer. Observou-se, nas produções escritas apresentadas, que 12 grupos compreenderam que o valor do prêmio era duas vezes o valor da aposta e que representava a razão de uma P.G. Identificaram os três primeiros termos da sequência apresentada no enunciado, apresentaram a fórmula "$lucro/prejuízo\ = prêmio - quantia\ gasta$" e que, para descobrir o valor gasto, era preciso aplicar uma fórmula previamente conhecida, ou intuitivamente fazer a soma dos termos de uma sequência finita. Para descobrirem o valor do prêmio para a 10ª aposta, eles poderiam utilizar a recorrência ou aplicar a fórmula do termo geral de uma P.G.

Os outros 5 grupos utilizaram a recorrência, termo a termo. Para chegar à resposta, utilizaram a fórmula "$lucro/prejuízo\ = prêmio - quantia\ gasta$", chegando à resposta correta.

Analisando o protocolo escrito de alguns dos grupos, observa-se que um deles (Figura 18) deixou subentendido, ao adotar o esquema de aposta de Maria, que a sequência numérica era uma P.G. de razão 2, quando escreveu que "$P_1 = 2xA_1$" e, ao lado, listou corretamente seus dez primeiros temos. Ao realizar a soma dos gastos, porém, que seria a soma dos termos de uma sequência, o grupo desconsiderou o gasto que Maria teve na 10ª aposta, o que acarretou um erro na resposta final.

Figura 18 – Produção Escrita 8 do Instrumento de Avaliação 1.



1) $P_n = 2 \times A_1$ 10, 20, 40, 80, 160, 320, 640, 1280, 2560, 5120

GASTO: $a_1 + a_2 + \ldots + a_9$ 5120 x 2 = PRÊMIO

GASTO: 5110 P = 10.240

PREMIO - GASTO = LUCRO

10.240 - 5110 = 5130

Maria teve lucro de 5130 reais

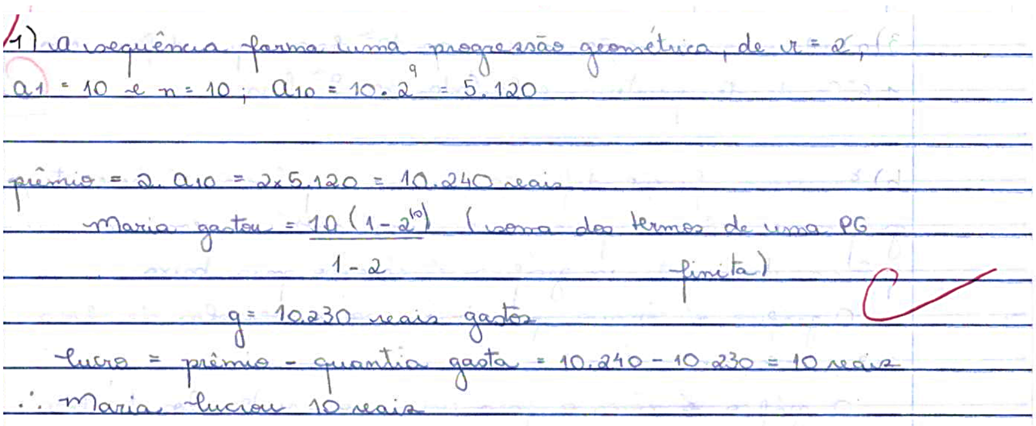
Gastou 5120 na 10ª aposta

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Uma das características da prática do professor na devolutiva dos instrumentos de avaliação envolve um feedback escrito no caso de algumas questões incorretas, ou parcialmente corretas. A anotação “Gastou 5120 na 10ª aposta”, por exemplo, tinha por intenção possibilitar que o estudante reconhecesse, no momento da devolutiva, o equívoco cometido e/ou traçasse estratégias de estudo.

Um outro grupo (Figura 19) identificou que a situação representava uma P.G. de $r = 2$ e que a sequência é finita, $n = 10$, na qual o primeiro termo da sequência é $a_1 = 10$. O grupo não representou a sequência, nem o termo geral, mas quando apresenta que “$a_{10} = 10.2^9 = 5120$”, mostra reconhecer que o termo geral para essa sequência pode ser representado pela expressão $a_n = 10 \times 2^{n-1}$. O grupo utilizou a soma dos n termos de uma P.G. dada por $S_n = \frac{a_1\,(q^n-1)}{q-1} \Rightarrow S_{10} = \frac{10(2^{10}-1)}{2-1} \Rightarrow S_{10} = 10230$.

Figura 19 – Produção Escrita 3 do Instrumento de Avaliação 1.



1) a sequência forma uma progressão geométrica de $r = 2$,

$a_1 = 10$ e $n = 10$; $a_{10} = 10 . 2^9 = 5.120$

prêmio = 2. a_{10} = 2x5.120 = 10.240 reais

Maria gastou = $\frac{10(1-2^{10})}{1-2}$ (soma dos termos de uma PG finita)

g = 10.230 reais gastos

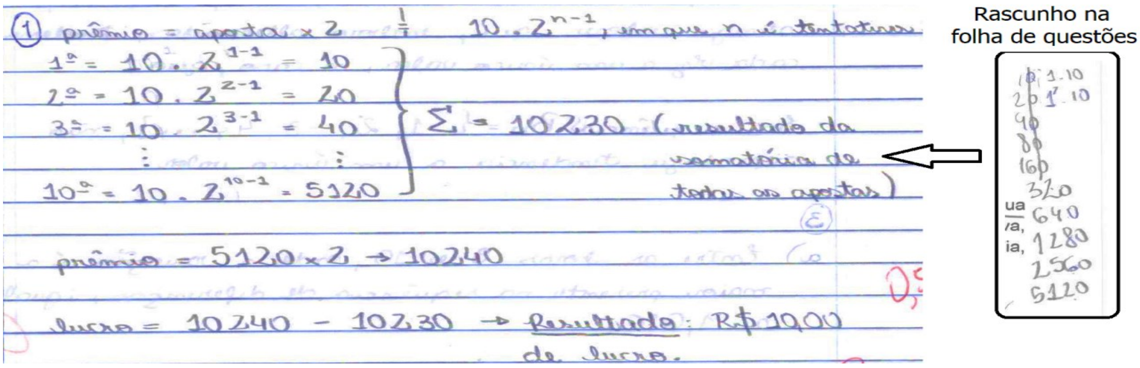
lucro = prêmio - quantia gasta = 10.240 - 10.230 = 10 reais

∴ Maria lucrou 10 reais

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Na produção escrita da Figura 20, um terceiro grupo identificou que a sequência numérica formada pelas apostas de Maria era uma P.G. e utilizou a recorrência para encontrar os 10 termos da sequência. Nota-se que o grupo aplicou a fórmula do termo geral, contudo não utilizou a fórmula da soma dos termos de uma P.G. O grupo rascunhou, na folha de questões entregue pelo professor, os termos da sequência e fez a soma sem recorrer à fórmula. Os dois grupos compreenderam que o prêmio que Maria deveria ganhar era duas vezes o valor da aposta.

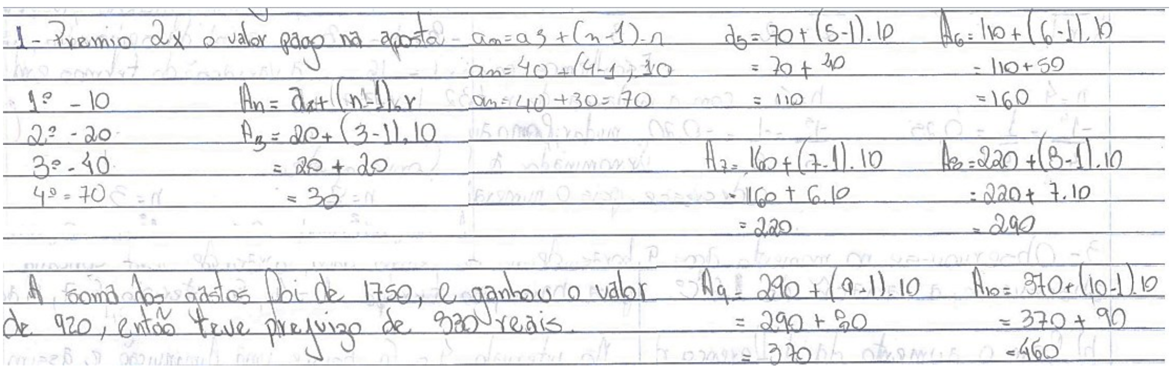
Figura 20 – Produção Escrita 5 do Instrumento de Avaliação 1.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Na Figura 21, vê-se que um quarto grupo não identificou que a sequência numérica formada era uma P.G., mas sim, uma P.A., utilizando a fórmula do termo geral de uma P.A. e da recorrência para encontrar os termos da sequência. Não utilizou a fórmula para encontrar a soma dos termos de uma P.A.

Figura 21 – Produção Escrita 15 do Instrumento de Avaliação 1.



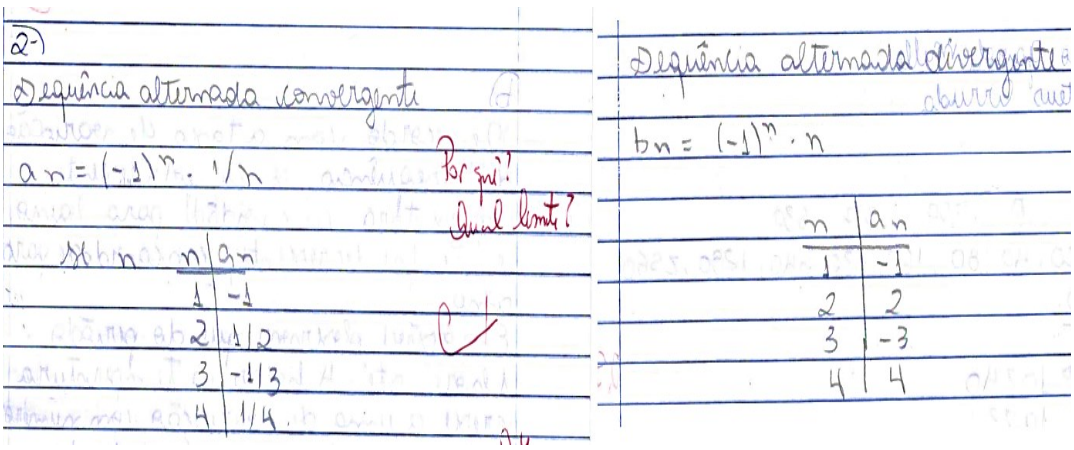
Fonte: Arquivo da pesquisa.

Tarefas como essa, que apresentam características mais fechadas, "são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos estudantes, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados" (PONTE, 2005, p. 17). Essa tarefa oportunizou aos estudantes o desenvolvimento de diferentes estratégias para a resolução do problema e possibilita ao professor, durante a correção, a atribuição parcial de nota, considerando diferentes aspectos dessa estratégia: reconhecer o tipo de sequência, obter o 10º termo, somar os termos, o fato de que o prêmio era o dobro, considerar o gasto na 10ª aposta.

A questão 2, considerando os diferentes tipos de tarefas apresentadas por Ponte (2005), pode ser classificada como uma tarefa contextualizada na própria matemática. Serviu para os estudantes colocarem em prática o que aprenderam sobre o conteúdo de sequências numéricas quando o professor pediu para que construíssem um exemplo de uma sequência alternada convergente e uma sequência alternada divergente usando tanto fórmula quanto uma representação gráfica como possibilidades para justificar sua escolha.

Um aspecto desse tipo de questão é a possibilidade de promoção do raciocínio criativo dos estudantes visto que, segundo Lithner (2008), sua resolução não envolve, necessariamente, a utilização da mecanização e da memorização de procedimentos (embora os estudantes pudessem recorrer a algum exemplo apresentado previamente e que havia sido memorizado das notas de aula ou dos materiais didáticos). Na Figura 22, o grupo parece não ter "aproveitado" a oportunidade de mobilizar um raciocínio mais criativo, já que não explicou o motivo de sua escolha pela sequência alternada convergente de termo geral $a_n = (-1)^n \times \frac{1}{n}$ e pela sequência alternada divergente $(-1)^n \times n$, anteriormente apresentadas em sala de aula. O grupo utilizou uma representação tabular para justificar a alternância da sequência.

Figura 22 – Produção Escrita 4 do Instrumento de Avaliação 1.

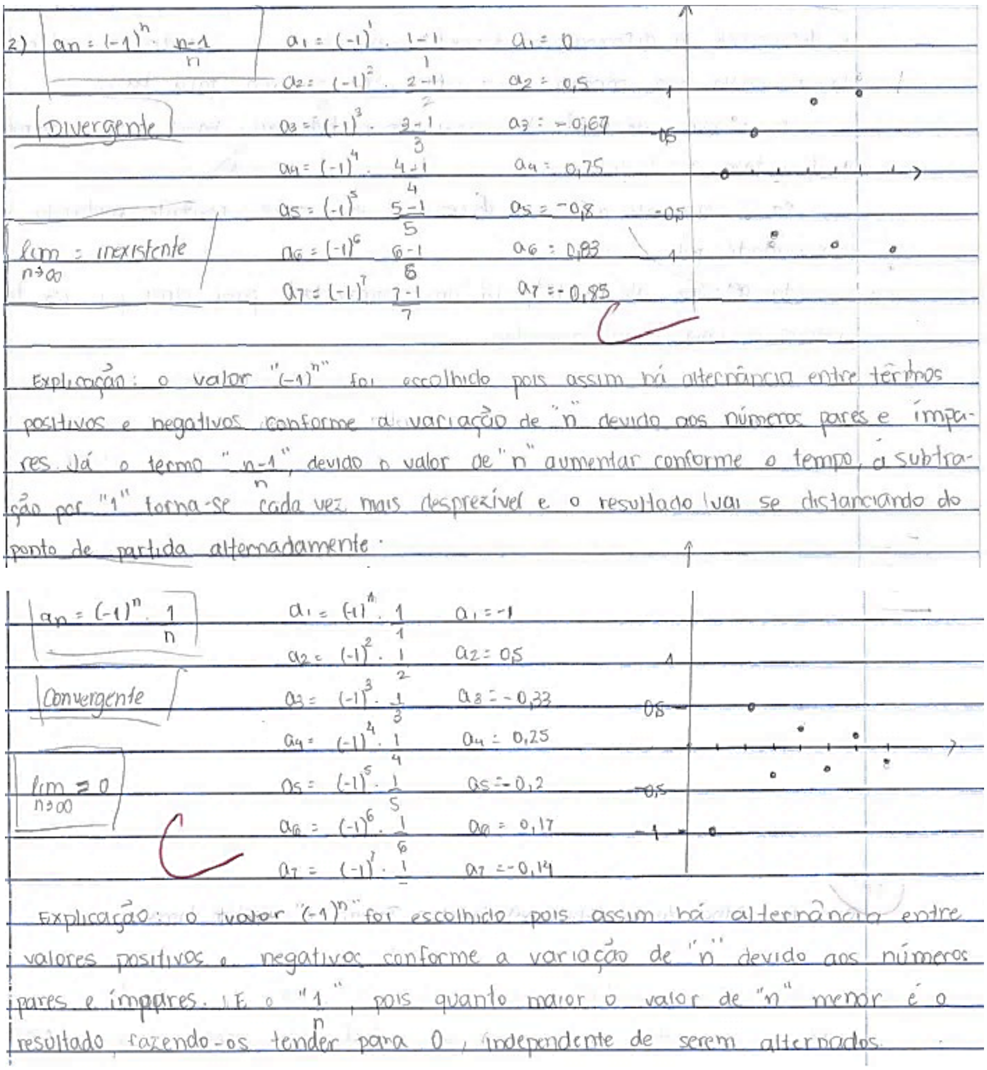


Fonte: Arquivo da pesquisa.

Podem-se observar, nessa figura, os feedbacks escritos, apresentado pelo professor, tinham como objetivo de promover uma reflexão do grupo sobre o porquê da escolha da sequência e qual era o limite da sequência para saber se ela era convergente ou divergente. Além de retomar propriamente esses conceitos, o feedback tinha por intenção explicitar ao estudante o motivo pelo qual havia obtido nota parcial na questão, e assim "alertá-lo" quanto a necessidade de detalhar justificativas nas próximas atividades avaliativas.

Por outro lado, outro grupo (Figura 23), mesmo ocorrendo a reprodução de uma sequência possivelmente memorizada anteriormente, optou por explicar com mais detalhes as suas escolhas.

Figura 23 – Produção Escrita 6 do Instrumento de Avaliação 1.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

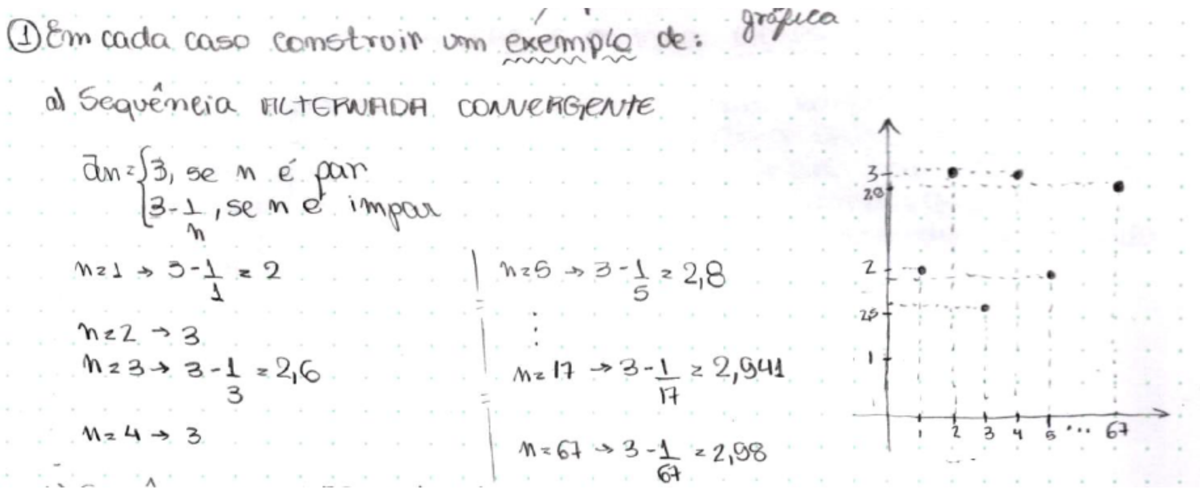
No primeiro caso, as sequências escolhidas $a_n = (-1)^n \times \frac{n-1}{n}$ e $a_n = (-1)^n \times \frac{1}{n}$ são chamadas de alternadas porque os sinais dos termos alternam-se entre negativos e positivos.

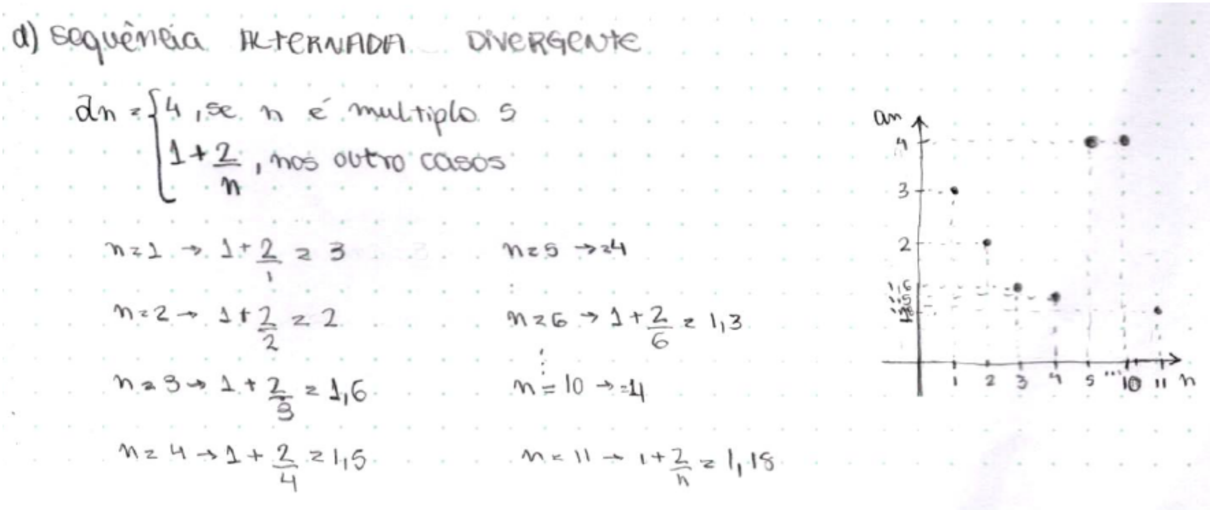
Considerando a definição de sequência anteriormente explorada em sala de aula ("A sequência (a_n) converge para o número L se $\lim_{n\to\infty} a_n = L$ ou $a_n \to L$ quando $n \to +\infty$, isto é, para todo número positivo ε, existe um número inteiro N tal que $n > N \Rightarrow |a_n - L| < \varepsilon$. O número L é dito limite da sequência. Se esse número L não existe, dizemos que (a_n) diverge"), destaca-se que, no primeiro caso, o grupo apresenta uma sequência divergente, pois o limite L não existe, visto que, quando n é par, a sequência tende para +∞ e, quando n é ímpar, tende para -∞, ou seja, não existe limite. Reconhece-se que o grupo compreendeu a ideia quando escreveu: "o resultado vai se distanciando do ponto de partida alternadamente".

Para o segundo caso, o grupo construiu o exemplo de uma sequência alternada convergente, apresentou graficamente o comportamento da sequência escolhida e que, quanto maior o valor de n, independentemente da sua alternância, a sequência converge para 0, pois $\lim_{n\to\infty}(-1)^n \times \frac{1}{n} = 0$.

Relacionando com as tarefas do Portfólio propostas anteriormente, a configuração da questão 2 contribuiu para os estudos dos estudantes, uma vez que eles foram convidados a construir exemplos de: sequência alternada convergente e sequência alternada divergente, sequência decrescente convergente e sequência decrescente divergente. O protocolo da Figura 24 mostra a resolução para as duas primeiras situações.

Figura 24 – Produção Escrita 2 do Portfólio.



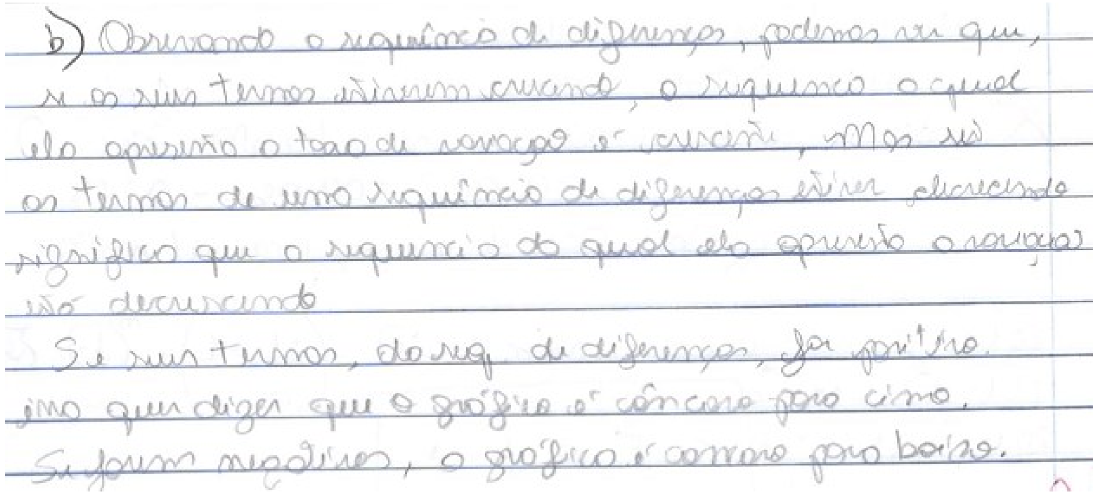


Fonte: Arquivo da pesquisa.

A questão 3 é um problema (PONTE, 2005), em que os estudantes deveriam investigar o comportamento térmico de um material. Trata-se de uma situação real dentro do contexto de um curso de engenharia, relacionando variações de temperatura com o conteúdo matemático função diferença.

Vários grupos, ao resolverem a questão, foram capazes de explicar quando a sequência de diferenças é utilizada, articulando com os dados do problema. O grupo, cujo protocolo escrito é apresentado na Figura 25, soube associar o sinal dos termos da sequência de diferenças ao comportamento gráfico, como era esperado.

Figura 25 – Produção Escrita 13 do Instrumento de Avaliação 1.



b) Observando a sequência de diferenças, podemos ver que, se os seus termos estiverem crescendo, a sequência a qual ela apresenta a taxa de variação é crescente, mas se os termos de uma sequência de diferenças estiver decrescendo significa que a sequência da qual ela apresenta a variação vão decrescendo

Se seus termos, da seq. de diferenças, for positivo, isso quer dizer que o gráfico é côncavo para cima.

Se forem negativos, o gráfico é convexo para baixo.

Do 1h a 2h é variável em +0,7 } C p/ baixo
Do 2h a 3h " " " +0,4 } C p/ cima
Do 3h a 4h " " " +0,6 } C p/ baixo
Do 4h a 5h " " " -0,3 } C p/ baixo
Do 5h a 6h " " " -1,1 } C p/ cima
Do 6h a 7h " " " +0,4 } C p/ baixo
Do 7h a 8h " " " -0,6 } C p/ cima
Do 8h a 9h " " " -0,4 } C p/ cima
Do 9h a 10h " " " +1,6 } C p/ baixo
Do 10h a 11h " " " +0,2 } C p/ baixo
Do 11h a 12h " " " -0,3

Fonte: Arquivo da pesquisa.

O mesmo ocorre com o grupo cujo protocolo é apresentado na Figura 26.

Figura 26 – Produção Escrita 1 do Instrumento de Avaliação 1.

b) A função diferença explica a concavidade para baixo, ou para cima, pois está relacionada com a sequência de diferenças (taxa de variação). Quando a taxa é decrescente a concavidade da sequência é para baixo, e quando a taxa é crescente, a concavidade da sequência é para cima.
Então no intervalo da hora 3 a 7 a sequência é côncava para baixo (crescente), de 7 a 10 é côncava para cima (decrescente) e de 10 a 12 côncava para baixo crescente.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

No caso do grupo, cujo protocolo é apresentado na Figura 27, vê-se que, embora tenha explicitado a sequência de diferenças, não foi capaz de associar esse conjunto de valores ao comportamento da tabela.

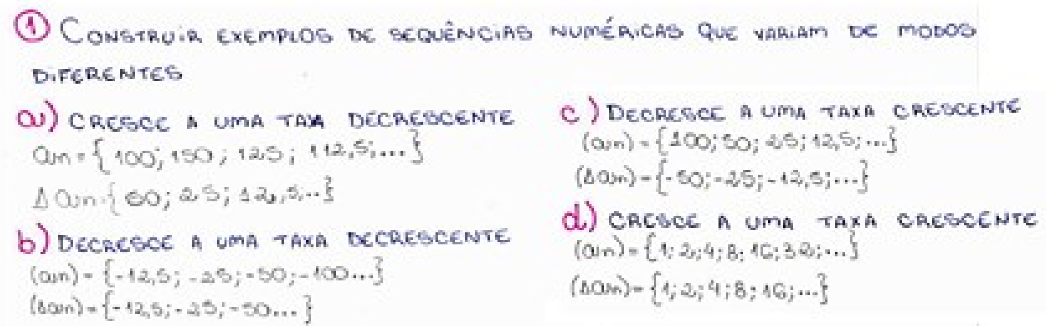
Figura 27 – Produção Escrita 9 do Instrumento de Avaliação 1.

b) $\Delta a_n = (0,7; 0,4; 0,6; -0,3; -1,1; 0,4; -0,6; -0,4; 1,6; 0,2; -0,3)$ 0,1
Será côncavo para cima por causa da variação do primeiro termo e o último que é de crescer $\Delta_{1,12} = 1,2$

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Destaca-se aqui que a questão 1 da tarefa 1 do portfólio trata de construir e exemplificar situações de sequências numéricas envolvendo taxas de variação (cresce a uma taxa decrescente – decresce a uma taxa decrescente – cresce a uma taxa crescente – decresce a uma taxa crescente). A Figura 28, referente a questão 1, é solicitado ao estudante construir sequências numéricas que variam de modos diferentes, ou seja, investigar a sequência de diferenças.

Figura 28 – Produção Escrita 4 da Atividade 1 do Portfólio.


① CONSTRUIR EXEMPLOS DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS QUE VARIAM DE MODOS DIFERENTES

a) CRESCE A UMA TAXA DECRESCENTE
$a_n = \{100; 150; 125; 112,5; \ldots\}$
$\Delta a_n \{50; 25; 12,5 \ldots\}$

b) DECRESCE A UMA TAXA DECRESCENTE
$(a_n) = \{-12,5; -25; -50; -100 \ldots\}$
$(\Delta a_n) = \{-12,5; -25; -50 \ldots\}$

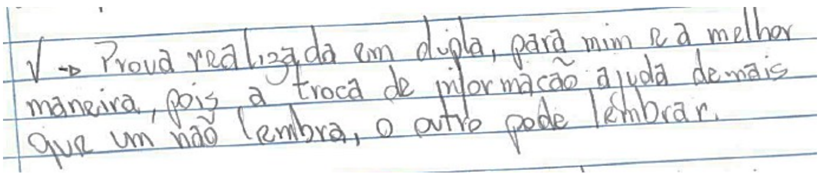
c) DECRESCE A UMA TAXA CRESCENTE
$(a_n) = \{100; 50; 25; 12,5; \ldots\}$
$(\Delta a_n) = \{-50; -25; -12,5; \ldots\}$

d) CRESCE A UMA TAXA CRESCENTE
$(a_n) = \{1; 2; 4; 8; 16; 32; \ldots\}$
$(\Delta a_n) = \{1; 2; 4; 8; 16; \ldots\}$

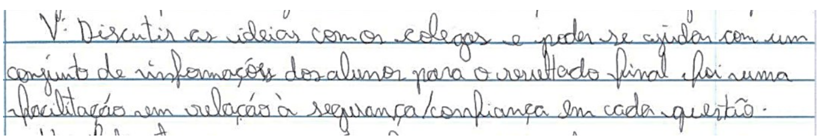
Fonte: Arquivo da pesquisa.

Em linhas gerais, do modo como foi construído, o Instrumento Avaliativo 1 proporcionou a comunicação entre os estudantes. Esse fator ficou evidente nas respostas dos estudantes perante a questão 5 do questionário, como mostra o protocolo apresentado na Figura 29 (Uma análise dos dados mais detalhada, referente ao questionário, está descrita na subseção 3.8 – aqui apenas trazemos recortes de respostas a questões que remetam a um instrumento específico, e que permitem inferir oportunidades de aprendizagem a partir da percepção dos estudantes).

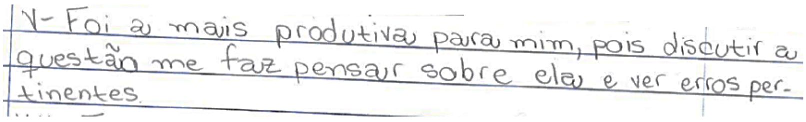
Figura 29 – Produção escrita 1, 2 e 3 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 1.


V → Prova realizada em dupla, para mim é a melhor maneira, pois a troca de informação ajuda demais que um não lembra, o outro pode lembrar.

1


V: Discutir as ideias com os colegas e poder se ajudar com um conjunto de informações dos alunos para o resultado final, foi uma facilitação em relação à segurança/confiança em cada questão.

2

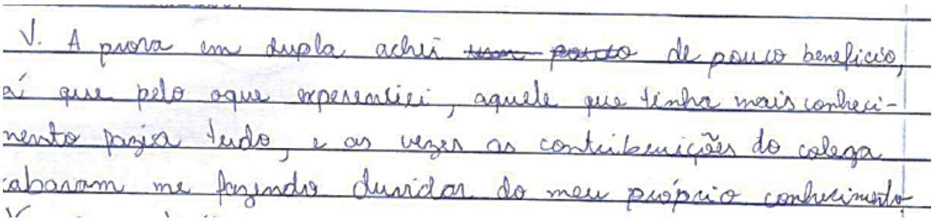

V- Foi a mais produtiva para mim, pois discutir a questão me faz pensar sobre ela e ver erros pertinentes.

3

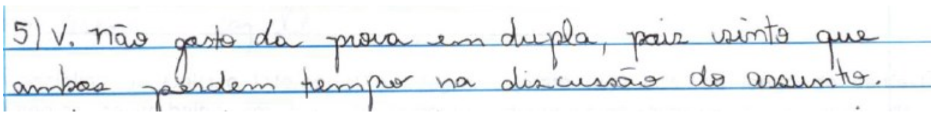
Fonte: Arquivo da pesquisa.

Por outro lado, houve estudantes que não gostaram da dinâmica de uma avaliação em dupla por se sentirem prejudicados, de certa forma, por terem que dividir seu raciocínio e aceitar o raciocínio de outras pessoas podem confundir ou estarem incorretos, como mostra a Figura 30.

Figura 30 – Produção escrita 3 e 5 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 1.


V. A prova em dupla achei ~~um ponto~~ de pouco benefício, já que pelo o que experenciei, aquele que tinha mais conhecimento fazia tudo, e as vezes as contribuições do colega acabavam me fazendo duvidar do meu próprio conhecimento

E4


5) V. não gosto da prova em dupla, pois sinto que ambos perdem tempo na discussão do assunto.

E5

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Sintetizando, acerca das possibilidades de articulação entre uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa, para esse instrumento em específico, destacamos que os feedbacks produzidos pelo professor da disciplina possibilitam aos estudantes regular sua aprendizagem; a produção escrita, por sua vez, serviu de mecanismo de análise/investigação para atender às demandas dos dois modelos de avaliação, pois produziu uma "nota" e gerou momentos de reflexão, tanto para o professor, quanto para os estudantes, ao ponderar sua classificação e a possibilidade de regular o processo de aprendizagem por meio das intervenções do professor.

3.3 INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 2

Trata-se de uma prova escrita realizada em um tempo restrito, com consulta ao caderno e de forma individual, e foi resolvida por 25 estudantes (Figura 31). Envolveu conceitos relacionados ao estudo de Funções Reais de uma Variável Real, com problemas verbais em um contexto de semirrealidade (PONTE, 2005). Mais especificamente, abordou os modelos linear e exponencial, notação de função e conceito de domínio.

Figura 31 – Instrumento de Avaliação 2.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

ATIVIDADE AVALIATIVA 2 – 10/09/2019 – VALOR 1,5

NOME: ____

- A PROVA É INDIVIDUAL E COM CONSULTA, PODENDO UTILIZAR CALCULADORA (EXCETO CELULAR).
- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.
- AS QUESTÕES PODEM SER RESOLVIDAS COM LÁPIS.

1. (0,4) Uma xícara de café contém cerca de 100mg de cafeína. Após ingerida, a cafeína é eliminada do corpo a uma taxa de 16% por hora.
a) (0,1) Determine a quantidade de cafeína que permanece no corpo após 12 horas.
b) (0,3) Apresente uma fórmula que relaciona a quantidade de cafeína que permanece no corpo ao longo do tempo.

2. (0,4) A tabela ao lado fornece um conjunto de pontos de dados que relacionam a pressão p em atmosferas (atm) e a temperatura T (em ºC) de uma quantidade fixa de dióxido de carbono em um cilindro fechado. Assumindo que existe uma relação linear entre a pressão e a temperatura, calcule a pressão quando a temperatura for de 230ºC.

T (ºC)	p (atm)
50	3,0
150	4,2

3. (0,4) Suponha que se coloque uma batata, à temperatura ambiente, num forno quente, mantido a uma temperatura constante de 200º C. À medida que a batata recebe calor do forno, sua temperatura aumenta a uma taxa decrescente. Considere $T(t)$ a temperatura da batata, em ºC, no instante t, em minutos.
a) (0,3) Trace um gráfico da temperatura da batata como função do tempo a partir do momento em que ela foi posta no forno. Justifique sua construção.
b) (0,1) Qual é o significado de $T(20)=120$ nesse contexto?

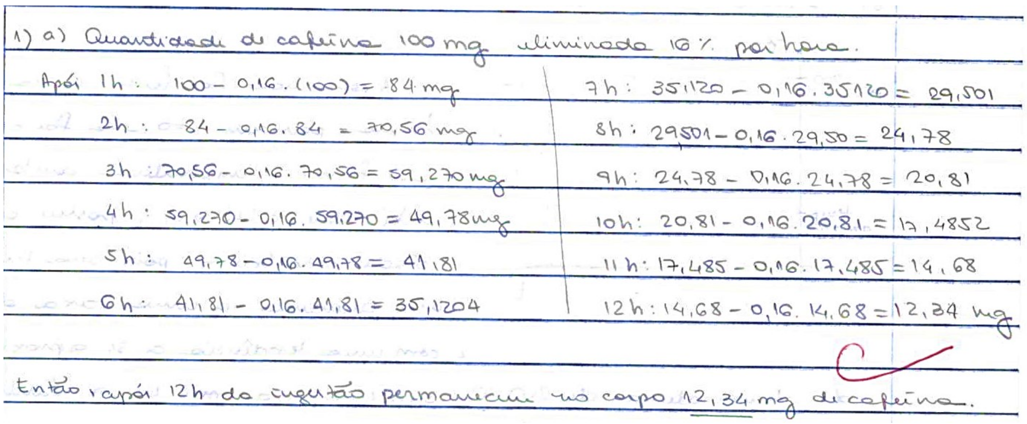
4. (0,3) Determine o domínio da função $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-5x+6}$

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Os conteúdos abordados nos instrumentos avaliativos 1 e 2 estão relacionados, visto que uma sequência numérica (conteúdo da atividade avaliativa 1) corresponde a uma função com domínio natural. Com relação às tarefas pertencentes ao Portfólio, as questões abordadas envolviam os conceitos de taxa de variação, gráfico de uma função, modelos matemáticos e métodos de resolução para equações do 2º grau.

Uma das características presentes nas questões 1 e 2 desse instrumento é a possibilidade de resolução usando diferentes estratégias. Na Questão 1, por exemplo, era possível utilizar a recorrência como estratégia de resolução (Figura 32), por se tratar de uma função real de variável real do tipo exponencial. A Questão 2, por sua vez, envolvia uma situação de crescimento linear e poderia ser resolvida a partir de estratégias discutidas em sala de aula, tanto nos momentos que envolviam o estudo das progressões aritméticas quanto das funções de 1º grau.

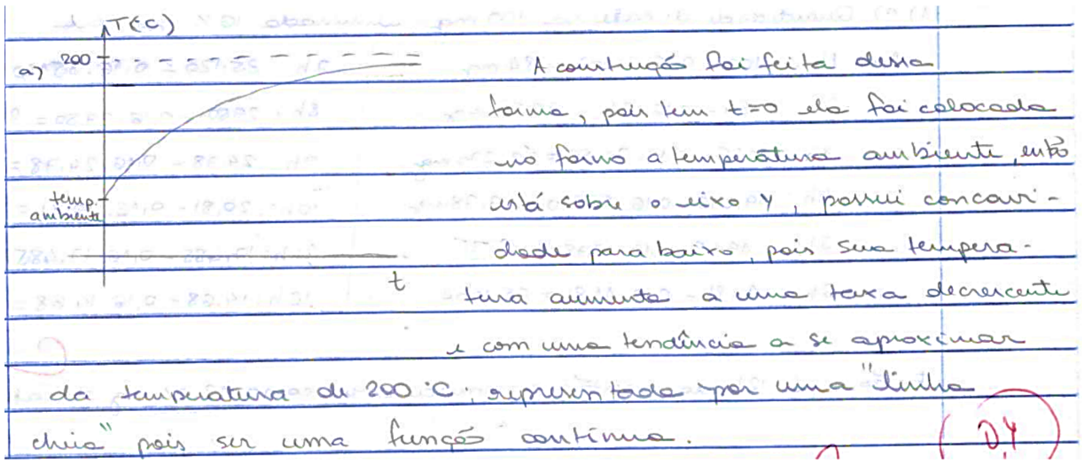
Figura 32 – Produção Escrita 3 do Instrumento de Avaliação 2.


1) a) Quantidade de cafeína 100 mg eliminada 16% por hora.
Após 1h: 100 – 0,16.(100) = 84 mg
2h: 84 – 0,16.84 = 70,56 mg
3h: 70,56 – 0,16.70,56 = 59,270 mg
4h: 59,270 – 0,16.59,270 = 49,78 mg
5h: 49,78 – 0,16.49,78 = 41,81
6h: 41,81 – 0,16.41,81 = 35,1204
7h: 35,120 – 0,16.35,120 = 29,501
8h: 29,501 – 0,16.29,50 = 24,78
9h: 24,78 – 0,16.24,78 = 20,81
10h: 20,81 – 0,16.20,81 = 17,4852
11h: 17,485 – 0,16.17,485 = 14,68
12h: 14,68 – 0,16.14,68 = 12,34 mg
Então, após 12h do ingestão permaneceu no corpo 12,34 mg de cafeína.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

A Questão 3 possibilitava a articulação de duas formas de representação (linguagem natural e gráfico da função), privilegiando uma resposta elaborada a partir da argumentação fundamentada em diferentes conceitos matemáticos apresentados anteriormente em sala de aula, que poderiam ser "revisitados" durante a realização da prova com a consulta ao material (Figura 33).

Figura 33 – Produção Escrita 3 do Instrumento de Avaliação 2.

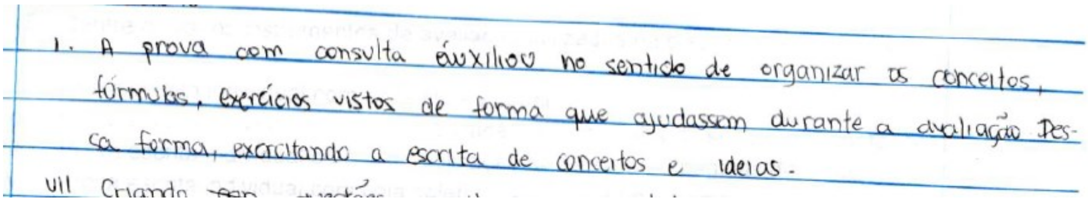


Fonte: Arquivo da pesquisa.

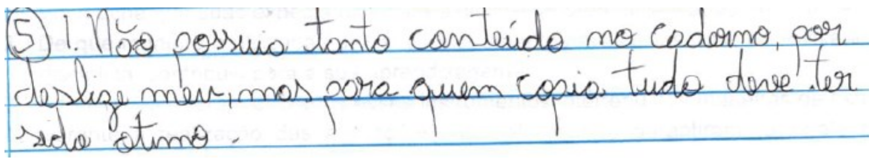
Essas três primeiras questões da prova podem ser classificadas como problemas (PONTE, 2005). Apesar de sua natureza fechada, possibilitava a mobilização de diferentes tipos de raciocínio e estratégias que permitam aos estudantes ultrapassar a simples memorização de fatos ou procedimentos. Segundo a categorização proposta por Stein e Smith (2009), no que diz respeito ao nível de demanda cognitiva, reconhece-se que tais tarefas envolvem a utilização de procedimentos em conexão com significados.

Nesse instrumento, a consulta ao caderno além de auxiliar na interação entre o professor e o estudante, nas pesquisas, no estudo e na construção do conhecimento, é também uma ferramenta que remete à questão da equidade entre os estudantes, dando oportunidade a todos os tipos de estudante. Com a consulta, os estudantes (E19 e E8) conseguem organizar os conteúdos de acordo com as suas necessidades, levando em consideração as múltiplas variedades de aprendizagem além de se sentirem mais seguros para a realização da atividade avaliativa. Esse fator foi citado pelos estudantes na questão 5 do questionário, como mostra a Figura 34.

Figura 34 – Produção Escrita 8 e 19 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 2.


1. A prova com consulta áuxiliou no sentido de organizar os conceitos, fórmulas, exercícios vistos de forma que ajudassem durante a avaliação. Dessa forma, exercitando a escrita de conceitos e ideias.

19

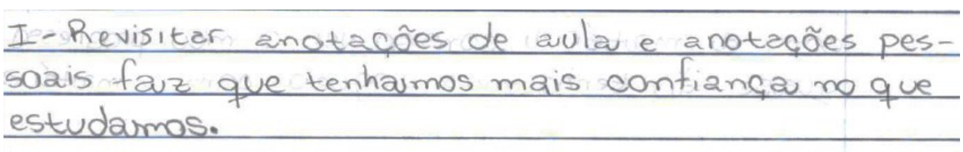

5) 1. Não possuia tanto conteúdo no caderno, por deslize meu, mas para quem copio tudo deve ter sido ótimo.

8

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Um fator referente a regulação da aprendizagem evidenciado, está associado a segurança e assistência que os instrumentos de avaliação podem trazer, evidenciado pela fala dos estudantes apresentadas na Figura 35, pois além de fortalecer a confiança em si próprio o “caderno” é um ponto de apoio para o progresso individual dos estudantes.

Figura 35 – Produção Escrita no Questionário referente a regulação da aprendizagem no Instrumento de Avaliação 2.


I - Revisitar anotações de aula e anotações pessoais faz que tenhamos mais confiança no que estudamos.

(a)

(6) O uso de uma "cola" ou material de apoio acredito que na minha opinião, traz para o aluno uma segurança e domínio do conteúdo. Pois, conforme os exercícios elaborados em sala temos uma base para a prova no caderno.

(b)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

3.4 INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 3

O Instrumento 3 foi organizado em duas partes. A primeira parte foi realizada em grupo de três pessoas, produzindo dados escritos e em áudio com as discussões em 10 grupos. A segunda parte do instrumento foi desenvolvida individualmente por 22 estudantes, que poderiam utilizar seu caderno como material de consulta.

Figura 36 – Instrumento de Avaliação 3 – Parte 1.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

ATIVIDADE AVALIATIVA 3 – 01/10/2019 – VALOR 0,5

NOMES: ____

1. No GeoGebra, insira *f(x)=a*(x+b)^2+c*. Serão criados controles deslizantes a, b e c que podem variar. Insira, também, *g(x)=x^2*, para usar seu gráfico de comparação.

Antes de resolver cada item, assuma os valores iniciais $a = 1$, $b = 0$ e $c = 0$ (nesse caso, os dois gráficos coincidem).

a) Mantendo os índices a e b fixos, faça o índice c variar. Descreva o movimento do gráfico de *f* em termos do gráfico de *g*, a partir dos valores assumidos por *c*.

b) Mantendo os índices a e c fixos, faça o índice b variar. Descreva o movimento do gráfico de *f* em termos do gráfico de *g*, a partir dos valores assumidos por *b*.

c) Mantendo os índices b e c fixos, faça o índice a variar. Descreva o movimento do gráfico de *f* em termos do gráfico de *g*:

(i) primeiro levando em conta o sinal dos valores assumidos por a;

(ii) depois considerando dois intervalos de variação: $|a|>1$ e $0<|a|<1$.

(iii) Clique no ícone para selecionar um ponto e, em seguida, clique sobre o gráfico de *f*. Em seguida, construa a reta tangente ao gráfico de *f* passando por A (ative a opção na janela 4, depois clique no gráfico e depois no ponto). Estabeleça alguma relação entre a inclinação dessa reta e o comportamento descrito no item (ii).

d) Varie os três índices até chegar no gráfico da equação $y = -2(x+1)^2 - 3$. Dos movimentos descritos nos itens (a), (b) e (c), comente quais foram necessários para, a partir do gráfico *g*, chegar no gráfico de $y = -2(x+1)^2 - 3$.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

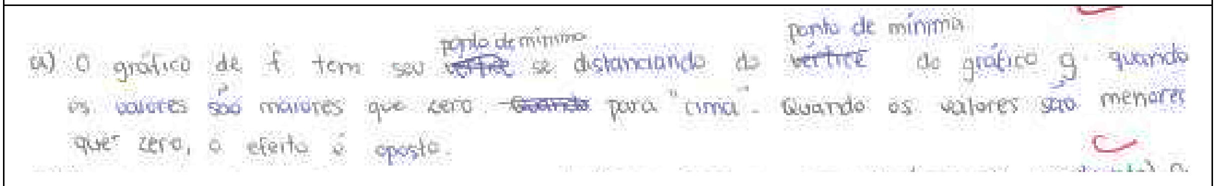
Na primeira parte da avaliação (Figura 36), a utilização do *software* Geogebra é um aspecto diferencial. Como destacam Mendes, Trevisan e Elias (2018), a utilização de TDIC possibilita que o estudante assuma um papel de protagonista de seu processo de avaliação, utilizando as potencialidades do *software* para realizar investigações. As questões propostas eram abertas de exploração (PONTE, 2005), visando a uma análise descritiva, visual, dos pontos críticos de uma função polinomial utilizando as ferramentas ofertadas pelo *software*, em um contexto que envolve os parâmetros de uma função polinomial do 2º grau.

A comunicação entre os estudantes foi utilizada como mecanismo para o professor reconhecer os caminhos percorridos pelos estudantes, pois, ao analisar os áudios produzidos no decorrer da resolução da atividade avaliativa, conseguiu-se observar que um estudante auxiliava o outro desde um simples erro de fala, na discussão de estratégias de resolução, até no momento de “colocarem no papel” o resultado do diálogo produzido.

A análise dos áudios produzidos nos grupos durante a resolução da atividade avaliativa possibilitou reconhecer informações ricas se perderiam ao analisar apenas sua produção escrita. No Quadro 6, por exemplo, apresentamos em trecho da discussão realizada em um dos grupos, a produção escrita entregue ao professor. Por meio da análise do áudio, reconhecemos conjecturas que foram elaboradas, reformuladas e justificadas, bem como a terminologia adotada, que se “perdem” na produção escrita. Nessa produção escrita, existe uma insuficiência de informações, diferente do diálogo produzido entre os estudantes do grupo, proporcionado pela Questão 1. Na produção escrita, não se consegue identificar qual caminho o estudante percorreu; se, na discussão da resolução, houve um envolvimento de todos os participantes do grupo ou se só um estudante resolveu; se a questão promoveu um raciocínio mais “superficial” ou mais “profundo”.

Quadro 8 – Transcrição do áudio 12 do Instrumento de Avaliação 3 – Parte 1.

Transcrição do áudio – Grupo 12
A33G1/1: *Ele sobe* A33G1/2: *É Parece que ele vai subindo.* [lendo o enunciado - baixo] *Ele vai distanciando, né, o vértice dele ali, do gráfico de f vai se distanciando do vértice da gráfica de g.* *A33G1/3: Pode repetir?* A33G1/2: *O vértice do gráfico de f vai se distanciando do vértice do gráfico de g.* A33G1/2: *A gente pode continuar chamando de vértice mesmo* [inaudível] *na reta x?* A33G1/2: *Eu entendo que vértice é o cume da parábola* [silêncio] *o vértice é esse ponto aqui [*mostrando na tela do gráfico do Geogebra] *da parábola, que ele divide lado lado.*

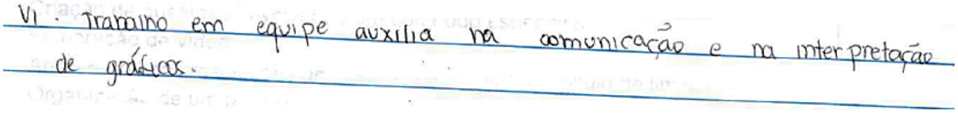
A33G1/3: *Pra mim, vértice é o risco* [referindo-se ao eixo de simetria da parábola $g(x)=x^2$ - vértice na origem]. [silêncio] *A33G1/1: É, então que, que eu lembro é que, não que eu lembro direito, mas eu lembro que, acho que tinha que ser para achar os vértices achava um ponto aqui, né, na reta x.* *A33G1/2: Acho que sim.* [silêncio] *Então vai usar, então vamos usar outro termo* [referindo-se ao ponto de mínimo ou ao vértice] *então, como que vocês acham?* *É esse ponto aqui da parábola, né, esse ponto central?* *A33G1/1: Ponto de mínimo.* *A33G1/3: É.*
Produção escrita – grupo 12
 a) O gráfico de f tem seu ~~vértice~~ ponto de mínimo se distanciando do ~~vértice~~ ponto de mínimo do gráfico g quando os valores são maiores que zero ~~quando~~ para "cima". Quando os valores são menores que zero, o efeito é oposto.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

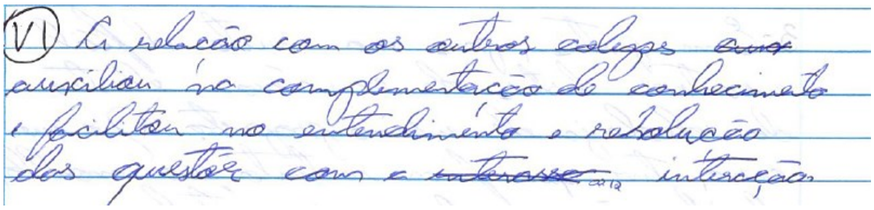
No caso do grupo cuja discussão é apresentada no Quadro 6, evidencia-se que a discussão relacionada ao vértice da parábola auxiliou no processo de elaboração da produção escrita, que houve um diálogo entre os participantes do grupo; mostra também que a questão possibilitou aos estudantes estabelecer conexões entre vários conteúdos matemáticos relacionados com a função polinomial de segundo grau.

A questão 5 do questionário evidenciou a visão da comunicação entre os integrantes do grupo, a investigação e estratégias escolhidas, a interpretação e esboço de gráficos (Figura 37). O fato de os estudantes poderem interagir com o gráfico, podendo movimentá-lo por meio do controle deslizante e responder algumas perguntas internas como "o que acontece se eu mudar os coeficientes" ou "qual o movimento que acontece no gráfico quando mudado o valor do coeficiente *b*".

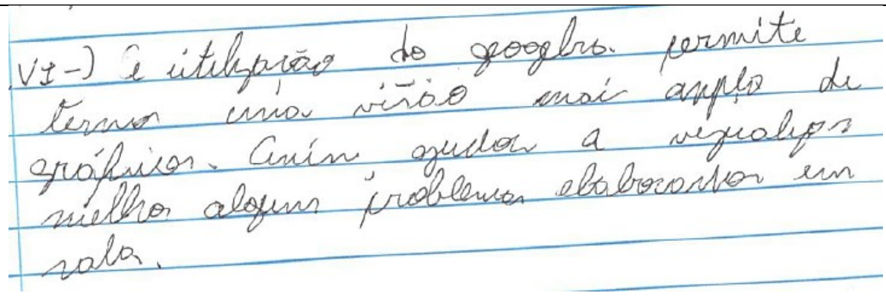
Figura 37 – Produções Escritas 11, 23 e 19 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 3 – Parte 1.


VI. Trabalho em equipe auxilia na comunicação e na interpretação de gráficos.

19


VI) A relação com os outros colegas ajuda auxiliou na complementação do conhecimento e facilitou no entendimento e resolução das questões com a ~~interesse~~ interação

11

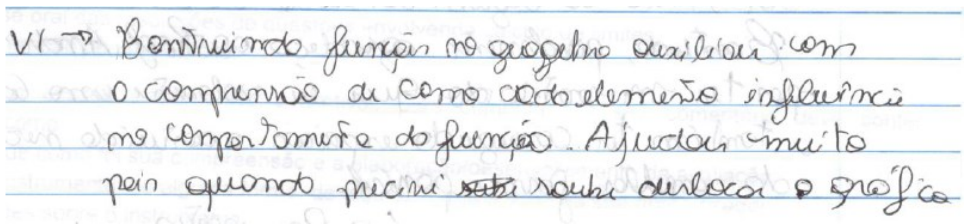

VI-) A utilização do geogebra permite termos uma visão mais amplo de gráficos. Assim ajudou a visualizar melhor alguns problemas elaborados em sala.

23

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Em especial, destacamos o protocolo escrito apresentado na Figura 38, traz evidências de que esse instrumento proporcionou a aprendizagem para o estudante, apontando que, com o auxílio do Geogebra, compreendeu o comportamento de uma função a partir dos coeficientes.

Figura 38 – Produção Escrita 7 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 3 – Parte 1.


VI → Construindo funções no geogebra auxiliou com o compreensão de como cada elemento influencia no comportamento da função. Ajudou muito pois quando precisei ~~sabe~~ soube deslocar o gráfico

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Na Figura 39, é apresentada a parte dois do Instrumento de Avaliação 3, na qual a questão 1 relacionava-se com um contexto de “semirrealidade” (um problema) e a questão 2, ao contexto de matemática pura (um exercício). A resolução foi individual, e os estudantes poderiam utilizar o caderno como material de consulta.

As questões dessa prova envolvem entendimento dos vários conteúdos matemáticos relacionados à derivada de funções polinomiais e sobre variação das funções: máximos, mínimos, valor intermediário, extremo, ponto de inflexão e concavidade. Para sua resolução, podem-se utilizar teoremas e propriedades anteriormente em aula, que estabelecem os critérios para determinar os extremos de uma função, determinar intervalos de crescimento e decrescimento e estudar a concavidade do gráfico. Supomos que esses dados estavam presentes no material de anotações e no caderno dos estudantes.

Figura 39 – Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

NOME: ____

- A PROVA É INDIVIDUAL E COM CONSULTA, PODENDO UTILIZAR CALCULADORA (EXCETO CELULAR).
- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.
- AS QUESTÕES PODEM SER RESOLVIDAS COM LÁPIS.

1. (0,5) A quantidade de produtos comercializados por uma empresa é função do seu preço de venda. Suponha que essa relação seja dada segundo a função $f(x) = -2x^2 + 20x + 150$, em que $x > 0$ é o preço de venda, em reais, e f é a quantidade de produtos comercializados. Utilize o conceito de derivada para:
   a) construir em detalhes um esboço do gráfico dessa função.
   a) determinar o preço para o qual a quantidade de produtos comercializados/ atinge valor máximo, e qual a quantidade máxima de produtos comercializados.
2. (0,5) Com relação à função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$, determine:
   a) a(s) coordenada(s) x de seu(s) ponto(s) crítico(s).
   b) intervalo(s) em que seu gráfico é decrescente.
   c) Intervalo(s) em que seu gráfico é côncavo para cima.

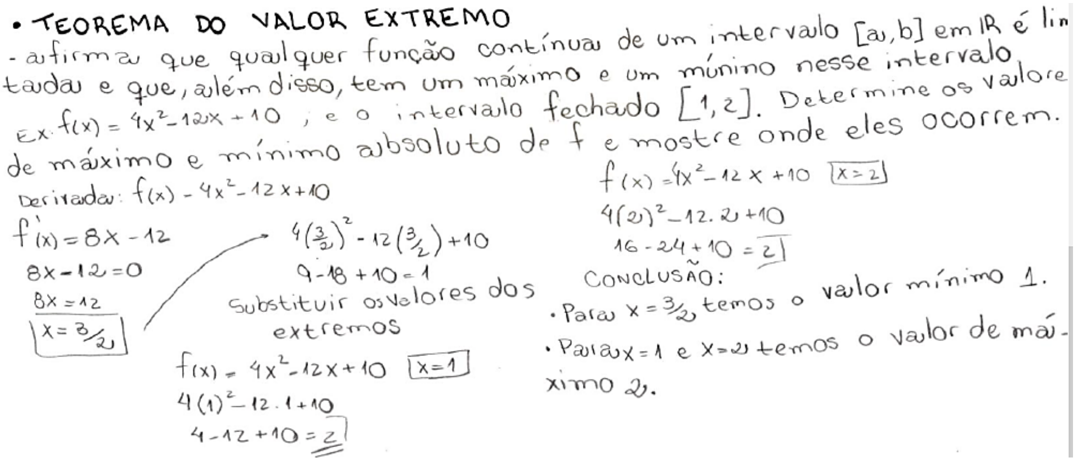
Fonte: Arquivo da pesquisa.

Na Questão 1, a função polinomial é de segundo grau e, para realizar o que foi pedido, os estudantes precisam verificar os intervalos de crescimento, decrescimento e os máximos e mínimos relativos de $f(x)$. É um problema em que se procura determinar os valores extremos de uma função, isto é, achar os valores máximos e mínimos que uma função pode assumir em um dado intervalo. É caracterizado como problema de otimização e é comum na realidade de um futuro engenheiro, pois problemas desse tipo estão presentes em sua vida diária. Muitos deles aparecem ao determinar "o nível de produção mais econômico de uma indústria; o ponto da órbita de um cometa mais próximo da Terra; o consumo de despesas do dia a dia; a velocidade mínima necessária para que um foguete escape da atração gravitacional da Terra, dentre outros" (DE MACÊDO; LOPES; DE SOUZA GUSMÃO, 2018, p. 02). O item (b) da Questão 1 é um exemplo dessa aplicação, pois solicita que o estudante determine o preço em que a quantidade de produtos comercializados atinge valor máximo e qual a quantidade máxima de produtos comercializados.

Para a sua resolução, os estudantes poderiam utilizar diferentes estratégias. Uma delas seria a utilização do conceito de derivada, cujo estudo havia sido iniciado em aula para funções polinomiais e estava presente na tarefa 6 do portfólio que tratava do Teorema do Valor Extremo. Outra estratégias envolve de conceitos geralmente abordados no Ensino Médio.

Para o primeiro caso, o estudante poderia lançar mão do teste da primeira derivada para encontrar os pontos da uma função, e ao teste da segunda derivada para confirmar que se tratava de um ponto de máximo. Na tarefa 6 do portfólio foi solicitado que os estudantes fizessem um estudo sobre a variação das funções (Valor Intermediário, Valor Extremo, Valor Médio para Derivada e Integral) e exemplificassem, como mostra o protocolo da Figura 40.

Figura 40 – Produção Escrita 6 no Portfólio referente ao Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2.



• TEOREMA DO VALOR EXTREMO

- afirma que qualquer função contínua de um intervalo [a,b] em IR é limitada e que, além disso, tem um máximo e um mínimo nesse intervalo

Ex. $f(x) = 4x^2 - 12x + 10$, e o intervalo fechado $[1,2]$. Determine os valores de máximo e mínimo absoluto de f e mostre onde eles ocorrem.

Derivada: $f(x) - 4x^2 - 12x + 10$

$f'(x) = 8x - 12$

$8x - 12 = 0$

$8x = 12$

$\boxed{x = 3/2}$

$4(\frac{3}{2})^2 - 12(\frac{3}{2}) + 10$

$9 - 18 + 10 = 1$

Substituir os valores dos extremos

$f(x) = 4x^2 - 12x + 10$ $\boxed{x=1}$

$4(1)^2 - 12 \cdot 1 + 10$

$4 - 12 + 10 = 2$

$f(x) = 4x^2 - 12x + 10$ $\boxed{x=2}$

$4(2)^2 - 12 \cdot 2 + 10$

$16 - 24 + 10 = 2$

CONCLUSÃO:

• Para $x = 3/2$ temos o valor mínimo 1.

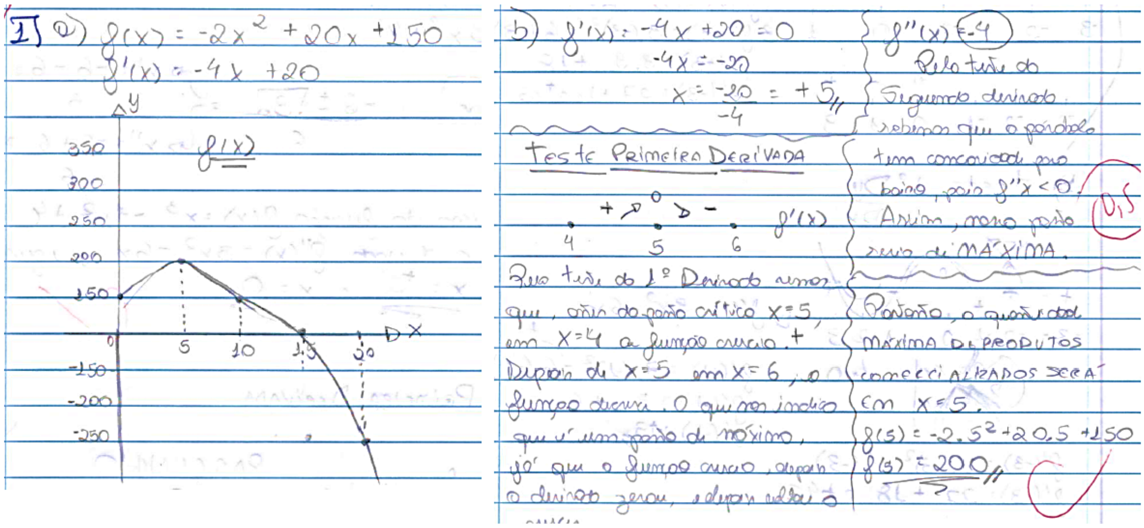
• Para $x = 1$ e $x = 2$ temos o valor de máximo 2.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

No segundo caso, uma estratégia de resolução seria o estudante construir uma tabela com valores de x escolhidos convenientemente no domínio da função e, com valores correspondentes para $y = f(x)$, associar um ponto do plano cartesiano a cada par ordenado (x, y) e marcar pontos, esboçando o gráfico da função. Outra estratégia seria o estudante identificar os coeficientes da função. Uma vez que o parâmetro a é responsável pela concavidade e abertura da parábola, o parâmetro b indica se a parábola intersecta o eixo y no ramo crescente ou decrescente e o ponto c indica se a parábola intersecta o eixo y. Em seguida, indicar os zeros da função quadrática usando a fórmula $x = \frac{(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}$ e determinando seu vértice, o que permite encontrar o seu valor máximo e mínimo, que pode ser calculado assim: $V(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$.

No protocolo escrito apresentado na Figura 41, o estudante detalhou todas as etapas da resolução. Foram utilizados o Teste da Derivada Primeira para identificar o ponto de máximo ou de mínimo e o Teste da Segunda Derivada para identificar a concavidade da parábola. Com relação ao gráfico da função, sem levar em consideração a escala utilizada, o estudante identificou o ponto de máximo, a concavidade voltada para baixo e uma das raízes da parábola (-5,15). Por se tratar de uma questão contextualizada, o estudante foi capaz de atribuir significado aos valores obtidos por meio destes procedimentos.

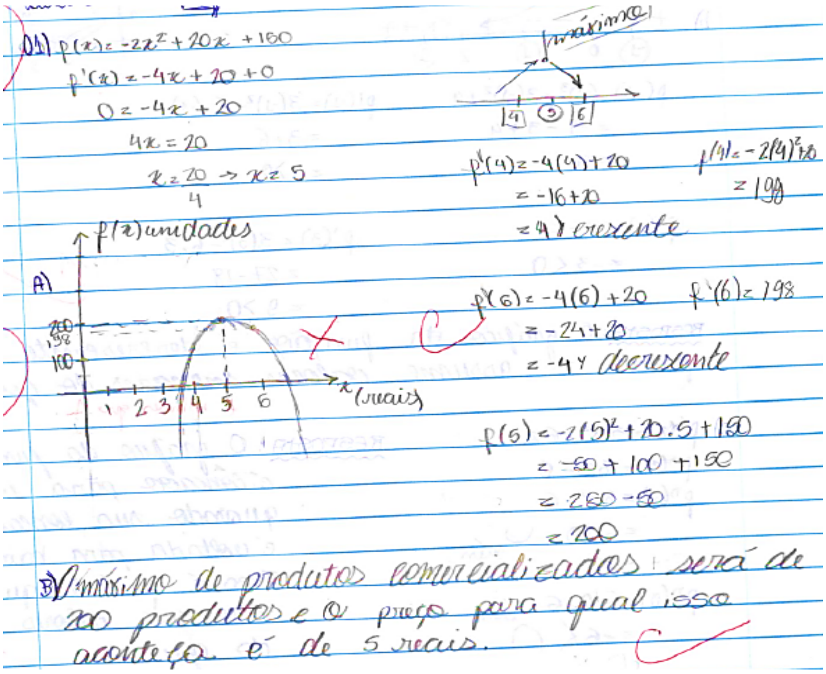
Figura 41 – Produção Escrita 3 do Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Na produção escrita da Figura 42, o estudante utilizou o Teste da Derivada Primeira para identificar o ponto de máximo ou de mínimo. Ele atribui valores, à esquerda e à direita do ponto crítico, na derivada primeira para verificar se a função é crescente ou decrescente. Assumindo que o gráfico dessa função quadrática é côncavo para baixo. Com base nessas informações, o estudante apresentou um esboço do gráfico, porém não houve preocupação com a determinação das raízes da parábola. Além disso, o estudante não buscou os pontos nos quais a curva corta o eixo x, fazendo uma marcação arbitrária.

Figura 42 – Produção Escrita 23 do Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2.

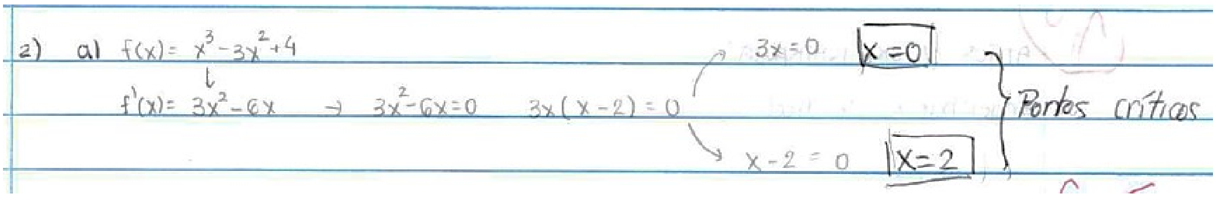


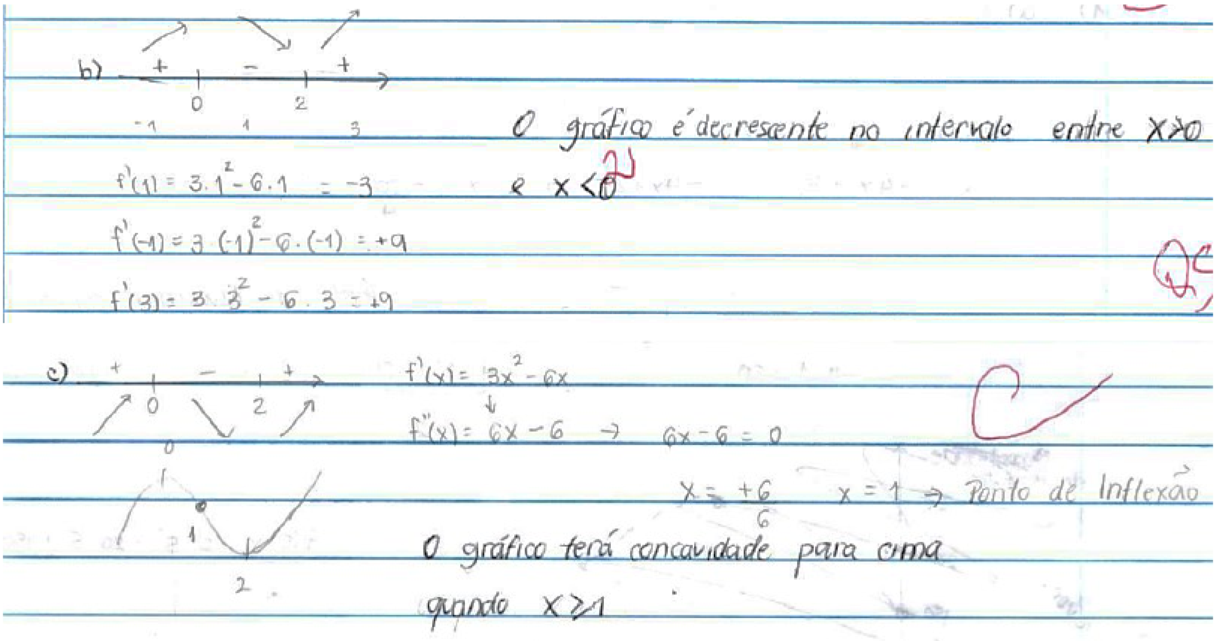
Fonte: Arquivo da pesquisa.

A Questão 2 é um exercício que busca atender à mesma demanda de conteúdo matemático, contudo a função polinomial, para esse caso, é de grau três. A questão é uma tarefa fechada, com contexto de matemática pura, isto é, não está contextualizado em uma situação real ou semirreal. Sua resolução envolve determinar o(s) ponto(s) crítico(s), o(s) intervalo(s) em que seu gráfico é decrescente e o(s) intervalo(s) em que seu gráfico é côncavo para cima para uma função polinomial do terceiro grau. Para esse caso, não há flexibilidade de estratégias, pois envolve a aplicação de um procedimento específico.

Na Figura 43, ilustra-se a resolução de um dos estudantes, que obteve uma expressão para a derivada primeira e a igualou a zero para encontrar os pontos de máximo ou de mínimo da função. Identificou o intervalo crescente e o decrescente, investigando o sinal da derivada em pontos à esquerda e à direita dos pontos críticos. Para o verificar o intervalo em que o gráfico é côncavo para cima, utilizou a proposição 2, considerando que quando $f''(x) = 0$, em que se tem um ponto de inflexão, onde a concavidade muda de sentido.

Figura 43 – Produção Escrita 4 do Instrumento de Avaliação 3 – Parte 2.

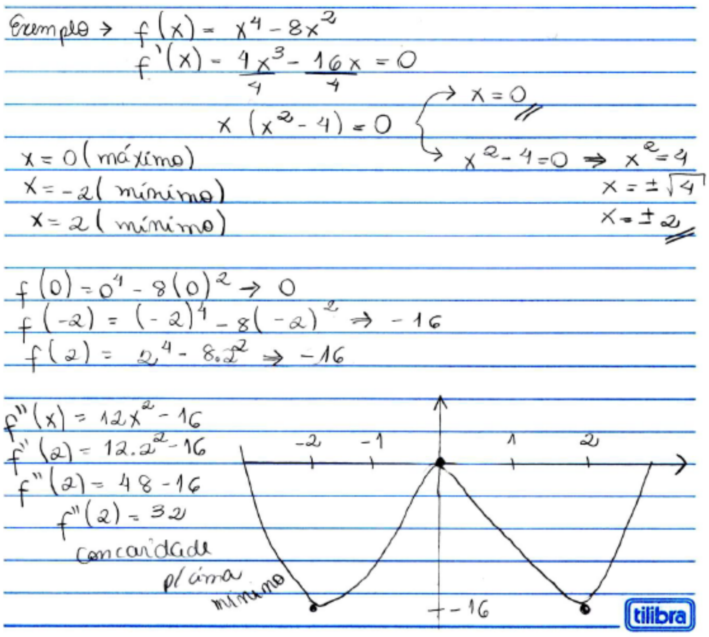




Fonte: Arquivo da pesquisa.

Uma relação dessa questão com uma questão proposta no portfólio (que solicitava aos estudantes construir seus próprios exemplos de utilização da derivada como ferramenta de estudo do (de)crescimento e da concavidade de uma função polinomial) é apresentada na Figura 44.

Figura 44 – Produção escrita 5 do Portfólio – Atividade 7.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Em síntese, a parte 1 desse instrumento carrega as mesmas características de comunicação do Instrumento de Avaliação 1, que é a possibilidade de um estudante contribuir para o processo de aprendizagem de seus colegas. O que diferencia um do outro é o uso de TDIC como ferramenta de apoio à aprendizagem, visto que a iteração com a ferramenta evidenciou aos estudantes que, com a forma canônica de uma função polinomial do segundo grau, consegue-se traçar o esboço e visualizar a importância dos coeficientes. Já a parte 2, ao trazer um problema no contexto de otimização, explora uma das demandas presentes nas Diretrizes Currriculares para o ensino de Engenharia de projetar soluções, isto é, tomar decisões e desenvolver processos de melhoria contínua de um problema contextualizado em problemas semirreais.

3.5 INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 4

A realização do Instrumento de Avaliação 4 ocorreu três momentos. O primeiro momento foi a elaboração da “cola” feita em horário extraclasse e integrante do portfólio – Atividade 8 - e o segundo momento, a resolução da prova escrita individual. A confecção da “cola” foi direcionada, pois acompanhou um roteiro que o estudante deveria seguir (Figura 45), disponibilizado alguns dias antes da data da Atividade Avaliativa 4. E o terceiro momento foi a elaboração de um vídeo.

Figura 45 – Roteiro para elaboração da “cola” no Instrumento de Avaliação 4 – Parte 1.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

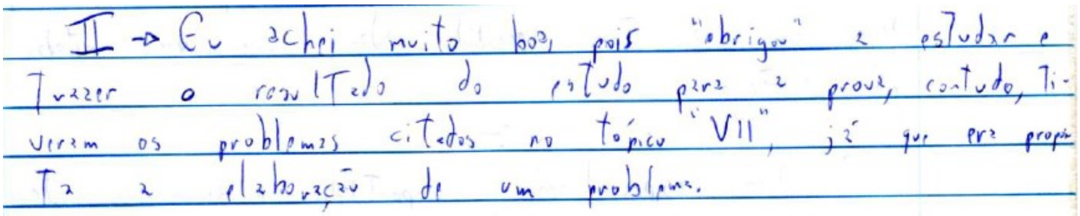
1. Construa uma função polinomial de 3º grau com raízes reais distintas. Em seguida:
   a) Utilize o estudo das derivadas para determinar seus pontos críticos e construir um esboço do seu gráfico.
   b) Utilize o conceito de integral definida para calcular a área da região delimitada pelo gráfico dessa função e o eixo x, no intervalo entre as duas maiores raízes reais.
2. Proponha e resolva um problema envolvendo o esboço e cálculo da área da ume região delimitada pelo gráfico de duas funções, sendo uma delas uma função do 1º grau e a outra uma função do 2º grau.
3. Proponha e resolva um problema envolvendo o cálculo do volume de um sólido de revolução.
4. Proponha e resolva um problema envolvendo a determinação da equação da reta tangente ao gráfico de uma função de 4º grau. Faça uma representação gráfica associada.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

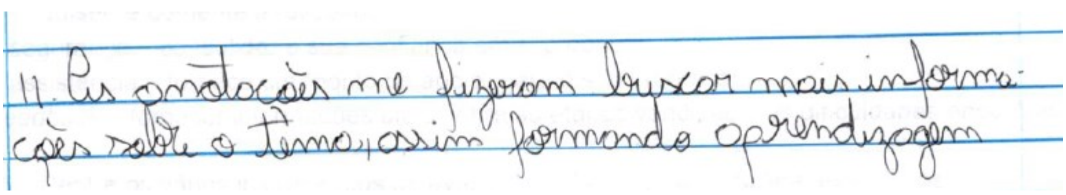
O roteiro foi composto por questões abertas de exploração em um contexto de matemática pura, demandando uma duração média para sua resolução. A composição da prova escrita individual, por sua vez, envolveu vários conceitos do CDI propostos de forma integrada, conforme organização curricular em espiral (TREVISAN; MENDES, 2017), como o estudo das derivadas de funções polinomiais e suas aplicações e aplicação com integrais definidas, ao contrário dos moldes tradicionais nos quais a avaliação é realizada com esses conteúdos sendo explorados em separado.

O reconhecimento da cola como um recurso para a aprendizagem, como discutido por Souza (2018), pode ser observada nas respostas dos estudantes na questão 5 do questionário como mostra a Figura 46.

Figura 46 – Produção Escrita 8 e 22 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 4 – Parte 1.


II → Eu achei muito bom, pois "obrigou" a estudar e trazer o conteúdo do estudo para a prova, contudo, tiveram os problemas citados no tópico "VII", já que era proposta a elaboração de um problema.

(22)

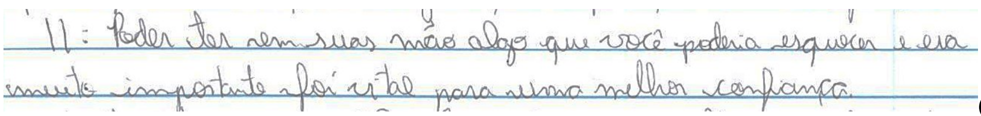

11. As anotações me fizeram buscar mais informações sobre o tema, assim formando aprendizagem

(8)

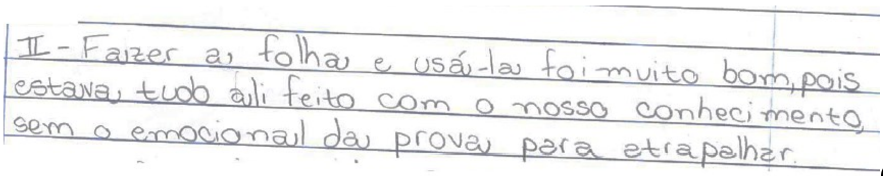
Fonte: Arquivo da pesquisa.

Outro aspecto relacionado à utilização da "cola" como material de consulta é a possibilidade de autorregulação da aprendizagem dos estudantes; por exemplo, na questão 5 do questionário, muitos estudantes se sentiram seguros e assistidos durante a realização da parte 2 do Instrumento de Avaliação 4, como mostra os protocolos apresentados pela Figura 47.

Figura 47 – Produção Escrita 2 e 3 no Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 4 – Parte 1.


11: Poder ter em suas mãos algo que você poderia esquecer e era muito importante foi vital para uma melhor confiança.

(2)


II - Fazer a folha e usá-la foi muito bom, pois estava tudo ali feito com o nosso conhecimento sem o emocional da prova para atrapalhar.

(3)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

A Figura 48 apresenta a segunda parte da Atividade Avaliativa 4, realizada individualmente e os estudantes poderiam utilizar a "cola" e a calculadora, e suas respostas deveriam ser justificadas. Foi resolvida por 17 estudantes, das quais 11 produziram a "cola".

Figura 48 – Instrumento de Avaliação 4 – Parte 2.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 4 – 14/10/2019 – VALOR 2,0 – 0,5 CADA

NOME: ____

- A PROVA É INDIVIDUAL E COM CONSULTA À "COLA", PODENDO UTILIZAR CALCULADORA (EXCETO CELULAR).
- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.
- AS QUESTÕES PODEM SER RESOLVIDAS COM LÁPIS.

1. Construa uma função polinomial de 3º grau com dois pontos críticos, sendo as abscissas (coordenadas x) desses pontos negativas. Apresente cálculos que justifiquem sua construção.

2. Para a função construída na questão anterior, determine a equação da reta tangente ao seu gráfico, no ponto de coordenada x=1.

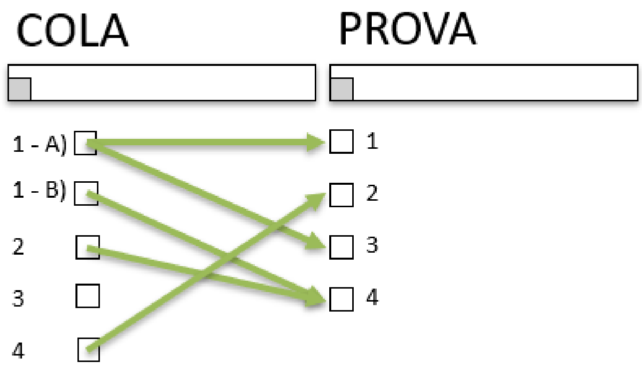
3. Ainda para a função construída na questão 1, determine o intervalo em que seu gráfico é côncavo para cima.

4. Proponha e resolva um problema envolvendo o cálculo da área sob o gráfico de uma função do 2º grau que possua duas raízes reais.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

A composição das questões da Atividade Avaliativa 4 é igual à do roteiro da "cola", isto é, as questões são abertas de exploração, demandando uma duração médio para sua realização, e o seu contexto se enquadra na matemática pura, segundo Ponte (2005). Analisando lado a lado as questões da cola (Figura 49) com as questões da Avaliação 4, observa-se que os dados da resolução das questões da "cola" poderiam auxiliar na resolução das questões da prova, com exceção da Questão 3, que trata do cálculo do volume de um sólido de revolução. Entretanto, a ferramenta "integral definida" aparece na Questão 4.

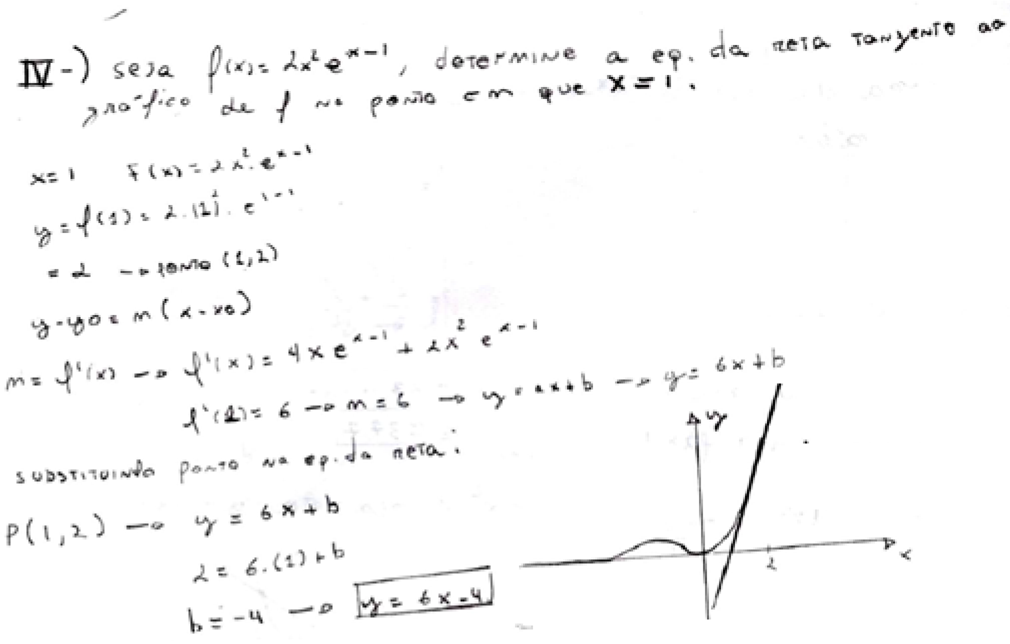
Figura 49 – Relação entre as questões da cola e do Instrumento de Avaliação.



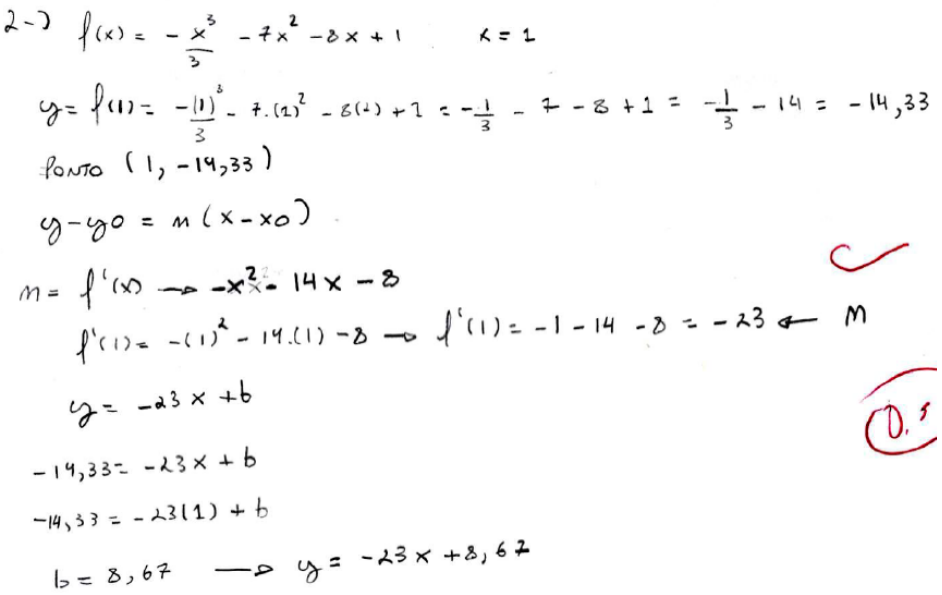
Fonte: Arquivo da pesquisa.

A produção escrita da Figura 50 ilustra uma situação na qual o estudante fez um uso da cola como uma recurso que oportunizou sua aprendizagem. Na Figura 50a, temos a Questão 4 da cola, em que o estudante precisou propor um problema envolvendo a equação da reta tangente. Nota-se que, na prova (Figura 50b), o estudante escreve corretamente a equação da reta tangente, evidenciando um a utilização de um procedimento similar ao presente na "cola".

Figura 50 – Produção Escrita do Portfólio referente ao Instrumento de Avaliação 4.



(a)

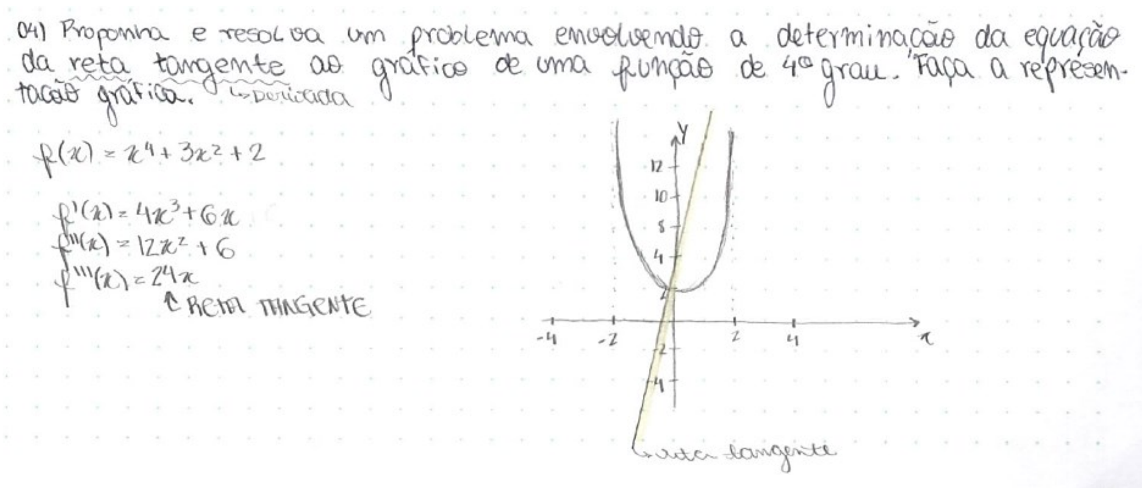


(b)

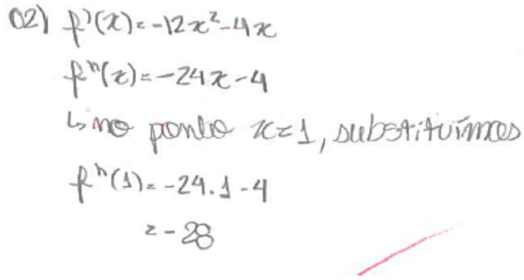
Fonte: Arquivo da pesquisa.

Já na Figura 51a, o estudante não pôde aproveitar a produção escrita desenvolvida na resolução da Questão 4 de sua cola, referente a equação da reta tangente, que havia sido resolvida incorretamente. Ele não aproveitou a ferramenta para fazer anotações pertinentes ao enunciado da questão para utilizá-la na resolução do instrumento avaliativo 4, na Figura 51b.

Figura 51 – Produção Escrita do estudante na "cola" e no Instrumento de Avaliação 4.



(a)



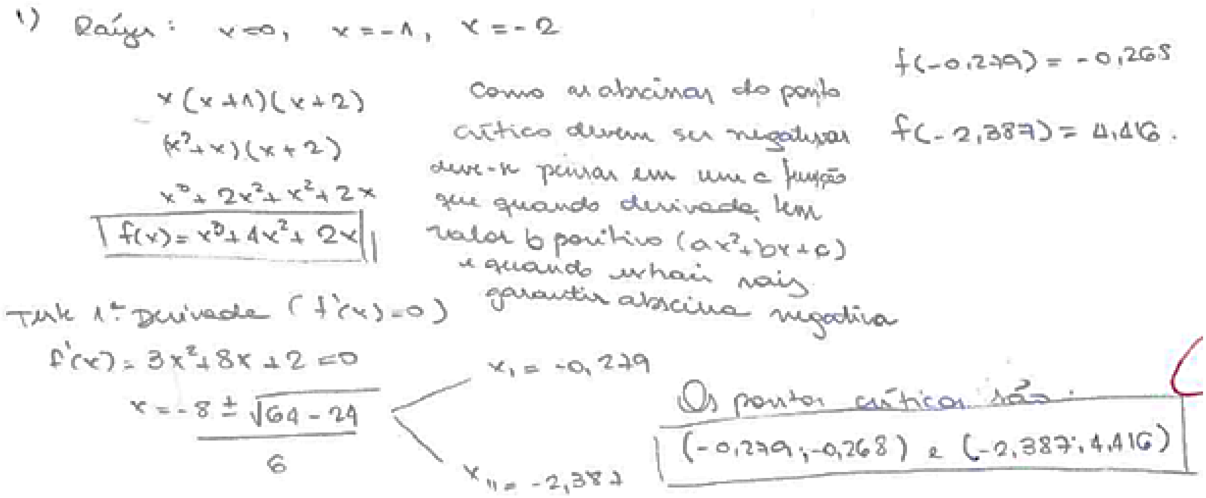
(b)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Destacamos que tarefas de exploração como as propostas na primeira e segunda parte do instrumento de avaliação 4 auxiliam na autonomia intelectual dos estudantes, por convidá-los a formularem questões e a procurarem justificações; além disso, podem ser classificadas como de alto nível de demanda cognitiva, envolvendo a utilização de procedimentos com conexão com significados (STEIN; SMITH, 1998).

Na Figura 52, pode-se observar que o estudante escolheu suas raízes ($x = 0$, $x = -1$ e $x = -2$) antes de determinar a expressão da função polinomial de terceiro grau satisfazendo o enunciado da questão. Sua justificativa para a escolha foi descrita exemplificando os passos de seu raciocínio: “como as abscissas do ponto crítico devem ser negativas, deve-se pensar em uma função que, quando derivada, tem valor b positivo ($ax^2 + bx + c$) e quando extrair as raízes garantir abscissa negativa”.

Figura 52 – Produção Escrita 4 do Instrumento de Avaliação 4 – Parte 2.

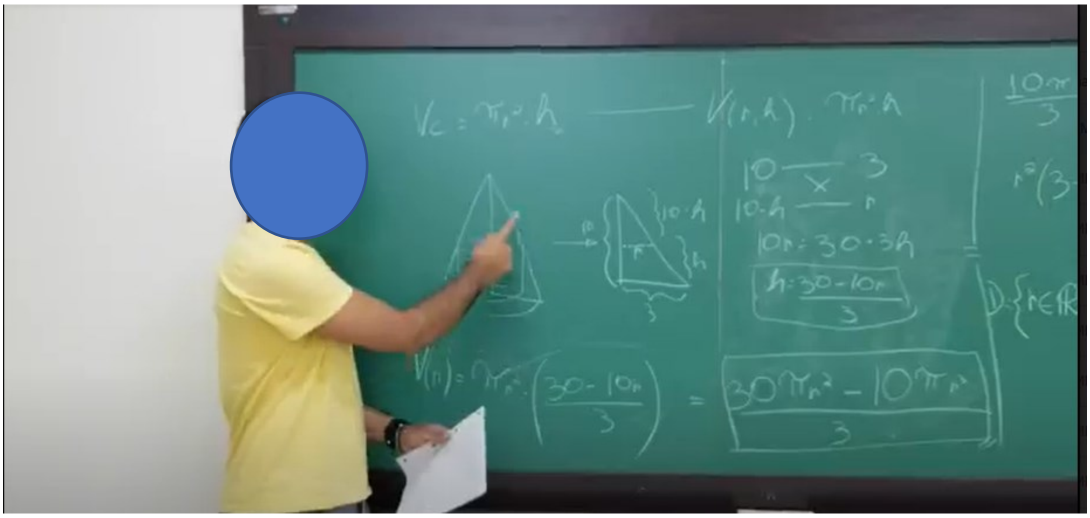


Fonte: Arquivo da pesquisa.

O terceiro momento desse Instrumento de Avaliação foi a elaboração de um vídeo resolvendo uma situação-problema. A turma foi dividida em duplas ou trios, e cada um deles recebeu uma situação de otimização diferente, selecionada pelo professor a partir de livros usuais de CDI 1.

A escolha do grupo, para fins de análise, foi feita aleatoriamente, uma vez que cada grupo recebeu uma situação a ser resolvida. A metodologia de produção do vídeo ficou a critério de cada grupo, desde que os todos integrantes participassem da apresentação. Nesse caso, o grupo selecionado era composto por dois integrantes e a situação proposta é referente ao cálculo da área máxima, além de noções sobre geometria espacial e geometria analítica. A título de exemplo, a Figura 53 ilustra a dinâmica escolhida por um dos grupos.

Figura 53 – Recorte do vídeo produzido por um grupo.



Fonte: Arquivo da pesquisa.

Trabalhar com produção de vídeo é mudar totalmente a realidade de avaliação que vem acompanhando os estudantes em aulas de CDI. Ao analisar a questão 5 do questionário, identifica-se uma aceitação positiva com relação a esse instrumento, com o uso de palavras como: divertido, sair da zona de conforto, um desafio, legal e diferente. Na Figura 54 evidenciamos algumas dessas falas pelos estudantes.

Figura 54 – Produção Escrita 11 e 22 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 4 – Parte 3.

VIII - Eu achei divertido fazer e editar o vídeo, não sei se me ajudou com a matéria, mas eu achei legal.

(22)

VIII Foi interessante essa execução, pois fez com que saíssemos da zona de conforto e contribuiu para que o aprendizado fosse melhor e mais completo. (11)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Outro fator importante presente nessa fase de utilização desse instrumento de avaliação 4 está relacionado com o protagonismo do estudante com relação a sua aprendizagem, pois ele teve um papel ativo, tornando-se um participante do processo, no qual justificou os procedimentos, podendo discutir, questionar, construir rotas de resolução, expor as suas ideias sobre o assunto com o professor da turma e com seus colegas no momento da elaboração do vídeo.

3.6 INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 5

O Instrumento de Avaliação 5 é composto por duas partes. A primeira parte é uma prova escrita, individual, envolvendo o contexto de "matemática pura", e as questões são problemas (Questão 1 e 2) e exercício (Questão 3) - Figura 55.

Figura 55 – Instrumento Avaliativa 5 – Parte 1.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

UTFPR

ATIVIDADE AVALIATIVA 5 – 29/10/2019 – VALOR 2,5
PARTE 1 – INDIVIDUAL (1,5)

NOME: ____________________

- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA. ALÉM DOS "RESULTADOS" SERÁ TAMBÉM AVALIADA A UTILIZAÇÃO CORRETA DA NOTAÇÃO MATEMÁTICA.
- RESOLVA TODAS AS QUESTÕES NA FOLHA DE ALMAÇO. NÃO FAÇA ANOTAÇÃO NESSA FOLHA DE QUESTÕES. PODE UTILIZAR LÁPIS EM SUA RESOLUÇÃO.

1. (0,5) Nos dois cálculos de limites apresentados abaixo, há erros. Para cada um deles: (a) Explique qual é o erro. (b) Apresente o cálculo correto.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^3-x^2}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x+1}{3x^2-2x}=\lim_{x\to 1}\frac{6x-2}{6x-2}=1$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+x+1}{x^3-x^2}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x+1}{3x^2-2x}=\lim_{x\to 1}\frac{6x-2}{6x-2}=1$$

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

UTFPR

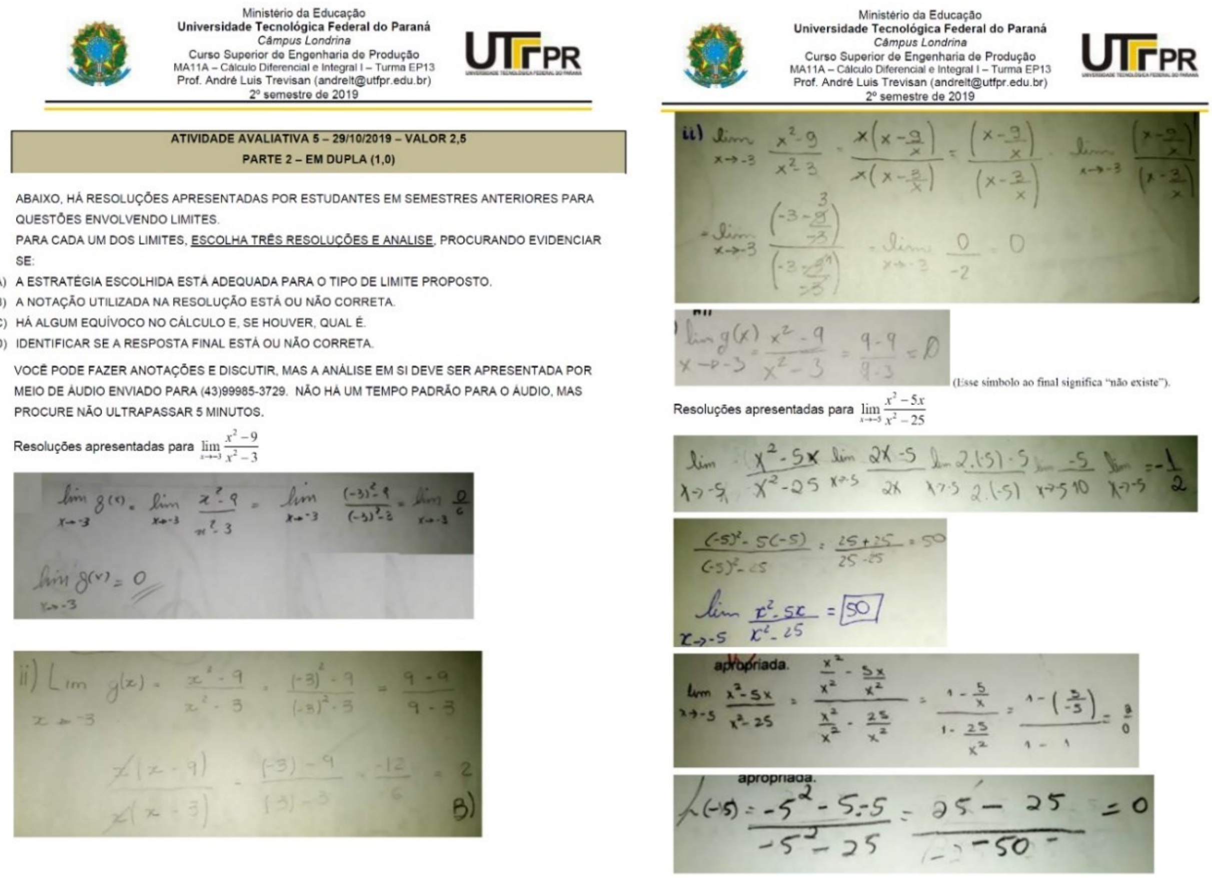
2. (0,5) É dada a função $f(x)=\frac{x^2-5x}{x^2-25}$. Justifique, por meio do cálculo de limites, a existência de assíntotas verticais e de assíntotas horizontais no gráfico dessa função. Em seguida, utilize essas informações para construir um esboço do gráfico da função (sem ficar "marcando pontinhos").
3. (0,5) Faça um esboço da região cuja área é o resultado da integral a seguir. Em seguida, calcule essa área: $\int_0^2[(2+x)-(x^2)]\,dx$.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

A parte dois desse instrumento (Figura 56) é uma avaliação de desempenho oral articulada com a análise de erros. A análise foca-se nessa parte, por se tratar de um instrumento totalmente diferente dos apresentados até agora. Trata-se de um recorte do artigo “Uma Experiência com um Instrumento de Avaliação do Desempenho Oral no Âmbito da Disciplina de Cálculo”, publicado na Revista Paranaense de Educação Matemática (ALVES; TREVISAN, 2020).

Para constituir esse instrumento de avaliação do desempenho oral, o professor da disciplina selecionou, com base na produção escrita de estudantes de CDI de semestres anteriores, resoluções que evidenciassem uma diversidade de estratégias e contemplavam equívocos usualmente cometidos no cálculo desse tipo de limite.

Figura 56 – Instrumento Avaliativo 5 – Parte 2.


Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 5 – 29/10/2019 – VALOR 2,5
PARTE 2 – EM DUPLA (1,0)

ABAIXO, HÁ RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ESTUDANTES EM SEMESTRES ANTERIORES PARA QUESTÕES ENVOLVENDO LIMITES.
PARA CADA UM DOS LIMITES, ESCOLHA TRÊS RESOLUÇÕES E ANALISE, PROCURANDO EVIDENCIAR SE:

A) A ESTRATÉGIA ESCOLHIDA ESTÁ ADEQUADA PARA O TIPO DE LIMITE PROPOSTO.
B) A NOTAÇÃO UTILIZADA NA RESOLUÇÃO ESTÁ OU NÃO CORRETA.
C) HÁ ALGUM EQUÍVOCO NO CÁLCULO E, SE HOUVER, QUAL É.
D) IDENTIFICAR SE A RESPOSTA FINAL ESTÁ OU NÃO CORRETA.

VOCÊ PODE FAZER ANOTAÇÕES E DISCUTIR, MAS A ANÁLISE EM SI DEVE SER APRESENTADA POR MEIO DE ÁUDIO ENVIADO PARA (43)99985-3729. NÃO HÁ UM TEMPO PADRÃO PARA O ÁUDIO, MAS PROCURE NÃO ULTRAPASSAR 5 MINUTOS.

Resoluções apresentadas para $\lim_{x\to -3} \frac{x^2-9}{x^2-3}$

(Esse símbolo ao final significa “não existe”).

Resoluções apresentadas para $\lim_{x\to -5} \frac{x^2-5x}{x^2-25}$

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Nele, foram apresentadas quatro resoluções para cada um dos dois limites de funções reais de uma variável real, a constar: $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2-9}{x^2-3}$ e $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2-5x}{x^2-25}$. Os estudantes foram orientados a escolher, para cada um deles, três dessas resoluções e analisá-las, procurando evidenciar se (A) a estratégia escolhida estava adequada para o tipo de limite proposto; se (B) a notação utilizada na resolução estava ou não correta; se (C) havia algum equívoco no cálculo e, se houvesse, dizer qual era, e (D) identificar se a resposta final estava ou não correta. A dupla poderia fazer anotações, mas a análise em si deveria ser apresentada por meio de áudio enviado para o professor, não havendo um tempo padrão para o áudio, mas não podia ultrapassar 5 minutos.

A análise dos dados iniciou-se, preliminarmente, pela escuta dos áudios e organização de uma planilha para cada um dos grupos (Tabela 1), verificando se os critérios solicitados haviam sido contemplados pelas duplas. As células hachuradas em cinza indicam as resoluções escolhidas pelos estudantes. O símbolo (✓), colocado nas células, significa que os estudantes comentaram com coerência o aspecto esperado (A, B, C e D, citados anteriormente) e o símbolo (✖) significa que os estudantes abordaram aquele aspecto, porém de forma incompleta ou equivocada. Células vazias indicam que aquele aspecto não foi contemplado no áudio da dupla. Para fins de quantificação, constituiu-se inicialmente uma escala de 0 a 1,0 para cada um dos dois limites: (A – 0,3), a estratégia escolhida estava adequada para o tipo de limite proposto; (B – 0,2), a notação utilizada na resolução estava ou não correta; (C – 0,3) havia algum equívoco no cálculo e, se houvesse, qual era; (D – 0,2), identificar se a resposta final estava ou não correta. Para atribuição de nota, entretanto, buscou-se um olhar mais holístico[9] em relação a essa escala, sem olhar individualmente cada critério, mas se o grupo tinha sido capaz de analisar os limites, contemplando esses critérios nas resoluções como um todo.

Tabela 1 – Planilha para análise do áudio das duplas – Instrumento Avaliativo 5 – Parte 2.

G0								
	Limite 1				Limite 2			
Critérios	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)
Resolução 1	✓							
Resolução 2	✖							
Resolução 3								
Resolução 4								
							PARCIAL:_____	

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Além da organização dessas planilhas, foi realizada a transcrição dos áudios enviados por 14 grupos. Em linhas gerais, pode-se destacar que, desse total, 8 grupos (57%) analisaram

[9] Considerando o preenchimento da planilha como um todo, e não somente a junção de suas partes.

detalhadamente os critérios solicitados e 6 grupos (43%) responderam superficialmente ao que foi pedido. Para fins de análise, selecionou-se a transcrição de três grupos (Tabela 2): uma dupla que detalhou satisfatoriamente os critérios solicitados, uma dupla em que houve diálogo para analisar os critérios, porém com utilização de linguagem bastante informal, e, por fim, uma dupla que abordou incompleta e superficialmente esses critérios, inclusive chegando a conclusões equivocadas.

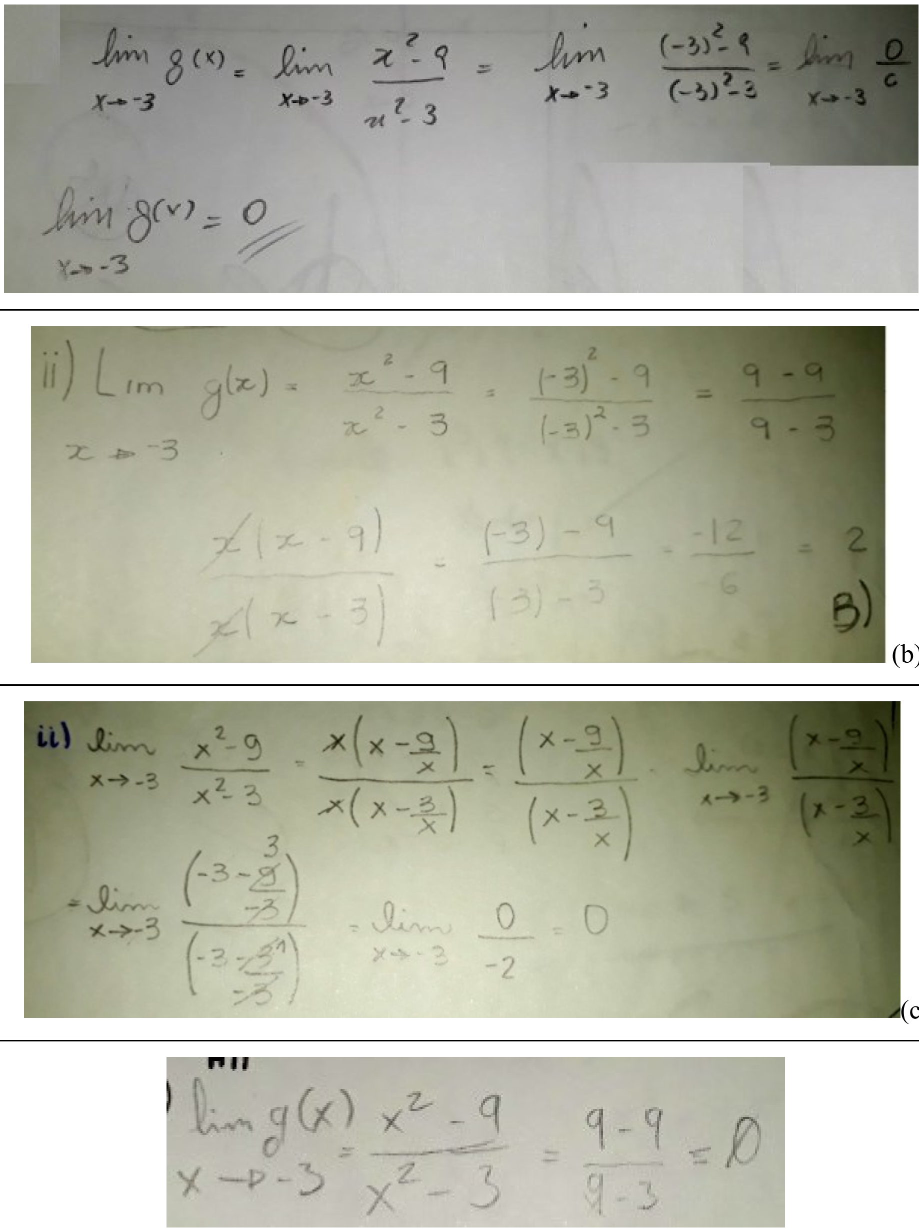
Tabela 2 – Planilha preenchida para os grupos selecionados – Instrumento Avaliativo 5 – Parte 2.

G0								
	Limite 1				Limite 2			
Critérios	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)
Resolução 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Resolução 2	✓	✓			✓	✓	✓	✓
Resolução 3	✓	✓	✓	✓				
Resolução 4					✓	✓	✓	✓
	Limite 1				Limite 2			
Critérios	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)
Resolução 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Resolução 2	✓	✓	✓	✓				
Resolução 3					✓	✓	✓	✓
Resolução 4	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
G0								
	Limite 1				Limite 2			
Critérios	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)
Resolução 1					✗		✓	
Resolução 2			✓	✓			✓	
Resolução 3	✗		✓	✓			✗	
Resolução 4			✓	✓				

Fonte: Arquivo da pesquisa.

No caso de $\lim_{x \to -3} \frac{x^2-9}{x^2-3}$, pode-se aplicar "teoremas de limites" usualmente enunciados em livros de CDI, de modo que o limite pode ser calculando o quociente do valor dos polinômios do numerador e do denominador em $x = -3$, obtendo-se o resultado 0 (como ilustrado na resolução da Figura 57a). É frequente que os estudantes procurem utilizar técnicas de fatoração em limites desse tipo, na "expectativa" de que o valor zero seja "cancelado", como ocorre no caso de limites de funções racionais nas quais numerador e denominador são iguais a zero. Tal estratégia aparece na resolução da Figura 57b, na qual, equivocadamente, obtém-se o valor 2. Já no caso da Figura 57c, embora se utilize uma técnica indicada no cálculo de limites de funções racionais, quando $x \to \pm\infty$, a resolução está correta. Por fim, em 57d há um desenvolvimento parcialmente correto, uma vez que se conclui que aquele limite "não existe".

Figura 57 – Resoluções de estudantes de semestres anteriores para $\lim_{x \to -3} \frac{x^2-9}{x^2-3}$



(a)

(b)

(c)

(Esse símbolo ao final significa "não existe") (d)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

A fim de evidenciar o modo como um dos grupos abordou essa questão, a seguir apresenta-se um trecho da transcrição da fala de um estudante, na qual são detalhados satisfatoriamente todos os critérios solicitados.

A terceira resolução para o primeiro limite [Figura 57c], a notação está incorreta no resultado, apesar dela ter utilizado a notação correta no início, limite da função quando x tende a menos 3, no resultado ela colocou apenas limite de zero sobre menos 2 quando x tende a menos 3, que estaria incorreto [...]

A estratégia que ela utilizou está correta, porque ela fatorou corretamente o limite, diferentemente do segundo [Figura 57b] que acabou não colocando os termos menos 9 e menos 3 divididos por x, porque assim poderia fazer por fatoração. A estratégia está correta, mas podia ter utilizado a substituição. Os cálculos estão corretos e o resposta está correta.

Os estudantes reconhecem que a estratégia de fatoração escolhida estava adequada (critério A), embora aplicada de forma incorreta na resolução da Figura 57b. Destacam, também, que o limite poderia ter sido resolvido por "substituição", referindo-se à determinação do valor dos polinômios do numerador e do denominador em $x = -3$. No que tange à notação (critério B), reconhecem sua utilização de forma parcialmente correta na resolução da Figura 57c, destacando que, na etapa final, mantém-se incorretamente o símbolo de limite em $\lim_{x\to -3} \frac{0}{-2}$. Explicitam, também, que os cálculos e a resposta final, nessa mesma resolução, estão corretos (critérios C e D). Embora não mencionem esses critérios para a resolução da Figura 57b, fica subtendendo que reconhecem como incorreta a resposta final, consequência da fatoração realizada, também, de forma incorreta. De maneira geral, a discussão contemplou satisfatoriamente todos os critérios, com cuidado na linguagem e utilização de uma linguagem mais técnica em sua argumentação.

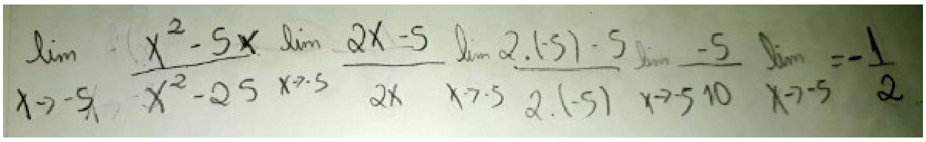
Outra dupla, por sua vez, apesar de também contemplar todos os aspectos em sua fala, utiliza uma linguagem mais informal, como exemplificado no trecho transcrito a seguir, referente à análise realizada da resolução presente na Figura 57b. Nesse trecho, as falas misturam-se, numa espécie de "jogral", no qual um complementa ou reafirma a fala do outro.

Aluno 1: Agora a dois [Figura 57b], a estratégia está adequada, não, ele fez coisa que não precisava [risos].
Aluno 2: E ainda indicou errado, para o x, ele isolou o x de modo errado - sim.
Aluno 1: A notação utilizada na resolução é não correta, não, ele só indicou o limite uma vez.
Aluno 2: Sim, faltou indicar o resto [...]. [risos] errou o resultado com isso, né, com o equívoco que ele fez.

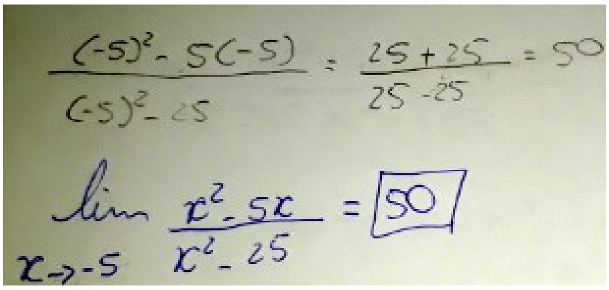
A dupla reconhece que a primeira estratégia da resolução (no caso, determinação do valor dos polinômios do numerador e do denominador em $x = -3$) estava correta, porém, ao optar pela fatoração, realiza-a de forma equivocada (critérios A e C), também fazendo uso de uma notação incompleta (critério B), levando, assim, a uma resposta final incorreta (critério D).

Em $\lim_{x\to-3}\frac{x^2-5x}{x^2-25}$, temos um exemplo de limite no qual o denominador é zero, quando $x=-5$, mas o numerador não é. Novamente, é uma situação na qual os estudantes utilizam técnicas de fatoração na "expectativa" de que o valor zero seja "cancelado", quando, na verdade, o limite pode ser ∞, $-\infty$ ou, ainda, ∞ de um lado e $-\infty$ do outro (o que ocorre no caso de limite em análise). Nenhuma das resoluções selecionadas trazia como estratégia a utilização de limites laterais, sendo uma expectativa a menção dessa estratégia pelos estudantes em sua análise. Na resolução da Figura 58a, tem-se uma aplicação equivocada da Regra de L'Hôpital, uma vez que o numerador da função racional é não nulo em $x=-5$. Na Figura 58b, por sua vez, conclui-se, de forma incorreta, que o resultado é 50. Na Figura 58c, aplica-se uma técnica indicada no cálculo de limites de funções racionais, quando $x\to\pm\infty$, o que leva à indeterminação $2/0$, tomada como resposta final. Por fim, na Figura 58d, obtém-se uma resposta final incorreta, consequência do cálculo de $(-5)^2$, ora resultando em 25, ora em -25.

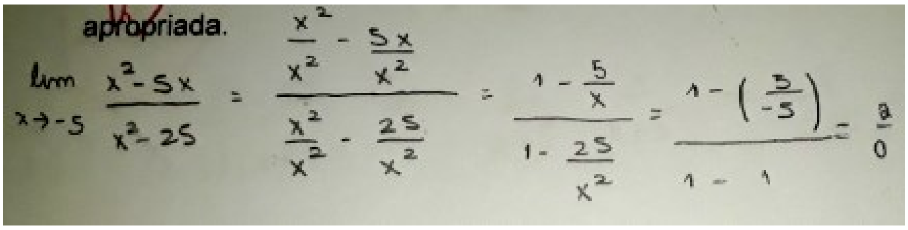
Figura 58 – Resoluções de estudantes de semestres anteriores para $\lim_{x\to-3}\frac{x^2-5x}{x^2-25}$



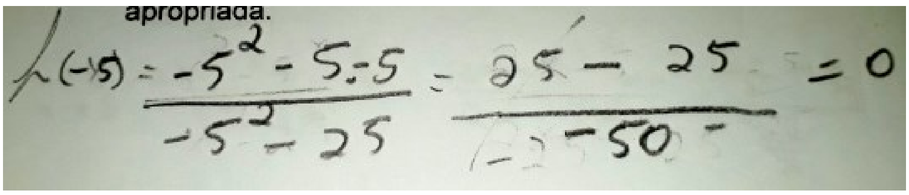
(a)



(b)



(c)



(d)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

A seguir, apresenta-se a transcrição da análise realizada por uma das duplas:

Para o segundo limite [Figura 58a], na primeira resolução, a notação está incorreta porque, no resultado, ela colocou apenas limite de nada, quando x tende a menos 5 igual a menos meio. A estratégia que ela utilizou foi de L'Hôspital, só que ela não pode ser utilizada nesse caso porque apenas o denominador zera, e é utilizada quando ambos os denominadores e numerador zera, então a pessoa, a estratégia foi incorreta, sendo assim, os cálculos acabam sendo incorretos também e a resolução da mesma forma [...] Na quarta resolução [Figura 58d] para o segundo limite, a pessoa não utilizou a notação, então ela estaria incorreta, a estratégia também foi incorreta, porque ela utilizou a substituição no lugar de fazer a divisão pelo termo de maior expoente, por exemplo. Sendo assim, os cálculos também foram incorretos, porque, desde o começo, a estratégia está errada, mas também no denominador ela elevou ao quadrado o termo menos 5 e ela considerou como se o resultado fosse menos 25 que seria incorreto, na verdade seria mais 25. Então, a resposta também acabou sendo incorreta.

Essa fala contempla uma análise dos quatro critérios, inclusive destacando a utilização incorreta do símbolo de limite ao final da resolução da Figura 58a. Evidencia a compreensão da Regra de L'Hôpital, reconhecendo que ela não se aplica àquele limite. Destaca também o equívoco de cálculo na resolução da Figura 58d, na qual o resultado correto de $(-5)^2$ é 25. Entretanto, em um dos trechos da sua fala, aponta que "utilizou a substituição no lugar de fazer a divisão pelo termo de maior expoente", levando a inferir que o grupo reconhece, de forma equivocada, que essa estratégia se aplica ao limite em questão.

Outra dupla, por sua vez, identificou que a estratégia adequada para o cálculo desse tipo de limite envolve o estudo dos limites laterais, conforme trecho transcrito a seguir, referente à análise da resolução da Figura 58d.

Aluno 1: A estratégia.
Aluno 2: Não que tinha que ser limites laterais, do ...
Alunos 1 e 2: Mesmo jeito.
Aluno 1: A, B [referindo-se aos critérios de análise] a notação, não, faltou limite
Alunos 1 e 2: Os parênteses.
Aluno 2: Sim, a função também.
Aluno 1: A função, é tudo, né?
Aluno 2: Ele nem escreveu limites, colocou um L menos 5 [referindo-se ao f (-5)].
[...]

Aluno 1: Os cálculos, totalmente errado, porque ele falou que, que, nossa senhora, ele falou que menos cinco ao quadrado que seria vinte e cinco menos vinte e cinco menos cinquenta ...
Aluno 2: Sim.
Aluno 1: É porque ele não usou os parênteses.
Aluno 1: É
Aluno 2: Por isso ...
Aluno 2: Ele se perdeu no cálculo muito provavelmente
Aluno 1: É, então ele errou os cálculos e com isso a D que é o resultado.
Aluno 2: Está errado.

Na análise realizada, a dupla reconhece problemas na notação (uma vez que não foi indicado o cálculo de um limite – "faltou o limite", disse G71), bem como nos cálculos, em decorrência da ausência de parênteses. Embora mencione que a estratégia adequada para esse tipo de limite envolve o estudo dos limites laterais, ela não é aprofundada ou detalhada no diálogo do grupo. Trata-se de uma expectativa inicial dos autores, que não ficou clara nos critérios de análise solicitados na tarefa.

Por fim, são trazidos trechos do diálogo de uma terceira dupla, que abordou de forma incompleta os critérios, chegando a conclusões equivocadas. Na transcrição a seguir, o estudante analisa a resolução da Figura 58a:

[...] a pessoa começou derivando, só que depois ela acabou errando na parte de multiplicação e soma e subtração, que, na sua conta, deveria dar -15 e acabou colocando -5, e eu não sei por que ele fez isso, acho que deve ter cortado com a parte de baixo, dando um resultado totalmente diferente, o dele deu -0,5, e na nossa conta não teria dado isso, teria dado, acho que 1,5, tá [sic] bom.

A dupla reconhece a utilização da "derivada" (referindo-se à Regra de L'Hôpital) como estratégia de resolução, porém sem mencionar se estaria ou não correta. Não há comentários sobre o uso correto de notação. A fala, "*ela acabou errando na multiplicação, e soma e subtração*", indica reconhecimento de um erro de cálculo ao avaliar o polinômio do numerador em $x = -5$, porém não menciona que também há um erro ao avaliar o polinômio do denominador. Apresenta, ainda, uma hipótese equivocada quanto ao motivo do engano: *"acho que deve ter cortado com a parte de baixo"*. Por fim, conclui que o limite deveria ser 1,5, conclusão incorreta, uma vez que a Regra de L'Hôpital não se aplica a esse tipo de limite.

Na continuidade, a dupla analisa as resoluções das Figuras 58b e 58c:

Aluno 1: Na segunda resolução [Figura 58b], na segunda parte da conta ele coloca 25 mais 25, [dividido] por 25 menos 25 e o único resultado que ele coloca são 50, ele esquece da parte de baixo que daria zero e seria 50 dividido por zero que no final daria zero também.
Aluno 2: Na terceira conta [Figura 58c], ele acaba fazendo a derivação e chega num resultado de dois dividido por zero, que seria zero, não sei [...]
Aluno 1: Na terceira resolução, eu percebi que acabei falando coisa errônea e daí ele não acabou derivando e sim dividindo a parte de cima e a de baixo por x ao quadrado, ele fez dessa forma chegando em um resultado de dois sobre zero, que daí é zero.

A análise aqui realizada aborda apenas o critério C, referente aos cálculos realizados. Há uma tentativa de identificar a estratégia adotada na resolução da Figura 58c, pois, inicialmente, menciona o uso da "derivação" (possivelmente influenciada pela análise já realizada anteriormente) e, na continuidade do áudio, reconhece que, na verdade, foi utilizada a divisão do numerador e denominador pela maior potência do denominador. Entretanto, nenhuma dessas estratégias aplica-se ao limite em questão, aspecto desconsiderado pelo grupo em sua análise. Novamente, a expectativa dos autores era de uma análise mais aprofundada, com a explicitação do motivo pelo qual determinada estratégia poderia ou não ser utilizada, porém isso não ficou claro na formulação dos critérios propostos na tarefa. Um último aspecto evidenciado na análise do grupo é uma incompreensão quanto à natureza das indeterminações da forma *"constante dividido por zero"*. No que tange à resolução da Figura 58b, os participantes apontam que *"50 dividido por zero que no final daria zero",* enquanto, na Figura 58c, destacam que o *"resultado de dois sobre zero, que daí é zero"*.

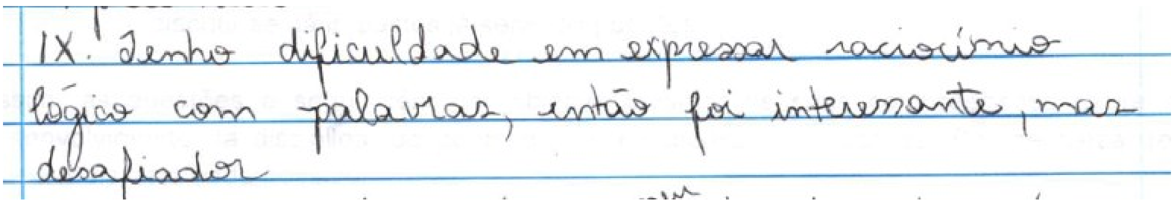
Conforme apontam Iannone, Czichowsky e Ruf (2020), esse tipo de avaliação pode ser potencializada pela utilização da avaliação de desempenho oral, pois, no contexto oral, os estudantes, além de relacionar conceitos, tinham maior possibilidade de produzir argumentos e transmitiam sua compreensão ao trabalhar de maneira dialógica, diferentemente de trabalhar apenas no contexto escrito. O fato de os estudantes estarem habituados a trabalhar em grupo e realizar discussões promoveu algumas características associadas a uma melhor compreensão de conceitos, como poder vincular conceitos matemáticos, identificar a veracidade de uma resolução e analisar o seu erro.

Acerca das potencialidades do instrumento, destaca-se sua característica em termos da comunicação dialógica, possibilitando que os estudantes raciocinassem e resinificassem conceitos, além de realizar correções "em tempo real" e ajustes na elaboração dos argumentos, sendo capazes de se envolverem em um discurso científico (IANNONE; CZICHOWSKY;

RUF, 2020). Analisar a produção de outros estudantes possibilitou aos estudantes desta investigação reconstruir, explicar e criticar a sua própria resolução, explorando diversificadas formas de resolução e aprendendo Matemática de forma alternativa.

Algumas limitações na constituição do instrumento incluem a divisão, na fala, entre os integrantes e o tratamento “mecânico” dos critérios, o que se deve, em parte, a uma rotina de estudo com a qual estão habituados (TREVISAN; MENDES, 2018), trabalhando individualmente e privilegiando a mecanização a partir da realização de tarefas análogas, exteriorizando concepções equivocadas acerca de alguns conceitos matemáticos.

Figura 59 – Produção Escrita (E5) no Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 5 – Parte 2.


IX. Tenho dificuldade em expressar raciocínio lógico com palavras, então foi interessante, mas desafiador

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Essas particularidades ficam evidentes na transcrição do grupo G9, em que os participantes apresentam ausência de análise mais aprofundada, conceitual. Outro fato é a dificuldade em expressar oralmente alguns aspectos de notação, usando uma linguagem mais “livre”, informal, apresentando dificuldades em expor e argumentar suas ideias em grupo ou para toda a sala como mostrado na Figura 59.

3.7 INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 6, 7 E 8

Por se tratar de instrumentos de avaliação que apresentam características similares às dos outros já comentados, nesta subseção são feitos comentários destacando os pontos mais interessantes de cada um, exceto do Instrumento 8 (Anexo K), que é próximo dos instrumentos 6 e 7, sem o material de consulta. Os instrumentos foram aplicados em um momento em que o foco da disciplina estava voltado para a aplicação de regras de derivação e integração. Buscou-se, porém, construir instrumentos que se contemplassem características do ambiente de ensino e de aprendizagem proposto na disciplina, diferenciando-se do modo como, usualmente, era feito nos moldes tradicionais – questões fechadas, conteúdos de limites, integral e derivada avaliativos de forma desarticulada.

O Instrumento de Avaliação 6 (Figura 60) é uma prova escrita individual, contextualizada na "matemática pura", envolvendo exercícios e problemas. Os estudantes poderiam levar como cola cinco páginas xerocadas ou impressas de algum livro de CDI. Foram identificadas 23 produções escritas, das quais 17 utilizaram o material de consulta e 05 não. Entre os conteúdos apresentados nas "colas", os estudantes incluíram definições e propriedades de limite, derivada (regras de derivação) e integral (métodos de integração, integral por partes, integrais definidas), além de exemplos de exercícios resolvidos.

Nas Questões 1 e 2 da prova, destaca-se a possibilidade de regulação da aprendizagem oferecida aos estudantes, por convidá-los a formularem questões e a procurarem justificações. A questão 3 envolve a aplicação de um procedimento específico sobre derivadas. Já a Questão 4 oferece aos estudantes a oportunidade de escolha para a resolução de integrais indefinidas.

Figura 60 – Instrumento de Avaliação 6.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 6 – 18/11/2019 – VALOR 2,5 – 0,5 CADA

NOME: ____

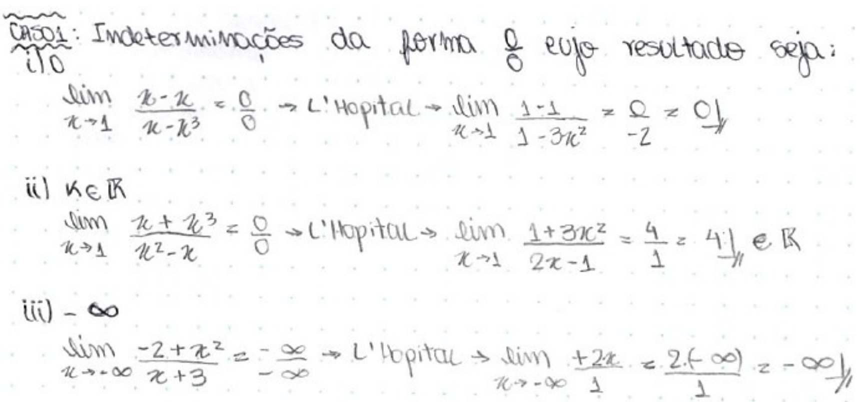
- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA. ALÉM DOS "RESULTADOS" SERÁ TAMBÉM AVALIADA A UTILIZAÇÃO CORRETA DA NOTAÇÃO MATEMÁTICA.
- RESOLVA TODAS AS QUESTÕES NA FOLHA DE ALMAÇO. NÃO FAÇA ANOTAÇÃO NESSA FOLHA DE QUESTÕES. PODE UTILIZAR LÁPIS EM SUA RESOLUÇÃO.

1. Construa e resolva um limite envolvendo uma indeterminação do tipo "zero sobre zero", cuja resposta final seja 3 (Não vale copiar da "cola", caso nela conste algum exemplo resolvido).
2. Construa e resolva um limite envolvendo uma indeterminação da forma "constante sobre zero" cuja resposta final seja "infinito" (Não vale copiar da "cola", caso nela conste algum exemplo resolvido).
3. A derivada de $y=\frac{x-1}{2x+3}$, em sua forma mais simplificada, pode ser escrita como $y'=\frac{A}{B}$, sendo A uma constante e B uma função polinomial.
   (a) Qual é o valor de A?
   (b) Qual é o grau de B?
4. Escolha e resolva uma das integrais: a) $\int 2x\left(1+2x^2\right)^2 dx$ b) $\int t^2\sqrt{t^3+1}dt$
5. Registre algo que você saiba sobre algum dos assuntos da prova e que constava em sua "cola", mas não foi cobrado em nenhuma das questões. Você pode escrever a respeito, criando (e não copiando) exemplos, ou ainda propor e resolver uma questão envolvendo esse assunto. Para qualquer uma dessas opções, explique como a cola o "ajudou".

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Relacionando com o portfólio, nessa fase do curso as questões presentes nos instrumentos de avaliação eram mais técnicas. Por exemplo, na tarefa 13 foi solicitado para os estudantes construir e resolver, em detalhes, três exemplos de limites envolvendo funções da forma $\frac{f(x)}{g(x)}$ para três casos: i) indeterminações da forma $\frac{0}{0}$ cujo resultado seja 0, ou $k \in \mathbb{R}$ ou $-\infty$(Figura 61a); ii) indeterminação da forma $\frac{k}{0}, k \in \mathbb{R}$ e iii) indeterminação da forma $\frac{0}{k}, k \in \mathbb{R}$. A tarefa 11 (Figura 61b) solicita aos estudantes construir exemplos de funções f e g,com $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ e $\lim_{x\to-\infty} g(x) = \infty$, tal que: i) $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$; ii) $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$ e iii) $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = -7$. Essas tarefas ofereceram embasamento para a resolução das questões 1 e 2 da atividade avaliativa 6.

Figura 61 – Produção Escrita 2 do Portfólio - Atividade 11 (a) e 13 (b).



CASO 1: Indeterminações da forma $\frac{0}{0}$ cujo resultado seja:

i) 0

$\lim_{x\to 1} \frac{x-x}{x-x^3} = \frac{0}{0} \to$ L'Hopital $\to \lim_{x\to 1} \frac{1-1}{1-3x^2} = \frac{0}{-2} = 0$

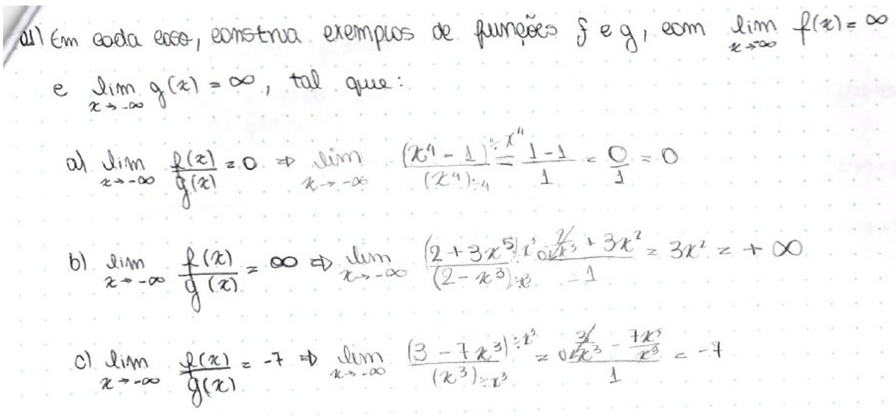
ii) $k \in \mathbb{R}$

$\lim_{x\to 1} \frac{x+x^3}{x^2-x} = \frac{0}{0} \to$ L'Hopital $\to \lim_{x\to 1} \frac{1+3x^2}{2x-1} = \frac{4}{1} = 4 \in \mathbb{R}$

iii) $-\infty$

$\lim_{x\to -\infty} \frac{-2+x^2}{x+3} = \frac{-\infty}{-\infty} \to$ L'Hopital $\to \lim_{x\to -\infty} \frac{+2x}{1} = \frac{2.(-\infty)}{1} = -\infty$

(a)



11) Em cada caso, construa exemplos de funções f e g, com $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ e $\lim_{x\to-\infty} g(x) = \infty$, tal que:

a) $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} \frac{(x^4-1):x^4}{(x^4):x^4} = \frac{1-1}{1} = \frac{0}{1} = 0$

b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} \frac{(2+3x^5):x^3}{(2-x^3):x^3} = \frac{0 + 3x^2}{-1} = 3x^2 = +\infty$

c) $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = -7 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} \frac{(3-7x^3):x^3}{(x^3):x^3} = \frac{0 - \frac{7x^3}{x^3}}{1} = -7$

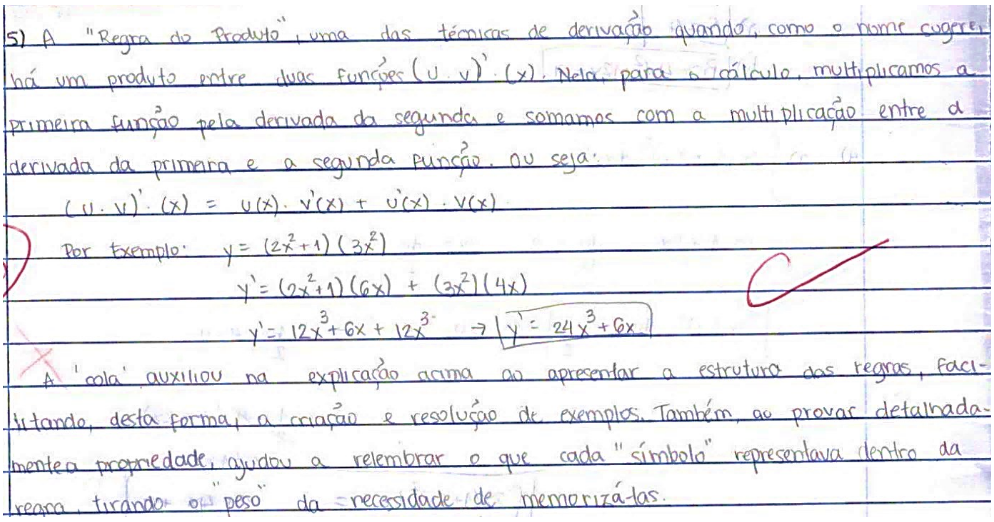
(b)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Nesse instrumento, vale destacar a Questão 5, que solicitou ao estudante registrar um assunto da prova que constava na “cola”, mas não foi abordado em nenhuma questão a partir da criação de exemplos, além de explicar se a “cola” auxiliou na resolução da prova.

Na produção escrita da Figura 62, mostra-se a Regra do Produto como o conteúdo que estava presente na “cola” e explica que ajudou no desenvolvimento. Vale destacar que o estudante relata que, com esse material de consulta, não precisou memorizar os procedimentos, confirmando as ideias de Souza (2018) de que permitir a utilização da cola como material de consulta evita a exclusiva memorização dos conteúdos.

Figura 62 – Produção Escrita 11 do Instrumento de Avaliação 6.



5) A "Regra do Produto", uma das técnicas de derivação quando, como o nome sugere, há um produto entre duas funções $(u \cdot v)'(x)$. Nela, para o cálculo, multiplicamos a primeira função pela derivada da segunda e somamos com a multiplicação entre a derivada da primeira e a segunda função. Ou seja:

$(u \cdot v)'(x) = u(x) \cdot v'(x) + u'(x) \cdot v(x)$

Por exemplo: $y = (2x^2+1)(3x^2)$

$y' = (2x^2+1)(6x) + (3x^2)(4x)$

$y' = 12x^3 + 6x + 12x^3 \rightarrow \boxed{y' = 24x^3+6x}$

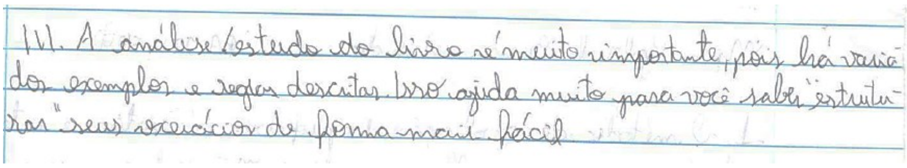
A 'cola' auxiliou na explicação acima ao apresentar a estrutura das regras, facilitando, desta forma, a criação e resolução de exemplos. Também, ao provar detalhadamente a propriedade, ajudou a relembrar o que cada "símbolo" representava dentro da regra, tirando o "peso" da necessidade de memorizá-las.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Relacionando com a questão 5 do questionário individual, destacamos duas situações: a primeira apresentada na Figura 63a é referente a uma fala de como o instrumento ajudou na aprendizagem, já na segunda situação mostramos a complexidade dos materiais didáticos para o Ensino de CDI (Figura 63b).

Figura 63 – Produção Escrita 2 e 8 do Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 6

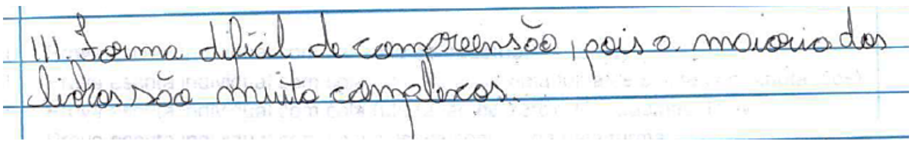
Produção escrita 2



11. A análise/estudo do livro é muito importante, pois há vários dos exemplos e regras descritas. Isso ajuda muito para você saber "estruturar" seus exercícios de forma mais fácil

(a)

Produção escrita 8



11. Forma difícil de compreensão, pois a maioria dos livros são muito complexos.

(b)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Do Instrumento de Avaliação 7, foram obtidas 23 produções escritas. Trata-se de uma prova era individual e com possibilidade de utilização de material de consulta, uma "cola coletiva", elaborada na lousa da sala de aula. Para isso, os estudantes poderiam fazer anotações na lousa, antecipando o que consideravam necessário para a sua resolução, sem saber como eram as questões (Figura 64). Para isso, o professor dispôs os 20 minutos iniciais da aula para que a turma, como um todo, fizesse anotações. Nesse tempo, a turma ficou sozinha e pôde negociar o que considerava ou não relevante incluir nas anotações[10].

Figura 64 – Instrumento de Avaliação 7.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

ATIVIDADE AVALIATIVA 7 – 02/12/2019 – VALOR 3,0

- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA. ALÉM DOS "RESULTADOS" SERÁ TAMBÉM AVALIADA A UTILIZAÇÃO CORRETA DA NOTAÇÃO MATEMÁTICA.
- RESOLVA TODAS AS QUESTÕES NA FOLHA DE ALMAÇO. NÃO FAÇA ANOTAÇÃO NESSA FOLHA DE QUESTÕES. PODE UTILIZAR LÁPIS EM SUA RESOLUÇÃO.

1. (0,4) Proponha e resolva um limite envolvendo combinações de funções polinomiais e trigonométricas, na qual seja necessário usar duas vezes a regra de L'Hôpital

2. (0,4) Proponha e resolva uma integral cujo integrando envolva parte exponencial e parte trigonométrica, e em cuja resolução seja necessário uso do método de substituição simples

3. (1,0) Resolva com detalhes as integrais a seguir.

a) $\int x\cos(x^2)dx$ b) $\int x^2\cos(x)dx$

4. (0,4) Esboce e calcule a área da região delimitada pelos gráficos de $y = senx$ e $y = \cos x$ em $[0,\pi/2)$.

5. (0,4) Resolva $\int_0^1 \frac{1}{2x-4}dx$.

6. (0,4) Mostre em detalhes que derivada da função secante pode ser escrita como produto de duas funções trigonométricas, explicando as regras de derivação utilizadas, e as relações trigonométricas envolvidas.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

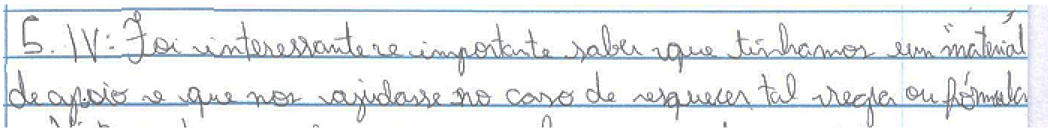
---

[10] Infelizmente, o arquivo com o registro fotográfico dessas anotações, feito pelo professor, acabou perdendo-se.

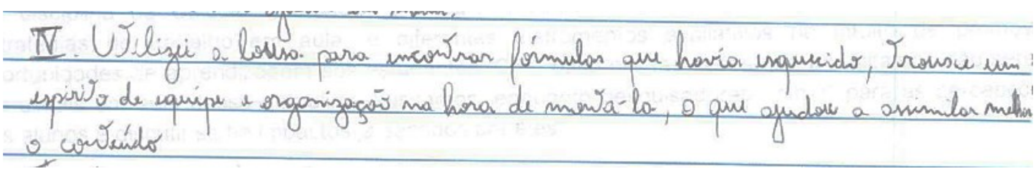
Destacamos aqui alguns comentários feitos pelos estudantes na questão 5 do questionário individual sobre a sua importância para a realização desse recurso como auxiliar no trabalho com este instrumento de avaliação (Figura 65).

Figura 65 – Produção escrita 2, 6 e 11 no Questionário referente ao Instrumento de Avaliação 7

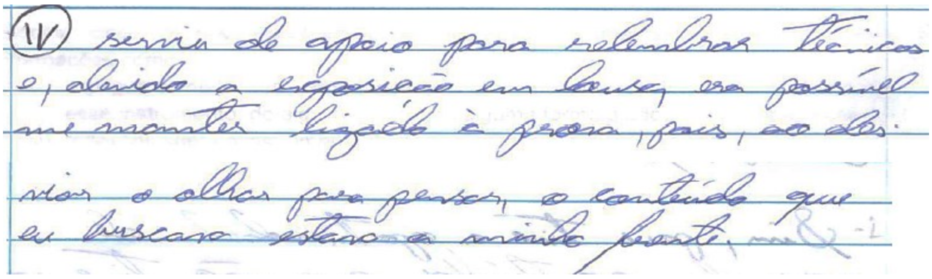
Produção escrita 2


5. IV: Foi interessante e importante saber que tínhamos um material de apoio e que nos ajudasse no caso de esquecer tal regra ou fórmula

Produção Escrita 6


IV. Utilizei a lousa para encontrar fórmulas que havia esquecido, Trouxe um espírito de equipe e organização na hora de monta-lo, o que ajudou a assimilar melhor o conteúdo

Produção Escrita 11


IV servia de apoio para relembrar técnicas e, devido a exposição em lousa, era possível me manter ligado à prova, pois, ao desviar o olhar para pensar, o conteúdo que eu buscava estava a minha frente.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

3.8 QUESTIONÁRIO: REFLEXÕES INDIVIDUAIS SOBRE A DISCIPLINA

O questionário (Apêndice A) tem por objetivo elencar percepções dos estudantes acerca do processo de avaliação e dos instrumentos avaliativos utilizados ao longo do semestre, reconhecendo se, de algum modo, evidenciaram potencial da diversificação de instrumentos de avaliação e oportunidades de aprendizagem por eles geradas. Além disso, busca levantar as compressões dos estudantes acerca de como foi o desenvolvimento da disciplina, do ponto de vista matemático e didático. Tendo em vista a sua configuração, o questionário não foi considerado um instrumento de avaliação e consequentemente não foi atribuído uma "nota".

As questões (Figura 66) foram elaboradas de forma a evidenciar sua expectativa junto a disciplina, se a diversificação de instrumentos contribui para a aprendizagem, se a configuração do instrumento interferiu na maneira de estudo e se foi garantido uma regulação da aprendizagem. O questionário foi respondido por 24 estudantes.

Figura 66 –Questionário.

1. Você acha que suas expectativas para a disciplina foram alcançadas? Comente.
2. De que maneira a utilização de vários instrumentos avaliativos, que você vivenciou ao longo da disciplina, contribuiu para a sua aprendizagem?
3. A forma como foram utilizados esses instrumentos interferiu nas maneiras de estudar? Comente.
4. Durante a realização das avaliações, os instrumentos garantiram (assinale quantas opções quiser, e comente a respeito).

( ) segurança – consolidar a sua confiança em si próprio;
( ) assistência – fornece um "ponto de apoio" para o seu progresso;
( ) *feedback* – fornecer informações úteis sobre as etapas vencidas e as dificuldades encontradas.

5. Dentre os vários instrumentos de avaliação utilizados na disciplina, elencamos:

I. Prova escrita individual com consulta ao caderno;
II. Prova escrita individual com cola (utilização de uma folha de sulfite com anotações);
III. Prova escrita individual com cola (utilização de xerox de 5 páginas de livros);
IV. Prova escrita individual com cola coletiva construída pela turma;
V. Prova escrita sem consulta, realizada em dupla;
VI. Tarefa em equipes envolvendo investigação com o Geogebra;
VII. Criação de questões envolvendo um conteúdo específico.
VIII. Elaboração de vídeo;
IX. Análise oral das resoluções de questões envolvendo cálculo de limites;
X. Organização de um portfólio.

Escolha cinco desses instrumentos avaliativos para comentar. O seu comentário deve conter informações como:

i) explique como foi sua compreensão e a elaboração/desenvolvimento da avaliação
ii) esse instrumento, de alguma forma, de alguma forma ajudou na sua aprendizagem
iii) reflexões sobre o instrumento.

6. Espaço para outros comentários que considerar pertinentes acerca da disciplina e o método de avaliação.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Nessa sessão trataremos de analisar as questões 1, 2, 3, 4 e 6, visto que as considerações acerca dos instrumentos avaliativos, em específico, foram trazidas em seções anteriores. Para análise a questão 1, selecionamos alguns protocolos que consideramos representativos dentre as respostas referentes as expectativas para a disciplina. A maioria dos estudantes que ingressou em um curso de CDI relata sentir-se apreensivo, com medo e acaba criando um bloqueio devido a "fama" que o curso ganha pelos corredores das universidades por se tratar de exatas (Figura 67a).

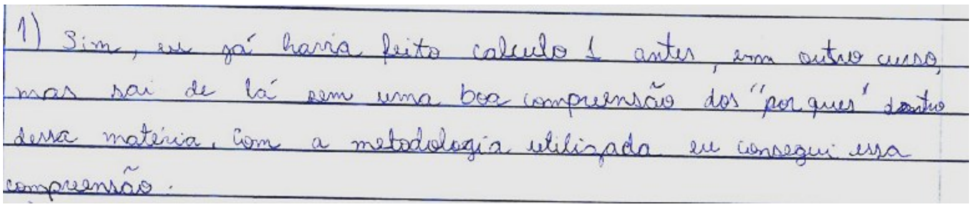
Figura 67 – Produção escrita 2, 3 e 4 da questão 1 do Questionário.

Produção escrita 3.

1. Acredito que melhorei muito na disciplina. Eu entrei na graduação odiando exatas e não conseguindo fazer nenhum exercício de funções, entrei em engenharia para me desafiar e, de certa forma, acho que consegui acompanhar a turma e no meu desenvolvimento pessoal com a matéria, consigo ver o meu progresso e já quase não tenho mais bloqueio com a matéria.

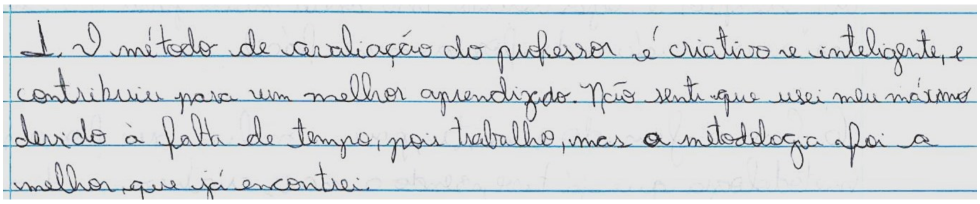
(a)

Produção escrita 4


1) Sim, eu já havia feito calculo 1 antes, em outro curso,
mas saí de lá sem uma boa compreensão dos "por quês" dentro
dessa matéria. Com a metodologia utilizada eu consegui essa
compreensão.

(b)

Produção escrita 2


1. O método de avaliação do professor é criativo e inteligente, e
contribuiu para um melhor aprendizado. Não senti que usei meu máximo
devido à falta de tempo, pois trabalho, mas a metodologia foi a
melhor que já encontrei.

(c)

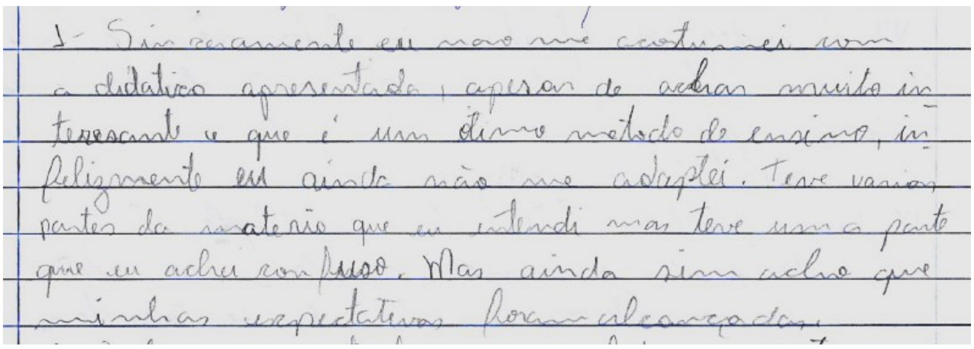
Fonte: Arquivo da pesquisa.

Conseguimos observar que os estudantes evidenciaram que a metodologia de ensino pautado nos episódios de resolução de tarefas (Figura 67b) auxiliou no processo de compreensão dos conceitos da disciplina, juntamente com a diversificação dos instrumentos de avaliação, que promoveram oportunidades de regulação da aprendizagem (Figura 67c).

Por outro lado, deparamo-nos também com estudantes que estão "moldados" a um perfil típico da Educação Básica, como tratado no referencial teórico, e que relatam não ter se adaptado com a metodologia de ensino, devido à falta de experiências anteriores com tarefas de carácter investigativo, por estarem acostumados com aulas mais expositivas e terem o hábito de trabalhar, na maioria das vezes, de forma individual (Figura 68a). A expectativa de listas de exercício, decorrendo do processo tradicional de ensino, que privilegia a mecanização de procedimentos, também foi mencionada (Figura 68b).

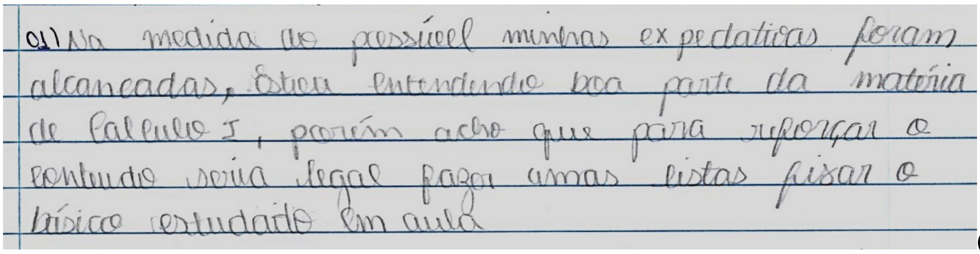
Figura 68 – Produção Escrita 13 e 16 de estudantes que não se ambientaram com a metodologia de ensino e de avaliação.

Produção escrita 13


1- Sim sinceramente eu não me acostumei com
a didática apresentada, apesar de achar muito in-
teressante e que é um ótimo método de ensino, in-
felizmente eu ainda não me adaptei. Teve várias
partes da matéria que eu entendi mas teve uma parte
que eu achei confuso. Mas ainda sim acho que
minhas expectativas foram alcançadas.

(a)

Produção escrita 16

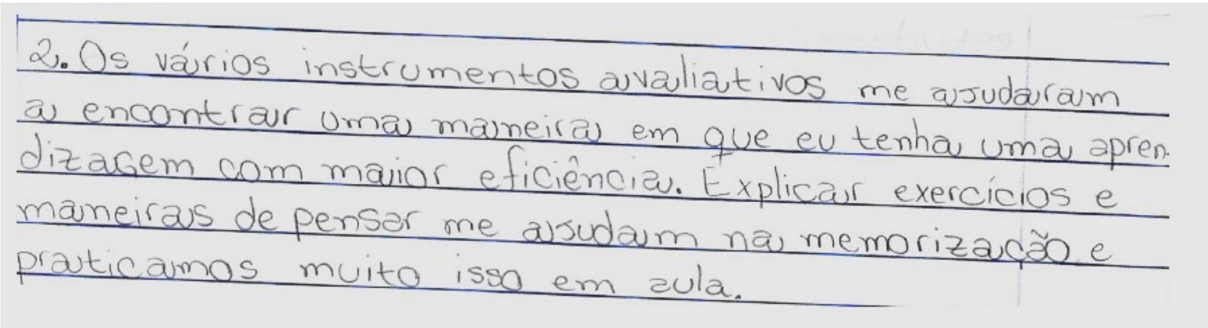

a) Na medida do possível minhas expectativas foram alcançadas, Estou entendendo boa parte da matéria de Cálculo I, porém acho que para reforçar o conteúdo seria legal fazer umas listas fixar o básico estudado em aula

(b)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Na Questão 2 buscou evidenciar se os estudantes identificaram as percepções sobre as oportunidades de aprendizagem. Em uma das produções o estudante identificou que a diversificação de instrumento aumentou a sua potencialidade, oportunizando a regulação da aprendizagem (Figura 69).

Figura 69 – Produção escrita 3 da questão 2 do Questionário.

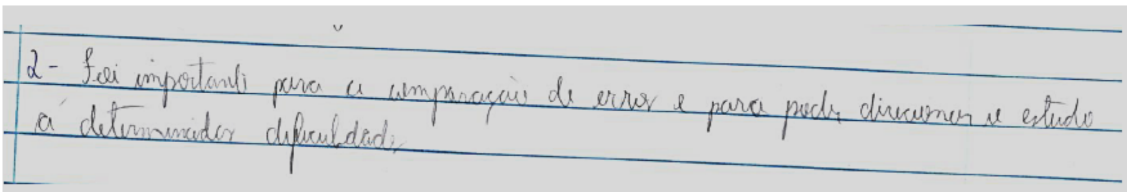

2. Os vários instrumentos avaliativos me ajudaram a encontrar uma maneira em que eu tenha uma aprendizagem com maior eficiência. Explicar exercícios e maneiras de pensar me ajudam na memorização e praticamos muito isso em aula.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

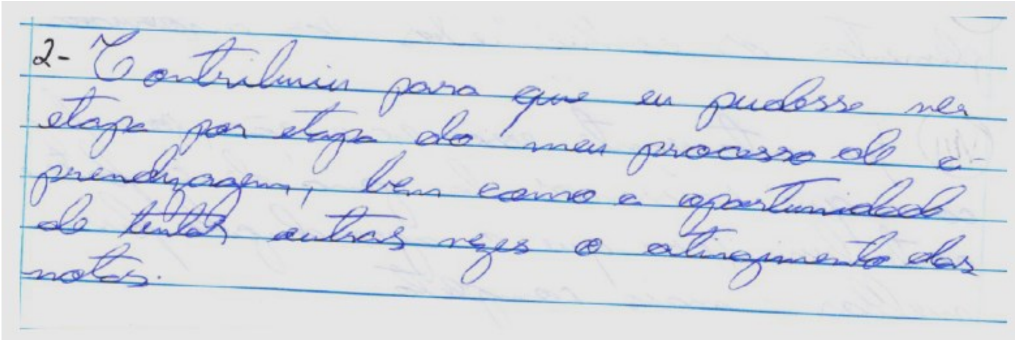
Outro fator que se mostrou recorrente nas respostas dos estudantes foi que o aumento no número de avaliações auxiliou no processo de estudo, uma vez que a demanda temporal de estudo era menor e a distribuição curricular oportunizou aos estudantes caminhar mais de uma vez sobre o mesmo conteúdo, aspectos importantes quando se considera o papel ativo a ser assumido pelo estudante no processo de aprendizagem (Figura 70).

Figura 70 – Produção escrita 18, 2 e 11 da questão 2 do Questionário.

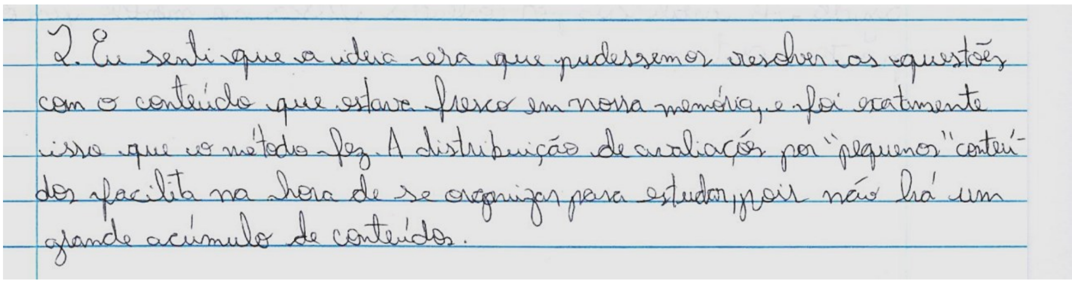
Produção escrita 18


2- Foi importante para a comparação de erros e para poder direcionar o estudo a determinadas dificuldades.

Produção escrita 11


2- Contribuiu para que eu pudesse ver etapa por etapa do meu processo de aprendizagem, bem como a oportunidade de tentar outras vezes o atingimento das notas.

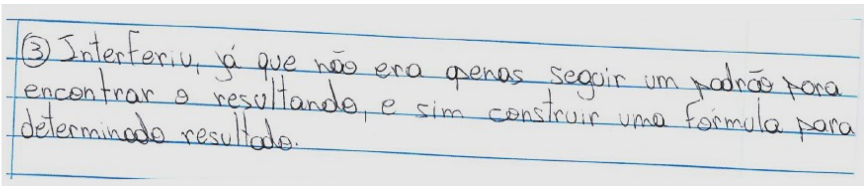
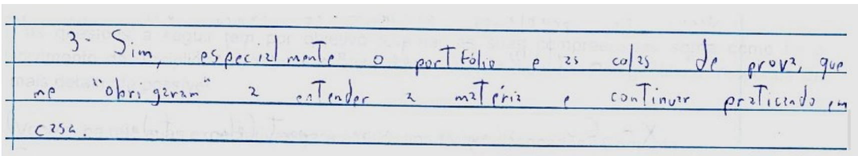
Produção escrita 2

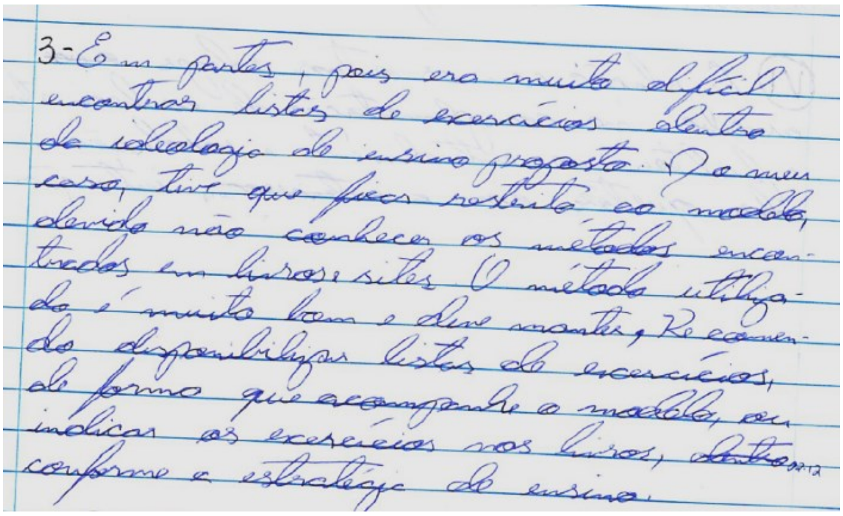
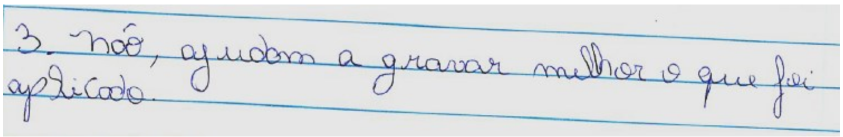
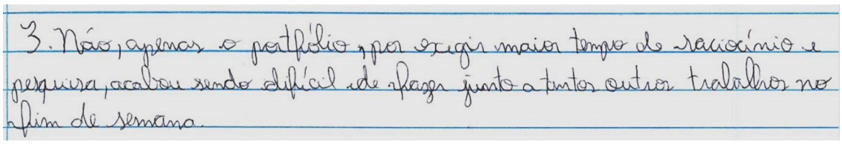

2. Eu senti que a ideia era que pudessemos resolver as questões com o conteúdo que estava fresco em nossa memória, e foi exatamente isso que o método fez. A distribuição de avaliações por "pequenos" conteúdos facilita na hora de se organizar para estudar, pois não há um grande acúmulo de conteúdos.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

A Questão 3 é referente a interferência da diversificação dos instrumentos de avaliação nos hábitos de estudo. Nesse cenário, de 24 estudantes, 16 responderam sinalizaram que essa multiplicidade de instrumentos interferiu no processo de estudo e os outros 08 afirmaram que apenas motivou ou serviu como um direcionamento, como mostram algumas produções representativas organizadas na Tabela 3 abaixo.

Tabela 3 – Produções escrita da Questão 3 do Questionário.

Resposta/Qtd. alunos	Produção escrita
Sim/16	 3 Interferiu, já que não era apenas seguir um padrão para encontrar o resultando, e sim construir uma fórmula para determinado resultado.
	 3- Sim, especialmente o portfólio e as colas de prova, que me "obrigaram" a entender a matéria e continuar praticando em casa.

	 3- Em partes, pois era muito difícil encontrar listas de exercícios dentro da ideologia de ensino proposta. No meu caso, tive que ficar restrito ao modelo, devido não conhecer os métodos encontrados em livros e sites. O método utilizado é muito bom e deve manter. Recomendo disponibilizar listas de exercícios, de forma que acompanhe o modelo, ou indicar os exercícios nos livros, dentro conforme a estratégia de ensino.
Não/08	 3. não, ajudam a gravar melhor o que foi aplicado.
	 3. Não, apenas o portfólio, por exigir maior tempo de raciocínio e pesquisa, acabou sendo difícil de fazer junto a tantos outros trabalhos no fim de semana.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Já na Questão 4 trata das funções anexas da avaliação formativa, nos quais buscava-se reconhecer se os instrumentos garantiram segurança – consolidar a sua confiança em si próprio; assistência – fornece um “ponto de apoio” para o seu progresso; feedback – fornecer informações úteis sobre as etapas vencidas e as dificuldades encontradas. Foi solicitado para os estudantes assinalarem e comentarem a respeito de suas escolhas, podendo assinalar quantas opções quisessem. Na Tabela 4 são organizadas as respostas assinaladas pelos estudantes.

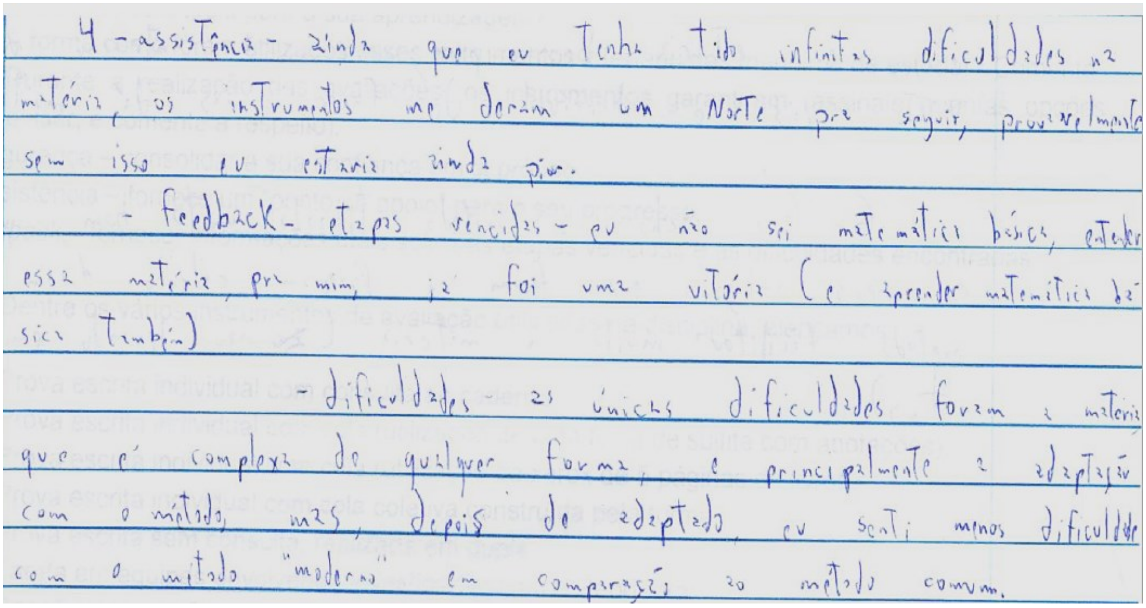
Tabela 4 – Respostas dos estudantes referentes a garantia da Regulação da Aprendizagem no Questionário.

Possíveis respostas	Por aluno	Quantas vezes apareceu
Segurança	0	12
Assistência	3	19
Feedback	3	17
Segurança – Assistência	4	
Segurança – Feedback	2	
Assistência – Feedback	6	
Segurança – Assistência - Feedback	6	

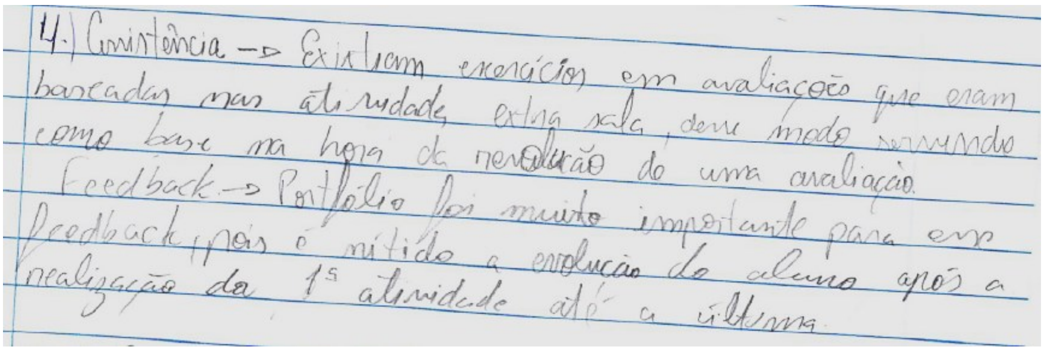
Fonte: Autora.

Nessa análise mais quantitativa, a função anexa que mais apareceu foi a da assistência seguido do feedback e, por fim, a segurança - que não apareceu sozinha em nenhuma das produções escritas. Dos 24 alunos que responderam ao questionário, 10 alunos não comentaram a respeito de suas escolhas. Dentre as respostas, apareceram informações valiosas da função reguladora dos diversos instrumentos de avaliação utilizados, como mostra a Figura 71.

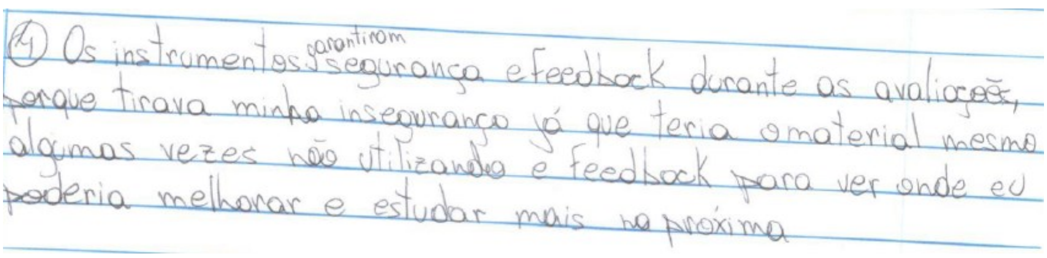
Figura 71 – Produção escrita da questão 4 do Questionário.


4 - assistência - ainda que eu tenha tido infinitas dificuldades na matéria, os instrumentos me deram um Norte pra seguir, provavelmente sem isso eu estaria ainda pior.
- Feedback - etapas vencidas - eu não sei matemática básica, entender essa matéria, pra mim, já foi uma vitória (e aprender matemática básica também)
dificuldades - as únicas dificuldades foram a matéria que é complexa de qualquer forma, e principalmente a adaptação com o método, mas, depois de adaptado, eu senti menos dificuldade com o método "moderno" em comparação ao método comum.

(a)


4.) Consistência -> Existiam exercícios em avaliação que eram baseadas nas atividade extra sala, deste modo servindo como base na hora da resolução de uma avaliação.
Feedback -> Portfólio foi muito importante para em feedback, pois é nítido a evolução do aluno após a realização da 1ª atividade até a última.

(b)


4) Os instrumentos garantiram segurança e feedback durante as avaliações, porque tirava minha insegurança já que teria o material mesmo algumas vezes não utilizando e feedback para ver onde eu poderia melhorar e estudar mais na próxima.

(c)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Sobre a questão 5, apresentamos a Tabela 5 apenas da intenção de organizar, quantitativamente, os instrumentos apontados. Foi a partir dessa pré-análise que voltamos o olhar para os instrumentos de avaliação e agregamos ao texto, nas seções anteriores, as percepções dos estudantes acerca de suas potencialidades e limitações. As produções escritas dessa questão foram articuladas com os instrumentos de avaliação naquele momento.

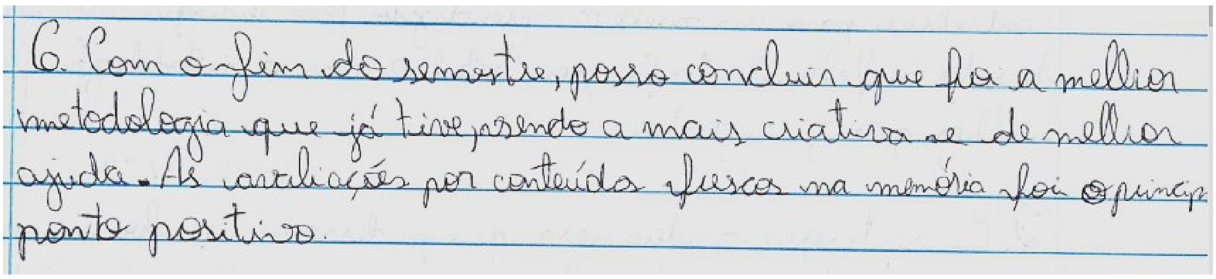
Tabela 5 – Escolhas dos estudantes na questão 5 do Questionário.

Instrumento correspondente	Características presente no instrumento	Quantidade
2-3	Prova escrita individual com consulta ao caderno	16
4	Prova escrita individual com cola (utilização de uma folha de sulfite com anotações)	13
6	Prova escrita individual com cola (utilização de xérox de 5 páginas de livros)	6
7	Prova escrita individual com cola coletiva construída pela turma	7
1	Prova escrita sem consulta, realizada em dupla	16
3	Tarefas em equipes envolvendo investigação com o Geogebra	13
4	Criação de questões envolvendo um conteúdo específico	9
4	Elaboração de vídeo	11
5	Análise oral das resoluções de questões envolvendo cálculo de limites	8
9	Organização de um Portfólio	16

Fonte: Autora.

A questão 6 é um espaço deixado para os estudantes apresentarem outros comentários acerca da disciplina e do método de avaliação utilizado no semestre. As considerações levantadas por alguns estudantes mostram que o caminho seguido, mesmo não sendo fácil e demandando uma carga horária maior de dedicação tanto para o professor quanto para o estudante, mostrou-se uma metodologia de avaliação viável e que, como mostrada a Figura 72, coloca nas mãos dos estudantes a guia para ele mesmo traçar o caminho a ser percorrido.

Figura 72 – Produção escrita do Questionário


6. Com o fim do semestre, posso concluir que foi a melhor metodologia que já tive, sendo a mais criativa e de melhor ajuda. As avaliações por conteúdo fresca na memória foi o princip ponto positivo.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

4 ANÁLISE RETROSPECTIVA E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa seção é apresentado um relato retrospectivo da pesquisa e as considerações finais. Foram muitas idas e vindas até chegar no que seria o meu trabalho de mestrado. Eram muitas ideias, partidas do meu orientador, e eu só observando. E foi assim que começou a minha aprendizagem dentro do programa, observando algumas aulas dele, auxiliando nas pesquisas dos projetos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa além de fazer uma revisão de literatura sobre os temas relacionados ao Ensino de Cálculo e posteriormente sobre Avaliação Escolar.

Como relatado na introdução, eu me matriculei na disciplina "Avaliação da Aprendizagem e Ensino de Matemática" e seu produto era a produção de um artigo relacionado com avaliação da aprendizagem. E foi nesse momento que a minha pesquisa começou a ganhar vida. Produzi, junto com os orientadores desse trabalho, um artigo que tratava de reflexões sobre o ensino de CDI com base em resultados obtidos em uma prova diagnóstica (ALVES; TREVISAN; MENDES; 2019). A Avaliação Diagnóstica era composta por 11 questões e foi resolvida por 31 alunos do curso de Engenharia de Produção (primeiro semestre de 2019 – 01/2019) no mesmo cenário de investigação que esse trabalho, com o objetivo de "a partir do conceito de estratos do conhecimento matemático, discutir possibilidades para lidar com esse cenário e impulsionar os alunos a obterem um novo estrato, sem a necessidade da criação de cursos "remediais" (ALVES; TREVISAN; MENDES; 2019, p. 1).

Como a metodologia de ensino vinha com uma proposta de reformulação das práticas pedagógicas e os estudantes deveriam ter o papel ativo no processo de ensino e aprendizagem, além de ser um campo de exploração para o orientador e coorientadora da pesquisa desde 2013. A pesquisa, com o tempo, ganhou força a necessidade de analisar, em âmbito de uma pesquisa em nível de Pós-Graduação, as práticas avaliativas que fossem ao encontro da metodologia utilizada. Afinal, tudo dentro dessa metodologia de ensino era diferente do que os estudantes estavam acostumados e iam de encontro com o que se ouvia nos corredores das universidades e até mesmo de colegas de turma que diziam que a disciplina de CDI era muito complexa, com aulas expositivas, cheia de listas de exercícios, que o professor era o único detentor do conhecimento e que a avaliação era o "terror". Assim, torna-se imprescindível pensar um processo avaliativo que gerasse oportunidades de aprendizagem desde o primeiro momento em que os estudantes entrassem em contado com o curso de CDI.

Alguns instrumentos de avaliação já eram utilizados nos semestres anteriores (inclusive com a publicação de artigos que tratavam de alguns deles, já apresentados anteriormente), porém de forma aleatória e sem uma análise mais sistemática das experiências desenvolvidas. E o nosso olhar passou a ser direcionado, então, para as oportunidades de aprendizagem que cada instrumento pode proporcionar aos estudantes.

O intuito foi analisar a organização do processo avaliativo alinhado com o ambiente de ensino e de aprendizagem pautado nos episódios de resolução de tarefas, considerando dados coletados com os estudantes matriculados na disciplina de CDI 1, no 2º semestre de 2019. Para atender à demanda somativa de uma disciplina em um contexto real de ensino, foi atribuída uma nota ao estudante, aprovando-o ou reprovando-o no final do semestre.

Entretanto, apesar das demandas rotineiras do contexto real de ensino, por exemplo, turmas numerosas, currículo a cumprir, atribuição de nota etc., como detalhado por Trevisan e Mendes (2018), assumiu-se que os estudantes não deveriam ser condicionados a realizar procedimentos carregados de memorização e repetição de técnicas, mas, sim, a refletir diante de um contexto proposto a partir de tarefas que se constituíssem como problemas a serem resolvidos. Além de o processo avaliativo articulando o caráter somativo com o caráter formativo ser mais justo para os estudantes, possibilita, também, olhar a avaliação como parte ativa do currículo, ou seja, a avaliação deve ser contínua e articulada às atividades acadêmicas dos estudantes (BRASIL, 2019).

Nesse sentido, os momentos formais de avaliação foram inseridos, quinzenalmente, no planejamento de aula da disciplina, oportunizando mais reflexões, autorregulação, interação entre professor e aluno e, consequentemente, fornecendo mais informações a respeito dos estudantes para os professores. Além disso, tornar a avaliação parte ativa do currículo auxiliou na recolha de informações para o professor traçar estratégias futuras de ensino. A comunicação esteve presente em todos os momentos no ambiente de ensino e de aprendizagem, ocorrendo tanto de forma oral como escrita, por meio das discussões promovidas entre o professor e o estudante, ou entre os próprios estudantes. Por se tratar de uma estrutura curricular não usual, em formato de espiral, os estudantes tiveram a oportunidade de retomar e "revisitar", em vários momentos, os diversos conteúdos da ementa da disciplina, de forma cada vez mais entrelaçada e aprofundada, de modo que sua nota não fosse atribuída por meio de provas que abordam, separadamente, esses conteúdos (como em uma prática tradicional e um currículo linear).

No que diz respeito à diversificação de instrumentos, nos oito momentos formais de avaliação, além do portfólio, houve trabalho individual e em grupo, prova com e sem consulta (tendo a consulta diversos formatos: uso do caderno, cola direcionada a partir de roteiro, uso de páginas xerocadas de um livro de CDI e cola construída coletivamente), uso de TDIC, avaliação de desempenho oral (por meio de envio de áudio e produção de vídeo). Cada instrumento utilizado destacava um aspecto diferente. Por exemplo, a construção da cola foi um momento de reflexão e análise do que era importante e necessário, além de evitar a preocupação com a memorização dos fatos. Além disso, retirou-se a ideia de subversão da cola, que foi tornada uma ferramenta de estudo e material de consulta para a prova. Outro exemplo é a prova oral, totalmente diferente dos moldes tradicionais. Foi na prova oral que se conseguiu "ouvir o que estava acontecendo na cabeça dos estudantes" e entender melhor seu raciocínio matemático, que, na maioria das vezes, é sintetizado, parcialmente, na produção escrita. As características que consideramos como representativas dos instrumentos avaliativas são organizadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Características centrais dos Instrumentos de Avaliação.

Características	**Instrumentos**
Individual	2 – 3 parte II – 4 parte I – 5 parte I – 6 – 7 – 8
Grupo (dupla – trio – etc.)	1 – 3 parte I – 4 parte II – 5 parte 2
Avaliação de Desempenho Oral (Vídeo – áudio – apresentações – etc.)	4 parte II – 5 parte I -
Uso das TDIC	3 parte I –
Material de Consulta	2 – 3 parte II – 4 parte I – 6 – 7

Fonte: Autora.

No intuito de evidenciar algumas similaridades entre as características apresentadas, organizamos um esquema visual apresentado na Figura 73. Neste esquema, por exemplo, destaca-se que as avaliações individuais, envolvendo apenas produção escrita, quase sempre foram realizadas com algum material de consulta ou, em alguns casos, de forma "tradicional" (sem consulta). As avaliações realizadas em grupos, por sua vez, geralmente combinaram a produção escrita com algum tipo adicional de produção (por exemplo, áudio ou vídeo) e uma delas envolvia o uso de TDCI.

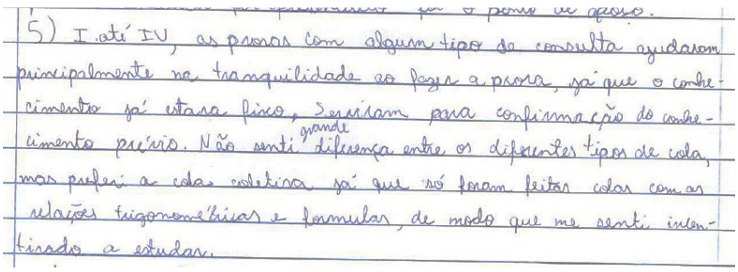
Figura 73 – Similaridades entre as características dos Instrumentos.

Fonte: Autora.

No que tange às características dos momentos avaliativos individuais, de forma geral, envolviam a utilização de instrumentos de avaliação complementados com algum material de consulta (fotocópia do livro, cola coletiva, cola individual, caderno, cola roteiro). Quando o professor solicita aos estudantes para prepararem um material que poderá ser utilizado como consulta na realização de uma avaliação, automaticamente ele está convidando o estudante a pensar em quais questões poderão ser propostas, levando os estudantes a, geralmente, selecionar uma parte da tópico que esteja com mais dificuldade, uma temática que considera mais importante. Tal prática pode despertar um interesse em aprofundar tais temas, buscar sanar antecipadamente suas dúvidas e, consequentemente, contribuir para melhorar a aprendizagem em curso. A avaliação deixa de seu um momento de "sorte ou azar", e o estudante é convidado a se preparar de forma sistemática, direcionada. Instrumentos de avaliação organizados desta forma proporcionam ao estudante assumir um papel ativo no seu processo de aprendizagem, uma vez que permite traçar suas próprias estratégias de estudo, fazendo reconhecer onde encontra as suas falhas e poder corrigi-las.

Nas produções escritas encontradas no Questionário, foi comum encontrar algum comentário sobre o uso do material de consulta como um instrumento que proporcionou aos estudantes duas das funções anexas de uma avaliação formativa: assistência e segurança, como mostra o exemplo trazido na Figura 74.

Figura 74 – Uso do material de apoio.


5) I até IV, as provas com algum tipo de consulta ajudaram principalmente na tranquilidade ao fazer a prova, já que o conhecimento já estava fixo, serviram para confirmação do conhecimento prévio. Não senti grande diferença entre os diferentes tipos de cola, mas preferi a cola coletiva já que só foram feitas colas com as relações trigonométricas e formulas, de modo que me senti incentivado a estudar.

(6) O uso de uma "cola" ou material de apoio acredito que na minha opinião, traz para o aluno uma segurança e domínio do conteúdo. Pois, conforme os exercícios elaborados em sala temos uma base para a prova no caderno.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Tratando da configuração dos instrumentos que utilizaram o material de apoio, geralmente possuíam de 3 a 4 questões abertas que solicitavam aos estudantes propor, criar ou construir um problema envolvendo o conteúdo, e que ofereciam aos estudantes a oportunidade de evidenciar sua aprendizagem. Para ilustrar, tomemos o Instrumento de Avaliação 1 que requeria dos estudantes construir exemplos partindo de uma situação em que era preciso construir exemplos e, assim, evidenciar sua compreensão sobre o conceito de convergência (Figura 75a). Outro exemplo é o Instrumento de Avaliação 4 – Parte 2, na qual foi solicitado para os estudantes construírem uma função polinomial do terceiro grau especifica e partindo dela determinar a equação da reta tangente e determinar intervalo de concavidade e, na última questão, propor e resolver um problema que envolva cálculo de área de uma função de segundo grau (Figura 75b).

Figura 75 – Tipos de questões envolvendo propor, criar ou construir um problema envolvendo um conteúdo específico.

2. "Se os termos de uma sequência alternam entre positivos e negativos, então ela pode ser tanto convergente quanto divergente". Construa um exemplo (usando tanto fórmula quanto algum tipo de representação gráfica) para ilustrar que ela pode ser convergente, e outro para ilustrar que ela pode ser divergente. Explique suas escolhas.

3. Deseja-se investigar o comportamento térmico de um material submetido a determinado procedimento experimental. Para isso foram tomadas medidas de temperatura em ºC em intervalos de 1 em 1 hora, por um período de 12 horas. Os dados são mostrados na tabela ao lado.

b) Explique como utilizar o conceito de função diferença para investigar se a curva que liga os pontos do gráfico da sequência de valores de temperatura é côncava para baixo ou para cima.
OBS. A simples marcação de pontos no plano cartesiano não serve como justificativa.

(a)

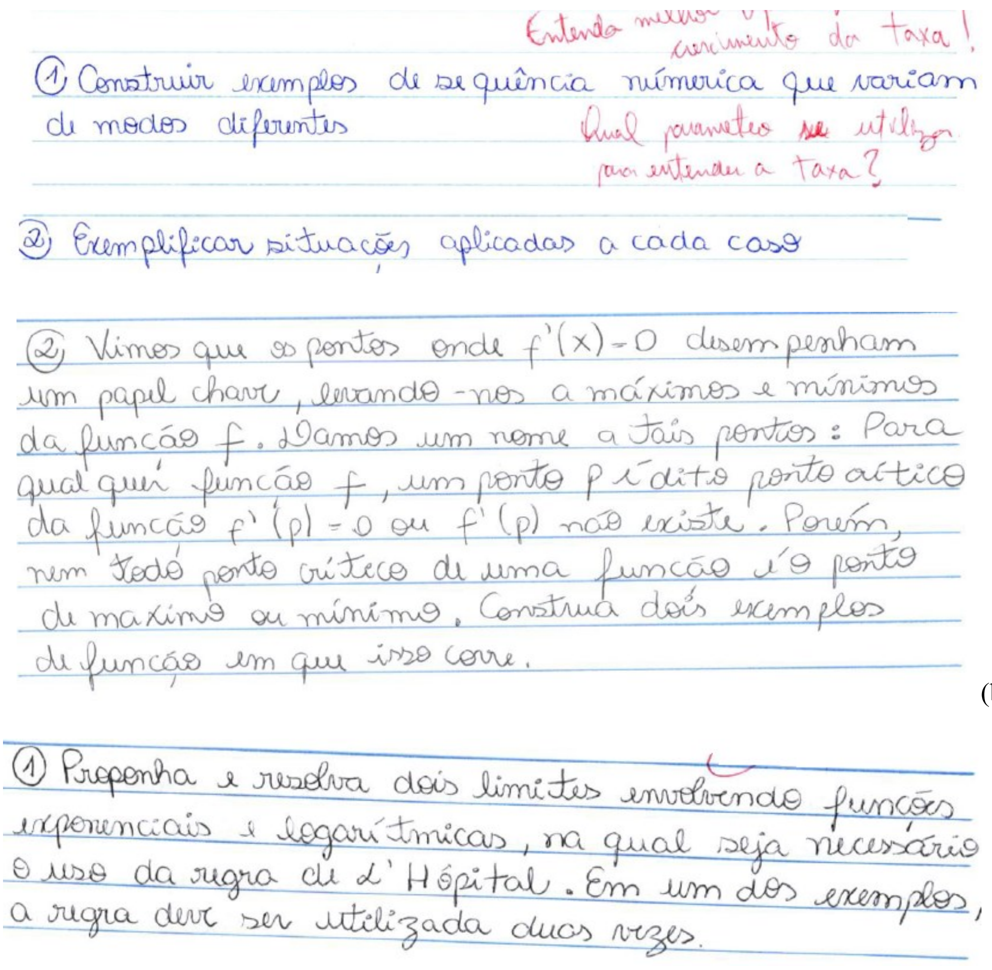
1. Construa uma função polinomial de 3º grau com dois pontos críticos, sendo as abscissas (coordenadas x) desses pontos negativas. Apresente cálculos que justifiquem sua construção.
2. Para a função construída na questão anterior, determine a equação da reta tangente ao seu gráfico, no ponto de coordenada x=1.
3. Ainda para a função construída na questão 1, determine o intervalo em que seu gráfico é côncavo para cima.
4. Proponha e resolva um problema envolvendo o cálculo da área sob o gráfico de uma função do 2º grau que possua duas raízes reais.

(b)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Em um ambiente de ensino e de aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas, é comum a prática de propor ao estudantes criar, construir e dar exemplos de um problema envolvendo um conteúdo específico, como evidenciado nas tarefas apresentadas no referencial teórico; prática essa que se transpõe para os instrumentos avaliativos e nas tarefas do portfólio. Como exemplo: na tarefa 1 do portfólio foi solicitado para os estudantes construir e exemplificar situações em que se aplicam casos de sequencias numéricas que variam de modos diferentes; na tarefa 2 foi solicitado para os estudantes exemplificar situações reais, cuja representação gráfica é feita por parábolas (Figura 76a); na tarefa 7 foi solicitado para os estudantes construírem dois exemplos referente ao ponto crítico de uma função, como mostra a Figura 76b; na tarefa 13 foi solicitado para os estudantes propor e resolver dois limites envolvendo uma função específica (Figura 76c).

Figura 76 – Tipos de questões utilizadas no dia a dia da Metodologia de Ensino Pautado no Episódios de Resolução de Tarefas.


Entendo melhor o crescimento da taxa!
① Construir exemplos de sequência númerica que variam de modos diferentes
Qual parametro se utilizou para entender a taxa?
② Exemplificar situações aplicadas a cada caso

(a)

② Vimos que os pontos onde $f'(x)=0$ desempenham um papel chave, levando-nos a máximos e mínimos da função f. Damos um nome a tais pontos: Para qualquer função f, um ponto p é dito ponto crítico da função $f'(p)=0$ ou $f'(p)$ não existe. Porém, nem todo ponto críteco de uma função é o ponto de maximo ou mínimo. Construa dois exemplos de função em que isso corre.

(b)

① Proponha e resolva dois limites envolvendo funções exponenciais e logarítmicas, na qual seja necessário o uso da regra de L'Hôpital. Em um dos exemplos, a regra deve ser utilizada duas vezes.

(c)

Fonte: Arquivo da pesquisa.

No que diz respeito à realização do trabalho em grupo no contexto avaliativo, podemos destacar o incentivo à iteração entre os estudantes. As oportunidades de aprendizagem geradas nessa modalidade estão relacionadas com o modo de lidar com os diferentes pensamentos, no ajuste de informações que surgem referente aos significados e interpretações, na negociação de uma solução comum entre os estudantes.

Outra oportunidade de aprendizagem refere-se à comunicação que se estabelece entre membros do grupo, podendo destacar a solidariedade, a socialização, o espírito de trabalho coletivo, a troca e a ressignificação de conhecimentos que ocorre durante a realização da avaliação, aspectos esses que ultrapassam práticas de avaliação tradicionais, e que se alinham às DCN da Engenharia (BRASIL, 2019). Referente à configuração das questões para os instrumentos que contemplam essas características, podemos destacar algumas palavras que remetem a ação de reflexão (comente, descreva, explique, investigue, justifique e analise o erro) (Figura 77), e que diferem daquelas usualmente presente em provas escritas de CDI em um contexto tradicional (calcule, determine, prove).

Figura 77 – Tipos de questões envolvendo as palavras: comente, descreva, explique, investigue, justifique e analise o erro.

ABAIXO, HÁ RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ESTUDANTES EM SEMESTRES ANTERIORES PARA QUESTÕES ENVOLVENDO LIMITES.

PARA CADA UM DOS LIMITES, <u>ESCOLHA TRÊS RESOLUÇÕES E ANALISE</u>, PROCURANDO EVIDENCIAR SE:

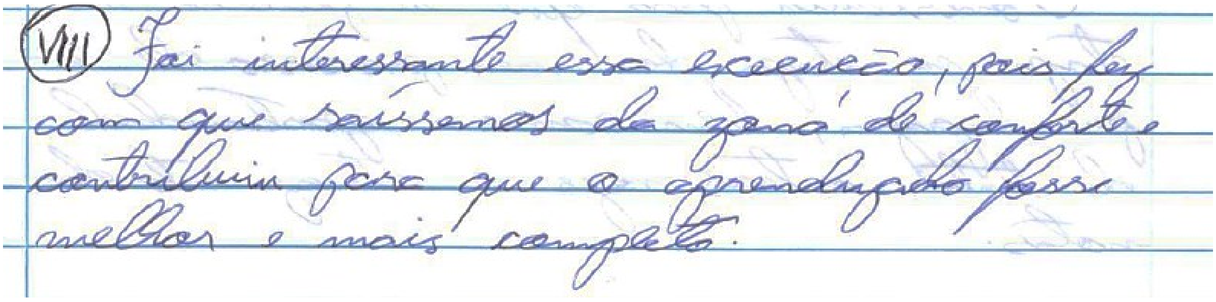
A) A ESTRATÉGIA ESCOLHIDA ESTÁ ADEQUADA PARA O TIPO DE LIMITE PROPOSTO.
B) A NOTAÇÃO UTILIZADA NA RESOLUÇÃO ESTÁ OU NÃO CORRETA.
C) HÁ ALGUM EQUÍVOCO NO CÁLCULO E, SE HOUVER, QUAL É.
D) IDENTIFICAR SE A RESPOSTA FINAL ESTÁ OU NÃO CORRETA.

VOCÊ PODE FAZER ANOTAÇÕES E DISCUTIR, MAS A ANÁLISE EM SI DEVE SER APRESENTADA POR MEIO DE ÁUDIO ENVIADO PARA [redacted]. NÃO HÁ UM TEMPO PADRÃO PARA O ÁUDIO, MAS PROCURE NÃO ULTRAPASSAR 5 MINUTOS.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

Em especial, no Instrumento Avaliativo 4 destacamos que os estudantes não tinham simplesmente que resolver uma situação problema, mas negociarem um compreensão coletiva do conteúdo, uma linguagem comum, para explicá-lo na forma de vídeo. O protocolo do estudante exemplificado na Figura 78 evidencia uma oportunidade de aprendizagem por ele reconhecida: “a aprendizagem foi melhor e mais completa”.

Figura 78 – Produção Escrita 11 do questionário sobre o Instrumento Avaliativo 4.


VIII Foi interessante essa experiência, pois fez com que saíssemos da zona de conforto e contribuiu para que o aprendizado fosse melhor e mais completo.

Fonte: Arquivo da pesquisa.

De modo mais geral, embora este trabalho buscou apresentar possibilidades de diversificar os instrumentos de avaliação no contexto de um processo avaliativo de uma disciplina específica, com uma organização curricular particular, destacamos que a possibilidade de incorporar sua utilização em outros ambientes de aprendizagem, e outras práticas pedagógicas. Sendo assim, a aproximação com o modelo que apresentamos pode ocorrer em maior ou menor instância, dependendo da abordagem de ensino escolhida, da autonomia dos professores na definição das práticas pedagógicas, e das políticas pedagógicas da instituição de ensino.

Com relação às uma das perguntas de pesquisa, que trazia em sua formulação o termo “em que medida”, destacamos que não foi nosso intuito mensurar ou quantificar a relação entre organização do processo de avaliação diferenciado e as possibilidades de uma articulação entre uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa. Mesmo não sendo capaz de medir ou quantificar essa relação, conseguimos refletimos que quanto maior a diversidade de instrumentos, mais próximos estaremos dessa articulação. Em virtude disso, disponibilizamos como resultado dessa proposta de pesquisa um material[11] com a intenção de compartilhar com professores e público em geral, possibilidades de "pensar fora da caixa" no âmbito da avaliação na disciplina de CDI, favorecendo uma mudança de mentalidade e "do modo de fazê-la".

Dentro desse material, os professores terão acesso, através da leitura de um QRCode redirecionando-os para uma pasta do Google Drive, aos instrumentos de avaliação bem como

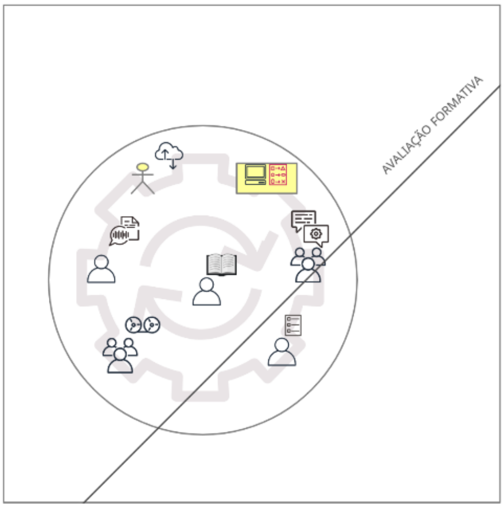
[11] O material pode ser acessado através do link:

algumas produções escritas, áudios e vídeos, recortados desse trabalho, para uma melhor visualização, por parte do leitor, das limitações e potencialidades que cada instrumento poderá apresentar dentro da realidade de cada um.

O objetivo desse material não foi servir como um roteiro, mas um exemplo de como trazer, sempre que possível para o ambiente de ensino que muitas vezes é somativo, o caráter formativo, ao avaliar seus estudantes. Uma vez que, segundo Pedrochi Júnior (2018) o que caracteriza se um instrumento é a sua utilização, o foco da avaliação, as intenções ao avaliar e as justificativas para o uso do instrumento. Nesse sentido, não demos ênfase ao conteúdo matemático específico de cada instrumento, mas sim informações das suas características principais, cabendo ao leitor incorporar na sua prática pedagógica da maneira que achar mais oportuna.

A experiência de observar uma metodologia de ensino diferente dos moldes tradicionais de ensino e a diversificação dos instrumentos de avaliação mostrou possibilidades reais de não ficar preso ao tradicionalismo. Por muitas vezes, olhamos para essa “utopia” de tentar posicionar no mesmo plano alguns aspectos formativos com os somativos (porque a avaliação formativa me trazia uma ideia de algo que eu não conseguiria alcançar, como se estivesse em uma outra dimensão). Vem à mente a imagem de posições relativas entre reta e circunferência, quando a reta é secante a circunferência, como uma articulação entre uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa (Figura 79).

Figura 79 – Uma articulação entre uma avaliação que oportuniza a aprendizagem e uma avaliação somativa.



Fonte: Autora.

Entendo que, ao se considerar contextos reais de ensino, não conseguimos trazer para o “chão de aula” uma avaliação que seja 100% formativa devido às demandas político-pedagógicas instituídas no ambiente escolar, seja na Educação Básica ou no Ensino Superior. Mas conseguimos nos aproximar dela, no intuito de promover a aprendizagem e alguma equidade aos nossos estudantes. Dessas reflexões, dos dados coletados e analisados, reconheço que o processo avaliativo utilizado em um ambiente de ensino e de aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas possibilitou a articulação do caráter somativo com alguns aspectos formativo da avaliação, oferecendo oportunidades à aprendizagem para os estudantes do curso de CDI e, também (e talvez principalmente), para mim.

5 REFERÊNCIAS

ALVES, R. M. A.; TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Por um "não nivelamento" e um "não curso de precálculo": reflexões de dificuldades de estudantes de cálculo com base em uma prova diagnóstica. In Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2019 Londrina. **Anais** ... EPREM, XV. Londrina: UEL/UTFPR, 2019. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XV_EPREM/paper/viewFile/1202/823. Acesso em: 12 jan. 2021.

ALVES, R. M. A.; TREVISAN, A. L. Uma Experiência com um Instrumento de Avaliação do Desempenho Oral no Âmbito da Disciplina de Cálculo. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, América do Norte, 9, nov. 2020.

APOSTOL, T. **Cálculo 1**. Lisboa: Editorial Reverté, 1988.

BEZERRA, G. C. **Registros escritos de alunos em questões não-rotineiras da área de conteúdo quantidade**: um estudo. 2010. 183f. Tese de Doutorado. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

BITTAR, M; BITTAR, M. História da Educação no Brasil: a escola pública no processo de democratização da sociedade. **Acta Scientiarum. Education**, v. 34, n. 2, p. 157-168, 2012.

BLOOM, B. S.; HASTINGS, J. T.; MADAUS, G. F. **Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar**. São Paulo: Pioneira, 1983.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto editora, 1994.

BORSSOI, A. H.; SILVA, K. A. P.; FERRUZZI, E. C. Tarefas desencadeadas em aulas com modelagem matemática.In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais**... ENEM, 12. São Paulo: Sociedade Brasileirade Educação Matemática, 2016. p. 1-12.

BORSSOI, A. H.; TREVISAN, A. L.; ELIAS, H. R. Percursos de Aprendizagem de Alunos ao Resolverem uma Tarefa de Cálculo Diferencial e Integral. **VIDYA**, v. 37, n. 2, p. 459-477, 2017.

BOUD, D. Sustainable assessment: rethinking assessment for the learning society. **Studies in continuing education**, v. 22, n. 2, p. 151-167, 2000.

BOUD, D.; FALCHIKOV, N. **Rethinking assessment in higher education**: Learning for the longer term. Routledge, 2007.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988.

BRASIL. **Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961**. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. **Resolução nº 2, de 24 de abril de 2019**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia, Brasília (Brasil), 26 abr. 2019. Edição 89. Seção 1, p. 43.

BURIASCO, R. L. C. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em avaliação educacional**, n. 22, p. 155-178, 2000.

BURIASCO, R. L. C.; FERREIRA, P. E. A. PEDROCHI JUNIOR, O. Aspectos da avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação. **GEPEMA: espaço e contexto de aprendizagem**. Curitiba–PR: CRV, p. 13-31, 2014.

CARLSON, M. P. et al. Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: a framework and a study. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 33, n. 5, 352-378, 2002.

CONNALLY, E. A. et al. **Funções para modelar variações**: uma preparação para o Cálculo. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

COUTO, A. F.; FONSECA, M. O. S.; TREVISAN, A. L. Aulas de Cálculo Diferencial e Integral organizadas a partir de episódios de resolução de tarefas: um convite à insubordinação criativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 4, p. 50-61, 2017.

CUEVAS, C. A.; MEJÍA, H. R. Un acercamiento alternativo al Cálculo Diferencial. **Acta Latino Americana de Matemática Educativa**, v. 18, p. 741-747, jun. 2005.

DE LANGE, J. **Mathematics, insight and meaning**. University, 1987.

DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 1999.

ESTEBAN, M. T. Silenciar a polissemia e invisibilizar os sujeitos: indagações ao discurso sobre a qualidade da educação. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 21, n. 1, p. 5-31, 2008

FREUDENTHAL, H. Geometry between the devil and the deep sea. **Educ Stud Math 3**, 413–435 (1971). https://doi.org/10.1007/BF00302305

FREUDENTHAL, H. **Weeding and Sowing.** Preface to a Science of Mathematical Education. Dordrecht: Reidel Publishing Company. 1978

FREUDENTHAL, H. **Revisiting Mathematics Education**. China Lectures, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht. 1991

GONÇALVES, W. J. et al. Raciocínio covariacional em aulas de Cálculo Diferencial e Integral: análise de uma tarefa. In: **XV Conferência Interamericana de Educación Matemática**. 2018.

HADJI, C. **Avaliação**: as Regras do Jogo. Porto: Porto Editora. (1994).

HADJI, C. **Avaliação desmistificada**. Artmed Editora, 2001.

IANNONE, P.; CZICHOWSKY, C.; RUF, J. The impact of high stakes oral performance assessment on students' approaches to learning: a case study. **Educational Studies in Mathematics**, v. 103, p. 313–337, 2020.

IANNONE, P.; SIMPSON, A. Students' views of oral performance assessment in mathematics: Straddling the 'assessment of' and 'assessment for' learning divide. **Assessment & Evaluation in Higher Education**, v. 40, n. 7, p. 971–987, 2015.

LITHNER, J. A research framework for creative and imitative reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, v. 67, n. 3, p. 255-276, 2008.

LUCKESI, C. C. **Avaliação educacional escolar: para além do autoritarismo**. Tecnologia Educacional, Rio de Janeiro, n. 61, 1984.

MACHADO, P. A. P. Uma abordagem para a disciplina de Cálculo A. In: III Escola de inverno de Educação Matemática, 2012, Santa Maria. **Anais**... Santa Maria: UFSM, 2012, p. 1-12.

MALTA, I. Linguagem, leitura e matemática. **CURY, HN Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas.** Porto Alegre: EDIPUCRS, p. 41-62, 2004.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo**. 2014. Tese de Doutorado. Tese de doutorado). Universidade Estadual de Londrina.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L. Modelagem matemática como componente do ambiente educacional para aulas de CDI: relato de uma experiência. In: VII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 2016, Londrina. Anais do VII EPMEM. Londrina: UEL/UTFPR, 2016. v. 1. p. 722-735.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L. O relatório escrito em aulas de Cálculo Diferencial e Integral: a carta para a tia. **Boletim Online de Educação Matemática**, v. 6, p. 110-127, 2019.

MENDES, M. T. et al. Portfólio de aprendizagem: um instrumento para avaliação em aulas de Cálculo Diferencial e Integral. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 14, n. 2, p. 1-20, 2019.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L.; ELIAS, H. R. A utilização de TDIC em tarefas de avaliação: uma possibilidade para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. **Debates em Educação**, v. 10, n. 22, p. 140-163, 2018.

NAGY-SILVA, M. C. **Do Observável ao Oculto**: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina, 2005.

PALHA, S. A. G.; DEKKER, R.; GRAVEMEIJER, K. The effect of shift-problem lessons in the Mathematics classroom. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 13, 2015.

PALHA, S. A. G; DEKKER, R: GRAVEMEIJER, K.; VAN HOUT-WOLTERS, B. Developing shift problems to foster geometrical proof and understanding. **The Journal of Mathematical Behavior**. Springer, v. 32, p. 141 – 159, 2013.

PEDROCHI JUNIOR, **O. Avaliação como oportunidade de aprendizagem em Matemática**. 2012. 56 f. Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

PEDROCHI JUNIOR, O. **A avaliação formativa como oportunidade de aprendizagem**: fio condutor da prática pedagógica escolar. 2018. 69 f. Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. **O professor e o desenvolvimento curricular**, p. 11-34. Lisboa: APM, 2005.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. **Práticas profissionais dos professores de Matemática**, v. 1, p. 13-31, 2014.

PONTE, J. P. et al. A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. **Rev. Port. de Educação**, Braga, v. 20, n. 2, p. 39-74, 2007.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. **Práxis Educativa** (Brasil), v. 7, n. 2, p. 355-377, 2012.

QUEIROZ, D. T. et al. Observação participante na pesquisa qualitativa: conceitos e aplicações na área da saúde. **Revista enfermagem UERJ**, v. 15, n. 2, p. 276-283, 2007.

RAMOS, N. S. **Sequências numéricas como desencadeadoras do conceito de convergência: episódios de resolução de tarefas**. 2017. 126 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

RAMOS, N. S.; FONSECA, M. O. S.; TREVISAN, A. L. Ambiente de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral pautado em episódios de resolução de tarefas. In: V Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 2016, Ponta Grossa. **Anais**... SINECT, 5. Ponta Grossa: Editora da UTFPR, 2016. v. 1. p. 1-11.

REIS, F. S. A. **Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos**. 2001. 302f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, UNICAMP, Campinas, 2001.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.2003.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, v. 32, n. 61, p. 398-418, 2018.

SANTOS, E. R. D. **Análise da produção escrita em matemática**: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino. 2014. 156 f. Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

SANTOS, L. Dilemas e desafios da avaliação reguladora. **Avaliação em Matemática**: Problemas e desafios, p. 11-35, 2008. http://hdl.handle.net/10451/5286

SANTOS, L. A articulação entre a avaliação somativa e a formativa, na prática pedagógica: uma impossibilidade ou um desafio? **Ensaio**: avaliação e políticas públicas em Educação, v. 24, n. 92, p. 637-669, 2016.

SOUZA, J. A. **Cola em Prova Escrita**: de uma conduta discente a uma estratégia docente. 2018. 146 p. Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2018.

STEIN, M.; SMITH, Margaret Schan. Tarefas Matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, v. 105, p. 22-28, 2009.

TREVISAN, A. L. **Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em Matemática**. 2013. 168f. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

TREVISA. L. T. et al. O Raciocínio Matemático em Um Episódio de Resolução de Tarefas De Cálculo. **Anais**... XLVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE) e 2º Simpósio Internacional de Educação em Engenharia da ABENGE 2019.

TREVISAN, A. L.; BORSSOI, A. H.; ELIAS, H. R. Delineamento de uma Sequência de Tarefas para um Ambiente Educacional de Cálculo. **VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Pirinópolis/GO, p. 1-12, 2015.

TREVISAN, A. L.; BURIASCO, R. L. C. Educação Matemática Realística: uma abordagem para o ensino e a avaliação em Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 10, n. 2, p. 167-184, 2015.

TREVISAN, A. L.; DA FONSECA, M. O. D. S.; PALHA, S. A. G. Proposição de tarefas com TDIC em aulas de Cálculo. **Revista Diálogo Educacional**, v. 18, n. 58, p. 713-738, 2018.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 6, p. 129-138, 2013.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo
 Integral before derivative? Derivative before integral? Limit, at the end? A proposal to organize a Calculus course. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, p. 353-373, 2017.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, p. 209-227, 2018.

TREVISAN, A. L. et al. Tarefas para o Desenvolvimento do Raciocínio Covariacional. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 7, n. 2, p. 242-254, 2020.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ. **Conselho De Graduação e Educação Profissional. Resolução nº 81/2019 - COGEP, de 26 de julho de 2019**. Resolve aprovar o Regulamento da Organização Didático-Pedagógica dos Cursos de Graduação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, anexo a esta Resolução. Curitiba, 2019.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. H. A. M. **Assessment and realistic mathematics education**. Utrecht University, 1996.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. Reform under attack –Forty Years of Working on Better Mathematics Education thrown on the Scrapheap? No Way! In: SPARROW, L.; KISSANE, B.; HURST, C. (Eds.). **Proceedings of the 33th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Fremantle: MERGA. 2010.

VAZ, R. F.; NASSER, L. Em busca de uma avaliação mais "justa". **Com a Palavra, o Professor**, v. 4, n. 10, p. 269-289, 28 dez. 2019.

ANEXO A – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 1

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

ATIVIDADE AVALIATIVA 1 – 26/08/2019 – VALOR 1,5 – 0,5 CADA

NOMES:____

- PODE UTILIZAR CALCULADORA (EXCETO CELULAR).
- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.
- AS QUESTÕES PODEM SER RESOLVIDAS COM LÁPIS.

1. Num determinado jogo de apostas, o prêmio pago a cada jogador vencedor é duas vezes o valor de sua aposta. Maria adotou o seguinte esquema de apostas: na 1.ª tentativa, apostaria R$ 10,00; na 2.ª tentativa, apostaria R$ 20,00; na 3.ª tentativa, apostaria R$ 40,00 e assim por diante, até conseguir vencer. Num certo dia, Maria só conseguiu vencer na 10.ª tentativa. Nesse dia, ela teve lucro ou prejuízo? De quanto?

2. “Se os termos de uma sequência alternam entre positivos e negativos, então ela pode ser tanto convergente quanto divergente”. Construa um exemplo (usando tanto fórmula quanto algum tipo de representação gráfica) para ilustrar que ela pode ser convergente, e outro para ilustrar que ela pode ser divergente. Explique suas escolhas.

3. Deseja-se investigar o comportamento térmico de um material submetido a determinado procedimento experimental. Para isso foram tomadas medidas de temperatura em ºC em intervalos de 1 em 1 hora, por um período de 12 horas. Os dados são mostrados na tabela ao lado.

a) Em qual momento, durante o monitoramento, observou-se a maior variação de temperatura? Justifique.

b) Explique como utilizar o conceito de função diferença para investigar se a curva que liga os pontos do gráfico da sequência de valores de temperatura é côncava para baixo ou para cima.
OBS. A simples marcação de pontos no plano cartesiano não serve como justificativa.

Tempo(h)	Temperatura(ºC)
1	53,4
2	54,1
3	54,5
4	55,1
5	54,8
6	53,7
7	54,1
8	53,5
9	53,1
10	54,7
11	54,9
12	54,6

ANEXO B – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 2

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 2 – 10/09/2019 – VALOR 1,5

NOME:____

- A PROVA É INDIVIDUAL E COM CONSULTA, PODENDO UTILIZAR CALCULADORA (EXCETO CELULAR).
- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.
- AS QUESTÕES PODEM SER RESOLVIDAS COM LÁPIS.

1. (0,4) Uma xícara de café contém cerca de 100mg de cafeína. Após ingerida, a cafeína é eliminada do corpo a uma taxa de 16% por hora.

a) (0,1) Determine a quantidade de cafeína que permanece no corpo após 12 horas.

b) (0,3) Apresente uma fórmula que relaciona a quantidade de cafeína que permanece no corpo ao longo do tempo.

2. (0,4) A tabela ao lado fornece um conjunto de pontos de dados que relacionam a pressão p em atmosferas (atm) e a temperatura T (em ºC) de uma quantidade fixa de dióxido de carbono em um cilindro fechado. Assumindo que existe uma relação linear entre a pressão e a temperatura, calcule a pressão quando a temperatura for de 230ºC.

T (ºC)	p (atm)
50	3,0
150	4,2

3. (0,4) Suponha que se coloque uma batata, à temperatura ambiente, num forno quente, mantido a uma temperatura constante de 200º C. À medida que a batata recebe calor do forno, sua temperatura aumenta a uma taxa decrescente. Considere $T(t)$ a temperatura da batata, em ºC, no instante t, em minutos.

a) (0,3) Trace um gráfico da temperatura da batata como função do tempo a partir do momento em que ela foi posta no forno. Justifique sua construção.

b) (0,1) Qual é o significado de $T(20)=120$ nesse contexto?

4. (0,3) Determine o domínio da função $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-5x+6}$

ANEXO C – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 3 – PARTE 1

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 3 – 01/10/2019 – VALOR 0,5

NOMES:____

1. No Geogebra, insira *f(x)=a*(x+b)^2+c*. Serão criados controles deslizantes a, b e c que podem variar. Insira, também, *g(x)=x^2*, para usar seu gráfico de comparação.

Antes de resolver cada item, assuma os valores iniciais $a = 1$, $b = 0$ e $c = 0$ (nesse caso, os dois gráficos coincidem).

a) Mantendo os índices a e b fixos, faça o índice c variar. Descreva o movimento do gráfico de *f* em termos do gráfico de *g*, a partir dos valores assumidos por *c*.

b) Mantendo os índices a e c fixos, faça o índice b variar. Descreva o movimento do gráfico de *f* em termos do gráfico de *g*, a partir dos valores assumidos por *b*.

c) Mantendo os índices b e c fixos, faça o índice a variar. Descreva o movimento do gráfico de *f* em termos do gráfico de *g*:

(i) primeiro levando em conta o sinal dos valores assumidos por a;

(ii) depois considerando dois intervalos de variação: |a|>1 e 0<|a|<1.

(iii) Clique no ícone  para selecionar um ponto e, em seguida, clique sobre o gráfico de *f*. Em seguida, construa a reta tangente ao gráfico de *f* passando por A (ative a opção na janela 4, depois clique no gráfico e depois no ponto). Estabeleça alguma relação entre a inclinação dessa reta e o comportamento descrito no item (ii).

d) Varie os três índices até chegar no gráfico da equação $y = -2(x+1)^2 - 3$. Dos movimentos descritos nos itens (a), (b) e (c), comente quais foram necessários para, a partir do gráfico *g*, chegar no gráfico de $y = -2(x+1)^2 - 3$.

ANEXO D – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 3 – PARTE 2

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

NOMES:____

- A PROVA É INDIVIDUAL E COM CONSULTA, PODENDO UTILIZAR CALCULADORA (EXCETO CELULAR).
- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.
- AS QUESTÕES PODEM SER RESOLVIDAS COM LÁPIS.

1. (0,5) A quantidade de produtos comercializados por uma empresa é função do seu preço de venda. Suponha que essa relação seja dada segundo a função $f(x) = -2x^2 + 20x + 150$, em que $x > 0$ é o preço de venda, em reais, e f é a quantidade de produtos comercializados. Utilize o conceito de derivada para: a) construir em detalhes um esboço do gráfico dessa função.
   a) determinar o preço para o qual a quantidade de produtos comercializados/ atinge valor máximo, e qual a quantidade máxima de produtos comercializados.

2. (0,5) Com relação à função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$, determine:
   a) a(s) coordenada(s) x de seu(s) ponto(s) crítico(s).
   b) intervalo(s) em que seu gráfico é decrescente.
   c) Intervalo(s) em que seu gráfico é côncavo para cima.

ANEXO E – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 4 – PARTE 1

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

1. Construa uma função polinomial de 3º grau com raízes reais distintas. Em seguida:
   a) Utilize o estudo das derivadas para determinar seus pontos críticos e construir um esboço do seu gráfico.
   b) Utilize o conceito de integral definida para calcular a área da região delimitada pelo gráfico dessa função e o eixo x, no intervalo entre as duas maiores raízes reais.

2. Proponha e resolva um problema envolvendo o esboço e cálculo da área da ume região delimitada pelo gráfico de duas funções, sendo uma delas uma função do 1º grau e a outra uma função do 2º grau.

3. Proponha e resolva um problema envolvendo o cálculo do volume de um sólido de revolução.

4. Proponha e resolva um problema envolvendo a determinação da equação da reta tangente ao gráfico de uma função de 4º grau. Faça uma representação gráfica associada.

ANEXO F – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 4 – PARTE 3

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 4 – 14/10/2019 – VALOR 2,0 – 0,5 CADA

NOMES:____

- A PROVA É INDIVIDUAL E COM CONSULTA À "COLA", PODENDO UTILIZAR CALCULADORA (EXCETO CELULAR).
- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.
- AS QUESTÕES PODEM SER RESOLVIDAS COM LÁPIS.

1. Construa uma função polinomial de 3º grau com dois pontos críticos, sendo as abscissas (coordenadas x) desses pontos negativas. Apresente cálculos que justifiquem sua construção.

2. Para a função construída na questão anterior, determine a equação da reta tangente ao seu gráfico, no ponto de coordenada $x=1$.

3. Ainda para a função construída na questão 1, determine o intervalo em que seu gráfico é côncavo para cima.

4. Proponha e resolva um problema envolvendo o cálculo da área sob o gráfico de uma função do 2º grau que possua duas raízes reais.

ANEXO G – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 5 – PARTE 1

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 5 – 29/10/2019 – VALOR 2,5

PARTE 1 – INDIVIDUAL (1,5)

NOME:____

- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA. ALÉM DOS “RESULTADOS” SERÁ TAMBÉM AVALIADA A UTILIZAÇÃO CORRETA DA NOTAÇÃO MATEMÁTICA.
- RESOLVA TODAS AS QUESTÕES NA FOLHA DE ALMAÇO. NÃO FAÇA ANOTAÇÃO NESSA FOLHA DE QUESTÕES. PODE UTILIZAR LÁPIS EM SUA RESOLUÇÃO.

1. (0,5) Nos dois cálculos de limites apresentados abaixo, há erros. Para cada um deles: (a) Explique qual é o erro. (b) Apresente o cálculo correto.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^3-x^2}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x+1}{3x^2-2x}=\lim_{x\to 1}\frac{6x-2}{6x-2}=1$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+x+1}{x^3-x^2}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x+1}{3x^2-2x}=\lim_{x\to 1}\frac{6x-2}{6x-2}=1$$

2. (0,5) É dada a função $f(x)=\dfrac{x^2-5x}{x^2-25}$. Justifique, por meio do cálculo de limites, a existência de assíntotas verticais e de assíntotas horizontais no gráfico dessa função. Em seguida, utilize essas informações para construir um esboço do gráfico da função (sem ficar “marcando pontinhos”).

3. (0,5) Faça um esboço da região cuja área é o resultado da integral a seguir. Em seguida, calcule essa área: $\int_0^2 [(2+x)-(x^2)]\,dx$.

ANEXO H – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 5 – PARTE 2

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 5 – 29/10/2019 – VALOR 2,5

PARTE 2 – EM DUPLA (1,0)

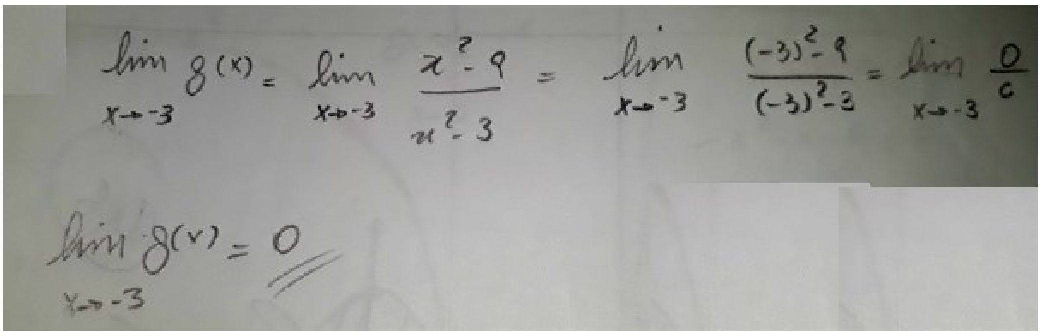
ABAIXO, HÁ RESOLUÇÕES APRESENTADAS POR ESTUDANTES EM SEMESTRES ANTERIORES PARA QUESTÕES ENVOLVENDO LIMITES.

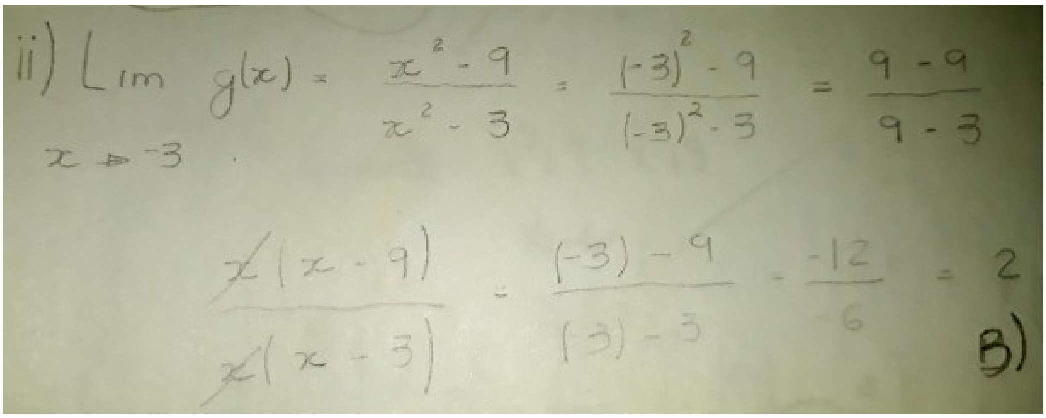
PARA CADA UM DOS LIMITES, ESCOLHA TRÊS RESOLUÇÕES E ANALISE, PROCURANDO EVIDENCIAR SE:

A) A ESTRATÉGIA ESCOLHIDA ESTÁ ADEQUADA PARA O TIPO DE LIMITE PROPOSTO.
B) A NOTAÇÃO UTILIZADA NA RESOLUÇÃO ESTÁ OU NÃO CORRETA.
C) HÁ ALGUM EQUÍVOCO NO CÁLCULO E, SE HOUVER, QUAL É.
D) IDENTIFICAR SE A RESPOSTA FINAL ESTÁ OU NÃO CORRETA.

VOCÊ PODE FAZER ANOTAÇÕES E DISCUTIR, MAS A ANÁLISE EM SI DEVE SER APRESENTADA POR MEIO DE ÁUDIO ENVIADO PARA XXXXXXX. NÃO HÁ UM TEMPO PADRÃO PARA O ÁUDIO, MAS PROCURE NÃO ULTRAPASSAR 5 MINUTOS.

Resoluções apresentadas para $\lim_{x \to -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3}$





ii) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2-9}{x^2-3} = \dfrac{\cancel{x}\left(x-\frac{9}{x}\right)}{\cancel{x}\left(x-\frac{3}{x}\right)} = \dfrac{\left(x-\frac{9}{x}\right)}{\left(x-\frac{3}{x}\right)} \cdot \lim\limits_{x\to -3} \dfrac{\left(x-\frac{9}{x}\right)}{\left(x-\frac{3}{x}\right)}$

$= \lim\limits_{x\to -3} \dfrac{\left(-3-\frac{\cancel{9}^{\,3}}{\cancel{-3}}\right)}{\left(-3-\frac{\cancel{3}^{\,1}}{\cancel{-3}}\right)} = \lim\limits_{x\to -3} \dfrac{0}{-2} = 0$

$\lim\limits_{x\to -3} g(x) = \dfrac{x^2-9}{x^2-3} = \dfrac{9-9}{9-3} = \varnothing$ (Esse símbolo ao final significa “não existe”).

Resoluções apresentadas para $\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{x^2-5x}{x^2-25}$

$\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{x^2-5x}{x^2-25} \lim\limits_{x\to -5} \dfrac{2x-5}{2x} \lim\limits_{x\to -5} \dfrac{2.(-5)-5}{2.(-5)} \lim\limits_{x\to -5} \dfrac{-5}{10} \lim\limits_{x\to -5} = -\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{(-5)^2-5(-5)}{(-5)^2-25} = \dfrac{25+25}{25-25} = 50$

$\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{x^2-5x}{x^2-25} = \boxed{50}$

apropriada.

$\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{x^2-5x}{x^2-25} = \dfrac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{5x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{25}{x^2}} = \dfrac{1-\frac{5}{x}}{1-\frac{25}{x^2}} = \dfrac{1-\left(\frac{5}{-5}\right)}{1-1} = \dfrac{2}{0}$

apropriada.

$f(-5) = \dfrac{-5^2-5.-5}{-5^2-25} = \dfrac{25-25}{-50} = 0$

ANEXO I – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 6

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 6 – 18/11/2019 – VALOR 2,5 – 0,5 CADA

NOME:____

- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA. ALÉM DOS "RESULTADOS" SERÁ TAMBÉM AVALIADA A UTILIZAÇÃO CORRETA DA NOTAÇÃO MATEMÁTICA.
- RESOLVA TODAS AS QUESTÕES NA FOLHA DE ALMAÇO. NÃO FAÇA ANOTAÇÃO NESSA FOLHA DE QUESTÕES. PODE UTILIZAR LÁPIS EM SUA RESOLUÇÃO.

1. Construa e resolva um limite envolvendo uma indeterminação do tipo "zero sobre zero", cuja resposta final seja 3 (Não vale copiar da "cola", caso nela conste algum exemplo resolvido).

2. Construa e resolva um limite envolvendo uma indeterminação da forma "constante sobre zero" cuja resposta final seja "infinito" (Não vale copiar da "cola", caso nela conste algum exemplo resolvido).

3. A derivada de $y = \dfrac{x-1}{2x+3}$, em sua forma mais simplificada, pode ser escrita como $y' = \dfrac{A}{B}$, sendo A uma constante e B uma função polinomial.

   (a) Qual é o valor de A?

   (b) Qual é o grau de B?

4. Escolha e resolva <u>uma</u> das integrais: a) $\int 2x\left(1+2x^2\right)^2 dx$ b) $\int t^2\sqrt{t^3+1}\,dt$

5. Registre algo que você saiba sobre <u>algum dos assuntos da prova</u> e que constava em sua "cola", mas não foi cobrado em nenhuma das questões. Você pode escrever a respeito, criando (e não copiando) exemplos, ou ainda propor e resolver uma questão envolvendo esse assunto. Para qualquer uma dessas opções, explique como a cola o "ajudou".

ANEXO J – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 7

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 7 – 02/12/2019 – VALOR 3,0

- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA. ALÉM DOS "RESULTADOS" SERÁ TAMBÉM AVALIADA A UTILIZAÇÃO CORRETA DA NOTAÇÃO MATEMÁTICA.
- RESOLVA TODAS AS QUESTÕES NA FOLHA DE ALMAÇO. NÃO FAÇA ANOTAÇÃO NESSA FOLHA DE QUESTÕES. PODE UTILIZAR LÁPIS EM SUA RESOLUÇÃO.

1. (0,4) Proponha e resolva um limite envolvendo combinações de funções polinomiais e trigonométricas, na qual seja necessário usar duas vezes a regra de L'Hôpital

2. (0,4) Proponha e resolva uma integral cujo integrando envolva parte exponencial e parte trigonométrica, e em cuja resolução seja necessário uso do método de substituição simples

3. (1,0) Resolva com detalhes as integrais a seguir.

a) $\int x\cos(x^2)dx$ b) $\int x^2\cos(x)dx$

4. (0,4) Esboce e calcule a área da região delimitada pelos gráficos de $y = senx$ e $y = \cos x$ em [0,π/2).

5. (0,4) Resolva $\int_0^1 \frac{1}{2x-4}dx$.

6. (0,4) Mostre em detalhes que derivada da função secante pode ser escrita como produto de duas funções trigonométricas, explicando as regras de derivação utilizadas, e as relações trigonométricas envolvidas.

ANEXO K – INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO 8

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

ATIVIDADE AVALIATIVA 8 – 16/12/2019 – VALOR 3,0

- EM CADA QUESTÃO, APRESENTE CÁLCULOS E/OU EXPLICAÇÕES QUE JUSTIFIQUEM A RESPOSTA. ALÉM DOS "RESULTADOS" SERÁ TAMBÉM AVALIADA A UTILIZAÇÃO CORRETA DA NOTAÇÃO MATEMÁTICA.
- RESOLVA TODAS AS QUESTÕES NA FOLHA DE ALMAÇO. NÃO FAÇA ANOTAÇÃO NESSA FOLHA DE QUESTÕES. PODE UTILIZAR LÁPIS EM SUA RESOLUÇÃO.

1. (0,4) Proponha e resolva um limite envolvendo combinações de funções polinomiais e exponenciais, na qual seja necessário usar duas vezes a regra de L'Hôpital

2. (0,4) Proponha e resolva uma integral cujo integrando envolva a função seno, e em cuja resolução seja necessário uso do método de integração por partes.

3. (1,0) Resolva com detalhes as integrais a seguir.

b) $\int x^2 e^{2x^3+3} dx$ b) $\int x^2 e^x dx$

4. (0,4) Esboce e calcule a área da região delimitada pelo gráfico de $y = 2senx$ e o eixo x, no intervalo $[0, \pi]$.

5. (0,4) Resolva $\int_0^1 \frac{1}{2x+1} dx$.

6. (0,4) Apresente em detalhes o cálculo necessário para se obter a derivada da função cossecante.

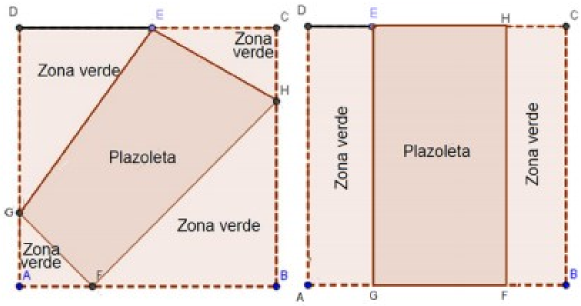
ANEXO L – PORTFÓLIO – TAREFA 04

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

Deseja-se construir uma praça em forma retangular dentro de um terreno quadrado de 80m de lado. A condição é que cada vértice da praça deve estar sobre um dos lados do terreno. As partes restantes serão utilizadas como área verde.

a) Desenhe pelo menos três possibilidades de praça dentro do terreno quadrado, levando em conta as condições da situação. Explique suas propostas

b) Um aluno propõe duas praças (*plazoletas*, em espanhol), nas formas mostradas abaixo. São possíveis tais formas para a praça? Explique sua resposta

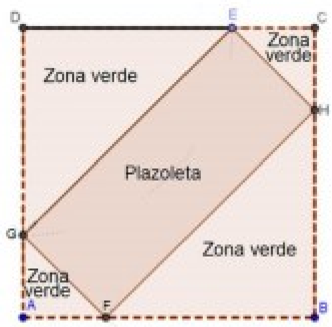


c) Luisa afirma que dentro dos valores numéricos que o segmento DE (que liga o vértice do quadrado a um dos vértices da praça – conforme figuras acima) pode tomar, temos: 0m, 47m, 80m e 92m. Analise a declaração de Luisa para cada um desses valores e escreva se é possível.

d) Abra o arquivo disponibilizado. Explore possíveis construções que para praça movimentando o ponto. Escreva quais quantidades são consideradas constantes nessa situação, e quais quantidades são consideradas variáveis.

e) Esboce ao menos gráficos que relacionem as variáveis envolvidas na situação.

f) Levando em conta as condições já apontadas, no que diz respeito à construção da praça, considere a seguinte situação: A praça será utilizada para eventos sociais. Por esta razão, o arquiteto é convidado a projetar a plataforma de tal forma que a maior área possível é garantida para conter mais pessoas. Faça um estudo matemático da situação (tabelas, gráficos, fórmulas), investigando que tamanho deve ter o segmento DE (figura abaixo) para que a área da praça seja máxima?



ANEXO M – FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL

Ficha de Avaliação de Produto/Processo Educacional

Adaptado de: Rizzatti, I. M. *et al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

Instituição de Ensino Superior	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
Título da Dissertação	ANÁLISE DE UM PROCESSO AVALIATIVO ALINHADO A UM AMBIENTE DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE CÁLCULO PAUTADO EM EPISÓDIOS DE RESOLUÇÃO DE TAREFAS
Título do Produto/Processo Educacional	Pense Fora da Caixa em CDI - uma proposta para diversificar a avaliação da aprendizagem em aulas de Cálculo Diferencial e Integral.
Autores do Produto/Processo Educacional	**Discente**: ROBERTA MARCELINO DE ALMEIDA ALVES
	Orientador/Orientadora: André Luis Trevisan/ Marcele Tavares Mendes
	Outros (se houver):
Data da Defesa	09.06.2021

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)	
Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.	
Aderência: avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação. *<u>Apenas um item pode ser marcado</u>. Linhas de Pesquisa do PPGMAT: *L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático* (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das potencialidades de cada uma no processo de	( ) Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT. (x) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.

construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade); *L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática* (trata da análise e do desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).	
Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade: refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas. *<u>Apenas um item pode ser marcado</u>. A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis: 1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado; 2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo; 3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras pessoas considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação. Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.	( ) PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa. ( ) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade. (x) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação). ( ) PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).
Abrangência territorial: refere-se a uma definição da abrangência de aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente. *<u>Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória</u>.	( ) Local ( ) Regional (x) Nacional ( ) Internacional Justificativa (*obrigatória*): Apesar de ter havido uma aplicação em nível local, o PE é disponibilizado em repositório de alcance nacional.
Impacto: considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do discente (não precisa	( ) PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação em que o PE foi utilizado e/ou

ser, necessariamente, em seu local de trabalho). *Apenas um item pode ser marcado.	aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto). (x) PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.
Área impactada *Apenas um item pode ser marcado.	( ) Econômica; ( ) Saúde; (x) Ensino; ( ) Cultural; ( ) Ambiental; ( ) Científica; ( ) Aprendizagem.
Complexidade: compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE. *Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.	(x) O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à questão de pesquisa da dissertação. (x) A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE. (x) Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação. (x) Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.
Inovação: considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.	( ) PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito). (x) PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos). ( ) PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).

Membros da banca examinadora de defesa

Nome	**Instituição**
André Luis Trevisan	UTFPR
Lilian Nasser	UFRJ
Osmar Pedrochi Junior	Unopar

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Curso Superior de Engenharia de Produção
MA11A – Cálculo Diferencial e Integral I – Turma EP13
Prof. André Luis Trevisan (andrelt@utfpr.edu.br)
2º semestre de 2019

REFLEXÕES INDIVIDUAIS SOBRE A DISCIPLINA

Nome: ____

Na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I foram utilizados, ao longo do semestre, várias estratégias de trabalho em aula, e diferentes instrumentos avaliativos no intuito de promover oportunidades de aprendizagem aos estudantes. Com base nessas ações que acreditamos não serem tão usuais em aula dessa disciplina, buscamos, enquanto pesquisadores, "olhar" para as percepções dos alunos e discutir se há impactos já sentidos por eles.

Assim, as questões a seguir têm por objetivo levantar as suas compreensões sobre como foi o desenvolvimento da disciplina, do ponto de vista matemático e didático. Por gentileza, responda da forma mais detalhada possível.

1. Você acha que suas expectativas para a disciplina foram alcançadas? Comente.
2. De que maneira a utilização de vários instrumentos avaliativos, que você vivenciou ao longo da disciplina, contribuiu para a sua aprendizagem?
3. A forma como foram utilizados esses instrumentos interferiu nas maneiras de estudar? Comente.
4. Durante a realização das avaliações, os instrumentos garantiram (assinale quantas opções quiser, e comente a respeito).

( ) segurança – consolidar a sua confiança em si próprio;
( ) assistência – fornece um "ponto de apoio" para o seu progresso;
( ) *feedback* – fornecer informações úteis sobre as etapas vencidas e as dificuldades encontradas.

5. Dentre os vários instrumentos de avaliação utilizados na disciplina, elencamos:

I. Prova escrita individual com consulta ao caderno;
II. Prova escrita individual com cola (utilização de uma folha de sulfite com anotações);
III. Prova escrita individual com cola (utilização de xerox de 5 páginas de livros);
IV. Prova escrita individual com cola coletiva construída pela turma;
V. Prova escrita sem consulta, realizada em dupla;
VI. Tarefa em equipes envolvendo investigação com o Geogebra;
VII. Criação de questões envolvendo um conteúdo específico.
VIII. Elaboração de vídeo;
IX. Análise oral das resoluções de questões envolvendo cálculo de limites;
X. Organização de um portfólio.

Escolha cinco desses instrumentos avaliativos para comentar. O seu comentário deve conter informações como:

i) explique como foi sua compreensão e a elaboração/desenvolvimento da avaliação
ii) esse instrumento, de alguma forma, de alguma forma ajudou na sua aprendizagem
iii) reflexões sobre o instrumento.

6. Espaço para outros comentários que considerar pertinentes acerca da disciplina e o método de avaliação.