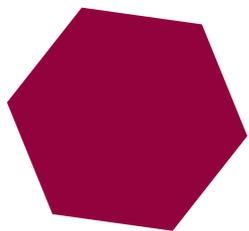


DESENVOLVENDO O CONHECIMENTO
MATEMÁTICO PARA O ENSINO DE

ARTE SANTOS

AUTORES: SILMARA RIBEIRO RODRIGUES
HENRIQUE RIZEK ELIAS

POR MEIO DE TAREFAS
DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL



UTFPR

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

ppgmat

PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENSINO
DE MATEMÁTICA

2021



Desenvolvendo o Conhecimento Matemático para o Ensino de Frações por meio de Tarefas de Aprendizagem Profissional

Developing Mathematical Knowledge for Teaching of Fractions through Professional Learning Tasks



Autores:

Silmara Ribeiro Rodrigues
Henrique Rizek Elias



4.0 internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina



SILMARA RIBEIRO RODRIGUES

**CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO MOBILIZADO POR UMA PROFESSORA NO
CONTEXTO DO ESTUDO DE AULA**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 10 de Junho de 2021

Prof Henrique Rizek Elias, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Andre Luis Trevisan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Renata Camacho Bezerra, Doutorado - Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 13/07/2021.

SUMÁRIO

06 - Apresentação

07 - Sobre o Produto Educacional

09 - As Tarefas de Aprendizagem Profissional

10 - Primeira tarefa de aprendizagem profissional

11 - Segunda tarefa de aprendizagem profissional

13 - Terceira tarefa de aprendizagem profissional

15 - Quarta tarefa de aprendizagem profissional

17 - Quinta tarefa de aprendizagem profissional

19 - Comentários Finais

20 - Referências

APRESENTAÇÃO

Este material foi produzido a partir de uma pesquisa de mestrado desenvolvida no contexto de um processo de formação continuada que envolveu professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, professores formadores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e estudantes do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da UTFPR *multicampi* Cornélio Procópio e Londrina.

Apresentamos aqui um conjunto de Tarefas de Aprendizagem Profissional elaboradas a partir das amostras autênticas da prática e produzidas a partir de um trabalho colaborativo desenvolvido por meio de um ciclo de Estudo de Aula. O ciclo de Estudo de Aula envolve o planejamento coletivo de uma aula, o desenvolvimento da aula por uma professora integrante do grupo e a análise conjunta da aula pelo grupo de professores envolvidos no processo formativo. No caso deste Produto Educacional, o tema matemático que permeou o Estudo de Aula foi frações.

Essas Tarefas de Aprendizagem Profissional são destinadas a quem deseja oferecer uma formação (inicial ou continuada) para professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, ou seja, a professores formadores que atuam com formação continuada de professores, a professores formadores que atuam com formação inicial de professores, a Secretarias de Educação que desejam oferecer formação continuada aos professores da rede ou a equipes pedagógicas de escolas.

Na próxima seção, denominada Sobre o Produto Educacional, detalhamos os fundamentos teóricos que embasaram a elaboração das Tarefas de Aprendizagem Profissional. Em seguida, temos a seção As Tarefas de Aprendizagem Profissional, em que apresentamos as cinco tarefas produzidas, explicitando os objetivos de cada uma delas. Por fim, tecemos alguns Comentários Finais, chamando a atenção, entre outras coisas, para a importância do papel do professor formador.

Esperamos com as TAP aqui apresentadas oportunizar momentos favoráveis ao desenvolvimento profissional e ao aperfeiçoamento do senso crítico e reflexivo sobre a prática docente.



SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

Este Produto Educacional (PE) é parte de uma pesquisa de mestrado profissional desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Ensino da Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) *multicampi* Cornélio Procópio e Londrina. A pesquisa foi desenvolvida no contexto de um projeto de extensão intitulado “Formação Continuada em Matemática para Docentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental”, realizado durante o ano de 2019 e que contou com a participação de professores formadores da UTFPR, professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais e estudantes do PPGMAT. O objetivo da pesquisa foi identificar e analisar os subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino, mobilizados por uma professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, durante um ciclo de Estudo de Aula.

Consideramos que o conhecimento profissional necessário ao professor para exercer a tarefa de ensinar Matemática vai muito além da ideia simplista de que basta ao professor ter domínio do conhecimento do conteúdo específico a ser ensinado. Diversos autores (SHULMAN, 1986, 1987; BALL; THAMES; PHELPS, 2008) debatem algumas características do conhecimento profissional docente, evidenciando que o conhecimento do conteúdo específico é apenas uma de suas componentes.

No caso particular dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como apontam Nacarato, Mengali e Passos (2019), os professores em formação inicial “têm tido poucas oportunidades para uma formação matemática que faça frente às exigências da sociedade” (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2019, p.20). Por isso, é importante considerar o papel relevante de processos de formação continuada capazes de promover o desenvolvimento profissional docente. Consideramos as formações inicial e continuada como etapas de um caminho a ser percorrido, porém o desenvolvimento profissional acontece quando é oferecido ao professor oportunidades de refletir sobre sua própria prática, estudando e aprofundando temas para os quais se sinta motivado (PONTE, 1998). Isso significa assumir o protagonismo do professor como sujeito da sua formação.

Como já informamos, este PE foi desenvolvido a partir de um processo de formação continuada que ocorreu de abril a novembro de 2019. Neste período, foram realizados oito encontros presenciais, um por mês, sempre às quintas-feiras, com duração de 4 horas cada encontro. Entre um encontro presencial e outro, eram solicitadas atividades não presenciais com objetivo de antecipar estudos, totalizando uma carga horária de 60 horas de formação.

A proposta desse processo formativo era trabalhar em colaboração por meio do Estudo de Aula, uma metodologia para a formação de professores que busca o aperfeiçoamento e o desenvolvimento do senso crítico e reflexivo sobre os conhecimentos e práticas docentes (PONTE; BAPTISTA; VELEZ; COSTA, 2012; PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA; BAPTISTA, 2016). Foi adotada a perspectiva de desenvolvimento profissional apresentada por Ponte (1998), que busca estabelecer distinções entre

a formação tradicionalmente concebida e o que se entende por desenvolvimento profissional. Mesmo parecendo equivalentes, Ponte (1998) apresenta suas principais diferenças.

- A formação está muito ligada à ideia de “frequentar” cursos, enquanto, no desenvolvimento profissional, a ideia de frequentar cursos acontece também, mas vem acompanhada de outras atividades e trocas de experiências;

- Na formação, o movimento acontece de fora para dentro na assimilação dos conhecimentos que lhe são transmitidos, enquanto, no desenvolvimento profissional, o movimento é de dentro para fora, cabendo ao professor as decisões que deseja considerar, ou seja, o professor deixa de ser objeto e passa a ser sujeito da formação;

- A formação atende a suposta carência de conhecimentos, o que difere do desenvolvimento profissional, que direciona o olhar para as potencialidades do professor;

- A formação é compartimentada por assuntos ou disciplinas, enquanto, no desenvolvimento profissional, o professor é visto como um todo nos aspectos cognitivos, afetivos e relacionais;

- A formação parte da teoria e, geralmente, não chega à prática, já o desenvolvimento profissional considera a teoria e a prática de forma interligada (PONTE, 1998).

Como Fiorentini e Crecci (2013) apontam, algumas práticas podem ser catalisadoras de desenvolvimento profissional e uma delas é o Estudo de Aula, onde o trabalho acontece em conjunto, numa relação de ajuda mútua, investigando a própria prática profissional, num contexto colaborativo. Em colaboração no Estudo de Aula, professores planejam em detalhes uma aula sobre uma temática escolhida, procurando identificar dificuldades dos alunos e, depois, um dos integrantes do grupo desenvolve a aula em sua turma enquanto outros membros do grupo observam a aula e fazem os registros. Após a aula ser desenvolvida, o grupo se reúne e a aula é analisada em profundidade, podendo o planejamento sofrer alguns ajustes. O processo pode ser repetido por outro professor e em outra turma.

O crescimento profissional está relacionado à capacidade de trabalhar em equipe. Segundo Ponte (2004), para que haja a colaboração entre os participantes, é necessário que haja um ambiente de confiança entre eles, onde o diálogo aberto e franco aconteça naturalmente permitindo a aceitação de diferentes pontos de vista dando abertura às críticas. Neste sentido, Boavida e Ponte (2002) destacam que para atingir os objetivos e beneficiar a todos os envolvidos, é necessário que no trabalho em conjunto, a base de igualdade prevaleça entre os integrantes, sem hierarquias, principalmente se atuam em diferentes contextos e realidades. O que, segundo Saraiva e Ponte (2003), pode anular a separação existente entre professores e pesquisadores, prática profissional do professor e investigação educacional, escolas e universidades e em última análise, teoria e prática.

Além das perspectivas apresentadas no processo formativo, o foco no desenvolvimento profissional estava em investigar a mobilização dos conhecimentos profissionais de uma professora durante um ciclo completo do Es-

tudo de Aula (um ciclo completo envolve o planejamento, desenvolvimento e análise de uma aula). Para isso, nossa referência foi o modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), quadro teórico que envolve os conhecimentos matemáticos necessários para a prática docente, a partir das demandas matemáticas para o ensino.

Durante o processo formativo todo, o grupo realizou dois ciclos completos de Estudo de Aula. Como já indicamos, o PE aqui apresentado envolveu dados produzidos durante apenas um ciclo completo do Estudo de Aula, realizado durante o período que envolveu os três primeiros encontros do processo formativo e o desenvolvimento de uma aula na turma de uma das professoras participantes. O Quadro 1 detalha esse ciclo.

Quadro 1: ações desenvolvidas ao longo dos três primeiros encontros do processo formativo

	Etapas do ciclo do Estudo de Aula
Primeiro encontro presencial 04/04/2019	Planejamento coletivo de uma aula. Tema matemático: frações.
Segundo encontro presencial 02/05/2019	Planejamento coletivo de uma aula. Tema matemático: frações.
Desenvolvimento da aula na escola 14/05/2019	Desenvolvimento da aula planejada, ministrada por uma das participantes do grupo em sua turma de 5º ano
Terceiro encontro presencial 06/06/2019	Análise coletiva da aula desenvolvida pela professora.

Fonte: elaborado pelos autores

Esse primeiro ciclo, apresentado no Quadro 1, contou com a participação de 14 professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, duas professoras e estudantes do PPGMAT (sendo uma delas autora desse PE) e dois professores formadores (sendo um deles autor desse PE). Todos esses encontros presenciais e a aula desenvolvida foram gravadas (em áudio e/ou vídeo) e as gravações foram transcritas. Além dos dados oriundos das gravações, foram produzidos dados a partir das produções escritas dos estudantes da professora que ministrou a aula planejada coletivamente.

O tema matemático abordado no ciclo completo do Estudo de Aula foi frações. Campos, Magina e Nunes (2006) apresentam as frações em situações em que é possível refletir sobre seus diferentes significados (parte-todo, quociente, medida, número e operador multiplicativo). Na fração como significado parte-todo, a ideia presente está na partição do todo, podendo ser em quantidades contínuas ou discretas, em n partes iguais, onde cada parte pode ser representada por $1/n$. Na fração como quociente, a perspectiva presente está na estratégia da divisão, sendo duas variáveis em que uma correspondente ao numerador e outra ao denominador. Frações como medida assume que algumas medidas envolvem frações porque "se referem a quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis" (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006, p. 127). Na fração com significado de número, assim como números inteiros, não se referem a quantidades específicas. A fração como operador multiplicativo é vista como valor escalar aplicado a uma quantidade, ou seja, o número é um multiplicador da quantidade indicada (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006).

Como resultado de nossa investigação, apresentamos este PE constituído por um conjunto de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP). Segundo Ribeiro e Pon-

te (2019), as TAP são tarefas elaboradas com a finalidade de promover discussões matemáticas e didático-pedagógicas propiciando aprendizagens em situações específicas. Para Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), as TAP

são tarefas elaboradas com a finalidade de propiciar aprendizagens aos professores em uma situação específica (Ball & Cohen, 1999) e são caracterizadas, dentre outros aspectos, pelo uso de registros de prática (Ball, Ben-Peretz & Cohen, 2014), tais como, protocolos de resoluções de estudantes, recortes de propostas curriculares, e planos de ensino. Ao combinar tais recursos na elaboração das TAP, diferentes autores destacam a importância de se levar em conta que tais tarefas se constituem em ferramentas poderosas para que se leve, para o contexto da formação de professores, aspectos da prática da sala de aula como integrantes destas TAP (Smith, 2001). (RIBEIRO; AGUIAR; TREVISAN, 2020, p. 55).

De acordo com Smith (2001), as TAP são elaboradas a partir de amostras autênticas da prática, isto é, materiais obtidos de situações reais que envolvem o trabalho docente, tais como: tarefas matemáticas utilizadas por professores, diálogos entre estudantes e professor em sala de aula, protocolos de resolução de estudantes, planejamentos de aula feito pelo professor. Esses materiais possuem potencial para auxiliar os professores a desenvolverem compreensões a respeito de um conteúdo específico, questões pedagógicas ou, ainda, conhecimentos sobre a aprendizagem dos estudantes (SMITH, 2001).

Smith (2001) comenta que essas amostras autênticas da prática não são auto-organizadas, mas fornecem a matéria-prima em torno da qual uma TAP pode ser concebida. Isso significa que as amostras autênticas da prática precisam ser organizadas de acordo com determinado objetivo a fim de se tornarem TAP e fazerem parte de um currículo para a formação de professores (SMITH, 2001). Para Smith (2001), uma maneira de delinear uma TAP é considerar o conjunto de ações que comumente envolve o trabalho docente. Em nosso caso, esse conjunto de ações envolve as etapas do ciclo de Estudo de Aula: planejamento, desenvolvimento e análise de uma aula.

A autora exemplifica alguns tipos de TAP que poderiam ser utilizadas com um grupo de professores. Esses professores podem começar analisando as tarefas matemáticas que foram usadas durante o ensino e responder a perguntas como: Que oportunidades para aprender matemática são oferecidas pela tarefa? Que conhecimentos prévios os alunos precisam para participar da tarefa com sucesso? Como você esperaria que os alunos resolvessem a tarefa? Em seguida, podem assistir ao vídeo da aula e analisar o ambiente de aprendizagem: Que decisões tomou o professor durante o curso da aula? Que decisões foram tomadas pelos alunos? Quem fez as perguntas? Qual era a natureza das perguntas feitas pelos alunos? E pelo professor? Os professores podem, ainda, analisar o que os alunos parecem estar aprendendo e como eles aprenderam: Com quais ideias matemáticas os estudantes estavam lidando? Que fatores pareciam apoiar o envolvimento dos estudantes na atividade matemática? Que fator parece atrapalhar tal engajamento? A discussão pode ser concluída com o planejamento da próxima aula: Qual seria o objetivo matemático da instrução na próxima aula? Que conhecimentos os alunos demonstraram que servirá de base para a construção de novos conhecimentos? Que tarefa completaria o objetivo de aprendizagem? (SMITH, 2001).

e em seus exemplos de TAP, selecionamos e organizamos algumas amostras autênticas da prática produzidas ao longo dos três encontros do processo formativo e do desenvolvimento da aula por uma das professoras. Junto a isso, elaboramos perguntas para promover discussões e reflexões entre professores em formação que estejam fazendo uso das TAP propostas.

Para as escolhas das amostras autênticas da prática, demos preferência àquelas que envolviam alguma das seguintes características: i) tarefas matemáticas de natureza exploratória (PONTE, 2014, p. 21); ii) diálogos (entre as professoras no grupo, entre as professoras e professores formadores no grupo, entre a professora e os estudantes durante a aula desenvolvida) que explicitassem a mobilização de aspectos do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) e iii) produções escritas de estudantes com potencial para gerar discussões matemáticas.

Como afirmam Saraiva e Ponte (2003), o desenvolvimento profissional sempre envolve alguma aprendizagem e, conseqüentemente alguma mudança. Assim como o processo formativo mencionado ofereceu oportunidades de aprendizagens profissionais às professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, nosso objetivo é que esse conjunto de TAP possa oferecer ao professor possibilidades de promover novas discussões matemáticas com base em situações reais do trabalho docente.

AS TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

Apresentamos cinco TAP, criadas e organizadas para serem utilizadas em um contexto de trabalho colaborativo com um grupo de professores e/ou de futuros professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Cada TAP possui objetivos específicos. Tais objetivos estão descritos em quadros apresentados em cada TAP e foram pensados a partir de nossas análises sobre as amostras autênticas da prática com base nos referenciais teóricos mencionados. Isso significa que as perguntas que formulamos nas TAP possuem intenções, principalmente, de mobilizar aspectos do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Entretanto, cabe ao professor formador, de acordo com suas intenções, manter ou alterar alguma pergunta.

Propomos as TAP em uma sequência pensada de tal modo que, trabalhá-las na ordem apresentada aqui, pode favorecer a discussão. No entanto, novamente, cabe ao professor formador analisar e utilizar de acordo com suas intenções.

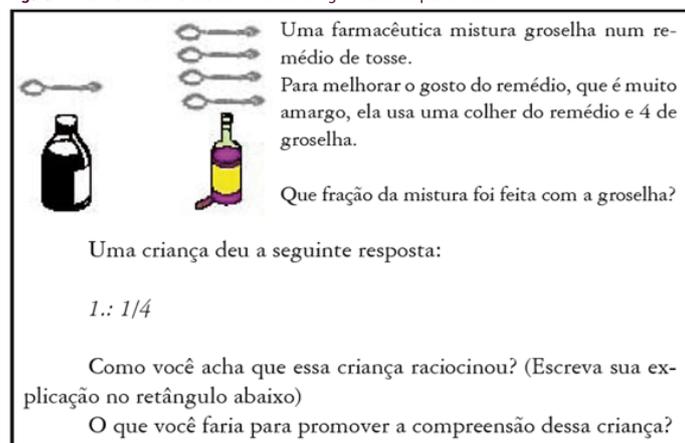


PRIMEIRA TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

A primeira TAP foi construída a partir de uma tarefa matemática (Figura 1) retirada de Campos, Magina e Nunes (2006), que já era destinada a professores, uma vez que visava conhecer as percepções desses acerca da resposta de um suposto estudante e discutir possíveis abordagens de ensino. Junto a essa tarefa matemática, trazemos alguns trechos das discussões entre professoras que debatiam sobre a tarefa durante o processo formativo. A TAP tem como objetivo trabalhar diferentes significados dos números racionais na forma fracionária (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006), em particular os significados de parte-todo e de razão. Para tanto, propomos aos professores em formação trabalharem as práticas de compreender maneiras de pensar dos alunos, sugerir encaminhamentos para formas inadequadas de resolver a tarefa e analisar possíveis intervenções realizadas por outros professores.

A Figura 1 apresenta uma situação retirada de Campos, Magina e Nunes (2006). Segundo as autoras, dentre os diferentes significados de números racionais, essa tarefa matemática explora o significado de parte-todo com quantidades discretas. Com base nessa tarefa, responda aos itens apresentados na sequência.

Figura 1: Tarefa matemática envolvendo o significado de parte-todo



Uma farmacêutica mistura groselha num remédio de tosse.
Para melhorar o gosto do remédio, que é muito amargo, ela usa uma colher do remédio e 4 de groselha.

Que fração da mistura foi feita com a groselha?

Uma criança deu a seguinte resposta:

1.: 1/4

Como você acha que essa criança raciocinou? (Escreva sua explicação no retângulo abaixo)

O que você faria para promover a compreensão dessa criança?

Fonte: Campos, Magina e Nunes (2006)

a) Como vocês acham que a criança que deu como resposta $1/4$ raciocinou?

b) Como vocês fariam para promover a compreensão dessa criança?

c) Ao responder como essa criança raciocinou, uma professora afirmou: “Eu coloquei que ela não compreende a noção do todo. E o todo é o cinco.”. Vocês concordam com essa afirmação? Expliquem suas respostas.

d) A mesma professora, ao responder como faria para promover a compreensão dessa criança, afirmou: “Pediria para o aluno fazer um círculo no quadro. Então, falar para ele representar no círculo a quantidade de colheres utilizadas. Depois eu perguntaria a quantidade de colheres utilizadas. Daí, como a quantidade de colheres

são 5, ele teria que dividir em 5. Pinte a quantidade na figura representativa de remédio. Aí pintaria uma parte. Que fração ela representa? Que fração podemos representar a parte de groselha, que é a parte não pintada?”

Como vocês avaliam essa intervenção que a professora sugere fazer?

e) Como a intervenção proposta pela professora no item d) se relaciona com a discussão sobre o todo discreto e o todo contínuo em uma situação de parte-todo? Como vocês trabalham com exemplos de todo contínuo e de todo discreto em suas aulas?

f) Outra professora apresentou o seguinte comentário: “Aqui tem uma outra questão, além dessa do todo que ele [aluno] não desenvolveu. Na escola, a gente apresenta como parte-todo, mas, tem uma outra questão que é a da razão, da fração enquanto razão. Quatro colheres de groselha para cada colher de remédio. Então, quantas de groselha teria que colocar se eu quisesse dar duas de remédio? Então é razão, proporcionalidade. Geralmente, você só vai apresentar essa ideia quando vai trabalhar proporcionalidade. Você não apresenta a fração com essa construção de ideia de razão. O $1/4$, por exemplo, que ele enxergou aqui, ele poderia estar pensando no 4 para 1.”.

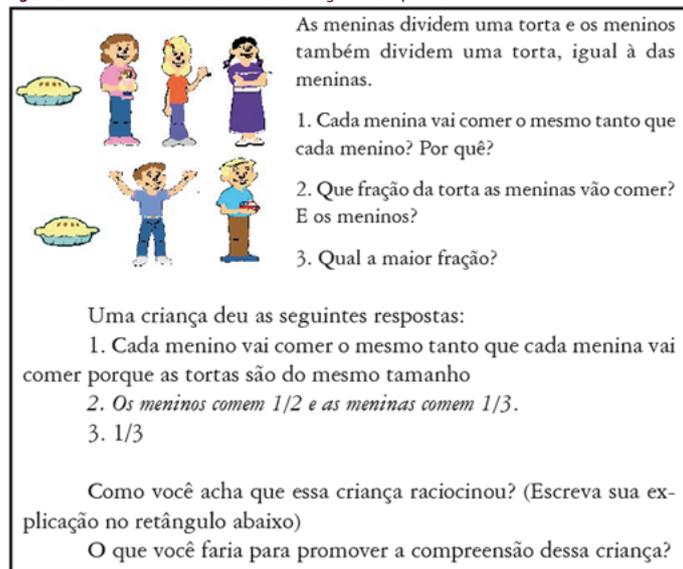
Como vocês avaliam esse comentário feito pela professora? A ideia de razão pode estar relacionada com

SEGUNDA TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

A segunda TAP foi construída a partir de uma tarefa matemática (Figura 2) retirada de Campos, Magina e Nunes (2006), que já era destinada a professores, uma vez que visava conhecer as percepções desses acerca da resposta de um suposto estudante e discutir possíveis abordagens de ensino. Junto a essa tarefa matemática, trazemos alguns trechos das discussões entre professoras que debatiam sobre a tarefa durante o processo formativo. A TAP tem como objetivo trabalhar diferentes significados dos números racionais na forma fracionária (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006), em particular o significado de quociente. Além disso, a TAP também busca discutir o papel da imagem/desenho em tarefas matemáticas. Para tanto, propomos aos professores em formação trabalharem as práticas de compreender maneiras de pensar dos alunos, sugerir encaminhamentos para formas inadequadas de resolver a tarefa e analisar possíveis intervenções realizadas por outros professores.

A Figura 2 apresenta uma situação retirada de Campos, Magina e Nunes (2006). Segundo as autoras, dentre os diferentes significados de números racionais, essa tarefa matemática explora o significado de quociente. Com base nessa tarefa, responda aos itens apresentados na sequência.

Figura 2: Tarefa matemática envolvendo o significado quociente



As meninas dividem uma torta e os meninos também dividem uma torta, igual à das meninas.

1. Cada menina vai comer o mesmo tanto que cada menino? Por quê?
2. Que fração da torta as meninas vão comer? E os meninos?
3. Qual a maior fração?

Uma criança deu as seguintes respostas:

1. Cada menino vai comer o mesmo tanto que cada menina vai comer porque as tortas são do mesmo tamanho
2. Os meninos comem $1/2$ e as meninas comem $1/3$.
3. $1/3$

Como você acha que essa criança raciocinou? (Escreva sua explicação no retângulo abaixo)

O que você faria para promover a compreensão dessa criança?

Fonte: Campos, Magina e Nunes (2006)

Com base na tarefa apresentada na Figura 2, responda individualmente:

- a) Por que essa tarefa explora o significado quociente dos números racionais?
- b) Como você acha que essa criança raciocinou?
- c) O que você faria para promover a compreensão dessa criança?

Foi proposto às professoras participantes que analisassem as respostas dadas pela criança (Figura 2) e

indicassem como fariam para ajudá-los a desenvolver seu entendimento do conceito de fração. Nas discussões entre as professoras participantes, a professora Sônia se encarregou de ler a situação-problema. Após a leitura, todas as professoras emitiram suas opiniões acerca de como enxergavam a resolução da tarefa realizada pela criança e apontaram suas estratégias de ensino.

Sônia: Como você acha que essa criança raciocinou? [...]

Maria: Eu acho, assim, o enunciado, ele tinha que ser melhorado. A criança compreendeu o enunciado, mas ela entendeu que as partes poderiam ser iguais e, na verdade, o igual eram as tortas. Por isso que ele responde que vão comer igual, mas, na hora de responder a fração, ele acerta, ele sabe o que é um meio e um terço.

Celina: Eu acho que é aí que está a questão. Ele entendeu aquilo que foi trabalhado ali isoladamente. [...] mas ele não entendeu ainda, não conseguiu visualizar o que é esse $1/3$, que tamanho que tem isso. Tanto que, para ele, 3 é maior que 2, então $1/3$ é maior que $1/2$. Então, ele não conseguiu ainda visualizar, ter essa noção, o que é esse um terço. [...] Essa parte técnica, algorítmica, ele entendeu bem, mas a questão da compreensão ele não compreendeu o que é esse $1/3$ e o que é esse $1/2$.

Sônia: [...] Eu coloquei isso, que eu acho que as crianças, ao observar o algarismo 3, sendo maior que o 2, ele representava que a fração $1/3$ é maior que $1/2$ e sabemos que não é. O $1/2$ é maior do que $1/3$, é o contrário.

Maria: Mas, eu acho, em relação a intervir para melhorar a aprendizagem, eu mudaria o enunciado. Eu colocaria assim: "tortas do mesmo tamanho". Porque, no final, quando ele termina falando [...] "torta igual à das meninas". Eu entendi, só que isso também pode levar o aluno a pensar que foi dividido igual, que as meninas e os meninos comeram igual. Eu sei que não é isso que está escrito, só que poderia deixar mais claro, porque eu sinto que essa resposta número um foi baseada nessa parte. Ele não analisou o $1/2$, $1/3$. Ele deu a resposta aqui [mostrando no enunciado que a torta dos meninos é igual à das meninas], mas no primeiro ele bateu o olho aqui ó, [mostrando a palavra igual] "ah, foi comido igual", "é igual", para mim foi uma resposta superficial.

Celina: Só com a mudança do enunciado, ele iria dar uma resposta coerente?

Maria: Pode ser que sim. Porque [...] se o aluno olhar a imagem, ele consegue dar uma resposta certa. Ele consegue ver que três pessoas comendo uma torta vai comer menos do que duas, só que, se ele atentar ao enunciado, isso aqui tá fácil de errar a hora que fala que as meninas... "igual à das meninas". Então, para mim, eles patinaram nisso.

Celina: Assim como já teve na avaliação [áudio incompreensível], por exemplo, em que o desenho não correspondia ao que estava escrito e que levou as crianças.

Maria: Isso, se ele olhar a imagem, ele vai pra um lado, se ele olhar a informação, ele vai para o outro.

Celina: Pode ser uma questão.

Com base no diálogo, discuta com seu grupo os seguintes itens:

d) Como vocês avaliam a leitura que Maria fez da situação apresentada na Figura 2?

e) Como vocês avaliam a leitura que Celina e Sônia fizeram da situação apresentada na Figura 2?

f) As professoras Maria, Celina e Sônia estavam abordando o mesmo aspecto da situação apresentada na Figura 2?

Em um momento posterior, professora Maria reafirma sua interpretação para a situação envolvendo a criança.

Maria: *Pra mim, na hora de responder essa questão, ele se atentou mais ao final do enunciado. Está claro pra mim, mas, ao mesmo tempo, pode gerar uma dúvida porque ele pode ter entendido ali que eles comeram igual. Está escrito no final: igual das meninas, [...] se ele observasse só o desenho..., se a criança vê a imagem, ela dá uma resposta, se ela olha o enunciado, ela pode dar outra. Então, pra mim, ele se atentou só ao enunciado. [...] A torta era igual, não os pedaços.*

Professor Formador 1: *Você acha que essa informação é importante no enunciado ou poderia sair daí pra evitar essa suposta dúvida?*

Maria: *Está colocado na minha intervenção que teria que alterar esse enunciado.*

Professor Formador 1: *Mas, alterar o enunciado tirando esse final de frase, igual das meninas, ou reescrevê-lo?*

Sílvia: *Eu acho que se tem a imagem e o intuito é fazer a leitura da imagem, é dispensável "igual à das meninas".*

Professor Formador 2: *E a imagem é importante?*

Mariana: *Para eles, é importantíssimo.*

Professor Formador 2: *E nesse caso, ela nem diz quantas meninas e quantos meninos. Só na imagem.*

[...]

Maria: *Se colocasse que as tortas são do mesmo tamanho, são iguais e depois blá, blá, blá... Mas o duro que no final aquele "igual" ficou longe da torta, entendeu? Daí dá brecha pra ele entender que os pedaços são iguais. [...] Poderia para ser suprimida [a informação de que é igual à das meninas], porque dá para ver que as tortas são iguais, dá para ver a quantidade de crianças.*

[...]

Professor Formador 2: *Só pra entender uma coisa, então, a primeira resposta, vocês estão associando que o problema é o enunciado. Que é interpretação do enunciado. [...] E a segunda resposta?*

Maria: *Está certa.*

Professor Formador 2: *E essa segunda resposta, em termos de interpretação de enunciado, como é que a gente pode conectar a primeira resposta, né? Ele acertou a fração.*

Sônia: *Como pode ser igual se a fração é diferente,*

né? Por que desse erro, né? Aí que entrou a questão do enunciado. Porque se ele acertou a dois! [referindo-se à segunda pergunta]

Maria: *Talvez, falta de atenção porque são duas respostas antagônicas. Ele também não se atentou. Respondeu a primeira, respondeu a segunda, mas não percebeu que era o mesmo número de torta.*

Sílvia: *A Fabiana está falando aqui que ele também pode ter colocado 1 de 3, porque é uma torta para três, e 1 de 2, porque é uma torta para dois.*

Fabiana: *Só na visualização do desenho.*

Com base no diálogo acima e na Figura 2, discuta com seu grupo:

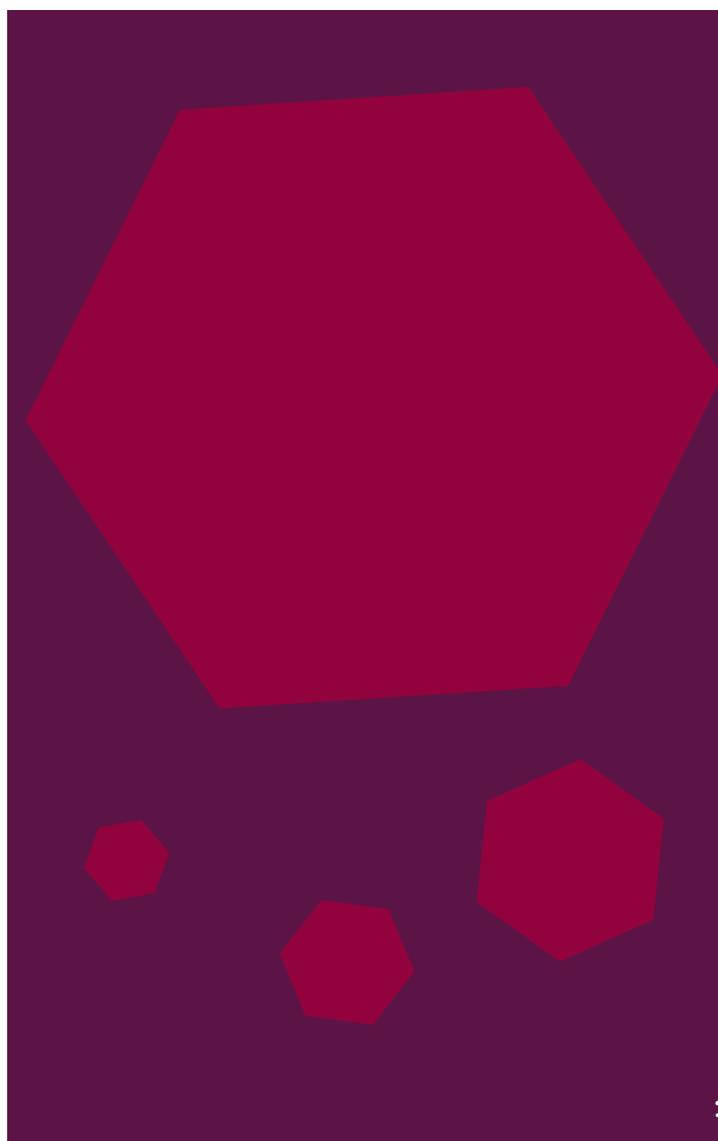
g) Vocês concordam com a interpretação de Maria e com sua proposta de reformulação do enunciado apresentada? Por quê?

h) Qual o papel da imagem nessa discussão? Vocês acreditam que a imagem influenciou a resposta dada pela criança na Figura 2?

i) Vocês concordam com a professora Sílvia quando diz: "Eu acho que se tem a imagem e o intuito é fazer a leitura da imagem, é dispensável "igual à das meninas"?"

j) Como vocês avaliam os comentários finais de Sílvia e Fabiana?

k) Vocês utilizam imagens/desenhos em tarefas matemáticas em suas aulas?



TERCEIRA TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

A terceira TAP apresenta a tarefa matemática chamada de Tarefa dos Canudos (apresentada no Quadro 2). Tal tarefa foi elaborada no contexto da formação continuada no ano de 2018 com base no trabalho de Lins e Silva (2006) e desenvolvida em uma turma de 4º ano de uma das professoras participantes do grupo naquele ano. O objetivo principal dessa tarefa matemática era trabalhar com os alunos a necessidade dos números racionais positivos por meio do significado de medida. Para tanto, a Tarefa dos Canudos solicitava aos estudantes que medissem objetos da sala utilizando apenas um canudo.

No ano de 2019, a Tarefa dos Canudos foi utilizada durante o ciclo completo do Estudo de Aula, sendo reformulada pela professora Maria em seu planejamento, desenvolvida com sua turma de 5º ano e analisada no grupo de formação em colaboração com outras professoras. Além da Tarefa dos Canudos em suas duas versões, a TAP traz trechos construído a partir de diálogo autêntico entre as professoras durante a formação continuada e trechos das discussões entre a professora e seus alunos durante o desenvolvimento da aula.

O Quadro 2 apresenta a Tarefa dos Canudos, uma tarefa que foi elaborada em 2018 por um grupo de professores para ser trabalhada com uma turma do 4ª ano do Ensino Fundamental e que, após ser desenvolvida por uma professora em sua turma, foi reelaborada e levada para discussão no processo formativo de 2019.

Quadro 2: Tarefa dos Canudos

- 1) Utilizando apenas um pedaço de canudo, escolha um objeto da sala e escreva sua medida.
- 2) Se no processo de medir o objeto, o canudo couber um número inteiro de vezes, então troque de objeto, de modo que precise utilizar um "pedacinho" do canudo no registro da medida.
 - a) O "pedacinho" que você utilizou é maior ou menor do que a metade do canudo?
 - b) O pedacinho é menor ou maior do que a terça parte do canudo? O que é terça parte do canudo?
- 3) Quantas vezes, aproximadamente, o "pedacinho" cabe no canudo?
- 4) A partir das observações feitas nas atividades anteriores, de que forma você poderia melhorar a escrita da medida do objeto escolhido?

Fonte: Dados da pesquisa

Com base na tarefa apresentada, discuta com seu grupo:

a) Que ideias matemáticas presentes no currículo do ano de escolaridade em que você atua essa tarefa permite desenvolver?

b) Em que medida a tarefa se assemelha e em que medida se difere, daquelas que usualmente você propõe aos seus alunos?

Esta tarefa foi objeto de discussão no primeiro encontro com as professoras participantes da formação continuada em 2019. Em determinado momento do debate, os professores formadores quiseram perceber se as professoras reconheciam o pedacinho como parte essencial para a apropriação da ideia de número racional na forma fracionária naquele contexto. A intenção era que, ao perceber a necessidade de se utilizar um pedacinho para realizar a medida, os alunos fossem refinando essa ideia (com a mediação do professor) até pensar em noções como metade, a metade da metade e a terça parte, conduzindo-os às formas de representar frações usuais, como $1/2$, $1/4$ e $1/3$.

As falas a seguir mostram um determinado momento do diálogo entre as professoras participantes e professores formadores que problematizam o uso do termo pedacinho no enunciado da Tarefa dos Canudos.

Professor Formador 1: *E por que vocês acham que o pedacinho era importante olhando a tarefa como ela foi organizada? [...] Vocês acham que o item 2 que perguntava se o pedacinho era maior ou menor que a metade, perguntava se era maior ou menor que a terça parte e depois perguntava quantas vezes ele cabia no canudo. Vocês acham que essas perguntas ajudaram a melhorar a escrita da medida do objeto?*

Maria: *Eu acho que a palavra pedacinho teria que ser alterada para pedaço, porque nesse caso não foi um pedacinho, foi um pedaço. O resto é que era pedacinho. A gente utilizou três quartos por exemplo, um quarto que era o resto. Então o nosso pedaço não era um pedacinho, o nosso pedaço era maior que a metade.*

Professor Formador 2: *De algum modo, essa foi uma questão que surgiu depois, a gente percebeu exatamente essa questão. Falar em pedacinho quando, na verdade, para algumas medidas, sobrava um pedaço. E acho que o grupo de vocês mesmo que falou: o que é esse pedacinho? É um pedaço usado na medida.*

Algumas professoras: *A sobra. A gente usou a sobra.*

Maria: *Não era a sobra, era o que a gente usou para medir, para completar a medida.*

Ana: *Mas eu não entendi, como vocês fizeram?*

Maria: *Por exemplo: deu um canudo inteiro e, por exemplo, três quartos do outro. Aquele pedacinho que ficou pra fora da mesa, o que sobrou. A gente não considerou o pequenininho, a gente considerou o que usou para medir.*

Professor Formador 1: *Então, espera aí, lá nos grupos teve um pedaço. Vocês conseguiram representar esse pedaço, usando o pedacinho que ficou para fora? Essa foi a ideia?*

Maria: *Foi, porque, com o pedacinho que ficou para fora, a gente foi fracionando pelas partes dadas e quantas partes cabia no pedaço.*

Com base nos diálogos acima, discutam com seu grupo os seguintes questionamentos:

c) A professora Maria contesta o enunciado da

tarefa, o uso do termo pedacinho. Vocês concordam com a professora? O termo usado poderia gerar alguma confusão no entendimento do aluno? De que forma?

d) Algumas professoras, dentre elas a professora Ana, parecem estar pensando de forma um pouco diferente de Maria, conforme o diálogo apresentado. Como você avalia o posicionamento da professora Maria em relação à divergência de ideia? Justifique sua resposta.

No Quadro 3 apresentamos a Tarefa dos Canudos reformulada, da mesma maneira que a professora Maria desenvolveu em sua turma de 5º ano do Ensino Fundamental. Nessa reformulação, é possível perceber que o termo pedacinho não aparece no enunciado, fruto da discussão coletiva que ocorreu no primeiro encontro. A professora entendeu que manter o termo poderia gerar

Quadro 3: Tarefa dos Canudos reformulada pela professora Maria (2019)

Utilizando apenas um canudo, escolha um objeto da sala e escreva sua medida.

- O canudo coube sempre inteiro no objeto escolhido ou vocês utilizaram uma parte também?
- Se o canudo coube sempre inteiro, escolha outro objeto e dê a sua medida.
- Essa parte que você utilizou na medida é metade do canudo? É maior que a metade? Ou é menor que a metade?
- Quantas vezes essa parte cabe no canudo?
- Como vocês representariam essa parte?

Fonte: Dados da pesquisa

e) Comparem os dois enunciados da Tarefa dos Canudos. Vocês identificam diferenças importantes nesses enunciados?

f) Como vocês avaliam a alteração feita pela professora Maria? Vocês teriam feito algo semelhante?

O diálogo abaixo aconteceu durante o desenvolvimento da aula da professora Maria com sua turma de 5º ano. Em um determinado momento da aula, a professora discutia com os alunos se uma parte do canudo obtida por um dos grupos enquanto mediam um objeto era maior, menor ou igual à metade do canudo. O canudo coube quatro vezes inteiras e uma parte quase inteira do canudo, mas uma integrante do grupo dizia que tinha dado "cinco e pouco". A professora tenta explicar a maneira correta ao grupo e, ao final, pergunta:

Maria: Grupo, perceberam? Por que não é cinco e pouco? São quatro inteiros [a professora é interrompida por uma aluna]. Exato! Ia chegar no cinco, mas não chegou.

Karina: É, tipo... sobrou.

Maria: Então, só coube inteiros quantos mesmo, grupo?

Karina: Tirou esse pedacinho.

Maria: Oi?

Karina: Quando tirou esse pedacinho.

Maria: Isso aqui representa um pouco? [apontando para a parte do canudo que é maior do que a metade, mas menor do que o canudo inteiro]

Turma: Não!

Karina: Não, porque ele é grande.

Maria: Porque ele é grande!?

Thiago: Maior.

Maria: Maior do que o quê?

Karina: Maior do que esse pedacinho. [enquanto

Karina falava, o Thiago, que estava próximo à professora, aponta para o "pedacinho" do canudo que a professora segurava].

Maria: Maior do que o pedacinho? Pode ser.

Com base no diálogo entre a professora e os alunos, discuta com seu grupo:

g) O diálogo entre professora e seus alunos corrobora com o que a professora Maria havia antecipado no dia do planejamento? Em sua opinião, você acredita que a mudança do enunciado da tarefa pode ter favorecido a discussão matemática com a turma? Comente.

h) A Tarefa dos Canudos era uma tarefa com características exploratória, que permitia aos alunos realizarem as medições que quisessem e utilizarem quaisquer termos para comunicar as informações obtidas. Por isso, uma tarefa como essa exige que a professora esteja bem-preparada e segura de seus propósitos, permitindo que os alunos criem e cheguem a algumas respostas. Com base nos trechos de diálogos apresentados, como vocês avaliam o papel do planejamento coletivo no que de fato ocorreu em sala de aula?



QUARTA TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

A quarta TAP foi construída com um diálogo autêntico da sala de aula, ocorrido durante o desenvolvimento da Tarefa dos Canudos pela professora Maria com sua turma de 5º ano. Trata-se de uma situação desafiadora em que uma estudante, aqui chamada de Yara, apresentava uma forma de pensar diferente da esperada pela professora e esta resistia em corrigir ou impor uma outra forma de pensar. O trecho utilizado para construir essa TAP aconteceu no início do desenvolvimento da tarefa, quando a professora distribuiu um canudo de plástico e uma folha de almaço por grupo para os registros com a orientação de que todos os grupos ajudassem na medida do objeto. Assim, fazendo uso de uma tarefa matemática e de diálogos de sala de aula, a TAP visa gerar reflexões sobre as ações da professora em não dar a resposta de imediato aos alunos, mas levá-los a perceber sozinho quando seus pensamentos são equivocados.

Para o desenvolvimento da Tarefa dos Canudos (Quadro 4) com sua turma de 5º ano, a professora Maria escreveu no quadro uma pergunta por vez, dando tempo entre a escrita de um enunciado e outro, para que os alunos pudessem resolvê-las em grupo.

Quadro 4: Tarefa dos Canudos reformulada pela professora Maria (2019)

Utilizando apenas um canudo, escolha um objeto da sala e escreva sua medida.

- O canudo coube sempre inteiro no objeto escolhido ou vocês utilizaram uma parte também?

- Se o canudo coube sempre inteiro, escolha outro objeto e dê a sua medida.

- Essa parte que você utilizou na medida é metade do canudo? É maior que a metade? Ou é menor que a metade?

- Quantas vezes essa parte cabe no canudo?

- Como vocês representariam essa parte?

Fonte: Dados da pesquisa

Enquanto os alunos mediam os diferentes objetos da sala, Maria observava-os atentamente e percebeu que o grupo E, que havia escolhido o mural da sala para medir, estava encontrando dificuldades para completar a medida. A professora ofereceu ajuda aos alunos e ao terminar a medida, que deu quatro canudos e mais da metade, a professora dobra o canudo, marcando a parte usada na medição para que os alunos visualizassem e questiona quanto havia dado a medida.

Yara: Quatro e meio.

Maria: O que vocês têm que fazer? Pensar em como colocar isso no papel, se tiverem ideias diferentes podem colocar as ideias diferentes.

Ao voltarem para seus lugares e registrarem suas ideias a respeito da medida do mural, como a professora havia sugerido, Maria se aproxima para verificar as hipóteses que surgiram e se haviam chegado a um consenso a respeito da "parte" usada na medida do mural. Viu que os alunos haviam dado duas respostas para a medida, "cinco e quase a metade de um e meio" e "cinco e pouco".

Maria: Vamos lá! Vocês mediram a lateral do mural.

Grupo E: Sim.

Maria: Quanto deu a medida? [a professora pega a folha que os alunos anotaram e lê as respostas] "cinco inteiros e quase a metade de um e meio", "cinco e pouco", ok. Sabe esse pouco que vocês utilizaram para fazer medida, vocês chamam de meio e de pouco. Pensa só nessa parte [A professora pega o canudo do grupo, em que já está dobrada a parte utilizada na medida, e mostra para o grupo]. A parte que não coube inteira é igual à metade do canudo?

Yara: Não, ela é menor que a metade.

Maria: É menor? Tem certeza?

Yara: Sim. [a aluna balança a cabeça dizendo que sim].

Maria: Tá! E você Marcelo?

Marcelo: É menor.

Maria: É menor que a metade? E você Paulo?

Paulo: É menor.

Maria: E você, Ítalo?

Ítalo: É maior [falando baixo].

Maria: Você acha que é maior! [com entonação, a professora reforça em voz alta o que o aluno Ítalo falou baixinho]. Temos um integrante que acha que é maior. Vamos pensar, o Ítalo acha que esse pedaço [apontando para a parte do canudo usada na medida] é maior do que a metade. Explica para os colegas por que você acha que essa parte é maior do que a metade?

O aluno Ítalo respondeu muito baixo e não foi possível captar o som. A professora Maria repetiu a fala do aluno.

Maria: O Ítalo falou que é porque a metade está aqui [apontando para o meio do canudo] e a medida deu mais que a metade [apontando e dobrando o canudo do tamanho da parte utilizada na medição do mural], sobrou mais. O que vocês acham da ideia do Ítalo?

Yara: Eu acho que a ideia é boa, mas eu ainda acho que é menor do que a metade.

Maria: Paulo, continua achando que é menor que a metade? E Marcelo também diz que é menor. Então vocês vão registrar que é menor do que a metade e o Ítalo vai registrar que é maior do que a metade.

Ao ler o diálogo acima, debata com seu grupo os itens abaixo.

a) No primeiro trecho do diálogo, talvez pelo fato de ter dobrado o canudo e marcando a parte usada na medição (quatro canudos e mais do que a metade), a professora Maria se mostrou um pouco surpresa quando a aluna Yara respondeu quatro e meio. Como vocês avaliam a ação da professora após essa resposta, pedindo que registrem no papel inclusive as ideias diferentes? Qual a intenção da professora em não contestar a resposta da aluna, naquele momento?

b) Na sequência do diálogo, a professora quer

saber como o grupo registrou a medida na folha, com a intenção de refinar o termo “meio” e “pouco” que os estudantes estavam usando, discutindo as ideias de maior do que a metade ou menor do que a metade. Nesse momento, uma nova surpresa. O que parecia ser evidente que era maior do que a metade, os alunos Yara, Marcelo e Paulo diziam que era menor do que a metade. Somente Ítalo responde que é maior do que a metade. Como vocês avaliam a intervenção da professora nesse trecho? Como vocês avaliam a forma como Maria conclui dizendo “Então vocês vão registrar que é menor do que a metade e o Ítalo vai registrar que é maior do que a metade”?

No próximo diálogo, a professora Maria percebeu que deveria aproveitar o momento (plenária) para corrigir a medida incorreta que o grupo E apresentou e convida a

Figura 3: Professora Maria medindo o mural da sala de aula.



Fonte: Dados da pesquisa

Maria: *Me ajudem, contem comigo.*

Todos os grupos: *1, 2, 3, 4. Quase 5. Quatro e meio!*

Gabriel: *Quatro e meio. Quatro e meio.*

Maria: *Quanto que o grupo anotou que deu a medida?*

Todos do grupo E: *Cinco.*

Maria: *Cinco e mais da metade de um! Pergunto para vocês, quantas vezes a gente falou o canudo aqui? Quantas vezes o inteiro?*

Gabriel: *Quase cinco.*

Maria: *Quase cinco, chegou no cinco?*

Todos os grupos: *Não.*

Maria: *Cinco e mais um pouco, é depois que passa de cinco. A gente contou quatro vezes. Quatro canudos inteiros e a hora que ia dar o cinco, faltou isso daqui [a professora aponta para o canudo dobrado] para dar o cinco, não foi?*

Maria: *Como que eu falo então essa medida corretamente? Quem pode colaborar?*

Karina: *Quatro inteiro?*

Maria: *Quantas vezes deu o canudo aqui?*

Karina: *Quatro.*

Maria: *Quatro inteiros e... quase um inteiro. Tem outras formas de falar? Os meninos [apontando para o grupo E] falaram “e um pouco”. Será que isso é um pouco? [mostrando a parte usada do canudo para medir o mural].*

Gabriel: *Não, essa pontinha pequenininha é um pouco.*

Maria: *Ah, o Gabriel falou que se fosse esse pedacinho [apontando para o que sobrou do canudo na*

medida do mural] a gente poderia falar em quatro e pouco. Mas como é a parte maior, como a gente poderia dizer?

Gabriel: *Quatro inteiros.*

Maria: *Quatro inteiros e acabou? Quatro inteiros e quase...?*

Rafael: *E quase um inteiro.*

Maria: *Quatro inteiros e quase um inteiro! Pode ser! Tem outra forma de dizer isso?*

Rafael: *Quatro inteiros e maior do que a metade!*

Maria: *Quatro inteiros e maior do que a metade? Isso daqui é maior do que a metade? [apontando para o pedaço do canudo]. Grupo, perceberam? Por que não é cinco e pouco? São quatro inteiros [a professora é interrompida por uma aluna]. Exato! Ia chegar no cinco, mas não chegou.*

Com base no diálogo apresentado, discuta com seu grupo os seguintes itens:

c) Como vocês avaliam a ação da professora em convidar a turma para ajudar na medida o mural? Você acreditam que isso pode ter contribuído para a compreensão do Grupo E, que estava apresentando medidas diferentes? De que forma pode ter contribuído?

d) Quando a professora comenta: “será que isso é um pouco”?, vocês consideram que essa pergunta ajudou a promover as discussões matemáticas na condução dos pensamentos dos alunos? Justifique.

e) A forma como a professora conduziu a discussão, introduzindo a fração pelo seu significado de medida, não focalizando a representação fracionária, mas sim, o significado de fração como medida, foram ações favorecidas pelo processo formativo que estava participando. Como vocês avaliam essa forma de apresentar a fração em uma turma de 5º ano? E se fosse 4º ano? Discuta com seu grupo.

f) Na prática de vocês, como costumam introduzir as frações?

QUINTA TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

A quinta TAP foi construída com um diálogo autêntico de sala de aula, ocorrido no dia 14/05/2019 (conforme Quadro 1), durante o desenvolvimento da aula planejada coletivamente. A professora buscava, em sua turma do 5º ano do Ensino Fundamental, introduzir a necessidade das frações e sua representação por meio do significado de medida (KIEREN, 1976), solicitando aos alunos usarem um canudo para medirem objetos da sala de aula. O trecho de diálogo utilizado para construir essa segunda TAP aconteceu já no final da aula, quando a professora tentava sintetizar as discussões feitas pelos alunos em pequenos grupos e apresentar a notação usual de frações. Assim, fazendo uso somente dos diálogos de sala de aula, a TAP visa gerar reflexões a respeito do uso de situações do cotidiano (o uso do sistema monetário) no ensino da Matemática e, em particular, no ensino dos números racionais. Para tanto, são utilizadas as formas de pensar dos próprios alunos para refletir sobre possíveis problemas na aprendizagem da matemática gerados por essa associação com o sistema monetário.

Em sua turma de 5º ano do Ensino Fundamental, a professora, aqui chamada de Maria, queria trabalhar com seus alunos a necessidade da criação de números entre 0 e 1 partindo de ideias fundamentais como metade, a metade da metade e a terça parte, conduzindo-os às formas de representar frações usuais, como $1/2$, $1/4$ e $1/3$. Em um determinado momento da aula, a professora Maria indaga seus alunos, que parecem aceitar a ideia da existência de números entre 0 e 1, mas isso estaria atrelado ao sistema monetário. Vejamos o diálogo ocorrido em sala de aula:

Maria: Quem acha que existem números entre o 0 e o 1? Pensem um pouquinho. A pergunta é: Existem números entre 0 e o 1? Atenção: levante a mão quem acha que não existem números entre 0 e 1. [Alguns alunos levantam a mão]. Abaixem as mãos. Quem acha que têm números entre o 0 e o 1?

Gustavo: É de reais? É de reais? Porque se for de reais... [o aluno levanta a mão, indicando que, se for "de reais", concorda que existem números entre 0 e 1].

Maria: Se for em reais tem? Então, o Gustavo está dando um exemplo, se for de reais tem. Dá um exemplo, Gustavo.

Gustavo: Porque, olha... a metade de um real é cinquenta centavos.

Maria: e agora? [questionando o restante da turma] [Muitos alunos falam ao mesmo]

Maria: Olha! O Luiz está falando que a metade de 50 centavos é 25.

Nesse momento, Gustavo balança a cabeça na vertical e diz "Acertou", concordando com a resposta de

Luiz. A professora chama Gustavo para ir à lousa. Apondo para um segmento de reta que fez na lousa, com o número 0 em uma ponta e o número 1 na outra, a professora pergunta:

Maria: Se esse 1 fosse 1 real, o que seria aqui, Gustavo?

Gustavo: Cinquenta centavos.

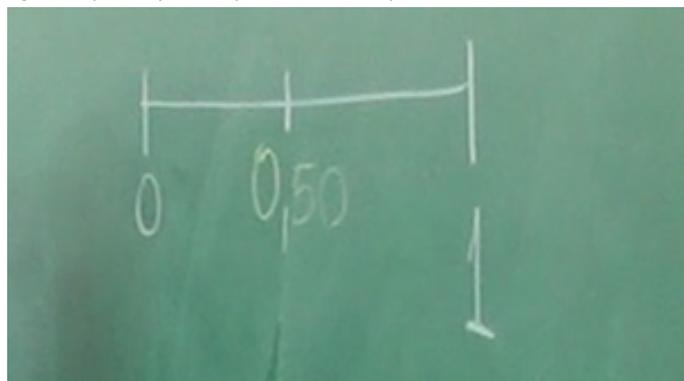
Maria: Quer anotar? Como a gente anota cinquenta centavos?

Gustavo: zero vírgula cinquenta.

Maria: zero vírgula cinquenta.

Gustavo registra na lousa o número 0,50 entre o 0 e o 1, como mostra a Figura 4.

Figura 4: Representação de cinquenta centavos feita pelo aluno Gustavo



Fonte: Dados da pesquisa

Após Gustavo sentar-se em seu lugar, a professora continua.

Maria: Vocês concordam com isso?

Alunos: Sim.

[...]

Maria: Quando eu faço uma marcação aqui no meio [a professora reforça o traço do 0,50 na Figura 4], quando eu quero saber a metade, eu divido em quantas partes?

Alunos: É... em duas?

Maria: Não é? Vocês não me disseram que quando eu quero a metade eu divido ao meio? O que acontece se eu pegar 1 e dividir em duas partes? [Na lousa, a professora monta a divisão de 1 por 2 na chave].

Priscila: Vai ficar cinquenta centavos, se for em reais.

Maria: Vai ficar cinquenta centavos! É possível dividir 1 para 2?

Priscila e outros alunos: Não!

Letícia: Sim!

Karina: [Sim] se for em dinheiro! Se for em dinheiro.

Maria: Se não for em dinheiro, não tem jeito?

Priscila: Se for comida também dá.

Maria: Ah, se for comida também dá! [...] Então, olha só, 1 dá para dividir por 2? A resposta é: não inteiro, mas se eu cortar, dividir...

Maria não se aprofunda na explicação, coloca o "zero vírgula" enquanto pergunta: "[...]alguém vai ganhar um inteiro?", acrescenta o zero no dividendo, transforma o 1 em 10 décimos, e divide o 10 por 2, obtendo o resultado final 0,5.

Maria: *E se transformar esse um inteiro em dez partes, [nesse momento a professora acrescenta um zero ao lado do um no dividendo para resolver a conta]. Aí dá pra dividir?*

Karina: *Sim. Aí coloca o 10 lá e vai ficar 5.*

Maria: *Pessoal, como é que a gente chama esse 0,5, alguém sabe?*

Priscila: *Cinco centavos.*

Maria: *Cinco centavos?*

Yara: *Dá para falar zero vírgula cinco, porque se fosse centavos, ia ter outro zero na frente do cinco, então não é centavos.*

Maria: *Olha! A Yara falou que se fosse cinco centavos, ia ser assim ó, ia ter outro zero diante do 5 [e escreveu no quadro 0,05]. Se só tem esse 5 depois da vírgula, ele se parece com quanto?*

Karina: *Com 50.*

Com base no diálogo apresentado acima, discuta com seu grupo as seguintes questões:

a) Como vocês avaliam a resposta do aluno Gustavo, que reconhece a existência de números entre 0 e 1, mas essa existência faz sentido se estivermos falando de dinheiro?

b) Vocês acreditam que a fala "a metade de um real é cinquenta centavos" feita por Gustavo é adequada para as ideias matemáticas que a professora Maria quer ensinar? Comentem.

c) Vocês acreditam que a forma de registrar os cinquenta centavos fazendo "zero vírgula cinquenta", como mostra a Figura 4, é apropriada para a aprendizagem dos alunos? Essa compreensão pode acarretar erros futuros? De que tipo?

d) Na sequência da aula, a professora Maria escreve na lousa o número 0,5 e pergunta: "Como a gente chama esse 'zero vírgula cinco', alguém sabe?". Na expectativa de algum aluno responder "meio", a professora se surpreende com a resposta de uma aluna: "cinco centavos". Ao que outra aluna comenta: "É 'zero vírgula cinco', porque se fosse centavos, ia ter outro zero na frente do cinco, então não é centavos". Interpretem esses comentários, tentando compreender a forma como essas duas alunas estavam pensando.

e) Diante das respostas dos alunos, associando a existência de números entre zero e um a situações envolvendo dinheiro ou comida, discuta com seu grupo o uso dessas contextualizações no ensino da Matemática.



COMENTÁRIOS FINAIS

As cinco TAP que apresentamos foram desenvolvidas a partir das amostras autênticas da prática obtidas de dados produzidos no desenvolvimento de uma aula por uma professora em sua turma de 5º ano do Ensino Fundamental e por dados produzidos nos três primeiros encontros de um processo formativo que teve por objetivo promover reflexões e mobilizar/desenvolver subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino.

Nossa expectativa ao apresentar essas TAP é proporcionar à comunidade de professores formadores, professores em formação inicial e aos professores em exercício nos anos iniciais do Ensino Fundamental algumas possibilidades de se trabalhar em processos formativos com situações da prática. Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), em seus estudos sobre o tema padrões e regularidades, concluíram que

o uso das tarefas de aprendizagem profissional, articulado ao papel e ações dos formadores, permitiu aos professores participantes saírem do isolamento que vivem nas suas escolas e vivenciarem oportunidades de aprenderem uns com os outros (Ball, Ben-Peretz, & Cohen, 2014), favorecendo a mobilização e o aprofundamento de seus conhecimentos matemáticos para o ensino de padrões e regularidades na escola básica (RIBEIRO; AGUIAR; TREVISAN, 2020, p. 71).

Esperamos que essas TAP aqui apresentadas possam, do mesmo modo, favorecer a mobilização e o aprofundamento dos conhecimentos matemáticos para o ensino das frações de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, como apontam Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), as TAP por si só não asseguram um ambiente favorável para a aprendizagem profissional dos professores. As ações e mediações dos professores formadores envolvidos são fundamentais para a construção desse contexto que favorece a mobilização e aprofundamento dos subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Da mesma maneira que as TAP foram produzidas em um contexto formativo que, como analisamos, possibilitaram a mobilização desses subdomínios, entendemos que, quando colocadas em outro contexto formativo, terão potencial para promover o desenvolvimento profissional docente.

Concordamos com Smith (2001) quando aponta que o trabalho de analisar registros da prática tem como objetivo ajudar os professores a desenvolverem uma base de conhecimento matemático para o ensino, para melhorar sua tomada de decisão em sala de aula. Isso significa que o trabalho de analisar as TAP ou registros de prática não deve ser pensado como algo que ajuda os professores a se tornarem hábeis em realizar análises por si mesmas. Evitar essa armadilha, finaliza Smith (2001), requer manter o trabalho de ensino como um foco e fazer conexões entre a TAP em mãos e o trabalho real que os professores desenvolvem em sala de aula.



REFERÊNCIAS

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, n. 59, p. 389-407, 2008.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (Org.). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES, T. **O professor polivalente e a fração**: conceitos e estratégias de ensino. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.8, n.1, p. 125-136, 2006.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação?. **Formação Docente – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores**, v. 5, n. 8, p. 11-23, 30 jun. 2013.

KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.) **Number and measurement**: papers from a research workshop. Columbus, Ohio: Eric/Smeac, 1976, p.101-144.

LINS, R. C., SILVA, H. da. **Frações**. Brasília: MEC, SEB, SEED, UNESP, 2006. 39 p. (Coleção PRÓ-LETRAMENTO, Fascículo 04).

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos anos Iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Ed., 2019.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: Actas do ProfMat 98. Lisboa: APM, 1998. p. 27-44.

PONTE, J. P. Pesquisar para compreender e transformar a própria prática. **Educar em Revista**, n. 24, p.37-66, 2004.

PONTE, J. P.; Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.) **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p.13-27.

PONTE, J. P.; BAPTISTA, M.; VELEZ, I.; COSTA, E. Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, n. 5, p. 7-24, 2012.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 868 - 891, dez. 2016.

RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. Oportunidades

de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. **Quadrante**, v. 29, n. 1, 2020.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. **Acta Scientiae – ULBRA**, Canoas, v. 21, p. 49-74, 2019.

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante**, v. 12, n. 2, p. 25-52, 2003.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v.15, n.2, p.4-14, Feb. 1986.

SHULMAN, L.S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v.57, n.1, p.1-22, 1987.

SMITH, M. S. **Practice-Based Professional Development for Teachers of Mathematics**. Reston, Virgínia: National Council of Teachers of Mathematics, 2001.