

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

RUAN MARQUIN PRATES DOS SANTOS

**Análise estrutural de um edifício múltiplos pavimentos
considerando à ação do vento via método estático, simplificado e
discreto conforme NBR 6123**

CAMPO MOURÃO

2019

RUAN MARQUIN PRATES DOS SANTOS

**Análise estrutural de um edifício múltiplos pavimentos
considerando à ação do vento via método estático, simplificado e
discreto conforme NBR 6123**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado à Disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso Superior em Engenharia Civil do Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, para obtenção do título de bacharel em engenharia civil.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Carreira
Coorientador: Prof. Me. Angelo Giovanni Bonfim Corelhano

CAMPO MOURÃO

2019



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Campo Mourão
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Departamento Acadêmico de Construção Civil
Coordenação de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso

Análise estrutural de um edifício múltiplos pavimentos considerando à ação do vento via método estático, simplificado e discreto conforme NBR 6123

por

Ruan Marquin Prates dos Santos

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 16h00min do dia 18 de junho de 2019 como requisito parcial para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Jeferson Rafael Bueno

(UTFPR)

Prof. Dr. Jorge Luis Nunes de Goes

(UTFPR)

**Prof. Me. Angelo Giovanni Bonfim
Corelhano**

(UTFPR)

Co-orientador

Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Carreira

(UTFPR)

Orientador

Responsável pelo TCC: **Prof. Me. Valdomiro Lubachevski Kurta**

Coordenador do Curso de Engenharia Civil:

Prof. Dr(a). Paula Cristina de Souza

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os meus amigos e familiares que de alguma forma me ajudaram durante todos esses anos.

Agradeço aos meus pais e meus irmãos pelo todo suporte e apoio.

Agradeço aos professores Marcelo Rodrigo Carreia e Angelo Giovanni Bonfim Corelhano, e todos os outros professores da UTFPR de Campo Mourão pelos ensinamentos e orientações durante essa etapa.

Por fim agradeço a todas as pessoas que estiveram presentes e me ajudaram.

RESUMO

Devido ao crescente desenvolvimento das grandes cidades, o acúmulo populacional é algo inevitável e a verticalização é uma das alternativas, visto a falta e os altos valores dos terrenos nessas regiões. Nos edifícios, os esforços produzidos pelas cargas de vento muitas vezes são preponderantes no dimensionamento estrutural. No Brasil, a norma NBR 6123 (ABNT, 1988) respalda três métodos para cálculo de esforços de vento, o método estático, o método contínuo simplificado e o método discreto. Nos cursos de graduação em Engenharia Civil, em geral, só é abordado o método estático. Cada método considera aspectos estáticos e dinâmicos da estrutura de forma diferente consequentemente conduzindo a valores diferentes para as cargas de vento. Esse trabalho teve por objetivo comparar as cargas de vento, os deslocamentos e os máximos esforços gerados nos pilares de uma edificação de 21 pavimentos, pela aplicação das forças determinadas pelos três métodos. Os resultados obtidos mostraram que o método estático foi mais conservador do que os outros métodos nos esforços internos obtidos.

Palavras-chave: Vento. estático. Contínuo simplificado. Discreto. Dinâmica.

ABSTRACT

Due to the growing development of large cities, population accumulation is inevitable and verticalization is one of the alternatives, given the lack and high values of land in these regions. In buildings, the efforts produced by wind loads are often preponderant in structural design. In Brazil, the NBR 6123 standard (ABNT, 1988) supported three methods for calculating wind efforts, the static method, the simplified method and the discrete method. In undergraduate courses in Civil Engineering, only the static method is approached. Each method considers static and dynamic aspects of the structure differently thus leading to different values for the wind loads. The objective of this work was to compare wind loads, displacements and maximum internal forces on the columns of a 21-storey building, by applying the loads determined by the three methods. The results obtained showed that the static method was more conservative than the other methods in the internal forces obtained.

Keywords: Wind. Static. Continuous simplified. Discrete. Dynamic.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Forças do vento direção 0°	76
Gráfico 2 - Forças do vento direção 90°	76

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Estrutura isostática e (b) estaticamente hiperestática.	20
Figura 2 – Graus de liberdade em um pórtico.	21
Figura 3 - Modelo discreto.....	22
Figura 4 – modelo contínuo.....	23
Figura 5 – sistema dinâmico com 1 grau de liberdade. (a) modelagem sistema físico massa mola. (b) representação das forças atuantes em decorrência da aplicação da força $p(t)$	24
Figura 6 - Função periódica	30
Figura 7 – Áreas de influência.....	35
Figura 8 – Isopletas de vento	37
Figura 9 – Fator topográfico	39
Figura 10 - Coeficiente de arrasto	44
Figura 11 - Direções de atuação do vento para baixa turbulência	45
Figura 12 – modelo discreto.....	48
Figura 13 – coeficiente de amplificação dinâmica ξ para terreno categoria IV.....	50
Figura 14 - Planta baixa do pavimento tipo com as dimensões da viga	56
Figura 15 - Modelo 3D da estrutura.....	57
Figura 16 - Direções para aplicação da ação do vento.....	61
Figura 17 - Modelo vinculação rígida viga-pilar do modelo analítico.....	62
Figura 18 - Modelo físico da ligação viga-pilar	62
Figura 19 - Configuração da laje ROBOT.....	63
Figura 20 - Configuração da geração da malha da laje ROBOT	64
Figura 21 - Modo fundamental 0,27 Hertz	67
Figura 22 - 2° modo de vibração 0,33 Hertz.....	68
Figura 23 - 3° modo de vibrar 0,37 Hertz	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros meteorológicos.....	42
Tabela 2 - Valores mínimos para S3	43
Tabela 3 - Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos	46
Tabela 4 - Expoente p e parâmetro b.....	51
Tabela 5 - Referencial para aplicação das forças de vento	57
Tabela 6 - Valores utilizados para determinação das forças de vento pelo método estático	58
Tabela 7 - Valores utilizados para determinação das forças de vento pelo método simplificado	59
Tabela 8 - Valores utilizados para determinação do método discreto.....	60
Tabela 9 - Valores de referência para o método discreto	60
Tabela 10 - Forças de vento obtidas pelo método estático 0° (eixo X).....	70
Tabela 11 - Forças de vento obtidas pelo método estático 90° (eixo Y).....	71
Tabela 12 - Forças de vento obtidas pelo método simplificado 0° (eixo X).....	72
Tabela 13 - Forças de vento obtidas pelo método simplificado 90° (eixo Y).....	73
Tabela 14 - Forças de vento obtidas pelo método discreto 0° (eixo X).....	74
Tabela 15 - Forças de vento obtidas pelo método discreto 90° (eixo Y).....	75
Tabela 16 - Deslocamento no topo do edifício: vento ação variável principal.....	77
Tabela 17 - Deslocamento no topo carga acidental ação variável principal.....	77
Tabela 18 - Deslocamento no topo vento ação variável principal	78
Tabela 19 - Deslocamento no topo carga acidental ação variável principal.....	78
Tabela 20 - Momento fletor vento ação variável principal.....	79
Tabela 21 - Momento fletor carga acidental ação variável principal	79

Tabela 22 - Momento fletor vento ação variável principal.....	79
Tabela 23 - Momento fletor carga acidental ação variável principal	79
Tabela 24 – Esforço normal máximo vento ação variável principal	80
Tabela 25 – Esforço normal máximo carga acidental ação variável principal	80
Tabela 26 - Esforço normal máximo vento ação variável principal	80
Tabela 27 - Esforço normal máximo carga acidental ação variável principal	80

LISTA DE SIMBOLOS

\ddot{u}	Aceleração
h	Altura
A_c	Área de concreto
A_e	Área de influência no modelo estático
A_o	Área de referência do modelo discreto
c	Coefficiente de amortecimento
ξ	Coefficiente de amplificação dinâmica
C_a	Coefficiente de arrasto
α	Coefficiente de majoração
γ_n	Coefficiente de majoração para lajes
C_p	Coefficiente de pressão do vento
θ	Constante de fase
ρ	Densidade relativa do ar
u	Deslocamento
F	Força
f_D	Força de amortecimento
f_s	Força elástica
$p(t)$	Força externa aplicada em função do tempo
f_I	Força inercial
ω_n	Frequência amortecida
ω	Frequência de excitação
ω_n	Frequência natural
b_w	Largura
m	Massa
m_o	Massa de referência do modelo discreto
m_i	Massa relativa à coordenada do modelo discreto
Φ	Matriz modal
ϕ_n	Modo de vibrar
M	Momento
q	Pressão dinâmica do vento
p	Pressão do vento

α	Relação entre frequências de excitação e frequência natural
f_{ck}	Resistência característica do concreto
k	Rigidez
K_{eq}	Rigidez equivalente
t	Tempo
\dot{u}	Velocidade
V_o	Velocidade básica do vento
V_k	Velocidade característica do vento
V_p	Velocidade de projeto

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 OBJETIVOS	16
2.1 Objetivo Geral	16
2.2 Objetivos Específicos	16
3 JUSTIFICATIVA	17
4 REVISÃO DE LITERATURA	18
4.1 Conceitos estruturais	19
4.1.1 Estruturas estaticamente determinadas e indeterminadas	19
4.1.2 Grau de liberdade em estruturas	21
4.1.3 Modelos estruturais discreto e contínuo	22
4.1.3.1 Modelo discreto	22
4.1.3.2 Modelo contínuo	23
4.2 Análise dinâmica de estruturas	24
4.2.1 Equação de movimento de sistemas dinâmicos	24
4.2.2 Análise modal de um sistema dinâmico	26
4.2.3 Vibração forçada em um sistema dinâmico	28
4.2.3.1 Solicitação harmônica	28
4.2.3.2 Solicitação Periódica	29
4.2.4 Solicitações não periódicas	31
4.2.4 Integração numérica	31
4.2.4.1 Método por diferença finita central	31
4.3 Pré-dimensionamento	33
4.4 Comportamento do vento nas estruturas	35
4.4.1 Método estático	36
4.4.1.1 Fato topográfico	37
4.4.1.2 Fator de rugosidade e altura do terreno	39
4.4.1.2.1 Rugosidade do terreno	40
4.4.1.2.2 Dimensões da edificação	41
4.4.1.2.3 Altura da edificação sobre o terreno	41
4.4.1.3 Fator estatístico S_3	43
4.4.1.4 Coeficiente de arrasto	43

4.4.1.4 Força estática equivalente.....	45
4.4.2 Método contínuo simplificado.....	46
4.4.3 Método discreto	47
4.5 Introdução ao método dos elementos finitos	51
4.6 Ações e seguranças nas estruturas	52
5 MÉTODOS.....	55
5.1 Pré-dimensionamento.....	55
5.2 Determinação das forças horizontais.....	58
5.2.1 Cálculo das forças pelo método estático	58
5.2.2 Cálculo das forças método simplificado	59
5.2.3 Cálculo das forças pelo método discreto.....	59
5.3 Modelagem numérica.....	61
5.3.1 Análise modal.....	64
5.3.2 Análise estática	65
5.3.2.1 Cargas verticais adotadas para modelagem estrutural.....	65
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	67
6.1 Análise modal.....	67
6.2 Forças do vento	70
6.3 Análise estática	77
7 CONCLUSÕES.....	81
REFERÊNCIAS	83
APÊNDICE A.....	85

1 INTRODUÇÃO

Nos edifícios altos, as forças devido à ação do vento são de maior importância para o dimensionamento, dada a magnitude dos esforços internos na estrutura. Por causa do constante crescimento de cidades grandes, as edificações verticais são de uso quase obrigatório. Edificações com alturas elevadas estão mais sujeitas às ações do vento, logo o dimensionamento adequado para essas edificações é de grande importância. Um bom dimensionamento estrutural leva em consideração segurança, desempenho e economia.

A norma brasileira NBR 6123 (ABNT, 1988) define três (3) métodos para determinação das forças de vento, o método estático de forças equivalentes, o método contínuo simplificado e o método discreto. Esses dois últimos consideram as propriedades dinâmicas da estrutura na determinação das forças de vento, sendo, portanto, mais precisos. Neste sentido, a utilização desses métodos pode contribuir para um dimensionamento mais econômico.

O método simplificado e o discreto da norma, surgem como uma alternativa ao método estático, que, normalmente é o mais ensinado em cursos de engenharia civil no Brasil.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Comparar as forças externas geradas, os deslocamentos e os esforços internos nos pilares de um edifício de 21 pavimentos considerando a ação do vento via método estático, simplificado e o discreto conforme NBR 6123 (ABNT, 1998).

2.2 Objetivos Específicos

- Fazer o pré-dimensionamento da estrutura para modelagem estrutural em software de elementos finitos;
- Determinar as forças de vento pelos métodos: estático, simplificado e discreto da norma NBR 6123 (ABNT, 1998).
- Realizar a análise estática da estrutura do edifício para cada método de cálculo das forças de vento;
- Comparar o deslocamento máximo no topo do edifício e os esforços internos nos pilares do pavimento térreo, ambos causados pelas forças obtidas por cada método;

3 JUSTIFICATIVA

Nos dias atuais, o valor dos terrenos nas grandes cidades está cada vez mais elevado e raro, tornando a verticalização a solução mais viável. Neste sentido há atualmente uma tendência em construir edifícios com 20 ou mais pavimentos. Nesses casos, se faz necessária uma avaliação mais precisa no que tange às forças de vento atuantes nas estruturas desses edifícios.

Em geral, o uso do método estático é mais comum devido, principalmente, a sua simplicidade. No entanto, os métodos simplificado e discreto, ambos definidos na NBR 6123 (ABNT, 1988) consideram as características dinâmicas da edificação para o cálculo das forças de vento e, desta forma, podem, dependendo da altura do edifício, contribuir para o dimensionamento mais seguro e econômico.

Neste sentido, pretende-se avaliar as cargas de vento em um edifício de múltiplos pavimentos e comparar os deslocamentos e esforços nos pilares considerando os três métodos previstos na NBR 6123 (ABNT, 1988) para o cálculo das forças de vento.

4 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo aborda os fundamentos teóricos necessários para o desenvolvimento do trabalho proposto como a análise dinâmica de estruturas, o pré-dimensionamento da estrutura bem como os métodos descritos pela NBR 6123 (ABNT, 1988) para cálculo para força de vento.

Porém, inicialmente é importante estudar os trabalhos desenvolvidos por outros autores na mesma linha de pesquisa.

Carril JR. (2000), fez uma investigação numérica e experimental em torres metálicas para determinar a variação das forças de vento por três métodos distintos, entre eles o método discreto da norma. Os resultados obtidos tiveram grandes variações e o autor concluiu que o principal fator foi a diferença da velocidade média que é usada em cada método. Os resultados obtidos mostram valores maiores para o método discreto favorecendo a segurança. O autor sugeriu o desenvolvimento de mais trabalhos para verificar a aderência dos outros métodos utilizados no trabalho.

Chavéz (2006) analisou os deslocamentos, as acelerações e os esforços em um edifício alto para os carregamentos aleatórios do vento (pelo método dos ventos sintéticos – não amparado pela norma). Para a análise, foi estudado um modelo de prédio comercial em Belo Horizonte com 102 metros de altura. Os resultados ao serem comparados com os métodos da norma NBR 6123 (ABNT, 1988) – método estático e simplificado - mostraram-se parecidos, e em geral o método do vento sintético resultou em deslocamentos superiores ao modelo simplificado da norma NBR 6123 (ABNT, 1988) e inferior ao método estático da mesma norma. Ao comparar as acelerações, os resultados do modelo simplificado foram muito superiores ao método dos ventos sintéticos, fato que levou o autor a classificar o método como obsoleto para determinação das acelerações e avaliou como a melhor opção o método dos ventos sintéticos.

Bronzzatto (2012) comparou as forças de vento determinadas pelo método estático e discreto da norma NBR 6123 (ABNT, 1988) em estruturas esbeltas de telecomunicação. O estudo determinou que em algumas barras da torre, a relação entre as solicitações dinâmicas e estáticas superou 200%. No geral, em toda estrutura houve um aumento das solicitações dinâmicas em relação às estáticas.

Tessari (2016) comparou os efeitos dinâmicos do vento em torres metálicas usando 4 métodos distintos, 2 métodos da NBR 6123 (ABNT, 1988), o método estático e o método discreto, o método de Davenport (1993) e o método de Holmes (1994). As forças determinadas por ambos os métodos na norma NBR 6123 resultaram em pouca variação, em algumas partes da torre o carregamento relativo ao método estático foi maior e em outras partes o método discreto determinado gerou esforços maiores.

Santos (2018) analisou a variação de deslocamento e esforços solicitantes gerados na estrutura pela aplicação de forças do vento pelo método discreto e pelo método dos ventos sintéticos. As comparações foram feitas em dois modelos estruturais de 34 e 28 pavimentos, resultando em uma altura de 103 e 65 metros, respectivamente. Conclui-se que, embora algumas solicitações ou deslocamentos divergiram, no geral os métodos obtiveram resultados bastante aproximados.

4.1 Conceitos estruturais

4.1.1 Estruturas estaticamente determinadas e indeterminadas

No que tange ao equilíbrio estático, as estruturas podem ser classificadas em hipostáticas, isostáticas e hiperestáticas. Estruturas hipostáticas não tem restrições suficientes para se obter equilíbrio estático e podem ocorrer em caso de falha de algum elemento estrutural, ou vinculação inadequada levando a estrutura inteira ou em partes a ruína.

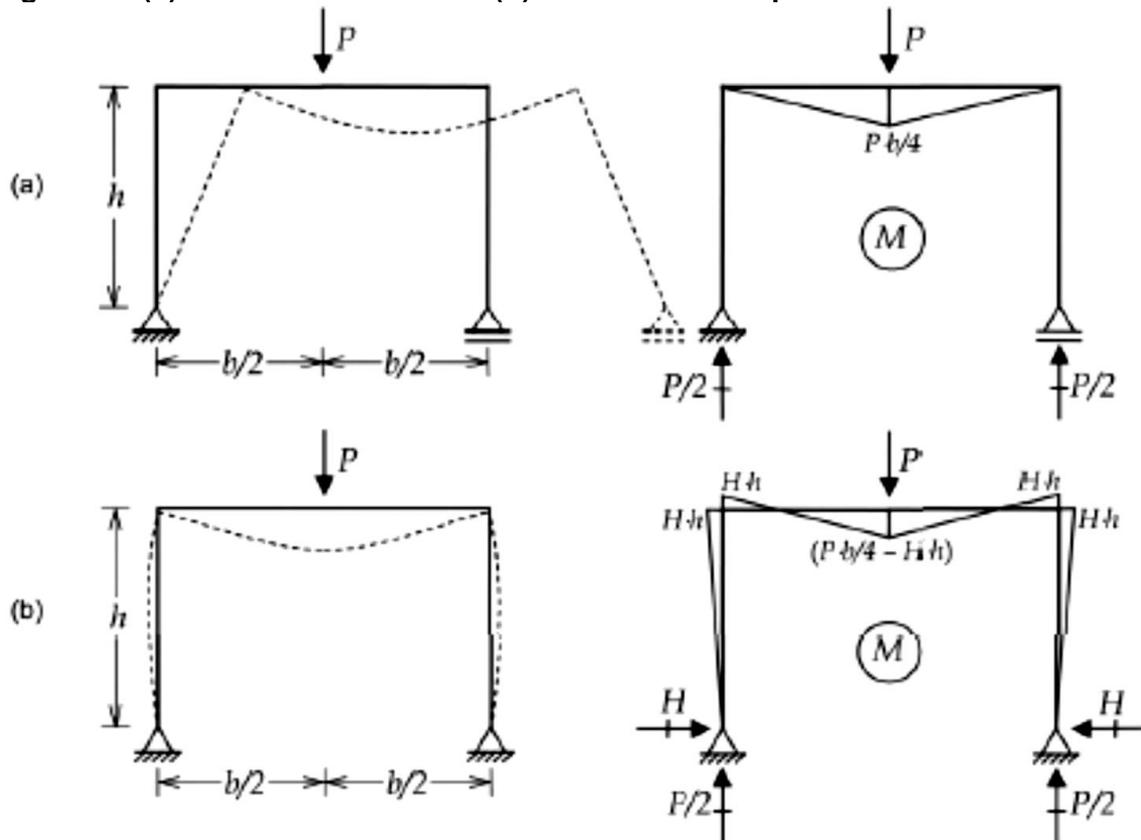
Nas estruturas isostáticas e hiperestáticas, Figura 1.a, o somatório vetorial de todas as forças externas resulta em uma força nula (equação 1) e um momento nulo (Equação 2), ou seja, elas têm equilíbrio próprio.

$$\sum F = 0 \tag{1}$$

$$\sum M = 0 \quad (2)$$

As hiperestáticas, Figura 1.b, diferente das estruturas isostáticas, não podem ter todas as reações de apoio bem como todos os esforços internos determinados apenas pelas equações de equilíbrio, sendo necessário outro método para obtê-los (método das forças, ou método dos deslocamentos etc.). A Figura 1 exemplifica os tipos de estrutura mencionados anteriormente.

Figura 1 – (a) Estrutura isostática e (b) estaticamente hiperestática.



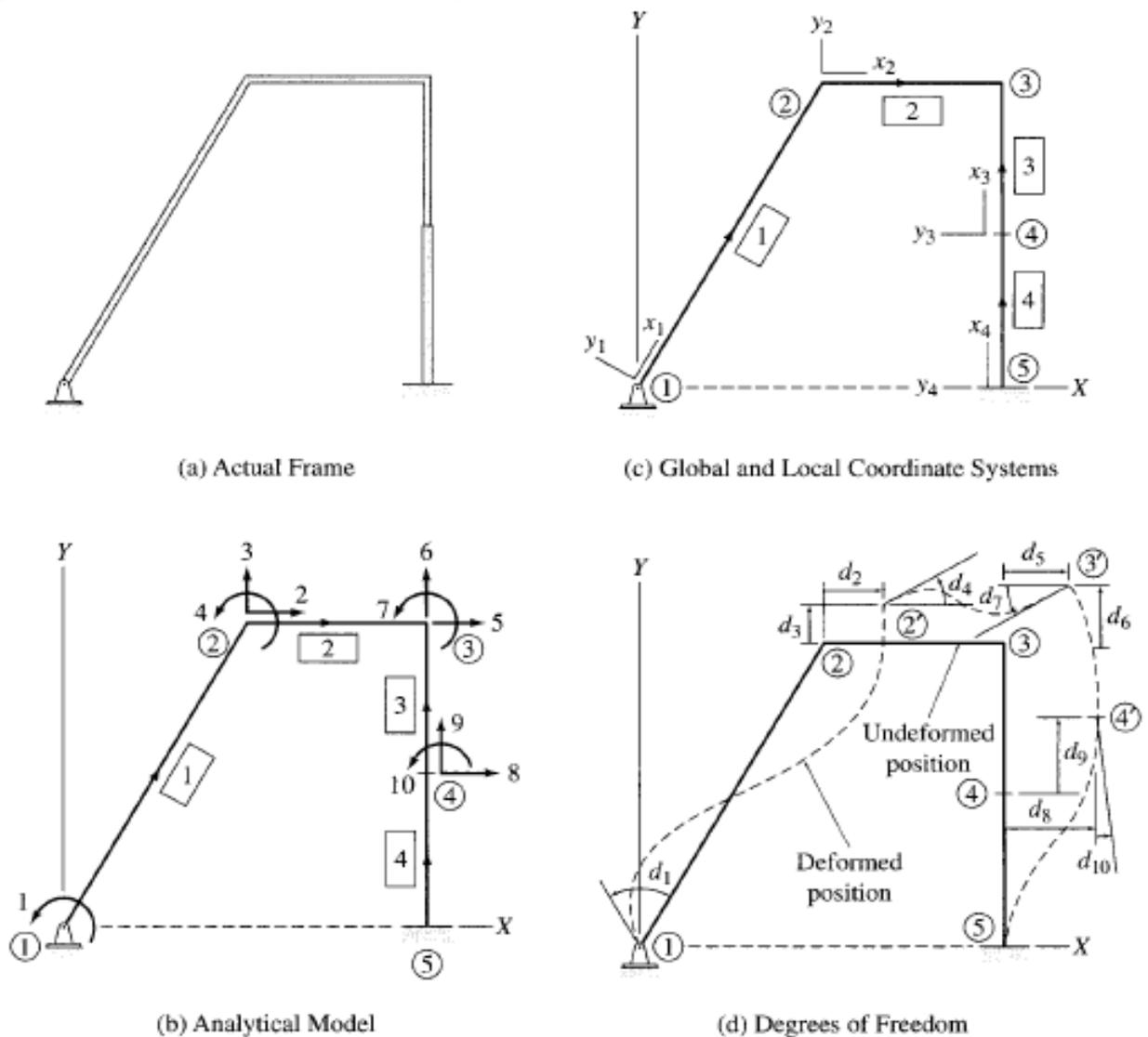
Fonte: Martha (2010).

É oportuno observar que, em geral, as ligações entre os elementos das estruturas dos edifícios são consideradas engastadas (não perfeitamente engastadas), resultando em um alto grau de hiperestaticidade na estrutura.

4.1.2 Grau de liberdade em estruturas

“Os graus de liberdade de uma estrutura são deslocamentos independentes dos nós (translações e rotações) que são necessários para especificar a forma deformada da estrutura quando submetida a uma carga arbitrária.” (Traduzido de Kassimali, 2009, p. 770). A Figura 2 é um exemplo de pórtico plano e os possíveis deslocamentos, ou giros, nos nós da estrutura.

Figura 2 – Graus de liberdade em um pórtico.



Fonte: Adaptado de Structural analysis (Kassimali, 2009).

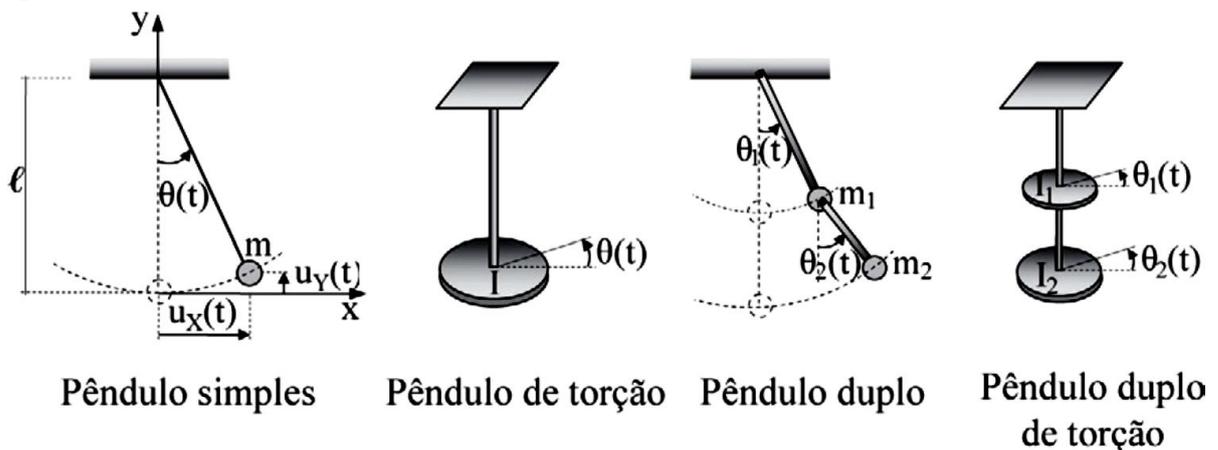
4.1.3 Modelos estruturais discreto e contínuo

4.1.3.1 Modelo discreto

Um modelo discreto é uma idealização em que a configuração geométrica de um sistema mecânico (em um instante qualquer) é especificada por um número finito de parâmetros cinematicamente independentes entre si, denominados graus de liberdade ou coordenadas (de deslocamentos ou generalizadas). E como consequência dessa idealização, a massa, a rigidez e as forças atuantes no sistema são consideradas de forma discreta. (Soriano, 2014, p. 10)

Na Figura 3 são mostrados alguns exemplos de modelos discretos.

Figura 3 - Modelo discreto.



Fonte: Introdução à dinâmica das estruturas (Soriano, 2014, p. 11).

Na Figura 3 (nos dois primeiros modelos), observa-se que o modelo fica representado por uma massa concêntrica na extremidade e um fio inextensível que é ligado a um apoio.

O conceito de grau de liberdade já foi abordado anteriormente. Para entender a ideia das coordenadas generalizadas, observa-se a Figura 3, para o pêndulo simples (primeiro desenho). O modelo discretizado do pêndulo tem um grau de liberdade, $\theta(t)$, embora exista os deslocamentos u_x e u_y . Nesse caso, podemos escrever os deslocamentos como variáveis dependentes da equação de $\theta(t)$. Resumidamente,

u_x e u_y não são independentes de $\theta(t)$, logo não são outros graus de liberdade. Na figura 3 o pêndulo duplo (terceiro desenho) tem dois graus de liberdade pois no modelo existe duas massas ligadas por um fio inextensível e ambas são independentes uma da outra.

4.1.3.2 Modelo contínuo

Diferentemente do modelo discreto, um modelo contínuo de sistema estrutural tem configuração especificada por uma ou mais funções das coordenadas espaciais e do tempo. Consequentemente, a rigidez e a massa são consideradas distribuídas de forma contínua ao longo do modelo. (Soriano, 2014, p. 11)

No modelo contínuo, uma viga pode ser modelada com infinitos graus de liberdade. Na Figura 4 são apresentadas 2 vigas, uma em balanço e outra simplesmente apoiada.

Figura 4 – modelo contínuo.



Fonte: Introdução à dinâmica das estruturas (Soriano, 2014, p. 12).

Na Figura 4, ambas as vigas foram modeladas com 6 graus de liberdade. Porém, não existe uma limitação para a quantidade de graus de liberdade a ser usar, pois quanto mais tiver mais preciso serão os resultados, porém, o esforço computacional é muito maior também. Aconselha-se buscar um equilíbrio entre precisão adequada e esforço computacional.

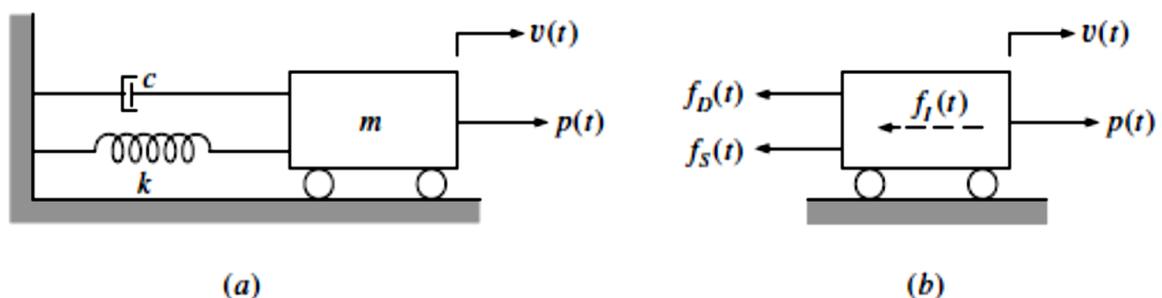
4.2 Análise dinâmica de estruturas

“As estruturas são sistemas físicos sujeitos a ações externas, capazes de transmitirem esforços”. (Soriano, 2014). Pode-se considerar carregamentos dinâmicos aqueles que mobilizam forças de inércia na estrutura. Atualmente as construções têm materiais com resistências cada vez maiores fazendo com que as construções fiquem cada vez mais esbeltas caracterizando frequências naturais cada vez menores, sendo necessário análises dinâmicas para avaliar os efeitos que os esforços gerados por carregamentos dinâmicos causam.

4.2.1 Equação de movimento de sistemas dinâmicos

As equações de movimento para sistemas dinâmicos podem ser deduzidas usando o equilíbrio dinâmico derivado do princípio de D' Alembert. A Figura 5 a seguir é o modelo de apresentação para sistemas dinâmicos com 1 grau de liberdade.

Figura 5 – sistema dinâmico com 1 grau de liberdade. (a) modelagem sistema físico massa mola. (b) representação das forças atuantes em decorrência da aplicação da força $p(t)$.



Fonte: Dynamics of structures (CLOUGH e PENZIEN 1995).

Considerando o diagrama de corpo livre da massa “ m ” apresentado na figura 5(b), pode-se escrever o equilíbrio dinâmico da seguinte forma:

$$p(t) - f_D - f_S - f_I = 0, \quad (3)$$

ou então,

$$f_D + f_S + f_I = p(t), \quad (4)$$

onde f_D, f_S, f_I e p são respectivamente a força de amortecimento, a força elástica, a força inercial e a força externa que é aplicada.

Pode-se escrever a força inercial como:

$$f_I = m \ddot{u}(t), \quad (5)$$

admitindo-se que o amortecimento é viscoso, a força de amortecimento é obtida por:

$$f_D = c \dot{u}(t), \quad (6)$$

e a força elástica por:

$$f_S = k u(t), \quad (7)$$

onde m é a massa do sistema, c é a constante de amortecimento é definida por Soriano (2014) como “Idealização do fenômeno de dissipação de energia mecânica.”, k é a rigidez equivalente do sistema e u é o deslocamento. Logo a equação de movimento para sistemas de 1 grau de liberdade pode ser expressa como:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = p(t) \quad (8)$$

Para sistemas com múltiplos graus de liberdade, pode-se reescrever a equação (8) com matrizes e vetores. Logo:

$$[m]\{\ddot{u}(t)\} + [c]\{\dot{u}(t)\} + [k]\{u(t)\} = \{p(t)\} \quad (9)$$

Onde $[m]$, $[c]$ e $[k]$ são respectivamente as matrizes globais de massa, amortecimento e rigidez do sistema. Os termos $\{u(\ddot{t})\}$, $\{u(\dot{t})\}$, $\{u(t)\}$ e $\{p(t)\}$ são respectivamente os vetores de aceleração, de velocidade, de deslocamento e o vetor dos carregamentos nodais aplicados.

4.2.2 Análise modal de um sistema dinâmico

A análise modal compreende a determinação das frequências naturais e dos modos de vibrar da estrutura. As frequências naturais e os modos de vibração de uma estrutura são de fundamental importância para determinar uma resposta para solicitações dinâmicas (forças harmônicas, de impacto, forças de vento, explosões, etc.) ou seja, uma perturbação inicial (uma força) é aplicada no sistema e após $t = 0$, o sistema vibra em sua frequência natural.

Para um sistema com 1 grau de liberdade, pode-se calcular a frequência natural a partir da Equação (10):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{eq}}{m}}, \quad (10)$$

onde K_{eq} é a rigidez equivalente da estrutura e m a massa em vibração.

Para o caso de vibração livre não amortecida em um sistema com múltiplos graus de liberdade, pode-se escrever a equação (9) apenas como:

$$[m]\{u(\ddot{t})\} + [k]\{u(t)\} = \{0\}. \quad (11)$$

Segundo Reyolando (2015), as soluções para a equação (11) “são formas \bar{u} chamada de modos de vibração livres não amortecidos em que todas as coordenadas do sistema variam harmonicamente no tempo, todas na mesma frequência...” que é representada pela equação abaixo:

$$u = \hat{u} \cos(\omega t - \theta) \quad (12)$$

Em que a derivada segunda da equação é:

$$-\hat{u} \omega^2 \cos(\omega t - \theta) \quad (13)$$

Substituindo a (13) e (12) em (11) e reagrupando os termos, obtém-se:

$$[K - \omega^2 M] \hat{u} = \{0\}, \quad (14)$$

para que as soluções não sejam triviais o determinante da matriz característica (primeira parcela da equação 14) deve ser igual a zero, logo:

$$\det[K - \omega^2 M] = 0, \quad (15)$$

as soluções para o polinômio característico de grau n obtido pela equação 15 na variável ω^2 , são chamadas de autovalores do sistema. Tirando a raiz quadrada do autovalor chega-se nas frequências naturais. Ao substituir essas frequências naturais nas equações homogêneas (sistema de equações representadas pela equação (14)), tem-se sistemas possíveis indeterminados. Para determinar uma solução plausível, admite-se uma coordenada unitária, e tem-se uma solução resultante. As coordenadas obtidas são os autovetores, e eles definem os modos de vibração da estrutura. O número de modos de vibrar depende do número de graus de liberdade da estrutura. Sendo que uma estrutura com n graus de liberdade tem n autovetores, e pode-se agrupar em uma matriz de autovetores como na equação 16:

$$[\Phi] = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \dots & \phi_{nn} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

em que cada coluna da matriz é um autovetor do sistema. A matriz com todos os autovetores do sistema chama-se matriz modal.

4.2.3 Vibração forçada em um sistema dinâmico

A vibração forçada é aquela devida à atuação de uma força externa em função do tempo.

4.2.3.1 Solicitação harmônica

A força harmônica é um exemplo de vibração forçada, onde a solicitação externa pode ser do tipo seno ou cosseno. Tem-se:

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = p_o \text{sen}(\omega t), \quad (17)$$

Onde $p_o \text{sen}(\omega t)$ é o carregamento harmônico externo aplicado. A amplitude p_o refere-se a magnitude do carregamento no tempo $t=0$, e ω é a frequência de excitação do carregamento aplicado.

A solução geral para o caso de solicitação $p \cos(\omega t)$ com $\xi < 1$ é expressa como:

$$u = e^{-\xi \omega_n t} [A \cos(\omega_D t) + B \text{sen}(\omega_D t)] + [C \cos(\omega t) + E \text{sen}(\omega t)], \quad (18)$$

em que:

$$A = u_o - \frac{p}{k} \left[\frac{(1-\alpha^2)}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2} \right], \quad (19)$$

$$B = \frac{\dot{u}_o}{\omega_D} + \frac{\xi u_o}{\sqrt{1-\xi^2}} - \frac{p\xi}{k\sqrt{1-\xi^2}} \left[\frac{1+\alpha^2}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2} \right], \quad (20)$$

$$C = \frac{p}{k} \frac{2\xi\alpha}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2}, \quad (21)$$

$$E = \frac{p}{k} \frac{2\xi\alpha}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2}, \quad (22)$$

onde:

$$\alpha = \frac{\omega}{\omega_n}, \quad (23)$$

Sendo ω a frequência de excitação e ω_n a frequência natural (equação 10). O coeficiente ξ é o amortecimento adimensional dado pela fórmula:

$$\xi = \frac{c}{c_c}, \quad (24)$$

em que c_c é chamado de coeficiente de amortecimento crítico e é definido por Soriano (2014) como “valor limite do amortecimento viscoso entre um estado oscilatório e um estado não oscilatório de sistema mecânico.”. As outras variáveis já foram citadas. A solução geral para a solitação $p \text{sen}(\omega t)$ com $\xi < 1$ pode ser expressa como:

$$u = e^{-\xi \omega_n t} [A \cos(\omega_D t) + B \text{sen}(\omega_D t)] + [C \cos(\omega t) + E \text{sen}(\omega t)], \quad (25)$$

em que:

$$A = u_o + \frac{p}{k} \left[\frac{(2\xi\alpha)}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2} \right], \quad (26)$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} \left\{ \frac{\dot{u}_o}{\omega_n} + \xi u_o - \frac{p\alpha}{k} \left[\frac{2\xi^2 - \alpha^2 + 1}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2} \right] \right\}, \quad (27)$$

$$C = -\frac{p}{k} \frac{2\xi\alpha}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2}, \quad (28)$$

$$E = \frac{p}{k} \frac{(1-\alpha^2)}{(1-\alpha^2)^2 + (2\xi\alpha)^2}, \quad (29)$$

4.2.3.2 Solitação Periódica

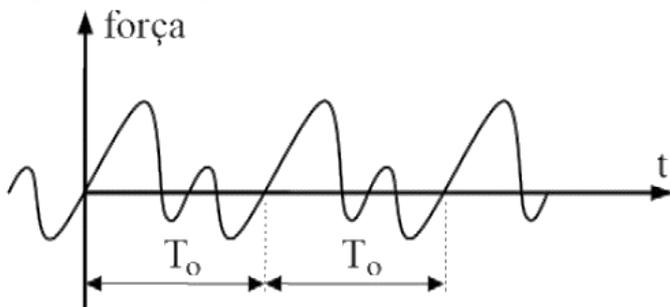
Outro exemplo de vibração forçada é a solitação periódica. Pode-se considerar uma solitação periódica, segundo Soriano (2014) “uma função real de

uma variável independente, contínua ou com um número finito de descontinuidades em qualquer intervalo fechado dessa variável...”, deve-se atender a:

$$f(t + qT_0) = f(t) \quad (30)$$

Onde ($q=0,1, 2, \dots$) sendo T_0 uma constante chamada de período fundamental. A figura a seguir é exemplo de uma função periódica, onde a cada ciclo T_0 a função se repete

Figura 6 - Função periódica.



Fonte: Soriano (2014).

De acordo com Soriano (2014) uma função periódica “pode ser desenvolvida em série de funções harmônicas, denominadas *série de Fourier*.” Logo se tem:

$$p(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} (a_j \cos(j\omega_0 t) + b_j \text{sen}(j\omega_0 t)), \quad (31)$$

onde:

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} p(t) dt, \quad (32)$$

$$a_j = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} p(t) \cos(j\omega_0 t) dt, \quad (33)$$

$$b_j = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} p(t) \text{sen}(j\omega_0 t) dt, \quad (34)$$

e,

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}. \quad (35)$$

A resposta dessa solicitação pode ser expressa como:

$$u(t) = u_o + \sum_{j=1}^{\infty} u_j^c \sum_{j=1}^{\infty} u_j^s \quad (36)$$

4.2.4 Solicitações não periódicas

Solicitações não periódicas, são solicitações que não tem um período de repetição como as solicitações periódicas, por exemplo as vibrações forçadas. Para esse tipo de solicitação, utiliza-se a integral de Duhamel para solução:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t p(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \text{sen}[\omega_n(t-\tau)] d\tau, \quad (37)$$

Para sistemas com amortecimento $\xi < 1$, em que τ é um instante qualquer.

4.2.4 Integração numérica

De acordo com Soriano (2014), os métodos de integração são os mais usais para “resolução de sistemas de equação de movimento, lineares ou não...”. Nos softwares que contém rotinas para análise dinâmica, em geral, são utilizados métodos numéricos. Pode-se citar, principalmente, três métodos numéricos distintos, o método da *diferença finita central*, o método de *Newmark* e o método de *Wilson θ* . Para exemplificar, será mostrado o método por diferença central.

4.2.4.1 Método por diferença finita central

O método por diferença finita central funciona substituindo os operadores de derivação por expressões algébricas com valores discretos. Segundo Soriano (2014), para a derivada primeira do deslocamento tem-se:

$$\dot{u}_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta t}, \quad (38)$$

onde \dot{u}_i é a derivada de u , em t_i . Reduzindo-se suficientemente Δt , os valores para a resposta serão mais precisos. Analogamente tem-se para a aceleração, derivada segunda, a seguinte expressão:

$$\ddot{u}_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta t^2}, \quad (39)$$

em que os termos já foram definidos anteriormente. Substituindo (39) e (40) na equação de movimento (8) e reagrupando os termos obtém-se:

$$u_{1+i} = \frac{f'_i}{m'}, \quad (40)$$

em que:

$$f'_i = \frac{m}{\Delta t^2} + \frac{c}{2\Delta t}, \quad (41)$$

e

$$m' = p_i - \left(k - \frac{2m}{\Delta t^2}\right)u_i - \left(\frac{m}{\Delta t^2} - \frac{c}{2\Delta t}\right)u_{i-1} \quad (42)$$

Para determinação da resposta final, precisa-se de duas expressões, o deslocamento inicial e o deslocamento fictício em $t = -\Delta t$. O que permite deduzir as seguintes expressões:

$$\ddot{u}_o = \frac{p_o - c\dot{u}_o - ku_o}{m}, \quad (43)$$

e

$$u_{-1} = u_o - \dot{u}_o \Delta t + \frac{u_o \Delta t^2}{2} \quad (44)$$

4.3 Pré-dimensionamento

O pré-dimensionamento de uma estrutura deve ser feito respeitando-se os valores limites da norma NBR 6118 (ABNT, 2014) para as vigas e para a laje.

VIGAS:

Estimativa da seção transversal das vigas:

Largura:

- $bw \geq 12\text{cm}$ vigas
- $bw \geq 15\text{cm}$ vigas parede

Pode-se usar um mínimo absoluto de 10 cm, desde que sejam observados o correto alojamento das barras e as limitações quanto ao lançamento do concreto

LAJES:

- 7 cm para coberturas não em balanço;
- 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- 10 cm para lajes em balanço;
- 10 cm para lajes que suportem veículos com peso total menor ou igual a 30kN;
- 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30kN;
- 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, com no mínimo $l_x/42$ para lajes de piso apoiadas e $l_x/50$ para lajes de piso contínuas;
- 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes cogumelo, fora do capitel.

onde l_x é o menor comprimento da laje.

No dimensionamento de lajes em balanço com altura entre 10 e 19 cm, os esforços finais de cálculo devem ser multiplicados por um coeficiente adicional γ_n .

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 \cdot h, \quad (45)$$

onde h é altura da laje em cm.

Para os pilares, é usual utilizar o método das áreas de influência indicado por Pinheiro et al. (2003) para estimar os carregamentos que serão aplicados em cada pilar.

De acordo com Pinheiro et al. (2003), as dimensões para pilares referem-se da proporção do vão de cada viga, deve-se pré-dimensionar um pilar considerando as seguintes influências para ele:

- 0,45 l : pilar de extremidade e de canto, na direção da sua menor

dimensão;

- 0,55 l : complementos dos vãos do caso anterior;
- 0,50 l : pilar de extremidade e de canto, na direção da sua maior

dimensão.

A Figura 7 exemplifica essas dimensões citadas.

Além disso, deve-se considerar um coeficiente de majoração α que depende da localização do pilar. Como a seguir:

$\alpha = 1,3 \rightarrow$ pilares internos ou de extremidade, na direção da maior dimensão;

$\alpha = 1,5 \rightarrow$ pilares de extremidade, na direção da menor dimensão;

$\alpha = 1,8 \rightarrow$ pilares de canto.

Então, segundo Pinheiro et al. (2003) a área do pilar é calculada de acordo com a fórmula:

$$A_c = \frac{30 \cdot \alpha \cdot A \cdot (n + 0,7)}{f_{ck} + 0,01 \cdot (69,2 - f_{ck})} \quad (46)$$

A_c é a área da seção de concreto (cm²)

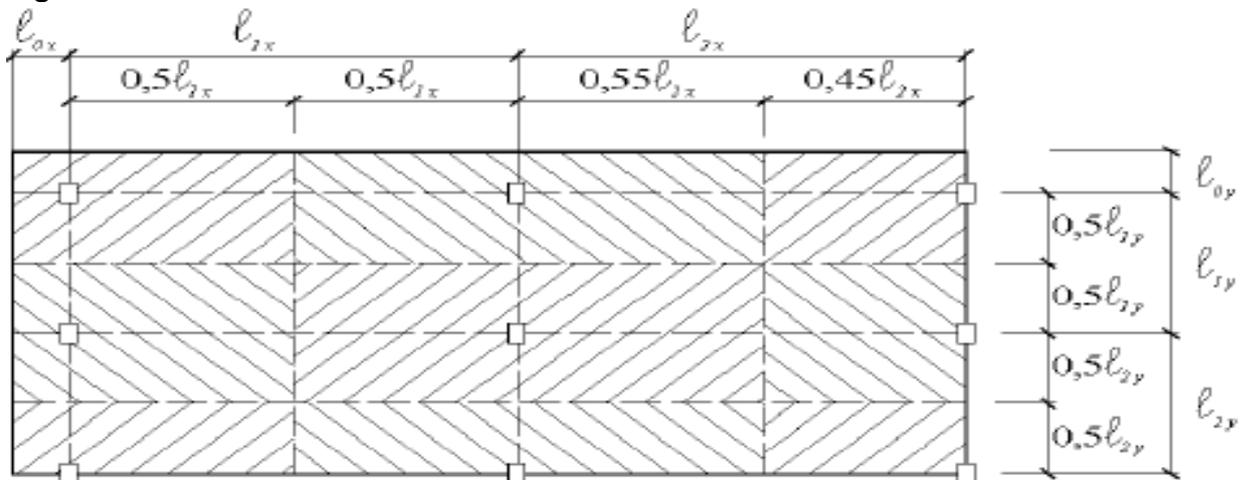
α é o coeficiente de majoração em função da localização do pilar

A é a área de influência do pilar

n é o número de pavimentos tipos da estrutura

f_{ck} é a resistência do concreto (KN/cm²)

Figura 7 – Áreas de influência.



Fonte: Pinheiro et al. (2003).

4.4 Comportamento do vento nas estruturas

O vento é um fenômeno decorrente do movimento de massas de ar de zonas de alta pressão (baixa temperatura) para zonas de baixa pressão (maior temperatura).

De acordo com Reyolando (2015), quando uma massa é colocada em movimento linear ou em rotação, ela adquire energia cinética. Quando encontra um obstáculo parte dessa energia cinética vira pressão sobre o obstáculo, que no presente trabalho será a estrutura do edifício.

De maneira geral a pressão do vento pode ser expressa da seguinte forma:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_p \cdot V^2 \quad (47)$$

Onde ρ é a densidade relativa do ar (kg/m^3), C_p é o coeficiente de pressão (adimensional) e V é a velocidade (m/s).

4.4.1 Método estático

A norma NBR 6123 (ABNT, 1988) fornece um roteiro para determinação de uma carga estática equivalente do vento, de acordo com a forma da estrutura, a rugosidade da edificação e do terreno, altura da edificação, topografia do terreno e fator estatístico.

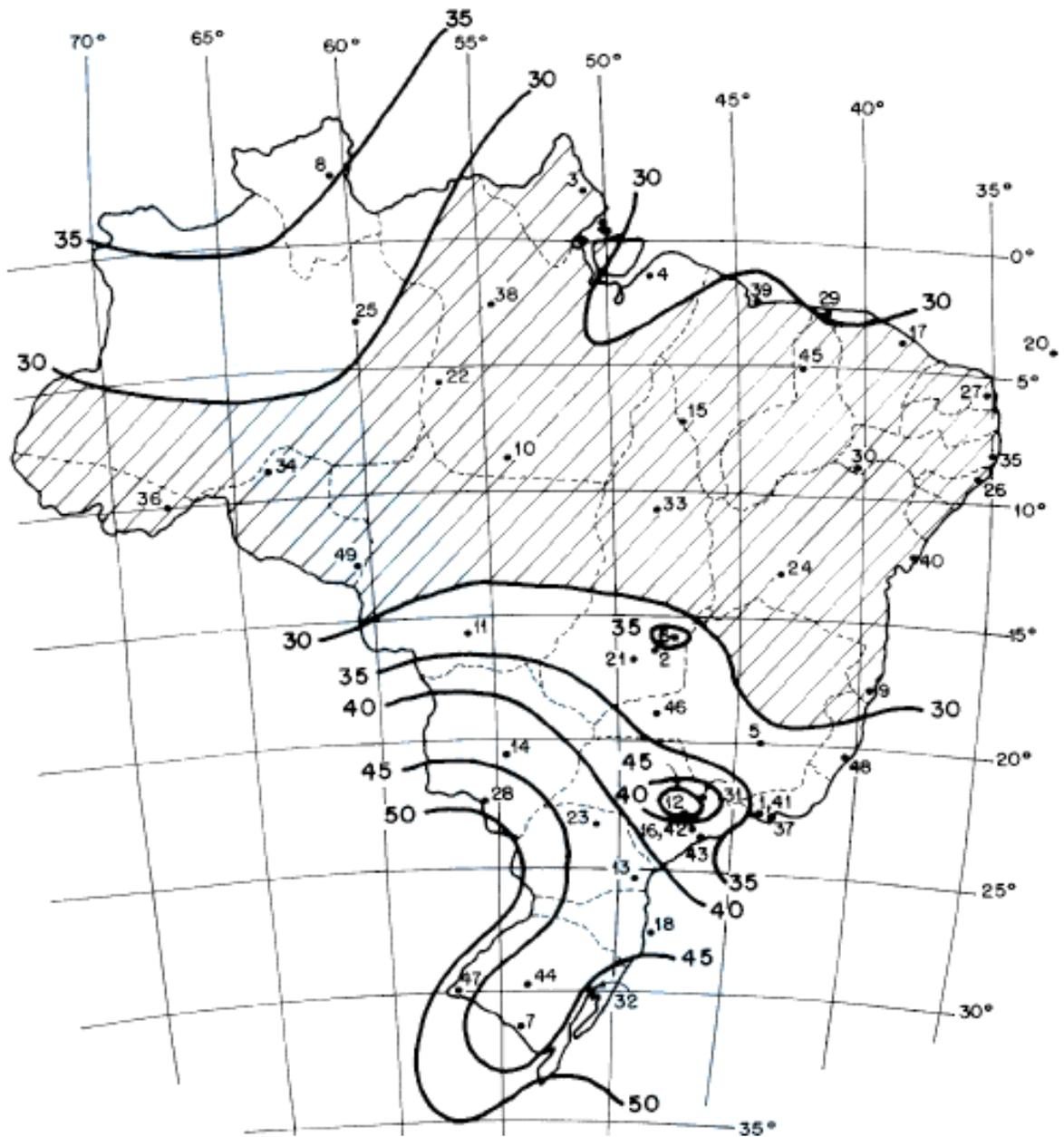
O fator topográfico, o fator da altura da edificação e rugosidade do terreno e o fator estatístico determinam o valor do vento característico, dado pela fórmula:

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 \quad (48)$$

Onde V_0 , S_1 , S_2 , e S_3 são, respectivamente, a velocidade básica, o fator topográfico, o fator da rugosidade e o fator estatístico.

A velocidade básica é dada pelas isopletas, como mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Isopletas de vento.



Fonte: NBR 6123 (1988).

4.4.1.1 Fato topográfico

O fator topográfico (S_1) também é fornecido pela norma NBR 6123 (ABNT, 1988). Esse coeficiente leva em consideração o tipo de terreno que está localizada a edificação.

O valor é dado da seguinte forma:

- a) Terreno plano ou fracamente acidentado: $S_1=1,0$.

b) Taludes e morros:

Taludes e morros alongados nos quais pode ser admitido um fluxo de ar bidimensional soprando no sentido indicado na figura 9;

No ponto A (morros) e nos pontos A e C (taludes): $S_1=1,0$

No ponto B: [S_1 é função de $S_1(z)$]:

$$\theta \leq 3^\circ : S_1(z) = 1,0$$

$$6^\circ \leq \theta \leq 17^\circ : S_1(z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right) \operatorname{tg}(\theta - 3^\circ) \geq 1$$

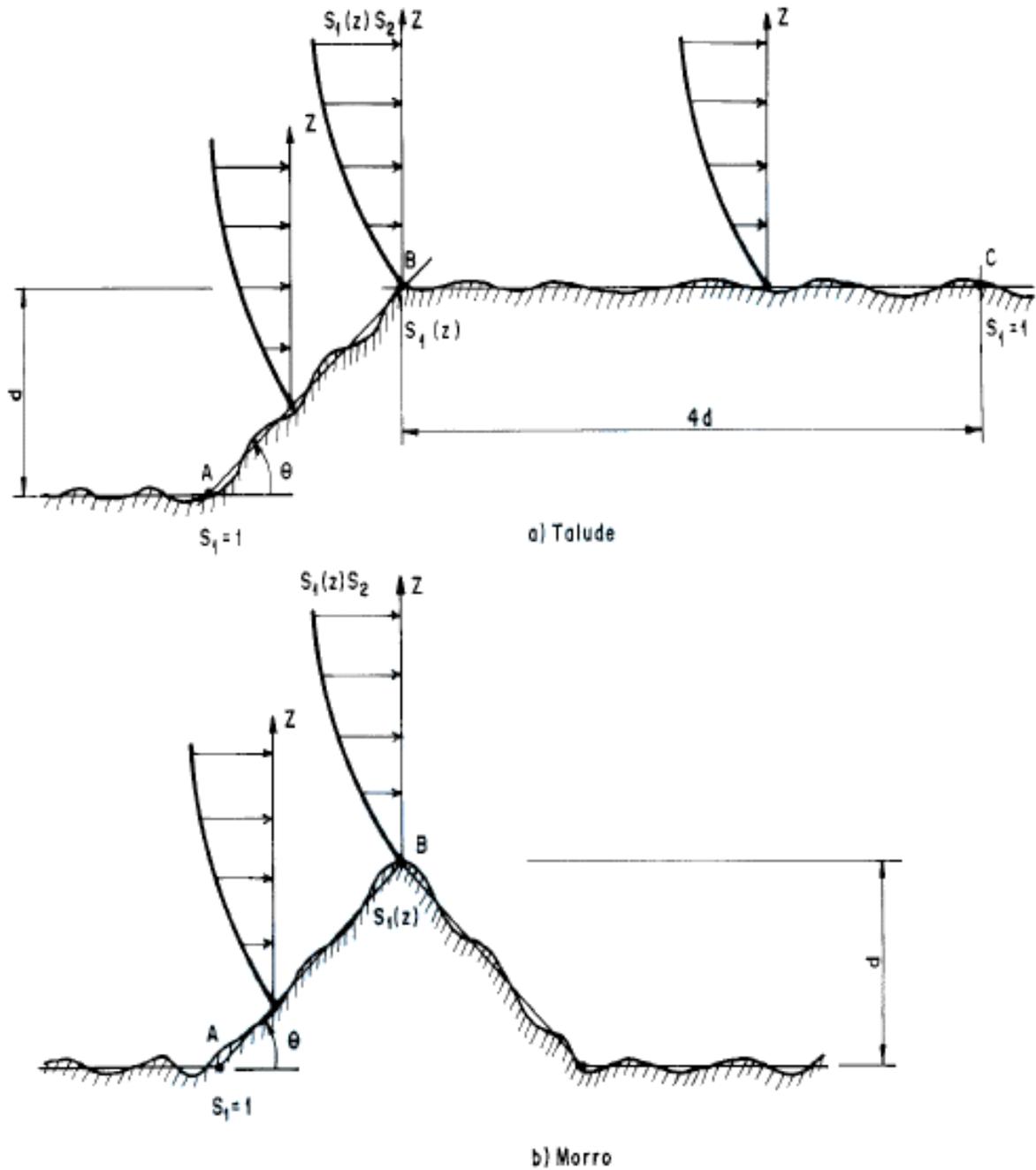
$$\theta \geq 45^\circ S_1(z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right) 0,31 \geq$$

Onde z é a altura, d é a diferença de nível entre a base e o topo do talude ou morro e θ é a inclinação média do talude ou encosta do morro

Para intervalos fora dos estabelecidos anteriormente deve-se fazer interpolação linear.

c) Vales profundos, protegidos de ventos de qualquer direção: $S_1 = 0,9$.

Figura 9 – Fator topográfico.



Fonte: NBR 6123 (1988).

4.4.1.2 Fator de rugosidade e altura do terreno

“O fator S_2 considera o efeito combinado da rugosidade do terreno, da variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno e das dimensões da edificação ou parte da edificação em consideração.” NBR 6123 (ABNT, 1988).

4.4.1.2.1 Rugosidade do terreno

A norma NBR 6123 (ABNT, 1988) cita cinco categorias de terrenos.

Categoria I: “Superfícies lisas de grandes dimensões, com mais de 5 Km de extensão, medida na direção e sentido do vento incidente”. Exemplos:

- Mar calmo;
- Lagos e rios;
- Pântanos sem vegetação.

Categoria II: “Terrenos abertos em nível ou aproximadamente em nível, com poucos obstáculos isolados, tais como árvores e edificações baixas.” Exemplos:

- Zonas costeiras planas;
- Pântanos com vegetação rala;
- Campos de aviação;
- Pradarias e chamecas;
- Fazendas sem sebes ou muros.

Categoria III: “Terrenos planos ou ondulados com obstáculos, tais como sebes e muros, poucos quebra-ventos de árvores, edificações baixas e esparsas.” Exemplos:

- Granjas e casas de campo, com exceção das partes com matos;
- Fazendas com sebes e/ou muros;
- Subúrbios a considerável distância do centro, com casas baixas e esparsas.

Categoria IV: “Terrenos cobertos por obstáculos numerosos e pouco espaçados, em zona florestal, industrial ou urbanizada.” Exemplos:

- Zonas de parques e bosques com muitas árvores;
- Cidades pequenas e seus arredores;
- Subúrbios densamente construídos de grandes cidades;
- Áreas industriais plena ou parcialmente desenvolvidas.

Categoria V: “Terrenos cobertos por obstáculos numerosos, grandes, altos e pouco espaçados.” Exemplos:

- Florestas com árvores altas, de copas isoladas;
- Centro de grandes cidades;

- Complexos industriais bem desenvolvidos.

4.4.1.2.2 Dimensões da edificação

A norma NBR 6123 (ABNT, 1988) determina três classes de edificações para cálculo da velocidade média de 3, 5 e 10 segundos. Para velocidades que não sejam esses citados, a norma fornece uma fórmula para o cálculo de S_2 no anexo A.

Classe A: Todas as unidades de vedação, seus elementos de fixação e peças individuais de estruturas sem vedação. Toda edificação na qual a maior dimensão horizontal ou vertical não exceda 20m.

Classe B: Toda edificação ou parte de edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal esteja entre 20 m e 50 m.

Classe C: Toda edificação ou parte de edificação para qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal exceda 50 m.

Para edificações ou partes dela que a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal exceda 80 m, pode-se determinar o intervalo de tempo correspondente de acordo com o anexo A item A.2 da norma NBR 6123 (ABNT, 1988).

4.4.1.2.3 Altura da edificação sobre o terreno

O fator S_2 é obtido a partir da equação:

$$S_2 = b.F_r.(z/10)^p, \quad (49)$$

em que F_r , b e p aparecem tabelados e variam de acordo com a cota z , classe e categoria do terreno. Como na tabela a seguir:

Tabela 1 - Parâmetros meteorológicos.

Categoria	Z ₀ (m)	Parâmetro	Classes		
			A	B	C
I	250	<i>b</i>	1,10	1,11	1,12
		<i>p</i>	0,06	0,0695	0,07
II	300	<i>b</i>	1,00	1,00	1,00
		<i>F_r</i>	1,00	0,98	0,95
		<i>p</i>	0,085	0,09	0,10
III	350	<i>b</i>	0,94	0,94	0,93
		<i>p</i>	0,10	0,105	0,115
IV	420	<i>b</i>	0,86	0,85	0,84
		<i>p</i>	0,12	0,125	0,135
V	500	<i>b</i>	0,74	0,73	0,71
		<i>p</i>	0,15	0,16	0,175

Fonte: NBR 6123 (1988).

A NBR 6123:1988 também disponibiliza valores para S₂ para diferentes classes e categorias conforme varia-se a cota *z*.

4.4.1.3 Fator estatístico S_3

Esse fator leva em consideração a destinação de uso da estrutura. É dividida em 5 grupos:

Tabela 2 - Valores mínimos para S_3 .

Grupo	Descrição	S_3
1	Edificações cuja ruína total ou parcial pode afetar a segurança ou possibilidade de socorro a pessoas após uma tempestade destrutiva (hospitais, quartéis de bombeiros e de forças de segurança, centrais de comunicação etc.)	1,10
2	Edificações para hotéis e residências. Edificações para comércio e indústria com alto fator de ocupação	1,00
3	Edificações e instalações industriais com baixo fator de ocupação (depósitos, silos, construções rurais etc.)	0,95
4	Vedações (telhas, vidros, painéis de vedação etc.)	0,88
5	Edificações temporárias. Estruturas dos grupos 1 a 3 durante a construção.	0,83

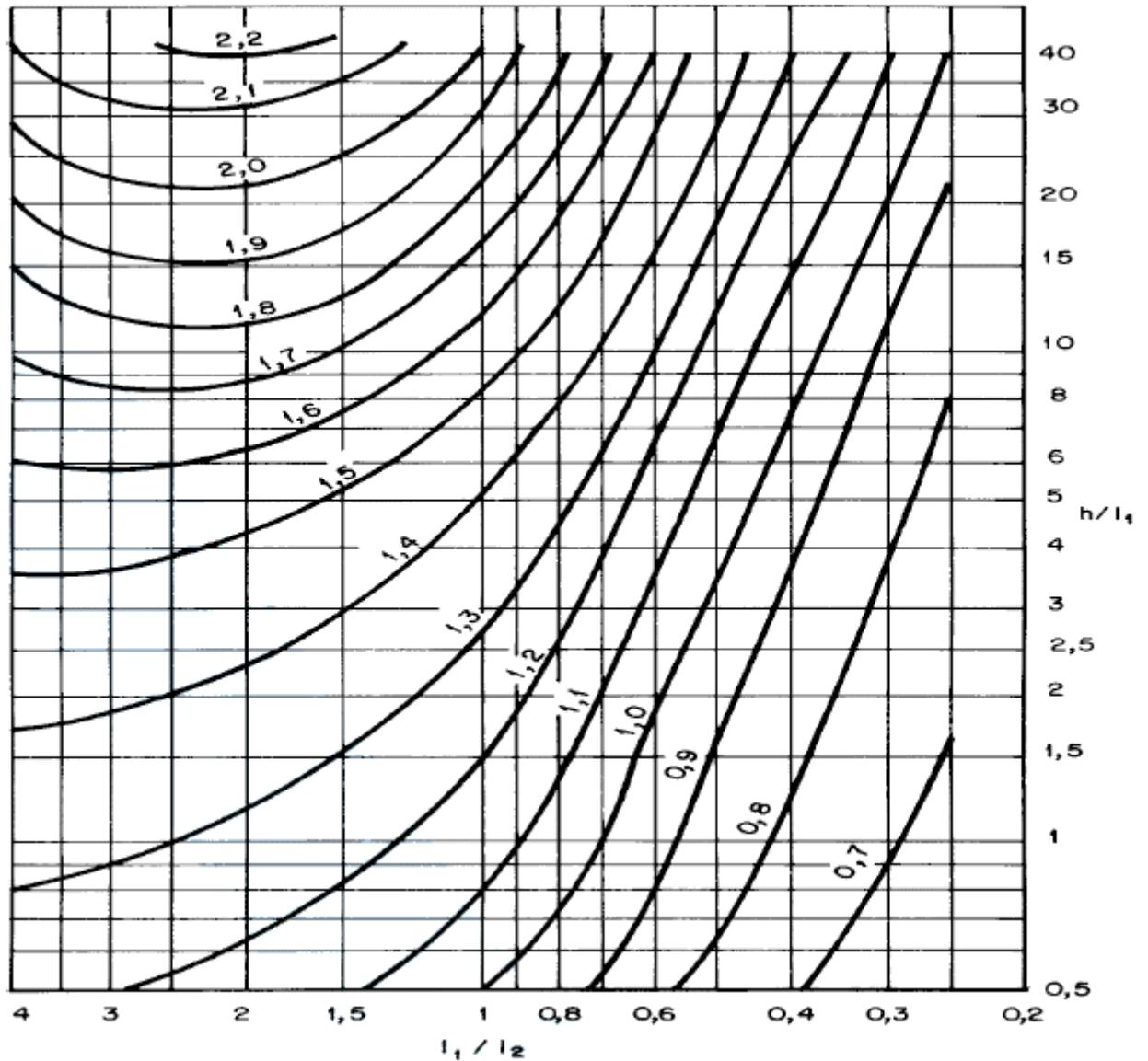
Fonte: NBR 6123 (1988).

4.4.1.4 Coeficiente de arrasto

Os coeficientes de arrasto levam em consideração a geometria da estrutura que está sendo estudada.

“Para vento incidindo perpendicularmente a cada uma das fachadas de uma edificação retangular em planta e assente no terreno” (NBR 6123,1988) a norma disponibiliza um ábaco (Figura 10) com valores proporcionais à altura e uma das dimensões da edificação dependendo da direção de incidência do vento.

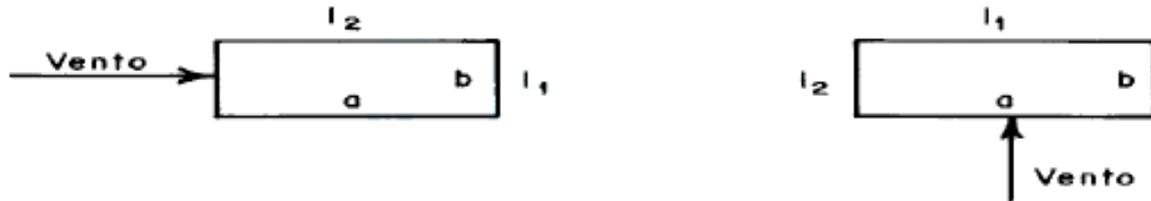
Figura 10 - Coeficiente de arrasto.



Fonte: NBR 6123 (1988).

O eixo horizontal depende de uma relação entre as duas dimensões da estrutura. No caso de estruturas retangulares, que é o mais comum, l_1 é a dimensão de incidência perpendicular ao vento e l_2 é a dimensão paralela ao vento. Como na figura a seguir:

Figura 11 - Direções de atuação do vento para baixa turbulência.



Fonte: NBR 6123 (1988).

Embora não apresentadas neste texto, a NBR 6123 (ABNT, 1988) também fornece diretrizes para determinação dos coeficientes de arrasto em situações de alta turbulência. As altas turbulências somente podem ser consideradas em regiões com grande concentração de edifícios altos, em um raio pré-estabelecido. Essas regiões são muito peculiares e se restringem, geralmente, a grandes centros urbanos.

4.4.1.4 Força estática equivalente

Uma vez determinado todos os fatores para a velocidade de projeto, é então calculada a pressão dinâmica que é dada pela equação:

$$q = 0,613V_k^2, \quad (50)$$

em que V_k é a velocidade característica dado pela equação (48).

A força estática equivalente então é dada pela equação:

$$F = C_a q A_e, \quad (51)$$

em que C_a é o coeficiente de arrasto já citado e A_e é a área de influência.

4.4.2 Método contínuo simplificado

Para o modelo contínuo simplificado e o método discreto, a velocidade de projeto é dada pela fórmula (52) que é diferente do método das forças estáticas equivalentes.

$$\bar{V}_p = 0,69 V_0 S_1 S_3, \quad (52)$$

A velocidade \bar{V}_p corresponde à velocidade média sobre 10 min a 10 metros de altura do solo em terrenos da categoria 2 (por isso é omitido o S_2 nessa equação).

A norma NBR 6123 (ABNT, 1988) cita dois métodos para determinação das forças de vento levando em conta o comportamento dinâmico da estrutura. São eles o método contínuo simplificado e o método discreto. Ainda de acordo com a NBR 6123 (ABNT, 1988), o método simplificado tem aplicação recomendada para edifícios de até 150 metros que não apresentam variações de forma ao longo de sua altura.

A norma NBR 6123 (ABNT, 1988), por aproximação considera que o primeiro modo de vibrar da estrutura é representado com precisão pela equação:

$$x = \left(\frac{z}{h}\right)^\gamma, \quad (53)$$

em que γ é função do tipo de estrutura e seu material. A tabela a seguir apresenta valores para γ :

Tabela 3 - Parâmetros para a determinação de efeitos dinâmicos.

Tipo de edificação	γ	ζ	$T_1 = 1 / f_1$
Edifícios com estrutura aporricada de concreto, sem cortinas	1,2	0,020	0,05h + 0,015h (h em metros)
Edifícios com estrutura de concreto, com cortinas para a absorção de forças horizontais	1,6	0,015	0,05h + 0,012h
Torres e chaminés de concreto, seção variável	2,7	0,015	0,02h
Torres, mastros e chaminés de concreto, seção uniforme	1,7	0,010	0,015h
Edifícios com estrutura de aço soldada	1,2	0,010	$0,29 \sqrt{h} - 0,4$
Torres e chaminés de aço, seção uniforme	1,7	0,008	
Estruturas de madeira	--	0,030	

Fonte: NBR 6123 (1988).

A variação da pressão dinâmica com a altura é expressa pela equação:

$$q(z) = \bar{q}_o b^2 \left[\left(\frac{z}{z_r} \right)^{2p} + \left(\frac{h}{z_r} \right)^p \left(\frac{z}{h} \right)^\gamma \frac{1 + 2\gamma}{1 + \gamma + p} \xi \right] \quad (54)$$

onde $q(z)$ é a pressão dinâmica em função da altura, h é a altura da edificação, z é a cota do pavimento, z_r é a cota de referência ($z_r = 10m$) b e p são parâmetros da categoria do terreno e podem ser obtidos na Tabela 4. Ainda se tem na equação ξ que é o fator de amplificação dinâmica e que pode ser obtido pelo gráfico na Figura 13. \bar{q}_o é a pressão dinâmica do vento considerando a velocidade de projeto da Equação (52) e é dada pela equação:

$$\bar{q}_o = 0,613 \cdot \bar{V}_p^2 \quad (55)$$

Em que: \bar{V}_p está em $\frac{m}{s}$ e \bar{q}_o em $\frac{n}{m^2}$.

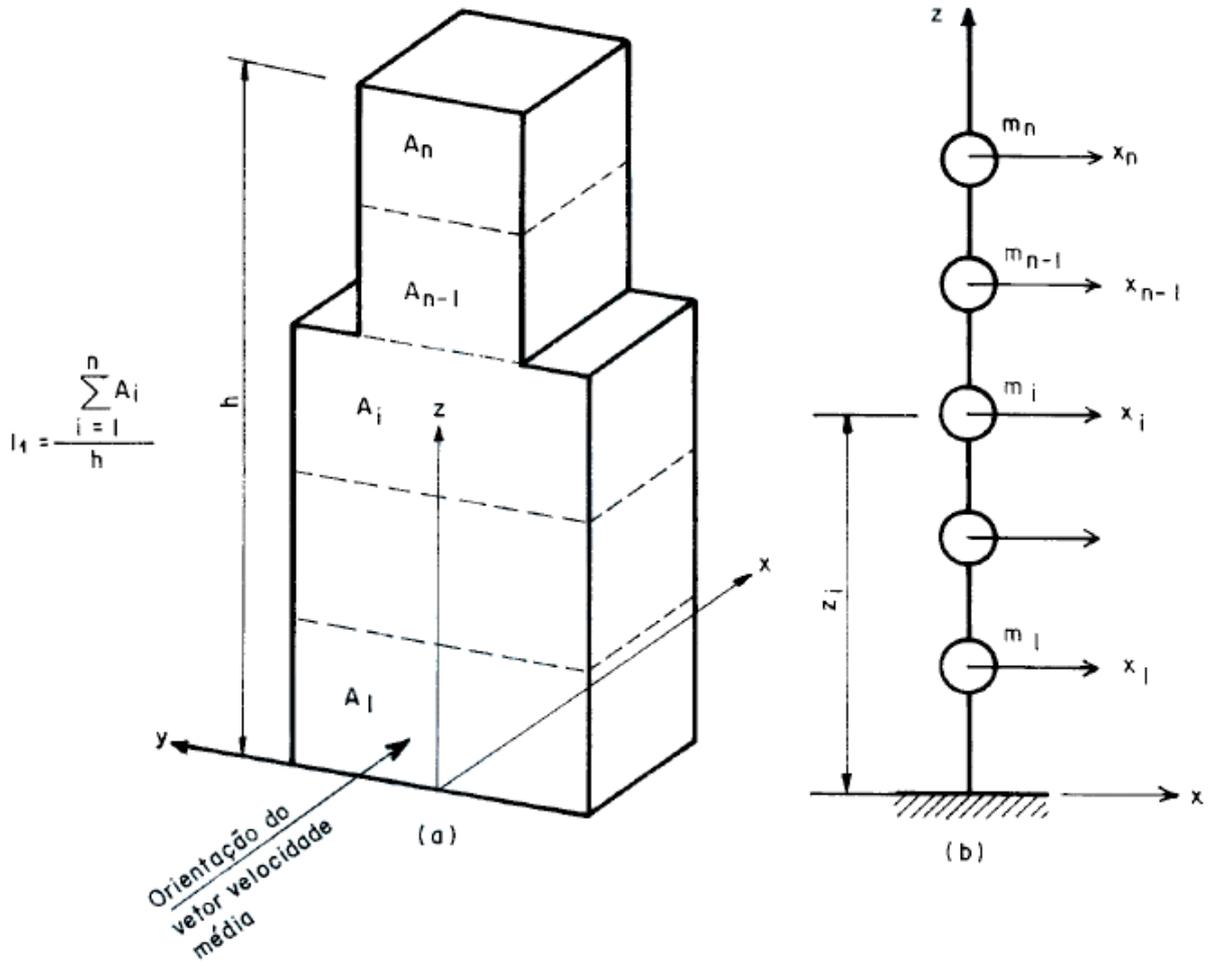
A força equivalente pode ser obtida multiplicando-se $q(z)$ pelo coeficiente de arrasto e pela área de influência da referida coordenada, resultando em:

$$F = q(z) C_a A_i \quad (56)$$

4.4.3 Método discreto

Para fins de análise do comportamento global, uma edificação pode ser modelada como um sistema discreto com n graus de liberdade. De acordo com a norma NBR 6123 (ABNT, 1988), $n=10$ representa com precisão uma resposta estrutural satisfatória. Um modelo discreto pode ser representado igual a figura 12 a seguir:

Figura 12 – Modelo discreto.



Fonte: NBR 6123 (1988).

Em que:

m_i é a massa na coordenada i ;

x_i é o deslocamento na coordenada i ;

A_i é a área de influência da coordenada i ;

h é a altura do modelo discretizado;

C_{a_i} é o coeficiente de arrasto correspondente à coordenada i ;

z_i é a altura do elemento i sobre o nível do terreno;

z_r é a altura de referência $z_r = 10$ m;

n é o número dos graus de liberdade.

De acordo com norma NBR 6123 (ABNT, 1988), a retenção apenas do primeiro modo leva a erros menores que 10%.

Para cada modo de vibração, a força que é aplicada no nó é dada pela soma da parcela da força média e a parcela da força flutuante, de acordo com a equação:

$$X_i = \bar{X}_i + \hat{X}_i \quad (57)$$

Em que a força média é:

$$\bar{X}_i = \bar{q}_0 b^2 C_{ai} A_i \left(\frac{Z_i}{Z_r} \right)^{2p}, \quad (58)$$

em que b e p são parâmetros fornecidos pela norma NBR 6123 (ABNT, 1988) e são apresentados na Tabela 4. C_{ai} , A_i e Z_i , são respectivamente o coeficiente de arrasto da coordenada, a área de influência da coordenada e a altura de referência da coordenada.

A parcela flutuante é definida pela fórmula:

$$\hat{X}_i = F_h \psi_i X_i \quad (59)$$

Sendo: $\psi_i = m_i/m_0$ (de acordo com a simbologia da Figura 12)

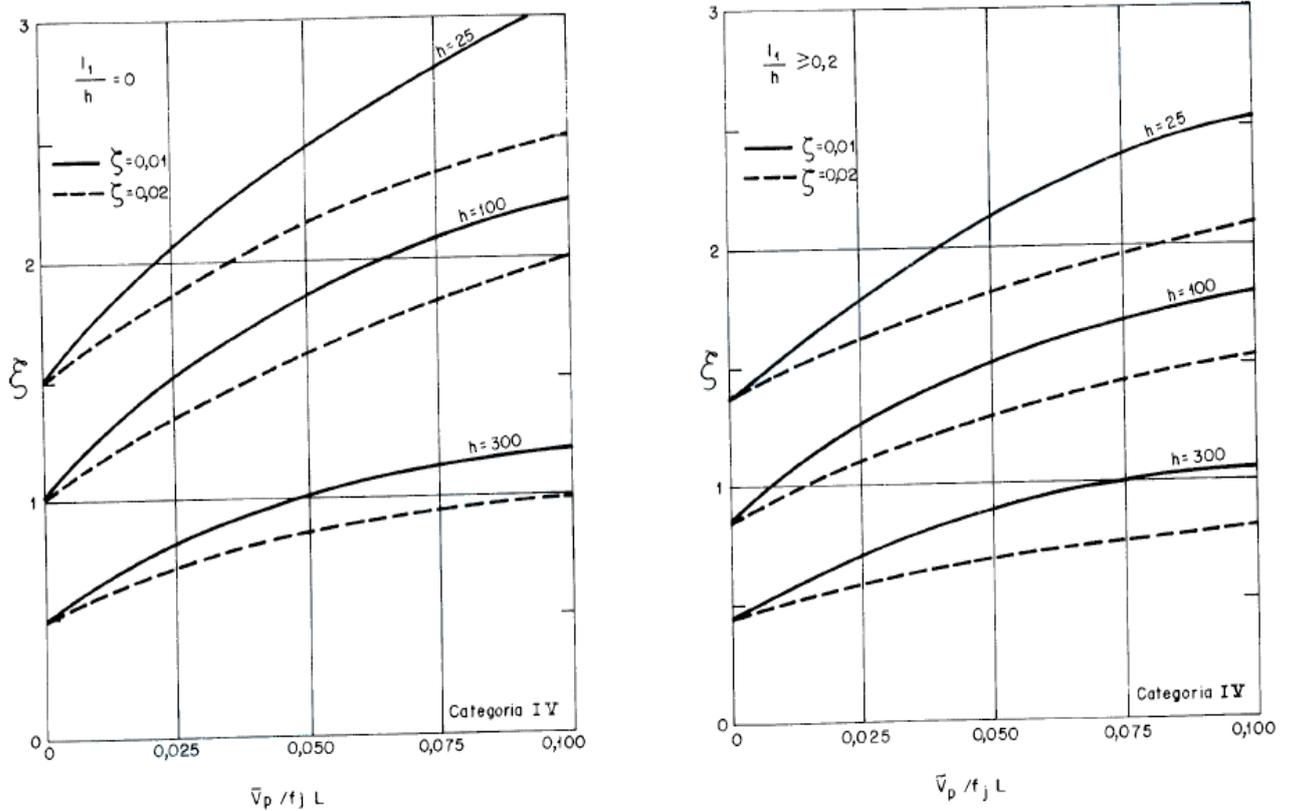
$$F_H = \bar{q}_0 b^2 A_0 \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i X_i}{\sum_{i=1}^n \psi_i X_i^2} \xi \quad (60)$$

$$\beta_i = C_{ai} \frac{A_i}{A_0} \left(\frac{Z_i}{Z_r} \right)^p \quad (61)$$

Nas equações apresentadas, m_0 e A_0 denotam a massa e a área, respectivamente do modelo que foi discretizado. ξ é o coeficiente de amplificação

dinâmica que é apresentado na norma NBR 6123 (ABNT, 1988) para as cinco categorias definidas. A Figura 13 a seguir apresenta os valores para o coeficiente de amplificação dinâmica da categoria IV (categoria que é referência para o estudo do presente trabalho). Os valores para b e p são apresentados na Tabela 4.

Figura 13 – Coeficiente de amplificação dinâmica ξ para terreno categoria IV.



Fonte: NBR 6123 (1988).

Em que l_1 é dado pela equação:

$$l_1 = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{h}$$

(62)

Tabela 4 - Expoente p e parâmetro b.

Categoria de rugosidade	I	II	III	IV	V
P	0,095	0,15	0,185	0,23	0,31
b	1,23	1,00	0,86	0,71	0,50

Fonte: NBR 6123:1988.

4.5 Introdução ao método dos elementos finitos

Muitos problemas na ciência e engenharia pode ser representado por equações diferenciais parciais. O MEF (método dos elementos finitos), é “uma aproximação numérica com a qual essas equações diferenciais parciais podem ser resolvidas de modo aproximado” Fish e Belytschko (2009). O MEF é um método numérico com diversas aplicações na área da engenharia civil. Se tornou uma ferramenta poderosa para diversos softwares (Como por exemplo o Autodesk Robot Structural, o Sap2000, Scia, ANSYS, ABAQUS, etc.). O MEF começou sendo usado na engenharia aeronáutica por Turner, Argyrus e Associados na década de 50, porém seu uso logo foi expandido para outras áreas. O primeiro software desenvolvido a utilizar o MEF, foi feito pela NASA em um projeto junto com grupo da Californi (EUA) liderado por Dick MacNeal. O programa ficou conhecido como NASTRAN e “incluiu um amplo conjunto de possibilidades, tais como análise de tensões em duas e três dimensões, em vigas e elementos de casca...”. Fish e Belytschko (2009). Posteriormente, o ANSYS foi lançado, e permitiu a análise linear e não linear, algo então novo.

A ideia básica do MEF é:

Dividir o corpo em elementos finitos, muitas vezes chamados apenas de elementos, conectados por nós, e obter uma solução aproximada...Está é chamada de malha de elementos finitos e o processo para sua construção é conhecido como geração da malha. (Fish e Belytschko, 2009, p.1)

O corpo citado, é referência para o elemento em estudo, podendo ser uma viga, uma laje, um pilar, uma casca etc. Ainda de acordo com Fish e Belytschko (2009), o MEF consiste nos seguintes passos:

- Pré-processamento: divisão do domínio do problema em elementos finitos;
- Formulação dos elementos: desenvolvimento de equações para os elementos finitos;
- Montagem: obtenção do sistema global de equações a partir das equações individuais dos elementos;
- Resolução das equações;
- Pós-processamento: determinação de valores de interesse, tais como tensões e deformações, e a obtenção da visualização das respostas.

Os resultados do MEF são aproximados, porém quanto mais discretizada for uma malha de elementos finitos, mais precisos são os resultados.

Na área de estruturas, o MEF pode ser utilizado tanto em análises estáticas, quanto em análises dinâmicas.

4.6 Ações e seguranças nas estruturas

Para combinar os carregamentos atuantes nas estruturas pode-se utilizar a norma NBR 8681 (ABNT, 2003) e desta forma determinar as condições mais desfavoráveis a segurança para verificação dos estados limites últimos (ELU), e dos estados limites de serviços (ELS).

Para o dimensionamento de elementos estruturais, deve-se considerar o estado limite último, que considera:

- I. Perda de equilíbrio, global ou parcial, admitida a estrutura como um corpo rígido;
- II. Ruptura ou deformação plásticas excessiva dos materiais;
- III. Transformação da estrutura, no todo ou em parte, em sistema hipostático;
- IV. Instabilidade por deformação;
- V. Instabilidade dinâmica.

As ações são classificadas em:

- I. Ações permanentes;
- II. Ações variáveis;
- III. Ações excepcionais.

As combinações do estado limite último (ELU) usadas para o dimensionamento são divididas em:

Para combinações últimas normais:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q [F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{0j} F_{Qj,k}] \quad (63)$$

Para combinações últimas especiais ou de construção:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q [F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{0j,ef} F_{Qj,k}] \quad (64)$$

Para combinações últimas excepcionais:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + F_{Q,exc} + \gamma_q \sum_{j=1}^n \Psi_{0j,ef} F_{Qj,k} \quad (65)$$

As combinações do estado limite último (ELS) usadas para o dimensionamento são divididas em:

Para combinações quase permanentes de serviço:

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (66)$$

Para combinações frequentes de serviço:

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \Psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (67)$$

Para combinações raras de serviço:

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{1j} F_{Qj,k} \quad (68)$$

5 MÉTODOS

Neste capítulo são mostradas as etapas necessárias para realizar o pré-dimensionamento da estrutura, a determinação das forças horizontais e sua aplicação na estrutura.

5.1 Pré-dimensionamento

A estrutura do edifício hipotético de 21 pavimentos foi considerada na região de Campo Mourão. O edifício não tem subsolo.

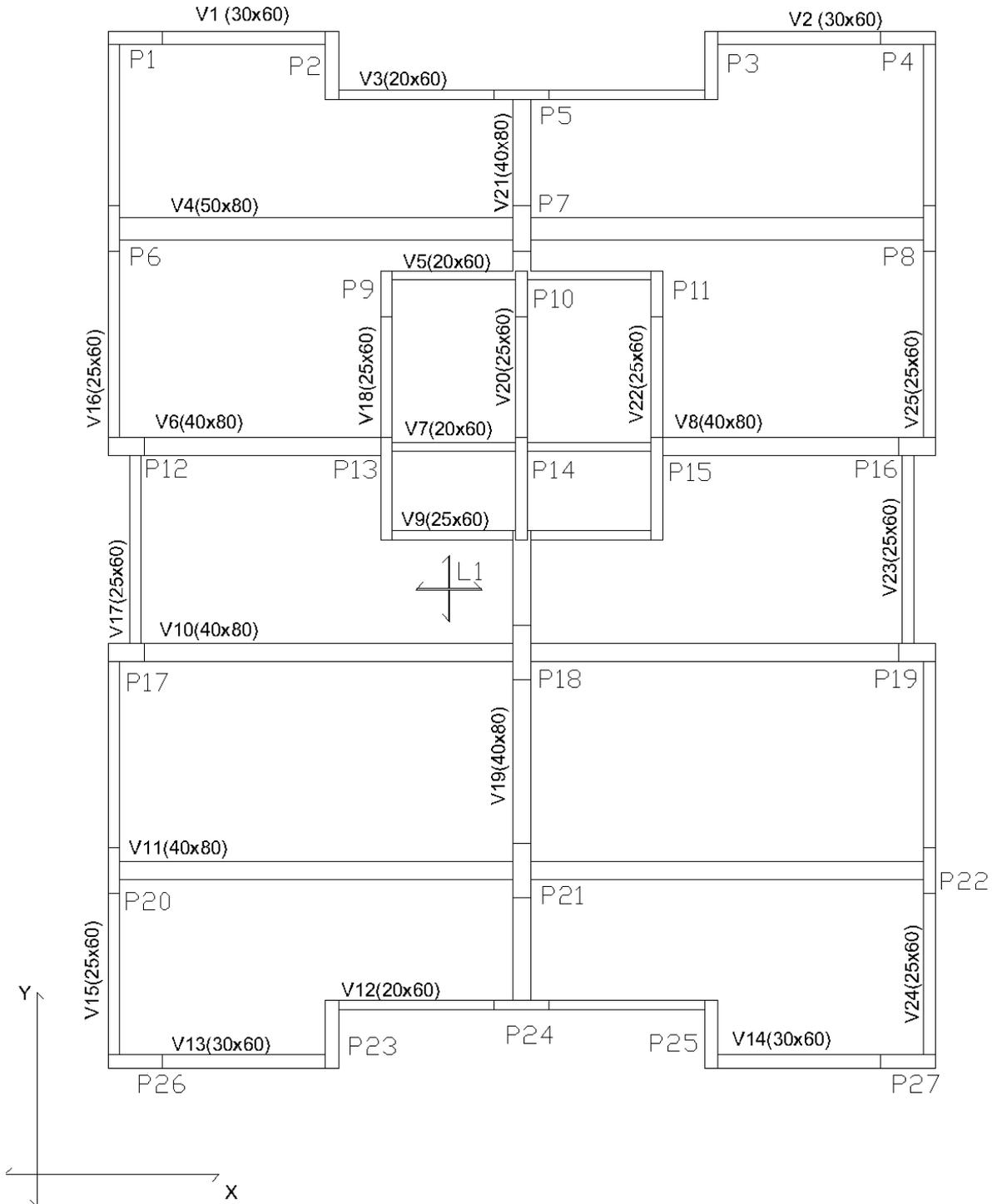
O pré-dimensionamento da estrutura foi feito respeitando-se os limites mínimos definidos na norma NBR 6118 (ABNT, 2014). Para as vigas, utilizou-se a largura de 20, 25, 30, 40 e 50 centímetros. A altura adotada foi de 60 e 80 centímetros.

As lajes usadas nessa edificação foram lajes maciças de 12 cm de altura.

Para os pilares, o pré-dimensionamento foi feito pelo método das áreas de influência indicado por Pinheiro et al. (2003), como citado no referencial teórico, para estimar os carregamentos que foram aplicados em cada pilar. A norma NBR 6123 (ABNT, 1988) diz que um pilar não pode ter seção menor do que 360 cm².

Na Figura 14 é apresentada um croqui da planta baixa com as dimensões dos elementos estruturais (vigas) obtidas no pré-dimensionamento (as dimensões dos pilares do croqui da planta baixa estão no APÊNDICE B). A Figura 15 mostra um modelo tridimensional da estrutura da edificação modelada no software Revit, versão estudantil.

Figura 14 – Croqui da planta baixa do pavimento térreo com as dimensões da viga.



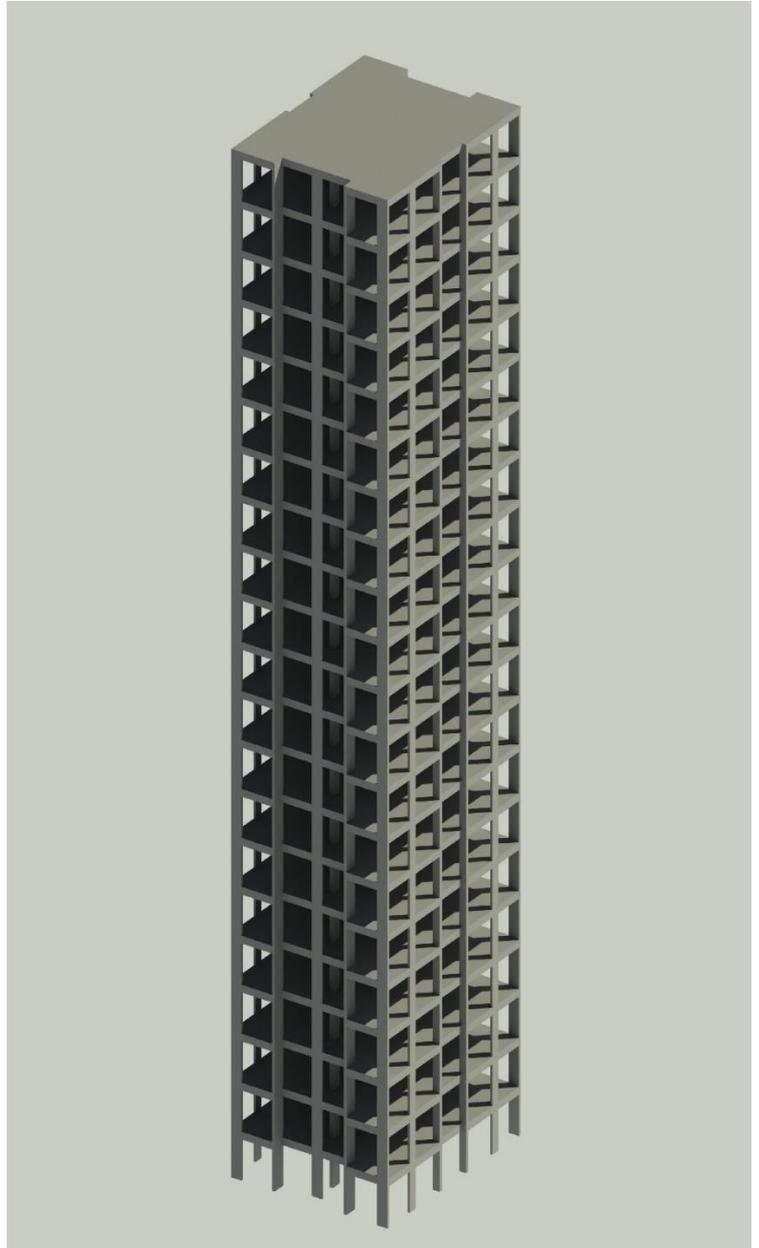
Fonte: Autoria própria.

Tabela 5 - Referencial para aplicação das forças de vento.

NÓ	COTA (m)
21	79,8
20	76
19	72,2
18	68,4
17	64,6
16	60,8
15	57
14	53,2
13	49,4
12	45,6
11	41,8
10	38
9	34,2
8	30,40
7	26,6
6	22,80
5	19
4	15,2
3	11,40
2	7,60
1	3,8

Fonte: Autoria própria.

Figura 15 - Modelo 3D da estrutura.



Fonte: Autoria própria.

5.2 Determinação das forças horizontais

Após ser feito o pré-dimensionamento, as forças de vento foram determinadas pelos três métodos da norma NBR 6123 (ABNT, 1988).

A força foi aplicada como uma força concentrada no centro geométrico da borda da laje na cota de cada pavimento. As forças foram aplicadas nas direções 0° e 90° Figura 16. Como a estrutura tem simetria, os ventos incidentes nas outras direções (180° e 270°) geram os mesmos esforços e deslocamentos na estrutura. A intensidade da força para o método estático e para o método simplificado foi calculada tendo-se a pressão dinâmica do vento e a área de influência da face de referência do nó em questão. A cota de cada nó da estrutura é mostrada na Tabela 5:

5.2.1 Cálculo das forças pelo método estático

Para aplicação do método estático, obteve-se da norma NBR 6123 (ABNT, 1988) os seguintes valores:

Tabela 6 - Valores utilizados para determinação das forças de vento pelo método estático.

Valores para determinação das forças método estático	
V_0 (velocidade básica – Referência Campo Mourão, Paraná)	45 m/s
S_1 (fator topográfico)	1,0
b	0,84
p (Fator de rugosidade do terreno)	0,135
Fr	0,95
S_3 (fator estatístico)	1,0
Coeficiente de arrasto (0°)	1,4
Coeficiente de arrasto (90°)	1,3
Área 0°	86,75 m ²
Área 90°	69,54 m ²

Fonte: Autoria própria.

A determinação das forças foi, então, feita do modelo descrito no referencial teórico. Para cada método foi feito um programa Scilab para o cálculo das forças de vento em cada pavimento. O código do programa está no APÊNDICE A.

5.2.2 Cálculo das forças método simplificado

Para aplicação do método simplificado, obteve-se da norma NBR 6123 (ABNT, 1988) os seguintes valores:

Tabela 7 - Valores utilizados para determinação das forças de vento pelo método simplificado.

Valores para determinação das forças método simplificado	
V _o (velocidade básica Referência Campo Mourão, Paraná)	45 m/s
S ₁ (fator topográfico)	1,0
S ₃ (fator estatístico)	1,0
Coeficiente de arrasto (0°)	1,4
Coeficiente de arrasto (90°)	1,3
Área 0°	86,75 m ²
Área 90°	69,54 m ²
Fator de amplificação dinâmica (0°)	1,53
Fator de amplificação dinâmica (90°)	1,4
Parâmetro gama (tabela 19 NBR 6123)	1,2
Razão de amortecimento crítico (tabela 19 NBR 6123)	0,020

Fonte: Autoria própria.

Para a determinação das forças, segue-se formulação conforme o referencial teórico do método simplificado. O passo a passo está anexado no APÊNDICE A.

5.2.3 Cálculo das forças pelo método discreto

Para determinar as forças horizontais do vento no método discreto, foi preciso discretizar o modelo da estrutura. Nesse estudo o modelo discreto corresponde ao modelo de elementos finitos implementado no ROBOT. As coordenadas de cada pavimento do modelo discreto são as mesmas apresentada Tabela 5.

Para aplicação do método discreto, obteve-se da norma NBR 6123 (ABNT, 1988) os seguintes valores:

Tabela 8 - Valores utilizados para determinação do método discreto.

Valores para determinação das forças método discreto	
V_0 (velocidade básica Referência Campo Mourão, Paraná)	45 m/s
S_1 (fator topográfico)	1,0
S_3 (fator estatístico)	1,0
Coeficiente de arrasto (0°)	1,4
Coeficiente de arrasto (90°)	1,3
Área 0°	86,75 m ²
Área 90°	69,54 m ²
Fator de amplificação dinâmica (0°)	1,53
Fator de amplificação dinâmica (90°)	1,4
Massa do pavimento tipo	515933 Kg
Massa do pavimento cobertura	446583 Kg
Parâmetro gama (tabela 19 NBR 6123)	1,2
Razão de amortecimento crítico (tabela 19 NBR 6123)	0,020

Fonte: Autoria própria.

Ainda para a utilização do método discreto, precisa-se adotar valores de referência para algumas variáveis, segundo NBR 6123 (ABNT, 1988), que são valores que não alteram os resultados obtidos, pois são necessários para deixar algumas variáveis adimensionais, que é o caso da massa de referência e a área de referência (m_o e A_o , que aparecem na formulação do método discreto, citado no item 4.4.3). Para a análise desse projeto, os valores adotados são:

Tabela 9 - Valores de referência para o método discreto.

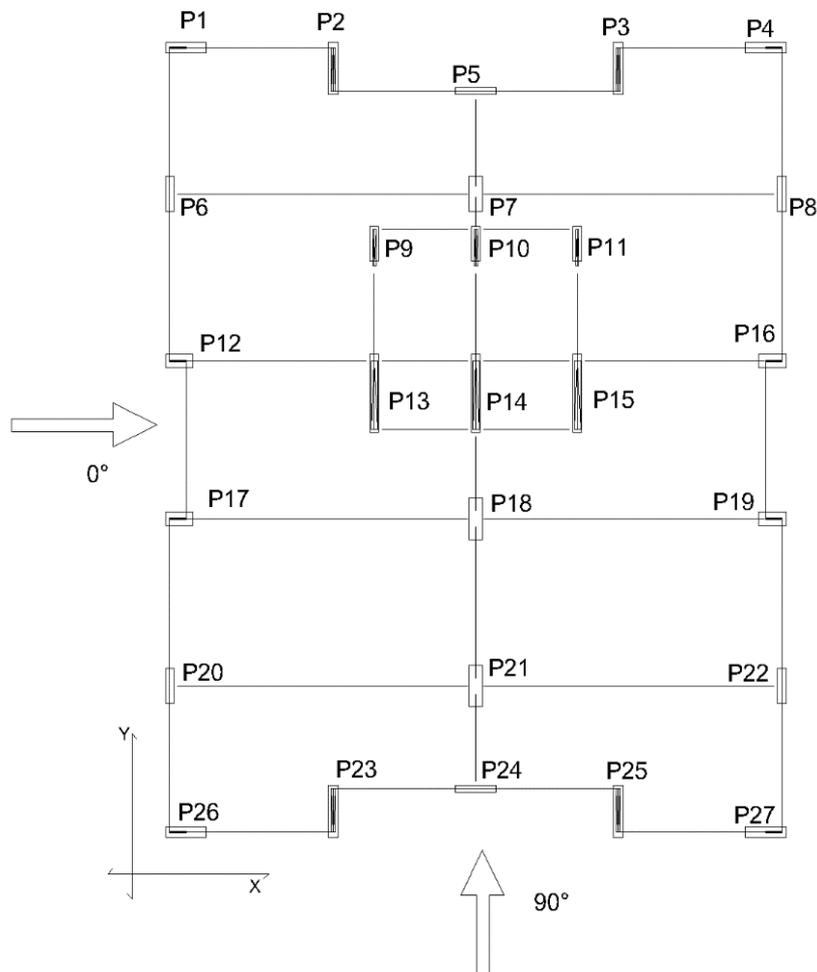
Valores de referência adotados	
m_o	10×10^7 Kg
A_o (direção 0°)	1821,83 m ²
A_o (direção 90°)	1460,34 m ²

Fonte: Autoria própria.

O valor adotado para a massa de referência, foi a ordem de grandeza da soma das massas dos pavimentos do edifício. Para as áreas de referências, em ambas as direções, foi adotou-se a soma das áreas da fachada inteira do edifício.

As direções de aplicação das forças que foram calculadas vão ser de acordo com a Figura 16:

Figura 16 - Direções para aplicação da ação do vento.

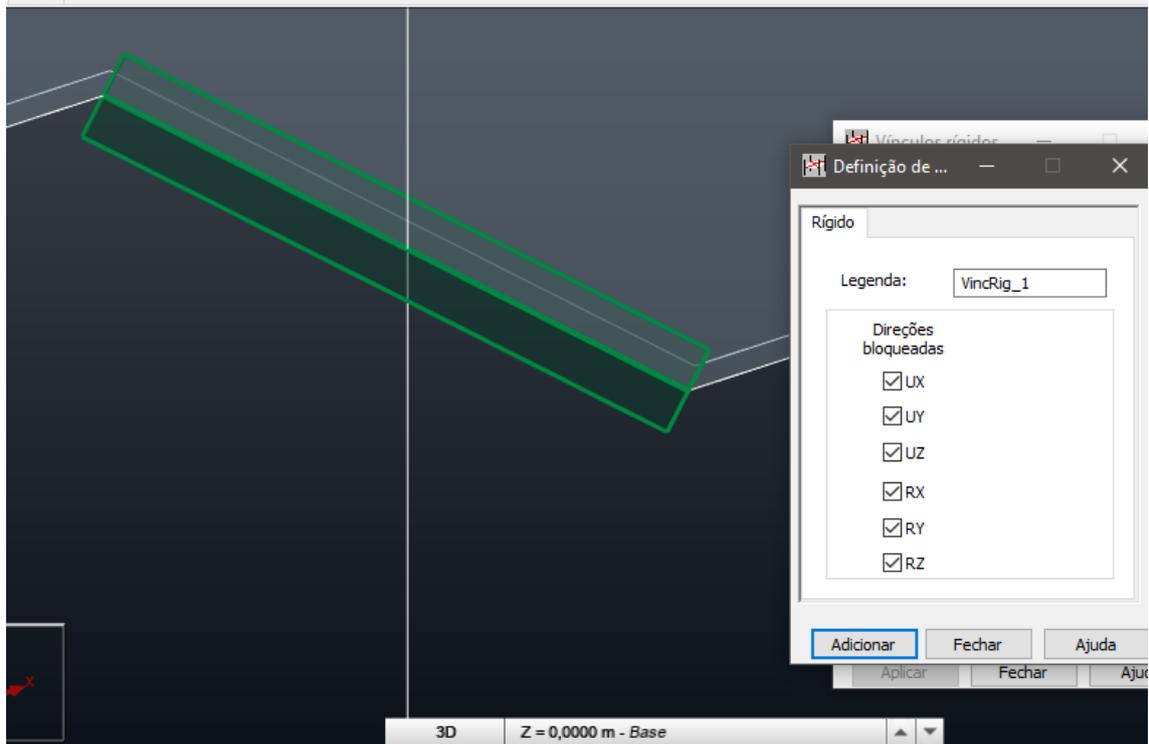


Fonte: Autoria própria.

5.3 Modelagem numérica

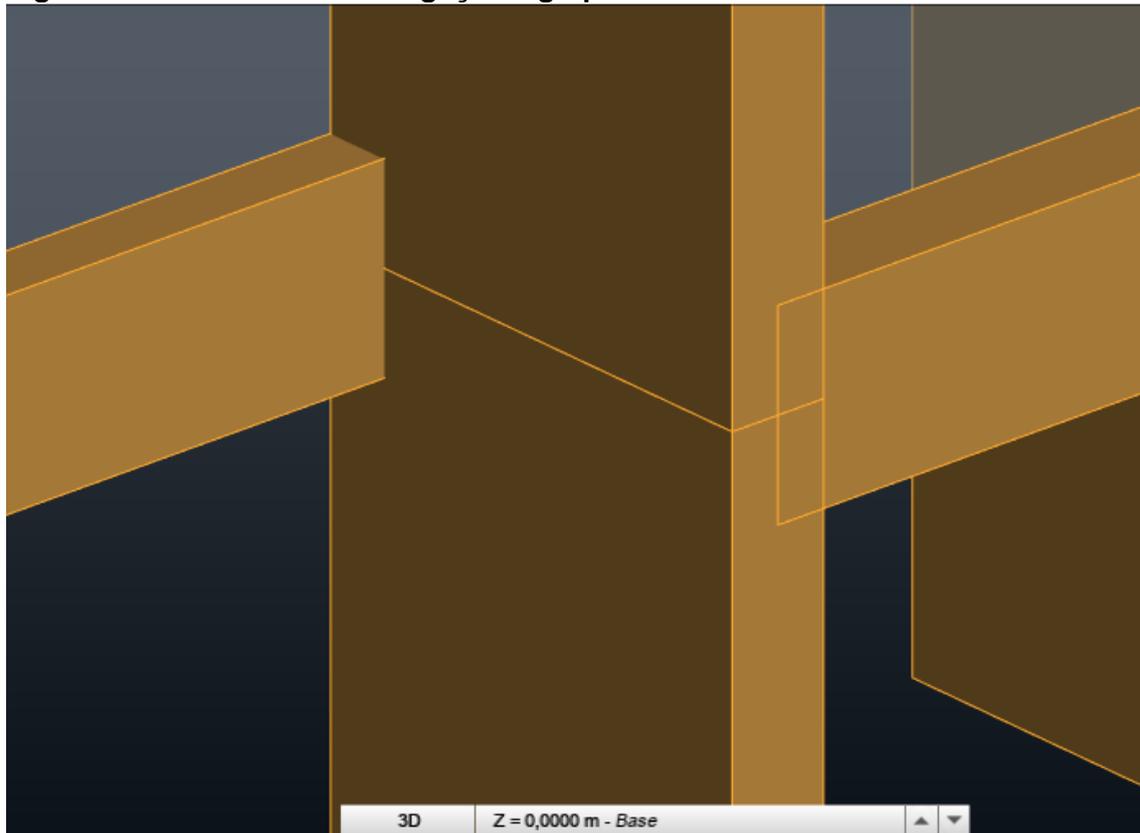
Para modelagem do edifício no software de elementos finitos ROBOT, foi modelado vigas e pilares como sendo elementos de barra, o comprimento do elemento finito foi de 1 metro, com 2 (dois) nós nas extremidades de cada barra, sendo 6 graus de liberdade por nó. A vinculação da ligação viga-pilar, foi de vínculo rígido em toda a estrutura como na Figura 17, deixando o comportamento rígido nas ligações. A Figura 18 representa o modelo físico real da ligação.

Figura 17 - Modelo vinculação rígida viga-pilar do modelo analítico.



Fonte: Autoria própria.

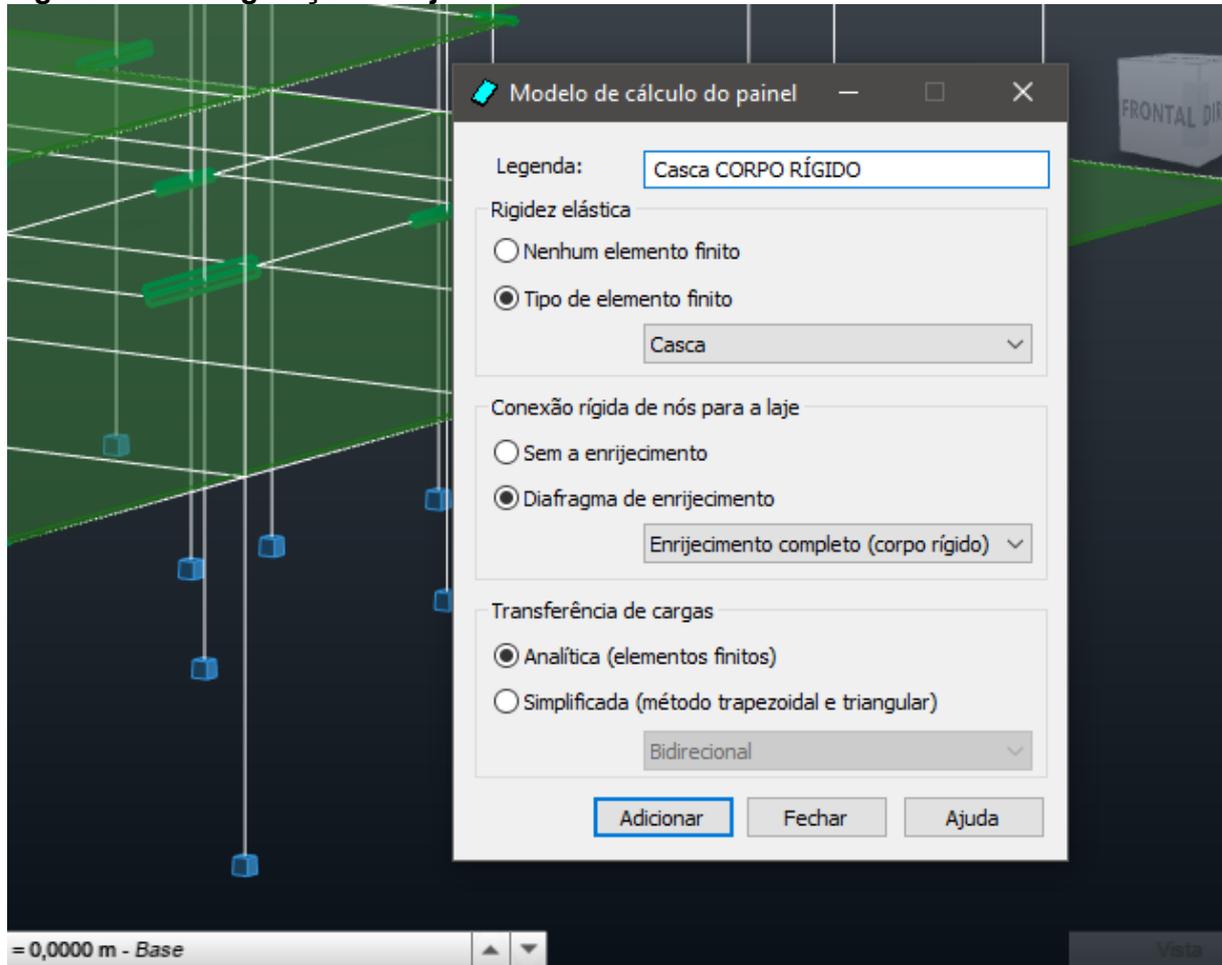
Figura 18 - Modelo físico da ligação viga-pilar.



Fonte: Autoria própria.

A laje foi modelada como uma casca com enrijecimento completo (corpo rígido) como indicado na próxima figura:

Figura 19 - Configuração da laje ROBOT.

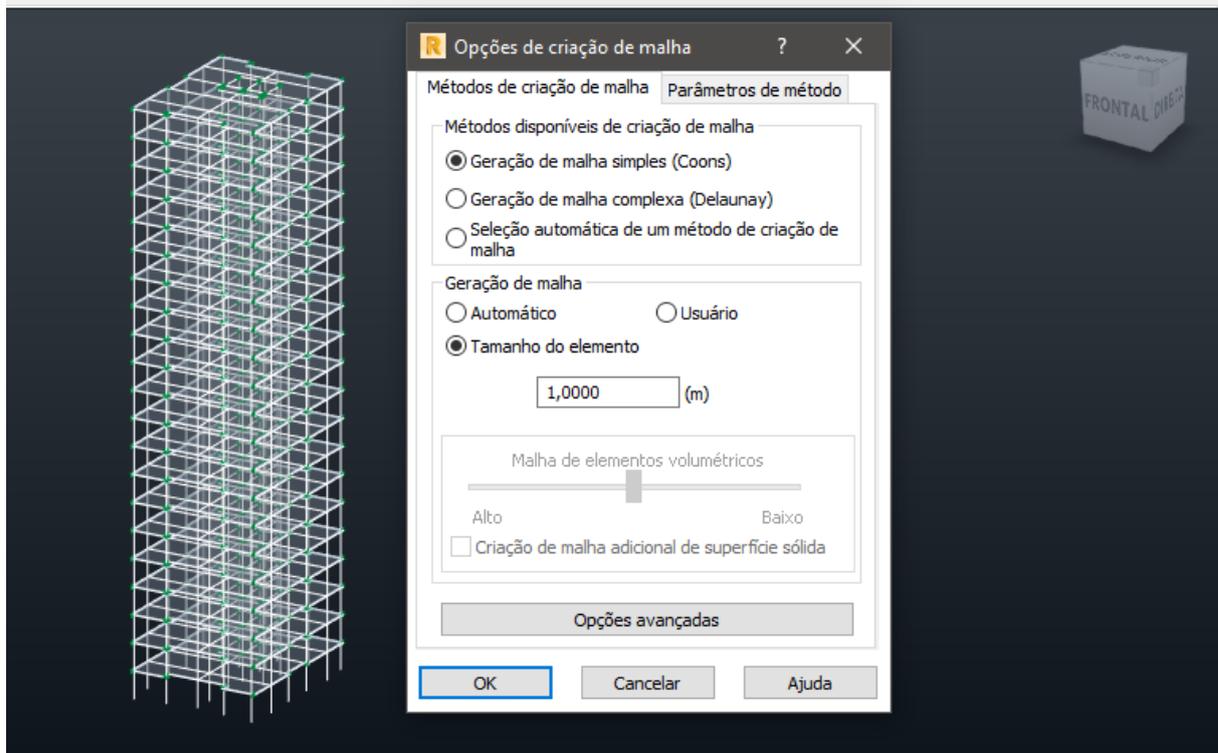


Fonte: Autoria própria.

A laje ainda foi discretizado em elementos quadriláteros de 1 metro quadrado, e foi escolhido o método de Coons para a geração da malha, como na Figura 20.

Para modelagem da estrutura, foi considerado o concreto C40, com f_{ck} de 40 MPa.

Figura 20 - Configuração da geração da malha da laje ROBOT.



Fonte: Autoria própria.

5.3.1 Análise modal

As formas modais da estrutura que foi pré-dimensionada foram obtidas a partir da Equação (53), que segundo a NBR 6123 (ABNT, 1988) representa com boa precisão o primeiro modo de vibrar da estrutura, e pelo programa de análise estrutural da Autodesk, o ROBOT STRUCTURAL ANALYSIS versão estudantil.

O modo de vibrar obtido pela Equação (53) foi utilizado para determinar as forças do vento para o método simplificado da NBR 6123 (ABNT, 1988). Para o método discreto, as formas modais foram obtidas após ser feita a análise modal no software ROBOT pelo método de interação de subespaço.

5.3.2 Análise estática

Após a determinação das forças do vento pelos três métodos, a estrutura foi submetida as forças determinadas pelos métodos, aplicando-as nos centros de gravidades de cada laje rígida, nas cotas definidas na Tabela 5 e respeitando as direções da Figura 16.

5.3.2.1 Cargas verticais adotadas para modelagem estrutural

As cargas verticais adotadas foram calculadas com auxílio da norma NBR 6120 (ABNT, 1980). Nos casos que não tinham referência na norma foi feita uma composição para análise da estrutura.

Cargas permanentes:

- Peso próprio da estrutura: $25 \frac{KN}{m^3}$
- Peso da alvenaria externa (revestimento + bloco): $7,40 \frac{KN}{m}$
- Peso da alvenaria interna (revestimento + bloco): $7,0 \frac{KN}{m}$
- Revestimento de pisos e laje: $1,0 \frac{KN}{m^2}$
- Forros sem acesso a pessoas: $0,5 \frac{KN}{m^2}$
- Impermeabilização em coberturas com manta asfáltica: $2,0 \frac{KN}{m^2}$
- Cobertura de alumínio + estrutura de aço: $0,3 \frac{KN}{m^2}$
- Casas de máquinas: $10 \frac{KN}{m^2}$
- Reservatório (considerando 2 metros de coluna da água – m.c.a): $20 \frac{KN}{m^2}$

Cargas acidentais:

- Edifício residencial: $2,0 \frac{KN}{m^2}$
- Escada com acesso ao público: $3,0 \frac{KN}{m^2}$

- Terraço inacessível a pessoas: $0,5 \frac{KN}{m^2}$

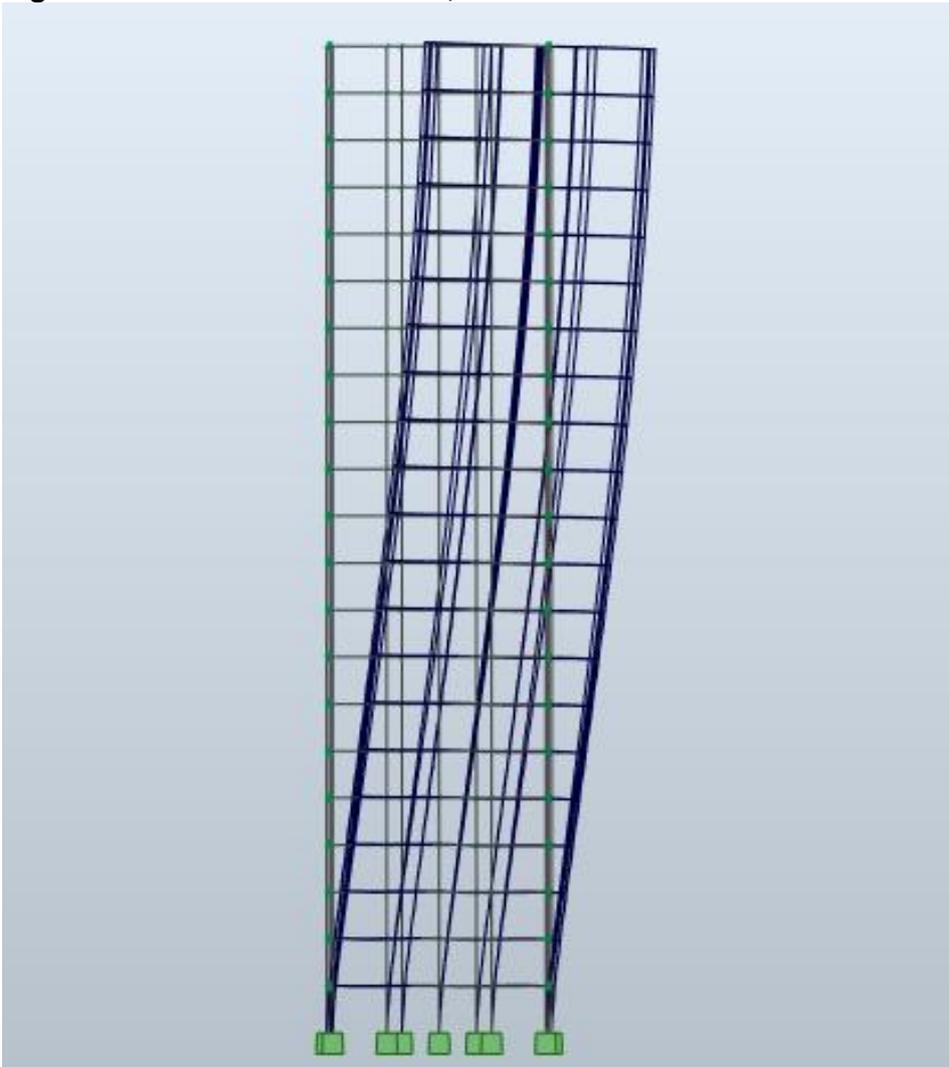
Os carregamentos permanentes e acidentais foram aplicados em cada combinação de acordo com a NBR 8681 (ANBT, 2003), respeitando os seus coeficientes de ponderação. As análises foram feitas no software ROBOT STRUCTURAL. Do qual obteve-se os esforços e os deslocamentos analisados e comparou-se os resultados entre os três métodos.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 Análise modal

Como citado no item 5.3.1, para o método discreto, depois da estrutura ser modelada no software ROBOT STRUCTURAL ANALYSIS foi realizado a análise modal da estrutura e obtido os primeiros modos da estrutura.

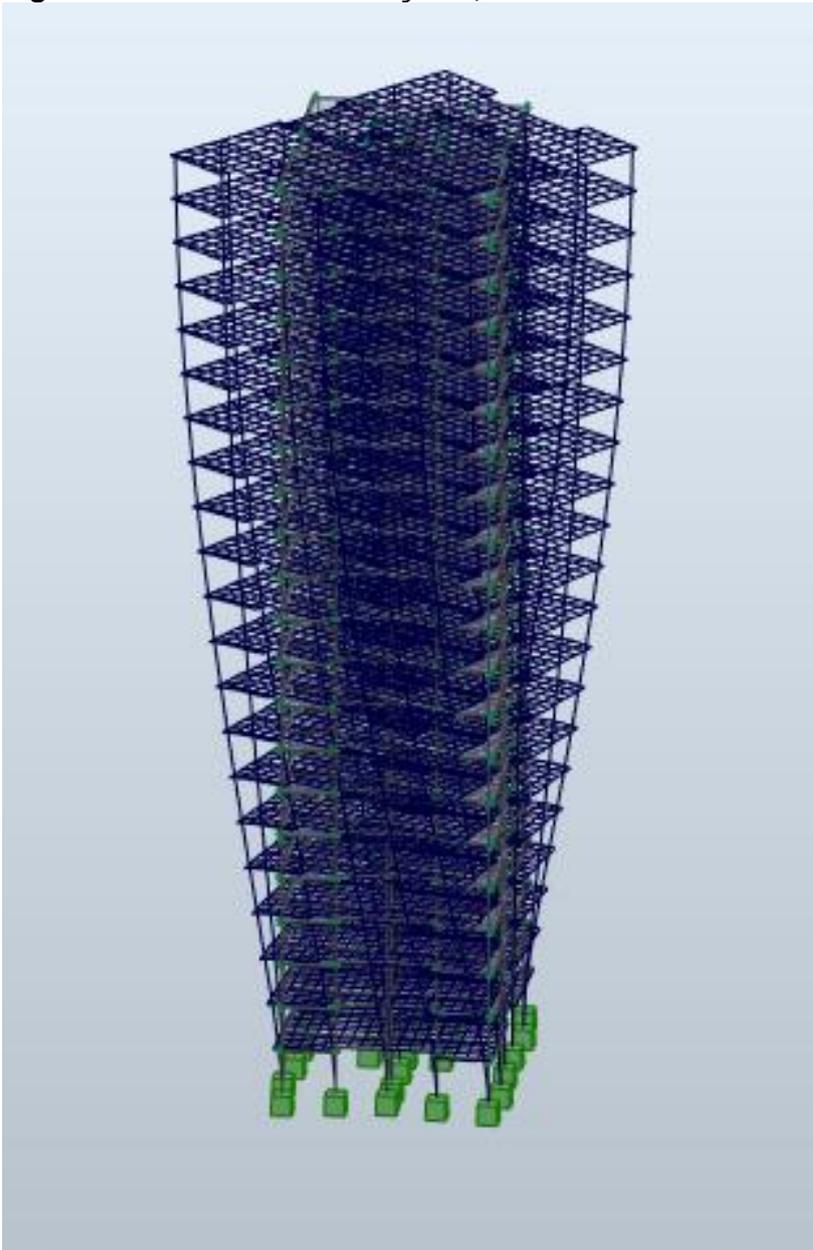
Figura 21 - Modo fundamental 0,27 Hertz.



Fonte: Autoria própria.

O modo fundamental obtido na análise modal do edifício foi de 0,27 Hertz, que é o deslocamento modal no eixo X, direção a 0° na determinação das forças pelo método discreto.

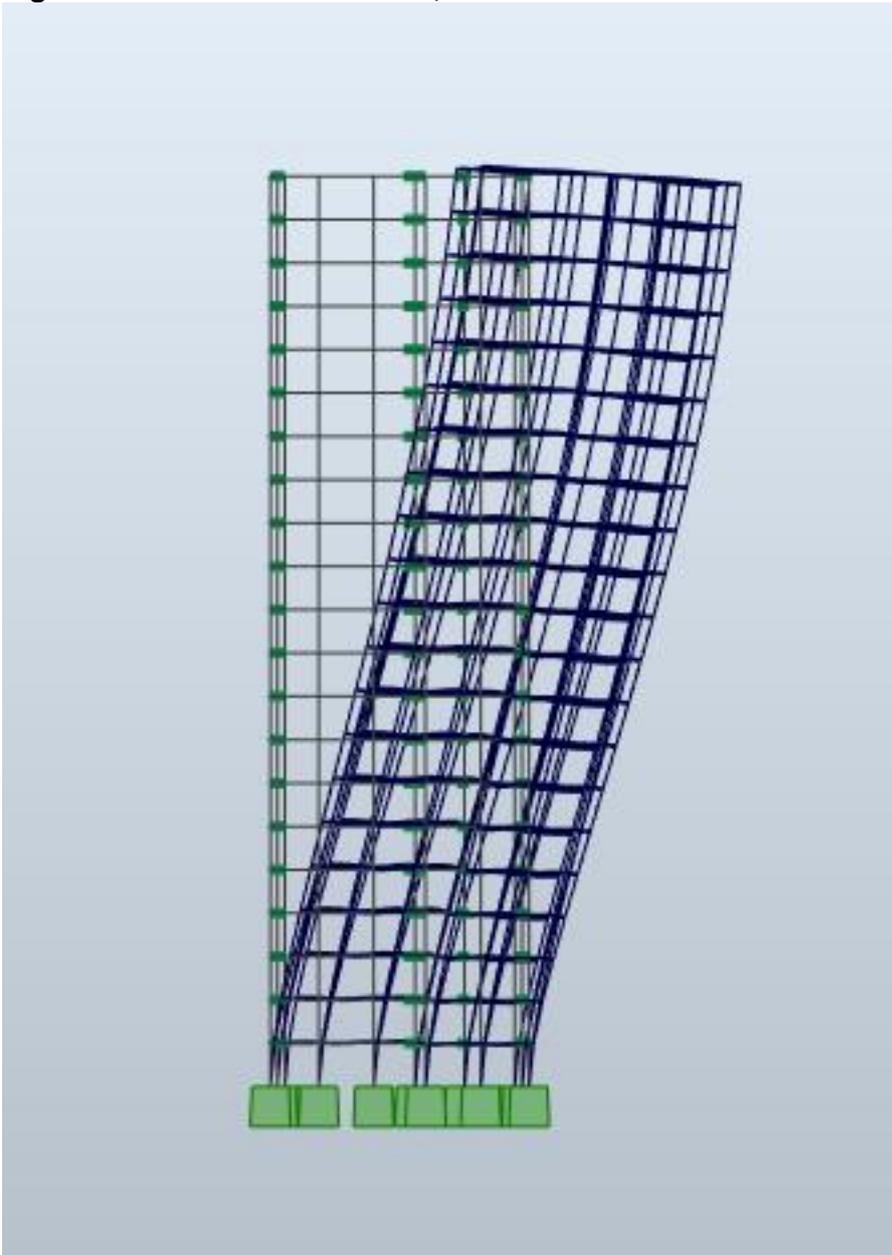
Figura 22 - 2º modo de vibração 0,33 Hertz.



Fonte: autoria própria.

O segundo modo da estrutura foi de 0,33 Hertz e não será utilizado para a determinação das forças pelo método discreto, pois esse modo relaciona a torção da estrutura. O deslocamento modal da estrutura seria muito menor do que os outros modos para a determinação das forças pelo método discreto.

Figura 23 - 3º modo de vibrar 0,37 Hertz.



Fonte: autoria própria.

O terceiro modo da estrutura foi de 0,37 Hertz e será utilizado para determinação das forças que estão sendo aplicadas a 90° pelo método discreto, pois o deslocamento modal apresentado na Figura 23 é no eixo Y (90°).

O deslocamento modal para o método simplificado será obtido pela Equação (53), como descrito no item 5.3.1

6.2 Forças do vento

Após ser feita a modelagem da estrutura no software, as forças foram calculadas como citado na metodologia, o passo a passo foi anexado no apêndice.

As forças incidiram em duas direções (0° e 90°) do edifício, aplicadas no centro de gravidade da laje, modelada como um diafragma de corpo rígido, como indicado na metodologia (capítulo 5). Seguindo a metodologia do item 5.1.1, obteve-se as seguintes forças pelo método estático:

Tabela 10 - Forças de vento obtidas pelo método estático 0° (eixo X).

ALTURA (m)	S2	q(N/m ²)	Ae (m ²)	FA (KN)
3,8	0,70	608,74	86,75	73,93
7,6	0,77	734,03	86,75	89,15
11,4	0,81	818,95	86,75	99,46
15,2	0,84	885,09	86,75	107,49
19	0,87	940,06	86,75	114,17
22,8	0,89	987,49	86,75	119,93
26,6	0,91	1029,46	86,75	125,03
30,4	0,93	1067,25	86,75	129,62
34,2	0,94	1101,74	86,75	133,81
38	0,96	1133,53	86,75	137,67
41,8	0,97	1163,08	86,75	141,26
45,6	0,98	1190,73	86,75	144,61
49,4	0,99	1216,74	86,75	147,77
53,2	1,00	1241,33	86,75	150,76
57	1,01	1264,67	86,75	153,59
60,8	1,02	1286,90	86,75	156,29
64,6	1,03	1308,14	86,75	158,87
68,4	1,03	1328,48	86,75	161,34
72,2	1,04	1348,02	86,75	163,72
76	1,05	1366,82	86,75	166,00
79,8	1,06	1384,94	43,38	84,10
				Σ=2758,58

Fonte: Autoria própria.

Tabela 11 - Forças de vento obtidas pelo método estático 90° (eixo Y).

ALTURA (m)	S2	q(N/m ²)	Ae (m ²)	FA (KN)
3,8	0,70	608,74	69,54	55,03
7,6	0,77	734,03	69,54	66,36
11,4	0,81	818,95	69,54	74,03
15,2	0,84	885,09	69,54	80,01
19	0,87	940,06	69,54	84,98
22,8	0,89	987,49	69,54	89,27
26,6	0,91	1029,46	69,54	93,07
30,4	0,93	1067,25	69,54	96,48
34,2	0,94	1101,74	69,54	99,60
38	0,96	1133,53	69,54	102,47
41,8	0,97	1163,08	69,54	105,14
45,6	0,98	1190,73	69,54	107,64
49,4	0,99	1216,74	69,54	110,00
53,2	1,00	1241,33	69,54	112,22
57	1,01	1264,67	69,54	114,33
60,8	1,02	1286,90	69,54	116,34
64,6	1,03	1308,14	69,54	118,26
68,4	1,03	1328,48	69,54	120,10
72,2	1,04	1348,02	69,54	121,86
76	1,05	1366,82	69,54	123,56
79,8	1,06	1384,94	34,77	62,60
				Σ=2053,37

Fonte: Autoria própria.

Seguindo a metodologia do item 5.2.2, as forças pelo método simplificado obtidas foram:

Tabela 12 - Forças de vento obtidas pelo método simplificado 0° (eixo X).

z (m)	X_i	q (N/m ²)	A _i (m ²)	F (KN)
3,8	0,03	217,53	86,75	26,42
7,6	0,06	323,78	86,75	39,32
11,4	0,10	415,97	86,75	50,52
15,2	0,14	501,78	86,75	60,94
19	0,18	584,00	86,75	70,93
22,8	0,22	663,95	86,75	80,64
26,6	0,27	742,40	86,75	90,17
30,4	0,31	819,82	86,75	99,57
34,2	0,36	896,52	86,75	108,88
38	0,41	972,70	86,75	118,13
41,8	0,46	1048,53	86,75	127,34
45,6	0,51	1124,11	86,75	136,52
49,4	0,56	1199,53	86,75	145,68
53,2	0,61	1274,86	86,75	154,83
57	0,67	1350,15	86,75	163,98
60,8	0,72	1425,44	86,75	173,12
64,6	0,78	1500,76	86,75	182,27
68,4	0,83	1576,13	86,75	191,42
72,2	0,89	1651,59	86,75	200,59
76	0,94	1727,15	86,75	209,76
79,8	1,00	1802,81	43,38	109,48
				$\Sigma=2540,50$

Fonte: Autoria própria.

Tabela 13 - Forças de vento obtidas pelo método simplificado 90° (eixo Y).

z (m)	X _i	q (N/m ²)	A _i (m ²)	F (KN)
3,8	0,03	215,27	69,54	19,46
7,6	0,06	318,58	69,54	28,80
11,4	0,10	407,51	69,54	36,84
15,2	0,14	489,84	69,54	44,28
19	0,18	568,38	69,54	51,38
22,8	0,22	644,52	69,54	58,27
26,6	0,27	719,02	69,54	65,00
30,4	0,31	792,38	69,54	71,63
34,2	0,36	864,91	69,54	78,19
38	0,41	936,83	69,54	84,69
41,8	0,46	1008,31	69,54	91,15
45,6	0,51	1079,47	69,54	97,59
49,4	0,56	1150,39	69,54	104,00
53,2	0,61	1221,15	69,54	110,39
57	0,67	1291,80	69,54	116,78
60,8	0,72	1362,39	69,54	123,16
64,6	0,78	1432,95	69,54	129,54
68,4	0,83	1503,51	69,54	135,92
72,2	0,89	1574,10	69,54	142,30
76	0,94	1644,74	69,54	148,69
79,8	1,00	1715,44	34,77	77,54
				Σ=1815,61

Fonte: Autoria própria.

Seguindo a metodologia indicada no item 5.2.3, as forças calculadas pelo método discreto foram:

Tabela 14 - Forças de vento obtidas pelo método discreto 0° (eixo X).

Cota	Área(m ²)	X _i	B _i	Ψ _o	\hat{X} (KN)	\bar{X} (KN)	F (KN)
3,8	86,75	0,03	0,06	0,05	3,08	23,18	26,26
7,6	86,75	0,08	0,06	0,05	8,68	31,89	40,57
11,4	86,75	0,14	0,07	0,05	14,84	38,43	53,27
15,2	86,75	0,21	0,08	0,05	21,28	43,87	65,15
19	86,75	0,27	0,08	0,05	28,00	48,61	76,61
22,8	86,75	0,33	0,08	0,05	34,44	52,86	87,30
26,6	86,75	0,39	0,09	0,05	40,88	56,75	97,63
30,4	86,75	0,46	0,09	0,05	47,32	60,34	107,66
34,2	86,75	0,52	0,09	0,05	53,48	63,70	117,18
38	86,75	0,57	0,09	0,05	59,64	66,86	126,51
41,8	86,75	0,63	0,10	0,05	65,52	69,86	135,38
45,6	86,75	0,69	0,10	0,05	71,12	72,71	143,84
49,4	86,75	0,73	0,10	0,05	76,16	75,44	151,60
53,2	86,75	0,78	0,10	0,05	81,20	78,06	159,26
57	86,75	0,83	0,10	0,05	85,68	80,58	166,26
60,8	86,75	0,87	0,10	0,05	89,88	83,00	172,88
64,6	86,75	0,90	0,11	0,05	93,52	85,35	178,87
68,4	86,75	0,93	0,11	0,05	96,88	87,62	184,50
72,2	86,75	0,96	0,11	0,05	99,68	89,83	189,51
76	86,75	0,98	0,11	0,05	101,92	91,98	193,90
79,8	43,375	1,00	0,06	0,04	89,92	47,03	136,95
							Σ=2611,1

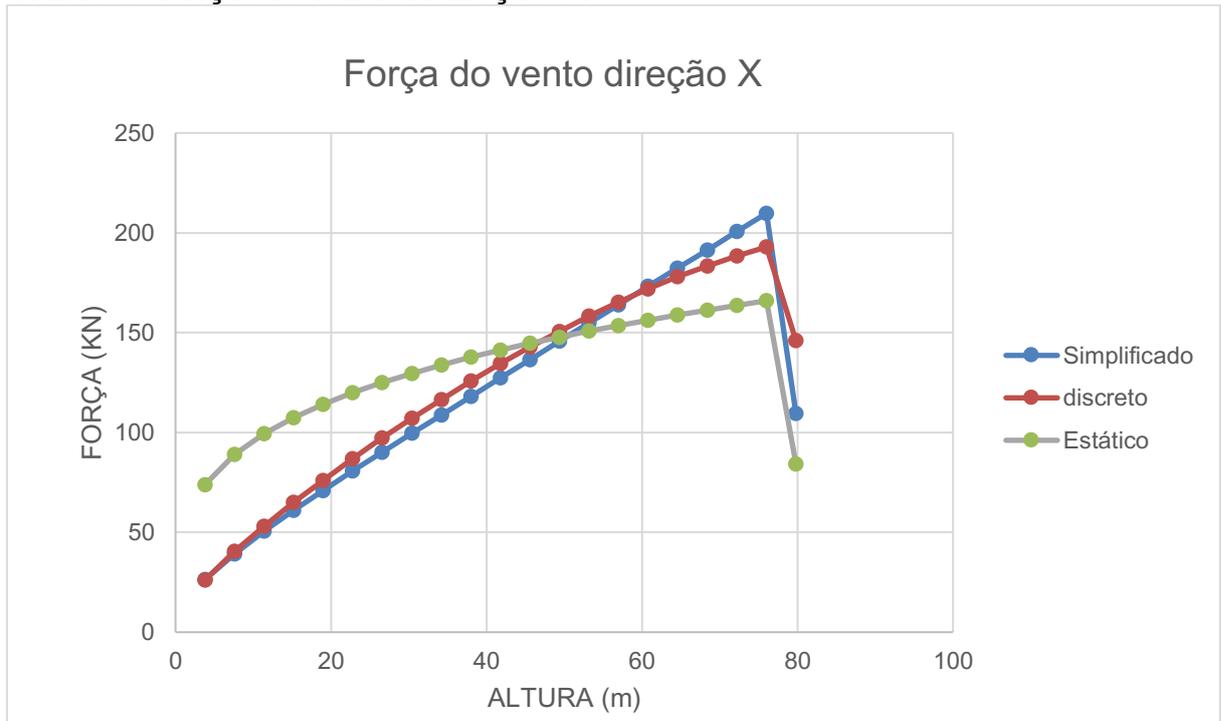
Fonte: Autoria própria.

Tabela 15 - Forças de vento obtidas pelo método discreto 90° (eixo Y).

Cota	Área(m ²)	X _i	B _i	Ψ _o	\hat{X} (KN)	\bar{X} (KN)	F (KN)
3,8	69,54	0,02	0,05	0,05	1,47	17,26	18,72
7,6	69,54	0,06	0,06	0,05	4,58	23,74	28,32
11,4	69,54	0,11	0,07	0,05	8,24	28,61	36,85
15,2	69,54	0,17	0,07	0,05	12,27	32,65	44,92
19	69,54	0,23	0,07	0,05	16,67	36,18	52,85
22,8	69,54	0,29	0,08	0,05	21,06	39,35	60,41
26,6	69,54	0,35	0,08	0,05	25,46	42,24	67,70
30,4	69,54	0,41	0,08	0,05	29,85	44,92	74,77
34,2	69,54	0,47	0,08	0,05	34,25	47,42	81,66
38	69,54	0,53	0,09	0,05	38,46	49,77	88,23
41,8	69,54	0,59	0,09	0,05	42,67	52,00	94,67
45,6	69,54	0,64	0,09	0,05	46,70	54,13	100,83
49,4	69,54	0,70	0,09	0,05	50,55	56,16	106,70
53,2	69,54	0,75	0,09	0,05	54,21	58,10	112,31
57	69,54	0,80	0,09	0,05	57,69	59,98	117,67
60,8	69,54	0,84	0,10	0,05	60,80	61,78	122,59
64,6	69,54	0,88	0,10	0,05	63,73	63,53	127,26
68,4	69,54	0,91	0,10	0,05	66,30	65,22	131,52
72,2	69,54	0,94	0,10	0,05	68,50	66,87	135,36
76	69,54	0,98	0,10	0,05	70,69	68,46	139,16
79,8	34,77	1,00	0,05	0,04	62,78	35,01	97,78
							Σ=1840,3

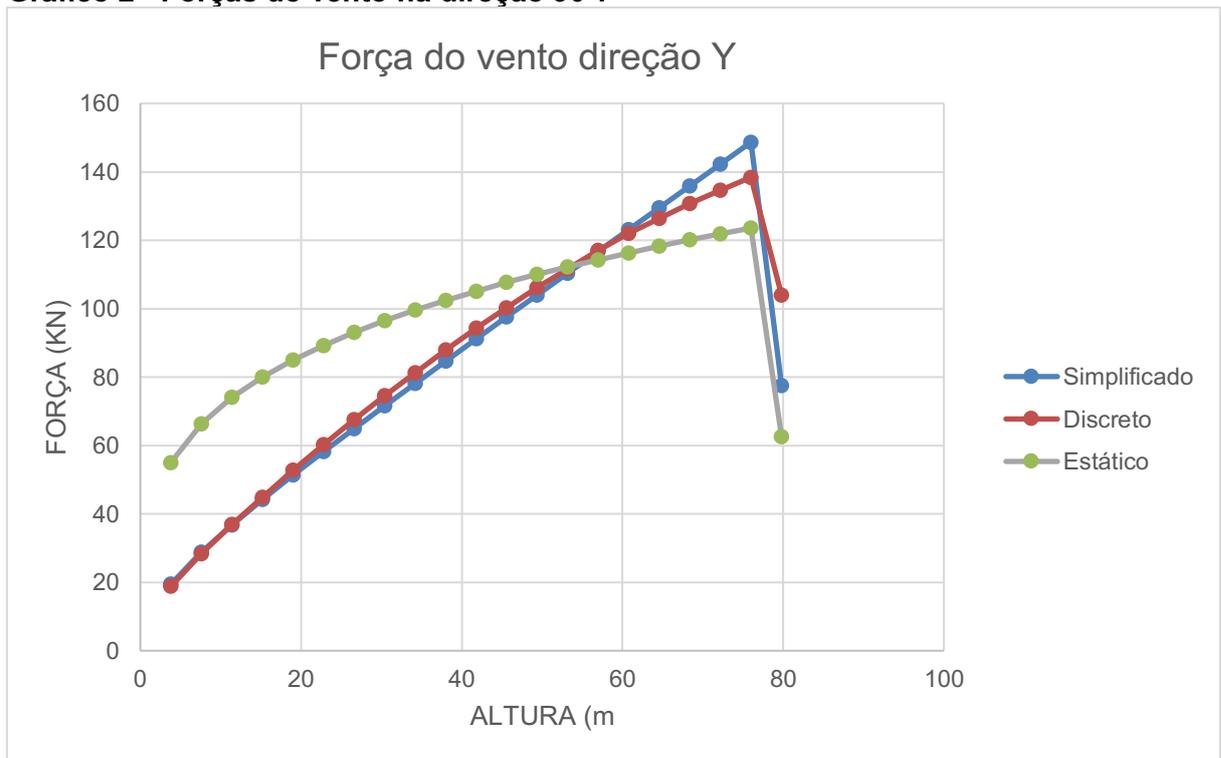
Fonte: Autoria própria.

Gráfico 1 - Forças do vento na direção 0°.



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 2 - Forças do vento na direção 90°.



Fonte: Autoria própria.

Analisando os três métodos, pode-se observar a proximidade entre os métodos dinâmicos e a diferença com o método estático, que embora tenha valores de força inferior no topo do edifício, teve soma total das cargas aplicadas no edifício maior que os métodos dinâmicos. Pode-se verificar que a proximidade do método simplificado com o método discreto está diretamente relacionada ao fato do simplificado ser uma simplificação do método discreto, adotando o modo fundamental como sendo uma equação que dependente apenas da altura da cota e do material (Equação (53)).

Observa-se no gráfico que até aproximadamente na cota de 50 metros (para a direção X) e na cota de 55 metros (para a direção Y) que os métodos estão com a mesma magnitude de força. A partir dessa cota, as forças são maiores para os métodos dinâmicos do que para o método estático.

O método simplificado para ambas as direções é similar a uma reta linear, configurando um cenário de forças com valores muito altos no topo do edifício quanto for maior a sua cota.

6.3 Análise estática

Após ser aplicado as forças determinadas pelos três métodos na estrutura, os resultados foram tabelados. Para os valores de deslocamento, momento fletor e normal, considerou-se o coeficiente de ponderação para combinações normais, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), como sendo 1,4.

Deslocamentos máximos no topo – direção 0° (eixo X)

Tabela 16 - Deslocamento no topo do edifício: vento ação variável principal.

Deslocamento no topo - Vento principal (cm)	
Método estático	11,1144
Método simplificado	11,7681 (+5,56%)
Método Discreto	11,9470 (+6,7%)

Fonte: Autoria própria.

Tabela 17 - Deslocamento no topo carga acidental ação variável principal.

Deslocamento no topo - Carga acidental principal (cm)	
Método estático	7,0092
Método simplificado	7,3710 (+4,49%)
Método Discreto	7,4702 (+6,17%)

Fonte: Autoria própria.

Deslocamentos máximos no topo – direção 90° (eixo Y)

Tabela 18 - Deslocamento no topo vento ação variável principal.

Deslocamento no topo - Vento principal (cm)	
Método estático	4,5150
Método simplificado	4,5865 (+1,56%)
Método Discreto	4,6249 (+2,38%)

Fonte: Autoria própria.

Tabela 19 - Deslocamento no topo carga acidental ação variável principal.

Deslocamento no topo - Carga acidental principal (cm)	
Método estático	3,3454
Método simplificado	3,3718 (+0,78%)
Método Discreto	3,3867 (+1,22%)

Fonte: Autoria própria.

Os deslocamentos máximos no topo foram obtidos pelo método discreto, que embora tenha uma força aplicada no topo menor que o método simplificado, ele tem forças com magnitudes próximas ao do vento simplificado. Pode-se observar nos Gráfico 1 e Gráfico 2 que as forças pelo método discreto são maiores até aproximadamente a cota de 60 metros, fazendo com que o deslocamento máximo seja observado no método discreto. Outro fator que influencia o deslocamento máximo ser no método discreto, é o fato que pela formulação proposta pela norma NBR 6123 (ABNT, 1988), os métodos simplificados e estático são diretamente proporcional a área de influência de cada cota, diferente do método discreto, que depende da área de influência, mas não na mesma proporção. A variação da força no topo do edifício para os métodos estático e simplificado é de aproximadamente -90% da penúltima para última cota e para o método discreto essa variação é de aproximadamente -40%.

Os pilares 14 e 27, de seções 120x30 (cm) e 25x225 (cm), respectivamente, que estão indicados na Figura 16, serão os pilares analisados para as direções 90° (eixo Y) e 0° (eixo X), nessa ordem, pois foram os pilares com os maiores esforços causados pelas forças aplicadas.

Momentos máximos gerados no pilar 27 (direção 0°)

Tabela 20 - Momento fletor vento ação variável principal.

Momento fletor (KN.m) – Vento variável principal	
Método estático	1342,5
Método simplificado	1246,7 (-7,68%)
Método Discreto	1281,14 (-4,8%)

Fonte: Aatoria própria.

Tabela 21 - Momento fletor carga acidental ação variável principal.

Momento fletor (KN.m) – Carga acidental principal	
Método estático	806,13
Método simplificado	748,65 (-7,13%)
Método Discreto	769,14 (-4,81%)

Fonte: Aatoria própria.

Momentos máximos gerados no pilar 14 (direção 90°)

Tabela 22 - Momento fletor vento ação variável principal.

Momento fletor (KN.m) – Vento variável principal	
Método estático	2210,57
Método simplificado	1981,04 (-11,56%)
Método Discreto	2007,64 (-11,11%)

Fonte: Aatoria própria.

Tabela 23 - Momento fletor carga acidental ação variável principal.

Momento fletor (KN.m) – Carga acidental principal	
Método estático	1338,35
Método simplificado	1200,64 (-11,5%)
Método Discreto	1216,60 (-10,32%)

Fonte: Aatoria própria.

Para os momentos gerados nos pilares pelos três métodos, os maiores valores foram do método estático, principalmente pelo fato de que no final a somatória de todas as forças aplicadas horizontalmente em cada face é maior que os outros métodos. Para esse caso, considerando apenas o momento fletor, o método estático levaria a um dimensionamento mais robusto.

Compressão máxima geradas no pilar 27 (direção 0°)

Tabela 24 – Esforço normal máximo vento ação variável principal.

Compressão (KN) – Vento variável principal	
Método estático	6536
Método simplificado	6609,4 (+1,11%)
Método Discreto	6637,55 (+1,53%)

Fonte: Autoria própria.

Tabela 25 – Esforço normal máximo carga acidental ação variável principal.

Compressão (KN) – Carga acidental principal	
Método estático	6193,12
Método simplificado	6237,15 (+0,706%)
Método Discreto	6254,04 (+0,97%)

Fonte: Autoria própria.

Compressão máxima geradas no pilar 14 (direção 90°)

Tabela 26 - Esforço normal máximo vento ação variável principal.

Compressão (KN) – Vento variável principal	
Método estático	10910,43
Método simplificado	10839,68 (-0,65%)
Método Discreto	10851,2 (-0,55%)

Fonte: Autoria própria.

Tabela 27 - Esforço normal máximo carga acidental ação variável principal.

Compressão (KN) – Carga acidental principal	
Método estático	11290,91
Método simplificado	11248,46 (-0,38%)
Método Discreto	11255,36 (-0,32%)

Fonte: Autoria própria.

Os valores obtidos para os esforços normais máximos foram mais altos para os métodos dinâmicos, do que para o método estático, porém, a variação foi pequena entre os métodos. Considerando os esforços normais gerados pelos métodos, o dimensionamento ficaria praticamente igual.

7 CONCLUSÕES

As conclusões do presente trabalho foram:

- Para efeitos práticos, edificações de até vinte pavimentos, o método simplificado parece ser mais eficaz do que o método discreto dado a simplicidade de sua determinação e aplicação. Analisando as forças obtidas pelo método simplificado, percebe-se que ele tende a alcançar valores de forças desfavoráveis a estrutura quanto maior for a altura da estrutura. Embora a norma NBR 6123 (ABNT, 1988) respalda sua utilização para edifícios de até 150 metros de altura, sem variações na seção e nos materiais utilizados, a utilização do método indica ser inviável para tamanhas edificações, sendo mais viável o método discreto, ou outro método dinâmico conhecido. Em casos mais específicos, com geometrias irregulares, a modelagem em túnel de vento seria a mais recomendada dentre todos.
- Para os deslocamentos, foi observado o maior deslocamento no topo para o método discreto, possivelmente em decorrência da última força aplicada no topo ser maior que as cargas dos outros métodos. A variação da penúltima para a última força é bem maior para os métodos estático e simplificado do que para o método discreto. Observa-se, nesse caso, que o deslocamento máximo depende mais da força que é aplicada no topo do que a somatória total de forças aplicadas à estrutura, que para o método estático resultou em um momento maior, porém, em um deslocamento menor.
- Avaliando a questão da economia, os métodos dinâmicos levariam a um dimensionamento mais econômico, pois os esforços na estrutura (momento fletor) são menores do que o método estático. A força normal não tem tanta variação entre os métodos, logo a influência maior seria do momento fletor. Para validade desse resultado, outras comparações devem ser realizadas, incluindo comparações de outros esforços gerados na estrutura. Como as análises de segunda ordem não foram realizadas na estrutura, em um cenário real, os esforços obtidos podem sofrer grandes variações ainda.
- Embora os métodos dinâmicos da norma NBR 6123 (ANBT, 1988) resultaram em valores de esforços menores que o método estático, não se pode generalizar esse tipo de resultado, pois dependerá muito das características da

estrutura. Mais estudos devem ser realizados a fim de comparar os resultados dos métodos utilizados, inclusive variando a vinculação da ligação entre pilar e viga.

- Para aplicações práticas, em construções rotineiras, que não envolvam estruturas de grande complexidade, como edificações que não tenham alturas expressivas ou barracões industriais menores, a aplicação do método estático parece ser a mais recomendada entre os métodos citados nesse trabalho, pelo fato de ser mais simples dentre os três métodos para aplicação e que resulta em uma maior segurança para estrutura.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120 - Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, p. 6. 1980.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, p. 66. 1988.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Nbr 8681: Ações e seguranças nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro, p. 15. 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 - Projetos de estrutura de concreto - procedimento**. Rio de Janeiro, p. 225. 2014.
- BATHE, K. **Finite Element Procedures**. 2^a. ed. Watertown: K.J. Bathe, 2014.
- BORTOLAN NETO, L. **Estudo do efeito de vento em torres de telecomunicações**. Trabalho de conclusão de curso - Núcleo de ciências exatas e tecnológicas do centro Universitário Positivo. Curitiba. 2002.
- BRASIL, R. M. L. R. F.; ARAUJO DA SILVA, M. **Introdução à dinâmica das estruturas: Para a Engenharia civil**. 1^a. ed. São Paulo: Blucher, 2015.
- BRONZATTO, A. F. L. **Esforços de vento em estruturas esbeltas para telecomunicações: Comparação entre as análises estática e dinâmica proposta pela NBR 6123/1988**. Monografia - Escola de engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 81. 2012.
- CARRIL JR, C. F. **Análise numérica e experimental do efeito dinâmico do vento em torres metálicas treliçadas para telecomunicações**. Tese de doutorado - Escola politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 143. 2000.
- CHOPRA, A. K. **Dynamics of Structures: Theory and applications to earthquake engineering**. Fourth edition. ed. Boston: Pearson Education, 2012.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamic of Structures**. Third edition. ed. Berkeley: Computers & Structures, Inc., 2003.
- DAVENPORT, A. **the response of slender structures to wind**. NATO Advance Institute. Waldbronn, Germany. 1993.
- FISH, J.; T., B. **Um Primeiro Curso em Elementos Finitos**. 1^a. ed. Troy, New Yoirk: LTC, 2009.

- HOLMES, J. D. **Along-wind response of lattice towers: Part I derivation of expressions for gust response factors.** Engineering structures. [S.l.].
- KASSIMALI, A. **Structural analysis.** Fourth edition. ed. Stamford: Cengage learning, 2010.
- LAVÔR, T. F. A. **Análise dinâmica do modelo padrão de edifício alto sob a ação do vento.** Dissertação de mestrado - Faculdade de tecnologia da Universidade de Brasília. Brasília, p. 136. 2017.
- MARTHA, L. F. **Análise de estruturas: Conceitos e métodos básicos.** 1ª. ed. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda., 2010.
- PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. **PRÉ-DIMENSIONAMENTO.** Unicamp. Campinas, p. 6. 2003.
- SANTOS, V. H. **Comparação do método discreto da NBR 6123 e do método do vento sintético para edificação em concreto armado de múltiplos pavimentos.** Dissertação de mestrado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, p. 125. 2018.
- SLONGO, C. **Análise dinâmica de uma torre metálica de telecomunicações utilizando o método do vento sintético.** Universidade Federal do Paraná. Curitiba, p. 103. 2016.
- SORIANO, H. L. **Elementos Finitos.** 1ª. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna LTDA., 2009.
- SORIANO, H. L. **Intrdução à dinâmica das estruturas.** 1ª. ed. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda., 2014.
- TEIXEIRA-DIAS, F. et al. **Método dos Elementos Finitos: Técnicas de simulação numérica em engenharia.** 1ª. ed. Lisboa: ETEP, 2010.
- TESSARI, R. K. **Projeto baseado em desempenho de torres metálicas sujeitas à ação do vento.** Dissertação de mestrado - Escola de engenharia da Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 161. 2016.

$$q_{90}(i) = q \cdot b^2 \cdot \left(\left(\frac{z(i)}{z_r} \right)^{2 \cdot p} + \left(\frac{h}{z_r} \right)^p \right) \cdot x(i) \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot \gamma}{1 + \gamma + p} \right) \cdot FAD_{90}$$

end

//Cálculo da força concentrada em cada laje

for i=1:npav

 Fc0(i)=(q0(i)*A0(i)*Ca0)/1000;

 Fc90(i)=(q90(i)*A90(i)*Ca90)/1000;

end


```

//-----
//----- CÁLCULOS CONFORME NBR 6123 -----
vp=0.69*vo*S1*S3; //velocidade de projeto

qo=0.613*vp^2; //pressão de vento

//Cálculo da parcela média da força de vento
for i=1:npav
    Fm0(i)=qo*b^2*Ca0*A0(i)*(z(i)/zr)^(2*p);
    Fm90(i)=qo*b^2*Ca90*A90(i)*(z(i)/zr)^(2*p);

end
//-----

//Cálculo da parcela flutuante
for i=1:npav
    //x(i)=(3.8*i/h)^gama
    b0(i)=Ca0*(A0(i)/Ao0)*(z(i)/zr)^p;
    b90(i)=Ca90*(A90(i)/Ao90)*(z(i)/zr)^p;
    psi(i)=m(i)/m0;

end

for i=1:npav
    soma1=0;
    for j=1:npav
        soma1=soma1+b0(j)*x0(j); //Calcula o somatório do numerador de Fh a 0 graus
    end

    soma2=0;
    for j=1:npav
        soma2=soma2+psi(j)*(x0(j))^2; //Calcula o somatório do denominador de Fh a 0 graus
    end

    soma3=0;
    for j=1:npav
        soma3=soma3+b90(j)*x90(j); //Calcula o somatório do numerador de Fh a 90 graus
    end

    soma4=0;
    for j=1:npav
        soma4=soma4+psi(j)*(x90(j))^2; //Calcula o somatório do denominador de Fh a 90 graus
    end

    Fh0(i)=qo*b^2*Ao0*FAD0*(soma1/soma2);
    Fh90(i)=qo*b^2*Ao90*FAD90*(soma3/soma4);

    Ff0(i)=Fh0(i)*psi(i)*x0(i);
    Ff90(i)=Fh90(i)*psi(i)*x90(i);

end

```

```
for i=1:npav
    F0(i)=(Fm0(i)+Ff0(i))/1000;
    F90(i)=(Fm90(i)+Ff90(i))/1000;
end
```

APÊNDICE B

Dimensões dos pilares do pavimento tipo (Figura 14)

Tabela 28 - Dimensões dos pilares do pavimento térreo.

	Largura (cm) – eixo x	Comprimento (cm) – eixo y
P1	120	30
P2	30	150
P3	30	150
P4	120	30
P5	120	20
P6	25	100
P7	40	100
P8	25	100
P9	25	100
P10	25	100
P11	25	100
P12	80	40
P13	25	225
P14	25	225
P15	25	225
P16	80	40
P17	80	40
P18	40	120
P19	80	40
P20	25	100
P21	40	120
P22	25	100
P23	30	150
P24	120	20
P25	30	150
P26	120	30
P27	120	30

Fonte: Autoria própria.