

tarefas de aprendizagem
profissional: a

COLLABO PARÇAÇO

na construção do
conhecimento matemático

Autores:
Flávia Maria Gonçalves
Henrique Rizek Elias



Tarefas de Aprendizagem Profissional: a colaboração na construção do conhecimento matemático

Professional Learning Tasks: collaboration
in the construction of mathematical knowledge

Londrina, 2021

Tarefas de Aprendizagem Profissional: a
colaboração na construção do conhecimento
matemático

Professional Learning Tasks: collaboration
in the construction of mathematical knowledge

Produto Educacional



**Universidade Tecnológica Federal
do Paraná**

ppgmat

**Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Matemática**

campi Cornélio Procópio e Londrina

Autores | Prof. Flávia Maria Gonçalves
Prof. Dr. Henrique Rizek Elias



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina



FLAVIA MARIA GONCALVES

ASPECTOS DE COLABORAÇÃO ENTRE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA DURANTE O PLANEJAMENTO DE UMA AULA

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 20 de Maio de 2021

Prof Henrique Rizek Elias, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Bruno Rodrigo Teixeira, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (UEL)

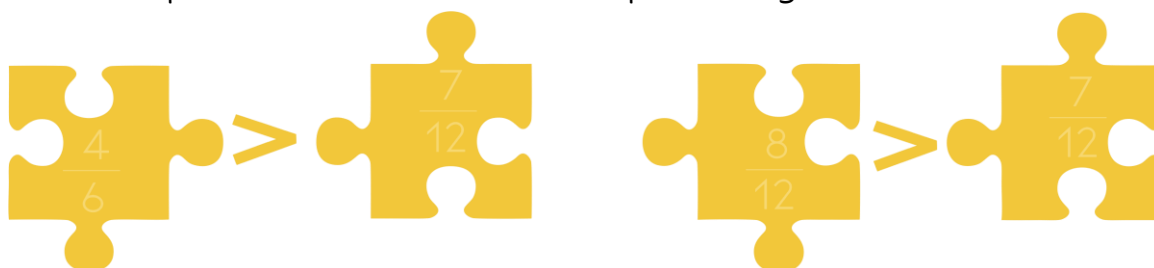
Prof.a Marcele Tavares, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 20/05/2021.

Ao professor formador

Olá, professor formador! Compartilhamos este Produto Educacional com você, pois reconhecemos a importância do seu papel na formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e acreditamos que este material possa contribuir para o desenvolvimento profissional de ambos (professor formador e professor que ensina Matemática). O material foi desenvolvido no contexto de formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que estão sempre a aprender no exercício de suas próprias práticas. Nosso propósito é provocar reflexões, discussões matemáticas envolvendo números racionais e possibilitar o desenvolvimento profissional docente a partir das chamadas Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP). Você pode estar se perguntando: o que é uma TAP? Com base nos trabalhos de Smith (2001), Ball e Cohen (1999) e Ribeiro e Ponte (2019), Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020) consideram que as TAP são tarefas elaboradas com a finalidade de propiciar aprendizagens aos professores em uma situação específica e são caracterizadas pelo uso de registros de prática docente, tais como, protocolos de resoluções de estudantes, recortes de propostas curriculares e de planos de ensino, diálogos entre professores e entre professor e estudantes. Assim, continuam Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), ao combinar tais registros na elaboração das TAP, tais tarefas se constituem em ferramentas poderosas para que se leve, para o contexto da formação de professores, aspectos da prática da sala de aula.

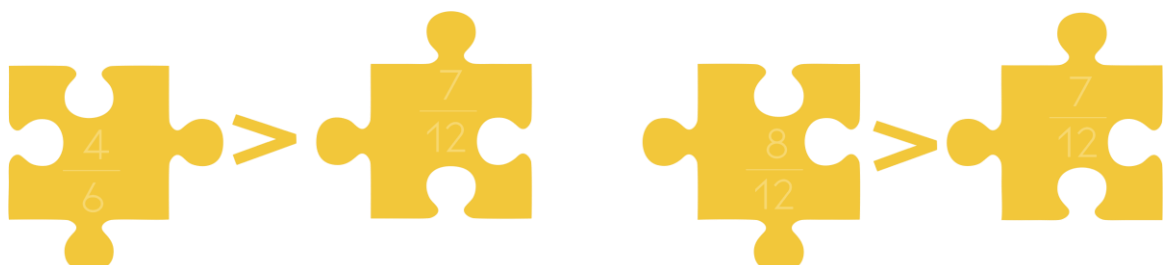
Com uso de TAP com as características supracitadas, é possível promover, por exemplo, discussões e reflexões sobre o conhecimento matemático do professor, (re)pensar a sua prática e as formas de aprendizagem do aluno. No



caso particular das TAP aqui apresentadas, também desejamos promover reflexões a respeito de um aspecto importante para o trabalho docente: a colaboração. Deixamos aqui uma sementinha para se trabalhar a colaboração entre professores, pois entendemos que “ninguém aprende sozinho, isolado. A formação exige partilha. A atividade docente necessita de dispositivos de acompanhamento” (NÓVOA, 2003, p. 13).

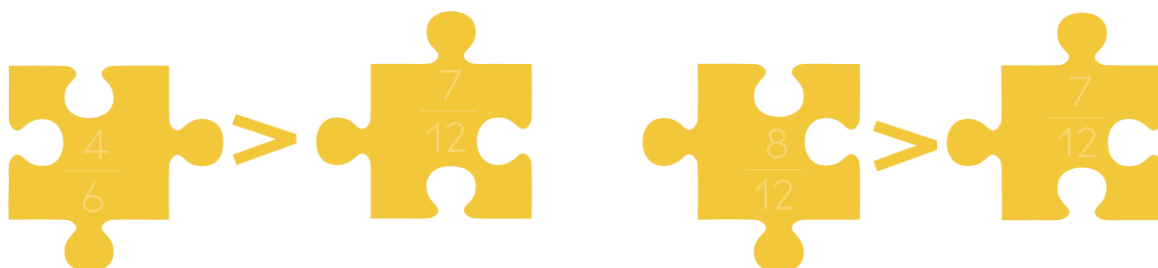
Então, convidamos você, que se preocupa com a formação (inicial ou continuada) de professores e que busca trabalhar de forma colaborativa, a explorar as TAP que foram intencionalmente e carinhosamente elaboradas para que, de algum modo, possam proporcionar reflexões e aprendizagens para contribuir com o desenvolvimento profissional de professores formadores e professores que estão em formação.

Boa leitura!



SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	7
TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL	12
AS CINCO TAP	14
Primeira TAP	18
<i>Primeira tarefa de aprendizagem profissional</i>	19
Segunda TAP	23
<i>Segunda tarefa de aprendizagem profissional</i>	24
Terceira TAP	29
<i>Terceira tarefa de aprendizagem profissional</i>	30
Quarta TAP	34
<i>Quarta tarefa de aprendizagem profissional</i>	35
Quinta TAP	41
<i>Quinta tarefa de aprendizagem profissional</i>	42
COMENTÁRIOS FINAIS	47
REFERÊNCIAS	48

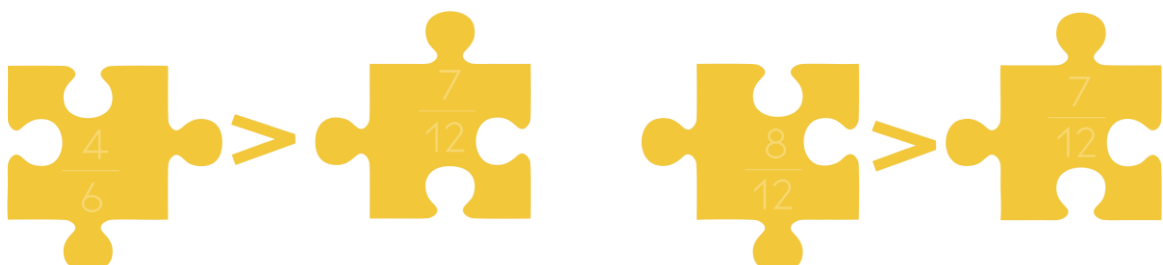


APRESENTAÇÃO

Compreendemos que o trabalho docente é complexo e exige mais do que o domínio do conteúdo a ser ensinado, é preciso conhecimento específico sobre como ensinar, por que ensinar e para quem ensinar. É importante conhecer seus estudantes, o contexto em que se trabalha e os documentos curriculares que orientam sua prática em sala de aula. Mas, também não é “apenas” isso. É importante que se tenha compreensão do papel social de sua profissão e as discussões políticas e econômicas que envolvem o trabalho docente. Essas e outras variáveis incidem diariamente no exercício da docência e, por isso, entendemos que uma formação que visa promover o desenvolvimento profissional docente deve trazer a profissão para dentro da discussão, sendo uma formação baseada na prática. O conjunto de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) aqui apresentado não aborda todas as dimensões do trabalho do professor que ensina Matemática, mas visa abarcar alguns aspectos.

O Produto Educacional (PE) proposto é destinado a professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como contexto uma proposta de trabalho colaborativo, de trocas de experiências, de ideias e de conhecimentos da/sobre a prática docente. O tema matemático levado em consideração envolve o conjunto dos números racionais, particularmente, a comparação e a ordenação de números racionais na forma fracionária e as diferentes formas de representar um número racional (fracionária, decimal, porcentagem, gráfica).

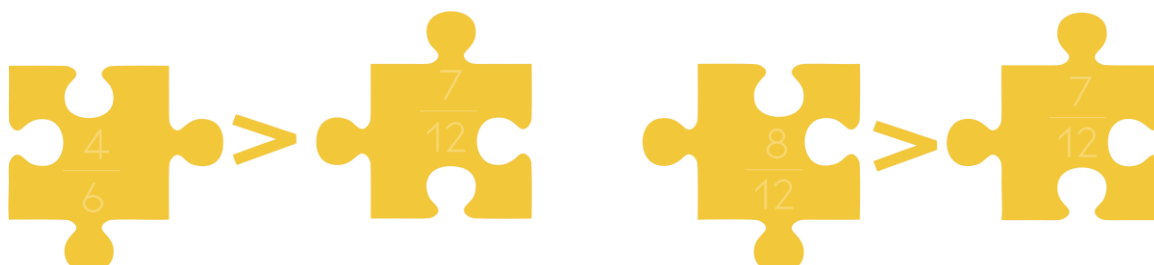
O PE é resultado da pesquisa de mestrado profissional intitulada “Aspectos de colaboração entre professores que ensinam Matemática durante o planejamento de uma aula”



vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), câmpus Cornélio Procópio e Londrina. O objetivo da pesquisa foi *analisar aspectos de trabalho colaborativo manifestados durante o planejamento coletivo de uma aula realizado em um processo formativo com professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e identificar componentes do processo formativo, que assumia o Estudo de Aula como processo de desenvolvimento profissional, que possivelmente favoreceram a manifestação desses aspectos de trabalho colaborativo.*

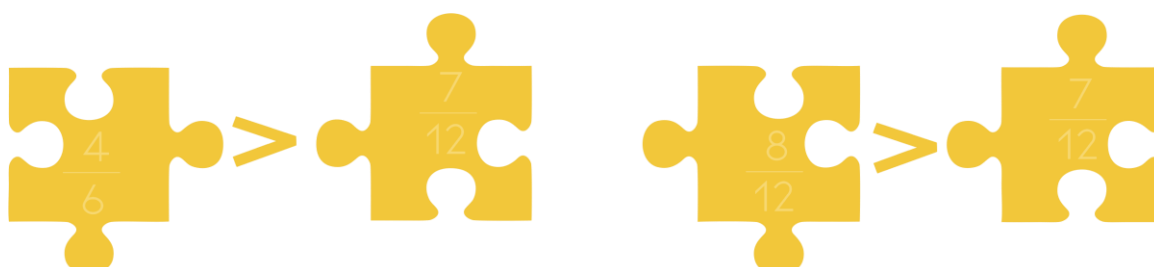
A pesquisa foi desenvolvida no contexto de um processo formativo que envolveu professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e ocorreu de abril a novembro de 2019, com encontros presenciais uma vez ao mês com 4 horas cada, totalizando oito encontros e 60 horas de formação (incluindo horas de atividades não presenciais). Tal processo formativo contou com a participação de professoras de diferentes escolas de redes municipais de ensino, duas mestrandas do PPGMAT (sendo uma delas autora deste material) e dois professores formadores (sendo um deles autor deste material). A intenção da formação continuada foi contribuir para o desenvolvimento profissional das professoras participantes a partir da prática de sala de aula e realizando um trabalho colaborativo por meio dos Estudos de Aula (PONTE; BAPTISTA; VELEZ; COSTA, 2012).

A concepção de desenvolvimento profissional docente assumida foi aquela apresentada por Ponte (1998), quando diferencia *Modelos Tradicionais de Formação e Desenvolvimento Profissional*, a saber: (i) a formação está muito ligada à ideia de “frequentar” cursos, já no desenvolvimento profissional, a ideia de frequentar cursos



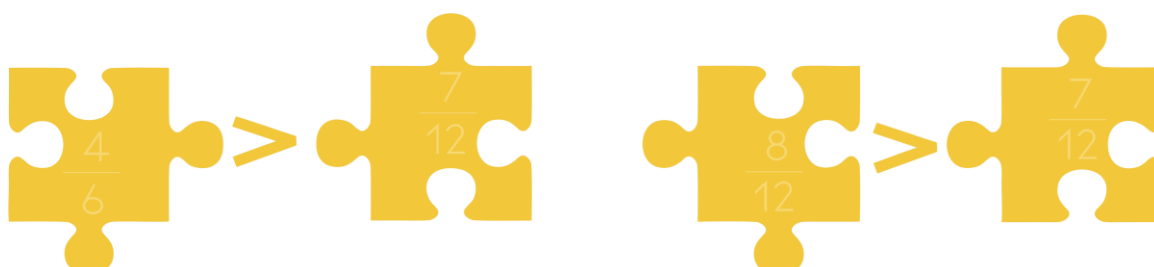
acontece, mas vem acompanhada de outras atividades e trocas de experiências; (ii) na formação, o movimento acontece de fora para dentro na assimilação dos conhecimentos que lhes são transmitidos, já no desenvolvimento profissional, o movimento é de dentro para fora, “cabendo ao professor as decisões fundamentais relativamente às questões que quer considerar, aos projectos que quer empreender e ao modo como os quer executar” (PONTE, 1998, p. 2); (iii) a formação visa atender àquilo em que o professor é carente, enquanto o desenvolvimento profissional direciona sua atenção às potencialidades do professor; (iv) a formação é compartimentada por assuntos ou disciplinas, já “o desenvolvimento profissional implica o professor como um todo nos seus aspectos cognitivos, afectivos e relacionais” (PONTE, 1998, p. 2); (v) a formação parte da teoria e, geralmente, não chega a sair da teoria, enquanto o desenvolvimento profissional busca considerar a teoria e a prática de forma interligada.

Autores como Fiorentini e Crecci (2013) consideram que algumas práticas podem ser indutoras do desenvolvimento profissional, sendo que uma delas é o trabalho colaborativo por meio do Estudo de Aula. Abreviadamente, o Estudo de Aula envolve o interesse comum entre um grupo de professores que, em conjunto, planeja com detalhes uma aula sobre um tema matemático escolhido e, em seguida, um integrante do grupo desenvolve a aula com seus alunos enquanto os demais membros observam e registram a aula. Após a aula efetivada, o grupo se reúne e analisa a aula coletivamente, promovendo reflexões com vistas ao desenvolvimento profissional dos professores envolvidos. Uma nova aula pode ser planejada a partir das análises e avaliações feitas e o processo pode ser repetido por outro professor do grupo, com outros alunos.



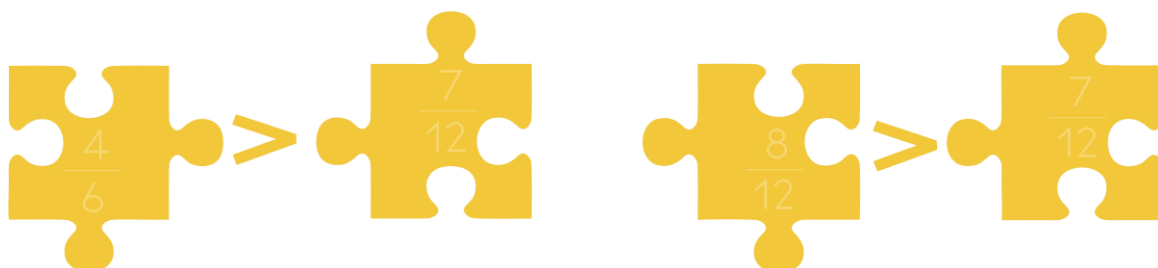
No trabalho com o Estudo de aula, há dois aspectos bastante importantes: um é a investigação sobre a própria prática docente e o outro é o contexto colaborativo. Segundo Boavida e Ponte (2002), a *colaboração* é um termo apropriado para o trabalho em conjunto, sem hierarquia, com base na igualdade de relações, com ajuda mútua, em comum objetivo e que todos tenham benefícios. No trabalho colaborativo, é interessante que se tenha um grupo heterogêneo, com integrantes de diferentes contextos e realidades: professores em formação inicial, professores da Educação Básica, estudantes de pós-graduação, pesquisadores. Dessa forma, busca-se diminuir o distanciamento entre a prática profissional docente e a investigação educacional, entre a escola e a universidade, entre a teoria e a prática.

Dentro das etapas que envolvem um ciclo de Estudo de Aula (planejamento, desenvolvimento e análise de uma aula), na pesquisa de mestrado, focamos o planejamento coletivo de uma aula, dada a importância desse momento para o ensino e a aprendizagem da Matemática e por ser uma ocasião que propicia o compartilhamento de experiências, práticas, reflexões e expectativas dos professores envolvidos. Akyuz, Dixon e Stephan (2013) apontam que o planejamento do professor influencia significativamente a criação de oportunidades para os alunos aprenderem com compreensão, abrange o conteúdo a ser ensinado, o gerenciamento da transição de uma tarefa para outra e fornece o objetivo geral dos processos de sala de aula. Esses mesmos autores destacam a importância que a literatura atribui à relação entre planejamento e colaboração na prática docente. Tricoglus (2007) relata os benefícios que um planejamento colaborativo pode oferecer ao desenvolvimento do professor que desenvolverá a aula e aos demais, defendendo que as práticas de planejamento e



de colaboração devem fazer parte da cultura de formação dos professores.

Sob essas perspectivas, desenvolvemos a pesquisa de mestrado. Como resultado desse processo, elaboramos o PE aqui apresentado. Tal PE é constituído por um conjunto de TAP. Segundo Ribeiro e Ponte (2019), as TAP são tarefas elaboradas para propiciar a aprendizagem docente em eventos específicos a partir de dados da própria prática do professor. Para explicar melhor o que são essas TAP, dedicamos a próxima seção a detalhar o processo de construção das cinco TAP propostas neste PE.

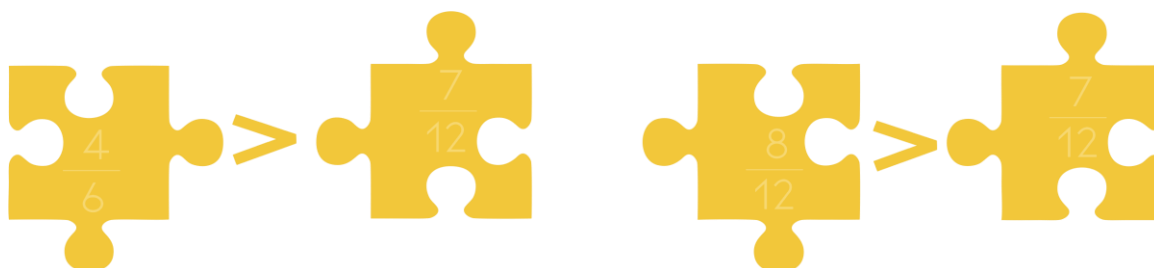


TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

Segundo Ball e Cohen (1999), as TAP são tarefas que envolvem professores no trabalho do ensino e que podem ser desenvolvidas a fim de encontrar um objetivo específico para a aprendizagem do professor, levando em consideração o conhecimento prévio e as experiências que os professores trazem de sua atividade.

Para Smith (2001), as TAP são elaboradas a partir de *amostras autênticas da prática*, que são materiais obtidos de situações reais que envolvem o trabalho docente, tais como: tarefas matemáticas selecionadas e utilizadas por professores, diálogos entre estudantes e professor em sala de aula, protocolos de resolução de estudantes, planejamentos de aula feitos por professores. Tais materiais possuem potencial para auxiliar os professores a desenvolverem compreensões a respeito de um conteúdo específico, de questões pedagógicas ou, ainda, de conhecimentos sobre a aprendizagem dos estudantes (SMITH, 2001).

As *amostras autênticas da prática* não são auto-organizadas, mas fornecem a matéria-prima em torno da qual uma TAP pode ser concebida. Isso significa que as *amostras autênticas da prática* precisam ser organizadas de acordo com determinado objetivo a fim de se tornarem TAP e fazerem parte de um currículo para a formação de professores (SMITH, 2001). Para Smith (2001), uma maneira de delinear uma TAP é considerar o conjunto de ações que comumente envolve o trabalho docente: planejar, desenvolver, analisar e replanejar uma aula. Dentro dessas etapas do ciclo do trabalho docente, as TAP apresentadas neste PE foram produzidas a partir de *amostras autênticas da prática* obtidas durante a ação de planejar



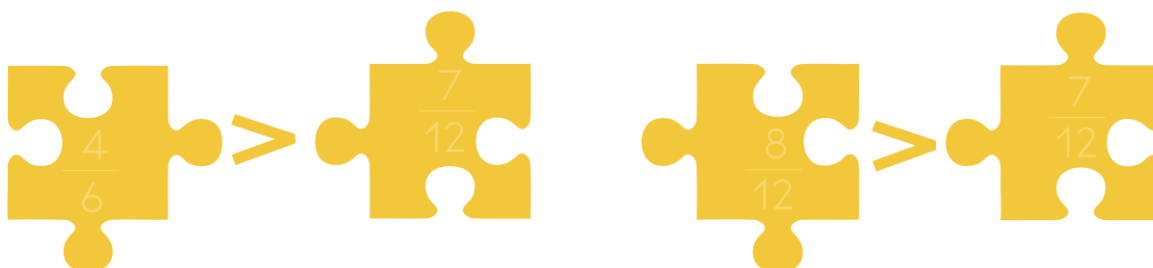
(coletivamente) uma aula, realizada no quarto encontro do processo formativo mencionado anteriormente.

Selecionamos e organizamos *amostras autênticas da prática* e elaboramos perguntas para promover discussões e reflexões entre professores em formação, compondo, assim, cinco TAP. Para as escolhas das *amostras autênticas da prática*, fizemos uso dos momentos que envolveram alguma das seguintes características: i) tarefas matemáticas com potencial para gerar discussões matemáticas; ii) diálogos (entre as professoras no grupo ou entre as professoras e professores formadores no grupo) que apresentassem discussões matemáticas; e iii) momentos em que aspectos da colaboração (BOAVIDA; PONTE, 2002) foram mobilizados.

As tarefas matemáticas selecionadas foram duas e elas estiveram presentes nas discussões ocorridas no quarto encontro do grupo. Tais tarefas haviam sido escolhidas pelas professoras participantes do processo quando foram solicitadas a indicarem tarefas matemáticas utilizadas em suas práticas. Uma tarefa é a que chamamos de “Tarefa dos Arremessos do Basquete”, de Ponte e Quaresma (2014), e a outra é a “Tarefa da Malha Quadriculada”, cuja fonte não encontramos na internet.

Com relação aos diálogos selecionados e os momentos de colaboração recortados e utilizados na elaboração das TAP, foram trechos submetidos à análise no trabalho de dissertação que deu origem a este PE. Os trechos de diálogos apresentados nas TAP são momentos críticos de discussão entre os participantes do processo formativo, com potencial para proporcionar reflexões e debates acerca de ideias matemáticas consideradas e de aspectos do trabalho colaborativo.

Na próxima seção, são apresentadas as cinco TAP que organizamos.



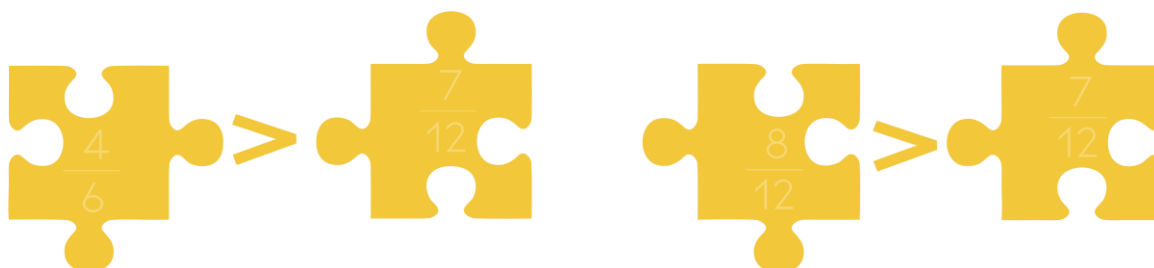
AS CINCO TAP

As cinco TAP foram pensadas para serem utilizadas em um contexto formativo de trabalho colaborativo com professores e futuros professores que tenham um objetivo comum. Antes de apresentá-las, descrevemos as TAP destacando a característica que a deu origem (tarefa matemática, diálogo com discussões matemáticas e diálogos que evidenciam aspectos da colaboração) e os objetivos esperados para cada uma delas. Esses objetivos não são fixos e podem ser adaptados de acordo com a intenção de quem vai fazer uso da TAP em um contexto formativo. Além disso, as TAP são independentes umas das outras, podendo ou não serem trabalhadas juntas e em sequência. A escolha vai depender da intencionalidade de quem for utilizá-las.

O conteúdo matemático que estava sendo abordado naquele quarto encontro era o conjunto dos números racionais, em especial, a comparação e a ordenação de números racionais na forma fracionária e as diferentes formas de representar um número racional (fracionária, decimal, porcentagem, gráfica). Por isso, entendemos que as TAP possuem potencial para promover discussões matemáticas a respeito desses temas.

A primeira TAP foi elaborada a partir de uma tarefa matemática, a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, que procurava trabalhar as ideias de comparação e ordenação de frações. O uso dessa tarefa matemática proporcionou diálogos com discussões matemáticas e, também, diálogos com aspectos da colaboração sendo mobilizados entre as professoras participantes e um dos professores formadores.

A TAP contém seis itens. Nos três primeiros itens, o objetivo é trabalhar a prática de antecipar formas de pensar

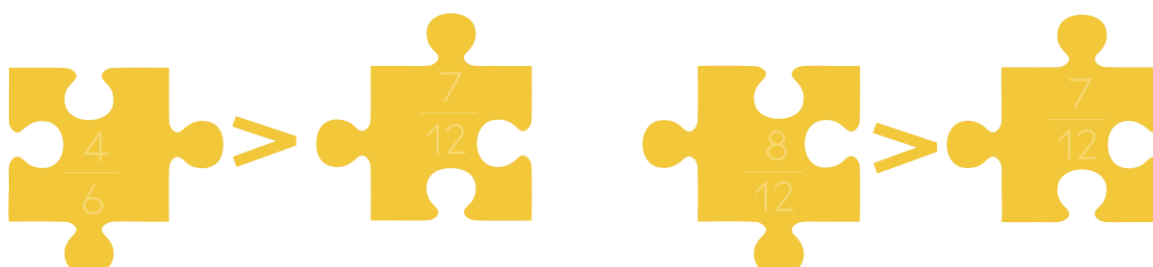


dos estudantes e identificar potencialidades da tarefa matemática utilizada. Na sequência, são apresentados trechos de diálogos entre professoras participantes e um professor formador sucedidos por outros três itens com o objetivo de promover reflexões sobre a forma como uma professora estava pensando a tarefa matemática e, principalmente, reconhecer o papel do trabalho colaborativo na mudança da forma de pensar da professora.

A **segunda TAP** foi elaborada a partir de uma tarefa matemática (“Tarefa dos Arremessos do Basquete”) e de sua reformulação (“Tarefa do Festival da Matemática”). Além disso, também foram utilizados diálogos com discussões matemáticas entre as professoras participantes e um dos professores formadores, cujo foco estava no debate acerca do enunciado da tarefa.

A TAP contém seis itens. Nos três primeiros itens, o objetivo principal é discutir a forma de pensar de uma professora e problematizar o enunciado da tarefa matemática. Em particular, sugere-se debater sobre a necessidade de se modificar o enunciado de uma tarefa, tornando-a mais “fechada” (PONTE, 2005) para evitar possíveis dificuldades apresentadas por estudantes. O quarto item tem por objetivo promover uma discussão a respeito da importância da divergência de ideias no grupo de professoras, estimulando a reflexão sobre maneiras de contrapor uma determinada forma de pensar apresentada. Em seguida, é apresentada a tarefa matemática com o enunciado reformulado (“Tarefa do Festival da Matemática”) sucedida por dois novos itens que visam propor reflexões a respeito do novo enunciado e do papel do contexto de uma tarefa matemática (PONTE; QUARESMA, 2014).

A **terceira TAP** foi elaborada a partir de uma tarefa matemática, a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, que

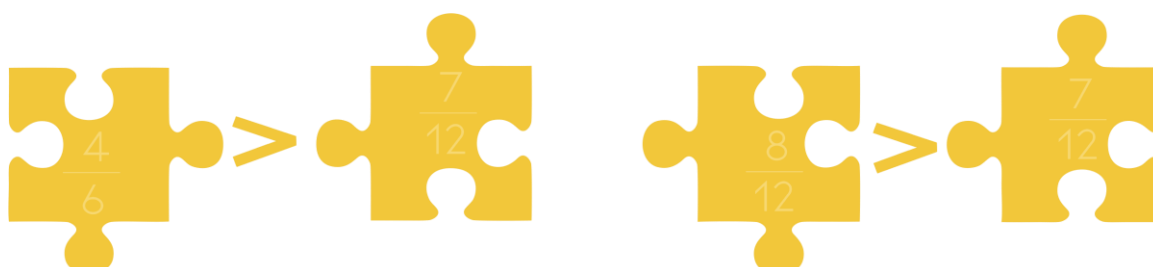


procurava trabalhar as ideias de comparação e ordenação de frações. O uso dessa tarefa matemática proporcionou diálogos com discussões matemáticas e, também, diálogos com aspectos da colaboração sendo mobilizados entre as professoras participantes e um dos professores formadores.

A TAP contém oito itens. Inicialmente, é apresentada a tarefa matemática seguida por um trecho de diálogo envolvendo as professoras participantes. São apresentados quatro itens com o objetivo de avaliar a resposta dada por uma professora, reconhecer o erro matemático presente na resposta, refletir sobre possíveis abordagens para superar esse erro e analisar o potencial da forma de pensar manifestada por outra professora. Em seguida, outro trecho de diálogo, agora incluindo um professor formador, é utilizado e quatro novos itens são apresentados com o objetivo de oportunizar aprendizagens a respeito da importância da discussão coletiva na promoção de reflexões que suscitem mudanças na forma de pensar da professora.

A **quarta TAP** foi elaborada a partir de uma tarefa matemática, a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”. Além disso, essa TAP é composta por um quadro (Quadro 6) que contém dez diferentes formas possíveis de pensar a tarefa que surgiram no encontro formativo dedicado ao planejamento de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

A TAP contém sete itens. Nos dois primeiros itens, o objetivo é analisar as diferentes formas de pensar apresentadas no Quadro 6, discutindo se, matematicamente, essas formas de pensar e resolver a tarefa estão corretas ou não. Os quatro próximos itens visam trabalhar as práticas de antecipar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões propostas por Stein *et al.* (2008) e trazidas para o contexto do Ensino Exploratório (CANAVARRO, 2011) para promover discussões matemáticas

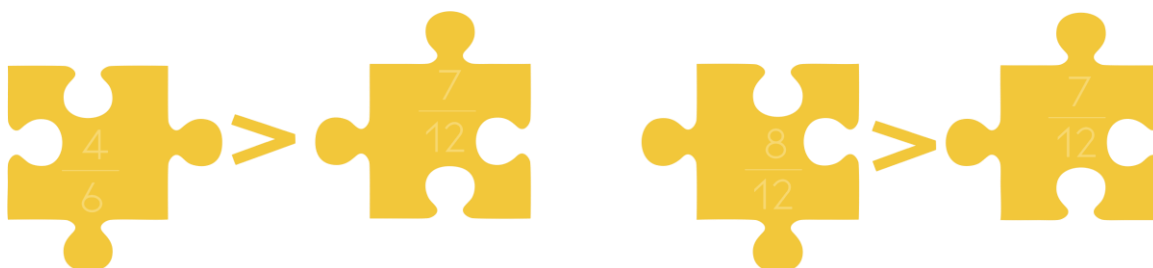


produtivas. O último item tem por objetivo gerar debate e reflexões acerca do potencial do trabalho colaborativo para planejar uma aula e promover discussões matemáticas em sala de aula.

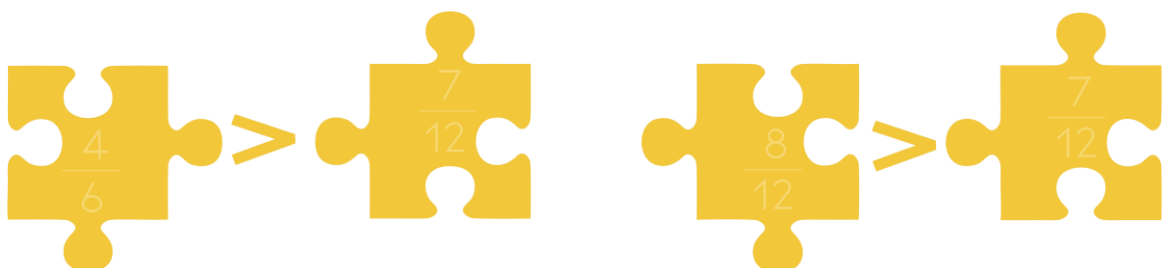
A quinta TAP foi elaborada a partir de uma tarefa matemática, a “Tarefa da Malha Quadriculada”, que procurava trabalhar as ideias de representar um número racional na forma fracionária, decimal, percentual e pictórica. O uso dessa tarefa matemática proporcionou diálogos com discussões matemáticas, e o surgimento de diálogos com alguns aspectos de colaboração sendo mobilizados entre as professoras participantes.

A TAP contém oito itens. Nos dois primeiros itens, o objetivo é propor uma reflexão, individual, a respeito da resolução da tarefa e o uso do recurso “malha quadriculada” no ensino das diferentes representações dos números racionais. Na sequência, é apresentado um trecho de diálogo entre quatro professoras participantes com discussões matemáticas sucedido por três outros itens com o objetivo de gerar reflexões coletivas sobre como as professoras estavam pensando a tarefa matemática. Em seguida, um novo trecho de diálogo – agora com alguns aspectos da colaboração sendo mobilizados entre as professoras participantes – sucedido por três novos itens cujos objetivos são promover discussões matemáticas sobre o uso da malha quadriculada no ensino das diferentes representações dos números racionais e, também, gerar reflexões sobre o papel da colaboração para contribuir com o planejamento de uma aula.

Como dissemos, as TAP são independentes, mas também podem ser trabalhadas conjuntamente. Sugerimos que os itens de cada TAP sejam apresentados individualmente, evitando que itens posteriores ofereçam respostas antes do esperado. A seguir, apresentamos as TAP.



Primeira TAP



Primeira tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 1 apresenta a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 1 - Tarefa dos Arremessos de Basquete

Num treino de basquetebol dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

- Represente sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.
- Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

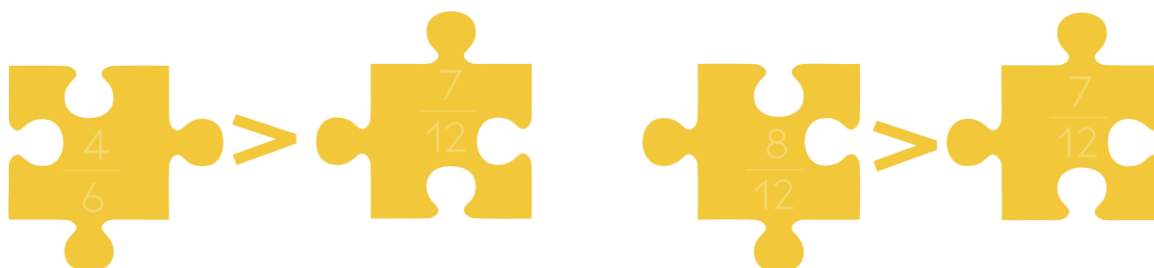
Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

a) Antes de ouvir os demais integrantes de seu grupo, reflita e registre como você acredita que seus alunos poderiam resolver aos dois itens da tarefa.

b) No grupo, compartilhem as respostas dadas no item anterior (Como você esperaria que os alunos resolvessem a tarefa?). Justifiquem suas decisões e registrem, se houver, as diferentes formas de resolver que surgiram no grupo.

c) Que oportunidades para aprender matemática são oferecidas pela tarefa?

No grupo de professoras que ensinam Matemática no Ensino Fundamental em que essa tarefa foi discutida, diferentes formas de pensar e de resolver a tarefa surgiram. Um trecho da conversa está transcrito a seguir. Nele, participaram as professoras Ely e Deise e o Professor



formador. Ao resolver a Tarefa do Basquete, a professora Deise concluiu que quem deveria ser indicado para representar a equipe deveria ser Tomé e seu argumento era de que, em um jogo de basquete, quem cria mais oportunidades para arremessar na cesta e quem acerta mais deve ser o escolhido. Esse argumento surge para Deise depois de tentar buscar, sem sucesso, frações com mesmo denominador para fazer a comparação. Vejamos o diálogo:

Ely: [essa tarefa] dá margem para muita coisa, né? Se nós, como professoras, já quebramos um pouco a cabeça, imagina um aluno. Vai do direcionamento do que você quer que o aluno... onde você quer que o aluno chegue.

Deise: Ou uma fração, duas frações, que você consiga chegar em uma equivalência, para você poder comparar. Pode até dar duas frações com denominadores diferentes, não tem problema. Mas, que tenha alguma forma de ele fazer uma comparação, achar um [denominador] comum e desenhar e ver..., sabe?

Professor formador: Mas, nesse caso não daria para fazer isso? Com essas frações?

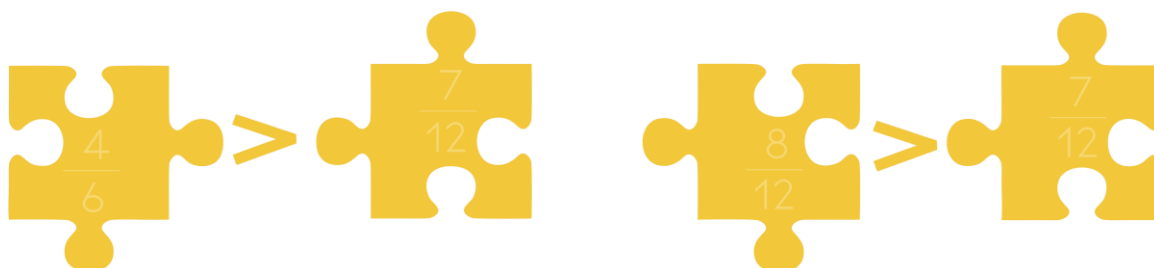
Deise: É, não! Eu acho que não. Não por causa do 7.

Professor formador: Por quê? O 7 é...

Deise: Porque aqui [nessas frações] eu não vou conseguir, por exemplo, nem simplificar e nem ir... ah, aqui dá, mas... [referindo-se à fração $\frac{4}{6}$, que é possível simplificar].

Professor formador: Uma você consegue simplificar, a outra não?

Deise: Ah, não! É... aqui também dá para chegar no 12 [referindo-se ao denominador da fração $\frac{4}{6}$], se eu fizer por 2.



A professora faz as contas, multiplicando numerador e denominador por 2 e conclui:

Deise: *oito doze avos. Aí eu vou... Ah, aí vai ser o Henrique.*

[contrariando sua primeira resposta dada anteriormente]

Ely: *É verdade!* [também surpresa com a nova conclusão]

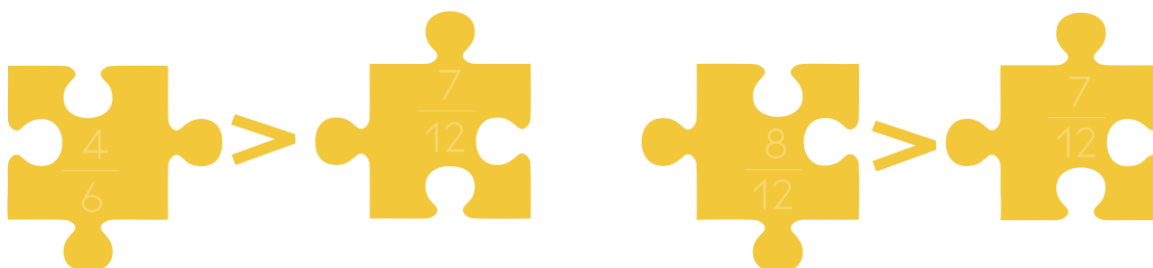
Professor formador: *Aí essa comparação de frações agora você fez como?*

Deise: *Aí essa comparação... É! Não, eu queria achar um denominador comum. Então, eu achei agora, com a multiplicação. Deu oito doze avos para o Henrique e 7 doze avos para o Tomé. Então, aí o Henrique, nessa comparação, teve mais ... Eu consigo mostrar para meu aluno, ele consegue ver que o Henrique foi melhor. Mas, na situação do jogo... eu estava pensando nisso, mas aí eu apaguei tudo e falei: Não, mas é jogo. Se o cara lançou mais e fez mais, é ele. [esse era o argumento inicial da Professora 2 para escolher o Tomé e não o Henrique]*

Professor formador: *Sim, é uma forma de pensar. Em um jogo, quem consegue mais oportunidades de fazer gol, pensando no futebol, eu prefiro esse cara que consegue gerar mais oportunidades do que alguém que gera menos.*

Deise: *Sim, então, mas agora que eu achei uma equivalente... eu não estava conseguindo achar um jeito por causa do 7, eu fiquei parada no 7. Mas, agora, comparando, o Henrique está melhor. [...] Mas, eu ainda acho que na situação de basquete, quem arremessa e faz mais, ganha.*

Com base no diálogo acima, discutam em grupo os seguintes questionamentos:

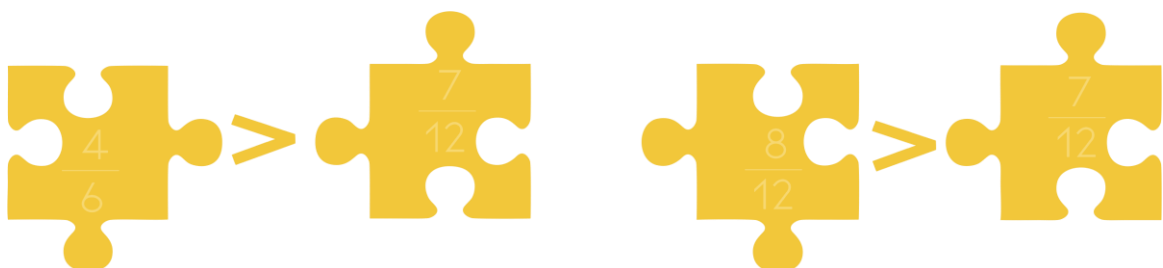


d) No início do trecho, a Deise sugere uma impossibilidade de fazer a comparação de frações. Por que vocês acreditam que isso aconteceu? O que a motivou a pensar dessa forma? Os números utilizados no enunciado deveriam ser modificados para evitar um pensamento como o apresentado pela Deise?

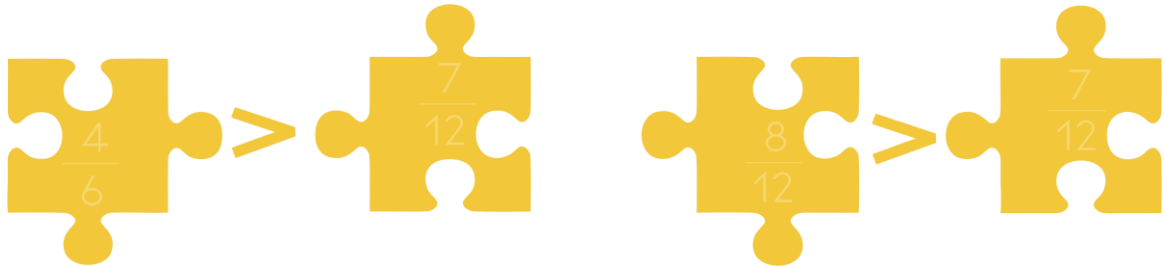
e) Aos poucos, a Deise parece ir modificando sua compreensão a respeito da comparação daquelas frações. A que vocês atribuem essa mudança?

f) Ao final do diálogo, é possível perceber que Deise levanta duas possibilidades: 1) Fazer a comparação entre as frações e escolher o Henrique; 2) Levar em consideração que se trata de um jogo de basquete e escolher o Tomé, pois ele criou mais oportunidades de arremesso e fez mais pontos.

Comente com seu grupo sobre essas duas possibilidades. Seria necessário fazer alguma reformulação no enunciado para evitar alguma dessas possibilidades?



Segunda TAP



Segunda tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 2 apresenta a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 2 – Tarefa dos Arremessos de Basquete

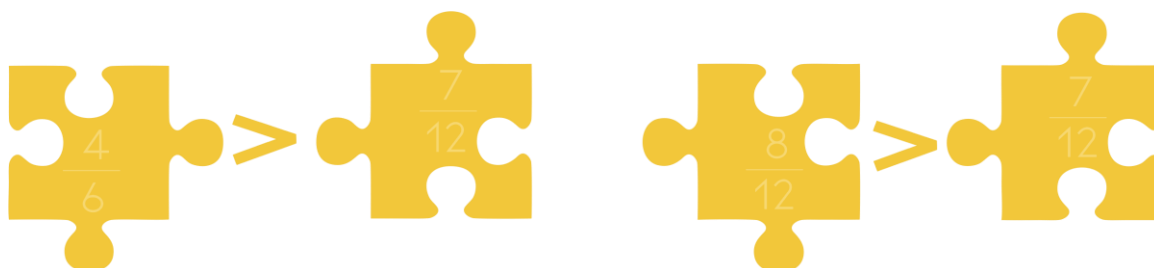
Num treino de basquetebol dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

- Represente sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.
- Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

O diálogo apresentado abaixo foi retirado do seguinte contexto: a professora Deise acredita que o contexto do jogo de Basquetebol pode levar os estudantes a escolherem o jogador Tomé porque, em um jogo de Basquetebol, quem consegue arremessar e acertar mais vezes em um mesmo intervalo de tempo deve ser escolhido. Como ela diz, trata-se de uma questão de “qualidade do jogador”, pois ele consegue criar mais oportunidades durante uma partida. Como saída para esse problema, Deise sugere modificar o enunciado. Vejamos o diálogo que envolveu três professoras (Deise, Ely e Maria) e um Professor formador.

Deise: *Se eu fosse escolher, eu escolheria o Tomé. Acho que ele deveria ser escolhido, porque conseguiu o dobro de lançamentos, que foram 12, né? E ele marcou mais que o*



Henrique, sete. Do que ele conseguiu, ele ainda marcou, o Henrique conseguiu só 4 e ele [Tomé] conseguiu 7. Então, pra mim, eu escolheria o Tomé. Porque aqui fala que é num jogo de basquete ...então num jogo de basquete é quem consegue lançar. Não é um jogo onde todos tinham a mesma quantidade de lançamentos. Não! Então, eu escolheria o Tomé, porque ele conseguiu 12, o dobro de lançamentos de Henrique e o Henrique fez 4 pontos nesse jogo e ele fez 7. Eu escolheria o Tomé.

[...]

Professor formador: *Então, essa forma de pensar, que leva em consideração que um conseguiu fazer 12 arremessos e o outro conseguiu fazer 6, é...se a gente não quiser que leve a essa forma de pensar, o enunciado ele dá margem para isso, né? A gente teria que mudar alguma...*

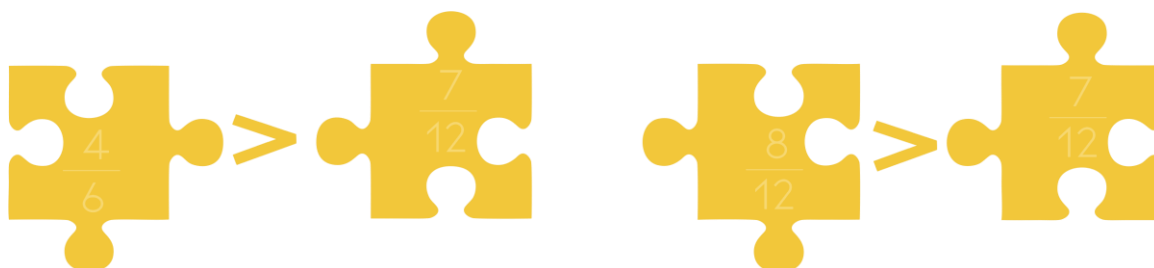
Ely: *Teria que reformular... tem que ser reformulado esse enunciado, porque dá margem para muita coisa, se nós, como professoras, já quebramos um pouco a cabeça nesse sentido, imagina o aluno, aí vai do direcionamento do que você quer aonde o aluno chegue.*

Ely: *Para que não dê margem para ele pensar na questão dos 12 lançamentos e dos 6. É que eu não sei qual é a intenção aí. É fazer ele entender que...*

Maria: *É fazer ele entender equivalência de frações, quatro sextos e sete doze avos. Vai fazer o aluno buscar? O objetivo é esse?*

Deise: *Eu acho que é.*

Maria: *Reconhecer qual é maior e menor? O objetivo seria esse?*



Ely: *Acho que tem que mudar a questão. [...] Uma coisa mais objetiva, que não dê tanta margem para ele pensar nessa questão aí do...*

Deise: *Da qualidade do jogador... Eu acho que teria que mudar esse negócio aí de esporte, de ser uma coisa mais...*

Ely: *Mais objetiva.*

Deise: *Em vez de basquete, ser ...o número de questões de prova. Como que eu posso comparar quem foi melhor se uma prova ele tinha 6 questões e ele acertou 4, e a outra tinha 12 questões e ele acertou 7? Aí a prova não tem como ser “aproveitar o momento”, igual o lançamento, então seria uma coisa mais fixa [referindo-se ao fato de que, em um jogo de basquete, o número de arremessos depende das chances que são criadas, enquanto em uma prova, o número de questões é dado].*

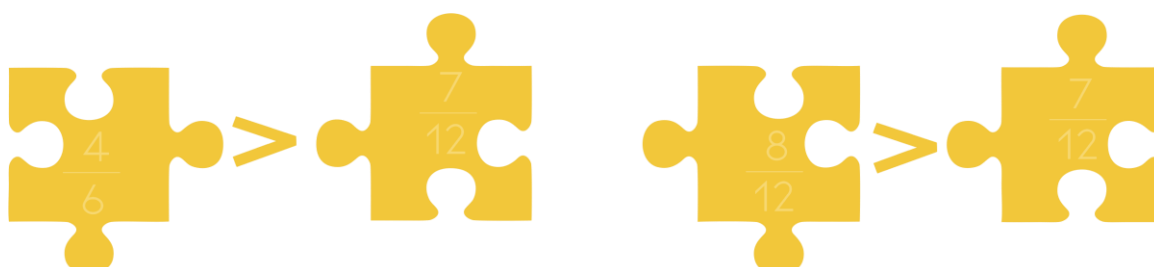
Ely: *É, é objetiva né, é aquilo ali, né?*

Deise: *Aí eu consigo comparar, e eu vou ter que comparar uma prova com 6 questões acertou 4 e outra com 12 questões e acertou 6, quem seria? então eu trocaria por uma questão mais fechada.*

Com base no diálogo apresentado, discuta com seu grupo as seguintes questões:

a) Como vocês consideram a interpretação apresentada pela professora Deise para a tarefa matemática?

b) Suponha que vocês levem essa tarefa matemática para seus alunos. Vocês consideram que eles também podem interpretá-la da mesma forma que a professora indicou? Por quê?



c) Vocês consideram que uma questão mais direta do tipo “compare as frações $\frac{4}{6}$ e $\frac{7}{12}$ e diga qual é a maior” seria mais adequada aos estudantes? Justifique.

d) No trecho do diálogo, não é possível perceber divergências de ideias entre as professoras envolvidas. Se vocês estivessem presentes no dia em que o diálogo ocorreu, que perguntas fariam para a professora Deise para contrapor sua interpretação da tarefa e fazê-la repensar?

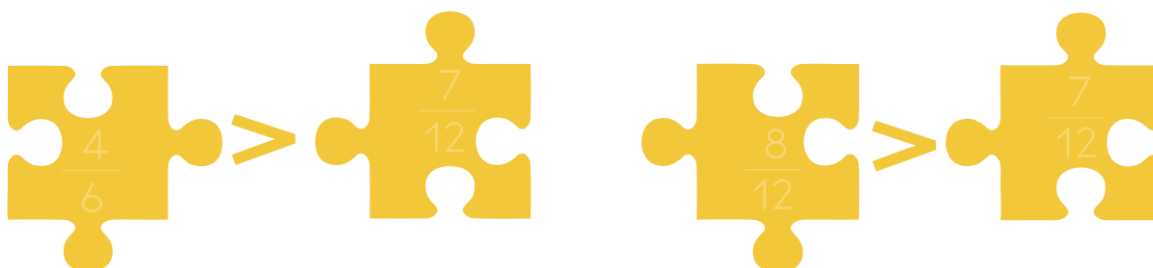
A professora Deise reformulou o enunciado, conforme indicou no diálogo visto.

Quadro 3 - Tarefa reformulada: o Festival da Matemática

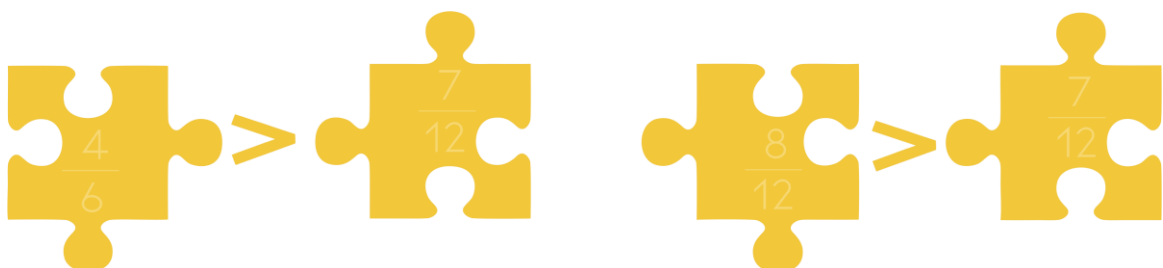
Para o desempate do Festival da Matemática, a professora precisou lançar mais desafios para as equipes. Ao corrigir, percebeu que o grupo que mais pontuou no primeiro desafio foi o grupo da Emanuelle. Eles marcaram 4 pontos dos 6 possíveis no primeiro desafio. Já no segundo desafio, a equipe que mais pontuou foi a da Clara, pois conseguiram acertar 7 dos 12 pontos possíveis. E agora? Com base nessas informações, ajude a professora a calcular a equipe que deveria ser escolhida para representar a nossa sala na Etapa Escola do Festival da Matemática. Justifique a sua resposta.

Fonte: dados da pesquisa

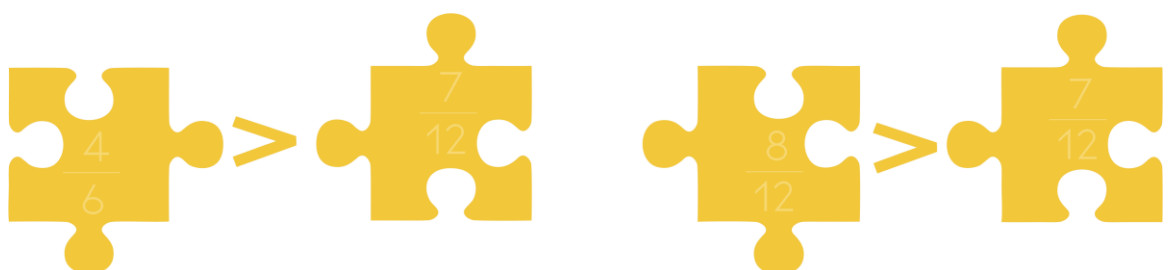
e) Se o objetivo da tarefa matemática for trabalhar a comparação de frações, vocês consideram que o novo enunciado, proposto pela professora Deise, elimina a possibilidade de interpretação que ela indicou no diálogo acima? Discuta com seu grupo o novo contexto da tarefa matemática.



f) Vocês acreditam que o contexto da tarefa seja apenas um mobilizador do conteúdo matemática a ser ensinado? Ou que o contexto oferece potencialidade na interpretação da matemática abordada?



Terceira TAP



Terceira tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 4 apresenta a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 4 – Tarefa dos Arremessos de Basquete

Num treino de basquetebol dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

- Represente sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.
- Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

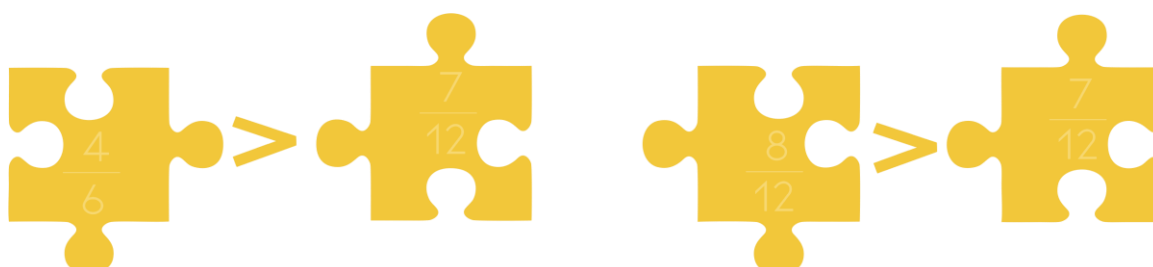
O trecho de diálogo a seguir mostra que, em certo momento da discussão, uma professora, aqui chamada de Ângela, sugere que houve empate entre os jogadores Henrique e Tomé. O diálogo envolve as professoras Ângela, Deise e Maria.

Ângela: *Se for ver, olha... o 7 em relação ao 12 é metade mais 1. Aqui também [referindo-se ao fato de que 4 é a metade de 6 mais 1]! Os dois fizeram igual, então.*

Deise: *Como assim?*

Ângela: *Porque olha, 7 é a metade mais 1, ele fez. Aqui também, a metade desse [6] mais 1. Se for ver, os dois.*

Deise: *Não, mas a metade aqui é 3. Ah, entendi. Metade do quê?*



Ângela: Metade dos lançamentos, 3 mais 1, aqui também, 6 mais 1.

Deise: É, também.

Maria: Se você for pensar... só que se você for fazer a divisão das frações? Pensando... Não dá, não dá o decimal certo. Dá 0,6 e o outro dá 0,58...

Deise: Não dá pra achar, pela equivalência não dá pra achar.

Maria: Eu já coloquei o Henrique e eu pensei na equivalência de frações. Eu peguei o denominador comum entre eles.

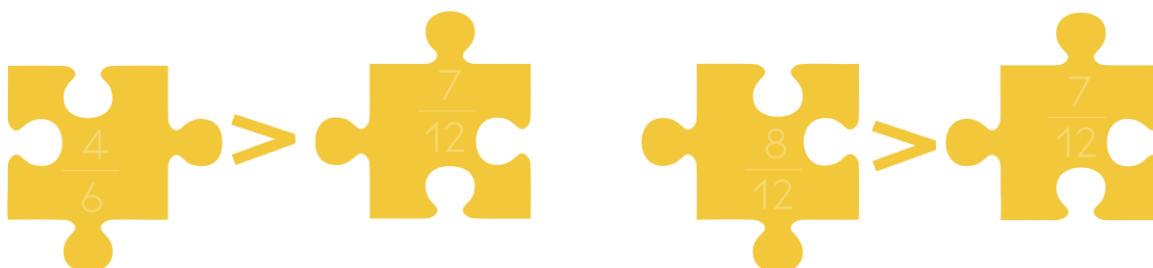
Com base no diálogo acima, discuta com seu grupo os itens a seguir.

a) A ideia apresentada por Ângela é adequada para a tomada de decisão para a escolha entre os jogadores Henrique e Tomé? Por quê?

b) De que maneira seria possível mostrar para a professora Ângela que, matematicamente, a ideia apresentada por ela está incorreta? Que argumentos matemáticos podem ser utilizados nesse caso?

c) Maria questiona a argumentação de Ângela e apresenta a comparação utilizando números decimais aproximados. Essa forma de pensar de Maria é adequada para mostrar à Ângela que sua maneira de pensar estava matematicamente incorreta? Essa forma apresentada por Maria seria adequada para alunos do 5º ano?

d) Apesar de não ser matematicamente correta, seria possível utilizar a resposta dada por Ângela para promover



discussões matemáticas que favoreçam a construção de conhecimentos? De que maneira?

O trecho apresentado a seguir ocorreu no mesmo grupo de professoras pouco tempo depois que o trecho anterior. O professor formador (Professor formador) se aproximou do grupo enquanto Ângela, Deise e Maria debatiam a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”.

Deise: *É, eu queria achar um denominador comum. Então, eu achei. Agora, com a multiplicação, deu $\frac{8}{12}$ para o Henrique e $\frac{7}{12}$ para o Tomé. Então, o Henrique, nessa comparação, teve mais. Eu consigo mostrar para o meu aluno e ele consegue ver que o Henrique foi melhor.*

Ângela: *Eu ainda acho que eles estão empatados.*

Professor formador: *Você acha que eles estão empatados por quê?*

Ângela: *Pelo mesmo tanto...ele [Henrique] teve 6 e acertou 3 mais 1. Ele [Tomé] teve 12, 6 mais 1.*

Ângela: *Ele poderia ter errado se ele tivesse 12. [referindo-se à possibilidade de Henrique ter arremessado 12 vezes ao invés de 6]*

Professor formador: *Como que é? Ele poderia ter? Desculpa.*

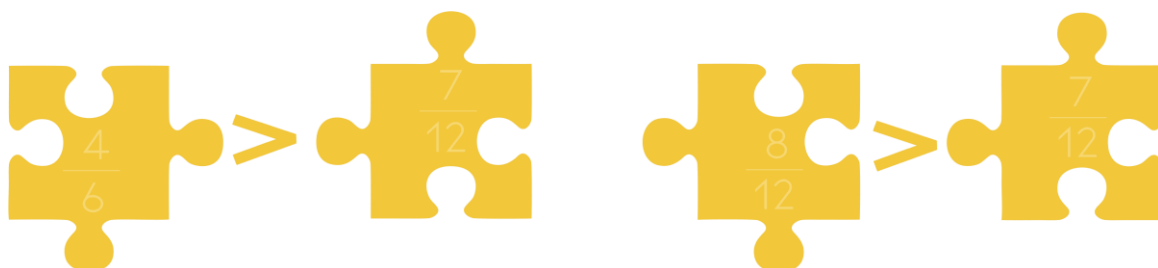
Ângela: *Não, daí vai ficar meio confuso. Se ele tivesse 12, seria a mesma quantidade, não seria?*

Professor formador: *Se esse cara aqui tivesse 12 oportunidades, se a gente considerar...*

Ângela: *Não, ia ser 8. [interrompendo o professor formador Professor formador].*

Professor formador: *Ia ser oito?*

Ângela: *Teria acertado mais.*



Professor formador: *Mais. Aham! Então, quer dizer, não estaria empatado?*

Ângela: *Não, é o Henrique.*

Professor formador: *Se o Henrique tiver a mesma quantidade de arremessos que o Tomé teve....*

Ângela: *Teria acertado 8.*

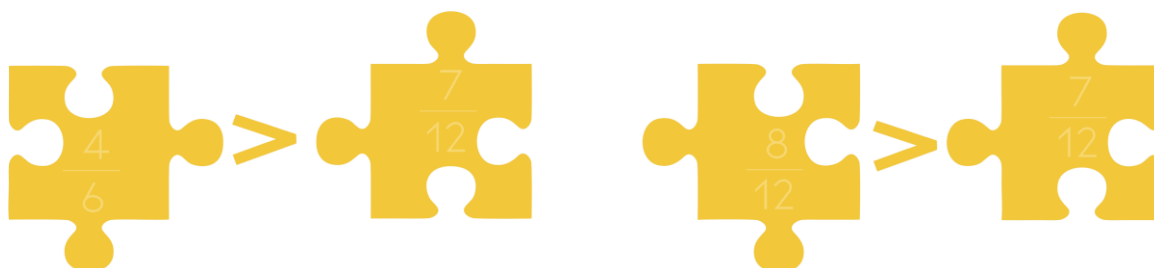
Com seu grupo, discuta os seguintes itens.

e) Quando Ângela afirma que os dois estão empatados “pelo mesmo tanto”, o que ela parece estar querendo dizer com “mesmo tanto”? Expliquem o pensamento manifestado por Ângela.

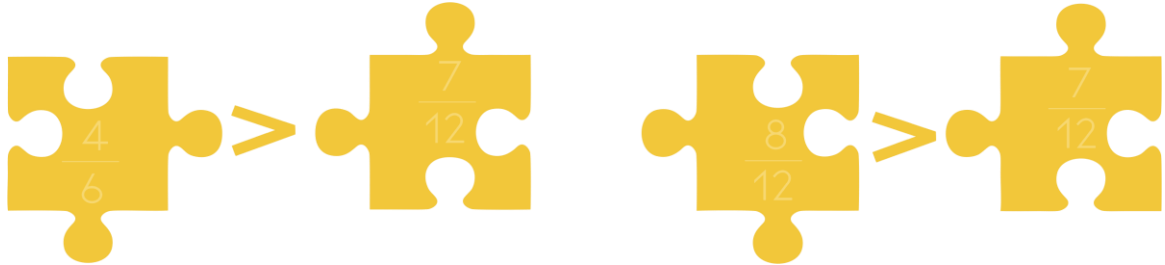
f) Mesmo depois de Maria fazer a comparação por números decimais aproximados e Deise afirmar, por meio de comparação entre as frações, que Henrique foi melhor, Ângela afirma que continua achando que houve empate. No entanto, na sequência, ela modifica sua resposta. Com base no diálogo, o que pode ter favorecido essa mudança de pensamento da professora Ângela? O que, aparentemente, a fez mudar de ideia?

g) Vocês acreditam que a professora compreendeu o erro matemático que há em afirmar que ambos (Henrique e Tomé) estavam empatados por terem feito “a metade +1” ou ela mudou de ideia por outro motivo?

h) Qual foi o papel do Professor formador nesse processo?



Quarta TAP



Quarta tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 5 apresenta a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 5 - Tarefa dos Arremessos de Basquete

Num treino de basquetebol dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

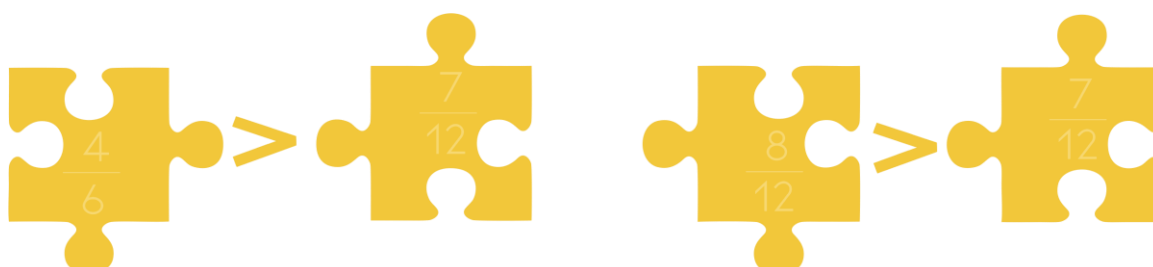
- Represente sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.
- Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

As discussões coletivas entre as professoras e professores formadores geraram diferentes formas de pensar e de resolver a tarefa apresentada no Quadro 5. Essas diferentes formas que emergiram foram organizadas no Quadro 6, com a intenção de exercitar algumas das práticas para promover discussões matemáticas produtivas em sala de aula.

Por isso, sugere-se ao leitor o artigo¹ “Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios” (CANAVARRO, 2011). Esse artigo apresenta as práticas para promover discussões matemáticas produtivas, propostas por Stein *et al.* (2008), que contribuem para o

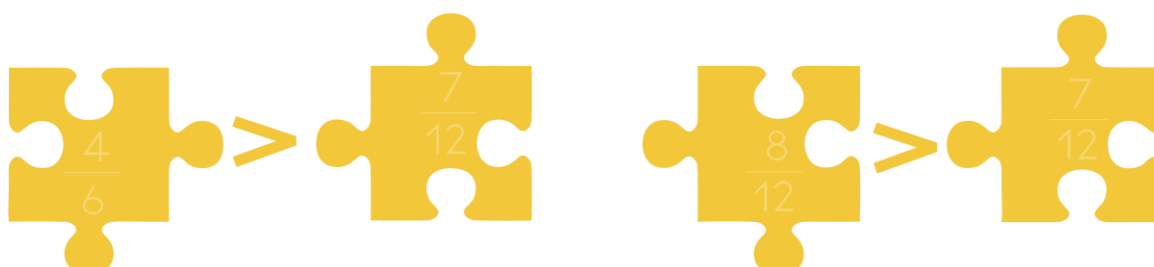
¹ CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, pp. 11-17, 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10174/4265>, acessado em 22 de abril de 2021.



desenvolvimento do Ensino Exploratório da Matemática (CANAVARRO, 2011) e problematiza alguns desafios.

Relativamente às ideias representadas, podemos exercitar a prática de **antecipar** possíveis formas de pensar dos alunos e decidir de forma fundamentada sobre quais aspectos matemáticos focar e como conduzir a discussão matemática com toda a turma. Manifestadas as diferentes formas de pensar pelos alunos, podemos realizar a prática de **selecionar** as ideias que o professor considera mais pertinentes para serem compartilhadas com toda a turma, de forma proporcionar o contato com uma diversidade de ideias matemáticas. Essa seleção pode ser feita a partir de critérios adotados pelo professor, como: resoluções com diferentes estratégias matemáticas; resoluções com representações matemáticas diversas, sobretudo as mais eficazes; resoluções incorretas. Após selecionar, o professor pode **sequenciar** essas diferentes formas de pensar, isto é, o professor pode estabelecer uma ordem a ser apresentada na lousa e discutida com os alunos. Esse sequenciamento pode ser feito, por exemplo, começando pela resolução que o professor julgar ser de mais fácil compreensão pelos alunos e ir avançando para as consideradas mais difíceis. Por fim, o professor pode **estabelecer conexões**, buscando identificar possíveis relações matemáticas entre as resoluções apresentadas. Dessa maneira, é possível conduzir a discussão matemática com os alunos até chegar no objetivo pretendido pelo professor ao propor a tarefa matemática, fazendo uso de variadas formas de pensar que emergiram durante a aula.

O Quadro 6 apresenta dez formas de pensar a “Tarefa dos Arremessos de Basquete” emergidas e organizadas pelo grupo de professoras e professores formadores.



Quadro 6 –Dez formas de pensar a Tarefa dos Arremessos de Basquete

Forma A: “comparando as frações” e considerando número de arremessos em um mesmo intervalo de tempo.

$$\text{Henrique } \frac{4}{6}$$

$$\text{Tomé } \frac{7}{12}$$

Tomé fez mais pontos, 7 acertos de 12 lançamentos. Já o Henrique fez 4 acertos de 6 lançamentos.

Conclusão: a escolha é pelo Tomé, pois acertou mais em um mesmo intervalo de tempo. Em um jogo de basquete, quem cria mais oportunidades de arremessos e acerta mais cestas deve ser escolhido.

Forma B: o foco está na comparação entre o número de erros de cada jogador. A ideia está na subtração do número de lançamentos e do número de acertos.

Henrique: fez 6 lançamentos e teve 4 acertos. Errou só 2.

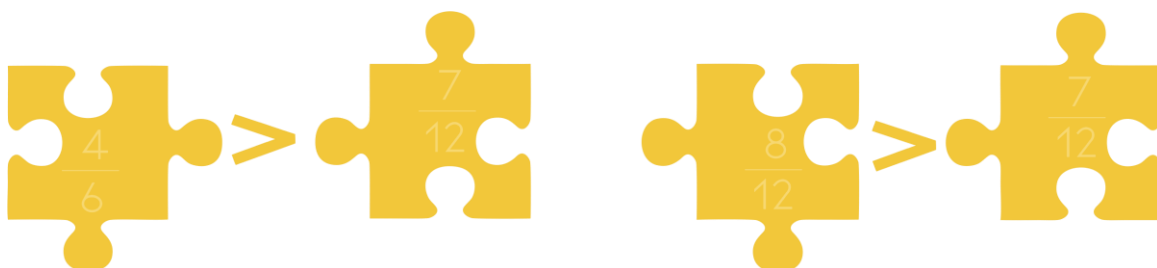
Tomé: fez 12 lançamentos e teve 7 acertos. Errou 5.

Conclusão: a escolha é pelo Henrique, pois teve menos erros.

Forma C: proximidade do número de acertos com o número de lançamentos.

O 4 está mais perto do 6 do que o 7 está do 12.

Conclusão: a escolha é pelo Henrique, pois o 4 está mais perto do 6 do que o 7 do 12.



Forma D: a referência foi a “metade”.

Tomé: $\frac{7}{12}$ é um pouco mais que a metade, pois, como $12 \div 2 = 6$, se fosse a metade dos lançamentos seria $\frac{6}{12}$. Então, $\frac{7}{12}$ é um pouco mais do que $\frac{1}{2}$ ou um pouco mais que a metade.

Henrique: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. O $\frac{2}{3}$ também é um pouco mais do que meio, mas o $\frac{2}{3}$ é um pouco mais do que o um pouco mais de meio do $\frac{7}{12}$.

Conclusão: a escolha é pelo Henrique, pois o $\frac{2}{3}$ é maior do que $\frac{7}{12}$.

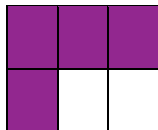
Forma E: Comparação de frações, utilizando a equivalência de frações para tornar o denominador comum.

$$\text{Henrique: } \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{2} = \frac{8}{12} \qquad \text{Tomé: } \frac{7}{12}$$

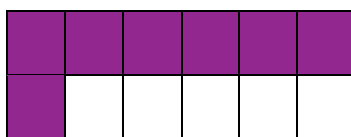
Conclusão: a escolha é pelo Henrique, pois $\frac{8}{12} > \frac{7}{12}$.

Forma F: a metade mais um.

Henrique: (3 + 1) arremessos certos de um total de 6 arremessos.



Tomé: (6 + 1) arremessos certos de um total de 12 arremessos.



Conclusão: empate, pois ambos acertaram a metade mais um.

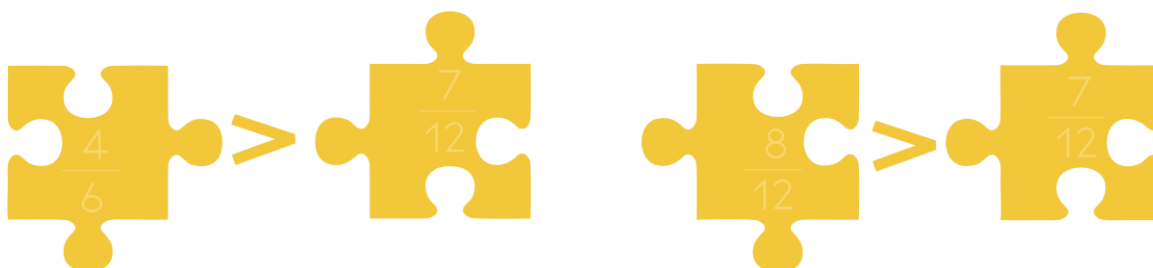
Forma G: representação pictórica, retângulos do mesmo tamanho dividido em quantidade de partes diferentes.



Henrique $\frac{4}{6}$



Tomé $\frac{7}{12}$



Conclusão: a escolha é pelo Henrique, pois a figura indica que $\frac{4}{6}$ é maior que $\frac{7}{12}$.

Forma H: comparação usando os números decimais aproximados.

Henrique $\frac{4}{6} \cong 0,66$

Tomé $\frac{7}{12} \cong 0,58$

Conclusão: a escolha é pelo Henrique, pois seu desempenho foi melhor, já que $0,66 > 0,58$.


Forma I: comparando apenas os numeradores.

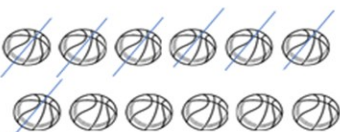
Henrique $\frac{4}{6}$

Tomé $\frac{7}{12}$

Conclusão: a escolha é pelo Tomé, pois $7 > 4$.

Forma J: representação pictórica, as bolas de basquete representando o número de arremessos e os riscos indicando a quantidade de acertos.

Henrique  $\frac{4}{6}$

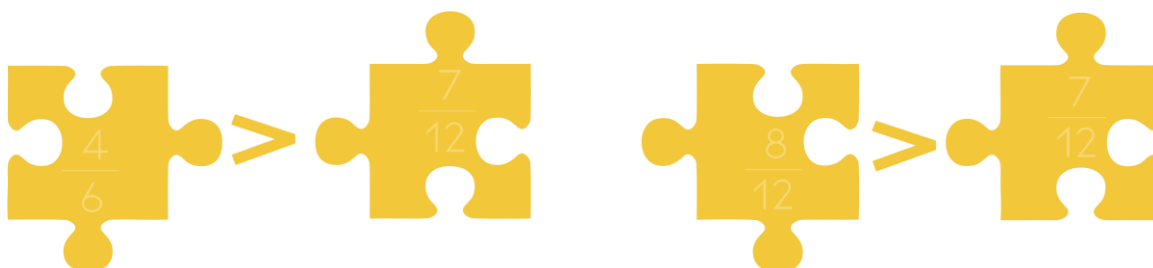
Tomé  $\frac{7}{12}$

Conclusão: a escolha é pelo Tomé, pois foram 7 bolas riscadas para Tomé e apenas 4 para Henrique.

Fonte: autoria própria (2021)

Com base no Quadro 6, discuta com seu grupo os itens a seguir.

a) Como vocês avaliam cada uma das dez formas de pensar a “Tarefa dos Arremessos do Basquete” apresentadas? É possível dizer que há resoluções corretas ou incorretas? Justifique.



b) No caso de haver resoluções consideradas matematicamente incorretas, discuta o motivo de não estarem corretas.

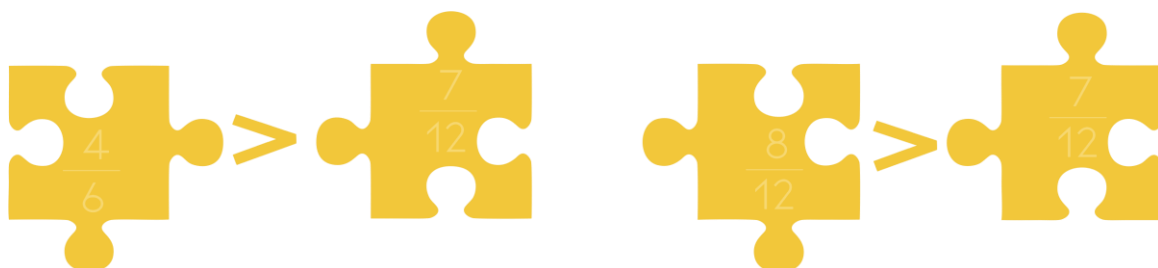
c) Dentre as dez formas apresentadas, quais vocês acreditam que seus alunos manifestariam em sala de aula? Por quê?

d) Suponha que, enquanto resolvem individualmente ou em pequenos grupos, os alunos de suas turmas tenham manifestado todas as formas de pensar apresentadas no Quadro 6. Quais vocês consideram conveniente selecionar para levar à lousa e promover uma discussão com seus alunos? Quais vocês excluiriam (isto é, não selecionariam para levar à lousa)? Por quê?

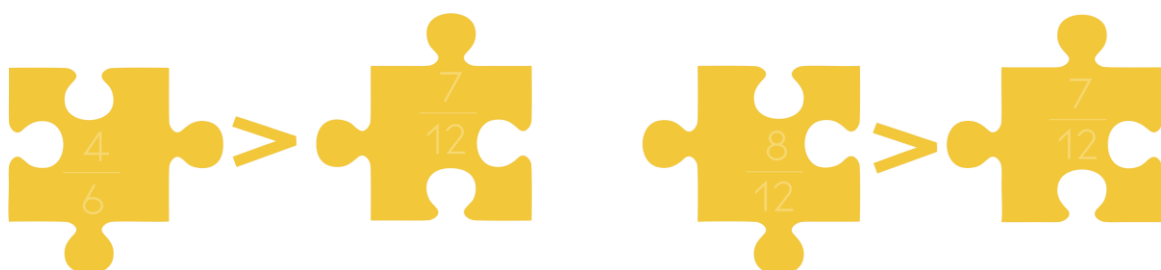
e) Com base na resposta do item d), dentre aquelas resoluções que vocês selecionaram, que critérios vocês usariam para sequenciar essas resoluções para serem apresentadas na lousa? Como ficaria esse sequenciamento?

f) Com base na resposta do item e), considerando o sequenciamento estabelecido, quais as conexões matemáticas podem ser feitas entre as resoluções selecionadas e sequenciadas? Explique-as.

g) O Quadro 6 apresenta o resultado de um trabalho com características colaborativas, na medida em que foi construído a partir de diálogos, trocas de ideias, divergências de formas de pensar entre professores. De que maneira vocês avaliam que o trabalho colaborativo pode contribuir tanto para o planejamento de uma aula quanto na aprendizagem da Matemática de seus alunos? Debata com seu grupo.



Quinta TAP



Quinta tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 7 apresenta a “Tarefa da Malha Quadriculada”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental. Essa é uma tarefa que apresenta o enunciado de forma direta, sem muitos detalhes e contexto.

Quadro 7 – Tarefa da Malha Quadriculada

Utilize a malha quadriculada para mostrar que:

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 0,50 = 50\%, \text{ explique seu pensamento.}$$

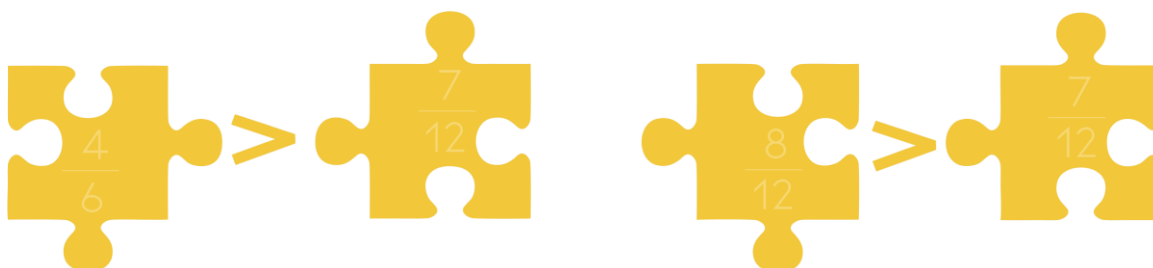
Fonte: autoria própria (2021)

Com base na “Tarefa da Malha Quadriculada” apresentada no Quadro 7, responda individualmente aos itens abaixo.

a) Você acredita que a representação geométrica utilizando a malha quadriculada permite que o aluno relacione os números racionais na forma fracionária, na forma decimal e na forma percentual? De que maneira isso pode ser feito?

b) Você faz uso da malha quadriculada em sua prática de sala de aula para trabalhar com essas diferentes formas de representar os números racionais? Se sim, de que maneira a utiliza? Se não, por quê? Não conhece ou conhece, mas prefere não usar?

A partir da tarefa apresentada no Quadro 7, um grupo de professoras (aqui chamadas de Deise, Ely, Maria e Ângela) inicia uma discussão com base nos registros escritos feitos por cada uma delas ao resolverem a tarefa individualmente. Veja o diálogo ocorrido no grupo com as quatro professoras.



Maria: *Eu estou vendo que está tudo diferente, só vocês duas [Deise e Ely] aqui é que está bem parecida. Eu já pensei de outra forma.*

Ely: *Eu levei em consideração isso aqui olha...*

Maria: *É, você levou em consideração o 100, né?*

Ely: *É!*

Ângela: *Eu pensei assim.*

Maria: *É, você pensou em uma unidade dividindo em dois.*

Maria: *Cinquenta centésimos. Tá, fez uma malha quadriculada de...com 100.... E, você [Ângela] pensou em uma unidade dividindo em dois. Eu já peguei uma malha quadriculada qualquer, eu peguei uma malha de 3×4 e tomei a metade, fiz a representação. Você [Deise] também fez o mesmo que ela [Ely], né?*

Deise: *Eu fiz, porque ele [professor formador] falou para usar a malha quadriculada, e, para eu representar todos, achei que era mais fácil fazer assim.*

Maria: *Mas, era para representar todos?*

Deise: *Não. Utilize para mostrar que eles são equivalentes.*

Maria: *Ah, sim.*

Deise: *Então, para mostrar a equivalência deles, eu achei mais fácil fazer esse desenho assim e porque, assim, eu coloquei que o inteiro é o mesmo, né? Para ficar mais fácil falar que é equivalente, mostrar para criança, tem que mostrar um inteiro igual, eu pensei. Então o inteiro é o mesmo, malha com 100 quadradinhos e metade deles é 50 quadradinhos. E as outras são apenas suas diversas maneiras de representar a mesma quantidade do inteiro, ou seja, são todos equivalentes. Porque, daí, quando eu represento $\frac{50}{100}$ aqui, que é esse verde, as outras formas são só o jeito diferente de colocar no número decimal e na porcentagem, entendeu? Aí, o inteiro é o mesmo e fica fácil de mostrar a equivalência aqui.*

A Figura 1 ilustra as formas de pensar de Deise, Ely, Maria e Ângela quando resolveram individualmente, antes de debaterem no grupo.

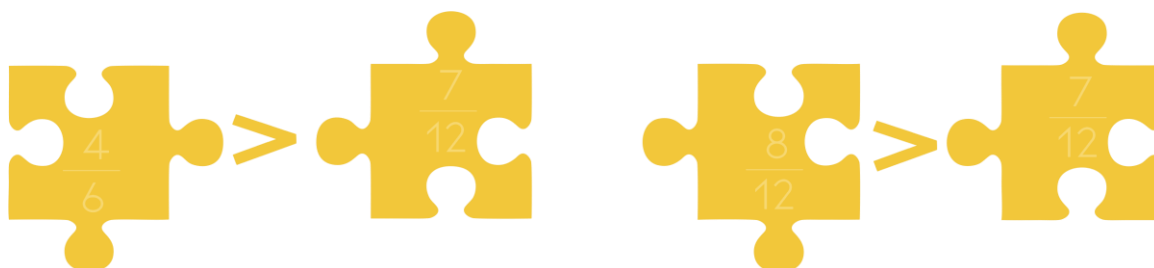
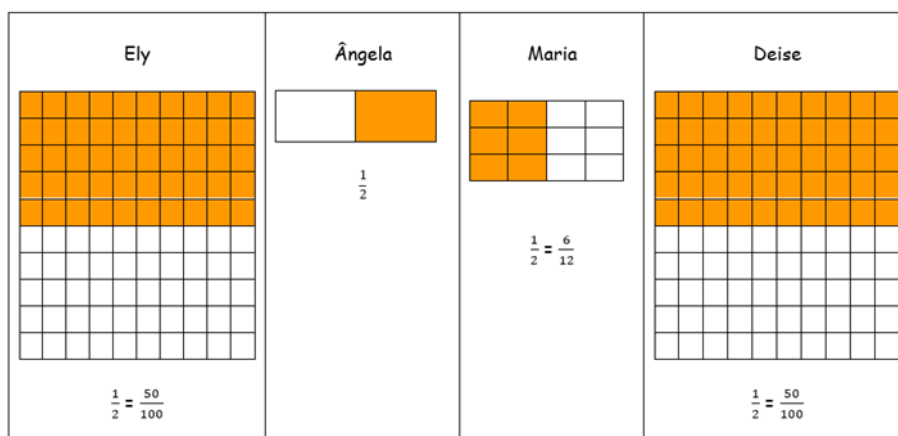


Figura 1 – Adaptação das diferentes representações de frações equivalentes feitas pelas professoras



Fonte: dados da pesquisa

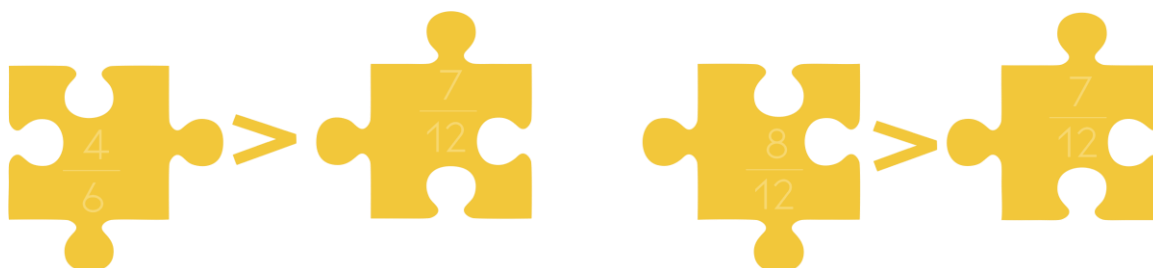
A partir do trecho de diálogo e da Figura 1, discuta com seu grupo os seguintes itens:

c) No diálogo é possível verificar que surgiram formas semelhantes e formas diferentes de pensar/resolver a tarefa, tal como apresenta a Figura 1. Como vocês avaliam cada uma dessas formas?

d) Sobre as formas de resolução apresentadas no diálogo e na Figura 1, podemos dizer que todas representam “metade”?

e) O enunciado da “Tarefa da Malha Quadriculada” não especifica o tamanho da malha, o que permite às professoras escolherem o tamanho que preferirem, como pode ser visto na Figura 1. Apesar de ser uma escolha arbitrária, é possível dizer que há alguma escolha mais apropriada para o que se quer mostrar na tarefa? Ou tanto faz a escolha do tamanho da malha?

Sobre esse item e), as professoras envolvidas no planejamento coletivo da aula para o 5º ano do Ensino Fundamental também conversaram. Veja o diálogo a seguir,



que envolveu as professoras Maria e Carla quando todas as professoras do grupo pronunciavam suas formas de resolver a “Tarefa da Malha Quadriculada”.

Maria: *Eu fiz diferente. Eu fiz uma malha de 3×4 , daí eu não pensei no aluno, pensei como professora. Uma malha 3×4 são 12, daí eu peguei a metade, que é 50% e que é o mesmo que o 0,50.*

Carla: *Mas, e o 50 de 100?*

Maria: *O 50 de 100, eu ia multiplicar por 50, o $\frac{1}{2}$ eu ia multiplicar por 50 o numerador e o denominador.*

Carla: *Hum!*

Maria: *Eu não pensei na hora de explicar para um aluno, eu pensei no meu pensamento, entendeu. Lógico que se eu for...*

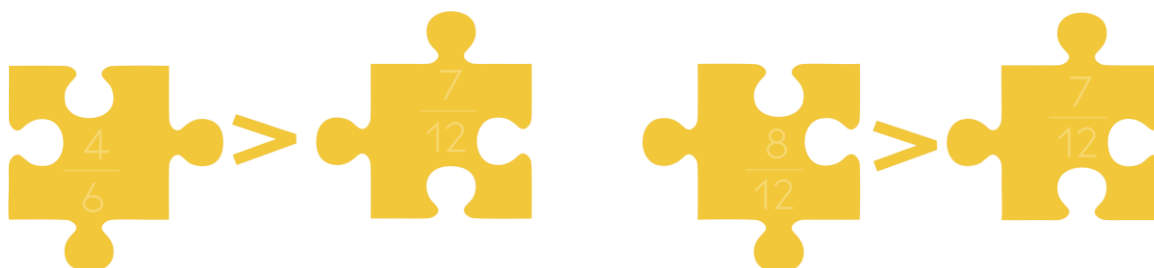
Carla: *O problema é que você não consegue, em uma única malha, representar as quatro formas.*

Maria: *Não! Não! Então, mas se eu for fazer essa tarefa com meus alunos, eu lógico que eu vou usar uma malha 10×10 .*

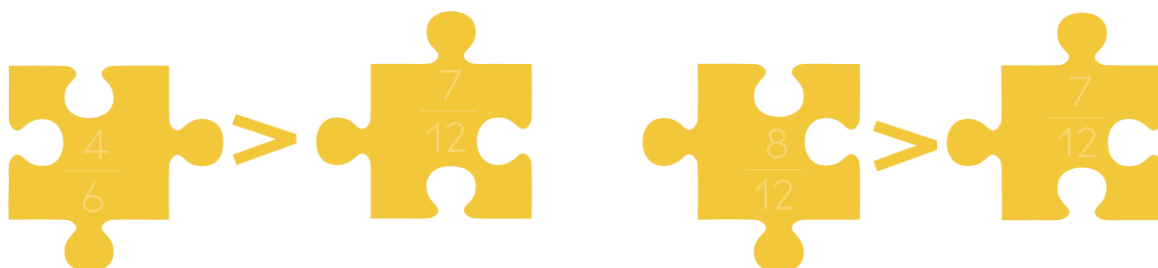
f) Por que vocês acham que a professora Carla diz para a professora Maria que “o problema é que você não consegue, em uma única malha, representar as quatro formas”? Ela está correta ao apontar isso? O mesmo comentário valeria para a representação feita pela professora Ângela (conforme Figura 1)?

g) Quando pensamos nas frações equivalentes $\frac{1}{2}$ e $\frac{50}{100}$ representadas na malha quadriculada, não é difícil visualizar e dizer 1 de 2 quadradinhos ou 50 de 100 quadradinhos, respectivamente. No entanto, como seria possível relacionar a malha quadriculada com a representação decimal 0,5?

h) Os trechos de diálogo aqui apresentados, bem como a Figura 1, mostram o trabalho coletivo que envolveu as professoras Deise, Ely, Maria, Ângela e Carla enquanto planejavam uma aula a partir da tarefa matemática apresentada. Discuta com seu grupo, com base nos dados aqui apresentados, de que modo o trabalho coletivo pode



ter favorecido a discussão matemática e, portanto, enriquecido o planejamento da aula pretendida.



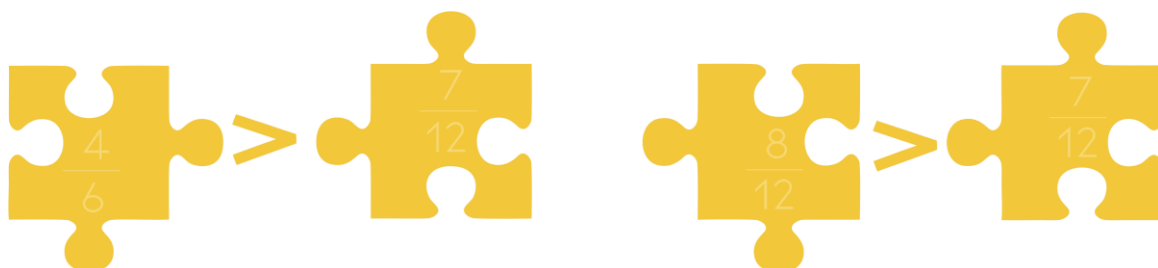
COMENTÁRIOS FINAIS

Nossa expectativa ao apresentar essas TAP é proporcionar à comunidade de professores que ensinam Matemática uma possibilidade de se trabalhar em processos formativos que trazem situações da prática de sala de aula, da mesma forma como experienciamos em nossa pesquisa.

Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020) dizem que o uso de Tarefas de Aprendizagem Profissional permite aos professores saírem do isolamento que vivem em suas escolas e vivenciarem oportunidades de aprenderem uns com os outros, favorecendo a mobilização e o aprofundamento de conhecimentos matemáticos.

Segundo Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), as TAP por si só não certificam um ambiente favorável para a aprendizagem profissional dos professores, é preciso a interação entre professores, futuros professores e professores formadores para a construção de um contexto que favoreça a mobilização e aprofundamento do conhecimento docente.

No entanto, acreditamos que as TAP aqui elaboradas têm potencial para contribuir com a formação de professores a partir de situações que envolvem prática docente, aprofundando o conhecimento matemático para o ensino das frações, no sentido de promover uma formação voltada para a compreensão de realidades pedagógicas e não a apresentação de modelos prontos e acabados.



REFERÊNCIAS

AKYUZ, D.; DIXON, J. K.; STEPHAN, M. Improving the quality of mathematics teaching with effective planning practices. **Teacher Development: journal of teachers' professional development**, v. 17, n. 1, p. 92-106, 2013.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional education. In: G. Sykes e L. Darling-Hammond (Eds.) **Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice**. San Francisco: Jossey Bass, pp. 3-32, 1999.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (Org.). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, 115, 11-17, nov/dez 2011.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação?. **Formação Docente – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores**, v. 5, n. 8, p. 11-23, 30 jun. 2013.

NÓVOA, A. Alguns dilemas do professor no contexto de complexidade. **Revista Pátio**, ano VII, nº 27, ago./out.-2003.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. **Conferência Plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat- 1998**, realizado em

Guimarães. In Actas do ProfMat 98. Lisboa: APM. p. 27 -44, 1998.

PONTE, J. P. *et al.* Os estudos de aula como processo colaborativo e reflexivo de desenvolvimento profissional. In: **A formação, os saberes e os desafios do professor que ensina Matemática**, Publisher: Editora CRV, Editores: Josimar Sousa; Ivete Cevallos, p.61-82, 2014.

PONTE, J. P. *et al.* Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, n. 5, p. 7-24, 2012.

PONTE, J. P. Formação do professor de matemática: perspectivas atuais. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IE/UL, p. 343-358, 2014.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. Representações e processos de raciocínio na comparação e ordenação de números racionais numa abordagem exploratória. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1464 – 1484, dez. 2014.

RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. **Quadrante**, Vol. 29, n. 1, 2020.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. **Acta Scientiae – ULBRA**, Canoas, v. 21, p. 49-74, 2019.

SERRAZINA, M. de L. O Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico: balanço possível. **Interacções**, Santarém, Escola Superior de Educação, n. 12, p. 4-22, 2009.

SMITH, M. S. **Practice-based professional development for teachers of mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2001.

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate

student thinking. **Mathematical Thinking and Learning**, v.10, n.4, p. 313-340, 2008.

TRICOGLUS, G. Teacher Planning in the Development of Collaborative Cultures. **Education 3-13**, v. 28, n. 1, p. 22-28, 2007.