



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**CAMPUS CURITIBA**  
**DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE**  
**MATERIAIS-PPGEM**

**FELIPE CARLOS ANCAJIMA JIMÉNEZ**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA DINÂMICA DE UMA BOLHA**  
**ISOLADA DE GÁS NO ROTOR DE UMA BOMBA**  
**CENTRÍFUGA**

**DISSERTAÇÃO**

**Orientador: Prof. Rigoberto E. M. Morales, Dr.**  
**Co-orientador: Prof. Moisés A. Marcelino Neto, Dr.**

**CURITIBA**  
**OUTUBRO-2016**

**FELIPE CARLOS ANCAJIMA JIMÉNEZ**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA DINÂMICA DE UMA BOLHA  
ISOLADA DE GÁS NO ROTOR DE UMA BOMBA  
CENTRÍFUGA**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de mestre em engenharia do programa de pós-graduação em engenharia mecânica e de materiais, área de ciências térmicas, do departamento de pesquisa e pós-graduação, do campus de curitiba, da UTFPR

Orientador: Prof. Rigoberto E. M. Morales, Dr.

Co-orientador: Prof. Moisés A. Marcelino Neto, Dr.

**CURITIBA**

**OUTUBRO-2016**

---

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação**

---

A538a Ancajima Jiménez, Felipe Carlos  
2016 Análise numérica da dinâmica de uma bolha isolada  
de gás no rotor de uma bomba centrífuga / Felipe Carlos  
Ancajima Jiménez.-- 2016.  
137 p.: il.; 30 cm

Texto em português, com resumo em inglês.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica  
Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Mecânica e de Materiais, Curitiba, 2016.  
Bibliografia: p. 125-127

1. Engenharia mecânica - Dissertações. 2. Bombas  
centrífugas. 3. Escoamento bifásico. 4. Fluidodinâmica  
computacional. I. Melgarejo Morales, Rigoberto Eleazar.  
II. Marcelino Neto, Moisés A.. III. Universidade Tecnológica  
Federal do Paraná - Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Mecânica e de Materiais. IV. Título.

CDD: Ed. 22 -- 620.1

---

**Biblioteca Ecoville da UTFPR, Câmpus Curitiba**

## TERMO DE APROVAÇÃO

FELIPE CARLOS ANCAJIMA JIMÉNEZ

### ANÁLISE NUMÉRICA DA DINÂMICA DE UMA BOLHA ISOLADA DE GÁS NO ROTOR DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração em Engenharia de Ciências Térmicas, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

---

Prof. Paulo César Borges, Dr.  
Coordenador do Programa

#### Banca Examinadora

---

Prof. Rigoberto E.M. Morales, Dr.  
PPGEM/UTFPR - orientador

---

Prof. Ângela O. Nieckele, Ph.D.  
DEM/PUC-Rio

---

Prof. Moisés A. Marcelino Neto, Dr.  
PPGEM/UTFPR

---

Prof. Paulo H. Dias dos Santos, Dr.  
PPGEM/UTFPR

Curitiba, 04 de Outubro de 2016

Dedico este trabalho a meu amado pai  
Asunción e a nosso anjo Joaquin, que  
desde o céu cuidam de nós.

## AGRADECIMENTOS

A deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades em cada instante de minha vida.

Agradeço aos meus queridos pais, Asunción e Luisa, e meus irmãos, por me ensinar a lutar sempre e trabalhar com responsabilidade e honestidade. Obrigado pelo apoio incondicional.

Ao meu orientador, professor Rigoberto, pela oportunidade e confiança para a realização desta dissertação. Ao meu co-orientador, professor Moisés, pelo apoio durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Henrique Stel e Luis Marcos, pela valiosa colaboração e sugestões durante a elaboração deste trabalho. Com certeza aprendi muito de vocês, meus amigos.

Ao Renzo, Hans, Jhoan e Fernando pela amizade e conselhos durante o tempo em brasil. Agradeço sua preocupação e apoio em esse momento ruim que tive que viver. Também gostaria de agradecer a meus amigos em Perú, Pool e Jairo, pelo amizade e conselhos.

Finalmente à UTFPR e ao NUEM pelo apoio financeiro e incentivo à pesquisa.

“Caminhante, não há caminho,  
se faz caminho ao andar. Ao andar se  
faz caminho e ao voltar a vista atrás se  
vê a senda que nunca se há de voltar a  
pisar”.

Antonio Machado

## RESUMO

ANCAJIMA JIMÉNEZ, Felipe C. **Análise numérica da dinâmica de uma bolha isolada de gás no rotor de uma bomba centrífuga**, 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 133p.

Bombas centrífugas são amplamente utilizadas na indústria do petróleo na técnica de elevação artificial de bombeio centrífugo submerso. O gás existente em alguns reservatórios de petróleo pode causar a degradação da altura de elevação destas bombas. A deterioração do desempenho indica uma menor capacidade para aumentar a pressão, o que reduz a taxa de produção do poço de petróleo e resulta em perdas econômicas. No entanto, a compreensão do comportamento da mistura de gás-líquido em bombas centrífugas é uma tarefa complicada que é praticamente inexplorada por métodos numéricos na literatura. Nesse sentido, este trabalho propõe um estudo numérico da dinâmica de uma bolha de gás no interior do primeiro estágio do rotor de uma bomba centrífuga radial. Para essa finalidade, uma abordagem de seguimento de partículas é empregada através de um programa de CFD comercial. O estudo tem por objetivo analisar a influência da força de arrasto, da força devido ao gradiente de pressão e da força de massa virtual atuando numa bolha que flui através do líquido no canal do rotor. Os resultados numéricos foram comparados com dados experimentais da literatura obtidos para o escoamento de água e ar, no mesmo modelo de bomba. A análise numérica mostrou uma maior influência das forças de arrasto e pressão nas trajetórias das bolhas isoladas. Variações da velocidade de rotação, vazão do líquido, diâmetro e posição da bolha mostraram a influência que essas variáveis causam na trajetória da bolha, favorecendo ou desfavorecendo sua saída do rotor. Além disso, o modelo numérico de CFD se mostrou ser uma ferramenta útil para analisar o movimento da bolha, o que muitas vezes é complicado de alcançar por métodos experimentais. Por fim, as informações extraídas são relevantes para o entendimento da física do problema que está trás do fenômeno de *surgings*, associado com a degradação do desempenho das bombas centrífugas.

**Palavras-chaves:** Bomba centrífuga, escoamento bifásico, forças interfaciais, CFD.



# ABSTRACT

ANCAJIMA JIMÉNEZ, Felipe C. **Numerical analysis of the dynamics of a gas bubble in a centrifugal pump impeller**, 2016. MSc Thesis – Postgraduate Program in Mechanical and Materials Engineering, Federal University of Technology– Paraná, Curitiba, 133p.

Centrifugal pumps are widely used in the oil industry as the main component of the technique known as artificial lift by electric submersible pumping systems. The performance of those pumps as for their lifting capacity may however degrade due to the presence of reservoir gas. This performance degradation reduces a pump's ability to increase the pressure levels, thus reducing a well's production rate and therefore incurring economical losses. Yet, understanding the behaviour of the gas-liquid mixture inside a electric submersible pump is a rather complex task which is largely unexplored in the literature, as the scarcity of numerical methods aimed at modelling this behaviour attests. Therefore, the present work proposes a numerical study on the dynamics of a solitary bubble inside the rotor of the first stage of a radial electric centrifugal pump. A particle-tracking approach to accomplish that goal is used, by means of a commercial CFD package. This study aims at analysing the influence of the drag force, and the force due to the pressure gradient and the virtual mass force acting on a bubble flowing through the liquid in the rotating impeller channel. The results were compared to experimental data from the literature obtained for air-water flows through the same pump model. The numerical analysis showed the dominance of the drag and pressure forces on the trajectory of the solitary bubbles. Changes in radial speed, liquid flow rate, bubble diameter and position demonstrated the role those variables play on the bubble trajectory, favouring or disfavoring its exit from the rotor. Also, the numerical CFD model proved to be an useful tool to analysing the bubble movement, which is often difficult to obtain by means of experimental techniques. Finally, the gathered information are relevant to the understanding of the physics underlying the surging phenomenon associated with the degradation of the performance of centrifugal pumps.

**Keywords:** Centrifugal pump, two-phase flow, interfacial forces, CFD.

# SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	<b>3</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>4</b>
<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>5</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	<b>7</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>11</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>15</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>16</b>
1.1 OBJETIVO .....	19
1.2 JUSTIFICATIVA .....	20
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	20
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>22</b>
2.1 BOMBAS CENTRÍFUGAS COM ESCOAMENTO BIFÁSICO .....	22
2.2 VISUALIZAÇÃO DO ESCOAMENTO BIFÁSICO NO INTERIOR DAS BOMBAS CENTRÍFUGAS.....	29
2.3 ESTUDOS NUMÉRICOS EM BOMBAS CENTRÍFUGAS COM ESCOAMENTO BIFÁSICO .....	38
2.4 COMENTÁRIOS FINAIS.....	46
<b>3 MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	<b>48</b>
3.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES PARA A FASE CONTÍNUA.....	48
3.2 MODELAGEM DA TURBULÊNCIA.....	49
3.2.1 <i>Modelo <math>k-\varepsilon</math> padrão</i> .....	52
3.2.2 <i>Modelo <math>k-\omega</math></i> .....	53
3.2.3 <i>Modelo SST <math>k-\omega</math></i> .....	54
3.3 EQUAÇÕES GOVERNANTES PARA O MOVIMENTO DA BOLHA ISOLADA .....	57
<b>4 MODELAGEM NUMÉRICA</b> .....	<b>62</b>
4.1 MODELAGEM DA FASE CONTÍNUA.....	62
4.2 MODELAGEM DO MOVIMENTO DAS BOLHAS.....	67
4.3 GEOMETRIA DO PRIMEIRO ESTÁGIO DA BOMBA CENTRÍFUGA .....	69
4.4 EXTRAÇÃO DO DOMÍNIO FLUIDO DO PRIMEIRO ESTÁGIO.....	71

4.5	GERAÇÃO DA MALHA COMPUTACIONAL .....	73
4.6	CONDIÇÕES DE CONTORNO E INTERFACE DA FASE CONTÍNUA .....	74
4.7	TESTE DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA. ....	76
4.8	PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO .....	80
<b>5</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>81</b>
5.1	AVALIAÇÃO DO ESCOAMENTO DA FASE CONTÍNUA .....	81
5.1.1	<i>Validação do ganho de pressão do rotor .....</i>	<i>81</i>
5.1.2	<i>Análise do campo de escoamento.....</i>	<i>82</i>
5.1.3	<i>Análise do campo de pressão.....</i>	<i>85</i>
5.2	VALIDAÇÃO DO MOVIMENTO DAS BOLHA NO ROTOR .....	87
5.2.1	<i>Validação das trajetórias das bolhas no interior do rotor.....</i>	<i>88</i>
5.2.2	<i>Validação das velocidades das bolhas no interior do rotor.....</i>	<i>92</i>
5.3	ANÁLISE NUMÉRICA DA DINÂMICA DE UMA BOLHA ISOLADA .....	93
5.3.1	<i>Análise da trajetória da Bolha Isolada no interior do rotor .....</i>	<i>94</i>
5.3.2	<i>Análise das velocidades do líquido e da bolha .....</i>	<i>96</i>
5.3.3	<i>Análise das forças atuando sobre uma bolha. ....</i>	<i>98</i>
5.3.4	<i>Influência das forças ao longo da trajetória da bolha .....</i>	<i>102</i>
5.4	INFLUÊNCIA DE VARIÁVEIS OPERACIONAIS E DE ESCOAMENTO NA TRAJETÓRIA DAS BOLHAS .....	107
5.4.1	<i>Influência da velocidade de rotação da bomba no movimento da bolha .....</i>	<i>107</i>
5.4.2	<i>Influência da vazão de líquido no movimento da bolha.....</i>	<i>110</i>
5.4.3	<i>Influência do diâmetro da bolha no seu movimento.....</i>	<i>112</i>
5.4.4	<i>Influência da posição inicial da bolha no seu movimento.....</i>	<i>115</i>
5.4.4.1	<i>Análise da trajetória da bolha partindo de diferentes posições radiais .....</i>	<i>116</i>
5.4.4.2	<i>Análise da trajetória da bolha partindo de diferentes posições angulares .....</i>	<i>118</i>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>122</b>
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>125</b>
	<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>128</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

Descrição		Unidade
$C_d$	Coeficiente de arrasto	[-]
$C_{mv}$	Coeficiente de massa virtual	[-]
$D$	Diâmetro da bolha	[m]
$F_{rw}$	Número de Froude centrífugo	[-]
$F_1, F_2$	Funções de mistura do modelo de turbulência	[-]
$\vec{F}$	Vetor da força que atua sobre a bolha	[N]
$\vec{F}_d$	Vetor da força de arrasto	[N]
$\vec{F}_{mv}$	Vetor da força de massa virtual	[N]
$\vec{F}_s$	Vetor da força de sustentação	[N]
$\vec{F}_{Lp}$	Vetor da força de lubrificação da parede	[N]
$\vec{F}_{DT}$	Vetor da força de dissipação turbulenta	[N]
$\vec{F}_B$	Vetor da força de Basset	[N]
$\vec{F}_g$	Vetor da força devido à gravidade	[N]
$\vec{F}_r$	Vetor da força de rotação	[N]
$\vec{F}_{cor}$	Vetor da força de Coriolis	[N]
$\vec{F}_c$	Vetor da força centrífuga	[N]
$\vec{F}_p$	Vetor da força devido à gradiente de pressão	[N]
$\vec{g}$	Aceleração da gravidade	[m.s <sup>-2</sup> ]
$H$	Altura de elevação	[m]
$\psi$	Coeficiente de carga	[-]
$I_s$	Indicador de <i>surging</i>	[-]
$k$	Energia cinética turbulenta	[m <sup>2</sup> .s <sup>-2</sup> ]
$P$	Pressão	[Pa]
$P_k$	Produção de energia cinética turbulenta	[m <sup>2</sup> .s <sup>-3</sup> ]
$P_{xy}, P1_{xy}, P2_{xy}$	Posições no canal referencial	[mm]
$\rho_l$	Massa específica do líquido	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$Q, q_g$	Vazões do líquido e do gás respectivamente	[m <sup>3</sup> /h]
$\lambda$	Fração de gás livre	[-]

$\phi$	Variável genérica	[-]
$\bar{\phi}$	Média temporal de uma variável genérica	[-]
$\phi'$	Flutuação temporal de uma propriedade genérica	[-]
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker	[-]
$m$	Massa	[kg]
$R$	Termo fonte não linear	[m.s <sup>-2</sup> ]
$\bar{r}$	Posição da bolha ou líquido	[m]
$Re$	Número de Reynolds	[-]
$R_{mv}$	Razão entre as massas original e efetiva da bolha	[-]
$\bar{R}$	Raio médio rotor	[m]
$S$	Termo fonte	[-]
$\eta$	Eficiência	[-]
$\mu$	Viscosidade dinâmica	[Pa.s]
$\nu$	Viscosidade cinemática	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\forall$	Volume de controle	[m <sup>3</sup> ]
$\bar{\Omega}$	Velocidade angular do rotor	[rpm]
$\bar{V}$	Vetor da velocidade instantânea	[m.s <sup>-1</sup> ]
$V$	Módulo da velocidade	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v$	Componente velocidade	[m.s <sup>-1</sup> ]
$t$	Variável tempo	[s]
$\bullet$ $W_{ent}$	Potencia consumida	[hp]
$\beta_1, \beta_2$	Ângulo de entrada e saída da pá	[°]
$C_{\mu_1}, C_{\epsilon_1}, C_{\epsilon_2}$	Constantes de fechamento – modelo de turbulência $k-\epsilon$	[-]
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	Constantes de fechamento – modelo de turbulência $k-\epsilon$	[-]
$\beta', \beta', \sigma_\omega$	Constantes de fechamento– modelo de turbulência $k-\omega$	[-]
$\alpha, \alpha_k$	Constantes de fechamento– modelo de turbulência $k-\omega$	[-]
$\sigma_{\omega 2}, \sigma_{\omega 3}$	Constantes de fechamento – modelo de turbulência SST $k-\omega$	[-]
$\sigma_{k3}, \beta_3, \alpha_3$	Constantes de fechamento – modelo de turbulência SST $k-\omega$	[-]
$\theta$	Posição angular da bolha no canal referencial	[°]
$\varphi$	Coefficiente de fluxo	[-]

$\varepsilon$	Taxa de dissipação turbulenta	$[m^2.s^{-3}]$
$\omega$	Taxa de dissipação turbulenta específica	$[s^{-1}]$
$\Delta$	Operador delta, indica variação	$[-]$
$\nabla$	Operador gradiente	$[-]$
$\Sigma$	Operador somatória	$[-]$
$y^+$	Distância adimensional do primeiro nó à parede	$[-]$
$\tau$	Coeficiente linear	$[s]$

### Subscritos

<i>b</i>	Bolha
<i>campo</i>	Campo
<i>cam</i>	Câmara
<i>eff</i>	Efetiva
<i>ext</i>	Externo
<i>g</i>	Gás
<i>int</i>	Interfacial
<i>l</i>	Líquido
<i>m</i>	Mistura
<i>Pi</i>	Ponto de integração
<i>p</i>	Partícula
<i>proj</i>	Projeto
<i>ref</i>	Referencial
<i>rel</i>	Relativa
<i>t</i>	Turbulência
<i>Total</i>	Total
<i>Viz</i>	Vizinho
<i>x</i>	Coordenada “x”
<i>y</i>	Coordenada “y”
<i>XYZ</i>	Sistema inercial
<i>xyz</i>	Sistema não inercial
<i>1,2,3, ...,9</i>	Posições no canal referencial

### Sobrescrito

<i>0</i>	Tempo inicial de iteração
*	Adimensional

$n$  Novo valor

### **Siglas**

BCS	Bomba Centrífuga Submersa
BEP	<i>Best Efficiency Point</i> (em tradução livre: Ponto de Melhor Eficiência)
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (em tradução livre: Dinâmica de Fluidos Computacional)
FP	Face de pressão
FS	Face de sucção
GVF	<i>Gas Volumetric Fraction</i> (em tradução livre: Fração Volumétrica de Gás)
SST	<i>Shear Stress Tensor</i> (em tradução livre: Tensor Tensão de Cisalhamento)
MVFB	Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos
NUEM	Núcleo de Escoamentos Multifásico
NPSH	<i>Net Positive Suction Head</i> (em tradução livre: Altura Neta Positiva de Sucção)
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier–Stokes</i>
RF	Proporção entre Forças
RGO	Relação Gás–Óleo
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1—Bomba centrífuga radial convencional, marca IMBIL (Adaptação de Stel et al. (2012)).	17
Figura 1.2—Exemplo de uma curva de desempenho de uma bomba centrífuga (Ofuchi, 2015).	18
Figura 1.3—Degradação da curva de pressão de uma bomba centrífuga (Sabino, 2015).	18
Figura 2.1—Curvas de desempenho da bomba como função das vazões de líquido, para várias vazões de gás de entrada (Adaptação de Murakami e Minemura, 1974a).	24
Figura 2.2—Balanço de forças atuando sobre uma bolha no interior do canal do rotor da bomba centrífuga (Murakami e Minemura, 1974a).	25
Figura 2.3—Curvas de desempenho para um escoamento bifásico água- ar em uma BCS de fluxo misto, para diferentes frações de vazão (Cirilo, 1998).	27
Figura 2.4—Regiões e limites de padrões de escoamento no desempenho de uma bomba centrífuga num escoamento bifásico (Duran, 2003).	28
Figura 2.5—Vista de corte da formação da bolha alongada no canal do rotor. (Estevam, 2002).	30
Figura 2.6—Incremento de pressão em função da vazão de líquido para uma velocidade de rotação 600 rpm (Barrios, 2007).	31
Figura 2.7—Imagens da distribuição do gás no canal do rotor para 600 rpm e $4,25 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{h}$ (Barrios, 2007).	32
Figura 2.8—Variação do diâmetro das bolhas para diferentes velocidades de rotação e vazão de líquido (Barrios, 2007).	33
Figura 2.9—Padrões de escoamento identificados em função da fração volumétrica de gás (Gamboa, 2008).	34
Figura 2.10—Visualização dos padrões de escoamento identificados nos pontos descritos pela Figura 2.9. (Gamboa, 2008).	35
Figura 2.11—Visualização das bolhas escoando no lado de sucção da pá (Sabino, 2015).	36
Figura 2.12—Trajetórias preferenciais das bolhas no interior do canal do rotor (Sabino, 2015).	37
Figura 2.13—Esquema da geometria do rotor (a) vista superior. (b) vista de seção meridional, (c) sistema de coordenadas utilizados e (d) vetor da velocidade do líquido (Minemura e Murakami, 1980).	39



Figura 2.14—Representação esquemática da trajetória da bolha e linhas de corrente do líquido no olho do rotor, para diferentes posições iniciais da bolha de diâmetro 0,6 mm (Minemura e Murakami, 1980).....	40
Figura 2.15—Representação esquemática do efeito do diâmetro da bolha no seu movimento (Minemura e Murakami, 1980).....	40
Figura 2.16—Representação esquemática da trajetória da bolha no interior de um canal referencial, para diferentes posições de partida (Minemura e Murakami, 1980).....	41
Figura 2.17—Representação esquemática das trajetórias das bolhas no interior de um canal referencial, para diferentes diâmetro de bolhas (Minemura e Murakami, 1980). ....	42
Figura 2.18—Comparação das principais forças que atuam sobre as bolhas ao longo de sua trajetória no interior do canal do rotor (Minemura e Murakami, 1980).....	42
Figura 2.19—Domínio numérico e malha do modelo utilizado para as simulações numéricas (Minemura e Uchiyama,1993).....	44
Figura 2.20—Trajetórias das linhas de gás na periferia do rotor, avaliadas numérica e experimentalmente (Adaptação de Barrios, 2007). ....	45
Figura 3.1—Sistema de coordenadas para um sistema referencial não inercial rotativo. ....	49
Figura 3.2—Comportamento da variável genérica $\phi$ ao longo do tempo $t$ para um escoamento turbulento.....	50
Figura 3.3—Representação esquemática do movimento de uma bolha ao longo da fase contínua no interior de um canal do rotor (domínio de solução).....	57
Figura 4.1—Malha bidimensional (Adaptação, Ansys 2015).....	63
Figura 4.2—Elemento de Malha (Adaptação, Ansys 2015).....	64
Figura 4.3—Elemento Hexagonal (Adaptação, Ansys 2015). ....	65
Figura 4.4—Esquema da modelagem numérica do movimento da bolha num elemento de malha bidimensional. ....	69
Figura 4.5—(a) Esquema da geometria da bomba Imbil® ITAP 65-330/2 em CAD. (b) Rotor do primeiro estágio. ....	70
Figura 4.6—Extração do domínio fluido do rotor da bomba centrífuga. ....	72
Figura 4.7—Representação dos subdomínios simulados na quarta parte do domínio fluido total. ....	73
Figura 4.8—Malha numérica do primeiro estágio da bomba Imbil. ....	74
Figura 4.9—Condições de contorno e interfaces aplicadas nas simulações numéricas. (Adaptação de Sabino, 2015). ....	76
Figura 4.10—Posição da linha de cálculo do perfil de velocidade e de pressão para o teste de malha. ....	78

Figura 4.11—Perfil de velocidade em função da posição tangencial adimensional, para quatro malhas diferentes. ....	79
Figura 4.12—Perfil de pressão em função da posição tangencial adimensional, para quatro malhas diferentes. ....	79
Figura 5.1—Comparação entre dados numéricos e experimentais do ganho de pressão no rotor da bomba Imbil como função da vazão de líquido. ....	82
Figura 5.2—Comparação entre os campos de velocidades na superfície média do rotor da bomba Imbil. ....	83
Figura 5.3—Perfis de velocidade da fase contínua versus a posição adimensional $\theta^*$ no rotor, para o plano médio para $r=0,60$ mm.....	84
Figura 5.4—Energia cinética turbulenta versus a posição adimensional $\theta^*$ no rotor, para o plano médio para $r=0,60$ mm.....	85
Figura 5.5—Comparação entre campos de pressões na superfície média do rotor da bomba para as rotações de 100 rpm e 220 rpm no BEP e 1,2BEP. ....	86
Figura 5.6—Distribuição da pressão versus posição adimensional $\theta^*$ no rotor, em um plano entre cubo e coroa, para uma posição radial de $r=0,60$ mm, para diferentes velocidades de rotação. ....	87
Figura 5.7—Região do rotor analisada (Adaptação de Sabino (2015)).....	88
Figura 5.8—Comparação experimental e numérica das trajetórias das bolhas no BEP para diferentes diâmetros dentro do rotor da bomba Imbil. ....	89
Figura 5.9—Comparação experimental e numérica das trajetórias das bolhas para 1,1 no BEP a diferentes diâmetros dentro do rotor da bomba Imbil. ....	91
Figura 5.10—Comparação experimental e numérica das trajetórias das bolhas para 1,2 no BEP a diferentes diâmetros dentro do rotor da bomba Imbil. ....	91
Figura 5.11—Comparação experimental e numérica das velocidades das bolhas para diferentes condições operacionais. ....	93
Figura 5.12—Resultados numéricos das trajetórias de diferentes bolhas para 100 rpm no BEP. ....	95
Figura 5.13—Resultados numéricos das velocidades do líquido e da bolha ao longo da trajetória da bolha para 100 rpm no BEP para diferentes diâmetros. ....	97
Figura 5.14—Resultados das velocidades do líquido e da bolha ao longo da trajetória da bolha para 100 rpm no BEP. ....	98
Figura 5.15—Forças atuando sobre as bolhas de diâmetro 0,6 mm e 0,8 mm ao longo de suas trajetórias para 100 rpm no BEP.....	100
Figura 5.16—Forças atuando sobre as bolhas de diâmetro 1,0 mm e 2,8 mm ao longo de suas trajetórias para 100 rpm no BEP.....	102

Figura 5.17—Influência das forças na trajetória da bolha de diâmetro 0,6 mm para 100 rpm. .....	103
Figura 5.18— Visualização esquemática das forças de arrasto, gradiente de pressão e massa virtual ao longo da trajetória de uma bolha de diâmetro 0,6 mm para 100 rpm. ....	105
Figura 5.19—Visualização esquemática das forças de arrasto, gradiente de pressão e massa virtual ao longo da trajetória de uma bolha de diâmetro 2,8 mm para 100 rpm. ....	106
Figura 5.20—Comparação da trajetória da bolha em diferentes velocidades de rotação; com vazão de líquido, posição e diâmetro da bolha constante. ....	108
Figura 5.21—Comparação entre as proporções das forças de pressão e de arrasto em diferentes velocidades de rotação, no BEP. ....	109
Figura 5.22—Comparação da trajetória da bolha para diferentes vazões de líquido; com velocidades de rotação, posição e diâmetro da bolha constante. ....	111
Figura 5.23—Comparação entre as proporções das forças de arrasto e de pressão em diferentes vazões do líquido para 120 rpm. ....	112
Figura 5.24—Comparação da trajetória de bolhas de diferentes diâmetros, para duas posições de partida no canal do rotor, com velocidades de rotação e vazões de líquido constantes. .....	114
Figura 5.25—Comparação entre as proporções das forças de pressão e de arrasto para diferentes diâmetros de bolha, ao longo de sua trajetória no rotor. ....	115
Figura 5.26—Esquema das posições de partida da bolha (A) radial e (B) angular na entrada do rotor. ....	116
Figura 5.27—Trajetórias das bolhas para diferentes posições radiais iniciais na entrada do rotor. ....	117
Figura 5.28—Comparação entre as proporções das forças de pressão e de arrasto para diferentes posições radiais. ....	118
Figura 5.29—Trajetórias das bolhas variando a posição dela em sentido angular, no ingresso do rotor. ....	119
Figura 5.30—Trajetórias das bolhas variando a posição dela em sentido angular, para o rádio $r_7$ . ....	120
Figura A.1—Posição da bolha com respeito ao eixo da imagem, em pixels. (Sabino,2015)	128
Figura A.2—Furos de referência. (Sabino,2015) .....	129
Figura A.3—Trajetória de uma bolha no sistema inercial. (Sabino,2015).....	130
Figura A.4—Canal referencial do rotor. (Sabino,2015) .....	131
Figura A.5—Várias posições do canal com relação à imagem referencial. (Sabino,2015) ..	132
Figura A.6—Trajetória da bolha no sistema não inercial. (Sabino,2015) .....	133

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Valores das constantes de fechamento do modelo $k-\varepsilon$ .....	53
Tabela 3.2: Valores das constantes de fechamento do modelo $k-\omega$ .....	54
Tabela 3.3: Valores das constantes de fechamento do modelo SST $k-\omega$ .....	56
Tabela 4.1: Dimensões do rotor e difusor do primeiro estágio da bomba Imbil® ITAP 65-330/2. .....	71
Tabela 4.2: Comparação do valor médio da pressão nas malhas testadas.....	77
Tabela 4.3: Parâmetros de simulação testadas (Adaptação do Sabino, 2015).....	80
Tabela A.1: Passo de tempo para as imagens avaliadas.....	131
Tabela A.2: Ângulo de desfasamento por imagem.....	132

# 1 INTRODUÇÃO

Durante a exploração de campos petrolíferos, alguns poços com longo histórico de produção podem apresentar pressão relativamente baixa em relação à pressão encontrada em poços surgentes. Neste caso, os fluidos de reservatório (petróleo, água e gás) não possuem energia suficiente para alcançar a superfície, sendo necessário utilizar métodos de elevação artificial para sua extração. Tais métodos também são utilizados no final da vida produtiva de um poço, quando a vazão é muito baixa para justificar os altos custos de exploração.

Dentre os distintos métodos de elevação artificial, encontra-se o Bombeio Centrífugo Submerso, ou BCS. Esse procedimento é hoje o segundo método de elevação artificial mais utilizado no mundo, atrás apenas do bombeio mecânico (Barrios, 2007). Esse método é utilizado em poços de médias e altas vazões de produção, com elevados conteúdos de água e baixa relação gás-óleo (RGO). Atualmente, sua aplicação se estende também a poços que contêm fluidos com altas viscosidades e poços com altas temperaturas (Thomas, 2001).

Um sistema de BCS básico é equipado com um transformador, um cabo de alimentação elétrica, um motor elétrico, um controlador de motor, uma bomba centrífuga de vários estágios e um separador de gás. A energia elétrica proveniente do transformador é transmitida pelo cabo de alimentação para acionar o motor elétrico, localizado no fundo do poço, que finalmente aciona, mediante um eixo, a bomba centrífuga de vários estágios. O número de estágios pode chegar a mais de 20 em função das necessidades da elevação requeridas (Sirino, 2013). A bomba centrífuga é a responsável pela transmissão de energia mecânica para o fluido a ser bombeado, em forma de energia cinética. Essa energia é transformada em energia de pressão, permitindo elevar o fluido para a superfície.

Um exemplo de uma bomba centrífuga de dois estágios é mostrado na Figura 1.1, onde se observam as seções de sucção e descarga e a disposição dos estágios. Cada qual é formado por um componente rotativo, chamado rotor, e um componente estacionário, que pode ser um difusor ou uma voluta. No rotor, o fluido ingressa de forma axial, para logo após ser dirigido radialmente através dos canais hidráulicos até a saída. O movimento giratório adiciona uma componente tangencial ao escoamento, que é recolhido pelo difusor formado por pás fixas que auxiliam na conversão de energia cinética em pressão.

As principais variáveis utilizadas para o dimensionamento e seleção de bombas centrífugas são a altura de elevação,  $H$ , a potência consumida,  $\dot{W}_{ent}$ , a eficiência,  $\eta$ , e o NPSH (do inglês, Net Positive Suction Head), sendo essas variáveis medidas para cada vazão

de trabalho imposta. A altura de elevação quantifica a capacidade da bomba centrífuga de elevar a pressão do fluido bombeado, desde a entrada até a saída da bomba. A potência consumida representa a quantidade de energia necessária para o funcionamento da bomba e, por consequência, a eficiência é a relação entre essa energia e aquela que é efetivamente transferida ao líquido bombeado. Já o NPSH indica a pressão absoluta que deve existir no ingresso da bomba para evitar o fenômeno de cavitação (Segala, 2010).

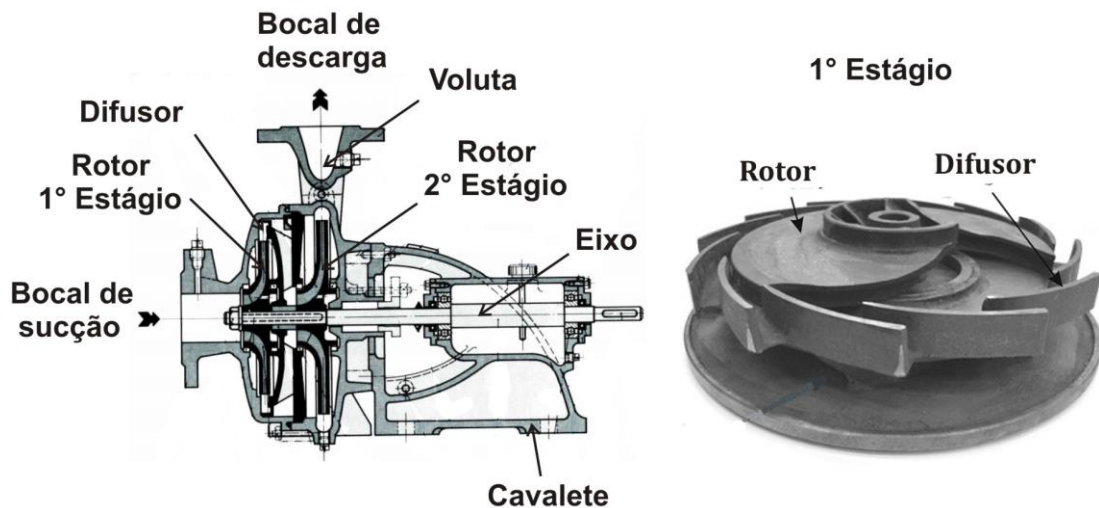


Figura 1.1—Bomba centrífuga radial convencional, marca IMBIL (Adaptação de Stel et al. (2012)).

As curvas de desempenho, normalmente fornecidas pelo fabricante para um dado modelo de bomba, relacionam a altura de elevação,  $H$ , a potência consumida,  $\dot{W}_{ent}$  e a eficiência,  $\eta$ , em função da vazão,  $Q$ , para uma dada velocidade de rotação,  $\bar{\Omega}$ . Essas curvas são obtidas mediante testes experimentais utilizando água como fluido de trabalho. Um exemplo de uma curva de desempenho é mostrado na Figura 1.2, onde no eixo horizontal encontra-se a vazão, em barris/dia (B/D), e no eixo vertical encontram-se a altura de elevação, em metros (m), a eficiência, em porcentagem (%), e a potência, em *horse-power* (hp). Quando a bomba é selecionada para trabalhar com um fluido de viscosidade diferente da água, é necessário realizar correções sobre essas curvas para prever a degradação de desempenho associada, sendo uns dos métodos mais utilizados o proposto pelo *Hydraulic Institute* (1955).

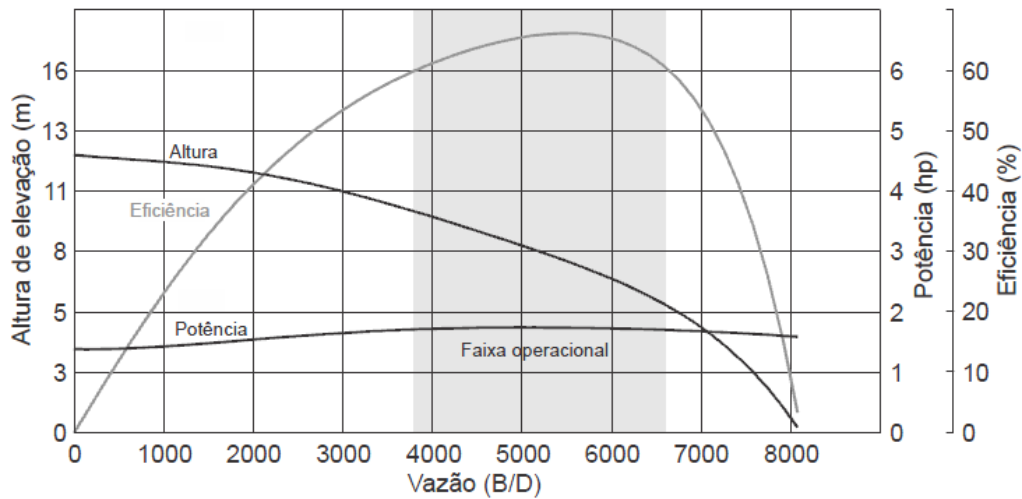


Figura 1.2—Exemplo de uma curva de desempenho de uma bomba centrífuga (Ofuchi, 2015).

No caso específico de bombas centrífugas submersas, a produção por elevação artificial pode ser bastante prejudicada se houver a presença de gás junto ao líquido bombeado. O acúmulo de gás no interior das bombas pode provocar desde uma pequena degradação na curva de pressão até um completo bloqueio da operação da bomba. Esse efeito pode ser observado na Figura 1.3, que compara curvas de ganho de pressão de uma bomba para escoamentos monofásico e bifásico, onde o eixo das abscissas representa a vazão do líquido, em  $m^3/h$ , e o eixo da ordenada representa o ganho de pressão, em kPa.

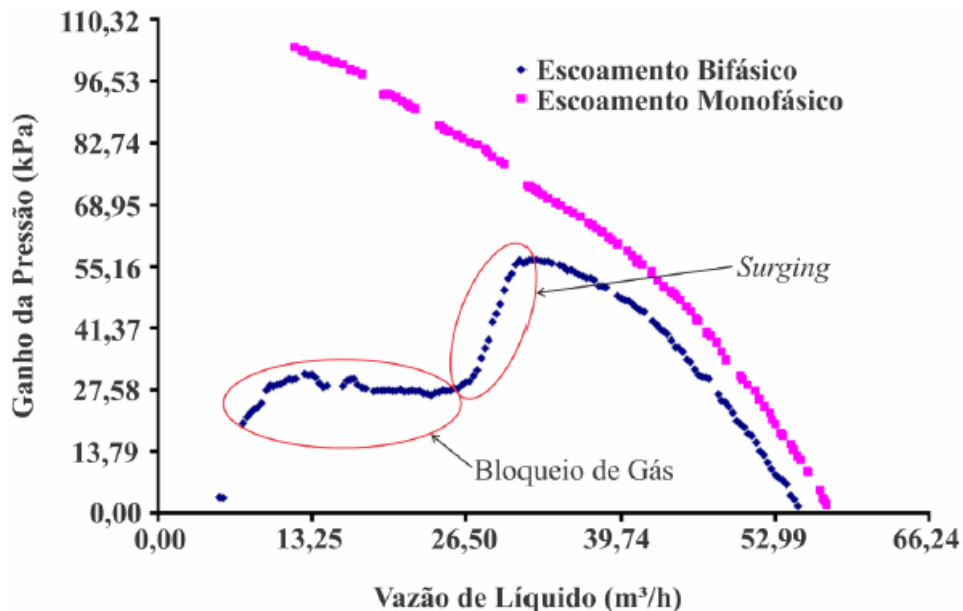


Figura 1.3—Degradação da curva de pressão de uma bomba centrífuga (Sabino, 2015).

Nota-se, para vazões de líquido mais altas, uma modesta redução do ganho de pressão. Ao se reduzir a vazão de líquido, um ponto é alcançado onde uma abrupta queda de

desempenho é observada, condição essa consistente com um grande acúmulo de gás no interior do rotor e que dá início a uma região de operação instável da bomba, comumente denominada de *surging*. Diminuindo-se ainda mais a vazão de líquido, o gás pode vir a bloquear significativamente os canais da bomba, culminando em um ganho de pressão muito baixo ou, em certos casos, praticamente nulo.

A maior parte dos estudos experimentais realizados até agora a respeito do comportamento de bombas operando com escoamentos bifásicos estão principalmente focados em avaliar o desempenho da bomba, deixando um pouco de lado a fenomenologia do problema que causa a queda de pressão. Alguns autores como Murakami e Minemura (1974a), Barrios (2007), Gamboa (2008), Trevisan (2009) e Sabino (2015) realizaram estudos experimentais de visualização com o objetivo de observar a distribuição da fase de gás dentro do rotor da bomba, para assim fornecer uma maior compressão sobre o fenômeno em análise.

Entretanto, os mecanismos por trás da dinâmica das bolhas, especialmente sua tendência a se acumular em partes específicas dos canais hidráulicos do rotor ou mesmo o início do fenômeno de *surging*, ainda não são claros. Nesse sentido, a análise da influência das forças interfaciais sobre o movimento de bolhas de gás, segundo diversas condições operacionais, pode ser muito útil para enriquecer a compreensão do fenômeno. Para esse fim, ferramentas numéricas podem trazer diversas vantagens na análise em relação a métodos experimentais, tais como o controle de condições de teste e a capacidade de se estudar em detalhes o escoamento em geometrias complexas como a de bombas centrífugas.

## 1.1 OBJETIVO

Tendo-se em vista as motivações expostas, o presente trabalho propõe estudar numericamente a dinâmica de bolhas isoladas de gás no interior do rotor do primeiro estágio de uma bomba centrífuga de rotor radial. Pretende-se avaliar o efeito de diversas variáveis no movimento de bolhas através do rotor, como forma de compreender os mecanismos físicos que levam à degradação de desempenho em operações com líquido e gás. Para esse fim, será avaliado o efeito da velocidade de rotação, vazão de líquido, diâmetro e posição da bolha na sua trajetória ao longo do rotor, bem como a influência das forças de arrasto, gradiente de pressão e massa virtual no movimento das bolhas.

Para o desenvolvimento do trabalho proposto, será utilizado o programa de dinâmica dos fluidos ANSYS® CFX® 15.0. Através do método de volumes finitos, serão resolvidas numericamente as equações da conservação da massa e quantidade de movimento para a fase contínua empregando-se o conceito de uma referencial Euleriano. Por sua vez, o movimento da bolha isolada, que se dá através do médio contínuo de líquido, será resolvido mediante uma solução Lagrangeana, que considera a bolha como uma partícula pontual,



sobre a qual a segunda lei de Newton é aplicada para obter sua trajetória e velocidade por meio de uma integração numérica de primeira ordem. A turbulência do escoamento da fase contínua será modelada utilizando o modelo *Shear Stress Transport (SST  $k-\omega$ )*.

Os resultados numéricos das trajetórias das bolhas serão comparados com os dados experimentais obtidos por Sabino (2015). Uma comparação entre as três forças consideradas será realizada para mostrar quantitativamente seu efeito em cada posição da bolha. Além disso, uma representação visual dessas forças será mostrada para observar suas direções e sentidos ao longo da trajetória da bolha.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Bombas centrífugas são amplamente utilizadas na extração de petróleo, através das técnicas de elevação artificial. Desde sua difusão foram feitas inúmeras pesquisas com o objetivo de melhorar seu desempenho para escoamento monofásico. Entretanto, nas últimas décadas, algumas pesquisas foram intensificadas e direcionadas a conhecer melhor a dinâmica do escoamento multifásico no interior do rotor de uma bomba centrífuga.

Para o caso de escoamento bifásico líquido-gás, entender o movimento individual das bolhas no meio contínuo constitui um primeiro passo para futuras análises de escoamentos mais complexos no interior da bomba. Essa é a principal motivação para o desenvolvimento do presente trabalho, dado que a literatura encontrada é ainda escassa e não proporciona uma análise detalhada das principais forças que influenciam no movimento de uma bolha isolada, quando move-se em presença do líquido dentro do canal do rotor.

Nesse sentido, a ferramenta de Dinâmica de Fluidos Computacional traz uma vantagem ao permitir uma análise mais detalhada do comportamento das forças em estudo, além de permitir simulações numéricas para uma ampla faixa operacional, toda vez que seja validada a metodologia numérica com dados experimentais. Espera-se que os resultados numéricos fornecidos contribuam a entender melhor o complexo fenômeno do processo de degradação da pressão em bomba centrífuga, quando essa opera com escoamento bifásico de líquido-gás.

## 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho está organizado em seis capítulos, cada qual comentado separadamente nos parágrafos a seguir.

O capítulo 1 apresenta uma introdução que contextualiza o problema em estudo, além dos objetivos, a justificativa e a estrutura da dissertação.

Em seguida, o capítulo 2 apresenta os principais estudos experimentais e numéricos encontrados na literatura em relação ao comportamento do escoamento bifásico na bomba centrífuga.

O capítulo 3 trata da modelagem matemática do problema. Em um primeiro momento, são descritas as equações que governam o escoamento de líquido no interior dos canais do rotor da bomba. Na sequência, apresenta-se a teoria do modelo de seguimento de partículas “*Particle Tracking*” utilizado pelo programa ANSYS® CFX 15.0 para calcular as trajetórias das bolhas individuais. Também são introduzidos os conceitos do modelo de turbulência SST  $k-\omega$ , utilizado para modelar a turbulência do escoamento.

O capítulo 4 apresenta a modelagem numérica, sendo mostradas as equações discretizadas do escoamento de líquido mediante o Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos (MVFbE). Também é descrita uma solução analítica para a modelagem da dinâmica das bolhas. O processo de geração e extração do domínio fluido da bomba é apresentado em seguida, além dos testes de independência de malha e os parâmetros das simulações.

Na sequência, o capítulo 5 apresenta os resultados obtidos das simulações numéricas, além da análise das forças presentes na dinâmica da bolha. Uma avaliação da influência da velocidade de rotação, vazão do líquido, diâmetro e posição da bolha sobre as trajetórias de diferentes bolhas também é realizada. A validação da metodologia numérica é feita através de uma comparação com os resultados obtidos experimentalmente por Sabino (2015).

Finalmente, o capítulo 6 apresenta o fechamento do trabalho com as conclusões finais e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No presente capítulo são apresentados os principais trabalhos experimentais e numéricos da literatura desenvolvidos sobre o escoamento bifásico em bombas centrífugas. Na primeira seção, apresentam-se as pesquisas desenvolvidas com relação ao comportamento do desempenho da bomba centrífuga operando com escoamento bifásico. Na segunda seção, discute-se sobre trabalhos com foco em visualização dos fenômenos que ocorrem no interior do rotor da bomba, assim como também as técnicas utilizadas. Na terceira parte, são mostrados estudos numéricos realizados acerca do escoamento bifásico em bombas centrífugas. Por fim, como fechamento deste capítulo, será apresentada uma discussão final que aborda os pontos mais relevantes desta revisão bibliográfica e em que aspecto o presente trabalho se insere como contribuição à literatura da área.

### 2.1 BOMBAS CENTRÍFUGAS COM ESCOAMENTO BIFÁSICO

A bomba centrífuga, como definido na introdução, é uma máquina hidráulica que continuamente promove o deslocamento de líquidos, transferindo energia ao fluido a fim de aumentar sua velocidade, a qual será finalmente convertida em pressão. Uma forma de medir o rendimento da bomba para certa condição operacional é através das curvas de altura de elevação, eficiência e potência consumida, como foi mostrada na Figura 1.2.

Dado que geralmente essas bombas são testadas pelo fabricante utilizando a água como fluido de trabalho, vários estudos foram desenvolvidos desde sua difusão na indústria, a fim de avaliar o comportamento das curvas de desempenho ( $H$  vs  $Q$ ,  $\dot{W}_{ent}$  vs  $Q$ ,  $\eta$  vs  $Q$ ) quando o fluido de trabalho é diferente da água. Entre as principais pesquisas que desenvolveram métodos de correção da influência da viscosidade no desempenho das bombas, encontra-se, por exemplo, o procedimento de Stepanoff (1967), que realizou um estudo experimental trabalhando com água e onze tipos de óleos diferentes. Outra pesquisa similar foi desenvolvida pelo *Hydraulic Institute* (1955), sendo sua metodologia comumente utilizada na indústria, pela praticidade de seus diagramas. Esse método permite a correção da vazão, altura de elevação e eficiência em função da viscosidade do fluido de trabalho (Ofuchi, 2015).

Outros autores mais contemporâneos como, Turzo et al. (2000), Güllich (1999), Li (2000) e Solano (2009), fizeram estudos a fim de avaliar os efeitos da viscosidade sobre a curva de desempenho das bombas operando com escoamento monofásico e obtiveram novos fatores de correção e modelos matemáticos, os quais contribuíram na literatura dessa área.

Por outro lado, pesquisas envolvendo escoamento bifásico, como água-ar, começaram a ser desenvolvidas a partir dos anos 1970, para a indústria nuclear. Na indústria do petróleo, o fenômeno torna-se de grande interesse pelo fato que a presença de bolhas de gás no escoamento de líquido gera uma queda do ganho de pressão nas bombas, reduzindo a taxa de produção nos poços, causando grandes prejuízos econômicos. Na sequência, serão apresentados, em ordem cronológica, trabalhos que abordam o escoamento bifásico em bombas centrífugas.

Murakami e Minemura (1974a) desenvolveram um dos trabalhos pioneiros em escoamento bifásico água-ar no interior de uma bomba centrífuga utilizada na indústria nuclear para refrigeração de reatores. Uma bancada experimental foi utilizada para medir o desempenho da bomba, cuja carcaça foi trocada por uma transparente para realizar visualizações do padrão do escoamento no interior do rotor. Através da associação entre as medições de desempenho e visualizações simultâneas de distribuição de gás no rotor, os autores puderam observar como o complexo padrão de formação de bolsões de gás culmina na queda de desempenho na bomba.

A Figura 2.1 mostra os resultados obtidos das medições do coeficiente de carga,  $\psi$ , potência,  $W$ , e a eficiência,  $\eta$ , em função do coeficiente de fluxo,  $\varphi$ , para várias razões volumétricas de gás e de líquido,  $q_g/Q$ . Os autores observaram uma queda do desempenho conforme aumentou a razão  $q_g/Q$ , como esperado. Uma queda suave do desempenho foi observada quando se incrementou a vazão volumétrica de gás, para valores de  $q_g/Q$  entre 0 e 0,04. Já para valores acima de  $q_g/Q=0,06$ , os autores observaram descontinuidades nas curvas do desempenho.

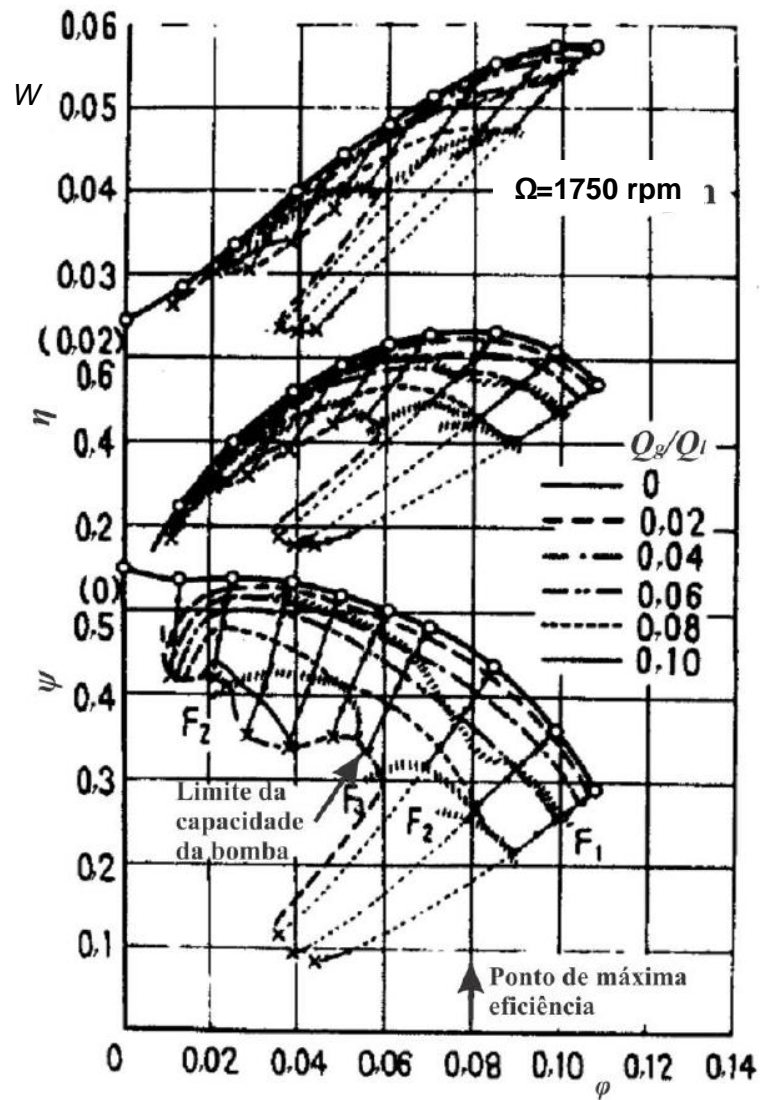
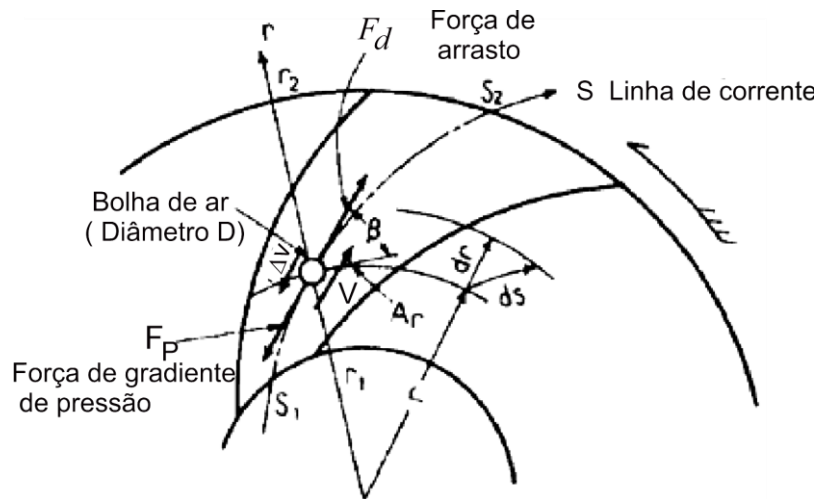


Figura 2.1—Curvas de desempenho da bomba como função das vazões de líquido, para várias vazões de gás de entrada (Adaptação de Murakami e Minemura, 1974a).

Murakami e Minemura (1974a) estudaram teoricamente as forças que governam o movimento de uma bolha. Seu modelo foi baseado na hipótese de uma bolha escoando sozinha ao longo de uma linha de corrente entre um meio contínuo líquido, desde a entrada até a saída do rotor radial, como representado na Figura 2.2. A força devido ao gradiente de pressão exercida pelo campo de líquido,  $F_p$ , atua contra o movimento da bolha. Em contrapartida o líquido exerce uma força de arrasto,  $F_d$ , em direção contrária à força de gradiente de pressão, devido ao movimento da bolha em relação ao líquido. Os autores assumem como aproximação que a bolha acelera em relação ao líquido ao longo da trajetória S, de tal forma que as forças de gradiente de pressão e arrasto estão em equilíbrio, isto é  $F_p = F_d$ . Dessa igualdade, pode-se obter uma expressão para a velocidade relativa da bolha em relação ao líquido,  $\Delta V_{rel}$ , como indicada na equação 2.1:

$$\Delta V = \sqrt{\frac{4D}{3C_D\rho_l}} (\partial P / \partial s), \quad (2.1)$$

onde  $C_D$ ,  $D$ ,  $\rho_l$  representam o coeficiente de arrasto, diâmetro da bolha e massa específica do líquido, respectivamente. O termo  $\partial P / \partial s$  é o gradiente de pressão produzido pelo movimento angular do rotor.



**Figura 2.2—Balanço de forças atuando sobre uma bolha no interior do canal do rotor da bomba centrífuga (Murakami e Minemura, 1974a).**

Uma das desvantagens dessa análise é o fato de considerar que a bolha segue a mesma linha de corrente do líquido. Além disso, os autores avaliaram somente a influência de duas forças atuando sobre a bolha. Deixando de lado por exemplo a análise da força de massa virtual, entre outras.

Dando sequência ao estudo anterior, Murakami e Minemura (1974b) estudaram o efeito do número de pás em bombas centrífugas operando com escoamento bifásico. Nesse estudo experimental foram utilizados rotores com 3, 5 e 7 pás, sendo denotados por  $P_3$ ,  $P_5$  e  $P_7$ , respectivamente. Os autores observaram que, para os rotores  $P_5$  e  $P_7$ , o ganho de pressão da bomba, para uma mesma vazão de líquido, sempre decresce com o aumento da vazão de gás, como normalmente esperado em função da degradação causada pelo acúmulo de ar nos canais da bomba. Entretanto, o rotor  $P_3$ , por possuir um menor número de pás e, portanto, canais mais largos, apresentou um comportamento peculiar de desempenho com o aumento da vazão de gás; para uma dada faixa, a dinâmica do gás no interior do rotor foi tal que um ligeiro aumento de desempenho foi observado em função da presença do gás, o que ressalta a complexidade da influência do padrão de escoamento bifásico no desempenho de uma bomba. Entretanto, essa faixa foi estreita e, em geral, o desempenho da bomba foi severamente deteriorado para altas vazões de gás.

Lea e Bearden (1982) realizaram um dos primeiros trabalhos sobre escoamento bifásico em bombas ligadas à indústria do petróleo. O trabalho foi dividido em duas pesquisas para avaliar o efeito do gás no desempenho de três bombas centrífugas submersas. A primeira pesquisa utilizou uma bomba de fluxo radial operando com água e ar como fluido de trabalho. De forma geral, os resultados mostraram que o desempenho da bomba diminuiu com o aumento da fração de gás livre,  $\lambda = q_g / (q_g + Q)$ , onde  $q_g$  e  $Q$  são as vazões volumétricas de gás e líquido, respectivamente. Para frações de gás livre menores que 4,5%, a degradação do desempenho foi baixa, quando comparada ao desempenho da bomba operando com escoamento monofásico. Para a faixa  $\lambda = [7\% - 14\%]$ , a degradação aumentou significativamente, e a bomba passou a ter um comportamento instável. Esse comportamento foi denominado pelos autores como “*surging*”, terminologia que vem sendo usada largamente desde então.

A segunda pesquisa desenvolvida por Lea e Bearden (1982) utilizou uma nova bomba de fluxo radial, além de uma bomba de fluxo misto, utilizando dessa vez diesel e CO<sub>2</sub> como fluidos de trabalho. Os experimentos foram realizados em duas frações de gás livre de 10% e 15%, para duas pressões de admissão de 50 e 100 psi (344,7 e 689,5 kPa, respectivamente). Os resultados mostraram que para uma fração de gás livre de 10%, ambas as bombas não operaram em regime instável (*surging*), na faixa medida. Para  $\lambda = 15\%$ , ambas passaram a apresentar faixas de instabilidade para vazões volumétricas abaixo do ponto de máxima eficiência. Em geral, os autores verificaram que as bombas de fluxo misto lidam melhor que as bombas de fluxo radial quando operam com misturas bifásicas. Contudo, não foram dadas explicações para essa melhora.

Cirilo (1998) realizou um estudo experimental utilizando água e ar como fluido de trabalho, para avaliar o comportamento de duas bombas centrífugas submersas de fluxo misto, GN7000 (vazão do projeto 46,4 m<sup>3</sup>/h, 13 estágios) e GN 4000 (vazão do projeto 26,5 m<sup>3</sup>/h, 18 estágios), e uma de fluxo radial, GN 2100 (vazão do projeto 13,9 m<sup>3</sup>/h, 35 estágios). O foco do autor consistiu em analisar exclusivamente o desempenho de bombas para diferentes condições operacionais de vazão de gás, vazão de água, pressão de entrada e velocidade de rotação, sem detalhes exclusivos da dinâmica do escoamento ou demais análises de fenômenos específicos.

Cirilo (1998) observou, como anteriormente mostrado por Lea e Bearden (1982), a degradação do desempenho da bomba com o aumento da fração de vazio quando se mantém uma velocidade de rotação constante e uma pressão de admissão fixa. Esse comportamento é mostrado na Figura 2.3 onde o eixo das abcissas representa a vazão de líquido em m<sup>3</sup>/h, e o eixo das ordenadas representa a altura de elevação, em m. O autor observou uma inflexão da altura de elevação, com a diminuição da vazão de líquido.

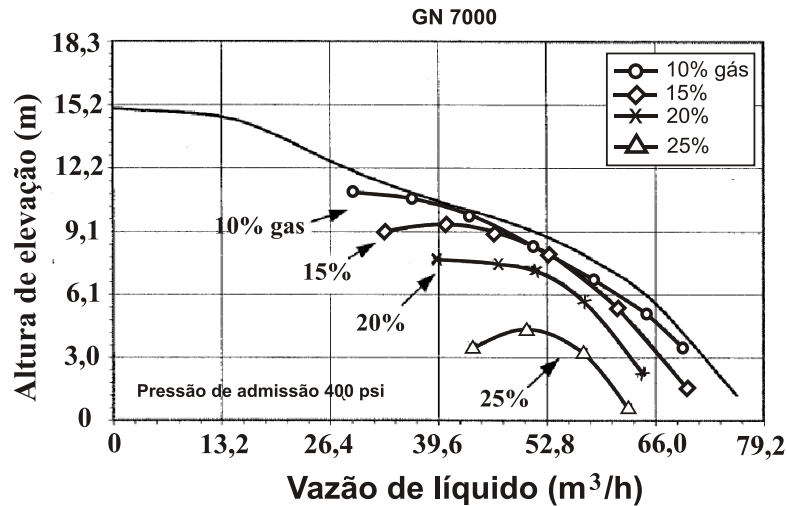


Figura 2.3—Curvas de desempenho para um escoamento bifásico água- ar em uma BCS de fluxo misto, para diferentes frações de vazio (Cirilo, 1998).

Cirilo (1998) apresentou uma correlação entre a pressão de admissão e a fração de gás máxima que a bomba pode tolerar em operação estável. Essa correlação foi limitada para frações maiores que 15% e não depende da velocidade de rotação e do número de estágios.

$$\alpha = 0,0187 p_e^{0,4342}, \quad (2.2)$$

onde  $p_e$  é a pressão de sucção em psi.

Estevam (2002) desenvolveu um estudo experimental para visualização do padrão de gás em um protótipo rotativo e medição de desempenho em uma bomba centrífuga operando com escoamento bifásico. O autor utilizou um protótipo de bomba, com rotor e difusor transparente, equivalente a uma bomba tipo Reda DN-280, utilizada na indústria do petróleo. O objetivo foi visualizar padrões de escoamento no interior do rotor. O autor também utilizou uma segunda bomba centrífuga, com rotor de tipo radial, para levantar as curvas de desempenho operando com uma mistura bifásico de água e ar. Com base em suas observações experimentais, as quais serão detalhadas na seção 2.2, Estevam (2002) desenvolveu uma modelagem matemática baseada no modelo de dois fluidos, a fim de realizar um mapeamento do escoamento no interior do rotor. O autor propôs um número adimensional chamado indicador de *surging*,  $I_s$ , que é definido como:

$$I_s = C_D \left( \frac{\bar{R}}{D_{bm}} \right) F_{r\omega}, \quad (2.3)$$

onde  $C_D$  é o coeficiente de arrasto,  $\bar{R}$  é o raio médio do rotor,  $D_{médio-b}$  é o diâmetro médio de bolha e  $F_{r\omega}$  é o número de Froude centrífugo. Esse número é uma função da força centrífuga e da força de arrasto. Segundo Estevam (2002), a primeira força atua para reter as bolhas



dispersas que ingressam ao rotor, favorecendo à coalescência das mesmas. Entretanto, a segunda força, quando supera à força centrífuga, ajuda as bolhas na entrada do canal a serem arrastadas para a periferia do rotor.

Duran (2003) realizou um estudo da degradação do desempenho em bombas, incorporando, também, mapas de padrões de escoamento encontrados durante suas observações. Um exemplo é mostrado na Figura 2.4, onde são descritos três padrões de escoamento no interior de um estágio de BCS operando com escoamento bifásico.

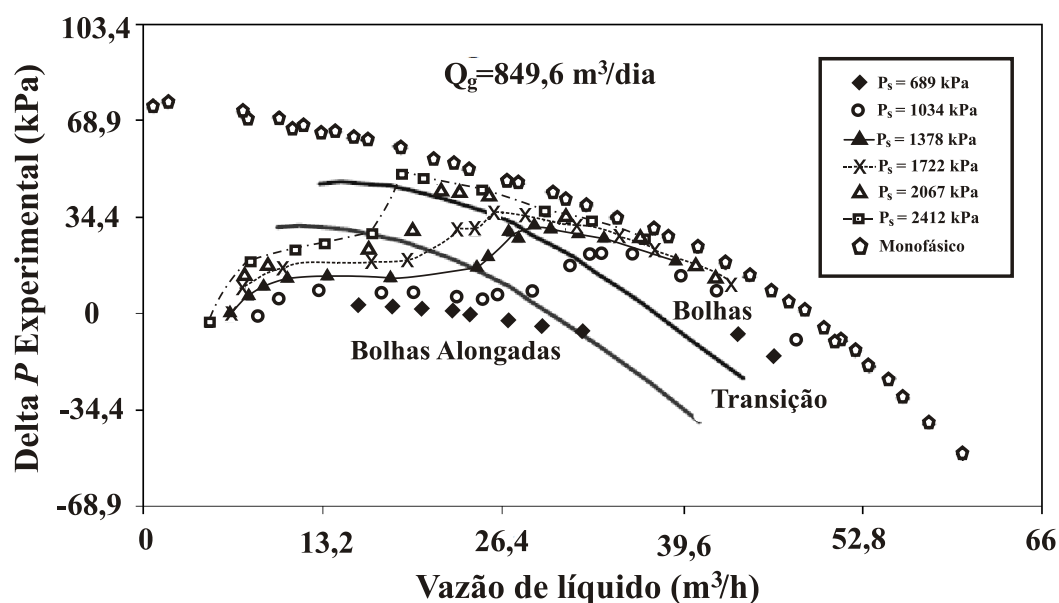


Figura 2.4—Regiões e limites de padrões de escoamento no desempenho de uma bomba centrífuga num escoamento bifásico (Duran, 2003).

Segundo Duran (2003), o primeiro padrão identificado, chamado de bolhas dispersas, apresentou um comportamento similar ao encontrado num escoamento monofásico, onde o incremento da pressão aumenta quando se diminui a vazão de líquido. O segundo padrão, chamado pelo autor de transição, foi caracterizado pelo decréscimo do ganho de pressão com a diminuição da vazão de líquido. Esta região de transição foi a mesma observada por Lea e Bearden (1982) e Cirilo (1998) nas faixas em que a bomba opera em condição instável. O último padrão, denominado de bolhas alongadas, caracteriza-se pela pequena influência da diminuição da vazão de líquido no ganho de pressão, até um ponto em que o desempenho da bomba cai abruptamente e se torna praticamente nulo.

Outros estudos focam na influência de certas condições operacionais no desempenho das bombas operando com escoamento bifásico como exemplos, tem-se os trabalhos desenvolvidos por Zapata (2003) e Monte Verde (2011). Os autores estudaram independentemente a influência da velocidade de rotação no desempenho da BCS. Observa-

se, em geral, que um aumento da velocidade de rotação atrasa a transição entre bolhas dispersas e alongadas, aumentando a janela de operação da bomba. Porém, os autores não discutiram detalhadamente a fenomenológica desse comportamento.

Barrios (2007) realizou um estudo experimental, teórico e numérico do escoamento bifásico líquido-gás em uma BCS. O objetivo geral de seu trabalho foi visualizar os padrões do escoamento, o comportamento da bolha dentro da BCS e prever as condições operacionais que causam o *surging*. A autora propôs um modelo mecanicista partindo de uma análise unidimensional das forças de arrasto e pressão que atuam sobre a bolha. O modelo descreve o início do desenvolvimento de *surging* e depende de duas variáveis: o tamanho da bolha de estagnação e um coeficiente de arrasto corrigido em função da velocidade de rotação e do número de Reynolds da bolha:

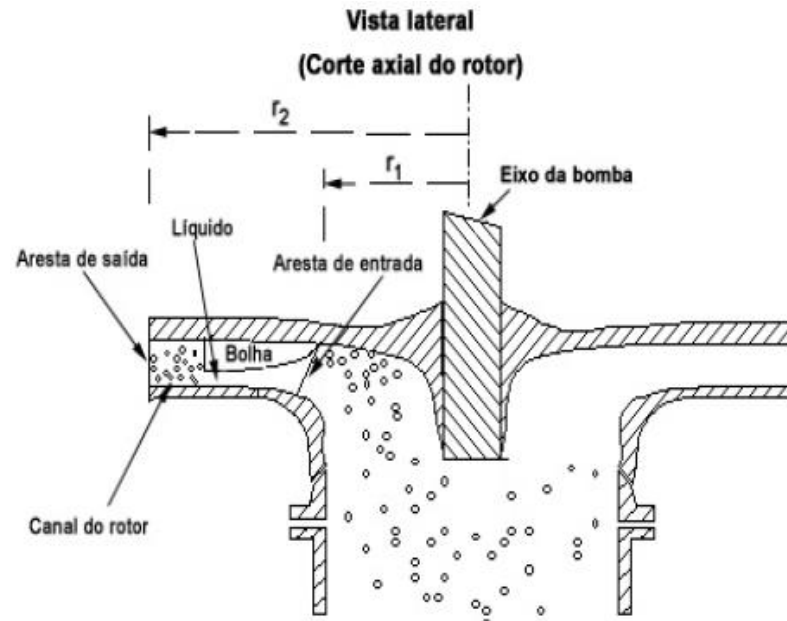
$$(2\pi\Omega)^2 r_1 (\rho_l - \rho_g) - \frac{3}{8} \frac{\rho_m}{r_{b\_surg}} (V_{rl})^2 C_d = 0, \quad (2.4)$$

onde  $\rho_l$ ,  $\rho_g$ ,  $\rho_m$  são as massas específicas do líquido, gás e da mistura, respectivamente.  $\Omega$  é a velocidade de rotação,  $r_1$  representa o diâmetro da entrada do rotor,  $r_{b\_surg}$  é o tamanho da bolha para o qual se torna estagnada na entrada do canal causando o *surging* e  $C_d$  é o coeficiente de arrasto.

Detalhes sobre visualizações de escoamentos bifásicos e resultados numéricos realizadas por Barrios (2007) em uma BCS são apresentados respectivamente nas seções 2.2 e 2.3.

## 2.2 VISUALIZAÇÃO DO ESCOAMENTO BIFÁSICO NO INTERIOR DAS BOMBAS CENTRÍFUGAS

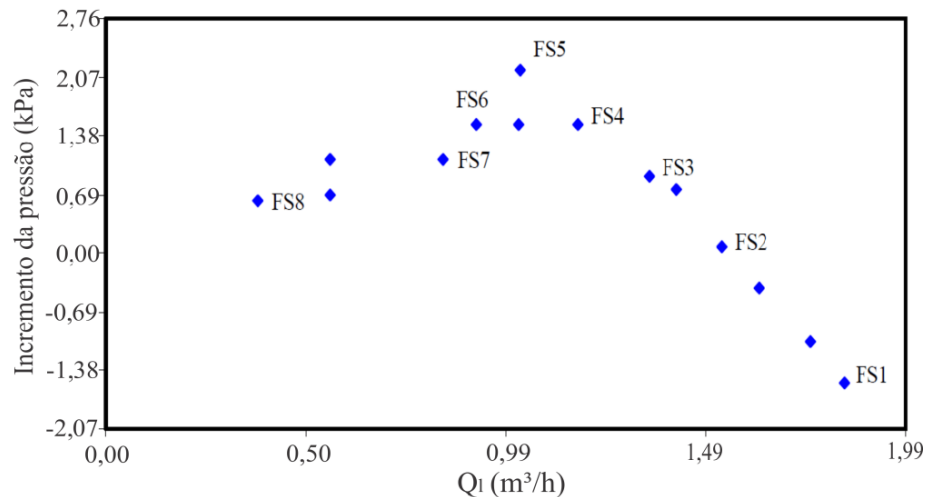
Estevam (2002), mediante visualizações no interior de um protótipo de rotor, observou dois tipos de padrão de distribuição do gás. O primeiro padrão foi caracterizado pela presença de bolhas dispersas em todo o canal, que ocorreu quando a fração de vazio de entrada é baixa. Este tipo de padrão fez com que o ganho de pressão do rotor seja muito similar ao observado para escoamento monofásico. O segundo padrão observado pelo autor foi caracterizado pela presença de uma bolha alongada estacionária, seguida de bolhas dispersas na região da entrada do canal. Na extremidade final dessa bolha, observou-se uma região de remistura, onde pequenas bolhas de gás se desprendiam, sendo finalmente incorporadas ao escoamento de líquido. Uma representação esquemática do indicado acima é mostrada na Figura 2.5.



**Figura 2.5—Vista de corte da formação da bolha alongada no canal do rotor. (Estevam, 2002).**

Barrios (2007) utilizou uma câmera de alta velocidade para realizar testes de visualização nos canais de um protótipo de rotor de uma bomba centrífuga submersa. O estudo envolveu a identificação de padrões de escoamento e a análise de diâmetros de bolhas presente no interior do rotor. Os testes foram realizados para diferentes velocidades de rotação.

A Figura 2.6, mostra o incremento de pressão, em kPa, como função da vazão de líquido, em  $\text{m}^3/\text{h}$ , para uma vazão de gás constante de  $4,25 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{h}$  e uma velocidade de rotação de 600 rpm. Oito pontos denotados de FS1 a FS8 foram indicados sobre os valores medidos. Cada uns desses oito pontos foram avaliados por meio das imagens indicadas na Figura 2.7. O objetivo dessa comparação foi associar o comportamento observado no desempenho da bomba com os fenômenos visualizados no rotor, em especial ao ponto de *surging*.



**Figura 2.6—Incremento de pressão em função da vazão de líquido para uma velocidade de rotação 600 rpm (Barrios, 2007).**

Barrios (2007) observou, nos pontos FS1 e FS2, uma recirculação entre as pás no ingresso e na saída de cada canal. Na periferia do rotor, as bolhas tendem a recircular de volta para a entrada, até um ponto em que elas se separam e migram para o lado de pressão da pá. Em seguida, estas bolhas recirculam novamente para o canal seguinte. Algumas bolhas provenientes da entrada também tendem a recircular para os outros canais na admissão da bomba, enquanto que alguns delas escoavam para a direção periférica, pelo lado de pressão. Estes movimentos são ilustrados pelas linhas vermelhas na Figura 2.7.

Para vazões de líquido menores, como no ponto FS3, foram observadas mais aglomerações de bolhas. A presença de bolhas maiores indicou que a coalescência ocorre no interior da bomba, e que o caminho da recirculação no interior do canal, como antes observado para os pontos FS1 e FS2, não deixa que as bolhas provenientes do ingresso escoem livremente na direção radial. Por conseguinte, elas desviam-se das linhas de corrente do escoamento e fluem para o lado de pressão da pá, onde terminam por coalescer e recircular para o canal seguinte. Entretanto, para o ponto FS4 foram observados os primeiros acúmulos de bolhas na entrada do canal hidráulico. Segundo a autora isto aconteceu porque as bolhas provenientes da entrada e as bolhas de recirculação se juntaram perto da admissão do rotor.

Um aumento da fração de vazio fez que o ganho de pressão da bomba se degrade drasticamente (ver FS5 na Figura 2.6), iniciando o fenômeno de *surging*, como mostrado nas imagens FS5 e FS6 na Figura 2.7. Nesse ponto, um bolsão de gás (*gas pocket*) foi observado na entrada do canal. Uma recirculação na saída do rotor ainda foi vista, bloqueando a passagem das bolhas provenientes da entrada do rotor. No ponto FS6, um bolsão de gás maior foi notado. Já para o ponto FS7, quase 50% da queda do ganho de pressão foi observada pela autora, quando comparado com o desempenho monofásico. O bolsão de gás

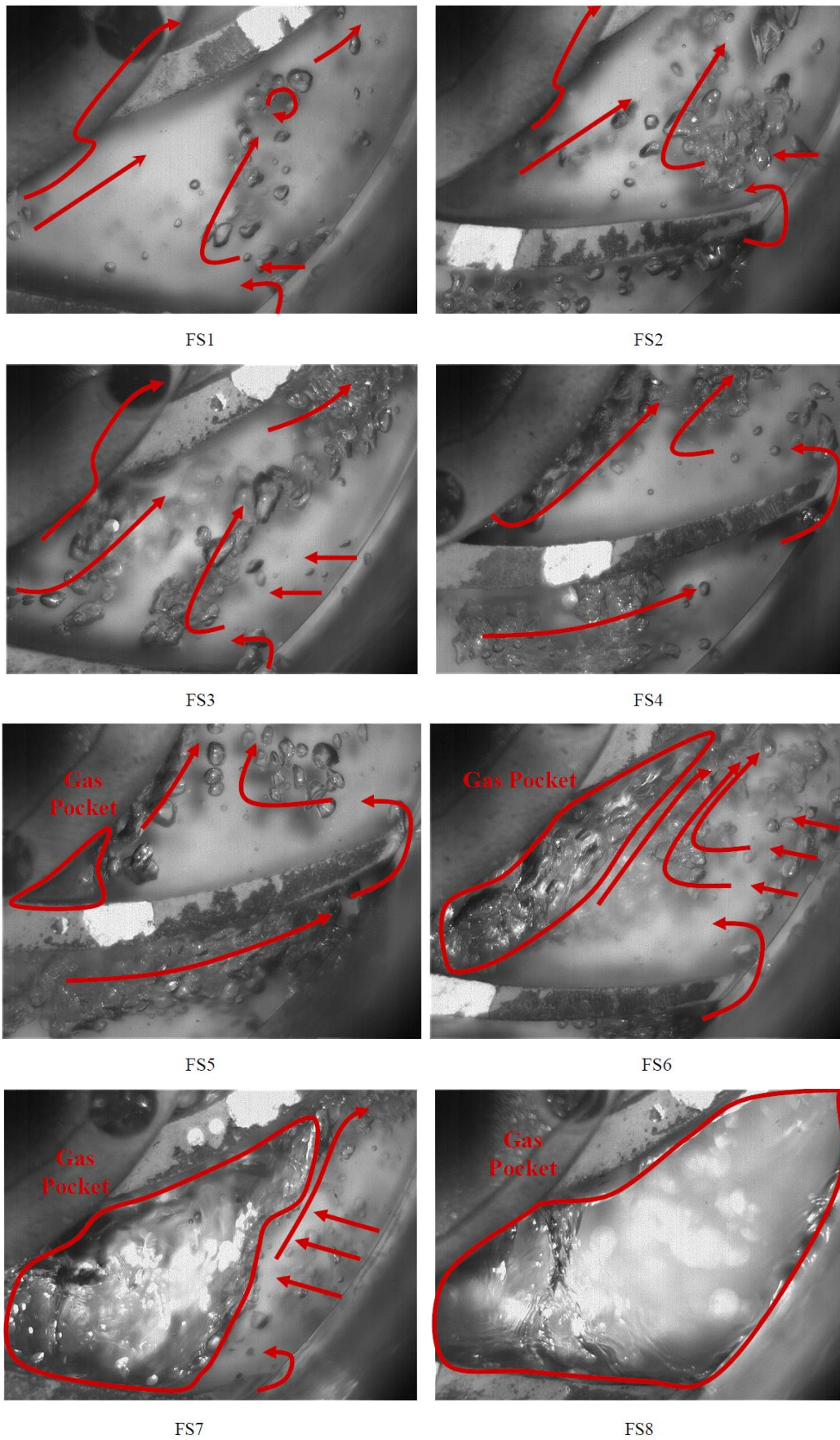
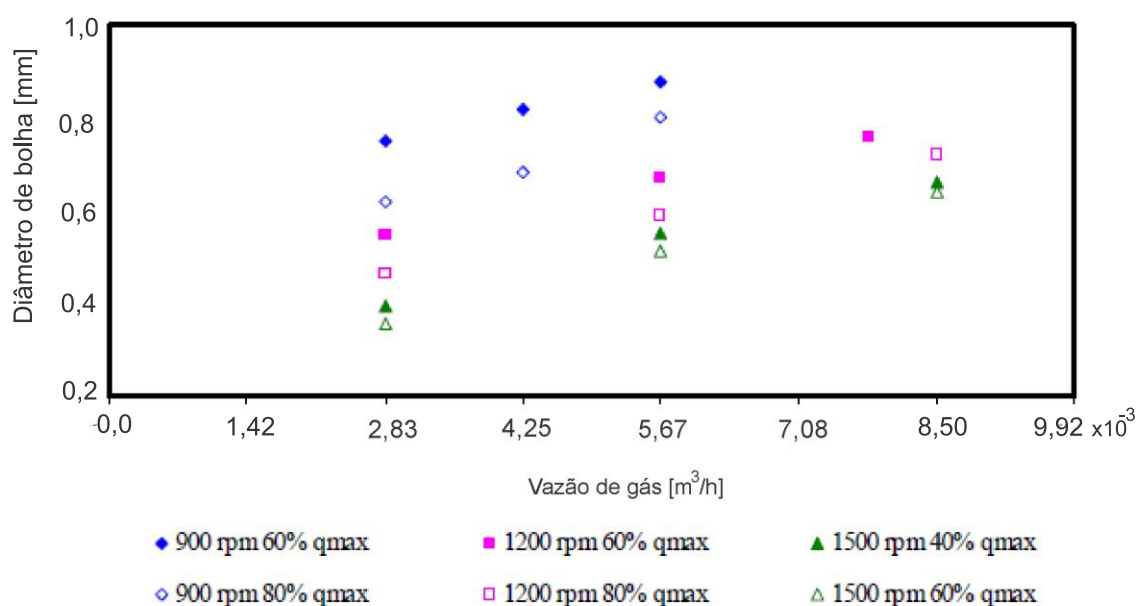


Figura 2.7—Imagens da distribuição do gás no canal do rotor para 600 rpm e  $4,25 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{h}$  (Barrios, 2007).

ocupou cerca do 75% da área frontal do rotor. A autora notou que o líquido escoava por debaixo do bolsão de gás, embora não possuísse recursos para mostrar esse efeito em detalhe. Finalmente no ponto FS8, quase nenhum aumento de pressão foi obtido e o bolsão de gás bloqueava quase todo o caminho do canal do rotor.

Barrios (2007) também analisou o diâmetro das bolhas para duas diferentes posições no interior do rotor. Ela avaliou bolhas próxima da entrada do canal e bolhas provenientes do caminho de recirculação na periferia do rotor, usando técnicas de visualização. A autora identificou tanto bolhas esféricas como não esféricas, sendo que para o último caso foi adotado um conceito de diâmetro equivalente. Os resultados desse teste, para as condições na qual ocorre o *surging*, são mostrados na Figura 2.8. A autora observou para todas as velocidades de rotação testadas (900 rpm, 1200 rpm, 1500 rpm) um incremento do diâmetro das bolhas com o aumento da fração de gás. Além disso, notou-se que o diâmetro das bolhas decresceu com o aumento da velocidade de rotação e a vazão do líquido.



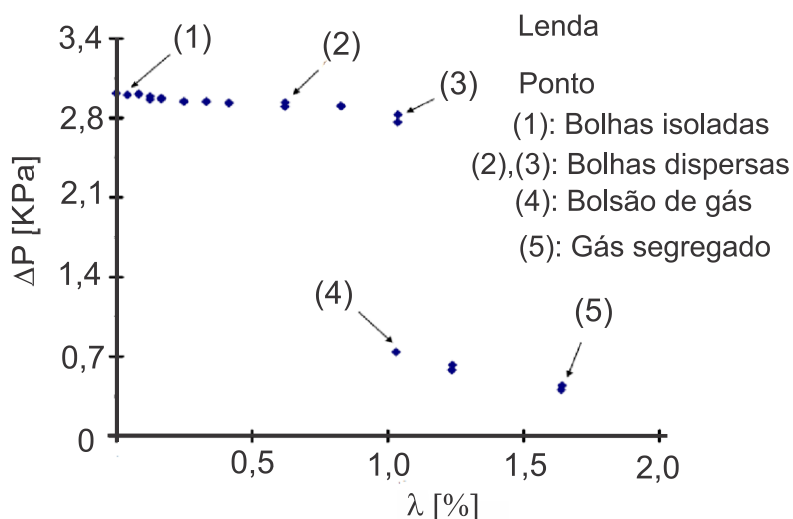
**Figura 2.8—Variação do diâmetro das bolhas para diferentes velocidades de rotação e vazão de líquido (Barrios, 2007).**

Gamboa (2008) realizou um estudo experimental para visualizar o comportamento das bolhas dentro do canal do rotor de uma BCS. O autor fez algumas modificações ao protótipo transparente desenvolvido por Barrios (2007). Como fluido de trabalho, foram utilizados água destilada e ar, e para alguns testes o ar foi substituído por hexafluoreto de enxofre (SF6) que é cerca de seis vezes mais pesado que o ar em condições atmosféricas.

Gamboa (2008) propôs um mapa de degradação que relaciona as vazões das fases, os padrões do escoamento e o desempenho da bomba. O objetivo do seu trabalho foi

identificar e descrever o comportamento do gás para os padrões de escoamento identificados. A Figura 2.9, mostra o valor do incremento de pressão da bomba em função da fração volumétrica de gás,  $\lambda$ , para uma velocidade de rotação de 600 rpm. Os padrões de escoamento observados pelo autor são mostrados através de cinco pontos. O ponto (1) corresponde a uma fração volumétrica de 0,04 %. Nesse ponto, ele observou que o incremento de pressão foi semelhante ao obtido com escoamento monofásico. Uma imagem do escoamento na BCS para o ponto (1) é mostrada na Figura 2.10 (a), onde segundo o autor bolhas foram vistas escoando dentro do canal do rotor sem nenhuma interação entre elas. Diferentes formas e tamanhos de bolhas foram observadas, mas o diâmetro equivalente observado foi menor que 0,45 mm. O autor denominou esse padrão de “bolhas isoladas”.

O ponto (2), cuja região é denominada de “bolhas dispersas”, foi originado devido a um aumento da fração volumétrica de gás, que provocou um acréscimo significativo do número de bolhas, causando aglomerações entre elas, como é observado na Figura 2.10 (b). Notam-se três grupos de bolhas: as menores, as quais estão próximas da coroa movendo-se rapidamente para fora do rotor; as intermediárias, que escoam na região entre a coroa e a metade da altura do canal e são arrastadas para fora do rotor ou aprisionadas em uma zona de recirculação dentro do canal; e as maiores, que escoam seguindo as linhas do líquido, perto do cubo do canal, desde a fase posterior do canal (zona de baixa pressão) para a periferia (zona de alta pressão).



**Figura 2.9—Padrões de escoamento identificados em função da fração volumétrica de gás (Gamboa, 2008).**

Gamboa (2008) observou que um novo aumento da fração volumétrica de gás até os pontos (3) e (4) causou o *surgings*. Na Figura 2.9, observa-se, para esses pontos, que as frações volumétricas de gás são as mesmas, mas com padrões de escoamento diferentes. A

Figura 2.10(c) mostra um padrão do escoamento muito similar ao ponto (2) com a diferença de que aqui o acúmulo das bolhas parece ser mais significativo do que a condição anterior. Passados alguns minutos de operação, o ponto (3) segue uma queda drástica da altura de elevação, dando origem ao ponto (4) mostrado na Figura 2.10(d). Nesse caso, observou-se uma bolsa de gás no interior do canal do rotor que estende-se desde o cubo até o meio do canal, perto do lado de pressão da pá.

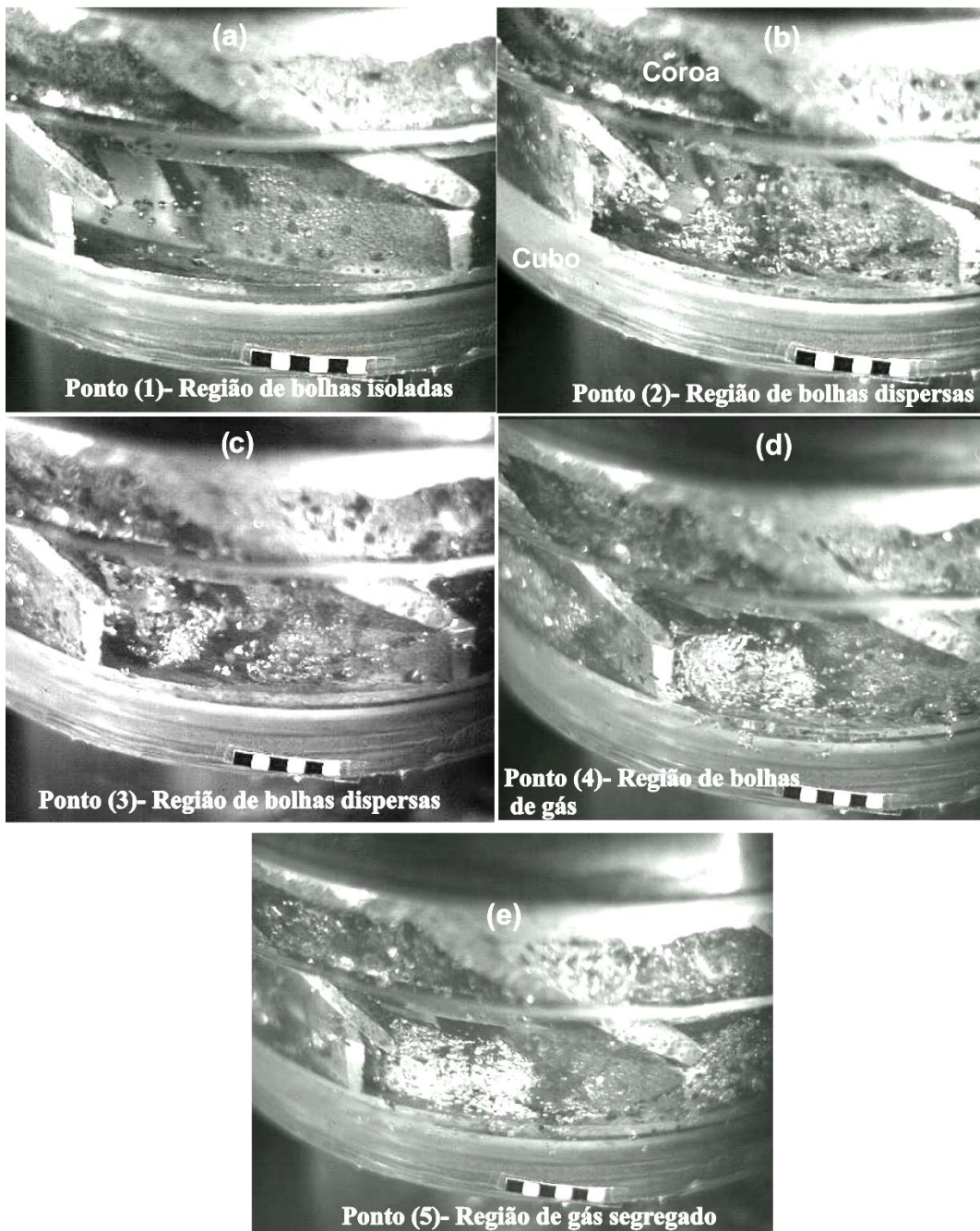


Figura 2.10—Visualização dos padrões de escoamento identificados nos pontos descritos pela Figura 2.9. (Gamboa, 2008).



Aumentando-se ainda mais a vazão de gás, obtém-se o ponto (5), que de acordo com o autor representa uma condição em que as bolhas têm seu volume bastante aumentado. Esse efeito é mostrado na Figura 2.10(e). O autor nota que, nesse caso, pequenas bolhas são liberadas para fora do rotor devido a uma quebra de bolhas maiores, enquanto que outras bolhas são arrastadas pelo líquido para recircular dentro do rotor. Este ponto foi chamado como de gás segregado.

Sabino (2015) construiu uma bancada experimental para realizar testes de visualização no interior de um rotor de uma bomba radial de duplo estágio. A carcaça da bomba foi substituída por um modelo em acrílico, enquanto que o rotor teve sua geometria fielmente remodelada em resina transparente. Os testes foram realizados para velocidade de rotação relativamente baixas (110, 120, 170 e 220 rpm) e para vazões de líquido entre o ponto de máxima eficiência (BEP) e até 20% maiores. Quanto ao gás, foram testadas vazões muito baixas, como forma de se obter o escoamento de pequenas bolhas isoladas em meio ao líquido nos canais do rotor. Uma câmera de alta velocidade foi utilizada para capturar a distribuição do gás nos canais hidráulicos, e uma técnica de associação de pixels e posições foi empregada para capturar a trajetória, a velocidade e o diâmetro das bolhas.

O autor observou que a maioria das bolhas tendem a escoar pelo lado de sucção da pá, provavelmente devido à existência de gradientes de pressão transversais no rotor. Uma representação das trajetórias das bolhas de diferentes diâmetros é mostrada na Figura 2.11, onde se observa como bolhas no lado de sucção tendem a se afastar na saída do canal. Segundo Sabino (2015), isso se deve à ação da força de Coriolis.

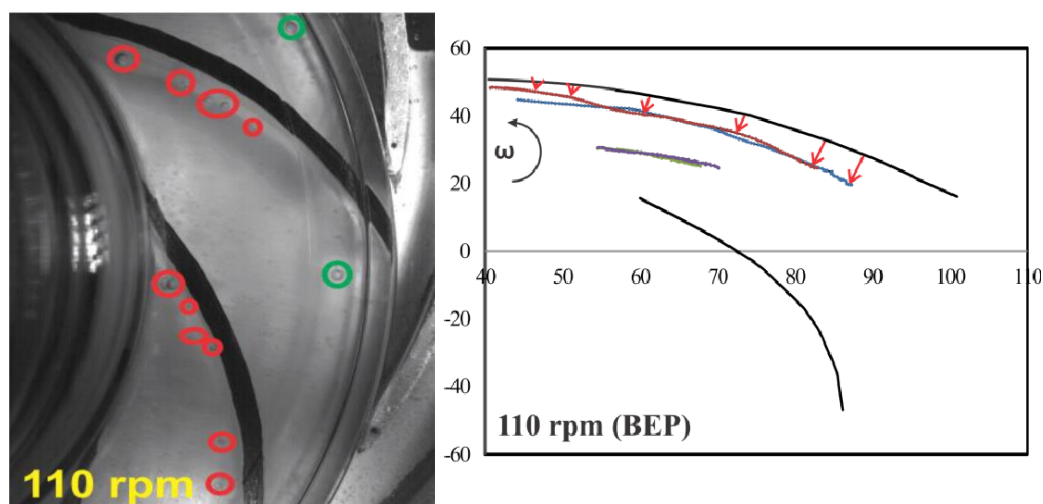
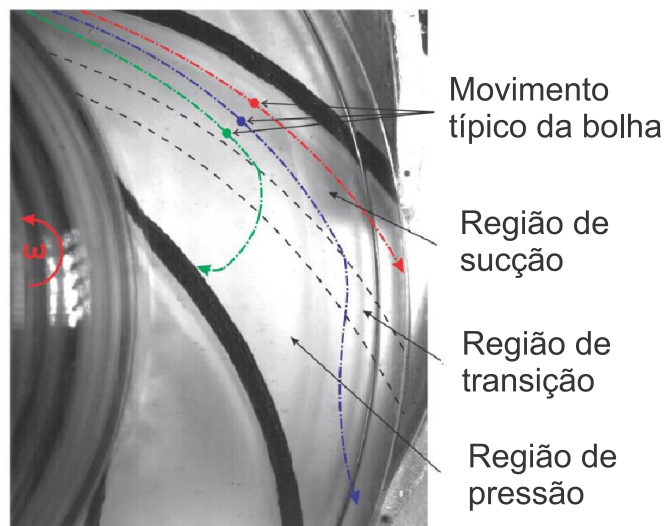


Figura 2.11—Visualização das bolhas escoando no lado de sucção da pá (Sabino, 2015).

Sabino (2015) ressaltou nas suas discussões que as bolhas de gás podem realizar três tipos de trajetórias básicas no interior do canal. O caminho mais comum das bolhas é

encontrado próximo ao lado de sucção da pá, identificado pela cor vermelha na Figura 2.12. Nessa região, as bolhas saem com maior facilidade do rotor. A segunda trajetória observada é representada pela linha tracejada de cor verde. A bolha escoava inicialmente na região de sucção, mas conforme avança para a periferia do rotor, ela atinge a região de pressão mudando drasticamente sua trajetória em direção à entrada do rotor. Finalmente, a terceira trajetória é representada pela linha de cor azul. Segundo o autor, esse tipo de comportamento não foi muito observado em comparação aos casos anteriores. Entretanto, ele reflete bem a tendência esperada entre as duas trajetórias anteriormente descritas, sendo que o movimento segue pouco alterado até próximo da saída do rotor, quando um forte gradiente de pressão empurra a bolha para a face de pressão do canal; embora esse efeito não seja suficiente para fazer a bolha retornar à entrada do canal, um desvio significativo de trajetória é identificado, o que ressalta a grande complexidade associada ao fenômeno.



**Figura 2.12—Trajetórias preferenciais das bolhas no interior do canal do rotor (Sabino, 2015).**

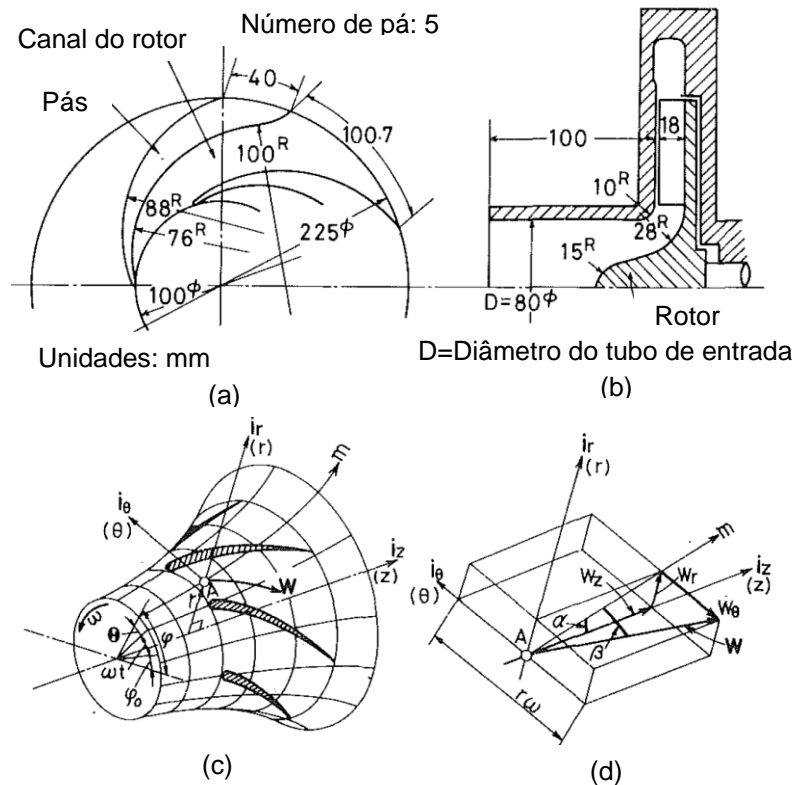
A presente seção mostrou de forma clara os distintos padrões de escoamentos formados no interior do rotor de bombas centrífugas quando opera com escoamento de líquido-gás. Porém, o acúmulo de gás no interior dos canais hidráulicos e o caminho preferencial das bolhas precisa ainda de mais estudos, uma vez que distintas tendências são observadas na literatura, como discutido. Além disso, detalhes de visualização do campo de escoamento podem, muitas vezes ajudar a validar modelos numéricos e, em extensão otimizar geometrias de bombas para operar com escoamento bifásico.

## 2.3 ESTUDOS NUMÉRICOS EM BOMBAS CENTRÍFUGAS COM ESCOAMENTO BIFÁSICO

A utilização da dinâmica de fluidos computacional (CFD) constitui atualmente uma ferramenta útil em diversas áreas de estudos, dada as inúmeras vantagens que proporciona, uma vez validada de forma coerente com dados experimentais. O uso de CFD em bombas centrífugas possibilita o estudo detalhado do campo de escoamento de líquido, além da análise de uma ampla gama de condições operacionais.

No entanto, sua utilização para escoamentos multifásicos ainda se encontra em etapa de desenvolvimento, devido às complexidades dos fenômenos presentes. Somando-se a isso a inerente complexidade geométrica e operacional de turbomáquinas, a simulação de escoamentos bifásicos em bombas pode ser considerada um desafio desde o ponto de vista computacional. São escassos os trabalhos a respeito, sendo a seguir apresentados os estudos mais relevantes na área.

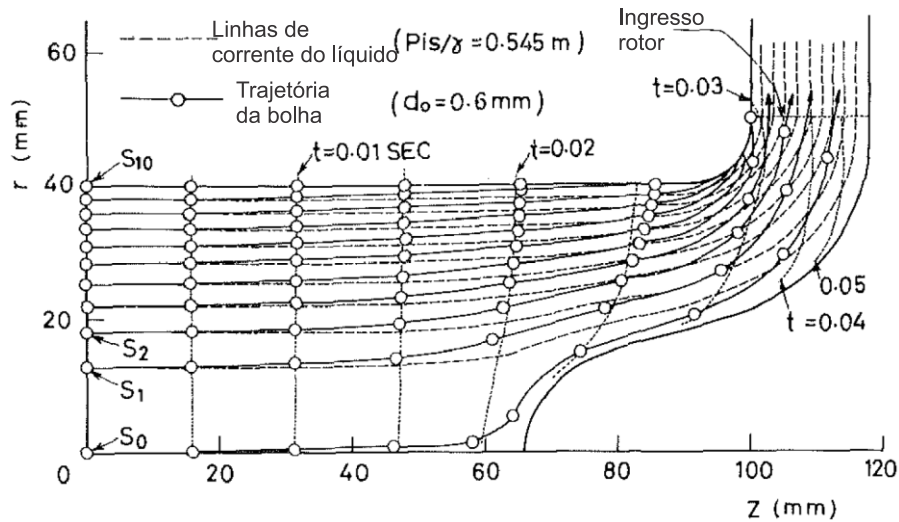
Minemura e Murakami (1980) realizaram um enfoque Euleriano–Lagrangeano de seguimento de partículas para estudar numericamente o movimento de bolhas individuais num rotor radial de 5 pás. Uma abordagem de “uma via” foi utilizada, isto é, o campo de líquido influencia no movimento das bolhas, mas o efeito da passagem das bolhas no meio líquido é desprezado. A Figura 2.13 mostra esquematicamente a geometria do rotor estudada pelos autores. Uma vista superior e de corte da seção transversal é observada ((a) e (b) na Figura). Adicionalmente, é mostrado o sistema de coordenadas rotatório adotado pelos autores para representar seus resultados. Suas análises foram feitas no olho do rotor (plano  $r-z$ ) e na região interior do rotor (plano  $m-\theta$ ). Uma decomposição do vetor da velocidade do líquido é indicada na Figura 2.13 (d).



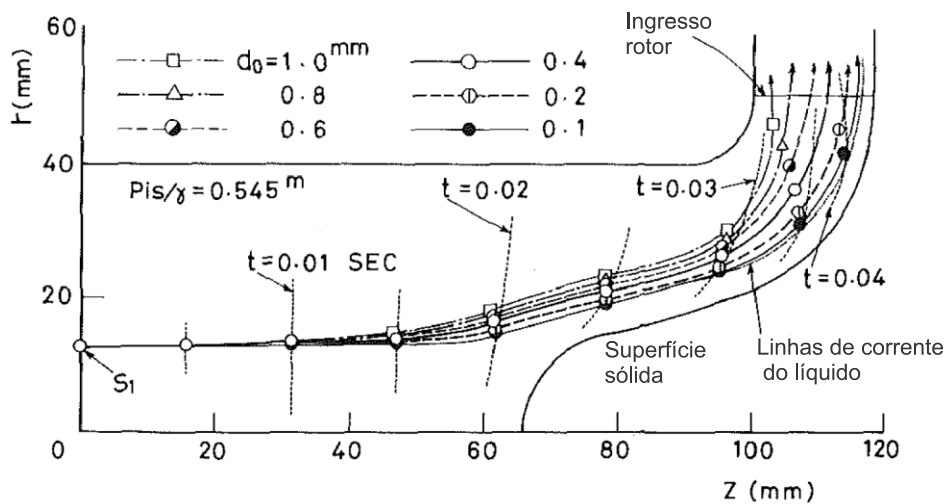
**Figura 2.13—Esquema da geometria do rotor (a) vista superior. (b) vista de seção meridional, (c) sistema de coordenadas utilizados e (d) vetor da velocidade do líquido (Minemura e Murakami, 1980).**

Os resultados das trajetórias das bolhas puderam ser comparados com dados experimentais, observando-se as diferenças de suas trajetórias com as linhas de corrente do líquido. A Figura 2.14 mostra a trajetória que segue uma bolha de diâmetro 0,6 mm quando é lançada de diferentes posições (denotadas por  $S_0$  até  $S_{10}$ ). A análise foi feita na região do olho do rotor, para uma velocidade de rotação de 1750 rpm, no ponto de máxima eficiência (BEP). Os autores assumiram que as bolhas iniciam seu movimento a 100 mm antes da entrada do rotor, com uma velocidade igual da água.

Na Figura 2.14, as posições das bolhas são mostradas cada 0,005 s. Observa-se que as trajetórias delas começam a desviar-se gradualmente das linhas de corrente do líquido para a curvatura superior do ingresso do rotor, resultando essa região lotada de bolhas. Note-se que o desvio depende do diâmetro da bolha e tende a ser menor quando decresce seu diâmetro, como mostrado na Figura 2.15, onde a posição inicial do movimento da bolha é tomada na seção  $S_1$ .



**Figura 2.14—Representação esquemática da trajetória da bolha e linhas de corrente do líquido no olho do rotor, para diferentes posições iniciais da bolha de diâmetro 0,6 mm (Minemura e Murakami, 1980)**

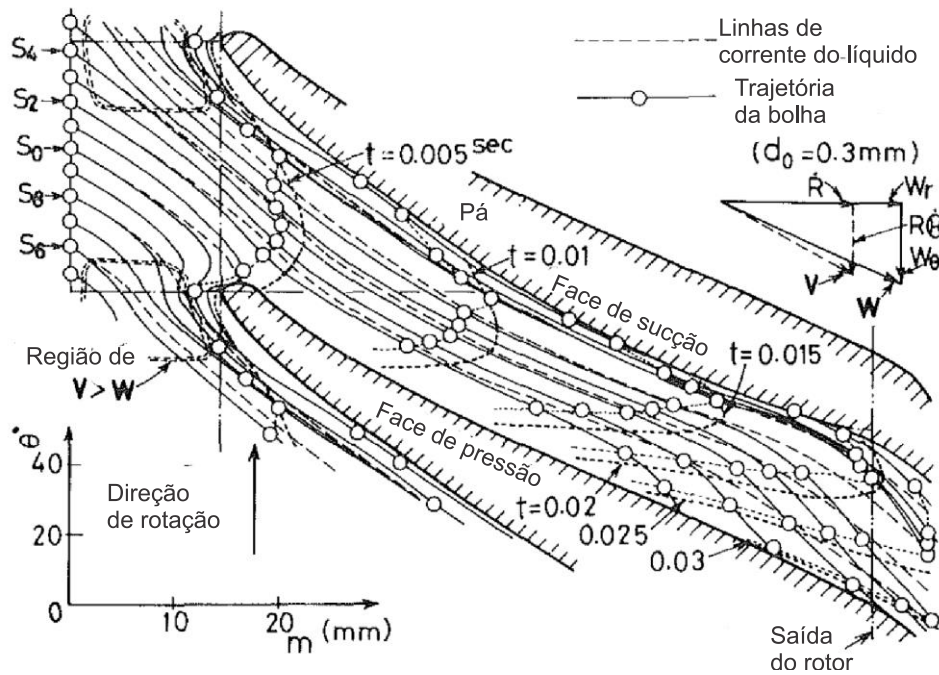


**Figura 2.15—Representação esquemática do efeito do diâmetro da bolha no seu movimento (Minemura e Murakami, 1980).**

Minemura e Murakami (1980) analisaram a influência da posição de partida e diâmetro da bolha ao longo de sua trajetória, no interior do canal hidráulico. Os resultados de suas observações são mostrados nas Figura 2.16 e 2.17

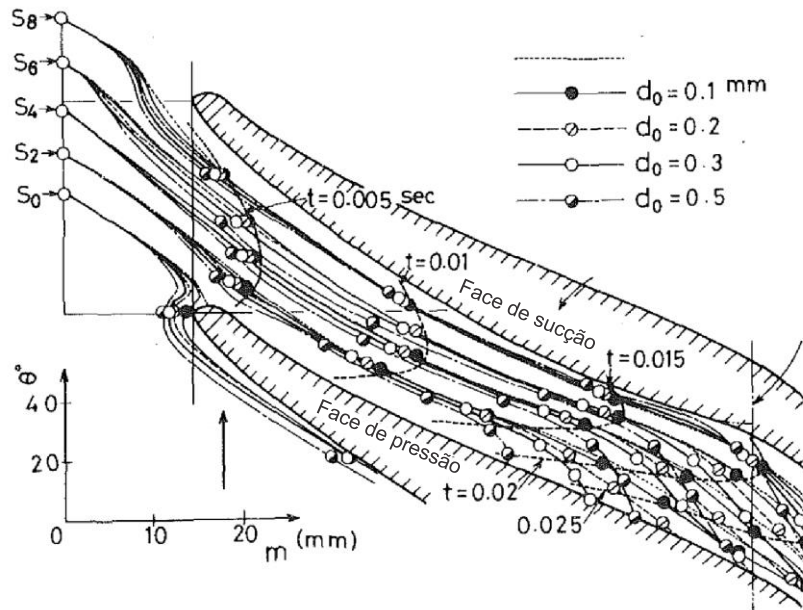
A Figura 2.16 mostra um exemplo da trajetória da bolha para um diâmetro de 0,3 mm, como maioritariamente observado pelos autores em seus testes experimentais. As seções “S” são localizadas a 15 mm do ingresso do rotor. Observa-se que, na região de entrada, as bolhas apresentaram trajetórias similares das linhas de corrente da água. Entretanto, elas passam a ser desviadas para o lado de pressão da pá na medida em que avançam no canal do rotor. Segundo os autores o gradiente de pressão do líquido ocasiona que o componente radial da velocidade da bolha seja menor que o componente radial da água,  $R < Wr$ , nesta

circunstância, as trajetórias das bolhas são desviadas das linhas de corrente do líquido para o lado de pressão da pá do rotor, como visto no triângulo de velocidades na parte superior dessa Figura. Também, observa-se que bolhas perto do lado de sucção se movem mais rápido que aquelas localizadas próximas no lado de pressão da pá, como mencionado pelos autores.



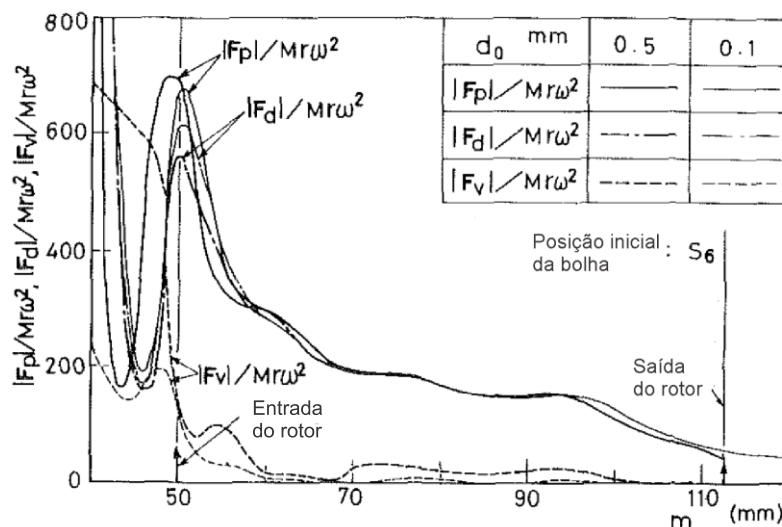
**Figura 2.16—Representação esquemática da trajetória da bolha no interior de um canal referencial, para diferentes posições de partida (Minemura e Murakami, 1980).**

Na Figura 2.17 é mostrado a análise feita pelos autores para as trajetórias das bolhas para diferentes diâmetros no interior de um canal referencial do rotor. Como referência, as posições de uma bolha individual e da partícula da água em cada intervalo de tempo são mostradas nessa Figura. Desvios das trajetórias das bolhas com respeito as linhas de corrente do líquido são observadas, esses desvios aumentam com o diâmetro da bolha. As diferenças nas trajetórias das bolhas e as partículas de líquido em cada intervalo de tempo incrementam com o diâmetro dela. O tempo requerido para que a bolha passe através do canal hidráulico aumenta com o incremento de seu do diâmetro.



**Figura 2.17—Representação esquemática das trajetórias das bolhas no interior de um canal referencial, para diferentes diâmetro de bolhas (Minemura e Murakami, 1980).**

Também, os autores analisaram a influência das forças interfaciais no movimento de uma bolha. Eles concluíram que o efeito dos desvios das trajetórias das bolhas para o lado de pressão tem relação com a interação entre as forças de arrasto e de pressão que agem sobre ela. Uma análise adicional à força de massa virtual mostrou que sua influência é pouca ao longo da trajetória da bolha. O comentado acima é mostrado na Figura 2.18, onde as forças são expressadas de forma adimensional mediante a força centrífuga,  $Mr\omega^2$ . Aqui, o termo  $M$  é a massa da bolha,  $r$  indicada sua posição e  $\omega$  é a velocidade de rotação. Observa-se que as forças  $F_d$  e  $F_p$  ficam quase sempre em equilíbrio ao longo dos percursos das bolhas analisadas.



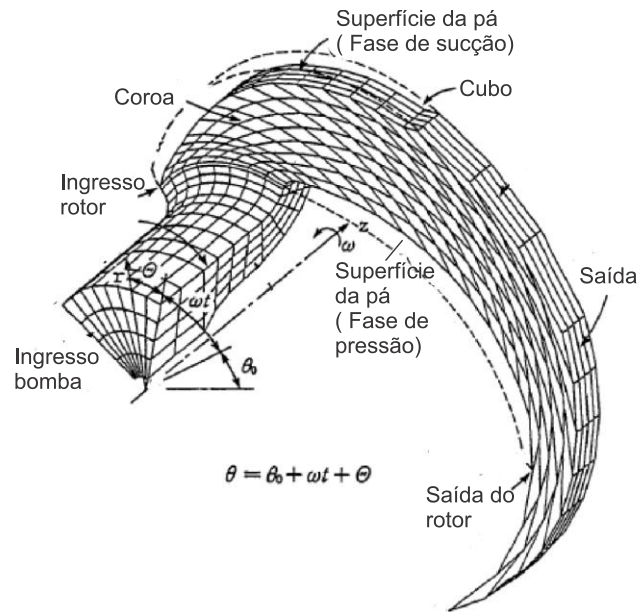
**Figura 2.18—Comparação das principais forças que atuam sobre as bolhas ao longo de sua trajetória no interior do canal do rotor (Minemura e Murakami, 1980).**

Esse trabalho, embora represente um estudo pioneiro em sua época, foi bem restritivo à geometria da bomba e aos diâmetros de bolhas testados (desde 0,1 mm até 1 mm). Além, os autores somente focaram seu estudo no ponto de máxima eficiência da bomba (BEP). Sendo desconsideradas análises da influência da velocidade de rotação e vazão do líquido, parâmetros presentes durante a operação da bomba. Apesar de ter analisado brevemente a influência das forças interfaciais no movimento das bolhas, eles não mostram comportamentos de bolhas que ficam aprisionadas no interior do rotor, como sabido que ocorre quando aumenta a quantidade de gás num escoamento bifásico. Essa última análise é de interesse para compreender melhor o fenômeno de *surging*. Entretanto, pela característica das análises realizadas, foi tomado como um estudo de referência para o presente trabalho.

Minemura e Uchiyama (1993) desenvolveram um modelo numérico para prever o acúmulo de bolhas de gás no interior do canal de um rotor tipo radial. O modelo proposto pelos autores baseia-se em resolver as equações de conservação para o escoamento de líquido em um sistema rotativo. Entretanto a solução do movimento das bolhas foi resolvida por separado, através de um balanço de forças sobre cada partícula. As forças de arrasto, pressão e massa virtual foram consideradas como aquelas que agem na bolha. O modelo apresenta muita semelhança aos encontrados atualmente em programas computacionais, mas seu modelo não considerou os efeitos de quebras de bolhas e interações entre elas.

O domínio fluido utilizado para as simulações numéricas é mostrado na Figura 2.19. A malha numérica foi constituída por elementos hexaédricos. Como observado, a geometria consiste em um único canal do rotor, que se estende, no sentido principal do escoamento, da entrada do rotor à saída radial da bomba, e no sentido transversal do canal, da fase de sucção de uma pá até a fase de pressão da outra pá. Os domínios laterais foram adotadas como condições de contorno de periodicidade. As velocidades do líquido foram definidas como condições de contorno na entrada e na saída. Uma condição de não deslizamento foi utilizado nas superfícies sólidas. Além disso, foi considerado um sistema de referência que se move com o rotor. Já para as equações do movimento das bolhas os autores assumiram que sua velocidade é mesma que a velocidade do líquido na entrada. Um diâmetro fixo de bolha igual a 0.3 mm foi assumido para realizar as simulações.





**Figura 2.19—Domínio numérico e malha do modelo utilizado para as simulações numéricas (Minemura e Uchiyama,1993).**

Minemura e Uchiyama (1993) conseguiram observar das simulações numéricas a formação de uma cavidade de gás na região superior do canal em análise (Coroa ou “*shroud*” do inglês), bem próximo da entrada e perto do lado de sucção da pá. Além disso, observaram que essa cavidade de gás foi aumentando conforme aumentava-se a fração de vazio, como esperado. Uma importante limitação da metodologia numérica foi o de desprezar os efeitos turbulentos, que de fato causam mudanças significativas no campo do escoamento. Portanto, as velocidades e pressões locais mudariam afetando o movimento e possivelmente o acúmulo das bolhas de gás dentro do rotor.

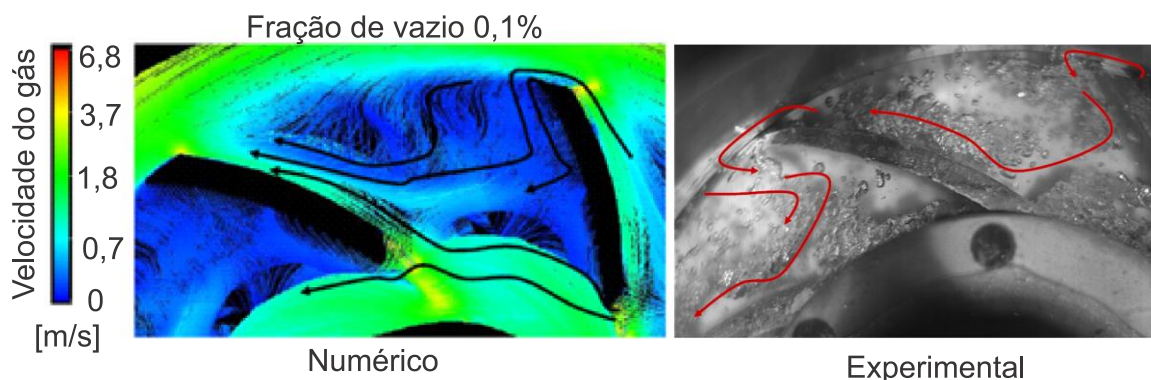
Caridad e Kenyery (2004) fizeram simulações numéricas com ajuda do programa computacional ANSYS ® CFX ®. O objetivo foi calcular o incremento de pressão em função da vazão de líquido e da fração volumétrica de gás (GVF), em um rotor de fluxo misto de uma BCS. Além disso, os autores procuraram observar o arranjo de gás no interior do rotor. Para atingir esses objetivos, eles utilizaram o modelo Euleriano-Euleriano não homogêneo, como implementado no programa comercial. A turbulência da fase líquida foi modelada através do modelo  $k-\varepsilon$  padrão, embora várias outras informações relevantes não tenham sido mencionadas pelos autores, como as condições de contorno usadas e se as distribuições de gás mostradas são instantâneas ou médias.

Os resultados de altura de elevação obtidos por Caridad e Kenyery (2004) em função da vazão do líquido, para diferentes frações volumétricas de gás, se mostraram coerentes, no sentido em que as simulações mostram que um aumento de GVF ocasiona uma diminuição da altura de elevação. Não obstante, foram observadas grandes diferenças entre os dados numéricos com os valores experimentais da literatura. Entre as justificativas usadas pelos

autores, deu-se destaque ao fato de que não foi considerada, nas simulações numéricas, a presença do difusor à jusante do rotor. Devido à pouca informação das condições de simulação fornecida pelos autores, não se sabe a que ponto esse foi o verdadeiro motivo das discrepâncias observadas. Por outro lado, da análise visual os autores observaram acúmulos de gás na região perto da face de pressão da pá, entre a metade do canal e a saída deste. Eles atribuíram esse efeito à baixa velocidade relativa que apresentou o escoamento nessa região. Porém não são dadas maiores explicações. De qualquer forma, mesmo os resultados não tendo se aproximado dos dados experimentais, esse trabalho mostra a possibilidade de analisar o fenômeno de acúmulo de gás em bombas centrífugas através de ferramentas de CFD, ainda que de forma qualitativa.

Como forma de complementar seu trabalho experimental, Barrios (2007) fez um estudo numérico do escoamento bifásico em um protótipo de rotor equivalente ao utilizado em seus testes de visualização. Embora a autora não descreva inúmeros detalhes numéricos importantes associados a um estudo de CFD, seus resultados numéricos mostraram uma boa concordância qualitativa quando comparado com suas observações experimentais.

Na composição de seu modelo numérico, Barrios (2007) adotou a equação (2.4) para o coeficiente de arrasto, como forma de verificar a validade de sua proposta para o acúmulo de gás nos canais do rotor. De modo geral, a autora observou uma aglomeração de gás na entrada do rotor e nas pontas das pás, para baixas frações de vazio. Segundo ela, o pequeno acúmulo de gás localizado na ponta da pá tem concordância com as recirculações de gás de um canal para outro observadas experimentalmente. A Figura 2.20 mostra essa comparação. Observam-se os traços das trajetórias de gás, onde bolhas são empurradas de um canal para outro, na periferia do rotor. O gás que retorna para o novo canal tende a seguir para o lado de pressão da pá do rotor, como indicado. Vale ressaltar, entretanto, que a imagem referente ao trabalho de visualização foi usada apenas para uma comparação qualitativa, não condizendo necessariamente às mesmas condições operacionais mostradas para o caso numérico.



**Figura 2.20—Trajetórias das linhas de gás na periferia do rotor, avaliadas numérica e experimentalmente (Adaptação de Barrios, 2007).**

Como visto nessa seção, a ferramenta numérica é ainda pouco explorada na solução de escoamentos bifásicos em bombas centrífugas. Mesmo pela complexidade do problema, os trabalhos apresentados utilizam muitas simplificações da geometria real da bomba e a maioria deles não descrevem em detalhes o modelo numérico, tal que os resultados sequer podem ser reproduzidos. Porém, essas pesquisas dão indícios de que, em certa medida, ferramentas de dinâmica de fluidos computacional podem ser utilizadas para realizar estudos em BCS que operam com escoamento bifásico, sempre que a metodologia usada seja tratada com critério adequado.

Uma observação que merece destaque é o fato de que ainda não é clara a influência das forças interfaciais sobre o movimento das bolhas, principalmente quando elas ficam retidas no rotor. Sendo também pouco investigada a influência das condições operacionais em suas trajetórias. Por tudo isso, entende-se que essa área de estudo ainda se encontra em estágio de desenvolvimento, constituindo uma linha de pesquisa interessante.

## 2.4 COMENTÁRIOS FINAIS

Este capítulo buscou apresentar os principais trabalhos que envolvem estudos sobre bombas centrífugas operando com escoamento bifásico. A primeira seção desta revisão bibliográfica foi orientada à análise da influência de parâmetros como velocidade de rotação, pressão de sucção, fração de vazio na degradação do desempenho numa bomba centrífuga, quando opera com um escoamento líquido-gás. A segunda parte da revisão mostrou trabalhos que envolvem visualizações do escoamento água-ar no interior do canal do rotor de uma bomba, com foco na identificação de distintos padrões do escoamento em bolhas que causam os fenômenos de *surging* e *bloqueio de gás*, os quais ocasionam uma degradação na eficiência da bomba e podem ocasionar perdas na produção na indústria da extração de petróleo.

Uma terceira seção mostrou estudos numéricos em escoamentos bifásicos em bombas centrífugas, foco do presente trabalho. Foi observado que essa área é muito pouco explorada, mas que técnicas numéricas podem ser utilizadas de forma interessante para análises qualitativas nesse tipo de problemas, sempre que seja tratado com devido fundamento físico cada consideração adotada durante as simulações.

Em geral, observou-se que são poucos os trabalhos com análises detalhadas do movimento do gás nos canais da bomba, e ainda mais escassas análises de forças e condições operacionais na trajetória de bolhas individuais. Entende-se, nesse sentido, que a flexibilidade proporcionada por ferramentas numéricas em se impor condições controladas de teste combinada com a possibilidade de se analisar o escoamento em todo o canal da bomba seja um ponto em favor do uso de dinâmica dos fluidos computacional na análise, como forma

de contribuir à literatura da área. Isso estimulou a realização do presente estudo, como proposto.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, são apresentadas as equações de conservação da massa e quantidade de movimento, utilizadas pelo programa computacional ANSYS® CFX para modelar a fase contínua no interior da bomba centrífuga aqui estudada. Também são apresentados os modelos que são utilizados para a modelagem da turbulência da fase líquida. Finalmente, são descritas as equações governantes para o movimento individual da bolha de gás através do escoamento de líquido.

#### 3.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES PARA A FASE CONTÍNUA

Com base na hipótese do meio contínuo, os programas comerciais de dinâmica de fluidos computacional, CFD, oferecem soluções do escoamento de líquido (fase contínua) em turbomáquinas, através das equações de conservação da massa e quantidade de movimento linear. Estas equações são descritas para domínios estacionários e rotativos, como os encontrados numa bomba centrífuga. Considerando o escoamento como newtoniano, incompressível, isotérmico e de viscosidade constante, as equações governantes para o escoamento nos subdomínios estacionários da bomba centrífuga (como os difusores, a voluta, os tubos de sucção e descarga, entre outros) são:

$$\rho_l \nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (3.1)$$

$$\rho_l \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla p + \mu_l \nabla^2 \vec{V} + \rho_l \vec{g}, \quad (3.2)$$

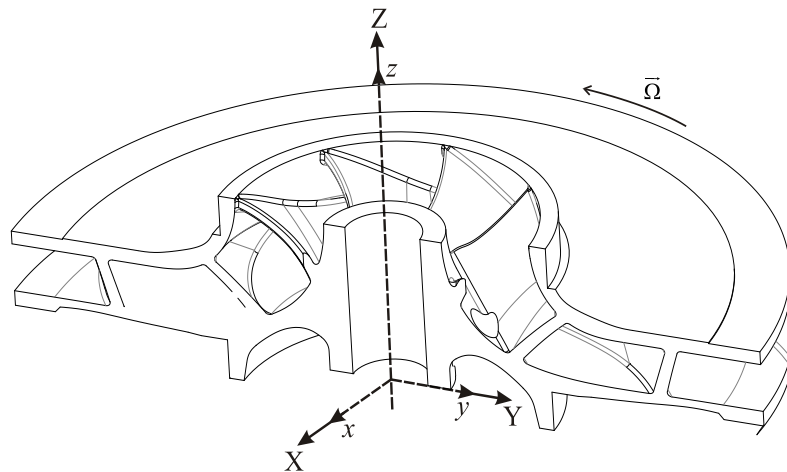
onde  $\vec{V}$  é a velocidade instantânea do fluido,  $\rho_l$  é a densidade do fluido,  $p$  é a pressão,  $\vec{g}$  é a aceleração gravitacional,  $t$  é o tempo,  $\mu_l$  é a viscosidade dinâmica do líquido e  $D/Dt$  é a chamada de derivada substancial ou material.

O domínio rotativo (o rotor) é resolvido incluindo-se os efeitos de rotação através de termos fonte, além de se utilizar um sistema de coordenadas que acompanha o giro do rotor, como mostrado na Figura 3.1. O sistema de coordenadas não inercial é denotado pelos índices  $(x, y, z)$ , enquanto que o sistema de coordenadas inerciais denota-se por  $(X, Y, Z)$ . As equações de conservação da massa e quantidade de movimento ficam:

$$\rho_l \nabla \cdot \vec{V}_{xyz} = 0, \quad (3.3)$$

$$\rho_1 \frac{D\vec{V}_{xyz}}{Dt} = -\nabla p + \mu_1 \nabla^2 \vec{V}_{xyz} + \rho_1 \vec{g} - 2\rho_1 (\vec{\Omega} \times \vec{V}_{xyz}) - \rho_1 \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}), \quad (3.4)$$

onde  $\vec{\Omega}$  é a velocidade angular do rotor,  $\vec{V}_{xyz}$  é a velocidade do fluido no sistema de coordenadas não inercial e  $\vec{r}$  é a posição de uma partícula fluida em relação à origem do sistema de coordenadas não inercial. O termo do lado esquerdo da equação (3.4) representa a aceleração temporal e advectiva do fluido. Os termos do lado direito da equação (3.4) correspondem à força de pressão, força viscosa, força gravitacional, por unidade de volume. Os dois últimos termos, devido a rotação correspondem as forças devido a aceleração de Coriolis e a aceleração centrífuga, respectivamente, por unidade de volume. Esses termos surgem devido à mudança do sistema de coordenadas inercial para o não inercial. O acoplamento entre os domínios estacionários e rotativos é realizado através de interfaces, os detalhes desta modelagem serão apresentados na seção 4.6.



**Figura 3.1—Sistema de coordenadas para um sistema referencial não inercial rotativo.**

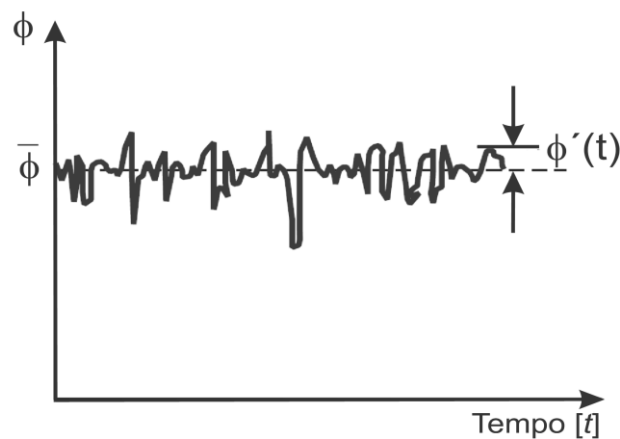
Até aqui, as equações de conservação desenvolvidas para modelar o escoamento da fase líquida não incluem o efeito da turbulência. Uma vez que escoamentos em turbomáquinas são tipicamente turbulentos, na seção seguinte será apresentada a metodologia usada para incluir esse efeito nas equações de conservação.

### 3.2 MODELAGEM DA TURBULÊNCIA

A maioria de escoamentos encontrados na prática em engenharia e na natureza são turbulentos, como é o caso de bombas centrífugas. Esse tipo de escoamento se caracteriza por ser caótico, não linear, fundamentalmente tridimensional e composto por um amplo espectro de escalas. A geração de turbilhões proporciona um mecanismo adicional para elevar a quantidade de movimento e, a transferência de calor e de massa. As flutuações das

propriedades do campo de escoamentos turbulentos associada ao seu comportamento caótico ocorrem tanto no tempo como no espaço.

Escoamentos turbulentos estão associados a altos números de Reynolds, isto é, quando as forças inerciais são maiores que as forças viscosas. Dada a natureza transiente do escoamento turbulento, as variáveis envolvidas nela flutuam constantemente no tempo. A Figura 3.2 ilustra o comportamento instantâneo de uma variável genérica  $\phi$  ao longo do tempo para uma localização específica e um período de amostragem suficientemente grande em regime turbulento. Observa-se que a variável  $\phi$  para um instante de tempo dado pode ser entendida como a soma de um valor médio,  $\bar{\phi}$ , que não varia com o tempo e de uma flutuação,  $\phi'(t)$ , essa dependente do tempo.



**Figura 3.2—Comportamento da variável genérica  $\phi$  ao longo do tempo  $t$  para um escoamento turbulento.**

A variável genérica  $\phi$  pode ser a velocidade, pressão, temperatura, etc. Matematicamente, a combinação do valor médio com a flutuação de uma variável é escrita como:

$$\phi(t) = \bar{\phi} + \phi'(t), \quad (3.5)$$

Uma das abordagens para se modelar escoamentos turbulentos consiste em se manipular as equações instantâneas de conservação (3.3) e (3.4) aplicando-se médias temporais a suas variáveis, processo conhecido como médias de Reynolds. O valor médio da variável  $\phi$  é definido como:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi(t) dt, \quad (3.6)$$

onde  $\Delta t$  representa uma escala de tempo suficientemente grande em relação as flutuações da turbulência, mas pequena em relação a escala de tempo em que se desenvolvem as equações de conservação. Das equações (3.5) e (3.6), tem-se que a média da flutuação com o tempo,  $\overline{\phi'}$ , é zero e que a média do valor médio,  $\overline{\overline{\phi}}$ , resulta da própria média. Utilizando estas definições e aplicando o processo de média temporal sobre as equações (3.3) e (3.4), tem-se:

$$\rho_l \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{V}_j = 0, \quad (3.7)$$

$$\rho_l \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial t} + \rho_l \overline{V}_j \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_t \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{V'_i V'_j} \right] + \rho_l g_i + S_i, \quad (3.8)$$

Na qual,  $i$  e  $j$  representam as coordenadas  $x, y$  e  $z$ . O termo  $-\rho \overline{V'_i V'_j}$  representa a influência das flutuações de velocidade no fluxo médio. Esse termo normalmente é chamado como tensor de Reynolds.  $S_i$  é o termo fonte, que surge da consideração de um sistema não inercial. A expressão para este termo é:

$$S_i = -2\rho_l (\overline{\Omega} \times \overline{V}_{xyz}) - \rho_l \overline{\Omega} \times (\overline{\Omega} \times \overline{r}), \quad (3.9)$$

As equações (3.7) e (3.8) são conhecidas como Equações de Navier-Stokes Médias de Reynolds (ou *RANS*, sigla do inglês para *Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) e são semelhantes as equações (3.3) e (3.4). Uma distinção entre essas duas equações encontra-se no fato de que as variáveis dependentes - velocidade e pressão - nas equações *RANS* são tratadas em termos médios, ao invés dos valores instantâneos das equações (3.3) e (3.4). Outra diferença é o aparecimento do termo de tensão de Reynolds,  $-\rho \overline{V'_i V'_j}$ , que aumenta o número de variáveis do sistema de equações, não permitindo realizar um fechamento matemático adequado às equações antes descritas. Para dar solução a este problema, é necessário introduzir modelos para avaliar o tensor de Reynolds.

A abordagem mais comum para modelar o tensor de Reynolds é baseada no conceito da viscosidade turbulenta. Essa abordagem faz uma analogia entre as tensões turbulentas e as tensões viscosas de um escoamento laminar (Wilcox, 2000), e é denominada de hipótese de Boussinesq (1877).

Assume-se que o produto médio das flutuações de velocidade,  $-\rho \overline{V'_i V'_j}$ , é proporcional à taxa de deformação média do fluido e a uma viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , a qual é uma característica do escoamento em estudo, ao contrário da viscosidade dinâmica que é uma propriedade do fluido de trabalho, ou seja:



$$-\rho \overline{V_i V_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{V}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (3.10)$$

O termo  $k$  representa a energia cinética turbulenta e  $\delta_{ij}$  é a função delta de Kronecker. Os termos do lado direito representam as tensões cisalhantes e normais de Reynolds, respectivamente.

Nesse contexto, a equação de quantidade de movimento para regime turbulento baseada na hipótese de Boussinesq (1877) é obtida substituindo-se a equação (3.10) na equação (3.8), ou seja:

$$\rho_l \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{V}_j = 0, \quad (3.11)$$

$$\rho_l \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial t} + \rho_l \overline{V}_j \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{V}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \rho_l g_i + S_i, \quad (3.12)$$

onde  $P = \bar{p} + 2/3 \rho k$  é a pressão modificada ao se incorporar o termo turbulento  $2/3 \rho k \delta_{ij}$  da equação (3.10) (Ansys, 2015). O termo fonte  $S_i$  é descrito pela equação (3.9).  $\mu_{\text{eff}}$  é a viscosidade efetiva, que equivale à soma da viscosidade dinâmica do líquido,  $\mu_l$ , com a viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ .

Nota-se que, até agora, a viscosidade turbulenta  $\mu_t = \rho \nu_t$  é um termo desconhecido, que precisa ser determinada mediante modelos de turbulência. A escolha de um modelo de turbulência leva em conta diversos fatores, como implementação numérica, custo computacional, e sua adequação ao problema em estudo. No presente trabalho, é utilizado o modelo de turbulência SST  $k-\omega$  (*Shear Stress Transport*) que associa os modelos  $k-\varepsilon$  padrão e  $k-\omega$ , e permite a solução através das subcamadas viscosa e amortecedora sem a necessidade de leis de parede.

A seguir, será apresentado o modelo  $k-\varepsilon$ , seguido do modelo  $k-\omega$ , para finalmente descrever o modelo SST  $k-\omega$ .

### 3.2.1 Modelo $k-\varepsilon$ padrão

Segundo Launder e Spalding (1974) o modelo  $k-\varepsilon$  utiliza a relação:

$$\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon, \quad (3.13)$$

para determinar a viscosidade turbulenta, onde  $C_\mu$  é uma constante de fechamento,  $k$  é a energia cinética turbulenta e  $\varepsilon$  é a dissipação turbulenta que determina a taxa de dissipação

da energia cinética. O modelo desenvolvido por Launder e Spalding (1974) é baseado na solução de duas equações de transporte, uma para a variável  $k$  e a outra para a variável  $\varepsilon$ , que possibilitem calcular  $\mu_t$ , isto é:

$$\frac{\partial(\rho_l k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l V_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho_l \varepsilon, \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial(\rho_l \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l V_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho_l \varepsilon), \quad (3.15)$$

Fisicamente, o lado esquerdo de ambas equações representa o termo temporal e de transporte advectivo das variáveis  $k$  e  $\varepsilon$ . O primeiro termo do lado direito indica o transporte difusivo dessas variáveis, enquanto que  $P_k$  representa a taxa de produção de  $k$ , dado por:

$$P_k = \mu_t \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial V_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \left( 3\mu_t \frac{\partial V_k}{\partial x_k} + \rho k \right), \quad (3.16)$$

Para escoamento incompressível, como o considerado no presente trabalho, o termo  $\partial V_k / \partial x_k$  é zero e o segundo termo do lado direito da equação (3.16) não contribui à produção (Ansys,2015), tal que:

$$P_k = \mu_t \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial V_i}{\partial x_j}, \quad (3.17)$$

Launder e Spalding (1974), propõem valores para as constantes de fechamento  $C_{\mu_l}$ ,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$  e  $\sigma_\varepsilon$ , sendo indicados na Tabela 3.1 abaixo.

**Tabela 3.1: Valores das constantes de fechamento do modelo  $k-\varepsilon$**

$C_{\mu_l}$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0,09	1,44	1,92	1,0	1,3

De forma geral, esse modelo apresenta bons resultados para escoamentos livres cisalhantes com gradiente de pressão relativamente pequenos, mas não é aconselhável seu uso em regiões próximas a paredes.

### 3.2.2 Modelo $k-\omega$

O modelo  $k-\omega$  (Wilcox, 2000) é um modelo de turbulência que também utiliza duas equações adicionais para calcular a viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ . Uma das vantagens desse

modelo sobre o modelo  $k - \varepsilon$  é o melhor tratamento da turbulência perto das paredes, onde há baixos números Reynolds (Ansys, 2015). O modelo  $k - \omega$  assume que a viscosidade turbulenta está ligada de forma direta à energia cinética turbulenta,  $k$ , e é inversamente proporcional à taxa de dissipação turbulenta específica,  $\omega$ , ou seja:

$$\mu_t = \rho k / \omega, \quad (3.18)$$

A seguir, são apresentadas as equações de transporte de  $k$  e  $\omega$ , respectivamente:

$$\frac{\partial(\rho_i k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i V_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega, \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial(\rho_i \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i V_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2, \quad (3.20)$$

onde, como nas equações (3.14) e (3.15), o lado esquerdo são os termos de variação temporal e advectivo das variáveis  $k$  e  $\omega$ , enquanto que os primeiros termos do lado direito de ambas as equações representam seus transportes difusivos.  $P_k$  é a taxa de produção turbulenta, calculada por meio da equação (3.17).  $\beta'$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $\sigma_k$  e  $\sigma_\omega$  são constantes de fechamento cujos valores são dados na Tabela 3.2 (Ansys, 2015):

**Tabela 3.2: Valores das constantes de fechamento do modelo  $k - \omega$**

$\beta'$	$\beta$	$\alpha$	$\sigma_k$	$\sigma_\omega$
0,09	0,075	5/9	2,0	2,0

### 3.2.3 Modelo SST $k - \omega$

O modelo SST  $k - \omega$  desenvolvido por Menter (1994) é um modelo híbrido que combina os modelos  $k - \omega$  e  $k - \varepsilon$ . Esse processo é feito realizando-se uma modificação sobre as equações do modelo  $k - \omega$ . Nesse modelo, considera-se que a taxa de dissipação turbulenta,  $\varepsilon$ , é proporcional à taxa de dissipação turbulenta específica,  $\omega$ , ou seja:

$$\varepsilon = \beta' k \omega, \quad (3.21)$$

onde  $k$  é a energia cinética turbulenta e  $\beta'$  é a constante de fechamento descrita na Tabela 3.2. Ao inserir essa modificação nas equações (3.14) e (3.15) do modelo  $k - \varepsilon$ , tem-se:

$$\frac{\partial(\rho_i k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i V_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_{k2}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega, \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial(\rho_l \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l V_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 2}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_2 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_2 \rho \omega^2, \quad (3.23)$$

$$P_k = \nu_t S^2, \quad (3.24)$$

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \rightarrow S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \right), \quad (3.25)$$

onde  $\nu_t$  é a viscosidade turbulenta,  $P_k$  a taxa de produção de energia turbulenta e  $S_{ij}$  o tensor de deformação.,  $\sigma_{k2} = 1$ ,  $\sigma_{\omega 2} = 1/0,856$   $\beta_2 = 0,0828$ ,  $\alpha_2 = 0,44$  representam coeficientes de fechamento, obtidos experimentalmente.

As equações de transporte do modelo  $k - \omega$  são dadas por:

$$\frac{\partial(\rho_l k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l V_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_{k1}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega, \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial(\rho_l \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l V_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_1 \rho \omega^2, \quad (3.27)$$

sendo  $\beta' = 0,09$ ,  $\sigma_{k1} = 2$ ,  $\beta_1 = 0,075$ ,  $\alpha_1 = 5/9$ , representam coeficientes de fechamento, obtidos experimentalmente.

Das equações (3.22) à (3.27), observa-se que existem duas equações para modelar a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação turbulenta. Assim, uma função de mistura,  $F_1$ , pode ser utilizado para combinar os modelos  $k - \omega$  perto da parede e  $k - \varepsilon$  na corrente livre. Isso assegura uma correta utilização de ambos os modelos para determinar todo o campo do escoamento. Admite-se a seguinte expressão:

$$\Phi_3 = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2, \quad (3.28)$$

onde  $\Phi_3$  resulta da combinação de ambos os modelos. Tem-se que  $F_1 = 1$  no interior da camada limite e  $F_1 = 0$  na corrente livre.

Ao multiplicar-se por  $F_1$  ao modelo desenvolvido por Wilcox (2000), representada pelas equações (3.19) e (3.20), obtém-se:

$$\frac{\partial(\rho_l k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_l V_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega, \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial(\rho_i\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i V_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_3 \rho \omega^2, \quad (3.30)$$

Onde  $\sigma_{\omega 2}$ ,  $\beta'$ ,  $\sigma_{k3}$ ,  $\sigma_{\omega 3}$ ,  $\alpha_3$  e  $\beta_3$  são constantes de fechamento e são alterados de acordo com o modelo utilizado, tal como é indicado na Tabela 3.3. Por outro lado, a função de mistura é definida como  $F_1 = \tanh(\arg_1^4)$ , onde:

$$\arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right); \frac{4\rho k}{CD_{kw} \sigma_{\omega 2} y^2} \right], \quad (3.31)$$

onde  $y$  é a distância à parede mais próxima,  $\nu$  é a viscosidade cinemática e  $CD_{kw}$  é dado por:

$$CD_{kw} = \max \left( 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 1,0 \times 10^{-10} \right), \quad (3.32)$$

Uma desvantagem dos modelos de duas equações é a excessiva geração de energia turbulenta,  $P_k$ , na vizinhança dos pontos de estagnação. Para evitar esse problema, foi introduzido um limitador na produção de energia turbulenta,  $P_k$  (Ansys, 2015).

$$P_k = \nu_t \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} \right) \rightarrow P_k = \min(P_k, 10\beta' \rho k \omega), \quad (3.33)$$

Nesse modelo, a viscosidade cinemática turbulenta é definida como:

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} = \frac{\alpha_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)}, \quad (3.34)$$

onde  $F_2$  é uma função de mistura semelhante a  $F_1$ . Esse termo ajuda com que a viscosidade cinemática turbulenta da equação (3.34) se estenda fora da camada limite como no caso de  $F_1$ . O termo  $S$  é uma medida da taxa de deformação da velocidade  $\partial V/\partial y$  (Menter, 1994).

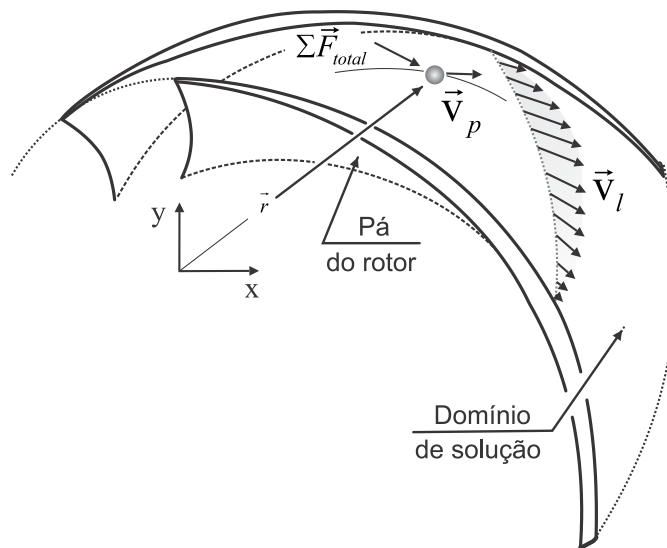
$$F_2 = \tanh \left[ \left( \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right)^2 \right], \quad (3.35)$$

**Tabela 3.3: Valores das constantes de fechamento do modelo SST  $k-\omega$**

Modelo	$\beta'$	$\sigma_{\omega 2}$	$\sigma_{k3}$	$\sigma_{\omega 3}$	$\beta_3$	$\alpha_3$
$k-\omega$	0,09		2,0	2,0	0,0750	5/9
$k-\varepsilon$	0,09	1/0,856	1,0	1/0,856	0,0828	0,44

### 3.3 EQUAÇÕES GOVERNANTES PARA O MOVIMENTO DA BOLHA ISOLADA

Uma solução Lagrangeana é assumida para resolver o movimento das bolhas individuais através do escoamento de líquido no interior da bomba. Esse método assume a bolha de gás como uma partícula pontual, sobre a qual a segunda lei de Newton é aplicada para integrar sua trajetória desde uma posição inicial até um tempo de integração final arbitrário ou até que a partícula deixe o domínio de solução, como mostrado esquematicamente na Figura 3.3, onde uma bolha isolada é observada movendo-se com velocidade  $\vec{v}_p$  no interior de um canal referencial do rotor da bomba centrífuga.



**Figura 3.3—Representação esquemática do movimento de uma bolha ao longo da fase contínua no interior de um canal do rotor (domínio de solução).**

A solução Lagrangeana, adotada nesse trabalho é de uma via, ou seja, só o escoamento de líquido influencia no movimento da bolha, enquanto que a força de reação da bolha sobre o líquido é desprezada, bem como qualquer eventual interação entre diferentes bolhas. Como mencionado no manual do software Ansys (2015), essa hipótese é bastante satisfatória sempre que seja assumido uma distribuição de partículas no escoamento que não cause uma influência de forma significativa nele, como é o caso do presente trabalho. Aplicando a segunda lei de Newton para a partícula pontual de massa,  $m_p$ , tem-se:

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \sum \vec{F}_{total}, \quad (3.36)$$

onde  $\vec{v}_p$  é o vetor da velocidade da partícula e  $\sum \vec{F}_{total}$  representa o somatório de todas as forças que atuam sobre a bolha devido a sua interação com o líquido circundante, como indicada na Figura 3.3.

A força resultante  $\sum \vec{F}_{total}$  que atua sobre cada partícula pode ser dividida em dois tipos de forças, uma que só tem relevância perto da própria partícula e outra que está globalmente presente nela, independentemente de seu movimento. Perto da partícula, encontra-se a força interfacial,  $\vec{F}_{int}$ , composta da força de arrasto e outros termos relacionados com a aceleração da partícula, a turbulência do escoamento de líquido, etc. Por outro lado, existem as forças de campo que são independentes do movimento da partícula,  $\vec{F}_{campo}$ , composta pela força de gravidade, a força de gradiente de pressão da fase líquida e as forças fictícias presente apenas quando se considera um sistema de referência rotativo, como no presente trabalho. As forças mais relevante assumidas na literatura para compor a  $\sum \vec{F}_{total}$  são:

$$\sum \vec{F}_{total} = \vec{F}_{int} + \vec{F}_{campo} = (\vec{F}_d + \vec{F}_{mv} + \vec{F}_S + \vec{F}_{LP} + \vec{F}_{DT} + \vec{F}_B) + (\vec{F}_g + \vec{F}_r + \vec{F}_p), \quad (3.37)$$

sendo as forças do lado direito da equação listadas abaixo, acompanhadas de seus significados físicos:

- $\vec{F}_d$ : Representa a força de arrasto produzido pela diferença de velocidades entre o gás e líquido;
- $\vec{F}_{mv}$ : É a força de massa virtual (ou massa aparente) que surge de uma eventual aceleração do líquido ou da bolha (ao redor dela) quando essa se move na fase contínua;
- $\vec{F}_S$ : Representa a força de sustentação perpendicular ao movimento de translação da partícula. Essa força surge da diferença de velocidade entre os lados de uma bolha quando ela se move num meio contínuo e rotacional;
- $\vec{F}_{LP}$ : É a força de lubrificação de parede. Essa força é relevante apenas muito perto da parede e age empurrando a partícula longe dela, quando a velocidade da fase contínua entre a parede e a bolha é muito menor que a velocidade do lado oposto da bolha;
- $\vec{F}_{DT}$ : Representa a força de dissipação turbulenta, um termo originado a partir da turbulência fase líquida, que tende a dispersar concentrações elevadas de partículas;
- $\vec{F}_B$ : É a força de Basset, algumas vezes chamada como força de atraso, resultante da diferença de tempo entre o desenvolvimento da camada limite

por cima da superfície da partícula e a velocidade relativa real da partícula e o fluido circundante;

- $\vec{F}_g$ : É a força devido à gravidade, geralmente associada ao empuxo;
- $\vec{F}_r$ : É o termo que representa os efeitos fictícios devido a um sistema de referência rotacional. Essa força é composta pela força centrífuga e de Coriolis e
- $\vec{F}_p$ : Representa a força devido ao gradiente de pressão do líquido agindo sobre a bolha. O gradiente de pressão é gerado nos canais da bomba hidráulica devido ao movimento centrífugo.

Como sugerido por Minemura e Murakami (1980), as forças que afetam majoritariamente o movimento da bolha são a força de arrasto, a força do gradiente de pressão, a força de massa virtual e a força devido ao sistema de referência rotacional. A mesma hipótese é assumida nesse trabalho, com a finalidade de desprezar vários termos da equação (3.37), de modo que a equação (3.36) resulta em:

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}_d + \vec{F}_p + \vec{F}_{mv} + \vec{F}_r, \quad (3.38)$$

Considerando-se uma bolha esférica de diâmetro  $D$ , a força de arrasto do líquido atuando sobre a bolha é dada por (Rosa,2012):

$$\vec{F}_d = -\frac{1}{2} C_d \rho_l (\vec{v}_b - \vec{v}_l) |\vec{v}_b - \vec{v}_l| \frac{\pi D^2}{4}, \quad (3.39)$$

onde  $\vec{v}_b$  é a velocidade da bolha,  $\vec{v}_l$  é a velocidade do líquido,  $\rho_l$  é a massa específica do líquido e  $C_d$  é o coeficiente de arrasto. Esse último termo é dependente do número de Reynolds da partícula, que é dado por:

$$R_e = \frac{\rho_l D |\vec{v}_b - \vec{v}_l|}{\mu_l}, \quad (3.40)$$

onde  $\mu_l$  é a viscosidade dinâmica do líquido. Dentro de  $0 < R_e < 1000$ , uma expressão bem conhecida para o  $C_d$  em termos de  $R_e$  para uma partícula esférica é dada pela correlação de Schiller-Naumann (1933):

$$C_d = \frac{24}{R_e} (1 + 0,15 R_e^{0,687}), \quad (3.41)$$

Assume-se  $C_d = 0,44$  para  $Re \geq 1000$ .



A força de gradiente de pressão,  $\vec{F}_p$ , é obtida a partir da solução do campo de pressão da fase líquida. Ela é proporcional ao gradiente de pressão da fase líquida,  $\nabla p$ , e ao volume da bolha,  $\pi D^3 / 6$ , e atua sobre a bolha de acordo com a seguinte expressão (Ansys,2015):

$$\vec{F}_p = -\frac{\pi D^3}{6} \nabla p, \quad (3.42)$$

O termo de massa virtual é proporcional a uma porção da massa de líquido deslocado pelo movimento da bolha e à correspondente aceleração, tanto no tempo como no espaço, das fases líquida e gasosa. A expressão é dada por (Ansys,2015) :

$$\vec{F}_{mv} = \frac{C_{mv}}{2} m_l \left[ \frac{D\vec{v}_l}{Dt} - \frac{d\vec{v}_{b(\vec{r},t)}}{dt} + 2\vec{\Omega} \times (\vec{v}_b - \vec{v}_l) \right], \quad (3.43)$$

No presente trabalho, adota-se um estado estacionário para a fase líquida onde a partícula se move. Por conseguinte, apenas a parte advectiva do termo de aceleração da fase líquida e o efeito de Coriolis, além da aceleração instantânea da bolha são tomados em conta, resultando na seguinte expressão, a partir da equação (3.43), para a força de massa virtual agindo sobre a bolha:

$$\vec{F}_{mv} = \frac{C_{mv}}{2} m_l \left[ \vec{v}_l \nabla \vec{v}_l - \frac{d\vec{v}_{b(\vec{r},t)}}{dt} + 2\vec{\Omega} \times (\vec{v}_b - \vec{v}_l) \right], \quad (3.44)$$

onde  $m_l = \rho_l \pi D^3 / 6$  é a massa deslocada do líquido e  $C_{mv}$  é o coeficiente de massa virtual. Para uma partícula esférica, um valor de 0,5 é normalmente adotado para  $C_{mv}$  (Ansys,2015).

Finalmente, a força de rotação,  $\vec{F}_r$ , devido a um sistema de referência não inercial, é proporcional à massa da bolha e à soma das acelerações de Coriolis e centrífuga (Ansys,2015):

$$\vec{F}_r = m_b \left[ -2\vec{\Omega} \times \vec{v}_b - \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_b \right], \quad (3.45)$$

onde  $\vec{r}_b$  é o vetor posição radial da bolha.

Substituindo-se cada um dos termos das equações (3.39), (3.42), (3.44) e (3.45) na equação (3.38), tem-se a seguinte equação para o movimento da bolha na fase líquida:

$$\left( m_b + \frac{C_{mv}}{2} m_l \right) \frac{d\vec{v}_b}{dt} = -\frac{1}{2} C_d \rho_l (\vec{v}_b - \vec{v}_l) |\vec{v}_b - \vec{v}_l| \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi D^3}{6} \nabla p + \frac{C_{mv}}{2} m_l \left[ \vec{v}_l \nabla \vec{v}_l + 2\vec{\Omega} \times (\vec{v}_b - \vec{v}_l) \right] + m_b \left[ -2\vec{\Omega} \times \vec{v}_b - \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_b \right], \quad (3.46)$$

Nota-se que na equação (3.44) o termo de aceleração da partícula foi levado para a esquerda na equação (3.46), de modo que a partícula é acelerada como se tivesse uma massa adicional igual à metade da massa de líquido que ela desloca. Além disso, existe a contribuição adicional da força de massa virtual no lado direito da equação (3.46) devido à aceleração do líquido e o efeito Coriolis. Esse arranjo foi realizado dada à forma especial do termo de massa virtual.

Por fim, é conveniente ressaltar que o programa numérico utiliza as equações (3.11) e (3.12) para modelar o escoamento da fase contínua em regime turbulento. Entretanto a equação (3.46) será utilizada para descrever a dinâmica das bolhas no interior da bomba centrífuga. Pode-se perceber que as forças de arrasto, pressão e massa virtual que atuam sobre a bolha são determinadas mediante as equações (3.39), (3.42) e (3.44).

## 4 MODELAGEM NUMÉRICA

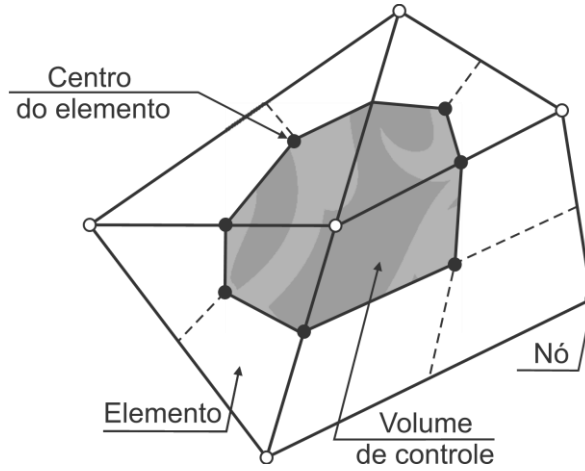
Neste capítulo, é apresentada a modelagem numérica para as equações governantes do capítulo anterior, utilizadas para resolver o escoamento da fase contínua e do movimento das bolhas isoladas no interior do canal da bomba centrífuga. Na sequência, será apresentada a geometria e o domínio fluido utilizado para as simulações. Então, são mostradas as condições de contorno aplicadas ao problema em estudo. O teste de malha, além dos parâmetros de simulação numérica relevantes na análise são mostrados ao final deste capítulo.

### 4.1 MODELAGEM DA FASE CONTÍNUA

Para modelar numericamente a fase contínua, o programa computacional Ansys® CFX® Release 15.0 utiliza o Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos (MVFbE) para resolver, mediante a discretização do domínio fluido, as equações diferenciais de conservação da massa e quantidade de movimento descritas pelas equações (3.11) e (3.12).

O passo inicial do MVFbE é gerar uma malha computacional no domínio fluido. Em torno de cada ponto da malha se constroem volumes finitos que não se sobreponham com os pontos vizinhos. A variável de interesse fica localizada no centro desse volume. Dessa forma, o volume total do domínio será igual ao somatório dos volumes discretos considerados. O passo seguinte consiste em se integrar as equações diferenciais sobre cada volume finito. O resultado será um sistema de equações lineares discretizadas.

Um exemplo do processo de discretização é mostrado na Figura 4.1, onde por simplicidade é apresentado um elemento de malha bidimensional. Os nós armazenam as variáveis e as propriedades do fluido. O volume de controle, área sombreada, é formado pela união dos pontos centrais de cada elemento. As linhas tracejadas, que contém os pontos, representam as medianas dos elementos formados pelos nós vizinhos.



**Figura 4.1—Malha bidimensional (Adaptação, Ansys 2015).**

Considerando-se as equações da continuidade (3.11) e quantidade de movimento (3.12) na sua forma geral, para um sistema de coordenadas cartesianas tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}_j} (\rho \bar{V}_j) = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{V}_i) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}_j} (\rho \bar{V}_j \bar{V}_i) = -\frac{\partial P}{\partial \bar{x}_i} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}_j} \left[ \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \bar{x}_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial \bar{x}_i} \right) \right] + \rho \bar{g}_i + S_i + S_{V_i}^{\text{int}}, \quad (4.2)$$

onde  $S_i$  é o termo que inclui os efeitos de Coriolis e Centrífugo e  $S_{V_i}^{\text{int}}$  representa o termo fonte introduzido para incluir um eventual efeito do movimento das partículas sobre a fase contínua, em outras palavras este termo representa o efeito reverso das forças interfaciais das partículas sobre o meio contínuo. Cabe ressaltar que esse efeito não é foco de estudo do presente trabalho, mas foi introduzido para dar maior generalidade a equação (4.2). O termo  $\mu_{\text{eff}}$  é a viscosidade efetiva, já descrita no capítulo 3.

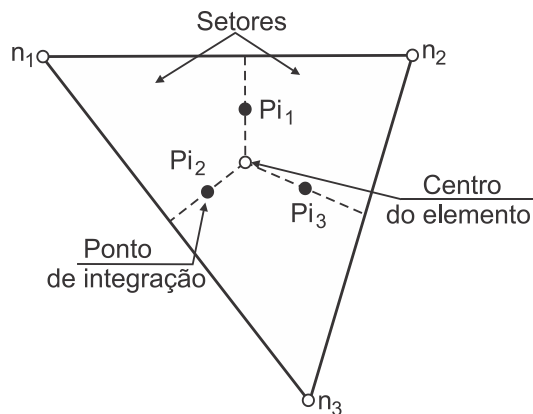
Um passo que precede à discretização, é a realização da integração das equações de balanço (4.1) e (4.2) sobre cada volume de controle. O teorema de divergência de Gauss é aplicado para converter as integrais de volume dos termos de convecção e difusão em integrais de superfície. Considerando que os volumes de controle não se deformam no tempo, as derivadas podem ser deslocadas para fora da integral de volume, ficando as equações integrais da seguinte forma:

$$\int_{\text{SC}} \rho \bar{V}_j dn_j = 0, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \bar{V}_i dV + \int_{\text{SC}} \rho \bar{V}_j \bar{V}_i dn_j = -\int_{\text{SC}} p dn_j + \int_{\text{SC}} \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \bar{x}_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial \bar{x}_i} \right) dn_j + \int_V S_{V_i} dV, \quad (4.4)$$

onde  $\forall$  e  $SC$  representam os volumes e superfícies de controle da zona de integração, respectivamente,  $dn_j$  são as diferenciais das componentes cartesianas do vetor normal de área que aponta para fora da superfície de controle e  $S_{\bar{V}_i}$  é o termo fonte que engloba os termos das forças interfaciais e forças de campo como por exemplo o produzido pelo efeito gravitacional e o efeito da aceleração centrífuga e de Coriolis (lembrando que esses dois últimos efeitos são incorporados quando se tem um domínio rotativo como em uma bomba centrífuga). Nas equações (4.3) e (4.4), as integrais de volume representam termos fontes ou de acumulação, enquanto que as integrais de superfície representam o somatório dos fluxos através das superfícies.

O próximo passo no algoritmo numérico é a discretização das integrais de volume e de superfície. Para ilustrar esse passo, considera-se um único elemento como o mostrado na Figura 4.2. As linhas tracejadas contém os pontos de integração,  $Pi_n$ , que estão localizados no centro de cada segmento de superfície dentro do elemento.



**Figura 4.2—Elemento de Malha (Adaptação, Ansys 2015).**

As integrais de volume são discretizadas no interior de cada setor do elemento e armazenados ao volume de controle a que o setor pertence. Já as integrais de superfície são discretizadas aproximando seus fluxos aos pontos de integração. A forma discretizada das equações de conservação é:

$$\sum_{Pi} \dot{m}_{Pi} = 0, \quad (4.5)$$

$$\forall \left( \frac{\rho \bar{V}_i - \rho^0 \bar{V}_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{Pi} \dot{m}_{Pi} (\bar{V}_i)_{Pi} = \sum_{Pi} (\rho \Delta n_i)_{Pi} + \sum_{Pi} \left( \mu_{eff} \left( \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \bar{x}_j} + \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial \bar{x}_i} \right) \Delta n_j \right)_{Pi} + \bar{S}_{\bar{V}_i} \forall, \quad (4.6)$$

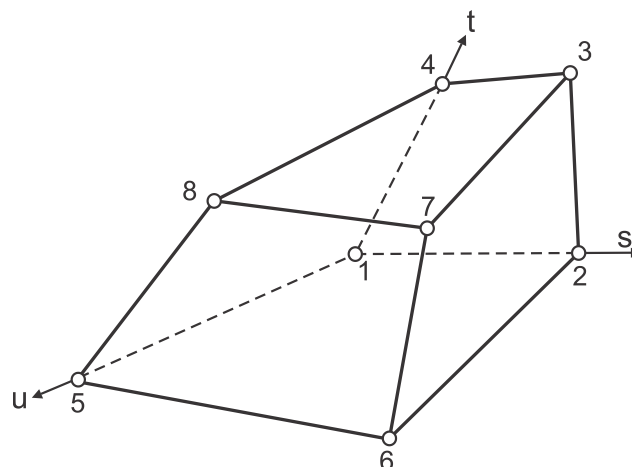
$$\dot{m}_{Pi} = (\rho \bar{V}_j \Delta n_j)_{Pi}, \quad (4.7)$$

onde  $\Delta t$  é o passo de tempo entre duas iterações,  $\nabla$  representa o volume de controle,  $\Delta n_j$  é o vetor normal à superfície,  $\dot{m}_{p_i}$  é a vazão mássica discretizada e o sobrescrito “0” indica o tempo inicial da iteração.

Como dito anteriormente, os campos de solução e outras propriedades são armazenados nos nós das malhas. Entretanto, para avaliar os diversos termos, o campo de solução ou os gradientes devem ser aproximados nos pontos de integração. Ansys® CFX® Release 15.0 utiliza funções de forma de elementos finitos para desenvolver essas aproximações. Descreve-se a variação de uma variável  $\phi$  dentro do elemento como:

$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{nó}} N_i \phi_i, \quad (4.8)$$

onde  $N_i$  é uma função de forma para o nó  $i$  e  $\phi_i$  é o valor de  $\phi$  no nó  $i$ . As funções de forma utilizadas por Ansys® CFX® Release 15.0 são lineares em termos de coordenadas paramétricas  $s$ ,  $t$  e  $u$  que assumem valores reais entre 0 e 1. Elas também são usadas para calcular diversas variáveis geométricas, como vetores normais a uma superfície e as coordenadas do ponto de integração. A equação (4.8) representa a interpolação de todos os vértices do elemento em relação ao ponto interno em que se deseja determinar uma certa propriedade. Cada tipo de elemento (hexagonais, tetraédricos, prismáticos ou piramidais) possui um conjunto de funções de forma específico para a interpolação de  $\phi$  no interior daquele elemento (Segala, 2010). Dado que no presente trabalho a malha gerada é estruturada, como será visto mais adiante, a Figura 4.3 mostra um exemplo dessas funções de forma para elementos hexagonais.



**Figura 4.3—Elemento Hexagonal (Adaptação, Ansys 2015).**

As funções de forma para um elemento hexagonal são dadas pelas equações (4.9):

$$\begin{aligned}
N_1(s, t, u) &= (1-s)(1-t)(1-u) \\
N_2(s, t, u) &= s(1-t)(1-u) \\
N_3(s, t, u) &= st(1-u) \\
N_4(s, t, u) &= (1-s)t(1-u) \\
N_5(s, t, u) &= (1-s)(1-t)u \\
N_6(s, t, u) &= s(1-t)u \\
N_7(s, t, u) &= stu \\
N_8(s, t, u) &= (1-s)tu
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Em algumas situações, é necessário calcular o gradiente de uma propriedade em algum nó. Para isso, o programa Ansys ® CFX ® Release 15.0 utiliza o teorema da divergência de Gauss para avaliar esses gradientes no volume de controle, mediante a seguinte forma:

$$\nabla \phi = \frac{1}{\forall} \sum_{Pi} (\phi \Delta \vec{n})_{Pi} , \tag{4.10}$$

onde  $\Delta \vec{n}$  é o vetor normal à superfície  $PI$ .

Os termos advectivos são calculados mediante o esquema mostrado na equação (4.11), abaixo. Esta equação requer que os valores de  $\phi$  nos pontos de integração possam ser aproximados pelos valores nos nós:

$$\phi_{Pi} = \phi_{up} + \beta \cdot \nabla \phi \cdot \Delta \vec{r} , \tag{4.11}$$

onde  $\phi_{Pi}$  é o valor da variável genérica no ponto de integração,  $\phi_{up}$  é o valor da propriedade no nó anterior calculado,  $\vec{r}$  é o vetor do nó anterior até o atual  $PI$ , e  $\nabla \phi$  é a gradiente de  $\phi$  avaliado em um nó. O termo  $\beta$ , que varia de 0 a 1, é calculado mediante o esquema de alta resolução (*High Resolution Scheme*), o qual determina seu valor para cada nó por meio de uma equação não linear.

Finalmente, o programa computacional utiliza o método de solução proposto por Rhie e Chow (1983) para dar solução ao sistema de equações lineares que se obtém após a discretização. Cada nó possui um sistema de equações tipo:

$$\sum_{viz_i} a_i^{viz} \phi_i^{viz} = b_i , \tag{4.12}$$

Sendo  $a_i$  os coeficientes angulares,  $b_i$  o conjunto de coeficientes lineares,  $\phi$  é a propriedade a ser calculada,  $viz$  representa a indicação para o nó vizinho e  $i$  é o número de identificação do nó.

O número de vizinhos ao nó deve ser tal que o método possa ser aplicado tanto a malhas estruturadas quanto a não estruturadas. O sistema linear a ser resolvido é formado

pelo conjunto de equações de todos os nós. No caso de uma variável escalar,  $a_i^{viz}$ ,  $b_i^{viz}$  e  $\phi_i^{viz}$  são número únicos. Para o cálculo das equações de conservação da massa e quantidade de movimento são utilizadas as seguintes matrizes de 4x4 e 4x1:

$$a_i^{viz} = \begin{bmatrix} a_{uu} & a_{uv} & a_{uw} & a_{up} \\ a_{vu} & a_{vv} & a_{vw} & a_{vp} \\ a_{wu} & a_{wv} & a_{ww} & a_{wp} \\ a_{pu} & a_{pv} & a_{pw} & a_{pp} \end{bmatrix}_i^{viz}, \quad (4.13)$$

$$\phi_i^{viz} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}_i^{viz}, \quad (4.14)$$

$$b_i = \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \\ b_p \end{bmatrix}_i, \quad (4.15)$$

Maiores detalhes dessa metodologia numérica são encontrados no Ansys (2015).

## 4.2 MODELAGEM DO MOVIMENTO DAS BOLHAS

A modelagem numérica, no programa comercial Ansys® CFX® Release 15.0 envolve a integração das trajetórias individuais de cada partícula, através do domínio discretizado da fase contínua. As partículas individuais são rastreadas a partir de seu ponto de injeção até o ponto de saída do domínio ou até que for atendido um critério de integração. É importante ressaltar que o programa numérico resolve, em um primeiro momento, a fase contínua mediante as equações de conservação e, na sequência, procede-se com o cálculo das trajetórias de cada partícula, mediante a equação (4.16):

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_p \quad (4.16)$$

Onde  $\vec{r} = (x, y, z)$  representa a posição da bolha num ponto do domínio discretizado e  $\vec{v}_p$  é a velocidade da partícula, calculada pela equação (3.34) e que é reescrita nesta seção por conveniência:

$$m_p \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F}_d + \vec{F}_p + \vec{F}_{mv} + \vec{F}_r \quad (4.17)$$



As equações (4.16) e (4.17) são equações diferenciais ordinárias no tempo, para cada partícula e em comparação com as equações (3.11) e (3.12) levam um menor custo computacional para serem resolvidas numericamente. O programa Ansys® CFX® Release 15.0 calcula a trajetória da partícula usando uma integração de Euler adiantada da velocidade da partícula sobre um passo de tempo,  $\Delta t = t_n - t_0$ , isto é, um método “passo a passo” de primeiro ordem. Esse método é explícito e requer como dados de entrada a localização e velocidade inicial da partícula para o início do cálculo. Isto é:

$$\vec{r}_p^n = \vec{r}_p^0 + (\Delta t)\vec{v}_p^0 \quad (4.18)$$

onde os subscritos “0” e “n” referem-se aos valores anteriores e novos respectivamente, e  $\vec{v}_p^0$  é o vetor velocidade anterior da partícula. No final do passo de tempo, a nova velocidade é calculada usando uma solução analítica para a equação (4.17), cuja forma expandida foi representada na equação (3.42). Rearranjando essa equação, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}_b}{dt} = & \frac{(\vec{v}_l - \vec{v}_b)}{(-m_b/R_{mv}E)} + \left[ -\frac{R_{mv}}{m_b} \frac{\pi D^3}{6} \nabla p + (1 - R_{mv})(\vec{v}_l \nabla \vec{v}_l + 2\vec{\Omega} \times (\vec{v}_b - \vec{v}_l)) - \right. \\ & \left. - (2\vec{\Omega} \times \vec{v}_b + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_p) \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

onde  $R_{mv} = m_b / (m_b + 0,5C_{mv}m_l)$  representa a razão entre a massa original da bolha e a massa efetiva dela (devido à correção do termo de massa virtual). O termo  $E = -1/2C_d \rho_l |\vec{v}_{rel}| \pi D^2 / 4$  é utilizado para agrupar por conveniência algumas componentes da força de arrasto. Comparando-se a equação (4.19) com uma equação genérica de transporte, tem-se:

$$\frac{d\phi_b}{dt} = \frac{(\phi_l - \phi_b)}{\tau} + R \quad (4.20)$$

onde  $\phi$  é a variável genérica de transporte, o subscrito “l” indica o valor da variável no fluido circundante,  $\tau$  é um coeficiente de linearização e  $R$  é um termo fonte não linear e depende principalmente das variáveis da fase contínua. Os valores de  $\tau$  e  $R$  são dados pelas equações (4.21) e (4.22), respectivamente:

$$\tau = -m_b / R_{mv}E \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} R = & \left[ -\frac{R_{mv}}{m_b} \frac{\pi D^3}{6} \nabla p + (1 - R_{mv})(\vec{v}_l \nabla \vec{v}_l - 2\vec{\Omega} \times (\vec{v}_b^0 - \vec{v}_l)) - \right. \\ & \left. - (2\vec{\Omega} \times \vec{v}_b^0 + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_p) \right] \end{aligned} \quad (4.22)$$

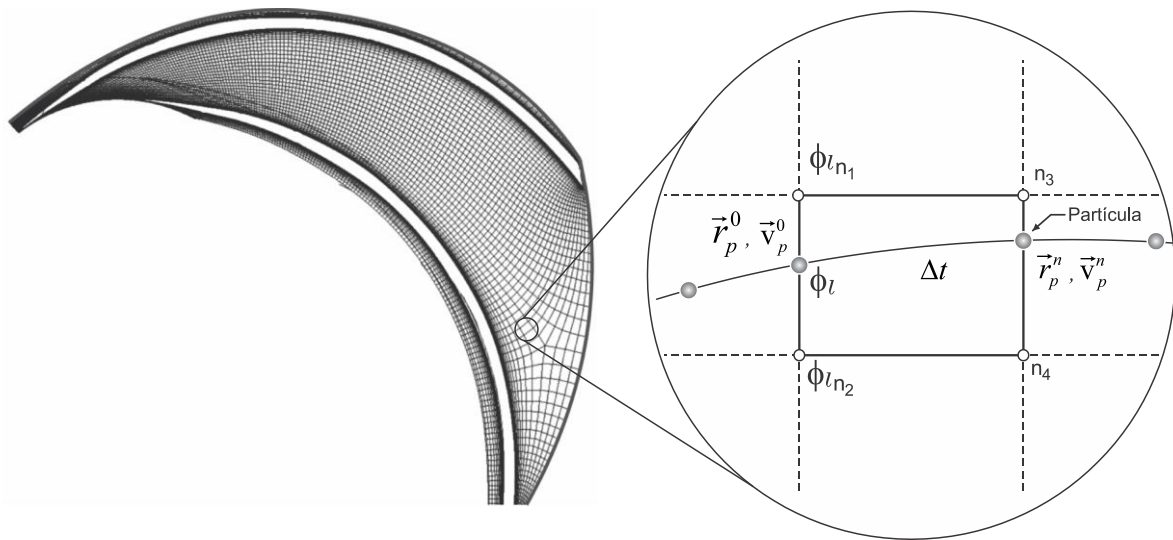
onde  $m_b$  é a massa da bolha,  $D$  é o diâmetro da bolha,  $\nabla p$  representa a gradiente de pressão da fase de líquido,  $\vec{\Omega}$  é a velocidade de rotação,  $\vec{v}_l$  é o vetor da velocidade do líquido e  $\vec{v}_b^0$  é o vetor da velocidade da bolha no instante anterior.

A equação genérica de transporte (4.20) tem a forma de uma Equação Diferencial Ordinária (EDO) de primeira ordem linear, cuja solução analítica é representada como:

$$\phi_b = \phi_l + (\phi_b^0 - \phi_l) \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) + \tau R \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)\right) \quad (4.23)$$

onde o subscrito “0” indica o valor da variável em análise no instante anterior.

Para o cálculo das forças e os valores de  $\tau$  e  $R$ , as variáveis da fase contínua, como densidade, viscosidade e velocidade são necessárias na posição da partícula. Essas variáveis são obtidas em cada elemento por onde passa a partícula. O cálculo numérico destas variáveis dentro de um elemento é feito mediante uma interpolação a partir dos vértices até a posição da partícula, como representado esquematicamente na Figura 4.4, onde por simplicidade é mostrado um elemento de malha bidimensional do canal do rotor. Nesta figura, observa-se que a variável genérica da fase contínua,  $\phi_l$ , é obtida mediante uma interpolação dos nós “n<sub>1</sub>” e “n<sub>2</sub>”, (Ansys,2015).



**Figura 4.4—Esquema da modelagem numérica do movimento da bolha num elemento de malha bidimensional.**

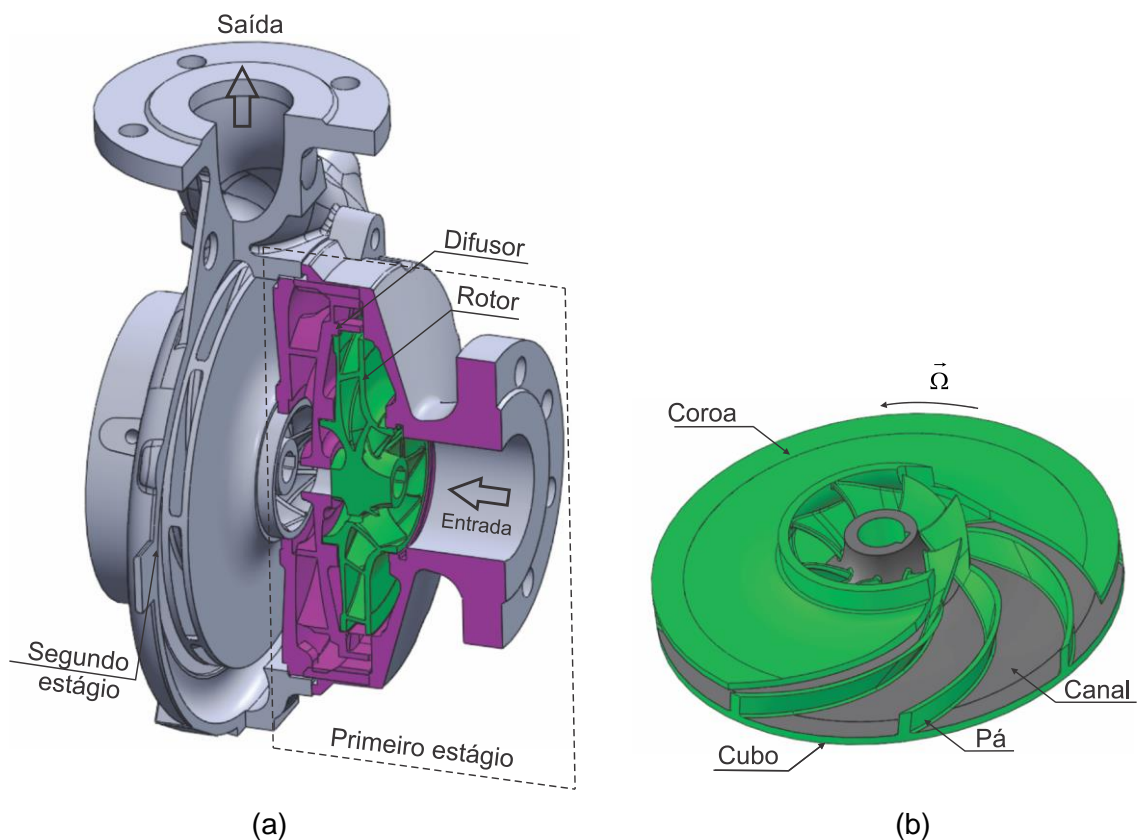
### 4.3 GEOMETRIA DO PRIMEIRO ESTÁGIO DA BOMBA CENTRÍFUGA

Nesta seção é definida a geometria utilizada para o presente estudo. Essa geometria é baseada no modelo desenvolvido pelo centro de pesquisa “Núcleo de Escoamentos

Multifásicos” (NUEM) e utilizada por Sabino (2015). A ideia é implementar o seguimento de partículas ao modelo proposto pelo autor.

A Figura 4.5 (a) mostra a bomba centrífuga Imbil® ITAP 65-330/2, tipo radial, de dois estágios, utilizada por Sabino (2015). O primeiro estágio envolve um rotor e um difusor, enquanto que o segundo compreende um rotor e uma voluta. O desenho em CAD mostrado foi obtido após se realizar um escaneamento a laser das peças principais da bomba e consequente reconstrução por meio de nuvem de pontos, o que garante uma boa precisão na geometria em estudo.

As linhas tracejadas da Figura 4.5 (a) ressaltam o primeiro estágio da bomba. Ele é composto por um rotor e um difusor com 8 e 12 pás, respectivamente. A Figura 4.5 (b) mostra o rotor radial de tipo fechado. O cubo e a coroa constituem, respectivamente, a tampa inferior e superior do rotor. O eixo une essas duas tampas e transmite o movimento ao rotor. Um corte na coroa permite visualizar as pás curvadas para atrás, assim como os canais por onde se move o escoamento da fase contínua. O rotor gira no sentido das pás curvadas, como indicado pela seta localizada na parte superior. A tabela 4.1 mostra as principais dimensões do rotor em estudo, assim como do difusor.



**Figura 4.5—(a) Esquema da geometria da bomba Imbil® ITAP 65-330/2 em CAD. (b) Rotor do primeiro estágio.**

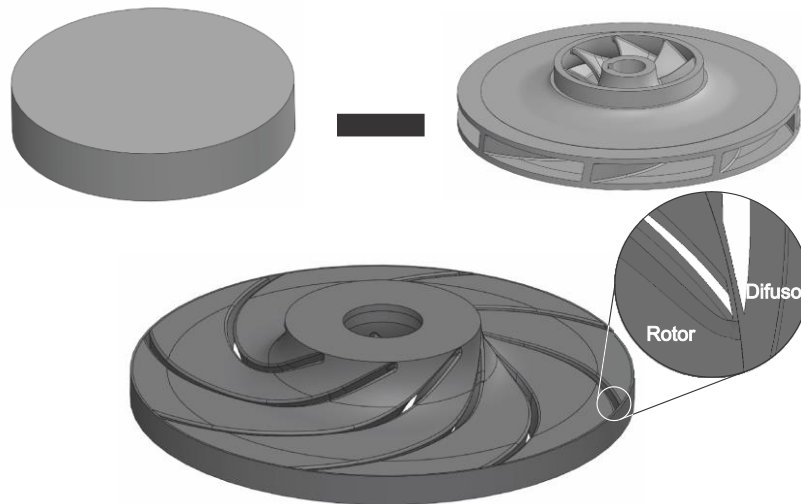
**Tabela 4.1: Dimensões do rotor e difusor do primeiro estágio da bomba Imbil® ITAP 65-330/2.**

<b>Dimensões</b>	<b>Rotor do 1º Estágio</b>	<b>Difusor</b>
Número de pás	8	12
Diâmetro interno e externo	80 mm / 205 mm	205 mm / 254 mm
Ângulos de entrada da pá ( $\beta_1$ )	22,5 °	21 °
Ângulos de saída da pá ( $\beta_2$ )	36 °	10 °
Altura do canal na entrada ( $b_1$ )	21 mm	18 mm
Altura do canal na saída ( $b_2$ )	12 mm	18 mm
Espessura mínima e máxima da pá	3 mm / 3 mm	3 mm / 3 mm

#### 4.4 EXTRAÇÃO DO DOMÍNIO FLUIDO DO PRIMEIRO ESTÁGIO

Após a identificação da geometria a ser estudada, inicia-se a extração do domínio fluido. Ele representa a região de interesse nas simulações numéricas do escoamento de líquido e das bolhas, já que as partes sólidas da bomba não fazem parte do domínio de solução. Neste trabalho, considerou-se o domínio total das simulações como o conjunto de 4 subdomínios, isto é, o rotor, o difusor, o tubo de entrada e uma extensão na saída do difusor. Essas duas últimas partes são adicionadas com a finalidade de afastar as condições de contorno da entrada e da saída do rotor e difusor, respectivamente. Entenda-se por “afastar” como a forma de garantir que o escoamento não seja condicionado nas posições de entrada do rotor e saída do difusor. Além disso, o tubo de entrada garante um perfil completamente desenvolvido na entrada do rotor.

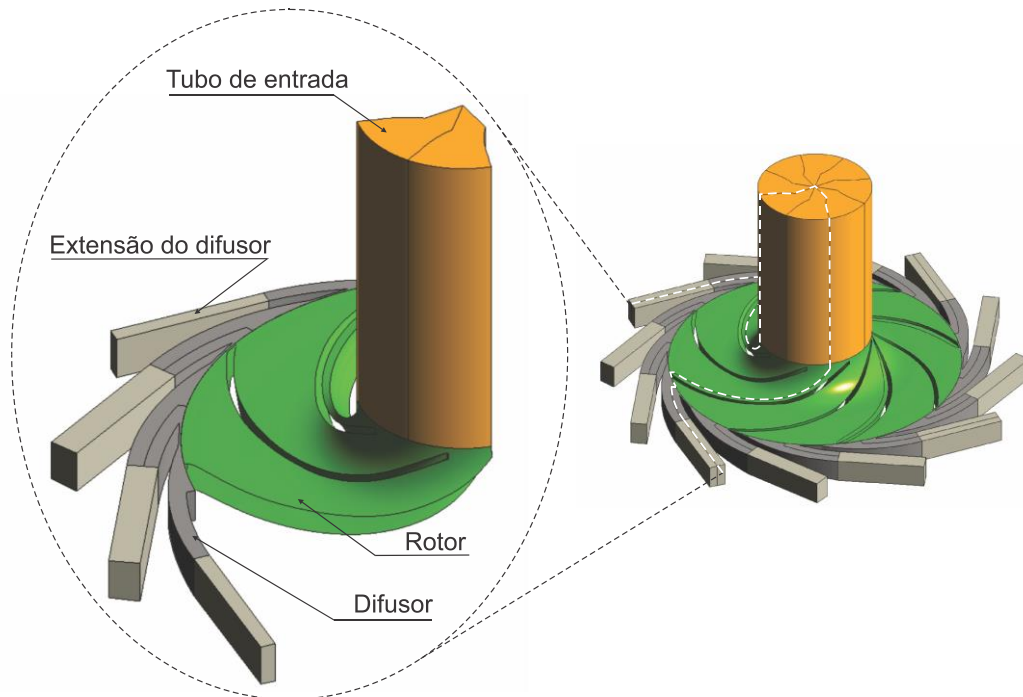
De forma geral, o domínio fluido do rotor é obtido mediante a extração da geometria de um cilindro maior, como indicado na Figura 4.6, onde se subtrai do cilindro a geometria do rotor. Esta extração é feita com ajuda do programa Solidworks 2012, conhecida em outros programas como operação *booleana*. Informalmente, diz-se que o domínio fluido corresponde ao negativo da geometria do rotor, isto é, ao volume não ocupado pelas partes sólidas que o compõem.



**Figura 4.6—Extração do domínio fluido do rotor da bomba centrífuga.**

Além do procedimento descrito acima, são realizados diversos ajustes para obter o domínio desejado, como desprezar os furos de balanço e aumentar em aproximadamente 2mm a extensão radial do rotor, agregando para isso parte da geometria do difusor. Essa extensão pode ser visualizada em detalhe, na Figura 4.6, e é um procedimento proposto por Ansys (2015) como forma de garantir com que os dois lados da interface – isto é, o lado do rotor e o do difusor – tenham uma razão de área unitária, o que aumenta a precisão na transferência de informação entre os dois elementos.

Com a finalidade de diminuir o tempo computacional nas soluções numéricas sem prejuízo aos resultados, é adotada uma compactação do domínio de solução por meio de uma condição de periodicidade rotacional, devido a simetria existente entre o rotor e difusor. Dessa forma, o modelo numérico é dividido em 4 partes iguais, isto é, uma seção azimutal de  $90^\circ$  para cada peça. A Figura 4.7 mostra ilustrativamente a delimitação de  $1/4$  (isto é,  $90^\circ$ ) da geometria de interesse, onde cada subdomínio, ou seja, o rotor, o difusor, o tubo de entrada e a extensão na saída do difusor são indicados. Condições de contorno de periodicidade são utilizadas nos extremos das regiões limite, como descrito por Ansys (2015).



**Figura 4.7—Representação dos subdomínios simulados na quarta parte do domínio fluido total.**

#### 4.5 GERAÇÃO DA MALHA COMPUTACIONAL

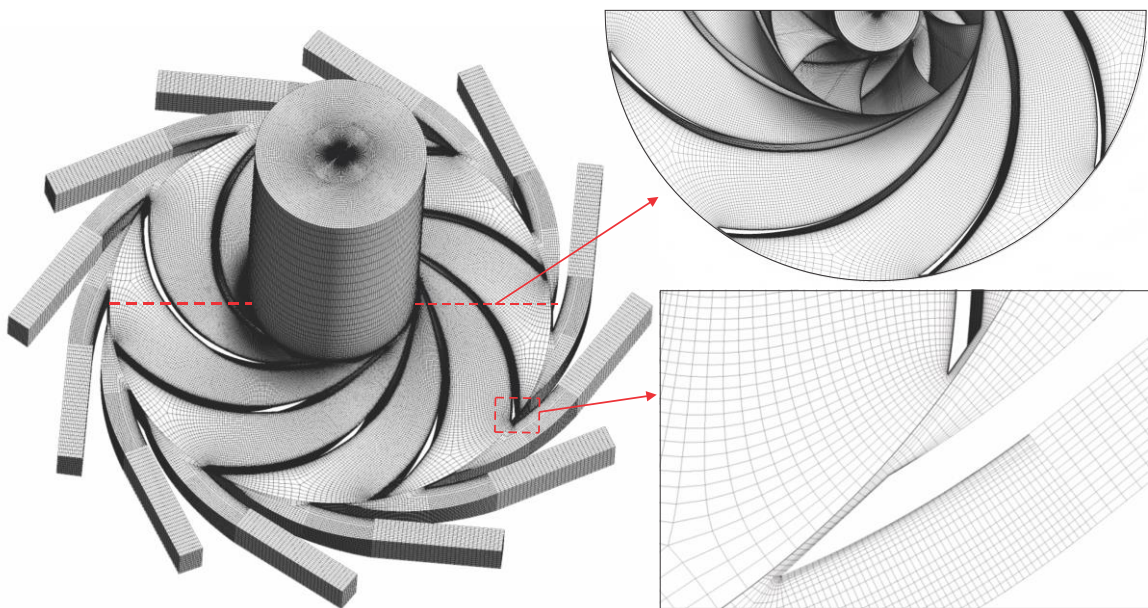
Uma vez confeccionado o domínio fluido, o passo seguinte consiste na discretização do domínio em volumes discretos e pontos de cálculo, que em seu conjunto compõem a malha numérica de solução. Ela foi construída, no presente trabalho, com elementos essencialmente hexaédricos, com ajuda dos softwares ANSYS® ICEM CFD™ e ANSYS® TurboGrid™. O primeiro é utilizado para a realização das malhas numéricas do tubo, do difusor e da extensão do difusor. Já a malha do rotor é confeccionada no programa ANSYS® TurboGrid™, que é especializado para elementos de turbomáquinas compostos por pás (como o rotor da bomba centrífuga) e emprega uma complexa estratégia de distribuição de elementos hexaédricos ajustados ao corpo de modo a proporcionar malhas de alta qualidade para essa classe de geometrias.

A construção da malha no programa ANSYS® TurboGrid™ é feita mediante a importação de três arquivos que contêm as informações da geometria do rotor, isto é, o perfil da pá e as curvas que delineiam a coroa e o cubo do rotor.

Dado que o modelo de turbulência SST  $k-\omega$  requer um refino adequado da malha perto das superfícies sólidas, ajusta-se a distância entre o primeiro elemento e a parede, com a finalidade de se distribuir nós computacionais dentro da subcamada viscosa. Em dinâmica dos fluidos computacional, utiliza-se normalmente o conceito de distância adimensional dado pelo fator  $y^+$  (Ansys, 2015), que para o modelo SST  $k-\omega$  deve ser posicionado com um valor

próximo a 1,0. Como esse fator depende da vazão e da viscosidade do líquido, uma distribuição de malha que atenda aos requisitos de  $y^+$  para toda a faixa de condições estudada é feita após simulações de teste e ajustes pontuais tal que os pontos próximos à parede sejam pequenos o suficiente para garantir  $y^+ \approx 1,0$  em qualquer caso.

A Figura 4.8 mostra uma vista isométrica da malha total gerada para o primeiro estágio da bomba. Embora seja ilustrada a geometria completa por conveniência (isto é, 360°), vale-se lembrar que se simula apenas 1/4 do domínio fluido devido à adoção da condição de periodicidade rotacional, como indicado na seção anterior. Mostra-se na figura, também, detalhes com as regiões de refino de malha, e uma vista superior do rotor.



**Figura 4.8—Malha numérica do primeiro estágio da bomba Imbil.**

#### 4.6 CONDIÇÕES DE CONTORNO E INTERFACE DA FASE CONTÍNUA

As condições de contorno constituem um conjunto de propriedades ou condições entre o domínio fluido e as fronteiras que o delimitam. Elas são fundamentais para a descrição do problema, e sua definição é parte importante de simulações numéricas na medida em que influenciam tanto nos resultados como na estabilidade do processo iterativo. A seguir são descritas as condições de contorno consideradas neste trabalho.

- Na entrada do tubo, é considerada uma pressão de referência igual a zero,  $P_{ref} = 0$ , manométrica. De acordo com Ansys (2015), essa condição é mais estável numericamente e é útil para a obtenção de um perfil de velocidade

completamente desenvolvido, sempre que seja considerada uma direção do escoamento com gradiente zero, isto é, o gradiente da velocidade perpendicular à fronteira é igual a zero. Como recomendado por Ansys (2015) é assumida uma intensidade da turbulência igual a 5% na entrada,

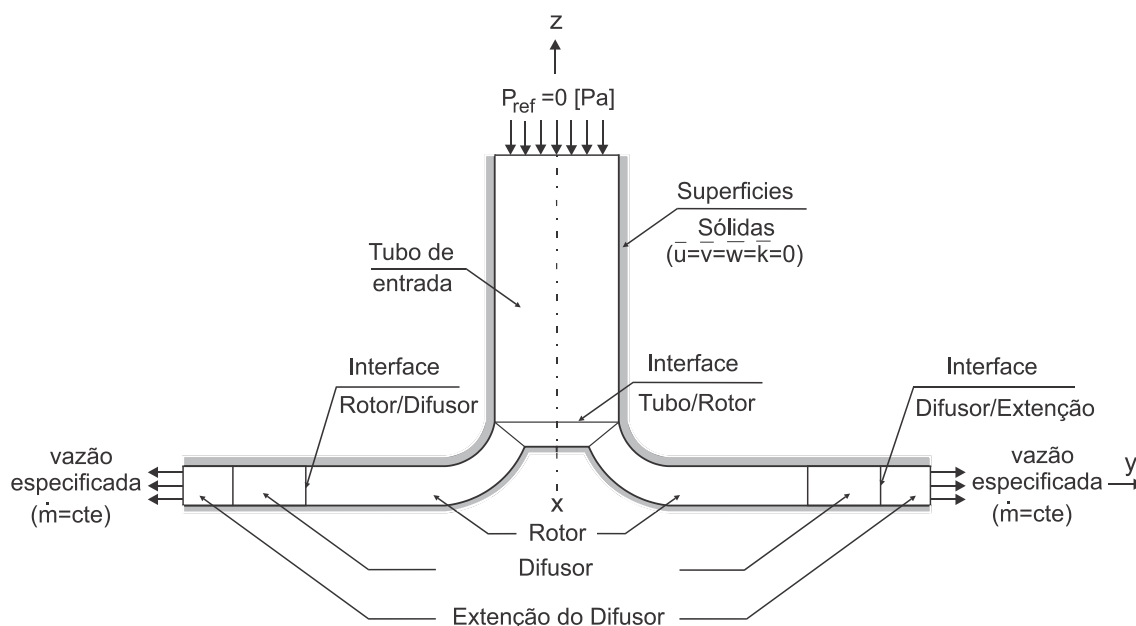
- Uma condição de não deslizamento e de parede lisa (rugosidade zero) é adotada para as fronteiras sólidas. Isso implica que as velocidades nessas regiões são zero.
- Na saída, é especificada uma vazão constante para cada simulação numérica. Esse arranjo, combinado com a especificação de uma pressão de referência na entrada, é proposto por Ansys (2015) como condição estável para simulações.

A Figura 4.9 ilustra as condições acima em um esquema do primeiro estágio da bomba. Mostram-se, também, as interfaces que conectam os domínios da bomba. Esses elementos são tratados numericamente mediante *modelos de interface*. Os acoplamentos entre as partes tubo-rotor, rotor-difusor e difusor-extensão são feitos mediante um método geral de interpolação, conhecido como *GGI (General Grid Interface)*. Esse método trata de transferir a informação entre os dois lados da interface, levando em conta que a distribuição de malha dos dois lados quase sempre não é igual e, portanto, uma interpolação precisa ser realizada. Tal interpolação é feita de modo implícito e conservativo, sendo o procedimento melhor explicado por Ansys (2015).

Adicionalmente, é usada a opção de *Rotor Congelado*, do inglês “*Frozen Rotor*” nas interfaces entre o rotor e os elementos estáticos (mais especificamente, tubo de entrada e difusor). Esse modelo assume uma posição fixa para o rotor em relação às partes estáticas, sendo o efeito rotativo levado em conta nas equações de conservação por meio dos termos fonte de Coriolis e centrífugo.

Como comentado acima, a Figura 4.9 mostra as condições de contorno e interfaces utilizadas para as simulações numéricas.





**Figura 4.9—Condições de contorno e interfaces aplicadas nas simulações numéricas.**

#### 4.7 TESTE DE MALHA.

O teste de malha é importante para garantir que os resultados do problema em estudo não sejam afetados, dentro de um limite de erro numérico, pelo número de elementos da malha utilizada nas simulações numéricas. Em termos práticos, busca-se uma malha que seja refinada o suficiente para atender aos requisitos do modelo de turbulência e capturar os fenômenos físicos de forma coerente, porém o suficiente para que o custo computacional de solução não seja proibitivo.

Foram analisadas quatro composições de malhas diferentes nos testes de sensibilidade. Os testes foram feitos em regime permanente, para uma rotação de 220 rpm e uma vazão mássica de 2,33 kg/s, equivalente a uma vazão 20% acima do ponto de melhor eficiência (BEP) da bomba, na rotação dada.

A primeira malha analisada contou com um total de 718.382 elementos hexaédricos, dos quais cerca de 78% pertencem ao rotor, já que é a principal geometria onde será analisado o movimento das bolhas. Tendo em conta o custo computacional para realizar os testes numéricos e o modelo de turbulência utilizado, foi realizado o refinamento em relação à malha inicial, tomada nesse caso como referência. A quantidade de elementos das novas malhas, numeradas como 1, 2 e 3, é mostrada na Tabela 4.2. Na mesma tabela, indica-se também o ganho de pressão do primeiro estágio da bomba, bem como o valor médio de  $y^+$

atingido para cada malha do rotor<sup>4.1</sup> Esse último parâmetro é analisado para garantir à adequada utilização do modelo de turbulência SST  $k - \omega$  nas regiões próximas as paredes, isto é, atingir um valor de  $y^+$  próximo a 1,0 para os nós localizados perto das superfícies sólidas (Ansys, 2015).

**Tabela 4.2: Comparação do valor médio da pressão nas malhas testadas.**

Malha Testada	Número de Elementos		$y^+_{rotor}$	$\Delta p [Pa]$	Desvio $\Delta p$ %
	Rotor	Total			
Inicial	559.368	718.382	31,99	2516,24	1,86
1	961.576	1.120.590	3,84	2558,73	0,21
2	1.311.240	1.470.254	2,51	2562,27	0,07
3	1.859.840	2.018.854	2,50	2564,00	-

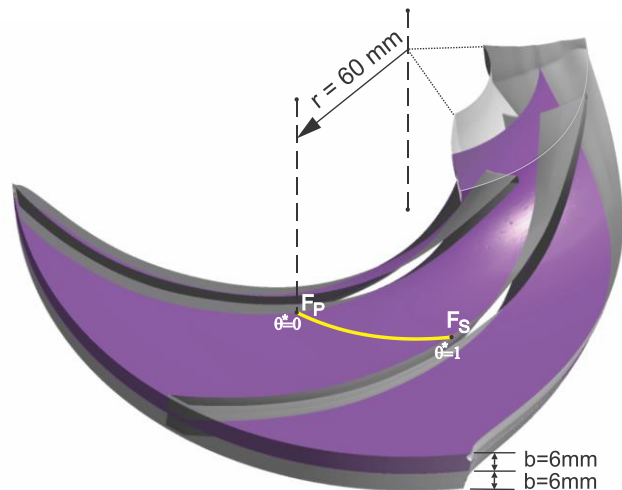
Uma comparação do desvio do ganho de pressão das malhas inicial, 1 e 2 com referência à malha 3 (malha mais refinada) foi realizado. Observa-se um desvio de 1,86 % para a malha inicial. Já para os outros casos o desvio foi menor a 0,2%, como indicado na Tabela 4.2.

Com os dados da Tabela 4.2, pode-se concluir que uma eventual seleção da malha inicial não poderia representar qualitativamente bem o problema, uma vez que o desvio do gradiente de pressão obtido com ela e substancialmente maior que os desvios das malhas 1 e 2. Entretanto, buscou-se avaliar perfis de velocidade e de pressão para uma dada posição do rotor, como forma de identificar a sensibilidade dos resultados das malhas 1,2 e 3 em função de parâmetros mais restritos.

A Figura 4.10 indica um esquema da posição em que se tomam os perfis, que equivale a uma linha circular que se estende da face de pressão à face de sucção do canal, em um raio fixo de 60 mm com relação ao eixo da bomba, e localizada no plano médio da largura axial do rotor, isto é,  $b=6\text{mm}$ . Para fins de generalidade, o comprimento da linha foi normalizado, de modo que o cálculo se estende desde uma posição adimensional  $\theta^* = 0$  na face de pressão, até a face de sucção,  $F_s$ , onde  $\theta^* = 1$ .

---

<sup>4.1</sup> Se optou por analisar o valor de  $y^+$  nas superfícies do rotor por ser a geometria de interesse do presente trabalho, isto é, foi no rotor onde se realizou o maior refino da malha.



**Figura 4.10—Posição da linha de cálculo do perfil de velocidade e de pressão para o teste de malha.**

As Figura 4.11 e 4.12 mostram o perfil de velocidade e de pressão para a posição indicada na Figura 4.10, respectivamente. Para ambos os casos, observa-se que não existe uma variação considerável nos perfis analisados para as malhas 1, 2 e 3. Para a malha inicial, é observada uma maior variação com relação aos outros testes. Isso indica que, para os propósitos do presente trabalho, qualquer uma das malhas 1, 2 e 3 poderia ser selecionada para a solução do problema, sendo a maior diferença entre elas o tempo computacional<sup>4.2</sup>, que oscila entre 6 horas para a malha 1 e de 7 a 10 horas para as malhas 2 e 3. Baseado nessa análise, foi selecionada a malha 1 por ter uma menor quantidade de elementos que as malhas 2 e 3. Essa malha conta com um total de 1.120.590 elementos, dois quais 961.576 elementos pertencem ao rotor.

---

<sup>4.2</sup> O tempo computacional está em função da quantidade de elementos que se resolve durante a simulação numérica.

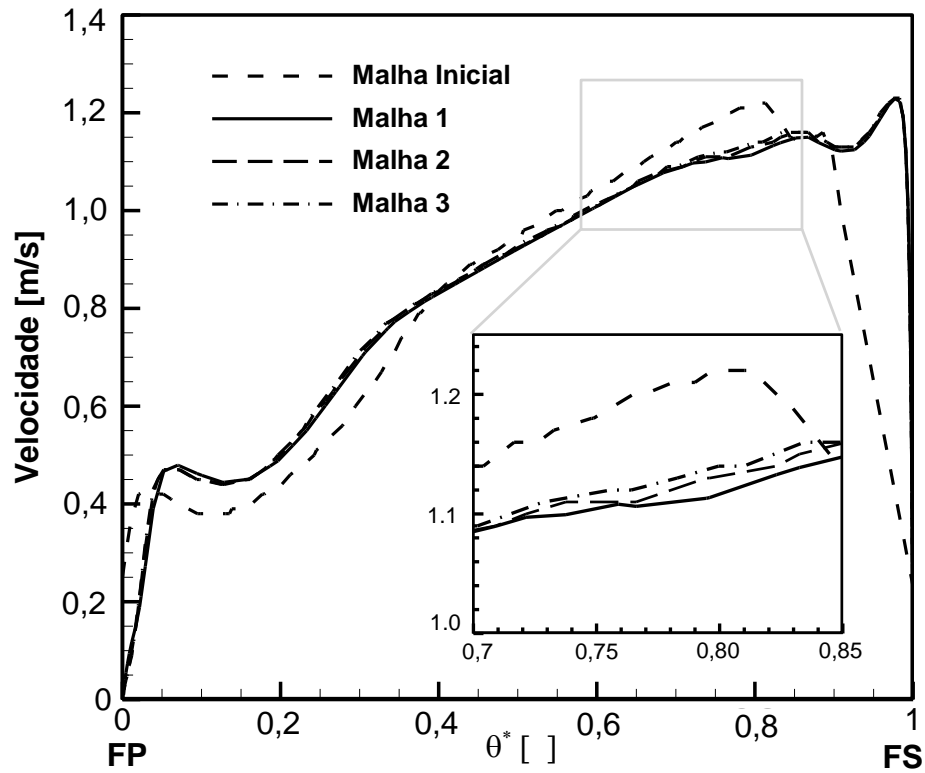


Figura 4.11—Perfil de velocidade em função da posição tangencial adimensional, para quatro malhas diferentes.

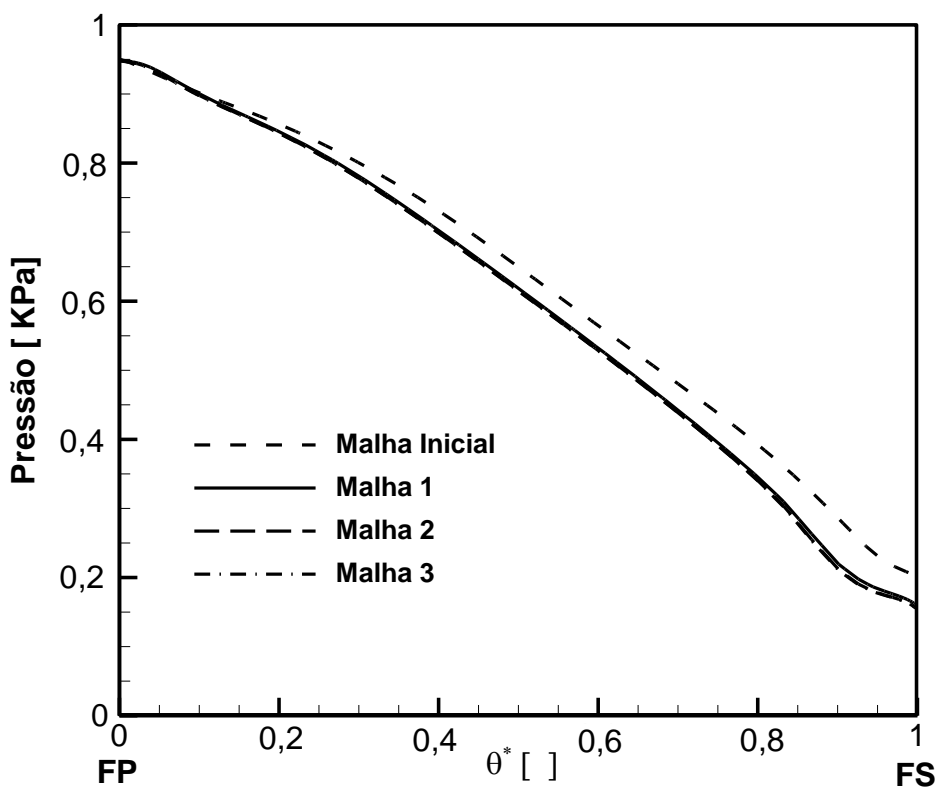


Figura 4.12—Perfil de pressão em função da posição tangencial adimensional, para quatro malhas diferentes.

Os perfis mostrados nas Figura 4.11 e 4.12 foram analisados para outras posições dentro do rotor, mas a mesma tendência verificada anteriormente foi observada. Também foi avaliado o perfil de velocidade versus a posição axial no raio de 60 mm, numa posição angular proximamente equidistante entre os lados de sucção e de pressão de duas pás consecutivas, como realizado por Segala (2010). Observando-se que a maior variação foi encontrada na malha inicial, as outras configurações não sofreram uma mudança significativa.

#### 4.8 PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

Para as simulações numéricas, utiliza-se água como fluido de trabalho (fase contínua). Suas propriedades são: massa específica  $\rho_{\text{água}} = 997 \text{ kg} / \text{m}^3$  e viscosidade dinâmica  $\mu_{\text{água}} = 1,003 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ . As partículas analisadas são consideradas como bolhas esféricas de ar com massa específica  $\rho_{\text{ar}} = 1,185 \text{ kg} / \text{m}^3$ , para uma temperatura de 25° C. (Ansys,2015)

A Tabela 4.3 mostra a grade de teste de simulações do presente trabalho. Estes valores específicos forem selecionados em princípio com a finalidade de poder validar as simulações numéricas com dados experimentais desenvolvidos por Sabino (2015). Os diâmetros de bolhas analisados têm uma faixa entre 0,1 mm até 3mm, que também corresponde às observações experimentais do autor.

**Tabela 4.3: Parâmetros de simulação testadas (Adaptação do Sabino, 2015)**

Velocidade da bomba	Vazão no BEP* [ $\text{m}^3 / \text{h}$ ]				Diâmetro de bolha
	BEP	1,1 BEP	1,2 BEP	1,3 BEP	
100	3,18	3,50	3,82	—	1-3 mm
110	3,50	3,85	4,20	—	
120	3,82	4,20	4,58	4,96	
170	5,41	5,95	6,49	—	
220	7,00	7,70	8,40	—	

\*Ponto de máxima eficiência.

Uma vez exposta a metodologia numérica, a geometria em estudo e os parâmetros de simulação. A seguir, serão expostos os resultados obtidos neste trabalho.

## 5 RESULTADOS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos das simulações numéricas. As duas primeiras seções são destinadas à validação do modelo numérico tanto da fase contínua como o movimento da bolha no interior do canal do rotor. A terceira seção apresenta a análise numérica da dinâmica de uma bolha isolada que se move sobre o meio contínuo de líquido. Por fim, uma avaliação da influência das condições operacionais (velocidade de rotação, vazão de líquido) e do diâmetro e posição de partida da partícula no movimento da bolha é apresentada na última seção.

### 5.1 AVALIAÇÃO DO ESCOAMENTO DA FASE CONTÍNUA

#### 5.1.1 Validação do ganho de pressão do rotor

Os resultados da fase contínua do modelo numérico são validados utilizando os dados experimentais desenvolvidos por Sabino (2015), que por sua vez avaliou seus testes com dados anteriores fornecidos por Amaral (2007)<sup>5.1</sup>. Além da visualização de bolhas no interior do primeiro estágio da bomba Imbil ITAP 65-330/2, Sabino (2015) também realizou medições experimentais do ganho de pressão no rotor para escoamento monofásico de água, sendo portanto interessante incorporar tais dados para a validação do presente modelo numérico.

A Figura 5.1 mostra o ganho de pressão através do rotor da bomba centrífuga em função da vazão de líquido, para as velocidades de rotação indicadas na Tabela 4.3. Os dados foram calculados para escoamento monofásico. De forma geral, foi observada uma boa concordância entre os valores numéricos e os dados experimentais. O desvio máximo encontrado foi de 6 %, esses desvios estão localizados para vazões abaixo do BEP e são calculados através da equação (5.1). O desvio deve-se ao modelo numérico, dado que possivelmente ele não esteja capturando bem as recirculações que se formam quando as bombas operam fora de sua máxima eficiência. Nos pontos onde se realizaram a grade de teste, isto é, pontos iguais e maiores ao BEP, foram observados desvios menores que 2%.

$$Desvio(\%) = \text{Absoluto} \left[ \frac{(\text{Valor Numérico}) - (\text{Valor Experimental})}{(\text{Valor Experimental})} \right] \cdot 100\% \quad (5.1)$$

---

<sup>5.1</sup>O autor realizou seu teste para as seguintes velocidades de rotação: 612 rpm, 806 rpm, 1000 rpm e 1150 rpm e fez uma comparação da altura total com as curvas fornecidos pelo fabricante, obtendo um erro máximo de 6%.

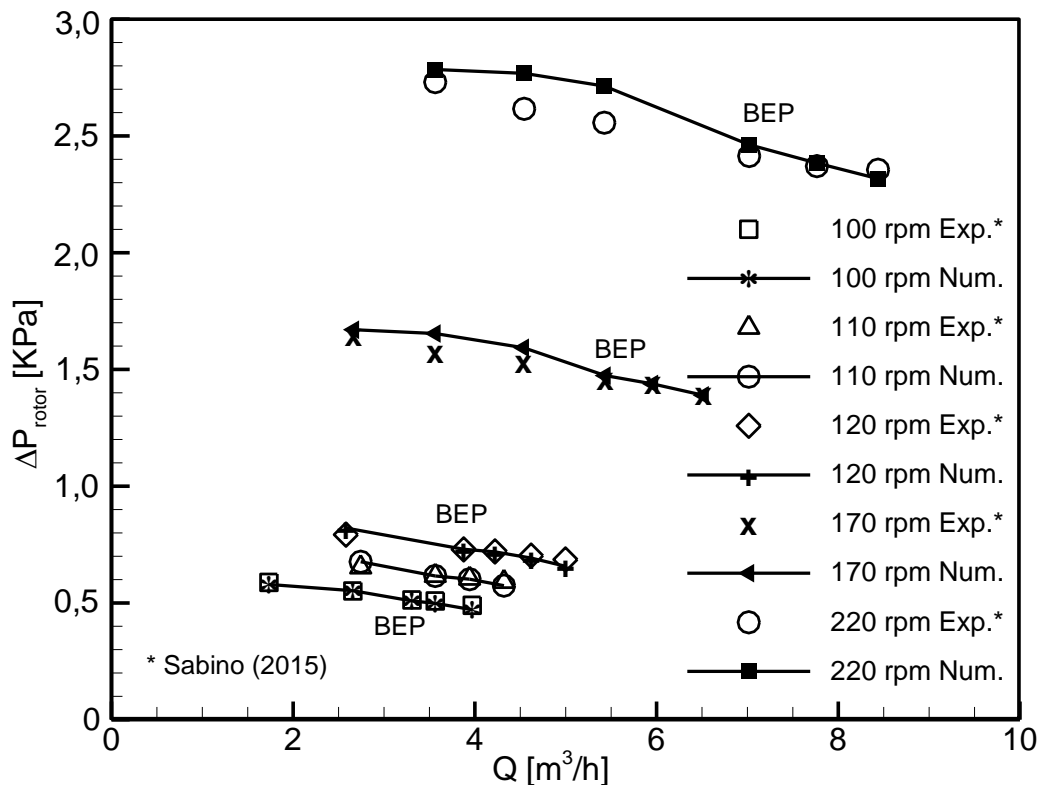


Figura 5.1—Comparação entre dados numéricos e experimentais do ganho de pressão no rotor da bomba Imbil como função da vazão de líquido.

### 5.1.2 Análise do campo de escoamento

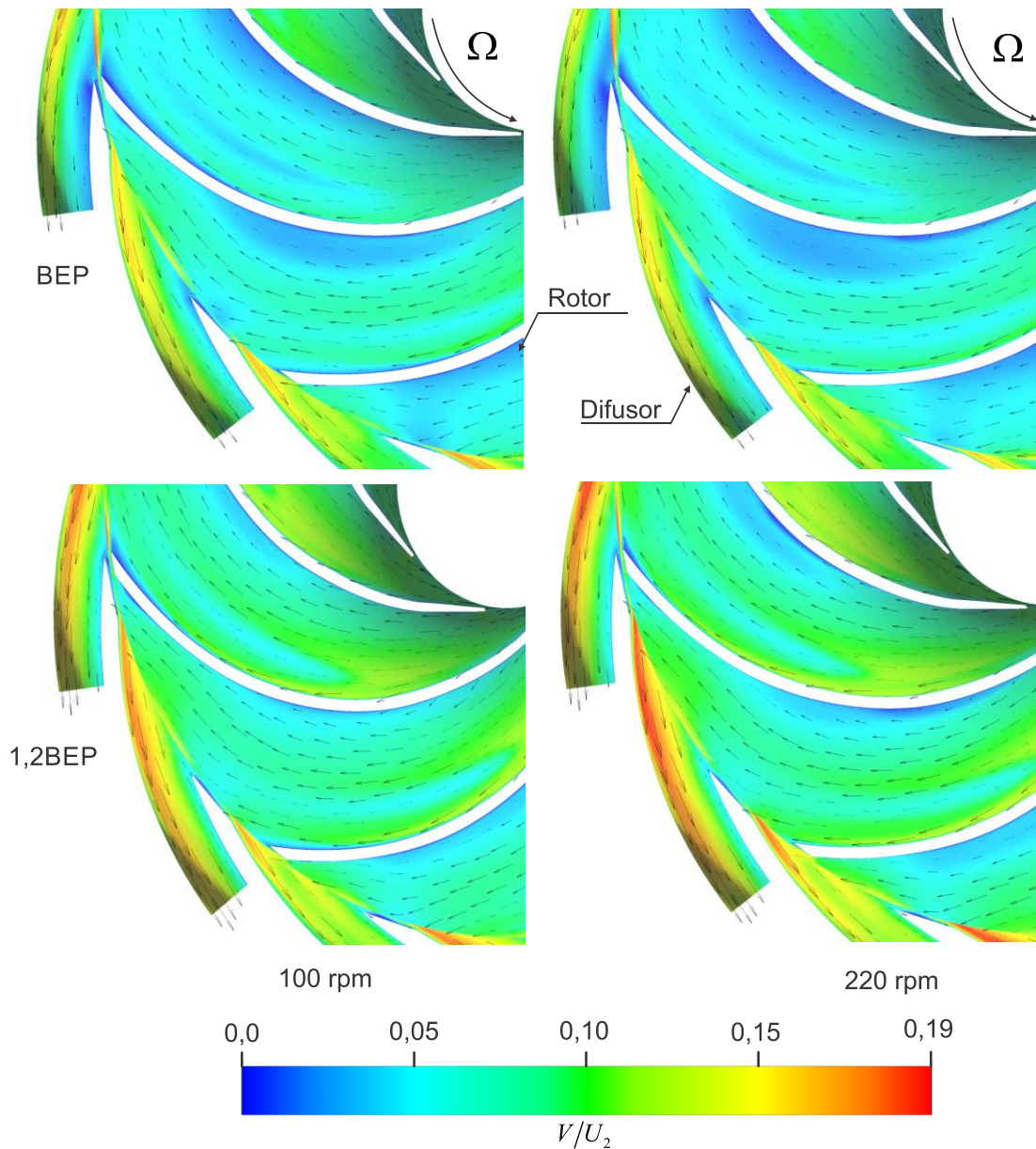
Nesta seção, será analisado o campo de escoamento monofásico a fim de compreender melhor a relação que existe entre o movimento das bolhas e o campo de velocidades. Com a finalidade de ter uma escala única, o campo de velocidades foi normalizado pela velocidade tangencial na saída do rotor,  $U_2 = \Omega r_{ext}$ . Para a rotação do projeto da bomba (1150 rpm), estimou-se um valor de  $U_2 = 12,43$  m/s.

A Figura 5.2 mostra um trecho do conjunto rotor-difusor, no qual é realizada uma comparação entre os campos de velocidades, para as rotações de 100 rpm e 220 rpm, no ponto de máxima eficiência da bomba (BEP) e para 20% acima do BEP. A análise é realizada no plano médio do rotor entre o cubo e a coroa. Os valores das velocidades são expressos por meio de um mapa de cores.

Para os casos avaliados, observa-se que o escoamento se orienta bem com as pás do rotor e do difusor, sem a presença de recirculações. Uma região de maior velocidade é vista no lado de sucção da pá, decrescendo próximo ao lado de pressão.

Por outro lado, quando varia-se unicamente a velocidade de rotação, uma semelhança entre ambos os escoamentos é observada, o que era esperado pelo fato de que as simulações foram realizadas com parâmetros operacionais adimensionais equivalentes (ou seja, mesma

vazão adimensional ou coeficiente de fluxo equivalente). Já para iguais rotações e diferentes vazões, vê-se uma maior diferença entre ambos os campos de escoamento. Observa-se, por exemplo, regiões do campo de velocidade do caso de 1,2BEP com valores absolutos maiores que no ponto de máxima eficiência, como esperado.



**Figura 5.2—Comparação entre os campos de velocidades na superfície média do rotor da bomba Imbil.**

Na Figura 5.3, mostra-se com maior detalhe a variação do perfil de velocidade entre duas pás consecutivas, tomada sobre um segmento de linha circular localizada em uma posição radial de 60 mm, como proposto anteriormente na Figura 4.10. Os resultados são mostrados para as rotações indicadas na seção 4.8, no ponto de máxima eficiência. Os



perfis são representados em função da posição adimensional  $\theta^*$ , como descrito para os testes de malha.

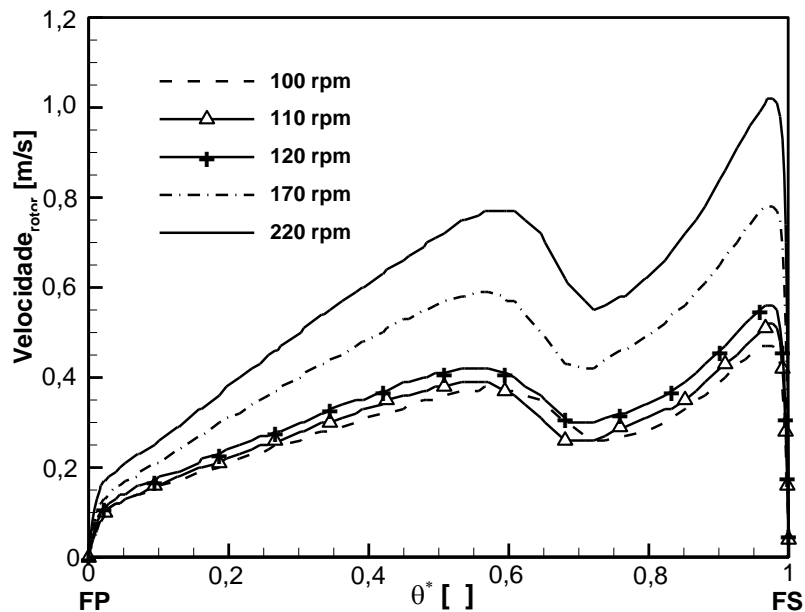


Figura 5.3—Perfis de velocidade da fase contínua versus a posição adimensional  $\theta^*$  no rotor, para o plano médio para  $r=0,60$  mm.

Como esperado, do gráfico observa-se um crescimento da velocidade com o aumento da rotação, isto pela maior quantidade de líquido bombeado para um mesmo instante de tempo. Por outro lado, é vista uma queda das velocidades perto do lado de sucção, entre as posições  $\theta^*=0,6$  e  $\theta^*=0,8$ . Embora a inflexão nos perfis possa ser um reflexo natural do projeto do rotor, é fato que sua existência deve vir associada de gradientes laterais de pressão, que devem influenciar no movimento de bolhas isoladas.

Além disso, a tendência anterior coincide com a presença de um alto nível de intensidade de turbulência, como observado na Figura 5.4, onde é mostrada a variação da energia cinética turbulenta<sup>5.2</sup>,  $k$ , em função do parâmetro adimensional  $\theta^*$ . Claramente, observa-se como o valor de  $k$  aumenta nas mesmas posições onde se observou uma queda nos perfis de velocidades. Além disso, a energia cinética turbulenta apresenta valores mínimos nas regiões perto do lado de pressão, isto é, para as posições adimensionais menores de 0,5. Uma análise similar dos perfis de velocidade foi realizada para outras localizações dentro do canal do rotor, observando-se a mesma tendência.

<sup>5.2</sup>. A energia cinética turbulenta é a soma da média dos quadrados das flutuações de velocidade.

Essas observações, embora sejam restritas ao campo de líquido, ajudam a entender certos comportamentos no interior da bomba, em especial na compreensão das forças de arrasto e massa virtual, que são influenciadas pela distribuição do campo de velocidade de líquido no rotor.

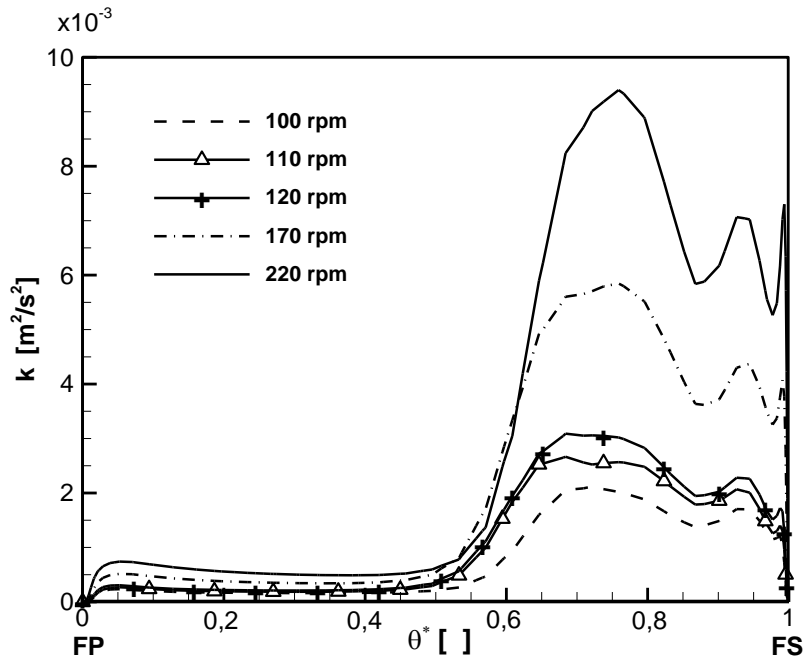
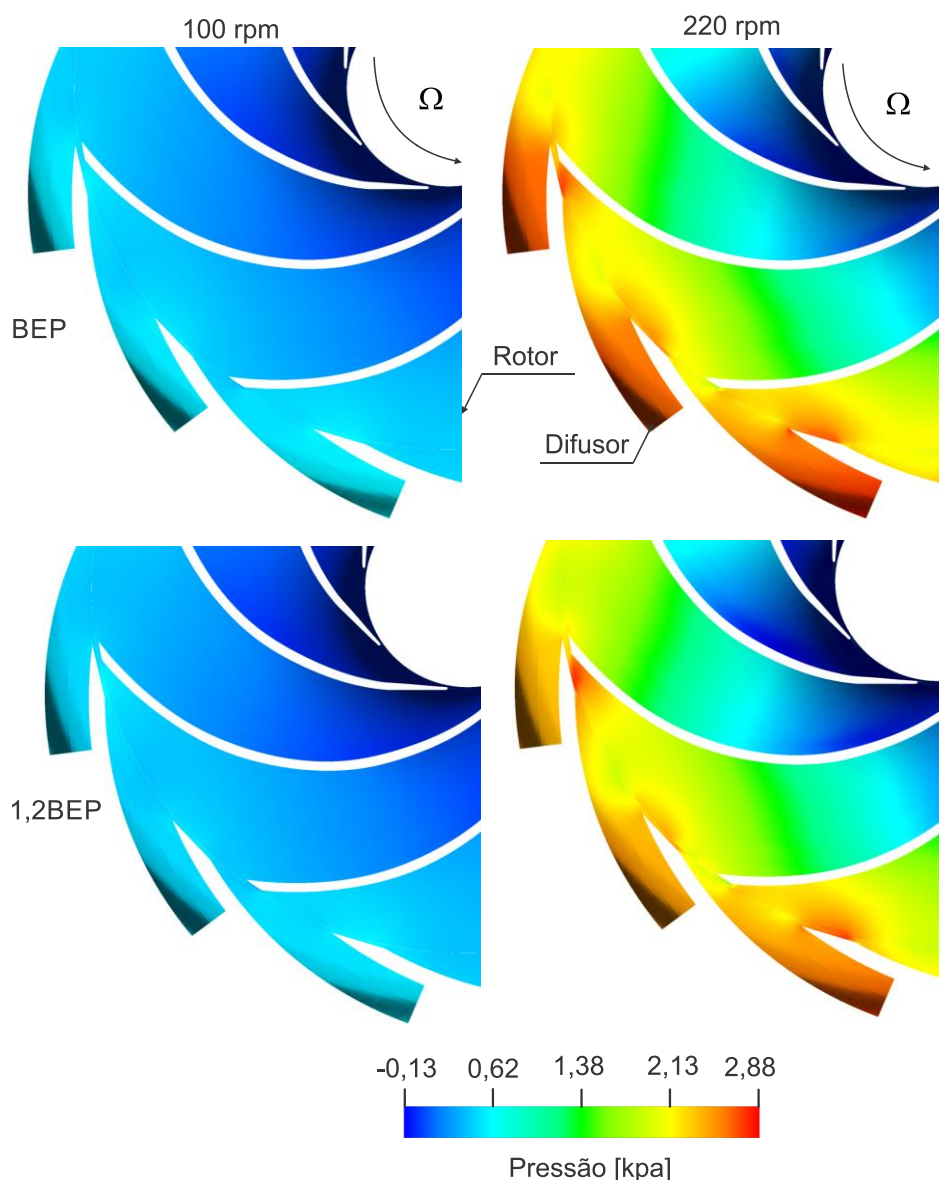


Figura 5.4—Energia cinética turbulenta versus a posição adimensional  $\theta^*$  no rotor, para o plano médio para  $r=0,60$  mm.

### 5.1.3 Análise do campo de pressão

A Figura 5.5 mostra os campos de pressão para as rotações de 100 rpm e 220 rpm no BEP e 20 % acima do BEP. A superfície de análise foi o mesmo plano médio utilizado para avaliar os campos de velocidade. Como esperado, uma maior pressão é observada na saída do rotor em comparação com sua entrada, este valor aumenta ainda mais no difusor. Também é visto, por meio da barra de cores, como um aumento da velocidade de rotação faz crescer as pressões em cada ponto do domínio de análise, além disso uma queda das pressões é observada quando varia-se as vazões para uma mesma rotação; este efeito é apreciado melhor na rotação de 220 rpm.

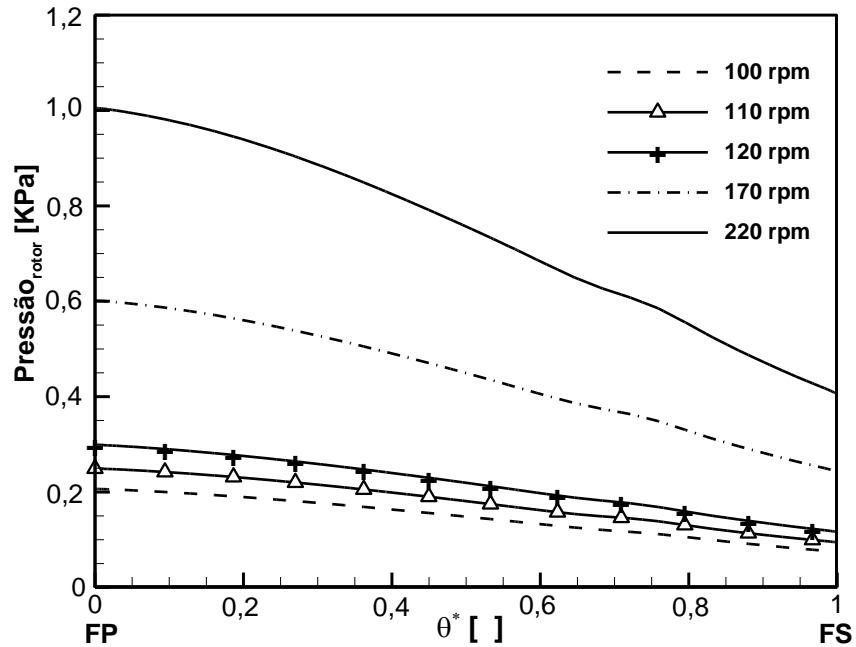


**Figura 5.5—Comparação entre campos de pressões na superfície média do rotor da bomba para as rotações de 100 rpm e 220 rpm no BEP e 1,2BEP.**

A Figura 5.6 mostra uma comparação entre as pressões para diferentes velocidades de rotação no BEP, ao longo do comprimento de arco medido desde o lado de sucção até o lado de pressão da pá, tal como indicado na Figura 4.10, para o raio  $r = 60$  mm. Observa-se como a pressão aumenta aproximadamente de forma linear desde FS até FP, o que mostra a existência de um gradiente de pressão entre duas pás consecutivas do rotor. Esse resultado é esperado, e é de fato um princípio básico do funcionamento de rotores centrífugos que permite a transmissão de torque das pás para o líquido, como explicado por Stepanoff (1967). Uma tendência similar foi observada para outros raios dentro do rotor.

Assim como a análise do campo de velocidades, o entendimento do campo de pressão no interior do rotor contribui na compreensão da influência do gradiente de pressão no movimento de bolhas. Como será visto adiante, a distribuição de pressão na fase líquida é o

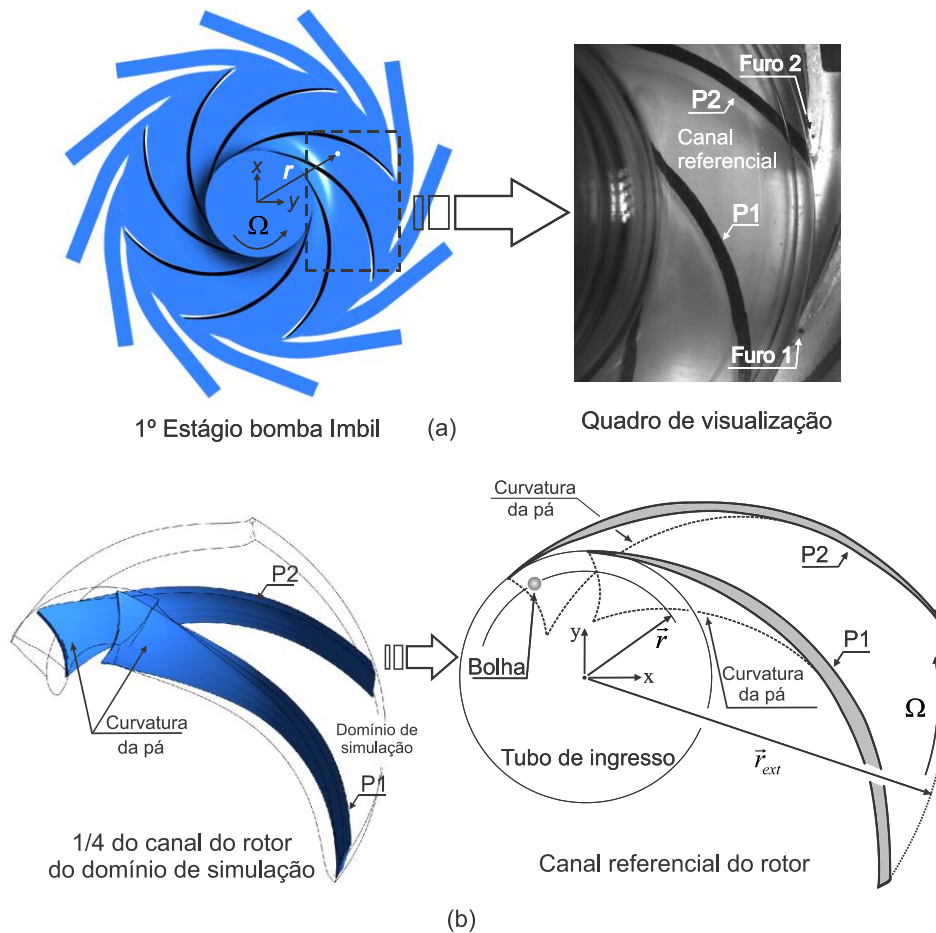
fator dominante no movimento de bolhas isoladas. Por ser muito complexo o levantamento experimental de campos de pressão como os mostrados na Figura 5.5, a ferramenta numérica traz vantagens decisivas nesse sentido.



**Figura 5.6—Distribuição da pressão versus posição adimensional  $\theta^*$  no rotor, em um plano entre cubo e coroa, para uma posição radial de  $r=0,60$  mm, para diferentes velocidades de rotação.**

## 5.2 VALIDAÇÃO DO MOVIMENTO DAS BOLHA NO ROTOR

Nesta seção, serão comparados os resultados numéricos do movimento das bolhas no interior de um canal do rotor com os dados experimentais de Sabino (2015). A Figura 5.7(a) mostra a região onde o autor capturou as imagens para a análise da dinâmica das bolhas. Como indicado por ele, o campo de visualização foi limitado pela presença da tubulação vertical na entrada da bomba que impossibilita a visualização de toda a extensão do canal do rotor. O campo de visualização resultante inicia-se a partir de uma posição radial de 35 mm e finaliza na periferia do rotor.



**Figura 5.7—Região do rotor analisada (Adaptação de Sabino (2015))**

Para fins ilustrativos, nos gráficos que se seguem serão desenhadas duas pás consecutivas (P1 e P2) como as mostradas na Figura 5.7(b). Isso facilitará em muito a compreensão da trajetória das bolhas no interior do rotor. Note-se que a geometria de cada pá apresenta uma curvatura desde a entrada até a saída do canal referencial formado pelas duas pás consecutivas.

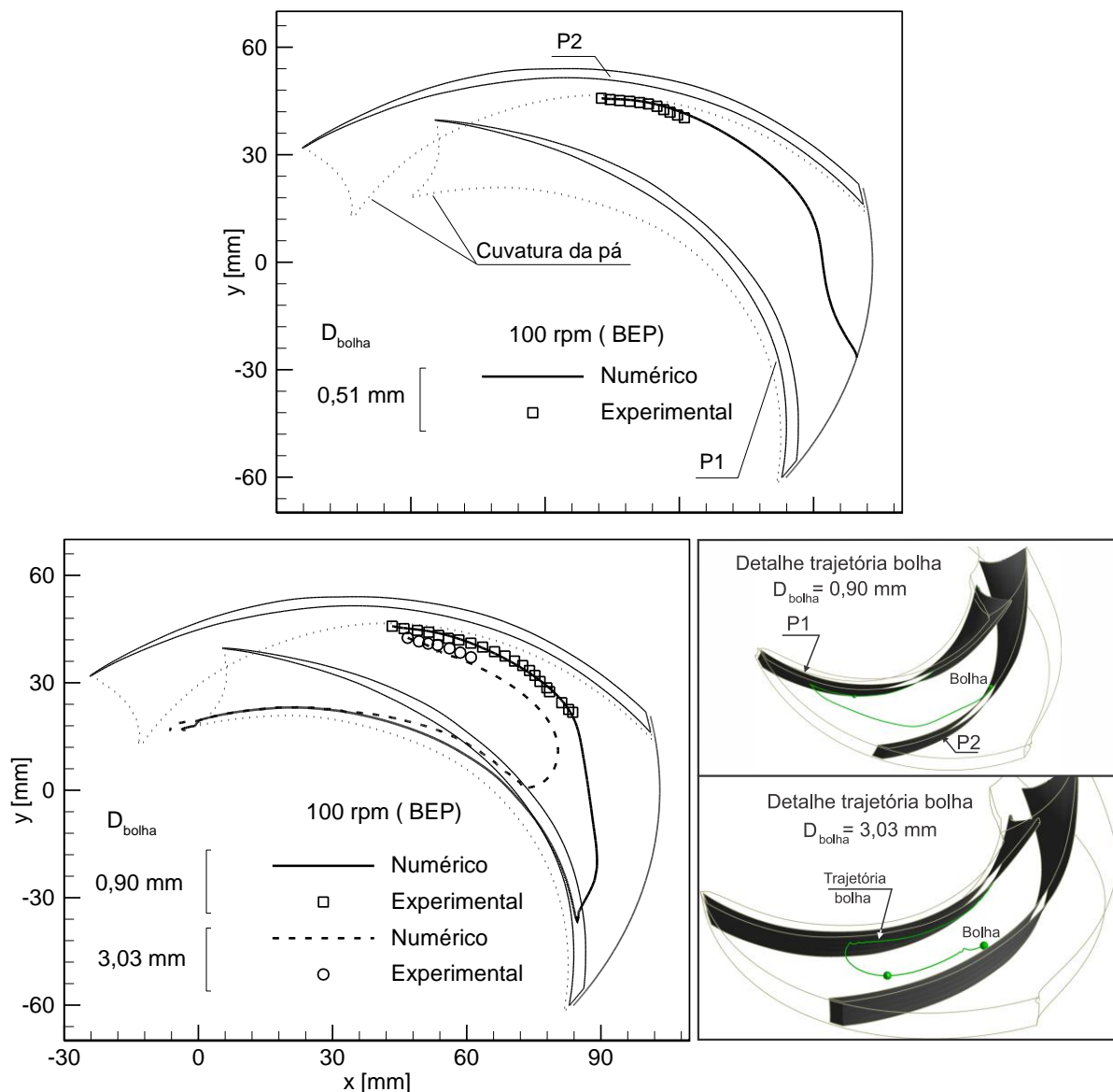
### 5.2.1 Validação das trajetórias das bolhas no interior do rotor

No programa numérico, o movimento das bolhas é calculado tomando-se dados experimentais da posição e velocidade da bolha como condições iniciais das simulações. Uma vez que Sabino (2015) analisou o problema sem avaliar qual era a posição axial da bolha em cada instante, assumiu-se nas simulações numéricas que a bolha parte de um ponto médio entre a coroa e o cubo. Detalhes da metodologia experimental proposta por Sabino (2015) para determinar os trajetos das bolhas são expostos no Apêndice A.

A Figura 5.8 compara os resultados experimentais e numéricos das trajetórias de bolhas de diâmetro 0,51 mm, 0,90 mm e 3,03 mm obtidos para uma velocidade de rotação de 100 rpm, para uma vazão equivalente ao ponto de máxima eficiência na rotação dada (BEP).

A trajetória é mostrada entre duas pás consecutivas para uma melhor análise. Note-se a curvatura de cada pá devido a sua geometria.

Durante o trecho em que os dados experimentais estão disponíveis, as trajetórias numéricas obtidas para os três casos mostram uma boa concordância com os dados experimentais, obtendo-se um desvio médio em torno ao 1,5% para ambas coordenadas x e y. Observa-se que as duas bolhas menores partem perto do lado de sucção a uma distância radial de aproximadamente 63 mm do eixo da bomba. A bolha menor tende a sair do canal do rotor facilmente, com uma ligeira deflexão para o lado de pressão da pá, perto da saída do canal hidráulico.



**Figura 5.8—Comparação experimental e numérica das trajetórias das bolhas no BEP para diferentes diâmetros dentro do rotor da bomba Imbil.**

Entretanto, as bolhas de diâmetros 0,90 mm e 3,03 experimentam uma deflexão severa perto da saída do canal, suficiente para que a trajetória se reverta em direção à entrada do rotor, fazendo com que fiquem aprisionadas dentro deste. Este efeito parece ser influenciado pela ação da força de gradiente de pressão, que é diretamente proporcional ao volume da bolha. Maior detalhe sobre este assunto será discutido na seção 5.3.

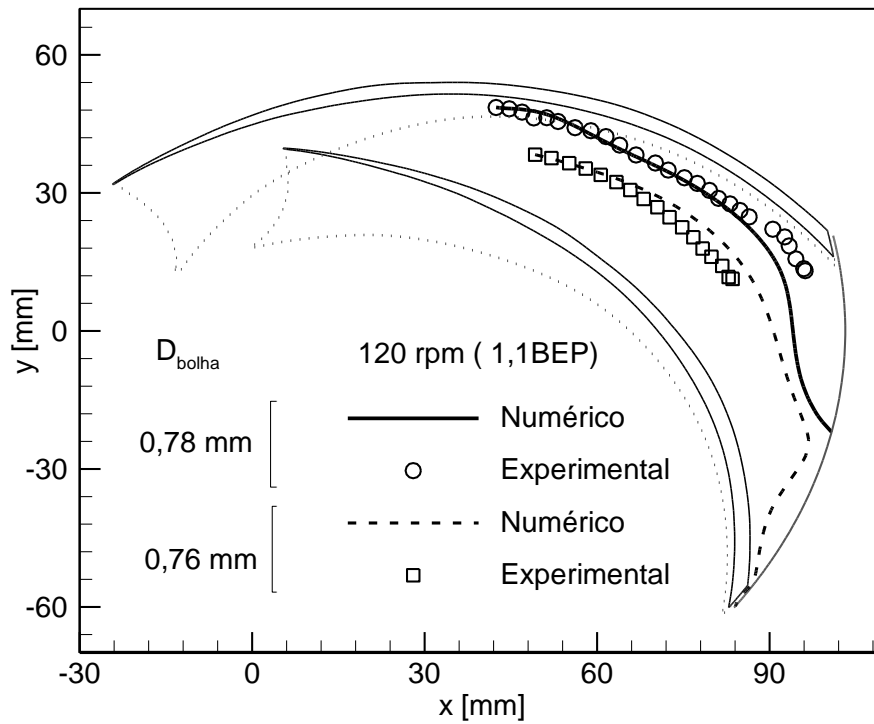
Cabe ressaltar na figura inferior que apesar as duas bolhas maiores dar a impressão de atravessar a pá P1. Isto realmente não ocorre, dado que elas contornam a parte inferior da geometria curva da pá P1, tal como mostrado nos detalhes das trajetórias delas.

Por outro lado, ao se comparar esquematicamente as trajetórias das bolhas de diâmetro 0,51 mm e 0,90 mm pode-se notar que seus movimentos são semelhantes até um certo ponto, quando então cada bolha segue caminho diferente. Isso mostra uma decisiva influência do diâmetro da bolha no seu deslocamento dentro do rotor. Uma análise detalhada da influência desta variável sobre o caminho da bolha será feita na seção 5.4.3

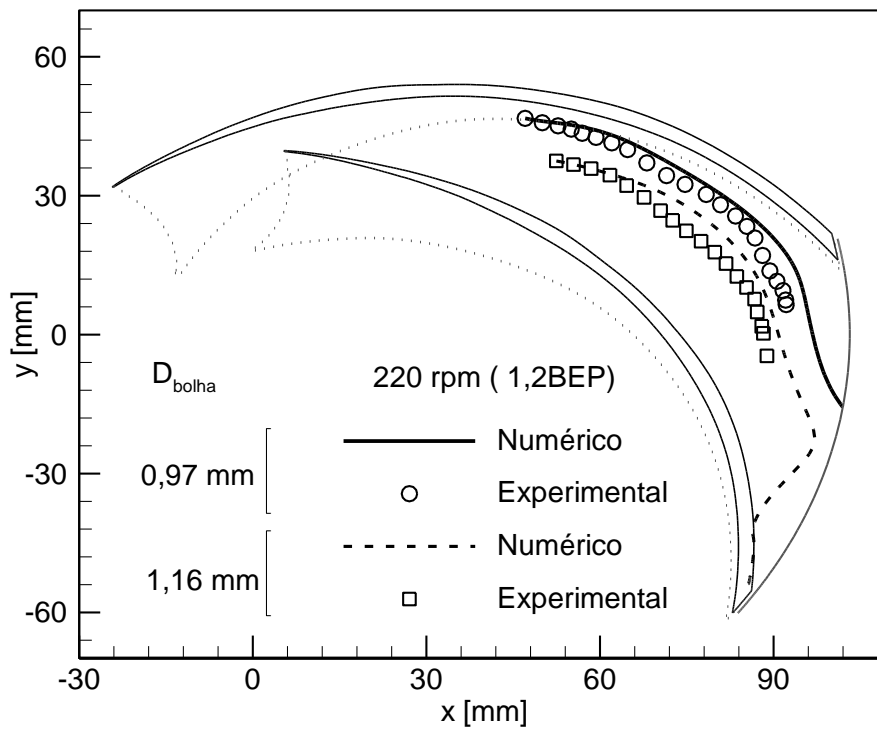
Na Figura 5.9, apresenta-se nova comparação entre dados experimentais e numéricos, agora para diâmetros de bolhas aproximadamente iguais (0,76 mm e 0,78 mm), porém para uma rotação de 120 rpm a uma vazão de 1,1BEP (isto é, 10% acima do BEP). As posições de partida das duas bolhas são diferentes, sendo que uma inicia o movimento perto do lado de sucção e a outra na parte média do canal, mais perto do lado de pressão da pá. Para ambos os casos, observa-se uma boa concordância entre os resultados experimentais e numéricos, principalmente no início do movimento das bolhas. O desvio médio para ambas coordenadas ficou entorno a 4%. Nota-se também que as bolhas seguem uma trajetória quase paralela ao lado de sucção da pá até pouco antes da saída do rotor.

Ainda, nota-se que, apesar dos diâmetros das bolhas serem muito próximos, a bolha que parte mais perto do lado de sucção tende a sair mais facilmente do rotor, onde as velocidades do líquido são maiores. Por outro lado, a bolha que parte da região mais central da entrada sofre um desvio bem mais pronunciado perto da saída. Isso reforça a influência da posição da bolha em sua trajetória ao longo do canal, que deve ser afetada pelos gradientes de velocidade e pressão discutidos nas seções 5.1.2 e 5.1.3.

Na Figura 5.10, comparam-se os resultados experimentais e numéricos obtidos para as trajetórias de bolhas de diâmetros 0,97 mm e 1,16 mm, para uma rotação de 220 rpm e uma vazão de 1,2BEP. Assim como os casos anteriores, observa-se uma boa concordância entre as simulações numéricas e os testes experimentais, durante praticamente toda a trajetória das bolhas. Em especial, nota-se nos resultados experimentais uma tendência das bolhas de serem defletidas para a face de pressão do canal na medida em que se afastam da entrada, tendência que é capturada pelo modelo numérico.



**Figura 5.9—Comparação experimental e numérica das trajetórias das bolhas para 1,1 no BEP a diferentes diâmetros dentro do rotor da bomba Imbil.**



**Figura 5.10—Comparação experimental e numérica das trajetórias das bolhas para 1,2 no BEP a diferentes diâmetros dentro do rotor da bomba Imbil.**

Testes similares aos da presente seção foram realizados para outras rotações, vazões de líquido, diâmetros e posições de bolha, e as tendências observadas se mantiveram



coerentes com os resultados aqui mostrados. Na sequência, será apresentada nova comparação com dados experimentais, porém agora para a velocidade da bolha ao longo de sua trajetória.

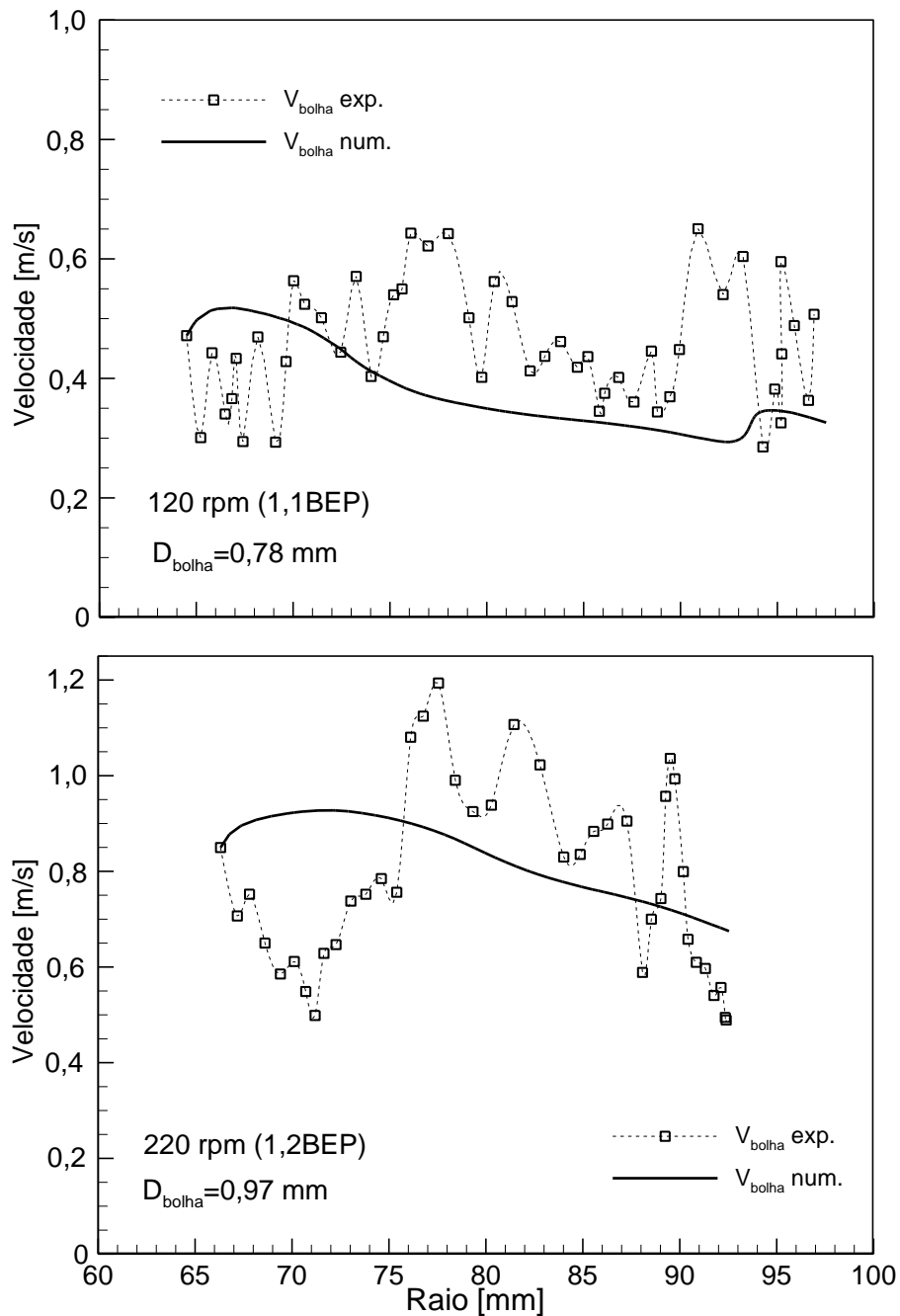
### 5.2.2 Verificação das velocidades das bolhas no interior do rotor

Nesta seção, serão analisadas as magnitudes das velocidades experimentais e numéricas das bolhas ao longo de suas trajetórias. Os dados experimentais foram extraídos do trabalho de Sabino (2015). Detalhes desta metodologia experimental é dada no Apêndice A.

Os resultados numéricos das velocidades do líquido e das bolhas serão comparados, sendo de especial interesse a diferença entre elas, que dá origem à força de arrasto.

A Figura 5.11 compara os resultados experimentais e numéricos das magnitudes das velocidades das bolhas em função da distância radial como indicado na Figura 5.7. Nessa análise, utilizou-se dois casos avaliados na seção 5.2.1. As comparações foram realizadas durante um período de tempo correspondente ao qual foram obtidos os dados experimentais. A título de exemplo, são avaliados dois casos com rotações, vazões e diâmetros de bolhas diferentes.

Para ambos os casos analisados, observa-se que a velocidade obtida numericamente tende a diminuir ao longo do raio, enquanto que os dados experimentais estão sujeitos a um comportamento flutuante. Como se pode observar, esse comportamento leva a discrepâncias quantitativas relativamente altas em termos percentuais. São várias as possíveis causas do comportamento flutuante dos dados experimentais, como a turbulência da fase líquida, a desconsideração da componente axial de velocidade em função do posicionamento vertical da câmera (como reportado por Sabino, 2015), erros aleatórios no procedimento de aquisição de velocidade por imagem, efeito de deformação da bolha, entre outros.



**Figura 5.11—Comparação experimental e numérica das velocidades das bolhas para diferentes condições operacionais.**

### 5.3 ANÁLISE NUMÉRICA DA DINÂMICA DE UMA BOLHA ISOLADA

Uma vez validado o modelo numérico da trajetória e velocidade da bolha com os dados experimentais de Sabino (2015), foram realizadas simulações exclusivamente numéricas do movimento da bolha desde o tubo de entrada até a saída da extensão do difusor. Mas a análise será focada exclusivamente no rotor. Essa análise tem a vantagem de permitir observar a trajetória da bolha desde o ingresso no rotor, o que é muito difícil de se realizar experimentalmente.

O tubo de entrada apresenta um comprimento de 125 mm. Na sua entrada, o perfil de velocidades do líquido é implementado como completamente desenvolvido, como indicado na seção 4.6. Assume-se que, na entrada, a velocidade da bolha é a mesma que a velocidade do líquido. Os diâmetros de bolha selecionados para as simulações são os propostos na grade de testes, indicada na seção 4.8. A seguir, serão apresentados e discutidos os resultados numéricos obtidos.

### 5.3.1 Análise da trajetória da bolha isolada no interior do rotor

A Figura 5.12 mostra uma comparação das trajetórias numéricas de bolhas de diferentes diâmetros, a uma rotação de 100 rpm, em uma vazão de líquido correspondente ao ponto de máxima eficiência (BEP) para a rotação dada. Observa-se que as bolhas com diâmetros menores que 0,8 mm conseguem sair do canal hidráulico. No início de seu movimento, elas apresentam trajetórias paralelas quase similares, apesar das diferenças entre seus diâmetros e posições iniciais. Quando as bolhas passam da metade do canal em relação à entrada do rotor, observa-se um desvio gradativo das bolhas para o lado de pressão. Na situação específica da Figura 5.12(a), a bolha de diâmetro 0,4 mm, que é a segunda menor analisada, foi a mais afetada. Isso mostra que tanto o diâmetro da bolha quanto a posição de partida no rotor são parâmetros fundamentais em sua trajetória. Nota-se, em particular, que as posições iniciais das bolhas de diâmetros 0,1 mm; 0,6mm e 0,8mm estão mais perto do lado de sucção da pá que a bolha de diâmetro 0,4 mm.

A Figura 5.12(b) mostra que as bolhas com diâmetros maiores que 1,0 mm apresentam uma tendência de retornar para o olho do rotor, independentemente da posição de entrada. Em bombas centrífugas operando com escoamento de líquido-gás, esse efeito pode provocar rapidamente a coalescência de bolhas, gerando bolsões que, por fim, degradam o desempenho da bomba. Entretanto, nota-se como a bolha de diâmetro 1,4 mm, que entra em uma posição muito próxima à face de sucção da pá, apresenta uma trajetória de maior comprimento que as demais, ressaltando a relação entre a posição inicial da bolha e sua trajetória. Um estudo mais profundo desse aspecto será realizado na seção 5.4

Na Figura 5.12(b) fica oportuno indicar que as bolhas não atravessam a pá P1 quando seu trajeto é mudado para o olho do rotor, como indicado anteriormente na Figura 5.8.

Uma análise adicional da Figura 5.12 sugere um possível limite entre o retorno das bolhas para o ingresso do rotor e a *trajetória livre*<sup>5.3</sup> delas no canal, como comentado por Barrios (2007). A autora sugere que, de uma forma geral, a ocorrência de *surgings*, que está

---

<sup>5.3</sup>. No presente trabalho, entenda-se *trajetória livre* como uma maior facilidade da bolha para sair do canal do rotor.

claramente ligada à coalescência de bolhas, pode ser prevista em função de um diâmetro crítico para o qual a bolha não consegue deixar o rotor. No entanto, mais testes são necessários para uma conclusão sólida em relação a esse tema.

Cabe ressaltar que, para outras rotações e vazões, foram obtidas tendências similares às observadas na Figura 5.12, ainda que não necessariamente se obtenham limites bem estabelecidos de diâmetros de bolhas que correspondam a uma *trajetória livre*, como discutido para o presente exemplo.

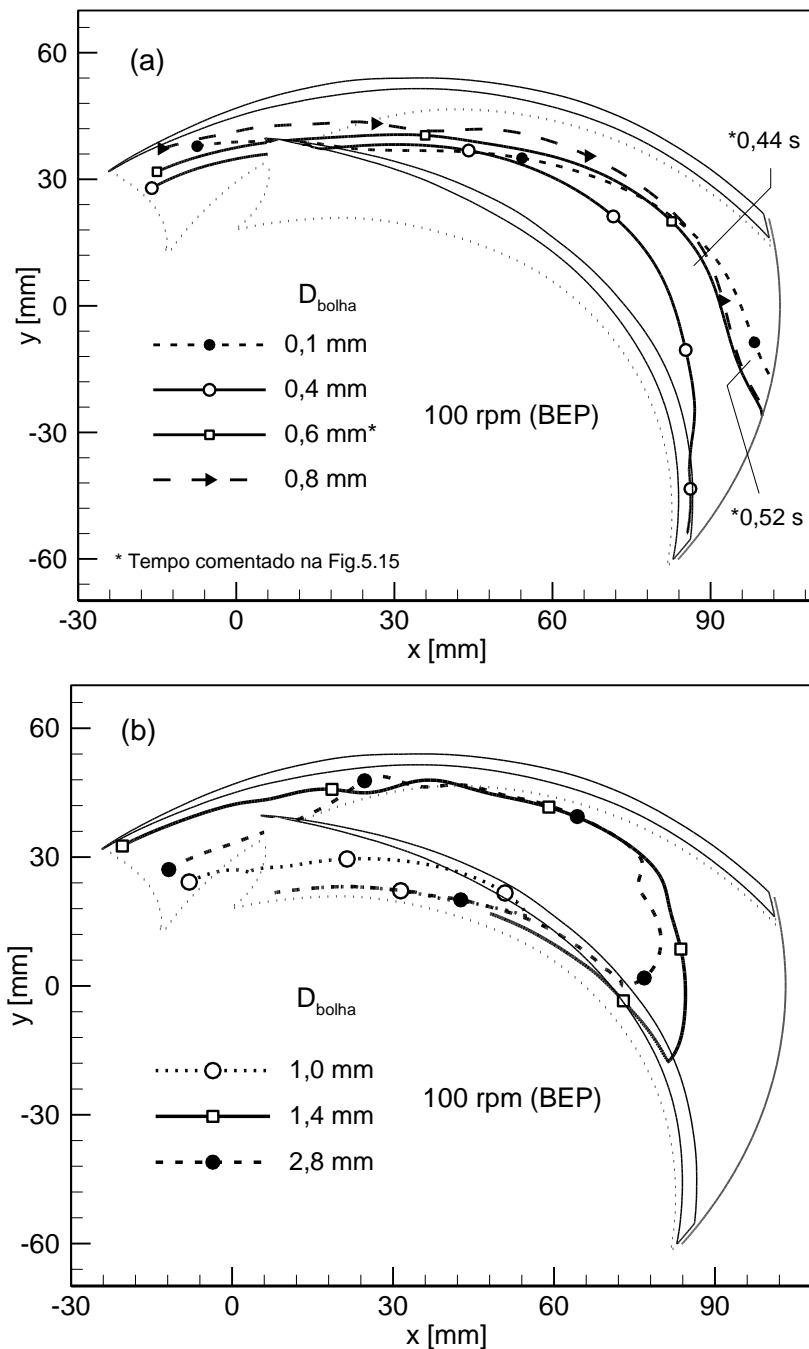


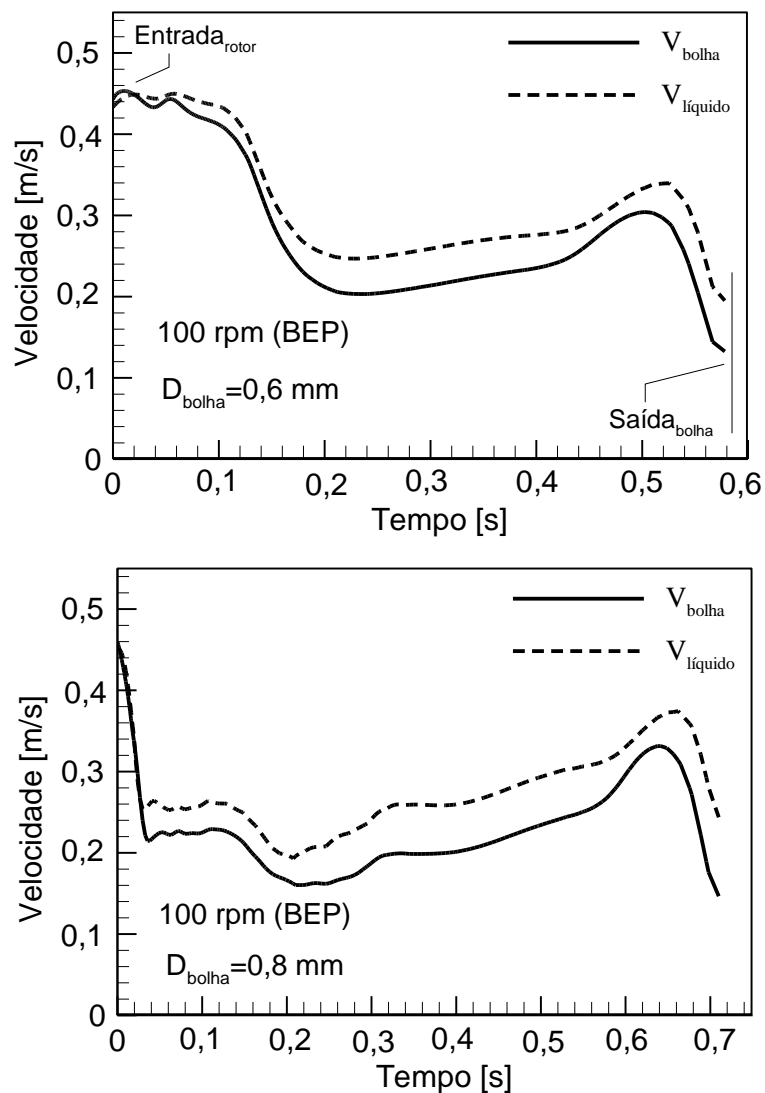
Figura 5.12—Resultados numéricos das trajetórias de diferentes bolhas para 100 rpm no BEP.

### 5.3.2 Análise das velocidades do líquido e da bolha

A Figura 5.13 mostra os resultados numéricos das magnitudes das velocidades do líquido e do gás ao longo da trajetória de duas bolhas analisadas na Figura 5.12, mais especificamente as de diâmetro 0,6 mm e 0,8 mm. Ambas têm seu caminho estendido desde a entrada até a saída do rotor. De forma geral, pode-se observar que a velocidade do líquido é maior do que a velocidade da bolha em quase toda a sua trajetória. A menor diferença entre ambas as velocidades ocorre na entrada do rotor e pouco antes da saída, lembrando que na periferia do rotor as bolhas apresentaram uma aparente deflexão em seu caminho.

O fato de que a velocidade do líquido seja maior que a velocidade da bolha mostra um importante efeito provocado pelo gradiente de pressão do líquido, que atua em sentido oposto ao movimento da bolha. A força devido ao gradiente de pressão da fase líquida gera uma desaceleração da bolha ainda na entrada, criando em contrapartida uma força de arrasto no sentido de empurrar a bolha para fora. Se a quantidade de movimento da bolha ao entrar no rotor, somada ao efeito positivo da força de arrasto, são suficientes para superar o efeito contrário da força do gradiente de pressão, a bolha pode se deslocar até a saída, como de fato ocorre no caso analisado para as bolhas de diâmetros 0,6 mm e 0,8 mm. Mais adiante, na seção 5.3.4, um balanço esquemático entre as forças de arrasto e gradiente de pressão será mostrado como forma de ajudar a compreender esse comportamento.

Observou-se, também, uma tendência similar para as diferentes bolhas em relação ao histórico das velocidades do líquido e do gás ao longo de suas trajetórias. Essa semelhança concorda com o fato de que a diferença de diâmetros entre ambas não é tão significativa, e seus pontos de entrada no rotor são relativamente próximos. Nessa linha, uma comparação desses resultados com o histórico da bolha de 0,51 mm analisada na Figura 5.8 (comparação essa não mostrada aqui) revelou um comportamento similar.

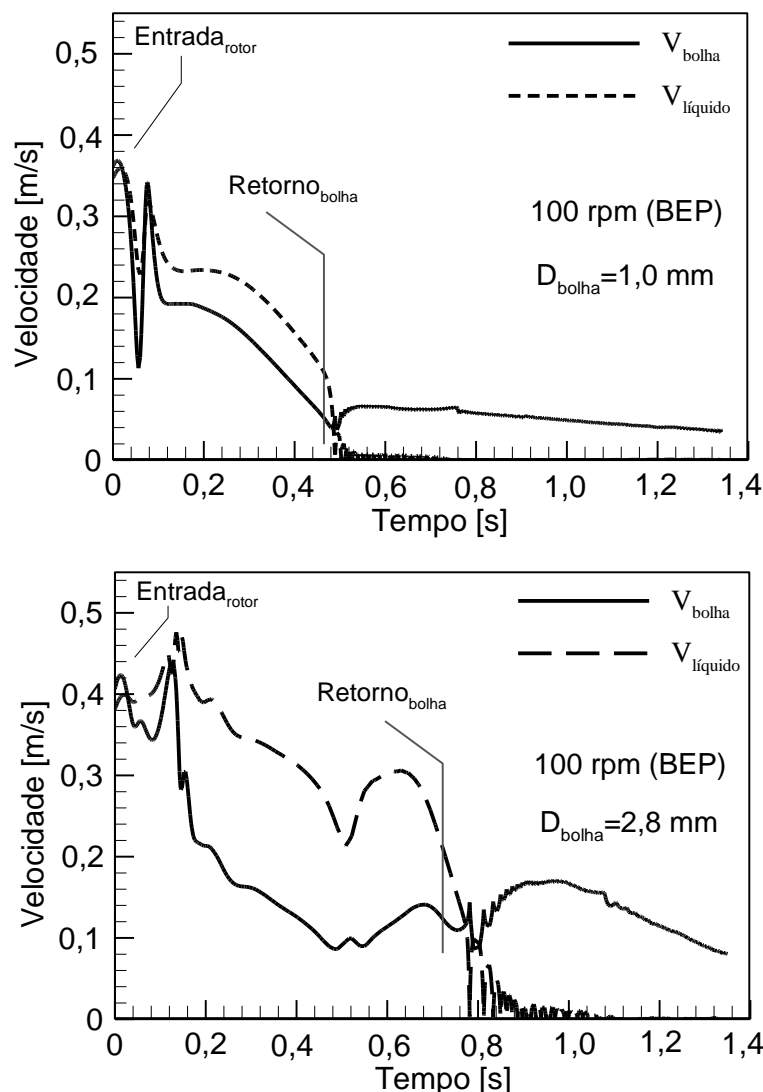


**Figura 5.13—Resultados numéricos das velocidades do líquido e da bolha ao longo da trajetória da bolha para 100 rpm no BEP para diferentes diâmetros.**

A Figura 5.14 apresenta uma comparação das velocidades do líquido e do gás obtidas ao longo da trajetória de duas bolhas com diâmetros de 1,0 mm e 2,8 mm em função do tempo, casos em que as bolhas não conseguem deixar o canal do rotor e tendem a regressar para a região de entrada. Observa-se uma diminuição acentuada de ambas velocidades conforme a bolha tenta alcançar a periferia do canal. Pode-se observar que, como esperado da análise anterior, a velocidade do líquido é maior que a velocidade da bolha em boa parte de sua trajetória.

No presente caso, entretanto, na posição em que a bolha inicia seu movimento de retorno no canal do rotor (indicado na figura como Retorno  $_{bolha}$ ) a bolha é fortemente empurrada de forma lateral para o lado de pressão da pá. Como observado na Figura 5.12, a bolha passa, então, a retornar para a entrada tocando a pá do rotor, onde a velocidade de

líquido é muito baixa em função do perfil de velocidades consistente com a condição de não deslizamento. Desse ponto em diante, observa-se que sua velocidade é sempre maior que a do líquido.



**Figura 5.14—Resultados das velocidades do líquido e da bolha ao longo da trajetória da bolha para 100 rpm no BEP.**

### 5.3.3 Análise das forças atuando sobre uma bolha.

Como discutido na seção anterior, a velocidade do líquido tende a ser maior do que a velocidade da bolha em quase todo o seu caminho ao longo do rotor. Esta tendência significa que a força de arrasto atua empurrando a bolha para a saída do rotor na maior parte das vezes, como será visto mais adiante. Por outro lado, a força de gradiente de pressão atua sempre em direção à entrada do rotor, que é condição natural com o aumento de pressão gerado por um rotor centrífugo operando em condições normais de funcionamento.

As magnitudes das forças de arrasto, pressão e massa virtual atuando em uma bolha ao longo de sua trajetória dentro do rotor são analisadas nas Figura 5.15 e 5.16. Para essas duas figuras, consideram-se, respectivamente, bolhas que conseguem deixar o rotor e outras que sofrem movimento de retorno no interior do canal. Os valores das forças de arrasto, pressão e massa virtual, denominadas respectivamente de  $F_d$ ,  $F_p$  e  $F_{mv}$ , foram normalizados pelo valor da força centrífuga<sup>5.4</sup> que atuaria em uma bolha de massa  $m_b$  na periferia do rotor,  $F_c = m_b \Omega^2 r_{ext}$ , onde  $\Omega$  é a magnitude da velocidade angular e  $r_{ext}$  é o raio externo do rotor.

Para ambas as Figuras, observa-se ao longo da trajetória das bolhas que, das três forças consideradas, a magnitude da força de massa virtual é quase sempre a menor. De forma geral, a força de massa virtual é significativa em relação às demais nas regiões onde ocorrem grandes acelerações, como a região de entrada, na saída do canal (para as bolhas de diâmetros 0,6 mm e 0,8 mm) e no caminho de retorno das bolhas para o ingresso do rotor (nos casos de diâmetros de bolhas de 1,0 mm e 2,8 mm). Esse último caso ocorre junto à face de pressão da pá, onde a velocidade de cada bolha é superior à do líquido. Um elevado gradiente de pressão nessa região faz com que as bolhas tendam a acelerar em um trecho logo após o ponto de retorno, gerando um salto pontual no valor de  $F_{mv}/F_c$ .

Por outro lado, observa-se que as forças de arrasto e de gradiente de pressão são praticamente dominantes em quase toda a trajetória das bolhas. Nesse sentido, pode-se notar que suas magnitudes são quase sempre semelhantes em todo o caminho desde a entrada até a saída. Isso sugere que em cada instante de tempo ao longo da trajetória de uma bolha, ambas as forças tendem a se equilibrar. De fato, toda vez que a força de gradiente de pressão tender a acelerar a bolha em um sentido, a força de arrasto responderá em sentido contrário à diferença de velocidades das fases. Tal mecanismo é análogo ao observado em bolhas em um escoamento ascendente de líquido-gás, que tendem a atingir uma velocidade terminal em função do equilíbrio das forças de empuxo e arrasto.

---

<sup>5.4</sup>. No presente trabalho, a força centrífuga usada nas normalizações foi tomada única e exclusivamente como uma referência, baseado no trabalho de Minemura e Murakami (1980), não sendo de relevante interesse físico na presente análise. Além disso, note-se, das figuras que as vezes as forças chegam a ser 1000 vezes maiores que  $F_c$ .



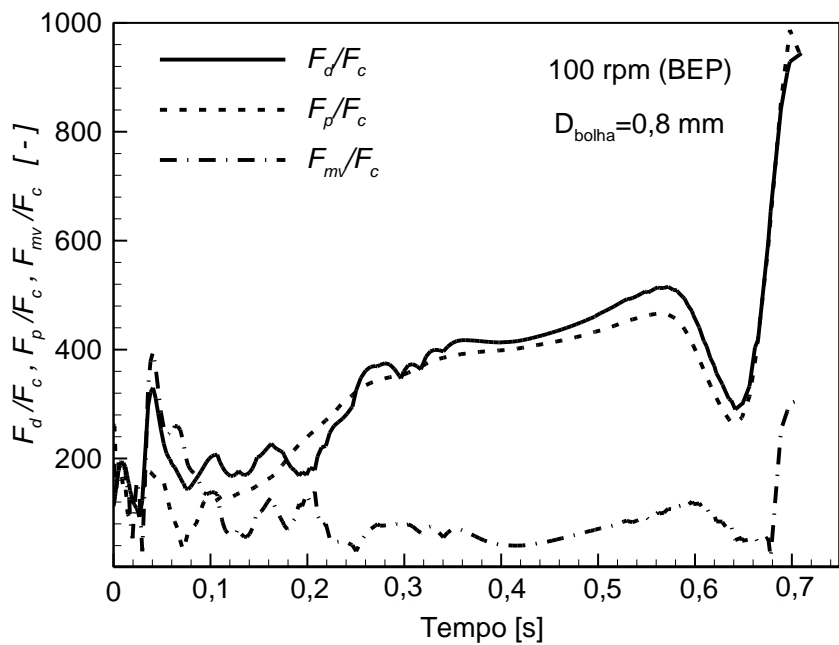
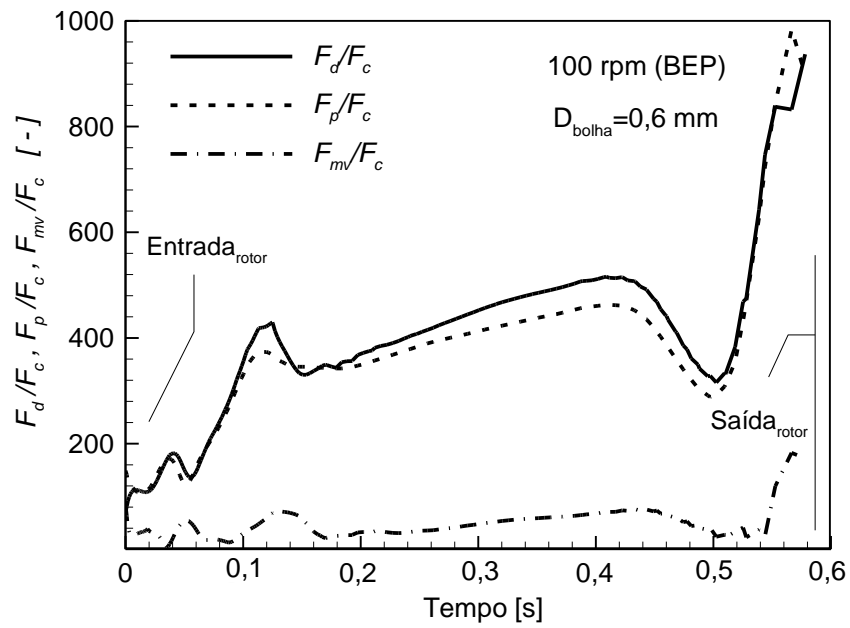
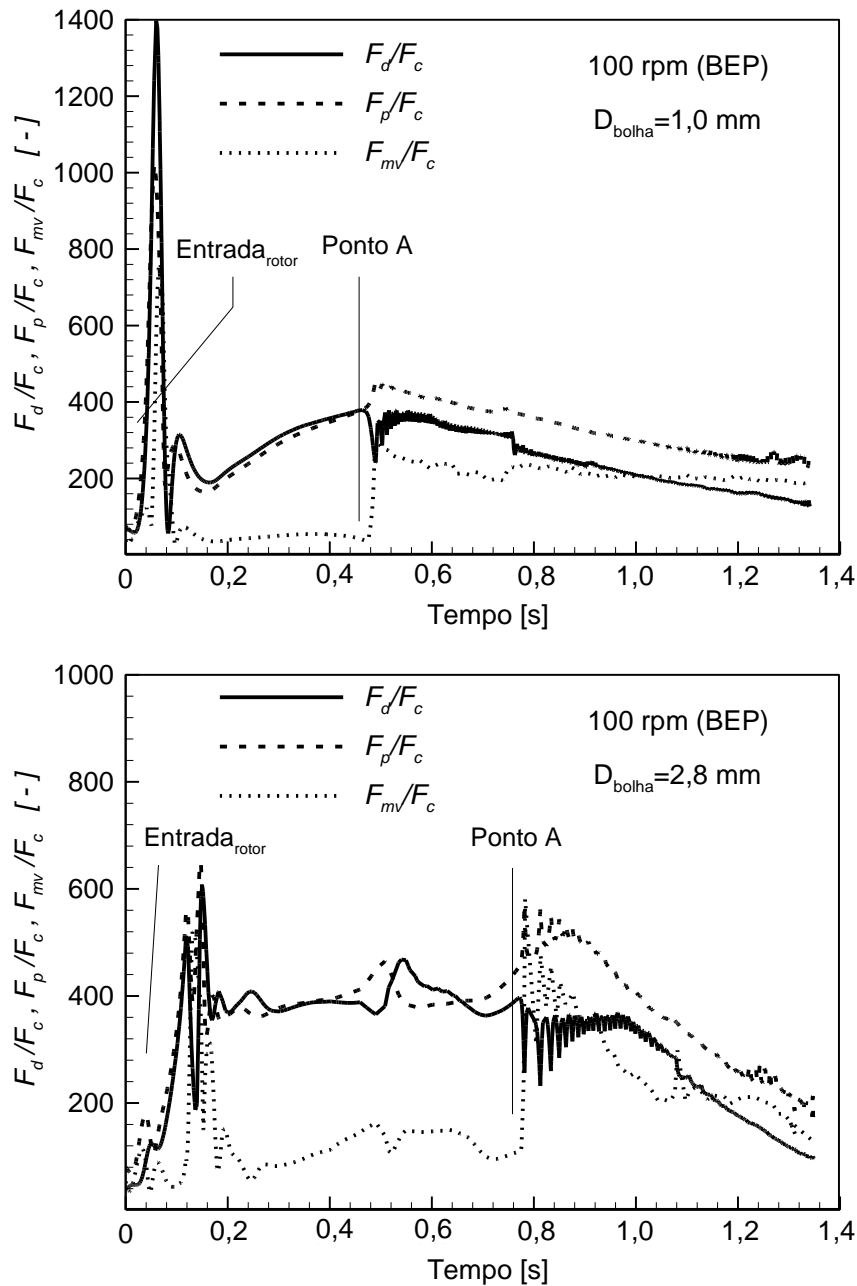


Figura 5.15—Forças atuando sobre as bolhas de diâmetro 0,6 mm e 0,8 mm ao longo de suas trajetórias para 100 rpm no BEP.

Na Figura 5.15, observa-se um incremento das forças de arrasto e de pressão na entrada do canal devido à geometria do rotor que acelera o fluido e as bolhas de gás. Para a bolha de menor diâmetro, esse incremento continua até um tempo de 0,44 s, onde é vista uma diminuição súbita das forças até 0,52 s. Na sequência, um aumento acentuado é observado novamente até o final da trajetória da bolha no interior do rotor, devido a presença da geometria do difusor que provoca um aumento da velocidade e pressão local da fase continua nessa região.

Para a bolha de diâmetro 0,6 mm da Figura 5.15 observa-se que no tempo acima de 0,52 s as magnitudes de ambas forças estão equilibradas. Uma queda da força de arrasto no intervalo de tempo compreendido entre 0,44 s e 0,52 s é observado, isso é devido a que nessa faixa a diferença de velocidades entre o líquido e a bolha diminuiu como mostrado na Figura 5.13. Já a queda da força de gradiente de pressão nesse período de tempo ocorre pela diminuição do gradiente de pressão no trecho percorrido pela bolha nesse intervalo. Um mesmo comportamento é observado para a bolha de maior diâmetro em um intervalo de tempo diferente.

Uma análise da Figura 5.16 mostra que as forças de arrasto e de pressão se comportam de forma semelhante ao caso anterior, para uma faixa que inicia desde a entrada até o Ponto A, que marca o retorno da bolha para o olho do rotor. Nessa posição, é visto um aumento da força de massa virtual, bem como um aumento acentuado de  $F_p$  (seguido de uma forte diminuição de  $F_d$ ). Esse padrão está fortemente associado ao indesejável fenômeno de *surgings*, onde as bolhas são empurradas de volta para a entrada do rotor, vindo a coalescer e, por fim, degradando o desempenho da bomba, como largamente discutido por Estevam (2002), Barrios (2007), entre outros.



**Figura 5.16—Forças atuando sobre as bolhas de diâmetro 1,0 mm e 2,8 mm ao longo de suas trajetórias para 100 rpm no BEP.**

### 5.3.4 Influência das forças ao longo da trajetória da bolha

Na seção anterior, foi observado como as magnitudes das forças de arrasto e de pressão equiparam-se através da trajetória da bolha. Também foi visto que a magnitude da força de massa virtual é pequena em comparação com as outras duas forças já mencionadas, sempre que a bolha não estiver perto da parede do lado de pressão da pá. Porém, é conveniente analisar com mais detalhe como cada força influencia no caminho da bolha.

Com base nisso, a Figura 5.17 mostra a evolução da trajetória da bolha conforme se adiciona cada uma das forças analisadas. A avaliação se inicia tomando-se como única força atuante sobre a bolha aquela devido ao efeito não inercial rotativo, isto é, a soma da força centrífuga e a de Coriolis.

Nota-se que, quando apenas as forças rotativas são adicionadas, a bolha apenas experimenta um choque contra a face de pressão da pá em função do movimento giratório, sendo então expelida para fora do domínio. Ao se adicionar a força de arrasto, entretanto, a bolha tende a se afastar um pouco mais da face de pressão, e sua trajetória passa a ser mais orientada à geometria das pás. Ao se somar, às duas anteriores, a força devido ao gradiente de pressão da fase líquida, observa-se um subsequente deslocamento da trajetória da bolha para o lado de sucção do canal durante quase todo o movimento, o que ressalta a existência de uma componente lateral da força de gradiente de pressão no rotor. Mais adiante, a inclusão de  $F_p$  gera, na saída do canal, uma severa deflexão da bolha para a face de pressão, efeito discutido nas seções anteriores.

Por fim, uma eventual adição da força de massa virtual ocasiona uma leve variação no final da trajetória da bolha. Nesse caso em específico, observou-se que a força de massa virtual suavizou, ainda que ligeiramente, a deflexão sofrida pela bolha na saída do canal em função do gradiente de pressão, ocasionando com que ela saia com maior facilidade do rotor. Entretanto, fica claro que as forças  $F_d$  e  $F_p$  são as que mais influenciam no movimento de uma bolha isolada.

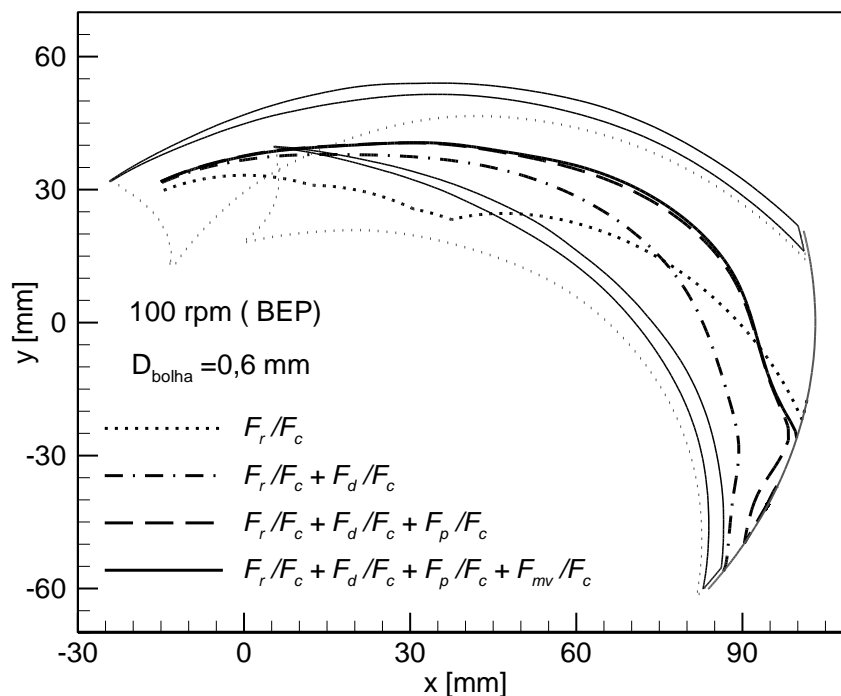


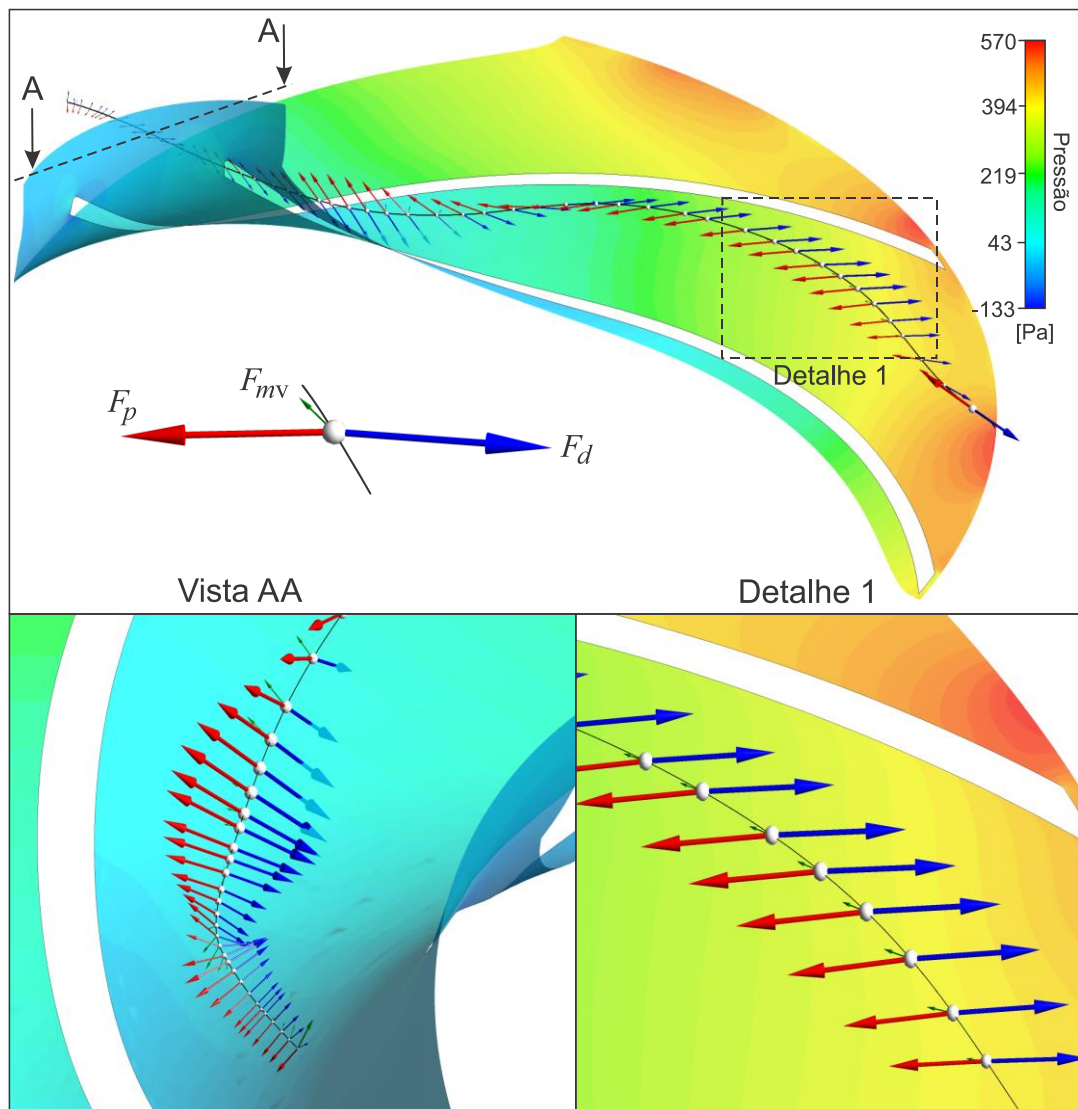
Figura 5.17—Influência das forças na trajetória da bolha de diâmetro 0,6 mm para 100 rpm.

Para ilustrar o efeito das principais forças discutidas no parágrafo anterior, uma representação de  $F_d$ ,  $F_p$  e  $F_{mv}$  é apresentada nas Figura 5.18 e 5.19, com a finalidade de se observar esquematicamente suas direções e magnitudes, e discutir ainda mais a influência delas no caminho da bolha isolada. Ambas as figuras mostram as direções das forças de arrasto, de pressão e de massa virtual ao longo de pontos discretos da trajetória da bolha dentro do canal do rotor. Para auxiliar a análise, levantou-se campos de pressões em superfícies próximas as trajetórias, sendo representadas como plano de fundo. Foram analisados os caminhos das bolhas de diâmetro 0,6 mm e 2,8 mm.

Na Figura 5.18, nota-se como as forças  $F_d$  e  $F_p$  aumentam conforme a bolha desce na região da entrada do canal. Esse aumento é acompanhado de pequenas flutuações da força de massa virtual (melhor observado na vista A-A). Em quase todo o canal, observa-se que a magnitude das forças  $F_d$  e  $F_p$  é substancialmente maior que  $F_{mv}$ .

Já o detalhe 1 mostra como a força de arrasto age em direção à periferia do rotor, enquanto que a força de pressão atua em sentido contrário. Entretanto, convém ressaltar que essas forças não necessariamente agem em sentidos exatamente opostos, uma vez que a força de arrasto atua no sentido da velocidade relativa da bolha sobre o líquido, enquanto que  $F_p$  atuam no sentido do gradiente de pressão da fase contínua.

Por fim, o sentido da força de massa virtual muda consideravelmente ao longo do rotor, não sendo trivial a sua análise. Uma vez que essa força está ligada às acelerações de ambas as fases, sua resultante é, muitas vezes, uma complexa combinação do campo de escoamento da fase líquida e do movimento da bolha, não havendo nesse caso uma tendência prática bem estabelecida.

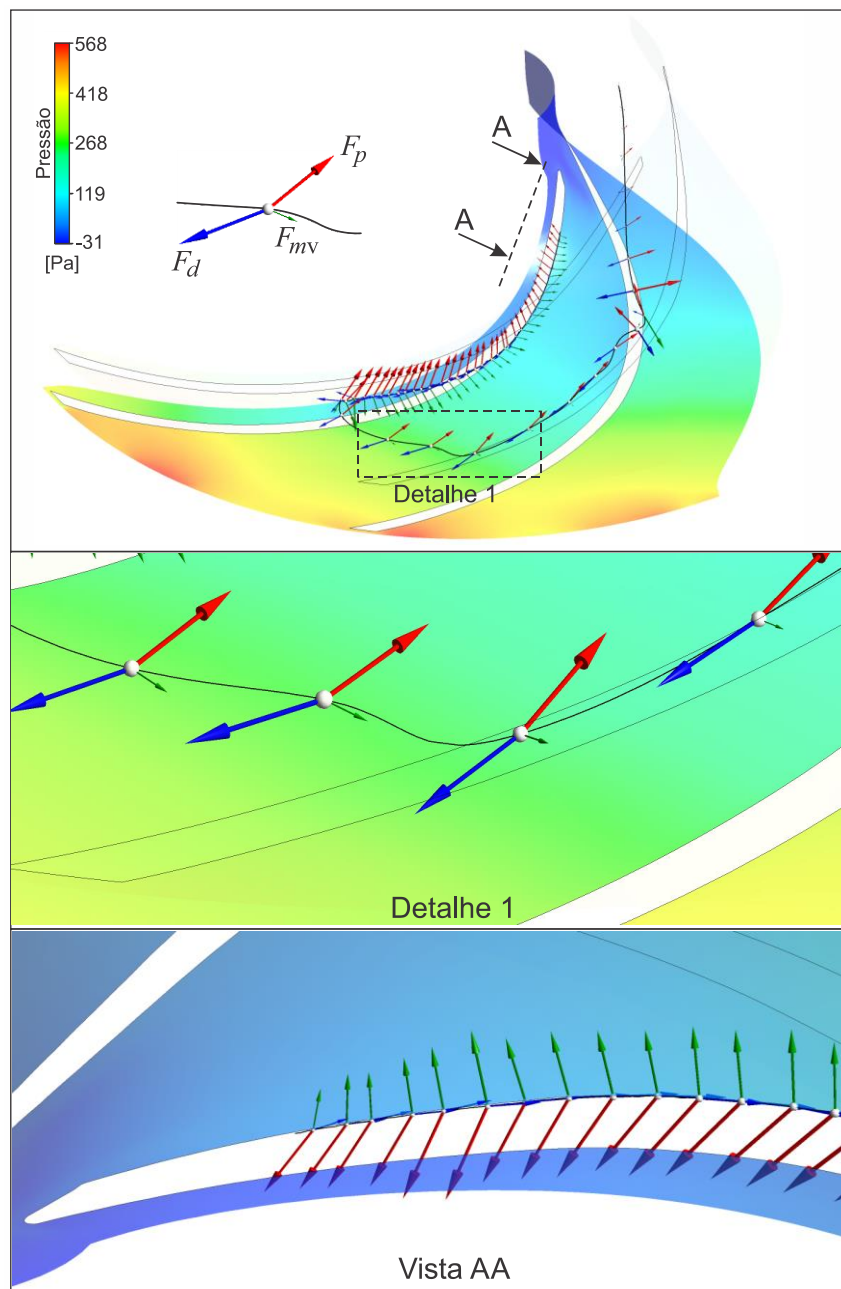


**Figura 5.18– Visualização esquemática das forças de arrasto, gradiente de pressão e massa virtual ao longo da trajetória de uma bolha de diâmetro 0,6 mm para 100 rpm.**

A Figura 5.19 mostra o esquema de forças para o caso em que a bolha de diâmetro 2,8 mm fica aprisionada dentro do canal hidráulico. Observa-se como ela é desviada para o lado de pressão da pá, apesar que a velocidade relativa da bolha com respeito ao líquido aumenta no tempo superior a 0,8 s, como mostrado na Figura 5.14. O efeito de deflexão é devido à superioridade da força de gradiente de pressão sobre a força de arrasto, como visto e comentado na Figura 5.16. No detalhe 1, nota-se novamente as direções que adotam as forças  $F_d$ ,  $F_p$  e  $F_{mv}$  na região onde a bolha é desviada.

A vista AA, mostra a região por onde a bolha percorre seu retorno à entrada do rotor. Nesse trecho, fica evidente o predomínio das forças devido ao gradiente de pressão e da massa virtual sobre a força de arrasto. Maiores flutuações das forças em análise são observadas nessa zona (ver Figura 5.16), dado que a bolha bate com a parede da pá do rotor,

conforme avança para o olho do rotor. Em situações reais essas flutuações possivelmente gerariam quebras de bolhas, retardando o início do fenômeno de *surging* que dá início à degradação do desempenho da bomba. Análises como as apresentadas nas Figuras 5.18 e 5.19 mostram claramente a contribuição do CFD na compreensão do entendimento da física do problema que está por traz do início do fenômeno de *surging*. Toda vez que sejam representadas esquematicamente as direções e sentidos nas quais atuam as forças de arrasto, pressão e massa virtual, as quais como visto neste trabalho estão intimamente relacionados com fenômeno de acumulo de gás no rotor.



**Figura 5.19—Visualização esquemática das forças de arrasto, gradiente de pressão e massa virtual ao longo da trajetória de uma bolha de diâmetro 2,8 mm para 100 rpm.**

## 5.4 INFLUÊNCIA DE VARIÁVEIS OPERACIONAIS E DE ESCOAMENTO NA TRAJETÓRIA DAS BOLHAS

Nesta última seção, serão apresentados os resultados obtidos para a trajetória da bolha quando são variadas duas condições operacionais relevantes em bombas centrífugas: a velocidade de rotação e a vazão de líquido. Avalia-se, também, o efeito do diâmetro da bolha e de sua posição de partida no canal do rotor sobre sua trajetória resultante.

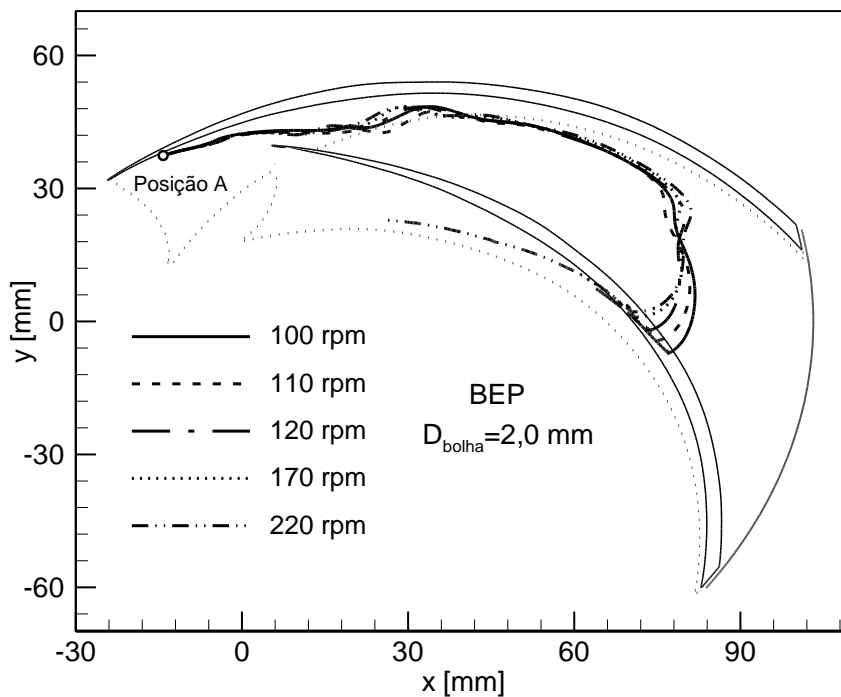
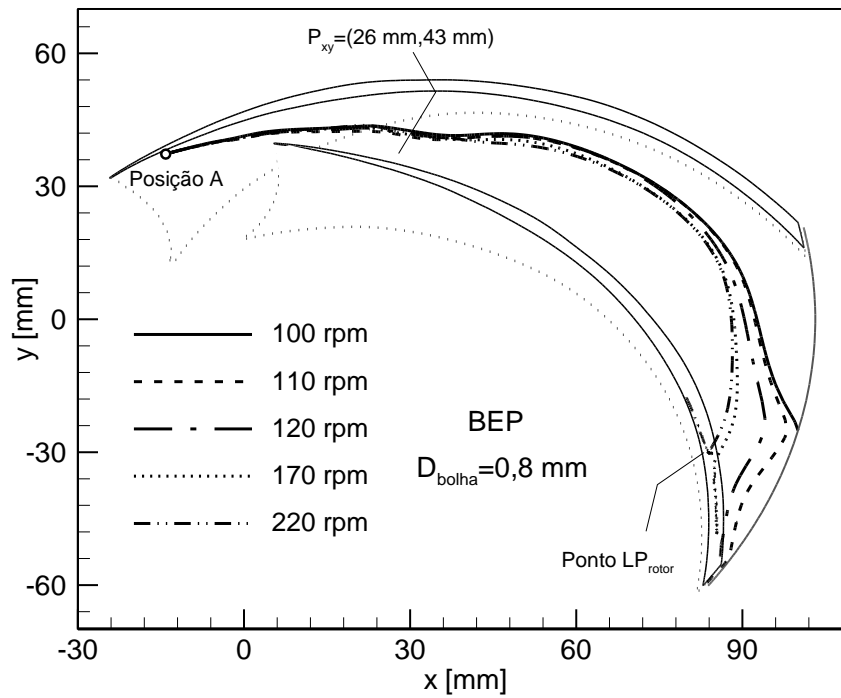
### 5.4.1 Influência da velocidade de rotação da bomba no movimento da bolha

A Figura 5.20 mostra o comportamento das trajetórias de duas bolhas no interior do canal conforme se aumenta a velocidade de rotação do rotor. Para ambas as bolhas partindo de uma mesma posição A, na faixa de rotação indicada, observa-se que a variação da velocidade de rotação não afeta a trajetória de modo significativo no início do movimento.

Entretanto, certa influência é observada próximo ao final da trajetória da bolha menor, na saída do rotor. Nessa região, as bolhas tendem a ser empurradas para o lado de pressão da pá, como discutido ao longo deste trabalho. Esse efeito se mostra, no caso em análise, intensificado pelo aumento da pressão que acompanha o aumento da velocidade de rotação e passa a empurrar de modo mais significativo as bolhas contra a face de pressão. Por outro lado, a força de Coriolis também parece ter influência nessa tendência, dado que seu efeito está fortemente relacionado com a rotação da bomba. Para o caso específico da bolha de menor diâmetro, foi observado um retorno da bolha em direção à entrada, para a rotação de 220 rpm.

Tendência similar é observada para a bolha de maior diâmetro, que nesse caso experimenta o movimento de retorno para a entrada da bolha. Como observado para a bolha de menor diâmetro, o aumento da velocidade de rotação intensifica a força de gradiente de pressão sobre a bolha, fazendo recuar ligeiramente o ponto de retorno no canal hidráulico.



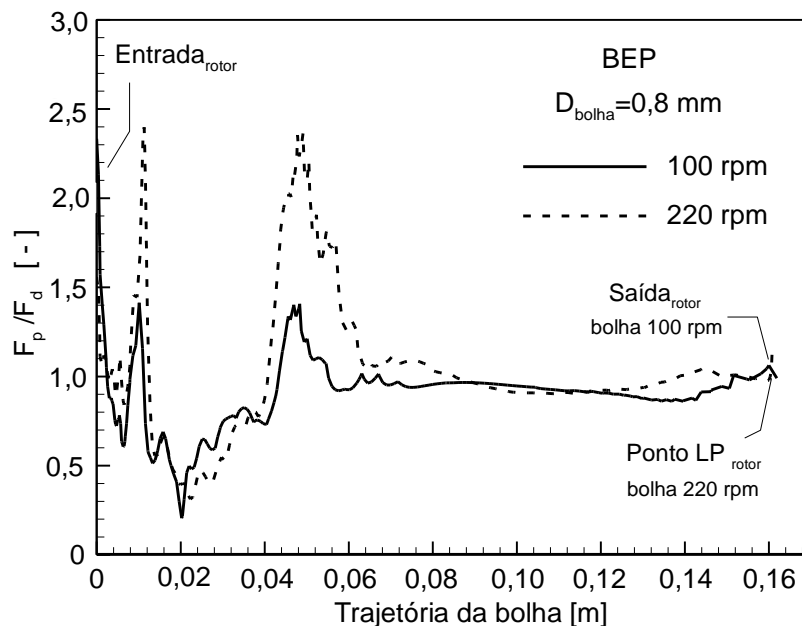


**Figura 5.20—Comparação da trajetória da bolha em diferentes velocidades de rotação; com vazão de líquido, posição e diâmetro da bolha constante.**

A Figura 5.21 mostra a proporção das magnitudes das forças de pressão e de arrasto,  $F_p/F_d$ , em função da trajetória da bolha ao longo do canal do rotor, por serem as forças mais relevantes no movimento delas. Cabe ressaltar que o caminho da bolha é considerado até quando ela alcança a face de pressão da pá (Ponto LP), onde  $F_{mv}$  não tem grande influência na trajetória. Por simplicidade, a análise é feita para o menor diâmetro de bolha indicado na Figura 5.20, para as velocidades de rotação de 100 rpm e 220 rpm. Observa-se que, para

uma determinada rotação da bomba, a razão  $RF=F_p/F_d$  permite ressaltar com facilidade as posições onde a força de pressão supera à força de arrasto, isto é,  $F_p/F_d > 1$ . Além disso, uma avaliação da proporção das forças facilita a análise a influência conjunta destas duas forças quando é variado a velocidade de rotação, lembrando que um incremento da rotação da bomba gera um aumento da pressão e da velocidade local no interior do canal hidráulico.

Uma observação da trajetória da bolha de diâmetro 0,8 mm mostra que na, posição  $P_{xy}=(26 \text{ mm}, 43\text{mm})$  (ver Figura 5.20), a trajetória da bolha começa a mudar conforme se aumenta a rotação da bomba. De fato, nota-se, na Figura 5.21, que a razão  $F_p/F_d$  aumenta para 220 rpm, quando comparado com a rotação de 100 rpm, no trecho compreendido entre 0,048 m e 0,08 m. Após essa faixa, a razão  $F_p/F_d$  para ambas as rotações (100 rpm e 220 rpm) é praticamente igual, mas o destino das bolhas já se encontra significativamente alterado. Como observado anteriormente na Figura 5.20, o aumento da rotação para 220 rpm gerou, para a bolha de 0,8 mm, um movimento de retorno para a entrada não observado para rotações menores. Em outras palavras, uma pequena variação da pressão e da velocidade local em uma determinada posição da bolha pode causar uma completa mudança em seu destino, evidenciando a relevância desses parâmetros em fenômenos como o de *surging*.



**Figura 5.21—Comparação entre as proporções das forças de pressão e de arrasto em diferentes velocidades de rotação, no BEP.**

Torna-se oportuno ressaltar que a influência da velocidade de rotação na trajetória da bolha observada na Figura 5.20 só é válida, por enquanto, para a faixa de rotação simulada neste trabalho. Mais simulações seriam necessárias para que se pudesse generalizar essa tendência para rotações fora deste intervalo, não sendo foco deste estudo. Por outro lado, é

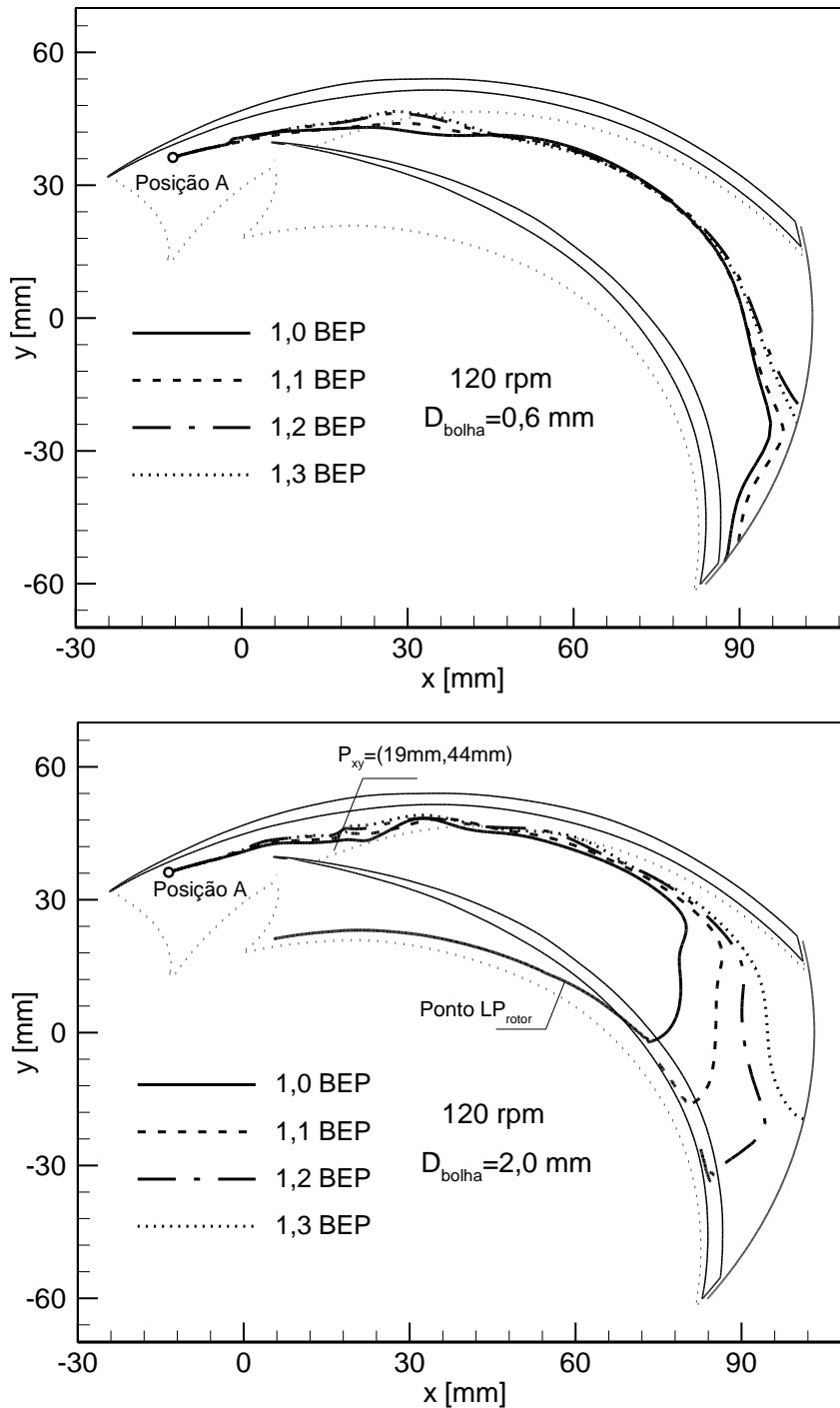
importante indicar que para outras posições iniciais e diâmetros de bolhas o comportamento observado foi coerente com o comentado nesta seção, dando suporte às presentes discussões.

Além disso, lembra-se que as discussões desta seção se referem a um caso hipotético em que, ao se aumentar a velocidade de rotação, o diâmetro das bolhas se mantém constante. Na prática, observa-se que, mantidas as demais condições, um aumento da velocidade de rotação pode provocar a quebra de bolhas em diâmetros menores, diminuindo ligeiramente a tendência à ocorrência de *surgings*. Esse efeito foi observado por alguns autores, por exemplo Barrios (2007). Entretanto, a análise da presente seção se refere exclusivamente ao efeito da rotação, mantendo-se fixo o diâmetro, análise essa que seria muito difícil por métodos experimentais.

#### 5.4.2 Influência da vazão de líquido no movimento da bolha

A Figura 5.22 apresenta a trajetória de duas bolhas de diâmetros 0,6 mm e 2,0 mm para diferentes vazões de líquido,  $Q [m^3/h]$ , mantendo-se constante os outros três parâmetros analisados nesta seção. Uma rápida inspeção mostra que o aumento de  $Q$  faz com que a partícula tenda a sair mais facilmente para a periferia do rotor. No caso específico da bolha de 2,0 mm, nota-se que, até uma vazão de 1,2BEP, a bolha tende a retornar para a entrada, enquanto que para uma vazão de 1,3BEP ela passa a ser arrastada para fora.

De acordo com a curva característica da bomba, o ganho de pressão diminui com a vazão de líquido. Logo, para vazões mais altas, diminui o gradiente de pressão que atua contra o movimento da bolha e, ao mesmo tempo, aumenta a força de arrasto que tende a lhe arrastar para fora. A Figura 5.22 mostra bem essa tendência.

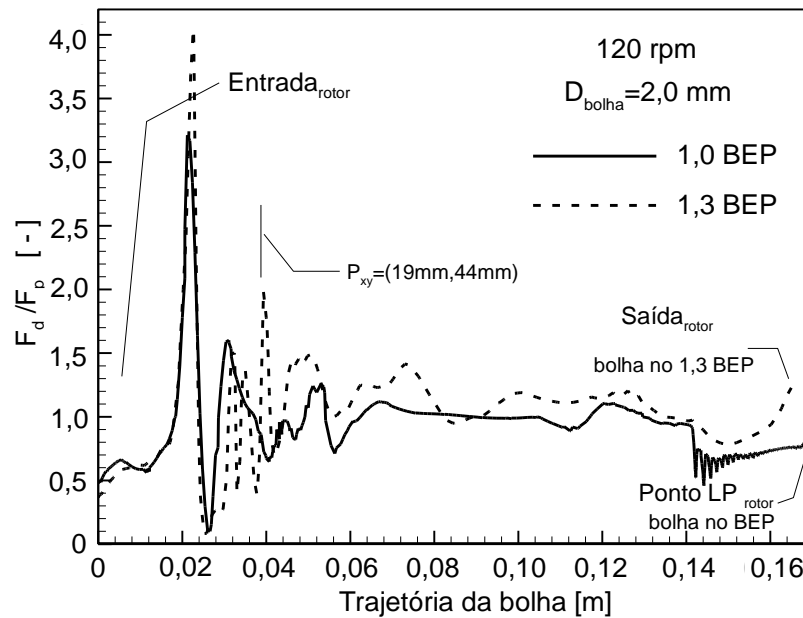


**Figura 5.22—Comparação da trajetória da bolha para diferentes vazões de líquido; com velocidades de rotação, posição e diâmetro da bolha constante.**

A Figura 5.23 mostra a proporção das forças de arrasto e de pressão,  $F_d/F_p$ , em função da trajetória da bolha, para diferentes vazões de líquido a uma rotação de 120 rpm e um diâmetro de bolha de 2,0 mm. Essa análise ajuda a explicar o comportamento da trajetória da bolha mostrada na Figura 5.22.

Observa-se um leve incremento da razão  $F_d/F_p$  quando se aumenta a vazão de líquido Q, a partir da posição  $P_{xy}=(19\text{mm}, 44\text{mm})$  até o final do caminho analisado. Nessa posição,

a bolha inicia a mudança de sua trajetória com a variação de  $Q$ . Nota-se que, a partir da posição 0,04 mm da trajetória da bolha, o valor de  $F_d/F_p$  é quase sempre maior que a unidade para a vazão de 1,3BEP. Isso sugere que a força de arrasto tem maior influência que a força de pressão no movimento da bolha nessa condição operacional, ajudando com que a bolha saia mais facilmente do rotor.



**Figura 5.23—Comparação entre as proporções das forças de arrasto e de pressão em diferentes vazões do líquido para 120 rpm.**

### 5.4.3 Influência do diâmetro da bolha no seu movimento

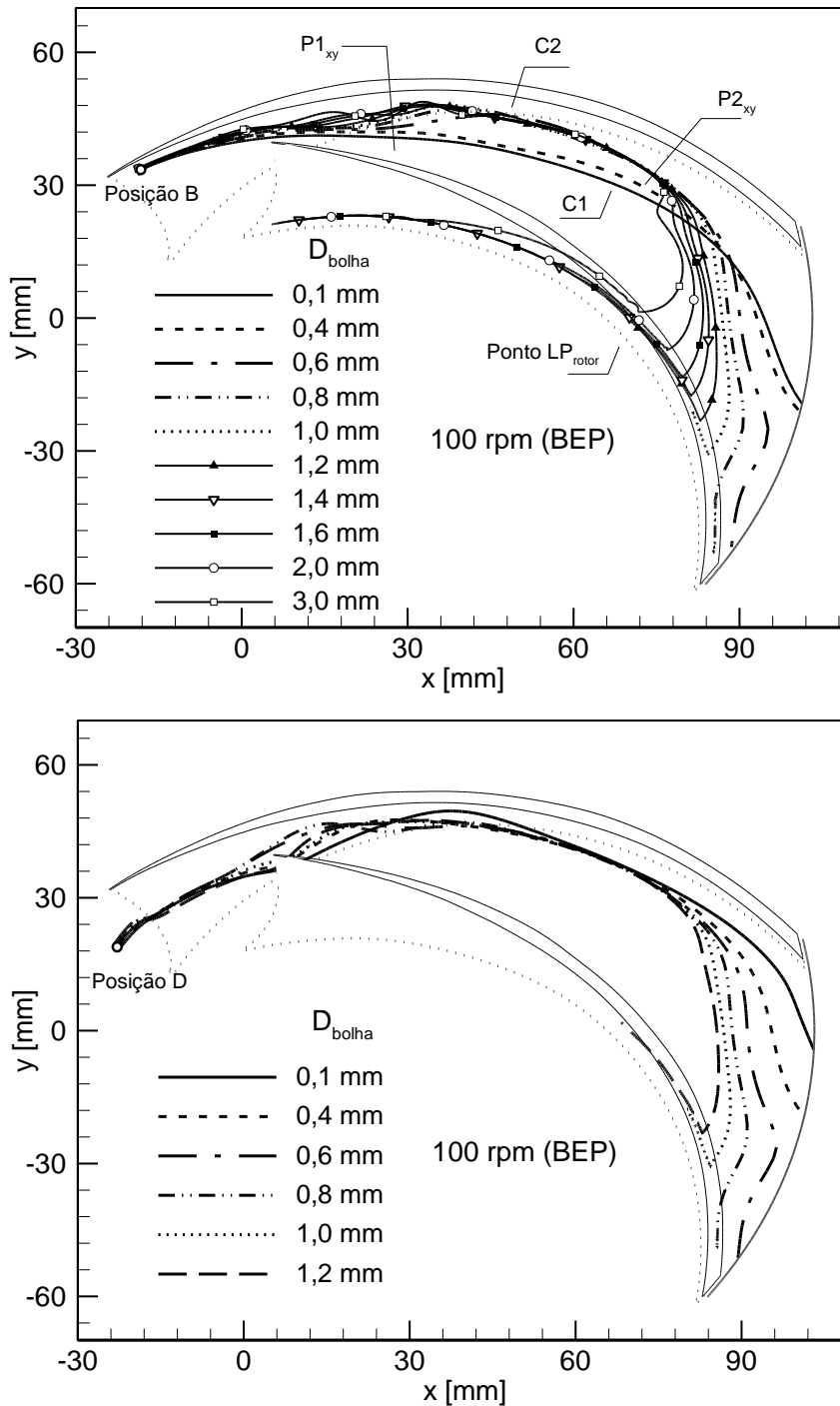
Um aumento progressivo do diâmetro da bolha, mantendo-se os demais parâmetros constantes (rotação da bomba, vazão do líquido e posição inicial da bolha), em geral dificulta com que a mesma consiga deixar o rotor. Esse efeito é mostrado na Figura 5.24, que analisa a trajetória de bolhas de diferentes diâmetros, para uma mesma velocidade de rotação (100 rpm) e uma mesma vazão de líquido (BEP). Em cada um dos gráficos, analisa-se em particular a trajetória para duas diferentes posições de partida da bolha.

Para o gráfico superior, em que as bolhas partem de uma posição muito próxima à face de sucção (indicada como posição inicial “B”), observa-se com nitidez a sensibilidade de seu diâmetro na trajetória quando esse aumenta desde 0,1 mm até 3 mm. Para bolhas muito pequenas, em especial entre 0,1 e 0,4 mm, nota-se que a bolha tende a escoar sem grandes desvios de trajetória até a saída do rotor. Essa trajetória característica foi denominada de “C1”. Aumentando-se o diâmetro da bolha para 0,6 mm, um novo padrão é observado, denotado de “C2”: em princípio, as bolhas são empurradas para uma zona mais próxima à face de

sucção, para então, mais próximo à saída, serem defletidas para a face de pressão do canal. Quanto maior o diâmetro da bolha, menor a distância em relação ao ponto de partida com que a bolha é defletida para o lado de pressão. A partir de um diâmetro de 1,0 mm, a bolha tende a retornar para a entrada, nas condições operacionais consideradas. Como esperado, quanto maior o diâmetro da bolha, mais próximo à entrada tende a ser o ponto de retorno.

Quando as bolhas partem de uma posição inicial “D”, localizada em uma região mais central entre duas pás consecutivas, a bolhas passam a seguir uma trajetória semelhante no início do movimento, independentemente do diâmetro. Entende-se que esse efeito esteja ligado ao fato de que, nesse caso, a bolha tenderá a ser mais sensivelmente guiada pelas linhas de corrente do líquido, por ser um ponto mais distante das superfícies sólidas das pás. Mais distante da região de entrada, entretanto, a tendência observada no gráfico superior se mantém para o inferior, onde se nota que quanto maior o diâmetro da bolha, mais facilmente ela tende a ser defletida para a face de pressão é, a partir de um diâmetro específico, pode retornar ao olho do rotor.

Uma importante observação é o fato de que, para as posições iniciais “B” e “D”, existe um certo limite de diâmetro de bolha que permite com que ela saia do rotor. Aqui, esse limite é chamado de “*diâmetro crítico de bolha*”, por ser a variável em análise. Essa avaliação é concordante com o comentado brevemente na seção 5.3.1 (Figura 5.12). Onde também foi observado um limite, de diâmetro de bolha, onde ela inicia seu retorno para o olho do rotor. Para o caso em particular apresentado na Figura 5.24, o “*diâmetro crítico da bolha*” teria o valor de 1,0 mm, que coincidiu para as duas posições analisadas. É importante deixar claro, entretanto, que esse valor é muito sensível às condições operacionais e diversas propriedades físicas das fases, não sendo objetivo do presente estudo propor estimativas generalistas.



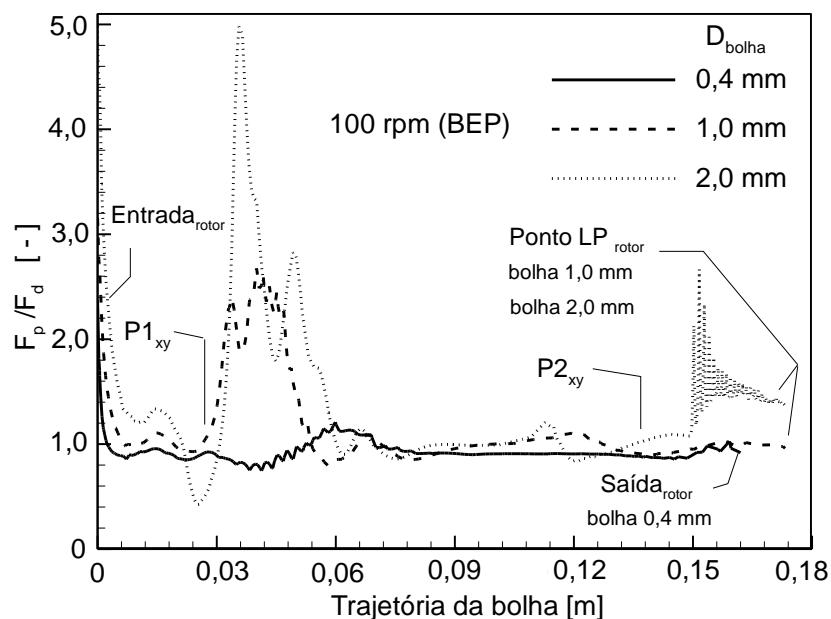
**Figura 5.24—Comparação da trajetória de bolhas de diferentes diâmetros, para duas posições de partida no canal do rotor, com velocidades de rotação e vazões de líquido constantes.**

A Figura 5.25 analisa, para bolhas de três diâmetros diferentes que partem da posição “B” analisada na Figura 5.24, o comportamento da razão  $F_p/F_d$  ao longo da trajetória da bolha. Para a bolha de menor diâmetro, nota-se que a razão de forças se mantém aproximadamente constante ao longo de toda a trajetória. Já as bolhas de 1,0 mm e 2,0 mm passam por diversos picos de força de gradiente de pressão, sendo que apenas em pontos muito específicos a razão  $F_p/F_d$  é menor do que a unidade. Um severo pico relacionado à

força de gradiente de pressão é observado no intervalo compreendido entre 0,03 m e 0,06 m; o limite inferior dessa faixa é denotado por  $P1_{xy}$  na Figura 5.24, com a finalidade de esclarecer que essa posição, para as bolhas de diâmetros 1,0mm e 2,0 mm, correspondem à zona em que elas se desprendem da trajetória inicial “C1”, dando início ao novo movimento “C2”.

Uma segunda observação mostra que, na maior parte do movimento, a razão  $F_p/F_d$  da bolha de diâmetro 2,0 mm se torna maior que a razão de forças da bolha de diâmetro 1,0 mm. Em particular, a posição 0,13 m está associada a uma segunda mudança na trajetória dessas duas bolhas, denotado anteriormente por  $P2_{xy}$  na Figura 5.24.

Por fim, merece destacar que a razão  $F_p/F_d$  é proporcional ao diâmetro da bolha, dado que a força de pressão é uma função do volume, enquanto que  $F_d$  tem uma relação direta com à área projetada da bolha na direção de seu movimento. Isso faz com que uma comparação entre  $F_p/F_d$  para bolhas de diferentes diâmetros forneçam informações sobre o comportamento das trajetórias das bolhas em função da maneira como essas duas forças se desenvolvem.



**Figura 5.25—Comparação entre as proporções das forças de pressão e de arrasto para diferentes diâmetros de bolha, ao longo de sua trajetória no rotor.**

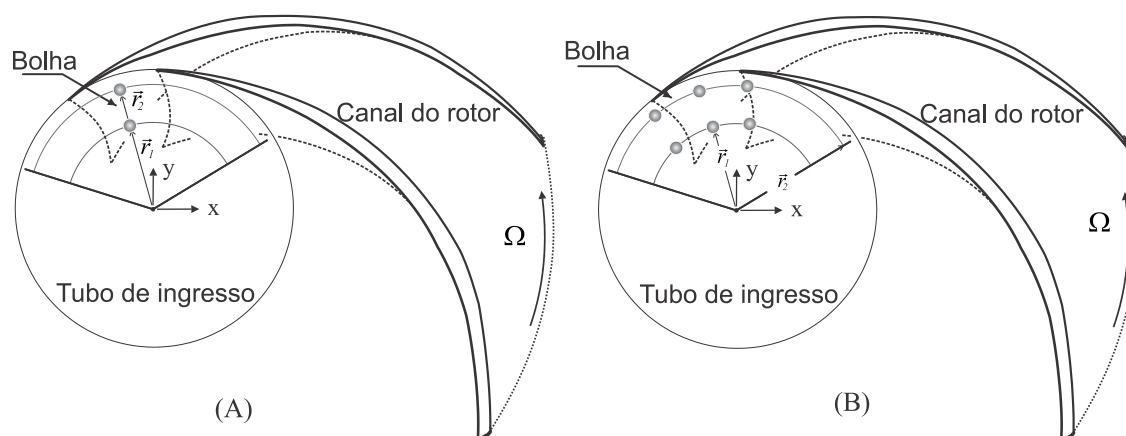
#### 5.4.4 Influência da posição inicial da bolha no seu movimento

Por fim, analisa-se a influência do ponto de partida da bolha no seu movimento ao longo do rotor, conservando-se os demais parâmetros constantes. Como bastante discutido ao longo do presente trabalho, esse parâmetro pode ser decisivo no destino da partícula, já



que a posição inicial pode expor a bolha a diferentes velocidades relativas em relação ao líquido, a zonas de gradientes laterais de pressão, entre outros.

Para isso, são realizados dois tipos de avaliação. A primeira leva em conta a variação das posições da bolha em sentido radial, enquanto que o segundo caso varia as posições de partida de forma tangencial, mantendo-se o raio constante. Um esquema dessas situações é mostrado na Figura 5.26.



**Figura 5.26—Esquema das posições de partida da bolha (A) radial e (B) angular na entrada do rotor.**

#### 5.4.4.1 Análise da trajetória da bolha partindo de diferentes posições radiais

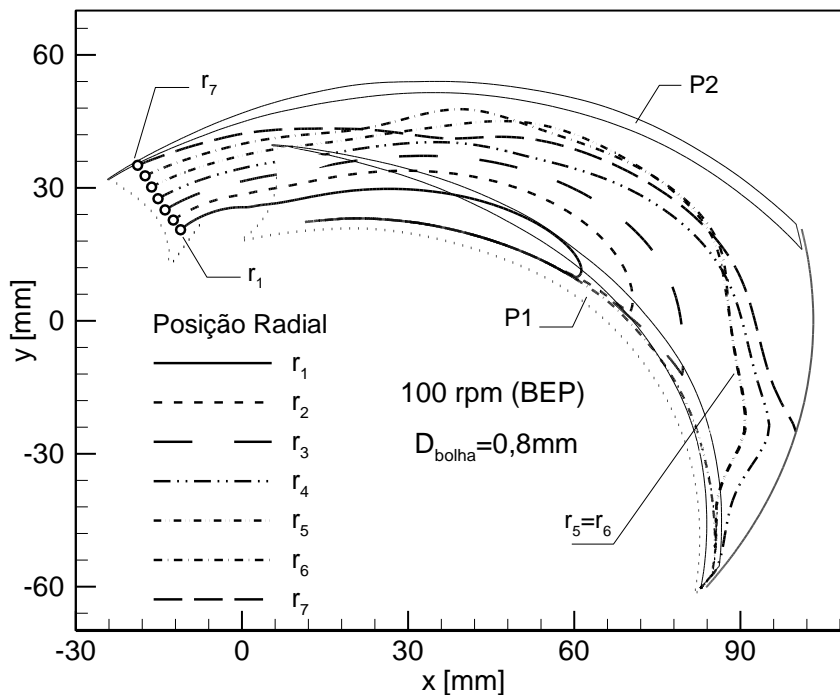
A Figura 5.27 mostra as distintas trajetórias de uma bolha de diâmetro 0,8 mm quando sua posição inicial é variada radialmente do tubo desde  $r_1$  até  $r_7$ , com um incremento de 4 mm, para um mesmo ângulo  $\theta$  medido desde o eixo “x” até o raio  $r$  (ver Figura 5.26-A). O valor de  $r_1$  é de 11,26 mm. já o valor de  $\theta$  considerado para essa análise foi de  $123^\circ$ , sendo este valor adotado unicamente como referência para assegurar uma maior quantidade de bolhas em análise que ingressam ao rotor.

Nesta figura, observa-se uma tendência das bolhas de saírem do rotor conforme a posição de partida cresce com  $r$ . Em outras palavras, bolhas que estão mais perto do lado de sucção tem uma maior facilidade de deixar o canal hidráulico em análise. Essa observação é concordante com o comportamento observado por Sabino (2015). Porém, nota-se que determinados trajetos das bolhas se cruzam em certos pontos, assim como alguns caminhos tendem a se juntar, como o caso das bolhas que partem das posições  $r_5$  e  $r_6$ .

Simulações para diâmetros menores a 0,8 mm, mantendo-se os demais parâmetros constantes, mostram uma tendência quase similar ao encontrado na Figura 5.27 (não mostrada aqui), mas com uma maior quantidade de trajetórias que se cruzam entre si. Para

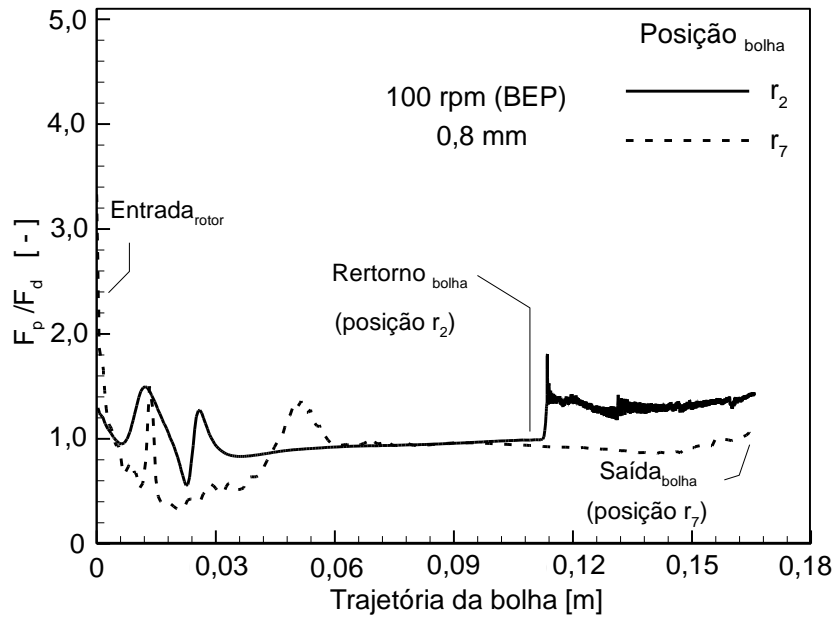
diâmetros maiores que 1,2 mm, é visto que as trajetórias das bolhas (também não mostradas abaixo) tendem a se colapsar a partir da metade de suas trajetórias.

Além disso, uma variação do ângulo  $\theta$  resulta em trajetórias mais aleatórias que as mostradas na Figura 5.27, passando a ser difícil se identificar uma tendência clara em função da posição radial. Provavelmente, essa tendência se deve a um complicado padrão de pressões e velocidades locais do escoamento, que por sua vez estão ligados às forças de arrasto e de gradiente de pressão que governam o movimento das bolhas, como largamente discutido ao longo deste trabalho.



**Figura 5.27—Trajetórias das bolhas para diferentes posições radiais iniciais na entrada do rotor.**

A Figura 5.28 mostra a proporção das forças de pressão e de arrasto em função do percorrido da bolha para as posições iniciais  $r_2$  e  $r_7$ . Uma análise da razão  $F_p/F_d$  para as posições  $r_2$  e  $r_7$  mostra uma ligeira, porém importante, superioridade do valor para  $r_2$  com relação a  $r_7$  no início e no final da trajetória analisada para a bolha de diâmetro 0,8mm. Isso pode ser o motivo pelo qual as bolhas localizadas perto do lado de pressão tendam a ser aprisionadas nessa região mais facilmente que as bolhas situadas próxima ao lado de sucção, toda vez que as duas forças  $F_p$  e  $F_d$  atuam continuamente ao longo das trajetórias das bolhas.

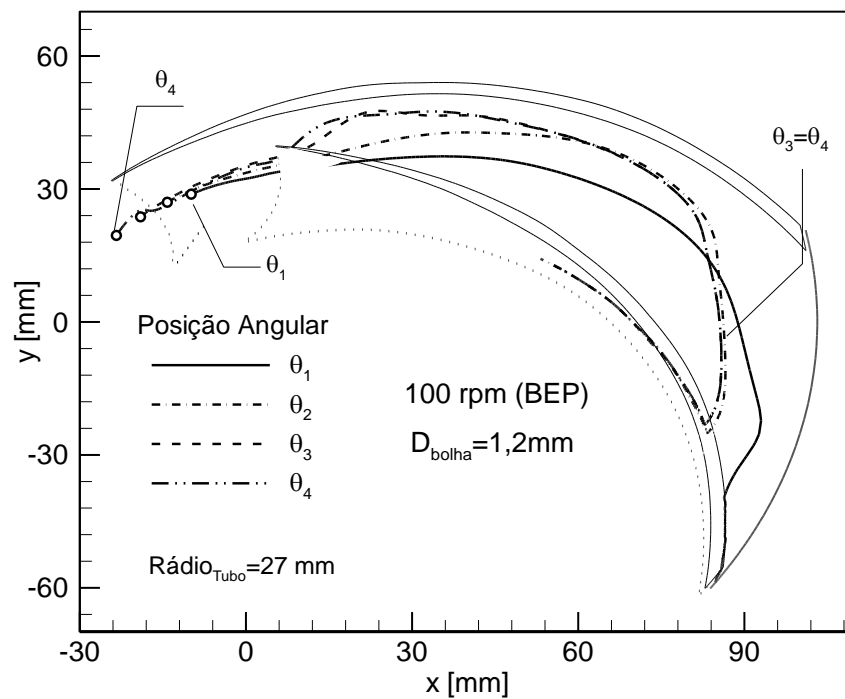
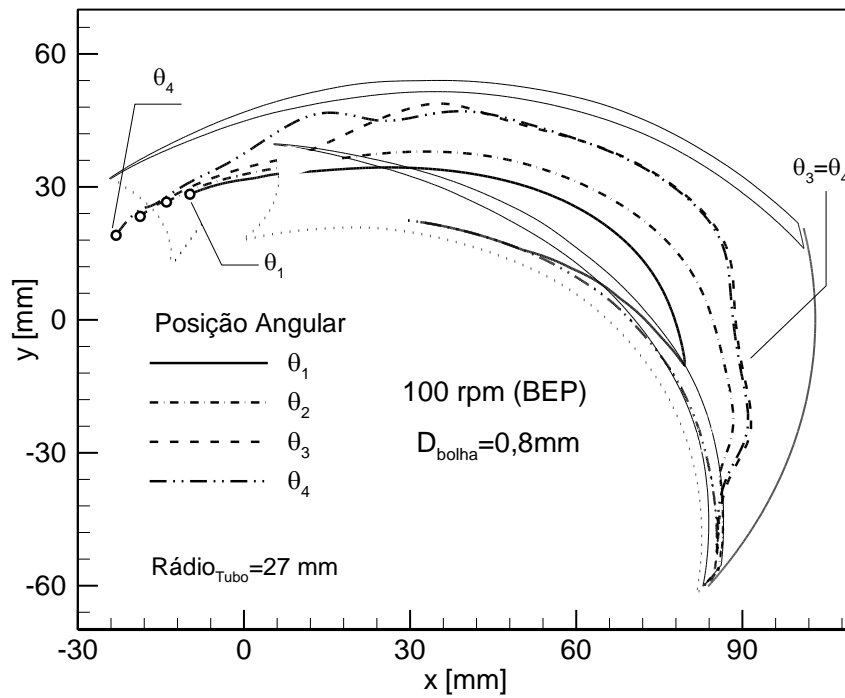


**Figura 5.28—Comparação entre as proporções das forças de pressão e de arrasto para diferentes posições radiais.**

#### 5.4.4.2 Análise da trajetória da bolha partindo de diferentes posições angulares

Uma análise do comportamento da trajetória da bolha quando se muda a posição inicial de forma angular é mostrada nas Figura 5.29 e 5.30. Cada caso foi simulado para os raios  $r_4=27\text{mm}$  e  $r_7=39\text{mm}$ , respectivamente. De forma geral, não é observada uma tendência muito clara nas simulações realizadas. Uma avaliação da Figura 5.29 mostra que a bolha de diâmetro 0,8 mm tem uma predisposição a sair do rotor quando se varia o ângulo  $\theta$  em sentido anti-horário. Um caso contrário ocorre para a bolha de maior diâmetro. Isso sugere novamente que a influência da posição de partida da bolha deve estar relacionada a um complicado arranjo dos campos de velocidade e pressão ao longo do rotor, não sendo conveniente estabelecer generalizações. Também, observa-se como os caminhos  $\theta_3$  e  $\theta_4$  são semelhantes após as bolhas percorrerem cerca de metade de suas trajetórias.

Para outros diâmetros de bolhas (análises não mostradas aqui), não se observou de forma marcante as tendências mencionadas no parágrafo anterior. Entretanto, foi possível observar que bolhas menores que 0,8 mm apresentam maior facilidade de sair do rotor conforme o ângulo  $\theta$  gira em sentido anti-horário. Enquanto isso, bolhas maiores de 1,2 mm tem maior predisposição a ficar dentro do rotor evidenciando novamente o possível limite de “diâmetro crítico de bolha” localizado entre os valores de 0,8 mm e 1,2 mm. Disso implica que, caso o diâmetro seja substancialmente maior que o crítico, pouco influencia o ponto de partida da bolha em se tratando do destino final da bolha, já que ela rapidamente tenderá a recuar para o olho do rotor.



**Figura 5.29—Trajetórias das bolhas variando a posição dela em sentido angular, no ingresso do rotor.**

Na Figura 5.30, apresenta-se uma análise similar à da Figura 5.29, porém para maior faixa de análise das posições no sentido angular. Como comentado acima, não há uma tendência muito clara conforme é variado o ângulo  $\theta$ . Para a bolha de 0,8 mm, nota-se uma ligeira tendência de deslocamento da trajetória para a face de sucção quando se varia a

posição inicial desde  $\theta_1$  até  $\theta_4$ , quando então o traçado volta a recuar em direção à face de pressão de  $\theta_4$  a  $\theta_6$ .

Para a bolha de diâmetro 2,0 mm, nota-se como os caminhos desde  $\theta_2$  até  $\theta_6$  são praticamente equivalentes a partir de uma determinada distância das suas posições iniciais. Essa mesma predisposição foi observada para bolhas de diâmetro de 3,0 mm (não mostrada aqui). Para o caso particular em que a bolha parte de uma posição muito próxima à face de pressão ( $\theta_1$ ), o caminho da bolha de 2 mm desviou, entretanto, das demais trajetórias.

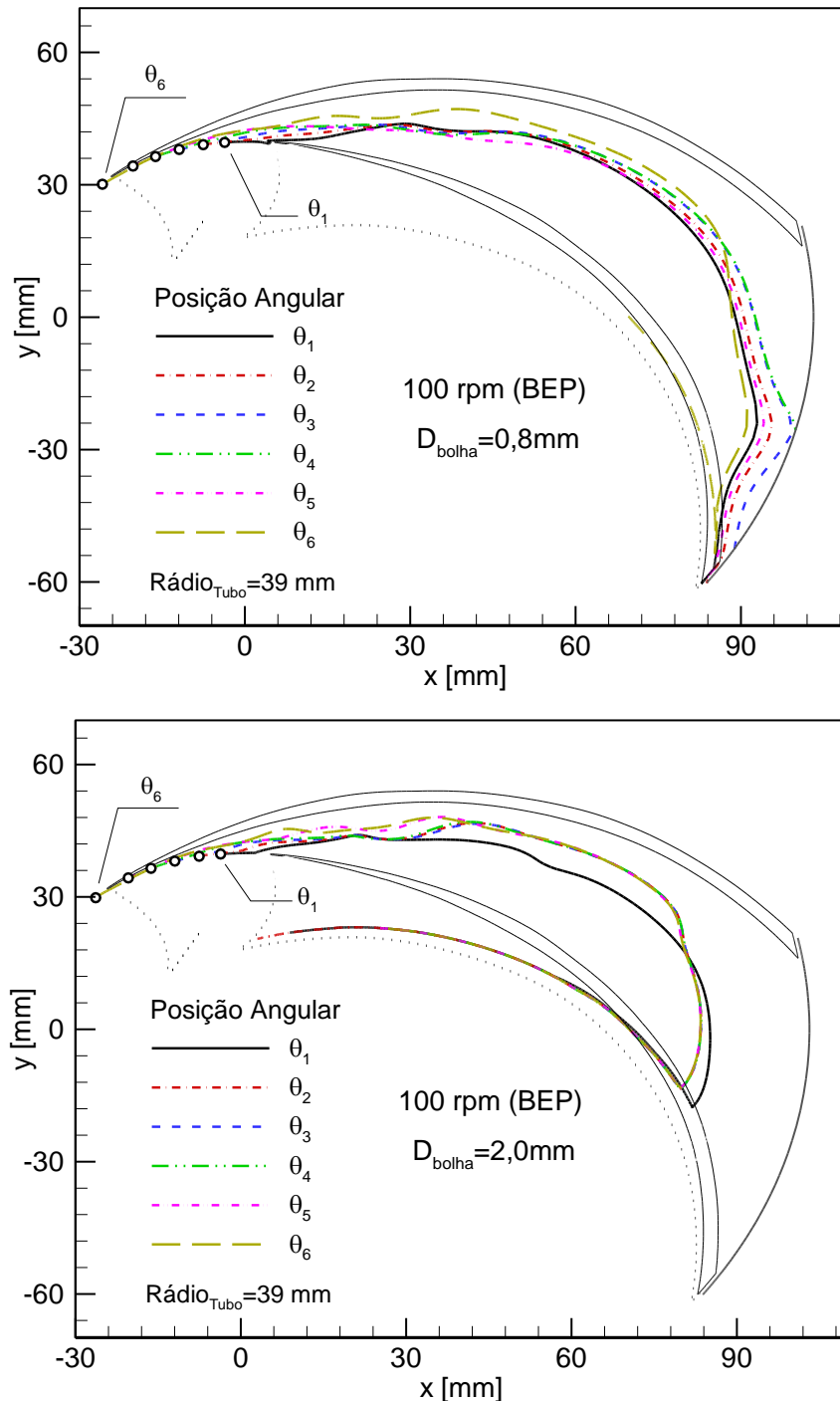


Figura 5.30—Trajetórias das bolhas variando a posição dela em sentido angular, para o rádio  $r_7$ .

Os resultados desta seção, bem como os demais mostrados ao longo de todo o capítulo, permitiram observar a complexidade associada ao entendimento do escoamento bifásico em bombas centrífugas, mas ainda estão longe de ser uma análise abrangente do assunto. Entretanto, estudar o comportamento de misturas bifásicas gás-líquido em bombas é muito útil para melhorar o desempenho de bombeio em áreas industriais importantes, mas o efeito de várias variáveis, tais como a geometria da bomba, as vazões de gás e líquido, a velocidade de rotação, entre muitas outras, precisam ser estudadas mais profundamente. Um bom ponto de partida, no entanto, é investigar a dinâmica de bolhas isoladas em condições tais como a realizada neste trabalho, para o qual o modelo numérico desenvolvido fornece resultados promissores.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou uma análise numérica da dinâmica de bolhas isoladas no interior do canal do rotor radial de uma bomba centrífuga de duplo estágio. Com a finalidade de alcançar o objetivo proposto, foi utilizada uma metodologia numérica de volumes finitos baseada em elementos, para resolver o campo de líquido da fase contínua. Por sua vez, o movimento da bolha foi calculado por meio de uma abordagem Lagrangeana de “uma via”, sobre a qual a segunda lei de Newton foi aplicada para obter finalmente sua trajetória. Ambas as técnicas foram utilizadas por meio do programa Ansys® CFX®.

O modelo numérico foi validado utilizando os dados experimentais fornecidos por Sabino (2015). Para o escoamento da fase contínua, o ganho de pressão do rotor apresentou uma boa concordância com os dados experimentais, obtendo-se desvios máximos de 2% nos pontos iguais e superiores ao ponto de máxima eficiência (BEP). Já as trajetórias numéricas das bolhas no interior do rotor mostraram uma tendência coerente com o comportamento observado experimentalmente por Sabino (2015). Observando-se um desvio médio máximo de 4% para os casos apresentados. A comparação dos resultados obtidos para as velocidades foram as que apresentaram discrepâncias nas tendências com os dados experimentais, o que pode ser consequência tanto de incertezas experimentais do referido trabalho quanto diversos fatores desprezados no modelo numérico, como o efeito da aceleração gravitacional.

A análise numérica das trajetórias das bolhas para a bomba em estudo mostrou, como um padrão geral, que elas tendem a se afastar gradativamente do lado de sucção da pá do rotor conforme avançam para a periferia, em função de um gradiente adverso de pressão. Para algumas bolhas, esse efeito é intenso o suficiente para fazer com que elas sejam arrastadas fortemente para o lado de pressão da pá, sofrendo em seguida um movimento reverso para o olho do rotor. Na prática, esse mecanismo pode gerar uma coalescência de bolhas na entrada do rotor, originando o fenômeno de *surging* que deteriora substancialmente o desempenho da bomba.

Uma avaliação das velocidades das fases envolvidas mostrou que normalmente a bolha tem velocidade relativa menor que o líquido nos canais do rotor, fato fortemente associado ao gradiente adverso de pressão que o gás enfrenta ao se deslocar para a periferia do rotor.

Por outro lado, foi realizada uma análise das principais forças que atuam sobre a bolha. Observou-se que o movimento dela é governado principalmente pela ação da força de arrasto e de pressão. A primeira é em geral responsável por arrastar a bolha para a saída do rotor, enquanto que a segunda força atua em sentido oposto a este movimento. Dependendo das condições de operação e escoamento, uma parcela lateral da força do gradiente de pressão é a responsável por produzir uma deflexão da sua trajetória para o lado de pressão da pá. Uma visualização dos vetores das forças mostrou em detalhe suas direções e sentidos em cada posição da bolha durante sua trajetória.

Também foi observado que as forças de arrasto e pressão estão, quase sempre, em equilíbrio ao longo da trajetória da bolha. Ao mesmo tempo, foi analisada a força de massa virtual, que na maior parte do tempo tem magnitude muito menor que as forças anteriores. Coerentemente, seu valor aumenta exclusivamente nas regiões onde a bolha ou a fase líquida passam por grandes variações de velocidade, como na entrada do rotor e no caminho de retorno de algumas bolhas para a entrada.

Avaliou-se, ainda, a influência de quatro variáveis associadas a condições operacionais e de escoamento na trajetória da bolha. Em cada análise, manteve-se constantes as três outras variáveis, como forma de analisar detalhadamente a sensibilidade de cada uma. Observou-se que um aumento da velocidade da rotação do rotor e do diâmetro da bolha favorecem com que ela seja desviada gradativamente para a face de pressão da pá, aumentando a chance de que fiquem aprisionadas no rotor. Um importante indicador do início dessa mudança de direção é razão  $F_p/F_d$ , que ajudou a ilustrar as regiões onde a força devida ao gradiente de pressão aumenta substancialmente em relação à força de arrasto que tenta empurrar a bolha para fora. Por outro lado, um aumento da vazão do líquido favoreceu a saída da bolha. Por fim, observou-se que, ainda que as tendências não sejam muito claras, a posição de partida da bolha tem grande influência sobre suas trajetórias, muito em função do complexo padrão dos campos de velocidade e pressão nos canais da bomba.

O estudo apresentado neste trabalho contribui com o entendimento da física do problema que está por trás da degradação de desempenho da bomba quando opera com escoamento bifásico, sendo que diversos mecanismos estudados estão fortemente associados ao fenômeno de *surging*. A proposta numérica apresentada aqui trouxe, entre outras várias vantagens, a possibilidade de se analisar individualmente a sensibilidade do movimento das bolhas com relação a parâmetros que seriam muito complicados de se estudar por métodos experimentais. Entende-se, entretanto, que muitos estudos ainda são necessários na área, sendo sugeridos os seguintes temas:

- Inclusão das forças de lubrificação de parede, sustentação, empuxo, entre outras, na metodologia numérica aqui apresentada, com a finalidade de se observar suas influências no movimento da bolha;



- Ampliação da faixa de simulações para maiores velocidades de rotação e vazões menores que a do ponto de máxima eficiência, para a identificação de novos padrões e tendências;

- Realizar um estudo similar para avaliar a dinâmica da bolha em difusores com pás, muito comuns em bombas radiais e mistas, além do comportamento da bolha ao longo de vários estágios em bombas multiestágio;

- Implementar à metodologia numérica eventuais efeitos de colisões e coalescências entre bolhas, com a intenção de se compreender de modo ainda mais profundo os processos reais que ocorrem em escoamentos bifásicos líquido-gás.

## 7 REFERÊNCIAS

- ANSYS, ANSYS® Academic Research, Release 15.0, Help System, CFX Documentation, ANSYS, Inc. 2015.
- AMARAL, Gilmar D. L., “**Modelagem do Escoamento Monofásico em Bomba Centrífuga Submersa Operando com Fluidos Viscosos**”, Dissertação de Mestrado – Unicamp, Campinas, 2007.
- AUTODESK, AUTOCAD® 2012.
- BARRIOS, Lissett J., “**Visualization and Modeling of Multiphase Performance inside an Electrical Submersible Pump**”. Tese de Doutorado – The University of Tulsa, Oklahoma, 2007.
- BOUSSINESQ, J., “**Essai Sur la Théorie des Eaux Courantes**”, Mémoires présentés par divers savants à l’Académie des Sciences XXIII,1-680,1877.
- CARIDAD, J; KENYERY, F. “**CFD Analysis of Electric Submersible Pumps (ESP) Handling Two-Phase Mixtures**”, Journal of Energy Resources Technology, pp 99-104, 2004
- CIRILO, R., “**Air-Water Flow Through Electrical Submersible Pumps**”. Dissertação de Mestrado, The University of Tulsa, 1998.
- DURAN, J.; M. Prado, “**ESP Stages Air-Water Two-Phase Performance – Modeling and Experimental Data**”.SPE 87627, 2003.
- ESTEVAM, Valdir, “**Uma Análise Fenomenológica da Operação de Bomba Centrífuga com Escoamento Bifásico**”. Tese de Doutorado – Unicamp, Campinas, 2002.
- GAMBOA, Jose, “**Prediction of the Transition in Two-Phase Performance of an Electrical Submersible Pump**”. Tese de Doutorado – The University of Tulsa, Oklahoma, 2008.
- GÜLICH, J.F. “**Pumping Highly Viscous Fluids With Centrifugal Pump**”. World Pumps, 395/6 Aug/Sept 1999.
- GÜLICH, J.F., “**Centrifugal Pumps**”, second ed., Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2010.
- HYDRAULIC INSTITUTE STANDARDS., “**Determination of Pump Performance When Handling Viscous Liquid**”. 10th Edition, 1955.
- LAUNDER, B.E.; SPALDING, “**The numerical computation of turbulent flows**”. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering”. Imperial College of Science and Technology, vol 269–289,London,UK, 1974.
- LEA, J. F.; BEARDEN, J.L., “**Effect of Gaseous Fluids on Submersible Pump Performance**”. SPE 9218, 1982.

- LI, W. G; **“Effects of Viscosity of Fluids on Centrifugal Pump Performance and Flow Pattern in the Impeller”**, International Journal of Heat and Fluid Flow, v.21, p 207-212, 2000.
- MENTER, F.R., **“Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications”**, AIAA Journal, Vol. 32, pp. 1598-1605, 1994.
- MINEMURA,K.;MURAKAMI, M., **“A Theoretical Study on Air Bubble Motion in a Centrifugal Pump Impeller”**. ASME, vol.102, 1980.
- MINEMURA K.; T. UCHIYAMA, **“Three-Dimensional Calculation of Air-Water Two-Phase Flow in Centrifugal Pump Impeller Based on a Bubbly Flow Model”**, Journal of Fluid Engineering, pp 766-771, 1993.
- MONTE VERDE, W., **“Estudo Experimental de Bombas de BCS Operando com Escoamento Bifásico Gás-Líquido”**. Dissertação de Mestrado, Unicamp – Campinas, 2011.
- MURAKAMI, M.; MINEMURA, K., **“Effects of Entrained Air on the Performance of a Centrifugal Pump”**. Bulletin of the JSME, Vol. 17, No 110, pp.1047-1055, 1974a.
- MURAKAMI, M., MINEMURA, K.,**“Effects of Entrained Air on the Performance of a Centrifugal Pump (Second Report, Effects of Number of Blades)”**, Bulletin of the JSME, Vol. 17.112, pp. 1286-1295, 1974b
- OFUCHI, E. M., **“Desenvolvimento de um Método para Correção de Curvas de Desempenho em Bomba Centrífuga Submersa Operando com Fluidos Viscosos”**. Dissertação de Mestrado, UTFPR, Curitiba, Brasil, 2015.
- PATERNOST, Ghilherme M. **“Estudo Experimental sobre Bomba Centrífuga operando com Fluido Viscoso e Escoamento Bifásico Gás-Líquido”**. Dissertação de Mestrado, Unicamp, Campinas, 2013.
- PESSOA, R., PRADO, M. **“Experimental Investigation of Two-Phase Flow Performance of Electrical Submersible Pump Stages”**, SPE 71552, 2001.
- RHIE, C.M., CHOW, W.L., **“Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation”**, AIAA Journal, Vol. 21, pp. 1525-1532, 1983.
- RODRIGUES, Rui Francisco Pessoa, **“Experimental Investigation of Two-Phase Flow Performance of Electrical Submersible Pump Stages”**. Dissertação de Mestrado, The University of Tulsa, Oklahoma, 2001.
- ROSA, E. S., **“Escoamento Multifásico Isotérmico: Modelo de Multifluidos e de Mistura”**, Petrobras, Artmed Editora S.A, pp. 197-233, 2012.
- SABINO, R.H.G., 2015, **“Análise da Dinâmica de uma Bolha de Gás em uma Bomba Centrífuga”**, Dissertação do Mestrado, UTFPR, Curitiba, Brasil, 2015.
- SCHILLER, L., NAUMANN, VDI Zeits, 77, p. 318, 1933.

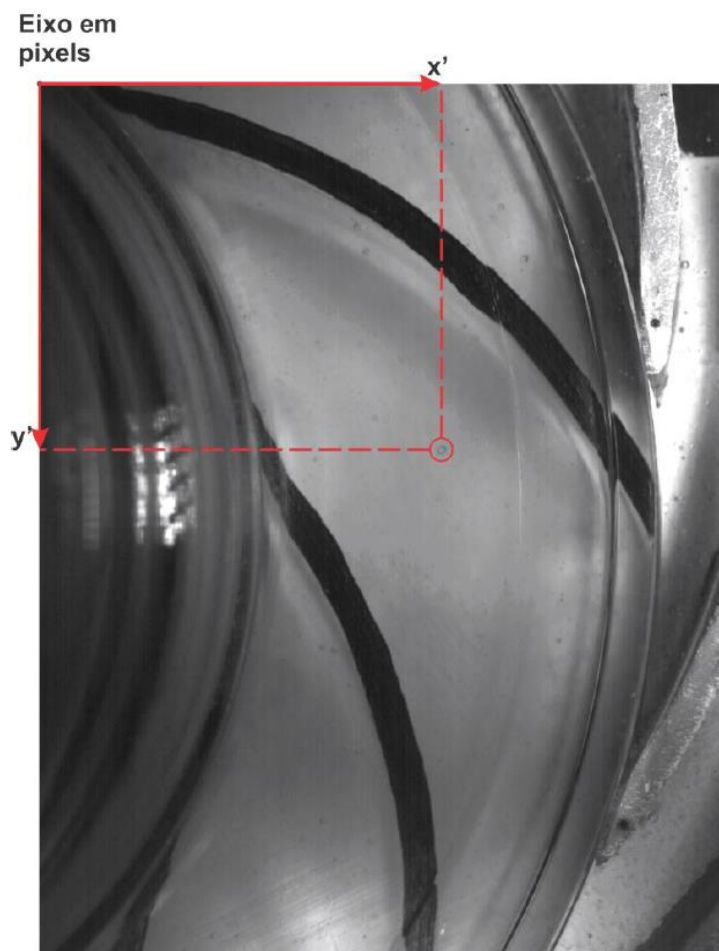
- SEGALA, W., “**Simulação Numérica do Escoamento Monofásico no Primeiro Estágio de uma Bomba Centrífuga de Duplo Estágio**”, Dissertação do Mestrado, UTFPR, Curitiba, Brasil, 2010.
- SIRINO, T. “**Estudo da influência da viscosidade no desempenho de uma bomba centrífuga submersa**”. Dissertação do Mestrado, UTFPR, Curitiba, Brasil 2013.
- SILVA, João G. C., “**Estatística Experimental: Planejamento de Experimentos**”. Versão preliminar, Departamento de Matemática e Estatística, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, 2007.
- SOLANO, A. E. “**Viscous Effects on The Performance of Electro Submersible Pumps (ESP’s)**”. Dissertação de Mestrado – The University of Tulsa, Oklahoma, 2009.
- SOLIDWORKS® 3D CAD Desing Software, 2012
- STEL, Henrique., “**Numerical Analysis of the Fluid flow in the First Stage of a Two-Stage Centrifugal Pump with a Vaned diffuser**”. Research Papers –Journal of Fluids Engineering-ASME, 2012
- STEPANOFF, A. J. “**Centrifugal end Axial Flow Pups – Theory, Design and Application**”. 2a Edição. John Wiley & Sons, New York, 1967.
- SUN, D.; PRADO, M.G. “**Modeling Gas-Liquid Head Performance of Electric Submersible Pumps**”. Tese de doutorado, The University of Tulsa, Oklahoma, 2002.
- THOMAS, José E., “**Fundamentos de Engenharia de Petróleo**”. Publicado por editora interciência– Petrobras, Rio de Janeiro, 2001.
- TREVISAN, Francisco E., “**Modelling and Visualization of Air and Viscous Liquid in Electrical Submersible Pump**”. Tese de Doutorado – The University of Tulsa, Oklahoma, 2009.
- TURZO, Z., G. TAKACS; ZSUGA., J “**A Computerized Model for Viscosity Correction of Centrifugal Pump Performance Curves**”. 47th Southwestern Petroleum Short Course, Texas, 2000.
- WILCOX, D. C. “**Turbulence Modeling for CFD**”, 2nd edition, DCW Industries, La Cañada, CA, 2000.
- ZAPATA, Luis C., “**Rotational Speed Effects on ESP Two-Phase Performance**”. Dissertação de Mestrado – The University of Tulsa, Oklahoma, 2003.

## APÊNDICE A

A seguir será apresentado o procedimento experimental para a obtenção das posições e velocidades da bolha. Essa metodologia foi realizada seguindo o critério desenvolvido por Sabino (2015). Maiores detalhes são encontrados na dissertação do autor.

### A.1 OBTENÇÃO DAS POSIÇÕES DA BOLHA

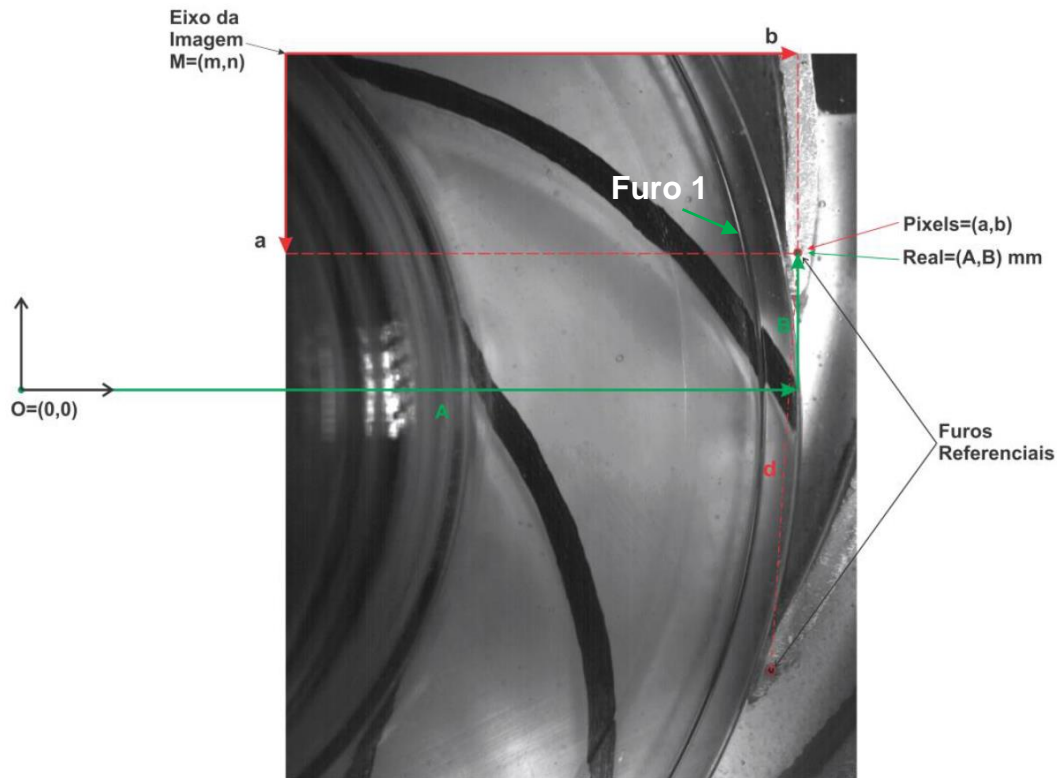
Com ajuda de um código desenvolvido em Matlab® foram tratadas as imagens para obter as posições da bolha com relação ao centro do rotor. O programa permitiu obter as coordenadas em pixels, com centro na parte superior esquerda da imagem. Como mostrado na Figura A.1.



**Figura A.1–Posição da bolha com respeito ao eixo da imagem, em pixels. (Sabino,2015)**

Se tomou dois furos de referência, localizados em duas pás consecutivos do difusor, como o indicado na Figura A.2. A distância real entre os furos foi de 55,92 mm. Através do programa

*Autocad* foi determinada o centro do rotor “O” e uma relação dos comprimentos em mm e em pixels entre os furos de referência. Com esta informação foi determinada as coordenadas (A,B), em mm, do furo 1, com relação ao centro “O”.



**Figura A.2–Furos de referência. (Sabino,2015)**

Utilizando o programa *Matlab* se determinou um fator de escala “e” entre a distância real e a distância em pixels das posições dos furos. Dado que se conhece as coordenadas do furo 1 e o fator de escala, foi determinado as coordenadas do eixo da imagem M(m,n), através da seguinte relação:

$$m = A - b \times e, \quad (\text{A.1})$$

$$n = B + a \times e, \quad (\text{A.2})$$

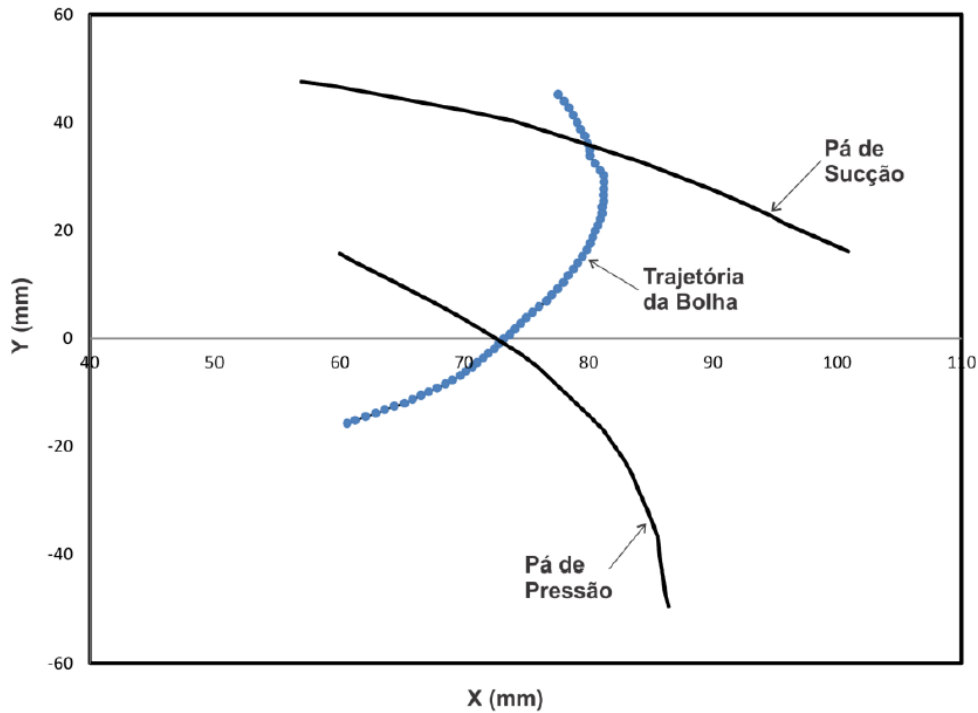
Com esta informação pode-se determinar qualquer posição da imagem (X,Y), em mm, com relação ao centro do rotor, utilizando a seguinte equação:

$$X = m + x' \times e \text{ (mm)}, \quad (\text{A.3})$$

$$Y = n - y' \times e \text{ (mm)}, \quad (\text{A.4})$$

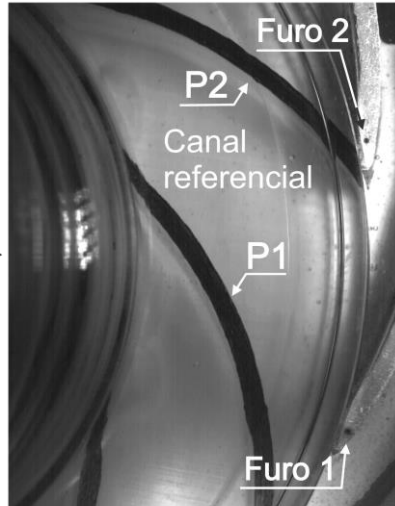
onde  $(m,n)$  são as coordenadas do eixo da imagem com respeito ao centro do rotor,  $(x',y')$  são as coordenadas da bolha em pixels com respeito ao eixo da imagem.

As Equações (A.3) e (A.4) determinam as posições da bolha em um sistema inercial, para o qual a bolha faz um movimento curvo ascendente, como mostrado na Figura A.3.



**Figura A.3–Trajetória de uma bolha no sistema inercial. (Sabino,2015)**

Dado que a análise do presente trabalho foi feita para um rotor parado (sistema não-inercial), se modificou o ângulo da bolha mantendo constante seu raio. Para isso um canal referencial foi assumindo, como mostrado Figura A.4. A ponta da pá superior P2 foi feito coincidir com a ponta do difusor, que tem ao Furo 2. Essa posição foi considerada como a imagem de referência (Ver Figura A.5).



**Figura A.4–Canal referencial do rotor. (Sabino,2015)**

O ângulo de desfasamento  $\Phi$  da bolha, depende do tempo entre cada imagem consecutiva e da rotação da bomba.

$$\Phi = \Omega \times \frac{2\pi}{60} \times t_{cam}, \quad (A.5)$$

onde  $\Omega$  é a rotação da bomba  $t_{cam}$  e é o tempo entre duas imagens consecutivas e é igual a 0,001 s.

Por outro lado, o ângulo de desfasamento entre duas imagens não consecutivas  $\gamma$ , dependerá de que tão afastado se encontre uma imagem de outra, isto é, existirá um passo de tempo  $p_t$ , entre estas imagens.

$$\gamma = \Phi p_t = \left(\Omega \times \frac{2\pi}{60} \times t_{cam}\right) p_t, \quad (A.6)$$

Um exemplo de cinco imagens não consecutivas é mostrado na Figura A.5 onde a imagem I155 foi considerada como a imagem referencial. A velocidade de rotação para este exemplo foi de 100 rpm. Na tabela A.1 mostra os passos de tempo para cada imagem com respeito à imagem referencial.

**Tabela A.1:Passo de tempo para as imagens avaliadas.**

Imagem	$p_t$
143	12
154	1
155	0
156	-1
167	-12



Note-se nesta tabela que o sinal do passo de tempo dependerá se a imagem é localizada antes ou depois da imagem referencial.

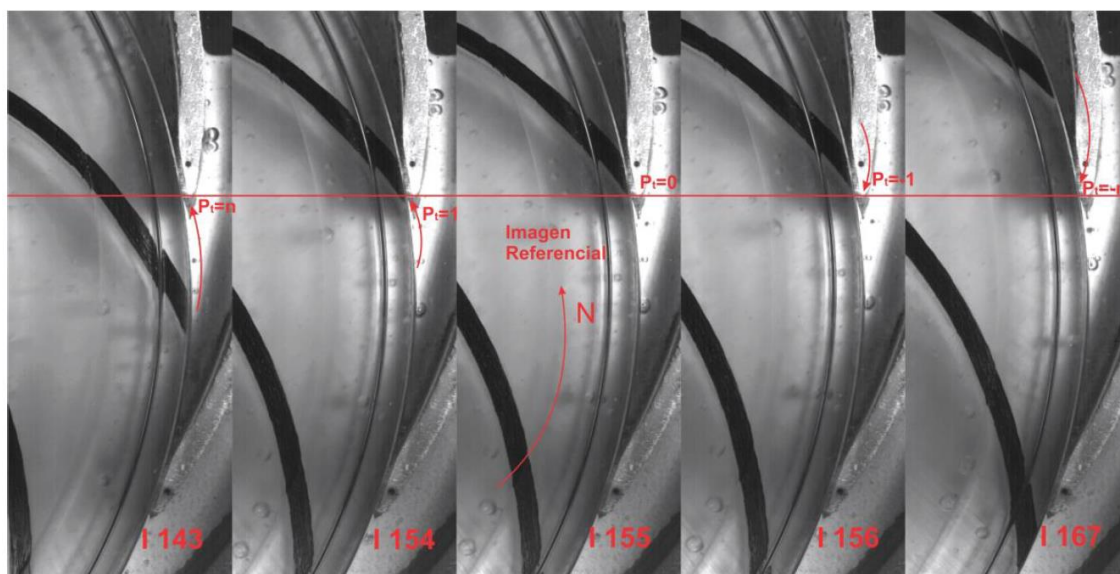


Figura A.5–Várias posições do canal com relação à imagem referencial. (Sabino,2015)

Considerando o ângulo de rotação destas imagens na equação (A.6) temos os seguintes ângulos de defasamento, em radianos.

Tabela A.2: Ângulo de defasamento por imagem.

Imagem	$\gamma$
143	0,151
154	0,013
155	0
156	-0,151
167	-0,013

Por fim, a nova coordenada angular da bolha para um sistema não inercial é dada pela seguinte equação.

$$\beta' = \beta + \gamma, \quad (\text{A.7})$$

onde  $\beta = \text{arctg}(y / x)$  é a coordenada angular da bolha no sistema inercial. A posição da bolha no sistema não inercial teria a seguinte forma:  $(r, \beta')$ . Realizando a transformação para o sistema de coordenadas cartesianas, a bolha apresentará uma trajetória quase paralela à pá do canal referencial, como observado na Figura A.6.

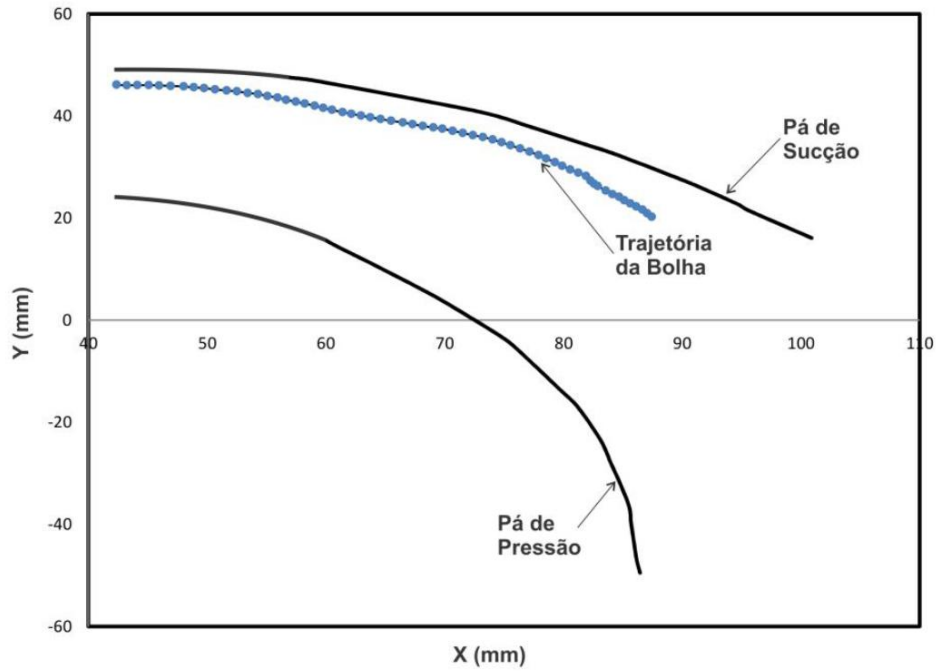


Figura A.6–Trajetória da bolha no sistema não inercial. (Sabino,2015)

## A.2 OBTENÇÃO DAS VELOCIDADES DA BOLHA

As velocidades experimentais foram obtidas entre duas imagens consecutivas uma vez achadas as posições das bolhas. Cabe indicar que o autor desconsiderou o componente axial das variáveis analisadas (posições e velocidade), isto pela localização perpendicular da câmera ao rotor. Como dito na seção anterior, o tempo entre cada imagem foi de 0,001s. Com os dados das posições e o tempo, as componentes das velocidades,  $v_x$  e  $v_y$ , são calculadas como :

$$v_x = \frac{(x_2 - x_1)}{t_{cam}} \quad (A.8)$$

$$v_y = \frac{(y_2 - y_1)}{t_{cam}} \quad (A.9)$$

Onde  $x_i$ ,  $y_i$  representam as posições cartesianas da bolha no sistema de coordenadas não inercial., o subscrito  $i = 1,2$  são os instantes das duas imagens consecutivas.  $t_{cam}$  é o tempo entre as imagens.