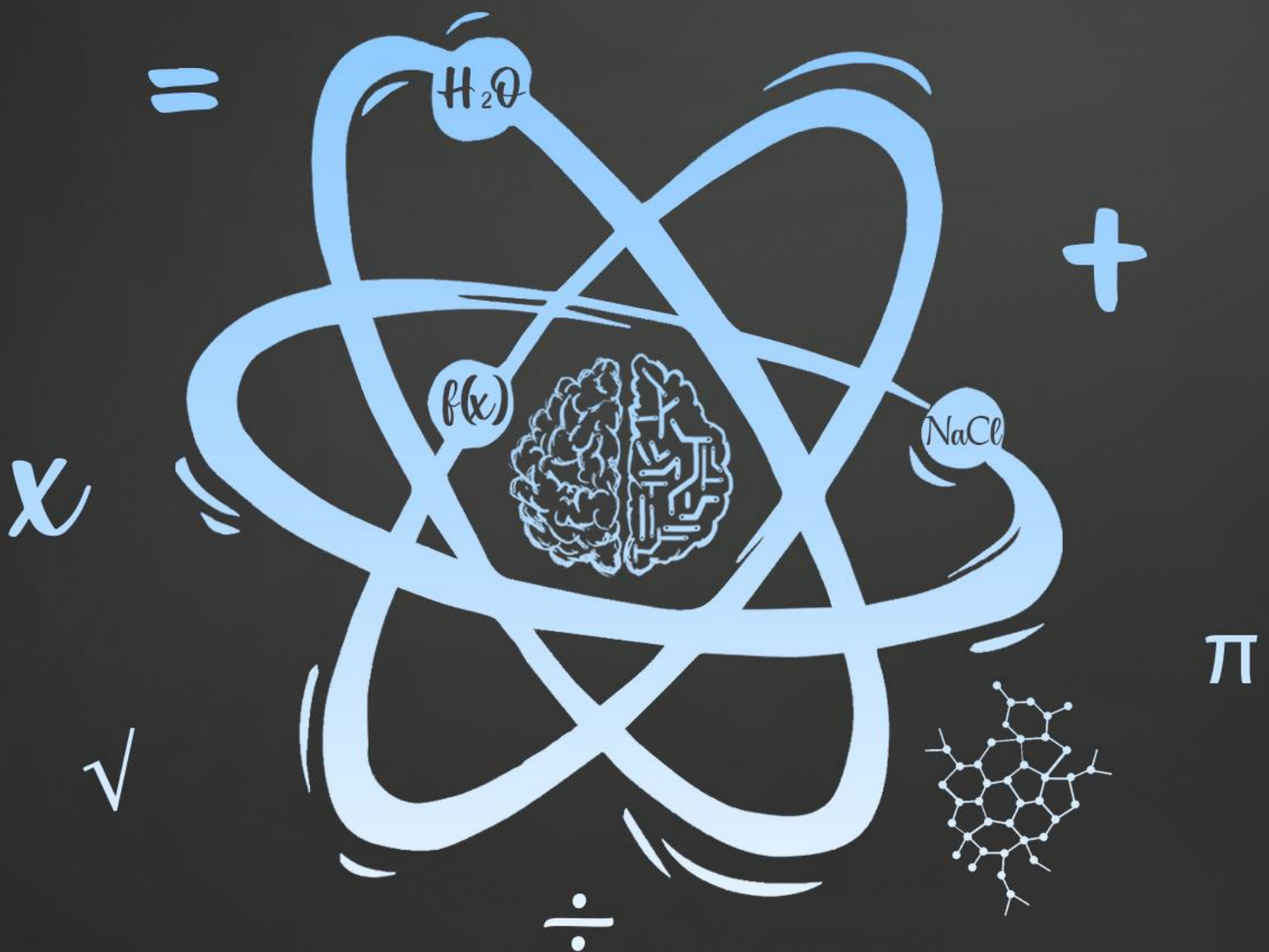


Modelagem Matemática e Experimentação: Sugestões ao Professor

Robson Aparecido Ramos Rocha
Karina Alessandra Pessoa da Silva



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

ROBSON APARECIDO RAMOS ROCHA
KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

MODELAGEM MATEMÁTICA E EXPERIMENTAÇÃO: SUGESTÕES AO PROFESSOR

**MATHEMATICAL MODELING AND EXPERIMENTATION: SUGGESTIONS FOR THE
TEACHER**

LONDRINA

2021



4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina**



ROBSON APARECIDO RAMOS ROCHA

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DA COMUNICAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM EXPERIMENTAÇÃO

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 26 de Março de 2021

Prof.a Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Daiany Cristiny Ramos, Doutorado - Universidade Norte do Paraná (Unopar)

Prof.a Elaine Cristina Ferruzzi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 26/03/2021.

AUTOR

Robson Aparecido Ramos Rocha

ORIENTADORA

Karina Alessandra Pessoa da Silva

CAPA

Bruno Bueno Kubiski

Este material é parte integrante da pesquisa de mestrado “*Uma análise semiótica da comunicação em atividades de Modelagem Matemática com experimentação*” desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Londrina e Cornélio Procópio.

APRESENTAÇÃO

*Prezados(as) professores(as) de
Matemática ou Química da Educação
Básica.*

Este material constitui o Produto Educacional que faz parte da pesquisa, intitulada “Uma análise semiótica da comunicação em atividades de Modelagem Matemática com experimentação” desenvolvida por Robson Aparecido Ramos Rocha sob orientação da professora Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva, no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PPGMAT – oferecido pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Câmpus Londrina/Cornélio Procópio.

A pesquisa que deu origem a este material trata do estudo da comunicação no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com Experimentação e neste material, apresentamos cinco sugestões de atividades que articulam esses conceitos.

Vale ressaltar que o Produto Educacional apresenta sugestões de desenvolvimento nas cinco atividades propostas e exemplifica em três atividades que foram desenvolvidas com estudantes.

Pensamos no desenvolvimento de um material que tem como característica sugerir atividades de Modelagem Matemática com experimentação por meio de uma estrutura flexível, que possa ser analisada, adequada e utilizada por professores de Matemática ou Química da Educação Básica, ou adaptada para o desenvolvimento no Ensino Superior de acordo com as necessidades do professor, as necessidades dos estudantes e da matriz curricular. Sugerem-se algumas questões norteadoras e situações-problemas que podem direcionar o desenvolvimento das atividades. Ainda há ações particulares que podem ocorrer a cada atividade desenvolvida, e caberá ao professor a orientação de cada uma destas ações.

O Mestrado Profissional nos dá a possibilidade de disponibilizar este o Produto Educacional a você, colega professor. Este fato é gratificante, pois, trata-se de um material em que acreditamos ser significativo para construção do conhecimento dos estudantes. Desse modo, esperamos que possa ser útil e que contribua diretamente para a sua vida enquanto professor (a) e na vida de seus estudantes enquanto futuro da nossa nação.

Finalizamos dizendo que se possível, desenvolva este trabalho com seus estudantes e verá o quanto são capazes de apresentar resultados surpreendentes.

Dos autores

Até aqui, esta pesquisa me permitiu agrupar todo conhecimento construído ao longo de minha vida profissional como professor de Matemática e Química da Educação Básica e utilizá-los junto aos conhecimentos construídos como pesquisador, estudante de Mestrado em Ensino de Matemática e participante do Grupo de Estudos e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias – GEPMIT. Desse modo, a pesquisa se tornou parte da minha vida pessoal e profissional.

*Robson Aparecido
Ramos Rocha*

ÍNDICE

“Existir é estar numa relação. É tomar um lugar na infinita miríade das determinações do Universo.”

Charles Sanders Peirce

UM CONVITE À LEITURA.....	6
DICAS PARA UTILIZAÇÃO DESTE MATERIAL	7
ESTÃO PRONTOS PARA COMEÇARMOS?	8
PRATICANDO E APRENDENDO	10
ATIVIDADE 1: CONDENSAÇÃO DA ÁGUA	11
ATIVIDADE 2: QUEM PERDE CALOR MAIS RÁPIDO?.....	23
ATIVIDADE 3: DIFERENÇA DE DENSIDADE.....	34
ATIVIDADE 4: TENSÃO NA SUPERFÍCIE	42
ATIVIDADE 5: PROCESSO DE DIFUSÃO DE CORANTES EM ÁGUA QUENTE E FRIA.....	50
ALGUMAS CONSIDERAÇÕES.....	57
REFERÊNCIAS	58
APÊNDICES.....	61



UM CONVITE À LEITURA

“Ou escreves algo que valha a pena ler, ou fazes algo acerca do qual valha a pena escrever.”

Benjamin Franklin

A pesquisa que deu origem a este material trata da análise da comunicação por meio da Semiótica Peirceana. O objetivo principal é evidenciar que papéis assumem os signos interpretantes usados ou produzidos pelos estudantes, pelo pesquisador, bem como aqueles que são resultado da comunicação entre os envolvidos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação.

Os estudantes foram imersos no desenvolvimento de duas das cinco atividades que compõem este material, sendo elas “A condensação da água” e “Quem perde calor mais rápido?”.

As atividades foram desenvolvidas na disciplina de Química, com 8 estudantes, com idades entre 15 e 16 anos, de uma turma de 2ª série do Ensino Médio, no ano de 2019, em um colégio público localizado no interior do Paraná.

Para o desenvolvimento das atividades, no que compete à Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, seguimos as orientações de Almeida, Silva & Vertuan (2013). Para as atividades experimentais seguimos as classificações de Araújo & Abib (2003), no que se refere ao contexto comunicacional, analisamos as atividades desenvolvidas por meio das assertivas da Teoria da Comunicação de Charles Sanders Peirce e que são exploradas por pesquisadores como Pietarinen (2003), Netto (2007), Santaella (2012) e D’Amore, Pinilla & Iori (2015).

A abordagem metodológica utilizada na pesquisa é a qualitativa, e seguiu encaminhamentos orientados na Análise de Conteúdo de Bardin (2011) no que compete a organização das análises.

Como resultados, evidenciamos que emergiram diferentes signos interpretantes intencionais, efetuais e comunicacionais, nas diferentes fases

das atividades de Modelagem Matemática com experimentação. Tais signos revelaram papéis, como, estimular, orientar, relacionar, simplificar, levantamento de hipótese, compreensão, representação e validação, além de evidenciarem a ação da semiose que se fez por meio da comunicação estabelecida entre os envolvidos no desenvolvimento das atividades.

Desse modo, convidamos quem desejar utilizar deste material em suas aulas, a realizar uma leitura da dissertação de Mestrado de Robson Aparecido Ramos Rocha, que poderá ser acessada, na íntegra, pelo site do PPGMAT da UTFPR.

<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>

ALGUMAS SUGESTÕES DE LEITURA:

ARAÚJO, M. S. T.; ABIB, M. L. V. S. Atividades experimentais no Ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. Revista Brasileira de Ensino de Física. V. 25, n. 2, p. 176 – 194, 2003.

PEIRCE, C. S. Semiótica. 2ª ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PIETARINEN, A. Peirce’s theory of communication and its contemporary relevance. In: NYÍRI, K. MobileLearning. Wien. Passagen, p. 81-98, 2003.

DICAS PARA UTILIZAÇÃO DESTE MATERIAL

Antes de tudo, sugerimos que...

As atividades desenvolvidas transitam pelas fases propostas por Almeida, Silva & Vertuan (2013) para atividades de Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica.

O professor se sinta a vontade para desenvolver atividades de primeiro, segundo e terceiro momentos conforme sugerem Almeida, Silva & Vertuan (2013), podendo seguir as sugestões abordadas neste trabalho.

O professor planeje atividades experimentais de acordo com sua experiência e as experiências dos estudantes, conforme sugerem Araújo & Abib (2003).

Cabe ao professor, adaptar o tempo de desenvolvimento das atividades de acordo com sua disponibilidade, a disponibilidade dos estudantes e a matriz curricular.

O professor deve dar importância à utilização de materiais adequados para a realização de qualquer tipo de experimento e também, observe com antecipação os experimentos antes de serem desenvolvidos com os estudantes, podendo assim se prevenir de possíveis imprevisibilidades.

FASES

Inteiração;
Matematização;
Resolução;
Interpretação de resultados e validação.



As fases não precisam seguir necessariamente esta sequência.

MOMENTOS DE FAMILIARIZAÇÃO



1º Momento:
2º Momento:
3º Momento:

O professor poderá fazer uso da dissertação para identificar os diferentes momentos de familiarização.

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Atividades de Demonstração;
Atividade de Verificação;
Atividade de Investigação.



TEMPO

Fique sempre de olho no tempo.
Atividades de Modelagem Matemática podem nos surpreender.



ATENÇÃO

Tome todo cuidado necessário para que tudo ocorra bem.



Recomendamos a leitura da dissertação antes do desenvolvimento das atividades para reflexões acerca do aporte teórico sobre Modelagem Matemática, Atividades Experimentais e Semiótica Peirceana.

ESTÃO PRONTOS PARA COMEÇARMOS?

Vamos começar lendo um pouco sobre Modelagem Matemática e Experimentação.

Na literatura, muito se discute sobre as diferentes alternativas para a Educação Matemática. Desse modo, vemos a Modelagem Matemática como uma das alternativas para o ensino das ciências exatas.

Almeida, Silva & Vertuan (2013) apresentam concepções referentes à Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que possibilita o desenvolvimento de atividades que podem ser descritas em termos de uma situação inicial, de uma situação final e de um conjunto de procedimentos necessários para que ocorra a transição de uma situação para a outra.

A situação inicial denomina-se situação-problema e a situação final está associada a uma representação matemática, especificamente falando, um modelo matemático. Neste contexto, a modelagem visa propor soluções para problemas não necessariamente matemáticos, por meio de modelos matemáticos (CARREIRA, 2001).

No desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, inicialmente, uma situação-problema é apresentada pelo professor ou elencada pelos estudantes podendo ser matemática ou não, ocorre então a investigação para elaboração de um problema, em que conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados e os procedimentos da resolução não são conhecidos sendo de total competência dos envolvidos, e por fim ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). Para além disso, o

SUGESTÃO DE LEITURA

ALMEIDA, L. W. de;
SILVA, K. P. da;
VERTUAN, R. E.
Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2013.

Para Almeida, Silva & Vertuan (2013), modelo matemático tem por finalidade,

descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 16).

professor orienta seus estudantes e observa se os mesmos transitam pelas fases, conforme encontramos em Almeida, Silva & Vertuan (2013), sendo elas: “inteiração”, “matematização”, “resolução”, “interpretação de resultados e validação”.

A fase “inteiração” refere-se ao primeiro contato do estudante com a situação-problema que se pretende estudar, a fim de conhecer as especificidades da situação por meio de contatos diretos ou indiretos, e para coleta de dados qualitativos e quantitativos. É também, na fase inteiração, que se formula o problema e definem-se as metas para a resolução. A “matematização” é a fase da transformação da linguagem, é a busca pela elaboração de uma representação matemática. A fase “resolução” consiste na construção de um modelo matemático que descreve a situação estudada ou visa responder às perguntas formuladas sobre o problema investigado, seguida da “interpretação de resultados e validação” que implica na busca por uma solução para o problema.

SUGESTÃO DE LEITURA

HEINEN, C. A.; REHFELDT, M. J. H.; NEIDE, I. G.; BÖCKEL, W. J.; KÖNIG, R. I. Atividades experimentais e modelagem matemática: uma prática realizada com alunos do ensino médio politécnico. **Revista Caderno Pedagógico**, Lajeado, v. 13, n. 1, p. 139 – 155, 2016.

Vale ressaltar que a análise da solução requer uma avaliação dos envolvidos na atividade, implicando em evidenciar se o modelo matemático está associado ao contexto estudado (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013).

Modelos matemáticos podem emergir por meio de simulações que envolvem experimentação em conjunto com outras disciplinas (CARREIRA; BAIOA, 2011). Segundo Alves Filho (2000), atividade com experimentação tem, por objetivo pedagógico, o aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem, tornando-os interativo, podendo os estudantes participar de forma ativa no desenvolvimento da atividade. Sendo assim, a experimentação pode proporcionar aos estudantes o contato direto com a coleta de dados visando a busca pelas informações necessárias para a situação estudada. De forma geral, entendemos atividades experimentais como “estratégias de ensino consideradas construtivas e interdisciplinares” (BRIDI, et al., 2010, p. 133), e consideramos uma potente aliada para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

PRATICANDO E APRENDENDO

Então vamos lá! Vamos conhecer um pouco sobre as atividades que compõem este material por meio das sínteses apresentadas.

Acessando os códigos QR no apêndice F deste material, você encontra os textos suporte e os encaminhamentos das experimentações disponíveis para impressão.

SÍNTESE DA ATIVIDADE 1: Condensação da água

Situação-problema investigada: Que quantidade de água é possível coletar por meio da condensação?

Nessa atividade os estudantes coletaram dados por meio da experimentação e determinaram modelos matemáticos que possibilitaram fazer previsões sobre a quantidade de água que conseguiriam coletar por meio da condensação.

SÍNTESE DA ATIVIDADE 2: Quem perde calor mais rápido?

Situação-problema investigada: O comportamento do resfriamento da água e de uma solução de água e sal.

Assim como na atividade anterior, nessa atividade, os estudantes divididos em dois grupos coletaram dados por meio da experimentação e determinaram modelos matemáticos. Todavia nesta atividade, os modelos determinados permitiram representar o comportamento da água e de uma solução de água e sal sob resfriamento.

SÍNTESE DA ATIVIDADE 3: Diferença de densidade

Situação-problema investigada: Qual a velocidade da gota de água ao atingir o fundo de um recipiente com óleo?

Esta atividade foi desenvolvida na disciplina de Química no ano de 2018. Desse modo, esta atividade não faz parte da dissertação que deu origem a este material. Trata-se de uma atividade planejada para trabalhar com conceitos de densidade dos líquidos e foi desenvolvida na 1ª série do ensino médio.

SÍNTESE DA ATIVIDADE 4: Tensão na superfície

Sugestão de situação-problema: Investigar a relação entre o diâmetro de diferentes moedas e a quantidade de gotas de água ou de uma solução de água e sabão que permanecem sobre elas.

Trata-se de uma sugestão de atividade planejada pelos autores e não desenvolvida em sala de aula. Por meio desta atividade a experimentação é realizada para a coleta de dados, a fim de que se chegue à dedução de um modelo matemático que possa representar a situação investigada.

SÍNTESE DA ATIVIDADE 5: Processo de difusão de corantes em água quente e fria

Sugestão de situação-problema: Investigar a relação entre a concentração de corante e o tempo de difusão em água quente ou fria.

Trata-se de uma atividade planejada pelos autores e não desenvolvida em sala de aula. Na atividade a experimentação é realizada para coleta de dados, a fim de que se chegue à dedução de um modelo matemático que possa representar a situação investigada.

Os principais objetivos das atividades são:

- ✓ Promover a comunicação entre os envolvidos nas diferentes fases das atividades;
- ✓ Idealizar e orientar indagações que permitam que os estudantes pensem e reflitam sobre a situação a fim de que se elabore um problema;
- ✓ Promover o conhecimento dos estudantes em relação aos conteúdos emergentes por meio da relação teoria e experimentação;
- ✓ Deduzir modelos matemáticos que permitam representar a situação em estudo e responder o problema;
- ✓ Estudar Matemática e Química.



ATIVIDADE 1: CONDENSAÇÃO DA ÁGUA



*Tempo total sugerido: 3 horas
para coleta de dados experimentais
mais 3 aulas de 50 minutos cada.*



Fonte: Museu Virtual de Nanociência e Nanotecnologia

POSSIBILIDADE DE RELAÇÕES COM CONTEÚDOS DA MATEMÁTICA

- Função quadrática;
- Resolução de sistemas;
- Análise gráfica.

POSSIBILIDADE DE RELAÇÕES COM CONTEÚDOS DA QUÍMICA

- Condensação;
- Ponto de orvalho;
- Reações endotérmicas e exotérmicas.

DIVISÃO DO TEMPO SUGERIDO

- 1 aula para o momento pré-experimentação;
- 3 horas para o momento experimentação;
- 2 aulas para o momento pós-experimentação.

MATERIAIS QUE PODEM SER UTILIZADOS

- Texto suporte (Apêndice A);
- Balança de precisão;
- Recipiente de capacidade de 1 litro;
- Gelo;
- Cronômetro;
- Prato.

AULA 1:



Momento pré-experimentação - Fase inteiração

É na fase inteiração que os estudantes têm o “primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer características e especificidades da situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 15).

Nesta aula, sugerimos que o professor inicie propondo aos estudantes a leitura do texto “Condensação”¹ a fim de que entrem em contato com algumas informações e inteirá-los sobre a situação a ser investigada para, posteriormente, orientá-los para a definição do problema. Em seguida, o professor pode realizar indagações a respeito do texto. Tais indagações devem ser intencionais, ou seja, o professor pode levantar questionamentos como, por exemplo, “*O que vocês entendem por condensação?*”, “*Já presenciaram este fenômeno?*”. A partir das respostas dos estudantes, o professor pode conceituar condensação e, se necessário, trazer mais alguns exemplos sobre o tema, a fim de que a comunicação se direcione para a elaboração de um problema de investigação desconsiderando as ideias dos estudantes.

SUGESTÃO DE LEITURA

FROTA, A. B.; SCHIFFER, S. R. Manual de conforto térmico: arquitetura, urbanismo. 5 ed. São Paulo: Studio Nobel, 2001.

CONDENSAÇÃO

Troca térmica úmida decorrente da mudança do estado gasoso do vapor d’água contido no ar para o estado líquido. É um tipo de transformação física exotérmica. (FROTA; SCHIFFER, 2001).

Uma sugestão de problema de investigação é: Que quantidade de água condensada conseguimos ao deixar um recipiente com gelo em repouso por 10 horas?

Desse modo, a busca por informações sobre o tema a ser trabalhado e a definição de um problema de pesquisa, se tornam o foco central desta aula. Neste caso, como se trata de atividades de Modelagem Matemática com experimentação, cabe ao professor orientar os

¹ Ver apêndice A.

estudantes no desenvolvimento de experimentos para coleta de dados, matematização da situação, exemplificação da situação, validação, entre outros.

AULA 2:



Momento experimentação – Fases inteiração e matematização

Após a elaboração do problema e ainda na fase inteiração, ocorre a coleta de dados. Nesta aula sugerimos ao professor que inicie apresentando aos estudantes os materiais disponíveis para a experimentação. O professor pode aproveitar o momento para explorar alguns conceitos sobre a condensação em diferentes superfícies ou materiais e, também, explorar conceitos sobre reações endotérmicas e reações exotérmicas. Sugerimos também que o professor divida os estudantes em grupos intercalando-os para coleta de dados e acompanhe passo a passo de cada grupo, interagindo com os estudantes sobre possíveis dúvidas de conceitos matemáticos e químicos que possam emergir, buscando promover a comunicação.

SUGESTÃO DE VÍDEO EXPLICATIVO SOBRE AS REAÇÕES

<https://www.youtube.com/watch?v=OOkcXQsii9I>

Acesso em 26 de janeiro de 2021

O Quadro 1 apresenta o encaminhamento para o momento experimentação.

Quadro 1: Encaminhamento do experimento sugerido pelo professor para os estudantes

1. Inicialmente verifiquem a temperatura do ambiente e a umidade relativa do ar.
2. Verifiquem massa do prato vazio e anotem no Quadro 1 para o tempo zero.
3. Coloque gelo dentro do recipiente e coloque o recipiente sobre o prato vazio.
4. A cada 30 minutos em um intervalo de 3 horas, colete a massa do prato e anotem no Quadro I.

Quadro I: Coleta de dados

Tempo (minutos)	Massa do prato (gramas)

Fonte: Dos autores

Algumas hipóteses podem ser elencadas nesta fase como, por exemplo:

- A umidade relativa do ar e a temperatura podem influenciar diretamente na condensação;
- Há um ponto de máximo em que não haverá mais condensação;
- 1 ml de água pode corresponder a 1 g de água.

O professor também pode propor aos estudantes coletas de dados com intervalos de tempo menor, podendo assim obter maior número de dados que possam vir a contribuir para a resolução. Vale ressaltar que sugerimos 3 horas para o momento experimentação, desse modo, esta etapa pode ser desenvolvida em momentos extraclasse. Para isso, o professor pode solicitar a colaboração dos demais professores no que compete à liberação dos estudantes no momento de coleta de dados.

Ainda neste momento, pode ocorrer a matematização, que é a transformação da linguagem natural do problema para a linguagem matemática. Para Almeida, Sila & Vertuan (2013, p. 16) “essa linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido”.

AULA 3:



Momento pós-experimentação – Fase resolução, interpretação de resultados e validação

Para representar a situação estudada os estudantes, orientados pelo professor, podem desenvolver cálculos manualmente ou fazer uso de *softwares* matemáticos como Geogebra ou Excel.

Para este momento, sugerimos que a turma seja dividida em grupos. Cada grupo deve focar nas estratégias de resolução para a obtenção do modelo matemático que permite representar o problema inicial.

O professor assumirá o papel de orientador, moderando as discussões que naturalmente ocorrerão até que o grupo consiga chegar a um consenso.

Caso não ocorra comunicação suficiente entre os participantes dos grupos para que inicie a resolução, cabe ao professor realizar indagações ou sugestões como, por exemplo, pedir para que os estudantes formem pares ordenados com os valores coletados e os representem no plano cartesiano, assim pode-se iniciar uma discussão acerca de possíveis possibilidades de resolução.

É importante que o professor oriente todos os grupos durante o desenvolvimento e peça para que os estudantes anotem os cálculos e procedimentos utilizados. Vale ressaltar que cada grupo pode apresentar modelos diferentes, desse modo, é importante verificar a validade de cada modelo matemático deduzido.

LEMBRE-SE QUE...

Orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que pode se fazer tudo, orientar não é esperar que o aluno reproduza exemplos, orientar é indicar caminhos é procurar explorar o máximo de conhecimento dos estudantes afim de que eles próprios busquem aprofundá-los (ALMEIDA, SILVA; VERTUAN, 2013).



Exemplificando a aula 1 por meio da atividade desenvolvida

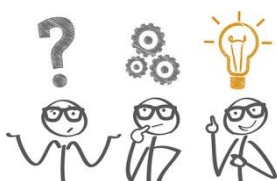
Neste momento pré-experimentação, o professor propôs a inteiração entre os estudantes e a situação problema a ser investigada por meio da leitura do texto “Condensação”. Após a leitura do texto o professor fez indagações aos estudantes, que iniciaram uma discussão.

Como resultado da discussão, definiu-se um problema de investigação relacionado à coleta de água condensada. Como sugestão, apresentamos o problema definido pelos estudantes juntamente com o professor:

Que quantidade de água conseguimos coletar por meio da condensação?

Ainda nesta aula, os estudantes sugeriram estratégias para a coleta de dados, ficando definido que deixaríamos um recipiente com gelo em repouso por 3 horas sobre um prato.

Inicialmente os estudantes propuseram coletar a massa do prato vazio e coletar novamente após 3 horas de condensação do recipiente com gelo sobre o prato, o que permitiria obter a quantidade de água condensada em um determinado intervalo de tempo considerando a temperatura e a umidade relativa do ar para aquela ocasião. Na aula seguinte, o professor sugeriu a coleta de dados a cada 30 minutos com a intenção de se obter maior número de dados.



Exemplificando a aula 2 por meio da atividade desenvolvida

Em outra aula, os estudantes formaram dois grupos para iniciar a experimentação. Para isso, o professor disponibilizou os materiais necessários.

Como o tempo de duração sugerido para a experimentação foi de 3 horas, o professor solicitou aos demais professores do colégio, a liberação dos grupos de estudantes intercaladamente a cada intervalo de 30 minutos para coleta de dados. Inicialmente os estudantes verificaram que a massa do prato vazio era de 171 gramas como mostra a Figura 1.

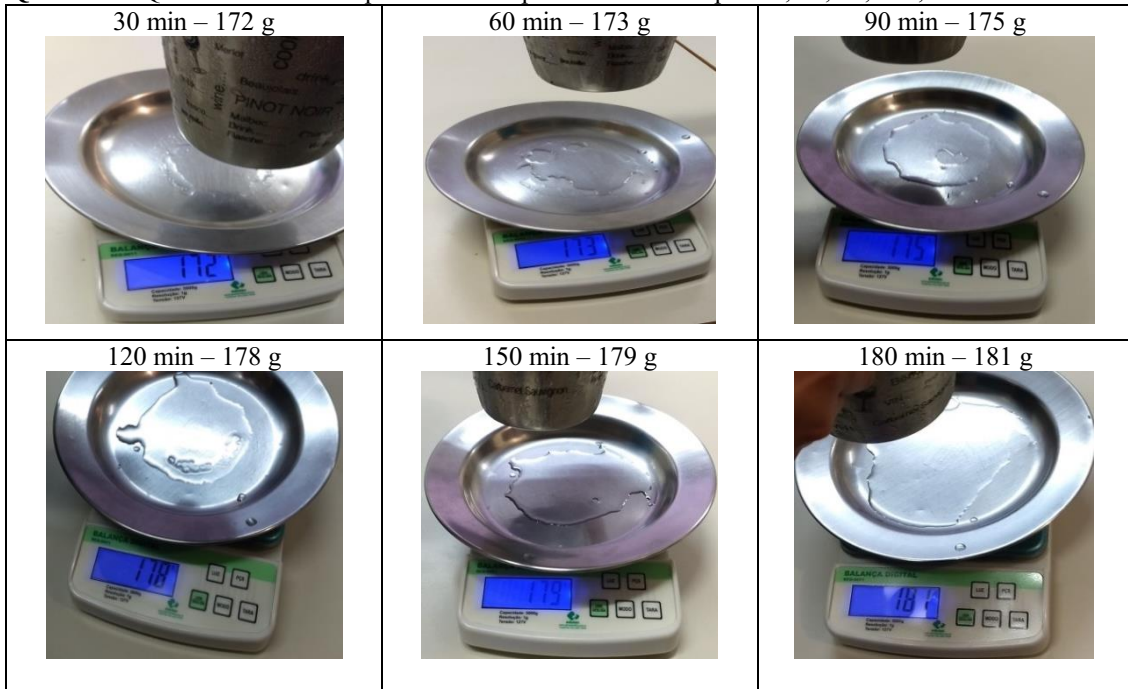
Figura 1: Massa do prato vazio



Fonte: Arquivo do professor (2019)

A cada intervalo de 30 minutos um dos grupos se reunia para uma nova coleta de dados experimentais. O Quadro 2 mostra a massa do prato com água condensada referente as coletas de dados realizada pelos estudantes.

Quadro 2: Quadro da massa do prato coletada pelos estudantes após 30, 60, 90, 120, 150 e 180 minutos



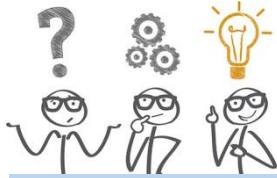
Fonte: Arquivo do professor (2019)

Durante a coleta de dados várias possibilidades de discussões que envolviam matemática emergiram, como por exemplo, a possibilidade da situação ser representada por uma Progressão Aritmética após um dos grupos efetuarem a terceira coleta de dados correspondente à uma hora do início do experimento, e verificaram que a massa de água condensada no prato estava aumentando de forma linear. Entretanto esta hipótese foi descartada após 90 minutos do início da experimentação, momento em que a quantidade de água condensada aumentou dois gramas em relação à coleta anterior. No Quadro 3 podemos observar os valores coletados pelos estudantes durante três horas de condensação.

Quadro 3: Coleta de dados a cada 30 minutos em um intervalo de 3 horas

Tempo (min)	0	30	60	90	120	150	180
Massa do prato com água condensada (g)	171	172	173	175	178	179	181

Fonte: Dos autores



Exemplificando a aula 3 por meio da atividade desenvolvida

Como sugestão, apresentamos um novo problema que pode ser investigado.

Qual a quantidade de água condensada que conseguiríamos se deixássemos este recipiente em repouso por 10 horas?

O professor sugeriu aos estudantes que formassem pares ordenados dos valores coletados por meio da experimentação e, na sequência, os representassem em um plano cartesiano com a intenção de se fazer investigações acerca da situação.

O Grupo A optou por construir a representação gráfica dos pontos manualmente, enquanto o Grupo B preferiu utilizar o *software* GeoGebra para o desenvolvimento.

Vale ressaltar que o professor já havia trabalhado com o *software* GeoGebra com os estudantes e a opção de utilizá-lo foi própria dos estudantes. Trata-se de um *software* matemático gratuito disponível em:

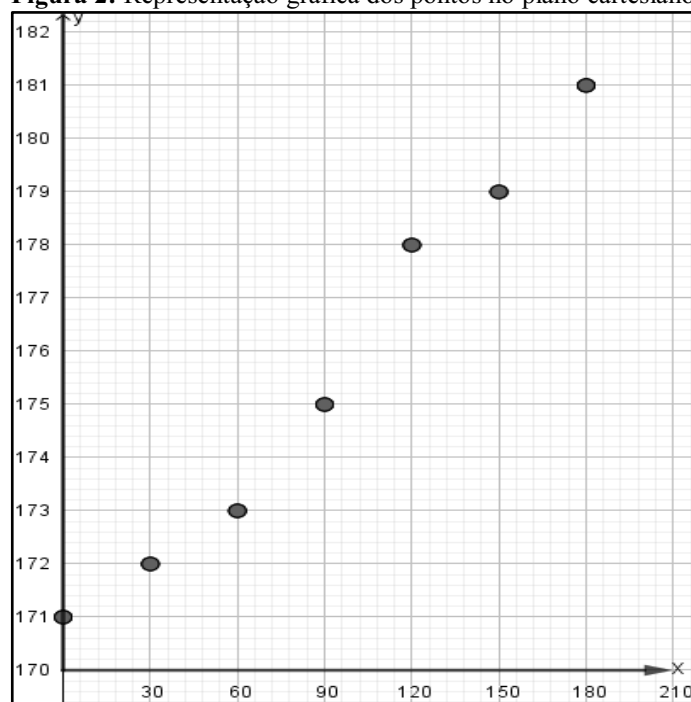
<https://www.geogebra.org/>

Acesso em 20 de fevereiro. de 2021.

Neste trabalho, apresentamos as estratégias adotadas pelo Grupo A para a resolução do novo problema como uma possibilidade matemática de se representar a situação.

Apresentamos na Figura 2 a representação dos pontos no plano cartesiano construída conforme o Grupo A.

Figura 2: Representação gráfica dos pontos no plano cartesiano



Fonte: Dos autores

O eixo x corresponde a variável independente (tempo em minutos) e o eixo y corresponde a variável dependente (quantidade de água condensada). Após a construção do gráfico o professor direciona mais algumas indagações ao grupo com o objetivo de verificar quais relações matemáticas são possíveis de serem estudadas.

O grupo discute a formulação de hipóteses para subsidiar a construção da representação matemática para o problema. O grupo considerou que a situação poderia ser representada por uma função polinomial de segundo grau. Posteriormente escolheram três pontos não colineares sendo eles $(0, 171)$, $(90, 175)$ e $(180, 181)$ para a dedução² do modelo matemático que permite representar a situação.

Em seguida, utilizaram os outros dois pontos para determinar duas equações que possibilitaram a determinação dos coeficientes a e b . O Quadro 4 exemplifica uma possível dedução do modelo matemático.

² Ressaltamos que na atividade desenvolvida os estudantes apresentaram alguns erros de operações matemáticas na fase resolução (ver dissertação). Deste modo, apresentamos no Quadro 4 a dedução do modelo matemático sem os erros matemáticos com base nas ideias do Grupo A.

Quadro 4: Dedução do modelo matemático que pode representar a situação

Por meio da lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$, substituem x e $f(x)$ pelos valores do ponto (0, 171) respectivamente, e determinam o valor do coeficiente c .

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c \\ 171 &= a * 0^2 + b * 0 + c \\ c &= 171 \end{aligned}$$

Utilizando os pontos (90, 175) e (180, 181) obtemos um sistema de duas equações.

$$\begin{array}{ll} f(x) = ax^2 + bx + c & f(x) = ax^2 + bx + c \\ 175 = a * 90^2 + b * 90 + 171 & 181 = a * 180^2 + b * 180 + 171 \\ 175 = a * 8100 + b * 90 + 171 & 181 = a * 32400 + b * 180 + 171 \\ 8100 * a + 90 * b = -171 + 175 & 32400 * a + 180 * b = -171 + 181 \\ 8100 * a + 90 * b = 4 & 32400 * a + 180 * b = 10 \end{array}$$

$$\begin{cases} (I) 8100 * a + 90 * b = 4 \\ (II) 32400 * a + 180 * b = 10 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema utilizando adição temos:

Multiplicando a equação (I) por -2 temos:

$$-16200 * a - 180 * b = -8$$

Adicionando as equações (I) e (II) temos:

$$\begin{array}{r} -16200 * a - 180 * b = -8 \\ + \quad 32400 * a + 180 * b = 10 \\ \hline 16200 * a = 2 \\ \text{logo} \\ a = 0,0001 \end{array}$$

Substituindo o valor de “a” na equação (I) temos:

$$\begin{aligned} 8100 * 0,0001 + 90 * b &= 4 \\ 90 * b &= 4 - 0,8 \\ 90 * b &= 3,2 \\ b &= 0,0355 \end{aligned}$$

Sustituindo cada um dos coeficiente obtemos o modelo matemático:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0,0001x^2 + 0,0355x + 171, \text{ que tem como domínio da função o conjunto:} \\ D(f) &= \{x \in \mathbb{R}^+ / x \geq 0\} \end{aligned}$$

Fonte: Dos autores

A validação do modelo é apresentada no Quadro 5, em que substituímos os valores de x pelo tempo de coleta de dados.

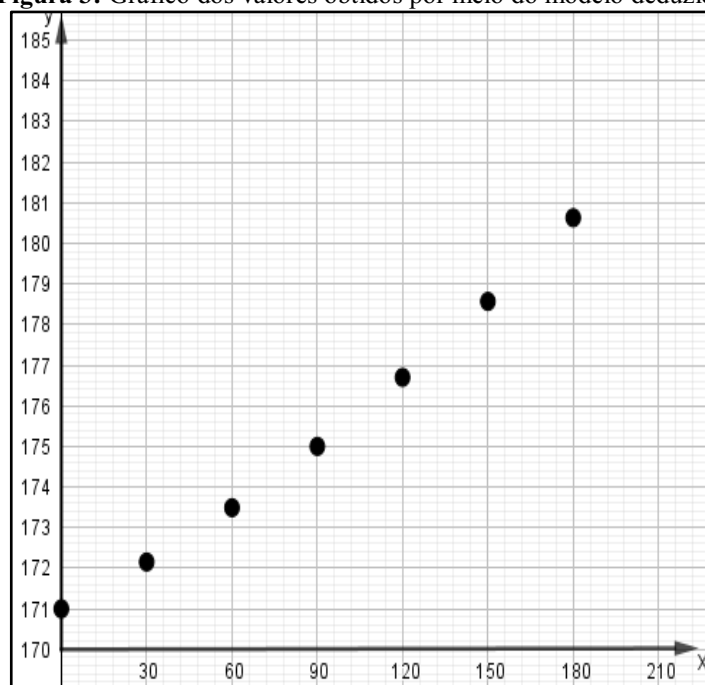
Quadro 5: Validação do modelo matemático deduzido

Variável x correspondente ao tempo em minutos	Modelo Matemático $f(x) = 0,0001 x^2 + 0,0355x + 171$	Variável $f(x)$ correspondente a validação em gramas do prato com água condensada	Valores obtidos por meio da experimentação em gramas do prato com água condensada
0	$f(0)$	171,00	171
30	$f(30)$	172,15	172
60	$f(60)$	173,49	173
90	$f(90)$	175,00	175
120	$f(120)$	176,70	178
150	$f(150)$	178,57	179
180	$f(180)$	180,63	181

Fonte: Dos autores

Na Figura 3 apresentamos a validação gráfica dos valores obtidos por meio do modelo deduzido. No gráfico o eixo x corresponde a variável independente (tempo em minutos) e o eixo y corresponde a variável dependente (quantidade de água condensada).

Figura 3: Gráfico dos valores obtidos por meio do modelo deduzido



Fonte: Dos autores

Assim, após calcular $f(600)$ e obter 228,30 gramas, ao subtrair pela massa inicial do prato no tempo zero, chega-se ao valor 57,30 gramas de água condensada após 10 horas de condensação, considerando a hipótese de se manter a mesma temperatura e mesma umidade relativa do ar. Vale ressaltar que o professor pode promover discussões sobre a

desconsideração de algumas variáveis e a formulação de hipóteses que podem influenciar diretamente na obtenção do modelo matemático.

Outro ponto importante de se destacar é sobre a conversão de unidade de medida de gramas para volume de água condensada. Para obter o volume pode-se assumir que a cada 1 grama temos 1 ml de água, pois 1 kg de água corresponde a aproximadamente 1000 ml de água.

Refletindo sobre a atividade desenvolvida

Nota-se que durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática com experimentação intitulada “Condensação da água”, os estudantes do Grupo A depararam-se com uma situação-problema que poderia tomar diferentes rumos e possuir diferentes soluções.

Ao final do desenvolvimento da atividade, os estudantes comentaram que se desconsiderassem a hipótese de manter a mesma temperatura, à medida que o tempo aumenta a quantidade de água condensada tende a atingir um ponto máximo. Essa situação se dá pelo fato do gelo do interior do recipiente derreter e a temperatura da água se igualar com a temperatura ambiente. O professor complementou ressaltando que esse fenômeno chama-se equilíbrio térmico e que além de não ocorrer mais o processo de condensação, aconteceria também a evaporação da água.

Por fim, evidenciou-se que a atividade proporcionou aos estudantes a realização de simulações, previsões e aproximações, bem como a articulação entre as disciplinas de Matemática e Química, visando determinar um modelo matemático que descrevesse a situação em estudo.

ATIVIDADE 2: QUEM PERDE CALOR MAIS RÁPIDO?



Tempo total sugerido: De 3 a 4 aulas de 50 minutos cada.



Fonte: brasilestudo.com.br

POSSIBILIDADE DE ENVOLVIMENTO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

- Função definida por mais de uma sentença.

POSSIBILIDADE DE ENVOLVIMENTO DE CONCEITOS QUÍMICOS

- Resfriamento de soluções;
- Estudo da Crioscopia.

DIVISÃO DO TEMPO SUGERIDO

- 1 Aula para o momento pré-experimentação;
- 1 Aula para o momento experimentação;
- 1 ou 2 Aulas para o momento pós-experimentação.

MATERIAIS QUE PODEM SER UTILIZADOS

- Texto suporte (Apêndice B);
- Balança de precisão;
- Dois tubos de ensaio de vidro;
- Um Béquer de 1000 ml;
- Dois termômetros;
- Cronômetro;
- Sal;
- Gelo;
- Água.

AULA 1:



Momento pré-experimentação - Fase inteiração

Para a fase inteiração sugerimos que o professor inicie propondo aos estudantes a leitura do texto “Por que se usa sal para derreter o gelo das estradas?”³ a fim de subsidiá-los de informações e inteirá-los sobre a situação proposta.

Para a definição de um problema, é de fundamental importância investigar as percepções iniciais dos estudantes acerca do tema abordado. Uma forma de fazê-lo é pelo direcionamento de indagações que possam promover a comunicação entre os envolvidos no desenvolvimento da atividade como, por exemplo, “*vocês já presenciaram alguém colocando sal e gelo em caixas térmicas para gelar mais rápido as bebidas?*”. Indagações além de identificar as percepções iniciais dos estudantes, permitem que o professor selecione as respostas dos mesmos para utilizá-las como meio de articulação, o que pode contribuir para a definição de um problema de investigação. Uma sugestão de problema de investigação é: Quem congela mais rápido, a água ou uma solução de água com sal?

SUGESTÃO DE LEITURA

BARROS, H. L. C;
MAGALHÃES, W.
F. Efeito
crioscópico:
experimentos
simples e aspectos
atômico-
moleculares.
**Química nova na
escola.** Vol. 35, N°
1, p. 41-47, 2013.

Nesta aula, o professor pode discutir com os estudantes conceitos como resfriamento de soluções e crioscopia, e, partindo das discussões, conceituar os termos, trazendo algumas referências dos temas e exemplificando-os.

CRIOSCOPIA

É uma propriedade coligativa que ocasiona a diminuição na temperatura de congelamento do solvente. É provocada pela adição de um soluto não volátil em um solvente.

³ Ver apêndice B.

AULA 2:



Momento experimentação – Fase inteiração e matematização

Para a coleta de dados o professor pode dividir os estudantes em grupos e seguir o encaminhamento sugerido no Quadro 6.

Quadro 6: Sugestão de encaminhamento do experimento

- 1 – Preparem a montagem experimental colocando dois tubos de ensaio vazios no béquer para demarcar o local em que os tubos de ensaio com os líquidos ficarão.
- 2 – Adicione no béquer uma camada de gelo picado e uma camada de sal alternadamente até preencher totalmente o béquer.
- 3 – Preparem outros dois tubos de ensaio com água até a metade. Em um deles adicione uma colher de chá de sal e agite-o.
- 4 – Retire os tubos vazios do béquer com gelo e sal e adicione os tubos com os líquidos.
- 5 – Insira um termômetro em cada um dos tubos ao mesmo tempo.
- 6 – A cada 30 segundos, façam a leitura da temperatura de cada um dos tubos ao mesmo tempo e anotem as informações no Quadro I.

Quadro I: Coleta de dados

Tempo em segundo	Temperatura da solução em °C	Temperatura da água em °C

Fonte: Dos autores

Algumas hipóteses podem ser elencadas nesta fase como, por exemplo:

- A temperatura da solução deve atingir 0 °C primeiro que a temperatura da água;
- A temperatura do tubo com água não será negativa;
- A solução não irá congelar quando atingir a temperatura de 0 °C.

As hipóteses formuladas nesta fase podem ajudar os estudantes a deduzirem um modelo que represente a situação estudada.

AULA 3:



Momento pós-experimentação – Fase resolução, interpretação de resultados e validação

Para representar a situação estudada, os estudantes orientados pelo professor, podem desenvolver cálculos manualmente ou fazer uso de *softwares* matemáticos como Geogebra ou Excel.

Para que inicie a resolução, cabe ao professor fazer indagações ou sugestões aos estudantes e orientá-los durante todo o processo, pois, nesse momento, há a possibilidade de envolvimento de vários conteúdos matemáticos e “a construção e/ou resolução de um modelo matemático com vistas a apresentar resultados matemáticos para o problema requer domínio de técnicas e procedimentos matemáticos [...]” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 18).

Para a validação do modelo matemático desenvolvido, o professor pode fazer uso de diferentes recursos, “considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 16).



Exemplificando a aula 1 por meio da atividade desenvolvida

O desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática com experimentação teve início com a leitura do texto relacionado à utilização do sal para o derretimento do gelo nas estradas que consta no apêndice B deste produto.

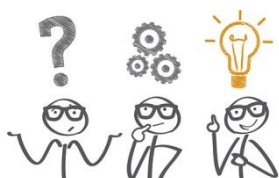
Durante a comunicação, após a leitura do texto, os estudantes mostraram-se interessados pelo tema e decidiram investigar o resfriamento da água se comparado a uma solução de água com sal. A comunicação neste primeiro momento correspondeu à expectativa do professor, pois, permitiu a definição de dois problemas de investigação.

O problema 1 enunciado pelos estudantes foi:

Quem congela mais rápido, a água ou uma solução de água com sal?

O problema 2 foi:

Qual o comportamento do resfriamento em ambos os casos?



Exemplificando a aula 2 por meio da atividade desenvolvida

Ainda no momento de interação, com vistas à coleta de dados empíricos para responder os problemas, foi iniciada a experimentação.

Para o momento de experimentação, o professor disponibilizou os materiais necessários. O professor também disponibilizou o encaminhamento que poderiam seguir para a coleta de dados. Após receber os procedimentos, os estudantes dividiram-se em dois grupos para preparar e executar o experimento como indicam as Figuras 4 e 5.

Figura 4: Estudantes preparando o experimento



Fonte: Arquivo do professor (2019)

Figura 5: Grupos A e B respectivamente executando o experimento



Fonte: Arquivo do professor (2019)

Durante um intervalo de 2 minutos os estudantes verificaram que houve variação na temperatura. Após este intervalo de tempo, os estudantes observaram que as temperaturas, em

ambos os casos, não sofreram alterações significativas, desse modo, os grupos consideraram que não seria necessário continuar o experimento.

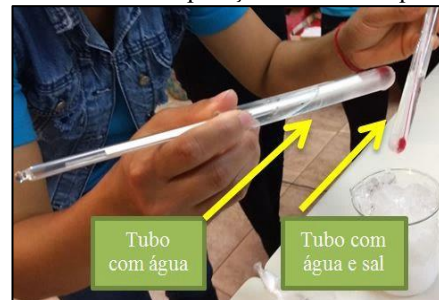
A comunicação e os registros obtidos pelos grupos por meio da experimentação mostraram que o tubo de ensaio que continha água iniciou a solidificação após 60 segundos, quando atingiu a temperatura de 0 °C e permaneceu com temperatura constante, já o tubo de ensaio que continha solução de água e sal, mesmo atingindo a temperatura de -10 °C e perdendo calor mais rápido do que o tubo com água, não mostrou indícios de solidificação e a temperatura só permaneceu constante a partir de 120 segundos. As Figuras 6 e 7 evidenciam estas ocorrências.

Figura 6: Valores coletados por meio da experimentação

Tempo em segundo	Temperatura da solução em °C	Temperatura da água em °C
0	20	20
30	6	10
60	-8	0
90	-9	0
120	-10	0
150	-10	0

Fonte: Registros entregues pelos estudantes

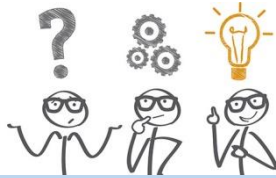
Figura 7: Momento em que os estudantes estabelecem comparações entre os líquidos



Fonte: Arquivo do professor (2019)

Durante a discussão dos resultados após a experimentação, os estudantes deram indícios de ter compreendido que procedimentos poderiam utilizar para interpretar matematicamente a situação de modo a deduzir um modelo matemático.

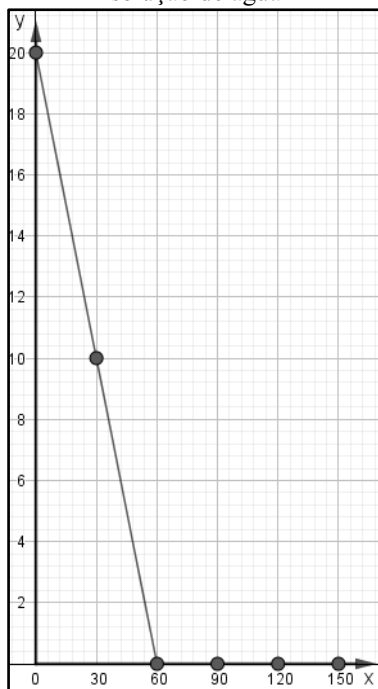
Ao estabelecer relações entre as informações coletadas por meio da experimentação e a Matemática, nota-se a matematização da atividade por intermédio de formulação de hipóteses.



Exemplificando a aula 3 por meio da atividade desenvolvida

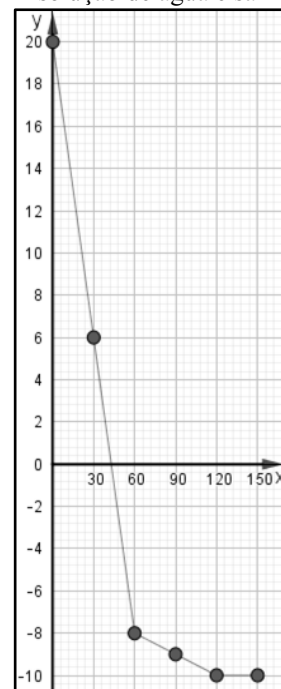
Tendo em vista a dedução de um modelo matemático que representasse as situações, na terceira e última aula do desenvolvimento, os dois grupos representaram graficamente os valores coletados no plano cartesiano conforme indicam as Figuras 8 e 9.

Figura 8: Representação gráfica do Grupo A – solução de água



Fonte: Registros entregues pelos estudantes

Figura 9: Representação gráfica do Grupo B – solução de água e sal



Fonte: Registros entregues pelos estudantes

Em ambos os casos, o eixo x representa a variável tempo (em segundos) e o eixo y representa a variável temperatura (em °C). As representações gráficas auxiliaram os grupos na observação do comportamento dos dados.

Por meio da comunicação entre os estudantes, percebemos que para subsidiar a matematização da situação, tanto o Grupo A quanto o Grupo B definiram hipóteses ao ponderar que a representação poderia ser feita por função de primeiro grau, e comprovaram as hipóteses após a representação gráfica. Os procedimentos bem como o modelo matemático deduzido pelos estudantes do Grupo A são apresentados no Quadro 7.

Quadro 7: Dedução do modelo matemático apresentado pelo Grupo A para o tubo com água

Os estudantes do Grupo A utilizaram os pontos de coordenadas (0, 20) e (30, 10) para substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ e determinar os valores dos coeficientes “a” e “b”.

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ 20 &= a * 0 + b \\ b &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ 10 &= a * 30 + 20 \\ -30a &= 20 - 10 \\ -30a &= 10 \\ a &= \frac{10}{-30} \\ a &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Desse modo, o modelo matemático que representa a situação referente a perda de calor da água sob resfriamento é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x + 20, & \text{se } 0 \leq x < 60 \\ 0, & \text{se } x \geq 60 \end{cases}$$

Fonte: Dos autores

Os estudantes do Grupo A por meio da substituição, desenvolveram um modelo matemático para a situação referente ao tubo com água. De forma análoga, os estudantes do Grupo B, também utilizaram a substituição para desenvolver o modelo matemático que representasse a situação referente ao tubo que continha solução de água e sal. Os procedimentos bem como o modelo matemático deduzido pelos estudantes do Grupo B são apresentados no Quadro 8.

Quadro 8: Dedução do modelo matemático apresentado pelo Grupo B para o tubo com água e sal

Os estudantes do Grupo B utilizaram os pontos de coordenadas (0, 20) e (30, 6) para substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ e deduzir a função $f(x) = -0,46x + 20$ para o intervalo $0 \leq x < 60$ segundos.

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ 20 &= a \cdot 0 + b \\ b &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ 6 &= a \cdot 30 + 20 \\ -30a &= 20 - 6 \\ -30a &= 14 \\ a &= \frac{14}{-30} \end{aligned}$$

$$a = -\frac{7}{15}$$

Utilizaram os pontos de coordenadas (60, -8) e (90, -9) para substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ e deduzir a função $f(x) = -0,033x - 6$ para o intervalo $60 \leq x < 120$ segundos.

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ -8 &= a \cdot 60 + b \\ -8 - 60a &= b \\ -8 - 60(-0,033) &= b \\ b &= -8 + 2 \\ b &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ -9 &= a \cdot 90 + (-8 - 60a) \\ -9 &= 90a - 8 - 60a \\ -9 + 8 &= 30a \\ -1 &= 30a \\ a &= -\frac{1}{30} \end{aligned}$$

Por fim utilizaram a função $f(x) = 0x - 10$ para o intervalo $120 \leq x \leq 150$. Desse modo, o modelo matemático que representa a situação referente a perca de calor da água sob resfriamento é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{7}{15}x + 20, & \text{se } 0 \leq x < 60 \\ -\frac{1}{30}x - 6, & \text{se } 60 \leq x < 120 \\ 0x - 10, & \text{se } 120 \leq x \leq 150 \end{cases}$$

Fonte: Dos autores

Os estudantes de ambos os grupos foram auxiliados pelo professor durante toda a dedução dos modelos matemáticos. A resposta do problema vai se delineando pela comunicação entre professor e estudantes de modo que o modelo matemático deduzido passa a ser usado pelos estudantes para representar as situações estudadas.

Para validar o modelo deduzido, como a aula já estava por encerrar, ambos os grupos fizeram uso da calculadora como ferramenta de auxílio. No Quadro 9 apresentamos a validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo A.

Quadro 9: Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo A para o tubo com água

Variável x correspondente ao tempo em minutos	Modelo Matemático $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x + 20, & \text{se } 0 \leq x < 60 \\ 0, & \text{se } x \geq 60 \end{cases}$	Variável $f(x)$ correspondente à validação em °C	Valores obtidos em °C por meio da experimentação
0	$f(0)$	20	20
30	$f(30)$	10,1	10
60	$f(60)$	0	0
90	$f(90)$	0	0
120	$f(120)$	0	0
150	$f(150)$	0	0

Fonte: Dos autores

No Quadro 10 apresentamos a validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo B.

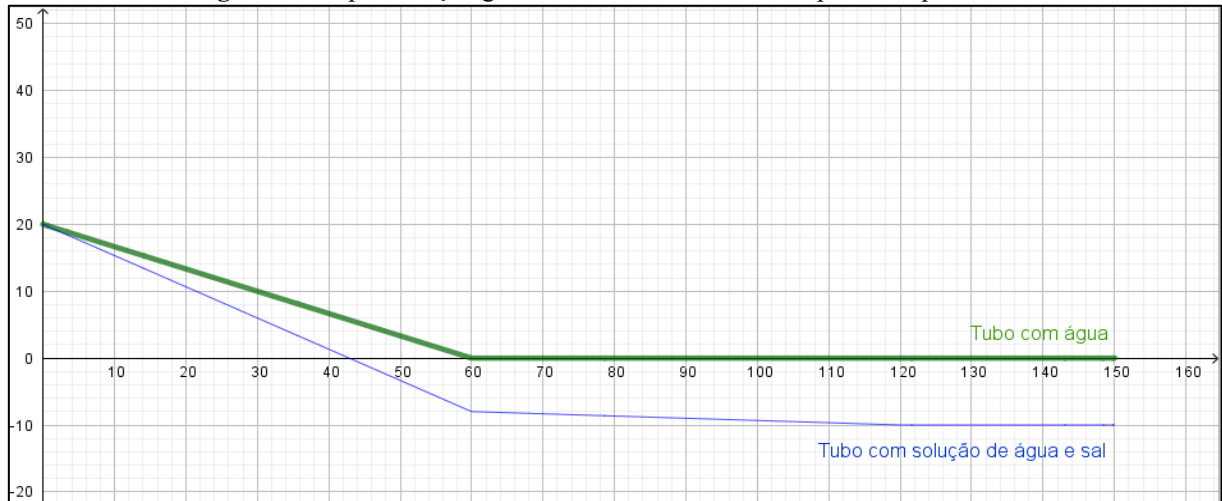
Quadro 10: Validação do modelo matemático deduzido pelo Grupo B para o tubo com água e sal

Variável x correspondente ao tempo em minutos	Modelo Matemático $f(x) = \begin{cases} -\frac{7}{15}x + 20, & \text{se } 0 \leq x < 60 \\ -\frac{1}{30}x - 6, & \text{se } 60 \leq x < 120 \\ 0x - 10, & \text{se } 120 \leq x \leq 150 \end{cases}$	Variável $f(x)$ correspondente à validação em °C	Valores obtidos em °C por meio da experimentação
0	$f(0)$	20	20
30	$f(30)$	6,2	6
60	$f(60)$	-7,98	-8
90	$f(90)$	-8,97	-9
120	$f(120)$	-10	-10
150	$f(150)$	-10	-10

Fonte: Dos autores

Com auxílio do *software* GeoGebra representamos graficamente os modelos deduzidos pelos estudantes dos Grupos A e B (Figura 10).

Figura 10: Representação gráfica dos modelos deduzidos pelos Grupos A e B



Fonte: Dos autores

Na validação por meio da representação gráfica dos modelos deduzidos (Figura 10), o eixo x corresponde a variável tempo e o eixo y corresponde a variável temperatura.

A validação por meio dos Quadros 9 e 10 e por meio da representação gráfica dos modelos deduzidos pelos estudantes, nos permite considerar que o modelo pode ser “uma interpretação verdadeira se considerasse o assunto de um modo tão profundo que se pudesse chegar a uma opinião definitiva” (PEIRCE, 2005, p. 164).

Refletindo sobre a atividade desenvolvida

Nota-se que a atividade de modelagem matemática com experimentação intitulada “Quem perde calor mais rápido”, permitiu que os estudantes vivenciassem situações de aprendizagem ao unir a teoria com a prática, passando do abstrato para o concreto, levando-os a articular seus conhecimentos matemáticos com o que pode acontecer no dia-a-dia. Essa associação pode ser considerada como um indício de aprendizagem da matemática, pois segundo Carreira e Baioa (2011, p. 214), “investigar por meio da experimentação reflete sobre ações mentais e sobre a aprendizagem [...]”.

Outro resultado importante neste contexto é que durante a comunicação em sala de aula o professor torna-se indispensável, pois, foi por meio das orientações do professor que os estudantes conseguiram “expor resultados de pesquisa ou estudo com o apoio de recursos, tais como notas, gráficos, tabelas, entre outros, adequando as estratégias de construção do texto oral aos objetivos de comunicação e ao contexto” (BRASIL, 2017, p. 261).

ATIVIDADE 3: DIFERENÇA DE DENSIDADE.



Tempo total sugerido: De 2 a 3 aulas de 50 minutos cada.



Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/375909900138169954/>. Acesso em 26 fevereiro de 2021.

POSSIBILIDADE DE ENVOLVIMENTO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

- Função de primeiro grau;
- Regra de três simples;
- Conversão de unidades de medida.

POSSIBILIDADE DE ENVOLVIMENTO DE CONCEITOS QUÍMICOS

- Densidade;
- Separação de misturas heterogêneas.

DIVISÃO DO TEMPO SUGERIDO

- 1 Aula para o momento pré-experimentação.
- 1 Aula para o momento experimentação.
- 1 Aula para o momento pós-experimentação.

MATERIAIS QUE PODEM SER UTILIZADOS

- Texto suporte (Apêndice C);
- Água;
- Óleo;
- Um béquer graduado transparente;
- Cronômetro;
- Régua;
- Conta-gotas.

AULA 1:



Momento pré-experimentação - Fase inteiração

Tendo como ponto de partida a inteiração dos estudantes sobre a situação a ser estudada, inicialmente sugerimos que o professor apresente o texto “Diferença de densidade”⁴.

Após a leitura, o professor pode promover a comunicação entre os estudantes articulando conceitos da Química como, por exemplo, solução, misturas, separação de misturas, densidade dos líquidos, densidade dos sólidos e a importância das propriedades específicas dos materiais.

O professor pode, neste momento, discutir com os estudantes conceitos sobre a importância das propriedades na diferenciação ou identificação de materiais.

Nesta aula, o professor pode também explorar conceitos químicos como, por exemplo, separação de misturas heterogêneas pelo método da decantação.

DECANTAÇÃO

Separa os componentes de uma mistura líquido-líquido ou líquido-sólido pela diferença de suas densidades. O componente mais denso fica embaixo. Um dos meios de fazer esta separação é por meio da utilização do funil de decantação.

Para saber mais sobre o funil de decantação acesse:

<https://www.splabor.com.br/blog/vidraria/funil-de-separacao-saiba-a-sua-funcao-no-laboratorio/>

Uma sugestão de problema de investigação que poderia emergir durante a comunicação em sala de aula é: Uma única gota de água afunda em um recipiente que contenha óleo?

Vale ressaltar que o contexto da atividade bem como o problema sugerido possibilita a relação entre as disciplinas de Química, Matemática e Física.

⁴ Ver apêndice C.

AULA 2:



Momento experimentação – Fase inteiração e matematização

Tendo em vista a matematização da situação e na sequência a dedução de um modelo matemático, o professor pode separar os estudantes em grupos e propor a coleta de dados por meio da experimentação. Para isso o professor pode seguir as orientações sugeridas no Quadro 11.

Quadro 11: Sugestão de encaminhamento para o experimento

1. Adicione 250 ml de óleo de soja em um béquer graduado.
2. Com auxílio de uma régua meça a altura do nível do óleo dentro do béquer.
3. Com auxílio de um conta-gotas, adicione uma gota de água por vez no béquer com óleo.
4. Com auxílio de um cronômetro, anote no Quadro I o tempo que irá levar para que cada gota de água atinja o fundo do béquer.

Obs. Repita o processo várias vezes e anote no Quadro I. Se preferir pode alterar o volume de óleo do béquer.

Quadro I: Anotações do experimento

Nº do experimento	Espaço	Tempo

Fonte: Dos autores

A coleta de dados pode permitir aos estudantes a formulação de hipóteses como, por exemplo:

- A gota de água não atinge o fundo do pote com velocidade constante;
- A velocidade pode variar a media em que a altera-se a quantidade de óleo do béquer.

Para a matematização da situação, os estudantes podem abordar conceitos como: Qual a velocidade da gota de água ao atingir o fundo do recipiente?

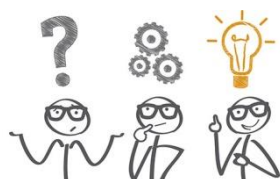
AULA 3:



Momento pós-experimentação – Fase resolução, interpretação de resultados e validação

Para representar a situação estudada os estudantes orientados pelo professor, podem desenvolver cálculos manualmente ou fazer uso de softwares matemáticos como Geogebra ou Excel. Nesta fase os estudantes podem se dividirem em grupos e cada grupo pode atribuir suas interpretações aos dados coletados.

Também nesta fase, durante as deduções dos modelos matemáticos, articulações entre diferentes disciplinas podem ocorrer, tendo em vista que os estudantes irão investigar os dados coletados a fim encontrar “estratégias que os permitam resolver as situações-problema que vão emergindo no decorrer da atividade” (ARAKI; SILVA, 2018, p. 4). Essas estratégias tendem a surgir a partir do conhecimento prévio de diferentes disciplinas, que é o fator determinante do processo de aprendizagem, de modo a levar o estudante a examinar hipóteses e a aprofundar o seu conhecimento (ZÔMPERO; PASSOS; CARVALHO, 2012).

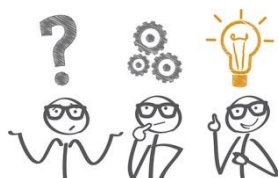


Exemplificando a aula 1 por meio da atividade desenvolvida

Apresentaremos um possível desenvolvimento para esta atividade de Modelagem Matemática com experimentação. Este desenvolvimento foi realizado com estudantes no ano de 2018 e não faz parte da pesquisa de mestrado que proporcionou a produção deste material.

O professor já havia discutido com os estudantes conceitos sobre a densidade das soluções por meio da leitura de um texto que abordava o tema. Durante a comunicação, após a leitura do texto, os estudantes mostraram-se interessados pelo tema densidade e decidiram investigar o seguinte problema.

Qual a velocidade de uma gota de água ao atingir o fundo do recipiente com óleo?



Exemplificando a aula 2 por meio da atividade desenvolvida

Tendo em vista a busca por respostas para o problema, divididos em dois⁵ grupos os estudantes iniciaram a coleta de dados empíricos por meio da experimentação. Para isso, o professor disponibilizou os materiais necessários, sendo eles: dois béqueres um contendo 250 ml de óleo de soja e outro com água, uma régua, um conta-gotas e o cronômetro de celular. Os estudantes iniciaram a experimentação conforme indica a Figura 11.

Figura 11: Momento em que os estudantes realizam o experimento



Fonte: Arquivos do professor (2018)

Os estudantes repetiram o experimento por três vezes para uma melhor aproximação do tempo em que a gota leva para chegar até o fundo do recipiente. O Quadro 12 indica os valores coletados por meio da experimentação.

Quadro 12: Coleta de dados dos estudantes por meio da experimentação

Nº do experimento	Espaço	Tempo
1	7 cm	6,02 s
2	7 cm	5,89 s
3	7 cm	6,13 s

Fonte: Dos autores

Os estudantes verificaram que a altura do óleo no béquer era de 7 centímetros e que ao soltar uma gota de água na superfície, em média, seriam necessários 6 segundos até atingir o fundo do béquer. Para isso, repetiram várias vezes o processo, em que todas às vezes o tempo gasto

⁵ Apresentaremos a solução de um dos grupos.

para que a gota de água atingisse o fundo do béquer foi aproximadamente 6 segundos no cronômetro do celular. A Figura 12 mostra o momento em que a gota atinge o fundo do béquer.

Figura 12: Gotas de água no fundo do recipiente



Fonte: Dos autores



Exemplificando a aula 3 por meio da atividade desenvolvida

Com os dados coletados os estudantes optaram por utilizar a lei de formação da Função Horária do Movimento Uniforme ($S = S_0 + Vt$) para determinar a velocidade da gota de água.

Adotando o espaço inicial (S_0) igual a 0 cm, espaço final (S) igual a 7 cm e o tempo (t) igual 6 s, os estudantes determinaram a velocidade (V) de 1,167 cm/s para a gota de água conforme indica o Quadro 13.

Quadro 13: Velocidade da gota de água determinada pelos estudantes

$$S = S_0 + Vt$$

$$7 = 0 + V6$$

$$V = 1,167\text{cm/s}$$

Fonte: Dos autores

Para a validação, os estudantes optaram por verificar quanto tempo a gota de água leva para percorrer 5,5 centímetros que corresponde à medida de 250 ml a 50 ml no béquer graduado. Para isso, os estudantes efetuaram uma regra de três simples e, em seguida, validaram o tempo determinado utilizando o cronômetro do celular.

O Quadro 14 mostra o cálculo para a validação dos resultados obtidos para velocidade da gota de água.

Quadro 14: Determinação do tempo para a validação do desenvolvimento

A distância entre 250 ml a 50 ml do béquer corresponde a 5,5 cm então:

1 s corresponde a 1,167 cm

x s corresponde a 5,5 cm

Multiplicando os meios pelos extremos temos:

$$1,167 x = 5,5$$

$$x = \frac{5,5}{1,167}$$

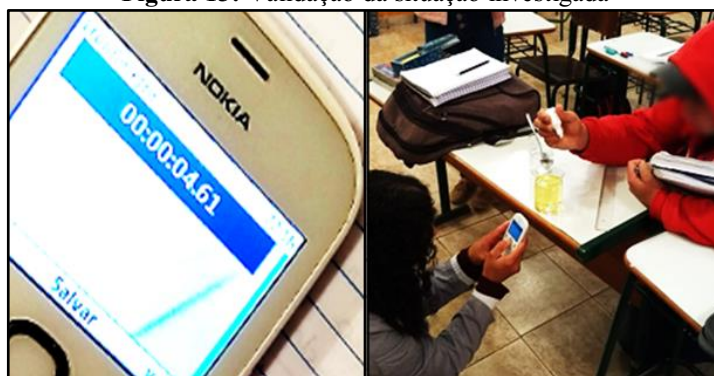
$$x = 4,71 \text{ s}$$

Fonte: Dos autores

Por meio de uma regra de três simples, os estudantes verificaram que seriam gastos 4,71 s para que a gota de água fizesse o percurso de 5,5 cm. Todavia os estudantes poderiam ter utilizado a equação $5,5 = 0 + 1,167t$, ou ainda, poderiam ter associado à situação com função linear do tipo $y = ax$, em que (x) pertence ao conjunto dos números Reais e $a \neq 0$. Assim, poderiam optar pela lei de formação $y = 1,167x$, tendo por objetivo calcular para qual domínio (x) a função admite imagem $y = 5,5$, porém o professor não interferiu na resolução, deixando os estudantes livres para responder conforme suas ideias.

Com o cronômetro do celular os estudantes realizam novos experimentos para validar a situação experimentalmente. Todos eles se aproximam de 4,71 segundos. A Figura 13 evidencia a validação experimental da situação.

Figura 13: Validação da situação investigada



Fonte: Arquivos do professor (2018)

Os estudantes verificaram que o tempo gasto para a gota de água percorrer os 5,5 centímetros era de 4,61 segundos no cronômetro do celular, ou seja, próximo do resultado em que obtiveram com o cálculo. Desse modo, os estudantes consideraram válida a situação.

Refletindo sobre a atividade desenvolvida

Durante o desenvolvimento desta atividade, o professor pode sugerir que a experimentação seja desenvolvida com diferentes líquidos, simultaneamente ou não. Desse modo, o professor poderá propor novas abordagens relacionadas às densidades dos líquidos.

Com relação à interdisciplinaridade evidenciada durante o desenvolvimento da atividade, Borgo e Burak (2011) ressaltam ao trabalhar com o tema Modelagem Matemática e interdisciplinaridade, que a interação das áreas de conhecimento é um dos aspectos que justifica o uso da Modelagem Matemática no ensino da Matemática.

Desse modo, pode-se considerar que a comunicação em sala, bem como a resolução apresentada pelos estudantes, abordaram conceitos presentes na Matemática como as ideias de função do primeiro grau que poderiam ser investigadas posteriormente, da Física e da Química. Logo, podemos evidenciar a interdisciplinaridade no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática com experimentação.

ATIVIDADE 4: TENSÃO NA SUPERFÍCIE



Tempo total sugerido: De 3 a 4 aulas de 50 minutos cada.



Fonte: Ideias Incríveis Kids

POSSIBILIDADE DE ENVOLVIMENTO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

- Volume;
- Resolução de sistemas;
- Função afim;
- Função Quadrática;
- Função definida por mais de uma sentença;
- Equações.

POSSIBILIDADE DE ENVOLVIMENTO DE CONCEITOS QUÍMICOS

- Tensão superficial;
- Força intermolecular;
- Surfactantes.

DIVISÃO DO TEMPO SUGERIDO

- 1 aula para o momento pré-experimentação;
- 1 aula para o momento experimentação;
- 2 aulas para o momento pós-experimentação.

MATERIAIS QUE PODEM SER UTILIZADOS

- Texto suporte (Apêndice D);
- Água;
- Conta-gotas;
- Dois béqueres;
- Moedas de R\$ 0,05; R\$ 0,10; R\$ 0,25; R\$ 0,50 e R\$ 1,00;
- Detergente neutro.

AULA 1:



Momento pré-experimentação - Fase inteiração

Para a fase inteiração sugerimos que o professor inicie propondo aos estudantes a leitura do texto “Tensão na superfície”⁶ a fim de apresentar a informações e inteirá-los sobre a situação a ser investigada.

Sugere-se inicialmente uma leitura individual, posteriormente uma leitura coletiva e, na sequência, o professor pode fazer indagações aos estudantes com intenção de orientá-los na transição do problema para a linguagem matemática. Uma sugestão de problema de investigação: Qual a relação entre o diâmetro de diferentes moedas e a quantidade de gotas de água que permanecem sobre elas?

Nesta aula, o professor pode também explorar conceitos químicos como, por exemplo, força intermolecular e surfactantes.

SUGESTÃO DE LEITURA

FELIPE, L. O.;
DIAS, S. D.
Surfactantes
sintéticos e
biossurfactantes:
vantagens e
desvantagens. **Quím.
nova esc.** – São
Paulo-SP, BR. Vol.
39, N° 3, p. 228-236,
2017.

SURFACTANTES

Os surfactantes, devido ao seu caráter anfílico, quando adicionados a um solvente polar, como água, se acumulam na superfície do solvente, ou seja, na interface solvente/ar. A presença das moléculas de surfactantes na superfície diminui a força de coesão entre as moléculas do solvente, localizadas na superfície, reduzindo a tensão superficial (FELIPE; DIAS, 2016, p. 228).

⁶ Ver apêndice D.

AULA 2:



Momento experimentação – Fase inteiração e matematização

Com vistas à matematizar e responder o problema sugerido na sessão anterior, para a experimentação no momento experimentação, o professor pode dividir os estudantes em grupos e seguir o encaminhamento sugerido no Quadro 15.

Quadro 15: Sugestão de encaminhamento do experimento

1. Preparem a montagem experimental colocando água em um dos béqueres limpo.
2. Em outro béquer, prepare uma solução com 100 ml de água e 10 ml de detergente.
3. Organize as moedas em ordem crescente de seus diâmetros. Para isso podem seguir as informações apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1: Diâmetro das diferentes moedas brasileiras

Valor Facial (R\$)	Diâmetro (mm)
0,01	17,00
0,05	22,00
0,10	20,00
0,25	25,00
0,50 (1998 a 2001)	23,00
0,50 (2002 em diante)	23,00
1,00 (1998 a 2001)	27,00
1,00 (2002 em diante)	27,00

Fonte: <<https://www.bcb.gov.br/dinheirobrasileiro/segunda-familia-moedas.html>>
Acesso em: 19 de nov. de 2020.

4. Com o conta-gotas adicionem delicadamente gotas de água sobre a superfície das moedas.
5. Anotem no Quadro I a quantidade de gostas de água que se manteve na superfície da moeda sem transbordar.
6. Repita os mesmos procedimentos com a solução de água com detergente.

Quadro I: Anotações do experimento

Moedas (R\$)	Diâmetro (mm)	Quantidade de gotas de água	Quantidade de gotas de solução

Fonte: Dos autores

O professor pode propor que um dos grupos realize o experimento com água e o outro com a solução de água e detergente.

No momento em que os estudantes realizarem o experimento com uma solução de água e detergente, é importante que o professor discuta o volume de uma gota que se forma da solução se comparada a uma gota de água utilizando o mesmo conta-gotas. A discussão se faz importante, pois a presença do detergente na água diminui a força de coesão entre as moléculas da superfície da água, o que pode acarretar em gotas com volume menor do que gotas de somente água.

SOBRE COMO CALCULAR O VOLUME APROXIMADO DE UMA GOTA DE ÁGUA.

Para a medição do volume aproximado de uma gota de água pode-se usar uma bureta ou um recipiente graduado para calcular o volume de um número razoável de gotas para depois extrair o volume de uma única gota por meio da razão:

$$V_{1 \text{ gota}} = \frac{V_{\text{gotas}}}{n_{\text{gotas}}}$$

De forma análoga pode-se calcular o volume de uma gota de solução de água com detergente.

A coleta de dados permite aos estudantes a formulação de hipóteses como, por exemplo:

- A água deslizará facilmente sobre a superfície da moeda podendo não haver acúmulo de gotas;
- Quanto maior o diâmetro da moeda mais água permanecerá em sua superfície;
- A solução de água com detergente não permanecerá sobre a moeda.

Com vistas à dedução de um modelo matemático que represente a situação, no que compete à matematização, os estudantes podem estabelecer uma relação entre variáveis dependentes e independentes por meio da coleta de dados, sendo a variável dependente a quantidade de gotas que permanece sobre a moeda e a variável independente o diâmetro das moedas.

Outra possibilidade é o cálculo do volume de água e de solução que permanece sobre cada moeda sem que transborde. Para isso, os estudantes orientados pelo professor podem calcular o volume de cada gota de água e de solução que sai do conta-gotas.

AULA 3:



Momento pós-experimentação – Fase resolução, interpretação de resultados e Validação

Para representar a situação estudada os estudantes orientados pelo professor, podem desenvolver cálculos manualmente ou fazer uso de softwares matemáticos como Geogebra ou Excel.

Nesta fase apresentamos uma possível solução para a experimentação com água. Com vistas a responde o problema:

Qual a relação entre o diâmetro de diferentes moedas e a quantidade de gotas de água que permanecem sobre elas?

Por meio da coleta de dados⁷ experimentais, obtivemos os valores apresentados no Quadro 16 para a quantidade de gotas de água que pode permanecer sobre moedas de diferentes diâmetros sem transbordar.

Quadro 16: Coleta de dados empíricos

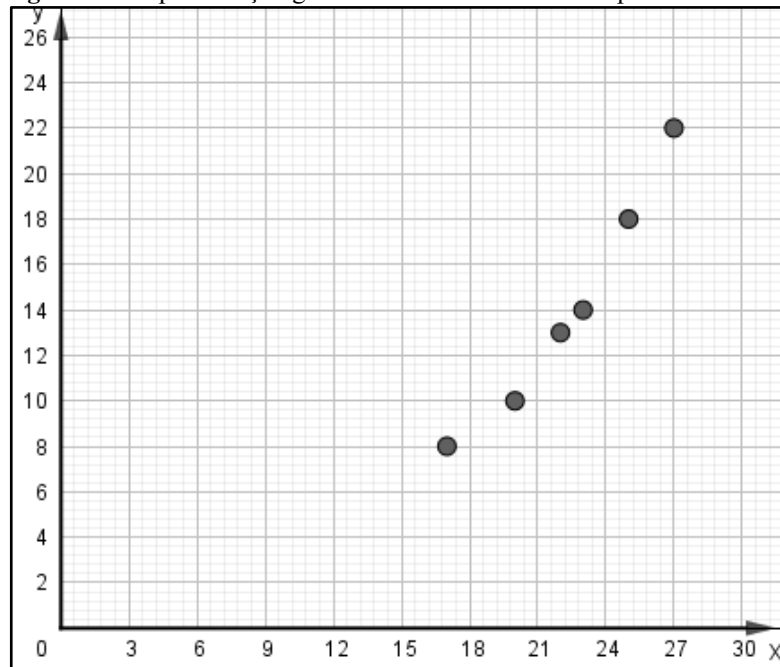
Moedas (R\$)	Diâmetro (mm)	Quantidade de gotas de água
0,01	17,00	8
0,10	20,00	10
0,05	22,00	13
0,50	23,00	14
0,25	25,00	18
1,00	27,00	22

Fonte: Dos autores

Considerando a relação de variáveis dependentes e independentes, podemos representar os valores coletados graficamente (Figura 14):

⁷ O experimento foi feito mais de uma vez utilizando o mesmo conta-gotas com a intenção de validar os dados coletados.

Figura 14: Representação gráfica dos dados coletados experimentalmente



Fonte: Dos autores

O eixo x corresponde a variável independente (diâmetro das moedas) e o eixo y corresponde a variável dependente (quantidade de gotas de água). Por meio da análise gráfica, verificamos que a situação pode ser representada por funções definidas por mais de uma sentença com domínio discreto. O Quadro 17 apresenta uma sugestão de dedução do modelo matemático para a primeira sentença representada por uma função quadrática.

Quadro 17: Dedução da primeira sentença do modelo matemático para a coleta de dados utilizando água

Utilizando os pontos de coordenadas (17, 8), (20, 10) e (22, 13), ao substituir na lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$ temos três equações lineares com três variáveis:

$$\begin{cases} a(17)^2 + 17b + c = 8 \\ a(20)^2 + 20b + c = 10 \\ a(22)^2 + 22b + c = 13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 289a + 17b + c = 8 \\ 400a + 20b + c = 10 \\ 484a + 22b + c = 13 \end{cases}$$

Isolando a variável c na primeira equação temos:

$$\begin{aligned} 289a + 17b + c &= 8 \\ c &= 8 - 289a - 17b \end{aligned}$$

Ao substituir c na segunda equação temos:

$$\begin{aligned} 400a + 20b + 8 - 289a - 17b &= 10 \\ 111a + 3b &= 2 \end{aligned}$$

Ao substituir c na terceira equação temos:

$$\begin{aligned} 484a + 22b + 8 - 289a - 17b &= 13 \\ 195a + 5b &= 5 \\ \frac{195a}{5} + \frac{5b}{5} &= \frac{5}{5} \\ 39a + b &= 1 \end{aligned}$$

Agora, temos um sistema de equações com duas variáveis e duas equações:

$$\begin{cases} 111a + 3b = 2 \\ 39a + b = 1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema utilizando substituição temos:

$$\begin{array}{ll} 39a + b = 1 & 111a + 3b = 2 \\ b = 1 - 39a & 111a + 3(1 - 39a) = 2 \\ b = 1 - 39 \cdot 0,17 & 111a + 3 - 117a = 2 \\ b = -5,63 & -6a = 2 - 3 \\ & a = 0,17 \end{array}$$

Substituindo os valores de a e b na equação $c = 8 - 289a - 17b$ temos:

$$c = 54,58$$

Assim, a primeira sentença é definida por:

$$f(x) = 0,17x^2 - 5,63x + 54,58$$

A função tem como domínio o conjunto: $D(f) = \{17, 20, 22\}$.

Fonte: Dos autores

O Quadro 18 apresenta uma sugestão de dedução do modelo matemático para a segunda sentença representada por meio de uma função afim.

Quadro 18: Dedução da segunda sentença do modelo matemático para a coleta de dados utilizando água

Utilizando os pontos de coordenadas (23, 14) e (27, 22), ao substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ temos equações lineares com duas variáveis:

$$\begin{cases} 23a + b = 14 \\ 27a + b = 22 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema utilizando substituição temos:

$$\begin{array}{ll} 23a + b = 14 & 27a + b = 22 \\ b = 14 - 23a & 27a + 14 - 23a = 22 \\ b = 14 - 23 \cdot 2 & 4a = 22 - 14 \\ b = -32 & a = 2 \end{array}$$

Assim, a segunda sentença é definida por:

$$f(x) = 2x - 32$$

A função tem como domínio o conjunto: $D(f) = \{23, 25, 27\}$.

Desse modo, o modelo matemático que representa a situação pode ser dado por:

$$f(x) = \begin{cases} 0,17x^2 - 5,63x + 54,58, & \text{se } x = \{17, 20, 22\} \\ 2x - 32, & \text{se } x = \{23, 25, 27\} \end{cases}$$

Fonte: Dos autores

No Quadro 19 apresentamos a validação do modelo deduzido.

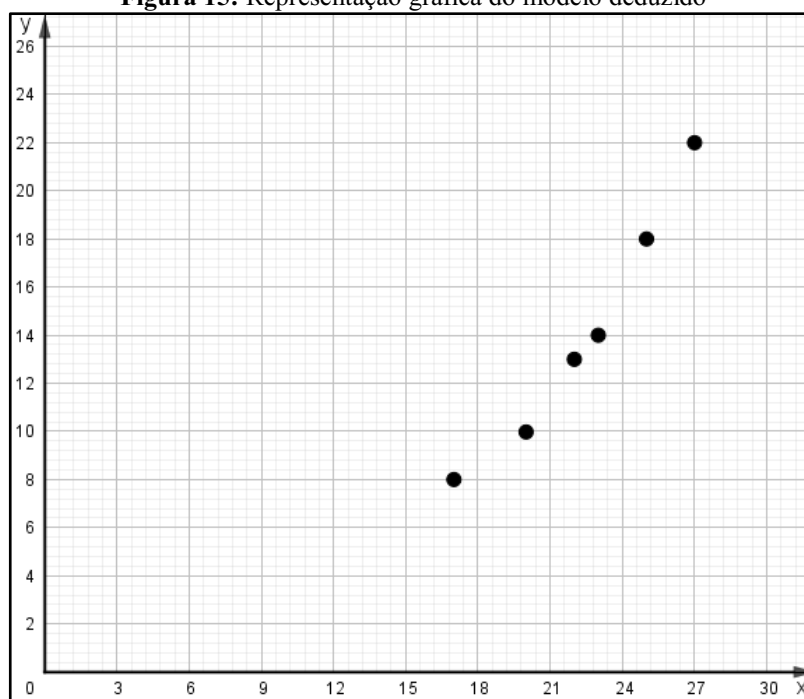
Quadro 19: Validação do modelo deduzido

Variável x correspondente ao diâmetro das moedas em (mm)	Modelo Matemático $f(x) = \begin{cases} 0,17x^2 - 5,63x + 54,58, & \text{se } x = \{17, 20, 22\} \\ 2x - 32, & \text{se } x = \{23, 25, 27\} \end{cases}$	Quantidade de gotas obtidas por meio do modelo	Quantidade de gotas obtidas por meio da experimentação
17	$f(17)$	8	8
20	$f(20)$	9,98	10
22	$f(22)$	13	13
23	$f(23)$	14	14
25	$f(25)$	18	18
27	$f(27)$	22	22

Fonte: Dos autores

Na Figura 15 apresentamos a representação gráfica do modelo deduzido.

Figura 15: Representação gráfica do modelo deduzido



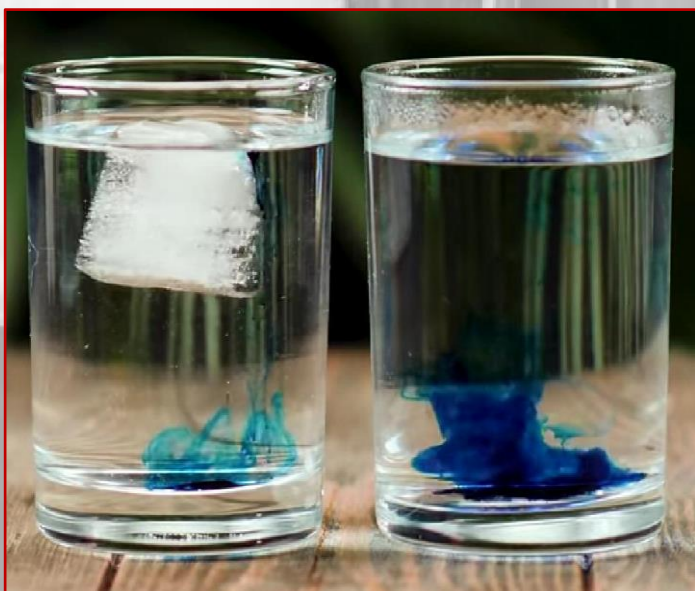
Fonte: Dos autores

O eixo x corresponde a variável independente (diâmetro das moedas) e o eixo y corresponde a variável dependente (quantidade de gotas de água). A validação do modelo por meio do Quadro 19 e por meio da Figura 15 nos permite evidenciar que o modelo deduzido pode representar a situação estudada.

ATIVIDADE 5: PROCESSO DE DIFUSÃO DE CORANTES EM ÁGUA QUENTE E FRIA.



Tempo total sugerido: De 3 a 4 aulas de 50 minutos cada.



Fonte: Ideias Incríveis Kids

POSSIBILIDADE DE ENVOLVIMENTO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

- Função exponencial;
- Análise gráfica.

POSSIBILIDADE DE ENVOLVIMENTO DE CONCEITOS QUÍMICOS

- Cinética Química;
- Reações Químicas.
- Solução.

DIVISÃO DO TEMPO SUGERIDO

- 1 Aula para o momento pré-experimentação;
- 1 Hora para o momento experimentação;
- 2 Aulas para o momento pós-experimentação.

MATERIAIS QUE PODEM SER UTILIZADOS

- Texto suporte (Apêndice E);
- Água fria e água quente;
- Corante de alimento (prefira o que já vem no conta-gotas);
- Dois béqueres transparentes;
- Cronômetro;
- Termômetro;
- Conta-gotas.

AULA 1:



Momento pré-experimentação - Fase inteiração

Tendo como ponto de partida a inteiração dos estudantes sobre a situação a ser estudada, inicialmente sugerimos que o professor apresente o texto “O que acontece quando se coloca uma gota de corante de alimento em água fria”⁸.

Após a leitura, o professor pode promover a comunicação entre os estudantes articulando conceitos da Química como, por exemplo, soluto, solvente, solução e cinética química que tem a temperatura como um dos fatores que influencia diretamente na velocidade em que uma reação ocorre.

O FATOR DE VAN'T HOFF DIZ QUE...

Um aumento de 10° C na temperatura do sistema irá duplicar a velocidade da reação.

A busca por um problema de investigação pode permitir que outros conceitos químicos que alteram a velocidade de reações como superfície de contato, concentração dos reagentes e catalizadores podem ser explorados durante as discussões iniciais.

Uma sugestão de problema de investigação que poderia emergir durante a comunicação em sala de aula é: Qual a influência da temperatura da água na difusão de corante de comida?

Vale ressaltar que o problema sugerido deixa em aberto os encaminhamentos de resolução, o que pode acarretar em um interessante momento para se explorar a criatividade dos estudantes bem como seus conhecimentos prévios sobre possíveis abordagens matemáticas.

⁸ Ver apêndice E.

AULA 2:



Momento experimentação – Fase inteiração e matematização

Tendo em vista a matematização da situação e na sequência a dedução de um modelo matemático, o professor pode separar os estudantes em grupos e propor a coleta de dados por meio da experimentação. Para isso o professor pode seguir as orientações sugeridas no Quadro 20.

Quadro 20: Sugestão de encaminhamento para o experimento

1. Aqueça 50 ml de água até a temperatura de 80 °C e a coloque em um béquer transparente.
2. Em outro béquer, coloque 50 ml de água em temperatura ambiente.
3. Adicione gotas do corante em cada um dos béqueres.
4. Anote no Quadro I o tempo que irá levar para que o corante se disperse totalmente na água.

Quadro I: Anotações do experimento

ÁGUA	QUANTIDADE DE GOTAS DE CORANTE	TEMPO DE DIFUSÃO
QUENTE		
TEMPERATURA AMBIENTE		

Fonte: Dos autores

A coleta de dados permite aos estudantes a formulação de hipóteses como, por exemplo:

- Quanto maior a concentração de soluto (corante) maior a velocidade de difusão;
- Na água quente haverá uma difusão mais rápida do corante se comparada com a água em temperatura ambiente;
- A difusão é mais rápida no início e mais lenta no final.

Para a matematização da situação, os estudantes podem abordar conceitos como: Qual a relação entre a concentração de corante e o tempo de difusão?

AULA 3:



Momento pós-experimentação – Fase resolução, interpretação de resultados e validação

Para representar a situação estudada os estudantes orientados pelo professor, podem desenvolver cálculos manualmente ou fazer uso de softwares matemáticos como Geogebra ou Excel.

Nesta fase apresentamos uma possível solução para o problema sugerido no tópico anterior:

Qual a relação entre a concentração de corante e o tempo de difusão?

Utilizando água quente a 80 °C. Por meio da coleta de dados⁹ experimentais, obtivemos os valores apresentados no Quadro 21 para o tempo de difusão em função da quantidade de gotas de corante.

Quadro 21: Coleta de dados por meio da experimentação

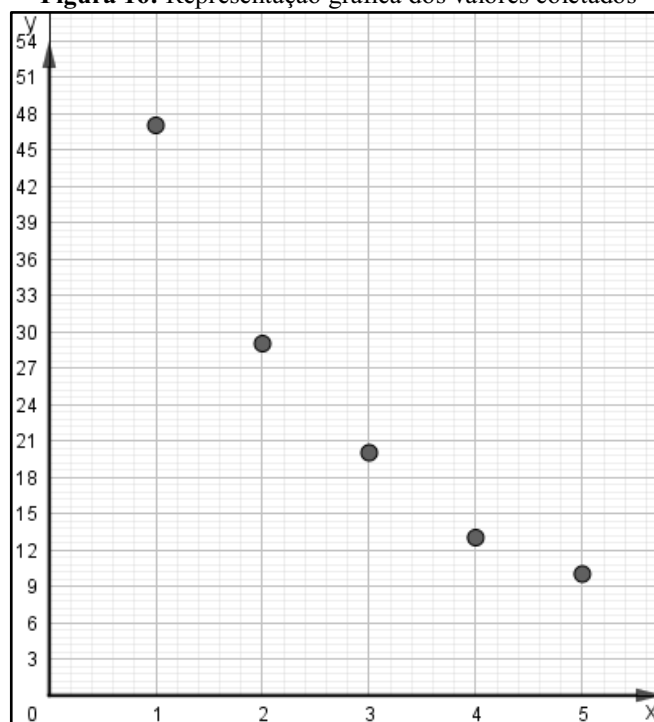
	Quantidade de gotas de corante	Tempo de difusão (segundos)
Água quente	1	47
	2	29
	3	20
	4	13
	5	10

Fonte: Dos autores

Vale ressaltar que foi considerada difusão total quando o corante se dispersou por toda a água, não sendo possível visualizar a água na sua forma incolor. Na Figura 16 representamos graficamente os valores coletados.

⁹ O experimento foi feito três vezes para cada quantidade de gota e, em seguida, foi calculado a média do tempo.

Figura 16: Representação gráfica dos valores coletados



Fonte: Dos autores

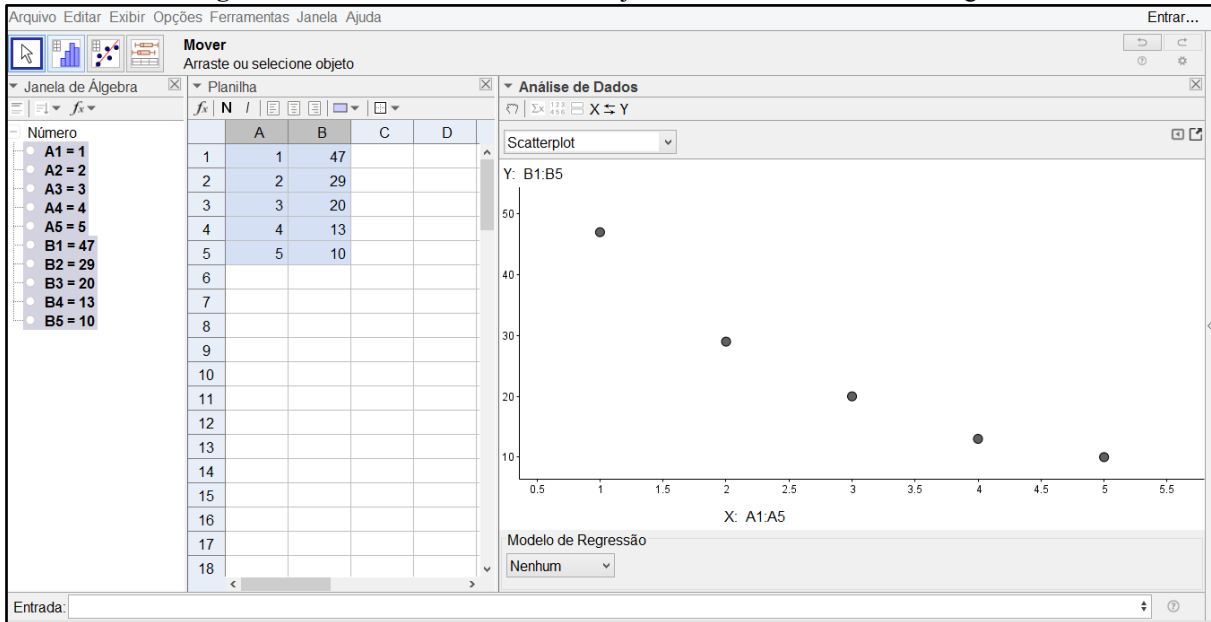
O eixo x corresponde a variável independente (Quantidade de gotas de corante) e o eixo y corresponde a variável dependente (tempo que leva para o corante dispersar na água quente).

Por meio da representação gráfica, o professor pode promover uma discussão entre os estudantes com a intenção de orientá-los para a dedução de um modelo matemático que possa representar a situação.

Para esta situação, utilizamos o software matemático Geogebra e, por meio da ferramenta “análise bivariada”, estabelecemos ajustes de curvas que. Vale ressaltar que o uso de ferramentas computacionais pode auxiliar os estudantes na observação do comportamento dos dados, por meio do uso de diferentes representações.

Na Figura 17 apresentamos a ferramenta utilizada no software Geogebra.

Figura 17: Utilizando a ferramenta de ajustes de curva do software Geogebra



Fonte: Desenvolvido pelos autores com auxílio do software Geogebra

Por meio da análise dos modelos sugeridos pelo software, um modelo matemático que pode ser considerado para representar a situação é dado por $f(x) = 65,72 \cdot e^{-0,39x}$, que tem como domínio da função o conjunto $D(f) = \{x \in \mathbb{N} / x \geq 1\}$. No Quadro 22 apresentamos a validação do modelo.

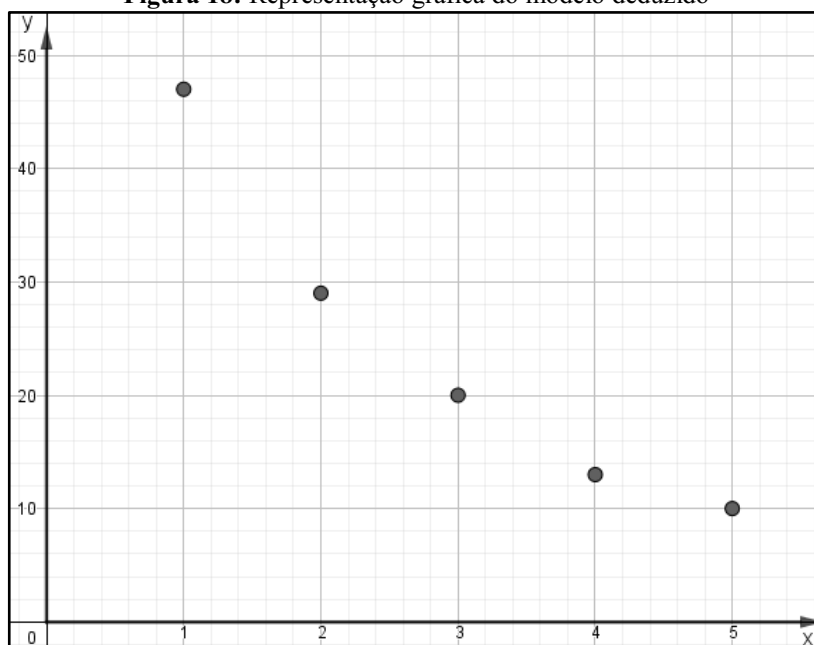
Quadro 22: Validação do modelo matemático

Variável x correspondente à quantidade de gotas de corante	Modelo Matemático $f(x) = 65,72 \cdot e^{-0,39x}$	Tempo de difusão obtido por meio do modelo	Tempo de difusão obtido por meio da experimentação
1	$f(1)$	44,49	47
2	$f(2)$	30,12	29
3	$f(3)$	20,39	20
4	$f(4)$	13,81	13
5	$f(5)$	9,35	10

Fonte: dos autores

Na Figura 18, apresentamos graficamente o modelo deduzido.

Figura 18: Representação gráfica do modelo deduzido



Fonte: dos autores

O eixo x corresponde a variável independente (Quantidade de gotas de corante) e o eixo y corresponde a variável dependente (tempo que leva para o corante dispersar na água quente). A validação por meio do Quadro 22 e por meio da Figura 18 nos permite evidenciar que o modelo deduzido pode representar a situação estudada.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Caro colega professor-(a)...

Poder disponibilizar este material a você é, sem dúvida, prazeroso, gratificante e satisfatório. Uma das justificativas para tamanha felicidade é pela oportunidade de disseminar conhecimentos nos quais confiamos e que acreditamos terem capacidade para fazer a diferença na nossa vida como profissionais da educação e na vida dos nossos estudantes.

Outra razão é pelo fato da nossa pesquisa ter possibilitado a articulação entre a Modelagem Matemática e a experimentação, dois temas pelas quais pudemos vivenciar veemente durante o mestrado e colocá-los em prática.

Como dito na apresentação deste Produto Educacional, esperamos que ao desenvolver este trabalho com seus estudantes você se surpreenda com os resultados. Desse modo, convidamos você, colega professor, a compartilhar conosco seus resultados.

Nós nos surpreendemos, pois ao perguntar para um dos estudantes que participou do desenvolvimento das duas primeiras atividades sobre a sua satisfação em desenvolvê-las, ele respondeu:

“Fazendo os experimentos, eu como aluno, me ajuda a criar novas ideias. A interação com os colegas e com o professor é ótima e é sempre bom ter a teoria e a prática. No meu ponto de vista, assim consigo aprender melhor”.

Dessa forma, entendemos que as atividades de Modelagem Matemática com experimentação “além de serem motivadoras, têm como função primordial auxiliar o educando a desenvolver uma nova maneira de ver o mundo, partindo de suas hipóteses e conhecimentos prévios” (ZÔMPERO; PASSOS; CARVALHO, 2012, p. 44).

Terminamos agradecendo a cada um de vocês que, assim como nós, acredita na educação.

Robson Aparecido Ramos Rocha
Karina Alessandra Pessoa da Silva

REFERÊNCIAS

“Ler é como alimentar-se: sabor aos olhos, nutrição à alma, força aos pensamentos”.

Iky Fonseca

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2013.

ALVES FILHO, J. P. **Atividades experimentais: do método à prática construtivista**. 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

ARAÚJO, M. S. T.; ABIB, M. L. V. S. Atividades Experimentais no Ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 2, p. 176 – 194, 2003.

ARAKI, P. H. H.; SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática no contexto de uma atividade experimental investigativa. In: Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, VIII. 2018. Cascavel. **Anais...** . Cascavel: SBEM/PR, 2018, p. 1-15.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70. Tradução de: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro, 2011.

BARROS, H. L. C; MAGALHÃES, W. F. Efeito crioscópico: experimentos simples e aspectos atômico-moleculares. **Química nova na escola**. Vol. 35, Nº 1, p. 41-47, 2013.

BORGO, V. T. K.; BURAK, D. Modelagem Matemática e interdisciplinaridade: perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. In Seminário de Pesquisa do PPE, 2011, Maringá. **Anais...** . Maringá: UEM, 2011, p. 01-19.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

BRIDI, J. H.; SANT'ANA, M. F.; GELLER, M.; SILVA, J. da. El uso de actividad de laboratorio de biología para la enseñanza de matemática en los años iniciales: una estrategia interdisciplinaria de enseñanza y aprendizaje. **Ensaio. Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 12, n. 3, p. 131 – 150, 2010.

CARREIRA, S. Where there's a model, there's a metaphor: Metaphorical thinking in students' understanding of a mathematical model. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 3, n. 4, p. 261 – 87, 2001.

_____, S.; BAIOA, A. M. Students' modelling routes in the context of object manipulation and experimentation in mathematics. In: KAISER, G. et al. (Eds.). **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, p. 211 – 220, 2011.

D'AMORE, B.; PINILLA, M. I. F.; IORI, M. **Primeiros elementos de Semiótica: Sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

FELIPE, L. O.; DIAS, S. D. Surfactantes sintéticos e biossurfactantes: vantagens e desvantagens. *Quím. nova esc.* – São Paulo-SP, BR. Vol. 39, N° 3, p. 228-236, 2017.
FROTA, A. B.; SCHIFFER, S. R. **Manual de conforto térmico: arquitetura, urbanismo**. 5 ed. São Paulo: Studio Nobel, 2001.

HEINEN, C. A.; REHFELDT, M. J. H; NEIDE, I. G.; BÖCKEL, W. J; KÖNIG, R. I. Atividades experimentais e modelagem matemática: uma prática realizada com alunos do ensino médio politécnico. *Revista Caderno Pedagógico, Lajeado*, v. 13, n. 1, p. 139 – 155, 2016.

NETTO, J. T. C. **Semiótica, Informação e Comunicação**. 7 ed. São Paulo: Perspectiva, 2007.

PEIRCE, C. S. *The essential Peirce*. Peirce Edition Project, Bloomington, IN: Indiana University Press, 1998.

_____, C. S. *Semiótica*. 2ª ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PIETARINEN, A. Peirce's theory of communication and its contemporary relevance. In: NYÍRI, K. (Ed). **Mobile Learning**. Wien. Passagen, p. 81 – 98, 2003.

SANTAELLA, L. **A teoria geral dos signos: como as linguagens significam as coisas**. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

ZÔMPERO, A. F.; PASSOS, A. Q.; CARVALHO, L. M. A docência e as atividades de experimentação no ensino de ciências nas séries iniciais do ensino fundamental. **Revista Experiências em Ensino de Ciências**, v. 7, n. 1, p. 43-54, maio 2012.

QUADRO DE REFERÊNCIAS DAS ILUSTRAÇÕES

Ilustrações	Disponível em	Acesso em
	https://www.paiquere.com.br/wp-content/uploads/2016/06/olimpiadas-de-matematica-960x640.jpg	22 de mai. de 2020
	https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e6/Nlyl_reading_man_with_glasses.svg	09 de out. de 2020
	http://ensquimica.blogspot.com/2017/05/aplicativo-vidraria.html	22 de mai. de 2020
	https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRLZs6SBxDfy-w9hCE67sDqLX6MirdPCPFHw&usqp=CAU	22 de mai. de 2020
	https://www.pinterest.de/pin/803048177291560857/?amp_client_id=CLIENT_ID(&mweb_unauth_id={{default.session}}&simplified=true	23 de mai. de 2020
	https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Prancheta-com-papel/59288.html	01 de dez. de 2020
	https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/353631-icone-do-vetor-alvo	23 de mai. de 2020
	https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ampulheta.jpg	01 de jun. de 2020
	https://br.depositphotos.com/329991718/stock-illustration-man-and-woman-reading-around.html	09 out. de 2020
	https://commons.wikimedia.org/wiki/File:158-man-scientist-2.svg	23 de mai. de 2020
	https://peregrinacultural.files.wordpress.com/2009/08/jovens-lendo.jpg	22 de mai. de 2020
	https://de.123rf.com/photo_50242602_denken-gesch%C3%A4ftsmann-die-l%C3%B6sung-eines-problems.html	22 de mai. de 2020

Fonte: Dos autores

APÊNDICES

APÊNDICE A: Texto suporte para a atividade “Condensação da água”



CONDENSAÇÃO



A transição de um material do estado gasoso para o líquido é chamada de **condensação**, uma transformação física exotérmica. Quando um gás ou vapor perde energia, suas partículas passam a se agitar cada vez menos até perder características intrínsecas da fase gasosa e se tornar um líquido. Isso acontece quando a temperatura do local é diminuída, quando o composto gasoso encontra uma superfície em temperatura baixa ou ainda quando o material é submetido a pressões extremas. Em outras palavras, condensação é a troca térmica úmida decorrente da mudança do estado gasoso do vapor d’água contido no ar para o estado líquido. Quando o grau higrométrico do ar se eleva a 100%, a temperatura em que ele se encontra é denominada ponto de orvalho e, a partir daí, o excesso de vapor d’água contido no ar se condensa — passa para o estado líquido. A condensação é acompanhada de um dispêndio de energia. A condensação de um litro d’água dissipa cerca de 700 J. Se o ar, saturado de vapor d’água, entra em contato com uma superfície cuja temperatura está abaixo da do seu ponto de orvalho, o excesso de vapor se condensa sobre a superfície, no caso de esta ser impermeável — condensação superficial —, ou pode condensar-se no interior da parede, caso haja porosidade. A condensação superficial passageira não ocorre quando as temperaturas do corpo e do ambiente estão em equilíbrio térmico. Torna-se problemática quando se dá em paredes e principalmente em coberturas de baixa resistência térmica. Um meio para evitar a condensação superficial consiste na eliminação do vapor d’água pela ventilação.

Fonte: Adaptado de: Manual de conforto térmico (FROTA; SCHIFFER, 2001, p. 36).

Tabela do Ponto de Orvalho

		Temperatura do ar (°C)									
		-5	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Umidade Relativa do Ar (%)	90	-6,5	-1,0	3,5	8,5	13,5	18,5	23,5	28,0	33,0	38,5
	85	-7,5	-2,0	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,0	32,0	37,5
	80	-8,0	-3,0	2,0	6,5	11,5	16,5	21,0	26,0	31,0	36,0
	75	-8,5	-3,5	1,0	5,5	10,5	15,5	20,0	25,0	30,0	35,0
	70	-9,5	-4,5	0,0	4,5	9,0	14,5	19,0	23,5	28,0	33,5
	65	-10,0	-5,5	-1,0	3,0	8,0	13,0	17,5	22,0	27,0	32,0
	60	-11,0	-6,5	-2,0	2,0	7,0	12,0	16,5	20,5	25,5	30,5
	55	-11,5	-7,5	-3,0	1,0	5,5	10,5	15,0	19,5	24,0	29,0
	50	-13,0	-8,5	-4,5	-0,5	4,0	9,0	13,5	18,0	22,5	27,0
	45	-14,5	-9,5	-6,0	-1,5	2,5	7,0	12,0	16,0	20,5	25,5
	40	-16,0	-11,0	-7,5	-3,5	1,0	5,5	9,5	14,0	18,0	23,0
35	-18,0	-12,0	-8,5	-5,0	-1,0	3,0	7,5	12,0	16,5	21,0	
30	-19,0	-14,5	-10,5	-7,0	-3,0	1,5	5,5	9,5	13,5	18,0	

Fonte: https://static.weg.net/medias/downloadcenter/h13/hbd/ponto-de-orvalho_rev02_2016.pdf

Também é possível acessar uma calculadora do ponto de orvalho em:
<http://toolsmeteofogo.blogspot.com/p/ponto-de-orvalho.html>

APÊNDICE B: Texto suporte para a atividade “Quem perde calor mais rápido?”

POR QUE SE USA SAL PARA DERRETER O GELO NAS ESTRADAS?



Fonte: <https://www.marquecomx.com.br/2017/03/por-que-se-usa-sal-para-derreter-gelo.html>

Em um país onde há neve muita neve e gelo durante o inverno, o departamento de estradas espalha sal na estrada para derreter o gelo. O sal diminui o ponto de congelamento ou de derretimento da água, então, a ideia é aproveitar o ponto de derretimento mais baixo. Entenda, ao jogar sal no gelo faz com que ele derreta, porque a temperatura de fusão (passagem da água do estado sólido para o líquido) diminui. A temperatura de fusão da água é de 0°C, mas, quando se joga sal no gelo, a fusão ocorre a uma temperatura inferior a essa. Segundo o Departamento de Bioquímica da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), essa descoberta foi feita por Fahrenheit, que concluiu "que a temperatura necessária para congelar uma mistura de água, gelo e sal era de -32°C".

Ou seja, O efeito do sal em diminuir a temperatura de fusão da água é usado nos países onde costuma nevar. O sal é jogado nas ruas e calçadas para derreter o gelo. Esse mesmo efeito pode ser usado para tornar as bebidas mais geladas. A água líquida conduz melhor o calor do que o gelo. Além disso, o líquido resultante da mistura de gelo e sal está a uma temperatura abaixo de 0°C. Tudo isso faz com que a energia térmica da bebida seja "removida" com maior velocidade, tornando a bebida mais gelada em menos tempo.

O gelo se forma quando a temperatura da água chega a 0 °C. Quando você coloca sal, essa temperatura cai: uma solução de 10% de sal

congela a -6 °C, e uma solução com 20% de sal congela a -16 °C. Em uma estrada, isso quer dizer que, se espalhar sal no gelo, você pode derretê-lo. O sal se dissolve no gelo e diminui seu ponto de congelamento.

Se alguma vez observar o sal derretendo o gelo, você verá o processo de dissolução – o gelo em volta do grão de sal derrete imediatamente, e o derretimento se espalha daquele ponto. Se a temperatura da estrada for mais baixo do que -9 °C, o sal não terá efeito nenhum, porque o sal sólido não consegue penetrar na estrutura da água para começar o processo de dissolução. Neste caso, espalhar areia sobre o topo do gelo para provocar tração é uma opção melhor.

Quando você está fazendo sorvete, a temperatura em torno da mistura dele precisa ser mais baixa do que 0 °C se você quiser que a mistura congele. O sal misturado ao gelo cria uma salmoura que tem uma temperatura mais baixa do que o 0 °C. Quando você acrescenta sal ao gelo, diminui a temperatura de derretimento para -17 °C ou algum assim. A salmoura é tão fria que ela congela o sorvete facilmente.

Disponível em:
<https://www.marquecomx.com.br/2017/03/por-que-se-usa-sal-para-derreter-gelo.html>. Acesso em: 01 dez. de 2019.

APÊNDICE C: Texto suporte para a atividade “Diferença de densidade”

POR QUE OS OBJETOS FLUTUAM OU AFUNDAM NA ÁGUA?



Fonte: Disponível em: <https://escolakids.uol.com.br/ciencias/densidade.htm>
Acesso em: 26 de fevereiro de 2021.

Os estados da matéria podem, de forma simplificada, ser agrupados em sólido, líquido e gasoso. Uma das propriedades macroscópicas que geralmente distingue esses três estados da matéria é a densidade específica (massa/volume), pois para materiais comuns do dia a dia, a densidade de gases é menor do que a de líquidos, e as dos líquidos menor ainda do que a dos sólidos, embora neste último caso haja muitas exceções. A densidade é uma grandeza intensiva, isto é, não depende da quantidade de matéria. Assim, a densidade da água pura contida em um litro ou numa colher de 5 ml é a mesma. De forma geral, se a substância é homogênea, então a sua densidade é a mesma em todos os pontos do volume que ocupa. A densidade depende do tipo de substância, mas é em geral influenciada pela temperatura e pela pressão.

Fonte: <http://macbeth.if.usp.br/~gusev/DensidadeLiquidos.pdf>. Acesso em: 26 de fevereiro de 2021.

É muito comum supormos que objetos pesados afundem e objetos leves flutuem, entretanto nem sempre é verdade. Um bloco grande de madeira, objeto relativamente pesado, flutua enquanto o alfinete relativamente leve afunda.

Isso mostra que a massa, isoladamente não e critério para prever a flutuação ou não dos objetos. Afinal, navios enormes, com toneladas de materiais, flutuam nas águas de mares e rios. Por que isso acontece? Para algumas pessoas, a flutuação nesse caso estaria associada ao fato de que nos rios e mares há grande quantidade de água. Assim poderíamos supor que objetos que não flutuam em um recipiente pequeno como um copo de água flutuariam num ambiente maior, como uma piscina. Mas isso também não é verdadeiro. Portanto a quantidade de água não tem influencia sobre a flutuação.

Ao contrário das substâncias puras, as misturas não apresentam densidade característica. A densidade de uma determinada mistura como água e óleo varia com a composição, isto é, com a proporção de cada componente que a constitui.

A densidade é, portanto, uma propriedade útil. Com ela, podemos reconhecer materiais, verificar a autenticidade de objetos feitos com materiais nobres, explicar a flutuação de objetos pesados e separar materiais com densidade diferente.

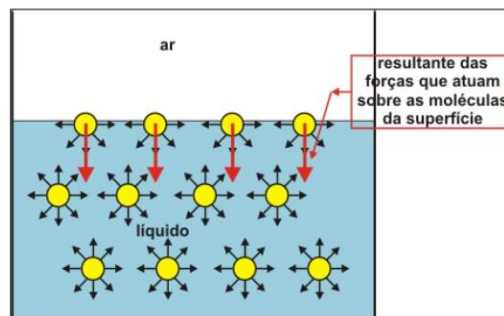
Fonte: Adaptado de MORTIMER, E. F.; MACHADO, A. H. Química: ensino médio. 3 ed, São Paulo, Scipione, 2016.

APÊNDICE D: Texto suporte para a atividade “Tensão na superfície”

TENSÃO NA SUPERFÍCIE

A tensão superficial surge nos líquidos como resultado do desequilíbrio entre as forças agindo sobre as moléculas da superfície em relação àquelas que se encontram no interior da solução. Vamos exemplificar com um líquido em contato com o ar (Figura 1).

Figura 1: Exemplo da ação molecular na tensão superficial



Fonte: <https://www.alfaconection.pro.br/fisica/fisicoquimica/tensao-superficial/conceitos-basicos/> Acesso em: 1 de dez. de 2020.

As moléculas de qualquer líquido localizadas na interfase líquido-ar realizam um número menor de interações intermoleculares comparadas com as moléculas que se encontram no interior do líquido. A força resultante que atrai as moléculas da superfície de um líquido para o seu interior torna-se o principal obstáculo para a formação de bolhas, gotas e a nucleação de cristais em líquidos. Como estas forças de coesão tendem a diminuir a área superficial ocupada pelo líquido, observamos frequentemente gotas adotarem a forma esférica. Pela mesma razão ocorre a formação dos meniscos, e a consequente diferença de pressões através de superfícies curvas ocasiona o efeito denominado capilaridade. A esta força que atua na superfície dos líquidos dá-se o nome de tensão superficial e, geralmente, quantifica-se a mesma determinando-se o trabalho necessário para aumentar a área superficial. Quanto menor a tensão superficial maior a facilidade para um líquido se espalhar. Uma forma simples de diminuir a tensão superficial de um líquido é adicionar alguma substância surfactante, como por exemplo, o detergente, que agirá diminuindo as forças de ligação entre as moléculas do líquido.

Fonte: Adaptado de: BEHRING, J. L. et al. Adaptação no método do peso da gota para determinação da tensão superficial: um método simplificado para a quantificação da CMC de surfactantes no ensino da química. **Quim. Nova**, Vol. 27, No. 3, 492-495, 2004.

Considerando a tensão superficial da água, em sua opinião, é possível haver um acúmulo de água sobre uma moeda sem que transborde pelas extremidades da moeda?

APÊNDICE E: Texto suporte para a atividade “Processo de difusão de corantes em água quente e fria”

O QUE ACONTECE QUANDO SE COLOCA UMA GOTTA DE CORANTE ALIMENTÍCIO EM ÁGUA FRIA?



Fonte: <https://textil.sp.senai.br/5725/quimica-dos-corantes> Acesso em 18 nov. 2020

Quando se adiciona uma gota de corante alimentício à água fria, um processo relativamente simples, mas visualmente fantástico, acontecerá em frente aos seus olhos. Esse processo é chamado de difusão. A água é um solvente universal. Qualquer coisa adicionada a ela acabará se dispersando uniformemente em toda solução.

Sendo a única substância natural encontrada em todos os três estados físicos, a água é conhecida como o "solvente universal", pois mais substâncias podem se dissolver nela do que em qualquer outro líquido, o que significa que onde quer que ela vá, leva consigo tudo o que dissolveu. A água tem um pH neutro de sete, e os átomos em suas moléculas estão em movimento constante, permitindo que outras substâncias se dissolvam nela.

Todas as moléculas estão em constante movimento aleatório, segundo a teoria do transporte passivo. A energia de seus movimentos é chamada de cinética. O copo de água fria contém moléculas em movimento. Adicionar uma gota de corante alimentício à água moverá suas moléculas para cima enquanto as do corante afundam. Estas também têm energia cinética e, lentamente, se espalharão entre as moléculas de água até se distribuírem uniformemente, quando a proporção de água para corante

será a mesma em qualquer ponto do copo. Isso é chamado de solução isotônica.

Quando o corante alimentício é adicionado à água e começa a se dissolver, suas moléculas se movem de uma área de alta concentração para uma de baixa concentração. No começo, quando o soluto (corante) ainda está em um estado de alta concentração em algumas partes da água e baixa concentração nas outras, a solução é chamada de hipotônica. Conforme a difusão ocorre e o soluto se dissolve, a solução acabará se tornando isotônica.

Adicionar calor a qualquer coisa faz com que suas moléculas, já em movimento, comecem a se movimentar mais rapidamente. Se o corante for adicionado à água quente, ele se difundirá muito mais rápido do que na água fria, onde as moléculas se movem mais devagar. Observar o corante se dissolver na água fria é infinitamente mais interessante, pois as formas nebulosas que ele cria enquanto difunde durarão mais tempo, crescendo e se esticando em sua frente.

Escrito por: Gerald Fuller (2017).

Disponível em: https://www.ehow.com.br/acontece-coloca-gota-corante-alimenticio-agua-fria-info_237977/ Acesso em: 18 nov. 2020.

APÊNDICE F: Atividades disponíveis para impressão



APONTE A CÂMERA DO SEU CELULAR
PARA O CÓDIGO QR E ACESSE A
ATIVIDADE “CONDENSAÇÃO DA ÁGUA”

APONTE A CÂMERA DO SEU CELULAR
PARA O CÓDIGO QR E ACESSE A
ATIVIDADE “QUEM PERDE CALOR MAIS
RÁPIDO”



APONTE A CÂMERA DO SEU CELULAR
PARA O CÓDIGO QR E ACESSE A
ATIVIDADE “DIFERENÇA DE DENSIDADE”

APONTE A CÂMERA DO SEU CELULAR
PARA O CÓDIGO QR E ACESSE A
ATIVIDADE “TENSÃO NA SUPERFÍCIE”



APONTE A CÂMERA DO SEU CELULAR
PARA O CÓDIGO QR E ACESSE A
ATIVIDADE “PROCESSO DE DIFUSÃO DE
CORANTES EM ÁGUA QUENTE E FRIA”

SOBRE OS AUTORES

Robson Aparecido Ramos Rocha



Possui graduação em Licenciatura em Matemática com Ênfase em Informática pela Faculdade de Apucarana (2011) e aperfeiçoamento pedagógico em Licenciatura em Química pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Boa Esperança (2015). Especialista em Educação do Campo (2012), Educação Especial (2012) e Gestão e Organização Escolar (2015). Mestrado pelo Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) câmpus Londrina/Cornélio Procópio. Membro do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT). Membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Regional Paraná - SBEM-PR (2020-2022). Tem interesse em

estudar assuntos da Educação matemática, principalmente no que diz respeito à Modelagem Matemática e Semiótica Peirceana.

 <http://lattes.cnpq.br/1315465553592352>

 robson.1989@alunos.utfpr.edu.br

Karina Alessandra Pessoa da Silva



Professora do Magistério Superior, Classe Adjunto, Nível 4, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina, atuando nos cursos de Licenciatura em Química e Tecnologia de Alimentos e no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Graduada em Matemática (Licenciatura) pela Universidade Estadual de Londrina (2000). Especialista em Educação Matemática pela UEL (2007). Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL (2008). Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (2013). Tem experiência na área de Educação Matemática com ênfase em Ensino e

Aprendizagem da Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Semiótica Peirceana, Registros de Representação Semiótica e Livro Didático. Faz parte do GRUPEMMAT - Grupo de Pesquisas sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática da UEL desde 2005. É uma das coordenadoras do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelagem, Investigação e Tecnologia / UTFPR. Trabalhou por 10 anos com preparação e elaboração de obras didáticas de Matemática e de Ciências Naturais do Ensino Fundamental. Membro da diretoria regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Paraná) (2013-2019). Coordenadora do GT 10 - Modelagem Matemática - da SBEM (2019-2021).

 <http://lattes.cnpq.br/4960826662569812>

 karinapessoa@gmail.com

OUTROS TRABALHOS DESENVOLVIDOS EM PARCERIA PELOS AUTORES

ROCHA, R. A. R.; SILVA, K. A. P. Matemática e cerâmica: uma Modelagem Matemática com auxílio do código QR na prática em sala de aula. In: VIII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. *Anais...* Cascavel. Modelagem Matemática e a sala de aula, 2018. v. 1. p. 1-15.

ROCHA, R. A. R.; SILVA, K. A. P. Diferença de densidade: uma abordagem interdisciplinar com Modelagem Matemática. In: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática. *Anais...* Cuiabá. Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: Interfaces entre pesquisas e salas de aula, 2019. v. 1. p. 1-15.

ROCHA, R. A. R.; VERTUAN, R. E. ; SILVA, K. A. P. Pensamento Algébrico: uma abordagem em diferentes níveis da Educação Básica. In: XV Encontro Paranaense de Educação Matemática. *Anais...* Londrina. Educação Matemática e Compromisso Social, 2019. v. 1. p. 1-14.

ROCHA, R. A. R.; SILVA, K. A. P. Signos interpretantes no processo de comunicação em uma atividade de Modelagem Matemática. In: XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. *Anais...* Belo Horizonte. Modelagem Matemática na Educação Matemática e a escola brasileira: atualidade e perspectivas, 2019. v. 1. p. 1-16.

