



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROGRAMA PÓS-GRADUAÇÃO EM FORMAÇÃO CIENTÍFICA,  
EDUCACIONAL E TECNOLÓGICA**

**PRODUTO EDUCACIONAL**

**Situações Desencadeadoras de  
Aprendizagem para o ensino de álgebra:  
contribuições do GEPAPe**

Mara Viviane Da Silva Pellegrinello Camargo

Maria Lúcia Panossian

Luciana Schreiner de Oliveira

**MARA VIVIANE DA SILVA PELLEGRINELLO CAMARGO**

# **SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA: CONTRIBUIÇÕES DO GEPAPe**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências. Área de concentração: Ensino

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Lucia Panossian.

Coorientadora: Prof.<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Luciana Schreiner de Oliveira

Curitiba  
2020



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



## SUMÁRIO

<u>1-APRESENTAÇÃO</u> .....	05
<u>2-A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO E SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM</u> .....	08
<u>3 – CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E ENSINO DE ÁLGEBRA PELO MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO</u> .....	09
<u>4- SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM A PARTIR DAS OBRAS DO GEPAPE</u> .....	23
<u>4.1 - O JOGO FANTAN: EXPLORAÇÕES DIDÁTICAS</u> .....	25
<u>4.2 JOGO PEGA VARETAS</u> .....	34
<u>4.3 MÁQUINA MÁGICA</u> .....	43
<u>4.4 NA BOCA DO BALÃO</u> .....	53
<u>4.5 COMPRA E VENDA NA CANTINA</u> .....	58
<u>4.6 HISTÓRIA VIRTUAL – O PROBLEMA DO ARQUITETO DAS PIRÂMIDES</u> .....	65
<u>4.7 JOGO DE FUTEBOL</u> .....	71
<u>4.8 LUDO MONETÁRIO</u> .....	76
<u>5 -CONSIDERAÇÕES FINAIS</u> .....	82

## RESUMO

Esse produto educacional visa apresentar possibilidades que ultrapassem o ensino mecanizado, levando o aluno a refletir sobre a essência do conceito de álgebra, conforme os pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino, instrumentalizados pelas Situações Desencadeadoras de Aprendizagem que foram planejadas, desenvolvidas, aplicadas e analisadas em estudos e pesquisas orientados por participantes do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica - GEPAPe. O objetivo desse produto educacional é proporcionar aos professores de Matemática e a todos os professores que atuam no Ensino Fundamental, sugestões de uma organização pedagógica voltada ao ensino de álgebra a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem que já foram aplicadas em momentos diversos. Dessa forma espera-se que esse e-book possa servir como uma importante ferramenta para o ensino da álgebra e da própria matemática, pois leva o aluno a se apropriar dos conceitos a serem trabalhados, permitindo o desenvolvimento de um sujeito mais crítico e humano. Nesse processo de organização de ensino todos se beneficiam: tanto os alunos, como os professores do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio. Esse material, não deve ser seguido como manual de instruções, mas como fonte desencadeadora de atividade, ajudando na formação do conceito.

Palavras-chave: álgebra, atividade orientadora de ensino, situações desencadeadoras de aprendizagem.

## 1. APRESENTAÇÃO

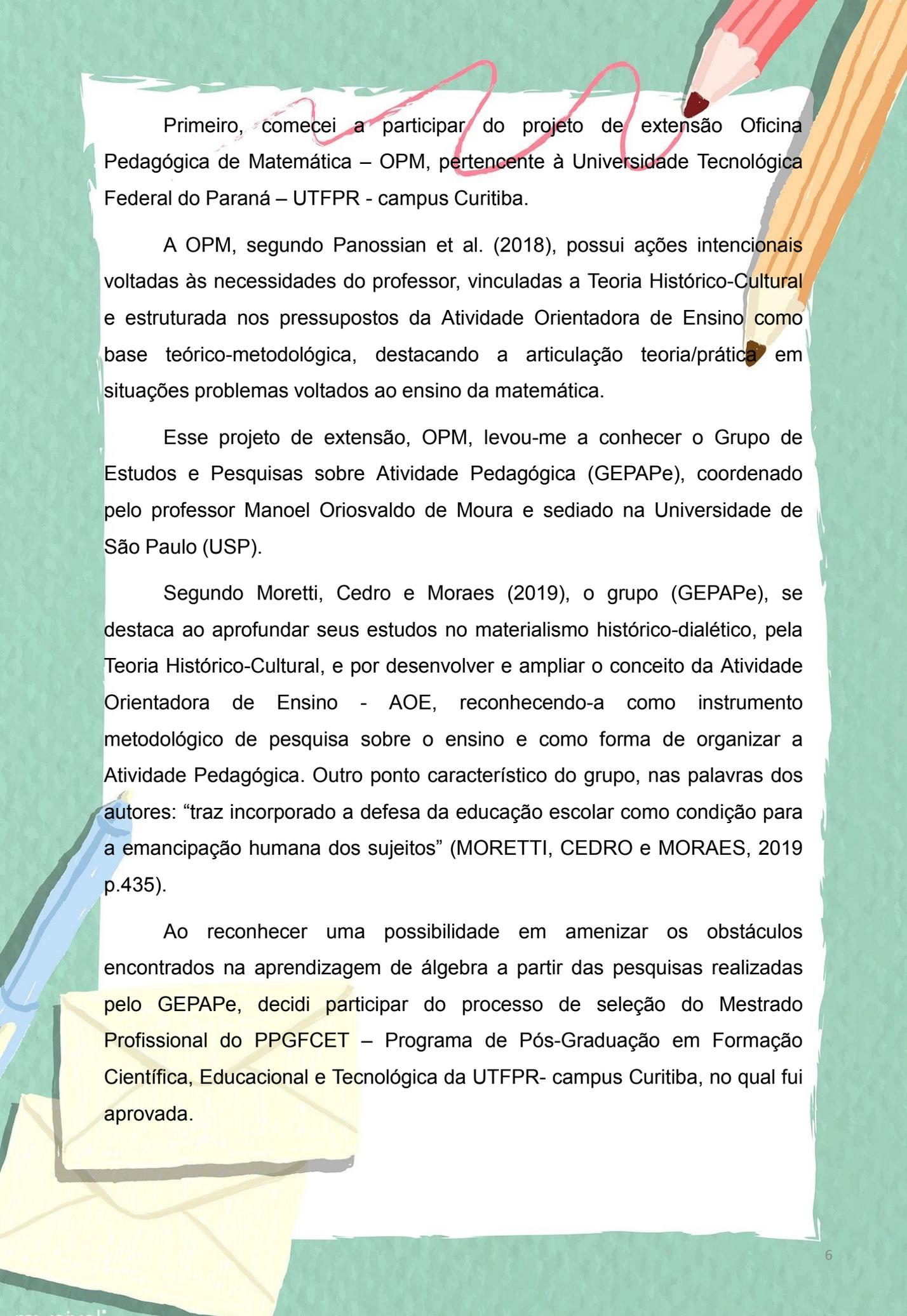
Caro professor(a),

Sou professora da Rede Estadual de Ensino, no Estado do Paraná, nas áreas de Matemática e Física e sei o quanto nosso tempo é escasso para dedicar a formação continuada e esta situação fica ainda pior no que se refere ao conhecimento de novas abordagens de ensino. Entretanto, para a maioria de nós, a paixão pela profissão é tamanha que acabamos por nos envolver nos processos de ensino e de aprendizagem gastando muitas horas além daquelas contidas nos editais dos concursos, quando ingressamos.

Muitos de nós, professores de matemática, ficamos insatisfeitos com os resultados encontrados na aprendizagem, principalmente ao tratar o conteúdo de álgebra, pois passamos horas e horas repetindo o conteúdo, passando, refazendo e explicando listas de exercícios e tentando várias técnicas de ensino e, ao final, parece que nada resolve as dificuldades apresentadas pelos alunos, que se manifestam como desinteresse.

Incomodada em não encontrar formas diversas de apropriação do conhecimento de álgebra, procurei ajuda para entender por que isso acontece e o que poderia ser feito para tentar amenizar tantas lacunas no ensino de matemática, em especial ao que se refere ao ensino de álgebra.

Resolvi então retornar às instituições de ensino superior em busca de formação continuada que oferecesse a possibilidade de uma organização de ensino prática/teórica que contribuísse para minha formação e a mesma me direcionasse para a apropriação dos conceitos algébricos e permitisse dar um sentido ao desenvolvimento desse conteúdo para os alunos, aproximando-a do seu cotidiano.



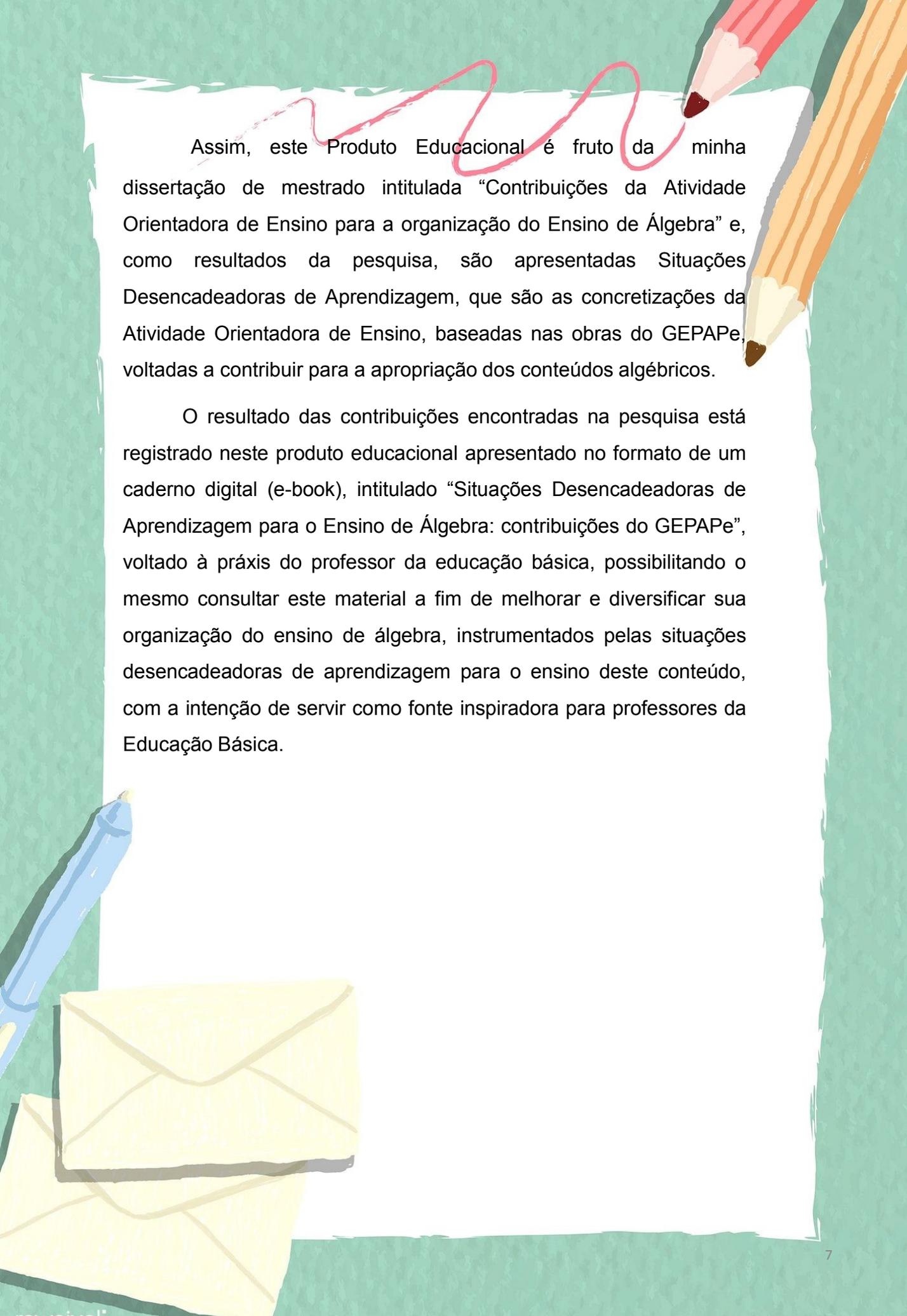
Primeiro, comecei a participar do projeto de extensão Oficina Pedagógica de Matemática – OPM, pertencente à Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR - campus Curitiba.

A OPM, segundo Panossian et al. (2018), possui ações intencionais voltadas às necessidades do professor, vinculadas a Teoria Histórico-Cultural e estruturada nos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino como base teórico-metodológica, destacando a articulação teoria/prática em situações problemas voltados ao ensino da matemática.

Esse projeto de extensão, OPM, levou-me a conhecer o Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica (GEPAPe), coordenado pelo professor Manoel Oriosvaldo de Moura e sediado na Universidade de São Paulo (USP).

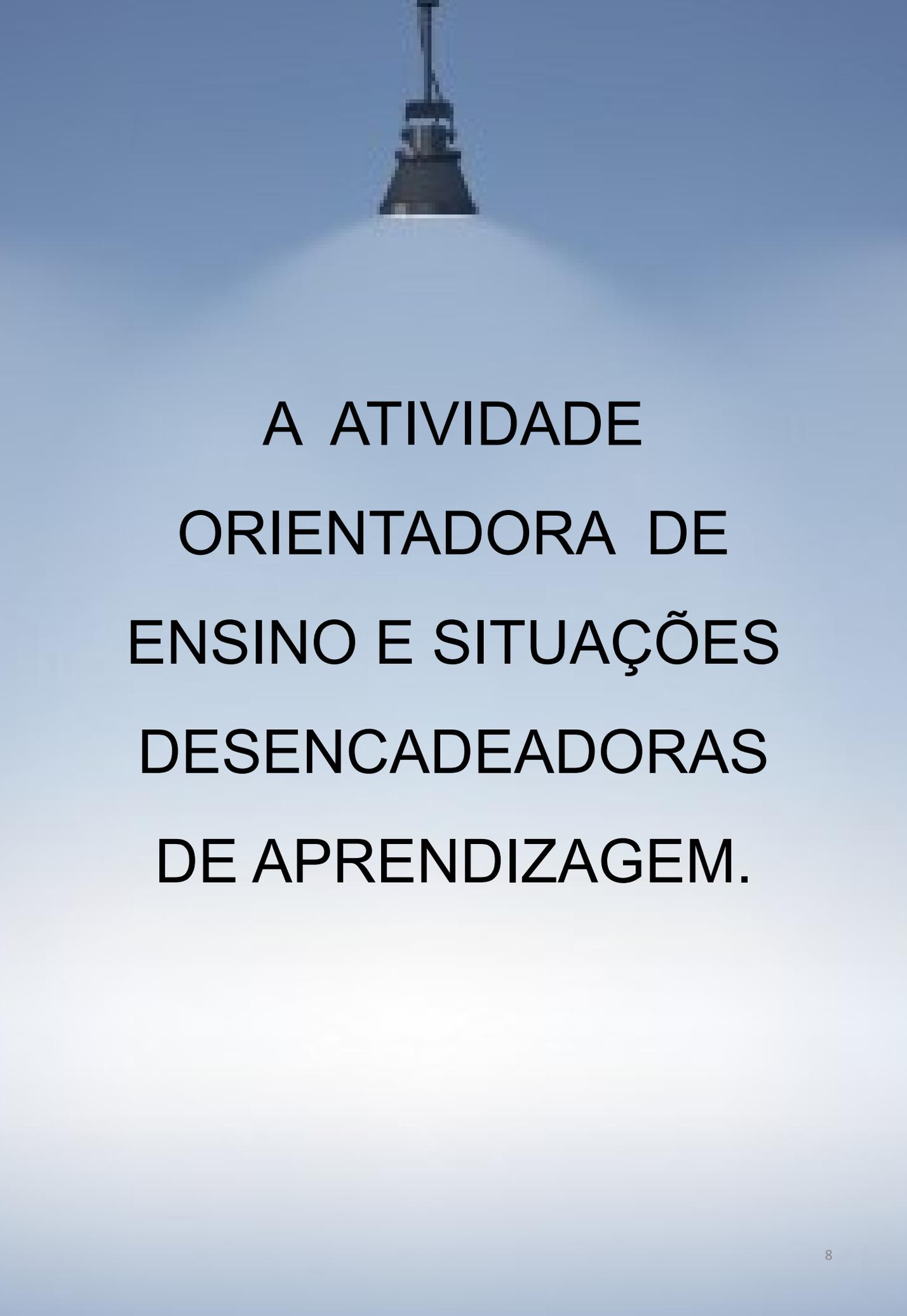
Segundo Moretti, Cedro e Moraes (2019), o grupo (GEPAPe), se destaca ao aprofundar seus estudos no materialismo histórico-dialético, pela Teoria Histórico-Cultural, e por desenvolver e ampliar o conceito da Atividade Orientadora de Ensino - AOE, reconhecendo-a como instrumento metodológico de pesquisa sobre o ensino e como forma de organizar a Atividade Pedagógica. Outro ponto característico do grupo, nas palavras dos autores: “traz incorporado a defesa da educação escolar como condição para a emancipação humana dos sujeitos” (MORETTI, CEDRO e MORAES, 2019 p.435).

Ao reconhecer uma possibilidade em amenizar os obstáculos encontrados na aprendizagem de álgebra a partir das pesquisas realizadas pelo GEPAPe, decidi participar do processo de seleção do Mestrado Profissional do PPGFCET – Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica da UTFPR- campus Curitiba, no qual fui aprovada.



Assim, este Produto Educacional é fruto da minha dissertação de mestrado intitulada “Contribuições da Atividade Orientadora de Ensino para a organização do Ensino de Álgebra” e, como resultados da pesquisa, são apresentadas Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, que são as concretizações da Atividade Orientadora de Ensino, baseadas nas obras do GEPAPe, voltadas a contribuir para a apropriação dos conteúdos algébricos.

O resultado das contribuições encontradas na pesquisa está registrado neste produto educacional apresentado no formato de um caderno digital (e-book), intitulado “Situações Desencadeadoras de Aprendizagem para o Ensino de Álgebra: contribuições do GEPAPe”, voltado à práxis do professor da educação básica, possibilitando o mesmo consultar este material a fim de melhorar e diversificar sua organização do ensino de álgebra, instrumentados pelas situações desencadeadoras de aprendizagem para o ensino deste conteúdo, com a intenção de servir como fonte inspiradora para professores da Educação Básica.



**A ATIVIDADE  
ORIENTADORA DE  
ENSINO E SITUAÇÕES  
DESENCADEADORAS  
DE APRENDIZAGEM.**

## **2-A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO E SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM.**

Compreender o processo de apropriação dos sujeitos e seu conseqüente desenvolvimento a partir da Atividade Orientadora de Ensino, implica em analisar o professor enquanto sujeito em atividade de ensino, e também o estudante enquanto sujeito em atividade de aprendizagem.

Moura, Araújo e Serrão, (2019), ao tratar do desenvolvimento do sujeito, destacam que uma condição fundamental se encontra nos processos de humanização da escola. É através da humanização gerada pela organização da atividade pedagógica que se permite ampliar a potencialidade da escola. Neste sentido considera-se que a formação e desenvolvimento de alunos e professores em ações coletivas, sistematizadas e intencionais, pode ocorrer estruturadas nos moldes da AOE.

A possibilidade de desenvolvimento via “educação escolar está na aquisição dos conceitos, mas não no acúmulo de informação” (SFORNI, 2004 p.105). Conforme Vygotsky, o desenvolvimento das funções psíquicas superiores está intimamente ligado ao desenvolvimento da educação escolar, onde se encontra o conhecimento acumulado adquirido ao longo do tempo, entretanto, como aponta Sforni (2004), o acúmulo de informação atrapalha o desempenho da aprendizagem, necessitando assim, uma organização da atividade pedagógica que possibilite uma ação coletiva e eficaz no que se refere a atividade de ensino.

A Atividade Orientadora de Ensino tem um papel importantíssimo nesse processo por constituir-se um instrumento teórico-metodológico que organiza e promove a formação do sujeito participante da ação, pois objetiva a apropriação dos conteúdos científicos, permitindo aprofundar seus conhecimentos e criar novas possibilidades de aprendizagem, segundo Araújo (2013).

Com o intuito de contribuir com os processos de educação escolar no que se refere as questões de ensino e de aprendizagem, o GEPAPe, segundo Moura (2010), estuda e pesquisa sobre a organização da atividade pedagógica.

Para Moura, Serrão e Araújo (2019), a atividade pedagógica é considerada, pelos autores e membros do grupo GEPAPe, a responsável pela unidade de criação do movimento entre os processos de ensino e de aprendizagem, e também como elemento de parte da consciência humana. Para esses autores, é a atividade pedagógica que garante a necessidade de preservação e socialização da cultura como modo de nos tornarmos humanos através da educação escolar pela apropriação do conhecimento e para a convivência social e coletiva.

Os fundamentos teóricos-metodológicos da AOE, cujos pressupostos estão ancorados na teoria histórico-cultural e na teoria da atividade, são indicadores de um modo de organização de ensino para que a escola cumpra sua função principal, que é possibilitar a apropriação dos conhecimentos teóricos pelos estudantes e o desenvolvimento de suas personalidades. Assim, a AOE, como mediação, é instrumento do professor para realizar e compreender o seu objeto: o ensino de conceitos. É instrumento do estudante que age rumo à apropriação de conhecimentos teóricos a serem objetivados pela AOE (MOURA, ARAÚJO e SERRÃO, 2019 p.421).

A Atividade Orientadora de Ensino, conforme Moura, Araújo e Serrão (2019), baseia-se nos elementos estruturantes da teoria da atividade e nos pressupostos da teoria histórico-cultural. Se constitui em componentes que relacionam a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem, com caráter de processo social mediado por instrumentos e signos e é estruturado por uma necessidade de apropriação da cultura, para a concretização de um objetivo comum: o desenvolvimento das potencialidades humanas para a apropriação e o desenvolvimento de bens culturais (comunicação, objetos, instrumentos e formas de ação). Além disso a AOE, se apresenta como mediação entre a objetivação e a apropriação, que reconstitui a experiência social da humanidade, o processo e o produto.

Como elementos fundamentais, a AOE possui a necessidade: que é o ensinar; as ações: que são as definições do modo ou dos procedimentos com os quais são transmitidos os conhecimentos e como ou quais serão os instrumentos a serem utilizados como ferramenta de ensino: “os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende”. (MOURA, 2001, p.155).

No processo da AOE conforme Moura (2002), as necessidades, os motivos, os objetivos, as ações e as operações do professor e dos estudantes se mobilizam por meio da Situação Desencadeadora de Aprendizagem - SDA. As ações devem considerar as condições materiais, os sujeitos, a cultura, os conteúdos e as relações sócio afetivas que visam o objetivo da atividade. Segundo Moura, Araújo e Serrão (2019), compreender a necessidade social para o desenvolvimento de um conceito a partir de uma SDA é dar significado ao que está sendo ensinado.

Na situação desencadeadora de aprendizagem, enfatizamos, se reconstitui a necessidade social de produção do conhecimento, de tal modo que o significado social do conhecimento se consolida em conhecimento pessoalmente significativo, como propôs Rubinstein (1973). Na situação desencadeadora – indica Nascimento (2014) – o objeto da atividade de ensino reproduz as relações essenciais da atividade humana (MOURA, ARAÚJO e SERRÃO, 2019 p.427).

O significado de um problema na situação desencadeadora de aprendizagem requer que as condições essenciais do conceito historicamente acumulado pela humanidade sejam desenvolvidas, o que pode ser realizado pelo estudo do movimento histórico e lógico do conceito e pela participação coletiva, reflexiva dos sujeitos na solução do problema apresentado na situação desencadeadora de aprendizagem.

Ao adotar o movimento realizado pelo pensamento, Sousa (2018), defende que o par lógico-histórico deverá estar ligado ao movimento que compõe o objeto de estudo.

Para a matemática, segundo Moura et al. (2010), as SDA promovem outras formas de compreender a perspectiva lógica e histórica desse conhecimento, trazendo as necessidades sociais e as experiências vivenciadas pela humanidade para chegar a um fator comum, criando condições e formas de possibilitar o ensino pois, por intermédio delas é possível organizar o processo de ensino com diferentes recursos metodológicos.

Como situações desencadeadoras de aprendizagem, Moura e Lanner de Moura (1996) destacam o jogo pedagógico, as situações emergentes do cotidiano e a história virtual do conceito. “Essas situações desencadeadoras de aprendizagem têm em comum a possibilidade de conter potencialmente o problema gerador da tensão que coloca os sujeitos em atividade” (MOURA, ARAÚJO e SERRÃO, 2019 p.423)

Nessa perspectiva, o jogo pedagógico pode ser um importante aliado para a educação escolar, pois ele permanece com características de um problema, potencializa a apropriação dos conceitos, instiga sobre as necessidades, busca soluções no coletivo e realiza um elo do conhecimento escolar com suas experiências.

O mesmo acontece segundo Moura, Araújo e Serrão (2019), com as situações do cotidiano e com a história virtual, em que o estudante cria expectativas ao buscar soluções de forma coletiva, interagindo com seu grupo, pautando-se nas experiências passadas, e a partir dessas interações, compartilham conhecimento, treinam a autonomia de forma direcionada, pois o professor é mediador de conhecimento e não aquele que o detém.

A história virtual de acordo com os mesmos autores, geram a necessidade e o desenvolvimento da linguagem em diferentes níveis, propiciando o desenvolvimento da cultura, a instigar o aprimoramento dos meios de trabalho, a compreensão dos fenômenos naturais e especialmente a apropriação do conceito abordado.

Portanto, a situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a essência do conceito, ela deve expor a necessidade que levou a humanidade à construção daquele conceito. Kopnin (1978) considera que o estudo do objeto deve-se iniciar pelo seu fim e é na essência do objeto que se capta as características do pensamento teórico. Afirma ainda que educar seria possibilitar ao aluno um encontro pedagógico com os conceitos.

Da mesma maneira, o desenvolvimento do aluno passa pela apresentação de situação-problema e de sua resolução, com grandezas desconhecidas, que abordem equações determinadas e indeterminadas. No primeiro caso, as incógnitas representam uma quantidade determinada, que somente será conhecida a partir das condições fornecidas em determinada equação. Enquanto nas equações indeterminadas, as quantidades podem variar, possuir mais de uma solução para as mesmas condições de uma determinada equação, o que recebem o nome de variáveis.

Assim, a AOE, de acordo com Sousa e Moura (2016), estruturada sobre as bases dos elementos da THC e por consequência da Teoria da Atividade, possui suas ações mediadas pelo professor e planejada em um processo coletivo. E assim, nesse movimento das ações conjuntas e mediadas entre professor e alunos, que os resultados da aprendizagem e também do ensino tendem atingir seus objetivos propostos, que para o aluno representa apropriar-se dos conceitos e para o professor seu significado está na atividade pedagógica (ensinar).

A partir desses pressupostos que o GEPAPe tem pesquisado o “estudo da atividade pedagógica, de modo a revelar como essa se relaciona com a estrutura da atividade humana, na dimensão da atividade que promove o desenvolvimento humano” (MOURA, ARAÚJO e SERRÃO 2019, p.421), recorrendo à AOE, como base teórico-metodológica.

Considerando todas as possibilidades de organização do ensino a partir da Atividade Orientadora de Ensino é que se constitui este projeto, buscando atender à necessidade inicial da pesquisadora de encontrar possibilidades de superar os obstáculos educacionais no ensino de álgebra.



**CONCEPÇÕES DE  
ÁLGEBRA E ENSINO  
DE ÁLGEBRA PELO  
MOVIMENTO  
LÓGICO-HISTÓRICO  
DO CONCEITO**

### **3 – CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E ENSINO DE ÁLGEBRA PELO MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO.**

Compreender os fatores que constituem a atividade pedagógica e a linguagem algébrica, permite compreender as dificuldades apresentadas na aprendizagem, assim como ampliar a qualidade no ensino e na capacidade do desenvolvimento do sujeito

Assim como os processos históricos são importantes no desenvolvimento dos fatores que constituem a atividade pedagógica, destaca-se também a importância da compreensão das concepções do ensino de álgebra.

Dentre as várias concepções que tratam da álgebra e da educação algébrica, adotou-se as concepções de Sousa (2004) e Panossian (2014), que são defendidas pelos autores do GEPAPe. A seguir, apresentamos os principais pontos defendidos pelas autoras.

No movimento lógico-histórico, podem ser reconhecidos nexos internos e externos do conceito. Compreender tais nexos implica na necessidade de mudança no pensamento que conduz as formas de ensino. Uma das possibilidades para que de fato ocorra essa mudança, encontra-se nas ideias de Davidov (1982) ao tratar do pensamento teórico dialético, conforme Sousa (2018).

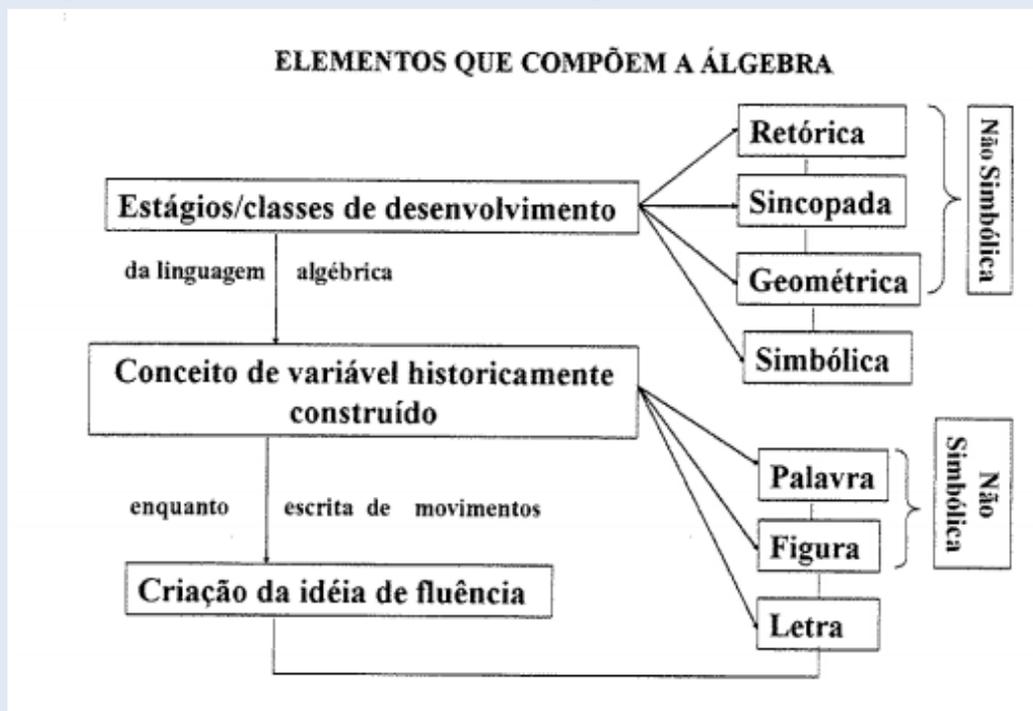
O Movimento lógico-histórico, segundo Sousa (2018), possui como pressupostos teóricos que estão diretamente ligados ao pensamento humano, as possibilidades de transformações, as relações de mutabilidade e imutabilidade das coisas. “[...]. É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser” (SOUSA, 2018 p.45).

A concepção de ensino de álgebra proposto por Sousa (2004; 2014; 2018), está relacionada ao abstrato e ao concreto do movimento lógico-histórico da variável, segundo a autora:

[...] O concreto do conteúdo algébrico se torna compreensível através da mediação das abstrações contidas nos conceitos de número, figura, palavra e letra, enquanto o todo da álgebra se torna compreensível através da mediação da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica (SOUSA, 2018 p.56).

Para Sousa (2004), o pensamento algébrico, que é trabalhado na Educação básica é composto por duas vertentes, a álgebra simbólica e álgebra não simbólica.

Figura 2: Elementos Que Compõe a Álgebra

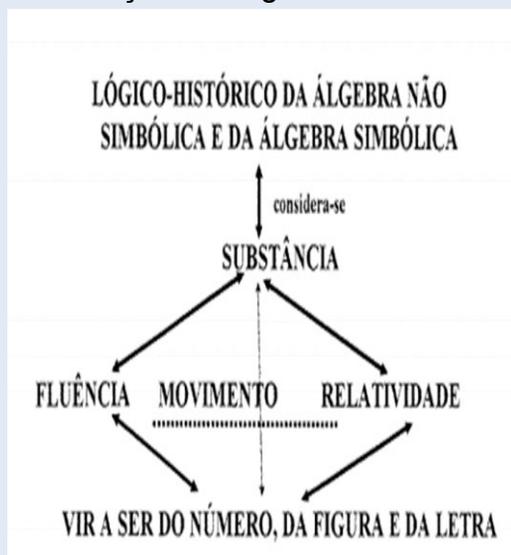


Fonte: Sousa (2004) p.148

De acordo com a figura 2, os elementos que compõe a álgebra são divididos em duas categorias, as derivadas da linguagem algébrica, representadas em estágios ou classe em desenvolvimentos que são representadas pela álgebra não simbólica, composta por três estágios: retórica (variável representada por palavras), geométrica (variável representada por segmento de reta), sincopada (variável representada por abreviações de palavras), e pela simbólica.

Na figura 3 está representada a constituição do lógico-histórico da álgebra que não é abordado nas escolas, que adota a álgebra não simbólica, representado pelo “lógico-histórico das variáveis: palavra, figura e mistura entre palavras e figuras, denominadas sincopação” (SOUSA, 2014 p.13), e a outra forma de abordagem nas escolas, é da álgebra simbólica, que tem sua representação através de letras, de valores desconhecidos, ou seja, fundamentada na variável letra.

Figura 3: Constituição do Lógico-Histórico da álgebra



Fonte: Sousa (2004) p. 154

Para Sousa (2004), a perspectiva lógico-histórico em atividade de ensino de álgebra, tem relação dialética entre o lógico e o histórico. O lógico-histórico do desenvolvimento do conceito estuda as condições internas do conceito de álgebra, que representam os conceitos de variação quantitativa, que se apresentam no movimento do cotidiano; variação; variável; formação de campo de variação; enumeração e densidade dos conjuntos numéricos.

Compreender o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos, segundo Sousa (2004), é compreender os movimentos que estão presentes na vida, nas leis da Natureza, é compreender a formação dos movimentos dialéticos, como exemplo os fatores da mutabilidade e da imutabilidade, “É compreender que a totalidade do conhecimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser” (SOUSA, 2018, p,45).

O quadro a seguir, mostra os principais tópicos defendidos por Sousa (2004):

**SOUSA (2004); SOUSA (2014 p. 69 – 71**

Estruturada no movimento lógico-histórico do conceito. Valoriza o conceito de variável e dos nexos conceituais da álgebra: internos e externos. A fluidez se dá pela ramificação da álgebra simbólica constituídos pelos nexos externos e álgebra não simbólica pelos nexos internos

**Estágios/classes de desenvolvimento:**

Álgebra simbólica: símbolos;

Álgebra não simbólica: retórica, sincopada ou geométrica.

**Conceito de variável historicamente construído:**

Álgebra simbólica: variável letra - pode ser compreendida enquanto síntese da palavra; da figura, do numeral e da letra.

Álgebra não simbólica: variável palavra e variável figura.

\*\* Generalização: pode ocorrer quando houver conhecimento profundo de variável, de forma que o movimento do pensamento do indivíduo o torne autônomo.

**A ideia de fluência:** movimento de fluidez, interliga todo o processo.

**PROCEDIMENTO DE AQUISIÇÃO DO CONHECIMENTO (2004) p.154-155):**

A proposta de ensino de álgebra está relacionada ao movimento, a fluência, a dinâmica lógico-histórico de criação do conceito.

Proposta: junção do movimento histórico ao movimento do pensamento, que irá formar a dinâmica lógico-histórico do conceito de variável.

Ao considerar os nexos internos no ensino de álgebra, trabalha-se com o pensamento algébrico. Aqui a variável pode assumir três formas: incógnita, parâmetro e a própria variável.

Os nexos externos consideram o movimento histórico, mas somente a constituição simbólica. Representa o estágio do rigor e da abstração do pensamento algébrico. Se limitam aos elementos perceptíveis por conta da linguagem. São desconectados das diversas áreas do conhecimento. Não possui laços com a cultura ou com os aspectos sociais.

Ao considerar os nexos conceituais da álgebra que são: Fluência; Campo de Variação e Variável, são esses elementos que formam o conceito de álgebra e que promove o pensamento teórico-dialético da álgebra.

Considerando o ensino de álgebra, a partir do movimento histórico e lógico, em sua tese, Panossian (2014), corrobora com as ideias de Sousa (2004), ao considerar a formação dos conceitos de álgebra a partir dos nexos conceituais, representado pelas conexões da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica.

Segundo Sousa (2004), a álgebra não simbólica, é caracterizada pelo pensar aritmético e pelas variações quantitativas. A álgebra simbólica seus nexos conceituais são representados pela fluência, pela interdependência, pelos movimentos que podem ser regulares ou irregulares, pela variável e pelo campo de variação.

Para Panossian (2014), os elementos que constituem os nexos conceituais da álgebra, são os mesmos apresentados por Sousa (2004), entretanto, a autora, no intuito de aprofundar a importância do reconhecimento desse movimento histórico e lógico, amplia os elementos que compõe o campo da álgebra, ao incorporar o reconhecimento das grandezas variáveis e a necessidade de generalização, aumentando a possibilidade de desenvolvimento do pensamento teórico e a compreensão do lógico (pensamento) e do histórico (movimento).

Destaca-se a seguir os princípios para a constituição do objeto do ensino de álgebra, a partir dos nexos conceituais, conforme Panossian (2014):

<p>1</p> <p>– A fluência e o movimento reconhecidos nos fenômenos da realidade objetiva</p>	<p>Destaca-se a relação qualidade/quantidade, representada pelas grandezas</p> <p>Grandeza= “qualidade de um objeto (que pode ser quantificada), na sua relação com outros” (PANOSSIAN, 2014 p.91).</p>
<p>2 – O controle de quantidades do concreto sensível: o movimento nos campos numéricos</p>	<p>O número “forma particular de expressar a quantidade atribuída a diferentes grandezas” (PANOSSIAN, 2014 p.93).</p>
<p>3- O movimento da linguagem e os modos de resolução de problemas: a forma e o conteúdo do conhecimento algébrico</p>	<p>“(…) As diferentes formas da linguagem alcançadas na experiência humana (retórica, sincopada, geométrica, simbólica), possibilitaram de formas diferentes limitações ou avanços em relação ao conteúdo algébrico. Nesse contexto, a linguagem, como fenômeno, constitui uma particularidade determinante para a constituição da álgebra” (PANOSSIAN, 2014 p.95).</p>
<p>4 – Entre o elemento desconhecido e o elemento que varia: o reconhecimento das grandezas variáveis</p>	<p>O uso dos símbolos como ferramenta nas relações entre grandezas. Problemática do ensino: incógnitas ou variáveis?</p> <p>“(…) O fato de atribuir letras para valores desconhecidos e também para os valores conhecidos da equação, o que hoje pode ser entendido por parâmetros, ajudou muito no desenvolvimento da álgebra” (PANOSSIAN, 2014 p.102).</p>
<p>5- A necessidade de generalização de objetos e métodos matemáticos</p>	<p>Os processos de generalização vinculam-se a vida e a resolução de problemas dela proveniente. “(…) para se compreender o desenvolvimento desse processo, é necessário compreender que ele depende de cada época e do contexto social” (PANOSSIAN, 2014 p.106).</p>

Ao se discutir a necessidade para a organização do ensino de matemática, Sousa (2018), propõe o uso das situações desencadeadoras de aprendizagem, aonde são priorizados o pensamento teórico-dialético.

As SDA, que estão apresentadas nesse produto educacional, foram planejadas de forma que proporcionem aos alunos o pensamento teórico dialético da álgebra, ou seja, busca compreender como esse conteúdo surgiu de uma necessidade social concreta, se desenvolveu e formou suas abstrações.

A importância da organização de ensino, inclui qual a SDA deve ser adotada, quais os objetivos que se quer atingir, como estará estruturada e que forma essa situação deve ser mediada, pois somente dessa forma possibilitará a generalização, a abstração e a formação de conceitos.

Cada uma das situações apresentadas a seguir, representam uma necessidade do professor, que é promover um jogo, ou uma história virtual ou uma situação do cotidiano, que tem como objetivo o ensino e a aprendizagem de nexos conceituais da álgebra, internos e externos, para dar o desencadeamento do ensino de álgebra, para tal, utiliza as situações desencadeadoras de aprendizagem.

Essas, por sua vez, permitem a identificação da maneira como são vistas e resolvidas pelos alunos, quer dizer, como os alunos conseguem compreender o que está sendo proposto, qual o sentido e o significado do uso de símbolos.

Destacamos que esse produto educacional, baseia-se nas obras do GEPAPe a Atividade Orientadora de Ensino como instrumento teórico-metodológico, utiliza as concepções do ensino de álgebra proposto por Sousa (2004) e Panossian (2014), conforme percebe-se nas situações desencadeadoras de aprendizagem que serão apresentadas a seguir.



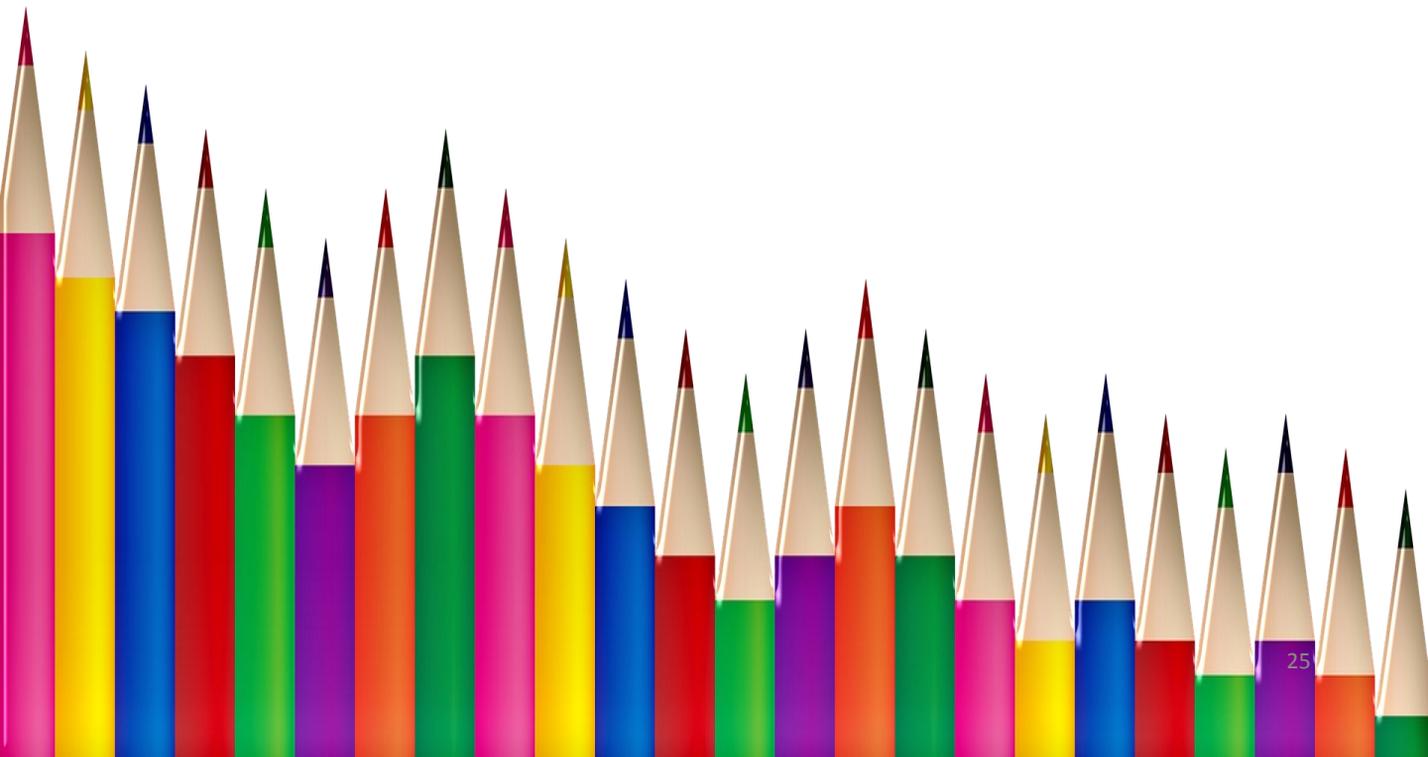
**SITUAÇÕES  
DESENCADEADORAS DE  
APRENDIZAGEM A PARTIR  
DAS PRODUÇÕES  
ORIENTADAS POR  
MEMBROS DO GEPAPE**

#### **4- SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM A PARTIR DAS PRODUÇÕES ORIENTADAS POR MEMBROS DO GEPAPE**

A partir das análises realizadas com produções do grupo GEPAPe, em que os autores trabalham com Teoria Histórico-Cultural e com a Teoria da Atividade através da Atividade Orientadora de Ensino, concretizada em Situações Desencadeadoras de Aprendizagem que tratam do ensino de álgebra, conforme os critérios de seleção da pesquisa e que foram objetivadas, desenvolvidas e analisadas em diferentes momentos, serão apresentadas a seguir de forma compilada e também serão apresentadas os encaminhamentos metodológicos e sugestões a serem desenvolvidas com os alunos. No total serão apresentadas oito situações desencadeadoras de aprendizagem.



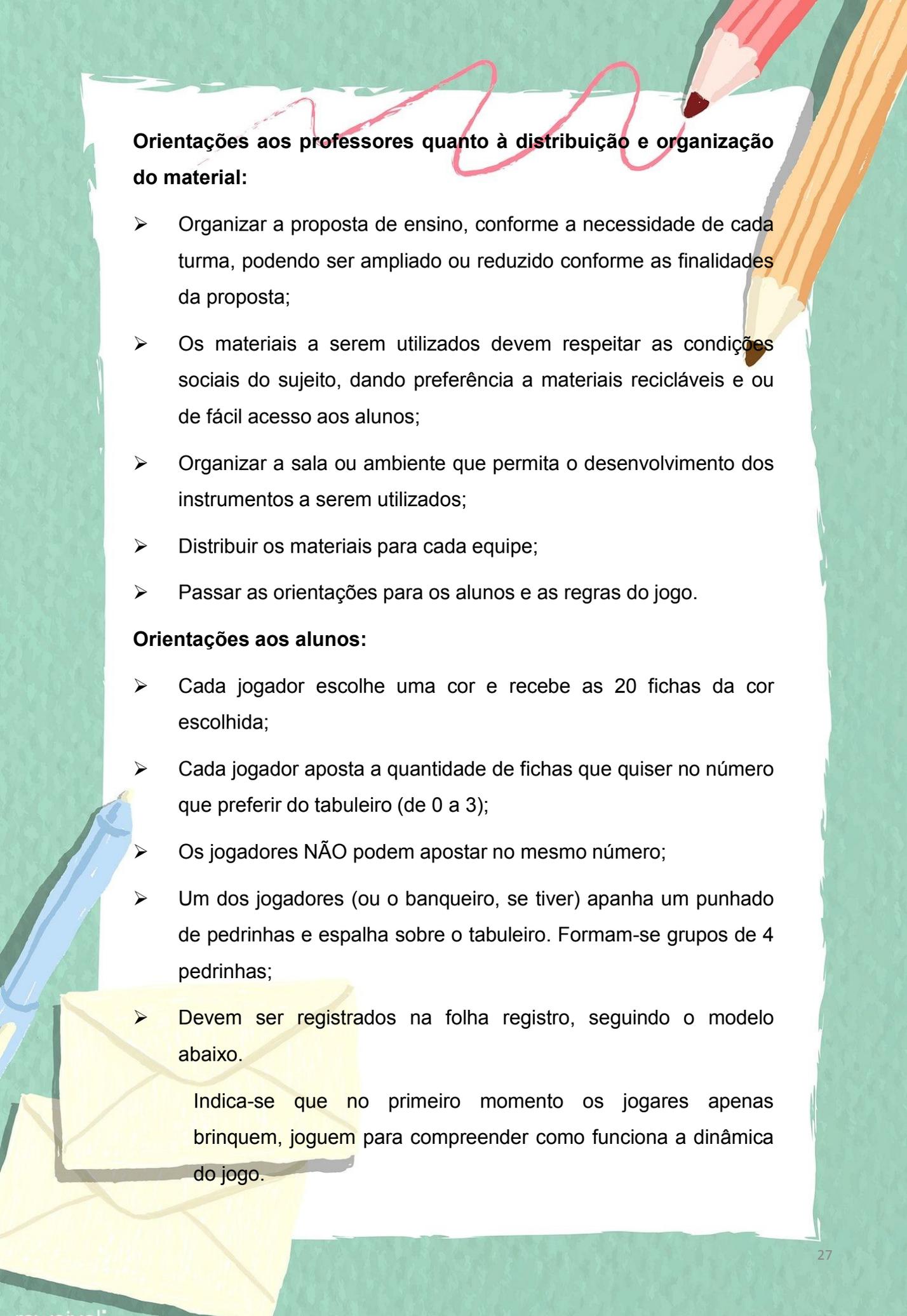
# **O JOGO FANTAN: EXPLORAÇÕES DIDÁTICAS.**



#### 4.1 - O JOGO FANTAN: EXPLORAÇÕES DIDÁTICAS.

Adaptação das obras: Panossian e Moura (2010), Sousa, Panossian e Cedro (2014), autoras Marães e Panossian (2018).

<b>Indicação/tempo:</b>	Essa situação desencadeadora de aprendizagem pode ser indicada aos alunos a partir do 3º ano do Ensino Fundamental. Tempo: 04 horas/aula.
<b>Conteúdo:</b>	Variável, Incógnita, Equações.
<b>Objetivo Geral:</b>	Investigar as manifestações do pensamento e da linguagem algébrica.
<b>Objetivo específico:</b>	Compreender os conceitos de grandeza e variação.
<b>Materiais necessários:</b> <b>Para cada equipe com 4 jogadores.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Cartolina, E.V.A, papelão ou outro material que satisfaça as mesmas necessidades com no mínimo 4 cores para formar um tabuleiro de 20cm por 20cm e 80 fichas de mesmo tamanho, sendo 20 de cada cor.</li><li>- Várias pedrinhas ou sementes;</li><li>- Folhas para impressão ou construção de tabelas para cada equipe.</li></ul>

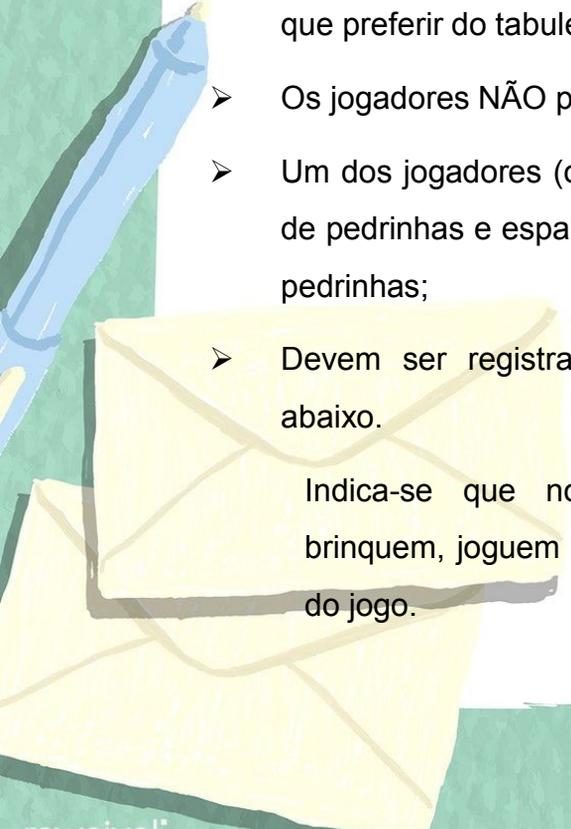


### **Orientações aos professores quanto à distribuição e organização do material:**

- Organizar a proposta de ensino, conforme a necessidade de cada turma, podendo ser ampliado ou reduzido conforme as finalidades da proposta;
- Os materiais a serem utilizados devem respeitar as condições sociais do sujeito, dando preferência a materiais recicláveis e ou de fácil acesso aos alunos;
- Organizar a sala ou ambiente que permita o desenvolvimento dos instrumentos a serem utilizados;
- Distribuir os materiais para cada equipe;
- Passar as orientações para os alunos e as regras do jogo.

### **Orientações aos alunos:**

- Cada jogador escolhe uma cor e recebe as 20 fichas da cor escolhida;
- Cada jogador aposta a quantidade de fichas que quiser no número que preferir do tabuleiro (de 0 a 3);
- Os jogadores NÃO podem apostar no mesmo número;
- Um dos jogadores (ou o banqueiro, se tiver) apanha um punhado de pedrinhas e espalha sobre o tabuleiro. Formam-se grupos de 4 pedrinhas;
- Devem ser registrados na folha registro, seguindo o modelo abaixo.



Indica-se que no primeiro momento os jogares apenas brinquem, joguem para compreender como funciona a dinâmica do jogo.

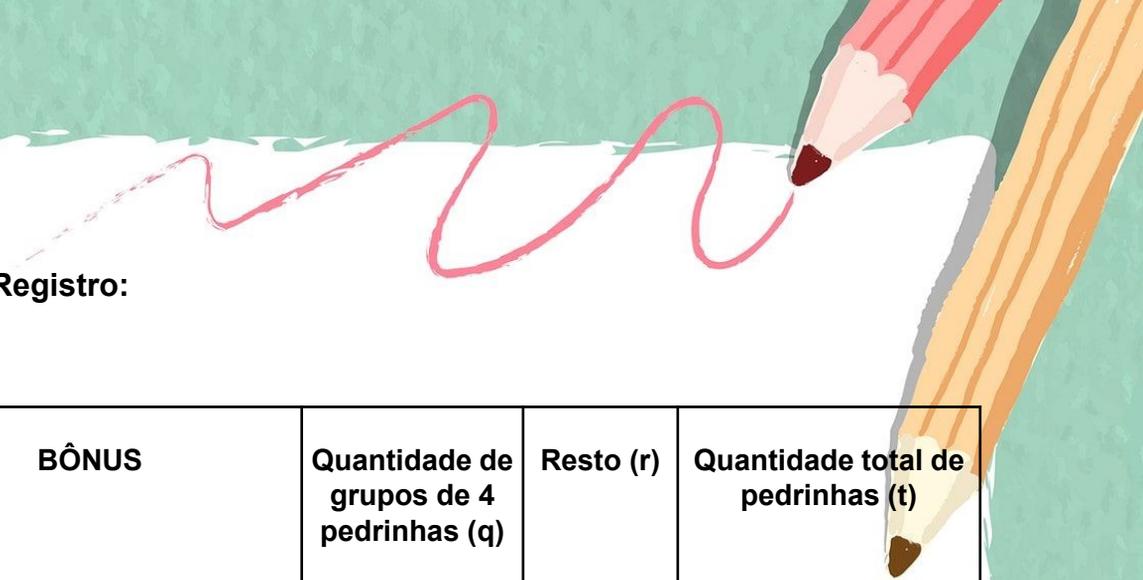
### Regras do Jogo:

- O número de pedrinhas que sobrar indicará o número do tabuleiro que irá ganhar; após a divisão em grupos de 4 pedrinhas, caso não reste nenhum, o resto é zero e ganha o apostador do número 0.
- O vencedor de cada rodada ganha de cada um dos outros jogadores o número de fichas igual ou menor ao que apostou. Exemplo: Se o jogador vencedor apostou 3 fichas, ele deverá ganhar 3 fichas de cada participante, a não ser que o outro participante tenha apostado uma quantidade menor do que essa;
- Será vencedor do jogo o jogador que tiver o maior número de fichas, e quando um dos jogadores não tiver mais fichas para apostar.
- Antes de iniciar cada rodada o jogador deve estimar a quantidade de pedrinhas que estão no tabuleiro. E o banqueiro deve registrar as quantidades estimadas na ficha de registro. Após a contagem das pedrinhas, o jogador que tiver estimado o valor mais próximo ganha uma ficha dos demais jogadores.

### TABULEIRO:

<b>0</b>		<b>1</b>
<b>2</b>		<b>3</b>

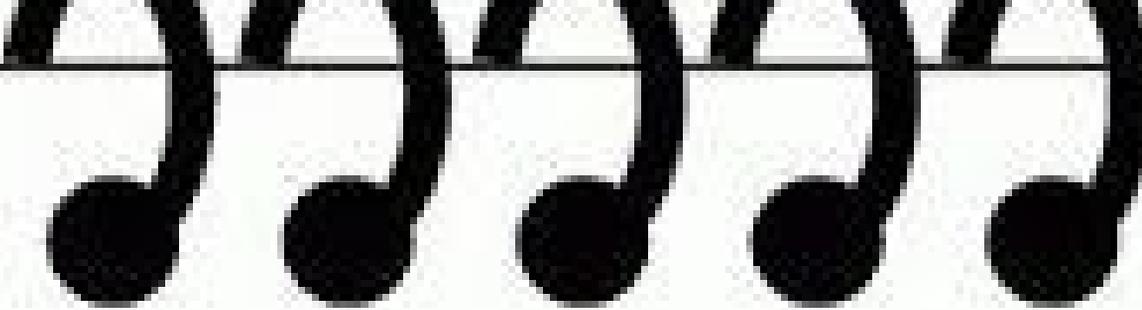
Fonte: Panossian e Moura (2010) p.5



**Ficha Registro:**

<b>BÔNUS</b>		<b>Quantidade de grupos de 4 pedrinhas (q)</b>	<b>Resto (r)</b>	<b>Quantidade total de pedrinhas (t)</b>
<b>Jogador</b>	<b>Valor estimado</b>			<b>1ª rodada</b>
				<b>2ª rodada</b>
				<b>3ª rodada</b>

Fonte: Panossian e Moura (2010) p.6



### Considerações Metodológicas:

- Durante o jogo o professor deve realizar a mediação dos conteúdos a serem apropriados com os alunos. Essa mediação poderá ser realizada através de perguntas direcionadas de forma a conduzir o desenvolvimento do conceito a ser apropriado.

- Com a tabela preenchida, o professor poderá realizar alguns questionamentos:

1- Existe relação entre o número total de pedrinhas colocadas no banco e a separação em grupos de 4 unidades?

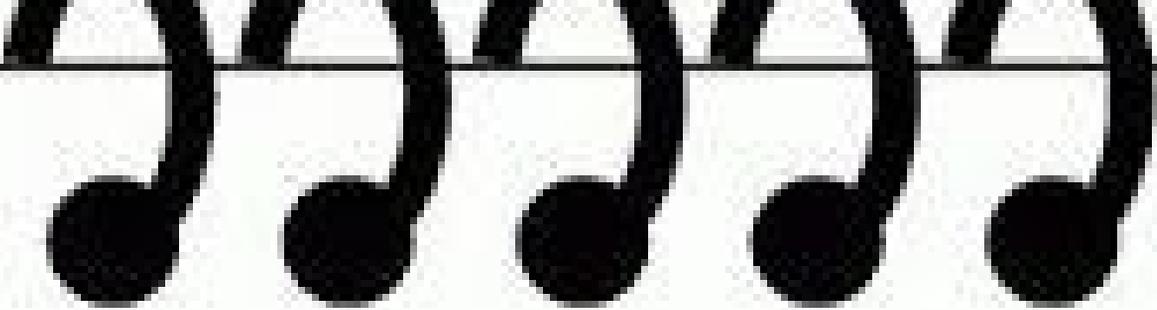
2- Por que no tabuleiro, contém como resultado somente os números 0, 1, 2 e 3 ?

3 – Quantos grupos de 4 podem ser formados com um total de 25 pedrinhas? Teve sobra? Se sim, responda quantas pedrinhas.

4 – Agora vocês possuem 7 grupos com 4 pedrinhas e uma sobra de 3 pedrinhas. Qual é o total de pedrinhas?

5- Agora, analisem a tabela abaixo e complete os espaços em branco.

Quantidade de grupos formados pela divisão por 4	Resto	Quantidade total de pedrinhas
3	3	
5		22
n	1	25
8	r	32
9	2	x
n	r	



6 - Lembrando o Método das chaves na divisão, seus elementos são: dividendo (P), divisor (d), quociente (q) e resto (r), conforme representado abaixo:

$$\begin{array}{r} P \quad | \quad d \\ \hline r \quad q \end{array}$$

Agora, usando os dados da tabela anterior represente a primeira e a última linha da tabela acima, de acordo com o método das chaves. Responda também quais as grandezas que estão apresentadas na situação?

7- Na tabela da questão 5, consta três letras que são: **n**, que representa a quantidade de grupos formado 4 pedrinhas, **r**, que representa o resto e **x**, a quantidade total de pedrinhas. Como podemos representar a quantidade total de pedrinhas em função das letras?

8- Determine cada item o que se pede:

- Se  $x = 53$ , qual o valor de  $n$ , se  $r = 1$ ?
- Se  $x = 123$ , qual o valor de  $r$ , se  $n = 30$ ?
- Se  $x = 80$ , quais os valores de  $n$  e  $r$ ?
- Se  $x = 90$ , quais os valores de  $n$  e  $r$ ?

9- Determine o quociente (valor de  $x$ ) substituindo os valores, conforme o exemplo:

- $x = 4 \cdot n + r$ , para  $n = 4$  e  $r = 1$ ; temos:  $x = 4 \cdot 4 + 1$ ; resposta:  $16 + 1 = 17$
- $x = 4 \cdot n + r$ , para  $n = 9$  e  $r = 3$
- $x = 4 \cdot n + r$ , para  $n = 10$  e  $r = 0$
- $x = 4 \cdot n + r$ , para  $n = 12$  e  $r = 2$
- $x = 4 \cdot n + r$ , para  $n = 23$  e  $r = 0$

10) Descubra que valor pode ser colocado no lugar de  $n$  para que esta igualdade seja verdadeira:

- $4 \cdot n = 20$
- $4 \cdot n = 48$
- $4 \cdot n + 1 = 13$
- $4 \cdot n + 1 = 25$

## **Contribuições.**

Pode-se abordar os aspectos históricos de surgimento : O jogo Fantan é usado há centenas de anos, sendo originado na China e transformação do jogo Fantan. Os exercícios propostos como sugestão utilizam os princípios de fluência e movimento, controle de quantidades, movimento da linguagem, aplicação de grandezas variáveis e permite ainda o processo de generalização do objeto de álgebra, conforme Panossian (2014).

Portanto, ao trabalhar com contagens de pedrinhas, agrupá-las, e outras ações, remetem ao surgimento dos primeiros registros feitos pelo homem, portanto está atrelado a uma necessidade humana, ou seja, a necessidade de controlar o movimento das quantidades, o que torna possível trabalhar os conhecimentos aritméticos como os princípios de contagem, números e grandezas, (objetos concretos). A partir de novas adaptações elaboradas, o Fantan passou a permitir a trabalhar com o movimento do controle de quantidades, ou seja, com o conhecimento algébrico, com abstrações, nesse caso amplia-se a proposta de trabalho, com a inserção de análises a partir dos conceitos de variáveis, pois permite trabalhar uma sequência que parte das noções da aritmética (controle do número) para a algébrica (controle da variação a partir do registro dos números).



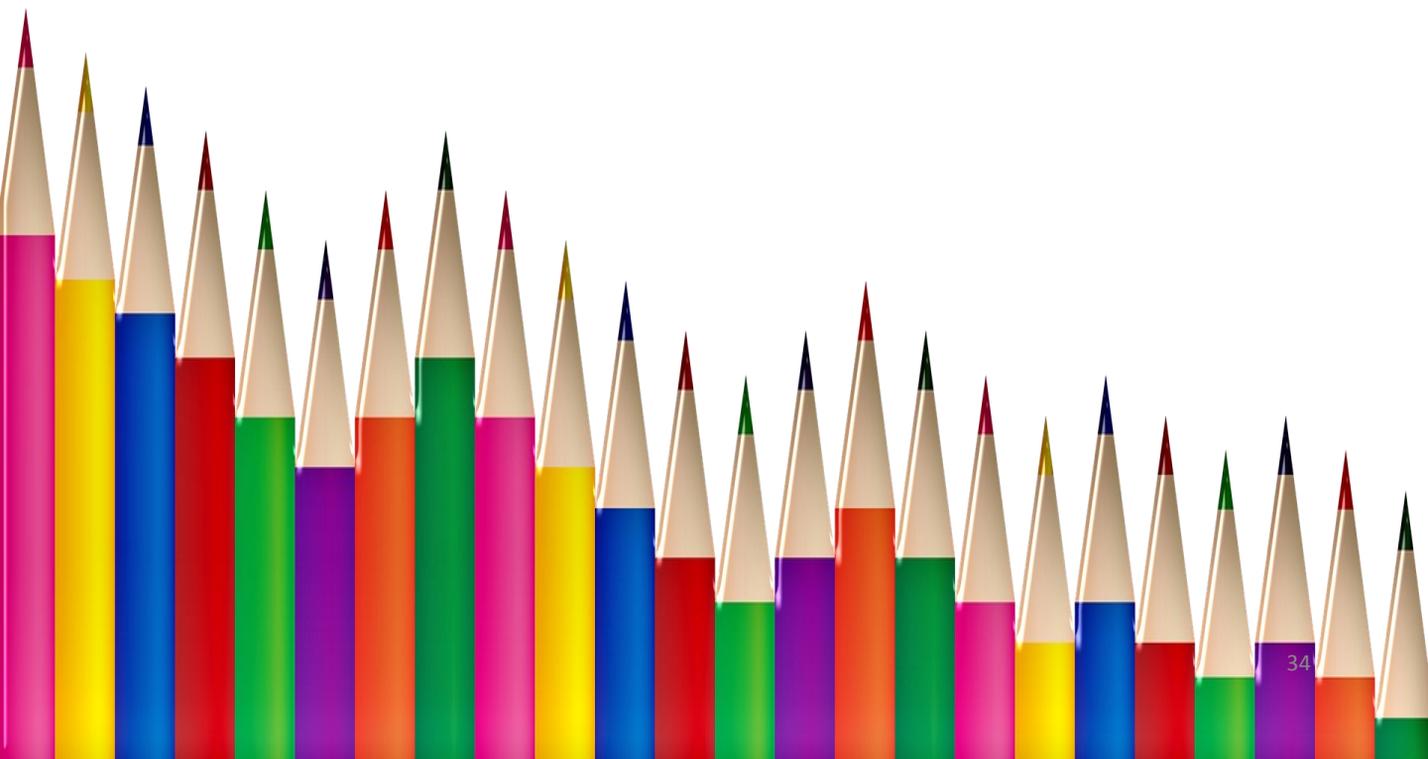
Nesse jogo é possível trabalhar com noções de grandezas variáveis: Quantidade de grupos de 4 pedrinhas ( $q$ ); a quantidade de fichas apostadas, Resto ( $r$ ), que é o campo de variação que vai do número 0 até o número 3, quer dizer, está dentro do conjunto dos números Naturais; na coluna Quantidade total de pedrinhas ( $t$ ) grandeza variável. Neste sentido se trabalha com os conceitos de variáveis, que no nosso caso estão representadas pelas letras  $q$ ,  $r$  e  $t$ . Variável como incógnita é possível trabalhar com os exercícios 8, 9 e 10, por exemplo, e trabalhar conceitos de equação, e das relações entre a quantidade de grupos de 4 pedrinhas e o total de pedrinhas. Essa relação, pode ser representada por símbolos. Nesse caso, os símbolos, devem ser orientados sobre a importância da universalização da simbologia. Trabalha com a variável letra, pois essa permite assumir o valor de incógnita, de parâmetro e de variável.

Percebe-se que o jogo Fantan, conforme descrito, segundo Marães e Panossian (2018, sem página), permite trabalhar “o conceito de variável identificando a relação entre as variáveis presente no jogo e a possibilidade de registrar simbolicamente a relação entre essas variáveis” trabalha com os nexos conceituais do objeto (internos e externos) da álgebra, pois trabalham a fluência, campo de variação e variável, ou seja, promove o pensamento teórico e dialético da álgebra.





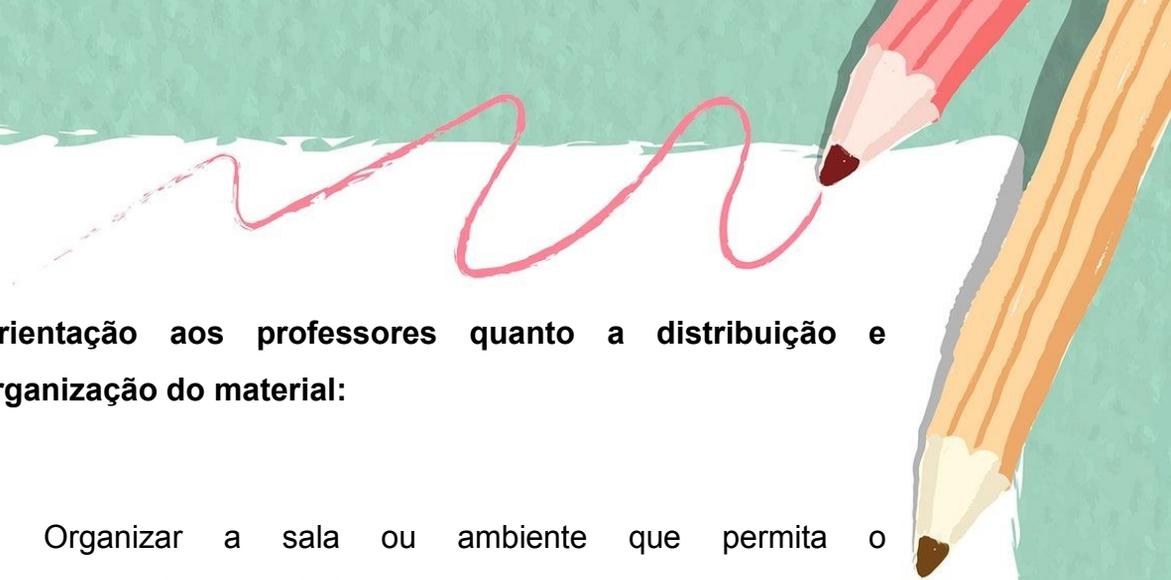
# JOGO PEGA VARETAS



## 4.2 JOGO PEGA VARETAS

Adaptação das obras: Sousa, Panossian e Cedro (2014); Marães e Panossian (2018).

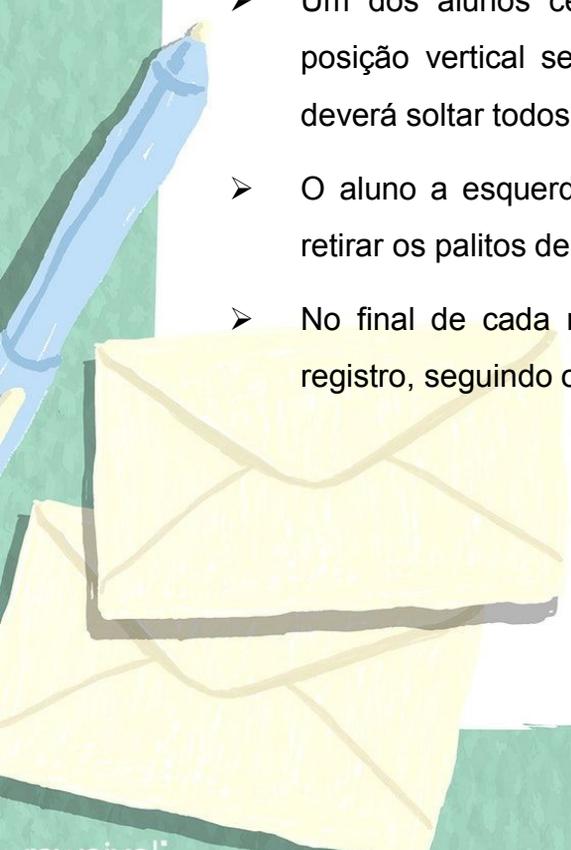
<b>Indicação/tempo:</b>	Essa situação desencadeadora de aprendizagem pode ser indicada aos alunos a partir do 5º ano Ensino Fundamental Tempo: 6 horas/aula.
<b>Conteúdo:</b>	Álgebra
<b>Objetivo Geral:</b>	Investigar as manifestações do pensamento e da linguagem algébrica.
<b>Objetivo específico:</b>	Compreender os conceitos de variável e representação simbólica.
<b>Materiais necessários: Para cada equipe de 2 a 3 jogadores.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Jogo de varetas, com 31 ou 41 varetas;</li><li>- Folha com as regras do jogo;</li><li>- Folha para registrar as atividades (pode ser em papel sulfite);</li><li>- Folha com as tabelas e as atividades.</li></ul>

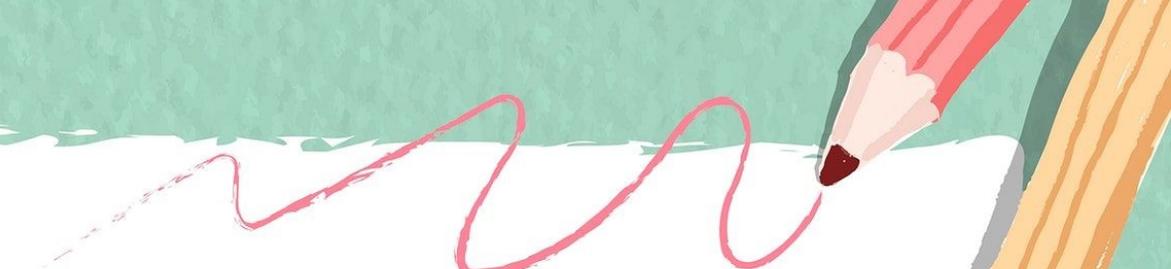


**Orientação aos professores quanto a distribuição e organização do material:**

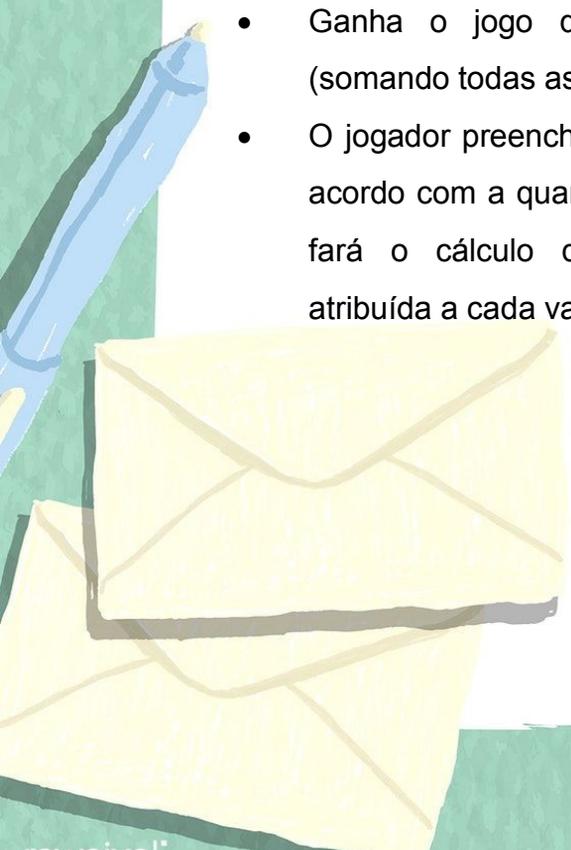
- Organizar a sala ou ambiente que permita o desenvolvimento do jogo;
- Distribuir os materiais para cada equipe;
- Passar as orientações para os alunos e as regras do jogo;
- Indica-se que no primeiro momento os jogadores apenas brinquem, joguem para compreender como funciona a dinâmica do jogo.

**Orientações aos alunos:**

- 
- Um dos alunos centraliza todos os palitos na mesa na posição vertical segurando com uma das mãos e depois deverá soltar todos os palitos abrindo a mão rapidamente;
  - O aluno a esquerda de quem soltou os palitos começa a retirar os palitos de acordo com as regras do jogo;
  - No final de cada rodada devem ser registrados na folha registro, seguindo o modelo abaixo.



### Regras do jogo:

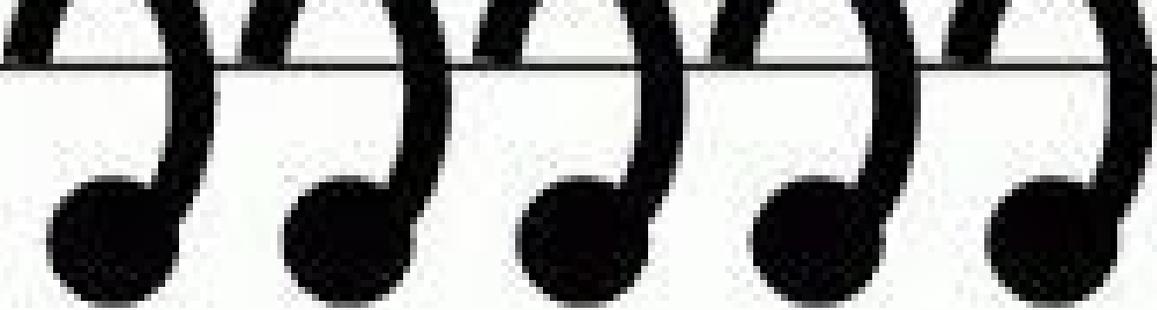
- Serão 2 ou 3 rodadas dependendo do número de jogadores em cada grupo. Se forem grupos com 2 alunos, 2 rodadas, e se forem com três alunos, 3 rodadas. Assim, todos terão a sua vez em soltar as varetas e iniciar o jogo.
  - O jogador mais novo inicia o jogo, e o próximo será o colega que estiver a sua esquerda. O jogo se movimentará no sentido horário até que chegue ao jogador iniciante.
  - O objetivo é retirar as varetas uma de cada vez sem movimentar ou mexer outras varetas. Caso isso ocorra o jogador deve soltar a que se moveu a vez será do outro jogador.
  - Se algum jogador retirar a vareta de cor preta pode usá-la como apoio ou instrumento para retirar as outras varetas.
  - O jogo termina quando todas as varetas forem retiradas.
  - Ganha o jogo quem tiver a maior pontuação final (somando todas as pontuações de cada cor).
  - O jogador preencherá a tabela de registro de rodadas de acordo com a quantidade de varetas de cada cor. Depois fará o cálculo de pontos observando a pontuação atribuída a cada vareta.
- 

... e Pontos

<b>Pt =</b>	<b>Preto</b>	25 pontos
<b>Vm =</b>	<b>Vermelho</b>	10 pontos
<b>Az =</b>	<b>Azul</b>	5 pontos
<b>Vd =</b>	<b>Verde</b>	2 pontos
<b>Am =</b>	<b>Amarelo</b>	1 ponto

**Tabela para registrar a atividade:**

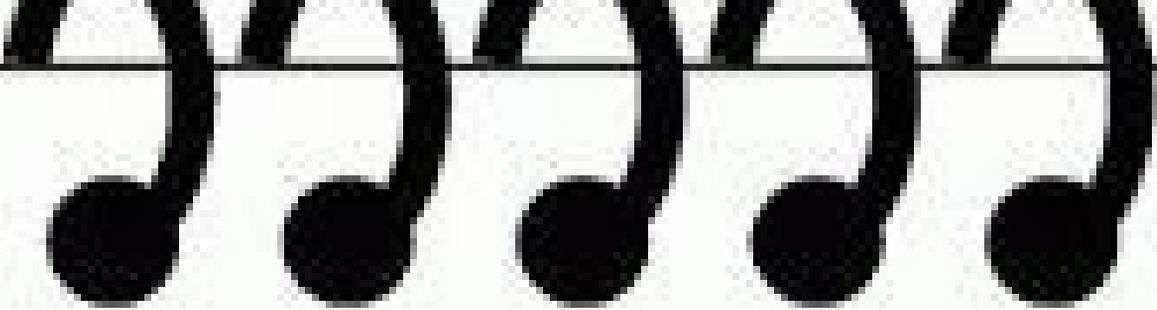
<b>Roda da</b>	<b>Jogadores</b>	<b>Pt</b>	<b>Vm</b>	<b>Az</b>	<b>Vd</b>	<b>Am</b>	<b>Pontuação Final (total)</b>
<b>1ª</b>							
<b>2ª</b>							
<b>3ª</b>							



### Perguntas:

- 1) Quais operações são realizadas para descobrir a pontuação total de cada rodada?
- 2) Qual seria a pontuação final de um aluno que tivesse retirado 2 varetas vermelhas, 3 varetas verdes e 4 amarelas, de acordo com a tabela de pontuação?
- 3) Agora, imagine a mesma situação da questão 2, mudando o valor da vareta verde para 4 pontos. Vai mudar o resultado final?
- 4) Voltando a questão 3, se o final do resultado mudou, explique o por quê ele mudou.
- 5) Se mudarmos ou variarmos o valor da pontuação de cada cor de vareta o que acontecerá com a pontuação final?
- 6) Posso dizer então, que se variarmos a pontuação referente a cor de cada vareta a pontuação final terá outro valor?
- 7) Que grandezas interferem na pontuação final?
- 8) Represente a pontuação final das seguintes rodadas de determinado jogador, usando os símbolos indicados, usando a tabela de pontos inicial.

Rodada	Pt (a)	Vm (b)	Az (c)	Vd (d)	Am (e)	Pontuação Final
1 <sup>a</sup>	1	4	3	3	5	
2 <sup>a</sup>	0	3	2	4	6	



9) Qual seria o valor da sua pontuação final em cada caso:

A)  $3b + 4c + 5d$

B)  $1a + 2b + 3d$

C)  $4b + 2c + 4d + 5e$

10) Quantas varetas da cor verde um jogador retirou para ter uma pontuação final de 40 pontos se já retirou  $2b + 1c + 3e$ ?

11) Quantas varetas da cor vermelha um jogador retirou para ter uma pontuação final de 88 se já retirou  $1a + 3c + 4d$ ?

12) Quantas varetas da cor azul um jogador retirou para ter uma pontuação final de 69 se já retirou  $4b + 3d + 8e$ ?

## **Contribuições:**

O jogo Pega varetas também está atrelado a necessidade humana de controlar o movimento das quantidades, sendo possível de trabalhar com os conhecimentos aritméticos como os princípios de contagem, números e grandezas, (objetos concretos). Ao ser adaptado, o Pega Varetas passou a permitir trabalhar com o movimento do controle de quantidades, ou seja, com o conhecimento algébrico, com as abstrações.

Nesse jogo é possível trabalhar com conceito de variabilidade, tomada de consciência sobre a fluência, o movimento de grandezas quantitativas e qualitativas, possíveis de serem trabalhadas as questões 1 até a questão 08, por exemplo.

Também é possível compreender que o movimento das grandezas pode ser representado por diferentes formas de linguagem, oralidade, palavra escrita e a linguagem matemática, como o caso dos registros das questões 9 a 12, por exemplo. Nesses exercícios, podem ser usados a retórica, sincopada e a simbólica (formato atual do conhecimento algébrico).

Permite trabalhar com o pensamento teórico generalizado por permitir o registro por esquemas, expressões ou formulas algébricas. Nessa atividade, desde as questões iniciais, é possível abordar a necessidade de generalização como forma de facilitar a resolução de problemas.



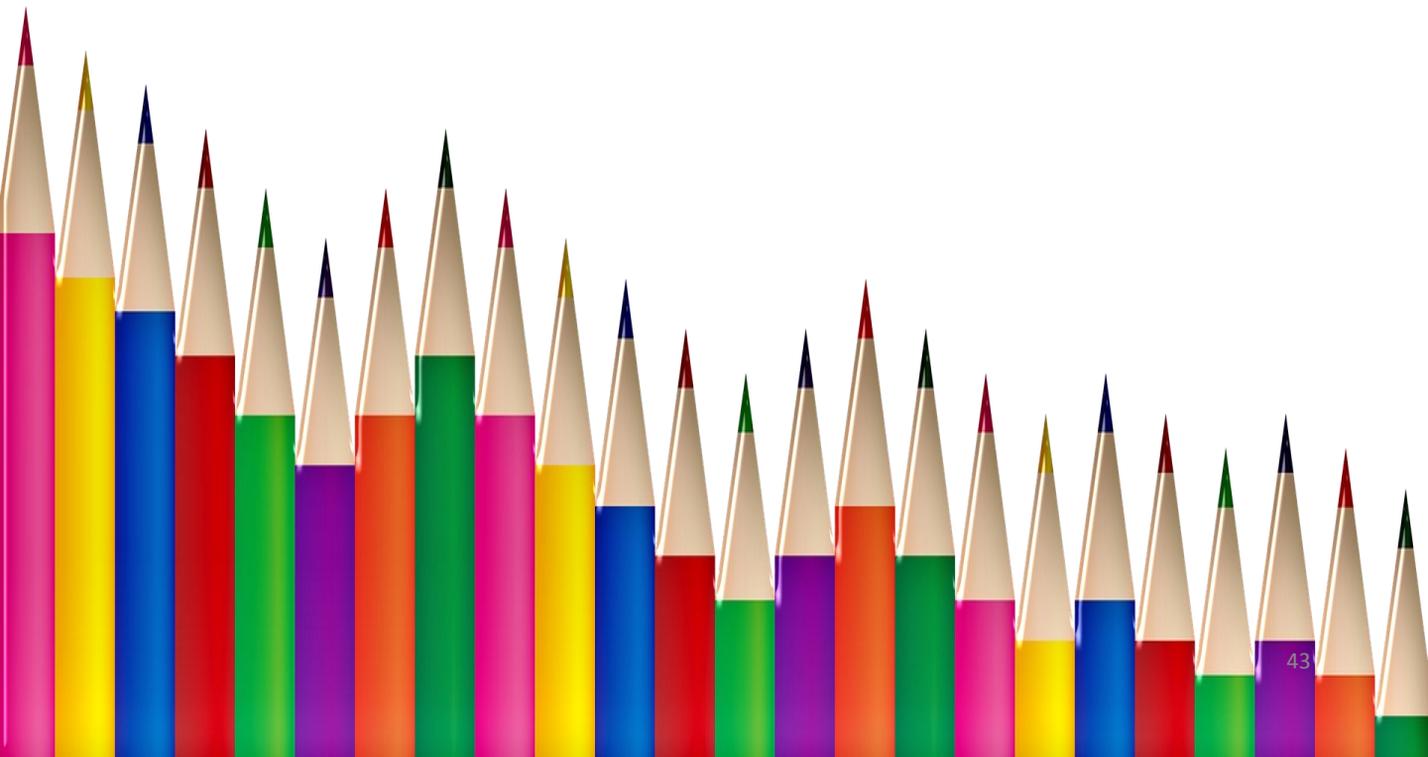
Percebe-se que o jogo Pega Varetas, assim como o jogo Fantan, também permite trabalhar os conceitos de variabilidade e movimento das grandezas, além disso trabalha com os nexos conceituais do objeto (internos e externos) da álgebra, e os princípios da constituição do objeto de ensino de álgebra, proposto por Panossian (2014), pois trabalham a fluência, movimento, linguagem, grandezas variáveis e generalização.

Nesse jogo, os alunos podem compreender como esse conteúdo pode surgir de uma necessidade social concreta (quantidade de palitos), se desenvolveu e formou abstrações (valores vinculados a cor dos palitos), além disso, nos exercícios 9 até o 12, percebe-se que ocorreu uma participação vinculada no processo reflexivo-ativo-explicativo (SOUSA, 2018), no que se refere ao objeto da álgebra simbólica “reflete diversos aspectos substanciais, conexões, relações em sua vinculação interna com os conceitos de número, movimento e aspectos geométricos” (SOUSA, 2018 p.55).





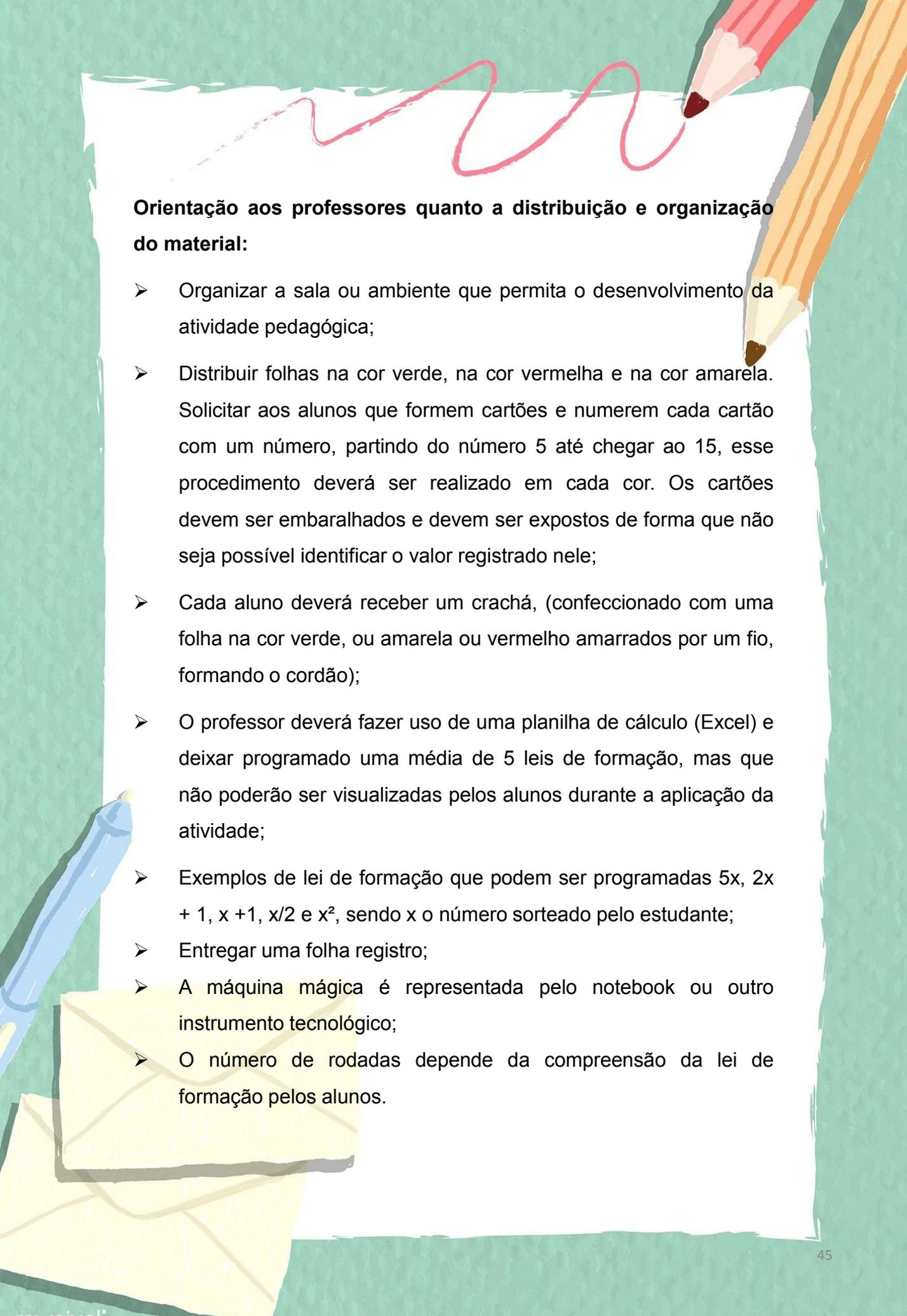
# MÁQUINA MÁGICA



### 4.3 MÁQUINA MÁGICA

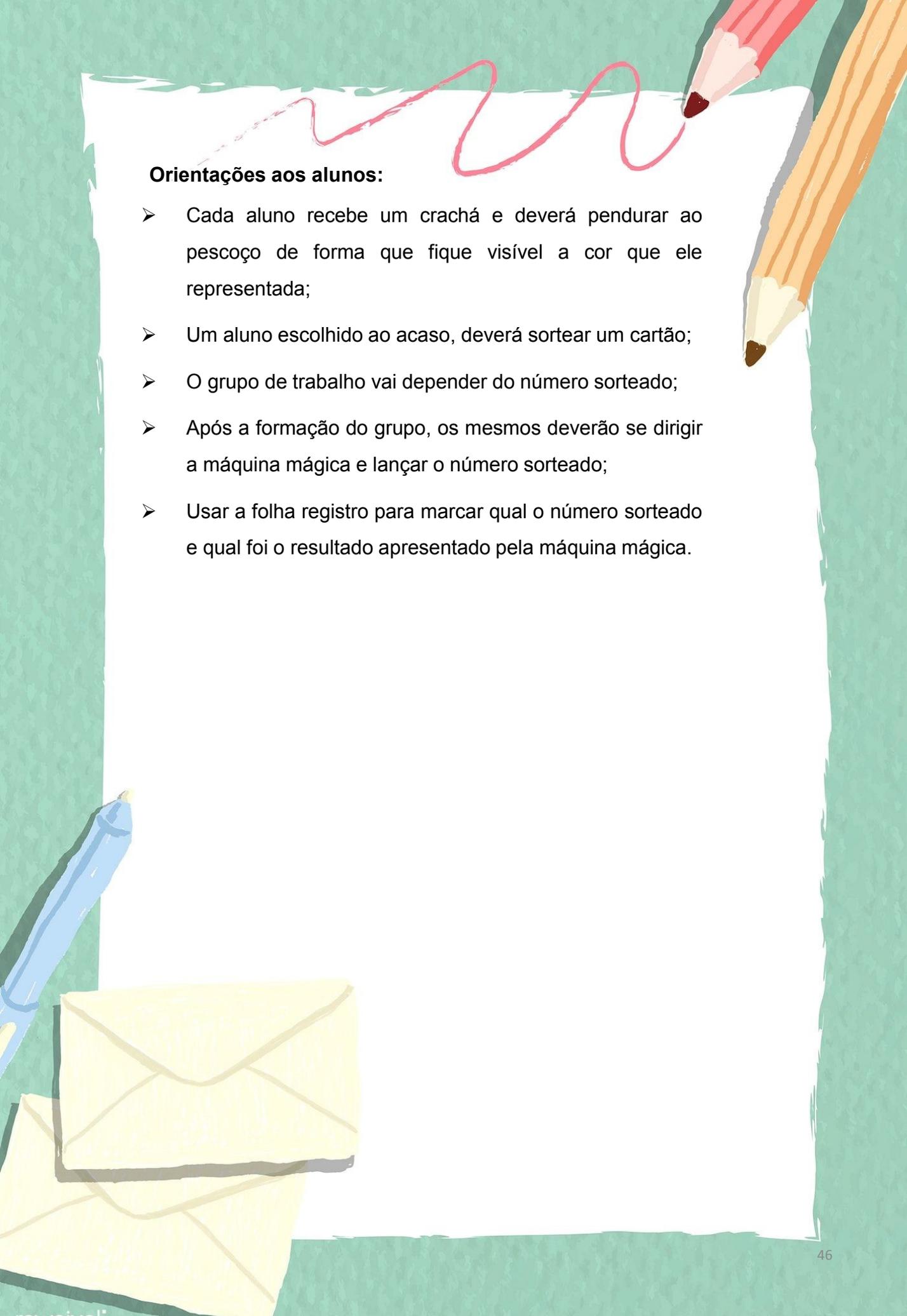
Adaptação das obras: Oliveira e Cedro (2016); Oliveira e Cedro (2018)

<b>Indicação/tempo:</b>	Essa situação desencadeadora de aprendizagem pode ser indicada aos alunos do 6º ano Ensino Fundamental Tempo: 4 horas/aula.
<b>Conteúdo:</b>	Álgebra
<b>Objetivo Geral:</b>	Possibilitar a compreensão do movimento nas ações dos sujeitos e as manifestações do pensamento.
<b>Objetivo específico:</b>	Compreender a ideia de variável e a relação de dependência entre as variáveis
<b>Materiais necessários:</b> <b>A quantidade de equipes dependerá do número de alunos na sala e das combinações na formação dos grupos</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Cartolina, ou EVA ou sulfite colorida nas cores vermelho, verde e amarelo;</li><li>- Cordão ou novelo;</li><li>- Caneta ou canetinha;</li><li>- Um notebook ou tecnologia que comporte uma planilha de cálculo;</li><li>- Folha para registrar as atividades (pode ser em papel sulfite).</li></ul>



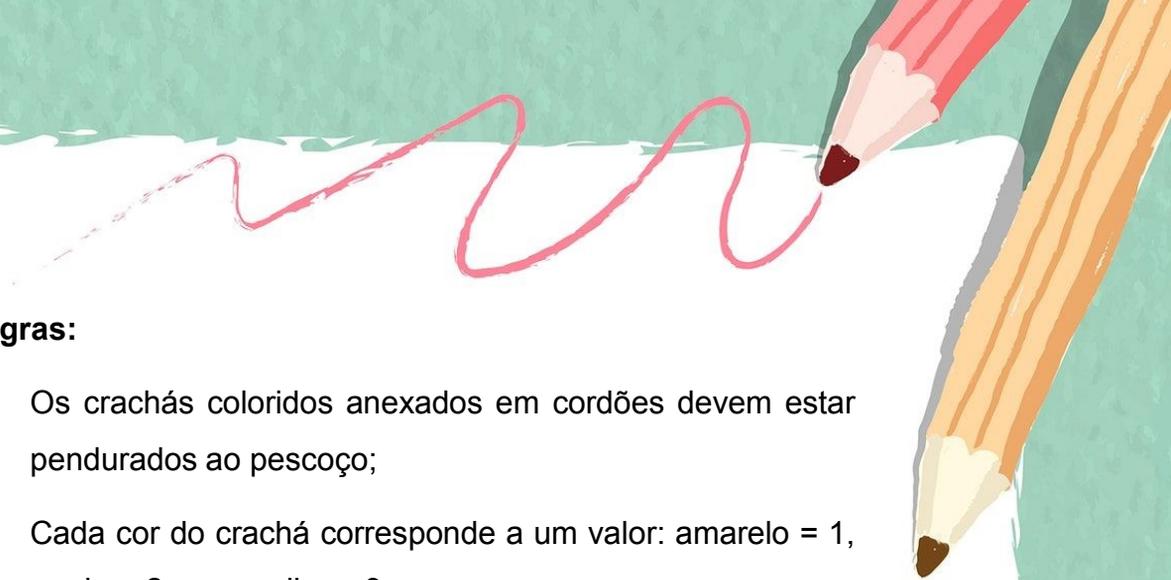
### **Orientação aos professores quanto a distribuição e organização do material:**

- Organizar a sala ou ambiente que permita o desenvolvimento da atividade pedagógica;
- Distribuir folhas na cor verde, na cor vermelha e na cor amarela. Solicitar aos alunos que formem cartões e numerem cada cartão com um número, partindo do número 5 até chegar ao 15, esse procedimento deverá ser realizado em cada cor. Os cartões devem ser embaralhados e devem ser expostos de forma que não seja possível identificar o valor registrado nele;
- Cada aluno deverá receber um crachá, (confeccionado com uma folha na cor verde, ou amarela ou vermelho amarrados por um fio, formando o cordão);
- O professor deverá fazer uso de uma planilha de cálculo (Excel) e deixar programado uma média de 5 leis de formação, mas que não poderão ser visualizadas pelos alunos durante a aplicação da atividade;
- Exemplos de lei de formação que podem ser programadas  $5x$ ,  $2x + 1$ ,  $x + 1$ ,  $x/2$  e  $x^2$ , sendo  $x$  o número sorteado pelo estudante;
- Entregar uma folha registro;
- A máquina mágica é representada pelo notebook ou outro instrumento tecnológico;
- O número de rodadas depende da compreensão da lei de formação pelos alunos.



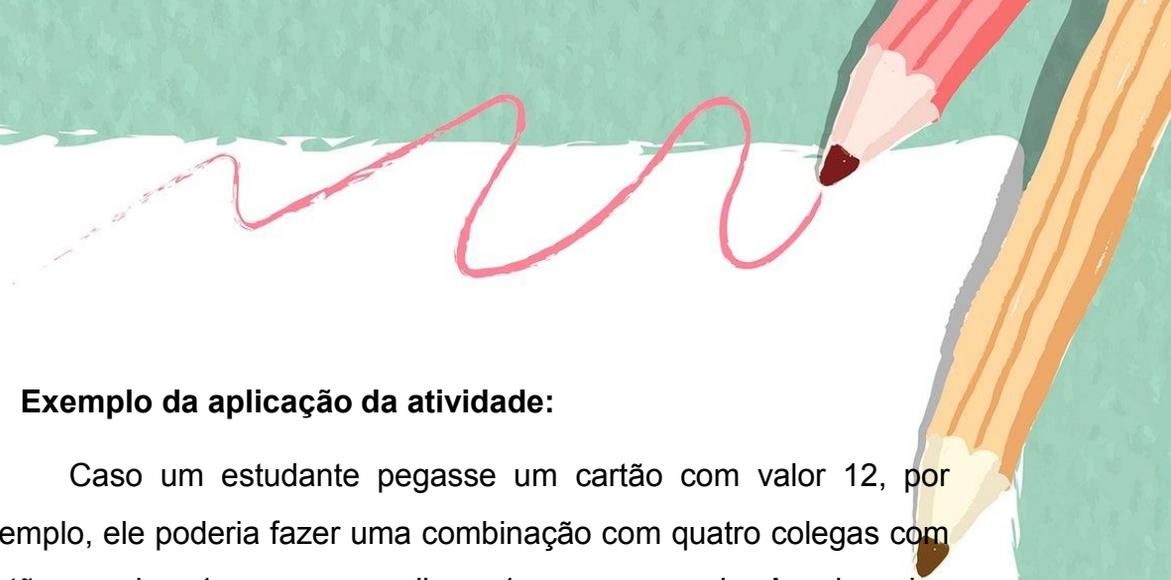
### **Orientações aos alunos:**

- Cada aluno recebe um crachá e deverá pendurar ao pescoço de forma que fique visível a cor que ele representada;
  - Um aluno escolhido ao acaso, deverá sortear um cartão;
  - O grupo de trabalho vai depender do número sorteado;
  - Após a formação do grupo, os mesmos deverão se dirigir a máquina mágica e lançar o número sorteado;
  - Usar a folha registro para marcar qual o número sorteado e qual foi o resultado apresentado pela máquina mágica.
- 



## Regras:

- Os crachás coloridos anexados em cordões devem estar pendurados ao pescoço;
  - Cada cor do crachá corresponde a um valor: amarelo = 1, verde = 2 e vermelho = 3;
  - Com esses cordões, as crianças devem estabelecer combinações de cores, cuja soma dos algarismos seja correspondente ao valor sorteado nos cartões numerados;
  - As crianças, que formam a combinação deverão ficar em pé diante do restante do grupo, até que todos concordassem com a combinação;
  - Montada a sequência correta, o valor sorteado deve ser lançado na “máquina mágica” (computador) pela criança que sorteou o cartão numerado, esse deverá apertar o botão *enter*;
  - Um novo número deverá surgir na tela do computador e os estudantes deveram encontrar explicações para a mudança do valor.
- 



### **Exemplo da aplicação da atividade:**

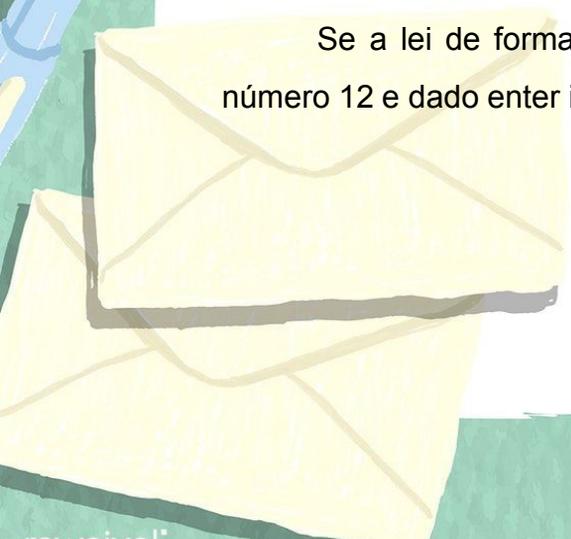
Caso um estudante pegasse um cartão com valor 12, por exemplo, ele poderia fazer uma combinação com quatro colegas com cartões verdes, 1 com o vermelho e 1 com o amarelo. A ordem dos cartões é irrelevante, pois não altera o valor resultante.

Para encontrar o resultado 12, o aluno precisa se relacionar com 4 crianças que representam os cartões verdes que tem valor 2, assim  $4 \times 2 = 8$ ), como o resultado não foi o 12, precisa se relacionar também com 1 criança que representa o cartão vermelho que tem valor 3 ( $1 \times 3 = 3$  somando  $8 + 3 = 11$ ), ainda não resulta o valor sorteado, então precisa se relacionar com 1 criança que representa a cor amarela que tem o valor 1 ( $1 \times 1 = 1$  somando  $8 + 3 + 1 = 12$ ).



As seis crianças representadas pela associação das cores (4 verdes, 1 vermelha e 1 amarela) juntamente com o aluno que recebeu o cartão 12, formam um grupo que permanecem em pé, próximo a “Máquina mágica”.

Agora devem lançar o número 12 na Máquina mágica (notebook) e dar enter, e nela surgirá um novo número, de acordo com a lei de formação programada pelo professor.



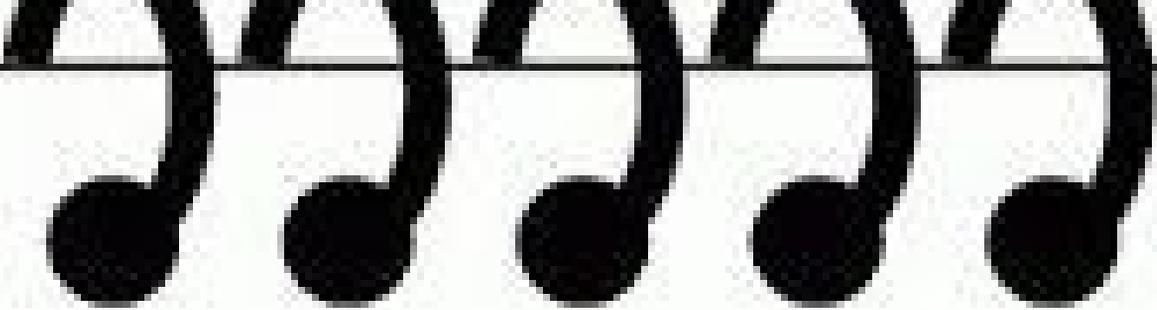
Se a lei de formação selecionada for o 5x, ao ser lançado o número 12 e dado enter irá surgir na tela o número 60.

### Perguntas:

1. O que aconteceu para aparecer um novo número?
2. Pode mudar o valor digitado no computador que sejam menores que 5 e maiores que 15?
3. É possível encontrar uma maneira de deixar registrado o funcionamento da máquina mágica Como pode ser representada uma lei de formação?
4. Sabendo a lei de formação registrada na máquina mágica, que foi responsável pelo surgimento do número 60 ao ser lançado o número 12, é possível encontrar o número sorteado no cartão se for encontrado o número 35 na tela da máquina mágica?



Fonte: Oliveira e Cedro (2018) p.157



As imagens mostram as crianças em pé diante do restante do grupo, como exemplificado na figura 1, até que todos concordem com a combinação. Montada a sequência correta, o valor sorteado deve ser lançado na “máquina mágica” (computador) pela criança da vez e está aberta o botão *enter*, como exemplificado na figura 2.

### Máquina Mágica



Fonte: Oliveira e Cedro (2018) p.158

### **Contribuições:**

A Máquina mágica foi desenvolvida com a intenção de trabalhar com as crianças, a ideia da relação de dependência, dos conceitos de variáveis, que pudessem estabelecer as primeiras relações e, ou leis de formação de uma função. Aqui são utilizados os conceitos de variável. Nesse caso, porém, a ideia não é trabalhar com a linguagem formal, mas sim, uma linguagem condizente as crianças, que traga um sentido, um significado a aquilo que se está sendo proposto, que é apropriação dos nexos conceituais da álgebra.

A Máquina mágica permite trabalhar o início de um processo de generalização da linguagem simbólica algébrica das abstrações. A generalização, que nessa atividade é ainda empírica, pode ocorrer quando o aluno possui melhor conhecimento do conceito de variável, o que permite que esse conceito se materialize no conceito de função, ou seja, que o conceito passe a ser reconhecido no movimento do pensamento no indivíduo, fazendo-os perceber as relações de dependências entre as variáveis e também da presença de valores estáveis.

Segundo Oliveira e Cedro (2018), a atividade proposta resultou “em um processo de generalização empírico propiciado pela organização de ensino. As manifestações orais e escritas demonstram um ensino ainda pautado em empirismo caracterizado pelo aspecto da lógica-formal”. (OLIVEIRA E CEDRO, 2018, p.160).



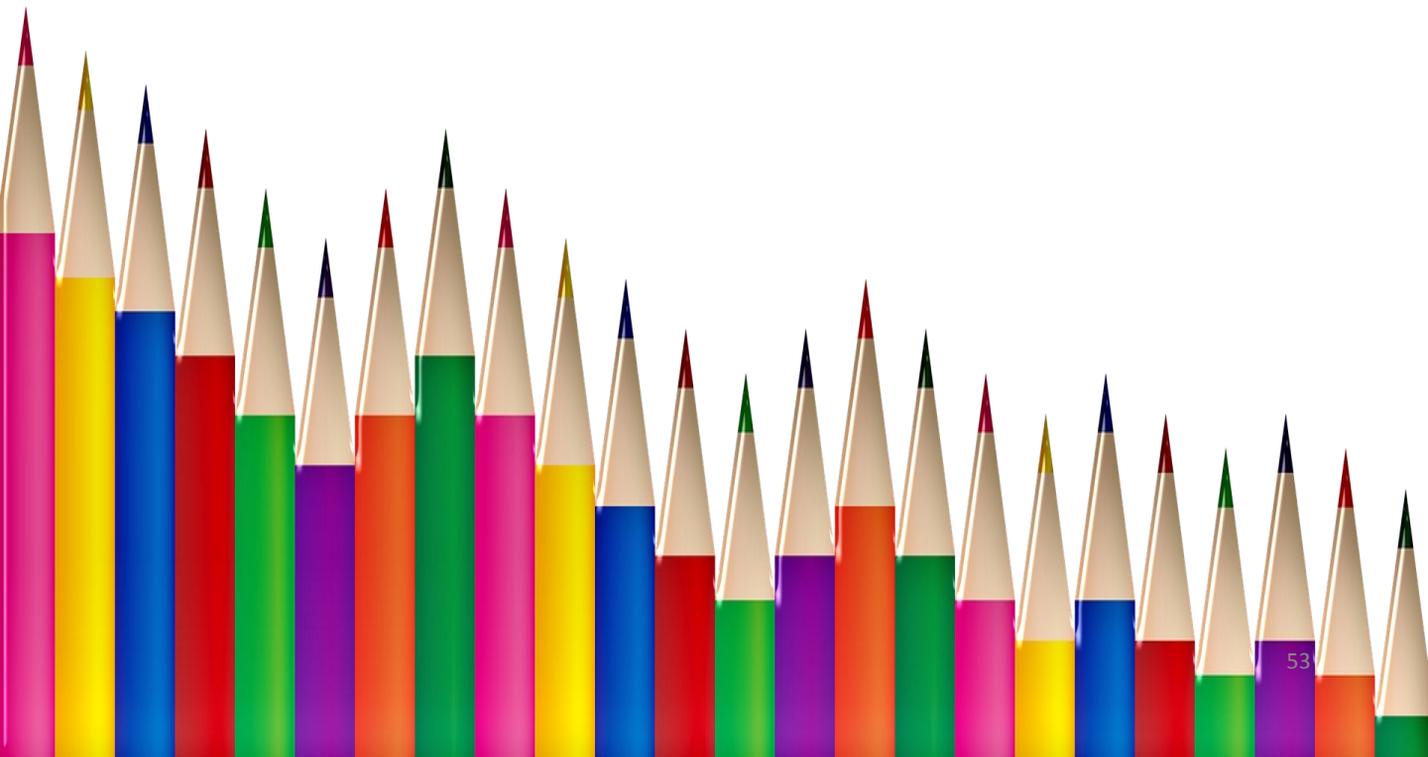
A Máquina mágica propicia a apropriação dos nexos conceituais e da generalização e formação dos conceitos algébricos, pois pode se dizer que apropriação do significado de um símbolo possa permitir a formação de estruturas de generalização que estão atreladas ao pensamento teórico algébrico, conforme aponta Sousa, Panossian e Cedro (2014).

Nessa SDA, percebe-se a constituição do ensino de álgebra defendido por Sousa (2004) e Panossian (2014), ao trabalhar com os conceitos de variável historicamente constituído, com a proposta das equações inseridas no computador, assim como as possíveis formas de registro de soluções pelos alunos, ou seja, é possível verificar o movimento da linguagem e os modos de resolução de problemas.





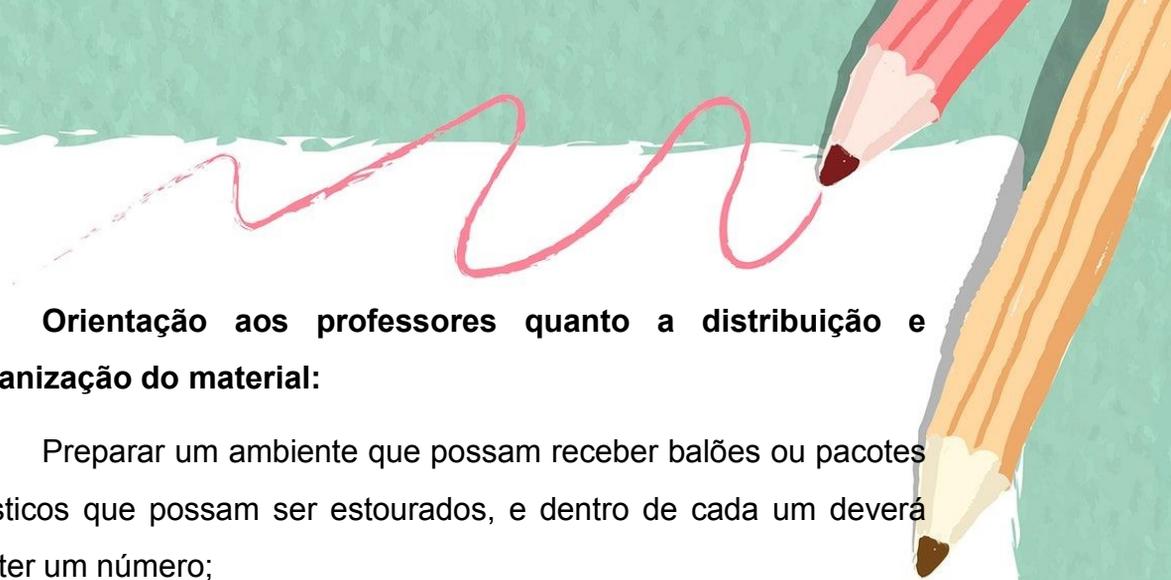
# NA BOCA DO BALÃO



#### 4.4 NA BOCA DO BALÃO

Adaptação da obra: Oliveira e Cedro (2016)

<b>Indicação/tempo:</b>	Essa situação desencadeadora de aprendizagem pode ser indicada aos alunos a partir do 2º ano Ensino Fundamental. Tempo: 4 horas/aula.
<b>Conteúdo:</b>	Álgebra
<b>Objetivo Geral:</b>	Possibilitar a compreensão do movimento nas ações dos sujeitos e as manifestações do pensamento orais ou escritos.
<b>Objetivo específico:</b>	Perceber os princípios variantes e invariantes e a compreensão de equivalência associado ao conceito de equação.
<b>Materiais necessários: formação de grupos até 3 crianças</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Envelopes;</li><li>- Lápis e borracha;</li><li>- Folha para registrar as atividades;</li><li>- Balões ou sacos plásticos.</li></ul>

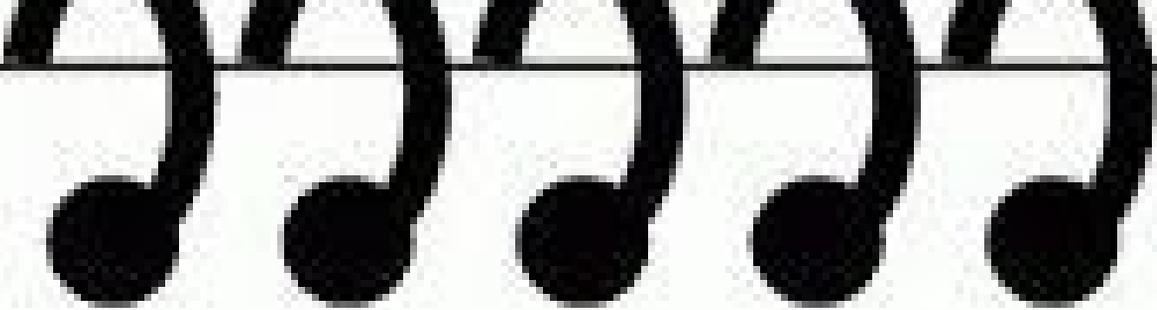


**Orientação aos professores quanto a distribuição e organização do material:**

- Preparar um ambiente que possam receber balões ou pacotes plásticos que possam ser estourados, e dentro de cada um deverá conter um número;
- Distribuir para grupo um envelope contendo uma tira de atividade com uma equação e nela a incógnita deverá ser representada pelo desenho de um balão.

**Orientações aos alunos:**

- Cada grupo recebeu uma carta, dentro dela tem um mistério, que é representado por um balão;
  - Para descobrir o valor misterioso, a equipe deverá estourar três balões e pegar o número que está dentro dele e registrar na tira;
  - Depois, em grupo, deverão usar os números encontrados e verificar se a “conta” deu certo;
  - Um aluno deverá fazer os registros.
- 



### Exemplo para o desenvolvimento:

O grupo de crianças, recebe uma carta contendo uma equação, em que contem a ilustração de um balão no lugar da variável, por exemplo, “**balão + 3 = 12**”. As crianças deverão encontrar uma possível solução para a equação meio dos valores dispostos dentro de balões, espalhados no ambiente escolar.

Modelo da tira encontrada na carta:

<b>Ficha 1:</b>		
<b>Palpite para o valor do balão:</b>		
<b>Balão 1</b> Valor do balão: _____	<b>Balão 2</b> Valor do balão: _____	<b>Balão 3</b> Valor do balão: _____
<b>Valor correto do Balão:</b>		

Fonte: Oliveira e Cedro (2016) p.8

### Perguntas:

- 1 – Quem sabe dizer qual é o objetivo do jogo?
- 2 - Na carta que vocês receberam tinha um mistério. Para resolver o mistério, qualquer balão que vocês escolhessem daria a resposta correta?
- 3 – Quando encontrado o número dentro do balão, podiam usar ele de qualquer maneira? E o restante da conta mudava?

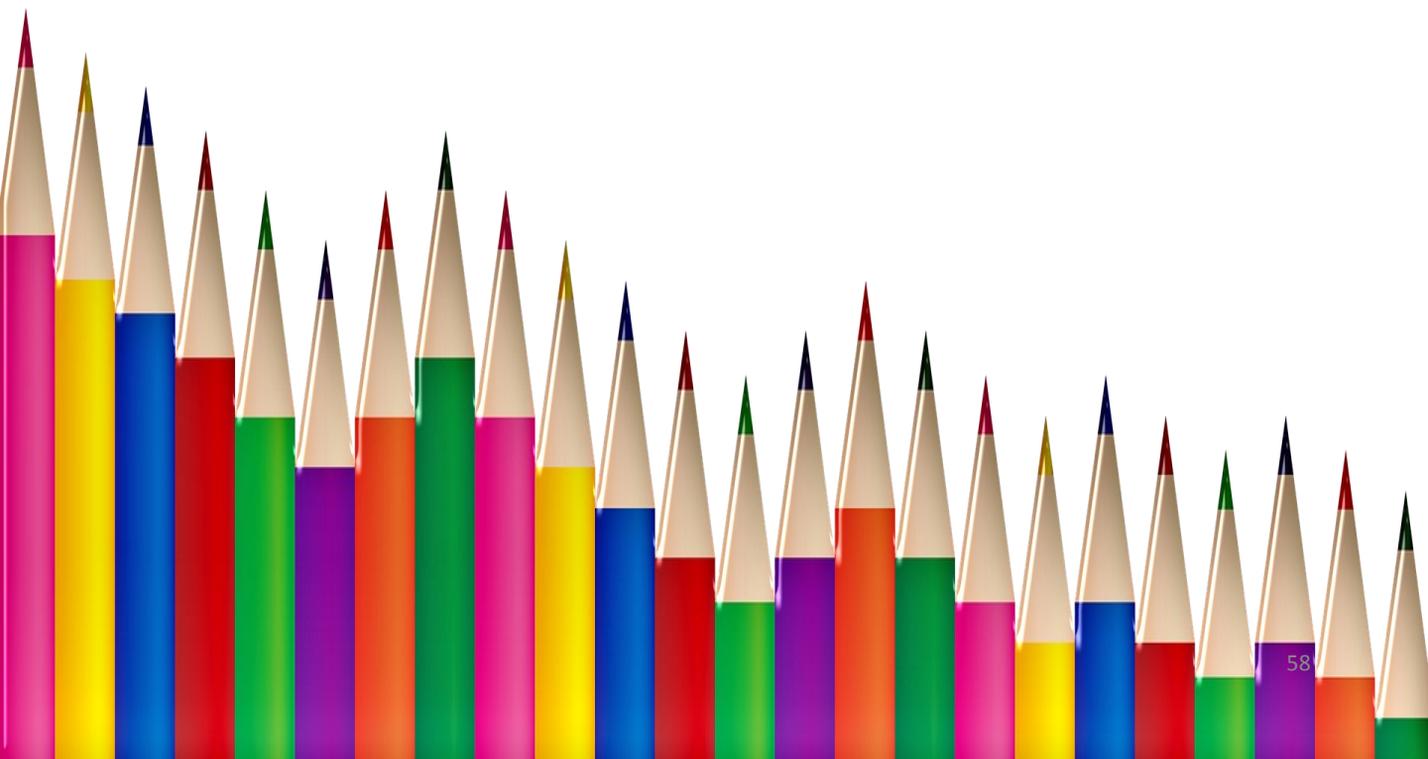
### **Contribuições:**

A boca do balão tem como meta a percepção dos aspectos invariantes em contraste com outros que variam e compreendam o princípio de equivalência associado ao conceito de equação, segundo os autores Oliveira e Cedro (2016). Ainda de acordo com os autores, os aspectos invariantes, são as constantes das sentenças, e as variantes são as variáveis, enquanto a igualdade refere-se ao princípio de equivalência. Nesse caso, trabalha-se com a variável letra que pode assumir como o papel de incógnita relacionada à equação. Percebe-se também o uso dos símbolos (balão), como variação de grandezas.





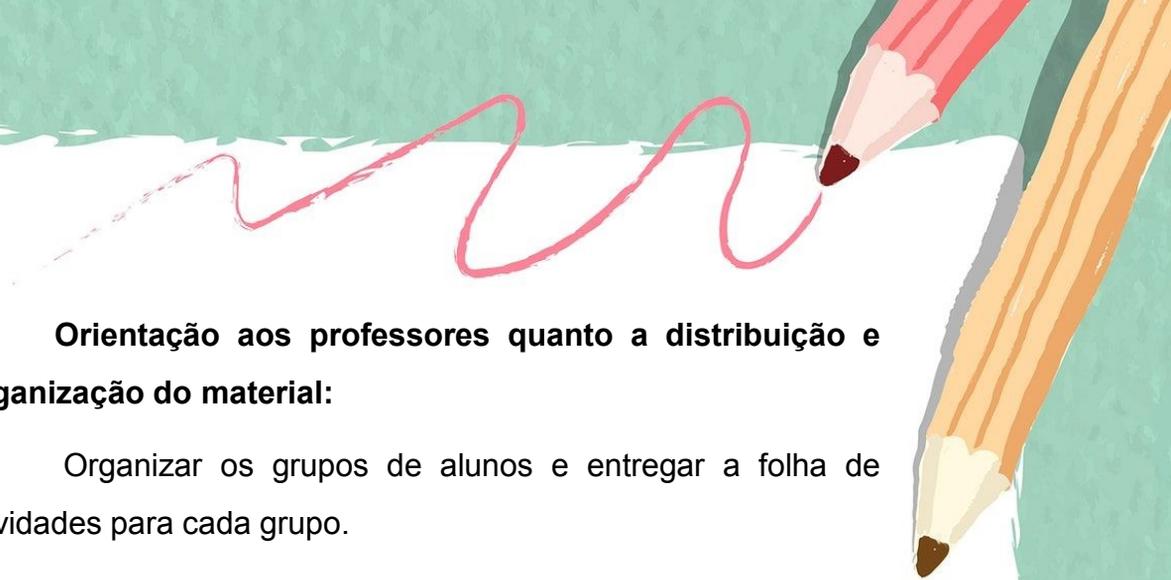
# COMPRA E VENDA NA CANTINA



#### 4.5 COMPRA E VENDA NA CANTINA

Adaptação da obra: **Marães e Panossian (2018)**.

<b>Indicação/tempo:</b>	Essa situação desencadeadora de aprendizagem pode ser indicada aos alunos a partir do 5º ano Ensino Fundamental Tempo: 4 horas/aula.
<b>Conteúdo:</b>	Álgebra
<b>Objetivo Geral:</b>	Possibilitar a compreensão do movimento nas ações dos sujeitos e as manifestações do pensamento orais ou escritos.
<b>Objetivo específico:</b>	Trabalhar grandezas e conceitos de variáveis, variáveis dependentes e independentes.
<b>Materiais necessários: formação de grupos até 4 crianças</b>	- Lápis e borracha; - Folha para registrar as atividades.
	- Cartolina, ou EVA ou sulfite colorida nas cores vermelho, verde e amarelo; - Cordão ou novelo; - Caneta ou canetinha; - Um notebook ou tecnologia que comporte uma planilha de cálculo; - Folha para registrar as atividades (pode ser em papel sulfite);



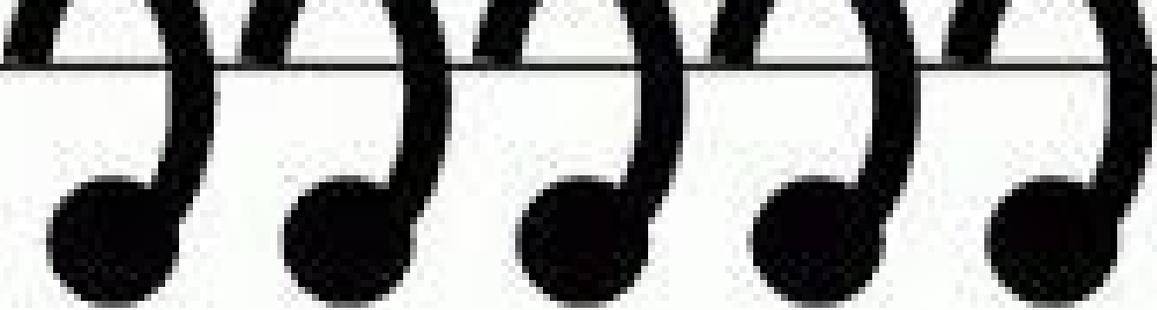
**Orientação aos professores quanto a distribuição e organização do material:**

- Organizar os grupos de alunos e entregar a folha de atividades para cada grupo.

**Orientações aos alunos:**

- Cada equipe deverá ler e responder as questões dispostas na folha de atividades.





### Exemplos de Atividades e Perguntas:

A tabela abaixo representa os preços cobrados na cantina comercial da escola:

<b>Produto</b>	<b>Preço (R\$)</b>
Pão de queijo	2,50
Esfirra	4,50
Chá	3,00
Suco	3,00
Bombom	4,50

1) Escreva o valor gasto em cada situação abaixo, se um aluno comprasse:

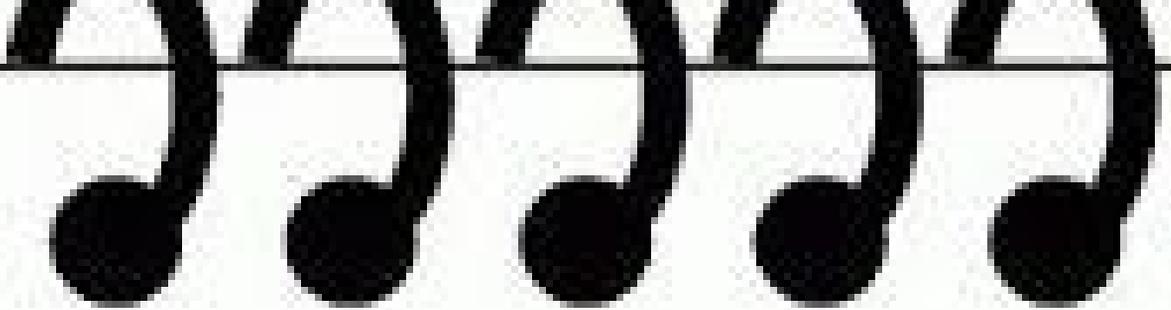
- A) Um pão de queijo e um chá.
- B) Uma esfirra, um suco, um bombom.
- C) Dois pães de queijo, uma esfirra, um suco e dois bombons.

2) Se o aluno ganhasse R\$ 25,00 para gastar na cantina o que poderia comprar com esse valor?

3) Complete as tabelas abaixo:

a)

<b>Pão de queijo</b>	<b>Preço (R\$)</b>
1	
2	
3	
4	
5	
P	



b)

<b>Pão de queijo</b>	<b>Chá</b>	<b>Valor pago (R\$)</b>
1	1	
	2	7,00
3		14,50
4	4	
p	c	

4) Analisando as tabelas da questão 3 é possível encontrar uma lei de formação?

5) Quais grandezas estão envolvidas nessas tabelas?

## Contribuições:

A SDA Compra e Venda na Cantina, representa uma situação do cotidiano em que é possível trabalhar com o reconhecimento de grandezas, como exemplo, a quantidade de produtos que serão comprados, identificar as variáveis dependentes e independentes, a ideia de função, a relação de dependência entre as variáveis, no caso, mostrar que o preço a pagar depende da quantidade de produtos permite ainda identificar uma equação, resolvê-la, trabalhar com estimativas, soluções de equações e inequações através de tentativas, entre outras.

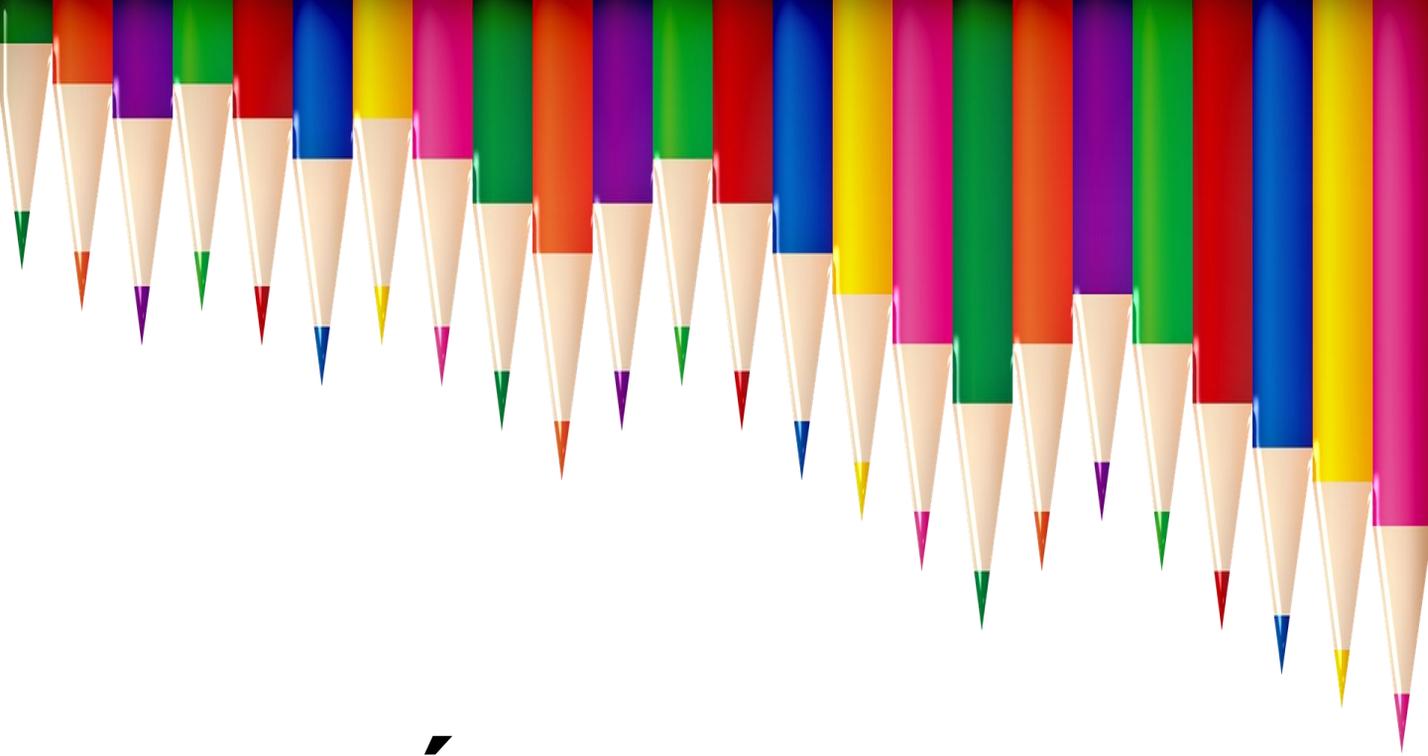
Essa situação do cotidiano permite trabalhar com os conceitos da álgebra não simbólica, que são os exercícios que podem ser propostos a partir da álgebra retórica, que são apenas uso de palavras, sem nenhum tipo de símbolo, nem mesmo os operacionais da matemática, a álgebra sincopada que é o uso da abreviação de palavras e nesse caso a álgebra simbólica. A compreensão do conteúdo algébrico se dá a partir das mediações da compreensão da álgebra não simbólica com a álgebra simbólica.

Essa SDA, representada por uma situação do cotidiano, “Compra e venda na cantina” recorre a nexos conceituais, defendido por Panossian (2014) que são designados como fluência e movimento, controle de quantidades, movimento da linguagem, aplicação de grandezas variáveis e processo de generalização.

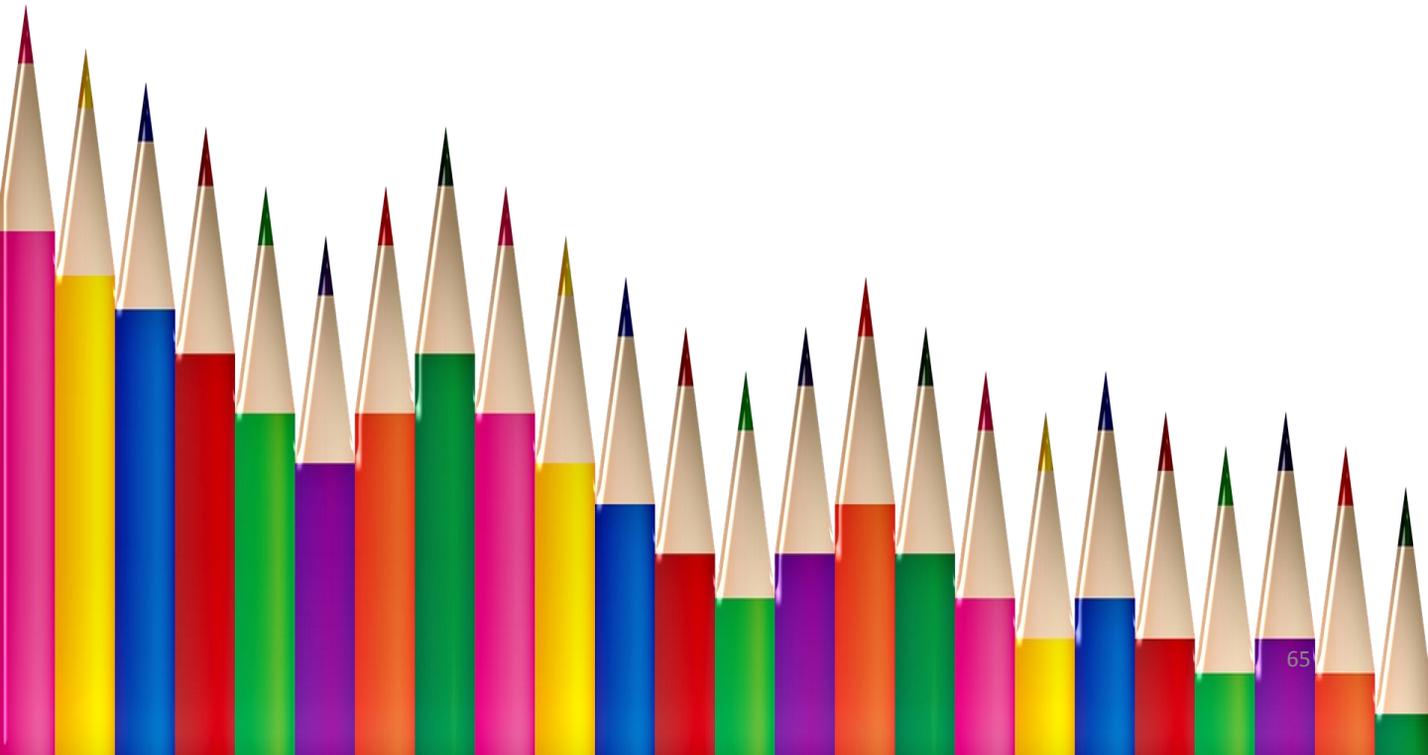


Compra e venda na cantina fazem parte do lógico-histórico da vida, pois segundo Sousa (2018), “significa compreender a relação existente entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas; a relatividade existente entre o pensamento humano e a realidade da vida [...]” (SOUSA, 2018 p. 45). Isso quer dizer, que ao representar uma situação do cotidiano, sempre haverá mudanças, pois a vida não é linear, está sempre em constante movimento. Por isso podemos dizer que nessa SDA, podemos trabalhar quantidade de movimento (concreto), controle da quantidade de movimento (abstrato) e também o caso específico da linguagem particular dos movimentos das quantidades (equação).





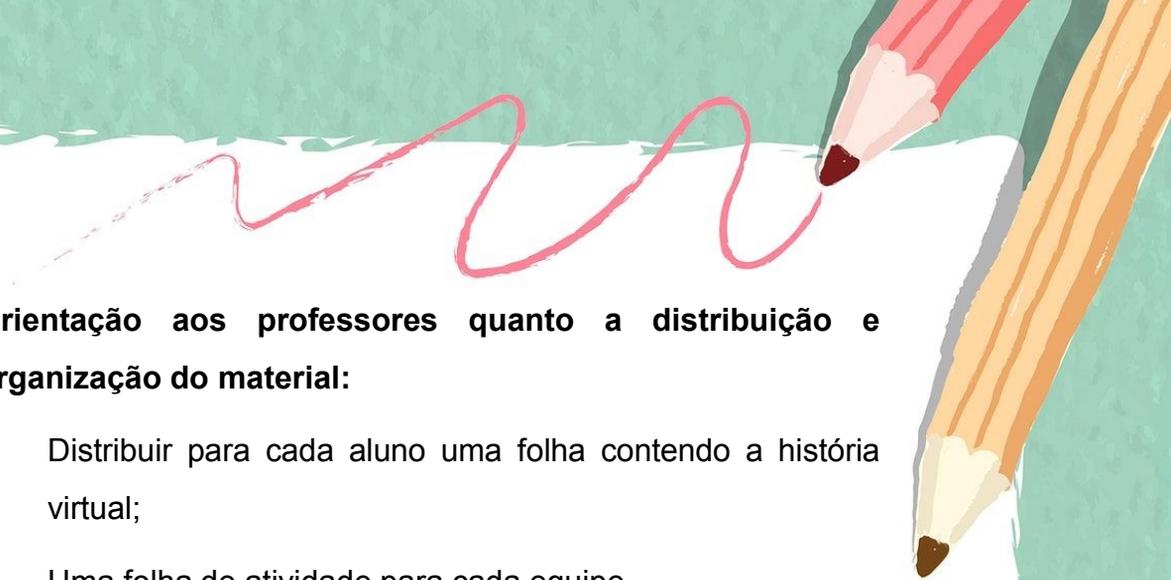
# **HISTÓRIA VIRTUAL: O PROBLEMA DO ARQUITETO DAS PIRÂMIDES**



## 4.6 HISTÓRIA VIRTUAL – O PROBLEMA DO ARQUITETO DAS PIRÂMIDES

Adaptação das obras: Sousa (2004), Sousa, Panossian e Cedro (2014); Marães e Panossian (2018).

<b>Indicação/tempo:</b>	Essa situação desencadeadora de aprendizagem pode ser indicada aos alunos a partir do 7º ano Ensino Fundamental Tempo: 4 horas/aula.
<b>Conteúdo:</b>	Álgebra
<b>Objetivo Geral:</b>	Manifestações da linguagem, formas de pensamento e organização do ensino pelo movimento lógico-histórico.
<b>Objetivo específico:</b>	Trabalhar conceitos de grandezas e de variação
<b>Materiais necessários: formação de grupos até 4 crianças</b>	- Lápis e borracha; - Folha para registrar as atividades.

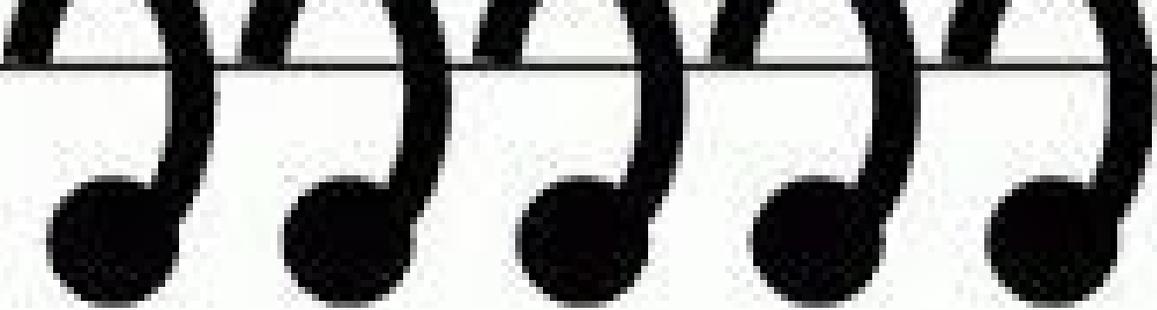


**Orientação aos professores quanto a distribuição e organização do material:**

- Distribuir para cada aluno uma folha contendo a história virtual;
- Uma folha de atividade para cada equipe.

**Orientações aos alunos:**

- Cada aluno receberá a folha contendo a história virtual;
  - Esse deverá realizar a leitura e realizar as interpretações;
  - Discutir em grupo o que foi compreendido a partir da leitura e encontrar as soluções na forma coletiva.
  - soluções na forma coletiva.
- 



## Folha de Atividade contendo a história virtual:

*Estamos há quatro mil anos. Os escravos estão trabalhando, carregando pedras para a construção da pirâmide do faraó. Na tenda do arquiteto Amon Toado, encarregado geral da obra, chega o chefe do depósito de pedras:*

*-Mandou-me chamar, senhor?*

*-Sim, mandei, Tuc Anon. Preciso saber quantas pedras temos no depósito para levantar a coluna mestra da pirâmide.*

*-Temos 60, senhor.*

*-Quantas pedras os escravos já colocaram até hoje?*

*-12, senhor.*

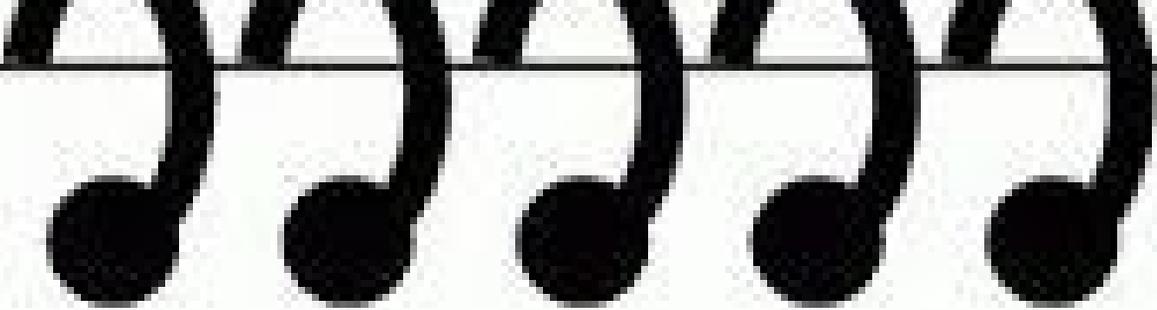
*-Com sua permissão, senhor.*

*Amon Toado virou-se para os seus papiros e pensou*

*“Pois é, colocamos já 12 pedras na coluna mestras. Temos, no depósito 60 pedras que podem ser usadas nessa coluna. Acontece que o faraó ainda não se decidiu qual a altura da pirâmide para que os encarregados da obra fiquem com os dados registrados e não se confundam. Este é o meu problema: como vou escrever a altura da coluna, considerando as 12 pedras já colocadas, as 60 pedras do depósito que podem ser usadas todas ou não, e a altura que eu ainda desconheço? Como escrever isso de forma Matemática, quer dizer, da forma mais simples possível e utilizando a linguagem das quantidades, isto é a linguagem numérica?”*

*Pois é, pessoal, temos aí o problema do arquiteto das pirâmides.*

*(SOUSA, PANOSSIAN, CEDRO, 2014, p. 148 e 149).*



**Perguntas:**

- 1) Quantas pedras os escravos já colocaram?
- 2) Quantas pedras têm no depósito?
- 3) Quantas pedras podem ser colocadas?
- 4) Qual a altura máxima que poderá atingir?
- 5) A altura pode variar? De quanto?
- 6) Se chamarmos de  $x$  o valor de pedras que têm no depósito, qual será a altura máxima?
- 7) Esse valor  $x$  de pedras pode variar? De quanto?
- 8) Se o Faraó quisesse uma pirâmide de altura 68, quantas pedras deveriam ser colocadas, sabendo que 12 pedras já foram colocadas?
- 9) Determine a altura da pirâmide em cada caso, sabendo que a altura ( $h$ ) foi expressa por  $h = 12 + x$ , onde  $x$  é o número de pedras no depósito:
  - A)  $x = 24$
  - B)  $x = 50$
  - C)  $x = 60$
- 10) Existe uma maneira simbólica de representar essa altura ( $h$ ) em função do número de pedras ( $x$ )?

### **Contribuições:**

O problema do arquiteto das pirâmides representa uma história virtual, que remete ao movimento lógico-histórico, por se tratar de um contexto histórico da civilização egípcia. Nessa atividade permite trabalhar com as noções de grandezas, por exemplo, a quantidade de pedras para construção da altura estabelecida, pode ser trabalhado o campo de variação, com variáveis, com relações de dependência entre o número de pedras e a altura.

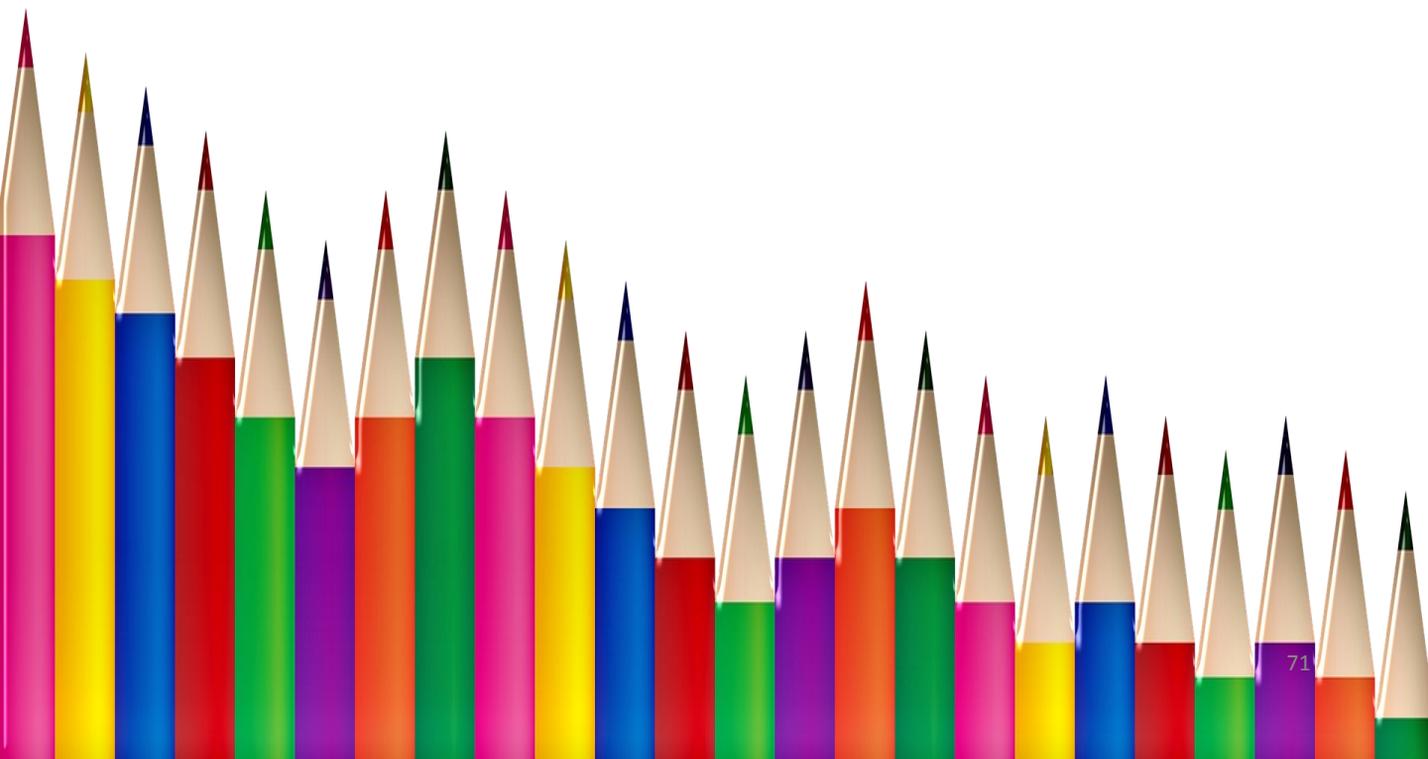
Essa SDA, pode ser entendida como a aplicação da variável letra, pois se resume, segundo Sousa (2004), a partir da compreensão da síntese das variáveis palavra, figura, numeral e letra, no caso exemplo dos exercícios 8,9 e 10.

A história virtual o “Problema do Arquiteto das Pirâmides”, contém a relação essencial da álgebra, defendido por Panossian (2014) que são designados como fluência e movimento, exemplo das questões 1, 2 e 3; controle de quantidades como as questões 4 e 5; a aplicação de grandezas variáveis e processo de generalização como as questões 9 e 10.





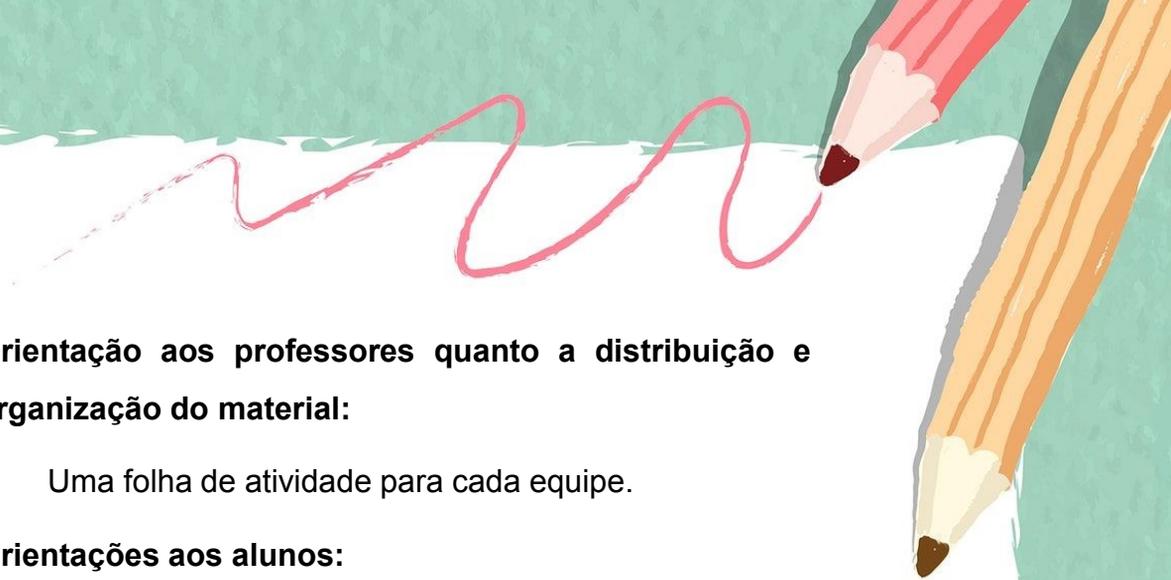
# JOGO DE FUTEBOL



## 4.7 JOGO DE FUTEBOL

Adaptação das obras: Sousa, Panossian e Cedro (2014).

<b>Indicação/tempo:</b>	Essa situação desencadeadora de aprendizagem pode ser indicada aos alunos do 8º ano Ensino Fundamental Tempo: 4 horas/aula.
<b>Conteúdo:</b>	Álgebra - variável
<b>Objetivo Geral:</b>	Manifestações da linguagem, formas de pensamento e organização do ensino pelo movimento lógico-histórico.
<b>Objetivo específico:</b>	Trabalhar conceitos de grandezas, de variação, variável
<b>Materiais necessários: formação de grupos até 4 crianças</b>	- Lápis e borracha; - Folha para registrar as atividades.



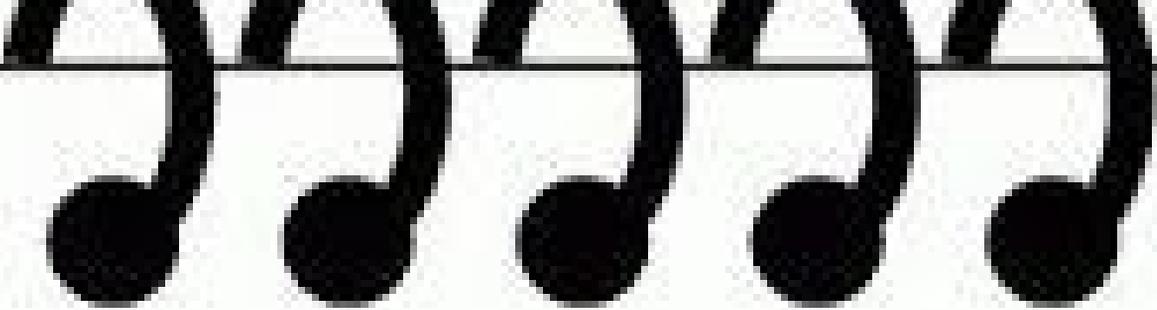
**Orientação aos professores quanto a distribuição e organização do material:**

- Uma folha de atividade para cada equipe.

**Orientações aos alunos:**

- Essa atividade deverá realizada a leitura as interpretações;
- Discutir em grupo o que foi compreendido a partir da leitura e encontrar as soluções na forma coletiva.





**A situação proposta pela professora:**

Vamos fazer um campeonato de futebol na escola, cada time joga apenas uma vez com os demais. Nessas condições, responda:

- a) Temos 5 times para jogar, quantos jogos serão realizados? Dica atribua um nome ou um símbolo para cada time.
- b) Quantos jogos cada time poderá jogar?
- c) Se ele tiver 4 times, quantos jogos cada um poderá participar?
- d) Preencha a tabela a seguir:

Número de times	Quantidade de jogos de cada time	Quantidade de jogos no campeonato
5		
6		
7		
8		
9		
N		

- e) Se realizarmos 21 jogos, quantos times participaram do campeonato?
- f) se tivéssemos  $n$  times? Qual seria o número de jogos ( $j$ ) necessário.
- g) Se fossem 100 times no campeonato, quantos jogos teríamos?
- h) Ao todo, serão 66 jogos no campeonato, quantos times estão jogando?

## **Contribuições:**

Jogo de futebol, é uma situação problema em que pode ser trabalhado o reconhecimento de grandezas, como o número de times, variação das grandezas, no caso a variação da quantidade de jogos do campeonato as relações pré-estabelecidas entre os times. Nessa atividade pode-se trabalhar com início das representações simbólicas.

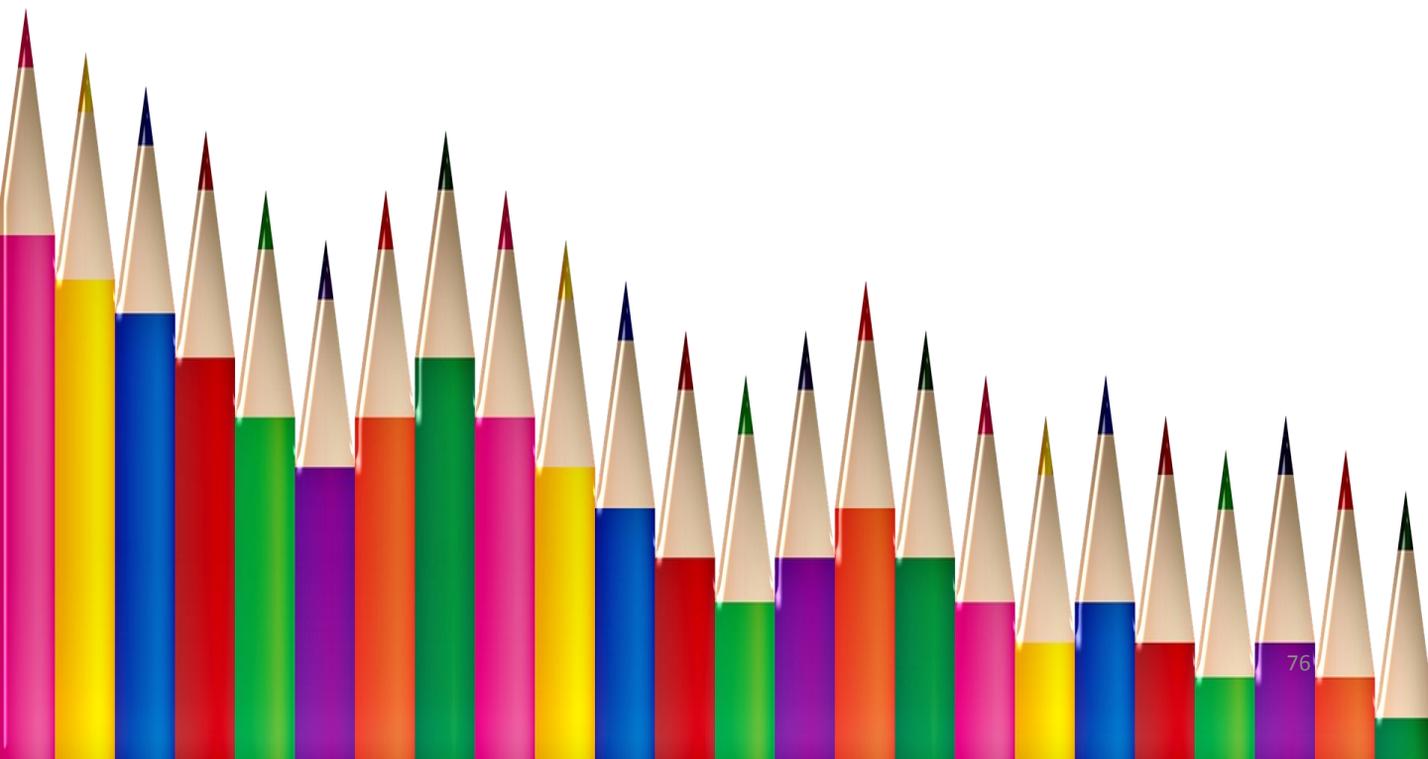
É possível trabalhar com o movimento das quantidades, quantidades de jogos, por exemplo, e para mostrar o movimento lógico-histórico, como mostra Sousa (2018) em seus pressupostos teóricos, aonde seus elementos estão diretamente relacionados ao conceitos de totalidade, realidade, movimento de mutabilidade, entre outros quando completamos a tabela e realizamos as análises (as questões) na sequência, que trabalha com o controle da quantidade de movimentos, que pode ser representado por meio de uma linguagem.

O processo de generalização pode ser percebido ao preencher a última linha da tabela. Há que se ter o cuidado, pois é possível que os alunos sejam encaminhados para formas de pensamento empírico, na medida em que sejam induzidos a encontrar a relação entre as grandezas envolvidas a partir dos registros aritméticos, apresentando a álgebra como aritmética generalizada.





# LUDO MONETÁRIO



#### 4.8 LUDO MONETÁRIO

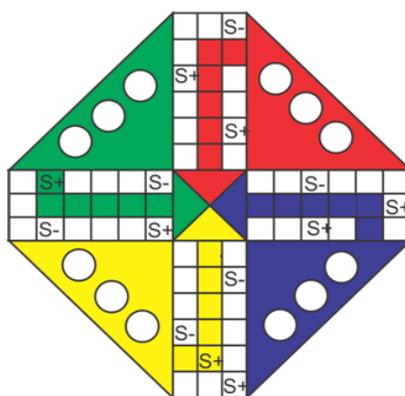
Adaptação das obras: Salazar e Cedro (2013) Oliveira e Cedro (2018)

<b>Indicação/tempo:</b>	Essa situação desencadeadora de aprendizagem pode ser indicada aos alunos do 3º ano Ensino Fundamental Tempo: 4 horas/aula.
<b>Conteúdo:</b>	Álgebra
<b>Objetivo Geral:</b>	Manifestações da linguagem, formas de pensamento.
<b>Objetivo específico:</b>	Trabalhar com linguagem algébrica
<b>Materiais necessários: formação de grupos até 4 crianças</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Lápis e borracha;</li><li>- Folha para registrar as atividades;</li><li>- Cartolina para confecção de cartas;</li><li>- Impressões de tabuleiro;</li><li>- Dados com 6 faces;</li><li>- Grãos, pinos ou construção de fichas em cartolina ou EVA com cores diferentes.</li></ul>

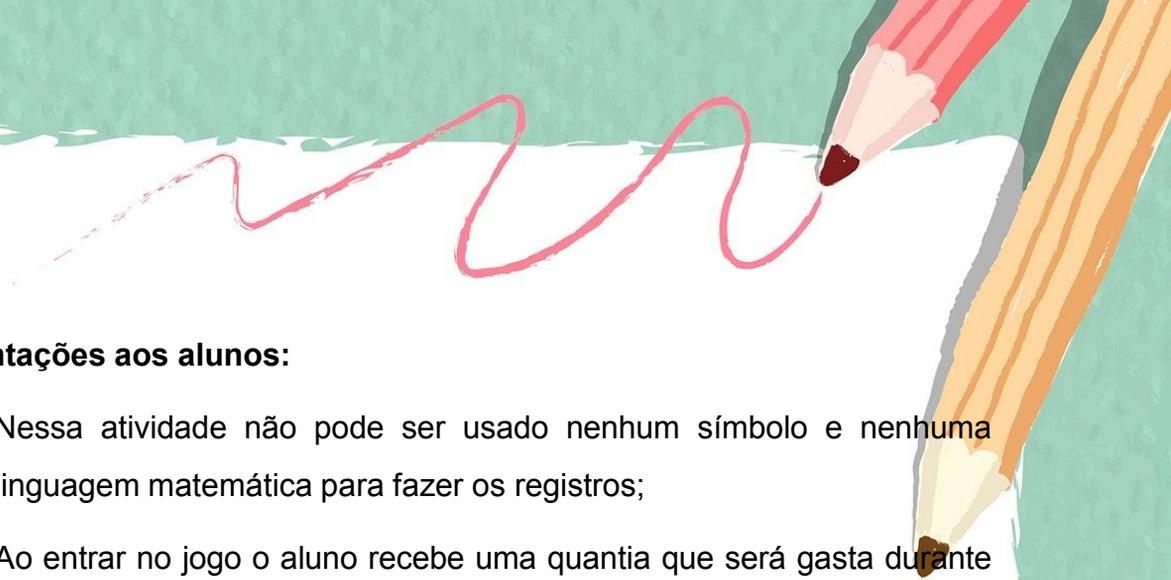
## Orientação aos professores quanto a distribuição e organização do material:

- Distribuir um tabuleiro para cada equipe;
- Distribuir 20 fichas contendo \$+ com valores para ganhos e \$- com valores para perdas;
- Determinar um valor inicial para representar um salário do mês (R\$ 600,00);
- Distribuir fichas para cada participante representando os peões com cores diferentes;
- Entregar uma folha de atividade para cada equipe, explicando a forma de registro, que deverá ser realizado somente através da linguagem;
- O tabuleiro é similar ao do jogo Ludo, mas com casas com o símbolo "\$+" e outras com o símbolo "\$-" que significava gastos e ganhos respectivamente;
- Explicar as regras do jogo;
- Ao final do jogo, devem apresentar o saldo final.

**Figura 1:** Tabuleiro do jogo Ludo Monetário



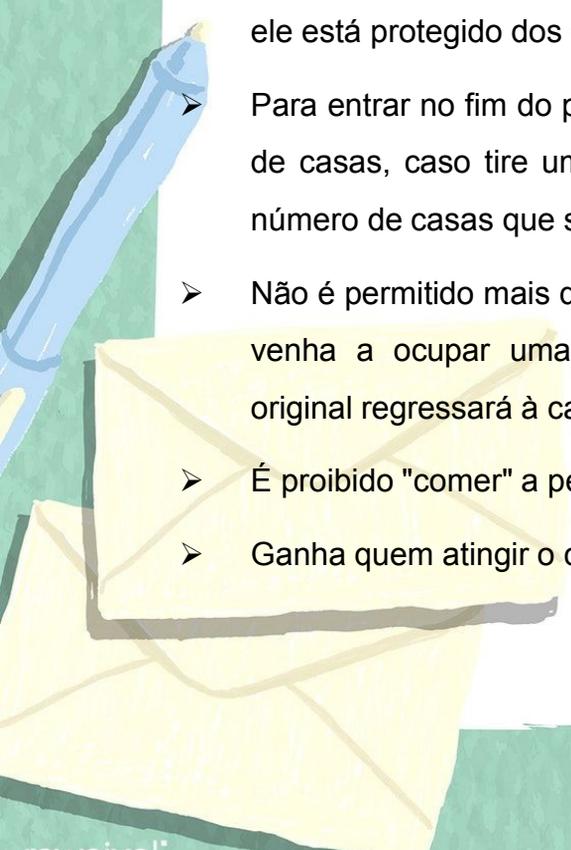
Fonte: Salazar e Cedro (2013) p.5

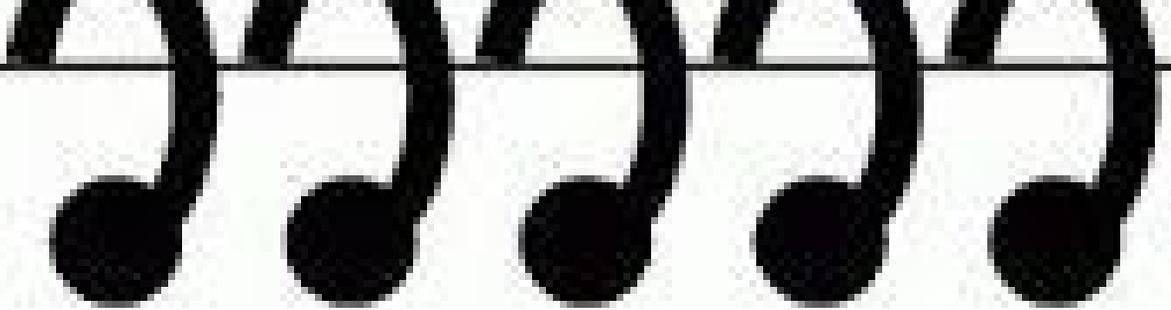


### Orientações aos alunos:

- Nessa atividade não pode ser usado nenhum símbolo e nenhuma linguagem matemática para fazer os registros;
- Ao entrar no jogo o aluno recebe uma quantia que será gasta durante o jogo (mês);
- Quando o aluno cair na casa com “\$+” deve pegar uma carta no monte de ganhos e quando cair na casa “\$-” deve pegar uma carta no monte dos gastos.

### Regras do jogo:

- O número seis permite que alguém que esteja na casa inicial entre no jogo ou faz avançar seis casas, e ainda um novo lançamento de dados;
  - O número um também permite que o jogador entre no jogo;
  - Quando o jogador entra na parte final (seta da cor da casa de origem) ele está protegido dos outros adversários;
  - Para entrar no fim do percurso o jogador tem que tirar o número exato de casas, caso tire um número maior, o jogador entra e retrocede o número de casas que sobraram;
  - Não é permitido mais do que uma pessoa em cada casa. Caso alguém venha a ocupar uma casa ocupada por outro jogador, o jogador original regressará à casa inicial, é o chamado "comer";
  - É proibido "comer" a peça do adversário que está na casa de saída;
  - Ganha quem atingir o centro do tabuleiro, (dar uma volta completa).
- 



### **Perguntas:**

- 1 – Foi fácil realizar todos os registros do jogo dessa forma, somente com o uso da linguagem sem utilizar a linguagem matemática?
- 2 – Para saber o saldo final, tiveram alguma dificuldade?
- 3 – O que pode ser feito para agilizar o processo do registro?
- 4 – Se cada um escolher um símbolo diferente para a mesma situação, será que ao solicitar a outra equipe eles terão facilidade na compreensão?
- 5 – O que pode ser concluído com essa forma de registro?

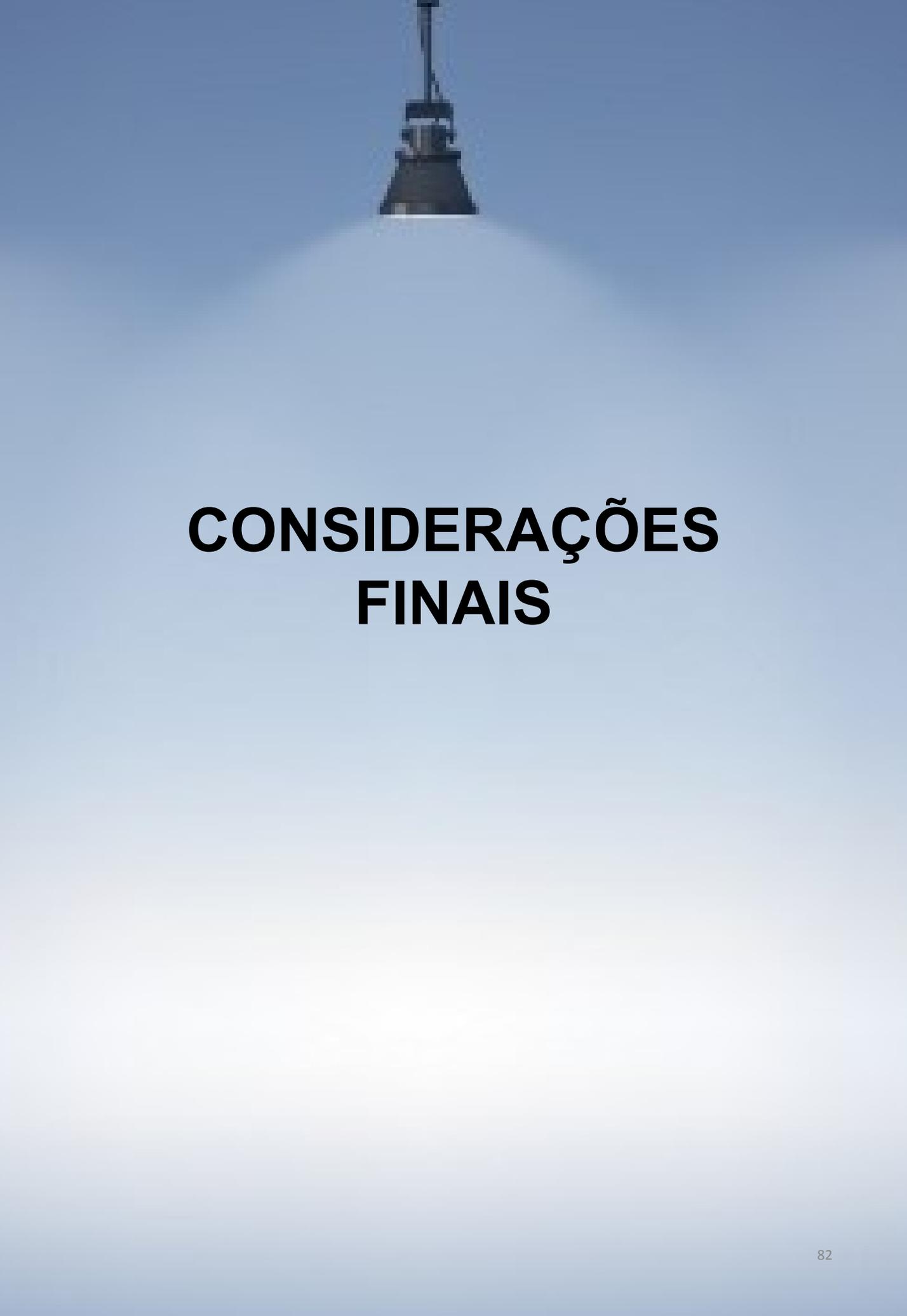
## Contribuições:

O jogo Ludo Monetário é uma situação problema do cotidiano, que está presente na vida das pessoas em sociedade, a administração de seus ganhos. Essa situação foi pensada de forma que proporcione aos alunos o pensamento teórico-dialético, ou seja, compreender como esse conteúdo surge de uma necessidade social concreta. Pode ser trabalhado as grandezas como o salário inicial, o campo de variação, representado pelo conjunto dos números Naturais (1 ao 6), variação das grandezas, depende das casas “entrada” e ou “saída”.

A forma de registro pode ser através dos nexos internos do conceito, como álgebra retórica, sincopada ou por representação simbólica, nesse último não como símbolo propriamente dito, mas como um meio para a atividade compreender a necessidade do conhecimento algébrico, como forma de perceber a necessidade de um registro único, uma padronização dos símbolos.

Nessa atividade, as cartas e o tabuleiro compõe a relação qualidade/quantidade, ou seja, a fluência e o movimento reconhecidos nos fenômenos da realidade objetiva, o controle de quantidades do concreto sensível: o movimento nos campos numéricos, pois podemos abordar conteúdos matemáticos como os conjuntos de Números Inteiros e de Números Racionais; o movimento da linguagem de resolução de problemas: a forma e o conteúdo do conhecimento algébrico, conforme é proposto na forma de registro, no caso do exercício proposto trabalha com a retórica e sincopação e mostra a necessidade de uma representação. Ainda é possível trabalhar com reconhecimento de grandezas variáveis e com a necessidade de generalização de objetos e métodos matemáticos. Exemplo: usar o próprio jogo para complementar a proposta como o caso de calcular o salário do próximo mês, ou propor os gastos fixos de água e luz. A parte variável pode ser uma comissão que trabalhador, além do salário base.



A spotlight is positioned at the top center of the page, casting a bright, circular beam of light downwards. The background is a solid, light blue color. The text is centered within the illuminated area.

# **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

## 1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse produto educacional foi apresentar uma organização de ensino voltada ao ensino de álgebra a partir das situações desencadeadoras de aprendizagem vinculadas ao grupo GEPAPe.

A caracterização desse material, deu-se na forma de um caderno digital (e-book), contendo oito situações de ensino que permitem o desencadeamento do conteúdo de álgebra a partir de jogos, situações do cotidiano ou por histórias virtuais, todas contempladas pelo movimento lógico-histórico do conceito de álgebra e fundamentadas pela organização de ensino teórico-metodológica da Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 1996).

O desenvolvimento do e-book: “Situações Desencadeadoras de Aprendizagem: Contribuições do GEPAPe”, teve como cerne as dificuldades encontradas por uma professora do ensino básico para o ensino e aprendizagem de álgebra, a qual procurou a Universidade para ajudar a encontrar formas de organização de ensino que pudesse amenizar os resultados deficitários na apropriação desse conceito.

As possíveis soluções encontradas para essa situação constam na dissertação de mestrado profissional “Contribuições da Atividade Orientadora de Ensino para o ensino de Álgebra” e nesse produto educacional.

Com o intuito de ajudar outros profissionais da área de matemática, que passam por situações semelhantes às vivenciadas pela professora, de angústia em relação ao ensino de álgebra, procurou-se então compartilhar esta desafiadora forma de organização de ensino de matemática, em especial para o ensino de álgebra.

Considerada desafiadora, por estar ao centro da ação, ou seja, tanto o professor quanto o aluno estão se formando. O professor como mediador entre o aluno e o conteúdo, deve compreender o que significa o movimento lógico-histórico do conceito, ou seja, deve se inteirar quais as necessidades humanas que geraram e alteraram determinado conceito, como essa informação deve estar estruturada na SDA para que atenda as necessidades da apropriação dos conceitos e como avaliar o seu desenvolvimento.

Essa organização de ensino denominada Atividade Orientadora de Ensino, concretizada através das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem estruturadas no movimento lógico-histórico do conceito e envoltas pela ludicidade, vem como fonte de auxílio e inspiração ao professor da educação básica.

A proposta de indicação para o Ensino Fundamental procura atender dois fatores. O primeiro é que o ensino é um processo e quanto antes a criança estiver familiarizada com as ideias de variação, ela estará mais propensa a compreender os conceitos de álgebra, segundo alguns estudiosos como Sousa (2004). O segundo é acreditar na falta de demanda de material adequado ao ensino de álgebra para as séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo em vista as novas diretrizes da BNCC que insere o eixo de álgebra desde o primeiro ano do Ensino Fundamental a partir de 2019. O que antes era obrigatório somente nas duas últimas séries finais do Ensino Fundamental.

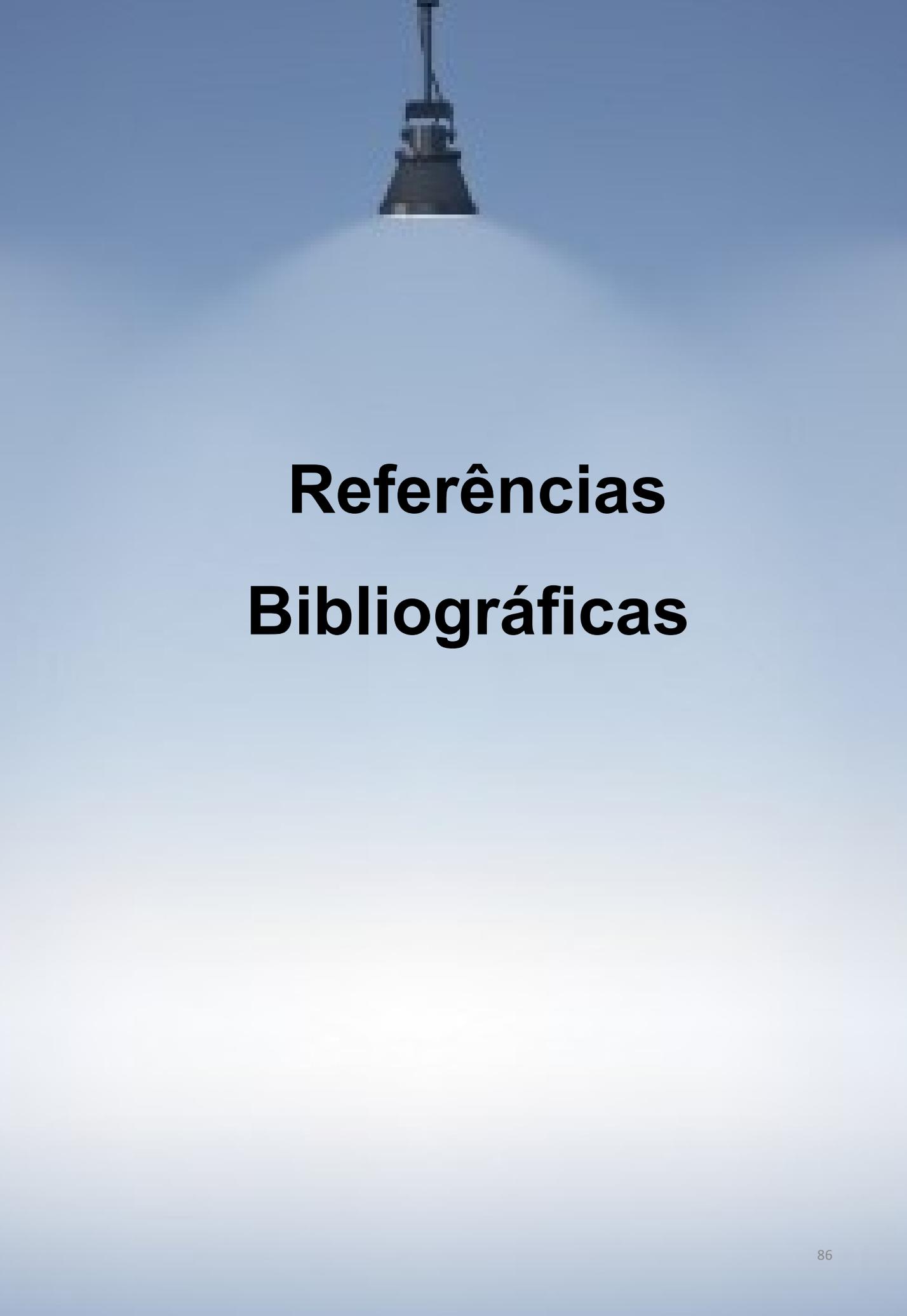
Para Sousa (2018), ao realizar uma análise do ensino atual do Brasil, percebe-se que existem novas propostas que estão sendo pesquisadas na área da Didática da Educação Matemática porém, a realidade que se apresenta nas escolas, principalmente no Ensino Básico, é de que permanece um ensino fragmentado, de repetição, memorização, ou seja, mantém os aspectos da didática tradicional, priorizando um ensino empírico, sem levar em conta os aspectos históricos.

Segundo a autora, a didática tradicional não considera a construção dos conceitos a partir da práxis humana, desconsidera a lei do movimento, da fluência da interdependência e valoriza uma forma de pensar que não favorece a construção do pensamento teórico, usa apenas a forma do pensamento empírico-discursivo que considera apenas os nexos externos do objeto, a estática e a generalização dos conceitos.

Ao se considerar um ensino, segundo Sousa (2018), que leva em conta o movimento, os nexos conceituais do conceito, interno e externo, de um objeto, permite ao sujeito a possibilidade de desenvolver o pensamento científico, ou nesse caso, o pensamento matemático. Pois, ao considerar os nexos conceituais do objeto, está se considerando os elos que o fundamentam, ou seja, considera sua história, as suas abstrações, sua lógica, permitem contribuir com o processo de formação do pensamento humano.

Segundo Sousa (2018), o histórico do objeto é fruto de todo o seu processo, desde seu surgimento e em todo o seu processo de desenvolvimento. Já o lógico é aquilo que reflete das etapas do desenvolvimento, da história do objeto. É o processo de reflexão do pensamento sobre o objeto, é aonde se confira o lógico.

Nesse sentido, o movimento lógico-histórico, apresentados nesse produto educacional através das SDA traz configurada uma perspectiva didática para o ensino da matemática, em especial ao ensino de álgebra, que compõe esse movimento.

A spotlight is positioned at the top center of the page, casting a bright, circular beam of light downwards. The background is a solid, light blue color. The text is centered within the beam of light.

# **Referências**

# **Bibliográficas**

## Referências Bibliográficas

ARAUJO, E. S. Contribuições da teoria histórico-cultural à pesquisa em educação matemática: a Atividade Orientadora de Pesquisa. **Horizontes**, v. 31, n. 1, p. 81-90, jan./jun. 2013.

MARÃES, M. Z.; PANOSSIAN, M. L. Situações Desencadeadoras de Aprendizagem para introdução de conteúdo algébrico. In: PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação (Org.). **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, 2016. Curitiba: SEED-PR, v. 1, p. 1-21.

CEDRO, W. L.; MORETTI, V. D.; MORAES, S. P. G. de (2019). Desdobramentos da Atividade Orientadora de Ensino para a organização do ensino e para a investigação sobre a atividade pedagógica. **Linhas Críticas**, Brasília, v. 24, p. 431-452, 2018. Disponível em:  
<https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/21851/20630>. Acesso em: 08 jul. 2020.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, São Paulo, ano II, n. 12, p. 29-43, 1996.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: Amélia Domingues de Castro; Anna Maria Pessoa de Carvalho. (Org.). **Ensinar a ensinar - didática para a escola fundamental e média**. 1ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001, v. p. 143-162.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (Org.). **Ensinar a ensinar: didática para escola fundamental e média**. São Paulo: Pioneira Thompson, 2002, p. 143-162.

MOURA, M.O. de; ARAÚJO, E.S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M.L.; RIBEIRO, F.D. atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos. **Linhas Críticas**, v. 24, 13 fev. 2019. p.411-430.

OLIVEIRA, D. C.; CEDRO, W.L. Índícios de generalização da linguagem algébrica simbólica por estudantes do Clube de Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais**. São Paulo: SBEM, 2016, p. 1-12.

OLIVEIRA, D.C; CEDRO, W. L. Índícios da compreensão da necessidade de representação de uma linguagem algébrica simbólica nas crianças participantes do Clube de Matemática. Revista **Obutchénie**, v. 2, p. 139-165, 2018.

PANOSSIAN, Maria L.; MOURA, Manoel O. de; O Jogo Fantan: explorações didáticas. **Anais X encontro Nacional de Educação Matemática, Relato de experiência: Educação Matemática, Cultura e Diversidade** – Salvador – BA, 7 a 9 de julho de 2010.

PANOSSIAN, M. L.; SILVA, A. L.; PALLU, F.; SCHREINER, L. A oficina pedagógica de matemática como atividade. **Obutchénie**, Uberlândia, v. 2, n. 1, p. 14-38, jan./abr. 2018.

SALAZAR, G. A. A.; CEDRO, W. L. Ludo monetário: uma proposta de atividade orientadora de ensino. In: ENEM, ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba, PR. **Anais**. Curitiba: SBEM Brasil, 2013. p. 1-10.

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino**: contribuições da teoria da atividade. Araraquara: JM, 2004. p. 72- 200.

SOUSA, M. do C. de. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. 285 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2004.

SOUSA, M. do C. de; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas: Mercado de Letras, 2014. 184 p.

SOUSA, M. do C. de. O ensino de matemática da educação básica na perspectiva lógico-histórica. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 7, n. 13, 2014.

SOUSA, M. do C. de. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Obutchénie**, Uberlândia, v. 2, p. 40-68, 2018.