

LEONARDO ALAN BURTET

**MODELAGEM DE CONVERSORES CC-CA TRIFÁSICOS EM
REFERENCIAIS SÍNCRONOS: PROJETO E AVALIAÇÃO DE
FILTROS DE SAÍDA LC E LCL**

TOLEDO
2019

LEONARDO ALAN BURTET

**MODELAGEM DE CONVERSORES CC-CA TRIFÁSICOS EM
REFERENCIAIS SÍNCRONOS: PROJETO E AVALIAÇÃO DE
FILTROS DE SAÍDA LC E LCL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Eletrônica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR Campus
Toledo, como requisito parcial para a obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

Orientador: Alberto Vinicius De Oliveira

Coorientador: Cassius Rossi De Aguiar

TOLEDO
2019



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Toledo
Coordenação do Curso de Engenharia Eletrônica



TERMO DE APROVAÇÃO

Título do Trabalho de Conclusão de Curso Nº 113

**MODELAGEM DE CONVERSORES CC-CA TRIFÁSICOS EM
REFERENCIAIS SÍNCRONOS: Projeto e avaliação de filtros de saída
LC e LCL**

por

Leonardo Alan Burtet

Esse Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às **11h do dia 11 de dezembro de 2019** como **requisito parcial** para a obtenção do título de **Bacharel em Engenharia Eletrônica**. Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado **APROVADO**.

Andres Eduardo Coca Salazar
UTFPR

Djones Aldivo Boni
UTFPR

Alberto Vinicius De Oliveira
UTFPR

Prof. Dr. Fábio Risental Coutinho
UTFPR

O termo de aprovação assinado encontra-se na coordenação do curso

Toledo, 11 de dezembro de 2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família, pelo suporte proporcionado ao longo de todos esses anos.

Um agradecimento especial à minha avó Tere, a pessoa mais inspiradora que eu conheço e que diariamente me deu forças.

Agradeço aos meus amigos, que tornaram agradáveis e divertidos os momentos mais difíceis.

Agradeço à minha namorada Isabel, que me ajudou de todas as formas possíveis.

Aos professores Alberto Vinícius de Oliveira e Cassius Rossi De Aguiar, pelas orientações seguras e pela atenção muito além das minhas expectativas.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná pelo suporte fornecido durante todos esses anos de graduação.

RESUMO

As fontes renováveis de energia demandam soluções técnicas diversas, dentre estas, destacam-se os conversores CC-CA trifásicos. Esse conversor transforma um sinal elétrico de corrente contínua em corrente alternada. Para um desses sistemas ser conectado à rede de distribuição, é exigido por normas o controle de alguns parâmetros de desempenho, dentre os quais a distorção harmônica total e a máxima componente harmônica. Para atingir esses parâmetros são empregados filtros passa-baixas e métodos de controle em malha fechada. O objetivo geral do trabalho foi avaliar e projetar filtros passa-baixas em duas das topologias utilizadas: o LC de segunda ordem e o LCL. Adicionalmente, a modelagem do sistema em referenciais síncronos (dq) foi realizada e exposta em detalhes, abrindo caminho para trabalhos futuros em controle em malha fechada. O filtro LCL com R_d se mostrou um filtro interessante, pois apresenta baixa distorção harmônica total e o pico de ressonância é suavizado pelo resistor série com componente capacitivo.

Palavras-chave: Filtros passivos. Modelagem dq . Resposta em frequência.

ABSTRACT

Renewable energy sources demand new technical solutions, among them, it is highlighted the three-phase inverters. These converters transform direct current into alternating current. There are quality standards for grid connected systems, including total harmonic distortion and maximum current harmonics. To achieve these parameters, low-pass filters and closed-loop control methods are employed. The main objective of this work was to evaluate and design low pass filters in two of the topologies used: the second order LC filter and the LCL filter. Additionally, the mathematical modeling of these two filter was performed and exposed in detail, using the rotating frame (dq), creating an open path for future work in closed loop control. The LCL filter with R_d proved to work well, once it has low total harmonic distortion and the resonance peak is smoothed by the resistor.

Keywords: Passive filters. dq Transform. Frequency response.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Circuito do inversor com a carga resistiva equilibrada conectada em estrela.	17
Figura 2 – Circuito do inversor com a carga resistiva equilibrada conectada em estrela no período de condução de 0° a 60° .	18
Figura 3 – Circuito equivalente do inversor com carga em estrela no período de condução de 0° a 60° .	18
Figura 4 – Circuitos equivalentes do inversor com carga em estrela no primeiro semiciclo de operação.	19
Figura 5 – Circuitos equivalentes do inversor com carga em estrela no segundo semiciclo de operação.	19
Figura 6 – Tensões de fase do inversor tipo 120° com carga resistiva em estrela.	20
Figura 7 – Tensões de linha do inversor tipo 120° com carga resistiva em estrela.	21
Figura 8 – Representação de um pulso do SPWM.	22
Figura 9 – Sistema de coordenadas abc .	25
Figura 10 – Sistema trifásico representado em coordenadas abc .	25
Figura 11 – Relação entre os sistemas de coordenadas abc e $\alpha\beta$.	26
Figura 12 – Sistema trifásico representado como sistema bifásico com coordenadas $\alpha\beta$.	27
Figura 13 – Relação entre os sistemas de coordenadas abc e dq .	28
Figura 14 – Sistema trifásico representado como constantes em coordenadas dq .	29
Figura 15 – Resumo dos gráficos de amplitude e fase para traçar o gráfico de Bode.	30
Figura 16 – Conversor CC-CA trifásico com filtro (a) LC (b) LCL.	31
Figura 17 – Visão geral da metodologia do trabalho.	32
Figura 18 – Fluxograma do procedimento metodológico da seção de projeto e avaliação dos filtros de saída do conversor CC-CA.	32
Figura 19 – Circuito equivalente de um filtro LC de segunda ordem.	33
Figura 20 – Filtro LC com resistência série parasitária do componente (a) indutivo; (b) capacitivo.	34
Figura 21 – Circuito equivalente do filtro LCL.	34
Figura 22 – Circuitos do filtro LCL com resistências série parasitárias nos componentes (a) C_f ; (b) L_1 ; (c) L_2 .	35
Figura 23 – Fluxograma do procedimento metodológico da seção de projeto e avaliação dos filtros de saída do conversor CC-CA.	35
Figura 24 – Circuito equivalente para modelagem do inversor trifásico acoplado com o filtro (a) LC; (b) LC com R_c ; (c) LCL.	36
Figura 25 – Geração do chaveamento. (a) Formas de onda portadora e da referência; (b) Tensão de comando da chave; (c) Circuito da modulação.	37
Figura 26 – Topologia da carga (a) resistiva; (b) RL.	38

Figura 27 – Variação da tensão de saída V_{out} a partir da variação do sinal de referência.	38
Figura 28 – Circuito equivalente de um filtro LC de segunda ordem.	39
Figura 29 – Diagrama de Bode para o projeto do filtro LC.	41
Figura 30 – Diagrama de Bode para o projeto do filtro LC utilizando diferentes valores de fator de amortecimento.	43
Figura 31 – Filtro LC com resistência série parasitária do componente (a) indutivo; (b) capacitivo.	43
Figura 32 – (a) Resposta em frequência e (b) resposta ao degrau do filtro LC com e sem a presença de R_L	44
Figura 33 – Resposta em frequência (a) e resposta ao degrau (b) do filtro LC com e sem a presença de R_C	45
Figura 34 – Circuito em configuração T sem definição das impedâncias.	46
Figura 35 – Circuito do filtro LCL.	47
Figura 36 – Espectro da tensão de entrada no filtro.	49
Figura 37 – Relação entre a atenuação harmônica na frequência de chaveamento e γ_1	50
Figura 38 – Diagrama de Bode para o projeto do filtro LCL, espectro de (a) magnitude; (b) fase.	51
Figura 39 – Circuitos do filtro LCL com resistências série parasitárias nos componentes indutivos (a) L_1 ; (b) L_2	52
Figura 40 – Resposta em frequência do filtro LCL com e sem resistor R_{L1}	53
Figura 41 – Resposta em frequência do filtro LCL com e sem resistor R_{L2}	53
Figura 42 – Filtro LCL com resistência série parasitária no componente capacitivo.	54
Figura 43 – Resposta em frequência do filtro LCL com e sem resistor R_d	54
Figura 44 – Circuito equivalente para modelagem do inversor acoplado a um filtro LC.	56
Figura 45 – Circuito equivalente para modelagem do inversor acoplado a um filtro LC com R_c	57
Figura 46 – Circuito equivalente para modelagem do inversor acoplado a um filtro LCL.	58
Figura 47 – Implementação da malha PLL em simulação.	58
Figura 48 – Formas de onda de referência na entrada do PLL e saída θ	59
Figura 49 – Variação da tensão na (a) saída V_{out} do sistema; (b) sinal de referência.	60
Figura 50 – Gráfico de Bode para a fase do zero.	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distorção de harmônicas permitida na corrente injetada à rede (IEEE 519, 1992).	15
Tabela 2 – Chaveamento do inversor de tensão trifásico em ponte tipo 120°.	18
Tabela 3 – Parâmetros de projeto dos filtros	33
Tabela 4 – Componentes passivos calculados do filtro LC a partir de parâmetros estabelecidos	41
Tabela 5 – Projetos do filtro LC para diferentes coeficientes de amortecimento.	42
Tabela 6 – Componentes passivos calculados do filtro LCL a partir de parâmetros estabelecidos	50
Tabela 7 – Comparação da distorção harmônica total dos filtros LC e LCL.	60
Tabela 8 – Componentes harmônicas da corrente na carga dos filtros.	61

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
FP	Fator de Potência
GD	Geração Distribuída
PDE	Plano Decenal de Expansão de Energia
PLL	<i>Phase-Locked Loop</i> - (Malha de Captura de Fase)
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> - (Modulação por Largura de Pulso)
SPWM	<i>Sinusoidal Pulse Width Modulation</i> - (Modulação por Largura de Pulso Senoidal)
SVPWM	<i>Space Vector Pulse Width Modulation</i> - (Modulação por Largura de Pulso no Espaço Vetorial)
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i> - (Distorção Harmônica Total)
VSI	<i>Voltage Source Inverter</i> - (Inversor Trifásico de Tensão)

LISTA DE SÍMBOLOS

R_x	Carga Resistiva x
S_x	Chave Ideal x
i_E	Corrente CC
i_R	Corrente de Linha R
i_S	Corrente de Linha S
i_T	Corrente de Linha T
deg	Unidade geométrica Grau
D_x	Diodo x
ω	Frequência Angular
R	Nó de fase R
S	Nó de fase S
T	Nó de fase T
N	Nó de neutro N
h	Número da harmônica
$P_{3\phi}$	Potência Trifásica
$\alpha\beta$	Sistema de coordenadas $\alpha\beta$
abc	Sistema de coordenadas abc
dq	Sistema de coordenadas dq
$dq0$	Sistema de coordenadas $dq0$
t	Tempo
E	Tensão da Fonte CC
V_{RN}	Tensão de Fase R
V_{SN}	Tensão de Fase S
V_{TN}	Tensão de Fase T

V_{RS}	Tensão de Linha Entre as Fases R e S
V_{Frms}	Tensão Eficaz de Fase
V_{Lrms}	Tensão Eficaz de Linha
V	Tensão elétrica
V_{RMS}	Tensão RMS
m_f	Fator de modulação
ω_g	Frequência da rede
ω_{sw}	Frequência de chaveamento
ω_{res}	Frequência de ressonância
ω_c	Frequência de corte
V_{carr}	Tensão da portadora
V_{pwm}	Tensão do SPWM

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Justificativa	15
1.2	Objetivos	15
1.2.1	Objetivo geral	16
1.2.2	Objetivos específicos	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
2.1	Conversores CC-CA de Tensão	17
2.1.1	Conversor CC-CA com modulação PWM senoidal	22
2.2	Modelagem em Espaço de Estados	23
2.3	Parâmetros de Qualidade	24
2.3.1	Distorção Harmônica Total (THD)	24
2.3.2	Fator de Potência (FP)	24
2.4	Transformação de sistemas de coordenadas	24
2.4.1	Transformada $\alpha\beta$	26
2.4.2	Transformada $dq0$	27
2.4.3	Transformada $\alpha\beta$ para dq	29
2.5	Representação da Resposta em Frequência.	29
3	MATERIAIS E MÉTODOS	31
3.1	Metodologia para o projeto e avaliação dos filtros com e sem resistores série	32
3.2	Metodologia de modelagem dos filtros LC e LCL	35
3.3	Metodologia de Validação dos Filtros	37
3.4	Metodologia de simulação em malha fechada	38
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	39
4.1	Equacionamento do Filtro Passivo LC	39
4.1.1	Projeto do Filtro LC	40
4.1.2	Efeito do coeficiente de amortecimento	42
4.1.3	Efeito das resistências séries nos elementos indutivo e capacitivo do filtro LC.	42
4.2	Equacionamento do Filtro Passivo LCL	46
4.2.1	Projeto do filtro LCL	47
4.2.2	Efeito das resistências séries nos elementos indutivos e capacitivo do filtro LCL	52
4.3	Modelagem no Espaço de Estados	55

4.4	Malha de controle de tensão	58
4.5	Validação dos Filtros LC e LCL	60
5	CONCLUSÃO	62
5.1	Trabalhos futuros	62
	Referências	63
	Apêndices	65
	APÊNDICE A Transformada dq de derivada	66
	APÊNDICE B Modelagem do filtro LC com resistor série capacitivo	68
	APÊNDICE C Modelagem do filtro LCL	69
	APÊNDICE D Representação da Resposta em Frequência	70
	D.0.1 Polos complexos conjugados	72

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, existe uma crescente demanda por fontes alternativas de energia. Fontes renováveis, que reduzam as emissões de carbono do setor elétrico e os impactos ambientais, têm uma tendência de crescimento acima da média na matriz energética mundial (BRITISH PETROLEUM, 2019).

O papel de destaque que as fontes renováveis de energia assumem são claramente percebidos em vasta quantidade de relatórios sobre o setor de energia. O relatório de 2019 da British Petroleum destaca o crescimento da geração de energia por fontes renováveis. Projeções demonstram que, até o ano de 2040, as fontes renováveis serão a principal fonte de energia do setor elétrico global (BRITISH PETROLEUM, 2019).

No Brasil, também há destaque para o crescimento da geração através de fontes renováveis. Segundo projeções do Plano Decenal de Expansão de Energia (PDE), as fontes renováveis irão crescer sua participação na matriz energética brasileira, passando de 22% para 28% da potência total instalada no país, até o ano de 2027 (MINISTERIO DE MINAS E ENERGIA, 2018).

A geração através de algumas fontes renováveis possui problemas a serem solucionados. Um desses problemas ocorre quando a energia gerada é em corrente contínua (CC). A maioria das instalações elétricas e equipamentos são planejados para receberem uma alimentação em corrente alternada (CA). Os padrões do sistema elétrico, por exemplo, no estado do Paraná são 220/127 V, em corrente alternada, com frequência nominal 60 Hz (ANEEL, 18 dez. 2019).

Os conversores CC-CA (ou inversores), como o próprio nome indica, são dispositivos que convertem a energia em corrente contínua (CC) para corrente alternada (CA). Esses dispositivos são fundamentais em sistemas de geração de energia em painéis fotovoltaicos, que geram tensão CC. A tensão CC varia conforme a temperatura da placa, e corrente CC, diretamente proporcional à irradiação solar. Portanto, para conectá-lo à rede do sistema elétrico de potência é necessário converter a tensão CC para CA com magnitude e frequência controladas (ALSKRAN, 2014).

No tocante ao número de fases, os inversores mais utilizados são os monofásicos e os trifásicos. Os inversores trifásicos podem alimentar cargas trifásicas, utilizadas principalmente na indústria, são exemplos de cargas trifásicas diversos tipos de aparelhos de solda, fornos a arco elétrico e a principal delas, os motores de indução trifásicos. Além disso, parte significativa do sistema de distribuição é trifásico, tornando inversores trifásicos indispensáveis em aplicações voltadas a conexão de fontes renováveis de energia com a rede de distribuição trifásica.

Neste projeto foi realizada a modelagem de um inversor com filtros de saída LC e LCL, o projeto desses filtros, bem como exploradas suas respostas em frequência.

1.1 Justificativa

A mudança na matriz energética para um padrão mais sustentável, que inclui a utilização de fontes renováveis de energia, traz consigo diversos desafios técnicos. Um desses desafios, está em manter a qualidade da corrente injetada na rede. Os inversores, por trabalharem com chaveamento, são elementos não lineares que geram distorções harmônicas na corrente.

Neste contexto, normas e padrões de qualidade foram estabelecidos e seus cumprimentos são obrigatórios para que um inversor possa ser conectado à rede. A norma IEEE-519 estabelece que para cargas genéricas a Distorção Harmônica Total (THD) da corrente deve ser menor que 5% à máxima potência. Além disso, permite-se uma distorção máxima causada por cada harmônica, conforme estabelecida na Tabela 1.

Tabela 1 – Distorção de harmônicas permitida na corrente injetada à rede (IEEE 519, 1992).

Harmônico	Distorção [%]
$h < 11$	4
$11 \leq h < 17$	2
$17 \leq h < 23$	1,5
$23 \leq h < 35$	0,6
$h \geq 35$	0,3

Fonte: Adaptado de Schneider Electric (2017).

Para alcançar esse padrão de qualidade, são utilizadas estratégias de controle em malha fechada em conjunto com filtros passivos. Os principais métodos de controle utilizados incluem controlador proporcional integral, controladores ressonantes e controladores repetitivos (KIM, 2015).

Nesse contexto, a modelagem dos inversores trifásicos é de absoluta importância. Para projetar um sistema de controle em malha fechada de inversores trifásicos, é necessária a modelagem do sistema, e mais do que isso, a depender do método de controle ou da carga, obtemos um desempenho melhor a depender do sistema de coordenada utilizado¹. A representação nas coordenadas $\alpha\beta$ e dq estão diretamente relacionadas à correção de dois problemas fundamentais no controle de qualidade de corrente, são eles o já citado controle na THD e o controle do fator de potência.

Com referência nesse trabalho, será possível encontrar uma base teórica, sob a qual podem ser sustentados, por exemplo, trabalhos na área de controle de qualidade da energia gerada por fontes renováveis.

1.2 Objetivos

Os objetivos estão divididos em objetivo geral e objetivos específicos.

¹Serão explicados com mais detalhes na Seção 2.4.

1.2.1 Objetivo geral

- Modelar o conversor CC-CA trifásico com filtros LC e LCL, projetar e avaliar esses filtros.

1.2.2 Objetivos específicos

- Avaliar o efeito das resistências em série com os componentes indutivos e capacitivos dos filtros.
- Validar em ambiente de simulação duas topologias de filtros LC e LCL e cargas resistiva e indutivo-resistiva a fim de identificar quais são os filtros mais adequados, segundo os parâmetros THD e máxima distorção harmônica.
- Realizar a modelagem dinâmica em espaço de estados de um Conversor CC-CA trifásico considerando diferentes topologias de filtro de saída.
- Implementar uma malha de controle de tensão em um conversor CC-CA com filtro LCL.

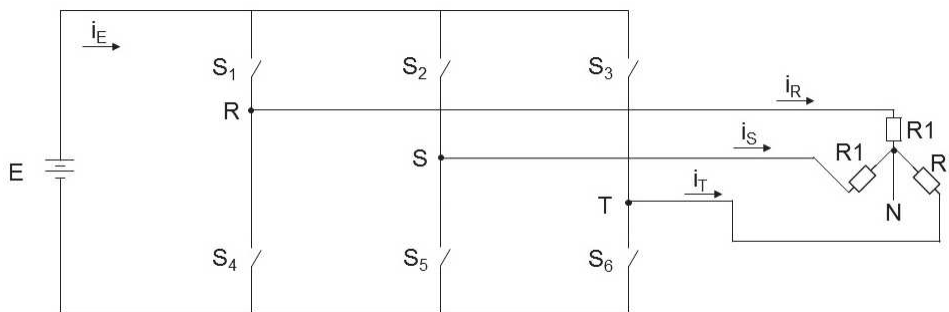
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo foi feita uma fundamentação teórica dos assuntos relevantes à fundamentação do trabalho. Inicialmente, decorre-se sobre o conversor CC-CA trifásico. Na seção que segue, foi apresentado o método de modelagem que será utilizado no desenvolvimento do trabalho. Para análise do desempenho dos conversores CC-CA, dois parâmetros são definidos na Seção 2.3. Os referenciais síncronos e estacionários, bem como as transformações entre os sistemas de coordenadas, são apresentados na Seção 2.4.

2.1 Conversores CC-CA de Tensão

Os conversores CC-CA trifásicos de tensão, ou VSIs (*Voltage Source Inverters*), convertem uma tensão contínua (CC) em tensão alternada (CA). Isso ocorre através do acionamento de semicondutores, que conduzem ou deixam de conduzir de maneira ordenada e periódica. Esse processo é chamado de "*chaveamento*". O circuito da Figura 1 demonstra um VSI trifásico com carga resistiva conectada em estrela. A seguir é demonstrado como o chaveamento das chaves S_1 a S_6 gera tensão alternada na saída, a partir de uma fonte de tensão E constante na entrada (MARTINS; BARBI, 2008).

Figura 1 – Circuito do inversor com a carga resistiva equilibrada conectada em estrela.



Fonte: Autoria própria.

Conforme definido em Martins e Barbi (2008), dois dos tipos de operação que um inversor trifásico tipo pode assumir são o tipo 180° e o tipo 120° . Essa classificação depende do tempo que cada chave é mantida em condução. Para o caso de um inversor trifásico tipo 120° , cada chave mantém-se em condução por 120° de um período de 360° , conforme demonstrado na Tabela 2.

Para exemplificar o funcionamento do circuito, aplica-se o chaveamento da Tabela 2 no circuito da Figura 1, controlando a condução das chaves S_1 a S_6 . No período entre 0° e 60° , temos as chaves S_1 e S_5 conduzindo. Conforme a Figura 2 destaca.

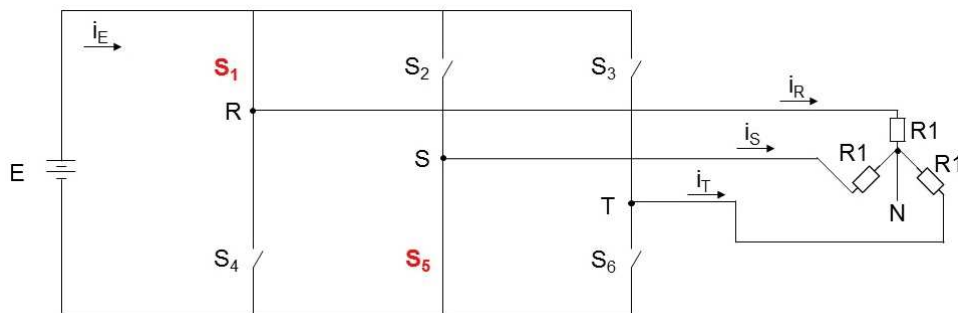
O circuito da Figura 2 pode ser organizado de outra forma, representando o circuito equivalente, eliminando as chaves que não estão em condução. Esse circuito equivalente, bem

Tabela 2 – Chaveamento do inversor de tensão trifásico em ponte tipo 120°.

Período	Chaves em condução
0° a 60°	S_1 e S_5
60° a 120°	S_1 e S_6
120° a 180°	S_2 e S_6
180° a 240°	S_2 e S_4
240° a 300°	S_3 e S_4
300° a 360°	S_3 e S_5

Fonte: Adaptado de Martins e Barbi (2008, p. 106).

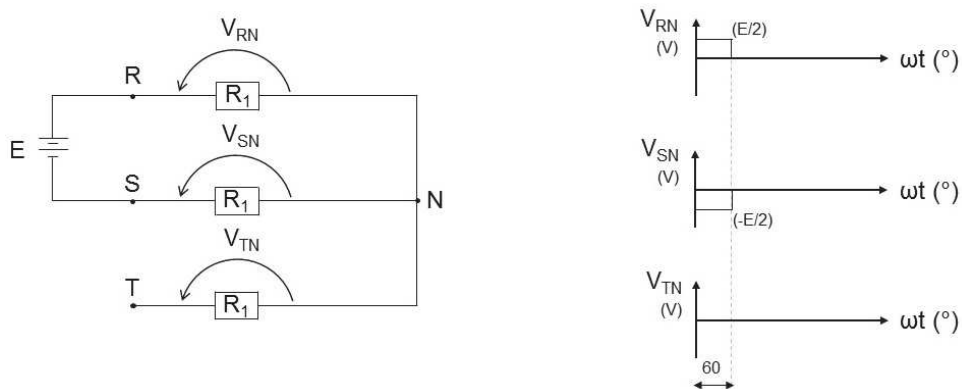
Figura 2 – Circuito do inversor com a carga resistiva equilibrada conectada em estrela no período de condução de 0° a 60°.



Fonte: Autoria própria. Baseado em: Martins e Barbi (2008).

como as tensões na carga R_1 , estão representados na Figura 3. As tensões na carga são chamadas de tensões de fase (isto é, entre as fases R , S e T , e o neutro N) e estão representadas no gráfico, são elas: V_{RN} , V_{SN} e V_{TN} .

Figura 3 – Circuito equivalente do inversor com carga em estrela no período de condução de 0° a 60°.

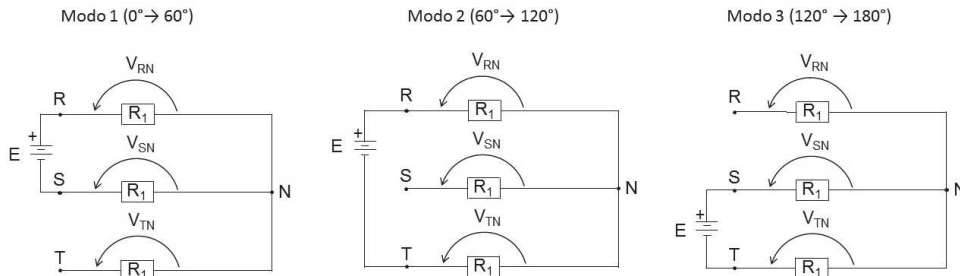


Fonte: Autoria própria. Baseado em: Martins e Barbi (2008).

A partir do circuito equivalente podemos estabelecer com facilidade as tensões de fase. O mesmo é aplicado para todos os modos de operação, resultando em seis circuitos equivalentes.

Para o primeiro semiciclo de operação ($0^\circ \rightarrow 180^\circ$), os circuitos equivalentes foram representados na Figura 4.

Figura 4 – Circuitos equivalentes do inversor com carga em estrela no primeiro semiciclo de operação.



Fonte: Adaptado de Martins e Barbi (2008).

Conforme visto anteriormente, no Modo 1 ($0^\circ \rightarrow 60^\circ$) as chaves S_1 e S_5 conduzem. As tensões de fase geradas a partir desse modo de operação são como segue:

$$V_{RN} = \frac{E}{2}; \quad V_{SN} = \frac{-E}{2}; \quad V_{TN} = 0. \quad (1)$$

No modo 2 ($60^\circ \rightarrow 120^\circ$), as chaves S_1 e S_6 conduzem, portanto, as tensões de fase tornam-se:

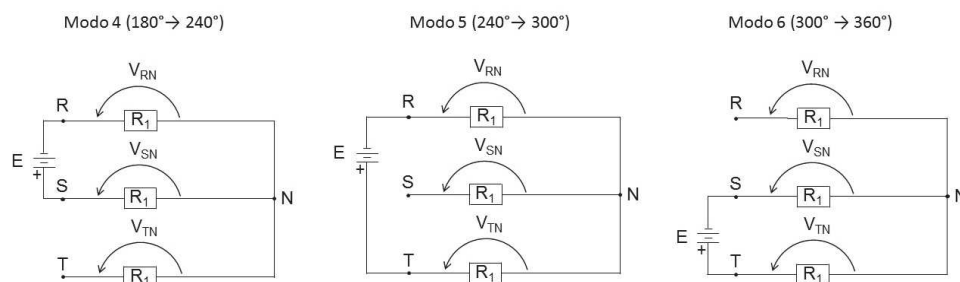
$$V_{RN} = \frac{E}{2}; \quad V_{SN} = 0; \quad V_{TN} = \frac{-E}{2}. \quad (2)$$

No modo 3 ($120^\circ \rightarrow 180^\circ$), as chaves S_2 e S_6 conduzem, resultando nas tensões de fase:

$$V_{RN} = 0; \quad V_{SN} = \frac{E}{2}; \quad V_{TN} = \frac{-E}{2}. \quad (3)$$

Para o segundo semiciclo de operação ($180^\circ \rightarrow 360^\circ$), os circuitos equivalentes foram representados na Figura 5.

Figura 5 – Circuitos equivalentes do inversor com carga em estrela no segundo semiciclo de operação.



Fonte: Autoria própria. Baseado em: Martins e Barbi (2008).

No Modo 4 ($180^\circ \rightarrow 240^\circ$) as chaves S_2 e S_4 conduzem, assim temos as tensões de fase:

$$V_{RN} = \frac{-E}{2}; \quad V_{SN} = \frac{E}{2}; \quad V_{TN} = 0. \quad (4)$$

No modo 5 ($240^\circ \rightarrow 300^\circ$), as chaves S_3 e S_4 conduzem, nos dando as tensões de fase:

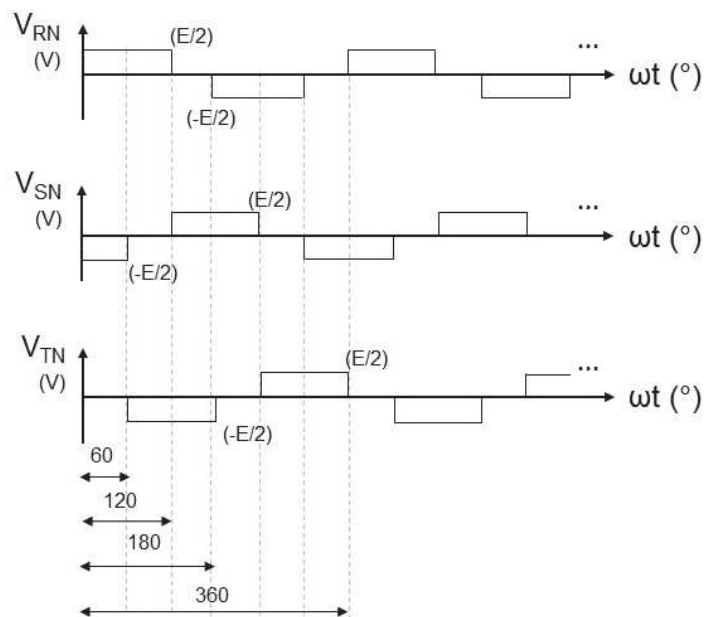
$$V_{RN} = \frac{-E}{2}; \quad V_{SN} = 0; \quad V_{TN} = \frac{E}{2}. \quad (5)$$

No modo 6 ($300^\circ \rightarrow 360^\circ$), as chaves S_3 e S_5 conduzem, portanto as tensões de fase são:

$$V_{RN} = 0 \quad ; \quad V_{SN} = \frac{-E}{2} \quad ; \quad V_{TN} = \frac{E}{2} \quad . \quad (6)$$

Visto isso, podemos organizar esses dados graficamente. As curvas das tensões de fase estão na Figura 6.

Figura 6 – Tensões de fase do inversor tipo 120° com carga resistiva em estrela.



Fonte: Autoria própria. Baseado em: Martins e Barbi (2008).

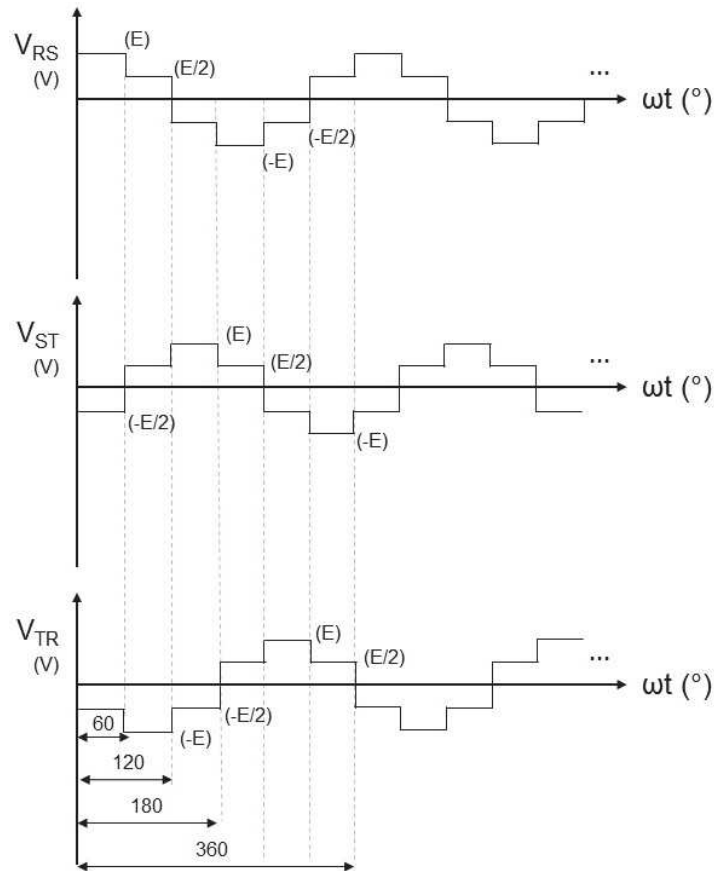
A tensão eficaz de fase ($V_{F_{rms}}$) é calculada conforme a Equação (7) (MARTINS; BARBI, 2008).

$$V_{F_{rms}} = \frac{E}{\sqrt{6}} \quad (7)$$

As tensões de linha estão representadas na Figura 7, são obtidas através das relações abaixo:

$$\begin{cases} V_{RS} = V_{RN} - V_{SN} \\ V_{ST} = V_{SN} - V_{TN} \\ V_{TR} = V_{TN} - V_{RN} \end{cases} \quad (8)$$

Figura 7 – Tensões de linha do inversor tipo 120° com carga resistiva em estrela.



Fonte: Autoria própria. Baseado em: Martins e Barbi (2008).

A tensão eficaz de linha (V_{Lrms}) é calculada conforme:

$$V_{Lrms} = \frac{E}{\sqrt{2}} \approx 0,71E, \quad (9)$$

(MARTINS; BARBI, 2008).

A partir disso, pode-se concluir que a tensão eficaz de fase é calculada com a Equação (10) (MARTINS; BARBI, 2008).

$$V_{rms} = \frac{E}{\sqrt{6}} \approx 0,41E. \quad (10)$$

A potência média trifásica é calculada conforme:

$$P_{3\phi} = 3 R I_{Lrms}^2 = 3 R \frac{E^2}{(\sqrt{6} R)^2} = \frac{E^2}{2 R}, \quad (11)$$

(MARTINS; BARBI, 2008).

2.1.1 Conversor CC-CA com modulação PWM senoidal

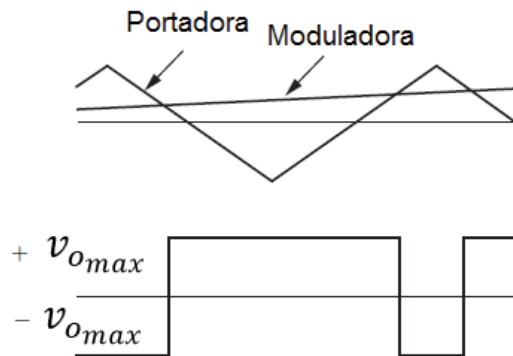
A modulação PWM Senoidal (SPWM) é uma forma de reduzir a Distorção Harmônica Total (THD)¹. Um Conversor CC-CA com saída PWM consegue atingir os critérios de THD com maior facilidade, comparado ao conversor com saída quadrada. Isso acontece porque, apesar da saída PWM possuir uma THD maior, as harmônicas estão em uma frequência mais alta, facilitando a filtragem por meio de um filtro passa-baixas (MARTINS; BARBI, 2008).

Essa modulação se baseia na comparação de uma referência senoidal (onda moduladora) de baixa frequência, com uma onda triangular (portadora) de alta frequência. A frequência da onda moduladora define a frequência da componente fundamental da tensão de saída, enquanto a portadora define a frequência de comutação das chaves.

A razão entre a frequência da onda portadora triangular e a onda moduladora senoidal é chamada de razão da frequência de modulação, ou apenas fator de modulação (M), e deve sempre ser um número inteiro. Quanto maior M , maior a frequência de chaveamento, mais elevadas as frequências harmônicas indesejadas, e portanto, mais fácil a filtragem. Do ponto de vista teórico, não haveria limite para o fator de modulação, mas em estruturas reais esse fator deve ser avaliado, já que é limitado pela máxima frequência possível de comutação das chaves semicondutoras e aumenta as perdas por chaveamento (MARTINS; BARBI, 2008).

A tensão de saída, que é aplicada à carga, é formada por uma sucessão de ondas retangulares, conforme Figura 8.

Figura 8 – Representação de um pulso do SPWM.



Fonte: Adaptado de Hart (2010).

A amplitude da tensão de saída v_{omax} pode ser calculada com

$$v_{omax} = M \cdot \frac{E}{2}, \quad (12)$$

onde E é a tensão no barramento CC, e M o fator de modulação, dado por

$$M = \frac{A_r}{A_p}, \quad (13)$$

¹A THD é apresentada na subseção 2.3.1

sendo A_r a amplitude da onda moduladora senoidal e A_p a amplitude da portadora triangular. (AHMED, 2000). Em geral A_p é mantido constante, e A_r pode variar.

Já o valor eficaz da tensão de saída $v_{o_{ef}}$ calcula-se com

$$v_{o_{ef}} = \frac{v_{o_{max}}}{\sqrt{2}}, \quad (14)$$

(MARTINS; BARBI, 2008). Ou seja, o parâmetro M é responsável pelo controle da amplitude da tensão de saída.

2.2 Modelagem em Espaço de Estados

Para projetar o controle em malha fechada de um conversor CC-CA, precisa-se de um modelo do sistema. Considerando a operação do conversor CC-CA, a principal técnica utilizada é a modelagem no espaço de estados (ALSKRAN, 2014).

A modelagem em espaço de estados é uma forma de representar um sistema matematicamente. São definidos o menor número de variáveis de estado capazes de descrever adequadamente o comportamento do sistema. Essas componentes são as variáveis de estado, e nos sistemas elétricos que apresentam resistores, capacitores e indutores, há uma convenção para as variáveis de estado, onde admite-se que sejam as correntes em indutores e tensões em capacitores (CHEN, 1999).

Um sistema é representado no espaço de estado pelas equações de estado², sendo elas:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \end{cases}, \quad (15)$$

para $t \geq t_0$ e condições iniciais $\mathbf{x}(t_0)$, em que:

\mathbf{x} é o vetor de estados, que consiste em uma matriz coluna com as variáveis de estado;

$\dot{\mathbf{x}}$ é a derivada do vetor de estados em relação ao tempo;

\mathbf{y} é o vetor de saída;

\mathbf{u} é o vetor de entrada ou vetor de controle;

\mathbf{A} é a matriz transição de estado;

\mathbf{B} é a matriz de entrada;

\mathbf{C} é a matriz de saída;

\mathbf{D} é a matriz de transmissão direta.

Uma vez obtidas as equações de estado, podemos através da Equação (16) encontrar a matriz de transferência $\mathbf{G}(s)$ (OGATA, 1997).

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}, \quad (16)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade.

²Optou-se por nesse trabalho mostrar apenas a forma reduzida das equações. Adota-se negrito para matrizes e deixa-se implícita a dependência do tempo. Nas referências Ogata (1997), (NISE, 2012) e (CHEN, 1999) encontram-se detalhes adicionais.

2.3 Parâmetros de Qualidade

Para análise da performance de um conversor CC-CA, precisamos definir parâmetros que permitam a análise em relação ao conteúdo harmônico do sinal de saída. Existem inúmeros parâmetros que podem ser analisados, mas nesse trabalho optou-se por concentrar-se em dois deles: a Distorção Harmônica Total e o Fator de Potência, os quais serão descritos a seguir.

2.3.1 Distorção Harmônica Total (THD)

A Equação (17) define a distorção harmônica total, que é a medida da proximidade da forma entre a forma de onda e sua componente fundamental (RASHID, 1999).

$$THD = \frac{1}{V_1} \sqrt{\sum_{n=2,3,4\dots}^{\infty} V_n^2}, \quad (17)$$

onde, V_1 é o valor eficaz da componente fundamental e V_n é o valor eficaz do n -ésimo componente harmônico.

2.3.2 Fator de Potência (FP)

O fator de potência é a razão entre a potência ativa e a potência aparente. Podemos representar o fator de potência em função da THD e o fator de deslocamento, que é o ângulo entre a tensão e a corrente, conforme a Equação (18) (WILLIAMS, 2017).

$$FP = \cos(\theta_v - \theta_i) \sqrt{\frac{1}{1 + THD^2}}, \quad (18)$$

onde, θ_v é o ângulo da tensão e θ_i é o ângulo da corrente.

2.4 Transformação de sistemas de coordenadas

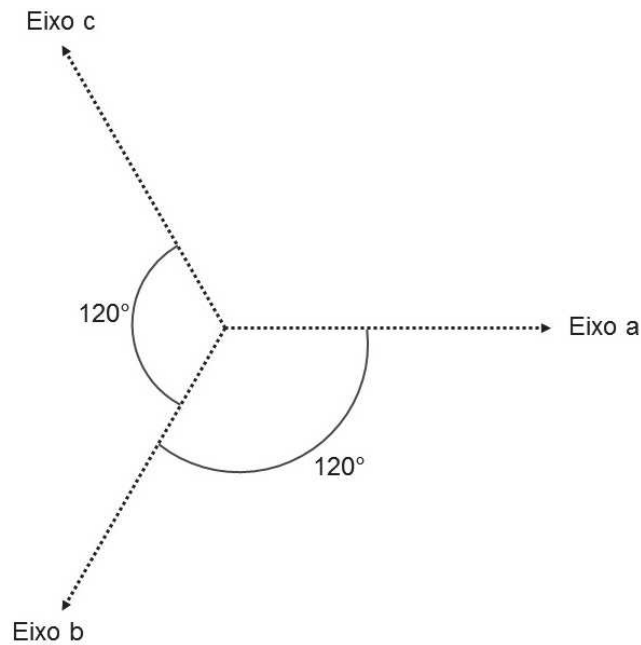
O sistema elétrico trifásico pode ser simplificado por meio de transformações de coordenadas. Essas transformadas partem de um sistema de coordenadas, conhecido como abc , para outros que serão vistos a seguir. O sistema abc , representa um sinal trifásico, senoidal e defasado em 120° , por meio de três eixos defasados em 120° , mostrado na Figura 9.

A representação do sistema trifásico em coordenadas abc pode ser feita por três fasores, sendo eles:

$$V_a = \sqrt{2}V_{RMS} \sin(\omega t); \quad (19)$$

$$V_b = \sqrt{2}V_{RMS} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right); \quad (20)$$

$$V_c = \sqrt{2}V_{RMS} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right). \quad (21)$$

Figura 9 – Sistema de coordenadas abc .

Fonte: Autoria própria. Baseado em: Buso e Mattavelli (2006).

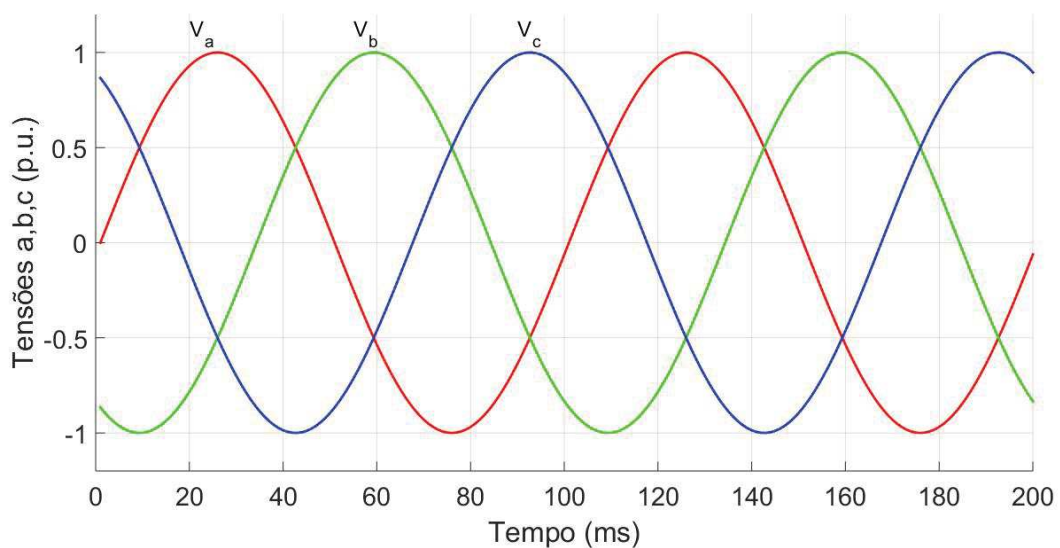
onde:

ω é a velocidade angular em rad/s ;

t é o tempo;

V_{RMS} é a tensão eficaz.

Os sinais V_a , V_b e V_c nas coordenadas abc , assumindo uma velocidade angular de $20\pi rad/s$, estão representados na Figura 10.

Figura 10 – Sistema trifásico representado em coordenadas abc .

Fonte: Autoria Própria. Baseado em: Buso e Mattavelli (2006).

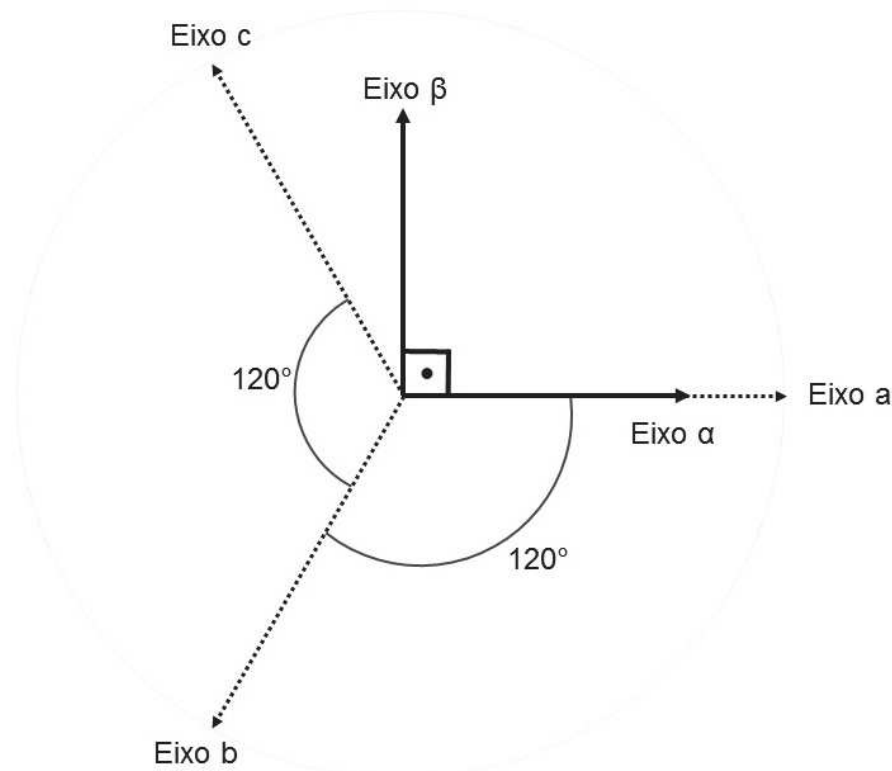
A representação desse sinal trifásico pode ser simplificada. Se utilizarmos apenas dois eixos perpendiculares, a representação se torna a de um sinal bifásico, como o que veremos na Subseção 2.4.1. Se utilizarmos referências síncronas, ou seja, rotativos em sincronia com o sinal, podemos simplificar a representação de um sinal senoidal trifásico para dois sinais contínuos.

2.4.1 Transformada $\alpha\beta$

A transformada $\alpha\beta$ (também conhecido como transformada de Clarke) é utilizada para transformar um sinal CA trifásico em um sinal CA bifásico. Essa técnica é utilizada principalmente para simplificar o controle de inversores, quando acoplados a cargas não lineares, porque permite a análise das distorções harmônicas. Um terno de tensões (ou correntes) instantâneas nas coordenadas abc ($V_a(t)$, $V_b(t)$ e $V_c(t)$), podem ser redefinidos em função das coordenadas $\alpha\beta$ (comumente referidas como coordenadas estacionárias), levando a $V_\alpha(t)$ e $V_\beta(t)$.

No espaço vetorial, a relação entre esses dois sistemas se dá conforme a Figura 11, sendo os vetores que definem os eixos a , b e c igualmente defasados em 120° e os vetores que definem os eixos α e β sendo ortogonais (BUSO; MATTAVELLI, 2006).

Figura 11 – Relação entre os sistemas de coordenadas abc e $\alpha\beta$.



Fonte: Autoria própria. Baseado em: Buso e Mattavelli (2006).

Conforme Buso e Mattavelli (2006, Cap. 4), a transformada $\alpha\beta$ ($abc \rightarrow \alpha\beta$) para um sistema trifásico balanceado, isto é $V_a(t) + V_b(t) + V_c(t) = 0$, é realizada através da Equação (22).

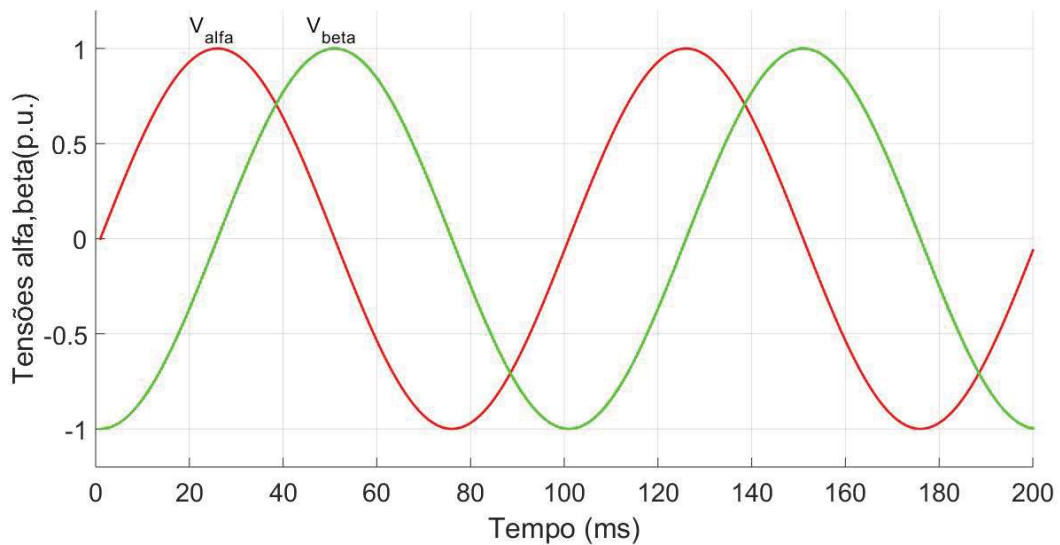
$$\begin{bmatrix} V_\alpha(t) \\ V_\beta(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a(t) \\ V_b(t) \\ V_c(t) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

A transformada $\alpha\beta$ inversa ($\alpha\beta \rightarrow abc$), é realizada através da Equação (23).

$$\begin{bmatrix} V_a(t) \\ V_b(t) \\ V_c(t) \end{bmatrix} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_\alpha(t) \\ V_\beta(t) \end{bmatrix}. \quad (23)$$

O sistema da Figura 10, ao ser representado em coordenadas estacionárias, torna-se um sinal bifásico, conforme a Figura 12.

Figura 12 – Sistema trifásico representado como sistema bifásico com coordenadas $\alpha\beta$.



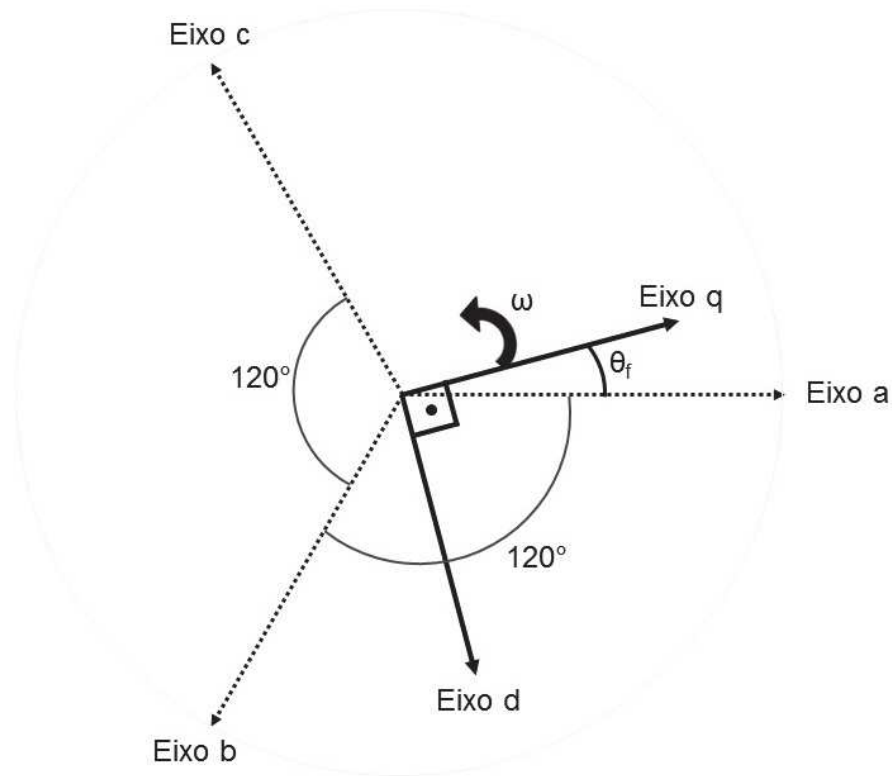
Fonte: Autoria Própria

2.4.2 Transformada $dq0$

A transformada $dq0$ (também conhecido como transformada de Park) é utilizada para transformar um sinal CA trifásico em um valor constante. Isso acontece ao admitir-se como referência dois eixos (d e q) rotacionando, com a mesma velocidade angular ω dos sinais rotativos no sistema de referências abc . Para sistemas trifásicos balanceados o componente 0 é nulo, pois equivale à soma dos três sinais defasados igualmente em 120° . Assim a transformada abc para $dq0$, pode ser simplificada para dq (KRAUSE et al., 2013).

No espaço vetorial a relação entre esses dois sistemas de dá conforme a Figura 13.

Figura 13 – Relação entre os sistemas de coordenadas abc e dq .



Fonte: Autoria própria. Baseado em: Buso e Mattavelli (2006).

A transformada dq ($abc \rightarrow dq$) é realizada conforme a Equação (24).

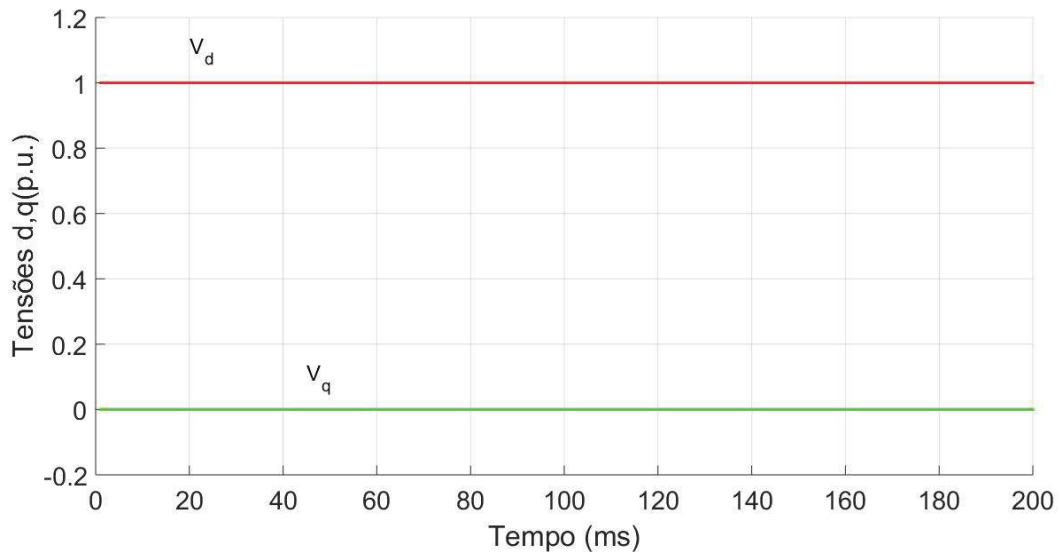
$$\begin{bmatrix} V_d(t) \\ V_q(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \sin(\theta_f) & \sin(\theta_f - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_f + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_f) & \cos(\theta_f - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_f + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a(t) \\ V_b(t) \\ V_c(t) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

A transformada dq inversa ($dq \rightarrow abc$) é realizada conforme a Equação (25).

$$\begin{bmatrix} V_a(t) \\ V_b(t) \\ V_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\theta_f) & \cos(\theta_f) \\ \sin(\theta_f - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_f - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta_f + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_f + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d(t) \\ V_q(t) \end{bmatrix}. \quad (25)$$

O sistema da Figura 10, ao ser representado em coordenadas síncronas, é transformado em sinais constantes, conforme a Figura 14. Para o sistema senoidal trifásico representado nas Equações (19), (20) e (21), obtêm-se que $V_d = 1$ e $V_q = 0$.

Figura 14 – Sistema trifásico representado como constantes em coordenadas dq .



Fonte: Autoria Própria

2.4.3 Transformada $\alpha\beta$ para dq

Pode ser definida uma transformação entre os sistemas de coordenadas dq e $\alpha\beta$ e sua inversa. Essa transformação permite a mudança entre essas coordenadas sem a necessidade de um estágio intermediário em coordenadas abc .

A transformada $\alpha\beta$ para dq ($\alpha\beta \rightarrow dq$) é realizada conforme a Equação (26) (WASYNCZUK et al., 2013).

$$\begin{bmatrix} V_\alpha(t) \\ V_\beta(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \sin(\theta_f) & \cos(\theta_f) \\ -\cos(\theta_f) & \sin(\theta_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d(t) \\ V_q(t) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

A transformada dq para $\alpha\beta$ ($dq \rightarrow \alpha\beta$) é realizada conforme a Equação (27).

$$\begin{bmatrix} V_d(t) \\ V_q(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \sin(\theta_f) & -\cos(\theta_f) \\ \cos(\theta_f) & \sin(\theta_f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_\alpha(t) \\ V_\beta(t) \end{bmatrix}. \quad (27)$$

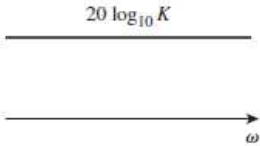
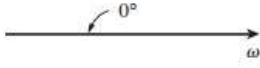
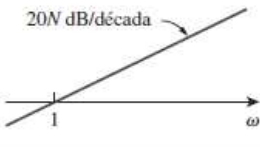
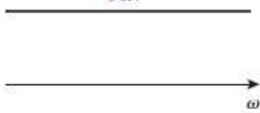
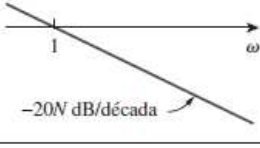
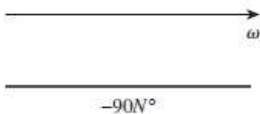
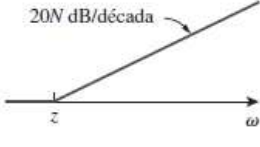
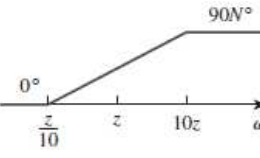
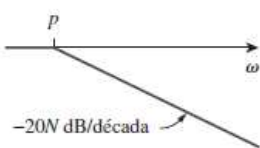
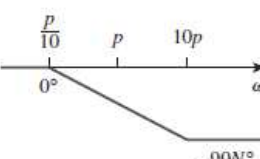
(WASYNCZUK et al., 2013).

2.5 Representação da Resposta em Frequência.

Os gráficos de Bode são de fundamental importância para compreensão desse trabalho, a referência utilizada neste trabalho foi Alexander e Sadiku (2013). Uma explicação sobre a obtenção da representação da resposta em frequência através do Gráfico de Bode está no Apêndice D.

A Figura 15 é um resumo das formas de traçar o gráfico de Bode. O ganho K altera apenas a amplitude do gráfico. Os zeros causam uma elevação de 20 dB/déc na amplitude e uma elevação de 90° na fase. Os polos causam um decaimento de 20 dB/déc e um decaimento de 90° na fase.

Figura 15 – Resumo dos gráficos de amplitude e fase para traçar o gráfico de Bode.

Fator	Amplitude	Fase
K		
$(j\omega)^N$		
$\frac{1}{(j\omega)^N}$		
$\left(1 + \frac{j\omega}{z}\right)^N$		
$\frac{1}{(1 + j\omega/p)^N}$		

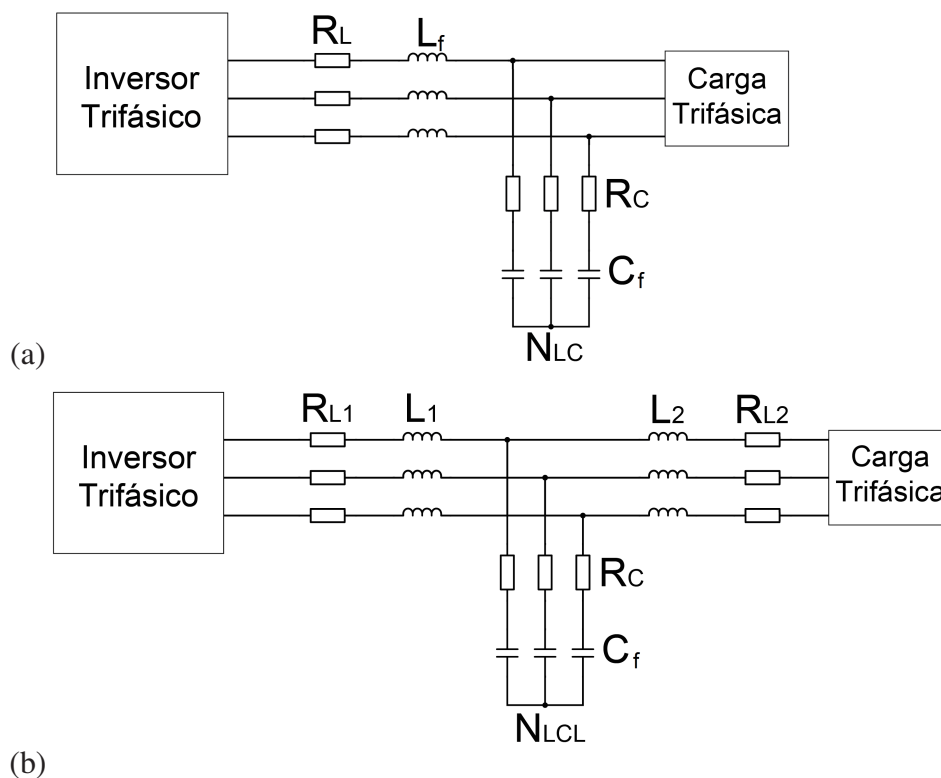
Fonte: Alexander e Sadiku (2013).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Esta seção visa demonstrar como o trabalho foi desenvolvido sobre as questões metodológicas. Inicialmente foram avaliados os filtros passa-baixas indutivo-capacitivo (LCL) e indutivo-capacitivo-indutivo (LCL) para utilização em conversores CC-CA trifásicos, conforme a Figura 16. Para isso foram feitos os projetos dos filtros LC e LCL, e avaliados quanto sua resposta em frequência.

Em seguida, foi feita a validação dos filtros, sendo acoplados ao conversor CC-CA e avaliados quanto a seu desempenho.

Figura 16 – Conversor CC-CA trifásico com filtro (a) LC (b) LCL.



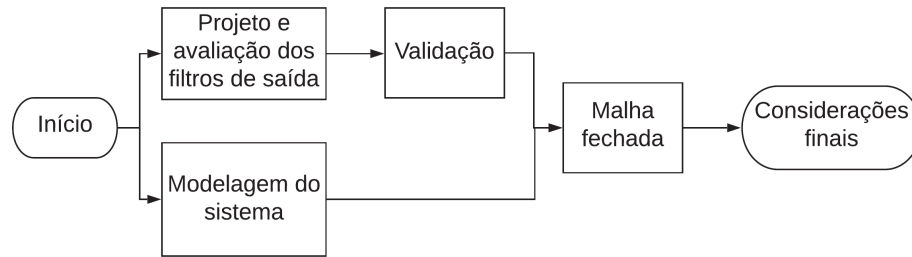
Fonte: Autoria própria.

Em paralelo a isso, foram feitos modelos para o conversor CC-CA trifásico acoplado aos filtros, esses modelos foram realizados em coordenadas dq .

Por último, foi feito um teste em malha fechada, para introdução de conceitos de como pode-se controlar um inversor trifásico. Essa malha de controle simples é base para entendimento de diversas outras que podem ser realizadas em trabalhos futuros.

Uma resumo geral da metodologia adotada está apresentada na Figura 17. De forma geral, foram feitos paralelamente o projeto e a validação dos filtros, e a modelagem do inversor com filtros LC e LCL. Após essas etapas, foram implementada uma malha fechada de controle de tensão. Todas essas etapas foram explicadas com detalhes durante esse capítulo.

Figura 17 – Visão geral da metodologia do trabalho.

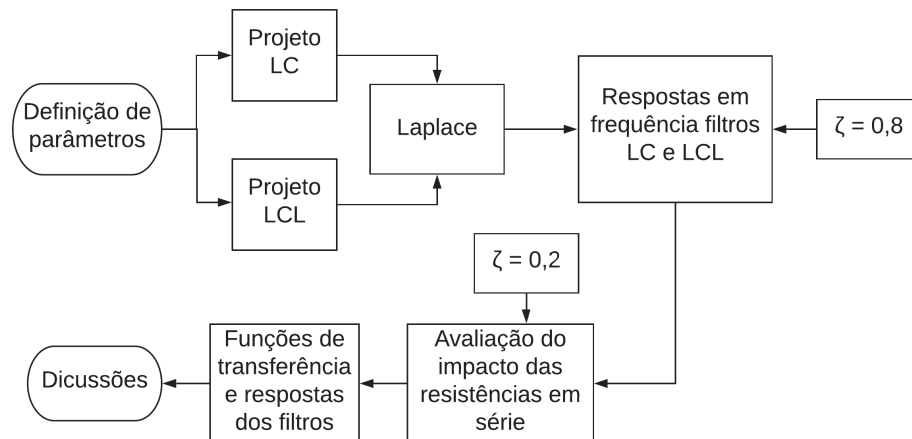


Fonte: Autoria Própria

3.1 Metodologia para o projeto e avaliação dos filtros com e sem resistores série

A metodologia utilizada para projeto e avaliação dos filtros LC e LCL, considerando o impacto dos resistores série dos componentes indutivos e capacitivos está descrita na Figura 18.

Figura 18 – Fluxograma do procedimento metodológico da seção de projeto e avaliação dos filtros de saída do conversor CC-CA.



Fonte: Autoria Própria

Os parâmetros utilizados para projeto dos filtros indutivo-capacitivo (LC) e indutivo-capacitivo-indutivo (LCL) estão apresentados na Tabela 3.

Como a tensão do barramento CC (E) é 400 V, e a tensão de saída eficaz é $127 V_{rms}$, o índice de modulação M é 0,9, já que substituindo as Equações (12) em (14):

$$v_{o_{rms}} = 0,9 \cdot \frac{400}{2\sqrt{2}} \approx 127 V_{rms} .$$

Para o projeto dos filtros, apenas uma das fases é considerada, pois o sistema é equilibrado. Foi utilizada a metodologia proposta por Martins e Barbi (2008) para projeto do filtro LC. Para esse projeto necessita-se a definição de uma carga resistiva R_o , definida a partir da potência

Tabela 3 – Parâmetros de projeto dos filtros

Parâmetro	Valor
frequência de comutação (f_{sw})	12 kHz
frequência da fundamental (f)	60 Hz
tensão de fase (V_{out})	127 V _{rms}
potência em cada fase	1 kW
tensão do barramento CC	400 V _{DC}

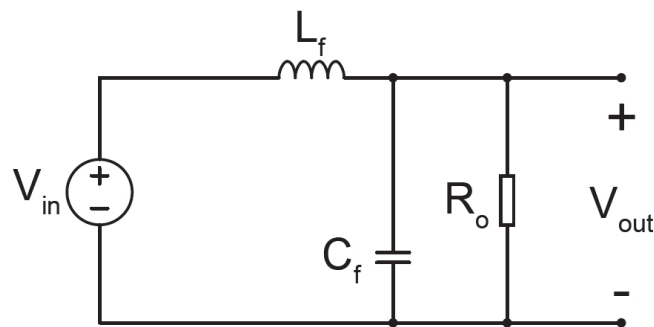
Fonte: Autoria Própria

dos parâmetros de projeto. A frequência de corte localiza-se uma década abaixo da frequência de chaveamento.

O filtro LC é de segunda ordem e pode apresentar polos complexos conjugados, dependendo do fator de amortecimento esse filtro pode possuir uma ressonância. O efeito do fator de amortecimento sobre a resposta em frequência do filtro foi avaliado.

O projeto foi realizado para o circuito da Figura 19. Foi levantada sua função de transferência e nela substituída os parâmetros projetados, sendo a carga 16,2 Ω. Apresentou-se inicialmente a resposta desse filtro para $\zeta = 0,8$. O projeto então foi repetido para outros valores de ζ , explorando assim o efeito que esse parâmetro causa no filtro.

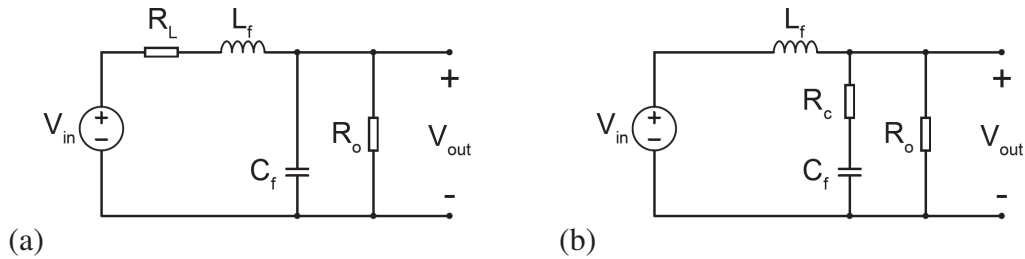
Figura 19 – Circuito equivalente de um filtro LC de segunda ordem.



Fonte: Autoria Própria.

A função de transferência do filtro LC foi apresentada para as topologias da Figura 20, isto é, adicionou-se um resistor em série com os componentes indutivo e capacitivo. Esses resistores foram adicionados individualmente para verificar o efeito deles no sistema. O valor desses resistores foi padronizado em 2 Ω. Durante essa etapa o coeficiente de amortecimento adotado foi 0,2, para que seja possível mostrar a influência das resistências sobre a ressonância dos polos complexos conjugados.

Figura 20 – Filtro LC com resistência série parasitária do componente (a) indutivo; (b) capacitivo.



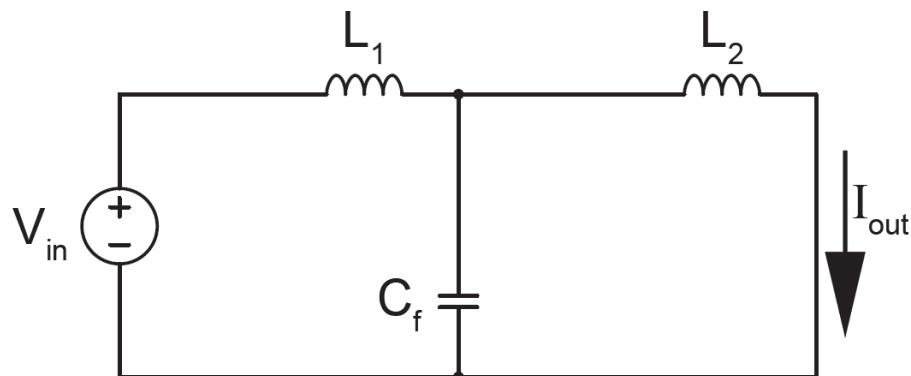
Fonte: Autoria própria.

Para projeto do filtro LCL da Figura 21, foi utilizada a metodologia proposta por Gabe (2008). O principal critério definido por essa metodologia diz respeito ao posicionamento da frequência de ressonância que esse filtro possui em virtude do par de polos complexos conjugados. Esse critério é

$$10\omega_g \leq \omega_{res} \leq \frac{\omega_{sw}}{2}. \quad (28)$$

Posicionando a frequência de ressonância nesse intervalo, torna-se mais difícil a excitação do conteúdo harmônico pela ressonância.

Figura 21 – Circuito equivalente do filtro LCL.

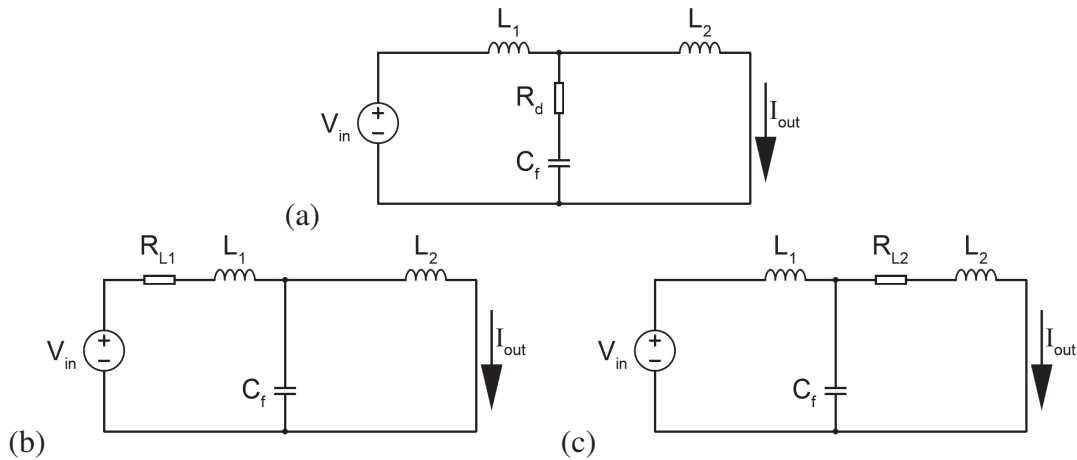


Fonte: Autoria Própria.

Após o projeto do LCL, fez-se uma avaliação do impacto da adição das resistências série no circuito, conforme Figura 39.

As resistências série podem ser consideradas como representação dos efeitos não ideais dos componentes, no entanto, como o objetivo foi apenas avaliar o impacto dessas resistências sobre a função de transferência do filtro, foi padronizado o valor de 2Ω , exceto quando indicado outro valor.

Figura 22 – Circuitos do filtro LCL com resistências série parasitárias nos componentes (a) C_f ; (b) L_1 ; (c) L_2 .



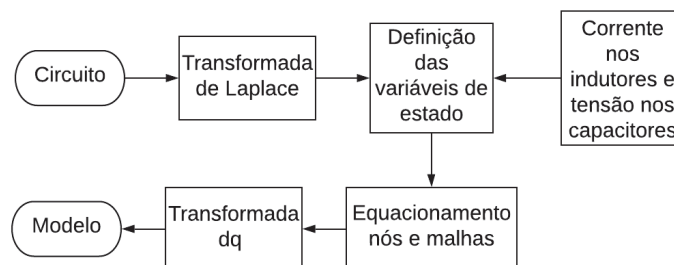
Fonte: Autoria própria.

As funções de transferências dos filtros projetados foram calculadas e suas respostas levantadas, com uso do software GNU Octave¹.

3.2 Metodologia de modelagem dos filtros LC e LCL

Após o projeto e análise dos filtros, as modelagens do sistema completo, inversor com filtro acoplado, serão realizadas através da metodologia do espaço de estados, conforme a Seção 2.2. Ao todo, quatro modelos serão desenvolvidos. Todos eles os modelos em referenciais síncronos (dq), sendo que a metodologia de modelagem da Figura 23 foi aplicada para os filtros LC , LC com R_c e LCL .

Figura 23 – Fluxograma do procedimento metodológico da seção de projeto e avaliação dos filtros de saída do conversor CC-CA.



Fonte: Autoria Própria.

Através dos modelos no espaço de estados, é possível obter uma representação do sistema com a qual se pode calcular ganhos dos controladores nas malhas de controle. O método

¹GNU Octave é um software utilizado para computação matemática (GNU OCTAVE, 18 dez. 2019)

de modelagem é o da Equação (16). Serão feitos modelos para os filtros LC, LC com R_c e LCL, conforme Figura 24.

Conforme apresentado em (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011), o inversor trifásico é modelado a partir da definição de uma função de chaveamento

$$\bar{p}(t) = \frac{2}{3} (p_a(t) + \alpha p_b(t) + \alpha^2 p_c(t)) , \quad (29)$$

onde $\alpha = e^{j2\pi/3}$.

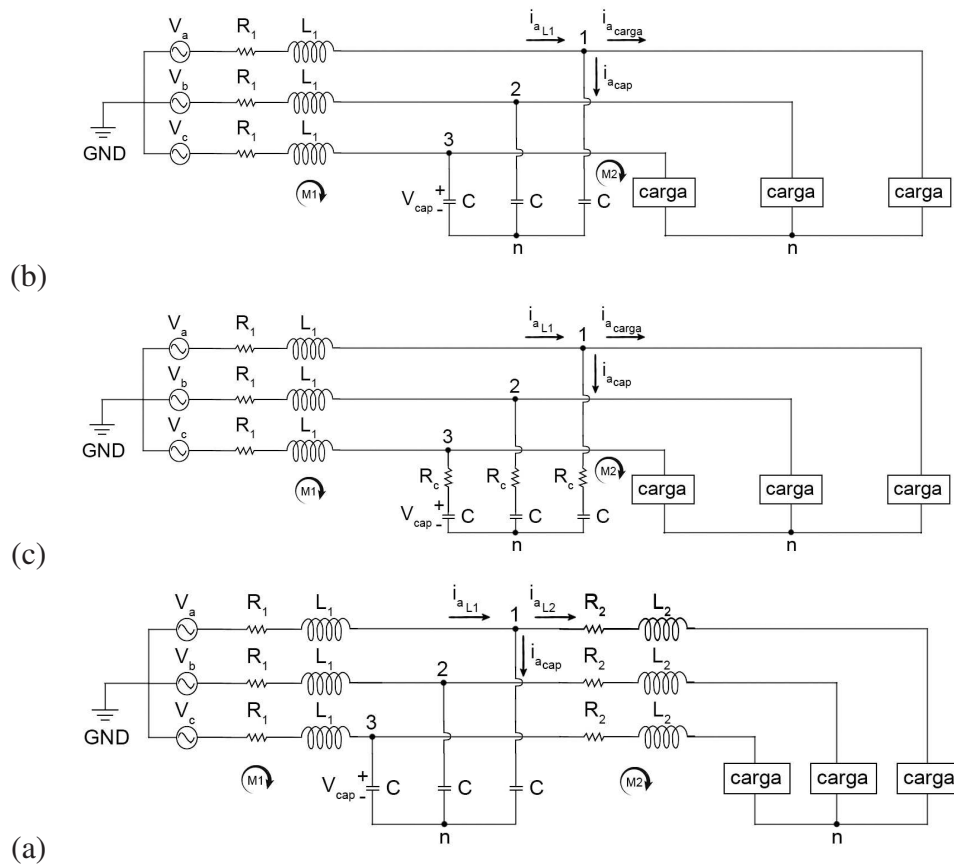
A tensão AC produzida pelo inversor é definida por

$$\bar{v}(t) = \bar{p}(t)v_{dc}(t) , \quad (30)$$

onde v_{dc} é a tensão contínua na entrada do inversor. A tensão AC, na Figura 24 são os sinais V_a , V_b e V_c , esses três sinais compõe o sinal $\bar{v}(t)$.

A partir dessa definição pode-se seguir o procedimento padrão de modelagem em espaços de estados presente amplamente na literatura.

Figura 24 – Circuito equivalente para modelagem do inversor trifásico acoplado com o filtro (a) LC; (b) LC com R_c ; (c) LCL.



Fonte: Autoria própria.

3.3 Metodologia de Validação dos Filtros

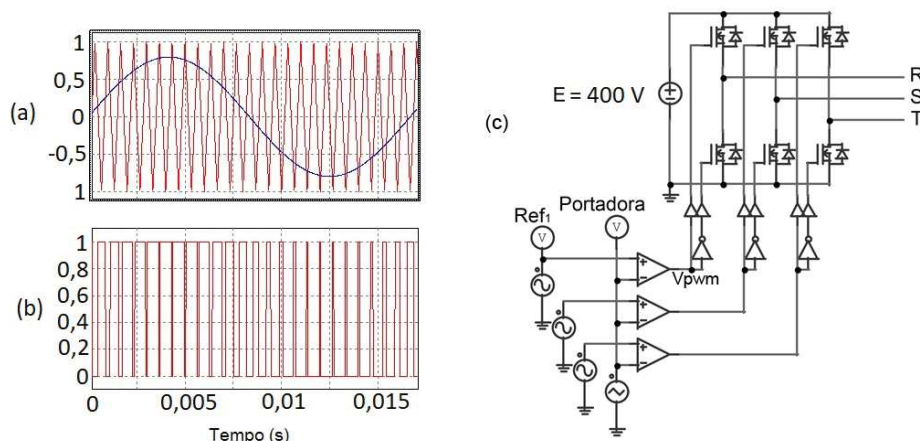
A validação foi realizada apenas para os filtros, ficando para um trabalho futuro a validação da modelagem dq.

Para validar os filtros, foi aplicado o chaveamento SPWM unipolar do conversor CC-CA trifásico do projeto, os filtros de saída projetados LC, LCL e LCL com R_d . Foram avaliados no sistema com carga resistiva e resistiva-indutiva (RL) os parâmetros THD e máxima componente harmônica, que em todos os casos foi aquela presente na frequência de chaveamento [$V_{out}(h_{sw})$].

Também foram levantados os espectros do sistema, mostrando o conteúdo harmônico antes e depois do filtro.

As simulações foram realizadas no *software* PSIM², com chaveamento tipo SPWM unipolar. Neste tipo de modulação, os comandos dos semicondutores são gerados a partir da comparação de três sinais de referência senoidais defasados em 120°, com uma portadora triangular, isolando apenas uma das referências, a representação gráfica desses sinais é conforme a Figura 25(a). Conforme a Figura 25(b) demonstra, V_{pwm} é 1 V sempre que a portadora (V_{carr} no gráfico) for menor que a referência (V_a), e ao contrário, quando V_{carr} é maior que V_a , temos V_{pwm} sendo zero. Na simulação, o circuito que implementou essa lógica está demonstrado na Figura 25(c). Em série ao comparador há um circuito lógico que impede duas chaves em um mesmo braço do inversor fiquem ligadas ao mesmo tempo, o que resultaria em um curto circuito da fonte E .

Figura 25 – Geração do chaveamento. (a) Formas de onda portadora e da referência; (b) Tensão de comando da chave; (c) Circuito da modulação.



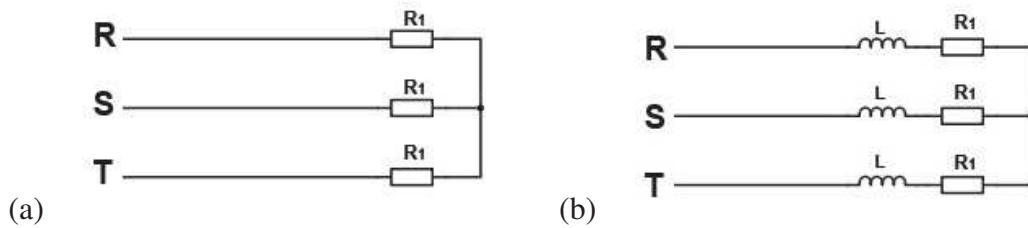
Fonte: Autoria própria.

Padronizou-se como carga $R = 16,2 \Omega$ para carga resistiva, e para carga RL o mesmo valor de resistência e um indutor de 2 mH.

²Software amplamente utilizado para simulações na área de eletrônica de potência. Foi utilizada licença de estudante.

O efeito de cada um dos filtros foi avaliado em dois tipos de carga trifásica, portanto foram realizadas uma simulação para cada combinação de filtro e carga. De posse dos resultados simulados, obteve-se os parâmetros de desempenho THD e FP, abordados na Seção 2.3. Estes dados serão analisados com o intuito de compreender a influência da carga e do filtro no sistema. Quanto a escolha das cargas, foram resistivas e RL , conforme Figura 26.

Figura 26 – Topologia da carga (a) resistiva; (b) RL .

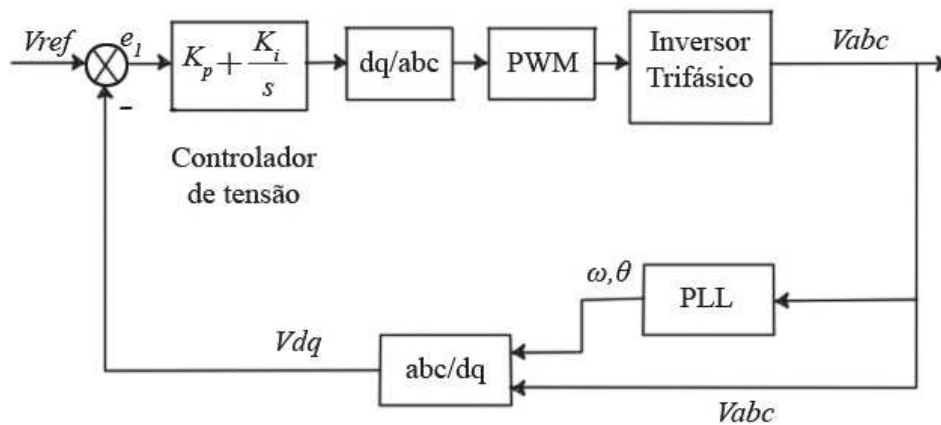


Fonte: Autoria própria.

3.4 Metodologia de simulação em malha fechada

A malha de controle utilizada foi a malha da Figura 27. A tensão foi controlada a partir de uma referência. O controlador PI utilizado foi implementado de maneira empírica.

Figura 27 – Variação da tensão de saída V_{out} a partir da variação do sinal de referência.



Fonte: Adaptado de Dai, Wang e Zeng (2016).

Foi exposta a resposta temporal do sistema sendo controlado pela referência, demonstrando o funcionamento da malha.

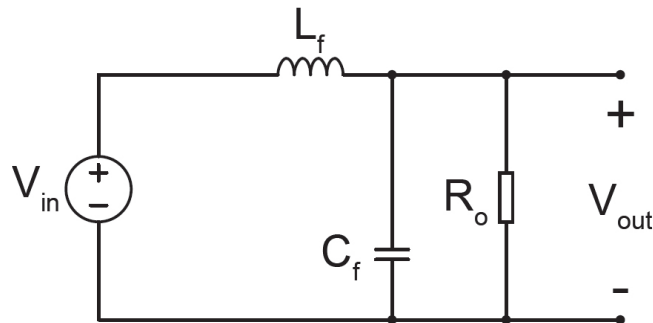
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesse capítulo são apresentados os resultados e as discussões.

4.1 Equacionamento do Filtro Passivo LC

O filtro LC passa baixas, topologia demonstrada na Figura 28, pode ser representado por uma função de transferência $G_{LC}(s)$. A saída do filtro é a tensão sobre a carga V_{out} e a entrada é a tensão V_{in} .

Figura 28 – Circuito equivalente de um filtro LC de segunda ordem.



Fonte: Autoria Própria

Aplicando a transformada de Laplace, o indutor L_f pode ser representado por sL_f , o capacitor C_f torna-se $1/(sC_f)$. A carga R_o por ser resistiva, não é alterada. Sendo assim, a impedância equivalente desse circuito no domínio de Laplace é:

$$Z_{eq}(s) = \frac{\frac{R_o}{sC_f}}{R_o + \frac{1}{sC_f}} \quad (31)$$

Já a função de transferência do filtro LC é dada por:

$$G_{LC}(s) = \frac{Z_{eq}(s)}{sL_f + Z_{eq}(s)} \quad (32)$$

Substituindo a equação 31 em 32, obtém-se (33):

$$G_{LC}(s) = \frac{\frac{1}{L_f C_f}}{s^2 + \frac{1}{R_o C_f} s + \frac{1}{L_f C_f}} \quad (33)$$

A função de transferência genérica de um sistema de segunda ordem, por sua vez, é:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (34)$$

(NISE, 2012). Onde, ω_n é a frequência natural, ou seja, a frequência de oscilação do sistema sem amortecimento e ζ é o fator de amortecimento.

A partir da Equação (34) pode-se descobrir os parâmetros ω_n e ζ para a Equação (33).

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}}, \quad (35)$$

$$\zeta = \frac{1}{2R_o} \sqrt{\frac{L_f}{C_f}}. \quad (36)$$

4.1.1 Projeto do Filtro LC

Conforme é destacado por Martins e Barbi (2008), em geral, o projeto do filtro de saída é realizado considerando carga resistiva pura. A carga R_o é:

$$R_o = \frac{V_{out}^2}{P_o} \cos(\phi), \quad (37)$$

onde V_{out} é a tensão eficaz sobre a carga, P_o é a potência na carga em uma das fases e $\cos(\phi)$ é o fator de potência da carga, que para carga resistiva é 1.

A partir da Equação (36), obtém-se a expressão da indutância (L_f) em função da capacitância (C_f):

$$L_f = 4R_o^2 \zeta^2 C_f. \quad (38)$$

A frequência de corte f_c do sistema é obtida a partir da Equação (35), resultando em:

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_f C_f}}. \quad (39)$$

Ao substituir a Equação (38) na (39), obtém-se:

$$C_f = \frac{1}{4\pi \zeta f_c R_o}. \quad (40)$$

$$L_f = \frac{1}{(2\pi f_c)^2 C_f}. \quad (41)$$

equações as quais permitem encontrar os parâmetros L_f e C_f do filtro.

Os parâmetros deste projeto são apresentados na Tabela 3 em que frequência de corte foi definida seguindo a recomendação de Martins e Barbi (2008), estando uma década abaixo da frequência de comutação.

De posse dos parâmetros da Tabela 3 e das Equações (37), (40) e (41), determinou-se os parâmetros do filtro, conforme apresentados na Tabela 4. A princípio foi utilizado um coeficiente de amortecimento 0,8, o efeito da variação deste coeficiente foi explorado com mais detalhes na Subseção 4.1.2.

Tabela 4 – Componentes passivos calculados do filtro LC a partir de parâmetros estabelecidos e coeficiente de amortecimento (ζ) sendo 0,8.

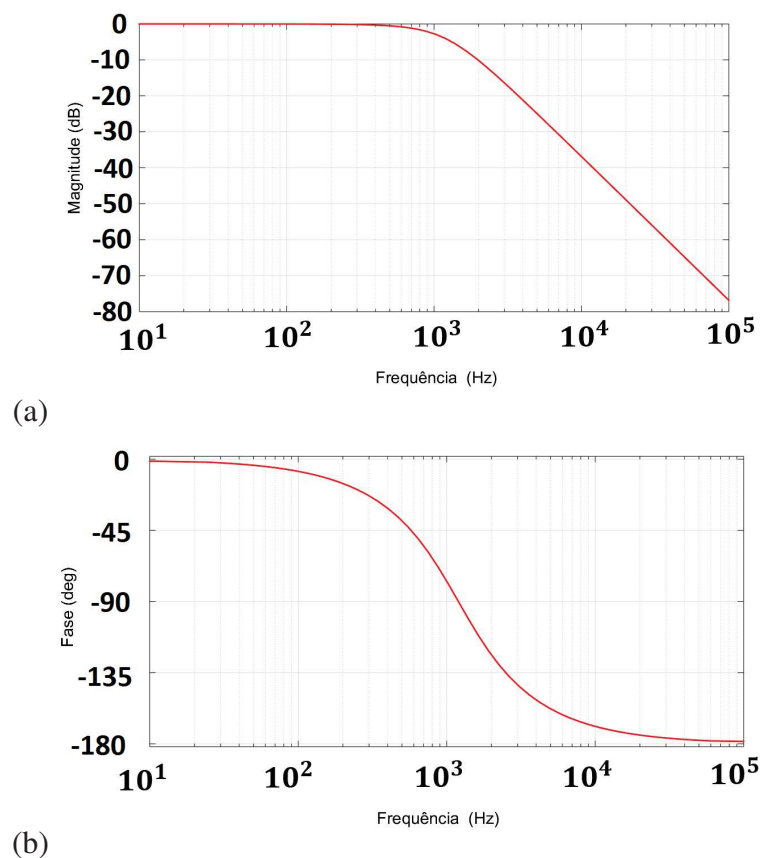
Parâmetro	Valor
R_o	16,20 Ω
C_f	5,12 μF
L_f	3,44 mH

A função de transferência do sistema projetado com o filtro LC e carga resistiva foi obtida com os resultados da Tabela 4, como segue:

$$G_{LC}(s) = \frac{56,84 \times 10^6}{s^2 + (12,06 \times 10^3)s + 56,84 \times 10^6} \quad (42)$$

O diagrama de Bode da Figura 29 permite verificar a resposta do filtro. Percebe-se que o sistema mantém sua magnitude até próximo da frequência de corte. A partir da frequência de corte, o gráfico da magnitude decai a 40 dB/déc, esse comportamento pode ser observado na Figura 29(a). No gráfico de fase ocorre uma queda de 0° a -180° , vide Figura 29(b).

Figura 29 – Diagrama de Bode para o projeto do filtro LC.



Fonte: Autoria Própria.

Da equação Equação (42), percebe-se o sistema apresenta dois polos complexos conju-

gados

$$\begin{cases} p_1 = -6,0316 \times 10^3 + j 4,5235 \times 10^3 \\ p_2 = -6,0316 \times 10^3 - j 4,5235 \times 10^3 \end{cases} \quad (43)$$

Portanto, espera-se que na frequência de corte calculada o sistema decaia a uma taxa de 40 dB/déc, sendo essa frequência:

$$f_{c_{calc}} = \frac{\sqrt{(-6,0316 \times 10^3)^2 + (4,5235 \times 10^3)^2}}{2\pi} = 1199,93 \text{ Hz} \quad (44)$$

4.1.2 Efeito do coeficiente de amortecimento

Realizando o projeto do filtro LC para diferentes valores de ζ , os valores de L_f e C_f são conforme a Tabela 5.

A Figura 30 representa a influência do coeficiente de amortecimento no diagrama de Bode. Esse resultado ilustra como a diminuição do coeficiente de amortecimento acarreta em uma elevação do pico de ressonância, onde há uma amplificação nas frequências próximas à f_{corte} para valores de $\zeta < \frac{\sqrt{2}}{2}$. Já a fase varia de 0° a -180° no intervalo de $\omega_n/10$ a $10\omega_n$, conforme aproximação da Figura 50.

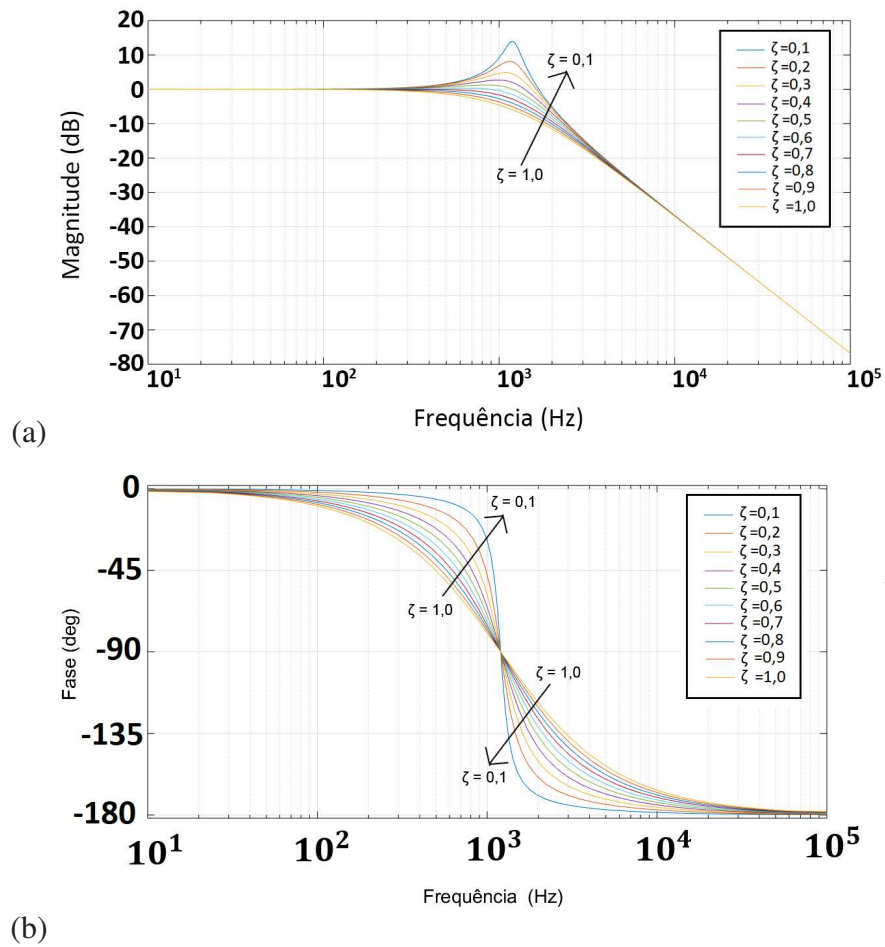
Tabela 5 – Projeto de L_f e C_f para os parâmetros de projeto definidos utilizando diferentes valores de ζ .

ζ	L_f (mH)	C_f (μF)
0,1	0,4	40,9
0,2	0,9	20,5
0,3	1,3	13,7
0,4	1,7	10,2
0,5	2,1	8,2
0,6	2,6	6,8
0,7	3,0	5,9
0,8	3,4	5,2
0,9	3,9	4,6
1,0	4,3	4,1

4.1.3 Efeito das resistências séries nos elementos indutivo e capacitivo do filtro LC.

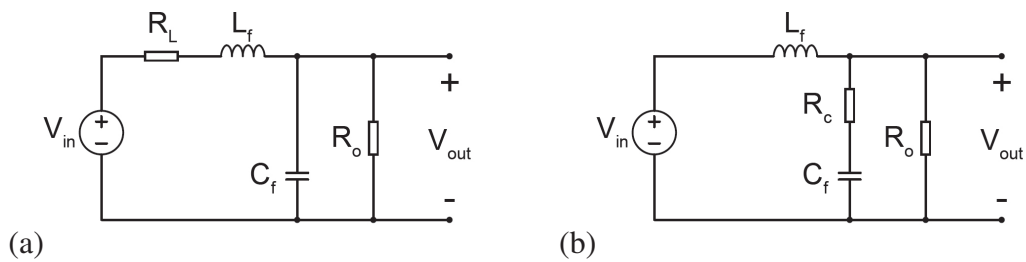
Como os componentes não são ideais, pode-se adicionar resistores R_L e R_C ao circuito, sendo estes as representações equivalentes dos efeitos parasitas do indutor e do capacitor, respectivamente, conforme Figura 31.

Figura 30 – Diagrama de Bode para o projeto do filtro LC utilizando diferentes valores de fator de amortecimento.



Fonte: Autoria Própria.

Figura 31 – Filtro LC com resistência série parasitária do componente (a) indutivo; (b) capacitivo.



Fonte: Autoria própria.

Assim, ao considerar os efeitos de R_L no circuito da Figura 31(a) e aplicar a transformada de Laplace, a função de transferência é dada por:

$$G_{R_L L_f - C_f}(s) = \frac{1}{L_f C_f} \cdot \frac{1}{s^2 + \left(\frac{R_L}{L_f} + \frac{1}{R_o C_f} \right) s + \frac{1}{L_f C_f} + \frac{R_L}{R_o L_f C_f}} \quad (45)$$

Substituindo os parâmetros de projeto a função de transferência torna-se:

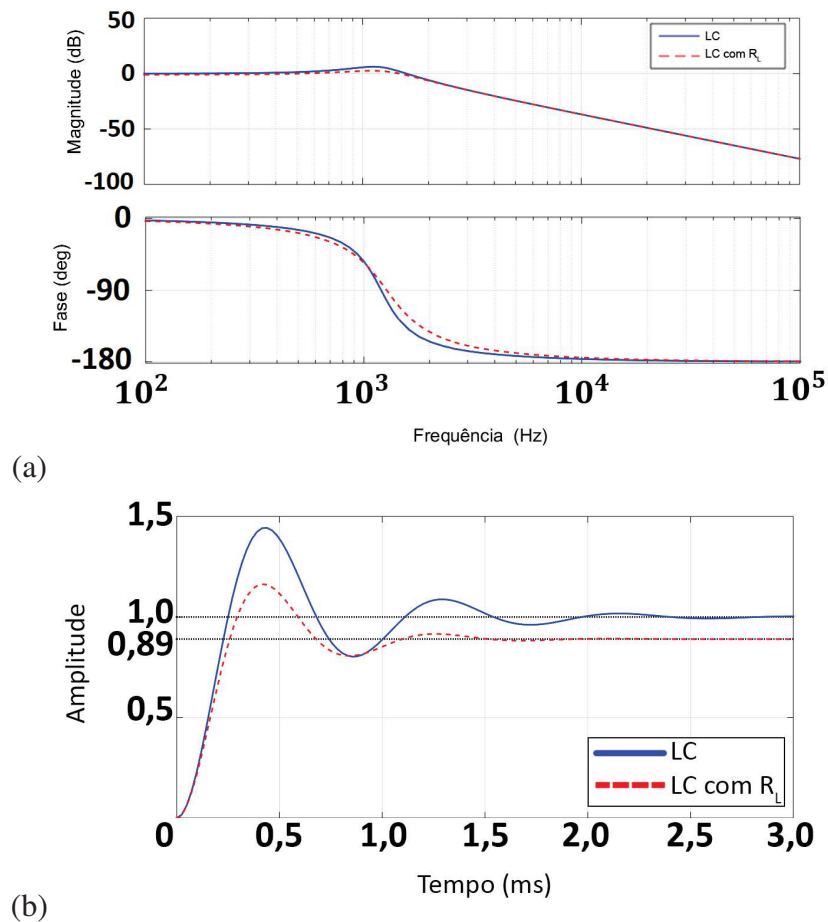
$$G_{R_L L_f - C_f}(s) = \frac{5,6842 \times 10^7}{s^2 + 5,3439 \times 10^3 s + 6,3860 \times 10^7} \quad (46)$$

Os polos dessa função de transferência são:

$$\begin{cases} p_1 = -2,672 \times 10^3 + j7,531 \times 10^3 \\ p_2 = -2,672 \times 10^3 - j7,531 \times 10^3 \end{cases}$$

O resistor R_L (em série com o indutor) causa uma atenuação na resposta do sistema (ver Figura 32). Esse amortecimento, pode até ser desejável em algumas situações sob o ponto de vista da resposta do sistema, mas deve-se atentar ao fato que essa resistência reduz a tensão de saída do indutor, tornando-o menos eficiente.

Figura 32 – (a) Resposta em frequência e (b) resposta ao degrau do filtro LC com e sem a presença de R_L .



Fonte: Autoria própria.

De forma semelhante, ao aplicar a transformada de Laplace ao circuito da Figura 31(b), agora considerando os efeitos de R_c , a função de transferência é dada por:

$$G_{L_f - R_c C_f}(s) = \frac{As + B}{s^2 + \left(\frac{1}{C_f R_c R_o} + A\right)s + B} \quad (47)$$

onde $A = \frac{R_c R_o}{L_f(R_c + R_o)}$ e $B = \frac{R_o}{C_f L_1(R_c + R_o)}$.

Substituindo os valores dos componentes, a função de transferência torna-se:

$$G_{L_f - R_c C_f}(s) = \frac{2071,5(s + 2,443 \times 10^4)}{(s^2 + 4758s + 5,061 \times 10^7)} \quad (48)$$

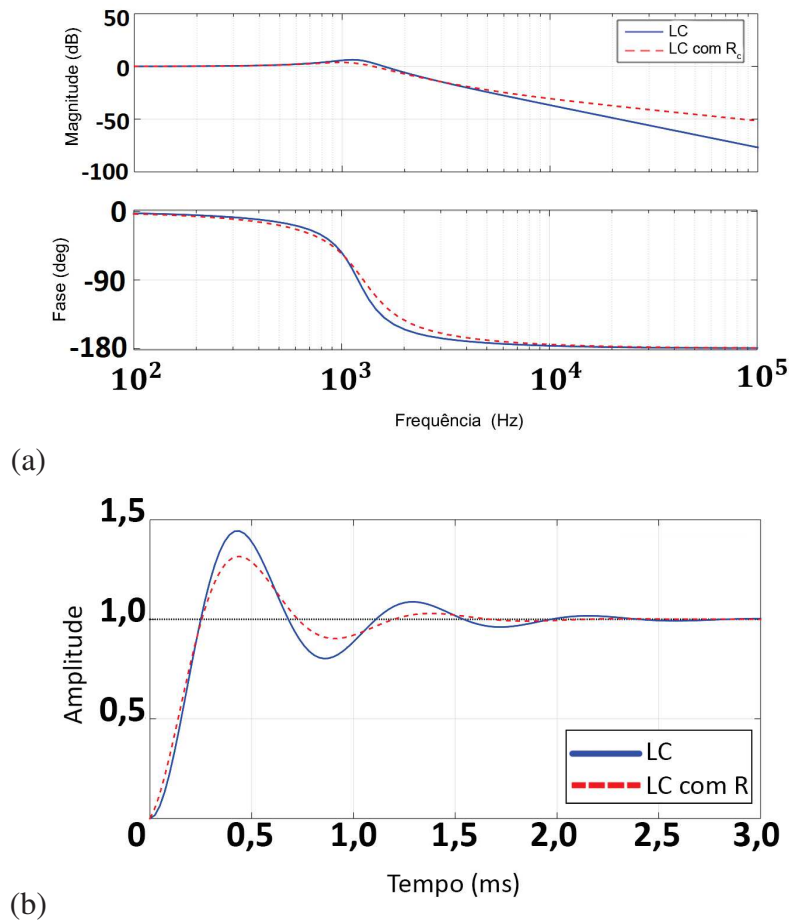
cujos polos são

$$\begin{cases} p_1 = -2,3789 \times 10^3 + j6,7045 \times 10^3 \\ p_2 = -2,3789 \times 10^3 - j6,7045 \times 10^3 \end{cases}$$

e o zero é

$$\{z_1 = -2,443 \times 10^4\}$$

Figura 33 – Resposta em frequência (a) e resposta ao degrau (b) do filtro LC com e sem a presença de R_C .



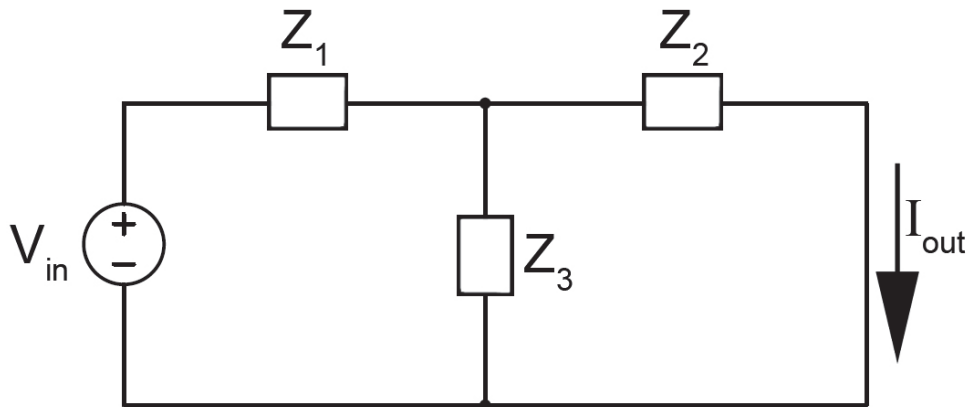
Fonte: Autoria própria.

4.2 Equacionamento do Filtro Passivo LCL

Para projeto do filtro LCL, colocamos um curto-circuito na saída do inversor, pois considera-se que a carga – usualmente a rede – é um curto-circuito para os harmônicos gerados pela comutação das chaves do inversor (GABE, 2008).

Considere o circuito na configuração T, conforme apresentado na Figura 34, onde Z_1 , Z_2 e Z_3 são impedâncias ainda não definidas.

Figura 34 – Circuito em configuração T sem definição das impedâncias.



Fonte: Autoria Própria

A corrente de saída desse circuito é:

$$I_{out} = \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} I_1, \quad (49)$$

onde I_1 é a corrente em Z_1 . Equacionando a impedância equivalente, e isolando I_1 tem-se:

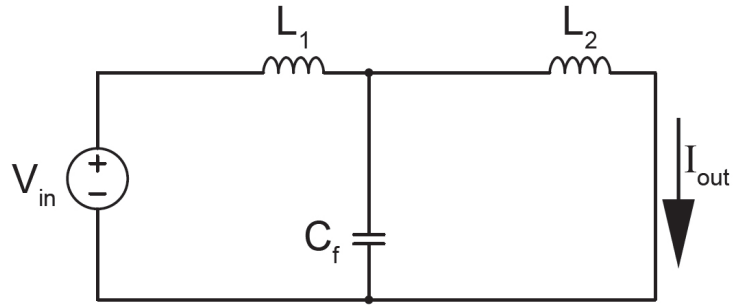
$$I_1 = \left(\frac{1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}} \right) V_{in}. \quad (50)$$

A função de transferência desse circuito é obtida substituindo a Equação (50) em (49):

$$\frac{I_{out}}{V_{in}} = \left(\frac{1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}} \right) \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}. \quad (51)$$

Tendo a função de transferência da Equação (51), considere agora o circuito da Figura 35. Esse circuito apresenta a mesma configuração da Figura 34.

Figura 35 – Circuito do filtro LCL.



Fonte: Autoria Própria

Isto posto, podemos utilizar a Equação (51) para chegar à expressão da função de transferência (G_{LCL}), do circuito da Figura 35 utilizando como impedâncias:

$$\begin{cases} Z_1 = sL_1 \\ Z_2 = sL_2 \\ Z_3 = \frac{1}{sC_f} \end{cases} \quad ,$$

Assim, a função de transferência do filtro LCL é:

$$G_{LCL}(s) = \frac{\frac{1}{L_1 L_2 C_f}}{s(s^2 + \frac{1}{L_2 C_f} + \frac{1}{L_1 C_f})} \quad (52)$$

Da função de transferência, percebe-se que o sistema possui três polos, um deles estando na origem e outros dois polos, complexos conjugados. O polo na origem causa um decaimento de 20 dB/déc. Na frequência de corte dos outros dois polos deve ocorrer uma oscilação e então o novo decaimento que seguirá será 60 dB/déc. Quanto a fase, deve iniciar em -90° e decair até -270° .

4.2.1 Projeto do filtro LCL

Substituindo na Equação (53) o operador de Laplace s , por $j h \omega_g$, onde ω_g é a frequência fundamental (60 Hz) e h é a ordem harmônica, temos:

$$G_{LCL}(j h \omega_g) = \frac{\frac{1}{L_1 L_2 C_f}}{h \omega_g (-h^2 \omega_g^2 + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C_f})} \quad (53)$$

Da equação 34, podemos observar que o termo independente refere-se a frequência de ressonância do filtro ao quadrado. Sendo assim, pode-se concluir que:

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C_f}} \quad (54)$$

Deve-se atentar à posição da ressonância no espectro do filtro. Como discutido anteriormente, a frequência de ressonância divide a região com atenuação de 20 dB/década daquela com

atenuação de 60 dB/década. Sendo assim, caso $\omega_{res} \approx 0$, a atenuação do filtro será maior nas altas frequências, mas a ressonância estará próxima da frequência fundamental. Por outro lado, $\omega_{res} \approx \omega_{sw}$ (onde ω_{sw} é a frequência de chaveamento), a atenuação das altas frequências será menor, pois a atenuação estará na taxa de 20 dB/década. Portanto, como destaca Gabe (2008), a localização da ressonância é um importante critério de projeto, critério esse definido através da condição:

$$10\omega_g \leq \omega_{res} \leq \frac{\omega_{sw}}{2} . \quad (55)$$

Localizando a frequência de ressonância segundo o critério da equação 55, torna-se mais difícil a ampliação dos modos oscilatórios de altas frequências que surgem em consequência do chaveamento, ou dos possíveis harmônicos de baixa ordem harmônica das redes não ideais.

Os critérios de projeto do filtro LCL estão definidos na Tabela 3. A frequência de corte, que é definida agora pelo critério da Equação (55).

O projeto do filtro LCL começa pela definição da impedância de base Z_b , e da capacitância de base C_b :

$$Z_b = \frac{E_n^2}{P_n} ; \quad (56)$$

$$C_b = \frac{1}{\omega_g Z_b} . \quad (57)$$

onde, E_n é a tensão RMS de linha e P_n é a potência ativa em uma das fases.

As indutâncias L_1 e L_2 são relacionadas por uma constante γ_1 :

$$L_2 = \gamma_1 L_1 . \quad (58)$$

Essa constante afeta a atenuação das componentes harmônicas na frequência de comutação, para as correntes em L_1 (i_{L_1}) e em L_2 (i_{L_2}).

O capacitor afeta o fator de potência do sistema, para aplicações em geração distribuída usualmente utiliza-se $\gamma_2 = 0,05$ (GABE, 2008).

$$C_f = \gamma_2 C_b . \quad (59)$$

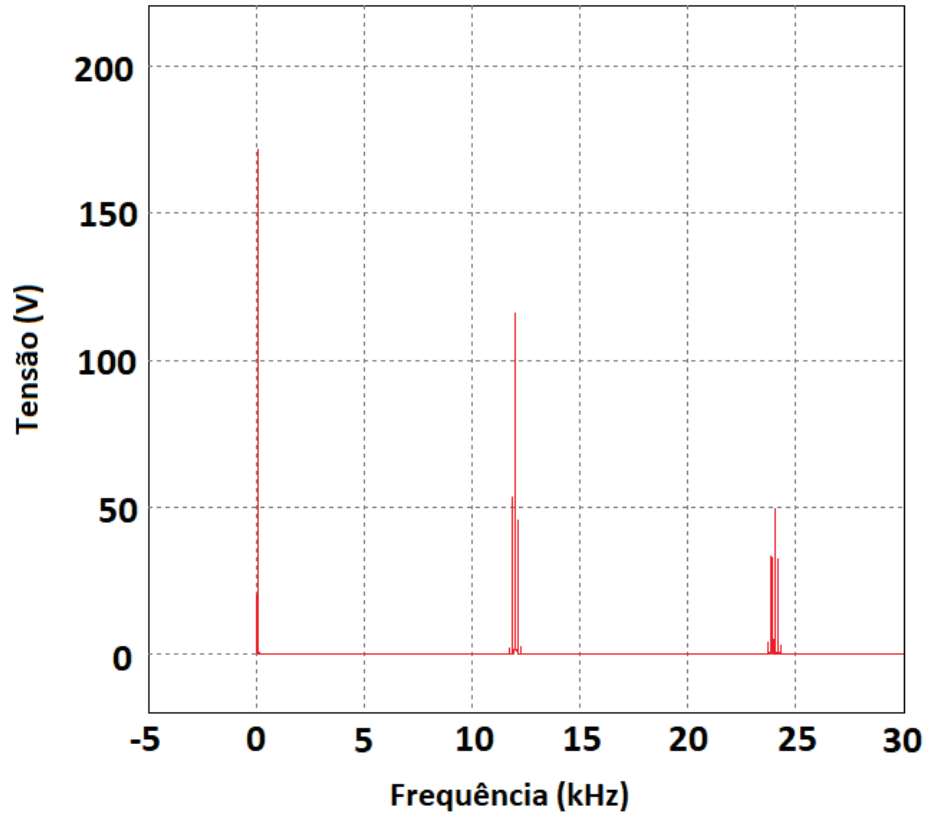
A tensão do inversor na frequência de chaveamento é $V_{in}(h_{sw}) \approx 0,50$ p.u. (ver Figura 36), como a componente harmônica na corrente de saída (I_{out}) é restringida em 0.003 p.u. (ou 0,3%), conforme Tabela 1, a máxima componente harmônica na corrente de entrada foi definida em:

$$i_{L1_{sw}} = \frac{u_{sw}}{0.003} \approx 5,88 \times 10^{-3} \text{ p.u.} . \quad (60)$$

A forma que foi definida essa componente harmônica na entrada não é uma regra, mas sim uma definição de projeto. O resultado do deve ser avaliado ao final, a fim de atender ao critério de

componente harmônica na saída. Reduzir as componentes harmônicas da entrada elevam as perdas do filtro.

Figura 36 – Espectro da tensão de entrada no filtro.



Fonte: Autoria Própria

Pode-se então projetar o indutor L_1 é feito através de:

$$L_1 = \frac{V_{in_{sw}}}{(i_{L1_{sw}} h_{sw} 2\pi f_g)}, \quad (61)$$

onde, $V_{in_{sw}}$ é a tensão do inversor na componente harmônica da frequência de chaveamento, $i_{L1_{sw}}$ é a corrente de entrada na componente harmônica de chaveamento, e h_{sw} é a ordem harmônica da frequência de chaveamento (GABE, 2008).

Para o projeto do indutor L_2 utiliza-se a (Figura 37). O parâmetro que guia a escolha de γ_1 é a atenuação harmônica na frequência de chaveamento. Assume-se que a ressonância está posicionada segundo critério da Equação (55) e que para ordem harmônicas superiores que a de chaveamento, a atenuação seja maior que o critério estabelecido normativamente (ver Tabela 1).

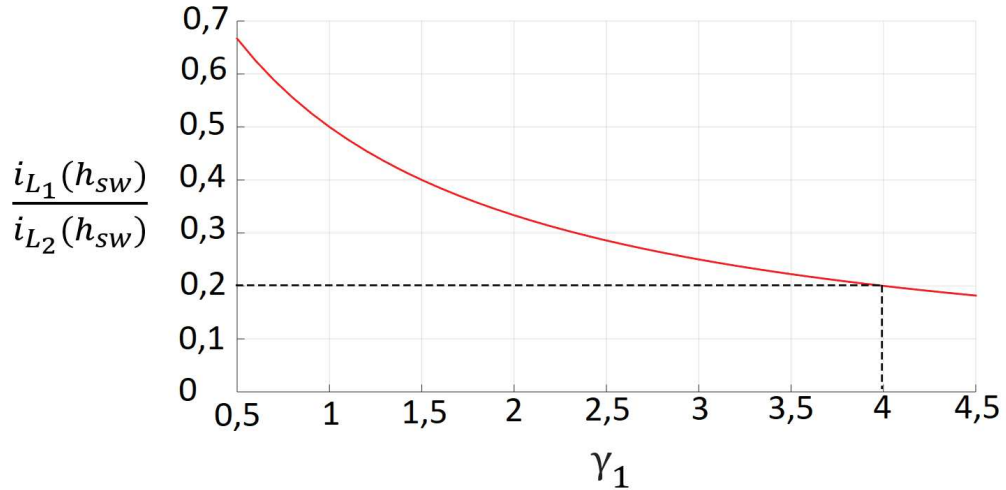
A máxima corrente de entrada na frequência de chaveamento é $5,88 \times 10^{-3}$ p.u., e a componente harmônica da corrente de saída na frequência de chaveamento é:

$$I_{L2_{sw}} \leq 0,03 .$$

O gráfico da Figura 37, foi traçado utilizando a equação:

$$\frac{I_{L_1}(h_{sw})}{I_{L_2}(h_{sw})} = \frac{1}{|1 + \gamma_1(1 - L_1 C_b 2\pi f_{sw} \gamma_2)|} \quad (62)$$

Figura 37 – Relação entre a atenuação harmônica na frequência de chaveamento e γ_1 .



Fonte: Autoria Própria

Para um $\gamma_1 = 4$, a exigência da norma do máximo componente harmônico na saída é satisfeita, segundo a curva da Figura 37, pois

$$\frac{5,88 \times 10^{-3}}{0,03} \approx 0,2.$$

Assim, os componentes projetados para o filtro estão apresentados Tabela 6.

Tabela 6 – Componentes passivos calculados do filtro LCL a partir dos parâmetros estabelecidos.

Parâmetro	Valor
L_1	1,13 mH
L_2	4,52 mH
C_f	2,73 μ F

A partir dos componentes da Tabela 6, obtemos a função de transferência:

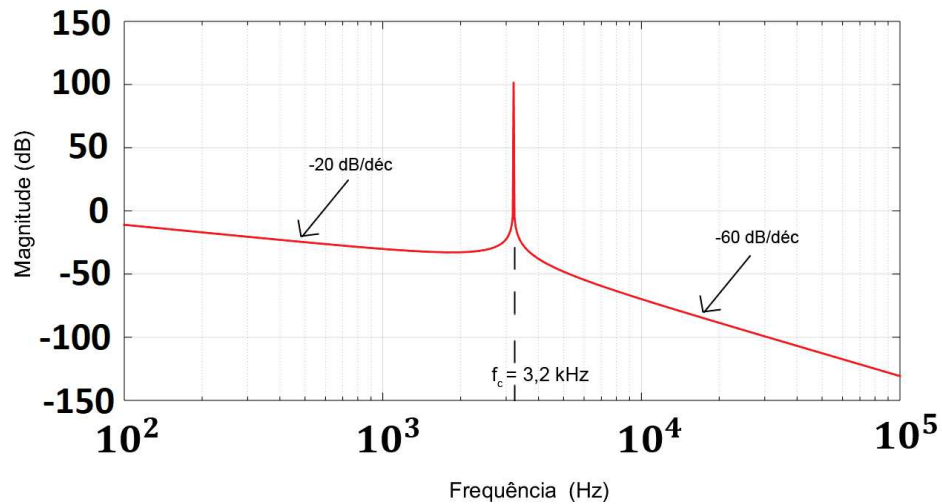
$$G_{LCL}(s) = \frac{7,1788 \times 10^{10}}{s^3 + 4,0546 \times 10^8 s} \quad (63)$$

cujos polos são:

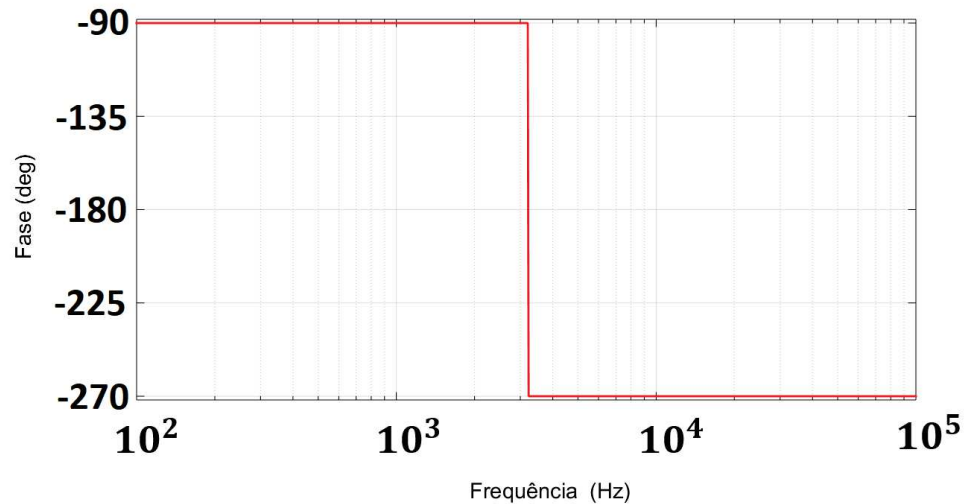
$$\begin{cases} p_1 = 0 + j 0 \\ p_2 = 0 + j 2,014 \times 10^4 \\ p_3 = 0 - j 2,014 \times 10^4 \end{cases} \quad (64)$$

O polo na origem causa um deslocamento na fase de -90° e um decaimento de magnitude de -20dB/déc , na frequência de ressonância os dois polos causam um decaimento de -180° na fase, levando-a a -270° , a magnitude então segue com decaimento de -60 dB/déc . Esse comportamento está ilustrado na Figura 38, que é o diagrama de Bode do filtro LCL.

Figura 38 – Diagrama de Bode para o projeto do filtro LCL, espectro de (a) magnitude; (b) fase.



(a)



(b)

Fonte: Autoria Própria

Verifica-se o posicionamento correto da ressonância do filtro, através da equação 55, onde:

$$\omega_{res} = \sqrt{(0)^2 + (20,136 \times 10^3)^2} \approx 20,136 \times 10^3 \text{ rad/s} . \quad (65)$$

A frequência de corte do projeto é:

$$f_{res} = \frac{\omega_{res}}{2\pi} = \frac{2,0136 \times 10^4}{2\pi} \approx 3,2049 \times 10^3 \text{ Hz.} \quad (66)$$

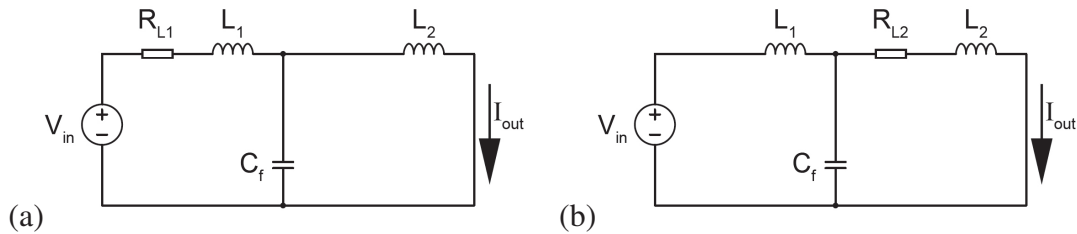
Essa frequência de corte está de acordo com o critério da equação 55, pois a ressonância está na região pretendida, o filtro atende ao principal critério de projeto.

4.2.2 Efeito das resistências séries nos elementos indutivos e capacitivo do filtro LCL

Foram feitas as análises dos efeitos parasitas dos indutores e do capacitor, semelhante ao que foi feito para o filtro LC. A Figura 39, ilustra os circuitos com as representações equivalentes desses efeitos parasitas.

Figura 39 – Circuitos do filtro LCL com resistências série parasitárias nos componentes indutivos

(a) L_1 ; (b) L_2 .



A função de transferência do circuito da Figura 39.(a), é:

$$G_{LCLR_1}(s) = \frac{1}{s^3 + \frac{R_1}{L_1}s^2 + \frac{L_1+L_2}{C_1L_1L_2}s + \frac{R_1}{C_1L_1L_2}}. \quad (67)$$

Comparando com a função de transferência do filtro LCL (equação 53), percebe-se que inserir R_{L1} , surge um termo independente no polinômio do denominador, ou seja, o polo na origem é deslocado. Esse deslocamento faz com que a fase decaia para -90° em uma frequência de corte superior. A magnitude anterior a essa frequência do polo dominante é constante. Ocorre também um amortecimento da frequência de ressonância do filtro. Esse amortecimento pode ser desejável, pois a ressonância pode causar instabilidade e amplificação de ruídos.

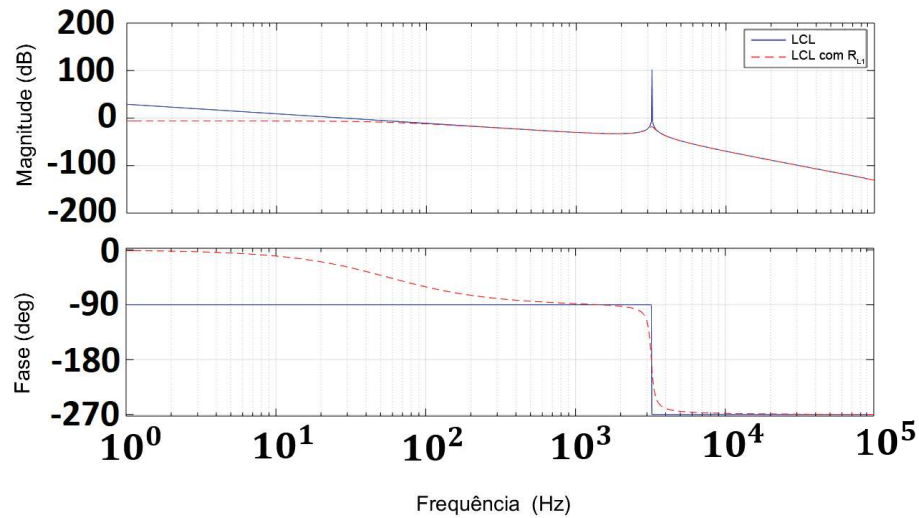
Ao inserir R_{L2} , também surge um termo independente no polinômio do denominador, sendo a função de transferência:

$$G_{LCLR_2}(s) = \frac{1}{s^3 + \frac{R_2}{L_2}s^2 + \frac{L_1+L_2}{C_1L_1L_2}s + \frac{R_2}{C_1L_1L_2}}. \quad (68)$$

O efeito desse resistor segue o mesmo princípio do efeito obtido com a adição de R_{L1} , como pode ser visto na Figura 41. O polo na origem também é deslocado, e o resultado na resposta em frequência do filtro é semelhante.

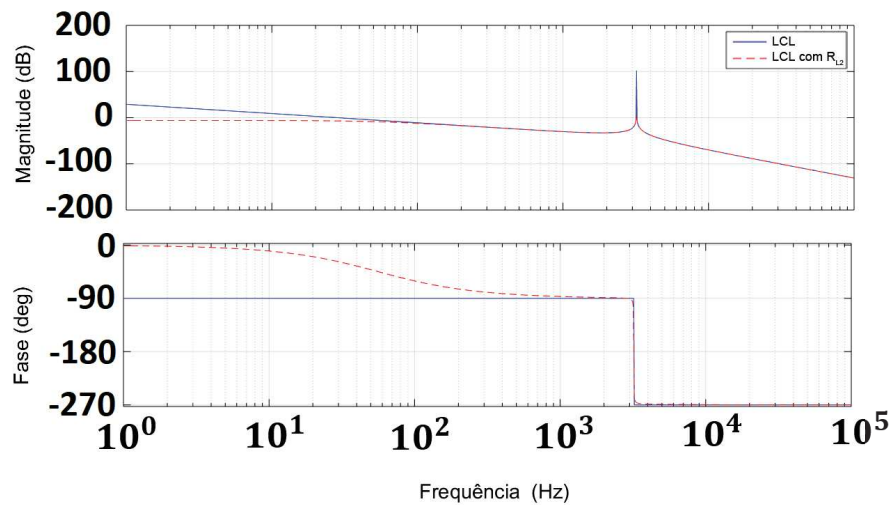
Um resultado interessante é encontrado ao adicionar o resistor série com o elemento capacitivo, conforme a Figura 42.

Figura 40 – Resposta em frequência do filtro LCL com e sem resistor R_{L1} .



Fonte: Autoria Própria

Figura 41 – Resposta em frequência do filtro LCL com e sem resistor R_{L2} .



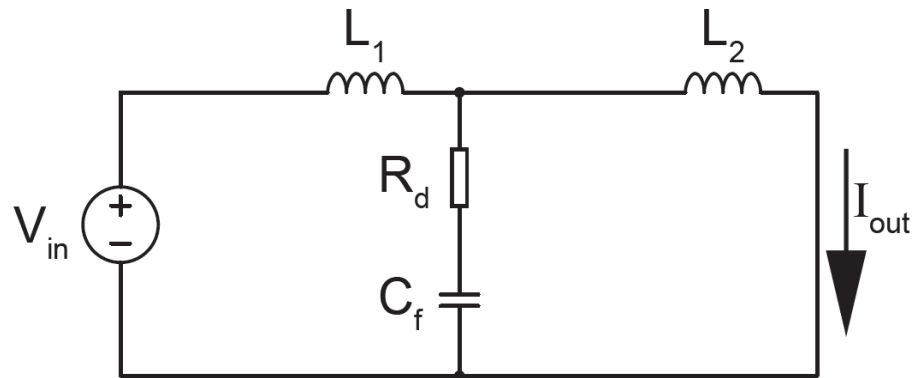
Fonte: Autoria Própria

Surge um zero no sistema, e sua função de transferência torna-se:

$$G_{LCLR_d}(s) = \frac{C_1 R_d s + 1}{s^3 + \frac{R_d}{L_2} s^2 + \frac{R_d}{L_1} s^2 + \frac{1}{C_1 L_2} s + \frac{1}{C_1 L_1} s}. \quad (69)$$

Esse zero possui frequência de corte superior à frequência de ressonância. Percebe-se que a escolha do valor do resistor pode selecionar uma frequência de corte do zero de forma a melhorar a resposta do filtro, reduzindo a ressonância, sem prejudicar o desempenho em altas frequências. Isso porque a resposta em frequência do filtro LCL apresenta grande atenuação

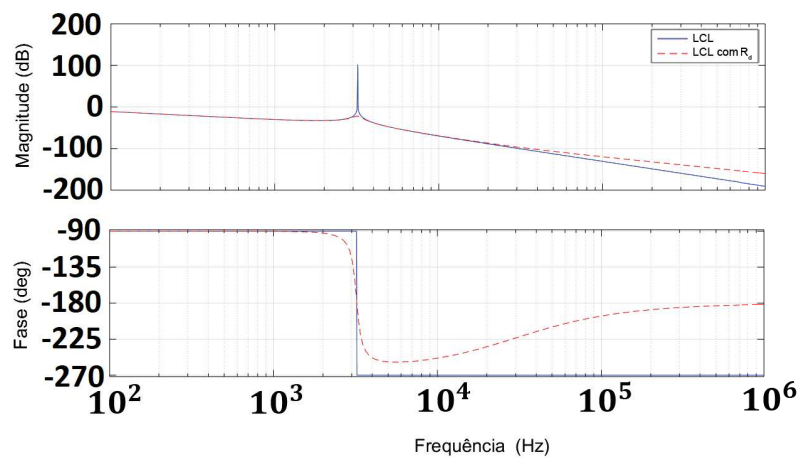
Figura 42 – Filtro LCL com resistência série parasitária no componente capacitivo.



Fonte: Autoria Própria

nas altas frequências, e usualmente é necessário se preocupar apenas com o primeiro conjunto de harmônicos (GABE, 2008). A resposta em frequência do filtro LCL com resistor R_d está apresentada na Figura 42.

Figura 43 – Resposta em frequência do filtro LCL com e sem resistor R_d



Fonte: Autoria Própria

As funções de transferências apresentadas na forma numérica utilizadas para levantar as respostas estão apresentadas a seguir.

A função do filtro LCL com resistor R_1 é

$$G_{LCL_{R_1}}(s) = \frac{7,485 \times 10^{11}}{(s + 2313)(s^2 + 5232s + 6,471 \times 10^8)}, \quad (70)$$

cujos polos são:

$$\begin{cases} p_1 = -0,2616 \times 10^4 + j2,5303 \times 10^4 \\ p_2 = -0,2616 \times 10^4 - j2,5303 \times 10^4 \\ p_3 = -0,2313 \times 10^4 \end{cases} \quad (71)$$

$$G_{LCLR_2}(s) = \frac{7,485 \times 10^{11}}{(s + 2279)(s^2 + 972,2s + 6,57 \times 10^8)} \quad (72)$$

cujos polos são

$$\begin{cases} p_1 = -0,0486 \times 10^4 + j2,5627 \times 10^4 \\ p_2 = -0,0486 \times 10^4 - j2,5627 \times 10^4 \\ p_3 = -0,2279 \times 10^4 \end{cases} \quad (73)$$

$$G_{LCLR_d}(s) = \frac{1,2253 \times 10^7 (s + 6,109 \times 10^4)}{s(s^2 + 1,079 \times 10^4 s + 6,592 \times 10^8)} \quad (74)$$

cujos polos são

$$\begin{cases} p_1 = 0 + j0 \\ p_2 = -0,5397 \times 10^4 + j2,5101 \times 10^4 \\ p_3 = -0,5397 \times 10^4 - j2,5101 \times 10^4 \end{cases} \quad (75)$$

e o zero é

$$\begin{cases} z_1 = -6,109 \times 10^4 \end{cases} \quad (76)$$

Destes três casos, calculou-se o coeficiente de amortecimento dos polos complexos conjugados. Do primeiro caso, com resistor R_1 é 0,1028, do segundo caso 0,0190 e no terceiro caso, com resistor R_d , o coeficiente de amortecimento é 0,2101. Percebe-se que a adição de um resistor em série com o capacitor é a forma mais eficaz de redução da ressonância do filtro LCL.

4.3 Modelagem no Espaço de Estados

A modelagem foi realizada para os filtros LC, LC com R_c e LCL. Iniciou-se a modelagem pelo filtro LC. O circuito utilizado para modelagem foi:

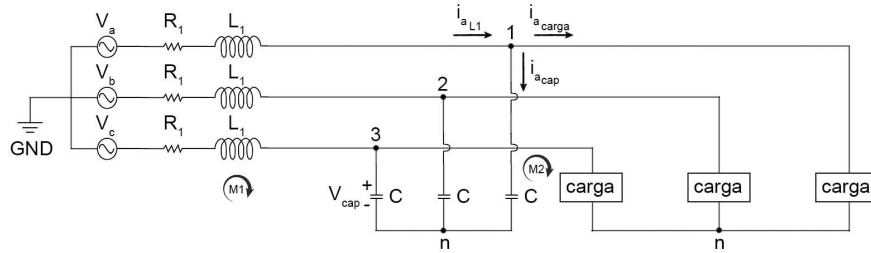
Antes de realizar a modelagem do filtro LC, aplica-se Laplace no circuito da Figura 44.

Aplicando a Lei de Kirchhoff das correntes ao nó 1, percebe-se que:

$$i_{aL_1} = i_{aCAP} + i_{aCARGA} \quad (77)$$

onde, i_{aL_1} é a corrente em referenciais abc no indutor L_1 , i_{aCAP} é corrente abc do capacitor C e i_{aCARGA} as correntes na carga. Essas correntes são para uma das fases, o equacionamento das três fases é o mesmo, uma vez que o sistema é equilibrado.

Figura 44 – Circuito equivalente para modelagem do inversor acoplado a um filtro LC.



Fonte: Autoria Própria

Como a corrente no capacitor é

$$i_{CAP} = C \frac{d}{dt} V_{CAP} . \quad (78)$$

Podemos reescrever na forma matricial, sendo:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{aCAP} \\ V_{bCAP} \\ V_{cCAP} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{aL1} \\ i_{bL1} \\ i_{cL1} \end{bmatrix} - \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{aCARGA} \\ i_{bCARGA} \\ i_{cCARGA} \end{bmatrix} . \quad (79)$$

Foi aplicada a transformada dq à Equação (79). A transformada dq de um termo com derivada causa um acoplamento entre as variáveis de estado, esse calculo está no Apêndice A. Obtém-se então:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{dCAP} \\ V_{qCAP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \end{bmatrix} - \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{dCARGA} \\ i_{qCARGA} \end{bmatrix} . \quad (80)$$

Aplicou-se, a Lei de Kirchhoff da Tensão na malha 1, essa malha pode ser vista na Figura Figura 44 com a indicação M1, resultando em:

$$V_{a,b,c} = R_1 i_{a,b,cL1} + L_1 \frac{d}{dt} i_{a,b,cL1} + V_{a,b,cCAP} . \quad (81)$$

Substituindo a Equação (78) e isolando o termo com derivada, obtém-se:

$$\frac{d}{dt} i_{a,b,cL1} = -\frac{R_1}{L_1} i_{a,b,cL1} - \frac{1}{L_1} V_{a,b,cCAP} + \frac{1}{L_1} V_{a,b,c} . \quad (82)$$

Na forma matricial, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{aL1} \\ i_{bL1} \\ i_{cL1} \end{bmatrix} = -\frac{R_1}{L_1} \begin{bmatrix} i_{aL1} \\ i_{bL1} \\ i_{cL1} \end{bmatrix} - \frac{1}{L_1} \begin{bmatrix} V_{aCAP} \\ V_{bCAP} \\ V_{cCAP} \end{bmatrix} + \frac{1}{L_1} V_{a,b,c} . \quad (83)$$

Aplicando a transformada dq :

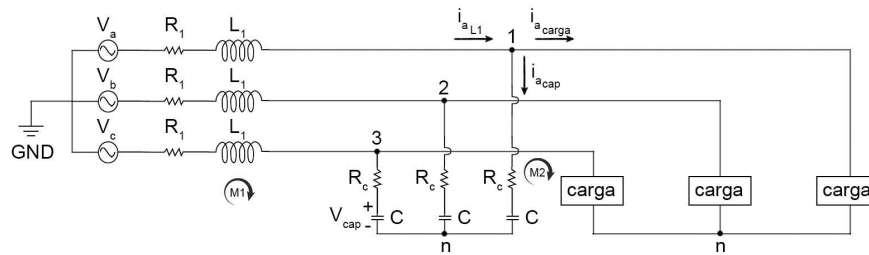
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \end{bmatrix} = -\frac{R}{L_1} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \end{bmatrix} - \frac{1}{L_1} \begin{bmatrix} V_{dCAP} \\ V_{qCAP} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc}}{L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_d \\ p_q \end{bmatrix} . \quad (84)$$

Das Equações (80) e (84), obtém-se:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dL_1} \\ i_{qL_1} \\ V_{dCAP} \\ V_{qCAP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & \omega & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ -\omega & -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dL_1} \\ i_{qL_1} \\ V_{dCAP} \\ V_{qCAP} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dCARGA} \\ i_{qCARGA} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc}}{L_1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_d \\ p_q \end{bmatrix}. \quad (85)$$

Realizando o mesmo procedimento, agora para o circuito da Figura 45. Obtemos o modelo modelo da Equação (86).

Figura 45 – Circuito equivalente para modelagem do inversor acoplado a um filtro LC com R_c .

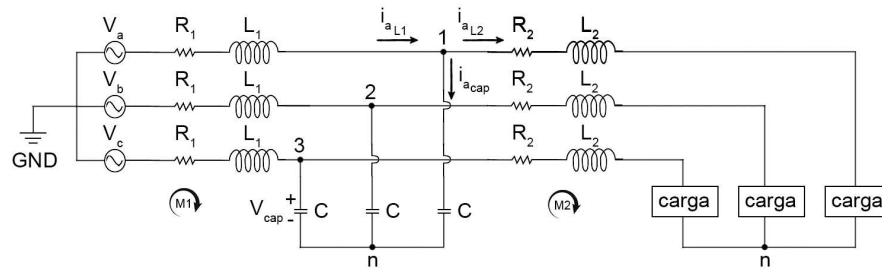


Fonte: Autoria Própria

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dL} \\ i_{qL} \\ V_{dCAP} \\ V_{qCAP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1+R_C}{2L_1} & \omega & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ -\omega & -\frac{R_1+R_C}{2L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dL} \\ i_{qL} \\ V_{dCAP} \\ V_{qCAP} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_C}{L} & 0 \\ 0 & \frac{R_C}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dCARGA} \\ i_{qCARGA} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc}}{L_1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_d \\ p_q \end{bmatrix} \quad (86)$$

Para o circuito LCL da Figura 46, o procedimento de modelagem foi realizado. O modelo resultante está descrito na Equação (87).

Figura 46 – Circuito equivalente para modelagem do inversor acoplado a um filtro LCL.



Fonte: Autoria Própria

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \\ V_{dCAP} \\ V_{qCAP} \\ i_{dL2} \\ i_{qL2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{L_1} & \omega & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{R_1+R_L}{L_2} & \omega \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} & -\omega & \frac{R_1+R_L}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \\ V_{dCAP} \\ V_{qCAP} \\ i_{dL2} \\ i_{qL2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc}}{L_1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_d \\ p_q \end{bmatrix} \quad (87)$$

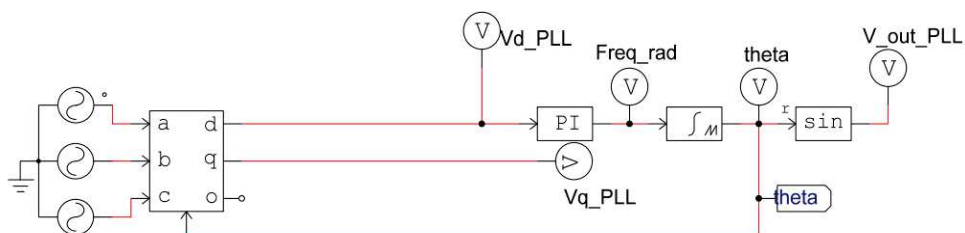
Como o procedimento aplicado aos filtros LC com resistor série capacitivo e LCL foi o mesmo, foi o mesmo, a dedução dos modelos estão expostos nos Apêndices B e C, respectivamente.

4.4 Malha de controle de tensão

Apenas o controle de tensão em malha fechada foi implementado. A malha de controle utilizada foi a da Figura 27. Nela, a tensão de saída V_{abc} do conversor CC-CA trifásico (com filtro LCL), nos referenciais abc , é transformada para os referenciais dq . O erro e_1 entre o sinal V_{dq} e uma referência é amplificado.

O bloco PLL (*Phase-Locked Loop*) foi implementado através do circuito da Figura 47. Essa malha gera, a partir de um sinal de entrada, um sinal de saída com frequência e fase em sincronismo com a entrada.

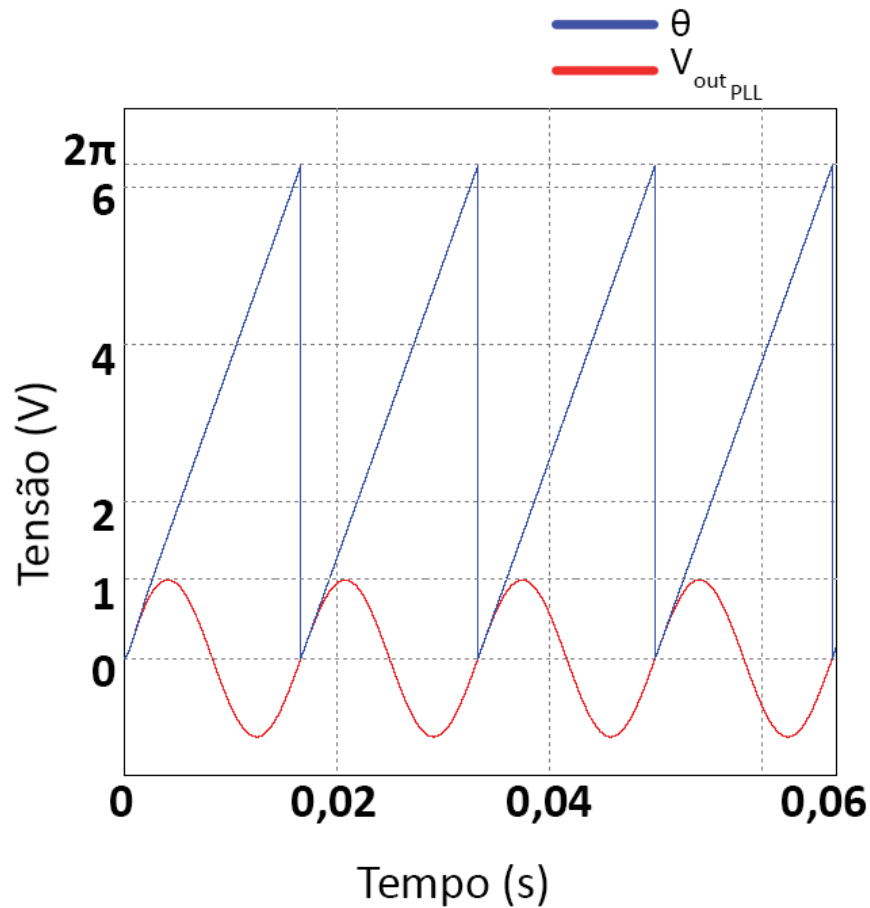
Figura 47 – Implementação da malha PLL em simulação.



Fonte: Autoria Própria

O controlador PI da malha PLL possui $K_p = 3 \times 10^3$ e $K_i = 3 \times 10^6$, a integral é limitada em 2π . Assim, a fase do sistema é gerada, em radianos através do sinal θ (indicado na Figura 48 como "theta"). Na entrada do PLL são colocadas as senoides da rede, em um sistema *on-grid*, ou uma referência trifásica para sistemas *off-grid*.

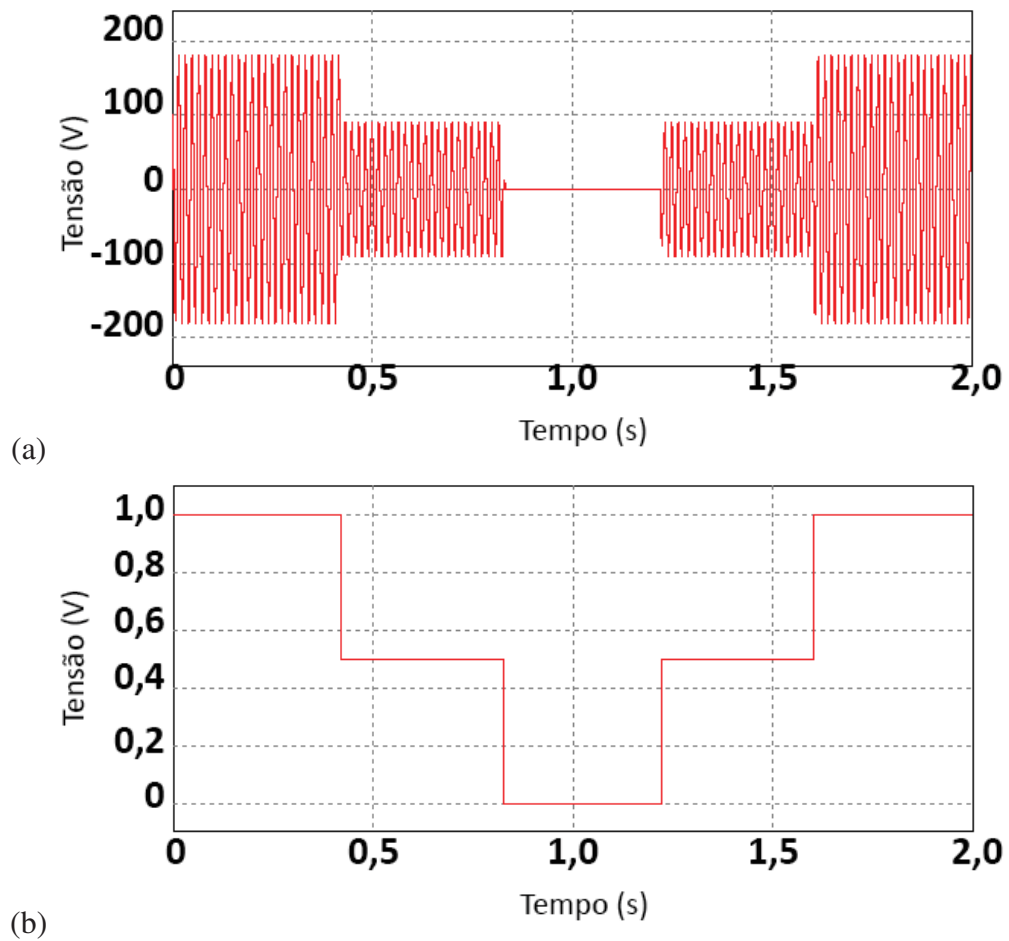
Figura 48 – Formas de onda de referência na entrada do PLL e saída θ .



Fonte: Autoria Própria

Na malha de controle da Figura 27, o controlador de tensão também é um PI, sendo que seus parâmetros foram feitos de forma empírica, apenas como conceito. Para isso foi utilizado um controlador PI com ganhos $K_p = 1$ e $K_i = 1000$. Na Figura 49 verificamos o sinal de referência V_{ref} variando, causando uma variação proporcional no sinal de saída V_{out} .

Figura 49 – Variação da tensão na (a) saída V_{out} do sistema; (b) sinal de referência.



4.5 Validação dos Filtros LC e LCL

Nesta Seção, foi utilizado o filtro LC com $\zeta = 0,8$ (ver Tabela 4), e o filtro LCL da Tabela 6. Para comparar o desempenho dos filtros quanto ao parâmetro de distorção harmônica total, foram levantados os dados da Tabela 7.

Tabela 7 – Comparação da distorção harmônica total dos filtros LC e LCL.

Filtro	THD [%]
LC com carga resistiva	0,44
LC com carga RL	0,45
LCL com carga resistiva	0,13
LCL com carga RL	0,10
LCL com R_d com carga resistiva	0,20
LCL com R_d com carga RL	0,14

Com base nisso, percebe-se filtro LCL possui uma distorção harmônica total menor que o filtro LC para carga resistiva. Observando a resposta em frequência, era de se esperar que o filtro LCL, comparado ao LC com componentes de tamanho similar, proporcionasse uma

distorção harmônica menor, pois o decaimento em altas frequências do filtro LCL é 60dB/déc comparado aos 40dB/déc do filtro LC.

Acrescentar o resistor série R_d aumentou a THD. É esperado que esse resistor – chamado na literatura de resistor de *damping* – reduza a eficiência geral do sistema, porque ele está associado a perdas. Como a redução na ressonância é importante, podemos aceitar essa piora na eficiência do filtro, ou então fazer a correção da ressonância por avançados métodos de controle conhecidos como *active damping* (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011).

Percebe-se pela Tabela 1, que a componente harmônica na frequência de chaveamento deve ser no máximo 0,3%. A Tabela 8 são os resultados encontrados quanto às componentes harmônicas máximas.

Tabela 8 – Componentes harmônicas da corrente na carga dos filtros.

Filtro	Máxima componente harmônica [%]
LC com carga resistiva	0,3020
LC com carga RL	0,0342
LCL com carga resistiva	0,0743
LCL com carga RL	0,0516
LCL com R_d com carga resistiva	0,1187
LCL com R_d com carga RL	0,0824

Encontrou-se um distorção harmônica menor no filtro LC com carga RL. Uma análise superficial pode sugerir que esse resultado é bom, no entanto, o filtro LCL proporciona um desacoplamento melhor entre sua resposta e a indutância da carga. Essa previsibilidade maior é um fator que contribuí pra robustez do filtro.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram realizados os projetos dos filtros LC e LCL. O efeito da adição de resistores série aos componentes indutivos e capacitivos foi explorada. Uma malha fechada controlando tensão em um conversor CC-CA com filtro LCL foi implementada.

Nota-se que filtro LCL para ser melhor que o LC no critério de atenuação da frequência de chaveamento, necessita o posicionamento correto da frequência de ressonância.

Foram avaliados os impactos das resistências série sobre o filtro LCL, percebeu-se que a adição de um resistor série com o capacitor é um método interessante para redução da ressonância do filtro. Esse método se mostrou duas vezes melhor que a adição de um resistor em série com L_1 e onze vezes melhor que a mesma adição em série com L_2 .

Na etapa de validação, foram associados os filtros ao inversor, por meio de simulação no PSIM, os valores da máxima componente harmônica de cada filtro, essa componente em todos os casos foi encontrada na frequência de chaveamento.

Os modelos nos referenciais dq foram feitos, e suas validações podem ser realizadas em trabalhos futuros.

A malha de controle de tensão implementada funcionou conforme esperado, uma vez que o sistema apresentou uma saída senoidal proporcional à referência de controle V_{ref} .

5.1 Trabalhos futuros

Essa seção visa sugerir formas que o trabalho pode ser estendido e aprimorado. Algumas das sugestões são:

- Explorar o efeito da rede de distribuição nos barramentos de saída para os filtros LC e LCL.
- Explorar o efeito de γ_2 no projeto do filtro LCL.
- Validação da modelagem dq através do cálculo de ganhos dos compensadores de uma malha de controle.
- Implementar um controlador de fator de potência.
- Implementar a redução da frequência de ressonância por malha de controle – *active damping*.
- Implementação prática da malha de controle digital em um DSP.

Referências

- AHMED, A. **Eletrônica de Potência**. 1. ed. [S.l.]: Pearson, 2000.
- ALEXANDER, C. K.; SADIKU, M. N. O. **Fundamentos de Circuitos Elétricos**. 5ª. ed. [S.l.]: Editora AMGH, 2013.
- ALSKRAN, F. A. **Dynamic modeling and analysis of the three-phase voltage source inverter under stand-alone and grid-tied modes**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Kansas State University, 2014.
- ANEEL. **Tensões Nominais**. 18 dez. 2019. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/tensoes-nominais>>.
- BRITISH PETROLEUM. **Annual Energy Outlook 2019**. 2019. Disponível em: <<https://www.bp.com/content/dam/bp/business-sites/en/global/corporate/pdfs/energy-economics/energy-outlook/bp-energy-outlook-2019.pdf>>. Acesso em: 02 de maio de 2019.
- BUSO, S.; MATTAVELLI, P. **Digital Control in Power Electronics**. 1. ed. [S.l.]: Morgan and Claypool, 2006.
- CHEN, C.-T. **Linear system theory and design**. 3. ed. [S.l.]: Oxford Press, 1999.
- DAI, Y.; WANG, H.; ZENG, G. **Double Closed-Loop PI Control of Three-Phase Inverters by Binary-Coded Extremal Optimization**. IEEE, 2016.
- GABE, I. J. **Contribuição ao controle de inversores PWM alimentados em tensão conectados à rede através de filtro-LCL**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Santa Maria, 2008.
- GNU OCTAVE. **Software GNU Octave**. 18 dez. 2019. Disponível em: <<https://www.gnu.org/software/octave/about.html>>.
- HART, D. W. **Power Electronics**. 1. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010.
- KIM, K.-H. **A Current Control Scheme of a Grid-connected Inverter to Enhance Power Quality in Distributed Generation**. 2015. Disponível em: <<https://download.atlantis-press.com/article/22983.pdf>>. Acesso em: 06 de junho de 2019.
- KRAUSE, P. et al. **Analysis of Electric Machinery and Drive Systems**. 3. ed. [S.l.]: IEEE, 2013.
- MARTINS, D. C.; BARBI, I. **Eletrônica de Potência: Introdução ao estudos dos conversores CC-CA**. 2. ed. Florianópolis: Ed. dos Autores, 2008.
- MINISTERIO DE MINAS E ENERGIA. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2027**. 2018. Disponível em: <<http://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/plano-decenal-de-expansao-de-energia-2027>>. Acesso em: 26 de dezembro de 2019.
- NISE, N. S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 6. ed. [S.l.]: LTC, 2012.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 3. ed. Minnesota: LTC, 1997.

RASHID, M. H. **Eletrônica de Potência: Circuitos, Dispositivos e Aplicações**. 1. ed. [S.l.]: Makron Books, 1999.

SCHNEIDER ELECTRIC. **IEEE 519 guide line**. 2017. Disponível em: <https://www.schneider-electric.com/resources/sites/SCHNEIDER_ELECTRIC/content/live/FAQS/277000/FA277544/en_US/IEEE519%20details.pdf>. Acesso em: 01 de junho de 2019.

TEODORESCU, R.; LISERRE, M.; RODRÍGUEZ, P. **Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems**. 3. ed. UK: Wiley, 2011.

WASYNCZUK, O. et al. **Analysis of Electric Machinery and Drive Systems**. 3. ed. EUA: Wiley, 2013.

WILLIAMS, D. **Understanding Total Harmonic Distortion (THD) in Power Systems**. 2017. Disponível em: <<https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/understanding-thd-total-harmonic-distortion-in-power-systems/>>. Acesso em: 12 de junho de 2019.

Apêndices

APÊNDICE A – Transformada dq de derivada

Transformada Inversa dq :

$$i_{abc} = G i_{dq}, \quad (88)$$

onde

$$G = \begin{bmatrix} \text{sen } \theta_1 & \text{cos } \theta_1 \\ \text{sen } \theta_2 & \text{cos } \theta_2 \\ \text{sen } \theta_3 & \text{cos } \theta_3 \end{bmatrix}. \quad (89)$$

Transformada dq :

$$i_{dq} = \frac{2}{3} K i_{abc}. \quad (90)$$

onde

$$K = \begin{bmatrix} \text{sen } \theta_1 & \text{sen } \theta_2 & \text{sen } \theta_3 \\ \text{cos } \theta_1 & \text{cos } \theta_2 & \text{cos } \theta_3 \end{bmatrix}. \quad (91)$$

Temos portanto

$$i_{dq} = \frac{2}{3} K G i_{dq}, \quad (92)$$

como

$$i_{dq} = I i_{dq}, \quad (93)$$

onde, I é a matriz identidade, temos:

$$\frac{2}{3} K G = I. \quad (94)$$

A Equação (94) será útil mais tarde.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left(G \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \right). \quad (95)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} \text{sen } \theta_1 & \text{cos } \theta_1 \\ \text{sen } \theta_2 & \text{cos } \theta_2 \\ \text{sen } \theta_3 & \text{cos } \theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \right). \quad (96)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} i_a(t) = \frac{d}{dt} (i_d(t) \text{sen} \theta_1 + i_q(t) \text{cos} \theta_1) \\ \frac{d}{dt} i_b(t) = \frac{d}{dt} (i_d(t) \text{sen} \theta_2 + i_q(t) \text{cos} \theta_2) \\ \frac{d}{dt} i_c(t) = \frac{d}{dt} (i_d(t) \text{sen} \theta_3 + i_q(t) \text{cos} \theta_3) \end{cases}. \quad (97)$$

Nesta equação substitui-se:

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{\pi}{\tau}z(t) \\ \theta_2 = \frac{\pi}{\tau}z(t) - \frac{2\pi}{3} \\ \theta_3 = \frac{\pi}{\tau}z(t) + \frac{2\pi}{3} \end{cases} . \quad (98)$$

e deriva-se, obtendo assim

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{\pi}{\tau} \dot{z}(t) \begin{bmatrix} \text{sen } \theta_1 & \text{cos } \theta_1 \\ \text{sen } \theta_2 & \text{cos } \theta_2 \\ \text{sen } \theta_3 & \text{cos } \theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{sen } \theta_1 & \text{cos } \theta_1 \\ \text{sen } \theta_2 & \text{cos } \theta_2 \\ \text{sen } \theta_3 & \text{cos } \theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_d \\ \frac{d}{dt} i_q \end{bmatrix} , \quad (99)$$

que é a mesma coisa que

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \omega G \begin{bmatrix} -i_d \\ i_q \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_d \\ \frac{d}{dt} i_q \end{bmatrix} , \quad (100)$$

$$\frac{d}{dt} i_{a,b,c} \xrightarrow{T_{dq}} \frac{d}{dt} i_{d,q} , \quad (101)$$

$$\frac{d}{dt} i_{d,q} = \frac{2}{3} K \frac{d}{dt} i_{a,b,c} , \quad (102)$$

como

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \omega G \begin{bmatrix} -i_d \\ i_q \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_d \\ \frac{d}{dt} i_q \end{bmatrix} . \quad (103)$$

Temos

$$\frac{d}{dt} i_{d,q} = \omega \frac{2}{3} KG \begin{bmatrix} -i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{2}{3} KG \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_d \\ \frac{d}{dt} i_q \end{bmatrix} . \quad (104)$$

$$\frac{d}{dt} i_{d,q} = \omega I \begin{bmatrix} -i_d \\ i_q \end{bmatrix} + I \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} i_d \\ \frac{d}{dt} i_q \end{bmatrix} . \quad (105)$$

$$\frac{d}{dt} i_{d,q} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} . \quad (106)$$

APÊNDICE B – Modelagem do filtro LC com resistor série capacitivo

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{aC} \\ V_{bC} \\ V_{cC} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{aL} \\ i_{bL} \\ i_{cL} \end{bmatrix} - \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{aCARGA} \\ i_{bCARGA} \\ i_{cCARGA} \end{bmatrix}. \quad (107)$$

$$T_{dq} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{aC} \\ V_{bC} \\ V_{cC} \end{bmatrix} = T_{dq} \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{aL} \\ i_{bL} \\ i_{cL} \end{bmatrix} - T_{dq} \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{aCARGA} \\ i_{bCARGA} \\ i_{cCARGA} \end{bmatrix}. \quad (108)$$

$$\begin{cases} V_a = Ri_{aL} + L \frac{d}{dt} i_{aL} + RCi_{aC} + V_{aC} \\ V_b = Ri_{bL} + L \frac{d}{dt} i_{bL} + RCi_{bC} + V_{bC} \\ V_c = Ri_{cL} + L \frac{d}{dt} i_{cL} + RCi_{cC} + V_{cC} \end{cases}. \quad (109)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{dC} \\ V_{qC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} o & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{dC} \\ V_{qC} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{dL} \\ i_{qL} \end{bmatrix} - \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{dCARGA} \\ i_{qCARGA} \end{bmatrix}. \quad (110)$$

$$\begin{cases} V_a = Ri_{aL} + L \frac{d}{dt} i_{aL} + RCi_{aC} + V_{aC} \\ V_b = Ri_{bL} + L \frac{d}{dt} i_{bL} + RCi_{bC} + V_{bC} \\ V_c = Ri_{cL} + L \frac{d}{dt} i_{cL} + RCi_{cC} + V_{cC} \end{cases}. \quad (111)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{aL} \\ i_{bL} \\ i_{cL} \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} - \frac{R}{L} \begin{bmatrix} i_{aL} \\ i_{bL} \\ i_{cL} \end{bmatrix} - \frac{RC}{L} \begin{bmatrix} i_{aC} \\ i_{bC} \\ i_{cC} \end{bmatrix} - \frac{1}{L} \begin{bmatrix} V_{aC} \\ V_{bC} \\ V_{cC} \end{bmatrix}. \quad (112)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{aL} \\ i_{bL} \\ i_{cL} \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} - \frac{R}{L} \begin{bmatrix} i_{aL} \\ i_{bL} \\ i_{cL} \end{bmatrix} - \frac{RC}{L} \begin{bmatrix} i_{aL} \\ i_{bL} \\ i_{cL} \end{bmatrix} + \frac{RC}{L} \begin{bmatrix} i_{aLOAD} \\ i_{bLOAD} \\ i_{cLOAD} \end{bmatrix} - \frac{1}{L} \begin{bmatrix} V_{aC} \\ V_{bC} \\ V_{cC} \end{bmatrix} \quad (113)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{aL} \\ i_{bL} \\ i_{cL} \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} - \left(\frac{R+RC}{2L} \right) \begin{bmatrix} i_{aL} \\ i_{bL} \\ i_{cL} \end{bmatrix} + \frac{RC}{L} \begin{bmatrix} i_{aLOAD} \\ i_{bLOAD} \\ i_{cLOAD} \end{bmatrix} - \frac{1}{L} \begin{bmatrix} V_{aC} \\ V_{bC} \\ V_{cC} \end{bmatrix}. \quad (114)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{V_{cc}}{L} \begin{bmatrix} p_d \\ p_q \end{bmatrix} - \left(\frac{R+RC}{2L} \right) \begin{bmatrix} i_{dL} \\ i_{qL} \end{bmatrix} + \frac{RC}{L} \begin{bmatrix} i_{dLOAD} \\ i_{qLOAD} \end{bmatrix} - \frac{1}{L} \begin{bmatrix} V_{dC} \\ V_{qC} \end{bmatrix}. \quad (115)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dL} \\ i_{qL} \\ V_{dL} \\ V_{qL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R+RC}{2L} & \omega & -\frac{1}{L} & 0 \\ -\omega & -\frac{R+RC}{2L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dL} \\ i_{qL} \\ V_{dL} \\ V_{qL} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{RC}{L} & 0 \\ 0 & \frac{RC}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dLOAD} \\ i_{qLOAD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{L} & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc}}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_d \\ p_q \end{bmatrix}. \quad (116)$$

APÊNDICE C – Modelagem do filtro LCL

$$\begin{cases} I_{aL1} = I_{ac} + I_{aL2} \\ I_{bL1} = I_{bc} + I_{bL2} \\ I_{cL1} = I_{cc} + I_{cL2} \end{cases} \quad (117)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{aC} \\ V_{bC} \\ V_{cC} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{aL1} \\ i_{bL1} \\ i_{cL1} \end{bmatrix} - \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{aL2} \\ i_{bL2} \\ i_{cL2} \end{bmatrix} \quad (118)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_{dC} \\ V_{qC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} o & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{dC} \\ V_{qC} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \end{bmatrix} - \frac{1}{C} \begin{bmatrix} i_{dL2} \\ i_{qL2} \end{bmatrix} \quad (119)$$

$$\begin{cases} V_a = R_1 i_{aL1} + L_1 \frac{d}{dt} i_{aL1} + R_C i_{aC} + V_{aC} \\ V_b = R_1 i_{bL1} + L_1 \frac{d}{dt} i_{bL1} + R_C i_{bC} + V_{bC} \\ V_c = R_1 i_{cL1} + L_1 \frac{d}{dt} i_{cL1} + R_C i_{cC} + V_{cC} \end{cases} \quad (120)$$

$$\begin{cases} L_1 \frac{d}{dt} i_{aL1} = -R_1 i_{aL1} + V_{aC} + V_a \\ L_1 \frac{d}{dt} i_{bL1} = -R_1 i_{bL1} + V_{bC} + V_a \\ L_1 \frac{d}{dt} i_{cL1} = -R_1 i_{cL1} + V_{cC} + V_a \end{cases} \quad (121)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \end{bmatrix} + \frac{V_{cc}}{L_1} \begin{bmatrix} p_d \\ p_q \end{bmatrix} - \frac{R_1}{L_1} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \end{bmatrix} - \frac{1}{L_1} \begin{bmatrix} V_{dC} \\ V_{qC} \end{bmatrix} \quad (122)$$

$$\begin{cases} V_{aC} = R_2 i_{aL2} + L_2 \frac{d}{dt} i_{aL2} + R_1 i_{aL2} \\ V_{bC} = R_2 i_{bL2} + L_2 \frac{d}{dt} i_{bL2} + R_1 i_{bL2} \\ V_{cC} = R_2 i_{cL2} + L_2 \frac{d}{dt} i_{cL2} + R_1 i_{cL2} \end{cases} \quad (123)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} i_{aL2} = \frac{1}{L_2} V_{aC} + \frac{R_2}{L_2} i_{aL2} + \frac{R_L}{L_2} i_{aL2} \\ \frac{d}{dt} i_{bL2} = \frac{1}{L_2} V_{bC} + \frac{R_2}{L_2} i_{bL2} + \frac{R_L}{L_2} i_{bL2} \\ \frac{d}{dt} i_{cL2} = \frac{1}{L_2} V_{cC} + \frac{R_2}{L_2} i_{cL2} + \frac{R_L}{L_2} i_{cL2} \end{cases} \quad (124)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dL2} \\ i_{qL2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dL2} \\ i_{qL2} \end{bmatrix} + \frac{1}{L_2} \begin{bmatrix} V_{dC} \\ V_{qC} \end{bmatrix} - \frac{R_2}{L_2} \begin{bmatrix} i_{dL2} \\ i_{qL2} \end{bmatrix} - \frac{R_L}{L_2} \begin{bmatrix} V_{dC} \\ V_{qC} \end{bmatrix} \quad (125)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \\ V_{dC} \\ V_{qC} \\ i_{dL2} \\ i_{qL2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{L_1} & \omega & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{R_1+R_L}{L_2} & \omega \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} & -\omega & \frac{R_1+R_L}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dL1} \\ i_{qL1} \\ V_{dC} \\ V_{qC} \\ i_{dL2} \\ i_{qL2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{V_{cc}}{L_1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_d \\ p_q \end{bmatrix} \quad (126)$$

APÊNDICE D – Representação da Resposta em Frequência

Os gráficos de Bode são de fundamental importância para compreensão desse trabalho, e alguns conceitos utilizados durante o trabalho são apresentados nessa seção, as equações e explicações aqui expostas seguem Alexander e Sadiku (2013) como referência.

Isto posto, considera-se a função de transferência $G(s)$ de um sistema, reduzida para forma de fração racional

$$G(s) = K_B \frac{q(s)}{p(s)}. \quad (127)$$

O polinômio $p(s)$ é chamado polinômio característico e suas raízes são chamadas de polos da função de transferência. As raízes do numerador $q(s)$ são chamadas de zeros da função de transferência.

A função contém um ganho K_B constante. A magnitude então é definida como sendo

$$|K_B|_{dB} = 20 \log_{10} |K_B|. \quad (128)$$

A fase $\angle K_B = 0$, caso a constante seja positiva, ou $\angle K_B = -180^\circ$, caso a constante seja negativa. Ou seja, para $K_B > 0$, altera o diagrama de módulo para cima ou para baixo, mas não altera a fase. Já para $K_B < 0$, a fase é deslocada -180° .

Um sistema de um polo simples, tal qual

$$G(j\omega)(s) = \frac{1}{1 + j\omega T}. \quad (129)$$

Nas baixas frequências

$$\omega T \ll 1 \Rightarrow 1 + \omega T \cong 1 \Rightarrow \angle G(j\omega) \cong 0^\circ, \quad (130)$$

e nas altas frequências

$$\omega T \gg 1 \Rightarrow 1 + \omega T \cong j(\omega T) \Rightarrow \angle G(j\omega) = -\angle j(\omega T) \cong -90^\circ. \quad (131)$$

Conforme Alexander e Sadiku (2013), considera-se que a fase $\angle G(j\omega)$ varia de 0° a -90° conforme ω varia de $\omega_c/10$ e $10\omega_c$.

Já a amplitude é

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{p_1}} \right|, \quad (132)$$

onde, p_1 é $1/T$. Percebe-se que

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{p_1}} \right| \Rightarrow 0, \text{ conforme } \omega \rightarrow 0, \quad (133)$$

e

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{p_1}} \right| \Rightarrow \frac{p_1}{\omega}, \text{ conforme } \omega \rightarrow \infty. \quad (134)$$

ou seja, tanto para valores pequenos de ω , como para valores grandes, podemos aproximar a magnitude como uma reta com inclinação de -20dB/déc.

Para um $G(j\omega)$ sendo um zero simples

$$G(j\omega) (s) = \frac{1 + j\omega}{z_1}, \quad (135)$$

a amplitude é

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{j\omega}{z_1} \right| \Rightarrow 20 \log_{10} 1 = 0, \text{ conforme } \omega \rightarrow 0. \quad (136)$$

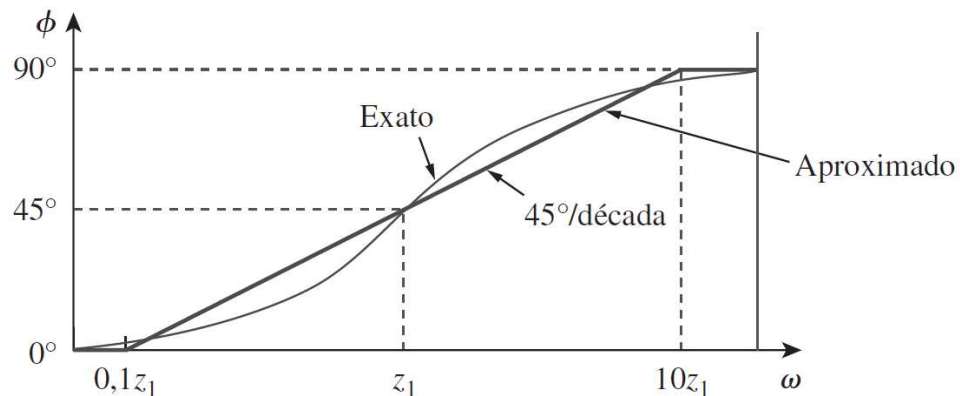
$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{j\omega}{z_1} \right| \Rightarrow \frac{\omega}{p_1}, \text{ conforme } \omega \rightarrow \infty. \quad (137)$$

A fase pode ser expressa como segue:

$$\angle G(j\omega) = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\omega}{z_1} \right) = \begin{cases} 0^\circ, & \omega = 0 \\ 45^\circ, & \omega = z_1 \\ 90^\circ, & \omega \rightarrow \infty \end{cases}. \quad (138)$$

Novamente é feita a aproximação por reta, de que a fase $\angle G(j\omega)$ varia de 0° a -90° conforme ω varia de $\omega_c/10$ e $10\omega_c$. Essa aproximação pode ser vista na Figura 50.

Figura 50 – Gráfico de Bode para a fase do zero.



Fonte: Adaptado de Alexander e Sadiku (2013).

D.0.1 Polos complexos conjugados

Quando possuímos polos quadráticos, na forma

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 + j2\zeta(\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2}, \quad (139)$$

a amplitude desses polos é

$$|G(j\omega)|_{dB} = -20 \log_{10} \left| 1 + \frac{j2\zeta_2\omega}{\omega_n} + \left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2 \right| \Rightarrow 0. \quad (140)$$

e

$$|G(j\omega)|_{dB} = -20 \log_{10} \left| 1 + \frac{j2\zeta_2\omega}{\omega_n} + \left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2 \right| \Rightarrow -40 \log_{10} \frac{\omega}{\omega_n}, \quad (141)$$

A fase

$$\angle G(j\omega) = -\tan^{-1} + \frac{2\zeta_2\omega/\omega_n}{1 - \omega^2/\omega_n^2} = \begin{cases} 0^\circ, & \omega = 0 \\ -90^\circ, & \omega = \omega_n \\ -180^\circ, & \omega \rightarrow \infty \end{cases}. \quad (142)$$

A medida que ζ diminuí, as curvas vão ficando mais altas, e criando picos em $|G(j\omega)|_{dB}$ a partir de $\zeta < \sqrt{2}/2 \approx 0,707$. Esses picos ocorrem na frequência de ressonância

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}, \quad (143)$$

quando

$$0 \leq \zeta \leq \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (144)$$

O do pico de ressonância pode ser calculado, sendo:

$$M_r = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}}. \quad (145)$$