UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

NATALI ANGELA FELIPE

PRODUÇÃO TÉCNICA: SOROBAN DOS INTEIROS

PONTA GROSSA
2021

NATALI ANGELA FELIPE

PRODUÇÃO TÉCNICA: SOROBAN DOS INTEIROS

TECHNICAL PRODUTION: SOROBAN OF INTEGERS

Produção técnica apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Área de Concentração: Ciência, Tecnologia e Ensino, Linha de Pesquisa: Fundamentos e Metodologias para o Ensino de Ciências e Matemática, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Profª. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva
Co-orientadora: Profª. Dra. Maria Ivete Basniak.

PONTA GROSSA

2021

SUMÁRIO

1 O SOROBAN DOS INTEIROS

O material didático manipulável para auxiliar no ensino de números inteiros para alunos cegos e videntes foi construído inspirado no material Ábaco dos inteiros e no Soroban. Isso porque, o ábaco dos inteiros é um material concreto, já utilizado para generalizações das regras de sinais e seu funcionamento tem similaridade com as manipulações e representações feitas pela civilização chinesa com números negativos, representados por palitos pretos e vermelhos.

A fim de desenvolver um material didático manipulável para o ensino de números inteiros a alunos, encontramos aporte no trabalho de Rodrigues (2009), que discute os nexos conceituais de números inteiros de civilizações antigas para significar os números inteiros. Rodrigues (2009), pressupõe que, por meio da perspectiva Lógico-histórica é possível compreender e explorar os aspectos essenciais lógicos e históricos do conceito, que naturalmente significam sua simbologia e a lógica formal utilizada nos dias de hoje.

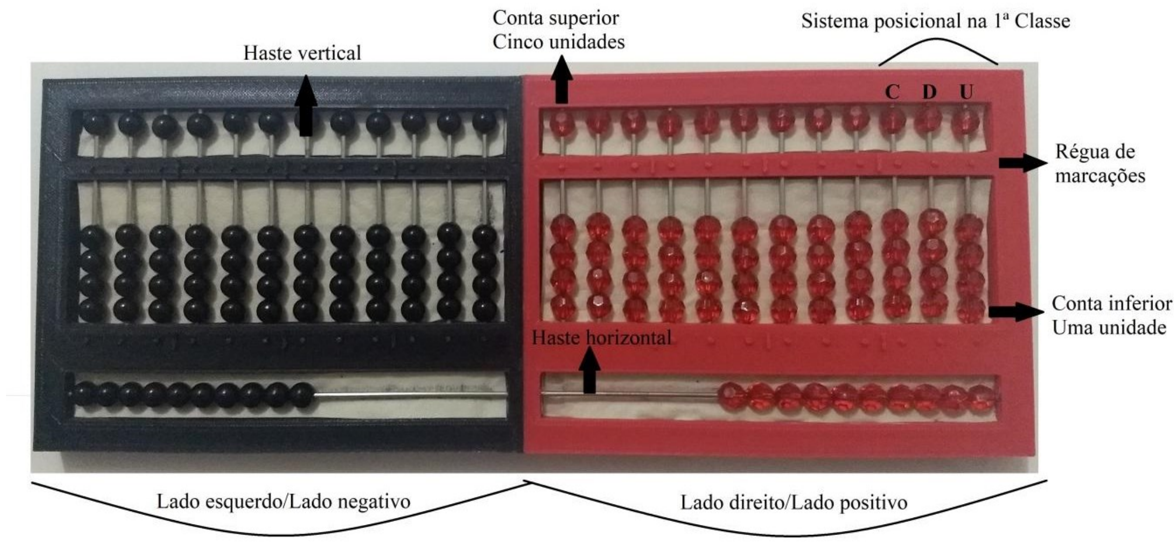
Partindo desse pressuposto, as manipulações e representações de números inteiros e suas operações por meio de palitos possuem uma lógica particular construída historicamente, ou seja, caracterizam um nexo conceitual de números inteiros. Dessa forma, entendemos que tanto o ábaco dos inteiros, como o *Soroban dos Inteiros*, se utilizados com este nexo são instrumentos conceituais que podem significar os números inteiros.

Como o ábaco dos inteiros é composto por duas hastes, onde são representados por meio de argolas ou peças pretas e vermelhas os números negativos e positivos, isto restringe às manipulações realizadas no material a nove unidades ou excedendo-as, os registros acabam não considerando o sistema posicional, pois não se realiza associações como: 12 unidades positivas, são equivalentes a 1 dezena positiva, mais duas unidades positivas, perde-se a relação algarismo com quantidade representacional.

Pensando em superar essa problemática, consideramos importante a manutenção de registros e operações de números inteiros considerando o sistema posicional, o que justifica a inspiração do material a ser adaptado, também tomar como referência o Soroban, que possui essa característica e é utilizado por cegos para registro e cálculos.

A estrutura do *Soroban dos Inteiros* é similar à do soroban para deficientes visuais ou do ábaco simples, entretanto, para representar e diferenciar números positivos de negativos, no *Soroban dos Inteiros*, foi inserida uma marcação para separar o lado direito (onde se representará os números positivos), do lado esquerdo (onde se representará os números negativos). Cada lado do material é cortado por uma mesma régua de marcações que evidencia onde se localizam cada classe de registro numérico e de resultados. O material possui, quatro classes positivas do lado direito e quatro classes negativas do lado esquerdo. Cada classe, possui três hastes verticais, nas quais são registradas as unidades, dezenas e centenas na ordem da direita para a esquerda, respectivamente como no sistema posicional (CDU). A régua com as marcações de classes, divide as hastes verticais, de forma que em cada haste há 5 contas (bolinhas/peças). Cada conta da parte superior da régua equivale a 5 unidades e cada uma das quatro contas da parte inferior equivale a 1 unidade, o que possibilita registrar em cada haste até nove unidades, nove dezenas e nove centenas, respectivamente, ou o equivalente a 999 unidades em cada classe segundo o sistema posicional (CDU), tanto do lado vermelho, equivalente aos valores positivos, quanto do lado preto equivalente aos valores negativos. Podemos observar estas características estruturais na Figura 1 abaixo.

Figura 1: Características estruturais do Soroban dos Inteiros

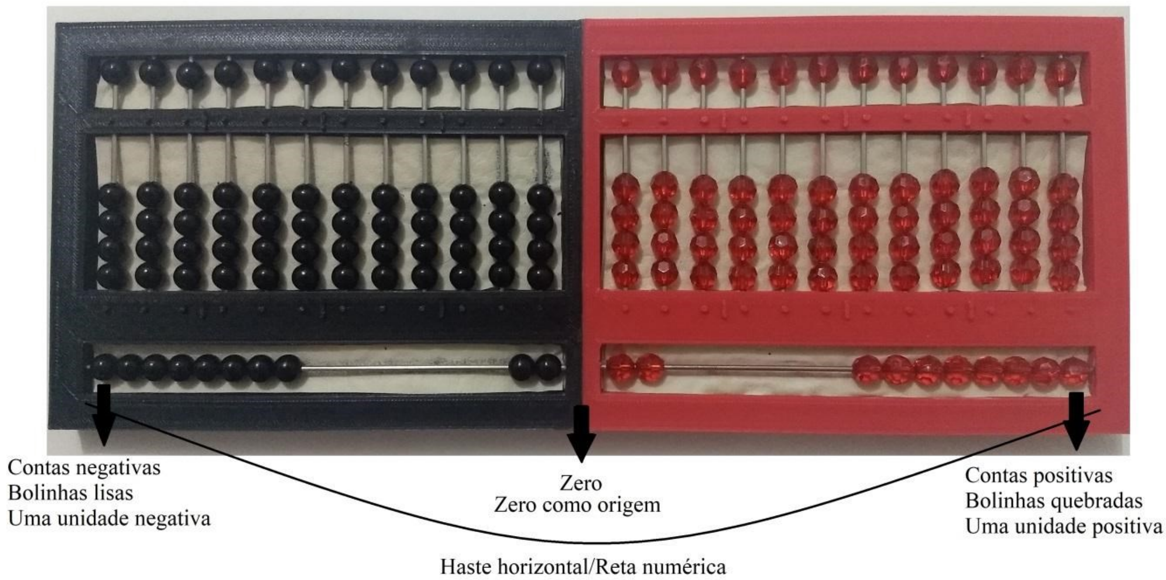


Fonte: Autoria própria (2019)

Para que o aluno cego possa diferenciar os números positivos dos negativos, as classes e hastes do lado direito do material, referente aos números positivos, têm contas (bolinhas/peças) com textura. A diferença de textura foi validada pela aluna cega. A mesma também pôde nomeá-las, segundo uma característica que as diferencia, reconhecendo e identificando as contas como *bolinhas quebradas* e *bolinhas lisas*.

Tanto do lado esquerdo, quanto direito do material, abaixo do local de registros das classes numéricas, há uma haste horizontal, dividida ao meio por uma marcação que simboliza o zero, o que remete a reta numérica, em que é possível comparar quantidades unitárias. Em cada lado, dessa haste horizontal, há dez contas (bolinhas/peças), quebradas e lisas, cada uma equivalente a uma unidade positiva e negativa, respectivamente. Veja a Figura 2.

Figura 2: Haste horizontal e a reta numérica



Fonte: Autoria própria (2019)

O *Soroban dos Inteiros,* foi construído a partir de quatro peças de plástico impressas em impressora 3D, hastes feitas de material de aço e miçangas com duas texturas e cores diferentes. Para que não se perca nenhum registro numérico feito nas classes movimentando as contas, abaixo das hastes há uma placa de espuma e outra de couro que garante que as contas não se movimentem livremente. A montagem do material foi feita manualmente.

1.1 REGISTROS NUMÉRICO E DE OPERAÇÕES NO SOROBAN DOS INTEIROS

Como os movimentos no material são importantes para a identificação da mudança de natureza ou não dos números nas operações, para que o aluno perceba e tenha a possibilidade de leitura da operação e seu resultado nas trocas dos sentidos positivos e negativos, foi necessário padronizar a realização de registros numéricos no material, conforme o Quadro 1.

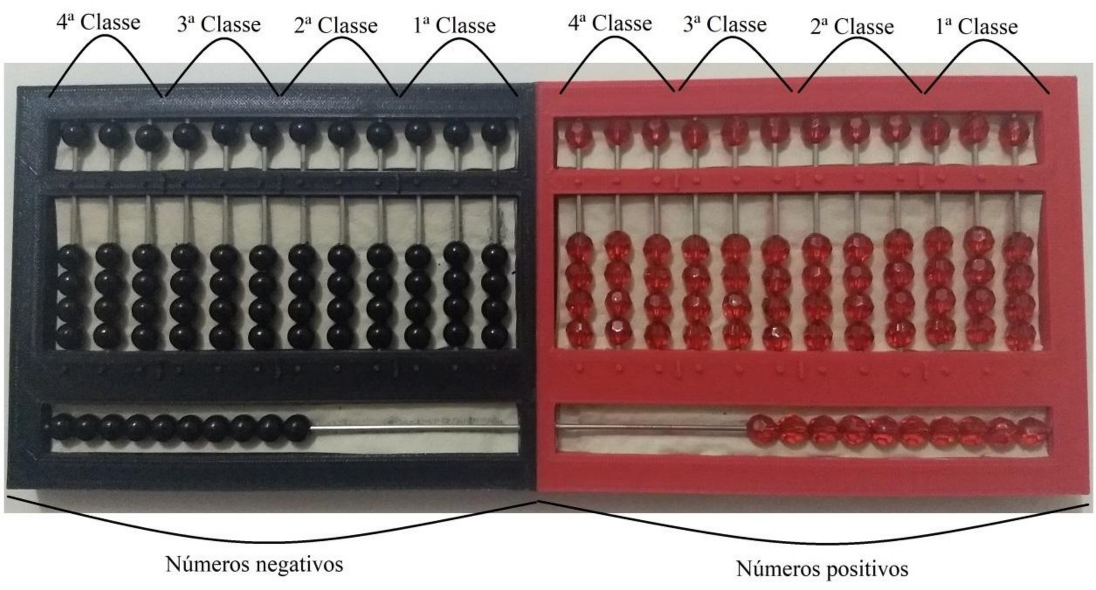
Quadro 1: Registros numéricos no material em classes

Classe	Registros segundo a operação
1ª Classe	Adição: Primeira parcela da adição ou registro para obter o resultado positivo ou negativo. Subtração: Minuendo ou registro para obter o resultado positivo ou negativo Multiplicação: Registro para obter o resultado positivo ou negativo.
2º Classe	Usada também para estender o registro de parcelas, minuendo, fator ou registro de resultado, quando os números são de ordem unidade de milhar à centena de milhar.
3º Classe	Adição: Segunda parcela da adição. Subtração: Subtraendo. Multiplicação: Segundo fator ou multiplicador.
4º Classe	Adição e subtração: Classe destinada a repetição do registro feito na primeira classe. Como na 1º classe o numeral será alterado e passará a ser resultado o registro inicial se mantém na terceira classe relembrando o primeiro número da operação quando necessário a leitura da operação como um todo. Multiplicação: Primeira parcela da multiplicação.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2019)

Podemos observar as separações e localizações das classes do *Soroban dos Inteiros,* tanto do lado direito e esquerdo, respectivamente, lado positivo e negativo, na Figura 3.

Figura 3: Classes positivas e negativas no Soroban dos Inteiros



Fonte: Autoria própria (2019)

Com isso, uma ação padrão decorrente desse registro é a de obter o resultado a partir da alteração da primeira parcela, minuendo ou primeiro fator sempre na primeira classe. Basicamente, usando o material opera-se a partir do primeiro número da operação.

Nesse sentido, é a interpretação dos sinais de adição e subtração como ações de acrescentar e tirar nos lados do material que tem carga simbólica, sobretudo no contexto de compreender a multiplicação como adição de parcelas iguais, que fará com que seja possível identificar a movimentação dos resultados no lado positivo e negativo do material. E acrescentando e tirando contas (bolinhas/peças), sempre na primeira classe do lado positivo ou negativo, conforme a natureza do número, é que poderá ser utilizada a ideia do equilíbrio ou a ideia de cancelamento entre uma quantidade negativa e positiva, ou seja, a ideia de destruições mútuas dos chineses.

Após a ação descrita anteriormente, é possível fazer a leitura e ter compreensão da operação como um todo, graças ao registro duplo do primeiro número na primeira classe e sua alteração para a obtenção do resultado. Entretanto, salientamos que no material não é registrado o símbolo operatório +, -, x e ÷, o estudante deve memorizar ou ter anotado em paralelo a operação realizada, além de interpretar estes símbolos como operações e, consequentemente, em ações de acrescentar ou tirar bolinhas, quebradas ou lisas. Os símbolos predicativos, que qualificam a natureza e estado do número e, que matematicamente são representados por + ou - antecedendo o numeral para representar, respectivamente, números positivos e negativos são registrados no material *Soroban dos Inteiros*, somente através de lugares simbólicos, ou seja, o lugar do registro é que caracteriza uma parcela ou resultado como positivo ou negativo. No lado direito do material, registramos parcelas e resultados positivos, do lado esquerdo negativos.

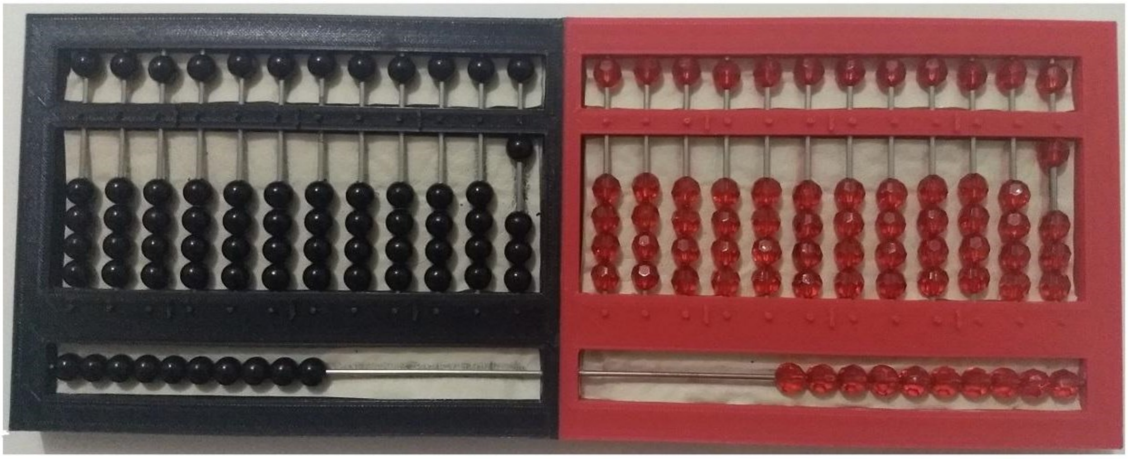
Na sequência, apresentaremos algumas instruções e exemplos ilustrativos para registros de quantidades nulas, positivas e negativas e operações com números inteiros usando o *Soroban dos Inteiros*.

1.1.1 Representação do Zero no Soroban dos Inteiros

Na Figura 4, podemos observar dois registros distintos de representação do zero utilizando a ideia de *destruições mútuas* ou de cancelamento. Para isto, os registros são realizados nas primeiras classes dos lados positivo e negativo do material. Numericamente, temos: (+1) + (-1) = 0 e (+2) + (-2) = 0.

Figura 4: Representações de zero no Soroban dos Inteiros

(+1) + (-1) = 0



(+2) + (-2) = 0

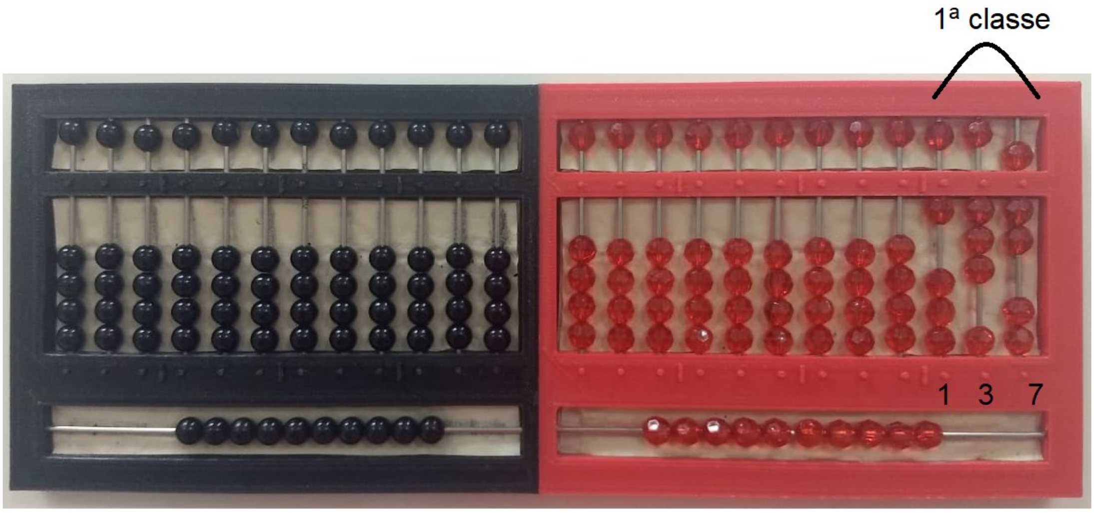
Fonte: Autoria própria (2019)

Para criar uma representação de zero no *Soroban dos Inteiros*, basta registrar na primeira classe dos dois lados do material, a mesma quantidade de bolinhas, às aproximando da regra de marcação.

1.1.2 Representação de Quantidades Positivas no Soroban dos Inteiros

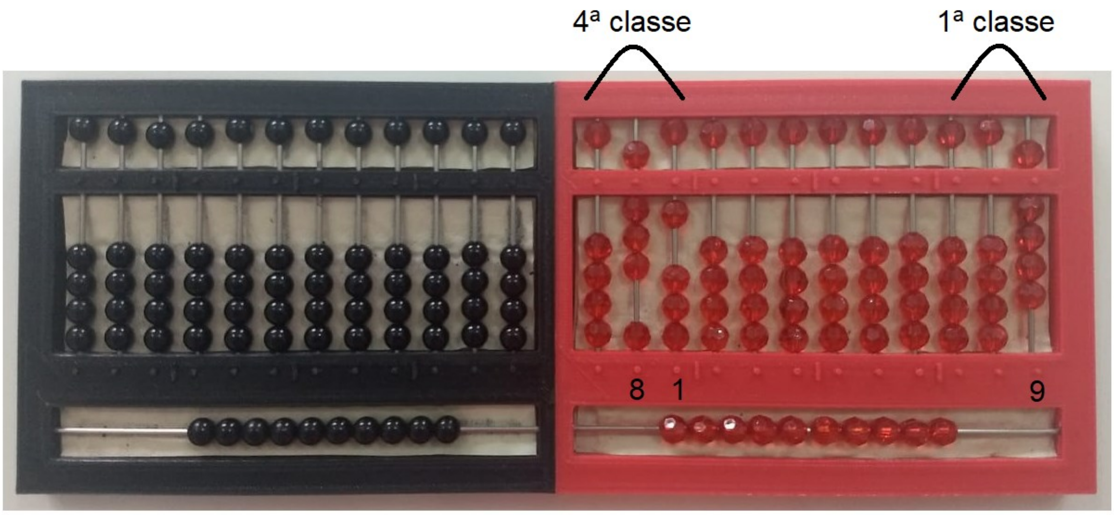
Para representar quantidades positivas utilizando apenas o lado direito e positivo do material, aproximamos as bolinhas quebradas da régua de marcação. Como podemos observar, na figura 5, na primeira classe, temos o registro do número 137, enquanto que na figura 6, temos o registro do número 9 na primeira classe e do 81, na quarta classe.

Figura 5: Exemplo de representação de quantidade positiva no lado direito do Soroban dos Inteiros



Fonte: Autoria própria (2019)

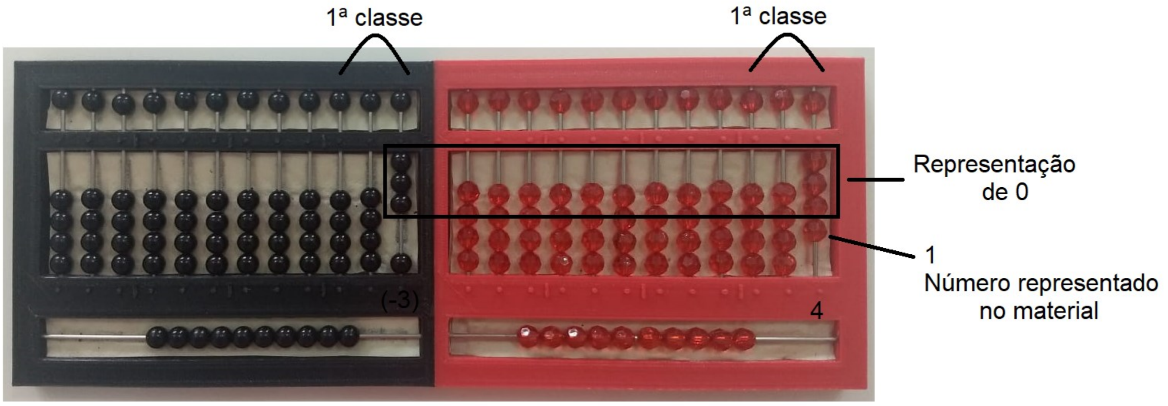
Figura 6: Exemplo de representação de quantidades positivas na 1ª e 4ª classe do lado direito do Soroban dos Inteiros



Fonte: Autoria própria (2019)

Para representar quantidades positivas utilizando os dois lados do material, ou seja, as duas primeiras classes do material, basta de uma maneira simplória, registrar o número positivo que deseja e posteriormente adicionar a mesma quantidade de bolinhas lisas e quebradas em ambas as primeiras classes, pois estaríamos acrescentando uma representação de zero. Na figura 7, representamos o número 1, para isso, registramos na primeira classe uma bolinha quebrada e depois adicionamos simultaneamente três bolinhas lisas e três quebradas como representação de zero, já que (+3) + (-3) = 0. Numericamente na figura 7, temos: (+4) + (-3) = (+1) + (+3) + (-3) = (+1) + 0 = +1.

Figura 7: Exemplo de representação de quantidade positiva utilizando os dois lados do material Soroban dos Inteiros

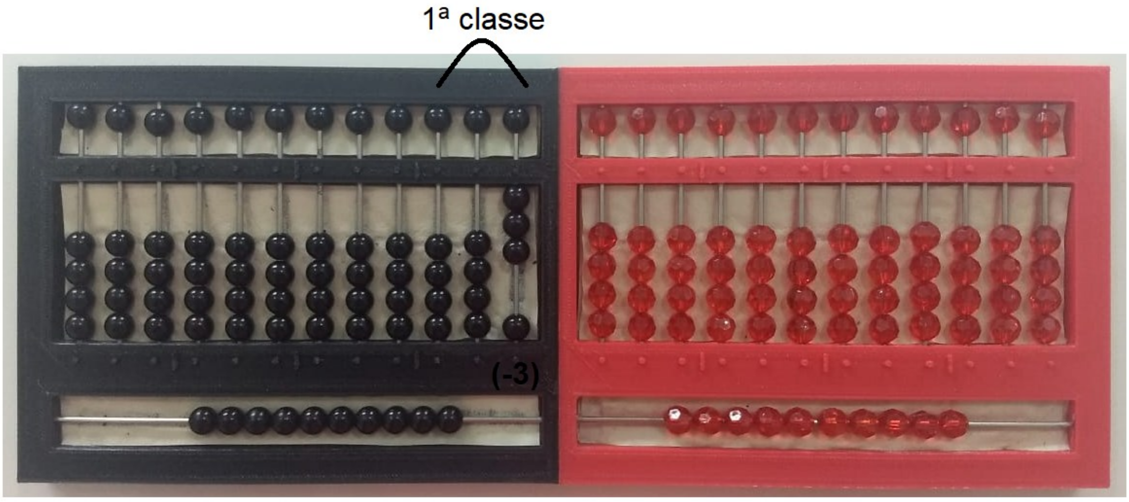


Fonte: Autoria própria (2019)

1.1.3 Representação de Quantidades Negativas no Soroban dos Inteiros

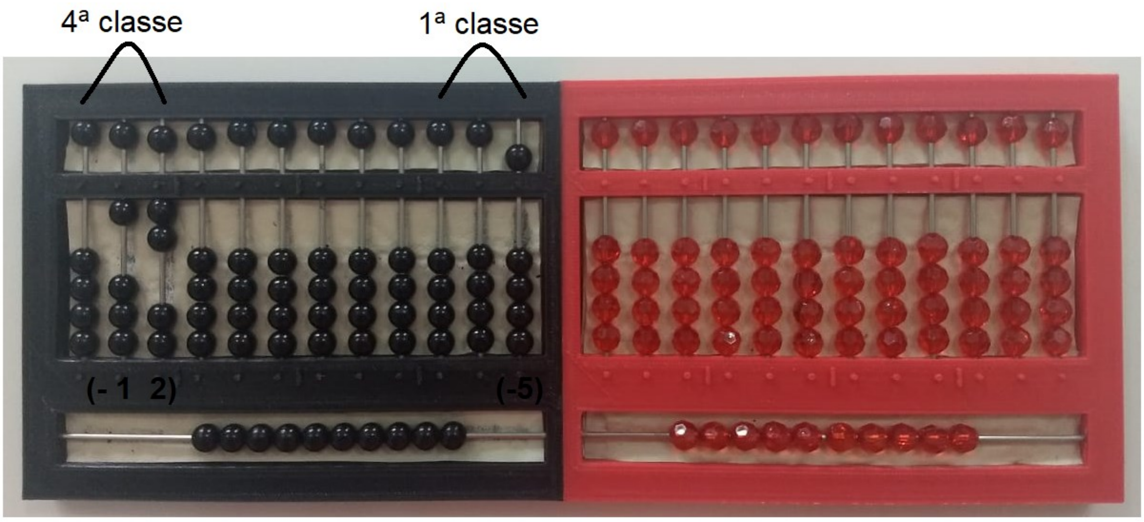
Para representar quantidades negativas utilizando apenas o lado esquerdo e negativo do material, aproximamos as bolinhas lisas da régua de marcação. Como podemos observar, na figura 8, na primeira classe, temos o registro do número (-3), enquanto que na figura 9, temos o registro do número (-5), na primeira classe e do (-12), na quarta classe.

Figura 8: Exemplo de representação de quantidade negativa no lado esquerdo do Soroban dos Inteiros



Fonte: Autoria própria (2019)

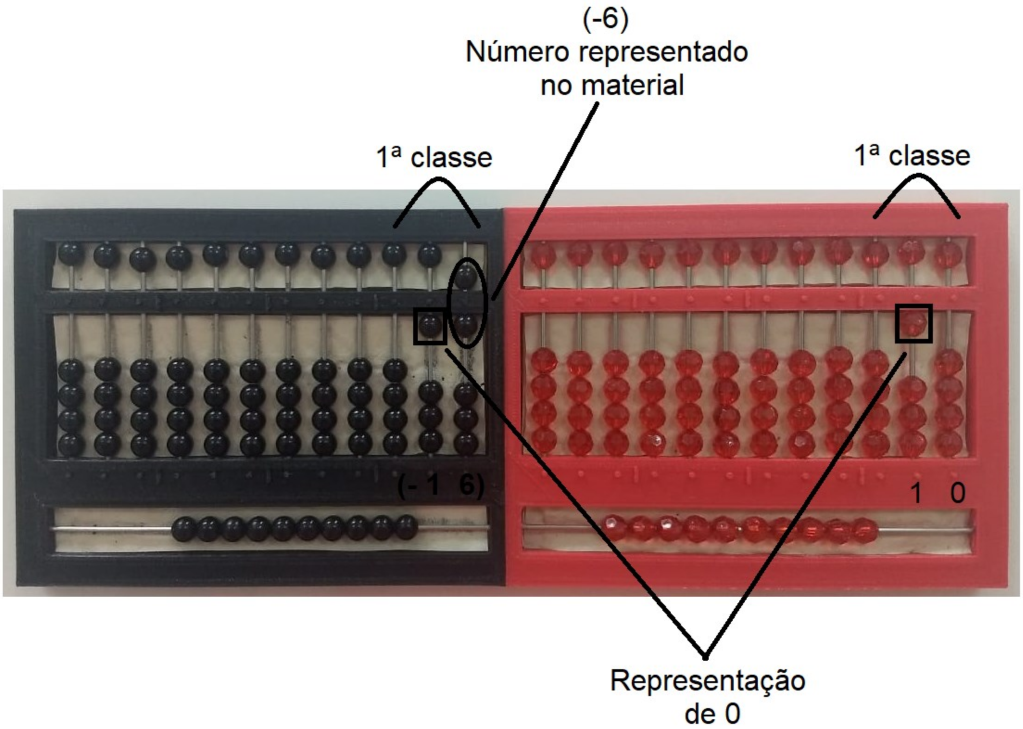
Figura 9: Exemplo de representação de quantidades negativas na 1ª e 4ª classe do lado esquerdo do Soroban dos Inteiros



Fonte: Autoria própria (2019)

Para representar quantidades negativas utilizando os dois lados do material, ou seja, as duas primeiras classes do material, basta de uma maneira simplória, registrar o número positivo que deseja e posteriormente adicionar a mesma quantidade de bolinhas lisas e quebradas em ambas as primeiras classes, pois estaríamos acrescentando uma representação de zero. Na figura 10, representamos o número (-6), para isso, registramos na primeira classe seis bolinhas lisas e depois adicionamos simultaneamente dez bolinhas lisas e dez quebradas como representação de zero, já que (+10) + (-10) = 0. Numericamente na figura 10, temos: (+10) + (-16) = (+10) + (-10) + (-6) = 0 + (-6) = (-6).

Figura 10: Exemplo de representação de quantidade negativa utilizando os dois lados do material Soroban dos Inteiros



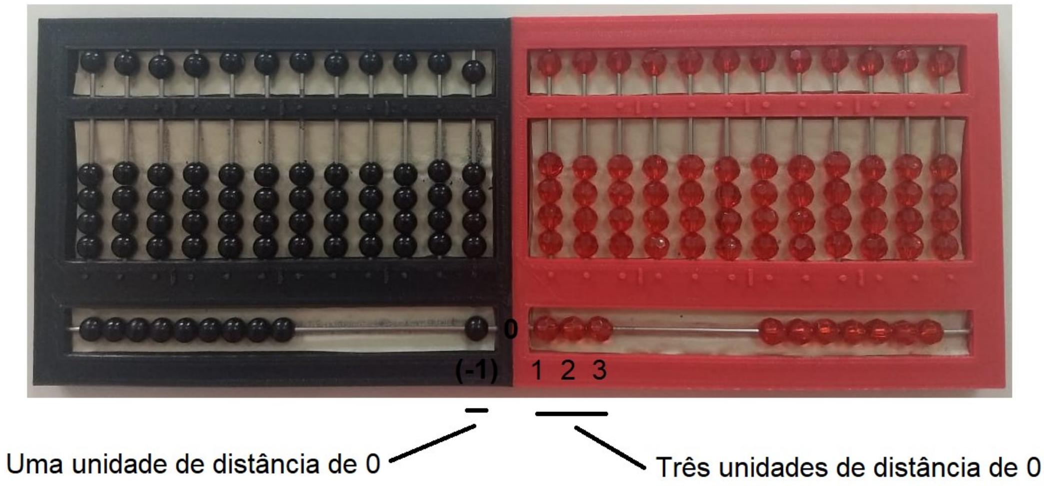
Fonte: Autoria própria (2019)

1.1.4 Comparação de Números Inteiros no Soroban dos Inteiros

Para a comparação entre números inteiros utilizamos a reta horizontal, a reta numérica do material *Soroban dos Inteiros*. Sendo a reta construída a partir do zero, e seus números ordenados da esquerda para direita de forma crescente a cada unidade, associamos cada bolinha lisa ou quebrada a um número inteiro e consideramos o zero o centro da haste e encontro dos dois lados do material.

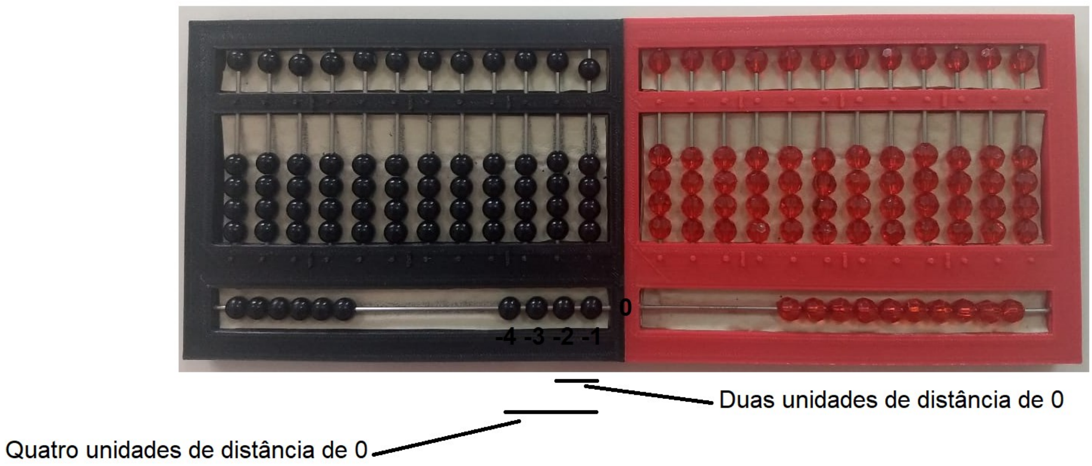
Sendo assim, para comparar, por exemplo, 3 e (-1), registramos na haste horizontal, próximo ao centro, três bolinhas quebradas e uma bolinha lisa, conforme figura 11. A partir da ideia de que os números na reta numérica crescem da esquerda para a direita, infere-se que 3 > -1, pois a representação do 3 está mais à direita na reta numérica. Dessa forma, conforme a figura 12, temos: -2 > -4, pois a representação do (-2) está mais à direita na reta numérica.

Figura 11: Exemplo de comparação entre 3 e (-1) no Soroban dos Inteiros



Fonte: Autoria própria (2019)

Figura 12: Exemplo de comparação entre (-2) e (-4) no Soroban dos Inteiros



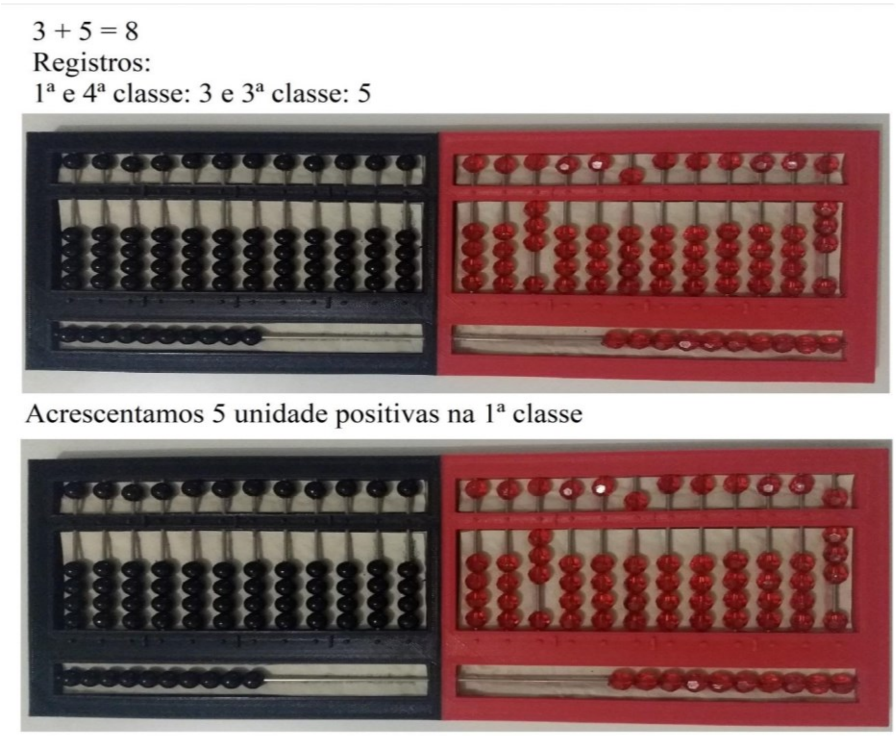
Fonte: Autoria própria (2019)

A partir dos mesmos registros, podemos explorar o conceito de módulo, realizando, por exemplo, a associação do módulo de 3 e (-1) com a comparação da distância dos números de zero. Neste caso, $|3|$ é 3, pois está a três unidades de distância de zero, $|-1|$ é 1, pois está a uma unidade de distância de zero, $|-2|$ é 2 e de $|-4|$ é 4.

1.1.5 Adição de Números Inteiros no Soroban dos Inteiros

Para realização de adições no *Soroban dos Inteiros* envolvendo quantidades de mesma natureza, adições de positivo com positivo e negativo com negativo, basta acrescentar ou juntar as bolinhas que representam as parcelas da adição na primeira classe do material. Como exemplo, podemos observar a operação 3 + 5 = 8, na Figura 13.

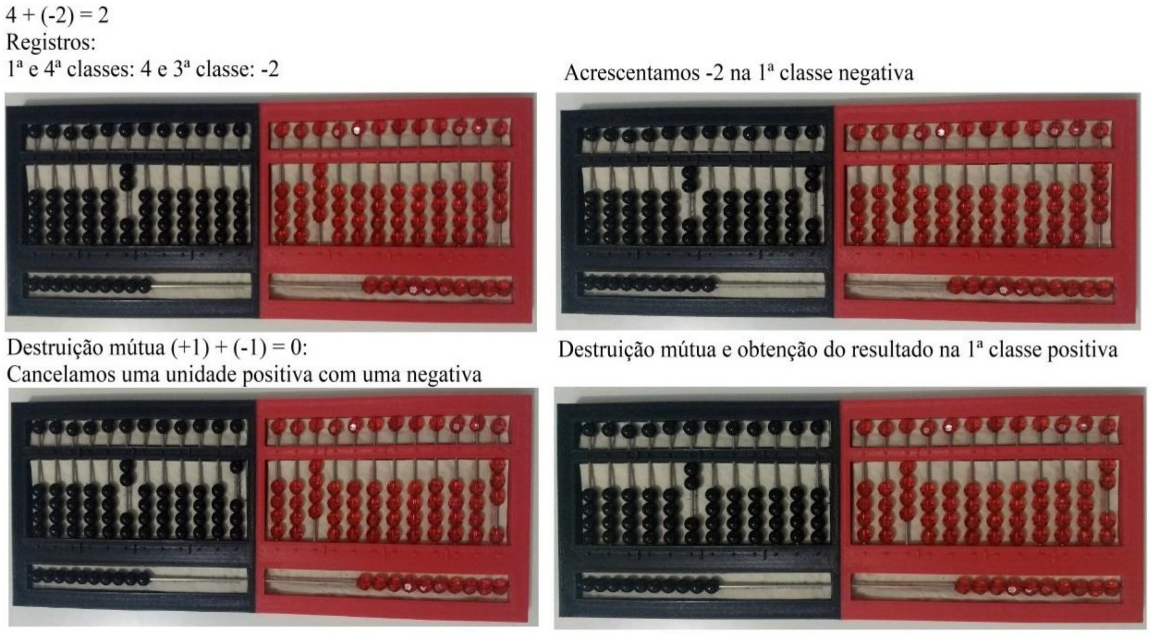
Figura 13: Exemplo de adição com quantidades positivas



Fonte: Autoria própria (2019)

Para realização de adições no *Soroban dos Inteiros* envolvendo quantidades de diferentes naturezas, acrescentamos as quantidades positivas ou negativas na primeira classe, entretanto, para obter o resultado utilizamos o princípio de equivalência para cancelar unidade positiva com negativa, num processo de *destruição mútua*, até esvaziar uma das primeiras classes. Este processo, permite a percepção de que adicionar um número negativo equivale a subtrair seu valor em módulo, conforme ilustrado na figura 14, na resolução de 4 + (-2) = 2, quando registramos 4 e por fim, deste número, retiramos 2.

Figura 14: Adição com quantidades positivas e negativas



Fonte: Autoria própria (2019)

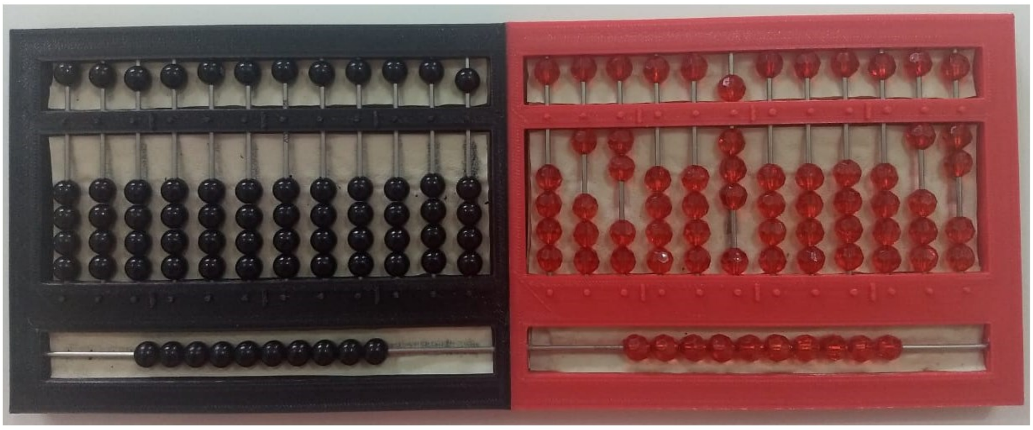
1.1.6 Subtração de Números Inteiros no Soroban dos inteiros

Os registros e movimentações nas operações de subtração são similares às demonstradas acima, porém com o sentido de retirar quantidades positivas ou negativas e usar o cancelamento de unidades positivas com negativas por *destruição mútua* para obter resultados. Orientamos que para as operações de adição e subtração, o registro da 1ª parcela seja efetuado simultaneamente na 1ª e 4ª classe (conforme indica o quadro 1), isso fará com que após seja alterada a 1ª classe para a obtenção do resultado, a 1ª parcela se mantenha anotada na 4ª classe para leitura da operação e seu resultado.

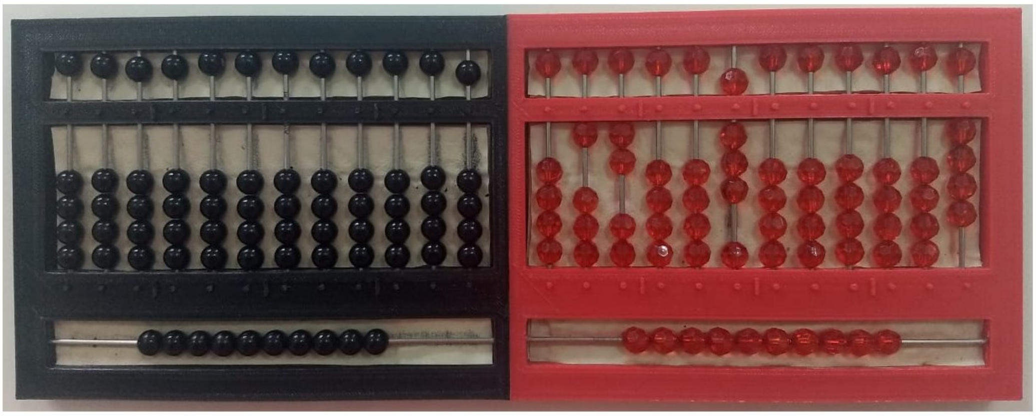
Na figura 15, apresentamos um exemplo de subtração com quantidades positivas, a operação 12 - (+8) = 4. Após os registros conforme o quadro 1, retiramos de 12, 8 quantidades positivas uma a uma, obtendo o resultado 4.

Figura 15: Exemplo de subtração com quantidades positivas

12 - (+8) = 4
Registros:
1ª e 4ª classe: 12 e 3ª classe: 8



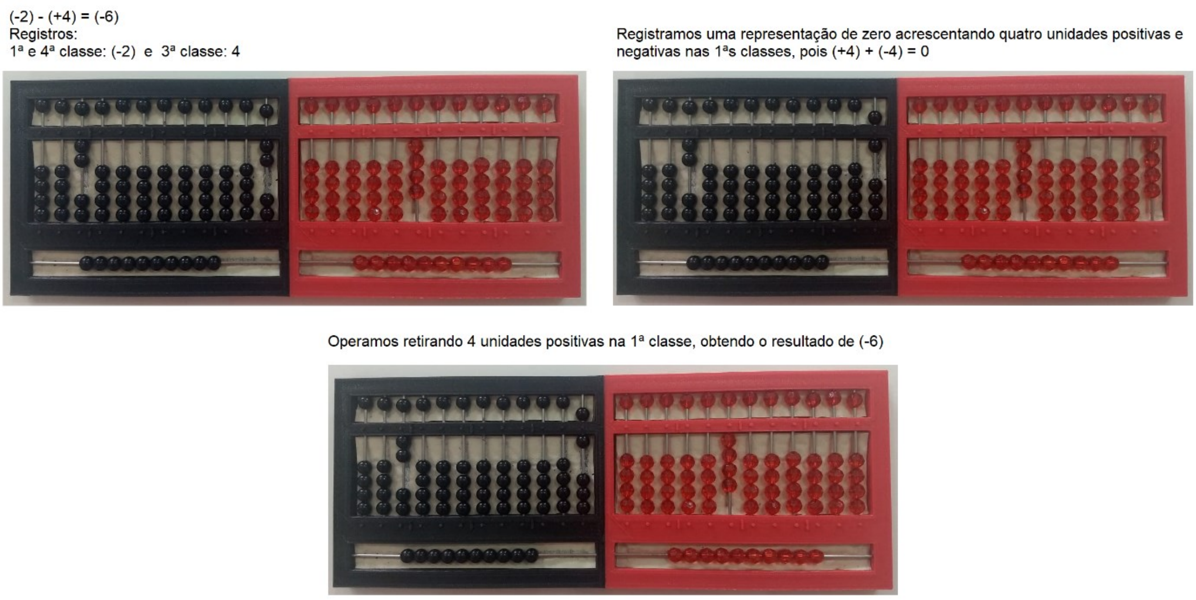
Retiramos 8 unidades positivas na 1ª classe



Fonte: Autoria própria (2019)

Na sequência, apresentaremos dois exemplos de subtração entre quantidades positivas e negativas, subtração com parcelas de natureza diferente. A figura 16, ilustra a realização da operação (-2) - (+4) = (-6), em que registramos (-2) na primeira e quarta classe do material e (+4) na terceira. Interpretando a operação, devemos retirar quatro unidades positivas do material, entretanto, não a temos registrada e assim, recorremos a ideia de "*ter para posteriormente retirar*". Todavia, não podemos simplesmente adicionar ao lado positivo a quantidade de 4, pois associado ao (-2) da primeira classe do lado negativo, teríamos a representação de 2, pois (+4) + (-2) = 2 e não estaríamos operando através da primeira parcela (-2). Neste caso, a melhor alternativa é acrescentar uma representação de zero no material que permita essa retirada de 4, logo, podemos escolher acrescentar em ambos os lados, uma quantidade qualquer igual ou maior que 4. No exemplo, optamos por acrescentar o mínimo, assim numericamente registramos (+4) + (-4) = 0, acrescentando 4 bolinhas quebradas e lisas nas primeiras classes do material. Ficamos com o registro de (-6) e (+4) nas primeiras classes, tendo a representação da primeira parcela (-2) a partir do registro em ambos os lados do material (similar ao exemplo da figura 10 da seção 1.1.3 desse manual). Operamos retirando o 4, as 4 bolinhas quebradas, obtendo o resultado de (-6) na 1ª classe do lado esquerdo e negativo do material. Analisando a movimentação, ao subtrair determinada quantidade positiva, na verdade, acrescentamos o mesmo valor com sinal oposto, ou seja, (-2) – (+4) = (-2) + (-4) = (-6). Logo, como adicionar um negativo equivale a subtrair, subtrair um positivo também equivale a subtrair. O cálculo apresenta a sensação de acréscimo, mas são acréscimos de quantidades negativas, subtrações.

Figura 16: Exemplo de subtração de quantidades positivas, (-2) - (+4) = 4

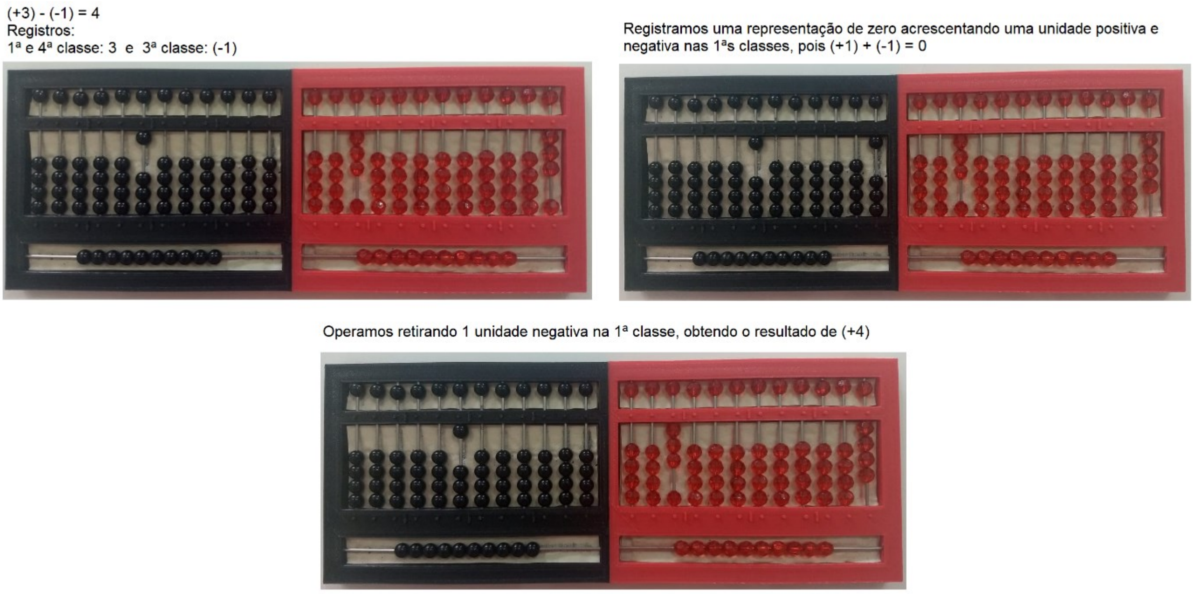


Fonte: Autoria própria (2019)

Na figura 17, apresentamos uma subtração de número negativo, (+3) – (-1) = 4. Assim, como no exemplo anterior, após realizar o registro padrão das parcelas conforme indicado no quadro 1, para poder retirar a quantidade de um negativo precisamos de algum registro na 1ª classe do lado esquerdo e negativo do material. Nesse caso, registramos uma representação de zero no material para não alterar a primeira parcela da operação, acrescentando uma unidade positiva e negativa simultaneamente nas primeiras classes do material. Para operar, retiramos 1 unidade negativa da primeira classe, obtendo o resultado (+4). Analisando a operação e seu resultado, torna-se evidente que retirar a quantidade negativa equivale a adicioná-la.

Salientamos ainda, que este exemplo (figura 17), refere-se a uma subtração que resulta em acréscimo.

Figura 17: Exemplo de subtração de quantidades negativa, (+3) - (-1) = 4



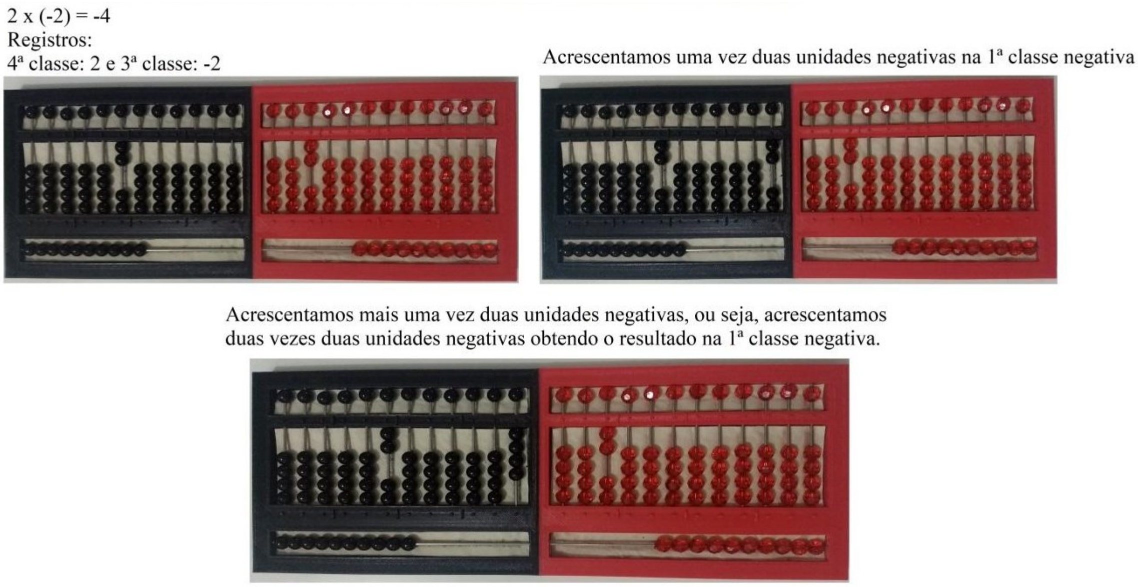
Fonte: Autoria própria (2019)

1.1.7 Multiplicação de Números Inteiros no Soroban dos Inteiros

Para resolver operações de multiplicação, utilizamos o primeiro fator como fator de repetição de quantidades positivas ou negativas. Se o primeiro fator for positivo, acrescentamos tantas vezes determinada quantidade, conforme o exemplo $2 \times (-2) = -4$ da figura 18. Caso o fator seja negativo, retiramos tantas vezes determinada quantidade. Neste último caso, para poder retirar determinada quantidade, sempre devemos tê-la, registrando uma representação de zero a partir de quantidades iguais ou maiores que aquelas que serão retiradas.

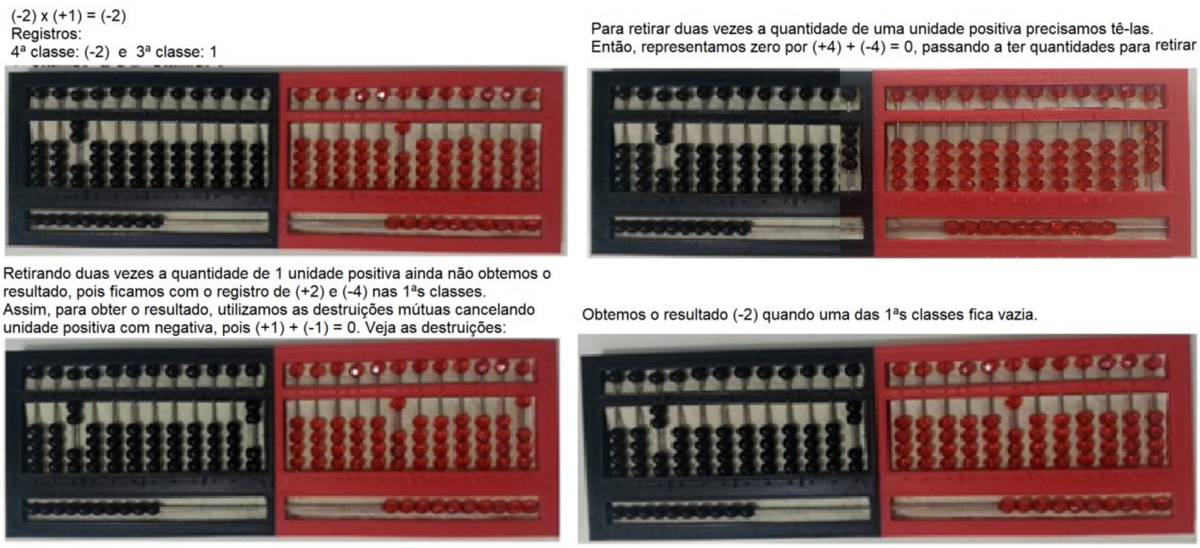
Ao resolver $(-2) \times (+1) = -2$, na figura 19, para poder retirar duas vezes a quantidade de uma unidade positiva, representamos zero com uma quantidade maior do que aquelas que precisavam ser retiradas, acrescentamos quatro unidades positivas e negativas. Neste caso, para obter o resultado, recorremos as destruições mútuas até que uma das primeiras classes do material ficasse vazia. Para resolver o exemplo $(-2) \times (-2) = 4$ da figura 20, registramos o zero com quantidades iguais às retiradas.

Figura 18: Multiplicação de 1º fator positivo



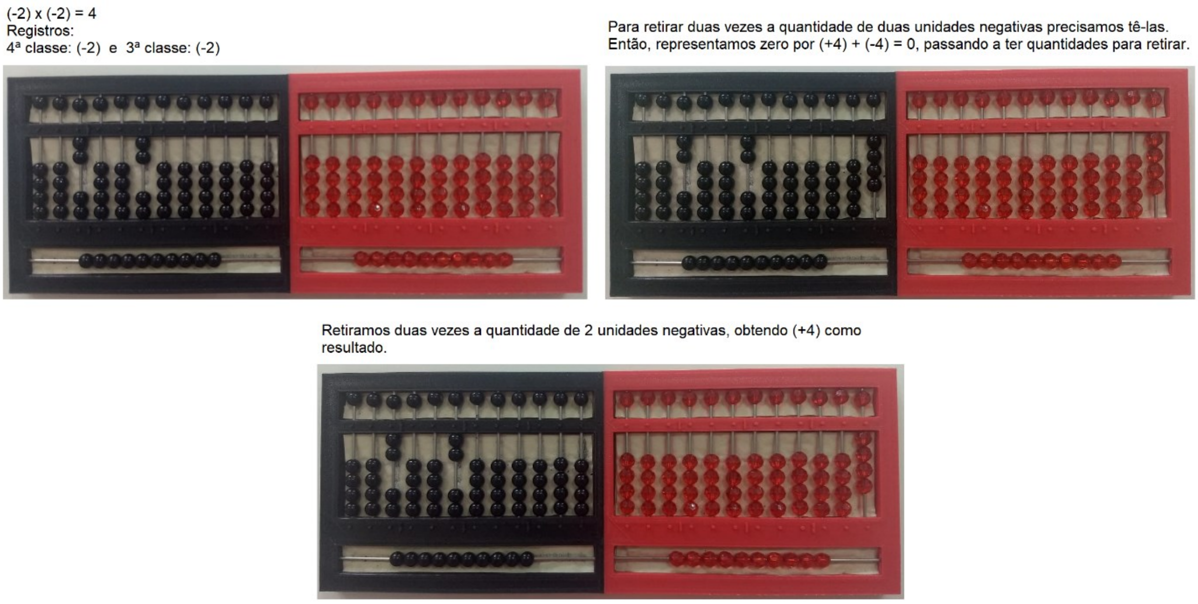
Fonte: Autoria própria (2019)

Figura 19: Multiplicação de 1º fator negativo



Fonte: Autoria própria (2019)

Figura 20: Multiplicação com 1º e 2º fator negativo



Fonte: Autoria própria (2019)

As transformações dos sinais através dos lugares simbólicos no material ou a regra de sinais para a multiplicação se tornam mais significativas, quando analisamos as operações, movimentações e resultados, compreendendo que:

- Multiplicar um número positivo por outro negativo, significa acrescentar negativos e que isso equivale a subtrair o número positivo em valor absoluto.
- Multiplicar um número negativo por outro positivo, significa retirar positivos e que isso equivale a subtrair o número positivo em valor absoluto.
- Multiplicar um número negativo por outro negativo, significa retirar negativos e que isso equivale a adicionar o número positivo em valor absoluto.

1.1.8 Divisão de Números Inteiros no Soroban dos Inteiros

Na operação de divisão, utilizamos o princípio de dividir uma quantidade em partes iguais usando a reta numérica do material para realizar separações de até 10 quantidades, quando dividendo e divisor são positivos. Nesse caso, empregamos o mesmo registro do soroban tradicional, registramos o dividendo na 4ª classe e repetimos ele na 3ª classe, o divisor registramos na 2ª classe e o quociente na 1ª classe. A partir das movimentações realizadas na 3ª classe ficará registrado o resto.

Para a divisão de quantidades, envolvendo um ou dois números negativos, utilizamos o raciocínio da multiplicação ser a operação inversa da divisão, então, por meio de estimativas e testes, calculamos uma multiplicação em que o divisor é um dos fatores que multiplicado pelo resultado procurado da divisão é o dividendo. Para calcular $(-8) \div (+2)$, precisamos pensar na operação inversa $(+2) \times (?) = (-8)$, estimando que o número (-4) é o resultado da divisão. Pois, calculando no material $(+2) \times (-4)$ chegaríamos a (-8), o dividendo.

1.2 TAREFAS PARA USO DO SOROBAN DOS INTEIROS

Salientamos, que as intervenções pedagógicas, são compostas de tarefas e encaminhamentos para a utilização do material manipulável para a significação de números inteiros, às quais não chamaremos de roteiro de tarefas nem de sequência didática, por entendermos que se trata de uma proposta de ensino que não necessariamente precisa ser seguida integralmente e sequencialmente em outras intervenções pedagógicas. Entendemos que o contexto de intervenção, modifica as ações pedagógicas necessárias para o ensino.

Optamos por elaborar tarefas sem contextualizações cotidianas e aplicações em situações de dívidas, saldos, termômetros, altitudes, profundidade e fusos horários em concordância com os apontamentos dos autores Lins e Gimenez (1997), Pommer (2010) e Coelho (2005), que consideram estas abordagens como informais, às quais não justificam e nem exploram a natureza das quantidades resultantes das operações, principalmente na operação de multiplicação. Entretanto, sabendo que problemas são apresentados na sala de aula com aplicações em situações como as citadas anteriormente, incluímos questões desse tipo somente no diagnóstico da pesquisa para identificar o desempenho dos estudantes em questões interpretativas, envolvendo adições e subtrações com números positivos e negativos. Assim, buscamos saber qual a compreensão e tratamento dado a questões com sinais predicativos (de natureza) e com operatórios e se os estudantes aplicam isso de maneira correta em problemas com contexto.

Nesse sentido, caracterizamos nossa proposta de ensino a partir do que Pommer (2010), chama de modelo Físico/Geométrico, porém realizado em material manipulável para explorar e dar sentido às propriedades algébricas, realizadas em um contexto de movimento e de associações e diferenciações entre ações (operações) e estados (números positivos e negativos).

Evidenciamos que o padrão de registro adotado no uso do material, tem estreita relação com a movimentação das peças, pois, foram desenvolvidos para facilitar a compreensão das regularidades de operações com números inteiros. Nesse sentido, as situações apresentadas nas tarefas deverão ser subsidiadas por encaminhamentos e a mediação do professor quanto ao funcionamento do material, criação de questionamentos complementares e a busca de regularidades e padrões. Desta forma, o Quadro 2 descreve os conteúdos e objetivos de cada uma das tarefas, as quais estão no Apêndice B desse trabalho.

Quadro 2: As tarefas a serem propostas, seus objetivos e os conceitos envolvidos

Tarefa:	Conceitos e conteúdos matemáticos:	Objetivos da tarefa:
Tarefa 0- Diagnóstico inicial	Uso de símbolos para representar quantidades positivas e negativas e operações; Comparação e ordenação de números inteiros; Operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros; Uso da regra de sinais; Resolução de problemas envolvendo situações concretas de quantidades positivas e negativas.	Verificar se o estudante: Representa sentenças matemáticas utilizando corretamente símbolos operatórios e predicativos; Comparar e ordenar quantidades positivas e negativas; Opera com quantidades positivas e negativas, aplicando a lógica ou equivalência operatória. Utiliza a regra de sinais na multiplicação e divisão de inteiros; Resolve situações interpretativas de significados concretos como aumentar, diminuir, sobrar e faltar.
Tarefa 1- Usando o material para representar números e realizar operações matemáticas	Estrutura do material e o uso do sistema posicional; Registro de números naturais; Operações com números naturais;	Conhecer o material, reconhecendo seus elementos, seu funcionamento e as possibilidades de registro numérico; Efetuar por meio de orientações: registros e operações com números positivos; Empregar diferentes estratégias para realizar operações usando o *Soroban dos Inteiros*, explicitando seu entendimento sobre a ação operatória com os números;
Tarefa 2: Que números são esses?	Representação dos números negativos a partir da necessidade de resolver subtrações em que faltam quantidades; Atribuição de significados aos números negativos; Existência e diferenciação de sinal operatório de sinal predicativo (de natureza); Notação e uso de parênteses para evidenciar e separar sinais operatórios e predicativos.	Atribuir o significado de falta às quantidades negativas ao explorar e representar os resultados dos movimentos de subtrações; Atribuir significado à quantidades negativas expressas pelo sinal predicativo de menos;

		Diferenciar e empregar corretamente os dois usos dos símbolos + e -;
Tarefa 3: Qual é maior, qual é menor?	Comparação entre números positivos ou negativos; Diferença ao se comparar valor absoluto e quantidade; Uso das desigualdades < (menor que) e > (maior que); Comparação de números inteiros na reta numérica; Correlação entre distância unitária de zero e o módulo ou valor absoluto de um número.	Comparar números positivos e negativos analisando quantidades e estados; Comparar números positivos e negativos em relação a seu posicionamento de zero; Associar a distância de um número a zero com os conceitos de números simétricos e módulo.
Tarefa 4: O zero no material	Uso da regra do cancelamento, da simetria e das *destruições mútuas* entre positivos e negativos; A infinidade de representações distintas de zero; Papel do zero nos inteiros; A infinidade de representações distintas de quantidades utilizando a regra do cancelamento e números das duas naturezas.	Representar distintos zeros a partir da ideia do cancelamento; Compreender o papel do zero como origem dos números positivos e negativos; Representar diferentes quantidades tanto positivas quanto negativas a partir de zeros ou uma quantidade estabelecida.
Tarefa 5: Adição com números inteiros	Adição envolvendo quantidades negativas e positivas;	Efetuar adições no material mediante a *ação de acrescentar* quantidades, sejam elas positivas ou negativas; Realizar reduções mútuas entre positivos e negativos para obter resultados; Compreender que adicionar um número negativo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo valor absoluto; Compreender que adicionar um número positivo equivale a adicionar o número positivo com o mesmo valor absoluto;
Tarefa 6: Subtração com números inteiros	Subtração envolvendo quantidades negativas e positivas;	Efetuar subtrações no material mediante a *ação de retirar* quantidades sejam estas positivas ou negativas; Realizar reduções mútuas entre positivos e negativos para obter resultados; Compreender que subtrair um número negativo equivale a

		adicionar o número positivo com o mesmo valor absoluto; Compreender que subtrair um número positivo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo valor absoluto;
Tarefa 7: Multiplicação com números inteiros	Conceito de multiplicação como repetição de parcelas ao invés de adição de parcelas iguais; Multiplicações envolvendo quantidades negativa e positivas; Uso das propriedades algébricas das tarefas 5 e 6.	Empregar o conceito de multiplicação como repetição de parcelas adicionando ou retirando parcelas de números positivos ou negativos; Associar as ações de adicionar e retirar as transformações de sentidos e a regra de sinais; Identificar a relação entre a ação de retirar parcelar ao fato de ter que ter determinada quantidade; Compreender que para retirar é necessário acrescentar quantidades mediante zeros; Buscar regularidades (regra de sinais) analisando as transformações de sentido entre a multiplicação e seu resultado.
Tarefa 8: Dividindo números inteiros	Divisão como operação inversa a multiplicação; Aplicação da regra de sinais.	Compreender a divisão como operação inversa da multiplicação; Utilizar as regularidades da tarefa 7 ao efetuar operações inversas.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2019)

Caracterizamos as tarefas e encaminhamentos como: orais e/ou escritas e exploratórias, devido às questões que usam o material visarem a promoção de abstrações e generalizações do conteúdo. Matematicamente, objetivamos com as tarefas e encaminhamentos, abordar com o uso do material manipulável o conceito de número inteiro como um novo campo numérico distinto dos naturais, a simbologia e representação numérica de números negativos e positivos, a ordenação e comparação de números inteiros e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros.

A representação numérica dos números inteiros, por meio de registros com as contas (esferas/bolinhas) e suas alterações no *Soroban dos Inteiros*, somadas a intervenções do professor referente às ideias operatórias de acrescentar, tirar, acrescentar ou tirar grupos de mesma quantidade e dividir em grupos iguais favorece que o aluno cego atribua significado aos números inteiros e suas operações. Embora, tenhamos construído o *Soroban dos Inteiros* para ser manipulado por cegos, ele também apresenta fácil manipulação e visualização (por meio de cores) para videntes e, desta forma, pode ser utilizado em sala de aula com todos os alunos. Justificamos e salientamos esta possibilidade, devido ao material e os encaminhamentos para seu uso terem sido desenvolvidos para promover a significação dos números inteiros tanto à alunos cegos quanto videntes, já que se trata do ensino por meio de material manipulável, que na literatura evidencia-se como um potencial para a aprendizagem de ambos.

Sugerimos que a introdução do material *Soroban dos Inteiros* seja realizada com uma breve explicação sobre as características da sua estrutura, enfatizando as classes, hastes, o valor das contas (bolinhas). Como apoio, o professor(a) pode utilizar para elaborar suas explicações, as figuras 1, 2 e 3 deste manual e o quadro 1. A tarefa 1, possui questões que podem ser utilizadas como introdutórias para que o estudante se familiarize com os registros padrões a serem usados para as operações com números inteiros. Caso prefira, a introdução do material pode ser feita através da representação de quantidades nulas, positivas e negativas, conforme as seções 1.1.1, 1.1.2 e 1.1.3 desse manual. Salientamos que a adaptação e autonomia dos estudantes quanto a manipulação do material e aos registros padrões, se dará no decorrer do seu uso, sendo aceitável e normal o estudante precisar ser relembrado ou de auxílio para efetuar principalmente as primeiras questões de cada tarefa. Na sequência, apresentamos as tarefas desenvolvidas para o uso do material *Soroban dos Inteiros*, podendo o professor(a) adaptá-las para uso segundo seus objetivos pedagógicos.

2 TAREFAS PARA USO DO SOROBAN DOS INTEIROS

TAREFA 1: USANDO O MATERIAL PARA REPRESENTAR NÚMEROS E REALIZAR OPERAÇÕES MATEMÁTICAS

1) Agora que conhece a estrutura do material e quanto equivale cada conta (bolinha) segundo sua aproximação com a régua de numeração superior:
a) Represente na terceira classe o número três, na quarta classe o número onze. Repita na primeira classe o número onze. Agora ainda na primeira classe adicione três ao onze, qual é o novo registro na primeira classe?

b) Represente a operação 7 – 4 registrando o número sete na quarta classe e o número quatro na terceira classe. Em seguida, na primeira classe registre o resultado dessa operação.

c) Represente na quarta classe o número duzentos e quatro e na terceira classe o número dois. Na primeira classe registre então o resultado da operação de multiplicação entre esses dois números que já registrou.
Você usou o material para fazer o cálculo de multiplicação? Explique.

2) Agora você tem o auxílio do material para representar números e realizar operações básicas envolvendo eles. Mostre ao(a) seu(sua) professor(a) como você calcula os resultados das operações abaixo manipulando as contas (bolinhas) do material.
Você deve também anotar os resultados obtidos.
a) Calcule: 33 + 2 =
b) Calcule: 4 X 3 =
c) Calcule: 3 X 4 =
d) Calcule: 27 – 7 =
e) Calcule: (+18) + (+4) =
f) Calcule: (+2) X (+12) =
g) Calcule: (+11) – (+7) =
h) Calcule: 2 X 0 =
i) Calcule: 103 + 68 =
j) Calcule: 52 – 8 =

TAREFA 2: QUE NÚMEROS SÃO ESSES?

1) Realize as operações abaixo no material disponível e anote seu resultado na folha disponibilizada.
Explique como você registra no material cada numeral e como efetua cada operação matemática.

a) Resolva: 189 + 67 =
b) Resolva: 543 – 84 =
c) Resolva: 867 + 335 =
d) Qual é o resultado de nove menos onze? Anote usando símbolos e numerais essa operação e seu resultado.
e) Subtraia seis de nove. O resultado obtido representa um número? Que tipo de número?
f) Qual é o resultado de dez menos onze?

2) Atribua (apresente) um significado matemático para:

a) -2
b) -11
c) 6
d) +3
Você deve explicar o que significa cada um desses registros matemáticos acima.

3) O(A) professor(a) irá ditar duas operações a serem realizadas, assim você deve as anotar. Indique-as como letra a) e b).

Em seguida, resolva as duas operações explicando o procedimento e raciocínio utilizado. Você fez uso do material para realizar estes cálculos?

4) Explique o que representa matematicamente os símbolos + (sinal de mais) e - (sinal de menos) usados nas operações da questão anterior.
\+ e - são sinais úteis? Para que eles são usados?

TAREFA 3: QUAL É MAIOR, QUAL É MENOR?

1) Represente um número positivo na quarta classe e outro número positivo na terceira classe.

a) O número que está representado na quarta classe é menor ou maior que o número representado na terceira classe? Por quê?
b) Inverta os mesmos números positivos de classe, da quarta para a terceira e da terceira para a quarta. Agora o número que está na quarta classe é maior ou menor que o que está na terceira?
c) Sabendo que os símbolos < e > significam, respectivamente, "menor que" e "maior que", represente as comparações realizadas nos itens a) e b) usando os numerais e estes símbolos.

2) Compare os números abaixo, completando o espaço pontilhado (....) com um dos sinais < ou > .
Para comparar dois números no material, registre: o primeiro número na quarta classe e o segundo na terceira classe.

a) 3 8
b) -3 0
c) 5 .... (–3)
d) (+6) ...... (-6)
e) (-2)........ (-3)
f) (-4) ...... (-10)

Com base nas comparações realizadas acima, responda: Como podemos identificar dentre dois números distintos, tanto positivos quanto negativos, qual é o menor e qual é o maior número?

3) Juntamente com o(a) professor(a) construa uma reta orientada contendo o zero, números positivos e negativos.
Em seguida, verifique se há similaridade entre a reta orientada e a haste horizontal do material. Nesta haste horizontal é possível identificar dentre dois números distintos, tanto positivos quanto negativos, qual é o menor e qual é o maior número? Se sim, explique como compará-los. Teste suas ideias no material.

4) Continue representando quantidades (números) na haste horizontal, mas agora considere, por exemplo, que (+1) uma bolinha quebrada, está a uma unidade de distância de zero.
a) Qual é a distância de (-5) em relação a zero?
b) (-9) e (+7) estão a uma mesma distância unitária de zero? Qual dos números está a uma distância maior de zero? Justifique.
c) Determine dois números distintos que estão a uma mesma distância unitária de zero? Se possível, cite outros.

TAREFA 4: O ZERO NO MATERIAL

1) Represente no material os seguintes números (-0), 0 e (+0). Quantas bolinhas quebradas ou lisas ficaram próximas a régua de numeração superior quando você representou estes números?

2) Qual é o papel do número zero (0) nos números inteiros ou relativos?

3) Usando a representação de (+0) da questão 1), acrescente a este número: zero bolinhas lisas. Represente em símbolos e numerais a operação realizada no material e o seu resultado.

4) A partir de (+1) acrescente no material (-1).

a) Qual número estamos representando no material?
b) Continue, agora adicione cinco unidades negativas e mais cinco unidades positivas. Qual número estamos representando no material?
c) Se temos no material a representação de doze unidades negativas, que ação devemos tomar para que obtenhamos zero unidades?
d) Tendo a representação de nove quantidades positivas no material, adicione nele mais sete unidades positivas. Qual é o número que está sendo representado no material?

Continue com o resultado obtido, agora adicione duas unidades negativas, e depois mais uma unidade negativa. Qual é o número representado no material?

5) Represente de quatro maneiras distintas o número zero no material sem que nenhum de seus lados, direito e esquerdo, fique completamente vazio (zero bolinhas).
Anote cada representação envolvendo quantidades diferentes de zero.

6) Sem deixar nenhum dos lados do material vazio, represente os números abaixo no material. Anote a operação.
a) (-3) tendo na primeira classe do lado positivo duas bolinhas quebradas.
b) (+5)
c) (-13)
d) (+9)
e) (+20) já tendo no lado negativo do material (-3).
f) (-96)

EXPANDINDO IDEIAS:

a) Subtraia cinquenta e um de quarenta e nove. Anote usando símbolos e numerais essa operação e seu resultado.
b) Qual é o resultado de setenta menos oitenta e um? O resultado obtido representa um número? Que tipo de número?

TAREFA 5: ADIÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS

1) Apresente o resultado das seguintes operações matemáticas envolvendo quantidades negativas e positivas:

Atenção: Você deve explicar como chegou a cada resultado, o(a) professor(a) quer entender que procedimentos, operações ou cálculos você realizou em cada questão usando o material disponível.

a) Resolva: 18 + (-18) =
b) Resolva: (+6) + (+7) =
c) Resolva: (+56) + (+67) =
d) Resolva: (+7) + (+6) =
e) Resolva: 14 + (+9) =
f) Resolva: 9 + 14 =
g) Resolva: (+9) + (-7) =
h) Resolva: 4 + (-9) =
i) Resolva: 8 + (-3) =
j) Resolva: 13 + (-4) =
k) Resolva: 78 + (-62) =
l) Resolva: – 4 + (+13) =
m) Resolva: -16 + (+27) =
n) Resolva: 11 + (-3) =
o) Resolva: -3 + (+11) =
p) Resolva: - 6+ (-2) =
q) Resolva: -15 + (-7) =

TAREFA 6: SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS

Resolva as operações abaixo envolvendo números positivos e negativos. Explique como obteve cada resultado usando o material disponível.

a) Resolva: 7 – (+7) =
b) Resolva: 8 – (+5) =
c) Resolva: 34 – (+8) =
d) Resolva: 1 – (+3) =
e) Resolva: 9 – 13 =
f) Resolva: 26 – (+32) =
g) Resolva: 5 – 8 =
h) Resolva: 14 – (+19) =
i) Resolva: 4 – (-3) =
j) Resolva: 7 – (-5) =
k) Resolva: (+2) – (-4) =
l) Resolva: 7 + 5 =
m) Resolva: (-2) – (+1) =
n) Resolva: (-4) – (+5) =
o) Resolva: -12 – (+15) =
p) Resolva: (-2) – 1 =
q) Resolva: (-8) – (-4) =
r) Resolva: (-2) – (-4) =
s) Resolva: (-6) – (-7) =
t) Resolva: (-23) – (-27) =

TAREFA 7: MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS

1) Responda rapidamente:

a) Qual é o resultado da operação (3 x 12) ? De que maneira você associou estes números para obter o resultado?

b) Você pode associar estes dois números no material de maneira a obter o mesmo resultado para a operação de (3 x 12)? Se sim, explique como?

2) Usando o material calcule as seguintes multiplicações/ produtos envolvendo números inteiros.
Não se esqueça de explicar para o(a) professor(a) como você está registrando os números e que alterações (movimentos) faz no material que te levam a obter o resultado de cada uma das operações.

a) Calcule: 13 X 2 =
b) Calcule: 3 X (-4) =
c) Calcule: (+4) X (+5) =
d) Calcule: 3 X (-2) =
e) Calcule: (+5) X (-5) =
f) Calcule: (-2) X 4 =
g) Calcule: (-3) X (+3) =
h) Calcule: (-2) X (-2) =
i) Calcule: (-4) X (-11) =

TAREFA 8: DIVIDINDO NÚMEROS INTEIROS

1) Se você possui oito bolinhas quebradas e quer as dividir em dois grupos de mesma quantidade, quantas bolinhas quebradas haverá em cada um dos grupos? Explique

2) Tendo dois grupos com quatro bolinhas quebradas, responda: qual é o total de bolinhas quebradas que você possui? Como você determinou sua resposta?

3) Explique detalhadamente como resolveria as seguintes divisões usando ou não o material.
a) $9 \div (-3) =$
b) $(-4) \div (-2) =$

4) Qual é o resultado das divisões abaixo? Explique como chegou a ele e argumente porque sua solução pode estar correta.
a) Resolva: $(-12) \div 2 =$
b) Resolva: $21 \div (-7) =$
c) Resolva: $(-35) \div (+5) =$
d) Resolva: $(-18) \div (-3) =$

REFERÊNCIAS

COELHO, M. P. F. **A multiplicação de números inteiros relativos no "Ábaco dos inteiros":** Uma investigação com alunos do 7º ano de escolaridade. 2005, 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação na Área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática) - Universidade do Milho, Braga, 2005.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papirus, 1997.

POMMER, W. M. **Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em Z**. Seminário de Ensino de Matemática, SEMA-FEUSP, 13 p. 2010.

RODRIGUES, R. V. R. **A construção e utilização de um Objeto de Aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros**. 2009. 219 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2009.