UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

NATALI ANGELA FELIPE

A SIGNIFICAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS POR ESTUDANTES CEGOS E DE BAIXA VISÃO A PARTIR DO MATERIAL SOROBAN DOS INTEIROS

DISSERTAÇÃO

PONTA GROSSA
2021

NATALI ANGELA FELIPE

A SIGNIFICAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS POR ESTUDANTES CEGOS E DE BAIXA VISÃO A PARTIR DO MATERIAL SOROBAN DOS INTEIROS

THE MEANING OF INTEGRAL NUMBERS BY BLIND AND LOW VISION STUDENTS FROM THE SOROBAN OF INTEGERS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Área de Concentração: Ciência, Tecnologia e Ensino, Linha de Pesquisa: Fundamentos e Metodologias para o Ensino de Ciências e Matemática, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Profª. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva
Co-orientadora: Profª. Dra. Maria Ivete Basniak

PONTA GROSSA
2021

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Ponta Grossa

NATALI ANGELA FELIPE

A SIGNIFICAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS POR ESTUDANTES CEGOS E DE BAIXA VISÃO A PARTIR DO MATERIAL SOROBAN DOS INTEIROS

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ciência E Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ciência, Tecnologia E Ensino.

Data de aprovação: 30 de Novembro de 2020

Prof.a Sani De Carvalho Rutz Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Fabio Alexandre Borges, Doutorado - Universidade Estadual do Paraná (Unespar)

Prof.a Maria Ivete Basniak, Doutorado - Universidade Estadual do Paraná (Unespar)

Prof Romeu Miqueias Szmoski, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 20/12/2020.

A FOLHA DE APROVAÇÃO ASSINADA ENCONTRA-SE NO DEPARTAMENTO DE REGISTROS ACADÊMICOS DA UTFPR – CÂMPUS PONTA GROSSA

O universo é uma harmonia contrários.

Pitágoras

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus pelo presente da vida, pelas oportunidades no meu caminho e pelo amparo na concretização dos meus objetivos, em especial na jornada desse trabalho.

Aos meus familiares e amigos que compartilham e compreender o significado emocional e intelectual que a temática desse trabalho tem para mim, para minha história particular e profissional, agradeço assim o incentivo, a paciência, o apoio, a cooperação e a empatia.

Ao meu pai (em memória), à minha mãe e a minha irmã pelo amor incondicional, pelos princípios e valores transmitidos e por sempre caminharem ao meu lado.

À minha orientadora Professora Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva agradeço pela compreensão, pelos ensinamentos, pela dedicação e por ter acreditado, apoiado e, sobretudo, ter incentivado a realização desse trabalho.

À minha co-orientadora Professora Dra. Maria Ivete Basniak, agradeço por fazer parte da minha trajetória acadêmica e profissional e por ser a incentivadora do meu ingresso no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia-PPGECT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Agradeço os conselhos recebidos e a confiança depositada em mim, no meu trabalho e o compartilhamento de ideias e aprendizados.

Agradeço a minha orientadora e co-orientadora por acreditarem na inclusão no seu sentido mais amplo como algo possível, necessário e transformador no ambiente escolar.

Aos membros da banca pelas sugestões, comentários e discussões que enriqueceram e aperfeiçoaram este trabalho.

Agradeço aos professores do PPGECT pelo conhecimento adquirido e experienciado nas disciplinas e estudos realizados por meio do curso de mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia, os quais permitiram a reflexão sobre a educação, o ensino e a ciência fazendo com que repensasse o meu papel como professora e pesquisadora no ensino de Matemática.

Ao meu professor, colega e amigo Dr. Everton José Goldoni Estevam, por me incentivar desde a graduação a buscar e investigar as explicações e os “porquês” do ensino e dos conteúdos matemáticos e em conjunto com seus demais colegas, mostrar que significar conceitos é uma das possibilidades para uma educação significativa e de qualidade. Agradeço por suas indicações de textos e teorias para aprofundamentos que foram essenciais para a elaboração desta pesquisa.

Aos meus alunos participantes e protagonistas deste estudo, agradeço pela participação, confiança e entrega ao contribuírem para a consolidação dessa pesquisa. As escolas, direção, equipe pedagógica e professores pela disponibilidade e colaboração para a pesquisa.

De maneira geral, agradeço a todos, que de alguma forma participaram dessa jornada e deste capítulo da minha história, que é esse trabalho, construído com muito amor e dedicação.

RESUMO

FELIPE, Natali Angela. **A significação dos números inteiros por estudantes cegos e de baixa visão a partir do material Soroban dos Inteiros**. 2020. 126 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2020.

Este estudo investigou as contribuições do *Soroban dos Inteiros* para a significação de números inteiros por estudantes cegos. Para tanto, foram realizados estudos bibliográficos referentes ao uso da perspectiva lógico-histórica e de nexos conceituais na significação de números inteiros e as necessidades de adaptações pedagógicas e metodológicas para alunos cegos. Tais estudos alicerçaram a construção do material didático manipulável e a apresentação de encaminhamentos para seu uso a fim de possibilitar a compreensão dos números inteiros. Nesse sentido, para analisar as práticas desenvolvidas mediante ao uso do material didático manipulável foi adotada a pesquisa-intervenção como abordagem de pesquisa. As intervenções foram realizadas em duas escolas públicas, ambas realizadas individualmente em salas no Atendimento Educacional Especializado-AEE. A pesquisa foi desenvolvida com uma aluna cega e um aluno com baixa visão, alunos matriculados em escolas regulares, respectivamente, no oitavo e sétimo ano do ensino fundamental. Por fim, foi realizada uma análise qualitativa, interpretativa e descritiva da intervenção e dos encaminhamentos pré-estabelecidos que evidenciou que o material, fiel aos nexos conceituais dos chineses em relação aos inteiros, permitiu que os estudantes, cego e de baixa visão, representassem e manuseassem quantidades negativas e positivas e percebessem pela visão ou tato as operações em movimentos opostos transformando ou mantendo a natureza das quantidades em estudo. As situações criadas pela pesquisadora, pelas tarefas e pelo uso do material é que possibilitaram a introdução do significado das quantidades negativas também como faltas e que fizeram os estudantes utilizarem os mesmos indícios matemáticos da Dinastia Han nos nexos conceituais da civilização chinesa de fluência e contradição; do zero como centro de simetria e equilíbrio (do ponto de vista geométrico), como convergência e anulação de opostos (móvel, do ponto de vista algébrico), de semelhança, simultaneidade e os critérios de equivalência; do cálculo com palitos coloridos. Assim, constatou-se que as movimentações e registros auxiliaram na atribuição e validação dos significados das operações de adição, subtração, na regra de sinais para a multiplicação e divisão de números inteiros pelos participantes da pesquisa. Dessa forma, acreditamos que o uso do *Soroban dos Inteiros,* mediada por tarefas de cunho investigativo e prático também pode potencializar a compreensão dos números inteiros em outros contextos, como para alunos videntes no ensino regular.

Palavras-chaves: Soroban. Números inteiros. Material didático manipulável. Estudantes cegos.

ABSTRACT

FELIPE, Natali Angela. **The meaning of integral numbers by blind and low vision students from the Soroban of Integers**. 2021. 126 f. Dissertation (Master in Science and Technology Teaching) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2020.

This study investigated the contributions of *Soroban of Integers* to the meaning of integral numbers by blind students. For this purpose, bibliographic studies were carried out regarding the use of the logical-historical perspective and conceptual nexuses in the meaning of integral numbers and the needs for pedagogical and methodological adaptations for blind students. Such studies supported the construction of the manipulable didactic material and the presentation of referrals for its use in order to enable the comprehension of the integral numbers. For that matter, to analyze the practices developed through the use of manipulative didactic material, intervention research was adopted as a research approach. The interventions were carried out in two public schools, both carried out individually in rooms at the Specialized Educational Service - SES. The research was developed with a blind student and a student with low vision, students enrolled in regular schools, respectively, in the eighth and seventh year of elementary school. Finally, a qualitative, interpretative and descriptive analysis of the intervention and pre-established referrals was carried out, which showed that the material, faithful to the conceptual nexus of the Chinese in relation to the integers, allowed students, blind and with low vision, to represent and handle negative and positive quantities and perceive operations by opposing movements through vision or touch, transforming or maintaining the nature of the quantities under study. The situations created by the researcher, by the tasks and by the use of the material, made it possible to introduce the meaning of negative quantities as faults and that made students use the same mathematical evidence from the Han Dynasty in the conceptual nexuses of Chinese civilization of fluency and contradiction; zero as a center of symmetry and balance (from a geometric point of view), as a convergence and cancellation of opposites (moving, from an algebraic point of view), of similarity, simultaneity and the criteria of equivalence; of calculation with colored sticks. Therefore, it was found that the movements and records helped in the attribution and validation of the meanings of the addition, subtraction operations, in the rule of signs for the multiplication and division of whole numbers by the research participants. That way, we believe that the use of *Soroban of Integers*, mediated by tasks of an investigative and practical nature, can also enhance the understanding of whole numbers in other contexts, such as for students who are students in regular education.

Keywords: Soroban. Integral numbers. Manageable teaching material. Blind students.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

AEE	Atendimento Educacional Especializado
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DU	Desenho Universal
DUA	Desenho Universal de Aprendizagem
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática
PCSC	Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina
PENOA	Programa Estadual Novas Oportunidades de Aprendizagem
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TCUIVS	Termo de Consentimento para Uso de Imagem e Som de VOZ

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Diante da diversidade na sala de aula, o processo de inclusão pressupõe aperfeiçoamentos e modificações no processo de ensino que contemplem as necessidades de todos os alunos, o que demanda também adaptações de recursos utilizados em sala de aula. Contudo, foram formalizadas nos anos de 1994, 2008 e 2020 a Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva Inclusiva no Brasil, que estabelece orientações e incentivos para o atendimento de pessoas com deficiência, bem como garante o acesso à educação nos diversos níveis de ensino e por meio do ensino regular. Com direito garantido de frequentarem as classes regulares, os estudantes com deficiências continuam sendo assistidos em salas de recursos multifuncionais ou atendimentos especializados com a intencionalidade de colaborar para o favorecimento e apoio a integração, abordando questões de necessidades específicas de cada deficiência (BRASIL, 2001).

Concordamos com Fernandes e Healy (2010), que uma proposta de inclusão é aquela que permite a *interação* do aluno com seus colegas e com o saber escolar. Trata-se de um processo de ensino e aprendizagem, que considera a subjetividade, as dificuldades e habilidades de cada aluno.

Isto requer pesquisas que adaptem ou desenvolvam materiais que considerem as especificidades de estudantes com deficiências ou não, e que mediados pelo professor, facilitem a construção do conhecimento.

Nos escritos de Vygotsky sobre a *Defectologia*, o desenvolvimento cognitivo de *deficientes* é baseado em um processo compensatório, usando outras vias de acesso, que não aquelas acometidas por uma deficiência. Seus estudos incentivam focar nas potencialidades do sujeito e não na deficiência ou *faltas*. Associando isto a concepção da diversidade de sujeitos na sala de aula, consideramos o desenvolvimento de cada aluno qualitativamente diferente. Isto porque muito já vem sendo discutido nas áreas da Educação, Educação Especial e do Ensino em relação aos métodos de aprendizagem utilizando a linguagem e oralidade, a escuta, a escrita, a exploração, a investigação, a prática, o uso do erro e de materiais didáticos manipuláveis, os quais precisam ser incorporados às práticas pedagógicas do professor para atingir a maioria de seus alunos.

Nesse sentido, acreditamos nas adaptações e construções de materiais didáticos manipuláveis como instrumentos facilitadores, formadores e transformadores de processos mentais (VYGOTSKY, 1991; FERNANDES; HEALY, 2015), que podem servir como pontes para o desenvolvimento e a elaboração de significados para todos os alunos, visto a subjetividade da trajetória de aprendizagem de cada um. Assim, identificamos estes materiais de cunho pedagógico como mais um meio de ensinar e aprender.

Desde minha atuação como aluna bolsista em uma escola da rede pública de ensino, pelo Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência- PIBID, em Sala Multifuncional Tipo II para alunos cegos e de baixa visão e do desenvolvimento do meu trabalho de conclusão de curso no ano de 2014, referente a adaptação de um material e da construção de uma proposta de ensino para facilitar a compreensão dos conceitos de frações por alunos cegos, tenho refletido e pesquisado sobre o uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino de Matemática. Salienta-se assim, a relevância destes materiais para facilitar a aprendizagem da matemática, quando remetem a ideias e conceitos matemáticos coerentes, em que a representatividade de elementos matemáticos não leve a conclusões matemáticas equivocadas. No ensino para estudantes cegos, consideramos que estes materiais, auxiliam o processo de elaboração de conhecimentos matemáticos, no sentido de permitirem e promoverem o desenvolvimento, através do uso de outras habilidades e capacidades do estudante não associadas a visão.

Nesse contexto, dentre os materiais didáticos manipuláveis mais utilizados para o ensino de matemática, para estudantes cegos, de uso regulamentado por lei, temos o soroban. Material que funciona como uma tábua de cálculos, em que são realizados registros numéricos (respeitando o sistema posicional) e o desenvolvimento de operações. Investigando os manuais e cartilhas disponíveis para seu uso, encontramos explicações quanto a realização das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais, racionais (decimais e fracionários), potenciação, radiciação, fatoração e porcentagem. Constatamos que nada há sobre técnicas de registros no soroban para números negativos, ou sobre seu uso para conceituar números inteiros (BRASIL, 2012) (FERNANDES et al, 2006).

Algumas pesquisas adaptam ou produzem material didático manipulável para o ensino de matemática para cegos, entre elas citamos: Bandeira, Ghedin e Bezerra (2019), que construíram o material didático *Cartela de remédio* para conceituar matrizes, utilizando tampas de garrafa pet e sementes para representar matrizes de várias ordens e ensinar determinantes; Sganzerla e Geller (2019), que usaram a Tecnologia Assistiva (TA), para o ensino de matemática; Koepsel (2016, 2017), que utiliza materiais didáticos manipuláveis adaptáveis para o ensino de estudantes cegos; Koepsel e Silva (2018), que usaram peças em EVA para promover a compreensão do teorema de pitágoras; Alvaristo (2019), que desenvolveu o "Gráfico em Pizza Adaptado" para estudantes cegos construírem gráficos em setores; Silva, Carvalho e Pessoa

(2016), que adaptaram material em alto relevo para o ensino dos elementos de sólidos geométricos; Viginheski *et al.* (2014), que realizaram adaptações relacionadas ao uso do sistema braile no ensino de conteúdos matemáticos; Fernandes, Healy e Serino (2014), que usaram placa de madeira, pinos e figuras geométricas de papel para a adaptação do conteúdo de figuras semelhantes e homotetia; Viginheski (2013), que elaborou o material didático "Produtos Notáveis" que aborda conceitos matemáticos de Geometria, Álgebra e Grandezas e Medidas como Área, Perímetro e Volume; Uliana (2013), que criou um kit pedagógico para conteúdos da geometria plana, funções e geometria analítica; Vita (2012), que fez uso de maquete para o ensino de probabilidade; Santos e Curi (2011), que usaram maquete para o ensino de trigonometria; Fernandes e Healy (2010), que adaptaram o ensino de conteúdos de geometria plana em placa retangular de madeira com lâminas de EVA; e Manrique e Ferreira (2010), que usaram uma espécie de multiplano para construção de gráficos no plano cartesiano similar a Ferronato (2002).

Logo, verificamos que nenhuma das pesquisas acima citadas, trabalhou com o conteúdo números inteiros e, assim, a fim de desenvolver um material didático manipulável para o ensino de números inteiros, encontramos aporte no trabalho de Rodrigues (2009), que discute os nexos conceituais de números inteiros de civilizações antigas para significá-los. Rodrigues (2009), pressupõe que, por meio da perspectiva Lógico-histórica, é possível compreender e explorar os aspectos essenciais lógicos e históricos do conceito, que naturalmente significam a simbologia e a lógica formal utilizada nos dias de hoje. Trata-se de tentar escapar de abordagens estritamente formais e mecânicas, baseadas na memorização de regras operatórias ou de sinais e de significados informais, como em contextos de dívidas que não justificam, por exemplo, a multiplicação de quantidades negativas resultarem em quantidade positiva.

Assim, consideramos que o tratamento dado aos números inteiros pelos chineses e suas manipulações com palitos vermelhos e pretos, um instrumento conceitual, é adequado para o desenvolvimento de um material manipulável para significação de números inteiros por alunos cegos, visto que carrega em sua estrutura os nexos conceituais que contém a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensamento humano no processo em que o conhecimento se constituiu. Partindo dessa premissa, estruturamos nosso problema de pesquisa: Quais as contribuições de um material manipulável alicerçado na perspectiva Lógico-histórica e nos nexos conceituais para a significação dos números inteiros por alunos cegos?

Então, a fim de identificar e analisar as contribuições do material para a significação de números inteiros por alunos cegos, foi necessário desenvolver um material manipulável, tomando como base os nexos conceituais e as necessidades específicas de cegos. Ancorando nossos estudos nos encaminhamentos necessários para promover a significação e a compreensão dos números inteiros e suas operações envolvendo o material manipulável. A fim de atingir o objetivo geral da pesquisa, que consiste em investigar as contribuições do material manipulável para a significação de números inteiros por alunos cegos, elencamos os objetivos específicos que fundamentam este trabalho: 1) identificar como os alunos cegos realizam operações aritméticas; 2) investigar as contribuições da perspectiva Lógico-histórica na significação dos números inteiros; 3) confeccionar um material manipulável para significação de números inteiros por alunos cegos considerando nexos conceituais, e; 4) estudar encaminhamentos que possibilitem a compreensão dos números inteiros e suas operações envolvendo o material manipulável.

Em resposta aos objetivos propostos, organizamos a pesquisa em sete capítulos: introdução, referencial teórico, metodologia, discussões e reflexões acerca dos resultados e considerações finais, os quais apresentamos brevemente na seção que segue.

1.1 ESTRUTURA DO TRABALHO

Na introdução, são apresentados os argumentos e as bases teóricas sobre a importância da criação e uso de materiais didáticos manipuláveis para o ensino de estudantes com deficiências, também procuramos evidenciar a falta de material para o ensino de números inteiros para cegos, o que justifica a relevância deste trabalho.

O referencial teórico é composto de dois capítulos. No capítulo 2, discutimos sobre os aspectos que influenciam e auxiliam o ensino de Matemática para estudantes cegos. No capítulo 3, são apresentadas as bases teóricas sobre as orientações para o ensino do conteúdo de números inteiros, o uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino, a perspectiva Lógico-histórica e os nexos conceituais, com foco no conhecimento desenvolvido pela civilização chinesa.

No capítulo 4, apresentamos o quadro metodológico da pesquisa, a caracterização da intervenção e dos sujeitos pesquisados, os procedimentos e instrumentos de coleta e análise de dados, as informações sobre as intervenções realizadas e a descrição do produto educacional elaborado.

No capítulo 5, tratamos da fundamentação utilizada para a construção do material *Soroban dos Inteiros*, sua estrutura e seus elementos, trazendo exemplos dos tipos de registros e das operações feitas no material. Neste capítulo, ainda apresentamos um quadro com as tarefas para uso do material, os conteúdos contemplados por elas e seus objetivos.

No capítulo 6, apresentamos, por meio da análise das intervenções, as reflexões sobre o uso do *Soroban dos Inteiros*, os encaminhamentos e tarefas propostas para o ensino de Matemática e sua potencialidade para a compreensão dos números inteiros.

Finalizamos o trabalho com uma síntese sobre as principais contribuições da pesquisa e do material *Soroban dos Inteiros*, na significação de números inteiros por estudantes cegos nas considerações finais.

2 O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES CEGOS

Ao que se refere aos documentos norteadores sobre as práticas de ensino, é notório a busca por um alinhamento quanto ao desenvolvimento de competências e habilidades nas diferentes áreas do conhecimento. A contemporaneidade, impondo um olhar inovador e inclusivo às questões educacionais vêm mobilizando discussões sobre o ensino e a aprendizagem, questionando sobre o que, para que e como aprender, e por consequência, como ensinar para promover a aprendizagem individual e colaborativa e como avaliar este aprendizado (BRASIL, 2018).

Neste sentido, já em 1997, quanto aos resultados de aprendizagem frente às práticas de ensino desenvolvidas, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) (BRASIL, 1997) apresentam resultados insatisfatórios de aprendizagem quando se prioriza a reprodução de procedimentos e acúmulo de informações, em detrimento da capacidade do estudante de problematizar, levantar informações, tomar decisões e assim, lidar com uma atividade matemática. O documento, relaciona essas capacidades com as atitudes e ações práticas do cotidiano do estudante, ou seja, trata-se de ações inerentes à atividade humana que devem ser implementadas e exploradas no ensino de Matemática. Quanto ao conhecimento matemático, o documento enfatiza que “deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico, possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo” (BRASIL, 1997, p. 19).

Assim, o ensino de Matemática, deve priorizar abordagens que evidenciam o conhecimento matemático como histórico e em constante aprimoramento, e que, portanto, está ou pode estar relacionado com o mundo real. É necessário, mostrar a Matemática como uma ciência de conhecimentos construídos, a partir de erros e reformulações até os que conhecemos hoje, desenvolvidos sob a influência de momentos históricos, crenças e ideais, e que isto não significa que a matemática é ciência pronta e acabada.

Mais especificamente, em relação ao ensino de Matemática, a BNCC trata a Matemática, como uma ciência hipotético-dedutiva apoiada em axiomas e postulados, porém, destaca o uso do seu papel heurístico para uma aprendizagem experimental, baseada em descobertas e investigações. Podemos identificar nas diferentes etapas de ensino de matemática no documento, potencialidades de aprendizagens atribuídas à experimentação e às práticas que estimulem brincadeiras, a curiosidade, a problematização, o pensamento crítico, lógico e criativo, a argumentação e comunicação, a criação e validação de conjecturas e a representação.

Segundo a BNCC, o desenvolvimento do letramento matemático no Ensino Fundamental "precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas" (BRASIL, 2018, p. 264). As situações reais ou criadas em sala de aula devem desenvolver o raciocínio matemático, as representações do pensamento matemático, a comunicação matemática e argumentações. Uma exploração do empírico, associada ao lógico e crítico da Matemática.

É fato que no processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, a linguagem e a representação, são os meios de acesso ao conhecimento matemático, seja por meio da fala, da escrita ou de ilustrações nas relações entre professor e aluno e aluno e aluno. Dessa maneira, reconhecemos que aprender Matemática é saber ler, escrever, interpretar e se comunicar por meio de símbolos impregnados de conceitos, como é o caso dos próprios números, suas representações e operações. É também, relacionar a parte numérica, algébrica e gráfica de conteúdos como funções, que requerem o uso de recursos visuais.

Não somente, as explicações e explanações dos professores fazem parte dos recursos para se ensinar, os conteúdos escritos em livros ou na lousa, as anotações, os recursos ilustrativos e materiais manipuláveis são formas de se ter acesso ao conhecimento matemático, ouvindo, escrevendo, vendo/observando e experimentando a Matemática e seus conceitos. Segundo Sá, Campos e Silva (2007, p. 13), "os conteúdos escolares privilegiam a visualização em todas as áreas de conhecimento, de um universo permeado de símbolos gráficos, imagens, letras e números". Concluímos, assim, que a visualização é um recurso intrínseco ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Frente ao exposto e ao objeto de estudo deste trabalho, pretendemos neste capítulo, discutir sobre os aspectos que influenciam e auxiliam o ensino de Matemática para estudantes cegos, já que o ensino da Matemática é dado como abstrato e ao mesmo tempo visual.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), principal documento regulamentador da Educação Básica atualmente, apresenta orientações e aspectos norteadores para uma aprendizagem essencial, salientando a importância do planejamento de ensino considerar a equidade, evidenciando os estudantes como sujeitos plurais e, ao mesmo tempo, singulares, que devem ser protagonistas de sua aprendizagem. Entendemos, assim, a importância de um ensino que englobe as diferenças e diversidades dos estudantes no que diz respeito ao acesso ao conhecimento.

O âmbito social, político e educacional ainda é palco de discussões e busca efetiva de ensino de boa qualidade para todos os estudantes com deficiência, trata-se de garantir condições de acesso ao conhecimento, de estrutura e recursos para a aprendizagem e professores capacitados, para que necessidades específicas sejam identificadas, atendidas e outras mais exploradas. Ao longo da trajetória de direitos educacionais, encontramos inúmeros documentos e políticas públicas intencionadas a promover o acesso e permanência das pessoas com deficiência na escola. São leis, normativas e decretos que influenciam a caminhada da Educação Inclusiva no Brasil.

O direito de pessoas deficientes a educação, é identificado, na Constituição Federal de 1988, que estabelece a educação como um direito de todos, garantindo o acesso e permanência à escola e determinando o Estado a oferecer Atendimento Educacional Especializado - AEE de preferência na rede regular de ensino. Concordamos com Sganzerla e Geller (2019) quando afirmam que normativas, leis e decretos em relação à inclusão, foram ancorados na Constituição Federal de 1988, mesmo que ela tenha se mostrado historicamente ineficiente em relação ao que propõe, entretanto, acreditamos que a determinação da educação para todos, serviu como sustento para documentos que continuaram a estipular esse direito e seu cumprimento.

Embora a Declaração de Salamanca de 1994, não tenha efeito de lei, como a Constituição Federal de 1988, estabelece o compromisso de países como o Brasil com a educação igualitária para todos. A declaração, evidencia a escola como inclusiva, apontando que as necessidades e diferenças de cada estudante deve ser reconhecida, atendida e o tempo de aprendizagem respeitado, possibilitando a estudantes que aprendem juntos, uma educação de boa qualidade para todos.

Em decorrência dos compromissos assumidos em Salamanca, o Brasil propõe mudanças legislativas na educação como a atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDBEN (BRASIL, 1996), que estabelece o direito a estudantes com deficiências matriculados no ensino comum, o AEE (com professores com formação adequada para atuar junto a esses estudantes), recursos educacionais, currículos e métodos que atendam às especificidades educacionais de cada um e professores das classes comuns capacitados. Entretanto, mesmo a legislação se preocupando com a formação dos professores em contexto de inclusão, somente a partir de 2005 por meio do decreto 5626/2005 e das Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em Nível Superior (BRASIL, 2015b), os cursos de nível Superior de Licenciaturas passaram a abranger em seus currículos conteúdos relacionados à Educação Especial e a disciplina de Língua Brasileira de Sinais - Libras. A Libras como meio de expressão e comunicação da comunidade surda foi reconhecida pela Lei nº 10.436 de 2002, enquanto, que a Libras como componente curricular de cursos de licenciatura foi implementada a partir do decreto 5626 de 2005, que estabeleceu prazo máximo de dez anos para a oferta da disciplina de Libras, em cem por cento dos cursos de formação de professores da instituição.

O capítulo IV, da Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência - Lei 13.146/15, assegura educação de qualidade à pessoa com deficiência em todos os níveis de ensino, assim como o "aprimoramento dos sistemas educacionais, visando garantir condições de acesso, permanência, participação e aprendizagem, por meio da oferta de serviços e de recursos de acessibilidade que eliminem as barreiras e promovam a inclusão plena" (BRASIL, 2015b). A lei, ainda incentiva pesquisas voltadas a criação de métodos e técnicas pedagógicas, materiais didáticos, equipamentos e tecnologias assistivas para a educação inclusiva.

Segundo a Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva (BRASIL, 2008), o Imperial Instituto dos Meninos Cegos, atual Instituto Benjamin Constant, foi uma das primeiras instituições brasileira a ofertar atendimento às pessoas com deficiência em 1854. Foi José Álvares de Azevedo, por volta de 1850, quem lutou pela criação de uma escola especializada no ensino de cegos e pela difusão do Braile no Brasil, como o primeiro professor cego do país.

Encontramos na Portaria nº 2.678/02, do Ministério da Educação- MEC, um grande passo para a inclusão de estudantes cegos no ensino, estipulada pela difusão do Sistema Braile no território nacional com diretrizes e normas para seu uso, ensino e produção, porém, convenções braile para escrita e leitura já haviam sido aprovadas em congresso no Instituto Benjamin Constant- IBC, na cidade do Rio de Janeiro, em dezembro de 1957 e oficializadas em Lei nacional em 1962[1].

Quanto ao processo de aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo de cegos, Vygotsky, em seus estudos sobre *defectologia*[2], recomenda suprimir *os defeitos*[3] utilizando outras vias de acesso, utilizando o conceito de compensação e adaptação, para promover o desenvolvimento de indivíduos com deficiência. Biologicamente, a expressão "a perda de uma função impulsiona o desenvolvimento de outras funções que ocupam seu lugar" (VYGOTSKY,

---

[1] Lei nº 4.169, de 4 de dezembro de 1962 que oficializa as convenções Braille para uso na escrita e leitura dos cegos e o Código de Contrações e Abreviaturas Braile. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1950-1969/l4169.htm.

[2] Defectologia é a nomenclatura utilizada por Vygotsky para a ciência que investiga o processo de desenvolvimento de crianças com deficiências físicas, mentais ou múltiplas.

[3] Terminología utilizada por Vygotsky para se referir a aqueles que não se enquadram nos parâmetros de normalidade física ou psicológica. Vygotsky considera que qualquer *defeito* estimula a compensação e a superação rumo ao desenvolvimento.

1997, p. 49, tradução nossa). Isso não remete somente ao uso, no caso de cegos, de sentidos remanescentes como a audição e o tato, mas de habilidades oriundas desses sentidos, como memória, atenção e capacidade de verbalização para o desenvolvimento cognitivo.

Tal estudo, sugere tratarmos as limitações e necessidades específicas dos cegos, como potencialidades e não como faltas para o processo de ensino e aprendizagem, já que possuem potencial para um desenvolvimento comum. Vygotsky (1991, p. 59) ainda salienta "que o "bom aprendizado" é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento", ou seja, o aprendizado que é potencial ou que promove o desenvolvimento cognitivo.

Segundo Moysés (2012), Vygotsky, ao relacionar linguagem e pensamento, utilizou os conceitos de significado e sentido, sendo o primeiro desenvolvido historicamente e o segundo individualmente.

> O sentido de uma palavra depende da forma com que está sendo empregada, isto é, do contexto que ela surge. O seu significado, no entanto, permanece relativamente estável. É formado por enlaces que foram sendo associados à palavra ao longo do tempo, o que faz com que se considere o significado como um sistema estável de generalizações, compartilhado por diferentes pessoas, embora com diferentes níveis de profundidade e amplitude diferente (MOYSÉS, 2012, p. 39).

Podemos entender os signos, como objetos ou coisas que têm um significado ou são representações mentais de objetos reais. Compreendemos, então, que é por meio da interação social que o significado é adquirido, visto que é construído histórica e culturalmente. Segundo Moreira (2011), captar os significados já compartilhados socialmente é o necessário para internalizar os signos em questão.

Segundo os estudos de Vygotsky, o indivíduo se desenvolve cognitivamente quando desenvolve e manipula signos e instrumentos em relações sociais, transformadas em funções mentais. Dessa forma, sistemas de signos (atividade interna do indivíduo) e instrumentos (atividade externa do indivíduo) são mediadores para o desenvolvimento cognitivo. Segundo Vygotsky (1991, p. 39):

> A função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza. O signo, por outro lado, não modifica em nada o objeto da operação psicológica. Constitui um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente. Essas atividades são tão diferentes uma da outra, que a natureza dos meios por elas utilizados não pode ser a mesma.

Neste sentido, instrumento e signo (instrumento da atividade psicológica), permitem o elo entre o homem e o ambiente, são formas de adquirir significados e, consequentemente, elaborar conceitos, sejam eles espontâneos ou científicos (os elaborados, por exemplo, na escola). No ambiente de ensino, podemos identificar, por exemplo, palavras e numerais como signos, enquanto que recursos como lousa e régua e materiais didáticos manipuláveis como material dourado e ábaco, como instrumentos. Segundo Fernandes e Healy (2008), Vygotsky apresenta o olho como um instrumento, que no caso do cego, pode ser substituído por outro que permita o desenvolvimento da mesma atividade. Esses instrumentos, poderiam ser as mãos, o ouvido ou até mesmo outra pessoa.

"Como as crianças deficientes visuais geralmente adquirem seu conhecimento por meio de experiências que não incluem o uso da visão, [...]" (BRASIL, 2006, p. 46) faz-se necessário, o desenvolvimento sensorial. Sendo o ensino baseado na comunicação entre professor e estudantes e a visualização de conteúdos, acreditamos ser a audição e o tato, na maioria das vezes, os dois sentidos principais a fazerem parte das adaptações na sala de aula. Isso, porque o estudante cego, faz uso do sistema de escrita braile, de configuração figural e espacial diferente do nosso, então, ao invés de utilizar a visão para a leitura, usa as mãos (o tato). Dessa forma, as correlações entre o que é visto e verbalizado diferem do que é sentido (manuseado) e verbalizado, pois são experiências de características distintas.

A verbalização explicativa de objetos do espaço-tempo, fazendo referência a estruturas ilustrativas, configurações de posição e de certa ordem, limitam o entendimento do estudante cego. Trata-se, do uso de palavras associadas a demonstrações (a mostrar/apontar), e/ou localizações de enunciados (objetos), a dêixis. Segundo Miranda (2016, p. 131), "[…] a dêixis[4] é amplamente utilizada em uma aula expositiva, pois faz referência ao apontar do professor ao que está explicando, sem descrever o que está escrito na lousa, por exemplo. Para quem não enxerga, isso atrapalha e pode confundir ao invés de esclarecer". Isto porque, o estudante cego fica refém da sua imaginação frente a referências verbais quando não tem conhecimento do objeto em si.

Recursos visuais como figuras, esquemas, fórmulas e exemplos no ensino de matemática, fazem indicações de localização e configuração padrão de objetos matemáticos, como é o caso da representação de frações, por exemplo. Sabemos, que a configuração de escrita de uma fração geralmente é dada por a/b, em que podemos ler como a sobre b.

[4] Segundo Lyons (1979) a dêixis indica os traços orientacionais da língua com relação ao tempo e lugar do que é enunciado. A dêixis é estabelecida quando se relaciona a ação de mostrar ao apontar verbal.

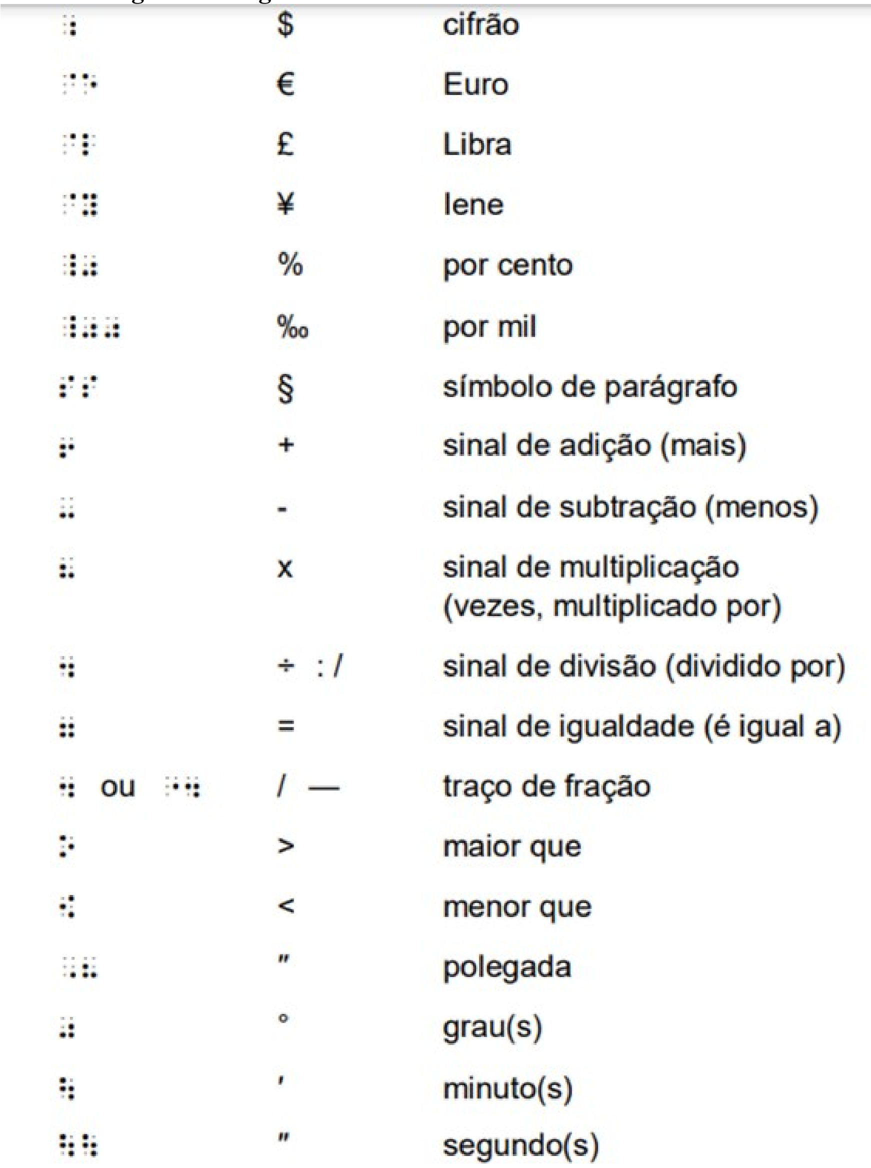
Geralmente nas explicações dos termos a e b das frações dizemos que a, o número de cima, é o numerador e b, o número de baixo, o denominador. Essa explicação, não faz sentido para o aluno cego, porque essa configuração, cima e baixo, não é utilizada no braile, e sim a configuração com o uso da barra, que faz com que os números fiquem lado a lado. Logo, é uma dêixis que não contribui para a compreensão do conteúdo pelo estudante cego.

Situação semelhante, acontece com a representação de potências. No sistema braile, o expoente não é colocado acima da base e sim ao lado. As referências a localizações e seus significados, precisam ser alteradas, quando explicadas ao estudante cego, levando em consideração, o seu sistema de escrita e não dos videntes. Não basta, assim, ampliar as descrições dos objetos matemáticos, evitando expressões como: *aqui temos…, esse número, esse símbolo*, mas é necessário adaptar a descrição quanto à representação escrita que o estudante utiliza.

Segundo Anjos e Moretti (2019), o que ocorre em exemplos como os anteriores, de fração e potência, é o rompimento de uma representação em tinta que possui uma bidimensionalidade (visualização global) para uma linear como é o braile, são representadas e visualizadas de maneira distinta.

Para o aluno cego, o processo de aprendizagem da escrita e leitura é mediado pelo sistema de escrita braile. Segundo o documento de Grafia Braille para a Língua Portuguesa, “"Braille" é constituído por 63 sinais formados a partir do conjunto matricial ⠿ (pontos 123456). Este conjunto de seis pontos chama-se, por isso, sinal fundamental. O espaço por ele ocupado, ou por qualquer outro sinal, denomina-se cela braile ou célula braile [...]” (BRASIL, 2018, p. 17). Neste contexto, o sistema braile, além de representar símbolos literais, representa também os matemáticos. Podemos identificar alguns símbolos matemáticos na figura 1.

Figura 1 – Alguns símbolos matemáticos no sistema braile

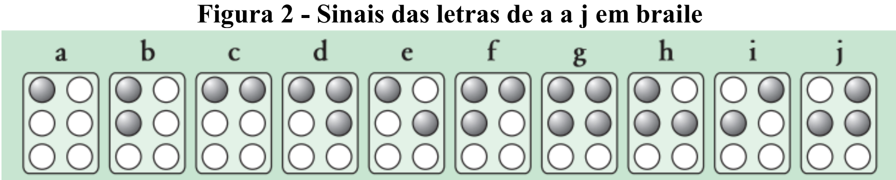


$	cifrão
€	Euro
£	Libra
¥	Iene
%	por cento
‰	por mil
§	símbolo de parágrafo
+	sinal de adição (mais)
-	sinal de subtração (menos)
x	sinal de multiplicação (vezes, multiplicado por)
÷ : /	sinal de divisão (dividido por)
=	sinal de igualdade (é igual a)
/ —	traço de fração
>	maior que
<	menor que
"	polegada
°	grau(s)
'	minuto(s)
"	segundo(s)

Fonte: Adaptado de Grafia Braille para a Língua Portuguesa (BRASIL, 2018, p. 25)

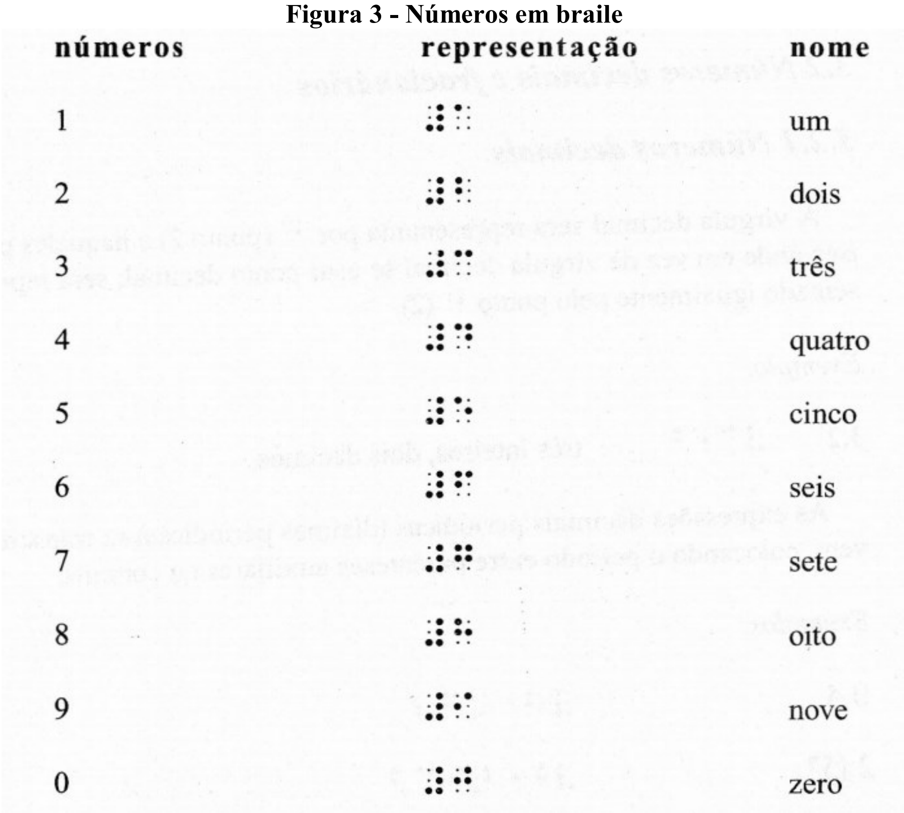
Quanto aos algarismos de um a zero, no sistema braile estes são formados pela configuração do sinal ⠼ (3456) antecedendo os mesmos sinais das letras de a a j (veja a semelhança comparando as figuras 2 e 3). Quando um número é formado por dois ou mais algarismos, só o primeiro é precedido deste sinal (BRASIL, 2018, p. 29), veja a figura 3.

Figura 2 - Sinais das letras de a a j em braile



Fonte: Adaptado de Sá, Campos e Silva (2007)

Figura 3 - Números em braile



números	representação	nome
1	⠼⠁	um
2	⠼⠃	dois
3	⠼⠉	três
4	⠼⠙	quatro
5	⠼⠑	cinco
6	⠼⠋	seis
7	⠼⠛	sete
8	⠼⠓	oito
9	⠼⠊	nove
0	⠼⠚	zero

Fonte: Adaptado de Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa (BRASIL, 2006)

Consequentemente, sendo recomendado o uso do braile, como sistema de escrita via máquina braile Perkins ou, ainda, por computador com linguagem braile, para que o estudante cego tenha acesso aos conteúdos, conclui-se, que seu letramento matemático é baseado nesses símbolos. Neste caso, é necessário que o professor de matemática de estudantes cegos, adapte sua dêixis na sala de aula e tenha conhecimento sobre a representação de símbolos em braile, configurações estéticas de fórmulas e estruturas de operações e símbolos e expressões, às quais, geralmente, são representadas de forma linear (em linhas). Conhecendo as diferenciações de registros e representação, o professor pode adaptar suas explicações verbais e, consequentemente, adaptar suas aulas, compreendendo que nem todas as explicações atingirão e farão sentido simultaneamente para estudantes cegos e videntes.

Mesmo os estudantes cegos, naturalmente utilizando mais o raciocínio verbal, a escrita como materialização destes e dos pensamentos, se faz importante no processo de ensino e aprendizagem. Segundo Reily (2004), mesmo os estudantes cegos, tendo memória auditiva, é importante o desenvolvimento da escrita, até mesmo para tomarem nota daquilo que escutam e compreendem sobre os conteúdos ensinados.

Quanto à leitura, devemos considerar que "A ponta do dedo não substitui o olho, pois seu alcance é muito limitado em comparação com o campo visual (BRASIL, 2006, p. 70), por isso muitos cegos desenvolvem uma leitura mecânica e, consequentemente, podem levar um maior tempo para ler e interpretar textos e problemas. Neste caso, ao propor o desenvolvimento de atividades deve-se estruturar tarefas e questões com foco no conceito a ser ensinado. Deve ser evitado o excesso de informações desnecessárias, para que o estudante não precise relê-las várias vezes para sua compreensão, bem como, é interessante apresentar comandos claros, como *represente* e *resolva*, em todas as questões que forem de mesma natureza e sequenciais.

De acordo com os PCN (1997),

> A Matemática desenvolve-se, desse modo, mediante um processo conflitivo entre muitos elementos contrastantes: o concreto e o abstrato, o particular e o geral, o formal e o informal, o finito e o infinito, o discreto e o contínuo. Curioso notar que tais conflitos encontram-se também no âmbito do ensino dessa disciplina (BRASIL, 1997, p. 24).

Ao considerarmos, que a visão é uma das vias de acesso aos conhecimentos matemáticos, para o estudante cego, uma das principais adaptações para o ensino de matemática é a transformação das representações visuais da matemática em representações táteis, ou seja, em materiais e recursos didáticos manipuláveis. Corroborando com isto, Realy (2004, p. 39) afirma que "É preciso realizar uma conversão semiótica, de tal forma que o signo visual seja apreendido por via tátil-verbal. A palavra do outro, descreve e significa, e a pessoa com cegueira então se apropria do sentido, trazendo suas experiências pessoais de vida para a situação". Sobre as diferenças entre ver com os olhos e ver com os dedos, Lima (2010) argumenta que:

> Enquanto a visão permite uma observação mais ampla, global, do ambiente ou objeto examinado, o tato o faz parte a parte, sequencialmente, de forma mais paulatina que a visão, necessitando do sujeito que integrem na memória as informações que dedo ou dedos capturam (LIMA, 2001, p. 173).

Nesse sentido, sabendo que o tato não passa a mesma percepção visual quanto às ilustrações e representações em relevo, estas devem ser utilizadas quando possuírem boa discriminação tátil para aquilo que se quer ensinar. Quando possível, sendo acompanhadas por descrições e informações escritas e/ou verbais complementares, usando associações e referências de conhecimento do estudante.

Concordamos com as autoras Fernandes e Healy (2007), quando afirmam que é de responsabilidade das áreas da Educação e então, também da Educação Matemática, a estruturação de como potencializar as habilidades e competências de cada estudante com deficiência. Para o ensino de cegos é necessário observar as limitações e identificar as compensações desses estudantes, como possibilidades potenciais para via de acesso ao conhecimento. Salientamos, assim, a importância da exploração tátil do objeto de estudo por meio de recursos e materiais didáticos manipuláveis (ROSA; BARALDI, 2015), já que é por meio do tatear que o estudante cego poderá acessar o conceito matemático abstrato ou de representação ilustrativa.

2.1 OS MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS E SUAS CARACTERÍSTICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES CEGOS

Nessa seção, trataremos dos materiais didáticos manipuláveis para o ensino de cegos, os quais, consideramos como todo e qualquer material adaptado ou construído com significação tátil para finalidade didática e pedagógica no ensino, e no ensino de matemática. Nesse sentido, podemos encontrar na literatura, variações de nomenclaturas para os mesmos materiais além da que assumimos, como: material didático, material concreto e ferramentas materiais.

Para Lorenzato (2012, p. 61), "o material concreto exerce papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos". Sua utilização pode ter a finalidade de motivar o estudante, introduzir um conteúdo, auxiliar e facilitar a compreensão e a (re)descoberta de informações e conhecimentos.

Quanto à utilização dos materiais didáticos, Moysés recomenda que "[...] deve ser seguida de processos que levem a abstrações e amplas generalizações. Isso implica se passar das formas figuro-concretas do pensamento, para o pensamento lógico-conceitual" (MOYSÉS, 2012, p. 45). Acreditamos que a abstração, pode ser mediada pelo material didático manipulável e pelo professor em ofertar a possibilidade do estudante, compreender os conceitos matemáticos pelo concreto, quando este tem potencial para isso. É com o uso gradativo do material, que o estudante cego, pode investigar padrões e chegar mais próximo dos conceitos abstratos. Nesse caso, não evidenciamos o uso de materiais didático manipuláveis com prazos de validade no ensino de determinado conteúdo, tendo que o estudante, após usá-lo, obrigatoriamente chegar a abstrações e posteriormente abandoná-lo. Destacamos assim, o uso de materiais didáticos manipuláveis, não só como o meio para o ensino e aprendizagem de conteúdos, mas como suporte auxiliar no desenvolvimento de atividades posteriores.

Especificamente, os materiais didáticos manipuláveis utilizados para o ensino de estudantes cegos devem ser “Farto, para atender a diferentes situações; variado, para despertar o interesse do educando; e significativo, para atender às finalidades a que se propõe (BRASIL, 2006, p. 125). Devem, naturalmente, promover à ação do estudante para o desenvolvimento do conhecimento.

Segundo Fernandes, Healy e Serino (2014), ao trabalharmos com estudantes cegos, as ferramentas materiais, devem oferecer múltiplos estímulos, considerando a percepção tátil, que promova interações discursivas, entre professor e estudantes em sala de aula. Para esses autores, o material didático pedagógico, deve ser escolhido quando percorre os três estímulos: percepção tátil - interações discursivas - formação de sistemas simbólicos (representações). De nada adianta o material didático manipulável para o ensino sem a base que o sustenta. Consideramos assim, que os materiais e suas sustentações, que são: as tarefas a serem desenvolvidas com eles; a mediação do professor; as interações internas e externas entre estudantes e professores; e os registros, possuem a mesma importância no processo de ensino e aprendizagem.

Não adianta fazer uso de um material, quando não há objetivos claros e nem uma manipulação baseada em tarefas planejadas e bem orientadas. Para Fernandes (2017), o contexto formado pelo uso do material didático manipulável e suas sustentações (em nossas palavras), deixa de se configurar como uma mera adaptação no processo de ensino e passa ser considerado como a construção de cenários de aprendizagem.

Quando o estudante cego, têm contato com qualquer objeto, isso inclui os materiais desta seção, “além de constituir sua própria imagem para o objeto, o indivíduo deve engajar-se ativamente em um processo de interpretação e associação, que o permita conectar esse novo objeto a outros conhecidos” (FERNANDES; HEALY; SERINO, 2014, p. 112). Neste caso, compreender um conceito matemático, está interligado com a maneira com que as atividades propostas atingem a percepção do estudante cego e suas ações motoras (táteis). A aprendizagem do aluno cego dependerá do método de ensino ao qual é submetido, suas experiências educacionais e sociais é que construirão seu conhecimento.

A maneira como o estudante é orientado a utilizar os materiais manipuláveis interfere diretamente na percepção tátil e no processo mental que constrói com seu uso, ou seja, a utilização adequada do material, evita a criação de obstáculos na aprendizagem, tornando o material um meio de promoção e apropriação de conhecimento.

Destacamos assim, a utilização de materiais didáticos manipuláveis, como uma possibilidade de promover e auxiliar o ensino e aprendizagem do estudante cego, inclusive na área da matemática (SILVA et al, 2019; KOEPSEL; SILVA; 2018; KOEPSEL, 2016; SILVA;

CARVALHO; PESSOA, 2016; ULIANA, 2013; FERNANDES; HEALY, 2010). Isso porque, com seu uso, podemos explorar os sentidos remanescentes para facilitar o acesso a informações e conhecimentos. Trata-se, de assumir a perspectiva de um ensino adequado às especificidades dos estudantes cegos, considerando a utilização de materiais didáticos manipuláveis como uma possibilidade pedagógica inclusiva.

Nesse sentido, acreditamos que esses materiais podem ajudar estudantes com ou sem deficiências específicas, se adaptados para a diversidade da sala de aula (ROSA; BARALDI, 2015). Estes materiais são inclusivos quando apresentam potencial para integrar o estudante nas práticas da sala de aula, isto, porque quando todos utilizam o mesmo material didático manipulável, ocorre interações entre os partícipes, colegas e professor (SHIMAZAKI; SILVA; VIGINHESKI, 2016).

O material que é adaptado ou construído, considerando as especificidades do estudante com deficiência, também pode beneficiar os demais estudantes. Cabe, então ao professor de matemática, apoiado pelo profissional em Educação Especial do AEE e equipe pedagógica, planejar suas aulas com antecedência, para que seja possível a adaptação ou criação de recursos e materiais didáticos desenvolvidos a partir dos conceitos a serem ensinados aos estudantes cegos e videntes.

Mediante ao lema: *Nada sobre nós sem nós*, foi instituída a Lei 13.146/15, denominada Lei Brasileira de Inclusão - Estatuto da Pessoa com Deficiência (LBI). O lema mencionado na pesquisa de Peixoto, Góes e Bitencourt (2019), por uma estudante cega, faz os autores refletirem e afirmarem "o ponto de partida para a adaptação dos recursos deve ser o próprio estudante" (p. 283). Para nós, não se trata somente do estudante cego, ser o motivo da adaptação ou construção de um material didático manipulável, mas dele ser participante da sua elaboração. Pouco sabemos sobre os estudantes cegos sem os mesmos, pouco sabemos sobre a potencialidade, validação e aceitação de um material para cegos sem cegos, isto, porque podemos levantar hipóteses e evidencias, que talvez não sejam as mais adequadas e assertivas.

Quanto à escolha dos materiais didáticos, para a contribuição no processo de ensino e aprendizagem de todos os alunos, Barbosa (2003, p. 19) afirma: "A escolha deve basear-se, de um modo geral, nos princípios de que os materiais mais adequados são aqueles que permitem uma experiência completa ao aluno e estão compatíveis com o seu nível de desenvolvimento". No ensino para cegos, seguindo a recomendação de exploração tátil, costuma-se fazer uso de materiais que possuem diferentes texturas, relevos, formas e tamanhos. Segundo Kaleff (2016), deve ser considerado também na confecção desses materiais a fácil obtenção e baixo custo do material, considerando a possibilidade do próprio professor e/ou estudante construí-lo. Em caso de materiais computacionais, deve-se dar preferência a softwares livres.

Sá, Campos e Silva (2007), no documento de Aperfeiçoamento de Professores para o Atendimento Educacional Especializado: Deficiência visual, apresentam orientações para o ensino de estudantes cegos e, consequentemente, para a adaptação e criação de materiais didáticos manipuláveis. Segundo os autores, "O material não deve provocar rejeição ao manuseio e ser resistente para que não se estrague com facilidade e resista à exploração tátil e ao manuseio constante. Deve ser simples e de manuseio fácil, proporcionando uma prática utilização e não deve oferecer perigo para os alunos" (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p. 27).

Para completar, Kaleff (2016) enfatiza que um bom material didático manipulável é escolhido por suas características, das quais destacamos:

> • Apresentar fidelidade matemática na modelagem e na representação dos conceitos e relações matemáticas a serem exploradas, ou seja, modelar e representar o conceito matemático ou as relações a serem exploradas da forma mais fiel possível,
> • Ser mediador lúdico, ou seja, ser atraente e motivador, com vistas a levar o aluno a se interessar pelo material;
> • ser de utilização flexível, ou seja, poder ser utilizado em diferentes séries ou ciclos de escolaridade e em diferentes níveis cognitivos da formação de um conceito matemático e de relações matemáticas ligadas a ele;
> • ser auxiliar para a abstração matemática, ou seja, proporcionar ajuda para fundamentar e facilitar um caminho ao raciocínio abstrato lógico-dedutivo;
> • proporcionar manipulação individual (no caso do recurso concreto) (KALEFF, 2016, p. 59).

Salientamos a importância, de o professor ter conhecimento, sobre como e quais recursos e materiais, podem ser utilizados em suas aulas e quais destes se encontram disponíveis na instituição em que atua, alinhando o uso de materiais com os objetivos curriculares e metodologias adotadas.

Num contexto mais abrangente de acessibilidade, Sá (2007), ainda no documento de Aperfeiçoamento de Professores para o Atendimento Educacional Especializado: Deficiência visual, no capítulo III discute a necessidade da produção e oferta de produtos (referindo-se no texto aos produtos de informática) considerarem a diversidade dos usuários em relação às suas peculiaridades físicas, sensoriais e mentais. Em que sugere para isto, o cumprimento dos padrões de acessibilidade baseados nos sete princípios fundamentais do Desenho Universal[5]:

[5] O Desenho Universal (DU) segundo Neves e Peixoto (2020) é um conceito de origem na área da engenharia e da arquitetura. Trata-se da concepção de construir produtos, serviços e ambientes para serem utilizados por todos, sem a necessidade de maiores adaptações posteriormente.

1. Equiparação nas possibilidades de uso: o design é útil e comercializável às pessoas com habilidades diferenciadas.
2. Flexibilidade no uso: o design atende a uma ampla gama de indivíduos, preferências e habilidades.
3. Uso simples e intuitivo: o uso do design é de fácil compreensão, independentemente de experiência, nível de formação, conhecimento do idioma ou da capacidade de concentração do usuário.
4. Captação da informação: o design comunica eficazmente ao usuário as informações necessárias, independentemente de sua capacidade sensorial ou de condições ambientais.
5. Tolerância ao erro: o design minimiza o risco e as consequências adversas de ações involuntárias ou imprevistas.
6. Mínimo esforço físico: o design pode ser utilizado com um mínimo de esforço, de forma eficiente e confortável.
7. Dimensão e espaço para uso e interação: o design oferece espaços e dimensões apropriados para interação, alcance, manipulação e uso, independentemente de tamanho, postura ou mobilidade do usuário (SÁ, 2007, p. 53).

Consideramos, assim, que fazer uso dos sete princípios fundamentais do Desenho Universal (DU), na produção de produtos educacionais para o ensino, torna esses materiais acessíveis a uma maior quantidade de estudantes. Atrelar as recomendações de Kaleff (2016), ao conceito de DU, na confecção de materiais didáticos manipuláveis para o ensino de matemática, pode garantir o acesso de conhecimentos matemáticos, para a diversidade de estudantes.

O conceito de DU, inspirou na área de ensino, a abordagem curricular do Desenho Universal de Aprendizagem (DUA). O DUA é constituído pela elaboração de estratégias para a acessibilidade, consiste no desenvolvimento de currículos, baseados na equidade no processo de ensinar e aprender, são metas, métodos, materiais e avaliações que amparam o planejamento das aulas e atendem as necessidades de todos os estudantes (NEVES; PEIXOTO, 2020).

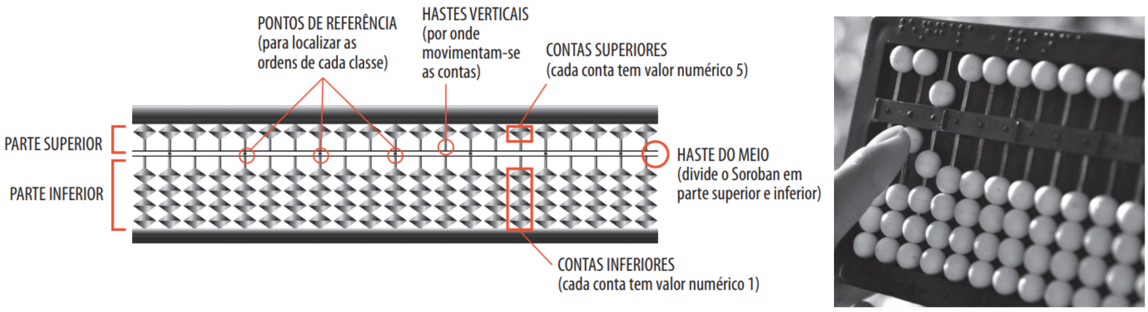
Sganzerla e Geller (2019), investigando o uso de Tecnologias Assistivas (TA), durante o Atendimento Educacional Especializado (AEE), elencam algumas TA, que proporcionam o ensino da matemática para deficientes visuais. Primeiramente, apresentam os leitores de telas de computadores DosVox, Virtual Vision, Jaws, NVDA, Orca e de celulares Talkdroid e VoiceOver, para acessibilidade por comunicação de voz.

Os autores, ainda apresentam o soroban, o multiplano, a calculadora ampliada e sonora e o material dourado, como Tecnologias Assistivas (TA), específicas para o ensino de matemática para cegos.

2.1.1 O Soroban no Ensino de Matemática

Dentre os materiais didáticos manipuláveis, que podem ser utilizados como recurso didático, para o ensino e aprendizagem de matemática à todos, com maior especificidade para cegos, está o soroban (figura 4). Um instrumento matemático manual de uso previsto, na Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência de 2015 (art. 3, inciso III) e distribuído pela Secretaria de Educação Especial do Ministério da Educação- SEESP/MEC (BRASIL, 2015). O soroban[6] é composto de duas partes separadas por uma régua horizontal chamada de *régua de numeração* que possui indicações de classes, transpassada por eixos (hastes metálicas), na vertical, que vão da borda superior à inferior, onde são fixadas as contas (bolinhas que valem uma unidade ou no caso da superior, cinco unidades) (BRASIL, 2012).

Figura 4 - Soroban original e adaptado para cegos



Fonte: Adaptado de Simbologia Braille (BOCK, 2013)

São vinte e uma hastes e em cada haste vertical, as contas representam um valor posicional diferente: unidade, dezena, centena e assim por diante, da direita para a esquerda. Neste caso, dependendo em qual haste as contas estão, podem valer, por exemplo, uma unidade ou uma dezena, estando na parte inferior. O mesmo, acontece quando as contas, estão nas hastes na parte superior, estas podem valer cinco unidades, porém, também cinco centenas, se estiverem na terceira haste, por exemplo.

O soroban, funciona de forma geral, como uma tábua de cálculos, onde são realizados registros numéricos (respeitando o sistema posicional), apresentados como regras ou passo a passo para a organização e desenvolvimento de operações. O documento Soroban Manual de Técnicas Operatórias para Pessoas com Deficiência Visual, disponibilizado pela SEESP/MEC, traz orientações sobre o uso do material na educação, enfatizando que:

[6] Segundo Reily (2004) o Sorobã (Soroban) é um tipo de ábaco de origem oriental, adaptado para utilização de cegos no Brasil por Joaquim Lima de Morais, em 1949. Um material usado para contagem e realizações de operações matemáticas.

> O uso do soroban contribui para o desenvolvimento do raciocínio e estimula a criação de habilidades mentais. Permite o registro das operações, que só serão realizadas, com sucesso, caso o operador tenha o domínio e a compreensão do conceito de número e das bases lógicas do sistema de numeração decimal (BRASIL, 2012, p. 11).

Quanto ao processo operatório das quatro operações básicas, a ideia é a mesma do ensino habitual, o que muda é e a representação dos números. As operações, dependem do registro numérico, do movimento que concretiza a operação no material e da leitura da operação e seu resultado. Tanto o registro como a leitura de números no soroban, dependem da compreensão da estrutura do material hastes, classes, valores de contas, compreensão do sistema posicional decimal, e isso inclui equivalências e transformações entre unidades, dezenas, centenas e assim, por diante.

O ato de operar, utilizando o material, se configura quando a operação é convertida em movimento (ação) das contas que representam os números. Estes movimentos, traduzem o significado das operações, no caso da adição, juntar, acrescentar e restaurar; da subtração, retirar, completar e comparar; da multiplicação, soma de parcelas iguais; da divisão, dividir em partes iguais ou ainda utilizar o inverso multiplicativo para a resolução (PEREIRA; PEREIRA, 2013).

As operações no soroban, são registradas de maneira diferente que em tinta, os números são registrados em lugares específicos, nas classes numa disposição linear e não vertical e bidimensional como geralmente armamos as adições, subtrações e multiplicações em tinta ou em chaves como na divisão.

O soroban, tem potencial para associação e contagem um a um, materializando as equivalências e trocas no sistema posicional. Estes conceitos, assim como os de número e quantidade, sequenciação, seriação, correspondência um a um e agrupamentos (principalmente o de 10 em 10) são trabalhados num processo que antecede a inserção no soroban, na metodologia Pré - Soroban[7].

Entretanto, é natural que com o passar do tempo, essa correspondência um a um, mais detalhada e visível de representações, acabe desaparecendo. Acreditamos, que isso se dá pelo emprego do cálculo mental e pela adaptação do registro. É como se o movimento das contas uma a uma não fosse mais preciso, quando já se sabe o resultado e basta registrá-lo. Similar ao que acontece em tinta, as trocas, equivalências e empréstimos começam a ser feitas

[7] O documento A Construção do Conceito de Número e o Pré-Soroban (Fernandes et al., 2006) está disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/pre_soroban.pdf.

automaticamente com o emprego do cálculo mental e do habituar com o método operatório e de registro.

As operações no soroban, geralmente são ensinadas como técnicas já que possuem regras de registros. Se as ideias operacionais e seus significados já são de conhecimento do estudante, este pode realizar registros de maneira natural e automática, suprimindo detalhes como a contagem um a um, os empréstimos e reservas. Entretanto, o soroban é um material potencial para a exploração do sistema posicional decimal e operações, quando seu uso no ensino é pensado para além das técnicas, regras e reprodução de algoritmos, quando é explorada sua potencialidade ao construir os conceitos relacionados à representação de números e aos cálculos.

Para exemplificar como são realizadas as operações no soroban, faremos uso de um exemplo de adição de números naturais com três parcelas presente no Soroban - Manual de Técnicas Operatórias para Pessoas com Deficiência Visual (BRASIL, 2012). Salientamos que este exemplo faz uso da técnica ocidental, com as operações sendo realizadas da direita para a esquerda, processo semelhante ao sistema que utilizamos no Brasil.

Para resolver a operação $12 + 35 + 24$ o registro das parcelas deve ser feito a partir da esquerda do soroban, em que os algarismos devem ocupar o lugar em relação às ordens (unidade, dezena, centena e assim por diante). O ideal é separar as parcelas, deixando uma classe vazia entre elas. Registramos no soroban a 1ª parcela (12) na 7ª classe, a 2ª parcela (35) na 5ª classe e a 3ª parcela na 3ª classe. Na 1ª classe repetimos a 1ª parcela da operação.

Nesses moldes, a leitura acontece com o indicador direito lendo a parcela da 1ª classe (12) e o indicador esquerdo lendo as parcelas da 5ª e 3ª classe (35 e 24, respectivamente), ambas as leituras feitas da direita para a esquerda. Em paralelo a leitura, já ocorre as operações e a construção do resultado, que aparecerá na 1ª classe.

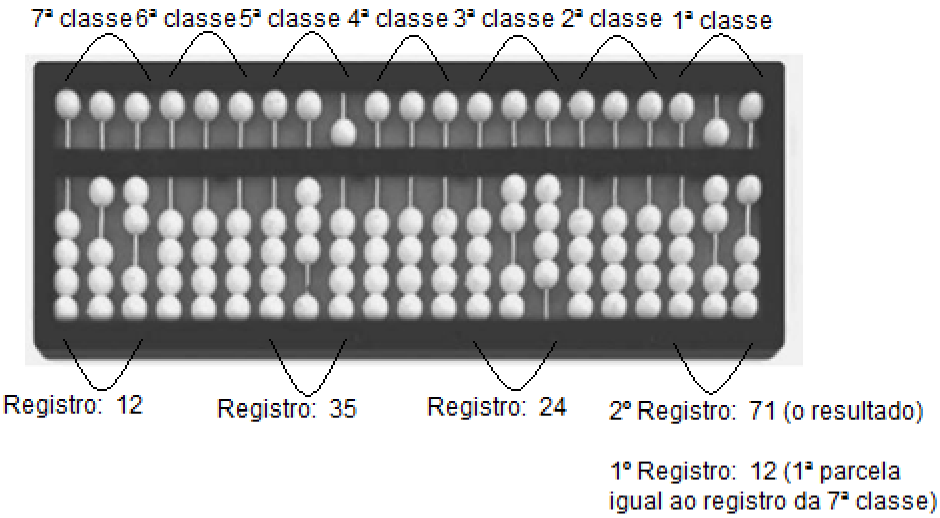
Primeiramente, vamos iniciar pela adição entre a 1ª e a 2ª parcela, 12 + 35. Alterando a 1ª classe, somamos 2 + 5 = 7, então acrescentamos na 1ª haste 5 unidades. Ou podemos somente, registrar 7 unidades resultantes. Somamos em seguida as dezenas, fazendo 1 + 3 = 4 e registrando na 2ª haste 4 dezenas. Obtendo como resultado de 12 + 35 = 47.

Alterando o resultado da soma entre as duas primeiras parcelas na 1ª classe, vamos resolver 47 + 24 utilizando o mesmo processo descrito anteriormente. Primeiro, somamos as unidades 7 + 4 = 11, obtendo 1 dezena e 1 unidade. Nesse caso, registramos 1 na 1ª haste da 1ª classe e adicionamos 1 na 2ª haste, a qual já têm registrada 4 dezenas. Ficamos assim, com um registro de 5 dezenas e uma unidade (51).

Para finalizar, somamos as 2 dezenas correspondentes a 3ª parcela (24). Tendo na 2ª haste da 1ª parcela 5 dezenas, fazemos 5 + 2 = 7, acrescentando na 2ª haste 2 ou só registrando o 7.

Na figura 5, podemos perceber que o registro adotado, permite o estudante cego após as operações ler tanto as parcelas quanto o resultado final obtido nesse caso, na 1ª classe (71).

Figura 5 - Exemplo de adição de números naturais com três parcelas 12 + 35 + 24 = 71



Fonte: Adaptado de Brasil (2012)

Para a realização da operação de subtração, o registro é o mesmo, porém, utilizamos a ação de retirar quantidades. Assim, o minuendo é registrado na 7ª classe, o subtraendo na 5ª classe e repetimos o minuendo na 1ª classe, onde vamos obter o resto ou diferença. Na operação de multiplicação registramos o multiplicador na 7ª classe, o multiplicando na 5ª classe e na 1ª classe registramos o resultado (o produto). As multiplicações, devem ser realizadas das ordens menores para maiores e os produtos registrados na 1ª classe a partir da ordem das unidades.

Para a divisão, registramos o dividendo na 7ª classe e repetimos ele na 5ª classe, o divisor registramos na 3ª classe e o quociente na 1ª classe. A partir das movimentações realizadas na 5ª classe, ficará registrado o resto. "Na divisão de números naturais, para cada dividendo parcial haverá um quociente parcial, o qual será registrado de acordo com o valor posicional do dividendo parcial" (BRASIL, 2012, p. 130). Para mais informações sobre as técnicas operatórias mencionadas indicamos a leitura do Soroban - Manual de Técnicas Operatórias para Pessoas com Deficiência Visual[8] (BRASIL, 2012).

---

[8] Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=12454-soroban-man-tec-operat-pdf&Itemid=30192.

Podemos observar que o soroban, nem sempre é utilizado com o intuito de explorar raciocínios e conceitos por detrás de operações matemáticas. Seu uso se configura muito mais como procedimental do que conceitual, o que é evidenciado nas instruções de manuais para seu uso, porém enxergamos nesse material um grande potencial para o ensino do sistema posicional e das quatro operações básicas.

Segundo Fernandes et al. (2006), o soroban permite a realização das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais, racionais (decimais e fracionários), assim como a potenciação, radiciação, fatoração e a porcentagem. Dentre os manuais e cartilhas disponíveis para seu uso, nada há sobre técnicas de registros no soroban para números negativos, ou sobre seu uso para conceituar números inteiros.

Assim, uma das nossas intenções neste trabalho, foi confeccionar um material didático manipulável para a compreensão dos números inteiros por estudantes cegos, na perspectiva que discutimos na próxima seção.

3 SIGNIFICANDO OS NÚMEROS INTEIROS

As bases teóricas do presente estudo, visam interligar três pilares que acreditamos sustentar e dar subsídios, para promover à significação dos números inteiros por meio de um material adaptado com foco no ensino a cegos, sendo eles: orientações teóricas e documentais sobre o ensino de números inteiros; a perspectiva lógico-histórica na significação dos números inteiros, com ênfase na busca de nexos conceituais dos números inteiros e possíveis vinculações com instrumentos conceituais, os quais discutiremos neste capítulo; e as potencialidades e orientações no uso de materiais didáticos manipuláveis para a compreensão e exploração de conceitos e ideias matemáticas e no ensino a cegos presentes no capítulo anterior.

A discussão desses três pilares, busca aproximar fundamentações teóricas para a adaptação de um material para o ensino de números inteiros, o *Soroban dos Inteiros*, bem como, orienta os encaminhamentos pedagógicos para sua aplicação, visando à compreensão dos números inteiros e suas operações com tarefas de cunho investigativo.

3.1 O ENSINO DE NÚMEROS INTEIROS

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática-PCN (BRASIL, 1998), o conteúdo de números inteiros deve ser abordado no terceiro ciclo do Ensino Fundamental com o objetivo de ampliar o sentido numérico e a compreensão do significado das operações. O documento, sugere que os conceitos e procedimentos utilizados, possibilitem o reconhecimento de números inteiros em diferentes contextos cotidianos e históricos, em que as situações-problemas propostas, abordem os números inteiros como: falta, diferença e orientação (origem e deslocamento entre dois pontos), dando ênfase à relação entre os números inteiros e as operações entre eles.

A Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina-PCSC, para a disciplina de Matemática (SANTA CATARINA, 1998), prevê que o conteúdo de números inteiros, seja abordado de maneira gradativa, perpassando pela produção histórico-cultural, abordando seu conceito e operações. O documento, cita também que a noção dos números inteiros como produção histórico-cultural deve ser iniciada na sexta série, atual sétimo ano do Ensino Fundamental, e seu conceito e operações sejam abordados formalmente a partir da sétima série, equivalente ao oitavo ano do Ensino Fundamental atualmente.

Dentre os documentos mais atuais que orientam o currículo e as propostas pedagógicas das escolas públicas e privadas da Federação Brasileira, está a Base Nacional Comum Curricular-BNCC, que estabelece que no 7º ano do Ensino Fundamental, seja objeto de conhecimento, o uso e a história dos números inteiros, sendo necessário, desenvolver no aluno a habilidade e competência de comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, associá-los à reta numérica e resolver e elaborar problemas de operações com números inteiros (BRASIL, 2018).

Na BNCC, o objeto de conhecimento, números inteiros, está contemplado na unidade temática *Números.* Tal unidade, tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento numérico e, sobretudo, aponta que é por meio das sucessivas ampliações dos campos numéricos que os alunos constroem a noção de número.

Analisando diferentes textos que apresentam o significado formal ou concreto e aplicável no cotidiano aos números inteiros no contexto de ensino, Soares (2007), levanta às seguintes concepções e abordagens para o ensino de números inteiros:

- Os números inteiros, são uma extensão dos números naturais, abordagem que limita a contextualização dos números inteiros a representar os novos números no eixo numérico;
- Numa perspectiva histórica, os números inteiros, surgiram da necessidade de se expressar quantidades menores do que zero;
- Os números inteiros, são introduzidos pela extensão de operações aritméticas já conhecidas, devido à importância que tem para conceitos posteriores da matemática e de outras disciplinas;
- Os números inteiros, são introduzidos por meio de situações concretas, envolvendo escalas de temperaturas, elevadores, altitudes, ou seja, são introduzidos somente como uma notação de sucessão de estados;
- Os números inteiros, são abordados a partir da teoria de conjuntos, na criação dos inteiros por classe de equivalência;
- Os números inteiros, são introduzidos com a ideia de oposto ou simétrico, por meio da reta numérica, em que as operações apresentam significados de deslocamentos nos sentidos: positivo (à direita) e no sentido negativo (à esquerda).

Dessa forma, verificamos a diversidade de abordagens teóricas e didáticas que são pontuadas e discutidas relacionadas ao ensino de números inteiros, cada uma apresentando um significado para os números negativos e suas operações. Mediante as possíveis abordagens levantadas, Soares (2007), aconselha o professor a dar diferentes enfoques ao conjunto dos números inteiros, pois, todas apresentam vantagens e desvantagens.

Seguindo o encaminhamento curricular para o ensino dos conteúdos de Matemática (BRASIL, 2018; BRASIL, 1998; SANTA CATARINA, 1998), o conteúdo de números inteiros é abordado posteriormente ao de números naturais e racionais. Suas operações, rompem com a lógica e com o significado de números naturais e compreendem os números inteiros como um *novo campo numérico*, com diferente representação, outro significado numérico e outra lógica operatória, distinta dos naturais. Trata-se, portanto, de ampliar conceitualmente a ideia de número.

Habituados a relacionar quantidades somente positivas, o contato com números negativos ou relativos pode provocar nos alunos certo estranhamento e resistência em compreender a lógica matemática, ou seja, o pensamento matemático teórico por detrás destes números. Os PCN, descrevem alguns obstáculos, que os alunos podem ter que enfrentar ao se deparar com esse conteúdo:

> ● conferir significado às quantidades negativas;
> ● reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir de zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido;
> ● reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero origem);
> ● perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais por exemplo, é possível adicionar 6 a um número e obter 1 no resultado, como também é possível subtrair um número de 2 e obter 9;
> ● interpretar sentenças do tipo x = - y, (o aluno costuma pensar que necessariamente x é positivo e y é negativo) (BRASIL, 1998, p. 98).

Estes obstáculos, são apontados no documento, como impasses para a compreensão dos números inteiros. Uma das justificativas para esses impasses é de que um conhecimento existente (os números naturais), provoca resistência a um novo conhecimento (os números inteiros), ou seja, ser um obstáculo epistemológico. Bachelard (1996), compreende o desenvolvimento do pensamento científico, por meio da ruptura de conhecimentos, já estabelecidos como verdades. Trata-se, de obstáculos epistemológicos, que são entendidos como as, dificuldades no desenvolvimento da Ciência, no decorrer de sua história.

Neste sentido, historicamente, encontram-se vários indícios descritos sobre a difícil aceitação e compreensão conceitual sobre os números inteiros, como a de René Descartes, de considerar as raízes negativas de uma equação como falsas, pois eram menores que nada; a de chineses de não aceitarem um número negativo ser solução de uma equação; ou a afirmação de Bhaskara, ao considerar a solução de uma equação como sem consistência por apresentar uma raiz negativa. Também se encontram outras concepções e diferentes registros e significados para os números inteiros. Por exemplo, os hindus por volta dos séculos VI e VII, atribuíram o significado de débito aos números negativos, enquanto os italianos utilizavam os sinais de + e - para denotar metricamente excessos e deficiências (BOYER, 1996).

Corroborando com isso e evidenciando que os alunos se deparam com dificuldades semelhantes, Mariano e Matos (2013), evidenciam, que uma das primeiras dificuldades que os alunos apresentam em relação aos números inteiros, está relacionada a sua aceitação, ou seja, inicialmente não compreendem a existência de quantidades negativas e nem como as *faltas* podem ser representadas ou expressas como quantidades.

3.2 A PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA E OS NEXOS CONCEITUAIS DOS NÚMEROS INTEIROS

Concebemos que os conceitos que são ensinados e aprendidos como lógicos e formais, são oriundos de uma lógica relacionada à um processo histórico. Isto significa, que compreendemos o desenvolvimento de conceitos matemáticos, sob a perspectiva Lógico-histórica, em que a lógica passa a ser fundamentada por história e essa demonstra sua relação com a evolução da humanidade, apresentando a mudança, o surgimento e desenvolvimento de objetos e conceitos. O lógico, reflete a história de maneira teórica, e, portanto, nessa perspectiva, os conceitos, são captados em seu movimento de criação e depurados das casualidades, o que permite identificar aquilo que é substancial ao conceito (RODRIGUES, 2009; SOUSA 2004). Kopnin (1978, p. 185) afirma que:

> [...] a reprodução da essência deste ou daquele fenômeno no pensamento constitui ao mesmo tempo a descoberta da história desse fenômeno, que a teoria de qualquer objeto não pode deixar de ser também a sua história. Por isso as definições primárias do objeto, a lógica dos conceitos que o expressam constitui ponto de partida no estudo do processo de formação e desenvolvimento de dado objeto.

Com o autor, compreendemos a possibilidade de utilizar a perspectiva Lógico-histórica, que considere aspectos essenciais de criação e desenvolvimento lógico de conceitos, para dar significado aos números inteiros, buscando na história, diferentes formas de conceituação e relações entre si.

Segundo a PCSC (SANTA CATARINA, 1998, p. 110), "é recomendável que se dê ênfase à gênese do conceito de Número Inteiro Relativo[9], como o homem se apropria dele e como ocorreu o processo histórico de sua sistematização." Desta forma, os diferentes pensamentos mobilizados quanto aos números inteiros no decorrer da história, não só justificam sua abordagem em sala de aula, mas apresentam peculiaridades e significados conceituais para serem explorados no ensino, os quais referem-se aos nexos conceituais dos números inteiros.

Sousa (2004, p. 65), define nexos conceituais como "o elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito". A autora, aponta ainda, que estes contêm "a lógica, a História, as abstrações, as formalizações do pensar humano, no processo de constituir-se humano, pelo conhecimento" (SOUSA, 2004, p. 65). Define, os nexos conceituais, como os nexos internos, fundamentados por Kopnin (1978), que são conexões internas ou a essência dos conceitos.

A mesma autora, afirma que "os nexos externos se limitam aos elementos perceptíveis do conceito enquanto os internos ao lógico histórico do conceito. Os nexos externos, ficam por conta da linguagem. São formais" (SOUSA, 2004, p. 61). Nesse caso, o ensino baseado em definições e propriedades, que considera somente o superficial do conceito, as representações estáticas deste, é um ensino baseado em nexos externos, em que os conteúdos não comtemplam às compreensões históricas do conceito.

Os nexos conceituais (nexos internos), de um conhecimento, formam o movimento do pensamento humano. É por meio da história, que compreendemos as diversas formas de pensamentos por detrás de um único conceito. Os nexos conceituais, representam o processo de constituir um conhecimento lógico e teórico em seu movimento. Nesse sentido, o pensamento humano, se constitui e funciona na transformação da natureza, através da atividade prática, produtiva e de trabalho no decorrer da história (MOURA; SOUZA, 2004).

Segundo Caraça (1998), quando os conhecimentos científicos, são apresentados desconexos de sua história, esses omitem a atividade humana e a contribuição das civilizações na sua elaboração. Os nexos conceituais, permitem à identificação da natureza dos conhecimentos científicos, que conhecemos e ensinamos atualmente, assim é possível tomar conhecimento sobre aquilo que poderia vir a ser científico e a sua trajetória de desenvolvimento no decorrer do tempo.

[9] No documento o termo Números Relativos Inteiros está se referindo ao que denotamos neste trabalho como Números Inteiros, conjunto formado pelos números positivos, negativos e o zero.

Ao buscar os nexos conceituais, de determinado conceito, conseguimos identificar no decorrer da história de civilizações, o tratamento e pensamento que o homem tinha sobre este conceito, para que e como foi desenvolvido, quais práticas, abstrações e formalizações compõem sua lógica e por quê. Ainda podemos buscar nos nexos conceituais, distinções e similaridades de pensamentos e conceitos com os conteúdos ensinados em sala de aula.

Rodrigues (2009), utiliza da perspectiva Lógico-histórica, de nexos conceituais e de aspectos simbólicos de números inteiros, para identificar as diferentes formas de negatividade desenvolvidas histórica e socialmente por civilizações orientais e ocidentais. Utilizando esses nexos conceituais, a autora desenvolve um objeto de aprendizagem, buscando promover a significação dos números inteiros e tentando romper com as limitações da abordagem isolada dos aspectos simbólicos do conceito de números inteiros.

Apresentando uma visão Lógico-histórica, do conceito de números inteiros, Rodrigues (2009), identifica na história da construção e manipulação destes números, formas de negatividade, como a do algebrista grego Diofanto, que "efetuava operações de adição e subtração com números inteiros (positivos e negativos), porém não aceitava os números negativos como soluções dos problemas, ou seja, a negatividade era construída e depois repelida [...]" (RODRIGUES, 2009, p. 110). Diofanto, considerava a negatividade no *processo* de calcular, utilizando de regras de sinais, porém, não como *produto* e resultados. Isto, porque as soluções dos problemas, geralmente eram de ordem prática em que números negativos *menores que nada,* não apresentavam sentido nas soluções.

A autora, considera os nexos externos, de números inteiros, como os aspectos simbólicos (representações) do conceito, "No caso dos números inteiros, tomam-se seus aspectos, relações e expressões exteriores, a representação do -1, por exemplo, ou, ainda, a própria reta numérica em Z" (RODRIGUES, 2009, p. 46).

Apresentando outra forma de negatividade, Rodrigues (2009), enfatiza que mesmo os chineses, também não aceitando números negativos, como soluções de uma equação, naturalmente, tinham em sua cultura a compreensão e manipulação da negatividade. Nesse contexto, a China evidencia-se como a primeira civilização a tanto criar um sistema de numeração posicional e decimal (representado por barras/palitos), como a reconhecer os números negativos.

Boyer (1996, p. 137), afirma que "A ideia de números negativos parece não ter causado muitas dificuldades aos chineses, pois estavam acostumados a calcular com duas coleções de barras – vermelha para os coeficientes positivos ou números e uma preta para os negativos".

Estas representações para números positivos e negativos, se caracterizam como um dos simbolismos históricos de números inteiros.

Para Lizcano (1993, p. 70, apud, RODRIGUES, 2009, p. 91), os palitos que representam numerais pertenciam a um jogo de manipulações algébricas, de uma álgebra simbólica implícita na forma de manipular e operar os palitos no tabuleiro, que diferenciam lugares representativos, por meio da carga simbólica que assumem.

Rodrigues (2009), identifica as representações e manipulações realizada com palitos como um instrumento conceitual. Dessa forma, a autora relata que, para facilitar as multiplicações e subtrações realizadas em colunas a fim de obter zeros por *destruições mútuas* (princípio de equivalência de quantidades opostas) no método *fang cheng* para resoluções de equações lineares, os matemáticos da Dinastia Han (206 a.C. a 221 d.C.), desenvolveram as regras *zheng/fu* (vermelho/preto), para adição e subtração com quantidades negativas.

> Para subtração, temos:
> - Quando os palitos são da mesma cor, reduzi-los mutuamente.
> - Quando os palitos são de cores diferentes, acrescentá-los mutuamente, mediante a regra: preto subtraído de vermelho dá preto $[(-2)-(+1)=(-3)]$ e vermelho subtraído de preto dá vermelho $[(+2)-(-1)=(+3)]$.
> - Quando o palito é subtraído de nada (0), inverte-se o nome/qualidade/cor do palito.
>
> Para adição, temos:
> - Quando os palitos são da mesma cor, acrescentá-los mutuamente.
> - Quando os palitos são de cores diferentes, reduzi-los mutuamente.
> - Quando o palito é adicionado a nada (0), mantém-se o nome/qualidade/cor do palito (RODRIGUES, 2009, p. 99).

Consideramos, assim, o *zheng/fu,* como um jogo de simetria e inversos, em que operar com o nada (ou com as diversas representações de zero pelo princípio de equivalência), significa, poder manter ou inverter a posição sobre o que se opera.

No conjunto dos números relativos, a operação de adição pode resultar em zero, acréscimos ou decréscimos, pois:

> [...] somar um número negativo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo módulo; subtrair um número negativo equivale a somar o número positivo com o mesmo módulo. No campo relativo, as duas operações aparecem-nos assim unificadas numa só, que se chama adição algébrica (CARAÇA, 1963, p.101).

Neste caso, o conceito de adição não deve se limitar somente a ideia de acrescentar como no conjunto dos naturais. Já a subtração de números inteiros deve significar o trabalho com operadores negativos, ou seja, números que operam por meio de oposição, em que o subtrair, extrair ou *tirar,* já não faz sentido para operações como $6-7$, pois retira-se seis e a sétima unidade não pode ser retirada de zero.

Percebemos então, no instrumento conceitual de palitos utilizado pelos chineses, a possibilidade de naturalmente obter a solução da operação $6-7$ utilizando oposição entre quantidades positivas e negativas, para identificar um palito preto, logo -1 (negativo um) (MARTINS; FARIAS; REZENDE, 2015).

A partir da investigação de Rodrigues (2009), acerca das formas de negatividade, evidenciamos os nexos conceituais, a serem considerados como alicerces, para a construção do material didático manipulável para o ensino de números inteiros, um dos objetivos da nossa pesquisa. São identificados no seu trabalho, os fundamentos dos procedimentos, métodos e representações do conceito números inteiros da civilização chinesa, ao pensarem por meio de metáforas relacionadas ao princípio yin e yang (LIMA; MOISÉS, 1998) e pela construção da negatividade com palitos vermelhos e pretos (por intermédio da regra "zhen/fu").

Dessa forma, apresentamos como nexos conceituais dos números inteiros, os conceitos chineses de fluência e contradição; semelhança, simultaneidade e os critérios de equivalência; o zero como centro de simetria e equilíbrio (do ponto de vista geométrico) e como convergência e anulação de opostos (móvel, do ponto de vista algébrico) e; o cálculo com palitos (números) vermelhos (positivos) e pretos (negativos) (RODRIGUES, 2009).

Salientamos a proximidade desse instrumento conceitual de palitos da Dinastia Han da China Antiga com o ábaco indo-europeu e com o material didático ábaco dos inteiros que apresentamos e discutimos na seção que segue.

3.3 MATERIAIS CONCEITUAIS QUE INSPIRARAM A CRIAÇÃO DO SOROBAN DOS INTEIROS

Embasados no quadro teórico, apresentado sobre o conceito dos inteiros, identificamos na adaptação do ábaco dos inteiros juntamente com o soroban[10] (que possibilita a manutenção do registro numérico respeitando o sistema posicional) a possibilidade para o desenvolvimento de um material manipulável com alicerces em nexos conceituais e de perspectiva Lógico-histórica para a significação de números inteiros por cegos.

---

[10] Material utilizado por cegos para efetuar registros e operações matemáticas. No capítulo 2 deste trabalho, apresentamos sua estrutura e exemplificamos formas de registro e operações.

O ábaco dos inteiros é um material composto de duas hastes (ou colunas), onde as quantidades positivas são representadas em uma das hastes por argolas ou peças com uma cor, e as quantidades negativas são representadas em outra haste por argolas ou peças de outra cor.

O ábaco dos inteiros, funciona com o princípio de simetria ou equivalência, ou seja, o número negativo *(-1)* é simétrico do positivo *(+1)*, pois *(+1) + (-1) = 0*. Assim, quando temos uma argola positiva ao lado de uma negativa cada uma em uma haste (ou coluna) temos a representação equivalente a zero, visto que as argolas se *anularão*. Isto acontecerá com todos os números positivos e negativos que forem simétricos.

A partir do princípio de simetria, podemos representar os números inteiros no ábaco de várias maneiras, além de desenvolver operações de mesmo caráter algébrico e que se utilizam perceptivelmente da mesma lógica operatória dos chineses no movimento com palitos, ou seja, representa-se no ábaco dos inteiros nexos conceituais da civilização chinesa de relativos.

Entretanto, consideramos este material em seu formato original (conforme a Figura 6), inadequado ao manuseio por cegos, devido suas peças serem diferenciadas somente por cores e precisarem ser encaixadas em hastes verticais não fixas a movimentos leves. Dessa forma, o cego não conseguiria distinguir nem comparar peças negativas e positivas, podendo ter dificuldade em encaixá-las nas hastes, perdê-las ou derrubá-las. Entretanto, considerando a relevância de seu uso no ensino como apontado por Silva e Conti (2016), Pommer (2010) e Coelho (2005), criamos outro material didático manipulável para uso pelo cego, ancorado na ideia de simetria entre preto e vermelho, quantidade negativa e positiva do ábaco dos inteiros.

Figura 6 - Ábaco dos inteiros

Fonte: Coelho (2005, p. 58)

As experiências de Silva e Conti (2016), Pommer (2010) e Coelho (2005), evidenciam o potencial didático do material ábaco dos inteiros para a compreensão de operações e para justificar a regra de sinais por regularidades, suprimindo a prevalência de mecanização desses resultados e o uso de noções intuitivas como saldos, temperaturas e dívidas para justificar operações. Lins e Gimenez (1997, p. 13), questionam a abordagem comercial de relativos porque "quando usamos como recursos as dívidas, e queremos produzir significado para (–3) × (–5), não é verdade que o primeiro fator quer dizer 'perder 3 vezes' e não 'uma dívida de três'? Você acha que faz sentido multiplicar duas dívidas?".

A abordagem comercial de dívidas, saldos, débitos e créditos aplicada a operação de multiplicação de relativos deixa de justificar a natureza das quantidades resultantes da operação. Além do que, em um sentido mais amplo, a abordagem comercial, somente estabelece significados informais sobre números inteiros e suas operações, o que pode restringir a compreensão de relativos a ideias de contexto comercial.

No conjunto dos números inteiros, a multiplicação não pode ser compreendida somente como a adição de parcelas iguais, mas, sim, como a repetição de fatores negativos ou positivos que resultarão em números pertencentes ou não a mesma região (negativa e positiva) do conjunto a que pertenciam, como enfatiza Teixeira (1993, p. 65):

> Um operador multiplicativo no caso dos inteiros, indica o número de vezes que um conjunto se repete, ao mesmo tempo em que produz transformações de aumento ou

> diminuição no resultado, dependendo dos sinais em jogo [...]. Na multiplicação, portanto, é preciso compreender que há uma duplicidade de operações: as que multiplicam os conjuntos equivalentes, ao mesmo tempo em que há operações de transformação que se aplicam aos números, fazendo-os manter ou inverter sua posição na região a que pertenciam.

As transformações da natureza das quantidades envolvidas nas operações, conforme as inversões em lugares representativos e simbólicos, são possíveis de serem desenvolvidas e compreendidas a partir das manipulações de argolas ou peças no ábaco dos inteiros. Identificamos no ábaco dos inteiros, os nexos conceituais da civilização chinesa, quanto à manipulação da negatividade. As argolas e peças assumem o lugar e a representatividade dos palitos vermelhos e pretos e as operações intrinsicamente seguem a regra lógica *zheng/fu* de destruições mútuas (princípio de simetria ou equivalência, mencionado anteriormente).

Acreditamos, assim, que por meio de material manipulável apropriado, o aluno cego pode compreender a essência (nexos conceituais), dos números inteiros e desenvolver funções psicológicas superiores, por manipulações e oratória, caminhos alternativos de acesso para o desenvolvimento de conhecimento. Nesse contexto, identificamos o material didático manipulável, por nós denominado *Soroban dos Inteiros*, como um recurso potencial para alunos cegos significarem números inteiros, a partir de experiência sensorial tátil e/ou visual, representativa e manipulativa dos significados e lógica operatória de números inteiros. Para tanto, é necessário a partir do referencial teórico construído até aqui, explicitar os sujeitos e o campo de pesquisa e especificar as etapas metodológicas e ações desenvolvidas para nortear o levantamento e as discussões das contribuições do material *Soroban dos Inteiros,* na significação dos números inteiros.

4 METODOLOGIA

Nessa seção, apresentamos o objeto de estudo da pesquisa e o quadro metodológico para suas etapas, a escolha de sujeitos e do campo de pesquisa.

Como o estudo é voltado para a investigação das contribuições do material manipulável, para a significação de números inteiros por alunos cegos, à qual pressupõe a ação prática e interventiva no ambiente de ensino para evidenciar suas implicações e conclusões, optamos pela abordagem metodológica de pesquisa-intervenção.

Associando à pesquisa-intervenção, às pesquisas desenvolvidas no âmbito educacional, Rocha (2010, p. 187), afirma que "é a partir das análises dos efeitos das nossas práticas, análise da implicação, que podemos estabelecer o que muda e o que permanece nas práticas, o que se repete e resiste à mudança e através de que mecanismos".

Assim, optamos por realizar as intervenções com uma aluna cega e com um aluno com baixa visão moderada, por considerarmos que o ato de "transformar para conhecer" pode permitir estabelecer, associar, comparar e confrontar aportes teóricos que são generalizados com as conclusões da intervenção elaborada para o uso de material manipulável. Isto porque, na pesquisa-intervenção, busca-se teorizar aquilo que foge dos padrões já estabelecidos e generalizados, considerando o contexto da pesquisa.

Do ponto de vista da natureza, a pesquisa é aplicada por gerar conhecimentos para a prática pedagógica e considerar a subjetividade, compreendendo o sujeito como múltiplo e diverso, e os resultados da pesquisa como singulares. Quanto a isto, Rocha (2010, p. 186) ainda afirma que:

> As singularidades produzidas na sala de aula podem se constituir como alternativas de caminhos a seguir, organizando novos objetos de investigação. Muitos dos efeitos das práticas, que, aos olhos de pesquisas tradicionais parecem insignificantes, podem levar a mudanças importantes.

Então, os resultados obtidos pela pesquisa-intervenção podem propiciar ao leitor questionamentos, reflexões e ideias de adaptações para serem desenvolvidas em situações similares ou distintas, o que caracteriza a presente pesquisa como indutiva, porém de generalização não universal.

Consequentemente, buscando atingir o objetivo da pesquisa utilizando a intervenção, o estudo realizado está dividido em três etapas. A primeira, de caráter bibliográfico, refere-se à construção do quadro teórico necessário aos processos teórico-metodológicos para a construção do material e dos encaminhamentos para seu uso baseado em nexos conceituais. A segunda, possui caráter prático-pedagógico e refere-se às seguintes ações: a adaptação de um material manipulável com alicerces no processo lógico-histórico, considerando nexos conceituais, para significar os números inteiros e suas operações por alunos cegos, tendo em vista suas necessidades específicas; a associação da adaptação do material às recomendações para o ensino do conteúdo e aos registros e operações aritméticas realizadas por alunos cegos em materiais como o soroban; a estruturação das tarefas e/ou encaminhamentos, que possibilitam à compreensão dos números inteiros e suas operações mediante a utilização do material manipulável, tentando romper com abordagens mecânicas e comerciais que não significam principalmente relações operatórias entre relativos; as intervenções junto à aluna cega e ao aluno com baixa visão. E a terceira, consiste na análise do potencial pedagógico dos encaminhamentos, conjuntamente com o material manipulável na significação conceitual de números inteiros, por meio da análise do desenvolvimento das tarefas, utilizando o material manipulável e os encaminhamentos propostos como potencial para o ensino de números inteiros, na perspectiva de significar conceitos.

É por meio dessas ações, que descrevemos e analisamos as etapas 2 e 3, posteriormente e que evidenciaremos as contribuições do material manipulável, baseado em nexos conceituais para a significação dos números inteiros. Logo, no que se refere aos objetivos a pesquisa é descritiva, a qual, segundo Rudio (1985), vai além do experimento, pois observa, descreve, classifica e interpreta o modo ou o porquê do fenômeno.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA INTERVENÇÃO E DOS SUJEITOS DA PESQUISA

Realizamos a intervenção em duas escolas públicas: i) uma escola de Ensino Fundamental do norte de Santa Catarina, sul do Brasil (escola A), que atende as etapas de Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental, com funcionamento nos períodos matutino e vespertino e; ii) em um colégio (escola B) do sul do Paraná, sul do Brasil, que atende as etapas de Anos Finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio, com atendimento nos períodos matutino, vespertino e noturno.

As duas instituições de ensino, contam com o Atendimento Educacional Especializado-AEE, que é oferecido aos alunos em contraturno e tem como objetivo complementar ou suplementar o processo de aprendizagem de alunos com Deficiência, Transtorno do Espectro Autista, Transtorno de Déficit de Atenção/Hiperatividade e Altas Habilidades/Superdotação.

Na pesquisa-intervenção, o pesquisador não necessariamente conhece a realidade que deseja investigar e não precisa pertencer a ela, inclusive, podendo intervir em um grupo formado e não pré-estabelecido, ou seja, em um grupo que não era estabelecido antes da intervenção, mas que foi formado para ele. A intervenção, faz com que sujeito e objeto, e pesquisador e pesquisado, façam parte do mesmo processo de construção do conhecimento por meio da análise dos feitos de práticas, ou seja, trata-se de uma produção dos envolvidos.

Devido a temática da pesquisa ser o ensino de matemática para deficientes visuais, para desenvolvê-la, entramos em contato, com os núcleos de educação das regiões do sul do Paraná e Norte de Santa Catarina, principalmente das cidades próximas à União da Vitória-PR e Porto União-SC, para identificarmos alunos(as) cegos(as) matriculados(as) no ensino regular, no sétimo ou oitavo ano do Ensino Fundamental, ano ou série subsequente que se ensina o conteúdo de inteiros. Neste contexto, identificamos apenas uma estudante com cegueira total, matriculada no oitavo ano do ensino regular, que frequenta o AEE no contraturno da escola A. Como a estudante estava em série subsequente à que é curricularmente iniciado e trabalhado o conteúdo de números inteiros em sala de aula, a fim de não prejudicar o tempo de trabalho do professor da disciplina, retornando ao conteúdo, optamos por realizar as intervenções no contraturno, quando a aluna estava no AEE.

Segundo a resolução, que institui as Diretrizes operacionais da Educação Especial para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica (BRASIL, 2009), está previsto no âmbito do AEE a elaboração e organização de recursos pedagógicos de acessibilidade e para desenvolvimento da aprendizagem por cegos. Entretanto, na intencionalidade de investigar e fomentar a discussão da potencialidade do material para o ensino de números inteiros também para estudantes videntes, ampliando a abrangência de seu uso em sala de aula, convidamos alunos do sétimo e oitavo ano do Programa Estadual Novas Oportunidades de Aprendizagem-PENOA, para comporem um grupo de intervenção que se reuniria na sala do AEE. O programa, tem o objetivo de desenvolver dinâmicas didático-pedagógicas para oferecer novas oportunidades de aprendizagem de cálculos, com foco nas quatro operações básicas. Essa iniciativa, visou possibilitar a inclusão da estudante cega e uma aprendizagem colaborativa e de troca de experiências entre cego(a) e vidente, ambos elaborando ou ampliando seus conhecimentos sobre números inteiros.

Entretanto, não foi possível nenhum estudante do PENOA participar da pesquisa, porque as intervenções aconteceriam no horário da disciplina de Língua-Portuguesa e não na disciplina de Matemática. Também, não foi possível mudar o horário do atendimento da estudante cega no AEE, porque outros estudantes com outras deficiências eram atendidos nos outros horários.

Então, a fim de coletar mais dados para nossas análises que pudessem corroborar para apontar as contribuições do material *Soroban dos Inteiros* no ensino, decidimos ampliar o local da pesquisa. Durante o levantamento que realizamos no final do ano de 2017, junto aos núcleos de educação das regiões do sul do Paraná e Norte de Santa Catarina, identificamos a matrícula de um estudante com baixa visão moderada no município do sul do Paraná na escola B.

Fomos até à escola em busca de informações mais detalhadas e verificamos que este estudante com baixa visão no AEE, estava matriculado regularmente no 7º ano do Ensino Fundamental no ano de 2018. Por meio de uma conversa informal com a professora do AEE, soubemos que as únicas adaptações de ensino necessárias para esse estudante seria a ampliação da fonte de texto para Arial 14 ou o uso de lupas (lentes de aumento). A professora, nos informou também que o estudante já havia estudado o conteúdo em sala regular, mas salientou que seria importante abordar novamente o conteúdo utilizando o material.

Assim, realizamos a coleta dos dados da pesquisa nestas duas salas do AEE, em cidades e estados distintos. As intervenções com a estudante cega, ocorreram no período vespertino, nas terças e quintas-feiras e com o estudante com baixa visão, no período matutino, nas quartas e quintas-feiras. Salientamos, que a realização de duas intervenções não teve como objetivo a realização de comparações entre o desempenho dos participantes, estudante cega e estudante com baixa visão, mas, coletar mais dados sobre as possíveis contribuições do material *Soroban dos Inteiros,* na significação destes números. Nesse sentido, para as análises selecionamos episódios dessas duas intervenções, buscando situações que evidenciassem contribuições do material e dos encaminhamentos realizados, em que o estudante com baixa visão e a estudante cega, atribuíssem significado aos números inteiros e suas operações. Na seção que segue, apresentamos o material *Soroban dos Inteiros*, e as tarefas que foram elaboradas e utilizadas nas intervenções.

4.2 A COLETA DE DADOS

Os dados coletados a partir da intervenção foram registros escritos e fotográficos, as filmagens, as gravações e anotações de observações da pesquisadora (em diário de bordo) das intervenções pedagógicas.

As intervenções em sala do AEE, foram registradas por meio de fotos, gravações de voz e de filmagens, porém, estes registros e os escritos dos participantes e anotações de observações da pesquisadora (em diário de bordo), somente foram utilizados para subsidiar as análises da pesquisa. Dessa forma, asseguramos a preservação da identidade dos participantes, não a divulgando.

A coleta dos dados das intervenções, foram todas realizadas na sala do AEE, e acompanhadas pelas professoras responsáveis pelo atendimento, às quais não interferiram nas ações didáticas vinculadas ao uso do material e a aplicação das tarefas. A pesquisadora foi responsável pela organização do ambiente para a aplicação, pelos materiais utilizados, que foram o *Soroban dos Inteiros* e as tarefas impressas e, pelos registros fotográficos, gravações e anotações em diário de bordo.

Devido às intervenções ocorrerem em lugares distintos e com estudantes de diferentes deficiências, a organização do ambiente de coleta de dados diferiu conforme as adaptações necessárias para que os estudantes desenvolvessem tranquilamente as atividades de leitura da tarefa, de utilização do *Soroban dos Inteiros* e de anotações (respostas) das tarefas.

Nas duas intervenções, o ambiente foi organizado, utilizando uma mesa com capacidade para até quatro pessoas, o que facilitou a utilização do material e o posicionamento dos equipamentos de coleta de dados. A câmera semiprofissional, utilizada para fotografar e principalmente filmar os movimentos feitos no *Soroban dos Inteiros,* foi posicionada sob um tripé próximo ao estudante. O enquadramento da imagem, foi realizado para filmar os movimentos das mãos dos estudantes quando manuseavam o *Soroban dos Inteiros* e quando faziam anotações nas tarefas impressas.

Na mesa em frente do estudante, mais ao centro, posicionamos o gravador de voz, que era ligado sempre no início das intervenções, junto com a câmera. Porém, nas duas intervenções, materiais distintos de uso adequado às características distintas de cada um dos estudantes, cegueira ou baixa visão, ficavam posicionados sobre a mesa. Enquanto, sobre a mesa do estudante com baixa visão, ficavam os materiais de coleta de dados já descritos, o *Soroban dos Inteiros*, as tarefas impressas ampliadas em fonte Arial tamanho 14, lápis e borracha, sobre a mesa da estudante cega, ficavam os materiais de coleta de dados e o *Soroban dos Inteiros,* encostado na máquina braile Perkins, na qual colocávamos as folhas das tarefas impressas em braile, para que ela pudesse ler e depois fazer suas anotações das respostas. O posicionamento do *Soroban dos Inteiros,* encostado na frente da máquina, permitia que a estudante cega tivesse fácil acesso para manusear os três materiais de seu uso durante a intervenção, além de dar maior firmeza para a estudante realizar os movimentos necessários para responder às questões propostas.

Salientamos que, para acompanhar todos os encaminhamentos e movimentos sugeridos nas tarefas e feitos pelos estudantes, a pesquisadora/professora ficava na mesma mesa próxima a eles. O objetivo da proximidade, era seguir os encaminhamentos propostos nas tarefas e, se necessário, intervir fazendo questionamentos exploratórios e explicações orientadoras, visando acompanhar todas as ações de movimento no *Soroban dos Inteiros* e de respostas obtidas. Isso tudo, para explorar e identificar acertos e dificuldades, equívocos de interpretação, de registro e de movimentação no material. E, para acompanhar todas as movimentações que deveriam ser feitas e as realizadas no material pelos estudantes, a pesquisadora/professora as acompanhava repetindo os movimentos dos estudantes, em um segundo *Soroban dos Inteiros*. Esta ação, facilitou identificar quando o estudante acertava os cálculos e quando errava, e o porquê, se era consequência de representações, de movimentações ou de compreensões sobre sinais e operações.

Para que todos os participantes tivessem conhecimento sobre os objetivos, benefícios, riscos possíveis, indenizações e as atividades previstas da pesquisa, todos os participantes assinaram o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), para cooperação com a pesquisa. O TALE, para a estudante cega, foi disponibilizado impresso em braile e para o estudante de baixa-visão, foi impresso uma via em fonte Arial tamanho 14. A estudante cega assinou em tinta. O mesmo acontece para o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e Termo de Consentimento para Uso de Imagem e Som de VOZ (TCUISV), que foi assinado pelos pais dos alunos, já que os dois eram menores de 18 anos.

4.3 INTERVENÇÕES PEDAGÓGICAS

As intervenções pedagógicas desenvolvidas com a aluna cega e com o aluno de baixa-visão, com exceção do diagnóstico inicial, foram sempre realizadas utilizando o material *Soroban dos Inteiros*. Apresentamos a seguir, nos Quadros 1 e 2, os dias, as durações e as tarefas da intervenção.

Quadro 1 - Especificações das intervenções com a estudante cega

Dia:	Duração aproximada (horas):	Tarefa(s) desenvolvida(s):
13/11- Terça-feira	1h30min	Diagnóstico inicial

20/11- Terça-feira	1h30min	Tarefa 1- Usando o material para representar números e realizar operações matemáticas Tarefa 2: Que números são esses?
22/11- Quinta-feira	2h30min	Tarefa 3: Qual é maior, qual é menor? Tarefa 4: O zero no material
27/11- Terça-feira	1h30min	Tarefa 5: Adição com números inteiros
03/12- Segunda-feira	3h	Tarefa 5: Adição com números inteiros Tarefa 6: Subtração com números inteiros
04/12- Terça-feira	1h30min	Tarefa 7: Multiplicação com números inteiros
06/12- Quinta-feira	3h	Tarefa 7: Multiplicação com números inteiros Tarefa 8: Dividindo números inteiros
Total: 7 dias	Total: 14h30	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2019)

Quadro 2 - Especificações das intervenções com o estudante com baixa-visão

Dia da semana:	Duração aproximada (horas):	Tarefa(s) desenvolvida(s):
14/11- Quarta-feira	1h55min	Diagnóstico inicial
22/11- Quinta-feira	1h55min	Tarefa 1- Usando o material para representar números e realizar operações matemáticas Tarefa 2: Que números são esses?
28/11- Quarta-feira	1h55min	Tarefa 2: Que números são esses? Tarefa 3: Qual é maior, qual é menor? Tarefa 4: O zero no material
30/11- Sexta-feira	1h55min	Tarefa 4: O zero no material
05/12- Quarta-feira	1h55min	Tarefa 5: Adição com números inteiros
06/12- Quinta-feira	1h55min	Tarefa 6: Subtração com números inteiros
13/12- Quinta-feira	1h55min	Tarefa 7: Multiplicação com números inteiros Tarefa 8: Dividindo números inteiros
Total: 7 dias	Total: 13h40min	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2019)

A primeira intervenção prevista foi o diagnóstico inicial, que foi realizado com duração de aproximadamente 2 horas, com objetivo de identificar o conhecimento e as dificuldades da estudante cega e do estudante com baixa-visão, em relação aos conceitos de número inteiro e suas operações. As intervenções com as tarefas e o uso do *Soroban dos Inteiros* totalizaram 28 horas e 10 minutos.

4.4 METODOLOGIA DE ANÁLISE DE DADOS

A metodologia de análise de dados, foi desenvolvida a partir do quadro teórico construído em relação à perspectiva Lógico-histórica e aos nexos conceituais de números inteiros, o uso de instrumentos conceituais para o ensino e os materiais didáticos manipuláveis, as recomendações e abordagens para o ensino de números inteiros e a significação conceitual baseada na perspectiva sócio-cultural e a elaboração e apropriação de conceitos matemáticos.

A partir do quadro teórico construído, associando os temas citados acima, realizamos a análise qualitativa da aplicação do material manipulável buscando identificar, interpretar e descrever seu potencial pedagógico. Assim, organizamos categorias de análise, a fim de avaliar contribuições do material *Soroban dos Inteiros* na significação de números inteiros por alunos cegos, e também por alunos com baixa visão moderada, as quais explicitamos a seguir:

1. Adaptação do material: uso correto do material e das suas regras de registro - Avaliar se a forma de registro e a configuração do material, ajudou o aluno a compreender os números inteiros e se ele se adaptou ao registro criado.
2. Tipos de movimentação, registros e argumentos - Avaliar a vinculação das operações com os tipos de movimentação e ações (acrescentar e retirar) feitas nas contas (esferas/bolinhas) do material e as limitações e potencial, para a compreensão conceitual dos números inteiros e suas operações;
3. Encaminhamentos propostos ao uso do material com as tarefas - Avaliar se e como permitiram os alunos explorarem a lógica dos números inteiros e suas operações, significando-os.
4. Significado atribuído aos números inteiros e suas operações: avaliar comparado ao diagnóstico inicial, em que medida e de qual maneira, foi possível os alunos atribuírem significado aos números inteiros e suas operações.

A partir das quatro categorias acima, os objetivos de cada tarefa desenvolvida para o uso do *Soroban dos Inteiros* e a significação dos conceitos e operações foram analisadas paralelamente com suas discussões com o intuito de apresentar as contribuições da intervenção com o *Soroban dos Inteiros,* na significação deste campo numérico.

As tarefas e seus objetivos são apresentados no próximo capítulo, no qual também discutimos a elaboração do material e seu funcionamento. Apresentamos as tarefas na íntegra no apêndice B deste trabalho.

Para facilitar as descrições das análises e para preservar os participantes da pesquisa, foi atribuído a eles nomes fictícios: Verônica à estudante cega e Ricardo ao estudante com baixa visão.

4.5 PRODUTO EDUCACIONAL

Em resposta a segunda etapa desta pesquisa, foi construído o *Soroban dos Inteiros*, um material manipulável fundamentado no processo lógico-histórico e nos nexos conceituais da civilização chinesa dos números inteiros e suas operações. Em seguida, estruturamos tarefas para buscar desencadear a compreensão desses números e a particularidade de suas operações.

Destas ações e reflexões, sobre as intervenções realizadas e seus resultados, desenvolvemos o produto educacional desse trabalho, levando em consideração as contribuições do material para a compreensão dos números inteiros no contexto em que ele foi aplicado.

O produto educacional intitulado como *Produção Técnica: Soroban dos Inteiros* é um manual de orientação para a utilização do material *Soroban dos Inteiros,* com sugestões de tarefas, para abordar o conteúdo de números inteiros voltado ao professor. Salientamos, que este produto, pode extrapolar o contexto dessa pesquisa, sendo indicado para ser usado no ensino para outros estudantes, os videntes.

5 O SOROBAN DOS INTEIROS

O material didático manipulável para auxiliar no ensino de números inteiros para alunos cegos e videntes foi construído inspirado no material Ábaco dos inteiros e no Soroban. Isso porque o ábaco dos inteiros é um material concreto, já utilizado para generalizações das regras de sinais e seu funcionamento tem similaridade com as manipulações e representações feitas pela civilização chinesa com números negativos, representados por palitos pretos e vermelhos.

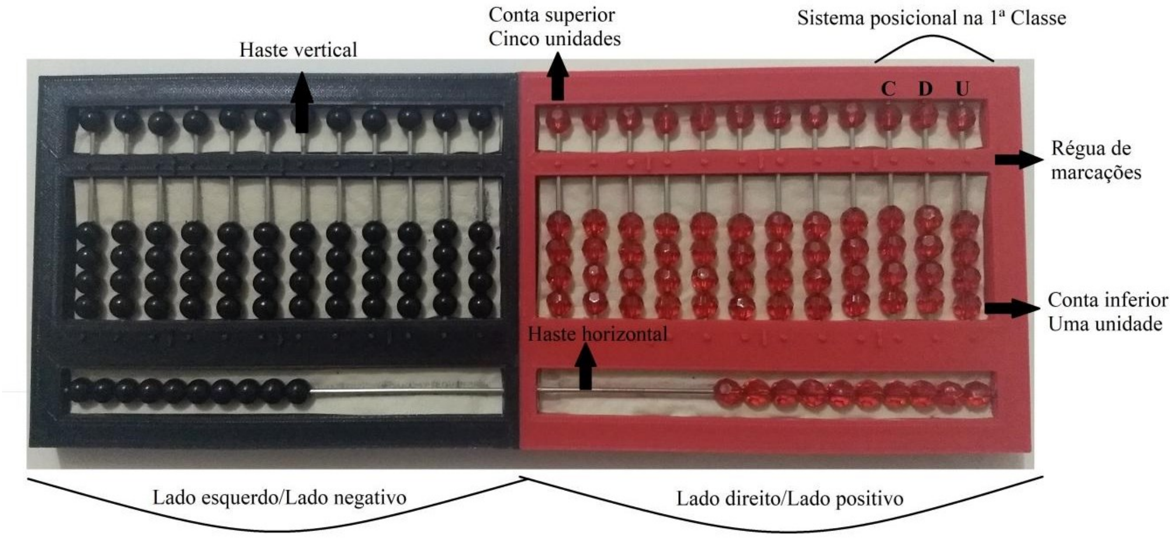
Partindo desse pressuposto, as manipulações e representações de números inteiros e suas operações por meio de palitos possuem uma lógica particular construída historicamente na China, ou seja, caracterizam um nexo conceitual de números inteiros. Dessa forma, entendemos que tanto o ábaco dos inteiros como o *Soroban dos Inteiros*, se utilizados com este nexo chinês, são instrumentos conceituais que podem significar os números inteiros.

Como o ábaco dos inteiros é composto por duas hastes, onde são representados por meio de argolas ou peças pretas e vermelhas os números negativos e positivos, isto restringe às manipulações realizadas no material a nove unidades. Ou excedendo-as os registros acabam não considerando o sistema posicional, pois não se realiza associações como: 12 unidades positivas, são equivalentes a 1 dezena positiva, mais duas unidades positivas, perde-se a relação algarismo com quantidade representacional.

Pensando em superar essa problemática, consideramos importante a manutenção de registros e operações de inteiros considerando o sistema posicional, o que justifica a inspiração do material a ser adaptado, também tomar como referência o Soroban, que possui essa característica e é utilizado por cegos para registro e cálculos.

A estrutura do *Soroban dos Inteiros* é similar à do soroban para deficientes visuais ou do ábaco simples, entretanto, para representar e diferenciar números positivos de negativos, no *Soroban dos Inteiros*, foi inserida uma marcação para separar o lado direito (onde se representará os números positivos), do lado esquerdo (onde se representará os números negativos). Cada lado do material é cortado por uma mesma régua de marcações que evidencia onde se localizam cada classe de registro numérico e de resultados. O material possui, quatro classes positivas do lado direito e quatro classes negativas do lado esquerdo. Cada classe, possui três hastes verticais, nas quais são registradas as unidades, dezenas e centenas na ordem da direita para a esquerda, respectivamente como no sistema posicional (CDU). A régua com as marcações de classes, divide as hastes verticais, de forma que em cada haste há 5 contas (bolinhas/peças). Cada conta da parte superior da régua equivale a 5 unidades e cada uma das quatro contas da parte inferior equivale a 1 unidade, o que possibilita registrar em cada haste até nove unidades, nove dezenas e nove centenas, respectivamente, ou o equivalente a 999 unidades em cada classe segundo o sistema posicional (CDU), tanto do lado vermelho, equivalente aos valores positivos, quanto do lado preto equivalente aos valores negativos. Podemos observar estas características estruturais na Figura 7 abaixo.

Figura 7 - Características estruturais do Soroban dos Inteiros

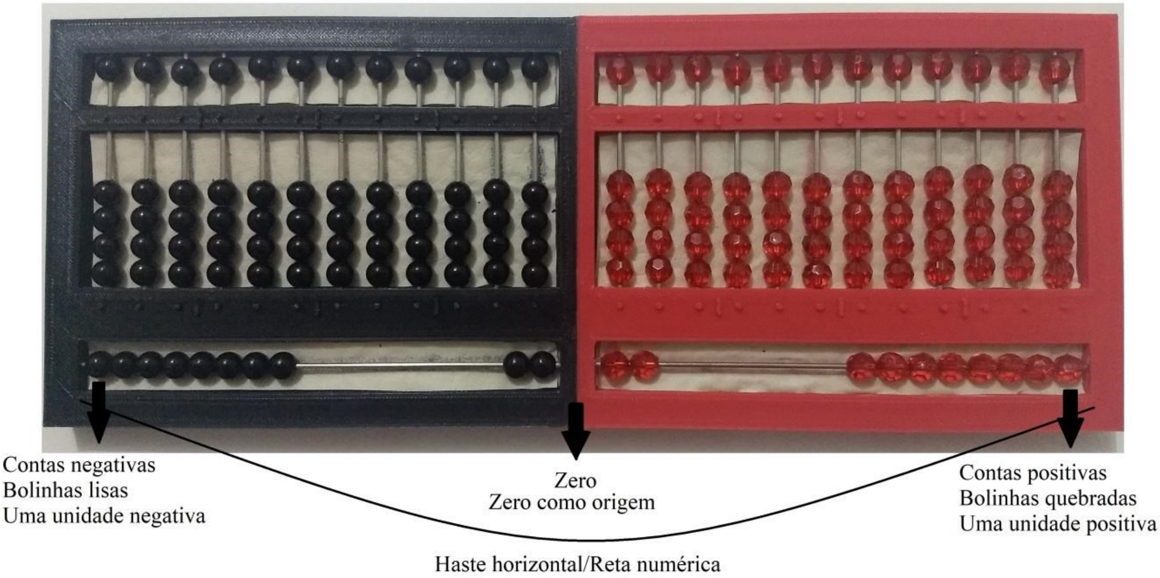


Fonte: Autoria própria (2019)

Para que o aluno cego possa diferenciar os números positivos dos negativos, as classes e hastes do lado direito do material, referente aos números positivos, têm contas (bolinhas/peças) com textura. A diferença de textura foi validada pela aluna cega. A mesma, também pôde nomeá-las, segundo uma característica que as diferencia, reconhecendo e identificando as contas como *bolinhas quebradas* e *bolinhas lisas*.

Tanto do lado esquerdo, quanto direito do material, abaixo do local de registros das classes numéricas, há uma haste horizontal, dividida ao meio por uma marcação que simboliza o zero, o que remete a reta numérica, em que é possível comparar quantidades unitárias. Em cada lado, dessa haste horizontal, há dez contas (bolinhas/esferas), quebradas e lisas, cada uma equivalente a uma unidade positiva e negativa, respectivamente. Veja a Figura 8.

Figura 8 - Haste horizontal e a reta numérica



Fonte: Autoria própria (2019)

O *Soroban dos Inteiros,* foi construído a partir de quatro peças de plástico impressas em impressora 3D, hastes feitas de material de aço e miçangas com duas texturas e cores diferentes. Para que não se perca nenhum registro numérico feito nas classes movimentando as contas, abaixo das hastes há uma placa de espuma e outra de couro que garante que as contas não se movimentem livremente. A montagem do material foi feita manualmente e o design e estrutura foram desenvolvidos pela autora deste trabalho.

Como os movimentos no material são importantes para a identificação da mudança de natureza ou não dos números nas operações, para que o aluno perceba e tenha a possibilidade de leitura da operação e seu resultado nas trocas dos sentidos positivos e negativos, foi necessário padronizar a realização de registros numéricos no material, conforme o Quadro 3.

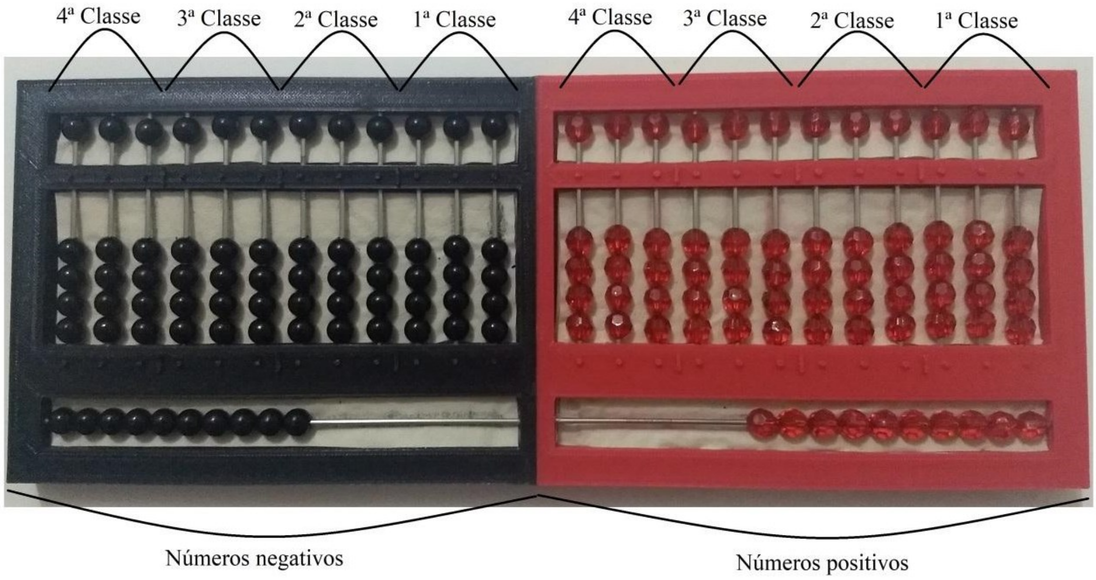
Quadro 3 - Registros numéricos no material em classes

Classe	**Registros segundo a operação**
1ª Classe	Adição: Primeira parcela da adição ou registro para obter o resultado positivo ou negativo. Subtração: Minuendo ou registro para obter o resultado positivo ou negativo Multiplicação: Registro para obter o resultado positivo ou negativo.
2º Classe	Usada também para estender o registro de parcelas, minuendo, fator ou registro de resultado, quando os números são de ordem unidade de milhar à centena de milhar.
3º Classe	Adição: Segunda parcela da adição. Subtração: Subtraendo. Multiplicação: Segundo fator ou multiplicador.
4º Classe	Adição e subtração: Classe destinada a repetição do registro feito na primeira classe. Como na 1º classe o numeral será alterado e passará a ser resultado o registro inicial se mantém na terceira classe relembrando o primeiro número da operação quando necessário a leitura da operação como um todo. Multiplicação: Primeira parcela da multiplicação.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2019)

Podemos observar as separações e localizações das classes do *Soroban dos Inteiros,* tanto do lado direito e esquerdo, respectivamente, lado positivo e negativo na Figura 9.

Figura 9 - Classes positivas e negativas no Soroban dos Inteiros



Fonte: Autoria própria (2019)

Com isso, uma ação padrão decorrente desse registro é a de obter o resultado a partir da alteração da primeira parcela, minuendo ou primeiro fator sempre na primeira classe. Basicamente, usando o material opera-se a partir do primeiro número da operação.

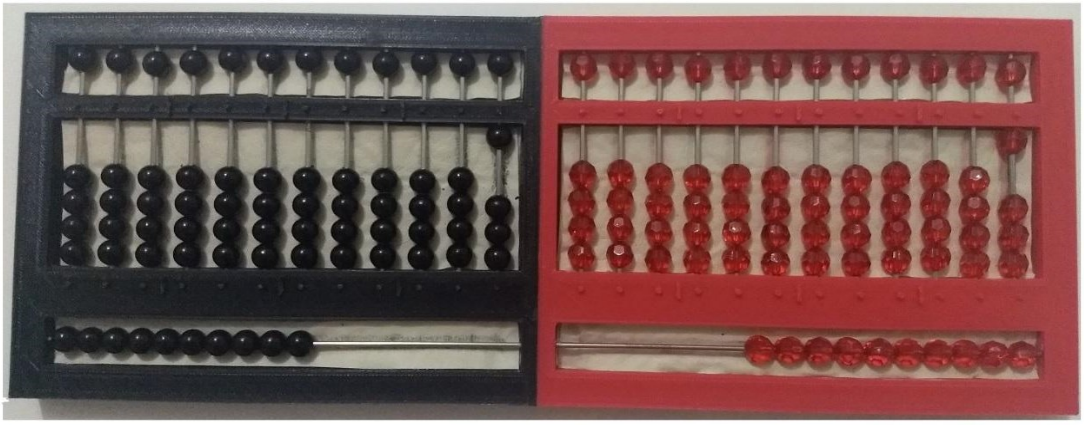
Nesse sentido, é a interpretação dos sinais de adição e subtração como ações de acrescentar e tirar nos lados do material que tem carga simbólica, sobretudo no contexto de compreender a multiplicação como adição de parcelas iguais que fará com que seja possível identificar a movimentação dos resultados no lado positivo e negativo do material. E acrescentando e tirando contas (bolinhas/esferas), sempre na primeira classe do lado positivo ou negativo conforme a natureza do número, é que poderá ser utilizada a ideia do equilíbrio ou a ideia de cancelamento entre uma quantidade negativa e positiva, ou seja, a ideia de destruições mútuas dos chineses.

Após a ação descrita anteriormente, é possível fazer a leitura e ter compreensão da operação como um todo, graças ao registro duplo do primeiro número na primeira classe e sua alteração para a obtenção do resultado. Entretanto, salientamos que no material não é registrado o símbolo operatório +, -, x e ÷, o estudante deve memorizar ou ter anotado em paralelo a operação realizada, além de interpretar estes símbolos como operações e, consequentemente, em ações de acrescentar ou tirar bolinhas, quebradas ou lisas. Os símbolos predicativos, que qualificam a natureza e estado do número e, que matematicamente são representados por + ou - antecedendo o numeral para representar, respectivamente, números positivos e negativos são registrados no material *Soroban dos Inteiros*, somente através de lugares simbólicos, ou seja, o lugar do registro é que caracteriza uma parcela ou resultado como positivo ou negativo. No lado direito do material, registramos parcelas e resultados positivos, do lado esquerdo negativos.

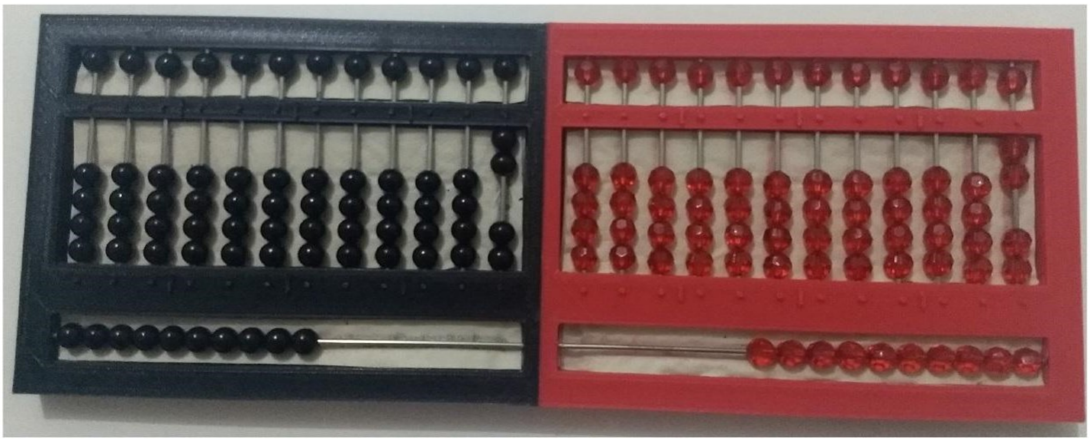
A seguir, exemplificamos os registros e movimentações realizadas no *Soroban dos Inteiros*, apresentando exemplos de operações. Na Figura 10, podemos observar dois registros distintos de representação do zero utilizando a ideia de *destruições mútuas* ou de cancelamento, registros nas primeiras classes dos lados positivo e negativo. Temos numericamente: (+1) + (-1) = 0 e (+2) + (-2) = 0.

Figura 10 - Representações de zero no Soroban dos Inteiros

(+1) + (-1) = 0



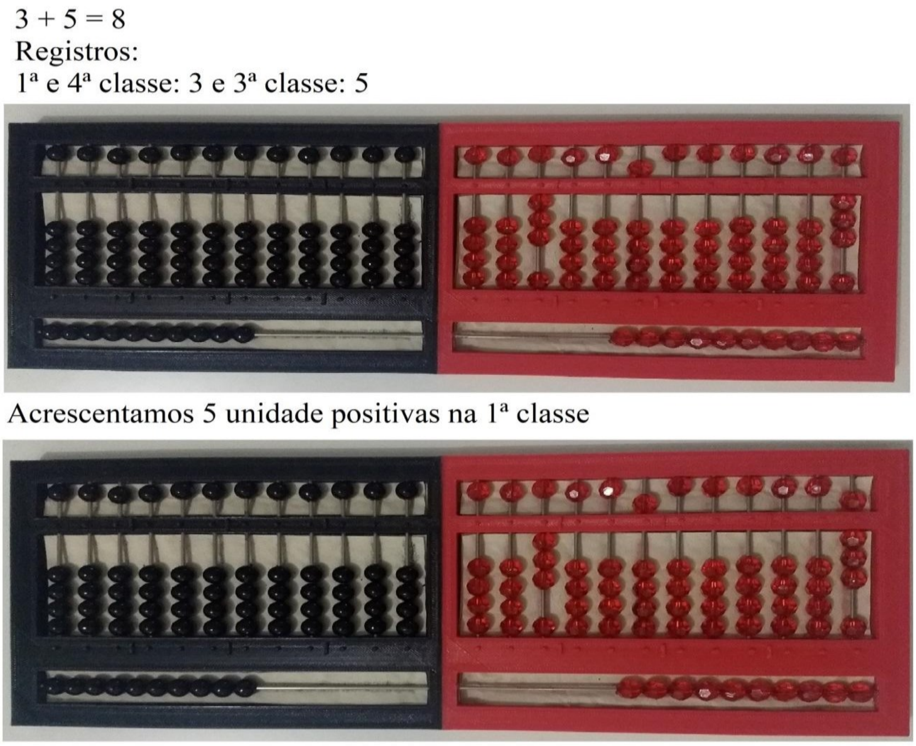
(+2) + (-2) = 0



Fonte: Autoria própria (2019)

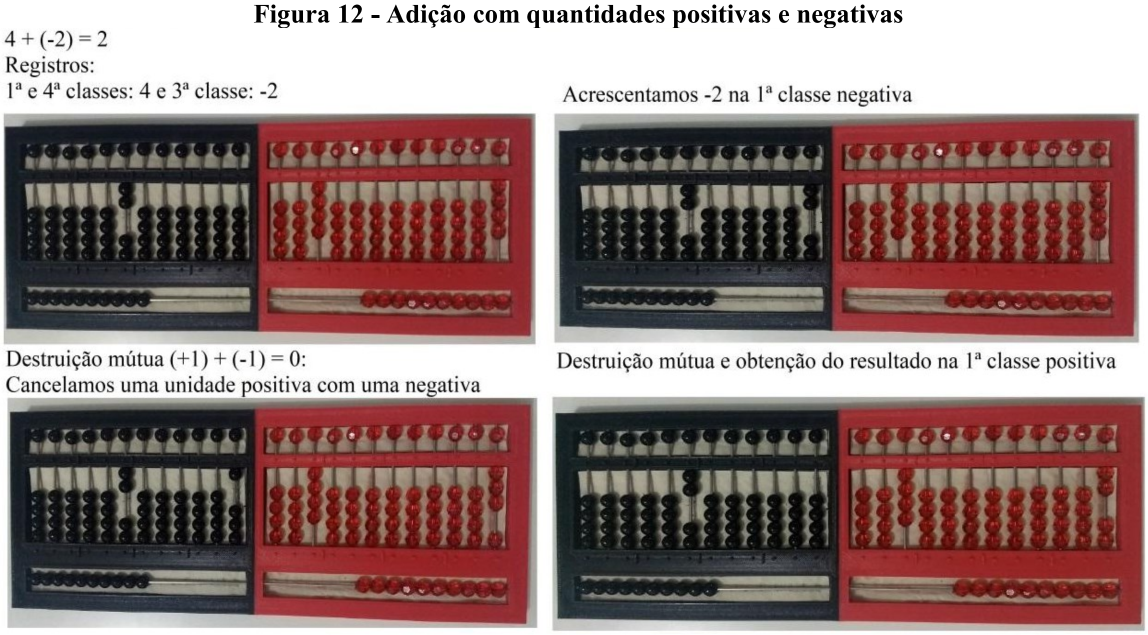
Na sequência, apresentamos o passo a passo das movimentações, para a resolução das operações 3 + 5 = 8, na Figura 11 e 4 + (-2) = 2, na Figura 12. As movimentações, são de acrescentar quantidades positivas na operação 3 + 5 = 8 e na operação 4 + (-2) = 2 de acrescentar quantidades negativas e cancelar unidades positivas com negativas, por *destruição mútua*.

Figura 11 - Adição com quantidades positivas



Fonte: Autoria própria (2019)

Figura 12 - Adição com quantidades positivas e negativas

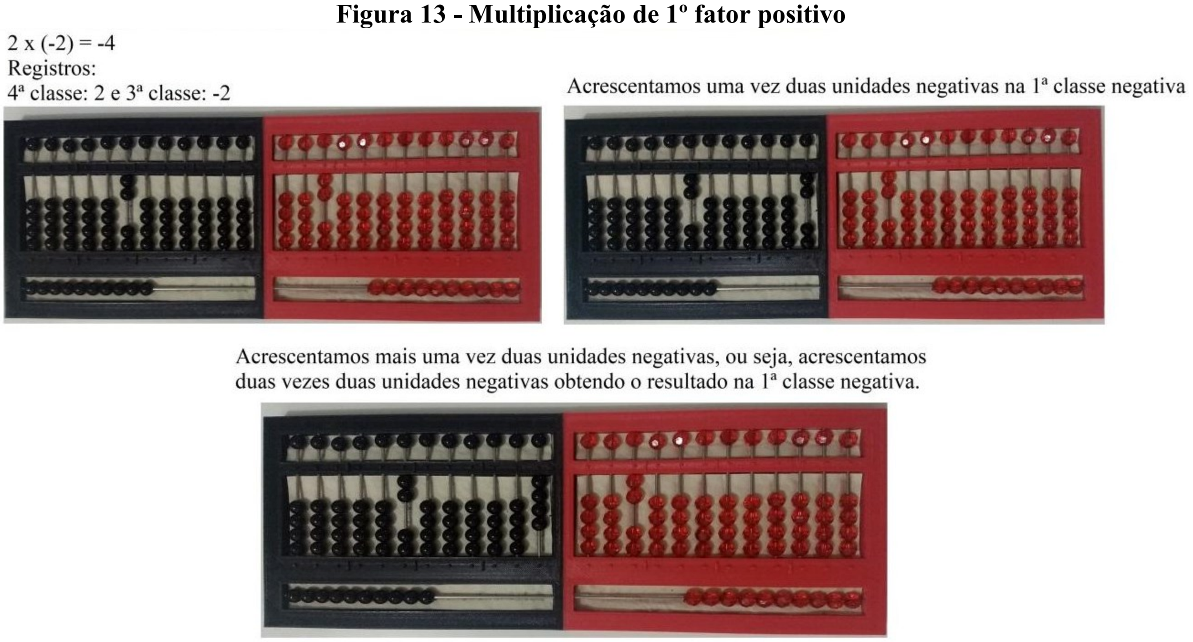


Fonte: Autoria própria (2019)

Os registros e movimentações nas operações de subtração, são similares às demonstradas acima, porém com o sentido de retirar quantidades positivas ou negativas e usar o cancelamento de unidades positivas com negativas por *destruição mútua* para obter resultados. Conforme exemplificado acima, orientamos que para as operações de adição e subtração o registro da 1ª parcela seja efetuado simultaneamente na 1ª e 4ª classe (conforme indica o quadro 3), isso fará com que após seja alterada a 1ª classe para a obtenção do resultado, a 1ª parcela se mantenha anotada na 4ª classe para leitura da operação e seu resultado.

Para exemplificar a operação de multiplicação, com o sentido de repetição de quantidades, temos as operações $2 \times (-2) = -4$ e $(-2) \times (+1) = -2$, na Figura 13 e 14, respectivamente.

Figura 13 - Multiplicação de 1º fator positivo



Fonte: Autoria própria (2019)

Figura 14 - Multiplicação de 1º fator negativo

Fonte: Autoria própria (2019)

Na operação de divisão, utilizamos o princípio de dividir uma quantidade em partes iguais, usando a reta numérica do material para realizar separações de até 10 quantidades, quando dividendo e divisor são positivos. Nesse caso, empregamos o mesmo registro do soroban tradicional. Registramos o dividendo na 4ª classe e repetimos ele na 3ª classe, o divisor registramos na 2ª classe e o quociente na 1ª classe. A partir das movimentações realizadas na 3ª classe ficará registrado o resto.

Para a divisão de quantidades, envolvendo um ou dois números negativos, utilizamos o raciocínio da multiplicação ser a operação inversa da divisão, então, por meio de estimativas e testes, calculamos uma multiplicação em que o divisor é um dos fatores que multiplicado pelo resultado procurado da divisão é o dividendo. Para calcular $(-8) \div (+2)$, precisamos pensar na operação inversa $(+2) \times (?) = (-8)$, estimando que o número (-4) é o resultado da divisão. Pois, calculando no material $(+2) \times (-4)$ chegaríamos a (-8), o dividendo.

A representação numérica dos números inteiros, por meio de registros com as contas (bolinhas/esferas) e suas alterações no *Soroban dos Inteiros*, somadas a intervenções do professor referente às ideias operatórias de acrescentar, tirar, acrescentar ou tirar grupos de mesma quantidade e dividir em grupos iguais favorece que o aluno cego atribua significado aos números inteiros e suas operações. Embora, tenhamos construído o *Soroban dos Inteiros* para ser manipulado por cegos, ele também apresenta fácil manipulação e visualização (por meio de cores) para videntes e, desta forma, pode ser utilizado em sala de aula com todos os estudantes. Justificamos e salientamos esta possibilidade, devido ao material e os encaminhamentos para seu uso terem sido desenvolvidos para promover a significação dos números inteiros tanto à estudantes cegos quanto videntes, já que se trata do ensino por meio de material didático manipulável, que na literatura evidencia-se como um potencial para a aprendizagem de ambos.

5.1 TAREFAS PARA USO DO SOROBAN DOS INTEIROS

O diagnóstico inicial (Apêndice A), foi formulado com questões que permitissem avaliar se o participante compreende a lógica conceitual e operatória dos números inteiros, para então, após as intervenções com o material e os encaminhamentos para seu uso, analisar as contribuições do mesmo.

Salientamos, que as demais intervenções pedagógicas, são compostas de tarefas e encaminhamentos para a utilização do material manipulável para a significação de números inteiros, às quais não chamaremos de roteiro de tarefas nem de sequência didática, por entender que se trata de uma proposta de ensino que não necessariamente precisa ser seguida integralmente e sequencialmente em outras intervenções pedagógicas. Entendemos que o contexto de intervenção, modifica as ações pedagógicas necessárias para o ensino.

As tarefas e encaminhamentos, foram desenvolvidas em resposta ao último objetivo específico desta pesquisa, *estudar encaminhamentos que possibilitem a compreensão dos números inteiros e suas operações envolvendo o material manipulável*.

Optamos por elaborar tarefas sem contextualizações cotidianas e aplicações em situações de dívidas, saldos, termômetros, altitudes, profundidade e fusos horários em concordância com os apontamentos dos autores Lins e Gimenez (1997), Pommer (2010) e Coelho (2005), que consideram estas abordagens como informais, às quais não justificam e nem exploram a natureza das quantidades resultantes das operações, principalmente na operação de multiplicação. Entretanto, sabendo que problemas são apresentados na sala de aula com aplicações em situações como as citadas anteriormente, e incluímos questões desse tipo somente no diagnóstico da pesquisa para identificar o desempenho dos estudantes em questões interpretativas, envolvendo adições e subtrações com números positivos e negativos. Assim, buscamos saber qual a compreensão e tratamento dado a questões com sinais predicativos (de natureza) e com operatórios e se os estudantes aplicam isso de maneira correta em problemas com contexto.

Nesse sentido, caracterizamos nossa proposta de ensino a partir do que Pommer (2010), chama de modelo Físico/Geométrico, porém realizado em material manipulável para explorar e dar sentido às propriedades algébricas, realizadas em um contexto de movimento e de associações e diferenciações entre ações (operações) e estados (números positivos e negativos).

Evidenciamos que o padrão de registro adotado no uso do material, tem estreita relação com a movimentação das peças, pois, foram desenvolvidos para facilitar a compreensão das regularidades de operações com números inteiros. Nesse sentido, as situações apresentadas nas tarefas deverão ser subsidiadas por encaminhamentos e a mediação do professor quanto ao funcionamento do material, criação de questionamentos complementares e a busca de regularidades e padrões. Desta forma, o Quadro 4 descreve os conteúdos e objetivos de cada uma das tarefas, as quais estão no Apêndice B desse trabalho.

Quadro 4 - As tarefas a serem propostas, seus objetivos e os conceitos envolvidos

Tarefa:	Conceitos e conteúdos matemáticos:	Objetivos da tarefa:
Tarefa 0- Diagnóstico inicial	Uso de símbolos para representar quantidades positivas e negativas e operações; Comparação e ordenação de números inteiros; Operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros; Uso da regra de sinais; Resolução de problemas envolvendo situações concretas de quantidades positivas e negativas.	Verificar se o estudante: Representa sentenças matemáticas utilizando corretamente símbolos operatórios e predicativos; Comparar e ordenar quantidades positivas e negativas; Opera com quantidades positivas e negativas, aplicando a lógica ou equivalência operatória. Utiliza a regra de sinais na multiplicação e divisão de inteiros; Resolve situações interpretativas de significados concretos como aumentar, diminuir, sobrar e faltar.
Tarefa 1- Usando o material para representar números e realizar operações matemáticas	Estrutura do material e o uso do sistema posicional; Registro de números naturais; Operações com números naturais;	Conhecer o material, reconhecendo seus elementos, seu funcionamento e as possibilidades de registro numérico; Efetuar por meio de orientações: registros e operações com números positivos; Empregar diferentes estratégias para realizar operações usando o *Soroban dos Inteiros*, explicitando seu entendimento sobre a ação operatória com os números;
Tarefa 2: Que números são esses?	Representação dos números negativos a partir da necessidade de resolver subtrações em que faltam quantidades; Atribuição de significados aos números negativos; Existência e diferenciação de sinal operatório de sinal predicativo (de natureza);	Atribuir o significado de falta às quantidades negativas ao explorar e representar os resultados dos movimentos de subtrações; Atribuir significado a quantidades negativas expressas pelo sinal predicativo de menos;

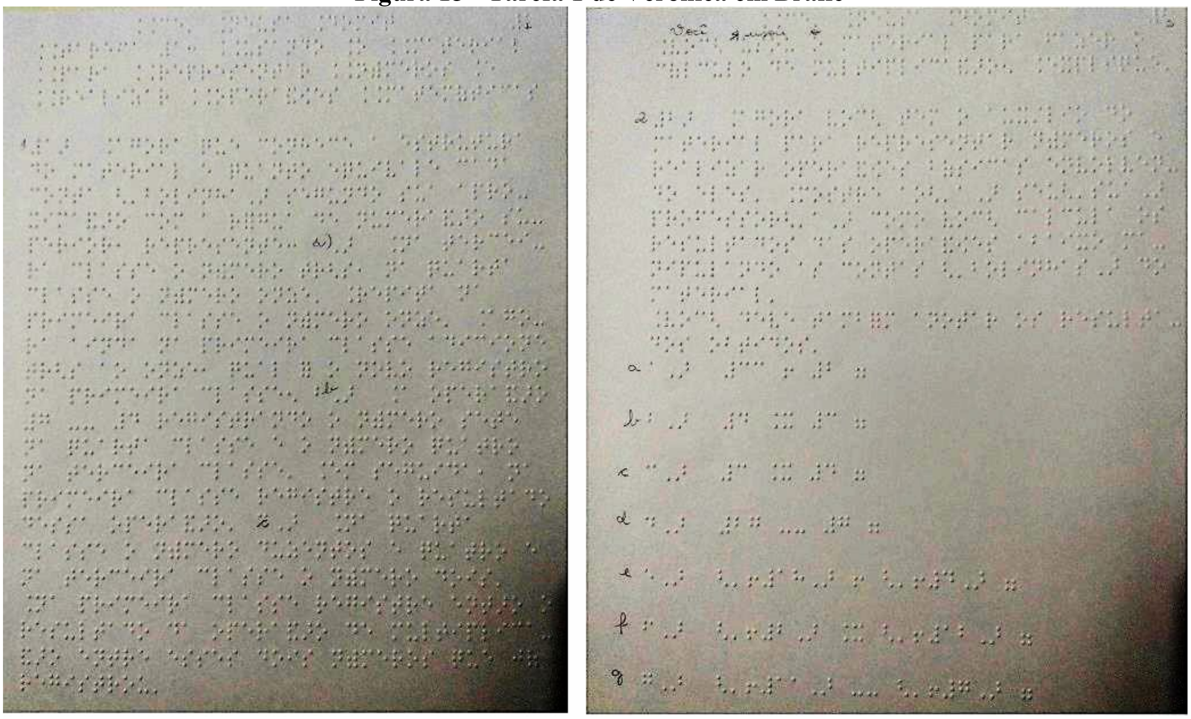
	Notação e uso de parênteses para evidenciar e separar sinais operatórios e predicativos.	Diferenciar e empregar corretamente os dois usos dos símbolos + e -;
Tarefa 3: Qual é maior, qual é menor?	Comparação entre números positivos ou negativos; Diferença ao se comparar valor absoluto e quantidade; Uso das desigualdades < (menor que) e > (maior que); Comparação de números inteiros na reta numérica; Correlação entre distância unitária de zero e o módulo ou valor absoluto de um número.	Comparar números positivos e negativos analisando quantidades e estados; Comparar números positivos e negativos em relação a seu posicionamento de zero; Associar a distância de um número a zero com os conceitos de números simétricos e módulo.
Tarefa 4: O zero no material	Uso da regra do cancelamento, da simetria e das *destruições mútuas* entre positivos e negativos; A infinidade de representações distintas de zero; Papel do zero nos inteiros; A infinidade de representações distintas de quantidades utilizando a regra do cancelamento e números das duas naturezas.	Representar distintos zeros a partir da ideia do cancelamento; Compreender o papel do zero como origem dos números positivos e negativos; Representar diferentes quantidades tanto positivas quanto negativas a partir de zeros ou uma quantidade estabelecida.
Tarefa 5: Adição com números inteiros	Adição envolvendo quantidades negativas e positivas;	Efetuar adições no material mediante a *ação de acrescentar* quantidades, sejam elas positivas ou negativas; Realizar reduções mútuas entre positivos e negativos para obter resultados; Compreender que adicionar um número negativo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo valor absoluto; Compreender que adicionar um número positivo equivale a adicionar o número positivo com o mesmo valor absoluto;
Tarefa 6: Subtração com números inteiros	Subtração envolvendo quantidades negativas e positivas;	Efetuar subtrações no material mediante a *ação de retirar* quantidades sejam estas positivas ou negativas; Realizar reduções mútuas entre positivos e negativos para obter resultados; Compreender que subtrair um número negativo equivale a adicionar o número positivo com o mesmo valor absoluto;

		Compreender que subtrair um número positivo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo valor absoluto;
Tarefa 7: Multiplicação com números inteiros	Conceito de multiplicação como repetição de parcelas ao invés de adição de parcelas iguais; Multiplicações envolvendo quantidades negativa e positivas; Uso das propriedades algébricas das tarefas 5 e 6.	Empregar o conceito de multiplicação como repetição de parcelas adicionando ou retirando parcelas de números positivos ou negativos; Associar as ações de adicionar e retirar as transformações de sentidos e a regra de sinais; Identificar a relação entre a ação de retirar parcelar ao fato de ter que ter determinada quantidade; Compreender que para retirar é necessário acrescentar quantidades mediante zeros; Buscar regularidades (regra de sinais) analisando as transformações de sentido entre a multiplicação e seu resultado.
Tarefa 8: Dividindo números inteiros	Divisão como operação inversa a multiplicação; Aplicação da regra de sinais.	Compreender a divisão como operação inversa da multiplicação; Utilizar as regularidades da tarefa 7 ao efetuar operações inversas.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2019)

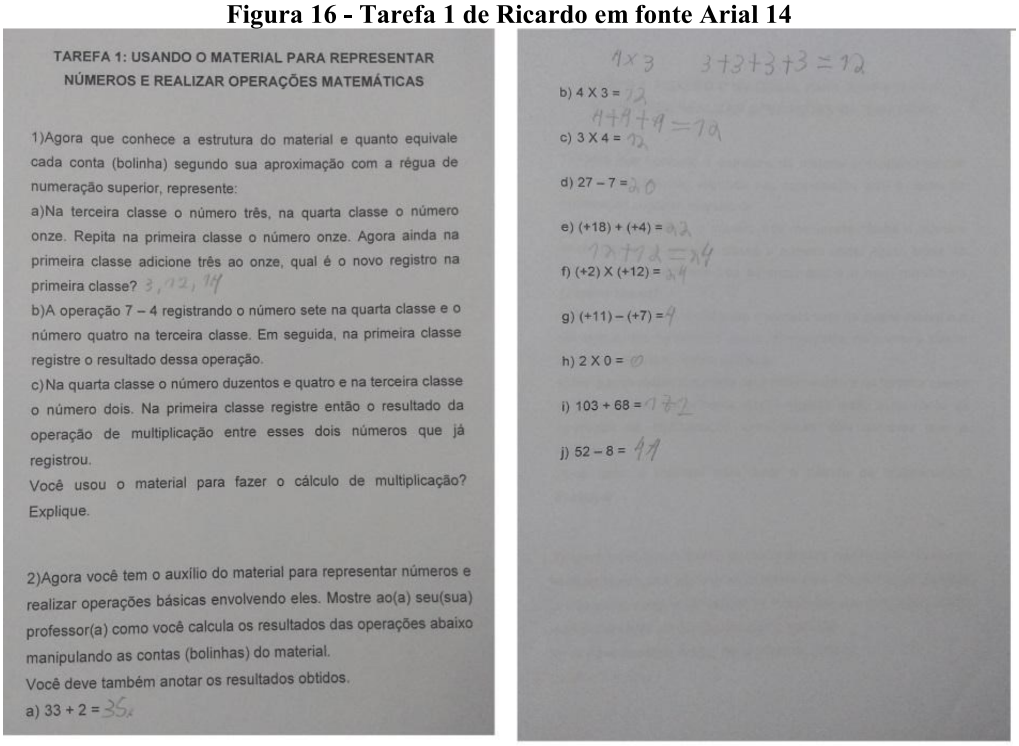
As tarefas, direcionadas à abstração, a generalização e a significação dos conceitos e operações de números inteiros, e encaminhamentos, propostos aos participantes (estudantes), que serão elucidados em consonância com as análises e reflexões do desenvolvimento das tarefas com os estudantes, foram desenvolvidos para o uso do *Soroban dos Inteiros* por meio de manipulações e representações no material, a fim de que os estudantes respondessem os questionamentos propostos oralmente e em questões impressas. No caso de Verônica, as tarefas foram impressas em braile em impressora específica. Já para Ricardo, as tarefas foram formatadas em fonte Arial tamanho 14. As respostas dos estudantes foram orais e escritas em formas de anotação nas tarefas impressas, com a estudante cega fazendo uso da máquina braile para registrar suas soluções. As Figuras 15 e 16 mostram algumas questões e registros dos alunos.

Figura 15 - Tarefa 1 de Verônica em Braile



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Figura 16 - Tarefa 1 de Ricardo em fonte Arial 14



TAREFA 1: USANDO O MATERIAL PARA REPRESENTAR NÚMEROS E REALIZAR OPERAÇÕES MATEMÁTICAS

1)Agora que conhece a estrutura do material e quanto equivale cada conta (bolinha) segundo sua aproximação com a régua de numeração superior, represente:

a)Na terceira classe o número três, na quarta classe o número onze. Repita na primeira classe o número onze. Agora ainda na primeira classe adicione três ao onze, qual é o novo registro na primeira classe? 3, 12, 14

b)A operação 7 – 4 registrando o número sete na quarta classe e o número quatro na terceira classe. Em seguida, na primeira classe registre o resultado dessa operação.

c)Na quarta classe o número duzentos e quatro e na terceira classe o número dois. Na primeira classe registre então o resultado da operação de multiplicação entre esses dois números que já registrou.

Você usou o material para fazer o cálculo de multiplicação? Explique.

2)Agora você tem o auxílio do material para representar números e realizar operações básicas envolvendo eles. Mostre ao(a) seu(sua) professor(a) como você calcula os resultados das operações abaixo manipulando as contas (bolinhas) do material.

Você deve também anotar os resultados obtidos.

a) 33 + 2 = 35

1x3 3+3+3+3=12

b) 4 X 3 = 12

4+4+4=12

c) 3 X 4 = 12

d) 27 – 7 = 20

e) (+18) + (+4) = 22

12+12=24

f) (+2) X (+12) = 24

g) (+11) – (+7) = 4

h) 2 X 0 = 0

i) 103 + 68 = 172

j) 52 – 8 = 44

Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Caracterizamos as tarefas e encaminhamentos como: orais e/ou escritas e exploratórias, devido às questões que usam o material visarem a promoção de abstrações e generalizações do conteúdo. Matematicamente, objetivamos com as tarefas e encaminhamentos, abordar com o uso do material manipulável o conceito de número inteiro como um novo campo numérico distinto dos naturais, a simbologia e representação numérica de números negativos e positivos, a ordenação e comparação de números inteiros e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros. Apresentamos na seção que segue, os resultados obtidos com o desenvolvimento das tarefas pelos estudantes Verônica e Ricardo.

6 REFLEXÕES SOBRE O USO DO MATERIAL SOROBAN DOS INTEIROS

Neste capítulo, apresentamos reflexões sobre a intervenção, realizada com o *Soroban dos Inteiros*, no sentido de expor os resultados obtidos mediante os encaminhamentos e tarefas adotadas. Essas reflexões, são embasadas no referencial construído no trabalho e na metodologia adotada com a análise dos dados em categorias. Destacamos que as afirmações daquilo que se constatou, que os estudantes já faziam ou sabiam, refere-se aos dados coletados com o diagnóstico inicial (tarefa 0, Apêndice A).

Assim, buscamos evidenciar quais são as contribuições do material na compreensão dos números inteiros, considerando: a adaptação do material; tipos de movimentação, registros e argumentos que emergiram do seu uso; os encaminhamentos propostos para uso do material com as tarefas e o significado atribuído aos números inteiros e suas operações. Iniciamos discutindo aspectos relacionados aos tipos de movimentos, registro e argumentos desencadeados pela utilização do material *Soroban dos Inteiros*.

6.1 TIPOS DE MOVIMENTOS, REGISTROS E ARGUMENTOS

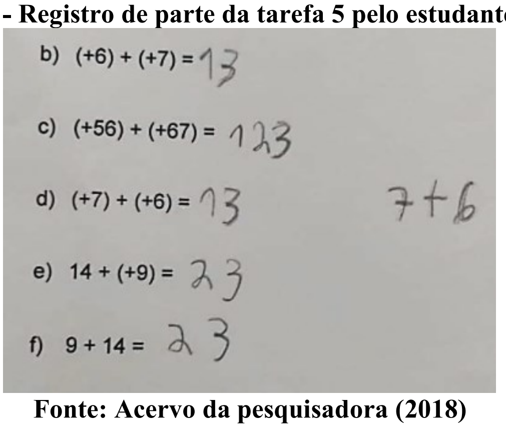
Nessa seção, buscamos avaliar a partir do desenvolvimento das tarefas com Verônica e Ricardo, como ocorreu a vinculação das operações de adição, subtração e multiplicação com números inteiros com as movimentações realizadas no *Soroban dos Inteiros*. Assim, apresentamos excertos que evidenciam quais movimentos, registros e argumentos dos alunos, oriundos do uso do material com as tarefas, revelam um caminho para a compreensão conceitual dos números inteiros e de suas operações. Mais especificadamente, buscamos investigar se os estudantes conseguem converter as operações em movimentos usando simultaneamente os dois lados do *Soroban dos Inteiros*, ou seja, operando com registros de quantidades positivas e negativas.

Em todas as intervenções, Verônica se organizou e orientou lendo as tarefas na folha impressa em braile, registrando os números no material, movimentando as *bolinhas lisas e quebradas* e digitando na máquina braile Perkins as respostas obtidas, tudo isso com as mediações da professora/pesquisadora.

Após a recomendação de efetuar todas as operações das tarefas no material, a aluna iniciou a leitura da tarefa 5 e das operações a serem realizadas, registrando rapidamente a primeira operação, a qual ao invés de ler 18 + (-18), leu e registrou (-18) + 18, ou seja, 18 positivo na 4ª classe e 18 negativo na 3ª classe. Questionada sobre o que significava esta operação, a estudante respondeu: *Não sei*, *eu tenho que tirar o menos 18 do, não. Eu tenho que fazer menos 18 mais, mais 18*. Na sequência, Verônica foi questionada se realmente era isto que estava escrito na tarefa e, se invertesse, daria certo. Como detalharemos mais a frente, Verônica mesmo já tendo efetuado movimentações no material na tarefa 4 de representações de zeros a partir da adição de números opostos ou simétricos, afirmou não lembrar como efetuar o cálculo usando o material. Verônica precisava descobrir qual ação tomar no material para resolver tal cálculo, o que fez com que a pesquisadora propusesse outra adição com as duas parcelas positivas para que a estudante relembrasse dos registros que já havia feito nas intervenções anteriores e dos registros no próprio soroban tradicional. Esse fato, ressalta a importância do professor na introdução do material, recorrendo a aquilo que o estudante já sabe para que o mesmo faça descobertas e encontre soluções para aquilo que é proposto.

Neste momento de inversão de parcelas por Verônica, não discutimos a validade da comutatividade da operação de adição de inteiros, devido a ser o primeiro cálculo a ser realizado e o foco inicial ser a forma de registro e movimentos para o início das operações com inteiros. Porém, sugerimos que o professor, durante a intervenção da tarefa 5, problematize e teste operações realizando comutatividade, inclusive fazendo o aluno perceber a validade dessa propriedade nos inteiros. Os itens *e)*14 + (+9) e *f)* 9 + 14 da tarefa 5 (Figura 17), inclusive, foram propostos para fomentar discussões quanto a inversão de parcelas e a obtenção de resultados iguais. Quanto a esse fato, Verônica e Ricardo perceberam e comentaram os resultados iguais. Ainda, solicitamos que Ricardo reescrevesse a operação (+7) + (+6) de uma maneira mais simples, mas que obtivesse o mesmo resultado, Ricardo escreveu 7 + 6, conforme pode ser observado na figura 17.

Figura 17 - Registro de parte da tarefa 5 pelo estudante Ricardo



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Quanto à comutatividade, procuramos fazer as perguntas quanto aos cálculos 14 + (+9) e 9 + 14: *Chegamos no mesmo resultado, mas as operações são iguais? A maneira de operar* *ou o raciocínio muda?* Inicialmente, ambos os estudantes responderam que se tratava da mesma operação. Entretanto, quando associamos a operação à maneira de contar, mudaram de ideia afirmando que muda a ordem e no material a maneira de registro, mas que o resultado continua sendo o mesmo.

Os itens *b)* a *f)* da tarefa 5 (Figura 17) envolviam adições entre números positivos, com movimentações realizadas somente no lado direito do *Soroban dos Inteiros*. Adicionar números positivos é uma ação conhecida pelos estudantes, quando consideramos essa operação equivalente a adicionar números naturais. O que procuramos evidenciar nesse conjunto de questões é a diferença de sinal operatório e predicativo e o uso ou não do sinal predicativo de + para denotar quantidade positiva nos inteiros. Segundo Rodrigues (2009, p. 82) "graças à intuição dos símbolos, trazida pela inserção da álgebra na aritmética, o matemático do século XIX pode fazer a diferenciação entre os sinais (+ ou -) operatórios – aqueles que indicam ação – e predicativos – aqueles que qualificam um estado, positivo ou negativo".

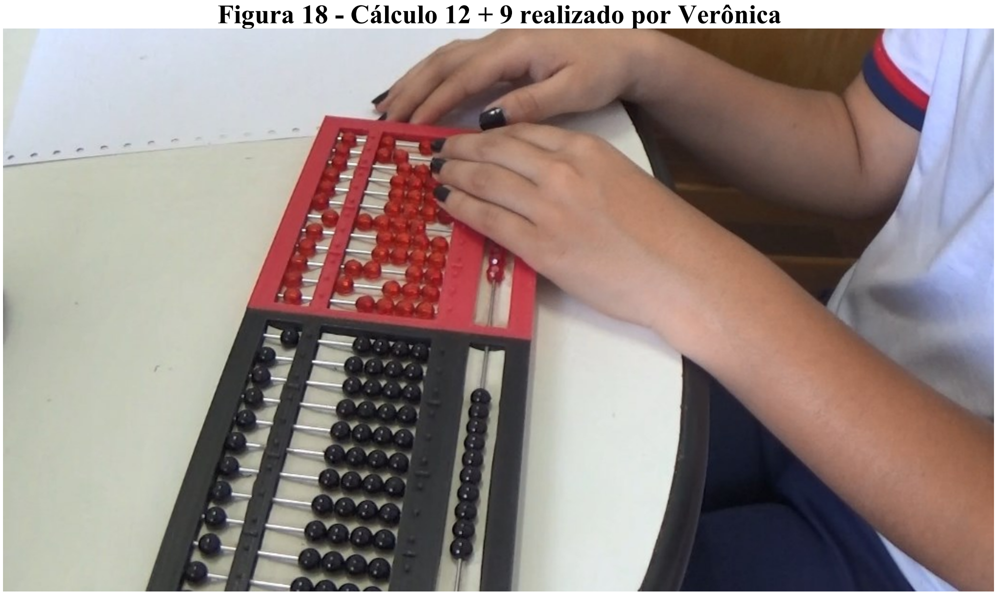
Ainda nos referindo aos itens *d)* a *f)* da tarefa 5 (Figura 17), percebemos que Ricardo compreende e utiliza os registros (+7) e 7 como representações do mesmo número. A compreensão de Verônica e Ricardo sobre a utilização ou não do sinal + para indicar um número positivo, foi identificada e discutida com os estudantes já no diagnóstico inicial e nas tarefas 1 e 2. Enquanto que a diferenciação entre sinais operatórios e predicativos, são abordadas intrinsicamente nas tarefas relacionadas as operações com inteiros.

Na intervenção de Verônica, a comutatividade foi utilizada várias vezes por ela. A estudante lia as operações e acabava por inverter a ordem das parcelas. Uma justificativa para isso pode estar associada a anotar no material sempre a última parcela lida. Isso pode estar vinculado as peculiaridades de leitura do braile pelos cegos, apontada por Anjos e Moretti (2019) como não global (não bidimensional) e linear, assim, como mais limitada, como indicado no documento de Saberes e Práticas da Inclusão (BRASIL, 2006) ao compararmos o campo visual com o tato (através da ponta dos dedos).

Ainda no item *a)* 18 + (-18) da tarefa 5, a estudante, ao perceber seu equívoco na leitura, identificou que precisava realizar uma soma de quantidades, mas, quando questionada sobre como fazer no material, respondeu que não sabia. Percebemos, que considerando operar com o material, a estudante não conseguiu significar a soma ou adição com a ação de juntar quantidades. Nesse sentido, recorremos a um cálculo não previsto na tarefa 5, $12 + 9$ (Figura 18), que a estudante poderia associar com os registros realizados no soroban tradicional. Seguimos buscando que ela encontrasse um método para adicionar quantidades no *Soroban dos Inteiros*, solicitando que explicasse o seu raciocínio para registrar a resposta 21. Seus registros na 1ª classe foram o 11, com uma bolinha quebrada na 1ª e 2ª haste, resultado da adição entre as unidades e o acréscimo da dezena da 1ª parcela (12) na 2ª haste. Percebemos, nesse momento, que Verônica aplicava o algoritmo usual de adição e usava inclusive o termo: *vai um para a reserva,* usando o material para registro e não como instrumento de contagem, uma constatação que referenciamos no *capítulo 1* em relação ao uso do Soroban para registros automáticos e a própria inserção do material *Soroban dos Inteiros* após o ensino por meio de algoritmos.

Quando associamos a explicação ao recurso de contar nos dedos, a estudante verbalizou uma contagem progressiva a partir da primeira parcela, similar ao que é recomendado nas instruções dos registros com a repetição da 1ª parcela da operação para operar a partir dela, dessa forma, justificamos o método de registro e a movimentação da adição para Verônica.

Figura 18 - Cálculo 12 + 9 realizado por Verônica



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Enfatizamos que a estudante efetuou o cálculo 12 + 9 dessa vez usando a correspondência e contagem um a um, inclusive representando a dezena após exceder 9 unidades, mas, na concepção de Verônica a outra forma, o cálculo mental, é mais rápido do que contar bolinha por bolinha, como evidencia o diálogo a seguir.

> ***Pesquisadora:*** Você acha que agora que você fez este último registro você não fez mentalmente?
> ***Verônica:*** Não, calculei bolinha por bolinha.
> ***Pesquisadora:*** E isso não é mental? Quando eu calculo usando os dedos, será que é cálculo mental?

> ***Verônica:*** É. Não sei o que eu quis dizer com isso. Mas, só que o outro é mais rápido de fazer.
> ***Pesquisadora:*** É a mesma coisa que fazer na calculadora, por exemplo?
> ***Verônica:*** Não.
> ***Pesquisadora:*** Porque não?
> ***Verônica:*** Porque na calculadora não é a gente que vai elaborar o resultado.

Percebemos que, intuitivamente, Verônica valida o *Soroban dos Inteiros,* como um instrumento de contagem ou de registro para cálculos mentais, pois, comparando seu uso ao de uma calculadora, ela coloca-se como sujeito ativo na elaboração de resultados. Entretanto, durante a realização de adições com números positivos, Verônica tendia a apresentar suas respostas por cálculos mentais ao invés de efetuar as operações no material. Segundo Fernandes et al. (2006), a utilização do soroban oferece a possibilidade de desenvolvimento do cálculo mental, além da agilidade, praticidade e raciocínio lógico para realizar cálculos. Acreditamos que nesse momento, a habilidade de Verônica em resolver cálculos mentais se sobressaiu como uma solução de resolver as questões apresentadas, não tornando o uso do material *Soroban dos Inteiros* imprescindível.

Como a operação 18 + (-18) é uma representação de zero, associamos esse primeiro cálculo às ideias da tarefa 4 (Apêndice B) de registrar zeros e números positivos e negativos, não deixando nenhuma das primeiras classes vazias, utilizando as destruições mútuas e o cancelamento para obter resultados. Propomos várias representações de números, retomando a ideia do zero como equilíbrio, dentre elas a representação de negativo dois (-2), em que Verônica representou como (-4) + (+2), como pode ser lido no excerto a seguir.

> ***Pesquisadora:*** Desse lado aqui (1ª classe negativa), temos 4 unidades negativas e aqui (1ª classe positiva) 2 positivas. Você lembra que a gente discutiu que uma bolinha positiva com uma bolinha negativa o que acontecia?
> ***Verônica:*** Ele fica zero.
> ...
> ***Pesquisadora:*** Reduza uma a uma, vá tirando, uma do lado positivo e uma do lado negativo, isso não é zero? Quanto ficou?
> ***Verônica:*** Sim. Menos dois.
> ...
> ***Pesquisadora:*** Reduzindo o um positivo mais o um negativo que é as bolinhas, então, uma bolinha quebrada mais uma bolinha lisa é zero. Estamos fazendo o equilíbrio.
> ...
> ***Verônica:*** Ah, agora acho que vou conseguir fazer a primeira continha.

Nesse excerto fica claro que, para a estudante, o processo de destruições mútuas e o cancelamento entre uma unidade positiva e outra negativa é que auxiliaram a encontrar o resultado da operação em estudo. A associação entre positivos e negativos e o equilíbrio entre os contrários para Lima e Moisés (1998), fazem parte do pensamento social da China, vinculado ao princípio Yin/Yang, em que “Nada existe na natureza sem o seu contrário [...] existem aos pares pois a todas correspondem aspectos opostos, contrários, formando unidades de contrários. E estes contrários em unidade coexistem na forma de movimento” (LIMA; MOISÉS, 1998, p. 14). Assim, é o movimento em sentidos opostos, entre os contrários (positivos e negativos), que permitem as destruições mútuas e o zero oriundo de equivalências no material.

Na intervenção de Ricardo, o primeiro cálculo 18 + (-18) da tarefa 5 foi feito imediatamente com ele dizendo: *Já sei o resultado, é zero*. Porém, seguimos problematizando como efetuar esse cálculo no material, então, rapidamente, Ricardo sem nenhuma orientação, registrou 18 positivo na 1ª classe positiva e 18 negativo na 1ª classe negativa. Aproveitamos seu registro para expor as regras de registros de repetir a primeira parcela na 4ª classe e a segunda na 3ª classe. Na figura 19, podemos observar a resolução de Ricardo no *Soroban dos Inteiros.*

Figura 19 - Operação 18 + (-18) realizada por Ricardo no Soroban dos Inteiros

Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Ao contrário de Verônica, Ricardo vinculou a operação de soma ou adição ao ato/ação de acrescentar. Acreditamos que isso foi possível porque no item expandindo ideias da tarefa 4, já havia efetuado adições no material. Entretanto, queríamos que o estudante realizasse e explicasse o que deveríamos fazer no material para obter o resultado, já que os registros estavam realizados e, para isso, desenvolvemos o seguinte diálogo.

> ***Pesquisadora***: Como eu posso acrescentar no material 18 negativos (-18)? Onde será que vou acrescentar? Como posso fazer o registro?
> Está aqui, como você fez? (se referindo as 18 unidades negativas na 1ª classe, registro inicial do aluno).
> ...
> Você vai acrescentar menos 18 (-18) aqui. E agora o que está representado no material?
> ***Ricardo***: Zero.
> ***Pesquisadora***: Porque que é zero?
> ***Ricardo***: Porque a adição de dois números iguais, sendo um positivo e outro negativo, o resultado é zero. Os dois se anulam.

Na última frase do excerto, percebemos que Ricardo estruturou uma conjectura sobre a adição de dois números inteiros e opostos de uma maneira abrangente e geral, fez uma abstração a partir do que já havia experimentado (manuseado). Tal fato, corresponde a uma recomendação de Moysés (2012), em que ao fazemos uso de materiais didáticos manipuláveis, os pensamentos devem passar da forma figuro-concreta (representações e ações no material), para o pensamento lógico-conceitual.

A partir desses episódios foi possível mostrar que, para chegar aos resultados dos cálculos (quando alguma das primeiras classes fica vazia), deve-se recorrer a ideia de cancelamento a partir do zero como equilíbrio, ato de anular e cancelar unidade positiva com negativa. As explorações no material descritas anteriormente, permitiram que Verônica e Ricardo resolvessem o primeiro cálculo.

Percebemos ainda que, equivocadamente, Ricardo, continuando sua adição um a um, representou o 11 como 20 na tarefa 5 item *o)* – 3 + (+11), confundindo o registro de posição de unidade e dezena no *Soroban dos Inteiros*. Sua principal dificuldade foi quando as operações excediam 9 unidades ou 9 dezenas, pois continuava adicionando na haste da ordem maior. Isto acabou por revelar a dificuldade de Ricardo em usar o sistema posicional na hora de operar quantidades representadas unitariamente. Verônica também precisou em vários momentos de auxílio na transição entre unidades e dezenas.

Segundo Fernandes et al. (2006), no uso do soroban é mais importante o conhecimento sobre o sistema de numeração decimal do que sobre as técnicas de uso. O domínio do sistema de numeração "é fundamental para a operacionalização no ábaco e soroban posteriormente" (FERNANDES, et al, 2006, p. 66). Consequentemente, devido nosso material *Soroban dos Inteiros* ser inspirado no ábaco dos inteiros e no soroban, concluímos que a compreensão sobre o sistema de numeração interfere em sua operacionalização. Contudo, acreditamos que o

Soroban dos Inteiros pode ajudar na constatação das dificuldades dos estudantes em relação ao sistema de numeração decimal e posicional.

Após o bloco dos itens de *a)* a *f)* de adições de números positivos da tarefa 5, perguntamos: *Até agora estávamos trabalhando com que tipo de operação e que tipo de número?* Os estudantes associaram estas questões a contar bolinhas a partir da primeira parcela. Perguntamos então, o que significa adicionar um número positivo à Verônica, que respondeu: *Somar um número positivo com um número que já tem ali*. Identificamos aqui a percepção da aluna quanto a regularidade de que adicionar um número positivo é equivalente a adicionar este número com valor absoluto.

A resposta de Verônica, baseada no uso do *Soroban dos Inteiros*, faz referência a regra *zheng/fu,* para adição de palitos da mesma cor, em que devemos acrescentá-los mutuamente. Dessa maneira, ao acrescentar as *bolinhas quebradas* no material mediante a regra dos matemáticos da Dinastia Han, Verônica utiliza o nexo conceitual de números inteiros, oriundo do cálculo com palitos, para adicionar números positivos (RODRIGUES, 2009).

Quanto às operações de adições entre positivos e negativos da tarefa 5, foram realizadas operações adicionando (como segunda parcela) negativos e também positivos. Então, para compreenderem o tipo de registro e de procedimentos para obter o resultado, associamos o item *g)* (+9) + (-7) às movimentações realizadas nas questões anteriores. Antes disso, permitimos que os estudantes explorassem e testassem seus raciocínios registrando aquilo que acreditavam ser uma forma de obter o resultado. Apresentamos a seguir a tentativa de Verônica, após ter registrado as parcelas da operação.

> ***Pesquisadora***: Como você vai obter o resultado?
> ***Verônica***: Diminuindo 7, não, somando 7, também não vai dar.

Verônica acabou desprezando o sinal operatório de +, associando a operação com uma subtração (operação equivalente ao adicionar um negativo). Seu argumento retrata a dificuldade em tomar uma ação para adicionar um negativo. Decidiu, então, adicionar 7 ao 9 na 1ª classe, chegando ao resultado equivocado de 15, ou seja, errou o procedimento e a adição. Logo, suas tentativas continuaram.

> ***Verônica***: 15. Não, não faz sentido!
> ***Pesquisadora***: Porque você acha que 15 não faz sentido?
> ***Verônica***: Porque tem menos 7. Faria sentido se fosse mais 7. Ah, já sei!

Na sua segunda tentativa, Verônica fez (-9) + (-7) = -15, obtendo o resultado incorreto, trocando a natureza do nove e substituindo o adicionar negativo sete, por subtrair sete. Acreditamos que estas tentativas com desprezos ou alterações de sinais, estejam vinculadas ao fato das operações anteriores, usarem somente um lado do material. Aqui, a estudante passou pelo obstáculo destacado nos PCN (BRASIL, 1998), em que a lógica dos naturais, que é a que conhece, é contrariada pela lógica dos inteiros.

Nas tentativas de Verônica, identificamos a dificuldade de realizar operações com números de naturezas distintas. Para Rodrigues (2009) e Lima e Moisés (1998), quando aprendemos a contar números naturais, intuitivamente contamos em movimento de mão única, ou seja, em um único sentido. Enquanto no contexto da simultaneidade de opostos no conjunto dos inteiros, devemos considerar as operações num movimento em dois sentidos, em mão-dupla. Claramente, Verônica modifica a operação para realizar contagens de quantidades de mesma natureza, o movimento que conhece e consegue realizar.

Nesse sentido, Verônica foi auxiliada para resolver a operação, conseguindo adicionar -7 na 1ª classe dos negativos, em seguida, retomamos a ideia das representações de números com as duas primeiras classes não vazias, situação a qual chegamos e, para resolvê-la, orientamos Verônica a usar as reduções (destruições) mútuas exploradas na tarefa 4.

Em sua primeira tentativa, Ricardo, ao resolver (+9) + (-7) na tarefa 5, adicionou -9 também na 1ª classe negativa. Questionado por que, mudou de ideia, afirmando não poder fazer isso, pois, a primeira parcela era +9 e a segunda -7, o estudante verbalizou todo seu raciocínio para efetuar a operação, como pode ser lido no excerto a seguir.

> ***Ricardo***: Vai dar uma coisa que eu não sei.
> ***Pesquisadora***: Não sabe?
> ***Ricardo***: Não sei ainda!
> ***Pesquisadora***: Como adicionar o sete negativo no material?
> ***Ricardo***: Acrescentando aqui (colocando os dedos sobre a 1ª classe negativa). Acrescentando 5, 6 e 7 (contagem enquanto faz a representação de -7).
> Que dá para tirar esse desse, esse desse, esse desse, mas esse aqui é 5, então se eu tirar, vai ficar sobrando esses dois aqui (o +5 e +1, 6 positivo), mas eram 5, tirei um vão ficar 4 ainda, se eu tirar esse daqui com esse, sobra. Opa, 5 se tirar um, sobra 4. Tira esse daqui e esse daqui, esse daqui e esse, e esse. Deu, deu um!
> ***Pesquisadora***: Deu um?
> ***Ricardo***: Sim, ainda sobrou um negativo.

Por mais que em sua tentativa, Ricardo tenha obtido um resultado equivocado, evidenciamos que nesse excerto é possível acompanhar todas as movimentações feitas no material por ele, inclusive as trocas unitárias, o emprego das reduções mútuas em zeros até a transformação da adição de negativos em subtração, em que + (-) é equivalente a – (sinal operatório). Na figura 20, Ricardo realizava as reduções mútuas para obter o resultado da adição (+9) + (-7).

Figura 20 - Registro do momento que Ricardo inicia as reduções mútuas para chegar ao resultado

Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

A figura 20, mostra que para conseguir obter o resultado de uma operação com números inteiros é necessário que o estudante tenha a percepção visual ou tátil tanto das quantidades negativas como das positivas. Ao perceber e aplicar a relação entre essas quantidades com o pensamento de que cada bolinha/esfera têm mesmo peso e se *destroem* mutualmente, o estudante "estabelece os princípios de oposição e de equivalência" (RODRIGUES, 2009, p. 178). Ao realizar um movimento relacionando quantidades nos dois lados do *Soroban dos Inteiros*, o estudante compreende aspectos como a semelhança, a simultaneidade e a equivalência entre os números inteiros, aspectos substanciais desse conceito e, portanto, seus nexos conceituais (RODRIGUES, 2009).

Voltando seus registros, Ricardo obteve o resultado 2 positivo e percebeu a equivalência entre as operações (+9) + (-7) com 9 - 7, como pode ser lido no excerto a seguir.

> ***Ricardo***: Nossa, era só pensar 9 - 7 ia ser o 2. Se fosse menos aqui (apontando para a operação na tarefa) ia dar o mesmo resultado, mas seria negativo e não positivo.
> ...
> ***Pesquisadora***: Mas, por que negativo?
> ***Ricardo***: Porque o resultado ia ficar desse lado {*apontando para a 1ª classe negativa*} se fosse de menos.

Percebemos que Ricardo, vinculou o lado e, consequentemente, a natureza do resultado, ao sinal operatório, em que adicionar -7 a 9 resulta em 2 positivo, já subtrair negativo 7 de 9 resulta em 2 negativo, porém escreveu e evidenciou que 9 – 7 = 2. Essa vinculação de que a adição de inteiros é positiva devido a ter (+) entre as parcelas e a subtração de inteiros ser negativa por ter (–) entre as parcelas foi desaparecendo conforme as outras operações foram sendo feitas e analisadas. Assim como Verônica, Ricardo também associou a operação de adição de um número negativo a ação de retirar.

> ***Pesquisadora***: Qual a operação que a gente fez? Por mais que retiramos bolinhas, o que fizemos?
> ***Ricardo***: A gente cancelou os números.
> ***Pesquisadora***: Mas qual operação era?
> ***Ricardo***: 4 + (-9)
> ***Pesquisadora***: Primeiro a gente acrescentou, não foi isso?
> ***Ricardo***: Sim.
> ***Pesquisadora***: E depois?
> ***Ricardo***: Retiramos
> ***Pesquisadora***: Vamos ver se a outra vai funcionar igual?

No item *i)* da tarefa 5, Ricardo não aceitou facilmente que o resultado de 8 + (-3) seja 5, perguntando-se como isso era possível. Solicitamos que o aluno repetisse as movimentações a fim de que ele percebesse que o que fez foi retirar três unidades positivas. No excerto podemos ler sua conclusão.

> ***Pesquisadora***: Quando nós fizemos 8 + (-3) na verdade o que a gente fez então?
> ***Ricardo***: A gente fez exatamente. A gente ao invés de fazer uma conta de mais acabou transformando numa conta de menos, porque, positivo com negativo dá negativo.
> ***Pesquisadora***: Onde?
> ***Ricardo***: Jogo de sinais. Esse oito ele é positivo, mas não precisa estar com o símbolo para representar que ele é positivo e aqui está representando o número negativo (mostrando o -3). Mas por algum motivo ou circunstância, deu 5.

Ricardo identificou a transformação da operação de adição de negativos para uma subtração e tentou justificar o resultado aplicando na adição a regra de sinais para a multiplicação. A pesquisadora, argumentou se a regra aplicada estava funcionando para chegar ao sinal predicativo do resultado e Ricardo respondeu que não, então, realizamos o seguinte questionamento:

> ***Pesquisadora***: O que significa então eu adicionar um negativo? (mostrando na tarefa) É a mesma coisa que eu fazer o que?
> ***Ricardo***: Retirar
> ***Pesquisadora***: Muito bom! Retirar esse (apontando o 3) desse (apontando o 8).

Verônica teve mais dificuldade em observar a transformação das operações, como evidencia o excerto a seguir da análise do resultado de 78 + (-62):

> ***Pesquisadora***: Se fosse para a gente fazer de uma maneira mais fácil essa mesma conta, que desse o mesmo resultado, como poderíamos fazer?
> ***Verônica***: Ah... Não sei
> ...
> ***Pesquisadora***: Então quer dizer que se eu tiver 78 aqui (mostrando o registro da 1ª parcela), na verdade o que eu fiz com ele?
> ***Verônica***: Eu diminuí
> ***Pesquisadora***: Diminuiu quanto?
> ***Verônica***: 62. Ah tem que diminuir 62, 62 menos 78. Não, ao contrário, 78 menos 62.
> ***Pesquisadora***: E vai dar 16? Testa aqui (mostrando o *Soroban dos Inteiros*).

Mesmo precisando de mais tempo e outros estímulos para associar a adição de um número negativo como uma subtração, tendo suas mãos posicionadas sobre os registros para relembrar a ação que fez no material (Figura 21), a estudante conseguiu notar e expressar o movimento das operações.

Figura 21 - Observação tátil da operação 78 + (-62) por Verônica

Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Analisando os excertos anteriores, podemos afirmar que ambos os estudantes realizaram movimentos no *Soroban dos Inteiros*, utilizando o nexo conceitual de cálculos com *bolinha quebradas* e *lisas* mediante a regra zhen/fu. Ao adicionarem um número negativo, podemos observar, nas figuras 20 e 21 no posicionamento das suas mãos a redução mútua entre bolinhas/esferas diferentes. Na expressão de Ricardo, ao explicar o movimento realizado no material: *A gente, ao invés de fazer uma conta de mais acabou transformando numa conta de menos,* fica explícita a compreensão conceitual e a significação da operação de adição de um número negativo, visto que sua explicação converge para a definição formal de Caraça (1963, p.101) “somar um número negativo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo módulo”.

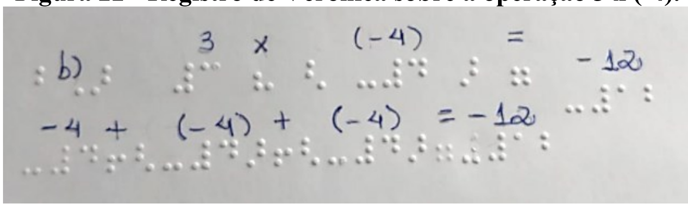
Na tarefa 7, questão 2, Verônica, após ler a operação do item *b)* 3 x (-4) e relembrar o significado da multiplicação como adição de parcelas iguais, sem nenhuma explicação, realizou sozinha o registro do três na 4ª classe do lado direito do material (lado positivo) e o negativo quatro, na 3ª classe do lado esquerdo (lado negativo). Ao resolver a operação 3 x (-4), Verônica, a partir dos questionamentos da pesquisadora, conseguiu justificar porque obteve - 12 como resultado.

> ***Pesquisadora:*** O que quer dizer mesmo a multiplicação?
> ***Verônica:*** Somar três vezes uma quantidade igual (se referindo a operação em estudo)
> …
> ***Pesquisadora:*** Quantas vezes você teria que repetir o menos 4?
> ***Verônica:*** Três. Só que é negativo o 4.
> ***Pesquisadora:*** Então onde você vai anotar?
> ***Verônica:*** Aqui (com a mão sob o lado esquerdo (negativo) do material)
> ***Pesquisadora:*** Então anota a 1ª (se referindo a parcela de -4). E se você anotar a segunda?
> ***Verônica:*** Vai ficar 8.
> ***Pesquisadora:*** Se você repetir mais uma?
> ***Verônica:*** 12. Então o resultado vai ser menos doze.
> …
> ***Pesquisadora:*** Na verdade o que você foi fazendo passo a passo no material?
> ***Verônica:*** Eu fiz três vezes o quatro. Só que a única diferença é que deu um resultado negativo, porque o quatro é negativo.
> ***Pesquisadora:*** Mas quando você foi alterando aqui, o que você fez?
> ***Verônica:*** Eu fui somando.
> ***Pesquisadora:*** Somando o que?
> ***Verônica:*** o quatro. É 4 + 4 + 4 (com as mãos sob a 1ª classe relembrando o movimento)
> ***Pesquisadora:*** Mas é quatro?
> ***Verônica:*** Não, é menos quatro.
> ***Pesquisadora:*** Você consegue escrever essa operação pra mim dessa maneira?

> ***Verônica:*** Menos quatro mais menos quatro mais menos quatro. (Escreveu: (-4) + (-4) + (-4) = - 12)

Percebemos que Verônica, realizou rapidamente as adições de parcelas negativas, somente anotando os múltiplos de -4, sem fazer uso da contagem um a um. Ao explicar o que fez no material, recorreu ao seu conhecimento de números naturais, reconhecendo que o que muda é o sinal. Mais adiante, aprofundou sua explicação e escreveu detalhadamente a operação que realizou ao movimentar as contas no material, fazendo uso de sinais predicativos e operatórios. A estudante conseguiu materializar as movimentações realizadas com a escrita da expressão -4 + (-4) + (-4) = - 12 (Figura 22).

Figura 22 - Registro de Verônica sobre a operação 3 x (-4).



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

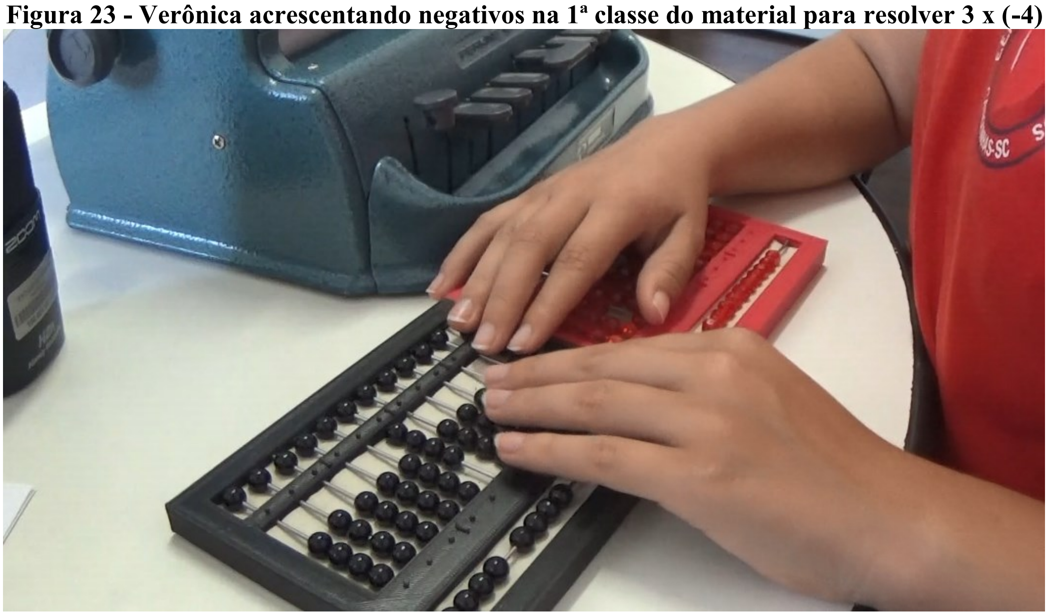
> ***Pesquisadora:*** Lembra lá o que significa adicionar um negativo?
> ***Verônica:*** Aumentar um positivo.
> ***Pesquisadora:*** Será?
> ***Verônica:*** Não. Diminuir um positivo.
> …
> ***Pesquisadora:*** De menos quatro para menos oito, aumenta?
> ***Verônica:*** Não, na verdade diminuiu. Ah, somar é igual a diminuir os negativos.

Após Verônica escrever a multiplicação como a adição de números negativos, a professora retomou seu significado. Constatamos a partir da afirmação: *Ah, somar é igual a diminuir os negativos*, que Verônica compreendeu que acrescentar um determinado número de vezes um número negativo, tornará o resultado menor e quanto mais parcelas negativas acrescentamos, mais negativo se torna o resultado. Na explicação do item *d)* 3 x (-2) da tarefa 7 usou a expressão: *É aumentar os negativos. É aumentar o valor que a gente já tem*. Por mais contraditório que pareça, é isso que aparece no material quando consideramos só as quantidades em valor absoluto e quando relacionamos superficialmente a adição ao comportamento somente de aumento (ou acréscimo).

Conforme o excerto anterior, no *Soroban dos Inteiros*, registramos as *bolinhas lisas* de quatro em quatro, ficando com doze, logo realmente aumentou a quantidade (se considerarmos o valor em módulo), porém do lado negativo. Devido ao acréscimo de *bolinhas lisas*, tem-se a falsa percepção de aumento, já que, segundo a regra *zheng/fu*, nas adições de quantidade de mesma natureza deve-se acrescentá-las mutuamente (RODRIGUES, 2009). Entretanto, ao comparar resultado e parcela teríamos, considerando a natureza das quantidades e a lógica dos inteiros negativos, a desigualdade $-12 < -4$. Buscamos esclarecer essa falsa percepção de aumento novamente no item *d)* 3 x (-2), realizando questionamentos similares aos do excerto anterior.

As resoluções apresentadas, permitem a discussão da multiplicação como um operador, que no caso dos números inteiros, também produz transformações de diminuição no resultado, assim modifica-se a noção de multiplicação, somente como aumento de quantidades. A partir das movimentações de acrescentar quantidades negativas no *Soroban dos Inteiros* para efetuar multiplicações, observamos de maneira concreta as transformações que mantem sua posição na região a que pertenciam (região do segundo fator da multiplicação). Para Teixeira (1993, p. 65), trata-se de repetir um mesmo número dentro da sua região em que “ao multiplicar negativo o resultado permanece na região negativa, valendo o mesmo para positivo”. Ao afirmar: *É aumentar o valor que a gente já tem,* Verônica faz referência a uma movimentação em mesma região, na classe negativa do material. Este fato pode ser ilustrado pela figura 23 abaixo.

Figura 23 - Verônica acrescentando negativos na 1ª classe do material para resolver 3 x (-4)



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Vejamos no excerto abaixo quais estratégias Ricardo utilizou para resolver a multiplicação (-2) x (-2) da tarefa 7, baseado nas explicações e orientações dadas pela pesquisadora, para efetuar multiplicação com o primeiro fator sendo um número negativo.

> ***Ricardo:*** Essa deve ser mais fácil, porque os dois números são negativos. Eu acho que já sei. Uma vez o dois. Mais uma vez o dois (se referindo a -2), já deu quatro, quatro negativo.
> ***Pesquisadora:*** Mas o que quer dizer esse -2 (o da multiplicação)?
> ***Ricardo:*** Negatividade
> ***Pesquisadora:*** Lembre de como você fez a anterior.

Percebemos que o erro do estudante está vinculado a não interpretar o (-2) x como retirar duas vezes o negativo dois, ideia oposta à quando o primeiro fator da multiplicação é positivo, em que se acrescenta tantas vezes.

> ***Pesquisadora:*** De qual lado você acha que vai ficar o resultado?
> ***Ricardo:*** Aqui (tocando no lado positivo do material).
> ***Pesquisadora:*** Por quê?
> Ricardo: Porque negativo com negativo vai dar positivo.
> …
> ***Pesquisadora:*** Quanto você precisa tirar?
> ***Ricardo:*** Duas vezes o dois.
> ***Pesquisadora:*** Quantas vezes o dois tem aqui? (mostrando o registro de -2 na 1ª classe que o estudante tinha feito).
> ***Ricardo:*** Uma.
> ***Pesquisadora:*** Então vai dar só para tirar uma. Quantas você quer tirar?
> ***Ricardo:*** Duas. Então, vai mais uma.
> ***Pesquisadora:*** Ah, então aqui no mínimo tem que ter? (mostrando o registro da 1ª classe dos negativos).
> ***Ricardo:*** Quatro.
> ***Pesquisadora:*** Mas não temos que iniciar com zero? O que tem que fazer?
> ***Ricardo:*** (O estudante registra 4 positivo no material).
> …
> ***Pesquisadora:*** Para retirar duas vezes o menos dois, o que tem que fazer?
> ***Ricardo:*** Tirar. Tiro uma, dois. Quatro positivo.

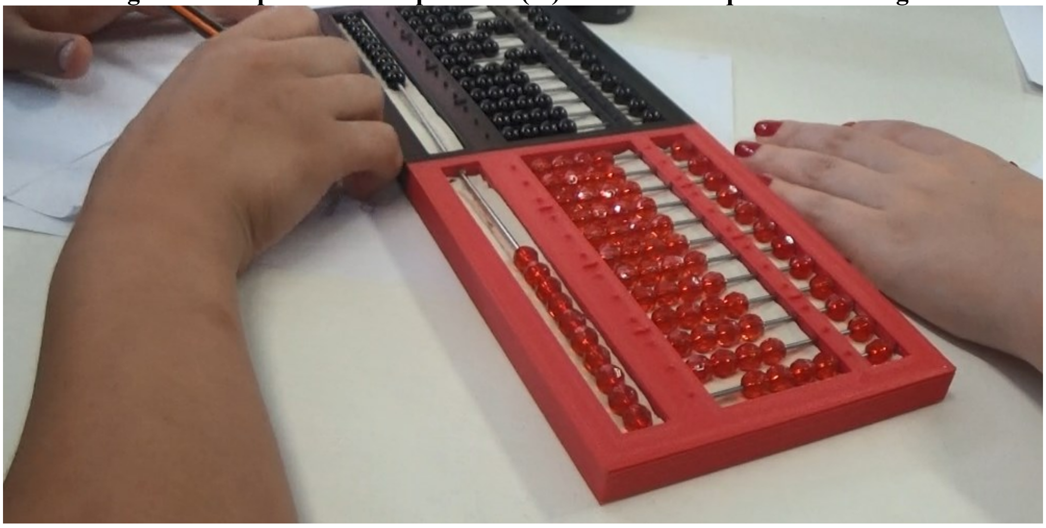
Após levantar uma conjectura sobre a possível resposta, percebemos que o estudante, através dos registros e movimentações, passou a testá-la. Através do diálogo estabelecido, verificamos que o estudante ainda precisou de auxílio para representar o zero, a partir do registro de quantidades nas primeiras classes do material. Entretanto, consideramos que mobilizar toda essa sequência de registros para depois operar (*a ideia de ter, registrar, para* *depois retirar*), é algo complexo e trabalhoso, ainda mais considerando que o estudante estava nos primeiros contatos com o material *Soroban dos Inteiros*.

O estudante, teve que desenvolver o pensamento e a ação de antecipação quanto ao registro, para só depois obter o resultado, para isto, é necessário a sequência das seguintes ações: registro padrão; nova representação de zero para ter quantidades suficientes para retirar; realização da operação com a retirada de quantidades; se preciso, realizar reduções mútuas até uma das primeiras classes zerar em quantidade; fazer a leitura da operação e do resultado obtido. Para Teixeira (1993, p. 65), “quando o operador multiplicativo é negativo não é possível simplesmente imaginar números que se multiplicam na mesma região, mas além disso, que o operador transforma o resultado obtido, mudando-o de região”. Essa transformação acontece no movimento de acrescentar quantidades positivas e negativas através da equivalência para representação de zero (Figura 24) para então poder retirar o operador multiplicativo e perceber a mudança de região (Figura 25).

Figura 24 - Representação de zero de Ricardo para poder retirar duas vezes dois negativos

Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Figura 25 - Operador multiplicativo (-2) e o resultado que muda de região



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Quando indagado sobre o que estava fazendo ao retirar duas vezes o negativo dois, Ricardo respondeu: *Adicionando*. O estudante identificou que o que fez para resolver a operação, foi na verdade adicionar, já que retirar o negativo é equivalente a adicionar o positivo desse número, ou ainda, "subtrair um número negativo equivale a somar o número positivo com o mesmo módulo" (CARAÇA, 1963, p. 101), conforme ambos os estudantes puderam perceber na tarefa 6.

Reescrevendo e movimentando a operação (-2) x (-2) como uma subtração: 0 - (-2) – (-2) em que 0 = (+4) + (-4), considerando o resultado (+4), e que se parte de zero, essa situação de subtração representa um aumento. Nesse caso, concordamos com Rodrigues (2009), quando afirma que, ao retirar quantidades negativas ou positivas pode ser mobilizado um conflito frente a imediata ação de associar a subtração à diminuição. A partir das movimentações provenientes das resoluções das tarefas 5, 6 e 7, identificamos que, ao comparar a primeira parcela da adição, o minuendo e o multiplicador com os resultados obtidos no *Soroban dos Inteiros,* conseguimos que os estudantes estabelecessem significados mais amplos para as operações de adição, subtração e multiplicação.

6.2 ADAPTAÇÃO DO MATERIAL E DAS SUAS REGRAS DE REGISTRO

Nessa seção, buscamos analisar se a forma de registro estabelecida para os estudantes e a configuração e *design* do material, auxiliou na compreensão dos números inteiros e, consequentemente, se os participantes da pesquisa se adaptaram ao registro criado para representar e manipular os números inteiros.

Evidenciamos que o *Soroban dos Inteiros,* por meio das tarefas, explora o sistema posicional decimal enquanto se adiciona e retira quantidades e se registra números. A tarefa 5, assim como as demais, permitiu identificar como o estudante faz uso do sistema posicional e que o material pode ser explorado para justificar argumentos como: vai um, vai para a reserva. Através do seu uso é possível explorar essas trocas e equivalências entre ordens, propondo outras operações. Assim, acreditamos que o Soroban dos Inteiros pode ser utilizado em diferentes séries e níveis cognitivos da formação de conceitos matemáticos (KALEFF, 2016), já que abrange conteúdos como: sistema posicional, números naturais e inteiros e suas operações.

Quanto ao material e aos registros padrões, explicitados na metodologia, evidenciamos seu potencial para tornar perceptíveis as transformações de operações com números de diferentes naturezas. Para Ricardo, essas percepções são baseadas na visão global dos registros, enquanto Verônica tem sua percepção pelo tato e de maneira fragmentada. A mesma diferença da leitura em tinta e em braile, olhos versos tato, se encontra presente no uso do material (LIMA, 2010; BRASIL, 2006). Para Verônica, identificar a transformação das operações foi necessário, algumas vezes, tatear novamente os registros e repetir as ações de acrescentar e retirar, situação similar a figura 21, entretanto, também foi necessário apontar alguns registros para Ricardo observar as transformações. Tal fato, evidencia que ambos, precisaram no decorrer da intervenção, de auxílio para compreender as operações.

O *Soroban dos Inteiros,* possibilita, ainda, que o estudante crie meios de registros e realize contagens facilitando as manipulações para obter os resultados. Tanto Verônica como Ricardo, orientados pela pesquisadora, fizeram uso de outras classes e até da reta numérica, para facilitar seus cálculos (nas tarefas 5 e 6), sem precisar utilizar outro material de apoio para complementar a intervenção com o *Soroban dos Inteiros.*

No decorrer da intervenção, Verônica, naturalmente, aplicou seus conhecimentos de registros do soroban tradicional no *Soroban dos Inteiros*, ao operar com números positivos. Percebemos que, quando ela operou com quantidades de natureza distinta, posicionava as mãos em ambos os lados do material, reconhecendo que a operação ia ser realizada nos dois lados do material simultaneamente. Consideramos isso, um indício de que a estudante se familiarizou e compreendeu a estrutura do material.

A partir da análise da tarefa 1, constatamos que as questões propostas ajudaram a identificar como a estudante cega se adaptou ao *Soroban dos Inteiros,* visto que ela já utilizava o soroban tradicional. Sua adaptação foi breve e fácil, somente explicitamos os novos padrões de registro. Identificamos, por meio dessa tarefa, que Verônica aplicou o cálculo mental somente para fazer o registro dos resultados no material, como discutido no *capítulo 2* deste trabalho. Porém, para compreender algumas das questões das tarefas operatórias, a estudante aplicou a correspondência um a um.

Para Ricardo, a tarefa 1 serviu para tomar conhecimento sobre os registros numéricos e os padrões de como registrar e efetuar as operações. Consideramos que, assim como Verônica, Ricardo, no decorrer das intervenções, também adquiriu maior autonomia para usar o material e realizar o que era solicitado. Por detalhar seus movimentos a cada operação, fazendo uso da correspondência um a um, foi possível perceber e auxiliar suas falhas quanto a compreensão sobre o sistema posicional, principalmente quando as unidades e dezenas a serem registradas excediam do valor nove (registro máximo em cada haste).

A partir da tarefa 3, identificamos a limitação na utilização da parte superior e inferior da régua de marcação do material, para a compreensão da comparação entre números inteiros. A partir do registro do estudante, ao comparar os números 5 e -3 (item *2) c)* da tarefa 3), verificamos que, quando essas partes do material são utilizadas, o estudante pode interpretar o registro de maneira errônea e, consequentemente, errar a comparação. Ao utilizar a representação na parte superior e inferior da régua de marcação, teríamos uma comparação entre uma bolinha lisa na parte superior (que vale 5 unidades) e três bolinhas quebradas na parte inferior (cada uma valendo 1 unidade negativa). Nesse caso, o erro ocorre quando o estudante compara a quantidade de bolinhas representadas, ao invés do valor que ela representa e sua natureza (positiva e negativa), ou seja, quando interpreta que três bolinhas quebradas, é maior que uma bolinha lisa, o que equivale a $5 < -3$.

Para isto não ocorrer, sugerimos que as representações para comparações e conceito de número simétrico e módulo, sejam exploradas com registros numéricos na reta numérica do *Soroban dos Inteiros*, assim, será possível comparar números inteiros por meio do seu posicionamento na reta numérica (em que o número que está representado mais à direita na reta é o número maior) e compreender a simetria e módulo de inteiros pelas distâncias dos números (no material representado pelas bolinhas/esferas) em relação a zero (origem), conceitos de Caraça (1963).

Considerando os registros e movimentações realizadas no material, podemos afirmar baseados em Sá (2007), que o *Soroban dos Inteiros* mostrou ser acessível para Ricardo e Verônica, pois nas intervenções seu manuseio foi eficiente, simples, intuitivo, confortável e permitiu a captação de informações e conceitos de números inteiros. Através da intervenção, conseguimos identificar que em média, a partir do terceiro item de cada tarefa ou questão, os estudantes já haviam adquirido autonomia para realizar movimentos e registros sem grandes intervenções da pesquisadora.

6.3 ENCAMINHAMENTOS PROPOSTOS AO USO DO MATERIAL COM AS TAREFAS

Nessa seção, procuramos analisar se e como os encaminhamentos permitiram os estudantes explorarem a lógica dos números inteiros e suas operações. Procuramos refletir se as tarefas propostas e a condução de suas aplicações demonstraram potencial para significar os números inteiros.

Em relação a intervenção com Verônica, a primeira orientação feita foi de que, mesmo tendo facilidade com cálculos mentais, como identificamos no diagnóstico inicial, que ela realizasse todos os cálculos referentes a tarefa no material, porque isso a auxiliaria a compreender a lógica operatória da adição com inteiros, que já havia sido abordada em sala de aula no ensino regular. Sobretudo, salientamos que realizar as operações no material a ajudaria posteriormente a aumentar sua compreensão quanto à regra de sinais para a multiplicação, a qual ela já conhecia, mas não sabia justificar sua validade, aplicando-a, às vezes, em situações aditivas e de maneira equivocada.

Percebemos nas intervenções que, para realizar as adições de quantidades na contagem um a um, Ricardo e Verônica precisaram realizar registros de apoio para marcar aquilo que precisam e já havia sido adicionado ou retirado. Esse encaminhamento, emergiu ao testar o material juntamente com as tarefas, fazendo com que a professora/pesquisadora, percebesse uma nova função para a haste horizontal/reta numérica e as outras classes do material.

Verônica, iniciou desmarcando a segunda parcela da 3ª classe, usando o raciocínio de abaixar/diminuir, a partir daquilo que deveria adicionar na primeira parcela na 1ª classe. Problematizamos o fato desse registro não permitir fácil acesso a leitura da operação no material, após a obtenção do resultado. A estudante tentou deixar de fazer esse registro, porém, pediu para fazer a repetição da segunda parcela também na 2ª classe, para poder alterar esse valor e transferi-lo na adição para a 1ª classe.

Ricardo, foi orientado a fazer uso da haste horizontal, para marcar quantidades a serem adicionadas, já que na maioria das operações da tarefa 5 era necessária a transição de unidades para dezena. Usando a reta horizontal, o estudante pôde conferir quantas unidades/*bolinhas quebradas* foram adicionadas ainda no item b) (+6) + (+7) da tarefa 5, isto porque na haste horizontal cada uma equivale a uma unidade, enquanto que o registro de (+7) nas hastes verticais é de 3 *bolinhas quebradas*, a superior valendo 5 unidades. Acreditamos, que esse registro em base 10, representado em base 5 na régua superior, dificulta a correspondência um a um e, consequentemente, pode fazer os alunos se perderem em contagens. Estes registros adotados na haste horizontal, diminuem erros e tornam o processo aditivo mais eficiente.

Após realizar as operações de adição de negativos (de g) a j)) na tarefa 5, pedimos que Verônica analisasse seus registros (em braile), comparando a natureza dos números nas adições e os resultados obtidos.

> ***Pesquisadora***: Analisando as operações, o que você fez no material para chegar aos resultados?
> ***Verônica***: A gente foi reduzindo.
> ***Pesquisadora***: E se comparar os sinais, o que podemos afirmar sobre o sinal do resultado?
> *(A aluna analisa as operações realizadas)*
> ***Verônica***: É o sinal do número maior.
> ...
> ***Pesquisadora***: O que você aprendeu hoje?
> ***Verônica***: A soma de números positivos e negativos.
> ***Pesquisadora***: Você já chegou a alguma conclusão de que tipo de resultado elas vão ter?
> ***Verônica***: Elas vão ter dependendo do número que for maior, se o número positivo for maior o resultado vai ser positivo. E se o negativo for maior o resultado vai ser negativo.
> ***Pesquisadora***: Mas isso você já sabia antes?
> ***Verônica***: Não, descobri isso hoje.

Percebemos no excerto acima que o encaminhamento da pesquisadora, em comparar a natureza dos números a serem adicionados, algo que não estava pré-estabelecido na tarefa 5, permitiu que a estudante identificasse que a operação de adição nos inteiros assume outra lógica, em que o resultado depende da natureza das parcelas. Além disso, quando a estudante afirmou que o resultado da adição nos inteiros pode ser tanto positivo quanto negativo, consideramos que intrinsecamente compreendeu que as adições passam a representar acréscimos e decréscimos.

A aplicação das reduções mútuas e do cancelamento, ao considerar $(+1) + (-1) = 0$, ou seja, que uma *bolinha quebrada* com uma *lisa* equivale a zero, fizeram a aluna identificar que a adição de negativos proposta, na verdade é uma redução, uma subtração, em que adicionar um número negativo significa o mesmo que subtrair este número em módulo, uma generalização apresentada por Caraça (1963), mencionada também na *seção 6.1* do trabalho. Verônica constata ainda, que o sinal predicativo, ou de natureza do número resultante, é o mesmo sinal do maior número (em módulo) dentre as parcelas.

Solicitar que os estudantes escrevam ou verbalizem operações equivalentes em relação às questões propostas e desenvolvidas no material na tarefa 5, permitiu eles fazerem afirmações quanto às transformações de operações e de sentido, quando o resultado não permanecia na 1ª classe da primeira parcela da adição.

Para Costa (2006, p. 235),

> Uma intervenção adequada deve possibilitar trocas do indivíduo com o objeto de conhecimento; deve possibilitar ao indivíduo agir sobre o objeto de conhecimento, qualquer que seja sua natureza, explorando sua constituição física, estabelecendo relações entre objetos da mesma natureza - comparando, ordenando, seriando, classificando, levantando hipóteses, etc.

Constatamos, que a mediação da professora/pesquisadora, seguindo os encaminhamentos propostos, conduziu a ação dos estudantes no material. Através da linguagem, do questionamento e da representação concreta dos números inteiros, ou seja, do instrumento *Soroban dos Inteiros*, provocamos os estudantes a pensarem e refletirem sobre ações, transformações e resultados. Para Vygotsky (1991), o aprendizado organizado adequadamente resulta em desenvolvimento mental. A mediação e a instrução fazem parte da interação social colaborativa entre professor e estudante, pois no ambiente de ensino eles têm a oportunidade de validar e externalizar significados.

Nas resoluções dos itens *p)* -6 + (-2) e *q)* -15 + (-7) na tarefa 5, tivemos que auxiliar Verônica e Ricardo, por se tratar de adições entre dois negativos. Aproveitamos o último item da tarefa 5, a operação -15 + (-7) = -22, para explorar a operação de subtração (tema da tarefa 6), -15 - (+7). Procuramos evidenciar, que se temos negativo quinze e devemos retirar sete positivo, para retirar é necessário ter, logo devemos ter na 1ª classe positiva ao menos sete unidades. Contudo, isso infere representar negativo quinze, sem deixar as 1ª classes vazias, sendo necessário acrescentar sete unidades em ambos os lados. Entretanto, quando retiramos sete positivo desse registro, equivale a acrescentar sete negativo aos quinze negativos, ação feita posteriormente, para podermos retirar sete positivo, ou seja, -15 - (+7) = -22.

Em relação a operação de multiplicação com números inteiros, os encaminhamentos da tarefa 6 e da pesquisadora, foram de extrema importância para que ambos os estudantes conseguissem operar. A pesquisadora, ao frisar a multiplicação como a adição (ou retirada, no caso de a 1ª parcela ser um número negativo) de parcelas iguais, permitiu que no decorrer das questões, os estudantes passassem a interpretar o significado de cada cálculo e efetuassem imediatamente movimentações para obter resultados. Nesse caso, mesmo os estudantes recorrendo a tabuada e a estratégias de cálculos, como no caso de Verônica, que mentalmente fez 3 x 12, como (3 x 10) + (3 x 2) = 30 + 6 = 36, se fez importante explicar a operação como a adição de três grupos de doze quantidades, ou seja, 12 + 12 + 12 = 36 (lógica aplicada no material para resolver multiplicações).

Sobre o fato de resolver as multiplicações por adições (ou retiradas) de parcelas iguais, Verônica afirma que o processo é mais demorado. Entretanto, quando multiplicamos quantidades negativas este se faz necessário.

Na tarefa 6, devido aos estudantes terem que adicionar ou retirar quantidades um número de vezes, precisando trabalhar ao mesmo tempo adicionando ou retirando quantidades e contando o número de grupos, orientamos novamente que registrassem na reta numérica cada grupo (parcela) movimentada para a operação. Essa orientação, permitiu que os estudantes se concentrassem na adição e subtração, no registro de sistema posicional, e quando necessário, nas trocas e empréstimos em excessos e faltas de unidades, dezenas e centenas.

Para a realização das operações de multiplicação da tarefa 7, com o primeiro fator sendo um negativo, tivemos que fazer a associação de que, se temos, por exemplo, 3 x (-2), acrescentamos três vezes o negativo 2, já que três é positivo. Logo, se temos (-3) x (-2), devemos retirar três vezes o negativo 2, já que três é negativo. Na sequência tivemos que problematizar que se devemos retirar quantidades, primeiro temos que tê-las, entretanto respeitando o registro padrão para a multiplicação, deixando as primeiras classes para registro, nelas temos zero. O encaminhamento chave para efetuar esse tipo de multiplicação no material é, nesses casos, sempre representar no material o zero, a partir da lei do cancelamento e então não deixar as primeiras classes vazias. Basta registrar a mesma quantidade de bolinhas (esferas) em ambos os lados do material, porque continuaremos a representar zero, tendo, por exemplo, (+6) e (-6), pela redução mútua vista na tarefa 4, (+6) + (-6) = 0, através da lei do cancelamento. Sugerimos que a quantidade de bolinhas registradas nas duas primeiras classes seja igual ao produto dos fatores em módulo ou maior, pois temos que ter registrado em um dos lados a quantidade mínima a ser retirada. Para o exemplo anterior, o mínimo seria 6 bolinhas de cada lado.

Acreditamos que os encaminhamentos tomados nas intervenções, seguiram a recomendação do PCN (1998), em possibilitar a extensão dos conhecimentos de números naturais para os inteiros. Segundo o documento, "devem-se buscar situações que permitam aos alunos reconhecer alguns aspectos formais dos números inteiros a partir de experiências práticas e do conhecimento que possuem sobre os números naturais" (BRASIL, 1998, p. 100). Ao fazer uso do pensamento dos matemáticos Han ao calcular com palitos, para então, calcular com *bolinhas* no *Soroban dos Inteiros*, evidenciamos a possibilidade de manipular as operações com inteiros, assim como é feito com as operações naturais em materiais como o ábaco e o soroban. Simultaneamente, o material *Soroban dos Inteiros* e os encaminhamentos apresentaram as relações abstratas dos números inteiros através de experiências práticas manipulativas ao registrar e operar com números positivos e negativos.

6.4 SIGNIFICADO ATRIBUÍDO AOS NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES

Para finalizar as análises, buscamos nessa seção apresentar em que medida e de qual maneira foi possível os alunos atribuírem significado aos números inteiros e suas operações, comparando a intervenção com o *Soroban dos inteiros* ao diagnóstico inicial.

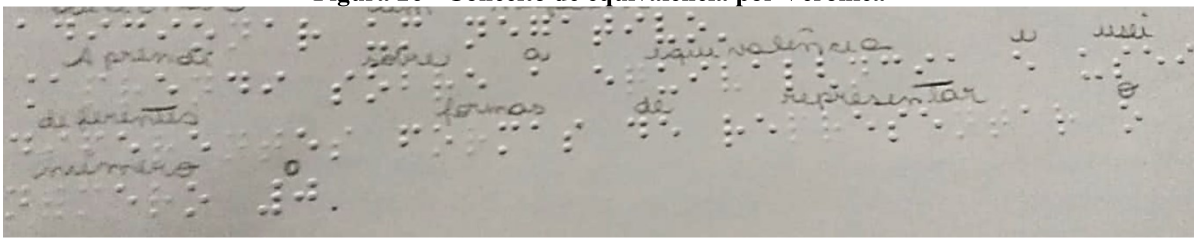
Os estudantes, conseguiram atribuir um novo significado às quantidades negativas na tarefa 2, na qual foram propostos cálculos de subtração com resultantes negativos, por exemplo, 9 - 11. A primeira reação dos estudantes foi movimentar as *bolinhas* (esferas) a fim de retirar onze a partir do registro das nove da 1ª parcela da subtração. Obtivemos expressões como: *Não dá para fazer!; Não vai dar!; Dá zero*, obstáculos previstos nos PCN (1998), destacados no *capítulo 3* deste trabalho.

Segundo Mariano e Matos (2013, p. 6), "muitos alunos não conseguem, em um primeiro momento, compreender como podem existir quantidades negativas ou, de outra forma, como as faltas podem ser representadas por números, assim como as quantidades, que já eram representadas pelos números naturais".

Utilizamos as indagações: *Mas porque não dá para fazer? Como chegou no resultado zero? Você retirou toda a quantidade solicitada na operação?* Às quais eles responderam: *Não, é que não tem mais como (ou de onde) tirar! Faltou tirar duas.* Foi a partir dessas explorações, que introduzimos o significado das quantidades negativas representarem também faltas. Podemos afirmar que os alunos fizeram a atribuição desse significado, porque no item 2 da tarefa 2, mencionaram o termo falta para apresentar significados para quantidades negativas. Ao compreenderem a existência de quantidades menores que zero e de contrários, lidam com o nexo conceitual de fluência e contradição (RODRIGUES, 2009). Utilizaram em suas explicações significados envolvendo também contextos de perda e dívida.

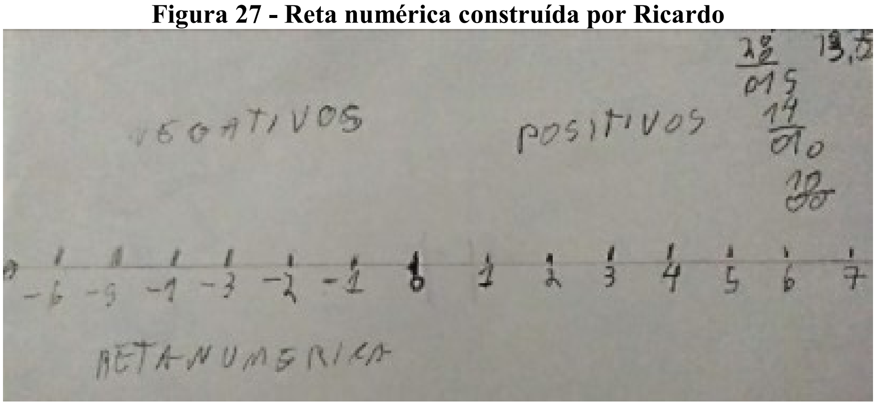
O nexo conceitual e a significação do zero como anulação de opostos é inicialmente explorado na tarefa 4 e utilizado paralelamente nas tarefas (5, 6, 7 e 8) de operações com inteiros. A significação de Verônica, quanto a esse conceito é evidenciada pelo trecho apresentado na figura 26, em que reconhece as diferentes possibilidades de representar o zero usando números opostos. Enquanto o nexo conceitual do zero como centro de equilíbrio é destacado na tarefa 3 na construção da reta numérica como mostra as figuras 27 e 28.

Figura 26 - Conceito de equivalência por Verônica



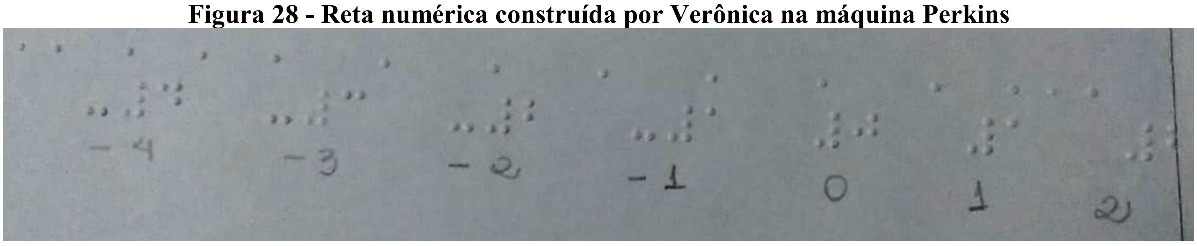
Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Figura 27 - Reta numérica construída por Ricardo



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Figura 28 - Reta numérica construída por Verônica na máquina Perkins

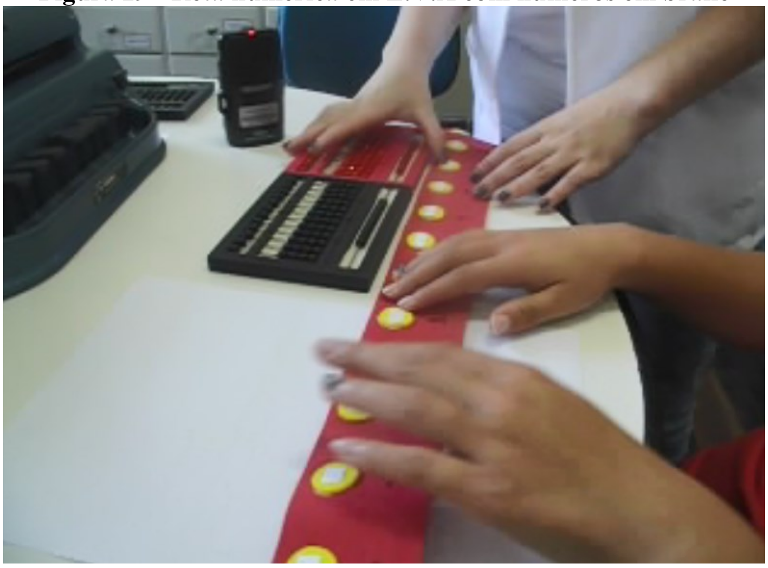


Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Na figura 28, podemos perceber a dificuldade de Verônica em organizar uma reta numérica na máquina Perkins, dessa maneira, adaptamos uma reta numérica em E.V.A com números em braile (Figura 29) para evidenciar o papel do zero como origem (BRASIL, 1998), ou como *ponto de início* como respondeu Ricardo. A reta numérica em E.V.A foi construída pela pesquisadora com uma faixa com vinte e um círculos do mesmo material posicionados e colados sobre ela a cada cinco centímetros. Sobre os círculos foram colados a sequência numérica de números inteiros de -10 a 10 em braile e abaixo dos círculos foram anotados a caneta os números indo arábicos correspondentes. Construir a reta numérica e associá-la a haste horizontal do material na tarefa 3, permitiu a comparação entre números inteiros, introduziu a discussão do conceito de módulo e através da representação dos pontos e números sobre a reta, auxiliou a identificação da existência de números menores que zero. Para Teixeira (1993),

> A compreensão do que seja número negativo avança paulatinamente, por abstrações e generalizações, na medida em que a criança descobre que se negativo é menor do que positivo, há um ponto de onde positivo e negativo se originam. Isso leva, por sua vez, à necessidade de nova ampliação, porque, nos naturais, a assimilação do zero foi feita com base no significado da ausência de quantidade. Agora, é preciso ampliar este significado, ou seja, diferenciá-lo da concepção de zero origem (TEIXEIRA, 1993, p. 63).

Figura 29 - Reta numérica em E.V.A com números em braile



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

O diálogo a seguir evidencia o significado atribuído por Ricardo à operação do item b) $(+6) + (+7)$ da tarefa 5.

> ***Pesquisadora***: Que conta você deve fazer?
> ***Ricardo***: De mais.
> ***Pesquisadora***: Como é a conta de mais?
> ***Ricardo***: Adicionar.
> ***Pesquisadora***: Adicionar o que?
> ***Ricardo***: Uma quantia a outra.
> ...
> ***Pesquisadora***: No material o que é acrescentar Ricardo? Como representar o acrescentar no material?
> ***Ricardo***: Adicionando mais bolinhas.

Os estudantes Verônica e Ricardo associaram facilmente o sinal operatório + ao ato de adicionar quantidades, e revelaram conhecimento sobre o uso de + antecedendo um número representar sua natureza positiva. Tanto que pareciam desprezar seu registro nas operações apresentadas, como pode ser lido no argumento apresentado por Verônica: *O número positivo nem sempre precisa estar acompanhado do sinal*.

Concluímos que em ambas as intervenções, discutindo a tarefa 5, criamos condições a partir do uso do *Soroban dos Inteiros*, das questões e dos questionamentos e orientações, para que os estudantes observassem e comparassem a natureza do número, a operação realizada e o seu resultado, uma situação que permitiu atribuir e validar o significado da operação de adição de inteiros para a estudante cega e o estudante com baixa visão. Dessa forma, acreditamos que as intervenções contribuíram para:

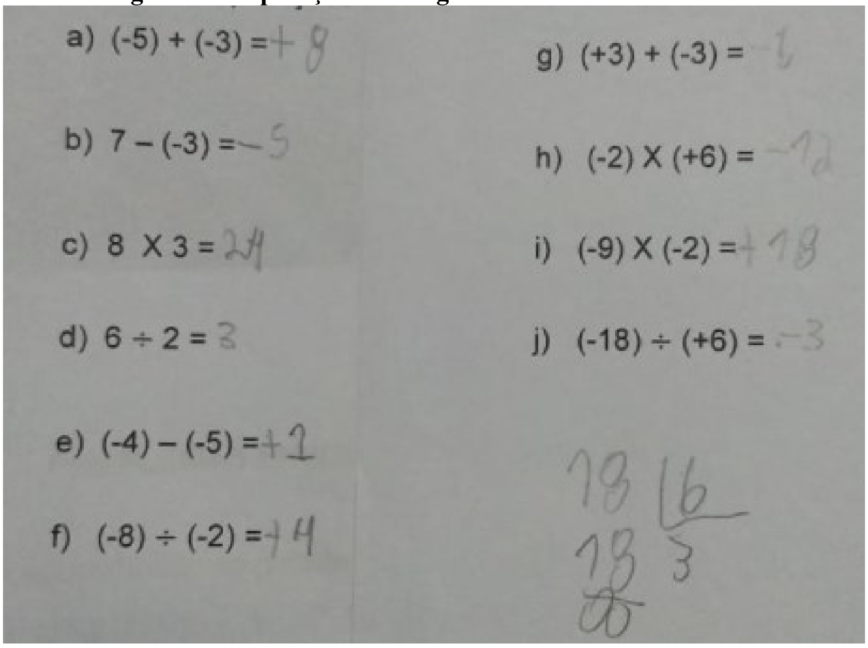
- Compreender que adicionar um número positivo equivale a adicionar o número positivo com o mesmo valor absoluto;
- Compreender que adicionar um número negativo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo valor absoluto (CARAÇA, 1963);
- Compreender que ao adicionarmos um número positivo a um negativo o resultado levará o sinal predicativo (de natureza) do maior número de valor absoluto;
- A adição de inteiros pode representar decréscimos.

Dos excertos apresentados nas seções anteriores, evidenciamos que através da representação concreta dos números inteiros e suas movimentações em dois sentidos, positivo e negativo no material, conseguimos que os estudantes desenvolvessem conjecturas em relação a subtração com números negativos, as quais estão atreladas às definições de Caraça (1963):

- Subtrair um número positivo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo valor absoluto;
- Subtrair um número negativo equivale a adicionar o número positivo com o mesmo valor absoluto;
- A subtração de inteiros pode representar acréscimos.

No diagnóstico de Ricardo (Figura 30), fica explícita a dificuldade do estudante em realizar adições e subtrações de números negativos, pois errou os itens a), b) e g) por aplicar a regra de multiplicação nessas operações fazendo jogo de sinais entre as parcelas.

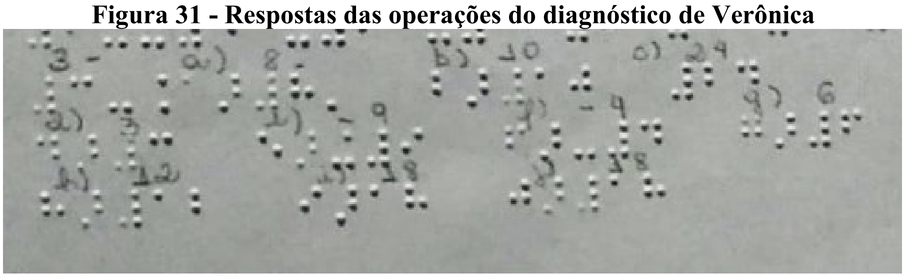
Figura 30 - Operações do diagnóstico de Ricardo



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Verônica apresenta em seu diagnóstico (Figura 31), mais erros nas operações no item a), pois desconsidera a natureza das quantidades, apresentando um resultado positivo ao invés de negativo; no item e) ao invés de subtrair as quantidades as adiciona; no item g) parece usar a ideia equivocada de que adicionar um número negativo é equivalente a adicioná-lo em valor absoluto; e nos itens f) e h) não aplica a regra de sinais para a multiplicação e divisão de inteiros. Acreditamos que Verônica não compreendeu o item j), pois o resultado apresentado é desassociado dos sinais predicativos e operatórios e dos valores do divisor e dividendo.

Figura 31 - Respostas das operações do diagnóstico de Verônica



Fonte: Acervo da pesquisadora (2018)

Utilizar a multiplicação com significado de repetição de fatores positivos ou negativos e a padronização dos registros nas classes, favoreceu que os estudantes aplicassem as lógicas discutidas nas tarefas 5 e 6 nas tarefas 7 e 8. Todo o processo de adição e subtração, empregado desde a interpretação até a realização da multiplicação é o que justifica a funcionalidade da regra de sinais para a multiplicação. Tendo conhecimento sobre a regra, puderam justificá-la utilizando um processo geral, que funciona para todas as multiplicações com inteiros. Também podendo aplicá-la, agora com mais significado, na tarefa 8, visto que as divisões de inteiros foram desenvolvidas no material mediante ao raciocínio de operação inversa da multiplicação.

As justificações da regra de sinais, foram exploradas pelas questões da tarefa 7, orientando que os estudantes associassem a natureza dos fatores e do resultado com a movimentação realizada no material. Vejamos as justificações de Ricardo, nos excertos que seguem.

> ***Pesquisadora:*** Se eu multiplico então, um positivo por um positivo, o resultado vai ser sempre o que?
> ***Ricardo:*** Vai ser um positivo (um número positivo).
> ***Pesquisadora:*** E se eu multiplico um positivo por um negativo?
> ***Ricardo:*** É negativo.
> ***Pesquisadora:*** Por quê?
> ***Ricardo:*** Porque é a mesma coisa que eu adicionar esse negativo a … (não completa o raciocínio).
> ...
> É tipo a mesma coisa que pegar cinco mais cinco, mais cinco, mais cinco, mais cinco (5 + 5 + 5 + 5 +5)
> ***Pesquisadora:*** Mas aí não vai chegar no 25?
> ***Ricardo:*** Mais é cinco negativo.
> ***Pesquisadora:*** E quanto vai dar?
> ***Ricardo:*** Vinte e cinco negativo.

Ricardo justificou a regra de sinais entre positivo e negativo com o fato de a operação significar adicionar o negativo uma quantidade de vezes. Porém, primeiro exemplificou considerando o cinco positivo e só após ser questionado, percebeu se tratar de cinco negativo e verbalizou que se referia a adição considerando o sinal predicativo de menos.

Ambos os estudantes conseguiram a partir da tarefa 7 associar os movimentos realizados no material com a funcionalidade da regra de sinais para a multiplicação, já que as movimentações permitiram justificarem a permanência ou mudança da natureza do resultado, segundo a posição que se opera (lado ao qual adicionamos ou retiramos quantidades) (TEIXEIRA, 1993). Vejamos a explicação de Verônica para justificar porque a operação (-2) x (-2) = +4 teve resultado positivo.

> ***Verônica:*** Eu pensei menos com menos, mais. Mas, achei que estava errado.
> ***Pesquisadora:*** Que ação você fez no material para resolver? Use a que você fez para explicar. Pode refazer se quiser.
> ***Verônica:*** Porque a gente foi diminuindo e deu um número positivo.
> ***Pesquisadora:*** Diminuindo o que?
> ***Verônica:*** O dois. Não! O negativo.
> ***Pesquisadora:*** E o que dá quando diminuímos um negativo?

> ***Verônica:*** Vai dar um número positivo. Porque vai aumentando.
> …
> ***Pesquisadora:*** Se eu estou retirando quantidades negativas, na verdade eu estou fazendo o que?
> ***Verônica:*** Acrescentando quantidades positivas.

No excerto acima, identificamos que a estudante, percebeu que a regra de sinais para multiplicação de sinais iguais é validada pelo fato de que, para conseguir operar, é necessário acrescentar quantidades positivas e negativas, uma representação de zero, ou como denomina Rodrigues (2009), um zero vivo, diferente do vazio e do nada. Retirando as quantidades negativas de acordo com a operação, o resultado é obtido no acréscimo das quantidades positivas, já que as negativas deixam de ser registradas. A operação de multiplicação entre dois negativos se transforma assim, em quantidade positiva.

Acreditamos, por meio do *Soroban dos inteiros* e das tarefas construídas, ter proporcionado aos estudantes de forma prática e concreta, caminhos para investigar e significar as operações de adição e subtração de inteiros e a regra de sinais para a multiplicação e divisão. Em que as regras lógico-formais emergiram de pensamentos abstratos traduzidos e representados em movimentos e registros perceptíveis aos olhos e ao tato.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao compreendermos a sala de aula como um espaço educativo composto pela diversidade dos estudantes, promover a educação e o acesso a informações e aos conhecimentos a partir da equidade é desafiador, pois pressupõe conseguir criar oportunidades de aprendizagem adaptando o ensino e considerando a especificidade, as habilidades e as dificuldades de cada estudante.

Incluir todos os alunos no processo de ensino e aprendizagem significa buscar metodologias diversificadas para viabilizar a compreensão de todos os estudantes. Para isso, acreditamos que o professor deve conhecer os estudantes, além de ser criativo para planejar aulas que favoreçam a acessibilidade e a compreensão para a grande maioria. Nesse contexto, uma maneira de diversificar a troca de informações e conhecimento é fazer uso de diferentes representações, registros e métodos para ensinar.

As práticas adotadas pelo professor interferem diretamente na aprendizagem do aluno, quando se considera que todos os estudantes aprendem da mesma forma, desconsidera-se as diferenças e limita o ensino e a aprendizagem. Investigar como os estudantes aprendem é o ponto de partida para poder criar adaptações e recursos para que eles elaborem seus conhecimentos.

Em se tratando do ensino para cegos, seu desenvolvimento cognitivo é preservado, pois a falta de visão não o impossibilita de aprender. É a maneira como aprende e a forma como se apropria do conhecimento que muda, seus sentidos remanescentes são as vias de acesso que devem ser exploradas para o ensino e a aprendizagem. Baseados no documento Saberes e Práticas da Inclusão (BRASIL, 2006), acreditamos ser a audição e o tato, os dois sentidos principais a serem considerados ao pensarmos as adaptações para a sala de aula, visto que o ensino se baseia na escrita e na simbologia dos conhecimentos (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007) e na interação entre professor e estudantes e seus pares (VYGOTSKY, 1991).

Os materiais didáticos manipuláveis se caracterizam como umas das adaptações a serem utilizadas na sala de aula para acesso ao conhecimento. No ensino de matemática, esses materiais permitem, pela significação tátil, que o aluno acesse os conhecimentos matemáticos por suas representações concretas. Explorando os materiais didáticos manipuláveis, o estudante manipula representações de conceitos matemáticos e pode ser incentivado a investigar padrões, chegando mais próximo da compreensão de conceitos abstratos e generalizações.

A apropriação e aprofundamento dos conhecimentos sobre as especificidades do ensino para cegos e das recomendações para uso e criação de materiais didáticos manipuláveis foi imprescindível para compreender que o bom material para o ensino é aquele que é fiel em representar o conceito matemático ou as relações a serem exploradas, é acessível e de baixo custo, seguro e confortável para uso, tem tamanho e formato adequado às características físicas e mentais dos estudante, pode ser utilizado com autonomia e por diferentes estudantes independentemente das condições físicas, intelectuais, sociais e culturais. Ou seja, os produtos criados baseados no DU (SÁ, 2007) e no DUA (NEVES; PEIXOTO, 2020) possibilitam a acessibilidade do currículo escolar.

Construir o material *Soroban dos Inteiros,* baseado na perspectiva Lógico-histórica e nos nexos conceituais dos chineses e, consequentemente, nas reduções mútuas, foi essencial para que os estudantes percebessem os novos significados que as operações de adição e subtração assumem quando realizadas com quantidades positivas e negativas (com números inteiros).

O material, fiel aos nexos conceituais dos chineses em relação aos inteiros, permitiu que os estudantes representassem e manuseassem quantidades negativas e positivas e percebessem as operações em movimentos opostos, transformando ou mantendo a natureza das quantidades em estudo.

Aplicar os artifícios dos matemáticos da Dinastia Han oriundos do cálculo com palitos no *Soroban dos Inteiros,* fez com que os estudantes caminhassem para a apropriação dos nexos conceituais da civilização chinesa de fluência e contradição, na tarefa 2; do zero como centro de simetria e equilíbrio (do ponto de vista geométrico), na tarefa 3 e como convergência e anulação de opostos (móvel, do ponto de vista algébrico), de semelhança, simultaneidade e os critérios de equivalência, nas tarefas 4, 5, 6, 7 e 8; do cálculo com palitos (números) vermelhos (positivos) e pretos (negativos), nas tarefas 5, 6, 7 e 8 (RODRIGUES, 2009).

Da maneira como foi estruturado o *Soroban dos Inteiros* e estipulado seus registros padrões, evidenciamos seu potencial em tornar perceptíveis as transformações de operações com números de diferentes naturezas, possibilitando ainda que os estudantes criassem meios de registros e realizassem contagens, correspondências um a um e anotações de parcelas (registros não estabelecidos), para facilitar as manipulações para obter os resultados.

Percebemos que Verônica e Ricardo, adquiriram maior autonomia para usar o material e realizar o que era solicitado no decorrer da intervenção, por vezes, foi necessário retomar os registros e as operações, quando aconteciam equívocos vinculados à compreensão do sistema posicional, principalmente quando as unidades e dezenas a serem registradas excediam do valor nove ou era necessário efetuar empréstimos na ordem superior do número. Quanto à necessidade de retomar os conceitos, Rodrigues (2009, p. 213), afirma que "o processo de apropriação dos aspectos substanciais ou simbólicos do conceito números inteiros não é algo linear". É natural o estudante às vezes recorrer à suas ideias antigas, à conceitos e conhecimentos mais familiares, como o conjunto e propriedades de números naturais para resolver situações de números inteiros.

Uma limitação a ser destacada é referente ao registro de números para a comparação entre inteiros nas partes superior e inferior da régua de marcação. Foi constatado que realizar a comparação com esse tipo de registro pode induzir o estudante ao erro. Recomendamos, nesse caso, que as comparações de inteiros e o conceito de número simétrico e módulo, sejam trabalhados com registros numéricos na reta numérica do *Soroban dos Inteiros*.

Evidenciamos o potencial do *Soroban dos Inteiros* para alunos cegos e videntes significarem números inteiros a partir de experiência sensorial tátil e/ou visual, representativa e manipulativa dos significados e da lógica operatória de números inteiros. Acreditamos que o material criado nesta pesquisa, possa ser utilizado por todos os estudantes, e não só pelos cegos e estudantes com baixa-visão, já que considera todas as orientações de Kaleff (2016), Sá, Campos e Silva (2007) e Sá (2007).

Todo e qualquer material e recurso a ser utilizado na sala de aula só irá proporcionar condições para a exploração e elaboração e acesso ao conhecimento, se bem mediado pelo professor. Assim, consideramos que todos os encaminhamentos e orientações realizados nas intervenções contribuíram com o resultado dessa pesquisa.

Muitos dos conceitos, das operações, e principalmente da identificação de padrões e generalizações obtidas através das tarefas previstas para o uso do material foram significadas devido às provocações e questionamentos que a pesquisadora fazia aos estudantes para que refletissem e verbalizassem suas ações, pensamentos e conclusões.

As situações criadas pela pesquisadora, pelas tarefas e pelo uso do material permitiu que fosse introduzido o significado das quantidades negativas também como faltas. As movimentações e registros auxiliaram na atribuição e validação dos significados das operações de adição, subtração e da regra de sinais para a multiplicação e divisão.

Percebemos que Ricardo e Verônica, conseguiram dar significado aos seguintes conceitos de números inteiros em relação a operação de adição: adicionar um número negativo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo valor absoluto; adicionar um número positivo equivale a adicionar o número positivo com o mesmo valor absoluto; ao adicionarmos um número positivo a um negativo o resultado levará o sinal predicativo (de natureza) do maior número de valor absoluto; e a adição pode representar decréscimos. Quanto a operação de subtração: subtrair um número negativo equivale a adicionar o número positivo com o mesmo valor absoluto; subtrair um número positivo equivale a subtrair o número positivo com o mesmo valor absoluto; e a subtração pode representar acréscimos.

A partir da compreensão das duas operações anteriores, foi possível os estudantes identificarem as transformações feitas pela regra de sinais para a multiplicação. O fato de acrescentar ou retirar quantidades negativas ou positivas de acordo com o operador multiplicativo da operação dada, é que determina se o resultado obtido, mantem ou inverte a posição das quantidades do segundo fator da multiplicação. Nesse caso, foi possível significar e perceber nas mudanças de região (lado positivo e negativo) que: a operação de multiplicação entre dois negativos ou dois positivos se transforma ou muda para quantidade positiva (resultado positivo); e a operação de multiplicação entre positivo e negativo (vice-versa) se transforma ou muda para quantidade negativa (resultado negativo).

Outros conceitos matemáticos que emergiram durante as intervenções foram: representações no sistema posicional; operações com números inteiros; comutatividade da operação de adição de inteiros e a lei do cancelamento a partir do elemento inverso da soma.

Pretendemos posteriormente dar continuidade a estudos relacionados a esta pesquisa, no intuito de colaborar para a divulgação do material criado *Soroban dos Inteiros,* na área de Ensino de Matemática e na área da Educação Especial. Algumas ideias de futuros trabalhos estão relacionadas a realização de mais intervenções com o uso do material, com estudantes cegos e videntes de idades variadas e também em classes regulares com cegos inclusos. Gostaríamos de investigar em trabalhos posteriores, se o material *Soroban dos Inteiros,* contribui para a resolução de problemas envolvendo números inteiros, considerando contextos interpretativos e se existe outra maneira de efetuar a divisão de inteiros no material que não seja recorrendo a operação inversa de multiplicação.

REFERÊNCIAS

ANJOS, D. Z. dos; MORETTI, M. T. A dialética dos objetos ostensivos e não ostensivos na aprendizagem matemática: consequências para o caso de uma estudante cega. **Educação Matemática em Revista,** Brasília, v. 24, n. 65, p. 258-274, set./dez. 2019.

ALVARISTO, E. de F. **Uma ferramenta para elaboração de conceitos matemáticos para estudantes com deficiência visual**: Gráfico em pizza adaptado. 2019. 103 f. Dissertação (Mestrado em Ensino em Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa-PR, 2019.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto,1996.

BANDEIRA, S. M. C.; GREDIN, E. L.; BEZERRA, S. M. C. B. Conexões entre formação docente, neurociência e inclusão de estudantes cegos em escolas do Ensino Médio em Rio Branco – ACRE. **Educação Matemática em Revista.** Brasília, v. 24, n. 65, p. 224-240, set./dez. 2019.

BARBOSA, P. M. O Estudo da Geometria. **Revista Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, n. 25, p. 14-22, agosto, 2003.

Bock, G. L. K. **Simbologia braille**. Org: Geisa Letícia Kempfer Bock, Solange Cristina da Silva; Design instrucional: Carla Peres Souza. 1. ed.– Florianópolis: DIOESC: UDESC/CEAD/UAB, 2013.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 7. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. **Grafia Braille para a Língua Portuguesa** / Elaboração: DOS SANTOS, Fernanda Christina; DE OLIVEIRA, Regina Fátima Caldeira – Brasília-DF, 3ª edição. 95 p., 2018.

_______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase>. Acesso em: 30 ago. 2020.

______. Estatuto da Pessoa com Deficiência. **Legislação Brasileira de Inclusão da pessoa com deficiênci**a. 2015. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato20152018/2015/lei/l13146.htm. Acesso em: 16 nov. 2018.

_______. Resolução nº 2, de 01 de julho de 2015. **As Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em Nível Superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a Formação Continuada**. Brasília, 2015b. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=17719-res-cne-cp-002-03072015&category_slug=julho-2015-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 10 set. 2020.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Soroban:** Manual de Técnicas Operatórias para Pessoas com Deficiência Visual. 2. ed. Brasília: 2012.

______. Ministério da Educação. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília, 2008. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf. Acesso em: 5. set. 2020.

______. **Saberes e Práticas da Inclusão**. Desenvolvendo competências para o atendimento às necessidades educacionais especiais de alunos cegos e de alunos com baixa visão. Coordenação geral SEESP/MEC. 2 ed. Brasília: MEC, Secretaria de Educação Especial, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/alunoscegos.pdf. Acesso em: 15 ago. 2019.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Grafia Braille para a Língua Portuguesa** / Elaboração: Cerqueira, Jonir Bechara, et al. Secretaria de Educação Especial. Brasília: SEESP, 2006.

______. Congresso Nacional. Convenções Braille para uso na escrita e leitura dos cegos e o Código de Contrações e Abreviaturas Braille. **Lei nº 4.169, de 4 de dezembro de 1962**. Brasília, 1962. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1950-1969/l4169.htm. Acesso em: 18 dez. 2020.

______. Congresso Nacional. Plano Nacional de Educação. **Lei n°. 10.172, de 9 de janeiro de 2001**. Brasília, 2001. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/leis_2001/l10172.htm. Acesso em: 20 mar. 2018.

______. Secretaria de Educação Especial. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Adaptações Curriculares. Brasília: MEC/SEF/SEESP. 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf Acesso em: 03 set. 2020.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1997.

______. **Lei n. 9.394/1996 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, 1996. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12907:legislacoes&catid=70:legislacoes. Acesso em: 22 set. 2020.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Bertrand, 1963.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Portugal: Gradiva, 1984.

COELHO, M. P. F. **A multiplicação de números inteiros relativos no "Ábaco dos inteiros":** Uma investigação com alunos do 7º ano de escolaridade. 2005, 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação na Área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática) - Universidade do Milho, Braga, 2005.

SILVA, E. G. I. da; CONTI, K. C. O ábaco dos inteiros: auxílio aos estudantes na compreensão dos números negativos e suas operações. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.11, n. 1, p. 74-83, 2016.

COSTA; D. A. F. **Superando limites**: a contribuição de Vygotsky para a educação especial. Rev. psicopedagogia. vol. 23 nº 72. São Paulo: 2006.

FERNANDES, S. H. A. A. Educação Matemática Inclusiva: Adaptação x Construção. **Revista Educação Inclusiva - REIN**, Campina Grande, PB, v1.01, n.01, jul/dez 2017, p.78-95.

FERNANDES, C. T.et al. **A construção do conceito do número e o pré-soroban**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial, 2006.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Educação Matemática e inclusão: abrindo janelas teóricas para a aprendizagem de alunos cegos**,** Educação e Cultura Contemporânea, v. 5, p. 91-105, 2008. Disponível em: http://www.matematicainclusiva.net.br/pdf/Abrindo%20janelas%20teoricas%20para%20a%20aprendizagem%20de%20alunos%20cegos.pdf. Acesso em: 12 set. 2020.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Cenários multimodais para uma Matemática Escolar Inclusiva: Dois exemplos da nossa pesquisa. In: XIV CIAEM Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 2015, Tuxtla Gutiérrez. **Anais da Conferencia Interamericana de Educación Matemática**. Chiapas: Editora do CIAEM, 2015. v. 1. p. 1-12.

FERNANDES, S. H. A. Ali; HEALY, L. A Inclusão de Alunos Cegos nas Aulas de Matemática: explorando Área, Perímetro e Volume através do tato. **Revista Bolema**, Rio Claro: v. 23, n. 37, p. 1111-1135, dez. 2010. Disponível em: http://www.redalyc.org/html/2912/291221915012. Acesso em: 28 ago. 2020.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. **UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, San Cristobal de La Laguna, n. 10, p. 59-76, jun. 2007.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L.; SERINO, A. P. A. Desconstruindo hierarquias epistemológicas no contexto das interações de alunos cegos com homotetia. **JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7 (2) p. 89-116, 2014.

FERRONATO, R. A. **Construção de instrumento de inclusão no ensino da matemática**. 126 f. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/82939. Acesso em: 30 ago. 2020.

KALEFF, A. M. M. R. (Org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente**: Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói: CEAD / UFF, 2016.

KOEPSEL, A. P. P.; SILVA, V. C. da S. Uso de materiais didáticos instrucionais para inclusão e aprendizagem matemática de alunos cegos. **Boletim online de Educação Matemática- BoEM**, Joinville, v. 6, n. 11, p. 413-431, out. 2018.

KOEPSEL, A. P. F. **Contribuições dos materiais didáticos manipuláveis na aprendizagem de matemática de estudantes cegos**. 2017. 111 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECIM) - Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2017.

KOEPSEL, A. P. F. Materiais Didáticos no ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual. **XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Curitiba-PR, 12 p. 2016.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro, Civilização Brasileira, 123 v. (Coleção Perspectivas do homem), 1978.

LIMA, F. J. de. **O efeito do treino com desenhos em relevo no reconhecimento háptico de figuras bidimensionais tangíveis**. 2001. 168 f. Tese (Doutorado em Psicologia) - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto (FFCLRP) - Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2001.

LIMA, L. C; MOISÉS, R. P. **O número inteiro**: numerando movimentos contrários. São Paulo: CETEAC, 1998.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papirus, 1997.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. 3ª ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

LYONS, J. **Introdução à linguística teórica**. Trad. R. V. Mattos e Silva e H. Pimentel. São Paulo: Nacional/ EdUSP, 1979.

MANRIQUE, L. A.; FERREIRA, L. G. Mediadores e mediação: a inclusão em aulas de matemática. **Revista Contrapontos**, v. 10, n. 1, p. 7-13, jan./abr. 2010. Disponível em: https://siaiap32.univali.br/seer/index.php/rc/article/view/2110/1550. Acesso em: 10 out. 2018.

MARIANO, A. C.S.; MATOS, F. A. de. **O ensino de números inteiros no Ensino Fundamental**. 2013. 19 f. Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT - Universidade Federal de São João Del-Rei - UFSJ. Sociedade Brasileira de Matemática- SBM, 2013.

MARTINS, É., FARIAS, D. M.; REZENDE, W. M. Compreendendo os números inteiros e suas operações. **Encontro Mineiro de Educação Matemática- EMEM**. Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Disponível em: https://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/COMPREENDENDO-OS-N%c3%9aMEROS-INTEIROS-E-SUAS-OPERA%c3%87%c3%95ES.pdf. Acesso em: 28 out. 2020.

MIRANDA, E. T. de J. **O aluno cego no contexto da inclusão escolar**: desafios no processo de ensino e de aprendizagem de matemática. 167 f. 2016. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência) - Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2016. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/139502. Acesso em: 12 ago. 2020.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: EPU, 2011.

MOURA, A. R. L. de; SOUSA, M. do C. de. Dando movimento ao pensamento algébrico. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 16, n. 2, 2009. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646891. Acesso em: 29 out. 2020.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. Coleção magistério: formação e trabalho pedagógico. 11ª ed. Campinas (SP): Papirus, 2012.

NEVES, F. P de L.; PEIXOTO, J. L. B. Desenho Universal para Aprendizagem: reflexões sobre o desenvolvimento de aulas de Matemática. **Revista Exitus**, Santarém/PA, Vol. 10, p. 1-30, e020009, 2020.

PEIXOTO, J. L. B.; GÓES, L. E. S.; BITENCOURT, D. V. A inclusão nas aulas de matemática: análise da narrativa de uma estudante cega. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 65, p.275-288, set./dez. 2019.

PEREIRA, A. P. C. C.; PEREIRA, V. M. C. Operações fundamentais: ideias, significados e algoritmos. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, Curitiba-PR, 6 p. 2013.

POMMER, W. M. **Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em Z**. Seminário de Ensino de Matemática, SEMA-FEUSP, 13 p. 2010.

REILY, Lúcia. **Escola inclusiva**: Linguagem e mediação. Campinas: PAPIRUS, 192 p. 2004.

RODRIGUES, R. V. R. **A construção e utilização de um Objeto de Aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros**. 2009. 219 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2009.

ROCHA, M. L. da. Formação e prática docente: implicações com a pesquisa-intervenção. In: MACIEL, I. M. **Psicologia e Educação: novos caminhos para a formação**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2010. p. 175-191.

ROSA, C. M. F.; BARALDI, M. I. O uso de narrativas (auto) biográficas como uma possibilidade de pesquisa da prática de professores acerca da educação (matemática) inclusiva. **Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 53, p. 936-954, 2015. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/bolema/v29n53/1980-4415-bolema-29- 53-0936.pdf. Acesso em: 05 set. 2020.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 9. ed. Petrópolis: Vozes, 1985. 121 p.

SÁ, E. D. Informática para as pessoas cegas e com baixa visão. In: **Atendimento educacional especializado**: deficiência visual. SÁ, E. D. de; CAMPOS, I. M. de; SILVA, M. B. C. SEESP / SEED / MEC Brasília, 2007.

SÁ, E. D. de; CAMPOS, I. M. de; SILVA, M. B. C. **Atendimento educacional especializado**: deficiência visual. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial, 2007.

SANTA CATARINA. **Proposta Curricular de Santa Catarina**: Disciplinas Curriculares. Florianópolis: IOESC, 1998. Disponível em: http://www.sed.sc.gov.br/documentos/ensino-89/proposta-curricular-156/1998-158/disciplinas-curriculares-232. Acesso em: 10 mar. 2018.

SANTOS, D. C. D.; CURY, N. H. O uso de materiais manipuláveis como ferramenta na resolução de problemas trigonométricos. **Revista Vidya**, v. 31, n. 1, p. 49-61, jan./jun. 2011. Disponível em: https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/284. Acesso em: 19 set. 2020.

SGANZERLA, M. A. R.; GELLER, M. Professores do AEE na perspectiva do Ensino de Matemática a alunos deficientes visuais. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 65, p. 190-210, set./dez. 2019.

SHIMAZAKI, E. M.; SILVA, S. C. R. da; VIGINHESKI, L. V. M. O ensino de Matemática e a diversidade: o caso de uma estudante com deficiência visual. **Interfaces da Educação**, Paranaíba, v. 6, n. 18, p.148-164, set./dez. 2016. Disponível em: https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/1082/913. Acesso em: 12 set. 2020.

SILVA, V. C. da. et al. Superando os obstáculos no desenvolvimento da inclusão em sala de aula com o auxílio de um projeto de extensão. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 64, p. 183-194, set./dez. 2019.

SILVA, D. M.; CARVALHO, L. T. M. L.; PESSOA, S. A. C. Material manipulável de geometria para estudantes cegos: reflexões de professores brailistas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 5, n. 9, 2016. Disponível em: http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/1264/pdf_196. Acesso em: 21 set. 2020.

SOARES, L. H. **Os conhecimentos prévios e o ensino dos números inteiros**. 2007. 99 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Sociedade) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2007.

SOUSA, M. do C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. 2004. 286 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

TEIXEIRA, L. R. M. Aprendizagem operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades. **Pró-Posição**, v. 4, n. 1, março, 1993. Disponível em: http://mail.fae.unicamp.br/~proposicoes/edicoes/home67.html. Acesso em: 9 out. 2016.

ULIANA, R. M. Inclusão de estudantes cegos nas aulas de matemática: a construção de um kit pedagógico. **Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 46, p. 597-612, ago. 2013. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2013000300017&script=sci_abstract&tlng=pt%3E. Acesso em: 18 set. 2020.

VITA, A. C. **Análise instrumental de uma maquete tátil para aprendizagem de probabilidade por alunos cegos**. 2012. 134 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo: 2012.

VIGINHESKI, M. V. L.; et al. O sistema Braille e o ensino da matemática para pessoas cegas. **Ciência Educação**, v. 20, n. 4, p. 903-916. 2014. Disponível em: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5041202. Acesso em: 20 set. 2020.

VIGINHESKI, L. V. M. **Uma abordagem para o ensino de produtos notáveis em uma classe inclusiva**: o caso de uma aluna com deficiência visual. 2013. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2013.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

______________. Obras escolhidas: **Fundamentos de defectologia**. Tomo. V. Madrid: Visor, 1997.

APÊNDICE A – DIAGNÓSTICO INICIAL SOBRE NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Tecnologia- PPGECT da UTFPR, Campus de Ponta Grossa

Projeto de Pesquisa: O material manipulável na significação de números inteiros para alunos cegos.
Professora Pesquisadora: Natali Angela Felipe
Data:

Estudante:

DIAGNÓSTICO SOBRE OPERAÇÕES COM NÚMEROS INTEIROS

1) Represente com numerais formados por algarismos e com símbolos matemáticos que você conhece as seguintes quantidades e expressões:

Exemplo: 12 é o numeral formado pelos algarismos 1 e 2 que representa doze unidades, o número doze.

a) Duas unidades negativas.

b) Três unidades multiplicado por duas unidades negativas.

c) Duas unidades negativas mais seis unidades positivas.

d) Oito unidades positivas subtraídas de doze unidades negativas.

2) Na linha abaixo há alguns numerais entre parênteses “( )” que representam quantidades (números):

(3) (-2) (0) (5) (-1) (+7) (-4)

Reescreva estes números em outra linha, do menor para o maior (ordem crescente), ou seja, ordene a partir daquele que representa a menor quantidade para o que representa a maior.

3) Apresente o resultado das seguintes operações matemáticas envolvendo quantidades negativas e positivas:

Atenção: Você deve explicar ao seu(sua) professor(a) como chegou a cada resultado, ele quer entender que procedimentos, operações ou cálculos você realizou em cada questão!

a) Resolva: (-5) + (-3) =

b) Resolva: 7 – (-3) =

c) Resolva: 8 X 3 =

d) Resolva: 6 ÷ 2 =

e) Resolva: (-4) – (-5) =

f) Resolva: (-8) ÷ (-2) =

g) Resolva: (+3) + (-3) =

h) Resolva: (-2) X (+6) =

i) Resolva: (-9) X (-2) =

j) Resolva: (-18) ÷ (+6) =

PROBLEMAS ENVOLVENDO NÚMEROS INTEIROS

1) A temperatura da cidade de Canoinhas numa certa quinta-feira do inverno chegou à -2º C. No outro dia, logo cedo um dos moradores da cidade assustado afirmou: “Ainda bem que a temperatura aumentou 5º C em relação a de ontem. Pior seria, se ela tivesse diminuído 5º C! ”
A partir dessas informações, responda:
Você concorda com a afirmação do morador de Canoinhas, quando afirma que se tivesse diminuído 5º C de temperatura em relação ao dia anterior seria pior? Explique por que.

2) Priscila têm em sua conta bancária o valor de quatrocentos reais (R$ 400,00). Ela economizou este valor para poder comprar uma bicicleta nova, então pesquisando encontrou três bicicletas de seu gosto que apresentam as mesmas funcionalidades e características, estas custam:
Bicicleta 1: R$ 389,00 reais
Bicicleta 2: R$ 421,50 reais
Bicicleta 3: R$ 350,00 reais
Analisando as possibilidades de bicicleta que Priscila encontrou e seu dinheiro disponível para comprar uma, responda:
Priscila poderia comprar qualquer uma das três bicicletas que gostou? Por quê?

APÊNDICE B- TAREFAS PARA O USO DO MATERIAL SOROBAN DOS INTEIROS

TAREFA 1: USANDO O MATERIAL PARA REPRESENTAR NÚMEROS E REALIZAR OPERAÇÕES MATEMÁTICAS

1) Agora que conhece a estrutura do material e quanto equivale cada conta (bolinha) segundo sua aproximação com a régua de numeração superior:
a) Represente na terceira classe o número três, na quarta classe o número onze. Repita na primeira classe o número onze. Agora ainda na primeira classe adicione três ao onze, qual é o novo registro na primeira classe?

b) Represente a operação 7 – 4 registrando o número sete na quarta classe e o número quatro na terceira classe. Em seguida, na primeira classe registre o resultado dessa operação.

c) Represente na quarta classe o número duzentos e quatro e na terceira classe o número dois. Na primeira classe registre então o resultado da operação de multiplicação entre esses dois números que já registrou.
Você usou o material para fazer o cálculo de multiplicação? Explique.

2) Agora você tem o auxílio do material para representar números e realizar operações básicas envolvendo eles. Mostre ao(a) seu(sua) professor(a) como você calcula os resultados das operações abaixo manipulando as contas (bolinhas) do material.
Você deve também anotar os resultados obtidos.
a) Calcule: 33 + 2 =
b) Calcule: 4 X 3 =
c) Calcule: 3 X 4 =
d) Calcule: 27 – 7 =
e) Calcule: (+18) + (+4) =
f) Calcule: (+2) X (+12) =
g) Calcule: (+11) – (+7) =
h) Calcule: 2 X 0 =
i) Calcule: 103 + 68 =
j) Calcule: 52 – 8 =

TAREFA 2: QUE NÚMEROS SÃO ESSES?

1) Realize as operações abaixo no material disponível e anote seu resultado na folha disponibilizada.
Explique como você registra no material cada numeral e como efetua cada operação matemática.

a) Resolva: 189 + 67 =
b) Resolva: 543 – 84 =
c) Resolva: 867 + 335 =
d) Qual é o resultado de nove menos onze? Anote usando símbolos e numerais essa operação e seu resultado.
e) Subtraia seis de nove. O resultado obtido representa um número? Que tipo de número?
f) Qual é o resultado de dez menos onze?

2) Atribua (apresente) um significado matemático para:

a) -2
b) -11
c) 6
d) +3
Você deve explicar o que significa cada um desses registros matemáticos acima.

3) O(A) professor(a) irá ditar duas operações a serem realizadas, assim você deve as anotar. Indique-as como letra a) e b).

Em seguida, resolva as duas operações explicando o procedimento e raciocínio utilizado. Você fez uso do material para realizar estes cálculos?

4) Explique o que representa matematicamente os símbolos + (sinal de mais) e - (sinal de menos) usados nas operações da questão anterior.
+ e - são sinais úteis? Para que eles são usados?

TAREFA 3: Qual é maior, qual é menor?

1) Represente um número positivo na quarta classe e outro número positivo na terceira classe.

a) O número que está representado na quarta classe é menor ou maior que o número representado na terceira classe? Por quê?
b) Inverta os mesmos números positivos de classe, da quarta para a terceira e da terceira para a quarta. Agora o número que está na quarta classe é maior ou menor que o que está na terceira?
c) Sabendo que os símbolos < e > significam, respectivamente, “menor que” e “maior que”, represente as comparações realizadas nos itens a) e b) usando os numerais e estes símbolos.

2) Compare os números abaixo, completando o espaço pontilhado (....) com um dos sinais < ou > .
Para comparar dois números no material, registre: o primeiro número na quarta classe e o segundo na terceira classe.

a) 3 8
b) -3 0
c) 5 .... (–3)
d) (+6) ...... (-6)
e) (-2)........ (-3)
f) (-4) ...... (-10)

Com base nas comparações realizadas acima, responda: Como podemos identificar dentre dois números distintos, tanto positivos quanto negativos, qual é o menor e qual é o maior número?

3) Juntamente com o(a) professor(a) construa uma reta orientada contendo o zero, números positivos e negativos.
Em seguida, verifique se há similaridade entre a reta orientada e a haste horizontal do material. Nesta haste horizontal é possível identificar dentre dois números distintos, tanto positivos quanto negativos, qual é o menor e qual é o maior número? Se sim, explique como compará-los. Teste suas ideias no material.

4) Continue representando quantidades (números) na haste horizontal, mas agora considere, por exemplo, que (+1) uma bolinha quebrada, está a uma unidade de distância de zero.
a) Qual é a distância de (-5) em relação a zero?
b) (-9) e (+7) estão a uma mesma distância unitária de zero? Qual dos números está a uma distância maior de zero? Justifique.
c) Determine dois números distintos que estão a uma mesma distância unitária de zero? Se possível, cite outros.

TAREFA 4: O ZERO NO MATERIAL

1) Represente no material os seguintes números (-0), 0 e (+0). Quantas bolinhas quebradas ou lisas ficaram próximas a régua de numeração superior quando você representou estes números?

2) Qual é o papel do número zero (0) nos números inteiros ou relativos?

3) Usando a representação de (+0) da questão 1), acrescente a este número: zero bolinhas lisas. Represente em símbolos e numerais a operação realizada no material e o seu resultado.

4) A partir de (+1) acrescente no material (-1).

a) Qual número estamos representando no material?
b) Continue, agora adicione cinco unidades negativas e mais cinco unidades positivas. Qual número estamos representando no material?
c) Se temos no material a representação de doze unidades negativas, que ação devemos tomar para que obtenhamos zero unidades?
d) Tendo a representação de nove quantidades positivas no material, adicione nele mais sete unidades positivas. Qual é o número que está sendo representado no material?

Continue com o resultado obtido, agora adicione duas unidades negativas, e depois mais uma unidade negativa. Qual é o número representado no material?

5) Represente de quatro maneiras distintas o número zero no material sem que nenhum de seus lados, direito e esquerdo, fique completamente vazio (zero bolinhas).
Anote cada representação envolvendo quantidades diferentes de zero.

6) Sem deixar nenhum dos lados do material vazio, represente os números abaixo no material. Anote a operação.
a) (-3) tendo na primeira classe do lado positivo duas bolinhas quebradas.
b) (+5)
c) (-13)
d) (+9)
e) (+20) já tendo no lado negativo do material (-3).
f) (-96)

EXPANDINDO IDEIAS:

a) Subtraia cinquenta e um de quarenta e nove. Anote usando símbolos e numerais essa operação e seu resultado.
b) Qual é o resultado de setenta menos oitenta e um? O resultado obtido representa um número? Que tipo de número?

TAREFA 5: ADIÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS

1) Apresente o resultado das seguintes operações matemáticas envolvendo quantidades negativas e positivas:

Atenção: Você deve explicar como chegou a cada resultado, o(a) professor(a) quer entender que procedimentos, operações ou cálculos você realizou em cada questão usando o material disponível.

a) Resolva: 18 + (-18) =
b) Resolva: (+6) + (+7) =
c) Resolva: (+56) + (+67) =
d) Resolva: (+7) + (+6) =
e) Resolva: 14 + (+9) =
f) Resolva: 9 + 14 =
g) Resolva: (+9) + (-7) =
h) Resolva: 4 + (-9) =
i) Resolva: 8 + (-3) =
j) Resolva: 13 + (-4) =
k) Resolva: 78 + (-62) =
l) Resolva: – 4 + (+13) =
m) Resolva: -16 + (+27) =
n) Resolva: 11 + (-3) =
o) Resolva: -3 + (+11) =
p) Resolva: - 6+ (-2) =
q) Resolva: -15 + (-7) =

TAREFA 6: SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS

Resolva as operações abaixo envolvendo números positivos e negativos. Explique como obteve cada resultado usando o material disponível.

a) Resolva: 7 – (+7) =
b) Resolva: 8 – (+5) =
c) Resolva: 34 – (+8) =
d) Resolva: 1 – (+3) =
e) Resolva: 9 – 13 =
f) Resolva: 26 – (+32) =
g) Resolva: 5 – 8 =
h) Resolva: 14 – (+19) =
i) Resolva: 4 – (-3) =
j) Resolva: 7 – (-5) =
k) Resolva: (+2) – (-4) =
l) Resolva: 7 + 5 =
m) Resolva: (-2) – (+1) =
n) Resolva: (-4) – (+5) =
o) Resolva: -12 – (+15) =
p) Resolva: (-2) – 1 =
q) Resolva: (-8) – (-4) =
r) Resolva: (-2) – (-4) =
s) Resolva: (-6) – (-7) =
t) Resolva: (-23) – (-27) =

TAREFA 7: MULTIPLICAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS

1) Responda rapidamente:

a) Qual é o resultado da operação (3 x 12) ? De que maneira você associou estes números para obter o resultado?

b) Você pode associar estes dois números no material de maneira a obter o mesmo resultado para a operação de (3 x 12)? Se sim, explique como?

2) Usando o material calcule as seguintes multiplicações/ produtos envolvendo números inteiros.
Não se esqueça de explicar para o(a) professor(a) como você está registrando os números e que alterações (movimentos) faz no material que te levam a obter o resultado de cada uma das operações.

a) Calcule: 13 X 2 =
b) Calcule: 3 X (-4) =
c) Calcule: (+4) X (+5) =
d) Calcule: 3 X (-2) =
e) Calcule: (+5) X (-5) =
f) Calcule: (-2) X 4 =
g) Calcule: (-3) X (+3) =
h) Calcule: (-2) X (-2) =
i) Calcule: (-4) X (-11) =

TAREFA 8: DIVIDINDO NÚMEROS INTEIROS

1) Se você possui oito bolinhas quebradas e quer as dividir em dois grupos de mesma quantidade, quantas bolinhas quebradas haverá em cada um dos grupos? Explique

2) Tendo dois grupos com quatro bolinhas quebradas, responda: qual é o total de bolinhas quebradas que você possui? Como você determinou sua resposta?

3) Explique detalhadamente como resolveria as seguintes divisões usando ou não o material.
a) $9 \div (-3) =$
b) $(-4) \div (-2) =$

4) Qual é o resultado das divisões abaixo? Explique como chegou a ele e argumente porque sua solução pode estar correta.
a) Resolva: $(-12) \div 2 =$
b) Resolva: $21 \div (-7) =$
c) Resolva: $(-35) \div (+5) =$
d) Resolva: $(-18) \div (-3) =$