

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CRISTIAN RAFAEL ELISEU DA SILVA

**A abordagem do conteúdo Porcentagem em livros didáticos
segundo os cenários para investigação**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO - PR
2018

CRISTIAN RAFAEL ELISEU DA SILVA

**A abordagem do conteúdo Porcentagem em livros didáticos
segundo os cenários para investigação**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso Superior de Licenciatura em Matemática – COMAT – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Câmpus Toledo, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof^o Dr^o Rodolfo Eduardo Vertuan.

TOLEDO - PR
2018

**TERMO DE APROVAÇÃO
DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

CRISTIAN RAFAEL ELISEU DA SILVA

**A abordagem do conteúdo Porcentagem em livros didáticos
segundo os cenários para investigação**

Trabalho apresentado como forma de avaliação para o Trabalho de Conclusão de Curso II do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, Câmpus Toledo, e aprovado pela banca examinadora abaixo.

Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan - orientador

Profª. Ms. Heloisa Cristina da Silva – membro titular da banca

Prof. Ms. Renato Francisco Merli – membro titular da banca

Toledo- PR, Junho de 2018.

Dedico este trabalho, primeiramente, a Deus, por sempre me mostrar o caminho que deveria seguir. À minha família por compreenderem os momentos em que não pude estar presente.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me dar forças e sabedoria nos momentos difíceis, fazendo com que eu não desistisse do curso.

Minha família pela ausência na vida deles durante este percurso. Sei que sempre entenderam o quão importante essa fase era para mim.

À minha mãe que todas as noites, ao deitar, pedia à Deus que me cobrisse com a proteção divina.

E aqueles que acreditaram na minha vitória. Amigos que levarei da UTFPR para a vida, que se tornaram pessoas importantes na minha vida.

E meu muito obrigado ao Professor Rodolfo, por acreditar em mim e em meu trabalho por mais que às vezes eu desanimasse.

RESUMO

SILVA, Cristian Rafael Eliseu. *A abordagem do conteúdo Porcentagem em livros didáticos segundo os cenários para investigação*. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2018.

O livro didático tem se constituído importante ferramenta didática, principalmente no que diz respeito ao ensino de Matemática. Por isso, nesse trabalho, nos interessamos em investigar “*Quais cenários de investigação, na perspectiva de Skovsmose, podem ser relacionados aos enunciados de questões matemáticas de porcentagem de livros didático*”. Desse modo, temos como objetivos analisar a forma como dois livros didáticos, um do quinto e outro do sexto ano, abordam o conteúdo Porcentagem segundo a perspectiva de ambientes de aprendizagem de Skovsmose. Verificamos que os livros privilegiam cenários de exercícios, embora o livro do quinto ano considere muitas situações com referências à semi-realidade. Propomos, ainda, modificações de situações dos livros para o desenvolvimento de cenários de investigação, mais especificamente, de atividades de Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Ambientes de Aprendizagem. cenários para investigação. Modelagem Matemática. porcentagem.

ABSTRACT

SILVA, Cristian Rafael Eliseu. The content approach Percentage in textbooks according to the research scenarios. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2018.

The didactic book has become an important didactic tool, especially in what concerns the teaching of Mathematics. Therefore, in this work, we are interested in investigating "What research scenarios, from Skovsmose's perspective, can be related to the mathematical statements of percentage of textbooks". Thus, we aim to analyze how two textbooks, one of the fifth and another of the sixth year, address the content Percentage according to the perspective of Skovsmose learning environments. We have found that books focus on exercise scenarios, although the fifth year book considers many situations with references to semi-reality. We also propose changes in situations of books for the development of research scenarios, more specifically, Mathematical Modeling activities.

Keywords: Learning Environments. Research Scenarios. Mathematica. Modeling. Percentage.

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| INTRODUÇÃO..... | 9 |
| 1 CENARIOS PARA INVESTIGAÇÃO..... | 11 |
| 2 MODELAGEM MATEMATICA NA EDUCAÇÃO MATEMATICA..... | 16 |
| 2.1 O que se entende por modelo matemático | 19 |
| 2.2 Sobre aspectos de uma atividade de Modelagem Matemática | 20 |
| 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS | 24 |
| 4. EXPLORANDO AS POSSIBILIDADES DE UM LIVRO DIDÁTICO | 26 |
| 4.1. O primeiro contato com o conteúdo..... | 27 |
| 4.2. Sobre o aprofundamento do conteúdo | 33 |
| 4.3. Atividades propostas | 39 |
| 4.4. Algumas possibilidades de uso da modelagem a partir dos enunciados dos livros..... | 44 |
| 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS | 49 |
| 6. REFERÊNCIAS..... | 51 |

INTRODUÇÃO

Ainda hoje as aulas de Matemática tem se constituído de dois momentos principais. No primeiro, o professor trabalha o conteúdo programado e passa alguns exemplos, e no segundo, trabalha com exercícios. Neste contexto, a aula considera, fortemente e em muitos casos, o livro didático como principal meio de proporcionar a aprendizagem. Assim, surge uma pergunta: *estes livros nos permitem explorar diferentes cenários de investigação¹?*

Neste sentido, tomando como objeto da pesquisa os capítulos de porcentagem de dois livros de Matemática utilizados em colégios da cidade de Toledo-PR, um do quinto ano do Ensino Fundamental (capítulo 9, referência: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014 e outro do sexto ano do Ensino Fundamental (capítulo 13, referência: ANDRINI, Álvaro. VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**. 4. ed. São Paulo: Editora Brasil, 2015, nos dedicamos a responder “*Quais cenários de investigação, na perspectiva de Skovsmose, podem ser relacionados aos enunciados de questões matemáticas de porcentagem de livros didáticos?*”.

A escolha destes livros didáticos deve-se ao fato de esta pesquisa ser parte de um projeto de pesquisa maior, interessado nas questões relativas à passagem do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental, e os respectivos livros serem utilizados pelas escolas participantes do projeto. Já o tema “porcentagem” é devido a seus conteúdos se relacionarem fortemente às situações do dia a dia e por haver uma unidade sobre o assunto em cada um dos livros, permitindo avaliar os cenários para investigação presentes no livro do quinto ano, e depois, no livro do sexto ano.

Desse modo, temos como objetivos compreender a estrutura dos livros didáticos quanto aos ambientes de aprendizagem, analisando a estruturação do capítulo como um todo, tanto a introdução da matéria, quanto o desenvolvimento dos conceitos e, por fim, de que forma são abordados os exercícios considerando

¹ Mais à frente, neste texto, discutiremos a expressão “cenários para investigação”.

sempre os ambientes de aprendizagem. Trata-se de uma interpretação feita das situações e enunciados utilizados nos livros didáticos para o trabalho com o conteúdo Porcentagem.

Desse modo, neste trabalho, apresentamos de forma sucinta os diferentes Ambientes de Aprendizagem, na perspectiva de Skovsmose (2000), detalhando e exemplificando cada tipo de ambiente apresentado. Considerando o ambiente de aprendizagem investigativo e com referência à realidade, como um ambiente que pode ser caracterizado pela Modelagem Matemática, enquanto tendência metodológica, é que apresentamos aspectos da Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática.

Pretendemos investigar nessa pesquisa, inclusive por acreditar que há a possibilidade de considerar situações de investigação, mesmo tomando os próprios exercícios do livro didático como ponto de partida, além de identificar e refletir sobre os diferentes ambientes que figuram nos livros didáticos com a finalidade de observar se há um enfoque na utilização de ambientes que referenciem principalmente a realidade dos alunos, é que se dá o capítulo das análises. Apresentamos, na sequência, nossas considerações finais e nossas referências.

O que se pretende com este trabalho é atentar para o fato de que o ensino deve buscar colocar o estudante como parte do processo de construção do conhecimento, visando cada vez mais se trabalhar com ambientes de aprendizagem que possam referenciar a realidade do aluno. Com a finalidade de trazer os ambientes de aprendizagem nos cenários de investigação, traremos um capítulo à qual propomos a utilização de exercícios do livro de forma modificada do original, de forma que o professor possa trabalhar atividades investigativas, mais especificamente se trabalhando com a resolução por meio da Modelagem Matemática, por acreditarmos que a modelagem matemática pode ser caracterizada como um ambiente de aprendizagem com paradigma de cenário para a investigação e referência à realidade.

1 CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO

Segundo Skovsmose (2000, p.3) “cenário de investigação pode ser definido como um ambiente que traz a possibilidade de dar suporte a um trabalho de investigação.” Para o autor,

um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo “O que acontece se... T” do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se... T”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração (SKOVSMOSE, 2000, p. 6).

Segundo o autor, quando trabalhamos com cenários de investigação, proporcionamos aos alunos um ambiente de aprendizagem por meio do qual eles podem se tornar mais críticos. Isso porque o envolvimento com a atividade neste ambiente de aprendizagem investigativo pode levar os alunos a questionarem as situações, os conceitos, os procedimentos, enfim, desenvolverem o pensamento crítico. Para Skovsmose (2000, p. 7):

as práticas de sala de aula baseadas num cenário para investigação diferem fortemente das baseadas em exercícios. A distinção entre elas pode ser combinada com uma distinção diferente, a que tem a ver com as “referências” que visam levar os estudantes a produzirem significados para conceitos e actividades matemáticas (SKOVSMOSE, 2000, p.7).

Os cenários de investigação tratam, portanto, de situações apresentadas em sala de aula, sejam com referências na matemática pura, na semi-realidade ou na realidade, que desencadeiam investigações, discussões entre os alunos e diferentes possibilidades de interpretação e encaminhamentos. Do mesmo modo, além dos cenários de investigação, o autor apresenta os cenários de exercícios, que também podem ser relacionados à matemática pura, à semi-realidade e à realidade.

Ambientes com referência na matemática pura são aqueles que utilizam do contexto matemático; ambientes com referência na semi-realidade tratam de dados que, embora inspirados na realidade, são dados fictícios, inventados para uma determinada situação; por fim, ambientes com referência na realidade são

aqueles relacionados às situações reais, com dados reais, podemos citar como exemplo as atividades de Modelagem Matemática.

Desse modo, considerando os ambientes de aprendizagem com referência à matemática pura, à semi-realidade e à realidade, bem como considerando que tais ambientes podem estar associados à cenários de investigação ou à cenários de exercícios, Skovsmose (2000) apresenta seis combinações possíveis.

| | Exercícios | Cenário para Investigação |
|-------------------------------|------------|---------------------------|
| Referências à matemática pura | (1) | (2) |
| Referências à semi-realidade | (3) | (4) |
| Referências à realidade | (5) | (6) |

O quadro acima proporciona entender e classificar os diferentes ambientes de aprendizagem em termos das ações que os alunos realizam, exercícios ou investigações, e dos contextos a que essas ações se dedicam, matemática pura, semi-realidade e realidade.

O ambiente tipo (1) é aquele dominado por exercícios apresentados no contexto da “matemática pura”. O tipo (2) é caracterizado como um ambiente que envolve números e figuras geométricas, por meio dos quais os alunos precisam investigar situações. O ambiente tipo (3) é constituído por exercícios com referências à semi-realidade. O ambiente (4) também contém referências à semi-realidade, mas agora ela não é usada como um recurso para que os alunos façam explorações e explicações. Exercícios baseados nas situações da realidade oferecem um ambiente de aprendizagem do tipo (5) e, por fim, o ambiente (6) refere-se a um ambiente com referência à realidade e baseado em um cenário de investigação.

Para melhor compreendermos sobre os ambientes de aprendizagem vamos, a seguir, citar algumas situações que nos remetem a cada um dos 6 tipos de ambientes, com base em Skovsmose (2000). O primeiro tipo de ambiente remete a exercícios do tipo que envolve a matemática pura. Como exemplo, podemos citar:

$$(27a - 14b) + (23a + 5b) - 11a =$$

$$(16 \times 25) - (18 \times 23) =$$

Partindo para o tipo (2), temos um ambiente que envolve números e/ou figuras geométricas e pode ser exemplificado por meio de uma investigação com uma tabela, conforme ilustra Skovsmose (2000):

Observemos uma interessante e antiga tabela de números, que provavelmente tem decorado as paredes de muitas salas de aula de matemática e servido de base para uma variedade de exercício:

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | ... | | | | | | |

Figura 1 - Uma interessante e antiga tabela de números

Concentremo-nos num retângulo colocado sobre a tabela. Se os números nos cantos do retângulo são indicados por a, b, c e d, é possível calcular o valor de F determinado por:

$$F = ac - bd.$$

O retângulo pode ser transferido para outra posição e o valor de $F=ac - bd$ pode ser calculado novamente. Por exemplo, observamos que $22 \cdot 34 - 24 \cdot 32 = -20$ e $37 \cdot 49 - 39 \cdot 47 = -20$. Tentemos transladar o retângulo para uma posição diferente e calcular de novo o valor de F. A propósito, o que acontece se girarmos o retângulo em 90° e fizermos o mesmo cálculo? Bem... O que acontece se escolhermos um retângulo maior e fizermos uma translação semelhante? Qual será o valor de $F = ac - bd$? De que maneira o valor de F depende das dimensões do retângulo? (SKOVSMOSE, 2000, p.3)

Seguindo com os ambientes de aprendizagem temos o ambiente (3) onde se busca tratar de uma semi-realidade com exercícios. Como exemplo, citamos o enunciado: “Carlos vai à feira municipal para comprar laranjas, chegando lá resolve pesquisar os preços. O feirante A faz a laranja a R\$ 1,00 o kg, já o feirante B vende os 1,2kg do estoque restantes por R\$ 1,10. Qual feirante está vendendo mais barato?”. Podemos dizer que esse exemplo é de referência à semi-realidade, pois o mesmo não leva em conta diversas circunstâncias que poderiam ser relacionadas às situações reais de compra e venda de laranjas em feiras.

Para melhor exemplificar o ambiente (4) vamos utilizar o exemplo citado por Skovsmose (2000, p.10):

Como o ambiente (3), o ambiente (4) também contém referências a uma semi-realidade, mas agora ela não é usada como um recurso para a produção de exercícios: é um convite para que os alunos façam explorações e explicações. Uma “corrida de grandes cavalos” pode servir como exemplo. A pista de corrida é desenhada na lousa e onze cavalos – 2, 3, 4,..., 12 – estão prontos para iniciar. Dois dados são jogados; a partir da soma dos números tirados, marca-se uma cruz no diagrama. Como mostra a Figura, a soma 6 apareceu três vezes, mais vezes que as outras somas. O cavalo 6, portanto, tornou-se o grande vencedor, seguido pelos cavalos 7 e 10.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|---|
| | | | | | | | | | | |
| | | | X | | | | | | | |
| | | | X | X | | | X | | | |
| X | X | | X | X | X | X | X | | X | |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 2 |

Essa corrida de cavalos pode ser desenvolvida na direção de uma grande atividade de sala de aula. Imagine que estamos com crianças em torno de 11 anos. Duas agências de apostadores organizam-se na sala de aula. Um pequeno grupo de alunos controla cada agência. Independente das outras, as agências anunciam os prêmios. O resto da classe, jogadores muito ricos, faz suas apostas: “Veja, a agência A paga de volta 8 vezes pelo cavalo número 9. Mas veja a agência B! Eles pagam 40 vezes pelo cavalo número 10!” As apostas precisam ser feitas logo, pois a próxima corrida está para começar. Um outro grupo de crianças, que está cuidando da corrida, toca o sino e a sala de aula fica em silêncio. Os dados são jogados, as somas são calculadas, as cruces são feitas e os cavalos correm pelas linhas. Alguns apostadores mostram grandes sorrisos... Depois de várias corridas, não há cheiro de cavalos na sala de aula. A grande corrida de cavalos está acontecendo numa semi-realidade, mas não no paradigma do exercício. E as muitas observações sobre as habilidades dos diferentes cavalos (o cavalo número 11 precisa de algumas pílulas de vitamina) não são percebidas como obstruções. [...] A atividade toda está localizada num cenário para investigação. Muitas descobertas estão esperando as crianças. Estratégias estão para ser produzidas e aperfeiçoadas. E, uma vez que essa atividade foi escolhida para ser descrita, o aluno certamente aceitou o convite para participar da grande corrida de cavalos (SKOVSMOSE, 2000, p.10).

Para exemplificar o ambiente de aprendizagem tipo (5) podemos utilizar exercícios baseados no cotidiano que representam dados reais. Por exemplo, diagramas representando o desemprego podem ser apresentados como parte do

exercício, e, com base neles, podem ser elaboradas questões sobre períodos de tempo, países diferentes, etc.

Conforme podemos ver no exemplo citado por Skovsmose (2000) o ambiente de aprendizagem do tipo (6) é envolvido por problemas que referenciam a realidade. Neste caso os alunos buscam dados reais, de preferência com base em situações vivenciadas por eles na sociedade onde os próprios alunos criam indagações e buscam respostas para sanar as dúvidas existentes. Conforme o exemplo a seguir:

Os estudantes investigaram uma fazenda relativamente próxima da escola. Primeiro, calculou-se a quantidade de energia em termos, por exemplo, da gasolina usada na preparação de um certo campo durante um ano. No celeiro, os alunos ouviram do agricultor explicações sobre os métodos de preparação do campo. Depois, eles mediram a largura dos diferentes instrumentos – o arado, a colheitadeira, etc. – e, com isso, estimaram quantos quilômetros o agricultor tem que dirigir o trator anualmente na preparação do campo. No campo pesquisado, a cevada estava crescendo e foi calculada a quantidade de energia que havia na cevada colhida. Para esses cálculos, usaram-se informações estatísticas trazidas da agronomia e de outras áreas. De acordo com os cálculos dos alunos, o diagrama input-output estava bastante lucrativo: a cevada colhida tinha seis vezes mais energia do que a energia usada no campo; isso porque o Sol é um grande fornecedor de energia. O resultado pôde ser comparado com as estatísticas oficiais da Dinamarca, que revelaram um fator um pouco menor (um motivo para isto é que os alunos não consideraram todos os tipos relevantes de transporte necessários para gerir a fazenda). Nessa fazenda, a cevada era usada como alimento para os porcos e, assim, os alunos puderam montar um novo modelo input-output. Eles recolheram informações sobre a quantidade de porcos que estava comendo cevada em relação aos seus pesos e sobre o tempo necessário para serem levados para o matadouro. O fator foi calculado em torno de 0,2; somente um quinto de energia contida na comida fornecida aos porcos estava na carne. A produção de carne, portanto, parece ser uma atividade econômica ruim do ponto de vista da energia. Essas conclusões são características somente da fazenda escolhida? Os resultados dos alunos foram muito similares aos relatados nas estatísticas oficiais sobre a agricultura dinamarquesa. Do ponto de vista da energia, a transformação de cevada em carne tem um custo muito alto. Nesse sentido, as investigações dos alunos tornaram-se exemplares, o que é um elemento essencial no trabalho de projeto. (SKOVSMOSE, 2000, p.12).

Conforme afirma Skovsmose (2000), como característica de um ambiente de aprendizagem do tipo (6) temos que “as referências são reais, tornando possível

aos alunos produzirem diferentes significados para as atividades (e não somente os conceitos) [...]. Isso quer dizer que são eliminadas as autoridades que exercem seu poder no paradigma do exercício. O pressuposto de que há uma, e somente uma, resposta correta não mais faz sentido” (SKOVSMOSE, 2000, p.13). Do mesmo modo,

A proposta de Modelagem na Educação Matemática é que a abordagem de questões reais, oriundas do âmbito de interesses dos alunos, pode motivar e apoiar a compreensão de métodos e conteúdos da matemática escolar, contribuindo para a construção de conhecimento bem como pode servir para mostrar aplicações da Matemática em outras áreas de conhecimento (ALMEIDA; SILVA; E VERTUAN, 2012 p. 30).

Dessas afirmações, da caracterização de um ambiente de aprendizagem do tipo (6) de Skovsmose (2000) e de Modelagem Matemática na perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2012), decorre que podemos caracterizar uma atividade de Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem do tipo (6). Por isso, no próximo capítulo, discutiremos a Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Os tempos atuais exigem do docente sensibilidade para transformar o ambiente de aprendizagem em sala de aula, de um ambiente centrado no docente, para um ambiente centrado no aluno, na investigação e nas diferentes tecnologias. Cabe ao professor, também, buscar alternativas para tornar a aula atrativa para os alunos e, neste contexto, existem várias tendências da Educação Matemática que podem ser utilizadas com vistas a modificar o modo de agir e pensar dos alunos em uma aula de matemática. Dentre as várias tendências, nosso principal objetivo, neste momento, é tratar da Modelagem Matemática.

Podemos dizer que a Modelagem Matemática se dá por meio de uma situação muitas vezes externa à matemática e que é trabalhada de forma que se possa investigar esta situação, a qual passa a ser sistematizada e descrita por meio

da utilização de conceitos matemáticos e extra matemáticos, com vistas a apresentar uma resolução que satisfaça o problema inicial, que possa explicar ou descrever a situação que originou o problema, por meio de uma linguagem ou estrutura matemática

Brandt, Burak e Klüber (2016) apresentam algumas implicações percebidas como decorrentes das atividades de Modelagem. Para os autores, as atividades de Modelagem possibilitam:

[...] maior envolvimento dos alunos, atividades relacionadas ao cotidiano, liberdade para discussão, reflexões sobre as respostas e situações propostas, utilização de algoritmos próprios em determinadas situações, oportunidade de realizar trabalho em equipe, autonomia para elaborar situações-problema e na escolha dos conteúdos matemáticos a serem trabalhados. Essas implicações mostram que a adoção de uma forma diferenciada de trabalhar a Matemática, nesse caso a Modelagem Matemática, traz perspectivas promissoras para o seu ensino na Educação Básica (BRANDT, BURAK, KLÜBER, 2016, p.104).

Mas para utilizar a Modelagem na sala de aula precisamos conhecer o que fundamenta a tendência e, também, é necessário que o professor esteja ciente das possibilidades que cercam um ambiente de aprendizagem norteado pela Modelagem Matemática. Como professor, por exemplo, devemos estar preparados para encarar as diferenças de pensamento bem como as diferentes formas de interpretação que nossos alunos podem realizar, e encarar que essas diferenças nada mais são do que saber compreender que cada pessoa tem uma forma de pensar e interpretar a realidade. Como um mediador do ambiente de aprendizagem o professor deve saber explorar todas as possibilidades que surgem, questionando e direcionando de modo que cada resolução feita e cada modelo construído sejam aproveitados ao máximo para gerar aprendizagem.

Conforme Santana e Barbosa (2012) o papel do professor é extremamente importante. Em uma atividade de modelagem matemática, o mesmo deve cuidar para que seus discursos durante o desenvolvimento da atividade não gerem margem para que os discursos dos alunos sejam conduzidos pelo professor, mesmo que indiretamente. Os autores relatam que, em suas experiências,

[...] os discursos dos alunos foram regulados por dois tipos de discursos produzidos pelo professor: o *discurso procedimental* e o *discurso silenciador*. O discurso procedimental refere-se ao discurso do professor, no qual ele deixa evidentes os procedimentos de abordagem do problema no ambiente de aprendizagem, como: onde as informações podem ser coletadas; quais informações são relevantes para o desenvolvimento das situações-problema; e como podem ser desenvolvidas as situações-problema. Já o discurso silenciador refere-se à invalidação de encaminhamentos propostos pelos alunos, como aqueles em termos de que dados devem ser utilizados, das informações relevantes. (SANTANA, BARBOSA, 2012, p. 1016).

Desse modo, cabe ao professor refletir de forma que seus comentários durante a mediação da atividade não acabe por silenciar as opiniões dos alunos e, por consequência, faça com que a atividade de modelagem deixe de ter o papel de levar o aluno a desenvolver o pensamento crítico.

Nesse sentido, podemos estudar a Modelagem Matemática levando em conta os três casos que podemos classificar, conforme nos indica Barbosa (2001)

Analisando os estudos sobre Modelagem, nacional e internacional, podemos classificar os casos de Modelagem de três formas diferentes: Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.[...] Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. [...] Caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. (BARBOSA, 2001, p. 8-9)

O trabalho com a modelagem nem sempre será o caminho mais fácil, pois é um caminho árduo que tira o papel centralizado no professor como detentor do conhecimento, que sai do pedestal, onde muitas vezes o aluno vê a opinião do professor como inquestionável; faz com que surjam inúmeras possibilidades gerando a curiosidade e com ela o desejo de conhecer mais e mais, e isto muitas vezes faz com que o professor saia de sua zona de conforto, perdendo o “controle da

situação”, ou seja, em um ambiente de modelagem muitas vezes não se sabe o que irá surgir a cada passo que se dá na construção do modelo, o que gera um desconforto ao professor que não sabe o que o aguarda em cada passo da construção da atividade.

Partindo da ideia abordada por Almeida, Silva e Vertuan (2012), podemos dizer que uma atividade de Modelagem Matemática se situa entre dois momentos. No primeiro momento temos uma situação inicial que pode ser descrita como o problema a ser resolvido, relacionado à realidade local, ao grupo de alunos, bem como a outros fenômenos relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem. Para a obtenção da solução para o problema suscitado, segundo momento, é necessário envolver muitos fatores, levantar informações para o problema e utilizar conceitos matemáticos e até extra-matemáticos com o objetivo de desenvolver um modelo matemático que satisfaça a situação inicial e possibilite uma reflexão ou solução. A situação final, portanto, é representada pela resolução do problema.

2.1. O que se entende por Modelo Matemático

Almeida e Silva (2014, p. 2) definem modelo matemático como “[...] um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, que é expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, em geral, não matemático”.

Com base na definição acima podemos dizer que a Modelagem Matemática se dá por meio de uma situação muitas vezes externa à matemática e que é trabalhada de forma que se possa investigar esta situação, a qual passa a ser sistematizada e descrita por meio da utilização de conceitos matemáticos e extra matemáticos, com vistas a apresentar uma resolução que satisfaça o problema inicial, que possa explicar ou descrever a situação que originou o problema, por meio de uma linguagem ou estrutura matemática.

Ao desenvolver o modelo matemático o aluno se depara com situações para a qual o mesmo necessita fazer o uso de conceitos já conhecidos, mas as

vezes é necessário construir novos conhecimentos conforme escrito no texto de Almeida e Vertuan (2011):

Ao fazer uso da matemática, considerando tanto o uso de algoritmos quanto conceitos matemáticos em si, os alunos podem ou aplicar conhecimentos já construídos durante as aulas, ou construir novos conhecimentos. Em muitas situações, ao se envolver com atividades de modelagem, os alunos deparam-se com um obstáculo para o qual não possuem, provisoriamente, conhecimentos suficientes para supera-lo, emergindo assim a necessidade de construir tal conhecimento por meio desta atividade. Logo, em atividades de modelagem, os alunos tanto podem resignificar conceitos já construídos quanto construir outros diante da necessidade de seu uso (ALMEIDA; VERTUAN, 2011, p.25-26).

2.2. Sobre aspectos de uma atividade de Modelagem Matemática

Há uma necessidade, cada vez maior, de se buscar formas diferentes de abordar os conteúdos em uma sala de aula, mudar o rumo das aulas que em sua grande maioria tem um caráter tradicional. É como se o professor seguisse uma receita, passando as definições dos conteúdos, resolvendo um exemplo com os alunos e passando uma lista de exercícios para fixação do conteúdo. As escolas têm procurado formas diferentes de realizar o ensino de matemática e nesse contexto que se dá a utilização da Modelagem Matemática.

Conforme é comentado por Almeida, Vertuan (2011), muitas vezes se inicia a modelagem com temas sem relação com a matemática e também de forma que os alunos não tenham a menor noção de onde querem chegar. Neste contexto, a utilização da Modelagem Matemática pode ser entendida como uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática, sem a necessidade de fixar procedimentos previamente, já que a Modelagem proporciona diversas possibilidades de encaminhamento de resolução e, em consequência, de procedimentos e conteúdos utilizados. Por meio da Modelagem os conteúdos e ideias matemáticas surgem conforme o encaminhamento da atividade.

A atividade de Modelagem surge a partir de uma situação inicial. Essa situação inicial que irá gerar um problema, normalmente vem de alguma situação externa ao ambiente da sala de aula, seja por ser um assunto que gera curiosidade,

polêmica, ou até mesmo uma situação cuja resolução pode gerar melhorias na escola, na sociedade ou até mesmo no ambiente familiar. A resolução da atividade deve ser construída por meio dos conhecimentos dos próprios alunos, os quais são acompanhados pelo professor que assume o papel de mediador, incentivando os alunos a resgatar conceitos que podem ser aproveitados na construção da atividade, ou até mesmo fazendo com que os mesmos busquem novos conhecimentos que até então eram desconhecidas, mas que se fizeram necessárias na situação.

Quando trabalhamos a modelagem de modo criativo e de modo que os alunos estejam motivados, os alunos utilizam conhecimentos já adquiridos para chegar a um modelo e responder a um problema. Quando os alunos se depararem com um obstáculo que não conseguem transpor, relacionado a um conteúdo que não conhecem, por exemplo, o professor pode aproveitar a situação para apresentar e explicar o tal conteúdo, o que significa que novos conceitos matemáticos também podem ser discutidos a partir de uma atividade de Modelagem Matemática.

Além disso, a modelagem contribui para o aluno como membro de sua sociedade, isso porque ele desenvolve o raciocínio e se desenvolve como um cidadão crítico e ativo na sociedade, o que deveria, aliás, ser um dos objetivos de todo docente em relação a todo aluno. Acreditamos que isso aconteça em Modelagem Matemática porque os alunos saem de suas zonas de conforto e passam a se tornar mais ativos, sempre indagando e buscando investigar situações diversas por meio da matemática. Uma atividade de modelagem pode proporcionar uma transformação na maneira como os alunos se relacionam com a matemática.

Conforme diz Almeida, Silva, e Vertuan (2012):

A proposta de Modelagem na Educação Matemática é que a abordagem de questões reais, oriundas do âmbito de interesses dos alunos, pode motivar e apoiar a compreensão de métodos e conteúdos da matemática escolar, contribuindo para a construção de conhecimento bem como pode servir para mostrar aplicações da Matemática em outras áreas de conhecimento (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012 p. 30).

Como seres humanos, estamos constantemente interagindo em comunidade. Nesta interação, temos a possibilidade de expor nossas opiniões assim como estar

constantemente construindo novas ideias. Esse processo de interação é que permite uma maior acessibilidade às informações bem como auxiliar no processo de aprendizagem. Sendo a interação uma ferramenta essencial para a construção de aprendizagens e considerando a modelagem matemática uma metodologia que proporciona aos alunos essa interação, por ter no trabalho em grupo uma de suas principais características, é que os alunos “aprendem” discutindo e expondo seus pontos de vista, influenciando a construção de conhecimentos dos demais integrantes do grupo, bem como sendo influenciados pelas ideias e manifestações dos outros. Neste contexto,

quando os alunos trabalham juntos com o mesmo objetivo e produzem um produto ou solução final comum, têm a possibilidade de discutir os méritos das diferentes estratégias para resolver um mesmo problema e isso pode contribuir significativamente para a aprendizagem dos conceitos envolvidos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 33).

Ao trabalharem na investigação de um problema na ótica da Modelagem Matemática, os alunos podem passar por algumas fases relativas às ações que empreendem para construir uma solução para o problema. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012):

uma atividade de Modelagem Matemática, nesse contexto, envolve fases relativas ao conjunto de procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema as quais caracterizamos com: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.15).

A fase da *inteiração* pode ser relacionada ao fato de o aluno estar ciente e conhecer sobre o assunto a ser tratado na atividade de Modelagem. Essa fase é caracterizada pelo primeiro contato, onde se procura conhecer e saber das características da situação-problema. É a fase em que se faz a coleta de dados, bem como a definição de metas para que seja feita a resolução do problema.

Já na *matematização* acontece uma estruturação da fase anterior. Nela, se busca dar um sentido matemático aos problemas iniciais criados a partir da coleta de dados e da tomada de conhecimento a respeito do assunto a ser investigado.

Conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012) essa fase se caracteriza pela transição de linguagens, considerando a utilização de símbolos matemáticos com a finalidade de poder realizar descrições matemáticas, que podem ser fundamentadas por meio da formulação de hipóteses, a seleção de variáveis e a simplificação para melhor adequar o modelo matemático.

A fase da *resolução*, por sua vez, é caracterizada pela construção de um modelo matemático a partir da descrição da situação sempre permitindo uma análise dos aspectos considerados relevantes, nesta fase também se faz necessário buscar responder as perguntas formuladas com base na situação-problema inicial.

Por fim, a fase denominada pelos autores de *interpretação de resultados* e validação, é a aquela em que se visa, além da capacidade de construir e aplicar modelos, ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações. A fase de interpretação implica também em uma análise de uma resposta para o problema, perpassando por um processo avaliativo que deve ser realizado pelos envolvidos na atividade com a finalidade de se obter uma validação da representação matemática que foi associada ao problema inicial, sem deixar de considerar os procedimentos matemáticos e as adequações necessárias para se chegar à solução do problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Por meio desta pesquisa, buscamos discutir o modo como é apresentado o conteúdo de porcentagem nos livros didáticos utilizados pelo quinto e sexto ano do Ensino Fundamental em duas escolas da cidade de Toledo-PR. Intentamos, especialmente, conhecer a estrutura do capítulo de porcentagem do livro didático de matemática sob a ótica dos ambientes de aprendizagem, buscando analisar como os livros introduzem o conteúdo, aprofundam e desenvolvem o conteúdo e propõem atividades levando em consideração os ambientes de aprendizagem, e buscando encontrar atividades que podem ser reformuladas, permitindo uma abordagem diferente por meio da Modelagem Matemática que ao nosso ver pode ser descrita como um ambiente de aprendizagem do tipo (6).

Nossa pesquisa é de caráter qualitativo e trata de uma análise documental. De acordo com Lüdke e André (1986), os documentos, como os livros didáticos,

[...] constituem uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas evidências que fundamentem afirmações e declarações do pesquisador. Representam ainda uma fonte “natural” de informação, não sendo apenas uma fonte de informação contextualizada, mas surge num determinado contexto e fornecem informações sobre esse mesmo contexto (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 39).

Considerando os ambientes de aprendizagem apresentados por Skovsmose (2000), sejam eles cenários de exercícios ou cenários para investigação, tomamos como objetos de estudo tanto os modos como os livros iniciam a apresentação do conteúdo, os modos como desenvolvem o conteúdo (apresentando novos conceitos sobre porcentagem para além da abordagem inicial), quanto os enunciados dos exercícios que são propostas nas referidas unidades. Ao realizarmos nossas análises, buscamos apresentar exemplos dos ambientes de aprendizagem encontrados, principalmente os cenários para investigação.

Desse modo, no próximo capítulo apresentaremos nossas análises, considerando cada parte do livro didático levando em consideração a forma como os autores trazem os conteúdos, sempre se baseando nos ambientes de aprendizagem, o que pretendemos com as análises é identificar quais ambientes podem ser encontrados na introdução, no desenvolvimento e nas atividades propostas pelos autores ao longo do desenvolvimento do conteúdo de porcentagem,

e por fim pretendemos selecionar algumas atividades que permitam se trabalhar com Modelagem Matemática visto que consideramos a mesma como um ambiente de aprendizagem com referência a realidade nos paradigmas de cenários para investigação.

4 EXPLORANDO AS POSSIBILIDADES DE UM LIVRO DIDÁTICO

Depois de analisar os livros didáticos utilizados por alunos de 5° e 6° anos de duas escolas do município de Toledo, uma municipal e outra estadual, parceiras de um projeto intitulado “Da passagem do quinto para o sexto ano do ensino fundamental: uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções docentes e discentes²”. Os livros escolhidos se devem ao fato de serem utilizados nas escolas que dividem o mesmo prédio, e por conta disso em sua maioria os alunos que fazem a transição do quinto para o sexto ano permanecem no mesmo ambiente escolar.

Assim pudemos realizar algumas considerações a respeito da possibilidade de instauração de ambientes de aprendizagem, na perspectiva de Skovsmose (2000), a partir de enunciados dos respectivos livros didáticos.

Vamos descrever nas próximas páginas quais são as principais abordagens utilizadas nestes livros, tomando como base um capítulo comum à eles, o capítulo que aborda o conteúdo de “Porcentagem”. O principal enfoque neste capítulo é analisar a ótica que os autores trazem para o livro didático buscando refletir, a partir dos enunciados e situações apresentadas nos livros, sobre quais são os ambientes de aprendizagem que podem ser vislumbrados. Atentamos para o fato de que nosso objetivo não é julgar os livros didáticos, mas sim, apresentar as situações que são, neles, apresentadas, em termos de cenários para investigação, de modo que o professor, leitor desse trabalho, possa conhecer e fazer uso consciente de diferentes contextos e cenários em sala de aula.

Os livros utilizados nesta pesquisa são: **Projeto Coopera: matemática**³, do quinto ano do Ensino Fundamental; e **Praticando Matemática**⁴, do sexto ano do Ensino Fundamental.

² Projeto de Pesquisa aprovado junto ao CNPq por um grupo de docentes do Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, Campus Toledo, do qual faz parte o orientador deste trabalho.

³ REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. Projeto Coopera Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

⁴ ANDRINI, Álvaro. VASCONCELLOS, Maria José. Praticando Matemática. 4. ed. São Paulo: Editora Brasil, 2015.

4.1. O primeiro contato com o conteúdo

No livro utilizado para o quinto ano, temos a situação da Figura 1 e Figura 2 como forma de introdução e primeiro contato do aluno com o conteúdo.

Figura 1. Introdução do capítulo de porcentagem do livro do quinto ano – parte 1

Porcentagem

Desperdício de alimentos

Segundo a ONU, estima-se que um terço da produção de comida do mundo seja jogado no lixo, com cerca de 1 bilhão e 300 milhões (1,3 bilhão) de toneladas de alimento sendo desperdiçadas todos os anos.

No Brasil, esta realidade também não é diferente. Observe no gráfico como essa quantidade de alimentos se “perde” desde a colheita até a mesa do consumidor.

Alimentos aproveitados 36%

varejo 1%

indústria 15%

transporte 8%

Onde está o desperdício?
Dados do Instituto Akatu mostram que 64% dos alimentos produzidos no Brasil são desperdiçados.


colheita 20%

cozinha 20%

Disponível em: <www.amambainoticias.com.br/brasil/dia-mundial-de-melo-ambiente-como-o-desperdicio-causa-fome>. Acesso em: 5 maio 2014.


Lemos o sinal % assim: **por cento**. Observe dois exemplos:

15% (quinze por cento)



indústria

8% (oito por cento)



transporte

Você vai aprender mais sobre **porcentagem** nas próximas atividades, mas já é possível interpretar o gráfico. Responda em seu caderno:

1. Que informações são apresentadas nesse gráfico?
2. Observando as partes pintadas do círculo, a quantidade de alimentos produzidos que são aproveitados é maior ou menor do que a metade?
3. O que representa cada cor no gráfico?
4. Onde são desperdiçados os 64 por cento (64%) de alimentos produzidos?

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014

Figura 2. Introdução do capítulo de porcentagem do livro do quinto ano – parte 2

Porcentagem, fração e número decimal

Podemos escrever:

$$8\% = \frac{8}{100} = 0,08$$

Escrita percentual Escrita fracionária Escrita decimal

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15$$

Escrita percentual Escrita fracionária Escrita decimal

Resolva todos os exercícios em seu caderno.

- Observe a ilustração abaixo, que apresenta informações sobre a perda de alimentos em feiras livres do estado de São Paulo:

| Alimento | Porcentagem de perda |
|----------|----------------------|
| Banana | 40% |
| Laranja | 25% |
| Manga | 25% |
| Abacate | 26% |
| Mamão | 21% |
| Morango | 40% |
| Abacaxi | 20% |
| Melancia | 30% |

Fonte: Revista Galileu. Rio de Janeiro: Globo, ago. 2010, n. 229.

 - Qual é a porcentagem de perda de melancia nas feiras?
 - Quais são as frutas com maior porcentagem de perda? Qual é a porcentagem?
 - Qual é a fruta com o menor percentual de perda? Qual é a porcentagem?
- Há outros alimentos que também vão para o lixo todos os dias nas mesmas feiras. Observe os percentuais de perda de legumes e verduras:

| Alimento | Porcentagem de perda |
|------------|----------------------|
| Chuchu | 15% |
| Tomate | 40% |
| Couve-flor | 50% |
| Batata | 25% |
| Cenoura | 20% |

Fonte: Revista Galileu. Rio de Janeiro: Globo, ago. 2010, n. 229.

Escreva, nas formas fracionária e decimal, as porcentagens correspondentes à perda de cada um desses alimentos.

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014

Baseados nas situações apresentadas no livro didático conforme as Figuras 1 e 2, observamos que a primeira abordagem utilizada para introduzir o conteúdo pode ser caracterizada como uma situação com “referências à realidade”. Isso pode ser verificado, também, nas fontes utilizadas pelo autor.

Quanto aos ambientes de aprendizagem utilizados no livro, o que podemos caracterizar em relação à situação introdutória, é que se refere a um ambiente do tipo (5), de exercícios com referência à realidade. Essa inferência é possibilitada pelas questões que seguem as situações reais. De todo modo, quando analisamos isoladamente a questão 1 da Figura 1 – “que informações são apresentadas nesse gráfico?” – somos levados a considerar que a situação poderia ser caracterizada como do tipo (6), pois tal situação poderia levar os alunos a fazerem uma série de questionamentos, conduzindo a uma investigação que poderia envolver o ambiente ao redor. Essa atividade poderia permitir que os alunos refletissem sobre suas


realidades, no que diz respeito ao desperdício de alimentos em suas residências, por exemplo, ou em suas cidades. Desse modo, os estudantes poderiam entender melhor o conceito inicial de porcentagem ao construir representações referentes às suas realidades.

No entanto, em se tratando das demais atividades apresentadas na Figura 1 e Figura 2, consideramos caracterizá-las como atividades do tipo (5), ou seja, exercícios que se relacionam à realidade. Por mais que os dados citados sejam referências à realidade, a abordagem nessas questões conduz a um cenário de exercício onde todas as respostas são retiradas do próprio texto introdutório e não há possibilidade de investigação, ao menos, considerando apenas o que se pede cada item da atividade.

No livro utilizado para o sexto ano, temos a situação na Figura 3 como forma de introdução e primeiro contato do aluno com o conteúdo. Cabe ressaltar que o livro do sexto ano possivelmente considera que os alunos já conhecem um pouco do assunto, por ele ser da ementa do quinto ano também. Embora os livros sejam de autores diferentes e, portanto, não há uma sequência de abordagem entre um e outro.

Figura 3. Introdução do capítulo de porcentagem do livro do sexto ano – parte 1

1. O que é porcentagem?



Se você abrir o jornal de hoje, provavelmente encontrará dados representados por meio de porcentagens.

Aprender porcentagens e os cálculos relacionados a elas nos ajuda a entender e utilizar melhor essas informações.

O símbolo % se identifica com centésimos. Porcentagens são frações com denominador 100.

Veja os exemplos:

| | | | |
|-----------------------------------|------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
| $\frac{85}{100} = 85\%$ | $\frac{7}{100} = 7\%$ | $\frac{12}{100} = 12\%$ | $\frac{63}{100} = 63\%$ |
| Lê-se: oitenta e cinco por cento. | Lê-se: sete por cento. | Lê-se: doze por cento. | Lê-se: sessenta e três por cento. |

Frações de denominador 100 podem ser escritas na forma de porcentagem; $\frac{79}{100} = 79\%$.

É 100% (cem por cento), quanto é?

100% é $\frac{100}{100}$, ou seja, 100% é a totalidade. Veja alguns exemplos:

- Se uma classe tem 30 alunos, esses 30 alunos correspondem a 100% dos alunos da classe.
- Se tenho R\$ 80,00 na carteira, então R\$ 80,00 correspondem a 100% do que tenho na carteira.

Figura 4. Introdução do capítulo de porcentagem do livro do sexto ano – parte 2

50% de um número

Quando lemos um anúncio como este ao lado, sabemos que as mercadorias estão sendo vendidas pela metade do preço. Por quê?
Porque se 100% é o total, 50% é a metade do total. Observe:

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Para calcular 50% de um total, basta dividi-lo por 2.

- 50% de 30 é 15, porque $30 : 2 = 15$
- 50% de 46 é 23
- 50% de 7 é 3,5
- 50% de 0,8 é 0,4

LIQUIDAÇÃO TOTAL
OFERTA
50% de desconto

REFLETINDO

Escreva no caderno outra maneira de dar a informação:
"Cinquerita por cento dos alunos da classe gostam de Geografia".

Como calcular 25% de um número?

Para calcular 25% de um número, basta dividi-lo por 4, pois $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.

25% corresponde à quarta parte do total.

- 25% de 12 é 3, porque $12 : 4 = 3$
- 25% de 26 é 6,5, porque $26 : 4 = 6,5$
- 25% de 200 é 50, porque $200 : 4 = 50$
- 25% de 3 é 0,75, porque $3 : 4 = 0,75$

10% de um valor

Agora, imagine-se aproximando do caixa de uma loja e vendo o aviso ao lado.

Como sua compra soma R\$ 20,00, você calcula: $20 : 10 = 2$, e conclui que terá R\$ 2,00 de desconto se pagar a compra à vista.

Você sabe por que, para calcular 10% de um valor, basta dividi-lo por 10?

Porque $10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.

10% corresponde à décima parte do total:

- 10% de 50 é 5
- 10% de 160 é 16
- 10% de 178 é 17,8
- 10% de 9 é 0,9


E quanto é 1%?

Para achar 1% de um total, basta dividi-lo por 100.

$1\% = \frac{1}{100}$, que é a centésima parte do total:

- 1% de 900 é 9
- 1% de 45 é 0,45
- 1% de 186 é 1,86
- 1% de 7 é 0,07

Lojas Market
Pagamento à vista
10% de desconto



ANDRINI, Álvaro. VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática, 6º ano**. São Paulo, SP: Editora Brasil, 2015. 4ª edição.

As imagens representadas pela Figura 3 e Figura 4 ilustram a abordagem inicial em um livro do 6º ano. O modo como é introduzido o conteúdo se baseia no contexto da própria matemática. Embora seja citado um exemplo com referência à realidade, quando o autor inicia falando sobre os dados que podem ser encontrados nos jornais referentes à porcentagem. Mas somente cita o jornal como exemplo na Figura 3 e, na sequência, muda repentinamente para exemplos que se caracterizam como ambientes do tipo (1), situações de exercícios com referência à matemática pura. Acreditamos que o autor perde a oportunidade de oferecer aos alunos uma forma de se trabalhar com cenários de investigação. Na Figura 4 o autor traz

atividades relacionadas ao tipo (3) referenciando mais uma vez o paradigma de exercício. Isso se mostra quando os autores utilizam exemplos como os da imagem a seguir, os quais são seguidos de mais exemplos até retornar em uma lista de exercícios parecidos.

Figura 5. Exemplos utilizando o ambiente de aprendizagem do tipo (1).

Veja os exemplos:

| | | | |
|-----------------------------------|------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
| $\frac{85}{100} = 85\%$ | $\frac{7}{100} = 7\%$ | $\frac{12}{100} = 12\%$ | $\frac{63}{100} = 63\%$ |
| Lê-se: oitenta e cinco por cento. | Lê-se: sete por cento. | Lê-se: doze por cento. | Lê-se: sessenta e três por cento. |

Frações de denominador 100 podem ser escritas na forma de porcentagem: $\frac{79}{100} = 79\%$.

ANDRINI, Álvaro. VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática, 6º ano**. São Paulo, SP: Editora Brasil, 2015. 4ª edição.

Podemos perceber que cada livro possui uma forma diferente de iniciar as abordagens do conteúdo. Enquanto o primeiro livro nos traz uma abordagem focada na realidade, trazendo problemas interessantes que, se abordados de forma diferente do padrão exercício (pergunta e resposta a partir dos dados já contidos nos enunciados), poderíamos ter situações que gerassem maior curiosidade nos alunos, tornando-se um cenário do tipo (6), um cenário de Modelagem Matemática, por exemplo.

Já o outro livro, do 6º ano do Ensino Fundamental, na introdução do conteúdo porcentagem, faz referência à matemática pura e à semi-realidade. Assim como Skovsmose (2000), embora nos interessemos mais pelas situações do tipo (6), que se aproximam do que entendemos por Modelagem Matemática, defendemos que independente de a situação referenciar a matemática pura, a semi-realidade ou a realidade, o que caracteriza uma atividade que desencadeia a aprendizagem em sala de aula é o ambiente cenário de investigação presente na situação, aspecto relacionado aos cenários 2, 4 e 6. Não é o que acontece, entendemos, na introdução do conteúdo porcentagem no livro didático analisado, que considera o contexto da matemática pura, mas no paradigma do exercício, mais técnico e menos investigativo. É possível identificar a presença de várias técnicas relacionadas às

porcentagens, por meio de vários exemplos parecidos que, em seguida, podem ser cobradas nos exercícios.

Em nossa ótica, os cenários de investigação são vistos como positivos nos livros didáticos, no entanto, ao longo do capítulo de porcentagem pode-se perceber que são poucos os momentos com um ambiente do tipo (6), e quando se tem referência à realidade nas situações, percebemos que são utilizadas como “exercícios” com referência à realidade, ou seja, um ambiente do tipo (5).

Na parte introdutória do conteúdo, podemos perceber que o livro do 5º ano traz situações com referência à realidade, enquanto o livro do 6º ano traz mais referências à matemática pura, relacionado mais ao aspecto matemático e algoritmo do conteúdo porcentagem, do que a sua relação com contextos que fazem seu uso.

4.2. Sobre o aprofundamento do conteúdo


Neste momento temos por objetivo analisar a forma como os livros didáticos aprofundam e desenvolvem o conteúdo de porcentagem nos livros do quinto e sexto ano do Ensino Fundamental. Consideramos como aprofundamento a parte do livro didático em que o conteúdo é trabalhado, para além de sua introdução. No caso do conteúdo de porcentagem dos dois livros, há apenas uma parte de aprofundamento, que fica entre a parte de introdução do conteúdo e uma lista de exercícios. Nesse sentido, percebe-se que os dois livros utilizam a mesma estrutura de capítulo. Começamos com a análise do livro do quinto ano.

Figura 6. Aprofundamento do livro do quinto ano – parte 1

Um inteiro dividido em 100 partes

Algumas porcentagens correspondem a frações bem simples, que podem facilitar os cálculos. Veja:

1. A metade ($\frac{1}{2}$) do quadrado abaixo está pintada de vermelho.
Vemos que 50 dos 100 quadradinhos estão pintados.
Podemos dizer que **50%** dos quadradinhos estão pintados.



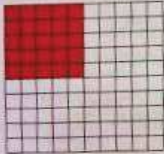
$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Calcular **50%** de um inteiro significa calcular $\frac{1}{2}$ (ou **metade**) desse inteiro.

- Leia e responda em seu caderno:
Leonel quer comprar um relógio de pulso pagando 50% de entrada. Isso significa que $\frac{50}{100}$ ou $\frac{1}{2}$ do valor do relógio devem ser pagos no ato da compra. Então, de quanto será a entrada se o relógio custar:

a) R\$ 50,00? b) R\$ 100,00? c) R\$ 130,00?

2. No quadrado abaixo, $\frac{1}{4}$ (ou a **quarta parte**) dos quadradinhos está pintada de vermelho.
Vemos que 25 dos 100 quadradinhos estão pintados.
Dizemos que **25%** dos quadradinhos estão pintados.



$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Calcular **25%** de um inteiro significa calcular $\frac{1}{4}$ (ou a **quarta parte**) desse inteiro.

- Leia e responda em seu caderno:
Jéssica recebeu R\$ 200,00 por um trabalho. Desse dinheiro, ela guardou 25% na poupança e o restante usou para fazer compras no supermercado.

a) Quantos reais Jéssica guardou na poupança?
b) Quantos reais ela usou para as compras no supermercado?
c) Que porcentagem do dinheiro recebido ela gastou no supermercado?

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

Figura 7. Aprofundamento do livro do quinto ano – parte 2


Descontos e multas

Você já recebeu **desconto** em alguma compra? E já ouviu falar em **multa**?

- Troque ideias com seus colegas sobre o que significa ter um desconto em uma situação de compra ou venda.

Resolva em seu caderno os problemas a seguir, que envolvem **desconto e multa**.

1. Gisela quer comprar uma cortina em uma loja que está oferecendo 25% de desconto no valor de cada cortina. Isso significa que a loja vai vender as cortinas por valores **25% a menos** dos valores totais.



a) Se a cortina custar R\$ 80,00, de quantos reais será o desconto? Nessa situação, quanto Gisela pagará pela cortina?

b) Se a cortina que Gisela escolher custar R\$ 100,00, quanto ela pagará?

2. Marcos comprou uma bicicleta a prazo, mas não pôde pagar uma das prestações de R\$ 100,00 na data certa. Então, ele deverá acrescentar a esse valor uma multa de 10%. Ele pagará:

$$\text{R\$ } 100,00 + \text{R\$ } 10,00 = \text{R\$ } 110,00$$

valor da prestação valor da multa

a) Se a prestação fosse de R\$ 200,00, qual seria o valor da multa?

b) Então, quanto ele deveria pagar?

3. Observe os anúncios abaixo. Copie e complete o quadro em seu caderno.

| | | | | |
|---|-----------------------------|------------|------------|------------|
| Pagamento após a data, multa de 10%. | Valor da prestação | R\$ 50,00 | R\$ 120,00 | R\$ 180,00 |
| | Valor com multa | | | |
| Desconto de 20% na compra do aparelho de som. | Preço de um aparelho de som | R\$ 200,00 | R\$ 150,00 | R\$ 250,00 |
| | Preço com desconto | | | |

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

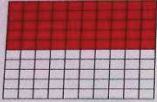
Com relação ao livro do quinto ano, fazendo uma análise da forma como foi apresentado o desenvolvimento e aprofundamento do conteúdo podemos perceber que os autores utilizam exercícios com referência à matemática pura e exercícios com referência à semi-realidade. Como exemplo do primeiro caso, temos na Figura 8,

Figura 8. Exemplo utilizado para aprofundamento de conteúdo no capítulo de porcentagem

Um inteiro dividido em 100 partes

Algumas porcentagens correspondem a frações bem simples, que podem facilitar os cálculos. Veja:

1. A metade ($\frac{1}{2}$) do quadrado abaixo está pintada de vermelho. Vemos que 50 dos 100 quadradinhos estão pintados. Podemos dizer que **50%** dos quadradinhos estão pintados.



$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

Calcular **50%** de um inteiro significa calcular $\frac{1}{2}$ (ou **metade**) desse inteiro.


Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

No exemplo citado na Figura 8 podemos perceber que o aluno é levado a acompanhar contas, relacionando uma figura, sua representação em porcentagem e em fração, ou seja, um exemplo que poderia estar associado ao cenário de exercícios na matemática pura.

Podemos perceber que neste livro também se tem bastante utilização de exercícios voltados para a semi-realidade. Embora consideremos um avanço encontrar referências à semi-realidade, sentimos bastante a ausência de ambientes do tipo (2), (4) e (6) e temos por premissa que o ambiente de aprendizagem voltado para cenários de investigação permite diferentes aprendizagens.

Figura 9. . Exemplo utilizado para aprofundamento de conteúdo no capítulo de porcentagem

1. Gisela quer comprar uma cortina em uma loja que está oferecendo 25% de desconto no valor de cada cortina. Isso significa que a loja vai vender as cortinas por valores **25% a menos** dos valores totais.



a) Se a cortina custar R\$ 80,00, de quantos reais será o desconto? Nessa situação, quanto Gisela pagará pela cortina?

b) Se a cortina que Gisela escolher custar R\$ 100,00, quanto ela pagará?

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

No exemplo citado o autor faz referência à semi-realidade, porém em um ambiente voltado para exercício. Podemos perceber que as respostas saem de cálculos e de interpretação de texto, não permitindo a abertura para que os alunos possam fazer indagações e busquem sanar essas questões geradas via investigação.

Vamos, agora, analisar a forma como o livro didático do sexto ano aprofunda e desenvolve o conteúdo referente à porcentagem. Com base nos ambientes de aprendizagem vamos verificar quais tipos de ambiente podemos encontrar nas Figuras retiradas do livro.

Figura 10. Aprofundamento de conteúdo do capítulo de porcentagem do 6º ano

2. Calculando porcentagens

Agora que sabemos o que é porcentagem, podemos trabalhar com diversas situações. Acompanhe.

1. Em 2001, as regiões Sudeste, Nordeste e Centro-Oeste do Brasil enfrentaram uma crise no fornecimento de energia elétrica. Os moradores de cada residência deveriam consumir 20% menos que a média de consumo dos meses de maio, junho e julho de 2000.

Brasil: regiões

Fonte: IBGE, Atlas Geográfico Escolar, Rio de Janeiro, IBGE, 6 ed., 2012.

Vamos tomar como exemplo uma residência em que essa média de consumo tenha sido de 300 kWh. Nosso total é de 300 kWh. Precisamos calcular 20% de 300. Neste exemplo, 300 kWh corresponde a 100%.

- 10% de 300 = $300 : 10 = 30$
- 20% é o dobro de 10%

Então,
 20% de 300 = $2 \cdot 30 = 60$.
 Os moradores dessa residência teriam de economizar 60 kWh, ou seja, o consumo deveria cair para:
 $300 - 60 = 240$ kWh.

Podemos perceber que o autor inicia a parte de aprofundamento do conteúdo com a frase “Agora que sabemos o que é porcentagem, podemos trabalhar com diversas situações”.

Poderíamos interpretar essa frase como se o autor estivesse dizendo: primeiro temos que saber matemática, para podermos pensar em alguma coisa em que ela é aplicada, ele permite a leitura de que não necessariamente podemos trabalhar matemática a partir de uma situação em que se dá sua aplicação. Skovsmose (2000) nos traz em seu texto que o significado de um conteúdo matemático também pode ser visto, como uma característica das ações e não somente como uma característica dos conceitos, ou seja, também podemos partir de uma aplicação do conteúdo para, a partir dele, introduzir os conceitos necessários à sua aprendizagem. No entanto, o que se percebe é que, de fato,

[...] tradicionalmente, os problemas não tem desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos (BRASIL, 1998, p. 40).

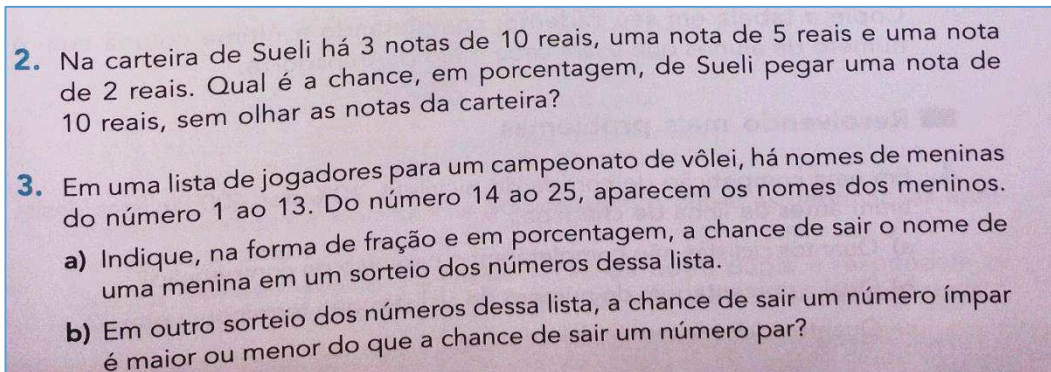
Com relação ao livro do sexto ano, fazendo uma análise da forma como foi apresentado o desenvolvimento e aprofundamento do conteúdo podemos perceber que os autores utilizam-se de exercícios com referência à semi-realidade, sem muitas diferenças com relação ao livro do quinto ano. Esperávamos que o livro do sexto ano utilizasse ao menos uma questão com referência à realidade ou que configurasse um cenário de investigação pois o conteúdo de porcentagem por estar mais ligado ao cotidiano das pessoas pode caracterizar um cenário de investigação mais facilmente. Até porque, conforme afirmam os PCNs (1998), o resolver um problema, por exemplo:

[...] possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que tem dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (BRASIL, 1998, p.40).

4.3. Atividades Propostas

Neste momento temos por objetivo a análise da parte final do capítulo, referente às atividades e exercícios. Vamos apresentar exemplos das diferentes atividades utilizadas conforme os tipos de ambiente de aprendizagem, a começar pelo do quinto ano.

Figura 11. Atividade do capítulo de porcentagem do 5° ano – semi-realidade

- 
2. Na carteira de Sueli há 3 notas de 10 reais, uma nota de 5 reais e uma nota de 2 reais. Qual é a chance, em porcentagem, de Sueli pegar uma nota de 10 reais, sem olhar as notas da carteira?
3. Em uma lista de jogadores para um campeonato de vôlei, há nomes de meninas do número 1 ao 13. Do número 14 ao 25, aparecem os nomes dos meninos.
- a) Indique, na forma de fração e em porcentagem, a chance de sair o nome de uma menina em um sorteio dos números dessa lista.
- b) Em outro sorteio dos números dessa lista, a chance de sair um número ímpar é maior ou menor do que a chance de sair um número par?

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

Ao longo das atividades apresentadas pelos autores no livro do quinto ano, podemos perceber a presença forte de exercícios com referência à semi-realidade. Ao longo de todo o capítulo há a predominância deste tipo de ambiente de aprendizagem que é do tipo (3) onde são exercícios que fazem referência à semi-realidade. Reiteramos a importância de os livros didáticos utilizarem ideias de atividades que se alinhem aos cenários de investigação, pois além do trabalho com o conceito matemático, os alunos tem a possibilidade de desenvolver o pensamento crítico conforme citam os PCN.


O papel da escola é de desenvolver uma educação que não dissocie escola e sociedade, conhecimento e trabalho e que coloque o aluno ante a desafios que lhe permitam desenvolver atitudes de responsabilidade, compromisso, crítica, satisfação e reconhecimento de seus direitos e deveres (BRASIL, 1998, p. 27).

Por mais que o livro tenha predominância de atividades do tipo (3) podemos perceber ao longo do capítulo atividades que são do tipo (1), como, por exemplo, a atividade a seguir na Figura 12:

Figura 12. Atividade do capítulo de porcentagem do 5º ano – matemática pura

Resolva os exercícios em seu caderno.

- Escreva, na forma de fração e na forma decimal, as porcentagens:
 - 23%
 - 9%
 - 68%
- Calcule e escreva a quantos reais correspondem:
 - 10% de
 - 25% de
 - 50% de



The image shows three Brazilian banknotes: a 10 Real note (green), a 20 Real note (yellow), and a 50 Real note (orange). Each note features a portrait of a woman and the text 'REPÚBLICA FEDERATIVA DO BRASIL' and 'BANCO CENTRAL DO BRASIL'.

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

Essas atividades são exercícios com referência à matemática pura, onde os alunos fazem somente a repetição dos conceitos trabalhados até o momento. São exercícios que tem como foco avaliar a forma como o aluno assimilou os processos que envolvem a aplicação dos conteúdos, o algoritmo inclusive.


Podemos dizer que, ao longo de toda análise do livro didático, buscamos encontrar ambientes de aprendizagem que fugissem ao paradigma do exercício. No entanto, no decorrer do capítulo de porcentagem do livro do quinto ano, nos deparamos com inúmeros exercícios com referência à semi-realidade. Ao longo da introdução, por sua vez, nos deparamos com o conteúdo tratado por meio de referência à realidade, e encontramos uma parte que, do nosso ponto de vista, pode levar os alunos a desenvolverem um ambiente do tipo (6) onde os alunos investigariam, e colocariam suposições para complementar as informações apresentadas pelo autor. Trata-se do Figura 1 questão 1 já discutido. Quase esgotando as esperanças de poder achar uma atividade relacionada ao ambiente do tipo (6), nos deparamos com a atividade apresentada na figura abaixo:

Figura 13. Atividade do capítulo de porcentagem do 5º ano – ambiente (6)

O QUE É POSSÍVEL PERGUNTAR?

Segundo dados da Agência Internacional de Energia (AIE), com sede em Paris, o Brasil é o décimo maior consumidor mundial de energia elétrica. Desde 2001, o consumo de eletricidade no país aumentou quase 38%, acima da média mundial, que foi de 30% no período.


Apesar de estar no *ranking* dos dez maiores consumidores de energia, a AIE ressalta que o Brasil é um dos líderes mundiais na produção de energia hidrelétrica e de biocombustíveis, fontes de energia renováveis.



Disponível em: <<http://g1.globo.com/mundo/noticia/2012/03/brasil-e-10o-maior-consumidor-mundial-de-energia-eletrica.html>>. Acesso em: 5 maio 2014.

Confira no gráfico a participação de cada uma das regiões do país no consumo total de energia elétrica no Brasil, medida no mês de novembro de 2012.

Consumo de energia elétrica por região em novembro de 2012



| Região | Porcentagem |
|--------------|-------------|
| Sul | 52% |
| Centro-Oeste | 17% |
| Nordeste | 7% |
| Norte | 7% |
| Sudeste | 17% |

Fonte: IPEA – Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada. <www.ipeadata.gov.br>. Acesso em: maio 2014.

1. Forme uma dupla e elaborem quatro perguntas sobre as informações apresentadas no texto e no gráfico. Depois, troquem suas perguntas com as de outra dupla e respondam às perguntas que essa dupla elaborou. Não deixem de conferir as respostas!

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

Consideramos que nesta atividade há a possibilidade de se trabalhar com a ideia de cenário de investigação, isso porque os alunos não possuem exercícios para resolver, os mesmos tem que analisar e formular questões, saindo do paradigma em que lhes são apresentadas as questões e eles somente tem que interpretar e resolver. Nesse caso, eles precisam dialogar, interpretar a situação, relacionar a situação ao conteúdo de porcentagens e elaborar questões. É possível que para elaborar a questão, eles já tenham que antecipar possíveis respostas e considerar os dados da situação.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos - que admitem diferentes respostas em função de certas condições -, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 42).

Vamos, agora, verificar a parte referente às atividades no livro do sexto ano frente aos ambientes de aprendizagem identificados. Analisando as atividades apresentadas no livro do sexto ano, pudemos verificar uma predominância de exercícios com referência ao paradigma de matemática pura. Surpreendeu-nos a enorme quantidade de exercícios que fazem referência a este ambiente de aprendizagem, principalmente devido ao livro do quinto ano, a predominância ser de atividades com referência à semi-realidade.

No caso do livro do sexto ano, temos exercícios como os que serão apresentados na Figura 14.

Figura 14. Atividade do capítulo de porcentagem do 6º ano – ambiente (1)

1. Relativamente ao número total de quadradinhos na figura abaixo, qual é a porcentagem dos quadradinhos com a letra:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | C | A | | | B |
| A | | | | | | | A |
| | B | | | | | | |
| | | | A | | | | |
| | | | | | | A | |
| B | | | | B | | | |
| | A | | | | | | A |
| C | | | | C | | | B |
| | | A | | | A | | |
| A | | | | B | | | B |

a) A? b) B? c) C?

3. Escreva cada fração na forma de porcentagem.

a) $\frac{47}{100}$ b) $\frac{7}{20}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{3}{25}$

4. Escreva cada porcentagem na forma de fração irredutível.

a) 20% b) 45% c) 5% d) 80%

5. Escreva a porcentagem dos quadrados vermelhos, dos amarelos e dos azuis.

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.


As atividades da Figura 14 tratam do paradigma do exercício voltado à matemática pura. Por mais que os livros didáticos tragam de forma predominante a

presença de exercícios, consideramos, assim como Skovsmose (2000), importante e necessário mesclar o uso dos ambientes de aprendizagem. As vezes, pequenas mudanças podem nos mostrar “que a rota entre os diferentes ambientes pode ajudar a dar novos significados às atividades dos alunos” (SKOVSMOSE, 2000, p.15).


No livro do sexto ano, também são encontradas atividades como as apresentadas na figura 15.

Figura 15. Atividade do capítulo de porcentagem do 6° ano – ambiente (3)

15. Uma funcionária da minha escola tem um salário de R\$ 1.280,00, mas ela não recebe essa quantia. Do valor do salário é descontado 8% para a previdência social. Quanto ela acaba recebendo?



16. O gerente de uma empresa recebeu a incumbência de distribuir um prêmio de R\$ 12.000,00 entre três funcionários, de acordo com a eficiência de cada um. Se um deles recebeu 20% desse valor e um outro recebeu 55%, quantos reais recebeu o terceiro?



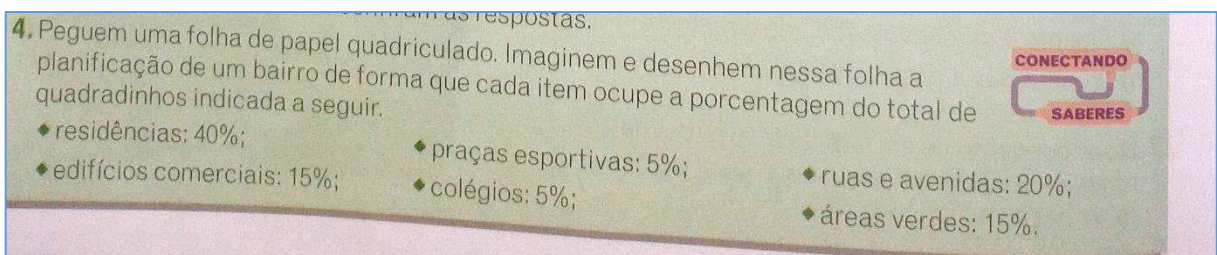
ANDRINI, Álvaro. VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática, 6° ano**. São Paulo, SP: Editora Brasil, 2015. 4° edição.

Tais atividades fazem referência à semi-realidade. Ressaltamos que julgamos de grande valia o trabalho com ambientes que referenciam a semi-realidade, apesar de acreditarmos que para melhor desenvolvimento do pensamento crítico se faz necessário, também, a utilização de situações que não somente façam com que o aluno pratique o desenvolvimento de exercícios, mas se faz necessário a utilização de atividades que influenciem o estudante a desenvolver o pensamento crítico. Neste sentido, atividades do tipo (6), como o são as atividades de Modelagem,

podem contribuir no desenvolvimento de alunos, tanto em relação aos conhecimentos matemáticos, como em relação aos conhecimentos de mundo.

No livro do sexto ano do Ensino Fundamental não verificamos muitas atividades voltadas para os cenários de investigação. Ao longo de todo o capítulo não observamos nenhuma atividade referente aos ambientes do tipo (2) e (6). Foi encontrado um único exemplo que diz respeito ao cenário do tipo (4), uma única atividade com as características desse ambiente, um cenário investigativo baseado na semi-realidade. Essa situação está representada na Figura 16. Nela, os alunos são convidados a fazerem explorações, especulações para realizar o desenho conforme solicitado. Além disso, se faz necessário que os alunos façam explicações com base no que fizeram para desenvolver a atividade, para justificar como encontraram as porcentagens corretas para dimensionar sua planificação.

Figura 16. Atividade do capítulo de porcentagem do 6º ano – ambiente (4)

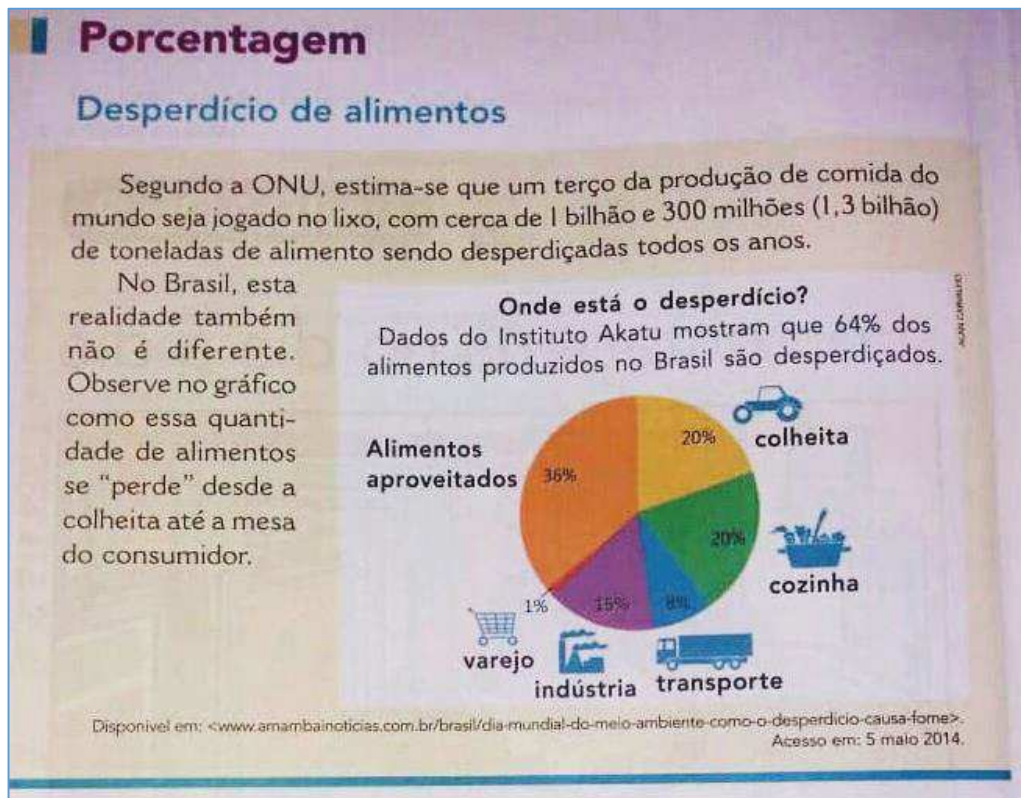


ANDRINI, Álvaro. VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática, 6º ano**. São Paulo, SP: Editora Brasil, 2015. 4ª edição.

4.4. Algumas possibilidades de uso da modelagem a partir dos enunciados dos livros.

Neste momento pretendemos trazer algumas possibilidades que para se fazer uso de modelagem a partir de situações propostas nos enunciados dos livros didáticos, visto que entendemos como importante a utilização dessas atividades para se desenvolver em sala de aula, dados os apontamentos já realizados na seção que discorreremos sobre modelagem, e por entendermos as atividades de modelagem matemática como ambientes de aprendizagem baseados na realidade e como cenários para investigação.

Figura 17. Reutilização de atividade para desenvolvimento de modelagem (5° ano)



Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

Com base no enunciado da Figura 17, podemos utilizar o enunciado apresentado pelos autores para introduzir uma atividade voltada para a tendência de Modelagem Matemática.

Ao apresentar este enunciado o livro introduziu porcentagem e não deixou oportunidade para que os alunos pudessem materializar a ideia ou quantidade de desperdício que isto representa. Em nosso ver poderíamos aproveitar a situação para uma abordagem diferenciada, complementando conforme segue:

Com base nos dados da Figura 17 podemos perceber que o desperdício está por toda parte, mas você tem noção de quanto se refere esse desperdício? Você já parou para pensar em tudo que é desperdiçado ao seu redor? Para melhor entendermos a noção de quantidade de comida desperdiçada em nossa sociedade, propomos que se reúnam em grupo e façam uma análise de quanto é desperdiçado

em nossa escola durante uma semana? Após a coleta das informações interprete os dados adquiridos e busque uma solução para evitarmos tantos desperdícios.

Do mesmo modo, buscamos pensar em uma possibilidade de reutilização de enunciado de uma atividade do livro do sexto ano, para desencadear uma atividade de Modelagem Matemática. Trata-se da situação:

Figura 18. Reutilização de atividade para desenvolvimento de modelagem (6° ano)

40. (Ceetesp) Das 14 toneladas diárias da coleta seletiva de lixo, 37% são de alumínio (latas de refrigerante e cerveja).



Com o quilo de alumínio ao preço de R\$ 0,70, a arrecadação no final de um dia é:

| | |
|-----------------|-----------------|
| a) R\$ 2.394,00 | c) R\$ 4.497,00 |
| b) R\$ 3.626,00 | d) R\$ 5.362,00 |

ANDRINI, Álvaro. VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática, 6° ano**. São Paulo, SP: Editora Brasil, 2015. 4° edição.

Consideramos que a seguinte complementação, poderia gerar um cenário para investigação relacionado à Modelagem Matemática:

Sabemos que a reciclagem tem um papel fundamental para o meio ambiente, mas surge uma dúvida: qual a porcentagem de lixo que criamos ao longo de nosso dia-a-dia? Com base neste questionamento vamos fazer uma coleta seletiva em nosso ambiente escolar, e juntamente vamos analisar qual a porcentagem de lixo destinada corretamente? Analise qual porcentagem de lixo produzido na escola de alumínio, de papel, de plástico e orgânico é gerado ao longo de certo período.

Outra possibilidade é a que apresentamos na Figura 19:

Figura 19. Reutilização de atividade para desenvolvimento de modelagem (5° ano)

5. Você sabe o que é voluntariado? É a atividade em que as pessoas dão sua contribuição trabalhando em escolas, creches, hospitais e centros comunitários em seu tempo livre e sem receber por isso. Os alunos de certa escola fizeram uma pesquisa estatística. Eles entrevistaram pessoas perguntando se elas participavam de algum tipo de ação voluntária em sua cidade. Do total de entrevistados, 25% responderam afirmativamente à pergunta. Se esses 25% correspondiam a 150 pessoas, quantas pessoas foram entrevistadas pelos alunos?

O total de entrevistados corresponde a 100%.

- ◆ $100\% = 4 \cdot 25\%$
- ◆ $25\% \rightarrow 150$
- ◆ $100\% \rightarrow 4 \cdot 150 = 600$

Os alunos entrevistaram 600 pessoas.

Em sua escola há algum tipo de trabalho voluntário? E em seu bairro?
 Converse com seus colegas. Alguém conhece ações voluntárias com as quais vocês poderiam contribuir? Pensem nisso!

Fonte: REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

Trabalhando com a atividade proposta na figura 19, podemos acrescentar uma proposta:

Faça uma entrevista com pessoas que você conheça que fazem trabalho voluntariado, analisando em quanto tempo de suas vidas realizam atividades voluntárias.

Ao longo deste capítulo pudemos identificar diversos ambientes de aprendizagem apresentados ao longo do desenvolvimento dos capítulos de porcentagem pelos autores. Pudemos perceber uma predominância de ambientes com foco no paradigma de exercícios, os livros didáticos analisados nos trazem poucas situações que se referem aos cenários para investigação, por isso vimos como necessário trazer no final deste capítulo alguns exercícios que podem ser repaginados de forma que o professor possa trabalhar conteúdos dos livros por meio dos ambientes de aprendizagem, mais especificamente, por meio da Modelagem Matemática.

Com o objetivo de finalizar a análise do livro didático trazemos um comparativo referente aos ambientes de aprendizagem encontrados ao longo do capítulo de Porcentagem.

| | LIVRO: PROJETO COOPERA | LIVRO: PRATICANDO MATEMÁTICA |
|----------------------------|--|--|
| INTRODUÇÃO DO CONTEUDO | PRESENÇA DE EXERCÍCIOS COM REFERENCIA À REALIDADE – CENÁRIO TIPO (5) | PRESENÇA DE EXERCÍCIOS COM REFERÊNCIA À MATEMATICA PURA E À SEMI-REALIDADE – CENÁRIOS TIPO (1) E (3) |
| APROFUNDAMENTO DO CONTEUDO | PREDOMINÂNCIA DE EXERCÍCIOS COM REFERÊNCIA À SEMI-REALIDADE, COM ALGUNS EXERCÍCIOS COM REFERÊNCIA À MATEMATICA PURA – CENÁRIOS TIPO (3) E (1) | PRESENÇA DE EXERCÍCIOS COM REFERÊNCIA À MATEMATICA PURA E À SEMI-REALIDADE – CENÁRIOS TIPO (1) E (3) |
| ATIVIDADES PROPOSTAS | PREDOMINANCIA DE EXERCÍCIOS COM REFERÊNCIA À SEMI-REALIDADE, COM ALGUNS EXERCÍCIOS COM REFERÊNCIA À MATEMATICA PURA E PRESENÇA DE UMA ATIVIDADE VOLTADA PARA CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO COM REFERÊNCIA À REALIDADE – CENÁRIOS TIPO (3), (1) E (6) | PRESENÇA DE EXERCÍCIOS COM REFERÊNCIA À MATEMATICA PURA E À SEMI-REALIDADE E PRESENÇA DE UMA ATIVIDADE VOLTADA PARA CENÁRIO DE INVESTIGAÇÃO COM REFERÊNCIA À SEMI-REALIDADE – CENÁRIOS TIPO (1), (3) E (4) |

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento das atividades tivemos por principal objetivo analisar o livro didático, buscando uma resposta para a questão inicial, que era: “Quais cenários de investigação, na perspectiva de Skovsmose, podem ser relacionados aos enunciados de questões matemáticas de porcentagem de livros didáticos?”. Ao longo do trabalho buscamos responder este questionamento, nos voltando a buscar quais ambientes de aprendizagem estão presentes no livro didático.

As análises feitas com os livros didáticos revelam que o ensino e aprendizagem estão voltados mais em relação aos ambientes de aprendizagem que referenciam o paradigma de exercícios. Porém, para que os professores venham a adotar uma prática diferenciada, uma possibilidade é que os livros proporcionem mais opções de trabalho com foco nos cenários de investigação. Para que esta mudança ocorra é preciso que todos os envolvidos com o processo educacional reflitam sobre o ato de ensinar por meios de situações-problemas, enxergando esses cenários como aliados do processo de ensino e aprendizagem.

Porém, por mais que se tenha preocupação com a aprendizagem dos alunos, não se pode deixar que a falta de tempo e as grandes quantidades de alunos nas turmas não permitam o uso de atividades de modo diferenciado do considerado tradicional.

Infelizmente constatamos que a prática estimulada pelos livros didáticos, pouco tem a ver com o verdadeiro propósito do ensino, indicado nos Parâmetros Curriculares Nacionais. Na prática os exercícios recebem maior destaque, talvez, por serem "mais fáceis" de serem executados e exigirem menor desgaste, inclusive ao professor.

Durante a realização desta análise, concluímos que o ambiente de aprendizagem voltado para os cenários de investigação ainda não é visto pelos dois livros didáticos como parte integrante e indispensável ao longo dos processos de ensino e de aprendizagem. Isso porque:

Para que ocorram as inserções dos cidadãos no mundo do trabalho, no mundo das relações sociais e no mundo da cultura e para que desenvolvam a crítica diante das questões sociais, é importante que a Matemática desempenhe, no currículo, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades

intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares (PCN, 1998, p. 28).

Durante toda a análise podemos encontrar várias atividades voltadas para os cenários de exercício, algumas até que possibilitariam ser trabalhadas com base no cenário de investigação, visto isso buscamos reformular questionamentos de algumas questões com a finalidade de ofertar possibilidade para o professor que utiliza o livro didático como ferramenta de trabalho uma forma de seguir as indicações do livro, mas voltado para um ambiente de aprendizagem com cenários de investigação, por meio da Modelagem Matemática, visto que ao longo do trabalho a consideramos com um ambiente do tipo (6).

6 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina Pessoa. **Modelagem Matemática: em foco**. Rio de Janeiro, RJ: editora Ciência Moderna, 2014. 1º edição.

ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo, SP: editora Contexto, 2012. 1º edição.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática em sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W. (Org.). **Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011.

ANDRINI, Álvaro. VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática, 6º ano**. São Paulo, SP: Editora Brasil, 2015. 4º edição.

BARBOSA, Josnei Cerqueira. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001.

BARBOSA, Josnei Cerqueira. **A Intervenção do Professor em um Ambiente de Modelagem Matemática e a Regulação da Produção Discursiva dos Alunos**. Bolema vol.26 no.43 Rio Claro ago. 2012.
Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2012000300011&lng=pt&nrm=i&tlng=pt>

BRANDT, Celia Finck; Burak, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel. **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. Ponta Grossa, PR: editora UEPG, 2016. 2º edição.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998)

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: Epu, 1986.

REAME, Eliane. MONTENEGRO, Priscila. **Projeto Coopera Matemática**. 1. São Paulo: Editora Saraiva, 2014. 1º edição.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema** – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.