

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA**

AMANDA LUIZA AMREIN

**A ABORDAGEM DO ENSINO DE FRAÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS
DE 5º E 6º ANOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO

2017

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA

AMANDA LUIZA AMREIN

A ABORDAGEM DO ENSINO DE FRAÇÕES EM LIVROS DIDÁTICOS
DE 5º E 6º ANOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Toledo, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes

TOLEDO

2017

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA

TERMO DE APROVAÇÃO

O Trabalho de Conclusão de Curso intitulado “A abordagem do ensino de Frações em livros didáticos de 5º e 6º anos” foi considerado **APROVADO** de acordo com a ata nº ___ de 06/12/2017.

Fizeram parte da banca examinadora os professores:

Prof^ª. Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes

Prof^º Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan

Prof^ª Dra. Vanessa Largo

TOLEDO

2017

Dedico este trabalho a minha mãe, saibas que tu és uma mulher guerreira e estarei ao seu lado nesse desafio.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu pai por não medir esforços e estar ao meu lado nos momentos difíceis, me incentivando sempre a seguir em frente com meus estudos. Agradeço a minha irmã Gabriela Amrein, meu namorado Luiz Caponi e meus familiares por estarem sempre torcendo para que tudo desse certo.

Agradeço também a professora Dra. Barbara Winiarski Diesel Novaes, por me acolher de braços abertos e aceitar me orientar, me auxiliando no caminho da pesquisa e escrita, com paciência e muito otimismo. Obrigada Prof^o Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan e Prof^a Vanessa Largo, por aceitarem participar da minha banca.

O meu muito obrigada aos meus amigos, aqueles que fiz durante o curso de Licenciatura em Matemática e os de infância, que me mantiveram sempre para cima nos momentos em que precisei.

Por fim, agradeço a todo o corpo docente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná do Campus Toledo, por nos ofertar um ensino de qualidade, sempre com muita dedicação.

RESUMO

O presente trabalho objetivou analisar de que forma os livros didáticos dos quintos e sextos anos adotados pela maioria das escolas municipais e estaduais do município de Toledo (Paraná) abordam o conteúdo de frações. Para tanto, foram utilizados como principais referenciais teóricos: PCN (BRASIL, 1997; BRASIL, 1998); o Currículo desenvolvido pela Associação dos Municípios do Oeste do Paraná (AMOP, 2007); as DCE (PARANÁ, 2008) e os guias digitais do PNLD; para os livros didáticos (CHOPPIN, 2004) e sobre Frações (CYRINO et al, 2014; WALLE, 2009). Seguindo o pressuposto de análise de conteúdo de Bardin (1977), analisamos os livros sob quatro categorias: metodologia de ensino, contextos utilizados pelos livros didáticos; linguagem e figuras empregadas. Concluímos que tanto nos livros do quinto quanto nos do sexto o que continua sendo mais abordado é a relação parte-todo, sendo os demais significados (quociente, razão e operador) dispostos de modo insipiente. Essa ênfase em apenas um significado para as frações e a falta de continuidade nos livros na passagem do quinto para o sexto ano podem ser fatores que influenciam nas dificuldades enfrentadas pelo aluno na transição de ensino municipal para o ensino estadual.

Palavras-chave: Livro didático. Frações. Ensino Fundamental. Currículo.

ABSTRACT

The present work aimed at the study of the textbooks of the fifth and sixth years adopted by most municipal and state schools in the city of Toledo (Paraná) discuss the content of fractions. To do so, as the main theoretical references: PCN (BRASIL, 1997; BRASIL, 1998); the Curriculum developed by the Association of Municipalities of the West of Paraná (AMOP, 2007); such as DCE (PARANÁ, 2008) and PNLD digital guides; for the textbooks (CHOPPIN, 2004) and for Fractions (CYRINO et al, 2014; WALLE, 2009). Following the assumption of content analysis of Bardin (1977), we analyze the books under four categories: teaching methodology, contexts used by textbooks; language and figures employed. We conclude that in both the books of the fifth and the sixth what is still more addressed is a part-whole relationship, with the most meanings (quotient, reason and operator) being insipidly arranged. This emphasis on only one meaning for fractions and lack of continuity in the books in the passage from the fifth to the sixth and can be factors that influence the difficulties faced by the student in the transition from municipal to state education.

Keywords: Textbook. Fractions. Elementary School. Curriculum.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	9
2	O ENSINO DE FRAÇÕES E O LIVRO DIDÁTICO	13
2.1	SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DAS FRAÇÕES	13
2.2.1	<i>Parâmetros Curriculares Nacionais</i>	16
2.2.2	<i>Currículo da AMOP</i>	19
2.2.3	<i>Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná</i>	21
2.3	LIVRO DIDÁTICO E PNLD	22
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS	26
3.1	SOBRE EDITORAS E AUTORES	28
3.2	SOBRE O <i>CORPUS</i> DA PESQUISA	31
4	FRAÇÕES E A TRANSIÇÃO DO 5º PARA O 6º ANO.....	34
4.1	SOBRE A METODOLOGIA DE ENSINO.....	34
4.2	SOBRE OS CONTEXTOS	43
4.3	SOBRE AS IMAGENS E LINGUAGEM EMPREGADA	53
4.4	UMA ANÁLISE DAS ATIVIDADES E PROBLEMATIZAÇÕES	62
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
	REFERÊNCIAS	73

1 INTRODUÇÃO

O interesse pelo tema frações começou devido a experiência de estágio¹ do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Toledo (UTFPR-TD), com alunos do 5º ano.

Durante a graduação, às 400 horas do estágio são divididas em quatro fases (observação, regências nas séries finais do ensino fundamental, regência no ensino médio e projetos alternativos). A última etapa é caracterizada por um estágio diferenciado, em que os alunos são convidados a estagiar no Centro Estadual de Educação Básica para Jovens e Adultos (CEEBJA), Centro da Juventude (CJU) ou anos iniciais do Ensino Fundamental. Segundo Largo et al (2016, p.372) “ a proposta é que os futuros professores desenvolvam suas regências por meio de projetos, em modalidades diferenciadas de ensino, e é essa proposta que vem sendo desenvolvida”.

Além disso:

Os graduandos carregam todo o aprendizado construído durante o curso, especialmente aquele advindo dos Estágios anteriores, situações que contribuíram para que sejam capazes de tomar iniciativas e serem mais autônomos em suas decisões, no que diz respeito à elaboração e ao preparo de um plano de aula, por exemplo (LARGO et al, 2016, p.372)

Sendo realizados em duplas, por meio de uma sorteio, fomos selecionadas para atuar com “crianças dos quintos anos e com dificuldades de aprendizagem em Matemática” (LARGO et al, 2016, p.373). O projeto teve a duração de uma semana e abarcou alunos de duas turmas, uma de manhã e outra a tarde. Durante a preparação das oficinas, deveríamos ir até o colégio conversar com a equipe pedagógica responsável para que assim decidíssemos o tema a ser tratado.

Tendo conhecimento que no semestre anterior nossas colegas já haviam trabalhado frações com as mesmas turmas, nós ficamos um pouco surpresas com a escolha da mesma temática, frações mais a localização no espaço. No que tange as frações, realizamos uma receita de bolo, adaptadas por nós, em que os alunos trabalhariam em grupos e responderiam uma sequência didática enquanto preparavam o mesmo. Até aqui nenhuma novidade, mas o nosso diferencial foi o meio de medir os ingredientes da receita por meio de copos fracionados (inteiro, metade, um terço, um quarto e um sexto). Os alunos foram instigados a

¹ O estágio ocorreu sob supervisão da prof^a Dra. Vanessa Largo, o qual foi desenvolvido em duplas, sendo a minha dupla a acadêmica Simone A. Roehrs, no segundo semestre de 2016 na Escola Municipal Arsênio Heiss, em Toledo-PR .

calcular qual seria a quantidade para fazer meia receita, ou o dobro da receita, por exemplo. Trabalhamos também com o ábaco de frações², principalmente o caso de frações equivalentes. Tivemos bastante autonomia para estruturar as oficinas. Segundo Largo et al (2016, p.375) “o fato dos acadêmicos elaborarem novos materiais e atividades, inovadoras e criativas, destaca o diferencial do Estágio, reforçando a ideia de que é possível pensar um Estágio comprometido com a integração entre teoria e prática, no qual, tudo que foi aprendido na universidade é utilizado na prática” (p.375).

Em um primeiro momento da oficina de frações, quando pedíamos para eles medirem os ingredientes com o uso dos copos eles não sabiam identificar nem mesmo qual copo usar. Na receita, também procuramos trabalhar com frações impróprias³, o que causou estranhamento por parte dos alunos. Para eles foi difícil compreender como poderiam medir, por exemplo, $7/6$ com os copos, mesmo tendo um dos copos divididos em 6 partes. Quando questionados não sabiam como fariam para completar o copo, se não havia nenhum com determinada representação, ou seja, os alunos pensavam que deveria ter um copo com 7 divisões.

Apesar de já terem trabalhado conceitos de fração no primeiro semestre com oficinas do estágio e também em sala de aula com a professora regente, percebemos que os alunos apresentavam grandes dificuldades com relação ao conteúdo, o que nos levou a diversas indagações, dentre elas: Por que os alunos não conseguiram associar o conhecimento que tinham sobre frações com a aplicação na receita de bolo? Como os professores estão trabalhando essa temática com os alunos? Por que eles têm tanta dificuldade de assimilação desse tema? Os conteúdos do 5º ano são apresentados de forma precoce e/ou muito direta? Por que as frações continuam sendo tão temidas até mesmo no Ensino Médio? Ou seja, as ações vivenciadas no estágio nos fizeram querer saber mais sobre como está ocorrendo o ensino de frações nos quintos anos.

Segundo Walle (2009, p.322) os números fracionários são pouco utilizados no contexto do aluno, pois geralmente são tratadas por meio de números decimais, ou até mesmo na forma oral, como, por exemplo, a metade de um bolo. As razões pela aversão que o aluno tem sobre o conteúdo de frações, podem advir da sua compreensão empobrecida do cálculo de frações, dos conceitos de decimal e porcentagem, e do uso de frações em medidas e conceitos de razão e proporção, por conta da limitada exposição dos estudantes ao conteúdo.

Na época do estágio, destacamos que:

² Muitas escolas não possuem tal material, costumam trabalhar com discos.

³ Frações em que o numerador é maior ou igual ao denominador.

No último dia em que as atividades eram mais focadas na parte dos cálculos com auxílio do ábaco, houve grande participação e colaboração [...] Levando em consideração que nosso curso não nos prepara para dar aula aos anos iniciais, foi uma atividade complicada de se realizar, pois primeiro buscamos compreender o processo de ensino para com as crianças, para só depois começar a preparar as atividades [...]. Os alunos gostaram de “fazer matemática”, tanto que um aluno até fez um bolo em casa depois da atividade do bolo. (AMREIN, ROEHRS, 2016, p.6-7)

Com a finalização do estágio, sentimos a necessidade de aprofundar os estudos relacionados às frações. Em conversa com a professora Barbara Winiarski Diesel Novaes, esta mencionou que no segundo semestre de 2017 iniciaria o projeto “Da passagem do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental; uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções docentes e discentes”, aprovado no edital do projeto Universal (2016/1) do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) sob coordenação do prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan que tem por objetivo “investigar quais aspectos de ruptura e continuidade emergem na transição do 5º para o 6º ano do ensino fundamental de escolas públicas do município de Toledo no que diz respeito à disciplina de matemática”.

Para atingir o objetivo da pesquisa, uma das ações previstas para o segundo semestre de 2017 foi a análise dos livros didáticos. Considerado um dos principais instrumentos empregados pelos professores, pode revelar como os conteúdos são trabalhados em sala de aula. Aproximando as inquietações do estágio e os objetivos do referido projeto universal, o presente trabalho de conclusão de curso (TCC) é parte deste projeto maior e objetivou *analisar de que forma os livros didáticos adotados por escolas municipais e estaduais do município de Toledo (Paraná) abordam o conteúdo de frações.*

Para chegar ao objetivo geral foram desenvolvidos os seguintes objetivos específicos: verificar nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) das séries iniciais e finais do ensino fundamental, nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE) e no currículo da Associação dos Municípios do Oeste Paranaense (AMOP) como o conteúdo de frações é abordado; investigam também sobre os autores dos livros didáticos e suas respectivas editoras, juntamente com a verificação das avaliações dos mesmos no guia digital do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), para só depois definir as categorias de análise dos livros didáticos no que tange as frações.

Acreditamos que o trabalho é relevante e significativo porque há indícios de que na transição do 5º para o 6º ano ocorrem rupturas no ensino, principalmente no âmbito da matemática. Cainelli (2011, p.129) afirma que nesse processo de transição, a continuidade é

inexistente, pois quando o aluno termina o 5º ano na escola municipal, assume-se que ele está apto para ingressar no sistema estadual de ensino, onde uma nova realidade o assola, pois agora serão mais professores em sala de aula com formações diferentes dos anteriores. Segundo Silva e Ribeiro, temos que:

tais rupturas decorrem da própria configuração escolar – professores especialistas de matemática substituindo o professor polivalente [...] Além de questões pedagógicas e psicológicas que envolvem esta etapa de transição, há fatores particulares da própria matemática que reforçam ou justificam as suas rupturas. (SILVA e RIBEIRO, 2014, p.77)

Sendo as frações um conteúdo que os alunos apresentam maiores dificuldades, torna-se um tema relevante para estudar o processo de transição entre os anos.

Este trabalho está dividido em três capítulos acrescentando-se a introdução e as considerações finais. O primeiro deles tem como título “O ensino de frações e o livro didático”, o qual consta o referencial teórico, que está separado em subseções, nomeado por “Sobre o ensino e aprendizagem das frações” e “Livro didático e o PNLD”. O próximo capítulo discorre sobre os “Aspectos metodológicos”, constando a metodologia empregada, por meio de subseções, nomeadas por “Sobre editoras e autores” e “Sobre o *corpus* da pesquisa”. Na sequência temos o capítulo “Análise do livro didático”, o qual contém as categorizações, sendo elas “Sobre a metodologia de ensino”, “Sobre Contextos”, “Sobre Figuras e Linguagem empregada” e “Uma análise das atividades e problematizações”. Por fim, tecemos nossas considerações finais.

Ao final deste trabalho pretendemos responder a seguinte questão: A forma como é abordado o conteúdo de frações nos livros didáticos do 5º ano contribui para as aprendizagens que dependem destes fundamentos no 6º ano?

2 O ENSINO DE FRAÇÕES E O LIVRO DIDÁTICO

Neste capítulo são apresentadas algumas ideias sobre o ensino e aprendizagem de frações. Além disso, abordamos como o ensino de frações é descrito em documentos oficiais como os PCN das séries⁴ iniciais e finais do ensino fundamental, DCE e no currículo da AMOP. Fechando o capítulo “definimos” livro didático e discorreremos sobre a Política Nacional do Livro Didático (PNLD).

2.1 SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DAS FRAÇÕES

Muito mais que somente uma comparação parte-todo, a palavra fração possui diversos significados interligados por diferentes subconceitos, os quais Cyrino *et al* (2014, p.37) chama de subconstrutos. São estes a relação parte-todo, quociente, razão e operador.

Segundo nossos PCN (BRASIL, 1997) do Ensino Fundamental séries iniciais, o subconstruto parte-todo, representa quando um todo (contínuo ou discreto) se divide em partes equivalentes. Um todo é contínuo quando é resultado de uma medida, como por exemplo, uma pizza, já o todo dito discreto é resultado de uma contagem, como uma embalagem com diversos produtos dentro (CYRINO, *et al*, 2014, p. 39).

O significado do termo quociente é a divisão de um inteiro em certo número de grupos ($a : b = \frac{a}{b}, b \neq 0$). Temos também que o subconstruto razão representa um índice comparativo entre duas unidades (a:b). Como por exemplo, João tem 10 balas e Maria 20, a razão do número de balas de João para o número de balas de Maria é $\frac{1}{2}$, ou ainda podemos representá-lo por 1:2. Já o operador traz uma ideia de função, pois é algo que atua sobre determinada situação e a modifica, podendo reduzi-la ou ampliá-la, estando presente na ideia de “que número devo multiplicar por 5 para obter 2”(BRASIL, 1998, p.103).

A compreensão desses subconstrutos poderá fazer com que aluno desenvolva também o raciocínio proporcional, pois levantará maiores significados para o contexto de frações, desencadeando assim, uma possível compreensão de outras áreas da matemática e demais ciências (CYRINO *et al*, 2014, p. 45)

Lopes (2008, p.8-11) afirma que o ensino da matemática deveria ser mais voltado para o significado do que para a representação, pois uma matemática significativa é aquela que faz sentido ao aluno. Ele ainda propõe que os alunos deverão ter contato com situações que

⁴ Quando os PCN foram escritos, a terminologia utilizada eram “séries”, hoje são chamadas de “anos”.

“possibilitem a problematização” em contextos de comparação, pois frações também representam taxa de variação, medida, probabilidade, mas nem todas essas questões vêm sendo contempladas nos livros didáticos.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998) do Ensino Fundamental séries finais, não podemos tratar isoladamente cada uma dessas interpretações para fração, pois a concretização desses significados pelos alunos é resultado de um trabalho sistemático, fundamental para a compreensão, por exemplo, dos números decimais. Temos ainda, de acordo com Walle (2009) que:

As ideias matemáticas são “importantes” se elas forem úteis ao desenvolvimento de outras ideias, se vincularem umas às outras ou servirem para ilustrar a disciplina de matemática como um empreendimento humano (WALLE, 2009, p.21)

Ou seja, as frações não deveriam ser tomadas como tema, mas sim como parte integrante na compreensão de outros significados (LOPES, 2008, p.2). Como Walle (2009, p.362) afirma, é de suma importância estabelecer essa ordem, de apresentar primeiro frações para depois os demais conteúdos, mas tratá-los tão isoladamente dificultará a conexão entre os conceitos. Neste sentido, nos perguntamos: os conteúdos e a forma como são desenvolvidas as frações nos quintos anos contribui para a compreensão de outros significados em estudos posteriores?

Para muitas pessoas, matemática nada mais é do que uma coleção de regras que devem ser decoradas, cálculos aritméticos e de equações misteriosas. Essa visão é resultado de um sistema tradicional, que não propicia aos alunos a oportunidade de reflexão (WALLE, 2009, p.31).

Entendemos por tradicional o ambiente escolar em que os livros-texto ocupam papel central, onde o professor atua trazendo novos conteúdos, onde aos alunos cabe resolver exercícios e onde o ato de corrigir e encontrar erros caracteriza a estrutura geral da aula (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p.16).

Em entrevista concedida a Dias e Lucílio (2017, p.91), Solange Giardino, professora a 33 anos e coordenadora tecnopedagógica do Colégio Presbiteriano Mackenzie de São Paulo afirma que “o livro de hoje pressupõe um modelo de escola no qual as aulas são centralizadas no professor, que orienta o estudo por meio desse material de referência. Mas com os alunos é diferente. Eles se sentem à vontade para aprender de outras formas”.

As “outras formas” estão previstas em documentos oficiais como os PCN (BRASIL, 1997- 1998), DCE (PARANÁ, 2008) e o Currículo da AMOP (AMOP, 2007), que orientam, por exemplo, que o aluno desenvolva o conceito de números racionais por meio de situações-

problema, os quais devem fazer parte do dia-a-dia da criança. Logo, para oportunizar um momento de reflexão, é necessário que os alunos justifiquem suas respostas e busquem discutir sobre isso.

Porém, tais problemas apresentados sobre o tema frações, são classificados por Lopes (2014, p.3) como uma “aberração pseudo-didática”, pois para ele, existe uma certa urgência dos professores em fazer com que os alunos relacionem o tema frações com o conteúdo dos números decimais, e acabam utilizando de ideias nada intuitivas para que eles cheguem a isso.

Um exemplo seriam atividades contextualizadas do tipo “João comeu $\frac{3}{17}$ avos de um bolo, seu irmão comeu $\frac{5}{9}$ do que restou... quanto sobrou para sua irmã?” (LOPES, 2008, p.4)

Ou seja, tais situações não promovem um momento reflexivo, apenas trazem situações e operações complicadas, que dificilmente serão entendidas pelos alunos. Neste caso, sua única operação será a de repetição de exercícios anteriores.

Como Lopes (2008, p.11) sugere, os currículos deveriam dispor aos alunos maiores e mais diversificadas experiências com o tema, desde o Ensino Fundamental até o Médio, trazendo muito mais do que problemas com frações complicadas, explorando principalmente a visualização de figuras.

Lopes conclui sobre o ensino de frações que:

O ensino de frações tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo. (LOPES, 2008, p. 20)

Na próxima subseção verificaremos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) das séries iniciais e finais do Ensino Fundamental, nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE) e no currículo da Associação dos Municípios do Oeste Paranaense (AMOP) as orientações de quais conteúdos sobre frações devem ser trabalhados e seus respectivos procedimentos metodológicos.

2.2 SOBRE AS FRAÇÕES NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

Nesta seção apresentamos como o tema frações é abordado em documentos basilares para a educação em nosso país, município e estado. Desta forma, encontramos suporte para analisar os livros didáticos, pois os autores e editoras devem (ou deveriam) respeitar as orientações destes para confecção dos mesmos.

2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Os PCN foram formulados pela Fundação Carlos Chagas por meio de discussões nos anos 1995 e 1996, a partir de análises e pesquisas com dados estatísticos nacionais e internacionais sobre o desempenho dos alunos, na busca pela qualidade da educação de nosso País (BRASIL, 1997).

Separados por ciclos, os PCN (BRASIL, 1997, p.42) vem em uma “tentativa de buscar princípios de ordenação que tragam uma maior integração do conhecimento”. Tanto os parâmetros, na área de matemática, das quatro primeiras séries do Ensino Fundamental (primeiro e segundo ciclo), quanto os das séries finais do Fundamental (terceiro e quarto ciclo), trazem em sua carta de apresentação a importância da matemática na construção da ética e cidadania.

A seleção de conteúdos se dá por meio da identificação do que é ou não relevante socialmente, na construção de um pensamento lógico e crítico, onde determinados assuntos deverão ser abordados em situações-problemas, separados em blocos ou organizações temáticas de modo a propiciar um “avanço contínuo” nas demais séries.

Para as séries iniciais, o conceito de frações aparece pela primeira vez no bloco de Números Racionais, o qual será introduzido no segundo ciclo, que indicam os atuais 4º e 5º ano. Como no primeiro ciclo o aluno trabalha com números naturais, essa introdução de um novo conceito gera dificuldades relacionadas a essa transição.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1997) é neste ciclo que são apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, aproximando-os da noção de número racional por meio da compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal.

As características gerais desse ciclo é a progressão do aluno com relação aos conhecimentos adquiridos, porém é ressaltada a importância da continuidade dos mesmos em ciclos posteriores.

Ainda nesse bloco, salienta-se a importância dos significados de frações, onde cita parte-todo, quociente e razão, deixando explícito que a prática mais comum é a utilização da fração como parte-todo. O conceito de operador será apresentado nos próximos ciclos.

No final do bloco, salienta-se que esses conceitos são fundamentais na construção do conceito de números racionais, e admite-se que a construção desse assunto demanda uma boa organização e tempo, onde a continuidade nos próximos ciclos é fundamental para um bom entendimento e discernimento.

Ao tratar de operação com números racionais, salienta-se apenas a utilização dos números decimais, explorando apenas deslocamento com vírgula, e apresentando a eles porcentagens.

No terceiro ciclo, o estudo dos números racionais nas suas representações fracionária parte da exploração de seus significados, tais como: a relação parte/todo, quociente, razão, iniciadas no ciclo anterior, e na apresentação de fração como operador. Utilizando da resolução de problema envolvendo conteúdos apresentados a eles anteriormente, espera-se que se desenvolva a compreensão de números (BRASIL, 1998).

Porém, cita-se que nesses ciclos são pouco utilizadas essas situações-problemas com diferentes tipos de números, impossibilitando o aluno de construir novos significados e ampliá-los nas operações (BRASIL, 1998).

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998) nessas séries⁵, a escola costuma afastar-se de dados e problemas de acordo com a realidade. O documento orienta que, apesar disso, é de suma importância a aproximação da matemática com a realidade em que o aluno está inserido.

Assim, espera-se do aluno o desenvolvimento do pensamento reflexivo, que segundo Walle (2009, p.49) envolve a compreensão de algo, ou ainda a conexão de ideias interligadas entre si. Ou seja, que eles aprendam a não se satisfazer com a somente a resolução, mas que tentem sempre justificá-las.

Novamente, assim como no segundo ciclo, o conceito de frações aparece no bloco de Números Racionais, onde é enfatizado que os alunos deveriam chegar nessa etapa com esse conteúdo já desenvolvido, porém as dificuldades em diferenciar os números naturais dos racionais trazem certas barreiras ao ensino-aprendizado do aluno.

Segundo os PCN (BRASIL, 1997):

- Um número racional pode ser representado por infinitas escritas fracionárias, que representam um mesmo número, como por exemplo $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}$.
- Quando nos números naturais temos que $3 > 2$, na escrita fracionária $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$.
- Ao multiplicar um número natural por uma fração, perceberão que o resultado será menor que o número natural.

Os exemplos citados anteriormente são alguns obstáculos a serem superados pelos alunos ao aprenderem frações.

⁵ Atual sexto e sétimo anos.

Uma abordagem indicada pelos PCN (BRASIL, 1998) é a de envolver problemas históricos com frações, como exemplo, são citados os egípcios, que já utilizavam frações, apenas unitárias, desde 2000 a.C. em seus sistemas de pesos e medidas, justapondo-as como um modo de indicar a soma. Lopes (2008, p.15) afirma que as frações egípcias são as frações ditas “boas”, pois é possível a construção de uma imagem mental dela. Para ilustrar a maneira de representar as frações, retiramos um exemplo de situação egípcia do livro de Tatiana Roque (2014, p.75):

Suponhamos que uma pessoa deseje repartir a quantidade de grãos contida em cinco sacos de cevada por oito pessoas. Começamos por imaginar que, se tivéssemos quatro sacos, cada pessoa deveria receber a metade de cada saco. Sendo assim, como são cinco sacos, cada pessoa deve receber, no mínimo, a metade de cada saco, ou seja, $\frac{1}{2}$. Fazendo isso, sobrarão um saco, que pode ser dividido pelas oito pessoas, cada uma recebendo mais $\frac{1}{8}$ desse saco [...]. Podemos dizer, então, que o resultado da divisão de 5 por 8 é $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$. Logo, esse resultado, enunciado como uma soma de frações de numerador 1, expressa o modo como a divisão foi realizada.

Ainda neste ciclo, engloba-se a questão de fração como operador, a qual tem o papel de transformador, como explicado conceito dos subconstrutos, modifica o número, ampliando-o, reduzindo-o.

É aconselhado que todas estas questões devessem ser tratadas de modo contínuo, a fim de possibilitar novamente ao aluno uma reflexão acerca desses resultados.

As representações fracionárias são menos frequentes na rotina do aluno do que em sua forma decimal. Mas, tratando-se de dízimas periódicas, com frações é possível obter resultados mais precisos. Tendo em vista que, a familiaridade do aluno com as diversas representações de números racionais facilitará na resolução de exercícios (BRASIL, 1998).

Segundo os PCN (BRASIL, 1998) o conceito de equivalência é de suma importância no desenvolvimento de cálculos. Segundo Walle (2009, p.337) duas frações são ditas equivalentes, se elas forem representações para uma mesma quantia/quantidade, ou ainda se forem o mesmo número. Na adição e subtração envolvendo frações de denominadores diferentes, pode-se transformá-las em frações de mesmo denominador, utilizando o conceito de frações equivalentes (BRASIL, 1998).

Multiplicações são vistas como “partes de partes do total” e divisão como “partes que cabem em partes”, sendo a propriedade da divisão de frações a seguinte: “um quociente não se altera quando dividendo e divisor são multiplicados por um mesmo número”, para se obter uma fração com denominador 1, então, generalizando dá-se a ideia da utilização da famosa regra “dividir é multiplicar pelo inverso” (BRASIL, 1998, p. 105).

Um exemplo de construção de significados para a multiplicação apresentada nos PCN

(BRASIL, 1998) é a de que $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ pode ser interpretada como “procurar” $\frac{2}{5}$ dos $\frac{3}{4}$ de um todo.

De posse dessas informações com base nos PCN, passamos agora a apresentar o currículo desenvolvido pela AMOP.

2.2.2 Currículo da AMOP

A Associação dos Municípios do Oeste do Paraná, AMOP, foi fundada em 1969. Sediada em Cascavel-PR, conta com a participação de 52 municípios do Oeste do Paraná. É considerada modelo internacional por “desenvolver programas e iniciativas permanentes em defesa do municipalismo e dos interesses dos municípios associados”⁶

O currículo da AMOP foi publicado em meados de 2006/2007 e a sua construção levou em consideração a perspectiva sociocultural dos municípios da região Oeste Paranaense incluso no projeto. Podemos dizer que estas práticas definem uma cultura escolar, que segundo Julia (2001, p.10) é um:

[...] conjunto de *normas* que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; norma e prática coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas.

Neste currículo, dirigido aos anos iniciais do Ensino Fundamental, é apresentada uma organização, nomeada de eixos, sendo eles definidos por: números e operações, espaços e forma, grandezas e medidas e tratamento de informação.

O conceito de frações aparece em um primeiro momento no eixo de grandezas e medidas, onde a representação de medidas pode se tornar um trabalho significativo com números fracionários, sendo que ao se trabalhar com dinheiro (moedas), é possível realizar analogias com terços, quartos (AMOP, 2007, p.263).

No currículo da AMOP (2007) estimula-se o ensino de números racionais em sua forma decimal, em que são mais utilizados, e propõe no ensino de frações os subconceitos⁷ e a representação em uma reta numérica:

Ao comparar a unidade à grandeza a ser medida, dificilmente teremos unidades inteiras, desse modo, se faz necessário fracionar a unidade de medida a ser considerada, justificando dessa forma a necessidade dos números decimais para expressar as medidas. Destaca-se, assim, a importância da articulação entre a fração, os números decimais, as medidas e a porcentagem (AMOP, 2007, p.263).

⁶ Associação dos Municípios do Oeste do Paraná. Disponível em: <http://www.amop.org.br/institucional-2/historico/>. Acessado em: 01 de novembro de 2017.

⁷ Subconstrutos.

Os conteúdos são separados também em conteúdos mínimos para cada ano dos anos iniciais, sendo eles representados em tabelas com letras indicando sua dificuldade. Essas letras são: I de introduzir, momento em que acontece a familiarização dos alunos com os conceitos, por meio da vivência escolar e observações; T de trabalhar, nessa fase é o momento de reflexão e desenvolvimento do conceito pelo aluno e o A/C que indica aprofundar consolidando, é a fase de retomar o conceito com os alunos (AMOP, 2007, p.266).

Conforme pode ser observado no quadro 1, para o quinto ano, a maioria dos conceitos envolvendo frações tem a orientação para ser trabalhado no nível de dificuldade “trabalhar”. A única exceção é o conteúdo “Relação das partes com o todo e do todo com as partes (meios, terços e quartos)” que tem a indicação para aprofundar consolidando.

Quadro 1: Disposição dos conteúdos apresentados no currículo da AMOP (2007) de Matemática do Ensino Fundamental, anos iniciais.

CONTEÚDOS		1º	2º	3º	4º	5º	
NÚMEROS RACIONAIS	Representação decimal	Por desenhos e reta numérica			I	I	T
		Representação de frações na forma de números decimais, estabelecendo relação com o Sistema de numeração decimal. (Uso de vírgula)			I	I	T
		Escrita e leitura.			I	T	T
		Adição e subtração em situações do cotidiano.			I	I	T
		Multiplicação e divisão (inteiro por inteiro) em situações do cotidiano.				I	T
	Representação fracionária	Significado de frações (construção e compreensão do conceito)	I	I	I	T	T
		Relação das partes com o todo e do todo com as partes (meios, terços e quartos)	I	I	T	A/C	A/C
		Leitura e escrita de frações			I	T	T
		Frações equivalentes.				I	T
		Adição de frações homogêneas				I	T
		Subtração de frações homogêneas				I	T
		Cálculo do dobro, triplo, metade, terça parte...			I	T	T

	Porcentagem	Compreensão e aplicação a partir da fração centesimal.				I	T
		Relações entre porcentagem, fração, números decimais e medidas ($\frac{50}{100}m \leftrightarrow 50\%m \leftrightarrow \frac{1}{2}m \leftrightarrow 0,5m \leftrightarrow 50cm$) e outros.				I	T

FONTE: Currículo da AMOP (AMOP, 2007, p.268)

2.2.3 Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Paraná

As Diretrizes Curriculares da Educação Básica, as DCE (PARANÁ, 2008), são resultados de muitas discussões pedagógicas com professores, e demais pessoas da comunidade envolvida. Tem por objetivo construir uma sociedade justa.

A aprendizagem matemática, segundo as DCE (PARANÁ, 2008) consiste em criar estratégias em que possibilitem aos alunos atribuir sentido e construir significados de modo a tornar-se capaz de relacioná-los, analisá-los e discuti-los. O professor é o autor de seu plano de ensino e deverá articular o processo pedagógico.

Trabalha-se nestas diretrizes uma articulação entre os conteúdos estruturantes com os conteúdos específicos, com a finalidade de romper o estigma de conceitos fragmentados relacionando-os de modo a enriquecer o processo pedagógico. Subdivididos em conteúdos estruturantes, os quais são definidos como conhecimentos considerados fundamentais e que organizam os campos de estudos de uma disciplina escolar, ondem se estabelecem historicamente, mas são legitimadas nas relações sociais. (PARANÁ, 2008).

Esses conteúdos estruturantes na área de matemática são: Números e Álgebra; Grandezas e Medidas; Geometrias; Funções e Tratamento da Informação.

O tema Frações é apresentado em Números e Álgebra, em que se espera do aluno no Ensino Fundamental a compreensão do conceito de razão e proporção, regra de três, porcentagem, frações e dos números decimais e as suas operações (PARANÁ, 2008).

Durante o ensino do conteúdo específico de estatística, espera-se uma exploração dos números decimais e fracionários, que são muito presentes em pesquisas com dados estatísticos (PARANÁ, 2008).

A abordagem teórico-metodológica sugerida nas DCE (PARANÁ, 2008), explicita a necessidade da utilização e articulação das tendências matemáticas como a História da Matemática, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Mídias Tecnológicas,

Etnomatemática e Investigações Matemáticas, onde todas são abordadas anteriormente, valorizando os conhecimentos adquiridos nas séries anteriores, dessa forma ampliando-os e generalizando-os. Destaca também a importância da utilização de recursos-pedagógicos e tecnológicos no processo de ensino.

No quadro 2 apresentamos um fragmento dos conteúdos básicos previstos para o sexto ano com destaque para as frações e sua forma de avaliação.

Quadro 2: Disposição dos conteúdos apresentados nas DCE (PARANÁ, 2008) de Matemática do ensino fundamental.

SÉRIE / ANO	CONTEÚDOS ESTRUTURANTES	CONTEÚDOS BÁSICOS	AVALIAÇÃO
5ª SÉRIE/ 6º ANO	NÚMEROS E ÁLGEBRA	<ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de numeração; • Números naturais; • Múltiplos e divisores; • Potenciação e radiciação; • Números fracionários • Números decimais. 	<ul style="list-style-type: none"> • Conheça os diferentes sistemas de numeração; • Identifique o conjunto dos naturais, comparando e reconhecendo seus elementos; • Realize operações com os números naturais; • Expresse matematicamente, oral ou por escrito, situações-problema que envolvam (as) operações com números naturais; • Estabeleça relação de igualdade e transformação entre: fração e número decimal; fração e número misto; • Reconheça o MMC e MDC entre dois ou mais números naturais; • Reconheça as potências como multiplicação de mesmo fator e a radiciação como sua operação inversa; • Relacione as potências e as raízes quadradas e cúbicas com padrões numéricos e geométricos.

FONTE: DCE (PARANÁ, 2008, p. 77, grifo do autor)

Com base nas informações fornecidas acima, a seguir falaremos um pouco sobre o papel do livro didático e a importância do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

2.3 LIVRO DIDÁTICO E PNLD

Uma das razões para as pesquisas sobre livros didáticos é

[...] o peso considerável que o setor escolar assume na economia editorial nesses dois últimos séculos. É impossível para o historiador do livro tratar da atividade editorial da maior parte dos países sem levar isso em conta: em um país como o Brasil, por exemplo, os livros didáticos correspondiam, no início do século XX, a dois terços dos livros publicados e representavam, ainda em 1996, aproximadamente a 61% da produção nacional (CHOPPIN, 2004, p.551)

Mas afinal, o que é um livro didático?

Apesar de ser um objeto bastante familiar e de fácil identificação, é praticamente impossível defini-lo. Pode-se constatar que o livro didático assume ou pode assumir funções diferentes, dependendo das condições, do lugar e do momento em que é produzido e utilizado nas diferentes situações escolares (BITTENCOURT, 2004, p.471)

Para esta pesquisa adotaremos como definição de livro didático de matemática “obras que foram utilizadas em estabelecimentos de ensino e/ou que foram especificamente concebidas nesta intenção” (COSTA, 2010, p.50).

Segundo Choppin (2004) “os livros didáticos exercem quatro funções essenciais, que podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização” (p.553).

1. **Função referencial**, também chamada de curricular ou programática, desde que existam programas de ensino: o livro didático é então apenas a fiel tradução do programa ou, quando se exerce o livre jogo da concorrência, uma de suas possíveis interpretações. Mas, em todo o caso, ele constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações. 2. **Função instrumental**: o livro didático põe em prática métodos de aprendizagem, propõe exercícios ou atividades que, segundo o contexto, visam a facilitar a memorização dos conhecimentos, favorecer a aquisição de competências disciplinares ou transversais, a apropriação de habilidades, de métodos de análise ou de resolução de problemas, etc. 3. **Função ideológica e cultural**: é a função mais antiga. A partir do século XIX, com a constituição dos estados nacionais e com o desenvolvimento, nesse contexto, dos principais sistemas educativos, o livro didático se afirmou como um dos vetores essenciais da língua, da cultura e dos valores das classes dirigentes. Instrumento privilegiado de construção de identidade, geralmente ele é reconhecido, assim como a moeda e a bandeira, como um símbolo da soberania nacional e, nesse sentido, assume um importante papel político. Essa função, que tende a aculturar — e, em certos casos, a doutrinar — as jovens gerações, pode se exercer de maneira explícita, até mesmo sistemática e ostensiva, ou, ainda, de maneira dissimulada, subreptícia, implícita, mas não menos eficaz. 4. **Função documental**: acredita-se que o livro didático pode fornecer, sem que sua leitura seja dirigida, um conjunto de documentos, textuais ou icônicos, cuja observação ou confrontação podem vir a desenvolver o espírito crítico do aluno. Essa função surgiu muito recentemente na literatura escolar e não é universal: só é encontrada — afirmação que pode ser feita com muitas reservas — em ambientes pedagógicos que privilegiam a iniciativa pessoal da criança e visam a favorecer sua autonomia; supõe, também, um nível de formação elevado dos professores (CHOPPIN, 2004, p.553, grifos dos autores)

O livro didático teve sua trajetória iniciada no Brasil em 1929, durante a grande crise e como consequência houve o encarecimento do livro estrangeiro. Segundo Souza et al (2011, p.1) “A trajetória oficial da política do livro didático no Brasil teve início em 1929 com a criação do Instituto Nacional do Livro (INL), que não saiu do papel até então, culminando com a aprovação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que está em vigor até hoje”.

Após diversos decretos, em 1997 “com a extinção, em fevereiro, da Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), a responsabilidade pela política de execução do PNLD é transferida integralmente para o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). O programa é ampliado e o Ministério da Educação passa a adquirir, de forma continuada, livros didáticos de alfabetização, língua portuguesa, matemática, ciências, estudos sociais, história e geografia para todos os alunos de 1ª a 8ª série do Ensino Fundamental público”⁸

Sendo o livro didático um dos materiais de grande importância teórica-metodológica na preparação das aulas pelos professores, e muitas vezes o único, é de suma importância uma boa estruturação dos conteúdos. A sua escolha como material para determinado ano possui várias etapas, que vão desde a elaboração, aprovação pelo PNLD, escolha, distribuição, até o momento de seu descarte pela escola. Segundo Souza:

O processo de escolha do livro didático não deve ser realizado de forma isolada por um professor, mas com toda a equipe pedagógica da instituição de ensino, de modo que todos vislumbrem a qualidade do livro. [...] O livro didático de matemática deve ser motivador da prática educativa e não um obstáculo para a mesma. (SOUZA, 2013, p.3)

O processo de escolha do livro, até a distribuição, começa com a adesão das escolas, onde elas deverão entrar com um pedido formal seguindo os procedimentos exigidos pelo MEC. As editoras que possuem interesse em fazer parte do projeto deverão inscrever seus livros, que passarão por um processo de avaliação para verificar se as obras se enquadram nas exigências técnicas publicadas no edital de inscrição. Tal análise é de suma importância, sendo que o livro será o recurso utilizado pelo professor na preparação das aulas. Após aprovação, os especialistas elaboram resenhas dos livros didáticos, e disponibilizam no guia online do PNLD.

Com o guia disponível, o processo chegará até a escola, os quais serão os consumidores finais, que em um processo democrático entre professores e a equipe pedagógica decidirão quais livros deverão ser adotados em cada escola. Após essa aquisição, o FNDE produz a quantidade de livro necessária sob supervisão. Os livros didáticos aprovados possuem estrutura para a utilização de até três anos, beneficiando não apenas um aluno.

Neste capítulo procuramos apresentar discussões atuais sobre o ensino-aprendizagem de frações para os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, com destaque para o quinto e sexto ano, tema de nosso estudo. Percebemos que há uma preocupação com a forma que se

⁸ Histórico do PNLD. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/historico>. Acessado em: 28 de novembro de 2017.

vem trabalhando as frações, se esta sendo abordado apenas um conceito, ou se todos estão sendo utilizados. Sendo o livro didático um dos principais materiais utilizados pelos professores em sala de aula, vimos a importância dos mesmos contemplarem as orientações dispostas nos PCN (BRASIL, 1997-1998), Currículo da AMOP (AMOP, 2007) e nas DCE (PARANÁ, 2008).

No próximo capítulo serão apresentados os aspectos teórico-metodológicos da pesquisa.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Em relação ao referencial teórico-metodológico, Choppin (2004) destaca que podemos distinguir duas categorias de pesquisa sobre a história dos livros didáticos, aquelas que, concebem-no como um documento histórico igual a qualquer outro, analisam os conteúdos em uma busca de informações estranhas a ele ou a representação da ideologia ou as que só se interessam pelo conteúdo ensinado por meio do livro didático. A segunda são aquelas que, negligenciando os conteúdos dos quais o livro didático é portador, o consideram como um objeto físico, ou seja, como um produto fabricado, comercializado, distribuído ou, ainda, como um utensílio concebido. Segundo Choppin (2004, p.554) “essa distinção é seguramente esquemática, uma vez que uma pesquisa geralmente participa — ainda que em proporções variáveis — das duas categorias”.

Nesse contexto, esse estudo buscou retratar o livro didático como um documento histórico, o qual se interessa pelo conteúdo ensinado, mas também, em menor escala, considera-os como objeto físico, pois a escolha dos mesmos se deu por meio da verificação da quantidade de escolas que se utilizavam deles. Para a análise do conteúdo de frações dos livros didáticos dos 5º e 6º anos utilizamos o referencial metodológico para análise de conteúdos de Bardin (1977) que o define como:

[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 1977, p. 42)

Bardin (1977, p.95) organiza em três fases a análise de conteúdo, a primeira é a pré-análise, sendo a segunda a exploração do material e a terceira fase o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

A pré-análise, é o momento de organização do material, onde o autor escolhe os documentos, formula hipóteses e busca fundamentar suas interpretações, para isso, Bardin (1977, p.96) traz algumas atividades importantes durante essa fase:

- Leitura flutuante: é o primeiro contato com o material a ser analisado, momento em que o autor começa a conhecer o objeto de estudo.
- A escolha dos documentos: necessário a compreensão de um *corpus*, sendo ele um conjunto de documentos que serão submetidos a processos de análises. (BARDIN, 1977, p.96)
- Formulação das hipóteses e dos objetivos: sendo a hipótese uma afirmação provisória

e o objetivo a finalidade geral, nem sempre será composta na pré-análise.

- A referenciação de índices e a elaboração de indicadores: os índices serão escolhidos através das hipóteses.
- A preparação do material: trata-se da preparação formal, alinhamento dos enunciados.

A segunda fase trata-se da exploração do material, que é basicamente a sistematização da etapa anterior, juntamente com a administração do *corpus*, nela será realizada uma categorização, que consiste em classificar e agrupar contextos em comum, seguindo algumas regras básicas:

- Regra da exaustividade: deverão ser levados em consideração todos os elementos, e não poderá deixar de fora qualquer um deste, pertencente ao *corpus*.
- Regra da representatividade: generalização.
- Regra da homogeneidade: os documentos escolhidos devem apresentar critérios precisos
- Regra de pertinência: os documentos deverão ser adaptados ao objetivo da análise.

A última fase, no que diz respeito ao tratamento de informação e interpretação, é o momento de confronto dos resultados obtidos, onde organizam-se e debatem-se as informações fornecidas pela análise de determinado conteúdo.

A seleção dos livros a serem analisados foi em função das escolas estaduais e municipais envolvidas no projeto universal já citado anteriormente. Para estudar a transição foram definidas quatro escolas. Uma escola estadual e uma municipal que não compartilham o espaço escolar e outras duas escolas que compartilham.

Para este estudo, utilizamos os livros das escolas que compartilham o mesmo espaço escolar. Para o 5º ano⁹, a Escola Municipal Amélio Dal Bosco e para o 6º ano, a Escola Estadual Dr. João Cândido Ferreira, ambas situadas no município de Toledo no Estado do Paraná.

Como já foram pré-estabelecidos os livros, o enfoque para a criação de um *corpus* no estudo de frações são as unidades dos livros cuja temática principal são as frações e as unidades em que elas aparecem em segundo plano.

Após a etapa de pré-análise, as categorias emergiram da leitura atenta do material e também foram inspiradas em critérios já consolidados no guia digital do PNL D e que atendiam nosso objetivo.

⁹ Informações extraoficiais da Secretaria Municipal de Educação de Toledo nos disseram que aproximadamente 90% das escolas municipais de Toledo utilizam o mesmo livro.

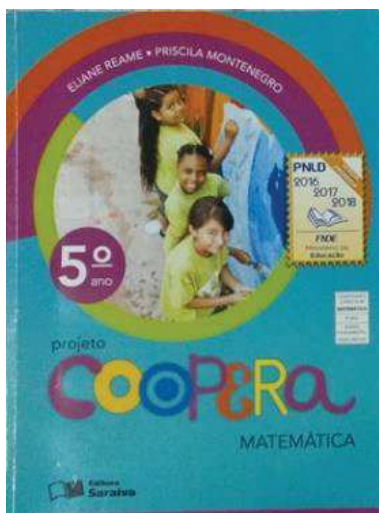
No momento da pré-análise aproveitamos para explorar o livro como objeto (CHOPPIN, 2004), discorrendo sobre a editora, autores, estruturação. Após esta etapa, dividimos as análises em quatro categorias que serão anunciadas a seguir.

3.1 SOBRE EDITORAS E AUTORES

Como parte da metodologia de Bardin (1977) realizamos a pré-análise dos livros didáticos.

O livro do 5º ano (figura 1), com o título “Projeto Coopera Matemática”, tem como Editora a Saraiva/Atual¹⁰, está no ramo editorial desde 1917. Em 2015, juntamente com Ática e Scipione, integra o portfólio de editoras da SOMOS Educação. Segundo o próprio site¹¹ do grupo corporativo: “A SOMOS Educação é um grupo com um amplo portfólio de soluções educacionais que conta com editoras, sistemas de ensino, escolas próprias, cursos preparatórios, cursos de idiomas, além de desenvolvimento de tecnologias para a educação”. Entre as escolas próprias podemos citar o Sistema Anglo.

Figura 1- Capa do Livro Didático do 5º ano



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014)

Como autoras¹², temos Eliane Reame, a qual é Licenciada em Matemática pelas Faculdades Integradas Nove de Julho (SP), Pedagoga pela Universidade do Estado do Rio de

¹⁰ Informações disponíveis no site da editora: <http://www.editorasaraiva.com.br/o-grupo-saraiva/>. Acessado em 29 de novembro de 2017.

¹¹ Informações disponíveis no site: <http://www.somoseducacao.com.br/quem-somos/>. Acessado em: 29 de novembro de 2017.

¹² As autoras não possuem currículo lattes, as informações constam na própria obra analisada.

Janeiro (UERJ/RJ), Mestre em Educação Matemática na área de Didática pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FE/USP) e Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FE/USP), atuando também como assessora de matemática em fundações, escolas públicas e particulares, possui muitos livros na área de matemática publicados e a venda. Temos também a autora Priscila Montenegro, pedagoga pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) e professora do ensino fundamental I.

O livro didático em questão é aprovado pelo PNLD – 2016. Por meio do seu guia digital¹³, temos acesso ao resumo do livro. Segundo a avaliação disponível no guia digital, no livro são utilizadas situações do cotidiano do aluno a partir da resolução de problemas. Porém, destaca-se que algumas sistematizações são muito apressadas e diretivas, restringindo a troca de ideias entre os alunos.

Dividido em nove unidades, com um total de 272 páginas, observa-se que o tema frações está presente na unidade 4: letras e números, na subseção frações e figuras geométricas, o qual possui um total de seis páginas destinadas, trazendo muitos exercícios, sendo alguns deles de construções, com questões reflexivas, com uma seção chamada é “hora de jogar”.

Além disso, ela também aparece na unidade 5: frações, em que podemos analisar muitos exercícios, com títulos como “ler e escrever em matemática” tem ainda nessa unidade outro escrito “problemateca”. Subdivido em 5 subseções, sendo eles “frações”, “frações equivalentes”, “dinheiro brasileiro”, “polígonos”, “linhas paralelas e perpendiculares”.

O número fracionário aparece implicitamente, na unidade 6: números e medidas, pois como sabemos, frações estão diretamente interligados com números decimais. Dividido em 5 subseções, sendo eles “números decimais”, “números decimais e medidas”, “gráficos e tabelas”, “perímetro”, “medida e superfície”. Trazendo títulos como “problemateca” (o qual consiste em problemas reflexivos), “recordando, resolvendo mais problemas”, “O que você já sabe?”, e “Para Saber mais”.

Na unidade 8: Pirâmides pelo Mundo, o tema Frações está presente na seção de divisão e fração, comparação de frações com denominadores diferentes e frações: operações e medidas de capacidade. Com a mesma estrutura dos capítulos anteriores, traz muitos exercícios e figuras coloridas.

Ainda de acordo com o resumo do PNLD, números e operações representam maior

¹³ Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2016/>. Acessado em : 09 de novembro de 2017.

predomínio dos temas. Em relação as frações “no 5º ano, o trabalho com as frações é feito, em geral, sem muita clareza, com apresentação precoce de nomenclaturas”. As atividades propostas são, em sua grande maioria, por meio de conteúdos da geometria. Há uma crítica na resenha em relação ao uso de materiais concretos, pois o livro traz imagens do material dourado, mas a indicação deveria ser de seu manuseio para o entendimento dos conteúdos.

O livro utilizado no 6º ano (figura 2), com o título “Praticando Matemática”, foi publicado pela Editora do Brasil¹⁴. Há 70 anos no mercado, a editora nasceu em 1943, crescendo e expandindo-se nessa época, sendo uma editora exclusivamente dedicada a área educacional, promovendo encontros e debates com professores, para a adequação dos materiais didáticos à realidade brasileira.

Figura 2 – Capa do livro do 6º ano



Fonte: (ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José.)

Na década de 1980 assumiu a liderança na produção editorial gráfica nacional, com a criação do Programa do Livro Didático – Ensino Fundamental, crescendo a responsabilidade com a parceria com escolas públicas. Tornando-se referência, em 2012 a editora investiu na era digital, sendo em 2013, lançado um projeto de renovação do seu portfólio, atendendo os padrões de qualidade impostas.

O primeiro autor do livro em análise é Álvaro Andrini¹⁵, Licenciado em Matemática, pós-graduado em Álgebra Linear e Equações Diferenciais, autor de diversos livros didáticos e atuou durante trinta anos como professor efetivo de Matemática na rede Estadual. A segunda

¹⁴ Disponível em: <http://www.editorado brasil.com.br/>. Acessado em: 09 de novembro de 2017.

¹⁵ Os autores não possuem currículo lattes, as informações estão disponíveis na obra analisada.

autora e Maria José Vasconcellos, Licenciada em Matemática, coordenadora de matemática em escola particular, é coautora de coleção de matemática para o Ensino Médio.

Aprovado pelo PNLD - 2017, temos em seu resumo que as abordagens dos conteúdos são feitas por meio de exemplos, porém, muitas vezes são seguidas por atividades em excesso, que priorizam a visualização imediata do conceito, e não a sua construção.

O livro conta com um total de 288 páginas, considerando as finais com resultados dos exercícios, e são divididos em quatorze unidades e subdivididas em seções. Na unidade 1 – Sistema de Numeração Decimal é abordado um pouco da história dos números, o conceito de frações está implícito, mas não é abordado.

Diferentemente do livro do quinto ano em que as frações aparecem em quase todas as unidades, no livro do sexto ano, na unidade 11 – frações, é que serão trabalhados todos os conceitos e operações com frações, deixando bem dividido dos demais conteúdos, tratando-a como um tema. Os capítulos dessa unidade são “Inteiro e parte do inteiro”, “Frações de uma quantidade”, “Números mistos e frações impróprias”, “Comparação de frações”, “Operações com frações”, “Inversa de uma fração”, “Potenciação e raiz quadrada de frações”. Entre um capítulo e outro, existem algumas seções, como por exemplo, “seção livre”, “vale a pena ler” com curiosidades, “Interagindo” com questões reflexivas.

Inicia-se a unidade 12 - Números decimais com um contexto utilização os números fracionários, sendo frações de suma importância para o entendimento dos demais capítulos (12- Números Decimais; 13- Porcentagens e 14 – Medidas). Mais detalhadamente, no capítulo 12, “A notação decimal”, “números decimais e o registro de medidas”, “Números decimais na forma de fração”, “Comparando números decimais”, “Adição e subtração de números decimais”, “Multiplicando por 10, 100, 1000”, “Multiplicação de números decimais”, “Divisão de números naturais com quociente decimal”, “Divisão de números decimais”. Frações estão presentes também da unidade 13- porcentagens, sendo seus capítulos “O que é porcentagem?”, “Calculando porcentagens”, “A forma decimal das porcentagens”.

3.2 SOBRE O *CORPUS* DA PESQUISA

Por meio da pré-análise, foi possível identificar o *corpus* da pesquisa, ou seja, em quais unidades as frações estavam presentes. De acordo com essa indicação, colocamos em uma tabela, indicada no quadro 3, as unidades e conteúdos temáticos de frações que consideramos relevantes para analisar a forma como é trabalhado o conteúdo de frações nos livros didáticos do 5º e se este contribui para as aprendizagens que dependem destes

fundamentos para o sexto ano. Assim pudemos estabelecer as categorias e estudar como o livro didático utilizado aborda o conteúdo em sua iniciação ao tema, e como o mesmo, sendo ele de editoras diferentes, aprofunda no ano posterior.

Quadro 3: Unidades e capítulos relevantes/similares dos livros a serem analisados.

ANO	UNIDADES	CAPÍTULOS
5°	4- LETRAS E NÚMEROS	<ul style="list-style-type: none"> • Frações e figuras geométricas
	5- FRAÇÕES	<ul style="list-style-type: none"> • Frações; • Frações equivalentes; • Dinheiro Brasileiro; • Polígonos; • Linhas paralelas e perpendiculares;
	6- NÚMEROS E MEDIDAS	<ul style="list-style-type: none"> • Números Decimais; • Números Decimais e medidas; • Gráficos e Tabelas; • Perímetro; • Medida e superfície.
	8- PIRÂMIDES PELO MUNDO	<ul style="list-style-type: none"> • Divisão de fração; • Comparação de frações com denominadores diferentes; • Frações: Operações • Medida de Capacidade; • Chance.
	9- PORCENTAGENS	<ul style="list-style-type: none"> • Porcentagem; • Porcentagem e chance; • Tabelas e Gráficos; • Números decimais e operações; • Calculadora; • Gráfico e tabelas.
6°	11- FRAÇÕES	<ul style="list-style-type: none"> • Inteiro e parte do inteiro; • Frações de uma quantidade; • Números mistos e frações impróprias; • Frações equivalentes; • Comparação de frações; • Operação com frações; • Inversa de uma fração; • Potenciação e raiz quadrada de frações.
	12- NÚMEROS DECIMAIS	<ul style="list-style-type: none"> • A notação decimal; • Números decimais e o registro de medidas; • Números decimais na forma de fração; • Comparando números decimais; • Adição e subtração de números decimais; • Divisão de números naturais com quociente decimal.
	13- PORCENTAGENS	<ul style="list-style-type: none"> • O que é porcentagem?; • Calculando porcentagens; • A forma decimal das porcentagens.
	14- MEDIDAS	<ul style="list-style-type: none"> • O que é medir; • Comprimentos no sistema métrico decimal; • Medindo superfícies; • A área do retângulo; • Volumes; • Quando usamos cada unidade?; • Medidas de massa.

FONTE: Livros analisados.

Segundo os resumos apresentados no guia online do PNLD, pode-se observar que todos os livros analisados possuem uma breve consideração a respeito da metodologia e de ensino e aprendizagem, a contextualização e formação de cidadania, e a linguagem e aspectos gráficos editoriais utilizada nos livros. Pensando nisso, para a determinação da categorização, foi estabelecido que tais categorias são fundamentais e precisam ser estudadas não de modo geral, mas com afinco.

Nos livros analisados, percebemos que as unidades, em sua maioria, iniciam-se com problemas resolvidos, ou a serem resolvidos. Assim identificamos mais uma aproximação entre a estruturação dos dois livros, as atividades e os problemas estabelecidos. De modo que as categorias que consideramos fundamentais para entender o processo de ensino-aprendizagem de frações apresentadas nos livros didáticos e que serão utilizadas neste trabalho são:

- Metodologia de ensino;
- Contextos utilizados pelos livros didáticos;
- Linguagem e figuras empregadas;
- Atividades e problemas estabelecidos.

Por mais que já apareçam elementos de análise no presente capítulo, consideramos importante esta construção para subsidiar as análises e o entendimento do contexto de produção dos livros didáticos.

No próximo capítulo, utilizaremos estas quatro categorias para buscar argumentos para responder a nossa questão de pesquisa.

4 FRAÇÕES E A TRANSIÇÃO DO 5º PARA O 6º ANO

Neste capítulo o foco foi a análise dos livros didáticos, por meio da metodologia da análise de conteúdos de Bardin (1977) e de Choppin (2004) que os considera tanto um documento histórico como um objeto físico (em menor escala para este estudo), sendo que a categorização considerada na seção da pré-análise leva-se em consideração também que tais categorias foram determinadas a partir dos contextos expostos no guia digital do PNLD. Sem a pretensão de esgotar todos os casos presentes nos livros, optamos por utilizar exemplos de ambos os livros que consideramos mais expressivos para ilustrar de que forma o conteúdo de frações é organizado.

4.1 SOBRE A METODOLOGIA DE ENSINO

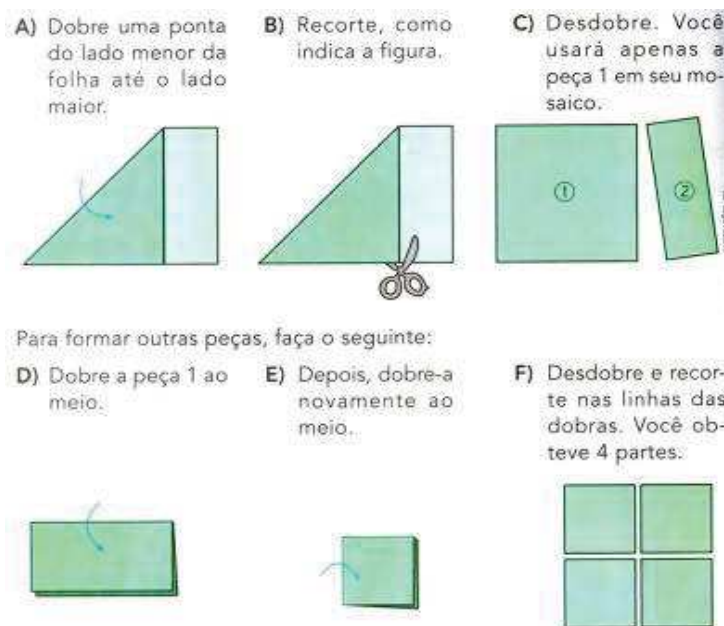
A primeira categoria de análise foi o da metodologia de ensino empregada nos livros didáticos escolhidos. Sendo assim, as análises dos livros didáticos do quinto ano e do sexto ano foram realizadas separadamente, para no final de cada capítulo fazermos considerações e apontamentos sobre a forma que os conteúdos foram abordados nos dois casos.

Seguindo os pressupostos metodológicos sugeridos pelos parâmetros, diretrizes e currículo da AMOP, os conteúdos deveriam ser trabalhados em sala de aula utilizando as tendências metodológicas da Educação Matemática. Partindo desse princípio, e de que o livro didático muitas vezes é o único material utilizado pelo professor em sala de aula, verificamos se os livros trabalham com tais abordagens.

Observa-se que o livro do quinto ano, em sua abordagem inicial ao contexto fracionário, busca trazer informações sobre frações utilizando figuras, como por exemplo, os mosaicos, que estão em muitas manifestações culturais da humanidade. Logo a temática aparece na Unidade 4 – Letras e Números, no tópico “Frações e figuras geométricas”, trazendo uma atividade com recortes (figura 3) transformando o papel em um material manipulável.

O currículo da AMOP (2007) enfatiza que o uso dos materiais manipuláveis por si só não leva necessariamente à compreensão dos conceitos matemáticos, o foco da aula deverá ser a aprendizagem juntamente com o lazer, portanto “o uso deles deve permitir a abstração dos elementos de forma que contribua para a construção de conceitos matemáticos e devem estimular a investigação matemática” (p.259)

Figura 3 – Atividade de recortes



Fonte: (REAME; MONTENEGRO, 2014, p.104)

Nesta atividade é explorada a oralidade do número fracionário, indicando que cada uma dessas partes é uma quarta parte do quadrado. Segundo Walle (2009, p.324) “a criança precisa estar ciente de dois aspectos ou componentes de partes fracionárias: (1) a quantidade de partes e (2) a igualdade das partes (em tamanho, não necessariamente em forma)”. Sendo assim, trabalhar com os recortes ajudará o aluno a desenvolver um vocabulário antes de introduzir o número fracionário. Logo depois, é iniciado um tópico com o título "Partes do quadrado e frações", trabalhando que cada parte do último quadrado, poderá ser representada por $\frac{1}{4}$, ressaltando que a leitura desse número será um quarto. Mostra que as partes dessa fração correspondem a fração $\frac{4}{4}$ (quatro quartos), sendo ela o quadrado inicial. Porém, é deixado de lado outras nomenclaturas, como metades, terços, quintos.

Ainda nessa unidade é iniciado um trabalho a respeito da leitura de frações, com tabelas tradicionais indicando o denominador como o que classifica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido¹⁶ e que determina como se dá a leitura. Já o numerador indica quantas partes do inteiro foram consideradas.

Uma abordagem interessante desse livro é a seção “É hora de jogar”, em que propõe brincadeiras aos alunos, associando as frações à comandos de giros em uma circunferência

¹⁶ Alguns professores abordam a definição de denominador de maneira errônea, dificultando a compreensão do aluno nos demais conceitos de frações.

riscada de giz. Por exemplo, “dê um giro de $\frac{1}{2}$ de volta para a esquerda” (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.111). Segundo o currículo da AMOP (2007, p. 259) as brincadeiras e jogos “transformam e demandam o aparecimento de novas oportunidades de consciência sobre o mundo”. Considerando também que os jogos são fortes aliados no planejamento de ações, estratégias e a busca para resolução de problemas, contribuindo para o raciocínio.

Observa-se que a metodologia empregada na abordagem inicial da Unidade 5, “Frações” do quinto ano destaca a resolução de problemas, trazendo questionamentos como “Qual é a fração que indica os carrinhos verdes?” (REAME; MONTENEGRO, 2014, p.120). Nota-se o uso da fração como parte-todo discreto¹⁷, pois o todo é representado por uma “coleção” de carrinhos (figura 4).

Figura 4 – Exemplo de coleção de carrinhos

Frações

Partes de grupos de elementos

Você já sabe que podemos representar partes de uma figura por meio de frações. Vamos observar agora outras situações envolvendo frações. Responda a todas as questões em seu caderno.

1. Jair tem uma coleção de carrinhos. Essa coleção representa **um inteiro**.

A fração que representa esse **inteiro** é $\frac{10}{10}$ (dez décimos). $\frac{2}{10}$ (dois décimos) da coleção são de carrinhos amarelos.

Fonte: (REAME; MONTENEGRO, 2014, p.120)

O livro busca trazer muitas situações utilizando frações discretas¹⁸, trabalhando com coleções, porém, podemos considerá-las situações problema ou exercícios? Ao nosso ver, são abordadas poucas situações problemas, as quais são necessárias na interpretação, verbalização e argumentação do educando, como é expresso no currículo da AMOP (2007, p.259 apud ONUCHIC; ALLEVATO, 1999, p.103) “caracterizar esse trabalho considerando os educandos como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade”. Pois assim supera-se a aprendizagem passiva, e trabalha com a reflexão

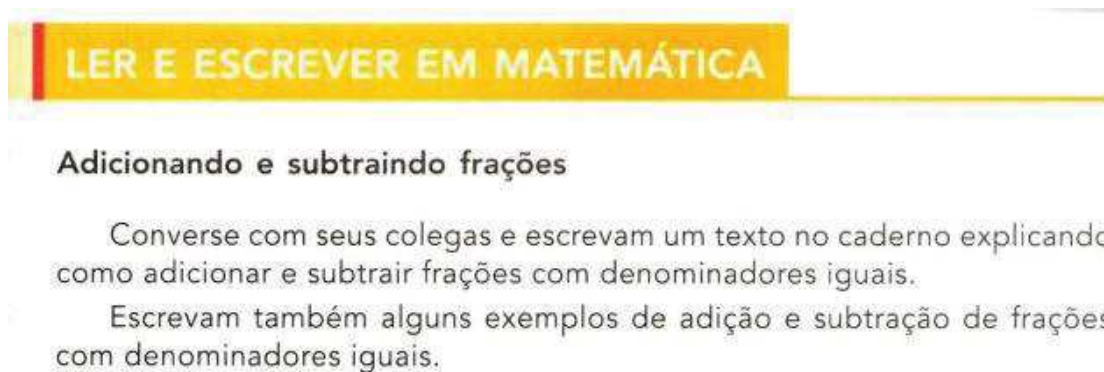
¹⁷ Uma observação é que na unidade anterior, quando os autores fizeram a relação das frações com a geometria, trabalharam com frações parte-todo contínuas.

¹⁸ Uma curiosidade é que as imagens que abrem a Unidade 5 são pedaços de pizza, bolos, melancias, chocolates, todos exemplos de frações contínuas.

do aluno.

O exercício da figura 5 faz parte da seção “Ler e escrever em matemática” estimula a discussão entre os alunos e principalmente a escrita, pois além de provocar um momento de reflexão, faz com que expliquem com suas próprias palavras o que se entendeu do conteúdo.

Figura 5 – Exemplo de exercício em grupo



Fonte: (REAME; MONTENEGRO, 2014, p.122)

Porém, observa-se que o livro não traz muitas introduções antes de cada unidade, não apresenta o conteúdo ao aluno, já entra diretamente com exercícios, ou ainda, como está descrita na avaliação deste no guia digital do PNLD: “ele trabalha com o a temática de frações muito diretamente”¹⁹. Mesmo com estas seções citadas no exemplo anterior, não há uma continuidade, ou seja, logo é voltado para os exercícios.

Outra tendência em Educação Matemática importante a ser trabalhada com o aluno, são as tecnologias digitais, que conforme descrito no currículo da AMOP (2007, p.260) são ferramentas que não podem ser ignoradas, pois calculadora, internet, computador podem contribuir para a realização de atividades propostas aos alunos, porém, devem ser levadas em consideração as condições da escola em que será trabalhado.

O livro didático do 5º ano traz ao final de cada unidade, uma seção intitulada “Para saber mais”, onde indica livros para leitura e *sites* com atividades que poderiam auxiliar o aluno no aprendizado. Porém a eficácia da indicação de sites dependerá da abordagem empregada pelo professor para sua utilização ou não. Na figura 6, temos um exemplo de atividade no computador que relaciona as medidas de comprimento e as frações contínuas (Unidade 4 – Letras e Números).

¹⁹ Guia digital do PNLD. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2016/>. Acesso em: 20 de nov. de 2017.

Figura 6 – Medidas e frações



Fonte: (REAME; MONTENEGRO, 2014, p.118)

Apesar de citar o relógio de sol e a história dos números, a História da Matemática não está presente na temática de frações do livro do 5º ano. No currículo da AMOP (2007, p.259) há nos pressupostos metodológicos que se deve trabalhar com história da matemática a fim de esclarecer o aluno que a matemática é resultado das necessidades humanas, sendo que um estudo das transformações na sua organização possibilita entender o porquê que cada um é estudado. Deve-se sempre levar em consideração as especificidades de cada civilização.

Uma questão que nos defrontamos ao analisar os aspectos metodológicos deste primeiro exemplar foi: seria realmente necessário ensinar frações como um tema? (LOPES, 2008). Observa-se então que a temática de frações perante a estruturação desse livro é abordada em praticamente todos os capítulos. A partir da unidade 4, pode-se notar que vemos frações em todas as outras unidades, porém, existem rupturas ao se trabalhar com o contexto, levando em consideração, que, por exemplo, na unidade 5 – Frações, existem capítulos como “polígonos”, logo depois de se trabalhar sobre “dinheiro brasileiro”, e atentando a esta seção percebe-se que não existem ligações entre a unidade e a seção, nem mesmo nos desenhos.

No livro do sexto ano, a temática frações aparecerá na unidade 11: “Frações”, nela, percebe-se uma retomada dos conteúdos que deveriam ter sido vistos no 5º ano. Vale observar que nas 10 unidades anteriores, com raras exceções, só é trabalhado com números inteiros. Tendo o aluno já adquirido uma noção de frações no quinto ano, este conteúdo somente será

retomado (se o professor seguir a ordem do livro) no último bimestre do ano. A estrutura da unidade segue o formato explicação teórica e lista de exercícios.

Na capa da unidade (figura 7) aborda a tradicional divisão de uma pizza, que como já foi citado é um todo contínuo. Por meio dele, estabelece conexões com o que o aluno já deveria ter visto no ano anterior. Retomando que “o numerador é o número que aparecerá em cima” da fração e indica em quantas dessas partes (denominador) foram tomadas, e que denominador é o “número que aparece embaixo” da fração e indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.177).

Segundo Walle (2009, p.322) o denominador de uma fração indica por qual número o todo foi dividido. Ou ainda, o denominador é um divisor. Nomeia a fração. E o numerador é um multiplicador, que indica um múltiplo da parte fracionária dada. De forma breve, a parte de leitura de frações aparecerá logo após a abordagem de numerador e denominador, explicando logo em seguida o significado da palavra denominador “aquele se dá o nome” (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.178).

Figura 7 – Capa da Unidade 11

11 Frações

1. Inteiro e parte do inteiro

Daniel vai se atrasar para o jantar. A mãe dele preparou uma *pizza*. Dividiu-a em 4 partes iguais e guardou uma delas para Daniel.

Para representar a parte da *pizza* reservada para Daniel, usamos uma fração: $\frac{1}{4}$.

Nas frações temos:

- O número que aparece em cima (**numerador** da fração) indica quantas dessas partes foram tomadas.
- O número que aparece embaixo (chamado **denominador** da fração) indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido.

Observe que $\frac{4}{4}$ da *pizza* correspondem à *pizza* inteira.

A fração $\frac{4}{4}$ indica uma quantidade inteira, ou seja, $\frac{4}{4} = 1$.

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.177).

A História da Matemática é abordada apenas no livro do 6º ano, na “Seção livre”, no

“vale a pena ler” e mais algumas notas durante os capítulos. Na seção livre da unidade 11, no conteúdo de números mistos e frações impróprias, vemos um pouco das contribuições dos egípcios nas frações, porém, depois deste momento não são mais utilizados tais constatações, nem mesmo nas definições seguintes, ou problematizações. Além disso, traz também um pouco da história de Fibonacci e frações (figura 8), e como no anterior, não são retomados nos estudos posteriores. A História da Matemática figura mais como uma curiosidade histórica do que uma tendência metodológica que poderia potencializar a aprendizagem por seu caráter investigativo.

Figura 8 – Fibonacci e o traço horizontal

O traço horizontal que usamos hoje para registrar frações tornou-se comum somente no século XVI, embora o grande matemático Leonardo de Pisa, mais conhecido como Fibonacci (filho de Bonacci), tenha usado essa forma com frequência em seu livro *Liber Abaci*, completado em 1202. Leonardo viajou para o Egito, Síria e Grécia por conta dos negócios do pai. Teve um professor muçulmano que lhe transmitiu os conhecimentos matemáticos dos árabes e dos hindus. O *Liber Abaci* também teve grande importância na divulgação, na Europa, do sistema de numeração criado pelos hindus.

Fonte de pesquisa: Carl B. Boyer: *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Söcher, 1974.



Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.184)

Segundo as DCE:

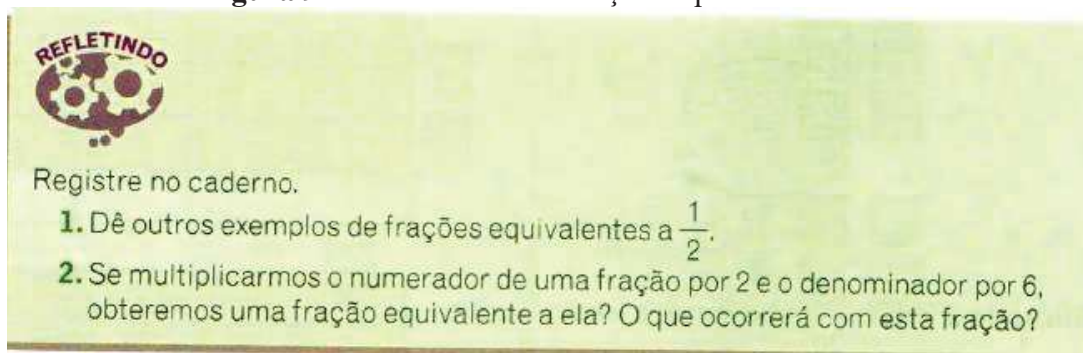
A história da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para aceitação de determinados fatos, raciocínios e procedimentos (PARANÁ, 2008, p.66).

Porém é perceptível, em ambos os livros analisados, a falta de situações problemas contextualizadas e quando poderia ter sido aproveitado por meio destas seções de história, não o são. A maior parte dos “problemas” não possuem contextos, ou se possuem, estão fora do cotidiano do aluno. Poderíamos classificá-los apenas como exercícios, pois, segundo Walle (2009, p.57) um problema é um atividade na qual os estudantes não possuem nenhum método já receitado.

As seções de atividades são nomeadas como “Exercícios”, portanto não se vê no livro do 6º ano seções como “problematizando”, ou outras do tipo, o mais próximo que temos será breves seções durante os capítulos nomeados de “Refletindo” e “Interagindo”. Nela, os autores trazem questões um pouco mais reflexivas, porém seguem as linhas dos exercícios propostos anteriormente. Por exemplo, em um dos “Interagindo”, propõe a atividade: “Encontramos frações em várias situações do dia a dia. Veja, por exemplo, as brocas na

fotografia ao lado. Descubra, com os colegas, mais exemplos de aplicações de frações” (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.178). Na figura 9 temos um exemplo de atividade do “Refletindo” para frações equivalentes.

Figura 9 – Refletindo sobre frações equivalentes



Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.185)

Percebe-se que o exemplo da Figura 9 pode ser considerado um problema, enquanto o item 1 não se enquadra nesse conceito, o item 2 fará com que o aluno reflita sobre o que está acontecendo com determinada fração, identificando como funciona para obtermos uma fração equivalente a ela. Assim ele estará criando suas conjecturas e generalizando para as demais frações.

Analisando a figura 10, percebem-se questões que são clássicas no ensino de frações, o que ao nosso ver poderia classifica-lo como um problema é o fato da omelete ser um alimento muito comum. É trabalhado com operador discreto, conteúdo que não é previsto para o quinto ano e que é um desafio para os alunos do sexto ano pelo nível de dificuldade. O mesmo terá que dividir a dúzia em três partes com quatro ovos cada e multiplicar por dois.

Figura 10 – Exemplo de problema com operador discreto

14. Numa omelete, Cássia gastou $\frac{2}{3}$ dos ovos de uma caixa como esta. Quantos ovos ela gastou?



Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.181)

Outras tendências citadas nas DCE são a Etnomatemática, Modelagem Matemática e

as Mídias Tecnológicas. A Etnomatemática, conforme descrito nas DCE, é uma metodologia que valoriza a história do estudante, relacionando matemática com suas manifestações culturais e relações de produção e trabalho (PARANÁ, 2008). Nas poucas questões que poderiam envolver tal tendência, como por exemplo, exercícios a respeito de um tanque de combustível, entra a questão: “até quando isso é o cotidiano do aluno?”, Lopes (2008, p. 5) as classifica como contextos do mundo adulto, pois crianças deste século estão distantes de atividades técnicas específicas.

As mídias tecnológicas são pouco abordadas neste livro. Na temática de frações, as poucas vezes em que aparece, são estimulando apenas o uso da calculadora numa situação investigativa (Capítulo 13 – Porcentagens). Está presente na seção interagindo (figura 11), porém não há continuidade do trabalho com o mesmo.

Figura 11 – Porcentagem, decimais e o uso da calculadora

INTERAGINDO

Registrem no caderno:

- Mostrem que:
a) $150\% = \frac{3}{2}$ b) $60\% = \frac{3}{5}$
- Por qual número decimal devemos multiplicar um valor x para obter:
a) 10% de x ? b) 8% de x ? c) 95% de x ?
- Invente um anúncio oferecendo um produto com 50% de desconto. Coloque o preço sem desconto. Troque de caderno com um colega. Cada um calcula quanto se pagará pelo produto com desconto. Destroquem os cadernos e confirmem as respostas.
- Peguem uma folha de papel quadriculado. Imaginem e desenhem nessa folha a planificação de um bairro de forma que cada item ocupe a porcentagem do total de quadradinhos indicada a seguir.
• residências: 40%; • praças esportivas: 5%; • ruas e avenidas: 20%;
• edifícios comerciais: 15%; • colégios: 5%; • áreas verdes: 15%.

CONECTANDO SABERES

Utility: Matemática - 6º ano

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.238)

Atividades com jogos e brincadeiras, ou até mesmo a Modelagem Matemática não são abordadas no livro do 6º ano analisado, pelo menos na temática de frações. Levando em consideração que eles ainda são crianças, faltou estimular um pouco mais a imaginação deles com materiais manipuláveis, ou jogos e brincadeiras.

O livro do sexto ano trabalha as definições de cada tipo de fração e depois propõem os exercícios para os alunos e a resolução de alguns problemas padrão. Já o livro do quinto ano parece estar mais em sintonia com o que orientam os parâmetros curriculares sobre as tendências metodológicas, priorizando a resolução de problemas, mas que em muitos casos

fica incoerente pelas quebras de conteúdo e falta de coerência na organização interna das unidades.

4.2 SOBRE OS CONTEXTOS

Esta categoria foi escolhida de acordo com o PNLD 2016 e PNLD 2017, em que a proposta é analisar os diferentes contextos em que frações estão presentes, seja ele matemático, na formação de cidadania ou na interdisciplinaridade.

Um dos contextos que vemos no livro do 5º ano é o de **frações de ângulos**, onde vemos três atividades que se estudam os giros e os deslocamentos, sendo um deles num percurso, e os outros dois envolvendo circunferências, como por exemplo, o movimento do ponteiro de um relógio.

Temos segundo os PCN que:

A comparação de grandezas de mesma natureza que dá origem à idéia de medida e o desenvolvimento de procedimentos para o uso adequado de instrumentos, tais como balança, fita métrica e relógio, conferem a este conteúdo um acentuado caráter prático. [...] O trabalho com medidas dá oportunidade para abordar aspectos históricos da construção desse conhecimento, uma vez que, desde a Antiguidade, praticamente em todas as civilizações, a atividade matemática dedicou-se à comparação de grandezas (BRASIL, 1997, p.81)

Porém, o que se observa no livro, apesar da abordagem de grandezas envolvendo números e operações, como frações, é a falta de textos de apresentação em que poderia ter sido abordado, por exemplo, o caso dos egípcios, que usavam as frações ditas boas e como os ângulos eram importantes na construção de pirâmides.

Na atividade da figura 12, percebe-se um trabalho que envolve os conteúdos estruturantes de números e operações, grandezas e medidas e também espaço e forma. Trabalha-se com deslocamento, onde os alunos deverão saber sobre direita ou esquerda localizando-se no círculo inserido. São trabalhadas implicitamente as questões de ângulo, onde as movimentações ocorrerão seguindo sequências de voltas representadas por números fracionários. Também é tratada especialmente a oralidade, em que o aluno deverá conhecer meio e quartos.

Figura 12 – Comandos de giros²⁰

É HORA DE JOGAR Comandos de giros

Número de jogadores: Duas duplas (uma contra a outra).

Regras:

1. Risquem uma circunferência no chão e dividam-na em 4 partes iguais.
2. Façam 4 cartões coloridos como mostra a ilustração.
3. Escolham a dupla que vai começar. Um jogador dessa dupla deve ficar no centro da circunferência, de frente para o cartão verde.
4. Em cada rodada, um jogador de uma dupla dita uma sequência de 4 comandos de giros de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$ de volta, para a direita ou para a esquerda, para outra dupla.
5. Os comandos sempre começam com o jogador olhando para o cartão verde.
6. A dupla vencedora é aquela que acertar **primeiro** a sequência dos 4 comandos ditados pelos adversários.

Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.111)

Segundo Walle (2009) a medição do tempo é de difícil compreensão por parte dos alunos, além de ser uma habilidade difícil de ser ensinada, pois existem complicações como a compreensão da unidade de tempo. O relógio analógico, por exemplo, é composto por dois ponteiros, onde o menor indica as horas (tempos longos) e o maior indica o tempo antes ou depois de uma hora. O que ocorre é que ele mostra intervalos, onde não existe a necessidade de compreensão de quantos minutos compõem uma hora, mas sim uma interpretação da abertura dos raios do ângulo dos ponteiros, sendo chamados de meias horas, ou quartos de horas.

Na atividade da figura 13, percebe-se certa urgência a chegar-se na questão do ângulo reto, observa-se mais a frente do capítulo que em nenhum momento destaca-se que um ângulo reto é um ângulo de 90° , e parte-se do princípio que o aluno já tenha entendimento sobre o relógio, desconsiderando qualquer dificuldade em interpretação dos mesmos. Mas ainda assim, trabalha-se com quartos de voltas, trazendo ao aluno uma experiência em um contexto diferenciado de pizzas e bolos, e trabalhando juntamente com a oralidade e o cotidiano dos mesmos.

²⁰ A mesma atividade foi comentada na seção anterior quando nos referimos a metodologia de Jogos e Brincadeiras.

Figura 13 – Relógios e Frações



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.113)

A temática “**frações de quantidades**” é um dos contextos mais utilizados em que é muito considerada a interpretação de parte-todo. Segundo os PCN:

Faz parte da vida de todas as pessoas nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidades. Nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca, a Matemática se apresenta como um conhecimento de muita aplicabilidade (BRASIL, 1997, p.25)

Analisando o livro didático do 5º ano, percebe-se que o problema da figura 14 introduz frações de uma quantidade por meio do operador $\frac{1}{4}$. Costuma-se apresentar certa pressa para determinadas regras no cálculo de frações.

Figura 14 – Frações de uma quantidade

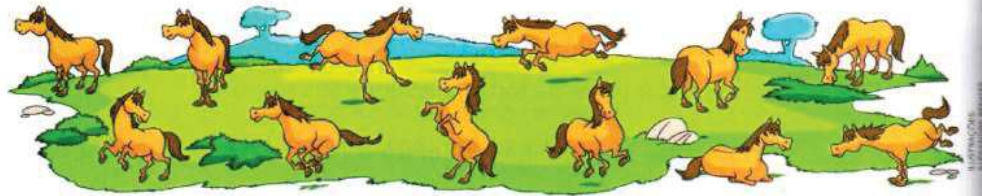
Frações de uma quantidade

Como você resolveria esse problema? Converse com seus colegas.

Maurício cria 12 cavalos de corrida em sua fazenda. Ele selecionou a quarta parte, ou $\frac{1}{4}$, de seus cavalos para a apresentação em uma feira de animais. Quantos cavalos Maurício selecionou?

Podemos calcular a quantidade de cavalos selecionados por meio de uma divisão. Acompanhe:

a) O grupo de cavalos que representa o **inteiro** é formado pelos **12 cavalos**.



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.124)

De acordo com o Walle (2009, p.345), devemos ficar atentos ao ensino de operações com número fracionário, pois as ideias de operações dos alunos foram desenvolvidas a partir de operações com números inteiros, no caso dos alunos do quinto ano, são por meio dos números naturais, logo a generalização é normal, cabe ao professor trabalhar essa compreensão em favor das operações com frações.

Figura 15 – Problema com operador discreto

LER E ESCREVER EM MATEMÁTICA

Cálculo de frações de uma quantidade

Forme um grupo, converse com seus colegas e escrevam no caderno uma regra sobre como calcular frações de uma quantidade.

Depois de escrever a regra, inventem um problema que seja resolvido pelo cálculo:

$\frac{3}{7}$ de 28 bombons

Não se esqueçam da resposta do problema.



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.128)

“Para a divisão por uma fração, os dois modos de pensar sobre a operação – partição e

medida- são extremamente importantes.” (WALLE, 2009, p. 345). Para um entendimento do aluno sobre essa divisão é necessário sempre questionamentos do tipo, “Quanto é o todo?”, “Quanto por um?” ou ainda “Quanto é para cada um?”. A maneira como o livro apresentou atividades sobre isso, sem levar ao aluno diretamente as regras, de modo que o mesmo deva refletir sobre como resolver, (figura 15) faz com que o aluno pare e escreva a respeito do que foi feito. Outro fator interessante da abordagem, é estimular aos alunos a criação de problemas, que muitas vezes não é trabalhado em sala de aula. Isso fará com que ele assimile suas próprias regras e favoreça sua aprendizagem.

Nota-se então como o contexto de frações de quantidades pode influenciar na formação do aluno, pois talvez essa abordagem permita que ele forme suas conjecturas, e se o livro trouxesse uma abordagem tradicional já com as fórmulas, poderia fazer com que o aluno desenvolvesse apenas um domínio superficial. Walle (2009, p.346) ressalta o “domínio superficial das regras a curto prazo é rapidamente perdido”. Mesmo que futuramente o livro traga a abordagem de divisão de frações, o conceito inicial está formado.

Outro contexto identificado foi as **Frações e a Chance** que aparece na última unidade do livro. A ‘chance’ significa probabilidade, que está interligada a porcentagens e frações, sendo elas razões. Seguindo a linha de pensamento de Walle (2009), temos que:

Como as probabilidades são medidas com valores numéricos entre 0 e 1, existe uma conexão natural entre essas ideias. Os estudantes podem ver partes fracionárias em roletas ou conjuntos de contadores em um saco e usar essas frações para determinar probabilidades. As porcentagens são úteis porque são o denominador comum mais conveniente para comparar relações que não têm o mesmo todo (WALLE, 2009, p.510)

O questionamento final da questão da figura 16 é “Qual o sabor de bombom tem a menor chance de ser retirado do pote com 30 bombons?”. Esta é uma questão que traz um contexto de probabilidade teórica, onde o que está no numerador representa o número de resultados de um evento, e o que está no denominador representará o número total de resultados possíveis.

Figura 16 - Questão do livro sobre probabilidade



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.235)

A maioria dos contextos apresentados envolvendo frações e probabilidade, não exploram atividades experimentais (isso poderia ficar a cargo do professor), já trazem exercícios prontos e fundamentados. Como é o exemplo, da figura 17, representada abaixo em que é dado o exemplo de como transformar $\frac{6}{20}$ em uma fração equivalente $\frac{30}{100}$ ou 30%.

Figura 17 - Exercício de probabilidade e porcentagem.

Porcentagem e chance

Quando a chance é maior?

Observe o pote de bolinhas de um jogo com o qual Aline está brincando.
Aline fecha os olhos e tira uma bolinha do pote.

* Qual é a cor de bolinha que Aline tem mais chance de pegar? Justifique sua resposta em seu caderno.
Podemos **indicar a chance** de Aline pegar cada cor de bolinha com uma **porcentagem**.
Veja o exemplo:
Chance de pegar a cor **amarela**: **6 em 20** (6 bolinhas amarelas em 20 bolinhas do pote).

Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.245)

Neste caso, é importante lembrar que em atividades de probabilidade, o resultado anterior não deverá alterar os próximos resultados.

Frações e medidas de massa, capacidade e comprimento são abordadas em vários momentos do livro como um suporte para o entendimento dos números decimais. Segundo o que vemos no currículo da AMOP, temos que:

Ao explorar os números fracionários, é importante utilizar contextos que apresentem as ideias que perpassam a representação fracionária (ideia de parte de um inteiro, parte de um conjunto, medida de comparação entre duas grandezas, quociente de divisão de um número inteiro por outro, representação na reta numérica). [...] O trabalho com os números racionais deve se dar de modo articulado entre a representação fracionária, a representação decimal, a porcentagem, contextos de medidas, para que o mesmo possa ter significado para os educandos. (AMOP, 2007, p.262)

Nota-se que apesar do livro abordar diferentes contextos que envolvam coisas do cotidiano, a abordagem é restrita. O livro do 5º ano busca trazer muitos exercícios e poucos textos de apresentação de cada unidade, ou dicas de experiências fora do contexto matemático. Na temática de frações a interdisciplinaridade, como descrito no guia online do PNLD 2016 de avaliação desta obra, aparece muito pouco, em seções como “mundo plural”, porém, são pouco trabalhadas e por muitas vezes até mesmo artificiais, forçando situações para se chegar ao assunto proposto.

Os contextos apontados no livro do 6º ano são abordados de modo diferente dos do livro analisado do 5º ano, pois enquanto o livro do ano anterior traz durante as unidades algumas situações que envolvam relações com outros meios do cotidiano do aluno, este busca trazer uma abordagem matemática mais tradicional. Apesar de utilizar-se de problemas, os capítulos iniciam com a teoria e depois abordam em sua grande maioria problemas e exercícios de **frações e quantidades** e **frações e medidas**.

Logo, os contextos que foram encontrados durante os capítulos que envolviam frações, foram os que estavam na seção livre, ou no vale a pena ler. Como por exemplo, **as frações e as contribuições dos egípcios**, é uma seção que busca trazer um pouco da história das frações e de como os egípcios a utilizavam, mostrando até mesmo a simbologia utilizada por eles.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), para se estudar os números racionais, é preciso levar em consideração seu contexto histórico, ou ainda:

Pode-se discutir com os alunos, por exemplo, que os egípcios já usavam a fração por volta de 2000 a.C. para operar com seus sistemas de pesos e medidas e para exprimir resultados. Eles utilizavam apenas frações unitárias (frações de numerador 1), com exceção de $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$. Assim, numa situação em que precisavam dividir 19 por 8 eles utilizavam um procedimento que na nossa notação pode ser expresso por $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$.


A atividade da figura 18, conta brevemente a história dos egípcios a respeito das frações, e aborda um pouco das simbologias utilizadas para a representação dos mesmos, porém, deixa a desejar no quesito, pois não trabalha com as operações de transformações de frações em “frações boas”, por meio da decomposição em frações unitárias.

Figura 18 – As frações egípcias


SEÇÃO LIVRE

Egípcios, Fibonacci e as frações

A civilização egípcia contribuiu muito para o desenvolvimento da Matemática. Por volta do século XX a.C. já utilizavam frações para representar partes do inteiro. Aproveitando os símbolos do sistema de numeração criado por eles, combinados com uma forma oval, registravam frações de numerador igual a 1 da seguinte forma:


$\frac{1}{4}$ era indicado assim: 

(Sobre a representação do número 4, eles desenhavam um símbolo em forma oval.)



Outro exemplo: $\frac{1}{30}$ correspondia a 

Há indícios de que esse símbolo oval representava um pão que seria o todo a ser dividido.
A preferência dos egípcios pelo uso de frações de numerador 1 era evidente e influenciou outros povos por muitos séculos.

O povo egípcio escrevia

 para representar $\frac{1}{32}$.

Responda em seu caderno:

1. Qual é o valor do símbolo ?
2. Que número representa ?
3. Como era representada a fração $\frac{1}{100}$?

Anônimo. Casal de camponeses colhendo linho, século XII a.C.
Detalhe de pintura mural da tumba de Sennedjem no cemitério de Deir el-Medina, Tebas, Egito.

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.184)

Outro contexto disposto no livro do 6º ano é o de **frações e medidas** relacionados ao contexto da História da Matemática, também disponível na seção do “vale a pena ler”, em dois capítulos diferenciados.

Figura 2 - Vale a pena ler: frações e medidas

VALE A PENA LER

As frações e as medidas

Já sabemos que os números naturais surgiram da necessidade de contar. Durante muito tempo, os números naturais foram suficientes para resolver os problemas cotidianos do homem primitivo.



A distância entre dois nós era tomada como unidade de medida.

No entanto, com o surgimento da agricultura, possuir terras mais férteis passou a ser importante. No Antigo Egito, por exemplo, as terras próximas ao Rio Nilo eram muito disputadas. Por isso, os faraós tinham funcionários que mediam e demarcavam os terrenos. Eles usavam cordas com nós separados sempre pela mesma distância. Para medir um comprimento, a corda era esticada e se verificava quantas vezes a unidade de medida cabia neste comprimento.

Muitas vezes, a unidade de medida não cabia um número inteiro de vezes no comprimento a ser medido, ou seja, os números naturais não eram suficientes para registrar as medidas. Era preciso criar uma maneira de registrar uma parte da unidade. Daí a ligação entre o uso das frações e os problemas de medidas.

Todos os anos, as cheias do Rio Nilo carregavam as marcações que limitavam os terrenos e as medidas tinham de ser refeitas. Por causa do uso das cordas, os funcionários encarregados da demarcação das terras eram chamados de estiradores de cordas.



Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.190)

Essa leitura mostra o porquê da interação entre **frações e medidas**, envolvendo também o caso de ângulos e frações expressos no livro do 5º ano. Estas conexões nasceram da necessidade de registrar as medidas, pois o conjunto dos números naturais já não os abrangia mais.

Na Unidade 12 – Números Decimais faz alusão a História das Frações Egípcias e faz um salto para o século XVI em que foram necessárias outras formas de registro e assim apresenta o sistema posicional decimal, inclusive com os décimos, centésimos e milésimos. Após isso faz a relação dos decimais e o registro de medidas, apresentando também a notação fracionária.

Na Unidade 13, faz relação com as **frações e porcentagem** em contextos de conta de luz, acréscimos, decréscimos, número de habitantes.

Outra abordagem que o livro traz é o de **frações e medidas** (Unidade 14 – Medidas) na carta de Pero Vaz de Caminha, relacionando as distâncias citadas por ele na carta como, por exemplo, polegadas, pés, passo, palmo, braça, milha brasileira e légua brasileira (figura 19) e transformando-as em metros ou centímetros.

Figura 19 – Léguas marítimas e o descobrimento do Brasil

Mas voltemos ao tempo do descobrimento do Brasil. Como já mencionamos, a légua a que se refere Caminha em sua carta é, provavelmente, a **légua marítima**, cuja definição também variava de lugar para lugar e de navegador para navegador.

1 légua marítima = 6 173 m

A **milha marítima** é talvez a única dessas unidades extravagantes que deverá permanecer sendo usada. Ela é hoje definida como 1852 m, o que a torna igual ao comprimento de um arco de 1 minuto do meridiano terrestre, ou seja, $\frac{1}{21\,600}$ do comprimento do meridiano. Em navegação, posições são determinadas por ângulos (latitude e longitude), o que torna extremamente cômodo adotar como unidade de distância o comprimento de um arco de ângulo central unitário.

Felizmente, na atualidade, quase todos os países do mundo adotam o sistema métrico decimal.

No Brasil, uma lei de 26 de junho de 1862 e o decreto número 5089, de 18 de setembro de 1872, tornaram o sistema métrico decimal obrigatório a partir de 10 de janeiro de 1874.

COELHO, Mozart Cavazza P. *Medidas na carta de Caminha*. Revista do Professor de Matemática, n. 36, 1998.

Notas do autor

- 1 As definições das unidades legais de medidas no Brasil são feitas pelo Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial – CONMETRO.
- 2 O autor pede para citar seus colegas Nilton Lapa (SP) e Maria Inês V. Faria (MG), com os quais desenvolveu a atividade que deu origem a este trabalho.

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.269)

Com a necessidade da padronização de um sistema de medidas nasceu o atual sistema métrico decimal. Na figura 20 temos um exemplo trazido pelo livro sobre o padrão atual do metro.

Figura 20 – Padrão atual do metro

Atualmente, as crescentes necessidades tecnológicas exigem um padrão mais preciso e facilmente reprodutível. O metro é hoje definido como sendo o comprimento do trajeto percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $\frac{1}{299\,792\,456}$ de segundo.

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.269)

Observou-se que o livro do 5º ano traz diferentes contextos durante os capítulos, ou até mesmo como capítulo de algumas unidades, enquanto o do 6º ano busca trazer em seções

dispostas nos finais ou no meio do capítulo.

4.3 SOBRE AS IMAGENS E LINGUAGEM EMPREGADA

Nessa categoria foram analisadas as imagens empregadas no auxílio da construção de definições, tais quais as linguagens empregadas, de modo a verificar se o livro possui erros de ortografia, se a linguagem é acessível ao aluno do ano estipulado, e se os conceitos são passados de forma algébrica e também por meio da matemática formal.

O livro do 5º ano segundo o guia digital do PNL 2016 traz ao aluno uma linguagem clara, sendo o vocabulário utilizado nos textos de apoio e enunciados de exercícios adequados a faixa etária dos educandos. É notável que o livro traga muitas ilustrações durante os exercícios, além de trazer muitas cores durante as explicações de conceitos.

As definições são sempre apresentadas após exercícios e situações problemas propostas aos alunos. Na apresentação de frações equivalentes, observa-se que são utilizadas questões com muitas imagens, e nelas temos primeiramente um exercício que envolve discos, direcionando para a linguagem oral, de modo que o aluno identifique nas imagens propostas qual fração está sendo pedida no contexto, e um segundo exercício que direcionará o aluno a percepção das frações dispostas, que elas possuem algo em comum. Somente então será apresentada a definição de frações equivalentes (figura 21).

Figura 21 - Representação do algoritmo de frações equivalentes.

• Vocês concordam com a afirmação de Flávia?

Entenda como Flávia encontrou frações equivalentes à fração $\frac{5}{6}$.

Eu multiplico o numerador e o denominador da fração pelo mesmo número, diferente de zero.

$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$ $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$

Vamos entender a equivalência: $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24}$

Quando multiplicamos o número de divisões do inteiro (denominador) por 2, 3 ou 4, temos de, respectivamente, dobrar, triplicar ou quadruplicar o número de partes consideradas (numerador), para que as frações sejam equivalentes.

Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.131)

Segundo Walle (2009, p.337) "Duas frações são equivalentes se elas forem representações para a mesma quantia ou quantidade – se forem o mesmo número". O

interessante é que o livro aborda a linguagem mais formal, mas também apresenta o algoritmo, os quais Walle (2009, p.337) descreve "Para conseguir uma fração equivalente, multiplique (ou divida) os números da parte superior e da parte inferior pelo mesmo número, diferente de zero".

Os números decimais são simplesmente outro modo de escrever frações, porém, esses "mundos" são muitos distintos especialmente para crianças, pois até mesmo os adultos costumam refletir sobre frações a respeito de conjuntos. Existem três passos para a conexão entre esses dois números, o primeiro é utilizando do conceito de frações para explorar números racionais os quais são representados facilmente por números decimais, em segundo podemos auxiliá-los na percepção do sistema de base dez estendido para incluir assim números menores do que 1, ou números muito grandes, e por terceiro utilizar de modelos para interpretações entre as frações e os decimais (WALLE, 2009, p.363).

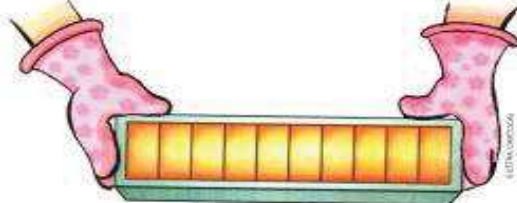
A linguagem utilizada no livro para introduzir essa conexão entre os dois números utiliza um pouco desses passos, trazendo uma figura (um todo) dividida em 10 partes, relacionando o inteiro e sua leitura, e uma parte do mesmo na unidade 6 – números e medidas. Após isso, explicam-se por meio de uma tabela sobre as centenas, dezenas, unidades e os décimos, conforme a figura 22.

Figura 22 - A ordem dos décimos.

A ordem dos décimos

Para assar um bolo de fubá, Célia usou uma forma retangular. Ela partiu o bolo em dez pedaços iguais.

O bolo de fubá representa **um inteiro** ou **uma unidade** dividida em 10 pedaços iguais. Cada pedaço é **uma décima parte** do bolo ou **um décimo** do inteiro.



A fração $\frac{10}{10}$ (**dez décimos**) corresponde a um inteiro, então $\frac{10}{10} = 1$.

A fração $\frac{1}{10}$ (**um décimo**) corresponde a **cada parte** do inteiro ou da unidade.

Podemos escrever o número **um décimo** em um quadro de ordens. Para isso, incluímos a ordem dos décimos à direita da **ordem das unidades**.

Parte inteira			Parte decimal
Centenas	Dezenas	Unidades	Décimos
		1	
		0,	1

← uma unidade (1)
← um décimo (0,1)

Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.153)

Uma relação interessante que ocorre nesse livro é a ruptura de conteúdos de uma unidade e a retomada na unidade seguinte. Como é o caso dos números decimais, que durante a unidade 6 de números e medidas desenvolve dezenas e centésimos, enquanto que na unidade 7 de geometria e arte, vemos a retomada do assunto, introduzindo os milésimos. Porém, essa organização, poderá ser um pouco confusa na hora de se trabalhar, pois os assuntos são interrompidos, iniciam-se novos conceitos matemáticos, os quais não têm ligações com o contexto, e depois retoma ao assunto anterior. Por outro lado, pode favorecer a aprendizagem do conceito e sua generalização quando apresentado em outro contexto.

Na comparação entre frações com denominadores diferentes (figura 23), a linguagem utilizada não muda muito das abordagens anteriores. De fácil entendimento, e trazendo figuras ilustrativas e coloridas, com balões de falas e personagens, que auxiliam os alunos na compreensão do conteúdo trabalhado. Mas nos perguntamos se este conteúdo não estaria sendo apresentado de forma precoce no quinto ano? Mas, e se essa abordagem fosse mais prática e intuitiva? Será que ainda assim seria precoce? Talvez, este conteúdo por não estar previsto no currículo da AMOP e estar na última unidade do livro nem mesmo seja trabalhado.

Figura 23 - Comparando frações



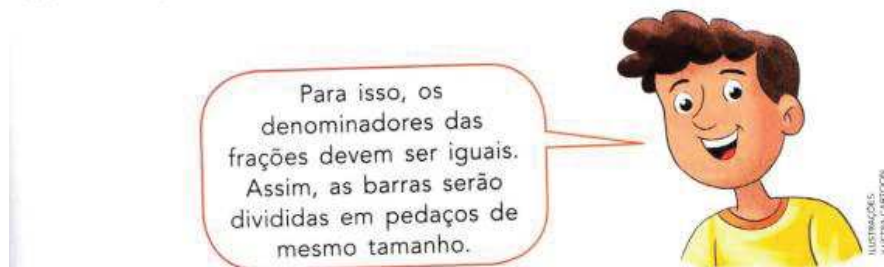
Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.222)

Observa-se ainda, que na comparação entre os denominadores que os autores propõem a utilização de frações equivalentes, iniciando assim o algoritmo do Mínimo Múltiplo Comum aos alunos, sem exatamente trabalhar com as regras, ou seja, a linguagem busca trazer ao aluno essa assimilação futuramente quando precisar utilizar o MMC nas operações com frações (figuras 24 e 25).

Figura 24 - Comparação de frações utilizando frações equivalentes.

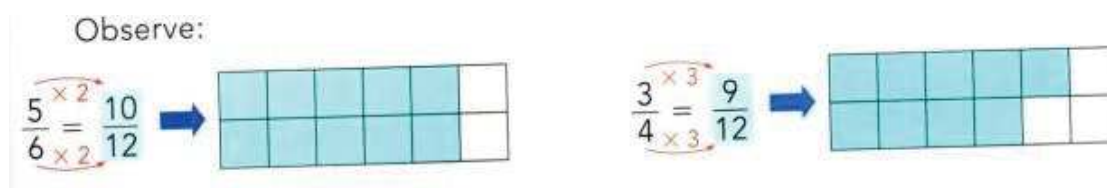
Usando frações equivalentes

Para comparar as frações $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{4}$ usando frações equivalentes, devemos dividir os inteiros (barras de chocolates) em partes iguais.



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.223)

Figura 25 - Comparando frações.



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.224)

No cálculo de frações, Walle (2009, p.346) defende que devemos sempre trabalhar com operações entre frações, “conectando o significado do calculo com fração e o cálculo com os números inteiros”, ou ainda, no contexto do 5º ano, o cálculo com os números naturais.

A adição e a subtração de frações nesse livro não são muito trabalhadas, a linguagem utilizada para o entendimento dessas operações são figuras particionadas (figura 26 e 27) e coloridas diferentemente, trabalhando inicialmente com os denominadores iguais, de modo que o aluno deverá responder questões como “que fração corresponde a parte pintada de azul”, associando a ideia de frações com a ideia da soma delas (coloridas) para se chegar a figura inteira.

Figura 26 - Ilustração particionada



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.224)

Figura 27- Resolução relacionada a ilustração.

$$\begin{array}{c} \text{partes azuis} \\ \uparrow \\ \text{partes vermelhas} \rightarrow \boxed{\frac{2}{10}} + \boxed{\frac{6}{10}} = \boxed{\frac{8}{10}} \leftarrow \text{partes pintadas} \end{array}$$

Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.225)

Em adição de frações Walle (2009, p.347) considera a linguagem de denominadores comum com a explicação “Afinal, você pode adicionar maçãs e laranjas” um mito, pois a explicação correta para isso de acordo com ele é que os algoritmos foram desenvolvidos para se trabalhar apenas com denominadores comum. O que se observa nesse livro é que ele não desenvolve em sua linguagem a concepção errônea, ele trabalha destacando a identificação de denominadores comuns, sem colocar contextos forçados para isso conforme ilustrado na figura 28. Novamente nos perguntamos sobre a precocidade na introdução destes conceitos.

Figura 28 - Linguagem empregada no ensino de operações com frações com denominadores diferentes

Primeiro, identificamos um denominador comum entre os denominadores das frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{3}$.

Depois, determinamos as frações equivalentes às frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{3}$.

$$\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

Para terminar, adicionamos as frações com denominadores iguais:

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{13}{15}$$

Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.224)

No livro do 6º ano, conforme descrito no guia online do PNLD 2017, as imagens gráficas e as ilustrações estão dentro das situações propostas, ampliando o conhecimento. Além disso, a linguagem utilizada é adequada para a faixa etária dos alunos envolvidos. Este livro, diferentemente do anterior, traz mais enunciados e apresentações antes de cada conteúdo.

A compreensão do aluno no significado de numerador e denominador, ou seja, o que eles representam na fração, é de suma importância para o entendimento dos demais conceitos para o aluno. Segundo Walle (2009, p. 329), muitas crianças utilizam uma convenção de simbolismos sem entendê-las de fato.

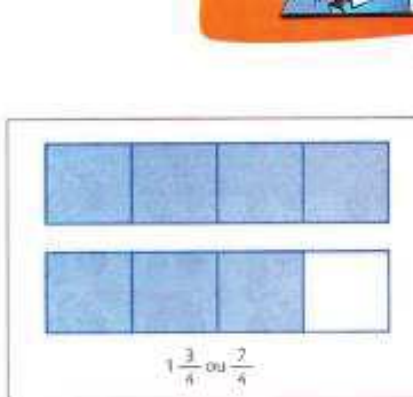
Uma linguagem importante nos números mistos é ensinar ao aluno que $4\frac{1}{2}$ representa o mesmo que $4 + \frac{1}{2}$, chegando-se a definição de frações impróprias, que são aquelas cujos numeradores são maiores ou iguais aos denominadores. Walle (2009, p. 350) ressalta que os números mistos devem ser inclusos em todas as suas atividades com adição e subtração de frações, para que a resolução dos problemas seja assim significativa para o aluno. Nesse livro, não se observa essa abordagem de soma de frações para chegar as impróprias, o que ele tenta trazer para tal assimilação, são representações nas ilustrações, conforme figura 29.

Figura 29 - Números mistos e frações impróprias

Ao lado vemos dois retângulos idênticos.
 Usando um número misto, a parte pintada corresponde a $1\frac{3}{4}$ (lemos: um inteiro e três quartos).
 No entanto, lembrando que $1 = \frac{4}{4}$, podemos registrar a parte pintada como $\frac{7}{4}$. Então, $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$.

Frações como $\frac{7}{4}$, em que o numerador é maior ou igual ao denominador, são chamadas de **impróprias**, uma vez que, diferentemente da ideia original de fração, elas não representam uma parte do inteiro.

Portanto, um número misto pode ser escrito como uma fração imprópria.

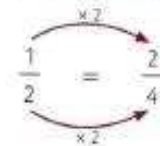


Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.182)

Como foi comparado com o livro do 5º ano, o termo frações equivalentes possuem conceitos e não regras, por isso a importância de se trabalhar primeiramente com as definições, para só então chegarmos aos algoritmos. Neste livro, do 6º ano, observa-se que por meio de um exemplo resolvido, é introduzido diretamente o algoritmo.

Figura 30 - Resolução do exemplo

Acertou quem respondeu que ambos comeram a mesma quantidade de chocolate, pois $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ apresentam a mesma parte do todo.



O número de partes em que o inteiro foi dividido foi multiplicado por 2, mas o número de partes consideradas também foi. Então, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.185)

O que poderia justificar esta linguagem mais mecânica poderia ser o fato de que os alunos já deveriam ter visto tal conteúdo no ano anterior. Porém, se pegarmos apenas este livro para nos basearmos em uma aula, como muitas vezes ocorre na rotina de um professor, de certa forma ele estará incompleto de definições formais.

A multiplicação para reproduzir frações equivalentes, faz com que tenhamos frações com denominadores maiores. Para obter-se o contrário (figura 31), e chegar a frações cujos denominadores não tenham nenhum número inteiro como fatores comuns deveram dividir ambos os números da parte superior e da inferior (WALLE, 2009, p.341). Conhecida como simplificação de frações, o livro traz um linguagem muito próxima ao que Walle (2009) apresenta, porém, acrescenta uma nomenclatura nova para frações, as quais são as frações irredutíveis, descritas acima por Walle (2009).

Figura 31 - Ilustração de pensamentos para simplificação de frações



Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.186)

A linguagem empregada no ensino de comparações de frações no livro do 6º ano busca trazer as regras por meio de exemplificações, e logo depois quadros informativos, coloridos, para determinar a generalização. São apresentadas frações com numeradores iguais, frações com denominadores iguais e frações com numeradores diferentes e denominadores diferentes.

Na abordagem de numeradores iguais são utilizadas duas frações para que o aluno compare, sendo elas $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$ de pedaços de chocolates. O aluno é então questionado sobre qual é o maior pedaço. É mostrado então, por meio de desenhos, que $\frac{1}{4}$ é maior que $\frac{1}{5}$, e já é então apresentado aos mesmos o símbolo de maior. A linguagem é adequada, e as figuras são representativas.

Na representação de frações com numeradores e denominadores diferentes, o livro traz uma linguagem muito parecida com a apresentada pelo livro analisado do 5º ano, porém, neste já é introduzido o conceito de mínimo múltiplo comum, onde se escreve no caso de frações $\frac{5}{6}$ e $\frac{8}{9}$ "Que o denominador que estamos procurando poderá ser múltiplo de 6 e também de 9. Vamos escolher o menor número que é múltiplo de 6 e de 9: o mmc(6,9), que é 18". Apesar de retratado sobre o mmc, o seu algoritmo não é exemplificado, sendo utilizadas frações equivalentes (figura 32).

Figura 32 - Calculando frações de numeradores e denominadores diferentes.



Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.189)

Em operações com frações, é introduzido o conceito de multiplicação, divisão, potenciação de frações e o conceito de frações inversas, além de se trabalhar com os conteúdos do ano anterior, como a adição e subtração de frações. A linguagem utilizada na explicação de adição e subtração de frações com mesmos denominadores é simples e direta, pois utiliza de um exercício com figura para que o aluno assimile como as operações acontecem.

O ensino da multiplicação de frações, segundo Walle (2009, p. 352), com o auxílio das histórias-problemas podem obter um desenvolvimento significativo na aprendizagem. O livro analisado, não traz exatamente situações-problemas, mas sim um exercício, que questiona quando é o dobro de $\frac{3}{8}$, desenvolvendo uma reflexão a partir disso.

A linguagem utilizada na apresentação da unidade 12 “números decimais” é simples, e busca trazer ao aluno um pouco de história, lembrando-os sobre uma seção de vale a pena ler, onde conta-se um pouco do Egito. Destaca-se que o sistema decimal é posicional, e explica por meio de uma figura como funcionam as unidades, décimos, centésimos, etc. São apresentadas também, frações decimais na explicação, trazendo algumas curiosidades. Nessa parte não há muitas figuras e ilustrações, mais para frente, temos uma página que aborda as figuras e os números decimais, utilizando o material dourado como exemplo, mas não sugere a utilização do material como apoio.

Porém a utilização do material dourado seria mais significativa se fosse trabalhado com o material manipulável, e não apenas figuras, portanto, poderiam ter sido utilizadas outras representações nos livros e como um extra a utilização de tal material.

Observa-se no geral, que o livro traz muitas representações, e sua linguagem é simples, acessível ao aluno, além de ser bem colorido. Não foram encontrados durante a

leitura erros gramaticais, ou erros conceituais nos capítulos analisados. Acredita-se que a linguagem e as ilustrações utilizadas nos livros são de suma importância para chamar a atenção do aluno, pois linguagens mais complexas faz com que os mesmo criem certa “aversão” ao conteúdo.

4.4 UMA ANÁLISE DAS ATIVIDADES E PROBLEMATIZAÇÕES

De acordo com Walle (2009, p.57) um problema é uma tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra pré-estabelecidos para resolvê-los. O ensino “expositivista”, tradicionalmente usado, costuma logo oferecer uma regra. Com alguns alunos é obtido “sucesso” por meio dessa estratégia, porém gera uma absorção passiva do conhecimento. Desta forma, nos perguntamos em que medida ocorre aprendizagem?

O livro do 5º ano analisado traz muito mais atividades e exercícios contextualizados do que situações problemas, sendo este último, comumente criando situações forçadas, como já foram citadas anteriormente e que estão descritas no guia digital do PNLD 2016.

A grande maioria dos exercícios abordados está relacionada ao subconstruto parte-todo num contexto discreto, envolvendo coleções e quantidades. As figuras empregadas vão desde figuras geométricas, bolos, ovos, pizzas e outras imagens mais próximas da realidade em que o aluno está inserido.

Figura 33 – Exemplo de parto-todo contínuo

1. No sábado, Beatriz, Joana e Alfredo foram a uma lanchonete. Eles pediram uma torta de frutas cortada em pequenas fatias iguais, todas do mesmo tamanho. Após o lanche veja o que disse cada um dos amigos:

Beatriz: Eu comi cinco dezesesseis avos da torta.

Joana: Eu comi quatro dezesesseis avos da torta.

Alfredo: E eu comi seis dezesesseis avos da torta!

Responda:

- Em quantas partes a torta foi dividida?
- Quem comeu a maior parte da torta? Justifique sua resposta.

Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.123)

A atividade apresentada na Figura 33 cria um contexto em que os alunos estejam ambientados, comer tortas em uma lanchonete. Os questionamentos abaixo poderiam ser resolvidos apenas observando e comparando os numeradores, porém, tal questão é apresentada ao aluno antes mesmo de ensinar tal conceito a eles. Verificamos também uma

relação parte-todo contínuo, somente associando a linguagem empregada, como por exemplo, “**uma** torta de fruta” “cortada em pequenas fatias **iguais**”, sendo o nosso todo, nesse caso, contínuo, composto em um contexto de frações e áreas. Essas questões são bem comuns nos exercícios dispostos na introdução do conteúdo de frações, e como já foi considerado acima, o livro traz uma seção nesse capítulo para que os alunos reflitam sobre a comparação entre frações de mesmos denominadores.

Na figura 34 observamos o caso de parte-todo discreto, relacionando-os com o contexto de frações e coleções. Aqui o aluno precisará relacionar o todo com a quantidade de meninas, e não mais a área de uma figura.

Figura 34 – Exemplo de parte-todo discreto

3. Após uma gincana na escola, algumas alunas decidiram tirar uma fotografia. Observe a cor da camiseta de cada uma.

- Qual fração corresponde ao total de alunas?
- Que fração do total corresponde às alunas que estão de camiseta vermelha?
- Que fração do total corresponde às alunas de camiseta amarela?
- E que fração do total corresponde às alunas de camiseta verde?



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.120)

Um contexto que costuma gerar muita confusão, são os de coleções que precisam ser divididas, como é o caso do exercício da figura 35, representada abaixo.

Figura 35 – Diferentes formas de representar o todo

2. Observe a quantidade de flores que estão no vaso.

- Que fração representa o total de flores?
- Quantas flores correspondem à terça parte do total de flores?
- Quantas flores correspondem a $\frac{3}{3}$ do total de flores?



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.127)

O primeiro questionamento faz com que o aluno associe que a fração a qual representa o todo seria $\frac{15}{15}$. Ao pedir para o aluno encontrar a terça parte das flores, o mesmo precisará se atentar que seu todo mudará, e a partir de então será $\frac{3}{3}$, e que $\frac{1}{3}$ de 15 flores, representará

5 flores, apesar de parecer simples, tais constações complicam a “cabeça” do aluno, pois

[...] $\frac{1}{3}$ de uma unidade contínua ou $\frac{1}{3}$ de um conjunto discreto de 15 elementos são situações diferentes, e o fato de 5 (unidades simples) corresponder à segunda situação pode construir um motivo de perturbação para os alunos (MARINHO; MANDARINO, 2013, apud MONTEIRO; COSTA, 1996, p.61)

Outros subconstrutos citados anteriormente, que são importantes na construção de um significado para frações, que deveriam ser trabalhados no 5º ano, conforme indica os PCN (BRASIL, 1997) são os de quociente e razão. Conforme observado, apesar de conter alguns exercícios que trabalham com tais significados, são poucos. O livro aborda os diferentes conceitos por meio de exercícios, porém não há indicações do tipo “qual a razão de x para quantidade y”., ou seja, são implícitas, a palavra “razão” não aparece.

A atividade apresentada na figura 36 traz um exemplo do subconstruto quociente, onde um todo deve ser dividido igualmente entre um número de grupos definidos, sendo o objetivo do aluno identificar o quando que cada um irá comer, para que assim ele consiga determinar a parte o qual Gustavo irá comer. Atentando ao aluno a diferença de tal situação com a relação parte-todo, pois aqui precisaremos descobrir o número de grupos que poderemos formar com um todo, sendo que na relação parte todo, nos o dividimos em parte iguais. O problema faz parte da última unidade do livro e é trabalhado logo após a do conteúdo divisão e frações. A ideia é que os alunos resolvam o problema de forma intuitiva sem trabalhar com o algoritmo.

Figura 36 – Exemplo do subconstruto quociente

2. Gustavo deverá sair antes do jantar para um treino de futebol. Que parte da torta de frango ele poderá comer considerando a divisão das 3 tortas entre os 4 irmãos? Faça um desenho e escreva uma fração que indique a solução do problema.



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.221)

Como já abordado anteriormente, o subconstruto razão é uma “relação de comparação multiplicativa entre duas quantidades de mesma grandeza ou não” (CYRINO *et al*, 2014, p. 44). O exercício proposto na figura 37, apesar de não trazer a linguagem clássica para o questionamento de razão, trata-se de uma relação de comparação.

Figura 37 – Exemplo de atividade envolvendo razão



Fonte: (REAME, MONTENEGRO, 2014, p.137)

A cada litro enche 4 copos, poderá ser representado por 1: 4, o qual indica que a cada 1 litro enchemos 4 copos, ou ainda temos a representação fracionária $\frac{1}{4}$. E no caso de 5 litros, o que precisará ser feito é multiplicar ambos, numerado e denominador por 5, chegando a razão que para cada 5 litros enchemos 20 copos, $5:20 = \frac{5}{20}$. Utilizando da relação de frações equivalentes, temos que $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$.

Ou seja, o livro busca trazer atividades que contemplem os diferentes significados de frações propostos, tanto em literaturas, onde são conhecidos por subconstruto ou mega conceitos, e dispostos em documentos oficiais, como determinam os PCN's (BRASIL, 1997) e o currículo desenvolvido pela AMOP (AMOP, 2007).

O livro do 6º ano analisado deveria abordar um novo significado para frações, que é o de frações como operador. As atividades e exercícios buscam trazer contextos e ilustrações para auxiliar o aluno na construção do conhecimento e organização dos dados para a resolução dos mesmos.


A questão representada na figura 38 mostra um exemplo do que Lopes (2008, p. 5) afirma ser um contexto adulto. Para a maioria dos alunos enunciados envolvendo materiais como brocas não possuem significado nenhum, pois já estamos numa era em que os filhos não acompanham mais seus pais em suas rotinas de trabalho e por conta disso não possuem conhecimentos a respeito de ferramentas.

Figura 38 – Exemplo de contexto adulto

INTERAGINDO

Juntamente a um colega registre no caderno

1. Na fração $\frac{3}{8}$, o que indica o denominador 8?
2. Que nome damos a:
 - a) $\frac{1}{60}$ da hora?
 - b) $\frac{1}{60}$ do minuto?
 - c) $\frac{1}{24}$ do dia?
3. Encontramos frações em várias situações do dia a dia. Veja, por exemplo, as brocas na fotografia ao lado. Descubra, com os colegas, mais exemplos de aplicações de frações.



A medida do diâmetro dessas brocas é dada em fração de polegada, unidade de medida usada principalmente na Inglaterra e nos Estados Unidos.

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.178)

Outro contexto que também é abordado, em menor escala, no livro do 6º ano é o significado para quociente. Como podemos observar, a figura 39 representa o significado de quociente. Para dividir três pizzas em partes iguais, significa que estamos interessados no resultado de cada grupo. Se compararmos com o exemplo da figura 36, da divisão de torta de frango entre os irmãos, a situação é idêntica.

Figura 39 – Exemplo de problema envolvendo quociente

9. Quatro amigos dividiram entre si 3 pizzas em partes iguais.



Quantas fatias de pizza caberão a cada um?

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.181)

No livro do 5º ano o trabalho com o conceito de parte-todo é maior, sendo a

representação gráfica utilizando figuras geométricas, mas também são trabalhadas outras representações, como laranjas, ovos, pizzas. Uma abordagem interessante no livro do sexto ano é a representação de frações na reta, Figura 40, de modo que não traga o número decimal, como no do 5º ano, mas faça com que o aluno intercepte a reta nos locais indicados.

Figura 40 – Frações e segmento de reta

5. Reproduza este segmento de reta. Ele representará a sua altura.



Usando a régua, faça marcas que correspondam a:

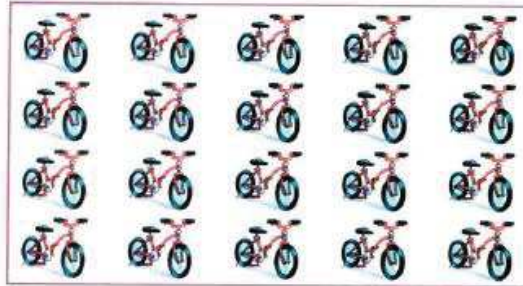
- a) metade da sua altura;
- b) um quarto da sua altura;
- c) três quartos da sua altura;
- d) cinco sextos da sua altura.

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.179)

A representação na reta indica um todo contínuo, porém, o livro também traz exercícios que representam a situação do todo discreto, como é o caso da Figura 41, trazendo um contexto de coleções de frações. Trabalhando, como foi dito anteriormente na análise do livro do 5º ano, o cálculo mental. O aluno precisará associar que deverá dividir em 5 grupos para obter a quinta parte.

Figura 41 – Frações e cálculo mental

10. Rodrigo vai receber a quinta parte dos brinquedos de cada uma das coleções abaixo ilustradas.



Calcule mentalmente o que Rodrigo deverá ganhar.

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.181)

Numa abordagem muito parecida com a apresentada pelo livro do 5º ano, porém sem figuras de representação, o livro do 6º ano trabalha com alguns exercícios e atividades utilizando o significado de razão, como mostra a Figura 42²¹. Com uma atividade envolvendo novamente refrescos, espera-se encontrar a relação de água que uma pessoa vai gastar para preparar um copo de refresco.

Figura 42 – Exercícios envolvendo razões

65. Para preparar um copo de refresco, André enche $\frac{2}{3}$ do copo com água. Quanto de água ele vai gastar para preparar:
- a) 5 copos de refresco?
 - b) 12 copos de refresco?

Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.195)

²¹ Poderia ser trabalhada utilizando da tendência metodológica Modelagem Matemática, onde o professor poderia estar levando os sucos e propondo atividades com as diferentes proporções.

As frações significando operador dá a ideia de funções, pois é algo que atua sobre o todo, transformando-o. Como é o caso do exemplo da figura 43, onde devemos encontrar quantos kg terão 8 latas, por meio da fração da quantidade da lata. Uma lata tem $\frac{3}{4}$ kg, então oito latas é só fazer $8 \cdot \frac{3}{4}$, lembrando de multiplicação de frações, em que numerador multiplica numerador e denominador multiplica denominador. O resultado final ficaria 6.

Figura 43 – Fração com a ideia de operador

62. Uma lata de achocolatado tem $\frac{3}{4}$ kg. Quantos quilogramas terão 8 latas?



Fonte: (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p.195)

Observa-se que o livro analisado também contempla todos os subconstructos nos PCN (BRASIL, 1997; 1998), porém trabalha alguns deles de forma mais simplificada e superficial. Os exercícios são em sua maioria com figuras e ilustrações, auxiliando o aluno na compreensão.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como finalidade analisar se a forma como é trabalhado o conteúdo de frações nos livros didáticos do 5º ano contribui para as aprendizagens que dependem destes fundamentos no 6º ano. Utilizamos a metodologia de análise de livro didático (CHOPPIN, 2004), análise de conteúdos empregada por Bardin (1977) juntamente com o que é descrito nos guias digitais dos PNLD's de 2016 e 2017.

Analisamos os livros separadamente, pois sua estruturação, por se tratar de anos distintos, são diferentes, cada um segue determinado currículos previsto. Desta forma construímos quatro categorias para que fosse possível destacar as diferenças e aprofundamentos em cada conteúdo de frações abordado.

Observou-se que em ambos os livros são trabalhados as diferentes abordagens de frações propostas nos currículos analisados, como por exemplo, no 5º ano é definido a relação parte-todo, quociente e razão, e no 6º ano serão abordados novamente os mesmos conceitos e ampliados com o operador. Porém, a relação parte-todo ainda é muito privilegiada, e apesar de se trabalhar com os demais conceitos, eles são bem menos destacados. É perceptível que o livro do 5º ano traz uma desconstrução do conhecimento de frações, ele tenta misturá-los com os demais conteúdos e unificá-los, trabalhando principalmente com as relações de coleções, enquanto o do 6º ano privilegia as relações com as figuras geométricas, e traz esse conteúdo em uma unidade conjunta.

As metodologias empregadas foram distintas dentre os livros, enquanto o livro do 5º ano buscou trazer algumas situações em que sugeririam a utilização de materiais manipuláveis, jogos, brincadeiras e também algumas situações problemas, iniciando a explicação de cada conteúdo com problematizações, o do 6º ano em contrapartida não foca em materiais manipuláveis e jogos, porém, busca trazer uma contextualização em cada início de capítulo ou conteúdo, sendo ela um tanto quanto mais completa que a expressa pelo livro do 5º ano, que busca uma abordagem de modo superficial, como é descrito no guia digital do PNLD 2016. O livro do 6º ano traz também um pouco sobre a história da matemática. O que ambos têm em comum dentre as metodologias utilizadas, é que trazem muitos exercícios e poucas situações problemas, em que o aluno deva construir seus significados. Um exemplo da breve utilização das diferentes tendências utilizadas é a do livro do 6º ano, que apesar de trazer um pouco de história da matemática, não se utiliza disso mais para frente na abordagem dos demais conceitos.

Outra categoria analisada foi a dos contextos utilizados nos livros, em que se pode

observar que apesar da semelhança entre os conteúdos os contextos utilizados na abordagem eram diferentes. Enquanto o livro do 5º ano trazia um contexto de frações e ângulos, por meio de figuras geométricas e os ponteiros dos relógios, o do 6º ano buscava trazer um pouco sobre frações e medidas, que apesar de serem títulos diferentes, um engloba o outro, pois busca trazer um pouco mais sobre como se deu o início da utilização de frações para a identificação de ângulos.

Durante a análise foi possível perceber que as figuras e a linguagem utilizada em ambos os livros eram acessíveis ao nível dos alunos. Um fator muito importante é que não foram encontrados erros conceituais e gramaticais nos capítulos analisados, apenas abordagens diferentes, como no livro do 5º a linguagem vinha sempre acompanhada de figuras, porém, tais figuras, caso fossem retiradas poderiam até dificultar o entendimento do aluno com relação ao exercício, mas não na explicação do conceito, como são os balões de falas. Assim como as figuras do 6º ano também não eram indispensáveis, pois o foco era no exercício apresentado, a imagem era apenas um auxílio. O que poderia facilitar o entendimento do aluno é justamente a utilização de exercícios apenas com figuras, tais quais eles deveriam relacioná-las com os demais conhecimentos adquiridos e por meio delas criar conjecturas, como Lopes (2008) cita.

Os problemas propostos nos livros analisados eram em sua maioria exercícios contextualizados. Problemas, dos quais os alunos não tenham os métodos prontos, que estão dentro da realidade dos mesmos, são pouco abordados, em sua grande maioria estão presentes em seções dispostas no meio dos capítulos em ambos os livros. Apesar disso, os exercícios são bons também, pois apesar de possuir alguns de repetição, temos muitos em que o aluno deve refletir para se chegar ao resultado. Como ressaltado, são abordados os subconstrutos nos exercícios empregados, mostrando as diferentes abordagens para a temática de frações.

Conforme dispostos no currículo da AMOP, o livro do 5º ano segue as exigências dos conteúdos estruturantes, porém, são pouco abordadas frações dispostas na reta numérica, apenas alguns exercícios os trazem. O livro também está de acordo com o que foi proposto pelo PCN (BRASIL, 1997), abordando frações em seus diferentes conceitos.

O livro do 6º ano segue as informações contidas nas DCE (PARANÁ, 2008), porém a relação entre fração e número misto é pouco trabalhada, por ser um conteúdo iniciado em tal ano, deveria trazer um conceito mais aprofundado. Segue também os PCN (BRASIL, 1998), trazendo os diferentes conceitos de frações, e trabalhando, diferentemente do livro anterior o conceito de operador.

Como sugestão para futuras pesquisas, poderiam ser realizadas entrevistas com os professores que utilizam tais livros, analisar os cadernos utilizados pelos alunos durante essas aulas, analisar as avaliações aplicadas em cima de tal conteúdo ou até mesmo aplicar testes diagnósticos com os alunos e atividades de intervenção. Assim, poderiam ser gerados mais elementos para responder as questões de aprendizagem envolvendo as frações nos quintos e sextos anos.

Respondendo a nossa questão inicial, tanto nos livros do quinto quanto do sexto ano o que é mais abordado é a relação parte-todo, sendo os demais significados (quociente, razão e operador) dispostos de modo insipiente. Esta ênfase em apenas um significado para as frações e a falta de continuidade nos livros na passagem do quinto para o sexto ano são fatores que podem influenciar nas dificuldades enfrentadas pelo aluno na transição do ensino municipal para o ensino estadual.

Quadro 4: Sistematização das categorias analisadas

CATEGORIAS ANALISADAS	5º ANO	6º ANO
METODOLOGIA DE ENSINO	<ul style="list-style-type: none"> • Materiais manipuláveis; • Jogos e brincadeiras; • Sugestões de sites; • Abordagem inicial por meio de problematizações. • Muitos exercícios e poucas situações-problemas. • Não utilizada da história da matemática. 	<ul style="list-style-type: none"> • Textos explicativos, trazendo um pouco de história da matemática como curiosidades. • Muitos exercícios, e poucas situações-problemas. • Poucas sugestões envolvendo tecnologias.
CONTEXTOS	<ul style="list-style-type: none"> • Contextos envolvendo frações e ângulos, por meio de figuras geométricas e relógios. • Contextos aplicados durante os capítulos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Frações e medidas; • Contextos dispostos em seções a parte ao final de cada capítulos.
IMAGEM E LINGUAGEM EMPREGADA	<ul style="list-style-type: none"> • Acessíveis ao nível do aluno; • Exercícios e problemas com figuras; • Não foram encontrados erros conceituais e gramaticais nas unidades analisadas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Acessíveis ao nível do aluno; • Imagem no auxílio da resolução de exercícios; • Não foram encontrados erros conceituais e gramaticais nas unidades analisadas.
ATIVIDADES E PROBLEMATIZAÇÕES	<ul style="list-style-type: none"> • Exercícios contextualizados; • Abordados questões utilizando os subconstrutos, menos a questão do operador, como está disposto nos currículos; • Esta de acordo com os PCN (BRASIL, 1997). 	<ul style="list-style-type: none"> • Exercícios contextualizados; • Trabalha com os subconstrutos; • Segue as DCE (PARANÁ, 2008)

FONTE: Das Autoras.

REFERÊNCIAS

ABRELIVROS – Associação brasileira de editores de livros escolares. **Livro didático: 75 anos de história.** Disponível em: <http://www.abrelivros.org.br/home/index.php/pnld/5164-livro-didatico--75-anos-de-historia>. Acesso em: 16 de nov. de 2017.

AMOP. Departamento de Educação. **Currículo Básico para a Escola Pública Municipal: Educação Infantil e Ensino Fundamental (Anos iniciais).** Cascavel: Ed. Assoeste, 2007

Associação dos Municípios do Oeste do Paraná. Disponível em: <http://www.amop.org.br/institucional-2/historico/>. Acesso em: 01 de nov. de 2017.

AMREIN, Amanda Luiza; ROEHRS, Simone Andreia. **Relatório Final do Projeto de Extensão da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.** 2016.

ANDRINI, Alvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática.** Editora do Brasil – 4 ed., 2015.

ALRO, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em sala de aula.** Tradução de Orlando Figueiredo. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdos.** Lisboa: Edições 70, 1977.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, MEC/SEF. 1997

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, MEC/SEF. 1998

BRASIL ESCOLA. **A origem do livro didático.** Disponível em: <http://meuartigo.brasilecola.uol.com.br/pedagogia/a-origem-livro-didatico.htm>. Acesso em: 25 de nov. de 2017.

BITTENCOURT, Cice Maria Fernandes (org.). Em foco: História, produção e memória do livro didático. **Educação e Pesquisa.** São Paulo, v. 30, n.3, p. 471-473, set/dez 2004.

COSTA, Antônio David da. **A Aritmética Escolar no Ensino Primário Brasileiro: 1890-1946.** (tese de doutorado) . PUCSP. São Paulo, 2010. 279p.

CHOPPIN, Alain. **História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte.** Educação e pesquisa, São Paulo, v. 30, n.3, p. 549-566, 2004.

CYRINO, Maria C. de Costa Trindade. *et al.* **Formação de professores em comunidades de prática: frações e raciocínio proporcional.** Londrina: UEL, 2014.

DIAS, Gabriela; LUCÍRIO, Ivonete. **O livro didático como suporte pedagógico ontem e amanhã.** Ano 7. n.13. Editora Moderna, 2017. p. 90-93.

JULIA, Dominique. **A cultura escolar como objeto histórico.** Revista Brasileira de História da Educação, Campinas, n. 1, p. 9-43, 2001.

LARGO, et al. “Eu acredito no Estágio!” – superando paradigmas e construindo um “jeito de fazer”. In: QUINELATO et al (Orgs.). **UTFPR Toledo 10 anos: crescimento em pesquisa, ensino e extensão**. Toledo: DRHS, 2016. p. 362-376

LOPES, Antonio José. **O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações**. Bolema, Rio Claro – SP. Ano 21, nº 31, 2008, p. 1 a 22.

MARINHO, Alexandre; MANDARINO, Mônica Cerbella Freire. **As frações nos livros didáticos do sexto ano do ensino fundamental**. EMR-RS- ANO 14 – 20013. v.1 – p. 52 a 64.

PNLD 2016. Disponível em: <http://www.fnnde.gov.br/pnld-2016/>. Acesso em: 10 de nov. de 2017.

PNLD 2017. Disponível em: <http://www.fnnde.gov.br/pnld-2017/>. Acesso em: 10 de nov. de 2017.

REAME; Eliane; MONTENEGRO, Priscila. **Projeto coopera: Matemática**. Editora Saraiva – 1º ed., 2014.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012.

SILVA, Thais Helena Inglês; RIBEIRO, Alessandro Jacques. **O sinal de igualdade e seus diferentes significados: Buscando rupturas na transição entre os ensinamentos fundamental I e II**. REnCiMa, v.5, n.2, p-75-90, 2014.

SOUZA, Ângela Pereira da Silva. **Abordagem do conceito de fração: uma análise de livros didáticos**. Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1065_1835_ID.pdf. Acesso em: 07 de nov. de 2017.

SOUZA et al 2011. Disponível em: http://www.joinpp.ufma.br/jornadas/joinpp2011/CdVjornada/JORNADA_EIXO_2011/IMPASSEES_E_DESAFIOS_DAS_POLITICAS_DE_EDUCACAO/AS_POLITICAS_PUBLICAS_PARA_O_LIVRO_DIDATICO_DIANTE_DA_REDEFINICAO_DO_PAPEL_DO_ESTADO.pdf. Acesso em: 29 de nov. de 2017.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.