UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

JULIANO DA SILVA

O ENSINO DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: DIFICULDADES E DESAFIOS

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

MEDIANEIRA
2013

JULIANO DA SILVA

O ENSINO DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: DIFICULDADES E DESAFIOS

Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista na Pós Graduação em Ensino de Ciências, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - *Campus* Medianeira.

Orientador(a): Profª. Msc. Neusa Idick Scherpinski

MEDIANEIRA

2013

TERMO DE APROVAÇÃO

O ENSINO DA ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL: DIFICULDADES E DESAFIOS

por

JULIANO DA SILVA

Esta Monografia foi apresentada em nove de março de 2013 como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista na Pós Graduação em Ensino de Ciências. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

____
Profª. Msc. Neusa Idick Scherpinski
Profª. Orientadora

____
Msc.Willian Brandão
Membro titular

____
Msc.Fabiana C.A.Slaviz
Membro titular

\- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

RESUMO

SILVA, Juliano. O ensino da álgebra no ensino fundamental: dificuldades e desafios. 2013. Número total de folhas. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2013.

Nessa monografia destaca-se a enorme preocupação e evidência com as dificuldades encontradas pelos alunos e pelos desafios que os norteiam com ensino e aprendizado da álgebra, atualmente sempre muito presente na prática docente nos diferentes níveis de ensino em especial destaca-se o sétimo ano do ensino fundamental. A presente pesquisa teve por objetivo estudar as dificuldades encontradas pelos alunos e os desafios que os mesmos podem trazer para a pratica em sala de aula no ensino da álgebra, e tais dificuldades muitas vezes podem estar relacionadas em como o professor desenvolve sua metodologia de ensino no processo de aprendizagem da álgebra. De acordo com a análise feita dos referenciais teóricos buscou-se construir uma proposta que contribua para a discussão dos possíveis erros cometidos pelos alunos na formulação de se usar o raciocínio algébrico para resolver problemas práticos do seu cotidiano. A implementação e execução da proposta de ensino foi desenvolvida em duas fases: a primeira discutirá a álgebra num contexto geral a partir do surgimento da simbologia algébrica; - as diretrizes curriculares, a relação entre álgebra e aritmética, o ensino da álgebra no Brasil como; a história da álgebra, já a segunda será voltada para a analise dos resultados obtidos através dos questionários desenvolvidos em dois Colégios do Estado do Paraná na região Metropolitana. Foram utilizados questionários aplicados aos alunos do sétimo ano do ensino fundamental, juntamente com uma análise das resoluções por amostra quantitativas. Os resultados analisados deixam claro da grande dificuldade desses alunos, em obter a relação do pensamento e do raciocínio algébrico nas diversas etapas do ensino fundamental, enfocando maior dificuldade com alunos que cursam o período do sétimo ano do ensino fundamental em escolas públicas.

Palavras-chave: Conceitos algébricos, história da álgebra, aprendizado da álgebra, raciocínio algébrico.

ABSTRACT

SILVA, Juliano. O ensino da álgebra no ensino fundamental: dificuldades e desafios. 2013. Número total de folhas. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2013.

In this monograph highlights the huge concern with evidence and the difficulties encountered by the students and by the challenges that the guide with teaching and learning of algebra, currently always present in the teaching practice in different levels of education in special highlight is the seventh year of elementary school. This research aimed at studying the difficulties faced by students and the challenges they may bring to the classroom practices in the teaching of algebra, and often these difficulties may be related to how teachers develop their teaching methodology in learning process algebra. According to the theoretical analysis sought to build a proposal that contributes to the discussion of possible errors made by students in the formulation of using algebraic reasoning to solve practical problems of everyday life. The implementation and enforcement of the proposed teaching was developed in two phases: the first will discuss the algebra in a general context from the emergence of algebraic symbolism; - curriculum guidelines, the relationship between algebra and arithmetic, teaching algebra as in Brazil; history of algebra, while the second will focus on the analysis of the results obtained from the questionnaires developed in two Colleges of the State of Paraná in the metropolitan area. We used questionnaires to pupils of the seventh year of elementary school, along with an analysis of quantitative sampling resolutions. The analyzed results make clear the difficulty these students in obtaining the relation of thought and algebraic reasoning in the various stages of elementary school, focusing more difficulty with students who attend the period of the seventh year of primary education in public schools.

Keywords: Algebraic concepts, history of algebra learning algebra, algebraic reasoning.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O objeto de pesquisa é avaliar a capacidade de raciocínio algébrico dos alunos do sétimo ano do ensino fundamental, em relacionar a simbologia algébrica, ou seja, o porquê os alunos têm tanta abstração de relacionar letras com números quando se esta usando de generalizações para se resolver problemas do cotidiano e assim poder desvendar o termo desconhecido de uma determinado incógnita.

A álgebra é considerada uma aritmética simbólica, onde as letras generalizam resultados numéricos, isto ocorre, pois é uma generalização onde incógnitas são sobrepostas aos números.

Desta forma serão abordados conceitos algébricos para realizar-se a relação de letras com números, isto é, valores determinados para uma determinada incógnita (termo desconhecido) para que se torne aquela igualdade verdadeira, percebendo-se a dificuldade dos discentes nesse processo.

Observa-se que grande parte dos discentes acha desnecessário o aprendizado da álgebra por esta estar interligada com as letras. Mas na maioria das vezes para resolver problemas, nos utilizamos da linguagem algébrica e conseguimos solucionar certos problemas usando esta ferramenta de grande importância.

Partindo desta premissa foi-se buscar entender e explicar o porquê de tanta dificuldade dos estudantes para aprender a álgebra. Porque os alunos têm tanta abstração em relacionar letras com números? - É com base nestas dificuldades da matemática em anos iniciais do Ensino Fundamental que se propõe preparar educadores e educandos para alguns temas que, embora não tenham aplicação imediata, estão presentes em nossas vidas, desde uma simples contagem até o uso de complexos sistemas computacionais. Por esse motivo associar letras aos números passará a ser um simples processo sem fugir ao rigor que a matemática exige.

Este trabalho tem como temática realizar um estudo mais aprofundado no ensino da álgebra e a importância desta em ser trabalhada na sala de aula pelos discentes, como sendo um tema menos complexo e abstrato do que usualmente é tratada pelos mesmos. A escolha deste tema foi motivada por algumas dificuldades apresentas no uso de incógnitas como se tornando símbologia de termos desconhecidos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A álgebra apresentada hoje nas grades curriculares do ensino fundamental e médio costuma ser de difícil compreensão aos estudantes devido ao seu caráter abstrato. Normalmente, uma estrutura é definida a partir dos axiomas que a caracterizam e, logo depois, uma sucessão aparentemente interminável de teoremas passa a ser deduzida destes axiomas.

> Para representar os problemas da vida real em linguagem matemática, muitas vezes utilizamos letras que substituem incógnitas (os valores que você não conhece, e quer descobrir). É aí que entram os famosos x, y, z, etc. O ramo da matemática que utiliza símbolos (normalmente letras do nosso alfabeto latino e do grego) para a resolução de problemas é chamado álgebra (CAMPAGNER, 2009, p.3).

Para Oliveira (2002) "A Álgebra, consiste em um conjunto de afirmações, para os quais é possível produzir significados em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade". Também cabe citar o autor: George Polya, em seu livro, A Arte de Resolver Problemas; que apresenta quatro passos necessários para que haja sucesso na resolução de problemas. O primeiro passo consiste em ler o problema e entendê-lo, pois ninguém conseguiria aplicar qualquer processo de resolução de problemas, sem entender o problema, esse é o primeiro e o passo fundamental para que os demais sejam aplicados; o segundo passo é o estabelecimento de um Plano, ou seja, é a tradução do problema para a linguagem simbólica da matemática; o terceiro passo é a execução do plano elaborado, os cálculos matemáticos e o quarto passo é examinar a solução obtida, ou seja, analisar, testar a solução para verificar se faz sentido ao problema (POLYA, 1986).

Por muito tempo, a palavra álgebra era designada para referenciar aquela parte da matemática que se ocupava de estudar as operações entre números e, principalmente, da resolução de equações. Portanto, pode-se dizer que esta ciência é tão antiga quanto a própria história da humanidade, se levar em conta que esta ultima se inicia a partir da descoberta da escrita (MILIES, 2012).

2.1 UM POUCO DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

Diofante, matemático grego, viveu em Alexandria, no Egito, no século III d. C., foi o primeiro a usar símbolos para representar as incógnitas.

A Álgebra desenvolveu-se sob influências de várias culturas. Por volta de 200 a.C., os babilônios acumularam razoável quantidade de material, classificado hoje como Álgebra Elementar. Ela é uma variante latina, o livro foi escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al Khowarizmi Esta obra foi escrita em Bagdá e tratava dos procedimentos de “restauração” e de “redução” de equações para a obtenção de suas raízes (BAUMGART, 1992). “Ciência da restauração e redução” é uma tradução do título do livro de: Al-khwarizmi, onde caberia um melhor título - ciência da transposição e cancelamento. Ainda, conforme Boher, a transposição de termos subtraídos para o outro membro da equação e o cancelamento de termos semelhantes em membros opostos da equação.

Exemplo:

$$(x^2 + 5x + 4 = 4 – 2x + 5x^3)$$

Al-Jabr fornece:

$$x^2 + 7x + 4 = 4 + 5x^3$$

e Al-Muqabalah fornece:

$x^2 + 7x = 5x^3$ ...) (BAUMGART, 1992, p. 1).

Segundo o autor Baumgart, fala que talvez a melhor tradução fosse a “ciência das equações”. Porque ainda que originada “álgebra” refere-se a equações, a palavra hoje tem um significado muito mais amplo, e uma definição satisfatória e que requer um enfoque em duas fases (BAUMGART, 1992).

- Álgebra antiga (elementar) é o estudo das equações e métodos de resolvê-las;
- Álgebra moderna (abstrata) é o estudo das estruturas matemáticas tais como grupos, anéis e corpos para mencionar apenas algumas.

A fase antiga abrange o período de 1700 a.C. a 1700 d.C., aproximadamente, caracterizando-se pela invenção gradual do simbolismo e pela resolução de equações.

Com as dificuldades que os matemáticos no decorrer de suas pesquisas e análises foram encontrando ao substituir as palavras e letras e alguns sinais como o sinal de igual (=) o mais(+) o menos(-) e outros mais, é que foram criadas por eles condições para o desenvolvimento da álgebra. E que hoje as equações são expressas em símbolos, ou seja, Álgebra Simbólica.

Um conhecimento da história do assunto pode tornar claro porque é natural considerar uma determinada estrutura e não outra, um determinado conjunto de axiomas e não outro, pois a história mostra que muitas vezes o desenvolvimento de um dado assunto em álgebra não foi linear, nem simples, que os matemáticos levaram muito tempo para compreender a importância de um conceito e para admiti-lo como válido (MILIES, 2012).

As ideias algébricas evoluíram e pode-se mencionar a Álgebra egípcia, babilônica, pré-diofantina, diofantina, chinesa, hindu, arábica e europeia renascentista.

A partir do Século XIX quando finalmente se desenvolveu uma notação apropriada (empregando letras para representar coeficientes e variáveis de uma equação), foi possível determinar "fórmulas gerais" de resolução de equações e discutir métodos de trabalho também "gerais". Porém, mesmo nestes casos, tratava-se de situações relativamente concretas. As letras representavam sempre algum tipo de números (inteiros, racionais, reais ou complexos) e utilizavam-se as propriedades destes de forma mais ou menos intuitiva (MILIES, 2012).

Sobre o simbolismo algébrico Milies (2012) afirma que há dois fatores que contribuíram fundamentalmente para o desenvolvimento da álgebra: de um lado, a tendência a aperfeiçoar as notações, de modo a permitir tornar o trabalho com as operações (e equações) cada vez mais simples, rápido e o mais geral possível e, por outro lado, a necessidade de introduzir novos conjuntos de números, com o consequente esforço para compreender sua natureza e sua adequada formalização.

Cada cultura evidenciou ideias e elementos característicos configurando a Álgebra como importante meio para se resolver problemas. Dessa forma percebe-se a matemática como uma construção decorrente das ações humanas no decorrer da história (FIORENTINI, *et al*, 2005, p. 6).

2.1.1 Reflexões sobre a Aprendizagem da Álgebra

O Ensino da Álgebra tem sido limitador, porque não se favorece o processo de produção de significados para o qual está sendo estudado. Os alunos lidam com pouca variedade de aplicações. Oliveira considera:

> O ensino da álgebra se concentra em conteúdos mais tradicionais como equações, cálculo com letras, expressões algébricas, contextos geométricos, etc, e pouco se avança em discussões que pretendam tratar das questões principais para orientarmos o ensino da álgebra (OLIVEIRA, 2002, p.36).

É necessário que a álgebra seja compreendida de forma ampla, podendo fornecer recursos para analisar e descrever relações em vários contextos matemáticos.

Estes estudos têm um grau de dificuldade imperceptível por alunos do Ensino Fundamental, que facilmente se confundem com as letras, e observa-se que a utilização da álgebra acaba ficando relegada. Também em muitas vezes o único recurso didático utilizado pelo professor em sala de aula, é o livro didático e em alguns casos estes são muito abstrato ou até mesmo complexo não possibilitando aplicar a álgebra de forma mais abrangente.

O fato de o livro didático ser o principal recurso de sala de aula, na maioria das vezes, traz os conteúdos sem significação, apenas com uma explicação superficial ou mais técnica e a álgebra necessita de uma prática constante através de exercícios. Poucos os professores se utilizam de recursos didáticos diferenciados como, por exemplo: exposição em vídeos ou então jogos que insiram a prática da matemática, o que possibilitaria uma matemática mais agradável e instigante.

No que diz respeito a formação docente caberia uma postura crítica e reflexiva do professor e que este se enriquecesse de diversas formas do conhecimento com mais frequência nos estudos em grupos, pois assim, possibilitaria uma troca de informações quanto ao ensino da matemática, propriamente dita.

Outro fator de suma importância para estas reflexões é o índice de reprovação de alunos, que em sua maioria esta ligada a disciplina de matemática. Estes índices são desnecessários à respeito da álgebra, sendo que a base matemática vem sendo reformulada ao longo dos tempos. E a reprovação não acontece somente por uma disciplina.

2.1.2 Como a Álgebra é Vista pelos Estudantes

Por esta se tratar de um conteúdo que se relaciona com as letras torna-se muitas vezes abstrata pelos indivíduos que se deparam com o tema. Apesar de ser estudada por um período longo onde se inicia no ensino fundamental e se prolonga até o ensino médio, muitos alunos terminam com essa grande abstração.

Para resolver uma equação, fazer sua fatoração, ou uma expressão algébrica, ou ainda, fazer simplificações para reduzir uma expressão mais simples, os alunos precisam utilizar conhecimentos, técnicas e saber o conceito algébrico, como por exemplo, no produto notável. Se estes não tiverem conceitos básicos essa abstração continuará sendo um empecilho para seus conhecimentos futuros de relacionar o ensino algébrico.

A maioria dos alunos quando se deparam com letras não usuais para representar incógnitas, sentem um estranhamento, como se as relações entre as quantidades estivessem comprometidas. “Há uma escravização às letras x, y e z como as únicas possíveis de estarem presentes enquanto incógnitas de certa equação” (OLIVEIRA, 2002, p. 36-37). Isto acontece porque talvez exista pouca exploração de problemas em outros contextos, que exigem a solução de equações.

> Certamente, a variedade de aplicações contribui para evitar essa tendência, tornando o aluno flexível e contribuindo para a compreensão de que as relações entre as raízes e os valores destas raízes estão preservadas dentro de uma mesma equação, seja em x, n, etc.”(OLIVEIRA, 2002, p. 37).

No ensino da álgebra é importante estar atentos quando se falar de variável. Nem sempre elementos representados por letras estão associados à ideia de variação. Considerando algumas expressões usuais no estudo da matemática, podem-se observar diferentes sentidos quando se trata por variável. Por exemplo:

- Considera-se uma sentença do tipo $x^2 + 3x + 5 = 0$ como uma equação, sendo x uma quantidade que pode ser conhecida com a resolução da equação;
- Em trigonometria, temos uma famosa identidade, que relaciona o seno e o cosseno de um mesmo arco expressa por $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$, sendo x o argumento de uma função;
- Pode-se também, destacar uma relação entre duas quantidades (uma função), que não é para ser resolvida, do tipo $y = kx$. Somente neste caso, temos o sentido de variação realmente presente, pois conhecido o valor do parâmetro k, temos que y varia em função do valor de x.

2.1.3 As Diretrizes Curriculares e o Ensino da Álgebra

A Matemática tem um significativo papel social, seja no ambiente escolar ou nas diferentes esferas como: ruas, na forma de incluir ou excluir pessoas. As crianças aprendem ainda muito pequenas as noções de números e operações sem usar regras formais, fazendo as operações da forma mais simples possível, utilizando na maioria das vezes, o cálculo mental. No processo de escolarização tradicional, a criança é introduzida ao conhecimento matemático formal a partir do estudo da Aritmética, com ênfase nas operações básicas tais como: adição, subtração, multiplicação e divisão. Inicia-se, então, o seu percurso no estudo da Matemática, que vai acompanhá-la por toda sua vida escolar. “A matemática escolar é muito abstrata" (PONTE, 2003).

Nesse contexto podem-se estabelecer limites entre conteúdos, onde a Aritmética é trabalhada desde a educação infantil até o 6º ano (5ª série) do Ensino Fundamental e os conteúdos tradicionais da Álgebra, tais como equações, cálculo com letras, expressões algébricas. Também são abordados no 7° ano (6ª série) do Ensino Fundamental, além de se considerar que os conteúdos aritméticos são conhecimentos prévios para a introdução da Álgebra. Entretanto, é possível encontrar a Álgebra em livros além dos anos iniciais do Ensino Fundamental, como por exemplo: “A Aritmética da Emília”, cujo autor, Monteiro Lobato, expõe:

> Estes senhores são os célebres ALGARISMOS ARÁBICOS, com certeza inventados pelos tais árabes que andam montados em camelos, com um capuz branco na cabeça. A especialidade deles é serem grandes malabaristas. Pintam o sete uns com os outros, combinam-se de todos os jeitos formando NÚMEROS, e são essas combinações que constituem a ARITMÉTICA. E ainda a própria álgebra: Os romanos - explicou o Visconde -, não tendo sinais especiais para figurar os Algarismos, usavam essas sete letras do alfabeto. O I valia 1; o V valia 5; o X valia 10; o L valia 50; o C valia 100; o D valia 500 e o M valia 1000) (LOBATO, 1935).

Desta forma pode-se caracterizar o início do estudo da Álgebra como sendo o estudo das equações e, consequentemente, a utilização de letras para representar valores desconhecidos, quando letras representam valores desconhecidos, elas são usualmente denominadas de incógnitas, entretanto, no decorrer das séries subsequentes, as letras têm outros atributos, no conceito de função, por exemplo, elas são entendidas como variáveis.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, para se garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, devendo estar engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra segundo DCE (2006):

> Cumpre destacar que a aritmética encontra sua generalização matemática na álgebra. Assim, os conjuntos numéricos se ampliam para os campos numéricos, de modo que o professor do Ensino Fundamental estimule, desde os anos iniciais escolares, o desenvolvimento do pensamento algébrico dos educandos, dando-lhes meios para relacionar operações com números até operações literais. No trabalho de passagem da aritmética para a álgebra, faz-se necessário um cuidado para não haver uma ruptura entre ambas, mas ampliação das possibilidades de argumentar e resolver problemas (DCE, 2006, p. 28).

Isto vem ressaltar o que o professor vai enfatizar no tratamento metodológico do cálculo algébrico e o que deve levar em consideração a realidade que está posta, pois entende-se que educação é um processo intencional e sistematizado, de transformação do ser humano.

Algumas diretrizes podem ser expostas da seguinte maneira:

- Ao iniciar o estudo desse conteúdo “Álgebra”, o professor deve estabelecer relações dos modelos algébricos, numéricos e geométricos;
- As estruturas algébricas estão presentes tanto na aritmética como na geometria, por exemplo, álgebra linear. O processo de contagem e as medidas de figuras geométricas são aspectos fundamentais na apropriação do conceito de números e operações, bem como a compreensão de seus algoritmos e as propriedades que regem tais operações;

Também se faz necessário o professor possibilitar ao aluno (o entendimento de que as sociedades nem sempre adotam o mesmo sistema de numeração, como também houve mudanças significativas nas técnicas de cálculo e que estas foram elaboradas de acordo com as necessidades da humanidade). “A álgebra é um conteúdo presente em todos os anos escolares e está diretamente vinculada à aritmética básica ensinada nos primeiros anos do Ensino Fundamental” (DCE, 2006, p. 28).

2.2 A RELAÇÃO ENTRE ARITMÉTICA E ÁLGEBRA

No ambiente escolar, uma das ideias mais difundidas é que a aritmética trata de números e a álgebra de letras. A aritmética é estudada desde a educação infantil até o 5º ano e a álgebra inicia-se no 6º ano do ensino fundamental e vai até o 3º ano do ensino médio. Acredita-se que os conceitos da aritmética são os pré-requisitos essenciais para a introdução do ensino da álgebra. “A aritmética é considerada como sinônimo de ”teoria dos números” e colocada como um dos ramos da álgebra, cujo foco central é o estudo da divisibilidade dos números inteiros” (TELES, 2004, p. 09).

Álgebra é a parte da matemática em que estuda as leis e processos formais de operações com entidades abstratas.

> Lins e Gimenez (1997) afirmam que a álgebra parece ser um domínio exclusivo da escola e que, na matemática, a álgebra é, um conjunto de afirmações genéricas sobre quantidades para as quais se produziria significado com base no dinheiro. E a aritmética seria um conjunto de afirmações a respeito de como efetuar certos cálculos. Ainda segundo estes autores, a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdades e desigualdades. E também afirmam que, na matemática escolar, álgebra e aritmética são definidas em função dos conteúdos que tratam: coisas da álgebra são equações, inequações, funções etc, e as da aritmética são números, operações, tabuada etc. (TELES, 2004, p. 9).

Pressupõe-se que, a Álgebra é generalizações da própria aritmética, ou ainda, uma esta intrinsecamente ligada a outra, onde criam e recriam articulações para os problemas matemáticos poderem ser resolvidos com precisão.

2.3 CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA

A álgebra, assim como seu estudo, necessita de procedimentos para resolver alguns tipos de problemas. Faz-se necessário a partir de então, o aluno descrever simbolicamente através de equações as situações que envolvem a incógnita (termo desconhecido) de tais problemas para depois, simplificar equações e resolve-las. Ao resolver problemas que envolvem a álgebra, os alunos apresentam dificuldades para compreender uma generalização simbólica. A partir de uma resolução algébrica tem-se uma complementação de raciocínios aritméticos que poderiam ser feito por um raciocínio lógico e não tão abstrato quanto a álgebra. A álgebra é contrária, é preciso raciocinar para armar uma equação.

No estudo de sistemas de equações lineares, os problemas que expressam duas ou mais equações e que envolvem duas ou mais variáveis, trabalhados em conjunto, são chamados de Sistemas de Equações, que se traduzirá para a linguagem simbólica da matemática onde se utilizam também de representações gráficas conforme descrito no Quadro 1 apresentado pelo autor (CAMPAGNER, 2009, p.3.).

João comprou duas canetas, de mesma marca, e um caderno, pagando um total de R$ 16,00.
1º) Identificando as incógnitas: x= preço de cada caneta y= preço do caderno
2º) Obtendo equação: $2x + y = 16{,}00 \rightarrow$ essa é uma equação do 1º grau ou também chamada equação Linear, isso porque o expoente de cada incógnita é igual a um (1).
3º) Encontrar a solução para essa equação é achar um valor para x e outro para y, que satisfaçam essa igualdade. Portanto encontraremos infinitos pares (x; y) que satisfazem essa equação:
4º) Vamos encontrar cinco possíveis soluções e para facilitar usaremos uma tabela: $2.1{,}00 + y = 16{,}00$ $2{,}00 + y = 16{,}00$ $Y = 16{,}00 - 2{,}00 \rightarrow y = 14{,}00$
Temos uma solução que é o par (1,00; 14,00)
Faremos isso com cada valor de x, para encontrar o valor de y.

x	y
1,00	14,00
1,50	13,00
2,00	12,00
2,50	11,00
3,00	10,00

Quadro 1 - Problema

Fonte: Adaptado de CAMPGNER (2009, p.3)

O Gráfico 1, a seguir, representa a equação acima (Quadro 1).

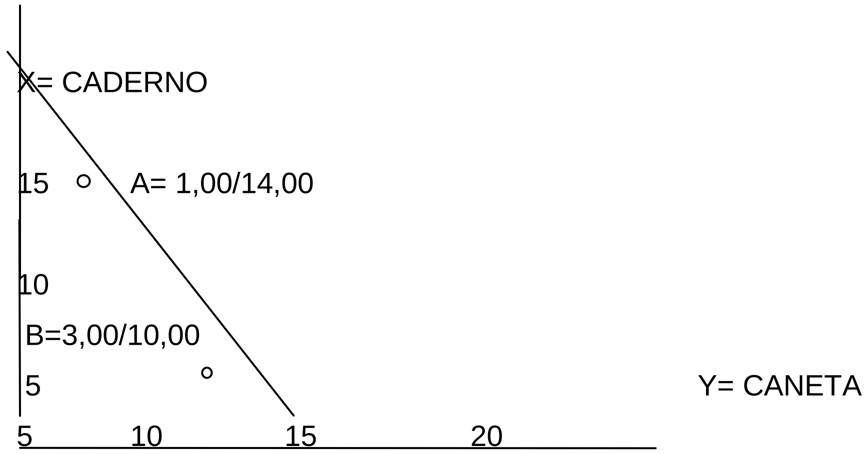


Gráfico 1 - Equação do problema
Fonte: EDUCAÇÃO (2012)

2.4 REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA

Segundo Ponte e Martinho, 2012 cada vez mais “O ensino da Álgebra tem merecido uma atenção particular nos últimos anos, tanto ao nível da investigação como, e consequentemente, ao nível dos currículos escolares”. E prova disto é que diversos estudos tem se desenvolvidos nas Universidades. Pesquisadores como MIORIM (1993), MIGUEL (1992), FIORENTINI (2005), PONTE (2012) e LONGEN (1999).

O desenvolvimento do pensamento algébrico e, particularmente, o desenvolvimento do pensamento relacional, está inserido por variáveis a qual se denomina coeficiente numérico e este por sua vez representado em letras, porém observa-e um erro no ensino da álgebra quando se fala na multiplicação. (...)

“Escrevemos AB para indicar A x B e na aplicação ao produto dos números, evidentemente não se escreve 75 para indicar 7 x 5” (TELES, 2004, p. 11). Talvez seja por isso que os estudantes sentem tanta dificuldade para entender quando se fala em álgebra. São coisas inexplicáveis e, quando identificadas às diferenças por eles não se tem uma justificativa, assim, torna-se mais confuso.

Os símbolos matemáticos criados por Diofante foi a partir de uma incógnita que era representada por um símbolo especial, muito semelhante ao X. O sinal da soma não era usado; a subtração tinha um símbolo especial (M), abreviação de menos. Os termos independentes também tinham um símbolo (u), abreviação de unidade; a igualdade era representada pela expressão (é igual a); O número 1 ao lado do X indicava que o coeficiente da incógnita era a unidade.

No Quadro 2 é apresentada a evolução dos símbolos nos tempos atuais e de Diofante:

Símbolos atuais	**Símbolos de Diofante**
X + 3 = 18	x1 u3 é igual a u18
X – 2 = 12	x1 M u2 é igual a u12
X + 3 = 12 – x	x1 u3 é igual a u12 Mx1
X – 9 = 7 – x	x1 M u9 é igual a u7 M x1

Quadro 2 - Evolução dos símbolos atuais e Diofante
Fonte: Adaptação de GUELLI (1996)

Comparando as duas épocas em que se desenvolveram os símbolos, é muito diferente suas escritas, pois no tempo em que o matemático Diofante começou a desenvolver, pouco saberia tal expressão. Para que essa evolução ocorresse necessitou-se de períodos longos de estudo. Nas guerras de conquista, os romanos destruíram muitos centros de estudo. A queda do Império Romano também se produziu num ambiente de guerra e destruição. Neste período o estudo parou e só por volta do ano 650 D.C. os estudos matemáticos voltaram a avançar.

2.5 DIFICULDADES RELACIONADAS À ÁLGEBRA

Há algumas razões para se encontrar dificuldades com cálculos algébricos...: (Na aritmética, o foco da atividade é encontrar determinadas respostas numéricas particulares. Já na álgebra é diferente, o foco principal é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada).

As diferenças entre as duas (álgebra e aritmética) no significado das letras e variáveis é a utilização de letras para indicar valores. Um dos aspectos mais importantes é a ideia de variável, onde as letras são representações de números, como neste modelo:

> As variáveis aparecem para generalizar padrões numéricos que foram construídos indutivamente na aritmética. O que se espera do aluno é que ele observe um padrão e o generalize como nos exemplos abaixo: a.b = b.a como descrição da propriedade comutativa; n² como o quadrado de um número; 1, 3, 5, 7,..., 2n + 1,... para a sequência dos números ímpares (FRANÇA, 1999).

Sabe-se que os alunos interpretam mal as equações, quando se fala em álgebra, e acham que as incógnitas (letras) podem assumir somente um valor, mas, na verdade não é, elas são variáveis (variam) e mudam consequentemente. Sendo que na aritmética os símbolos que representam quantidades sempre significam valores únicos. Talvez por isso seja a dúvida dos alunos, onde tudo é a mesma coisa e não conseguem relacionar uma da outra (aritmética da álgebra).

Segundo o renomado autor: BOOTH em seu livro: “Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra”, In: COXFORD, este vem retratar (...algumas dificuldades que o aluno tem em álgebra não são tanto de álgebra propriamente dita, mas dificuldades conceituais em aritmética que não foram corrigidos...”) (BOOTH, 1995).

Neste contexto que se faz necessário corrigir, ordenar e reforçar o pensamento algébrico desde o processo inicial da alfabetização, onde a criança possa interagir com números e letras de forma a reconhecer que escritas algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, e assim, prossiga em séries posteriores sem que haja uma incompreensão daquele determinado assunto.

Observa-se que a maior dificuldade é quando o aluno se depara com equações que exige o método distributivo, ou seja, quando os termos aparecem escritos em outras posições e com os parênteses numa equação, sendo um grande motivo para gerar um “espanto” ou até mesmo, pavor da matemática. A não compreensão da aritmética impede que o aluno manipule essas equações algébricas.

Muitas vezes o que se ensina na escola, não é praticado no dia-a-dia, ou ainda, pensa o aluno que o que foi aprendido apenas para a escola não lhe servirá para a vida. Talvez, isto aconteça porque professores e alunos não encontram métodos simplificados para o raciocínio lógico, afinal, a matemática é uma ciência exata, onde o resultado final vai ser sempre um único.

Na álgebra consegue-se ver erros, são mais perceptíveis, pois o grande desafio é o de identificar, dentro da álgebra e da aritmética cada expressão matemática onde permita coordenação do pensamento lógico-matemático e a capacidade de análise e de crítica, para conseguir constituir esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos. Neste exemplo, o autor vem mostrar a diferença entre aritmética e álgebra, ou, como separar estas:

O autor Aquino (2012) afirma que “A álgebra justifica as "loucas transformações". Por exemplo, a Álgebra nos diz que para quaisquer números a, b e c (com c diferente de zero), temos que:

$$\boxed{\mathbf{a.a/c=a.b/c=a/c.b}}$$

Em particular, para a = 5, b = 1 e c = 2, podemos usar a propriedade justificada pela Álgebra para efetuar a operação desejada de três formas distintas (mas que geram o mesmo resultado):

a) multiplicar 5 por 1/2;
b) dividir (5*1) por 2;
c) multiplicar (5/2) por 1

Aplicam-se regras e então, o aluno não é capaz de conectar nem com o seu conhecimento procedimental e nem com o conceitual. A resolução de uma lista de exercícios pode induzir o aluno a uma tradução linear da linguagem retórica (metade de um número 2/x) para a linguagem formal, não tendo nenhum entendimento do conceito de variação.

Scarlassari e Moura (2005, p 4), afirmam que: “Quando o pensamento linear é considerado na tradução de cada termo, o conceito de fração de uma variável numerador e denominador são indiferenciados”. Isto leva em consideração que o pensamento algébrico tornou-se, tal como já acontece com o pensamento geométrico, apenas uma orientação transversal do currículo, sem aprofundamento do aluno e sem o “ápice” do que representa dentro da matemática, a álgebra. Pode-se assim dizer, que há um desinteresse qualitativo dos alunos no que diz respeito ao aprendizado da álgebra, sendo o principal foco o confundir-se e organizar o raciocínio lógico entre as incógnitas.

2.6 O ENSINO DA ÁLGEBRA NO BRASIL

A álgebra como área de grande importância no currículo fundamental deve ser trabalhada de forma onde o aluno desenvolva seu raciocínio lógico e não fique somente na expectativa do resultado final. Não bastasse saber somar, subtrair, dividir e multiplicar, agora eles serão obrigados a desvendar o valor das letras e isto causa um “estranhamento” às crianças. Porém é natural, pois até então se lida com números, e álgebra opera por uma lógica diferente.

Para que os alunos tenham uma base algébrica, esse ensino deve ocorrer desde as séries iniciais. Miguel (1992) afirma que na Inglaterra, França, Alemanha e e nos Estados Unidos, a álgebra tem sido considerada como um dos ramos mais úteis e interessantes da matemática. O ensino da álgebra nesses países já foi incluído como parte do ensino obrigatório nas escolas primárias.

Isto vem á acarretar um desestímulo ao aluno por não ter uma base da álgebra e ao se deparar com este tema no início do 6º ano do ensino fundamental e após (7º ano) o aluno não compreende a real utilização da álgebra.

Ao estudar os autores Florentini e Trajano (1993) observou-se uma citação que foi relevante para o entendimento do ensino da álgebra e que fez questionar o “abandono” deste tema no Brasil. Ainda segundo os autores:

> para podermos avaliar como esta matéria é abandonada, ou melhor dizer é ignorada entre nós, bastará só refletirmos que se executarmos homens formados em qualquer dos ramos da matemática, será difícil acharmos em nossas cidades pessoas que tenham conhecimento da álgebra (FLORENTINI, TRAJANO,1993, prefácio).

Esta metodologia está defasada a tal ponto, que formas de se ensinar e de se aprender são aparentes, pois a sociedade está se modificando de forma gradativa e se os professores em junção com os alunos não reformularem um método cognitivo para a assimilação da álgebra ou qualquer outra questão que envolva a lógica, a própria essência da matemática será desvalorizada.

> O ensino de Matemática deve garantir o desenvolvimento de capacidades como observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às

> formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa (Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática, 2006).

Ainda sobre a importância do ensino da álgebra Celestino (2000) afirma que: “A importância da Álgebra Linear e das pesquisas sobre seu ensino-aprendizagem repousa no fato de que ela hoje se encontra subjacente a quase todos os domínios da Matemática”.

A matemática, principalmente relacionada ao ensino da álgebra nos tempos contemporâneos, está mais atualizada em relação à matemática ensinada em tempos remotos. Anteriormente, a álgebra era ensinada de uma forma abstrata, não relacionando problemas do cotidiano, mas na atualidade muitos dos professores continuam nos métodos anteriores, procurando relacioná-la somente ao raciocínio lógico, não permitindo uma amplitude do concatenar manipulativo/impulsivo, onde permita ao aluno a busca por possibilidades:

2.7 RACIOCÍNIO ALGÉBRICO

O raciocínio algébrico trata a simbolização (Transformações de situações matemáticas por meio de símbolos algébricos), esse pensamento implica em compreender a simbologia para representar a matemática cotidiana, aplicar procedimentos para se chegar em resultados e poder interpretar e validar esse resultado.

> Segundo Orton e Orton (1999) os padrões são um dos caminhos possíveis quando pensamos em introduzir a álgebra e, consequentemente desenvolver o pensamento algébrico.

Todos os discentes devem se apropriar do conhecimento algébrico, mas para isso é necessário que os mesmos entendam o objetivo da álgebra como um todo e que dominem conceitos algébricos, as estruturas que a compõe e princípios que envolvam as manipulações com símbolos e como estes símbolos podem ser utilizados para desenvolver as ideias matemáticas. É essencial aos alunos aprenderem Álgebra, desenvolvendo o raciocínio e o pensamento algébrico, perceberem o significado dos símbolos, mas não fiquem abitolados em decorebas.

Utilizar do raciocínio algébrico faz com que os alunos desenvolvam não só a capacidade de trabalhar com o cálculo algébrico, mas sim desenvolve a capacidade de lidar com componentes da matemática, aplicando-as a diferentes conceitos de
Para se melhor desenvolver o raciocino algébrico, será de estrema importância que se desenvolva o sentido da simbologia algébrica. Uma condição necessária para que tal aconteça é a utilização de práticas cotidianas de ensino onde todo o trabalho seja desenvolvido através de tarefas de caráter investigativa e exploratória, onde os discentes tenham a oportunidade de explorar e desenvolver padrões e relações numéricas e a possibilidade de aplicar as suas ideias e onde possam discutir e comprovar sobre as mesmas.
A aplicação do raciocínio algébrico pode se dar a partir de um determinado problema do cotidiano, a partir do problema passos devem ser seguindo para se poder estabelecer essa aplicação.
Veja o seguinte problema com os passos já estabelecidos com a aplicação do raciocínio algébrico.

João avalia que, de sua caixa d’água de 1000 litros, restavam apenas uns 100 litros. Para enchê-la de novo precisou fazer 45 viagens carregando uma lata cheia d’água. Qual a capacidade aproximada da lata? E quanto pesava a água na lata?
ETAPAS DO PROCESSO: ETAPA 1 - Dando nome aos “bois” O que precisamos saber para resolver o problema: isto será x. Neste exemplo, x = capacidade da lata. Em seguida, usamos x para escrever o que sabemos; quer dizer, montamos a equação do problema.
ETAPA 2 - Montando a equação Basta interpretar o que está escrito na nossa linguagem comum em termos matemáticos. Ou seja, escrever a equação. Reveja como fazemos: Capacidade da lata = x Capacidade de 45 latas = 45x O que sabemos: 45x + 100 = 1000 (litros)
ETAPA 3 - Resolvendo a equação Esta etapa é mais automática: são as regras do cálculo. Aqui: 45x + 100 = 1000 45x = 900 x = 900 ¸ 45 x = 20 (litros) E a lata pesa 20 kg, pois 1 litro de água pesa 1 kg. Não estamos considerando o peso da lata vazia, neste problema.
ETAPA 4 - Conferindo o resultado “Tudo isso?”, alguém poderia perguntar espantado com o peso carregado por João em tantas viagens. Para não termos dúvida de que chegamos ao resultado certo,

“checamos” se o número encontrado satisfaz de fato o que sabemos dos dados do problema. Quer dizer, se x for mesmo igual a 20, então deveremos ter 45x + 100 = 1000. Vejamos: 45 . (20) + 100 = 900 + 100 = 1000 (Confere)
ETAPA 5 - Respondendo o que foi perguntado Por exemplo, poderia ter sido perguntado não quanto era a capacidade da lata, mas sim qual o seu peso em água. (A resposta não seria, é claro, 20 litros)
Ou seja: para completar a solução, você tem de responder exatamente o que o problema pede.

Quadro 3 – Problema raciocínio algébrico

Fonte: Adaptado Vestibular (p.3)

3 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

3.1 TIPO DA PESQUISA

Optou-se por trabalhar com pesquisa de campo para identificar os reais motivos das dificuldades dos alunos dos 6º e 7º anos com relação ao ensino da álgebra. Também o porquê destes, não conseguirem relacionar números (variáveis) com letras (incógnitas). A pesquisa (coleta de dados foi feita por meio de questionário, conforme Anexo) foi através de questões contendo problemas onde envolvam álgebra, e, que posteriormente foram solucionados pelos alunos juntamente com uma análise das resoluções por amostra quantitativa.

As análises das questões foram feitas por meio de dados quantitativos, perfazendo um total de 59 alunos divididos em três colégios, citando-os: 1º) Colégio Estadual João Ribeiro de Camargo do município de Colombo-PR; 2º) Colégio Estadual Mário Braga do município de Piraquara-PR, e 3º) Colégio Estadual Professor Plínio Alves Monteiro Tourinho do município de Colombo-PR, todos pertencentes a área metropolitana de Curitiba-Paraná.

As questões são compostas por diferentes graus de dificuldade, sendo estas divididas em raciocínio lógico e outras por métodos pré-estabelecidos.

Os critérios serão analisados por meio de resolução de equações, podendo o aluno usar-se do raciocínio lógico ou então do método de resolução (não utilizando a álgebra).

A pesquisa teve um desenvolvimento de caráter exploratório, onde se classifica “As pesquisas exploratórias visam proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses. “Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias e/ou a descoberta de intuições” (GIL, 1993, p.45), e que tem abordagem quantitativa, de acordo com a análise quantitativa onde busca opiniões e dados para quantificar o caráter estático, nas formas de coleta das informações, sendo muito utilizado no desenvolvimento das pesquisas, propiciando a procura de descobrir e classificar relações entre variáveis. No método qualitativo não se emprega dados estatísticos como centro do processo de análise de um problema, não se tem a pretensão de enumerar ou medir unidades ou categorias homogêneas, esta sim tem como principal objetivo envolver o pesquisador como professor da turma, os sujeitos, que serão os alunos destas respectivas turmas e todos os outros alunos matriculados nas instituições de ensino público das áreas metropolitanas de Curitiba-PR, que poderão participar da investigação, uma vez que as turmas são relativamente diversificadas em idades e quantidades de alunos. Isso justifica-se a utilização de técnicas de amostragem para o levantamento de dados.

Os percentuais serão analisados a partir dos alunos que utilizaram o raciocínio algébrico, e, após, os que não utilizaram o raciocínio algébrico. Desta forma obteremos resultados quanto aos números de alunos que acertaram uma questão, duas questões, três questões ou nenhuma questão. Chegaremos a conclusão destacando a relevância dessa pesquisa no ambiente do trabalho do professor, onde poderemos relacionar a construção de uma atitude de busca de compreensão dos processos de ensino-aprendizagem dos seus discípulos/alunos na construção de seu raciocínio algébrico para uma matemática de qualidade e de valor para sua cidadania.

3.2 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Utilizou-se como instrumento de coleta de dados: questionários e gravações das discussões em grupo. O uso de questionários abertos terá questões problematizadoras e tem como principal objetivo permitir aos estudantes revelarem e justificarem sua própria opinião sem ter que escolher entre visões já pré-estabelecidas que, eventualmente, poderiam não corresponder exatamente à deles. O corpus de análise envolverá o conjunto de respostas aos questionários, os registros de observações e as anotações sobre as aulas.

3.3 ANÁLISES DOS DADOS

As análises ocorrerão a partir das questões aplicadas aos alunos do questionário (Tabela 1), onde foram avaliadas as interpretações e a resolução por critérios estabelecidos pelos alunos. Já na análise crítica das questões foi considerado interpretação, a qual resultou conclusões que, alguns alunos utilizaram do raciocínio algébrico e outros não utilizaram o mesmo raciocínio. Assim, obteve-se a partir desta análise, registros dos percentuais estabelecidos pelos alunos.

Os percentuais foram analisados a partir dos alunos que utilizaram o raciocínio algébrico, também dos que não utilizaram o raciocínio algébrico; dos alunos que acertaram uma questão, duas questões, três questões e/ou nenhuma questão.

A análise critica das questões foi feita a partir do apanhado dos dados. Onde foram utilizadas tabelas com os devidos percentuais atingidos pela utilização do raciocínio algébrico e o não uso desse raciocínio.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO

A Tabela 1 apresenta os resultados que os alunos obtiveram na resolução dos das questões propostas utilizando raciocínio algébrico versus raciocínio não algébrico

Tabela 1 - Resultados que os alunos obtiveram na resolução dos das questões propostas utilizando raciocínio algébrico versus raciocínio não algébrico

Resolução das Questões	Utilizaram o Raciocínio Algébrico	Não Utilizaram o Raciocínio Algébrico
Questão 1	30	13
Questão 2	21	27
Questão 3	42	0

Fonte: O autor (2012)

A partir das três questões analisadas, conforme Tabela 1, constatou-se que alguns alunos utilizaram do raciocínio algébrico e outros não se utilizaram do mesmo raciocínio. Segundo pesquisa Orton e Orton (1999), em seu livro Padrão e Abordagem à álgebra, o raciocínio algébrico é um pensamento linear quando este é desenvolvido a parir de uma simbologia que emprega uma linha de raciocínio lógico para determina generalizações a partir de uma determinada incógnita.

A partir desta análise foram registrados os seguintes percentuais: de um total de 59 questões, 30 alunos resolveram a questão 1 utilizando o raciocínio algébrico, 21 alunos resolveram a questão 2 e 42 alunos resolveram a questão 3, utilizando-se do mesmo raciocínio, assim pode-se concluir a partir da mesma tabela que de todos os alunos entrevistados, 13 alunos resolveram a questão 1 não utilizando o raciocínio algébrico, 27 alunos resolveram a questão 2, e 0 alunos resolveram a questão 3 utilizando do mesmo raciocínio.

Levando em consideração o percentual, temos: 30 alunos utilizaram do raciocínio algébrico na questão 1 correspondente a 51% e 13 alunos não utilizaram o raciocínio algébrico na mesma questão, isto corresponde a 22% e por fim 27% erraram a questão; 21 alunos utilizaram do raciocínio algébrico na questão 2 correspondente a 35% e 27 alunos não utilizaram o raciocínio algébrico na mesma questão, isto corresponde a 45% e por fim 20% erraram a questão e 42 alunos utilizaram do raciocínio algébrico na questão 3 correspondente a 71% e nenhum aluno utilizou-se do raciocínio algébrico na mesma questão e por fim 29% erraram a questão.

A Tabela 2 apresenta os resultados dos alunos que obtiveram acertos numa das três questões segundo os colégios avaliados na pesquisa.

Tabela 2 - Resultados dos alunos que obtiveram acertos numa das três questões

Número de acertos das questões por Colégio	**C.E.João R. de Camargo**	**C.E.Mário Braga**	**C.E.Profº Plínio A.M.Tourinho**
Questão 1	19	19	9
Questão 2	21	19	9
Questão 3	16	20	6

Fonte: O autor (2012)

A segunda análise que foi feita parte de cada escola/colégio que foi inserido este trabalho, conforme modelo da Tabela 2 e constatou-se que: O primeiro colégio analisado, Colégio Estadual João Ribeiro de Camargo, com um total de 21 alunos analisados. Desse total de alunos somente 19 acertaram a questão 1 dando um percentual de 90% e 10% de erros. Na questão 2, o número de acertos foi relevante onde 21 alunos acertaram a questão, dando um percentual de 100% e na questão 3, 16 alunos acertaram, dando um percentual de 76% de acertos e 24% de erros.

O segundo colégio que se obteve a análise, Colégio Estadual Mário Braga, analisou-se um total de 21 alunos. Desses alunos, 19 acertaram a questão 1, somando um percentual de 90% de erros. Na questão 2, 19 alunos acertaram, perfazendo um total de 90% de acertos e 10% de erros e já na questão 3, 20 alunos acertaram, totalizando um percentual de 95% e 15% de erros.

O terceiro colégio, Colégio Estadual Professor Plínio Alves Monteiro Tourinho comprovou-se que num total de 17 alunos avaliados, apenas 9 acertaram a questão 1, com um percentual de 52% e 48% de erros. Na questão 2, 9 alunos acertaram, somando um percentual de 52% e 48% de erros e na questão 3, apenas 6 alunos acertaram, totalizando um percentual de 35% e 65% de erros, o qual nos apresentou menor índice de aproveitamento.

A Tabela 3 apresenta os resultados das questões com maior número de acertos com a utilização do raciocínio algébrico e a não utilização desse raciocínio

Tabela 3 - Resultados das questões com maior número de acertos com a utilização do raciocínio algébrico e a não utilização desse raciocínio

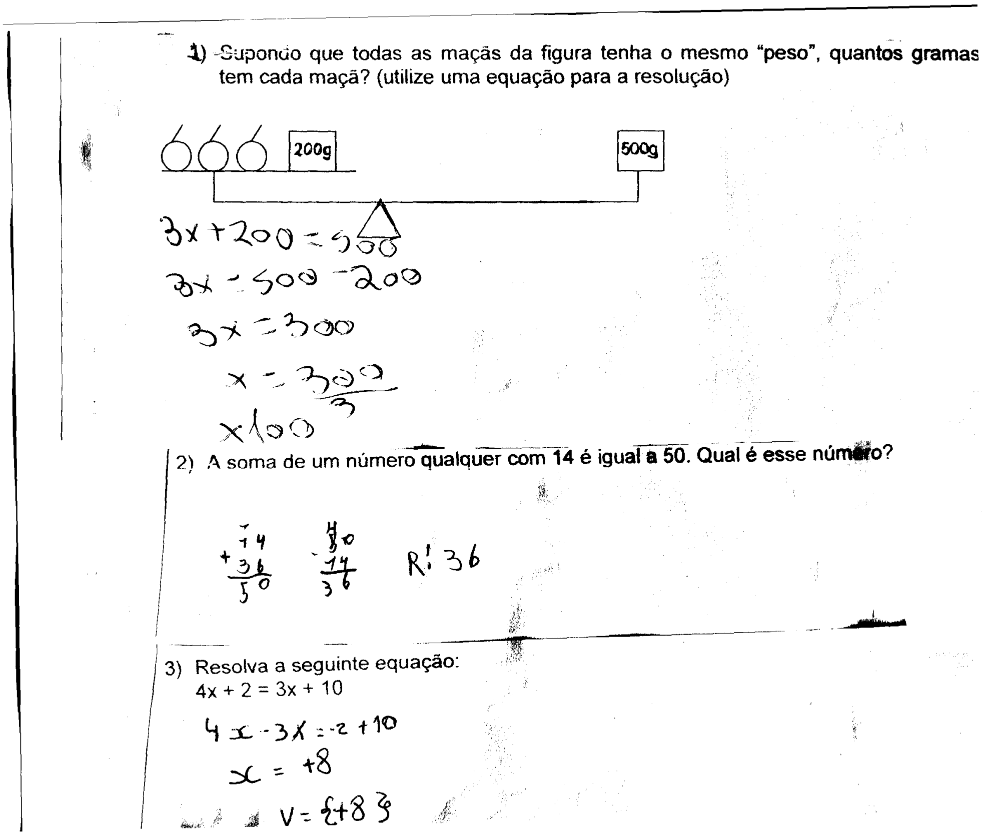
Questões com maior número de acertos	Utilizaram do Raciocínio Algébrico	Não Utilizaram do Raciocínio Algébrico
Questão 1	30	13
Questão 2	21	27
Questão 3	42	0

Fonte: O autor (2012)

A última análise comparativa segue na Tabela 3, que se refere a questões com maiores números de acertos, utilizando-se do raciocínio algébrico e não se utilizando deste, a partir desta linha de raciocínio constatou-se que, de um total de 59 alunos avaliados que se utilizaram do raciocínio algébrico concluiu-se que a questão 3, foi a questão com maior número de acertos e na questão 2, os acertos não utilizaram-se do raciocínio algébrico, como mostra os dados inseridos na Tabela 1, que nos foi o ponto máximo para comparar qual linha de raciocínio seria mais utilizada pelos alunos. A partir da análise em todas as Tabelas 1, 2 e 3, percebeu-se que os alunos utilizaram em sua grande maioria o raciocínio algébrico, isto pode se dar ao fato dos mesmos estarem inseridos naquele contexto momentâneo. Talvez, passando de um certo período, os alunos não tenham a mesma facilidade da utilização desse raciocínio.

4.2 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS POR ALUNOS COM USO DO RACIOCÍNIO ALGÉBRICO

A Figura 1 apresenta um exemplo das atividades desenvolvidas durante a pesquisa contendo expressões algébricas.


1) Suponho que todas as maçãs da figura tenha o mesmo "peso", quantos gramas tem cada maçã? (utilize uma equação para a resolução)

$3x+200=500$
$3x=500-200$
$3x=300$
$x=\frac{300}{3}$
$x=100$

2) A soma de um número qualquer com 14 é igual a 50. Qual é esse número?

$14+36=50$ $\quad$ $50-14=36$ $\quad$ R: 36

3) Resolva a seguinte equação:
4x + 2 = 3x + 10

$4x-3x=-2+10$
$x=+8$
$V=\{+8\}$

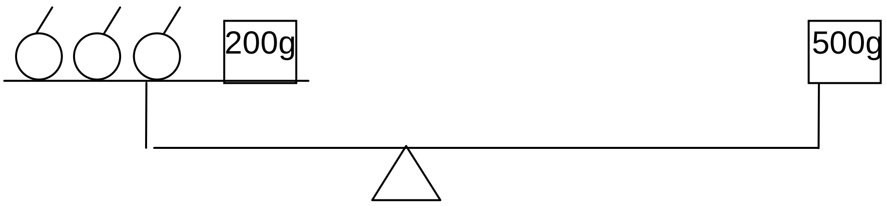
Figura 1 - Atividades contendo expressões algébricas
Fonte: O autor (2012)

Nestas atividades avaliou-se em voga, a utilização do raciocínio algébrico, os quais perpassaram desde uma expressão algébrica simples até uma equação e que foi fundamental para conhecer os processos de raciocínio dos alunos.

Tais atividades foram de suma importância para compreender o raciocínio matemático dos alunos, bem como diagnosticar eventuais lacunas no desenvolvimento do raciocínio ao longo do ensino fundamental.

Também pode ser avaliada a necessidade do estudo da álgebra e como esta tem ainda uma compreensão pouco consistente, conforme resalta Panossian, 2008, numa pesquisa sobre Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes, que reconhecer as manifestações do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes é elemento relevante a ser considerado pelos professores na organização do ensino de álgebra.

(1ª) Supondo que todas as maçãs da figura tenham o mesmo “peso”, quantas gramas têm cada maçã? (utilize uma equação para a resolução)



(2ª) A soma de um número qualquer com 14 é igual a 50. Qual é esse número?

(3ª) Resolva a seguinte equação:

$$4x + 2 = 3x + 10$$

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na conclusão desta monografia foram registrados os principais enfoques contextualizados no decorrer destes estudos, e para isso, fez-se necessário estabelecer uma ligação entre o referencial teórico e o objeto deste estudo com o intuito de compreender os resultados que foram encontrados e questionado nesta pesquisa.

Ao concluir esta monografia envolvida pelo fenômeno das dificuldades no ensino da álgebra no processo de ensino-aprendizagem desse tema dentro do ramo da matemática, este tem sido um dos grandes motivos para os questionamentos, de grandes e conceituados teóricos, professores e escolas. Contudo, a investigação foi centrada nessa problemática, por isso os professores de Matemática precisam se conectar com as novas mudanças metodológicas e mudarem seu ponto de vista com relação ao mundo e no que se refere o ensino da álgebra dentro das escolas estaduais, que operam com o Ensino Fundamental.

Com relação à investigação desenvolvida sobre as questões do ensino aprendizagem da álgebra, conclui-se que muitos professores têm passado por situação nada satisfatória nesse processo. É Interessante registrar que em muitos casos os professores não recebem apoio da direção ou coordenação das escolas para minimizar tais problemas, Não basta somente o professor fazer a sua parte, mas cada um deve contribuir para que as transformações aconteçam.

Portanto, a resposta a respeito desta problemática está embasada no argumento de que o ensino aprendizagem da álgebra deve contribuir de forma relevante para a formação cultural, social e intelectual dos alunos no Ensino Fundamental. Espera-se que a matemática enquanto ciência da educação possa solucionar os diversos problemas oriundos nestas dificuldades. Enfim, é fundamental que este estudo possa fornecer subsídios para os professores de Matemática, e que a partir deste momento, novos rumos possam ser alcançados em relação aos novos mecanismos transitórios com relação ao ensino da Matemática no Ensino Fundamental.

Entre os 59 alunos questionados sobre as dificuldades no ensino aprendizagem da álgebra, foi visto que, a maioria dos alunos apresenta um alto grau de dificuldade de entendimento da álgebra diante dos diversos aspectos mencionado neste estudo.

Tratando do processo avaliativo mencionado nesta pesquisa os resultados não foram satisfatórios, os alunos apresentam certa insatisfação das formas que são conduzidas as avaliações no ensino da Matemática. Neste sentido, a escola precisa propor novas ações referentes estas questões.

Por fim, devem ser repensadas as questões metodológicas dos professores, pois há diversos métodos que podem ser empregados, contudo, o que parece, é que os professores ainda caminham pela lateralidade do tradicionalismo sem perceber que o processo de ensino aprendizagem mudou e continua mudando.

Sugere-se que os professores possam se apropriar de novos conceitos quanto a questão do processo no ensino da álgebra da seguinte forma: diagnosticar o aluno como todo, trabalhos em sala, trabalhos para casa, perguntas orais e escritas, e sobretudo, valorizar a participação e criatividade das alunos na sala de aula, priorizando a cidadania e a inclusão social.

REFERÊNCIAS

BAUMGART, J. K. **Álgebra.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, 112p. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, V. 4).

BAUMGARD, J.K. **História da álgebra.** Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/ algebra.php>.(11/11/2007)>. Acesso em: 11.11.2007.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. ISBN 85-7056-660-3. Pp. 23-37.

CAMPAGNER, C. A. Disponível em: <http://educacao.uol.com.br/matematica/algebra-x-y-entenda-os-calculos-com-letras.jhtm>. Acesso em: 2012.

CAMPAGNER, C. A. Engenheiro mecânico, com mestrado em mecânica, professor de pós-graduação e consultor de informática. Disponível em: <http://educacao.uol.com.br / matematica / algebra - x - y - entenda-os-calculos-com-letras.jhtm>. Acesso em 2012.

CELESTINO, M. R. **Ensino-Aprendizagem da álgebra linear.** São Paulo, 2000. Dissertação de mestrado. Mestrado em Educação da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC-SP, 2000.

DCE**. Diretrizes Curriculares da rede pública de educação básica do estado do Paraná**. Matemática. Curitiba, Seed, 2006.

EDUCAÇÃO. CORD E COL. BOM JESUS. **Matemática aplicada**, 2002. Disponível em: <http://www.dia a dia educacao. pr. gov. br/portals/pde/arquivos/2458-6.pdf>. Acesso em: 2012.

ESPINDOLA, M. L.; MELO, W. M. M. de. **História da álgebra**. Disponível em: <http://www.ebah.com.br/content/abaaaenleai/ historia - algebra>. Acesso em: 2012.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Seminário Luso-Brasileiro de Investigações matemáticas. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2005.

FRANÇA, E. **Matemática em ação.** Editora do Brasil, SP, 1999.

GUELLI O. **Contando a história da matemática equação:** o idioma da álgebra. Editora: Ática São Paulo, 1996.

LONGEN, Adilson. **Matemática em movimento.** Editora do Brasil, SP, 1999.

LUFT, Celso Pedro. **Minidicionário Luft**. Editora: Ática, São Paulo, 2000.

MARTINS, A. R. **O ensino da álgebra.** Disponível em: <http://revistaescola. abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/tirando-letra-488807.shtml>. Acesso em: 2012.

MIGUEL, A., FIORENTINID.; MIORIM, M. A. **Álgebra ou geometria:** para onde pende o pêndulo? Pro-Posições Vol.3 nº1(7) 1992.

MILIES, P. C. **Breve história da álgebra abstrata**, Artigo disponível em http://www.aguaforte. com/antropologia/cidade.htm. Acesso em 18.12.2012.

MIORIM, M.A., MIGUEL, A., FIORENTINI, D. Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. **Revista Zetetiké**. 1993.

NICOLINI, C.H., FICK, D.M., FACHINI, F., REHFELDT, M.J.H., QUARTIERI, M.T. **Métodos utilizados pelos alunos na resolução de problemas algébricos.** Trabalho de pesquisa por um grupo de professores de matemática. UNIVATES.

OLIVEIRA, A. T. C. C. Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra. **Educação Matemática em Revista.** Número 16, 2002.

Orton, A. e Orton, J. (1999). **Padrão e Abordagem à Álgebra**. Em A. Orton (Ed.), **Padrão no Ensino e Aprendizagem de Matemática** (pp. 104-124). Londres. Cassel

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino dissertação de mestrado**, São Paulo, 2008. Dissertação de mestrado. Mestrado em Educação da Faculdade de Educação - USP, 2008.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1986.

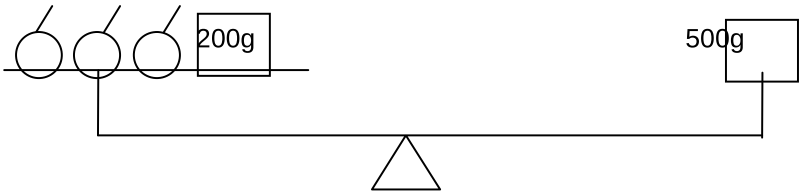
PONTE, J. P. MARTINHO, M. H. **Representações no ensino-aprendizagem da álgebra.** Artigo disponível em: <http://cmup.fc.up.pt/cmup/eiem/grupos/ documents/10. Resumo%20GD2.pdf)>. Acesso em: 1.12.2012.

TELES, R.A.M. A aritmética e a álgebra na matemática escolar. **Educação Matemática em Revista**. Número 16, 2004.

ANEXO 1

QUESTIONÁRIO

1) Supondo que todas as maçãs da figura tenha o mesmo “peso”, quantos gramas tem cada maçã? (utilize uma equação para a resolução)



2) A soma de um número qualquer com 14 é igual a 50. Qual é esse número?

3) Resolva a seguinte equação:

$$4x + 2 = 3x + 10$$