

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**

VALÉRIA SCOPIM

**A TORRE DE HANÓI E O JOGO DE XADREZ – UMA PROPOSTA DE
ENSINO DE MATEMÁTICA ALIADA AO LÚDICO**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

MEDIANEIRA

2014

VALÉRIA SCOPIM



A TORRE DE HANÓI E O JOGO DE XADREZ – UMA PROPOSTA DE ENSINO DE MATEMÁTICA ALIADA AO LÚDICO

Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista na Pós Graduação em Ensino de Ciências – Pólo de Araras, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Câmpus Medianeira.

EDUCAÇÃO À DISTÂNCIA

Orientador(a): Profa. Dra Elizandra Sehn

MEDIANEIRA

2014



TERMO DE APROVAÇÃO

A TORRE DE HANÓI E O JOGO DE XADREZ – UMA PROPOSTA DE ENSINO DE MATEMÁTICA ALIADA AO LÚDICO

Por

Valéria Scopim

Esta monografia foi apresentada às 12h do dia 29 de março de 2014 como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista no Curso de Especialização em Ensino de Ciências - Pólo de Araras, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Medianeira. O candidato foi argüido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho

Prof^a. Dra. Elizandra Senh
UTFPR – Câmpus Medianeira
(orientadora)

Prof. Dr. Ivonei Ottobelli
UTFPR – Câmpus Medianeira

Prof^a. Dra. Michelle Budke Costa
UTFPR – Câmpus Medianeira

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida, pela fé e perseverança para vencer os obstáculos.

Aos meus pais Elza e Umberto, minha irmã Débora e meu cunhado Eduardo pela orientação, dedicação e incentivo nessa fase do curso de pós-graduação e durante toda minha vida.

A minha orientadora professora Profa. Dra Elizandra Sehn pelas orientações ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

Agradeço aos professores do curso de Especialização em Gestão Ambiental em Municípios, professores da UTFPR, Câmpus Medianeira.

Agradeço aos tutores presenciais e a distância que nos auxiliaram no decorrer da pós-graduação.

Enfim, sou grata a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para realização desta monografia.

RESUMO

Valéria Scopim. A Torre de Hanói e o jogo de Xadrez – uma proposta de ensino de matemática aliada ao lúdico, 2014; 35 páginas. Especialização em Ensino de Ciências. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2014.

Ao refletir sobre as dificuldades de se ensinar e aprender matemática na escola pública, indagou-se quanto ao que poderia se atribuir tais dificuldades. Por exemplo, a resposta poderia estar no método de ensino-aprendizagem e na falta de motivação por parte dos alunos para estudarem e se dedicarem adequadamente, a fim de que, desenvolvessem habilidades de concentração, de resolução de problemas de lógica, desenvolvimento de senso crítico e cálculo mental, e, por fim, autonomia. Em conversa com os alunos, de diferentes anos/séries durante as aulas, constatou-se que, realmente, a matemática é vista pela maioria como uma disciplina de difícil compreensão, o que a torna monótona, chata e acessível para poucos. Foi diante deste cenário que o lúdico e os jogos ganharam espaço para desempenhar um papel importantíssimo: resgatar o gosto pelo ensino e aprendizagem da matemática. Para tanto, o trabalho do professor e do aluno em sala de aula deve ser de transformá-la em um laboratório científico em que o que se busca é o conhecimento, o trabalho colaborativo e a autonomia para o crescimento pessoal, cultural e social dos envolvidos naquele espaço. Neste contexto, pretende-se estabelecer para este trabalho uma metodologia de ensino-aprendizagem da matemática com base no uso dos jogos de xadrez e Torre de Hanói, em que este último pode auxiliar na inserção de novos conteúdos ou como verificação da aprendizagem, ou simplesmente, como um jogo recreativo na educação infantil; podendo, ser utilizado, assim, com conteúdos mais específicos e com objetivos de alcance de curto prazo. Enquanto que o jogo de xadrez, por apresentar níveis de complexidade maiores, tende a desenvolver habilidades e conteúdos não tão específicos, mas não menos importante, dentro do processo de ensino-aprendizagem. Por isso, no desenvolvimento deste trabalho o xadrez entra como ferramenta disposta a oferecer metas de médio e longo prazo de alcance, sem, contudo, deixarem de ser verificáveis. Assim sendo, este trabalho tem como objetivo mostrar como os jogos, bem como o lúdico, podem ser utilizados como um recurso de ensino motivador e transformador, atuando como aliado do professor e do aluno no processo de ensino-aprendizagem de matemática nas escolas públicas.

Palavras-chave: Jogos na Matemática. Habilidades Matemáticas. Motivação. Aprendizagem.

ABSTRACT

Valéria Scopim. A Torre de Hanói e o jogo de Xadrez – uma proposta de ensino de matemática aliada ao lúdico, 2014; 35 páginas. Especialização em Ensino de Ciências. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2014.

Reflecting on the difficulties of teaching and learning mathematics in public school, it was asked what could be attributed to such difficulties. For example, the answer could lie in the method of teaching and learning and the lack of motivation among students to study and engage properly in order to develop concentration skills, problem-solving logic, development of critical thinking and mental calculation, and, finally, autonomy. By dialoguing with students from different grades during classes, it was found that, indeed, mathematics is seen by most as a tough subject to understand, making it dull, boring and accessible to few. It was against this backdrop that the fun and games get space to play an important role: to rescue a taste for teaching and learning mathematics. Thus, the work of the teacher and student in the classroom should be to transform it into a scientific laboratory in which the seeking goal is the knowledge, the collaborative work and for personal autonomy, cultural and social growth of all involved in that space. In this context, it was intended to establish a methodology for this work of teaching and learning of mathematics based on the use of games of chess and Tower of Hanoi, in which the latter can assist in inserting new content or as tests of learning, or simply as a recreational game in early childhood education, and may be used as well, with more specific content and goals of short-term achievement. While the game of chess, by presenting higher levels of complexity, tends to develop general skills and not specific contents, however, mandatory within the teaching-learning process. Therefore, the development of this work comes as chess willing to offer medium and long term range targets. This way, this work aims to show how the games as well as the playful, can be used as a resource for teaching and motivating transformer acting as an ally of the teacher and the student in the process of teaching and learning mathematics in public schools.

Keywords: Games in Mathematics. Mathematical Skills. Motivation. Learning.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Exemplo de tabela para organização dos dados para a generalização	20
Tabela 2: Tabela com possíveis resultados	21
Tabela 3: Construindo a generalização matemática	21
Tabela 4: Exemplo de tabela para organização dos dados.....	23
Tabela 5: Programação de ensino de xadrez nas aulas de matemática	26

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	10
3 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	12
3.1 INTRODUÇÃO HISTÓRICA.....	12
3.1.2 A importância dos jogos e do lúdico no ensino da matemática	14
3.2 A TORRE DE HANÓI - O JOGO	16
3.2.1 Encaminhamentos Metodológicos.....	18
3.2.2 A Torre de Hanói e as variáveis	19
3.2.3 A Torre de Hanói e as progressões geométricas	22
3.3 O JOGO DE XADREZ E A MATEMÁTICA.....	24
3.3.1 Encaminhamento Metodológico	26
3.3.2 Investigação e análise	29
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	31
REFERÊNCIAS	33

1 INTRODUÇÃO

Tendo como ponto de partida as experiências em sala de aula, com as disciplinas de Ciências Naturais e Exatas, mais precisamente com o ensino da matemática para alunos do Ensino Fundamental II (do 6º ao 9º ano) e do Ensino Médio, surgiram os seguintes questionamentos: por que é tão difícil de aprender a calcular e a resolver situações-problema de ordem lógico-matemática? Ou mesmo, por que a maioria dos alunos possui aversão ao estudo das Ciências Exatas?

Ao refletir-se sobre estas questões – muito comum aos professores desta área – indagou-se se a resposta não poderia estar no método de ensino-aprendizagem e na falta de motivação por parte dos alunos para se sentarem à escrivaninha ou à carteira da sala de aula e, concentrados, resolverem problemas de lógica, envolvendo profundo senso crítico e cálculo mental, com autonomia.

Em conversa com diversos alunos, de diferentes anos/séries, durante as aulas quanto às indagações, é possível constatar a visão que a maioria dos alunos tem da disciplina de matemática. A mesma é rotulada como disciplina de difícil compreensão, o que a torna monótona, chata e acessível para poucos. Foi diante deste cenário que o lúdico e os jogos vêm ganhando espaço para desempenhar um papel importantíssimo: resgatar o gosto pela matemática, pelo seu ensino e aprendizagem.

Os jogos são importantes instrumentos de desenvolvimento para as crianças, de acordo com Jean Piaget, pois proporcionam situações que podem ser exploradas de diversas maneiras tendo como objetivo o prazer de jogar, além do ganho motivacional causado pela emoção e satisfação em ultrapassar novas etapas e desafios. Como exemplo, o jogo de xadrez: a criança ao aprender novos movimentos e jogadas se sente motivada a continuar jogando e a aprender cada vez mais jogadas, estimulando com isso o raciocínio lógico e a tomada de decisões.

Por meio de situações de aprendizagem, planejadas, inteligentes, prazerosas e espontâneas, o lúdico leva à produção de conhecimento, já que o aluno tem que tomar decisão e pensar estrategicamente, buscando alternativas e conteúdos matemáticos para a resolução de desafios e problemas, ou seja, o aluno aprende brincando.

Mas infelizmente o ensino de matemática em nossas escolas atualmente está inserido num cenário em que predomina o sistema tradicional de ensino, com a “mera” transmissão de conhecimentos, em que respostas prontas são dadas aos alunos, impedindo que estes pensem sozinhos, desenvolvam seu raciocínio lógico e adquiram as habilidades necessárias para resolverem problemas do dia a dia que envolvem cálculos simples.

Assim sendo, este trabalho visa mostrar como os jogos bem como o lúdico podem ser utilizados como um recurso de ensino motivador e transformador, atuando como aliado do professor no processo de ensino-aprendizagem, de modo a mudar, dentro de seu alcance, parte do cenário de ensino de matemática que temos hoje nas escolas.

Embora a utilização de jogos no ensino não seja nova, são poucos os professores que se utilizam deste recurso, por não saberem como e quando utilizá-lo. Por isso, este estudo também pretende esclarecer e ampliar o tema para que mais professores o utilizem ou o possam aplicar de acordo com suas realidades.

Neste contexto, e por meio de uma revisão bibliográfica, esta pesquisa tem por objetivos, mostrar a importância dos jogos e do lúdico como estratégia de ensino de grande poder motivacional, atuando como um aliado dos professores e dos alunos no processo de ensino-aprendizagem; assim como, ressaltar o papel do lúdico no desenvolvimento do pensamento estratégico, da tomada de decisões nas diferentes esferas sociais e do raciocínio matemático, lógico-dedutivo, e, por fim, esclarecer/ampliar situações em que os jogos possam ser utilizados.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

O presente trabalho foi elaborado tendo como procedimento metodológico a linha de pesquisa exploratória, já que esta apresenta um caráter qualitativo, o qual condiz com os objetivos descritos na introdução deste texto.

Para fins de fundamentação teórica, de acordo com Gil (1999, p.43), este tipo de estudo visa proporcionar maior conhecimento para o pesquisador acerca do assunto, ou seja, aumentar o grau de familiaridade, a fim de que possa formular problemas mais precisos ou criar hipóteses que possam ser investigadas em estudos posteriores. Além do mais, as pesquisas exploratórias visam proporcionar uma visão geral de um determinado fato, podendo assim, dependendo dos resultados alcançados, ocorrer um aprofundamento no assunto. O que, de certo modo, tem a ver com o trabalho do professor e do aluno em sala de aula, em que esta é tida como um laboratório científico em que o que se busca é o conhecimento, o trabalho colaborativo e a autonomia para o crescimento pessoal, cultural e social dos envolvidos naquele espaço.

Contudo, os estudos exploratórios em poucas ocasiões constituem um fim em si. “Eles se caracterizam por serem mais flexíveis em sua metodologia em comparação com os estudos descritivos ou explicativos, e são mais amplos e dispersos que estes dois últimos tipos (por exemplo, buscam observar tantas manifestações do fenômeno estudado quanto for possível)” (Sampieri et al., 1991, p. 60).

Dessa maneira, os procedimentos de pesquisa foram desenvolvidos com base no levantamento de hipóteses, pesquisa bibliográfica, coleta e análise dos dados. Para esta última, foram consultados diferentes tipos de produções (entre elas, artigos científicos, dissertações, teses e livros) em banco de dados, tais como Scielo, Capes e bibliotecas virtuais de Universidades Públicas.

Assim sendo, o trabalho está, assim, organizado: a primeira parte traz uma breve retrospectiva história da utilização dos jogos, seguida da apresentação da importância destes na escola, principalmente, no ensino da matemática. Na segunda parte, tem-se uma apresentação de quais jogos podem ser utilizados em sala de aula para esta disciplina, estruturada com possíveis encaminhamentos metodológicos.

Não se pretendeu descrever, de forma injuntiva, o que, quando e o porquê de determinado uso ou matéria a ser envolvida paralelamente aos jogos ou mesmo durante o desenvolvimento de um dado conceito matemático. Mas, o professor tem credibilidade para lançar mão, ou não, dos encaminhamentos apresentados, devido ao seu conhecimento empírico, baseado em avaliações diagnósticas. Todavia, cabe a ele, profissional da educação, utilizar mecanismos que potencializem a aprendizagem, e não a recepção de conteúdos, e que deem autonomia, e não a dependência intelectual, aos seus alunos.

3 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

3.1 INTRODUÇÃO HISTÓRICA

“Jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias; dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e alegria e de uma consciência de ser diferente da vida cotidiana”. (Huizinga, 1971, p. 33)

Os jogos, educativos ou não, sempre foram muito utilizados pelas civilizações ao longo da história, por serem uma construção humana e por envolverem fatores sócio-econômicos-culturais. Sempre estiveram atrelados a cultura de um determinado povo, a sua história, ao que era considerado sagrado, a arte, a literatura, aos costumes e a guerra; servindo por diversos momentos de vínculo entre os povos e facilitador da comunicação. De acordo com Murcia (2005, p.9), é por esse motivo que o jogo é um fenômeno antropológico que se deve considerar no estudo do ser humano.

Com o avanço dos estudos psicológicos e educacionais da aplicabilidade dos jogos ao longo dos anos, eles foram adquirindo cada vez mais, uma maior abertura na sociedade. Hoje, numa sociedade regida pelas leis do mercado, do consumo, do espetáculo e da informatização como a nossa, a utilização de jogos nas escolas tornou-se essencial para uma educação diferenciada e preocupada com a efetiva aprendizagem do aluno, já que o ensino tradicional já não é capaz de suprir as necessidades da clientela atual.

Sabe-se que os jogos são fundamentais para a estruturação do pensamento da criança tanto para a aquisição das habilidades da leitura e da escrita, como do raciocínio lógico-dedutivo. Fatos já evidenciados na Grécia antiga por Aristóteles e Platão, como Volpato (2002 apud Considerações históricas dos jogos no âmbito educacional) demonstra.

O jogo para Aristóteles (385-322 a.C.) tinha a função de preparar a criança para a vida adulta, além de funcionar também como uma recreação. Já para Platão (427 – 347 a.C), a importância se encontrava no aprender brincando, ou seja,

aprender sem pressão, sem imposição. Além disso, para ele tais atividades influenciavam na personalidade da criança quando adulta.

Nota-se então que, mesmo sem um conhecimento aprofundado do assunto Aristóteles e Platão já reconheciam a importância do lúdico no desenvolvimento da criança.

Pelo processo de ensino-aprendizagem sofrer influência do contexto social, político e histórico, por muitos momentos os jogos não foram priorizados, principalmente pelo método tradicional de ensino. Ao aluno cabia a posição do ser passivo e disciplinado e para o professor o de transmissor de conhecimento e posicionamento autoritário; o professor como único detentor do conhecimento. Como exemplo desse período tem-se a Idade Média, sob forte influência do Cristianismo e sem conhecimento algum de como se dava a aquisição de conhecimento por parte da criança. A utilização de jogos durante esse período era considerada como infração da lei.

Durante o período histórico do Renascimento (século XVI) novas concepções pedagógicas nasceram. De acordo com Wajskop (1995), nesse período as possibilidades educativas dos jogos foram notadas, porém com restrições. Os jogos passaram a ser classificados como “maus” e “bons”. Essa classificação se deu devido a concepções contraditórias quanto à relação existente entre jogos e brincadeiras, como relata Ariés (1981).

Ainda no século XVI, jogos educativos foram divulgados por Ignácio Loyola e utilizados no Instituto dos Jesuítas como atividades lúdicas complementares para as crianças, como mostra Kishimoto (1999). Neste período as crianças passaram a ter contato com uma metodologia diferenciada. Metodologia esta baseada no lúdico e com objetivo de reforçar ações didáticas.

Estabelece-se então uma relação entre jogo e educação, por meio de uma nova proposta educacional baseada nas transformações da sociedade ao longo dos anos. De acordo com Brougère (1998, apud Considerações históricas dos jogos no âmbito educacional), são três os pontos de vista adotados: primeiramente o aristotélico, o jogo como recreação; em seguida, o jogo como dispositivo pedagógico, na qual se utiliza o interesse da criança pelo jogo em si para ensiná-la, e finalmente o jogo como ferramenta de descoberta da criança, compreendendo como ocorre sua aprendizagem, para então adaptar o ensino.

A partir do século XVIII, novas tendências e movimentos surgem. É Rosseau (1727 – 1778) quem expande a concepção da criança como um ser distinto do adulto, fazendo então com que os jogos ganhem um espaço ainda maior no processo de ensino-aprendizagem e um novo olhar é lançado para a educação infantil. Os jogos passam a ser vistos como suporte pedagógico.

Juntamente com Rosseau, outros pesquisadores como Pestalozzi (1746 – 1827) e Froebel (1782 – 1852) contribuem para uma nova proposta educacional através de brinquedos, segundo Wajskop (1995).

Ainda segundo Wajskop (1995), Montessori (1870 - 1952) e Décroly (1871 - 1932) foram os primeiros pedagogos da educação pré-escolar a romperem com a educação tradicional da época, propondo uma educação baseada na utilização de jogos e materiais lúdicos no processo de ensino.

A partir desta época, os jogos foram cada vez mais utilizados como recurso didático. Com as novas contribuições que surgiram de teóricos como Piaget, Vygotsky, entre outros, os jogos passaram também a ser utilizados como metodologia de ensino. Mais pesquisas referentes a esta área foram feitas, ressaltando suas contribuições no ensino em geral e em especial da matemática.

Sua extensa utilização em sala de aula atualmente vem auxiliando tanto professores quanto alunos no processo de ensino-aprendizagem, sendo utilizados de diversas maneiras e em diferentes contextos de ensino, promovendo tanto a facilitação/viabilização da aprendizagem, como a socialização entre os pares e o meio.

3.1.2 A importância dos jogos e do lúdico no ensino da matemática

Hoje um dos grandes desafios encontrados pelos professores em sala de aula, seja qual for a disciplina que ministra, é como motivar o aluno para o estudo. Vivemos na era da informática, com uma escola que ainda não está, e que ainda tem deficiência tanto na parte estrutural como na parte de recursos tecnológicos. Então como vencer esta disputa desleal e fazer com que os alunos sintam prazer ao estudar, principalmente matemática que é uma disciplina tão temida?

Uma das maneiras encontradas para tentar reverter este cenário é por meio da utilização de jogos e do lúdico, que se bem empregados, possuem um alto poder motivacional e interacional. Atrelado a isso, uma mudança quanto ao ensino. De nada adiantará a utilização de novos recursos, se for mantido o ensino tradicional. Como bem coloca Lara (2003):

A Matemática só perderá sua áurea de disciplina bicho-papão quando “nós educadores/as, centrarmos todos os nossos esforços para que ensinar Matemática seja: desenvolver o raciocínio lógico e não apenas a cópia ou repetição exaustiva de exercícios-padrão; estimular o pensamento independente e não apenas a capacidade mnemônica; desenvolver a criatividade e não apenas transmitir conhecimentos prontos e acabados; desenvolver a capacidade de manejar situações reais e resolver diferentes tipos de problemas e não continuar naquela “mesmice” que vivemos quando éramos alunos/as. (p. 18-19)

Por meio dos jogos tais mudanças no ensino podem ocorrer e várias habilidades podem ser desenvolvidas com os alunos de uma maneira prazerosa e espontânea, entre elas: o raciocínio reflexivo, que leva o indivíduo a pensar estrategicamente (tomada de decisão), o raciocínio lógico relacionado a resolução de problemas, desenvolvimento da criatividade e da interação social entre os pares e com o professor, superação de conflitos, além de desenvolver habilidades fundamentais necessárias a formação de competências básicas, como a leitora, escritora e a matemática lógico-dedutiva.

Com os jogos sendo utilizados antes, durante ou após a aprendizagem de um novo conteúdo ou mesmo como verificação da aprendizagem, há a formação de situações e ambientes desafiadores capazes de despertar no aluno a motivação necessária para a aprendizagem, que antes com o ensino tradicional não ocorria, pois não havia a motivação inicial.

Sobre os jogos didáticos Flemming e Collaço de Mello (2003) ressaltam a importância desse recurso em sala de aula, destacando seu potencial como atividade dinâmica, menos traumática e mais interessante.

Para Piaget (1998) a atividade lúdica é o berço obrigatório das atividades intelectuais da criança sendo por isso, indispensável à prática educativa. Cabe nesse sentido aos professores um conhecimento maior da utilização dos jogos e seu emprego no planejamento e desenvolvimento dos conteúdos.

Hoje vários são os tipos de jogos matemáticos, entre eles os de tabuleiro, construção, treinamento, perguntas e respostas etc. Cada um possui habilidades e objetivos pré-estabelecidos a serem desenvolvidos. Por exemplo, os de tabuleiro exigem pensamento estratégico e tomada de decisão. É o professor dentro da atividade a ser realizada com os seus alunos que analisará qual é o melhor jogo a ser utilizado. Mesmo porque, de acordo com Vygotsky, os jogos utilizados devem estar de acordo com a zona de desenvolvimento proximal da criança, pois o ato de jogar atua nesta área. Só assim serão criadas condições para que determinados conhecimentos sejam consolidados. E isso, exige planejamento e estabelecimento de objetivos. Desta maneira, o jogo como ferramenta de ensino, não perderá seu objetivo inicial que é o de motivador da aprendizagem.

Neste contexto, pretende-se estabelecer para este trabalho uma metodologia de ensino-aprendizagem da matemática com base no uso dos jogos de xadrez e Torre de Hanói, em que este último pode auxiliar na inserção de novos conteúdos ou como verificação da aprendizagem, ou mesmo, simplesmente como um jogo na educação infantil como recreação. Podendo, ser utilizado, assim, com conteúdos mais específicos e com objetivos de alcance de curto prazo. Já o xadrez por apresentar níveis de complexidade cada vez maiores, dependo da maturidade dos envolvidos em uma partida, tende a desenvolver habilidades e conteúdos não tão específicos, mas não menos importante, dentro do processo de ensino-aprendizagem. Por isso, no desenvolvimento deste trabalho o xadrez entra como ferramenta disposta a oferecer metas de médio e longo prazo de alcance, sem, contudo, deixarem de ser verificáveis.

3.2 A TORRE DE HANÓI - O JOGO

Entre os vários jogos matemáticos existentes, destacamos a Torre de Hanói, também conhecida como: Torre do Bramanismo ou Quebra-cabeças do fim do mundo, criado pelo matemático francês François Édouard Lucas (1842 – 1891). Ele teve inspiração em uma lenda para construir o jogo, que possui esse nome inspirado

na Torre símbolo da cidade de Hanói, no Vietnã. A Torre de Hanói é um jogo de estratégia contribuindo, portanto, entre outras coisas para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo do seu jogador e na tomada de decisão.

Conta-se a lenda que, quando o Universo foi criado, um grupo de monges, em um mosteiro secreto, recebeu um conjunto de 64 discos de ouro perfurados no centro e empilhados em ordem decrescente de tamanho: o maior embaixo e o menor no topo da pilha. Para auxiliar na movimentação dos discos, receberam dois outros pinos. (2007, apud Sampaio).

A movimentação obedecia às seguintes regras: a) movimenta-se apenas um disco de cada vez, sempre retirando o que está no topo da pilha; b) um disco jamais pode ficar sobre um outro disco menor que ele. O trabalho dos monges consistia em transportar a pilha de discos para outro pino, num menor número de movimentos. Conta-se que, quando os monges terminassem o transporte dos discos, seria o fim do Universo. Isso porque seria necessário um número muito grande de movimentos, cerca de: 18.446.744.073.709.551.615. Seria isso possível?

O jogo é constituído de discos de diferentes tamanhos e cores, e uma base com três hastes ou simplesmente o desenho de três pontos sobre uma folha ou cartolina. A Torre de Hanói pode ser trabalhada inicialmente com três discos, aumentando gradativamente este número para quatro, cinco etc. Aumentando o número de discos aumenta-se também o nível de dificuldade, chegando posteriormente em generalizações para qualquer jogada, a partir das regularidades observadas.

O jogo pode ser utilizado desde a educação infantil até o ensino superior. De acordo com Machado (1995), a Torre de Hanói é um jogo muito simples que envolve desafios com um grau crescente de dificuldade, que podem ser explorados até mesmo com o auxílio de computadores.



Figura 1: Torre de Hanói

Fonte: Rufino, Elzimar de O. 2011

3.2.1 Encaminhamentos Metodológicos

Sabe-se da importância dos jogos tanto como ferramenta quanto metodologia de ensino. Mas o jogo por si só, não alcança todos os objetivos de uma aprendizagem efetiva. É necessário a intervenção do professor para transformar uma brincadeira em uma atividade investigativa, com objetivos disciplinares bem definidos. Porém, os encaminhamentos tomados não devem permitir que este jogo perca o seu poder motivador para o aluno.

A Torre de Hanói como já dito anteriormente pode ser trabalhada em diferentes níveis. Para a educação infantil o jogo pode ser utilizado de maneira a estimular a coordenação motora e o raciocínio matemático das crianças, a busca pela solução de maneira livre, identificação de cores e de formas e noção de ordem crescente e decrescente.

Vale ressaltar que na educação infantil todos os jogos devem ser utilizados com objetivos claros a serem alcançados, porém sem necessariamente carregar um conteúdo disciplinar específico. A primeira partida pode ser jogada como recreação mesmo, ou seja, de maneira livre, com as crianças manipulando as peças como quiserem. A partir da segunda, o professor já deve dar os encaminhamentos necessários para que os objetivos sejam alcançados nas próximas partidas.

A Torre de Hanói para as séries iniciais do ensino fundamental pode ser utilizada para aprimorar os objetivos do jogo destacados para a educação infantil.

Para o ensino fundamental II: 6º, 7º, 8º e 9º anos, a Torre de Hanói pode ser utilizada de diversas maneiras e com diversos conteúdos. Para iniciar um conteúdo novo, como por exemplo, sequências, como verificação da aprendizagem do conteúdo de potência e variáveis, estímulo para o desenvolvimento do pensamento estratégico e lógico-dedutivo e na contagem do número mínimo de movimentos necessários no transporte dos discos, através da expressão matemática: $2^n - 1$, onde n corresponde ao número de discos.

O jogo pode ser utilizado também no ensino médio, durante o desenvolvimento dos conteúdos de progressão geométrica e funções exponenciais, por exemplo, ou o contrário, no decorrer do jogo, construindo juntamente com os alunos tais conteúdos/conceitos.

Já no ensino superior, o jogo pode ser utilizado para se chegar ao Princípio da Indução Finita para se validar determinadas generalizações.

Como mostrado, o jogo Torre de Hanói pode ser utilizado com diversos conteúdos e diferentes séries. Sempre tendo o professor como orientador e mediador de cada etapa, seja quando houver construção de conceitos ou mesmo na verificação da aprendizagem. Por isso, a utilização de jogos em sala de aula exige planejamento anterior, desde os materiais que serão utilizados, divisão da sala em grupos até o número de aulas a ser utilizado na atividade. O planejamento deve funcionar para o professor como um facilitador de sua prática docente, assim como coloca Santos (2010)

De acordo com Hampton, (apud Luck 1991) planejamento é um processo que se inicia com a fixação de objetivos e define as estratégias, as políticas e os planos detalhados para os atingir. Sem planejamento a aula pode não atingir seus objetivos iniciais ou se enveredar por caminhos que levem a questionamentos não desejados para a aula no momento.

Sendo assim, por serem várias as atividades a serem realizadas/planejadas com a Torre de Hanói, apenas duas serão descritas de uma maneira mais aprofundada, de modo a exemplificar a inserção de jogos dentro de um conteúdo específico. Pois, embora muitos professores saibam da importância deste recurso, muitos relutam ainda para utilizarem em suas aulas, por não saberem ao certo quando, como e em que momento utilizar.

A primeira atividade descrita trata da Torre de Hanói sendo utilizada para iniciar o conteúdo de variáveis em turmas de 7º ano do ensino fundamental e a segunda trata do jogo sendo utilizado para iniciar o conteúdo de progressão geométrica (PG) para turmas de 1º ano do ensino médio.

3.2.2 A Torre de Hanói e as variáveis

Alguns professores colocam como sendo um dos empecilhos para a utilização de jogos a questão do material (o jogo em sim). Mas a Torre de Hanói pode ser construída pelos próprios alunos, com materiais simples que a própria escola pode fornecer. Como sugestão, a torre pode ser feita com uma base de isopor de 40 centímetros de comprimento por 15 centímetros de largura. A

espessura do isopor pode ser de 5 centímetros aproximadamente. As hastes podem ser lápis ou mesmo varetas. Os discos podem ser feitos de material tipo E.V.A.; podem ser construídos aproximadamente 8 discos.

A atividade pode ser iniciada com uma aula para a confecção dos jogos pelos próprios alunos. O professor pode separar a sala em grupos de 3 alunos e cada grupo confecciona seu próprio jogo. Os alunos então trabalharão para isso com instrumentos como: régua, tesoura e compasso. As medidas do isopor e dos discos devem ser passadas para os alunos pelo professor. É interessante que os alunos construam os jogos porque muitos ainda têm dificuldade com o manuseio e utilização desses materiais.

Na segunda aula, o professor pode falar um pouco sobre o jogo. Contar a lenda que o envolve e explicar as suas regras. Com as explicações do professor, os alunos devem jogá-lo anotando os resultados numa tabela. Abaixo temos um exemplo de tabela que inicialmente deverá ser preenchida apenas as duas primeiras colunas pelos alunos.

Tabela 1: Exemplo de tabela para organização dos dados para a generalização

Número de discos	Número de movimentos realizados	Generalização Matemática

Os alunos podem iniciar o jogo com apenas um disco e terminarem com um número máximo que conseguirem. Terminado o jogo, o professor deve questionar os alunos quanto:

- O que vocês notaram quanto ao número de discos e de movimentos realizados?

- Há algum padrão a ser observado?

- Há um número mínimo de movimentos?

- De acordo com a lenda que envolve o jogo, os monges receberam 64 discos de ouro, que deveriam ser transportados para outro pino no menor número de movimentos. Quantos movimentos seriam necessários? Em quanto tempo o mundo chegaria a seu fim?

- Para responder a esta pergunta, será que teríamos que montar a tabela para 64 discos?

É necessário que o professor dê um tempo para que os alunos possam refletir sobre os questionamentos nos grupos. Mais de uma aula pode ser necessária para esta etapa da atividade.

Terminado o tempo, o professor questiona cada grupo e coloca suas respostas na lousa. Com base nas respostas fornecidas, o professor encaminhará as discussões até os alunos chegarem nas respostas corretas e na expressão que generalize para qualquer número de discos, no caso: $2^n - 1$, sendo n o número de discos. Provavelmente isso não ocorrerá de forma imediata, então o professor deve escrever na lousa a tabela, de modo a facilitar a visualização dos dados obtidos e a identificação do padrão de formação das sequências numéricas.

Tabela 2: Tabela com possíveis resultados

Número de discos	Número de movimentos realizados
1	1
2	3
3	7
4	15

Com a tabela, o professor poderá encaminhar a discussão para o padrão formado para o número de movimentos realizados de acordo com o número de discos, chegando a conclusão de que: o número somado a quantidade de movimentos para a formação da sequência, a partir de um disco, é sempre o dobro do anterior, já somado. O professor juntamente com os alunos escreve os resultados na forma de potência de base 2, chegando a generalização 2^n .

A terceira coluna da tabela poderá ser preenchida pelos grupos após as discussões acima serem feitas. Os alunos deverão chegar a expressão $2^n - 1$.

Tabela 3: Construindo a generalização matemática

Número de discos	Número de movimentos realizados	Generalização Matemática
1	1	$2^1 - 1 = 1$
2	$2 + 1 = 3$	$2^2 - 1 = 3$
3	$4 + 3 = 7$	$2^3 - 1 = 7$

4	$8 + 7 = 15$	$2^4 - 1 = 15$
5	$16 + 15 = 31$	$2^5 - 1 = 31$
n		$2^n - 1$

A expressão $2^n - 1$ deverá ser a ponte para dar início ao conteúdo de expressões envolvendo variáveis.

O professor ao final da atividade pode solicitar aos grupos que calculem quantos movimentos seriam necessários para transportar 64 discos, conforme conta a lenda sobre o jogo. Esta atividade pode servir como uma avaliação da aprendizagem. Para facilitar o cálculo, uma calculadora pode ser entregue aos grupos.

Foi apresentada uma sugestão da utilização da Torre de Hanói. Mais ou menos aulas seriam necessárias dependendo do andamento da atividade. Da maneira como foi descrita, de 3 a 4 aulas de 50 minutos seriam necessárias.

Esta mesma atividade também pode ser utilizada como verificação da aprendizagem pelos alunos ou enfocando a atividade nas potências de base 2 para turmas de 6º ano ou como retomada de conteúdo no 8º ano do ensino fundamental. Cabe ao professor analisar o que seria melhor para a sua turma.

3.2.3 A Torre de Hanói e as progressões geométricas

A atividade pode ser iniciada com uma explanação do professor sobre a história das progressões. É importante mostrar aos alunos quão antigo é a sua utilização, datando cerca de 5000 anos atrás com os babilônios tentando chegar a um padrão dos períodos de enchentes que ocorriam no rio Nilo, de maneira a garantir a plantação de seus alimentos. Caso o professor não queira realizar uma explanação, ele pode solicitar aos alunos que realizem uma pesquisa sobre a história das progressões e entreguem como um trabalho que constará como uma das avaliações ao final do desenvolvimento da atividade.

É interessante sempre que possível, utilizar também nas aulas a história da matemática, de modo que o aluno veja a utilização de determinados conteúdos e sua importância ao longo do desenvolvimento das civilizações.

Após a explanação da história das progressões, da mesma maneira que a atividade do ensino fundamental, a turma dividida em grupos de, aproximadamente, três alunos devem construir os jogos com materiais fornecidos pela própria escola, conhecer a lenda que o envolve, bem como suas regras.

O professor deve então permitir aos alunos que iniciem o jogo, mas pensando na seguinte questão: “Será que há alguma estratégia na movimentação dos discos para obter uma quantia mínima de movimentos? O que devo fazer para saber a quantidade mínima de movimentos para, por exemplo, 64 discos como na lenda?”

Enquanto os alunos jogam, os resultados devem ser anotados na tabela abaixo.

Tabela 4: Exemplo de tabela para organização dos dados

Número de discos	Número de movimentos realizados

De posse dos resultados, o professor deve questionar os alunos se eles chegaram a algum padrão observado ao longo das jogadas. Todas as respostas dos grupos devem ser anotadas na lousa e a partir das respostas dadas, os encaminhamentos necessários devem ser realizados, de modo a se chegar num padrão para a quantidade mínima de movimentos.

É importante o professor escrever na lousa a tabela ou as sequências numéricas para que os alunos percebam os padrões formados.

As sequências numéricas devem estar assim organizadas para o número de discos e de movimentos realizados:

1	→	1	
2	→	3	+ 2
3	→	7	+ 4
4	→	15	+ 8
5	→	31	+ 16
6	→	63	+ 32

Nota-se a formação de um padrão. O número somado a quantidade de movimentos para a formação da sequência, a partir de um disco, é sempre o dobro do anterior, já somado. Generalizando então para 2^n , o que nos leva a uma sequência numérica.

Assim sendo, temos a formação da seguinte progressão geométrica de razão $q = 2$, para os números somados - PG: (2,4,8,16,32 ...). Mas e o padrão para o número de movimentos mínimos dos discos?

Analisemos novamente as sequências:

1	→	1		
2	→	3	↻	+ 2
3	→	7	↻	+ 4
4	→	15	↻	+ 8
5	→	31	↻	+ 16
6	→	63	↻	+ 32

Observe que o número de movimentos mínimos corresponde ao número somado na sequência, porém subtraído de uma unidade.

Veja:

$$2^1 - 1 = 1 \longrightarrow 2 - 1 = 1$$

$$2^2 - 1 = 3 \longrightarrow 4 - 1 = 3$$

$$2^3 - 1 = 7 \longrightarrow 8 - 1 = 7$$

$$2^4 - 1 = 15 \longrightarrow 16 - 1 = 15 \dots$$

Generalizando temos: $2^n - 1$, sendo n o número de discos.

Feita a análise da tabela, o professor deve solicitar aos alunos que no caderno formalizem então a estratégia observada. E como avaliação da aprendizagem façam o cálculo para 64 discos, de acordo com a lenda que envolve o jogo. Uma calculadora pode ser entregue aos alunos para facilitar os cálculos.

Modificações podem ser realizadas de acordo com a turma. Aproximadamente 4 aulas de 50 minutos serão utilizadas para a atividade.

3.3 O JOGO DE XADREZ E A MATEMÁTICA

O xadrez é um jogo de tabuleiro como qualquer outro jogo do gênero, porém, nossa sociedade o coloca como esporte, basta ver a quantidade de torneios e de jogadores inscritos nas federações e confederações em todos os países do mundo. No Brasil, a Confederação Brasileira de Xadrez (CBX) é a responsável por organizar competições oficiais, como os Abertos do Brasil, a Final e Semifinal do Campeonato Absoluto de Xadrez etc. e por controlar o ranking de jogadores no país. Internacionalmente, existe a FIDE (Fédération Internationale des Échecs) responsável por organizar a Copa do Mundo de Xadrez e as Olimpíadas do jogo. A

FIDE é, também, a terceira maior organização esportiva do mundo, ficando atrás apenas da FIFA e do COI (Comité Olímpico Internacional), sendo responsável pelo Mundial de Xadrez Escolar, assim como a CBX, responsável pelo Brasileiro Escolar. Apenas este conhecimento bastaria para motivar alunos e alunas a aprenderem o esporte. Contudo, o xadrez é considerado esporte pedagógico por abarcar mais duas facetas da humanidade: a Arte e a Ciência. De modo que há gosto estético atribuído ao jogo e, àqueles – que querem se aprofundar e atingir altos postos nos rankings nacionais e internacionais – devem desenvolver habilidades de análise, pesquisa e estudo sobre o jogo utilizando-se de métodos científicos.

Assim como a matemática é considerada uma disciplina difícil, o xadrez é também considerado um esporte extremamente difícil, elitista e intelectualizado, o que faz com que as pessoas percam o interesse por este jogo, bem como o que acontece com a matemática na escola, e fora dela, pois quantas pessoas se “distraem” como o estudo científico da matemática em seu dia a dia?

Todavia, diante desta imagem construída pela sociedade ao longo dos séculos existe a possibilidade de desenvolver a motivação dos alunos para aprenderem o jogo, a buscarem o crescimento nas escalas nacionais e internacionais (há incentivo para isso por parte dos governos estaduais e federal) e, durante este processo, o professor pode desenvolver encaminhamentos para que os alunos na aquisição dos conteúdos do xadrez assimilem as habilidades para aprendê-lo e os transformem em conteúdos de aprendizagem tanto para o esporte quanto à lógica, e assim, potencializem a interligação entre as habilidades de resolver problemas nos jogos com aquelas necessárias para resolver problemas matemáticos. Como se pode constatar, a fundação deste trabalho, em sala de aula, é desenvolver habilidades para aprender a aprender.

De acordo com as pesquisas já citadas neste trabalho, os benefícios de se utilizar o lúdico na escola são de grande valia para os alunos, já que além da emoção e diversão – os jogos podem constituir práticas sociais ao longo da história de vida de cada cidadão – ajuda a desenvolver as disciplinas escolares. Nesse sentido, o xadrez tem um caráter lúdico e pedagógico que possibilita ao estudante desenvolver o raciocínio, as estratégias para solucionar problemas, compreender as técnicas do jogo, aprender noções de cálculos e geometria. Somado a isso, o jogo de xadrez possibilita um trabalho interdisciplinar; mas que, por conta dos objetivos deste trabalho, não nos cabe descrever aqui. Assim, aplicaremos nossos esforços

para demonstrar e sua importância ao aprendizado da matemática e um, possível, encaminhamento metodológico em sala de aula.

O professor tendo em mente que o xadrez não é apenas um jogo comum, mas um esporte pedagógico por ser de ordem intelectual, com potencial a ser um método alternativo para o desenvolvimento humano e para fundação intelectual e social, contribui no aprendizado na escola e após a formação acadêmica, já que os PCNs primam pelo aprender a aprender, e a própria sociedade valoriza aquele que continua aprendendo, poderá desenvolver um programa em que inclua o xadrez em, pelo menos, uma aula por semana. Além disso, é preciso ter consciência de que os objetivos serão atingidos a médio e longo prazo.

3.3.1 Encaminhamento Metodológico

Tendo sido aprovado o projeto de ensino da matemática, por meio dos jogos, pela comunidade escolar – gestores, professores, alunos, pais e responsáveis – o professor de matemática estabelece uma aula semanal de seu programa às atividades do projeto. Desse modo, deve seguir um roteiro de atividades, o qual é apresentado logo a seguir, neste momento, trabalhamos com um semestre:

Tabela 5: Programação de ensino de xadrez nas aulas de matemática

Programa de Estudos de Xadrez na Matemática		
Semanas	Matéria	Observação
Semana 1	O tabuleiro e as peças; movimentos e capturas	Pesquisa sobre os nomes das peças e origens.
Semana 2	Xeque e xeque-mate; movimentos especiais	
Semana 3	Tipos de empates; partidas para treinar	
Semana 4	Revisão	
Semana 5	Notação Algébrica; torneios; sistemas de ratings	Pesquisa sobre os últimos campeões mundiais.
Semana 6	Estratégia básica; valores das peças	
Semana 7	Táticas e Posições básicas	
Semana 8	As fases de uma partida	
Semana 9	Aberturas Básicas e Estudo de Finais	
Semana 10	Partidas para treinar	
Semana 11	Análise em grupo de uma das partidas jogadas	Pesquisa sobre os

Semana 12	Princípios Básicos da abertura	Títulos atribuídos pela CBX e FIDE.
Semana 13	Noções de cálculo no meio-jogo	
Semana 14	Resolução tática e combinações	
Semana 15	Revisão de preenchimento de súmula de jogo	
Semana 16	Partidas para treinar	
Semana 17	Análise em grupo de uma das partidas jogadas	Tarefas p/casa
Semana 18	Organização de Torneios	
Semana 19	Partidas para treinar	Tarefas p/casa
Semana 20	Análise em duplas das partidas jogadas	
Semana 21	Revisão	Parabenizar os alunos quanto a seus esforços e progressos.
Semana 22 e 23	Torneio Organizado pelos alunos	
	Confraternização após os jogos	

Durante o programa acima, o professor irá interligar os conteúdos desenvolvidos nas aulas de matemática com as experiências, análises, pesquisa, troca de ideias e descobertas dos alunos nas aulas de xadrez. De modo que, estes possam assimilar os conteúdos de matemática com as mesmas habilidades desenvolvidas para aprender a jogar xadrez. Quando os alunos compreendem que existe um método para aprender e descobrem que o mesmo pode ser adaptado ao seu próprio modo de pensar, de compreender e de se desenvolver, tanto intelectual, cultural quanto socialmente, ganham autonomia para continuar aprendendo e se aventurando em assuntos mais complexos, de acordo com seus interesses e necessidades. É nesse momento que a escola passa a cumprir seu papel na sociedade moderna.

Para isso, cabe ao professor interligar a relação sócio-attitudinal do aluno com as tomadas de decisão que devem realizar ao mover as peças no tabuleiro. Essas decisões devem ser pesadas e analisadas de acordo com os valores das peças e com as posições/situações que ocorrem no tabuleiro. A intenção é fazer com que as crianças percebam que, fora do jogo, cada decisão deve também ser medida tendo como base os dados de referência para uma dada situação escolar ou do cotidiano. Durante a análise, das partidas, realizada em grupo os alunos têm a oportunidade de verificar suas tomadas de decisão dependendo do resultado alcançado; ainda, pode externar o que estavam pensando e o que pretendiam com cada lance. O mesmo deve ocorrer nas situações-problema que o professor

apresenta em sala de aula, ou seja, o procedimento deve ser o mesmo: os alunos realizam a tarefa em grupo e discutem os resultados, e o mais importante discorrem sobre: o que os levou a assumir aquele caminho? – qual linha de raciocínio foi utilizada? – foram consideradas todas as variáveis e dados apresentados na situação? – Existe algo particular e de minha preferência ou acomodação que me leva a tomar este tipo de decisão? Etc.

Com esta metodologia posta em prática e retomada em períodos determinados potencializa-se a autonomia e a aprendizagem, já que esta ocorre quando há interação e troca de idéias a respeito do material/conteúdo em desenvolvimento.

Ao tratar das táticas e combinações no jogo, pode-se relacionar determinados momentos com a geometria espacial, ao relacionar métodos de organização de pensamento para resolver um problema tático com triângulos, retângulos e quadrados, como por exemplo, o “quadrado mágico” em que se estabelece a oposição entre os Reis, mesmo estando estes distantes um do outro, ou o método dos triângulos para dar mate utilizando-se do Bispo, do Cavalo e do Rei contra o Rei solitário etc. Além disso, ao jogar o aluno passa a organizar mentalmente controle motor em relação aos objetos distribuídos espacialmente em seu dia a dia, o que lhe confere domínio de coordenação motora e melhor compreensão geométrica.

Outro assunto com maior grau de dificuldade envolve o cálculo mental, no qual o aluno deverá diante de dados presenciais (visíveis) chegar a dados e situações futuras em que o concreto deixa de existir e a concentração e memória são colocadas em prática de acordo com o grau de abstração do indivíduo e do problema em questão. Essa talvez seja a grande dificuldade dos alunos e dos indivíduos em geral ao praticar o xadrez ou resolver problemas de matemática, isto é, lidar com dados “invisíveis” no momento presente. Somado a isso, há também a necessidade de se escolher um caminho para resolver. Contudo, isto se resolve com exposição, suficiente, a determinados tipos de situação-problema na matemática e posições e resoluções no tabuleiro.

Como vimos, o que é importante é que o aluno perceba que para aprender ele deve tentar e que, amiúde, o erro irá ocorrer, porém, tendo desenvolvido o método de análise de resultados e reconhecendo que o erro é uma manifestação comum no estudo científico, e necessário para o estabelecimento de novos

caminhos, a criança obtém confiança e autonomia, tendo com isso, condições de encontrar e realizar seus objetivos de acordo com a realidade que lhe é apresentada.

3.3.2 Investigação e análise

Uma avaliação diagnóstica geral pode ser realizada a partir dos dados obtidos da Avaliação da Aprendizagem em Processo – exame elaborado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e já amplamente utilizado nas escolas da rede pública estadual – uma vez que ela ocorre em duas edições¹, no início de cada semestre do ano letivo, ou seja, em meados de fevereiro e agosto, respectivamente. O que possibilita, para fins de análise comparativa, a apreciação dos resultados alcançados pelas turmas que participaram do projeto.

Pretende-se que haja crescimento de 2% a 5% das médias de acertos nos testes objetivos e de 5% a 10% em testes dissertativos, estes valores se devem aos tipos de exercícios que costumam aparecer nestes exames, de maneira que, com a exposição durante o projeto à organização e estrutura de raciocínio para tomada de decisão em situações-problema, espera-se que o aluno diversifique suas maneiras para solucionar os problemas proporcionando aumento nos acertos em questões dissertativas.

Já para a avaliação específica, um exame diagnóstico pode ser feito de modo a apontar o grau de desenvolvimento de análise por meio do raciocínio lógico ao resolver uma situação problema, bem como, conteúdos de ordem da geometria plana, cálculo mental e capacidade de visualização e memorização de posições/situações presentes e abstratas. Dessa maneira, tem-se maior controle dos dados específicos o que possibilita intervenção e aplicação do exame em períodos menores do que um semestre.

Aqui, espera-se que o aluno utilize-se de seu novo aparato metodológico para resolver problemas de matemática partindo de exercícios mais básicos e com

¹ Há interesse por parte da SEE-SP de realizar este teste bimestralmente, a fim de auxiliar as escolas com diagnósticos e análise de dados, assim como, de encaminhamentos mais frequentes ao longo do ano letivo.

aumento do nível de dificuldade gradualmente, o que deverá ser estabelecido pelo o professor com relação às respostas dadas pelos estudantes.

Estes testes devem apresentar em sua essência conteúdos que envolvam as matérias desenvolvidas junto ao projeto de ensino do xadrez. Contudo, é fundamental que haja relação com os conteúdos específicos do ano/série em que se encontram os estudantes, já que assim, a autonomia latente seja assimilada também com relação ao não-específico, o que garante, ou ao menos possibilite, a conquista da autonomia aparente nos estudos na escola e ao longo da vida do cidadão.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho vem demonstrar a importância dos jogos como instrumento de ensino de alto poder motivacional e como instrumento de mudança de um ensino tradicional para um ensino motivador e desafiador.

A inserção de jogos no ensino de matemática, representados aqui pelo Jogo de Xadrez e Torre de Hanói, vem comprovar que os jogos podem e devem ser utilizados em sala, por promoverem o desenvolvimento de várias habilidades, além de uma mudança de postura tanto do professor quanto do aluno no processo de ensino-aprendizagem.

Todavia, há ainda muitas situações a serem resolvidas quanto a utilização de jogos. Por exemplo, o recurso para aquisição dos jogos em quantidade suficiente a atender turmas com mais de trinta alunos; tal recurso depende muitas vezes de projetos, os quais, às vezes, não condizem com a realidade da escola, o que demanda esforços em áreas de ordem mais administrativa e menos pedagógica; falta de compreensão ou interesse por parte do corpo docente, discente, pais e comunidade, uma vez que um trabalho metodológico como o qual foi apresentado requer uma profunda transformação cultural no ambiente escolar. Uma transformação de dentro da escola para fora de seus muros, e não o contrário, o que muitas vezes ocorre na profissão docente. Ao depararmos com atenção nas características metodológicas veremos que este recurso engloba a transformação tanto do professor quanto do aluno, envolvendo o ensino-aprendizagem em uma escola que aprende. No nosso caso, em uma turma de matemática, com seu professor especialista, que aprende.

Nessa proposta metodológica, o professor toma um posicionamento diferente do que os alunos estão acostumados. Passa a questionar ao invés de dar respostas prontas, faz com que o aluno pense, reflita sobre o que está fazendo. Com isso, as atividades passam a ter sentido para o aluno. Como consequência, sua postura também tende a se modificar, deixando de ser passiva para um ser ativo, pensante e crítico.

Neste novo cenário, temos a formação de uma aula com caráter colaborativo (professor-aluno-aluno-professor), tão fundamental para a execução e aplicação das etapas descritas, por exemplo, para o jogo de xadrez, que mais fizeram falta por

parte da comunidade escolar para manutenção das etapas explicitadas anteriormente e posteriormente à avaliação diagnóstica. Isto é, o ponto de partida para aplicação da prova e o que fazer diante dos dados colhidos. Esta dinâmica tão cara à transformação requer maturidade para o fazer juntos, ou seja, colaborativamente.

As propostas apresentadas para a utilização da Torre de Hanói são apenas sugestões de atividades, mas que demonstram como os jogos podem ser inseridos dentro de conteúdos como potência, variáveis, progressões geométricas etc. Mas inseridos dentro de uma proposta baseada num planejamento prévio, com objetivos bem definidos e de maneira a promover a participação dos alunos na construção do conhecimento.

É claro que tais transformações não ocorrerão na primeira atividade. As mudanças de posicionamento do professor e do aluno compõem um processo longo, pois se trata da mudança do ensino tradicional tão enraizado em nossa sociedade. Por isso, é essencial que principalmente os professores se empenhem nessa jornada, mesmo sabendo que para os alunos essa mudança será mais difícil ainda, pois terão que aprender a aprender.

A utilização de jogos nas aulas de matemática promove a revisão de outros conteúdos já desenvolvidos. Por exemplo, num jogo de tabuleiro que pode ser construído pelos alunos, conceitos de área e perímetro podem ser lembrados. Além disso, o manuseio de instrumentos como régua, compasso, esquadro etc, podem também ser retomados.

Dessa maneira, a utilização dos jogos em sala de aula, quando estes fazem parte do programa escolar e do planejamento do professor àquela disciplina é importantíssimo. Além disso, sabemos que é preciso aprofundamento no estudo a fim de se obter resultados que apontem dados mais específicos e precisos a respeito do que se deve retomar ou em que área se deve alterar o percurso.

Pode-se concluir que a implementação de jogos nas aulas de matemática, acompanhada de um adequado planejamento com metas e objetivos específicos podem colaborar significativamente para uma aprendizagem transformadora, dentro de um ambiente colaborativo e, culminar com uma educação autônoma.

REFERÊNCIAS

- ARIÈS, P. **História social da criança e da família**. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.
- CASTRO, Eliziane. **Considerações históricas dos jogos no âmbito educacional**. Disponível em: <<http://meuartigo.brasilecola.com/educacao/consideracoes-historicas-dos-jogos-no-ambito-educacional.htm>>
- FLEMMING, Diva Marília; COLLAÇO DE MELLO, Ana Cláudia. **Criatividade Jogos Didáticos**. São José: Saint-Germain, 2003.
- GIL, A.C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 1999
- HUIZINGA, Johan. **Homo ludens: o jogo como elemento de cultura**. São Paulo: EDUSP, 1971.
- KISHIMOTO, Tizuko Morchida (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 3ª edição, SP: Cortez, 1999.
- LARA, Isabel Cristina Machado. **Jogando com a Matemática na Educação Infantil e Séries Iniciais**. São Paulo: Rêspel, 2003.
- LÜCK, Heloisa. **Planejamento em orientação educacional**. Petrópolis. Vozes, 1991
- MACHADO, N.J. **Matemática e educação: alegorias, tecnologias e temas afins**. São Paulo: Cortez, 1995.
- MURCIA, Juan Antonio Moreno (org.). **Aprendizagem Através do Jogo**. Trad. Valério Campos. Porto Alegre: Artmed, 2005.
- PIAGET, Jean. **A psicologia da criança**. Ed Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1998.
- PILETTI, Nelson. **Psicologia educacional** 17ª ed. São Paulo: Ática, 2004.
- RUFINO, Elzimar de O. **Torre de Hanói: jogando com a Matemática**. Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/eellzziimmaarr/torre-de-hanoi-jogando-com-a-matematica>>, 2001.
- SAMPAIO, F. A. **Matemática: História, Aplicações e Jogos Matemáticos**. 3ª edição Campinas, SP: Papyrus, 2005.
- SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, P. B. **Metodología de la investigación**. México: McGraw-Hill, 1991.
- SANTOS, Gilvanda do Nascimento. **Planejamento Escolar: um instrumento facilitador da prática docente**. Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/BPJCA/planejamento-escolar-um-instrumento-facilitador-do-trabalho-docente>>, 2010.

TOLEDO, James Mann; KAMADA, Kyoko Juliana. Xadrez para todos – **Aprendendo a jogar xadrez passo a passo**. 1ª edição, America – SP: Adonis, 2013.

WAJSKOP, Gisela. **O brincar na educação infantil**. Caderno de Pesquisa, São Paulo, n.92, 1995.