UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA - DAMAT
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM MATEMÁTICA E CIÊNCIAS

DARIELLA PAULA BASSO DA SILVA

ANÁLISE DE PROVAS ESCRITAS RESOLVIDAS POR ESTUDANTES QUE CURSAM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL 1: QUE CONHECIMENTOS SÃO REVELADOS?

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

LONDRINA
2017

DARIELLA PAULA BASSO DA SILVA

ANÁLISE DE PROVAS ESCRITAS RESOLVIDAS POR ESTUDANTES QUE CURSAM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL 1: QUE CONHECIMENTOS SÃO REVELADOS?

Monografia de Conclusão de Curso apresentado, como requisito para a obtenção do título de Especialista em Educação Matemática e Ciências. Área de Concentração: Matemática.

Orientador: Prof. Dr. André Luis Trevisan.

LONDRINA
2017

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Departamento Acadêmico de Matemática – DAMAT
Curso de Especialização em Educação Matemática e Ciências

TERMO DE APROVAÇÃO

ANÁLISE DE PROVAS ESCRITAS RESOLVIDAS POR ESTUDANTES QUE CURSAM CÁLCULO DO DIFERENCIAL E INTEGRAL 1: QUE CONHECIMENTOS SÃO REVELADOS?

por

DARIELLA PAULA BASSO DA SILVA

Este Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização foi apresentado em 30 de junho de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Educação em Matemática e Ciências. O(a) candidato(a) foi arguido(a) pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. André Luis Trevisan
Prof.(a) Orientador(a)

Profa. Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman
Membro titular

Profa. Dra. Marcele Tavares Mendes
Membro titular

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso –

Dedico este trabalho à minha família,
pelos momentos de ausência.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter dado mais esta oportunidade na minha vida.

Ao Professor Doutor André Luis Trevisan, por ter acreditado em minha capacidade para realizar este estudo, contribuindo com paciência e respeito, mesmo em momentos difíceis, para o meu crescimento pessoal e profissional e acima de tudo ter sido um exemplo de professor em minha trajetória acadêmica.

À minha família, pelo apoio, carinho e compreensão.

Aos professores e a toda equipe acadêmica e administrativa do Curso de Especialização em Educação Matemática e Ciências.

Enfim, a todos os que, por algum motivo ou das mais diferentes formas, contribuíram para a realização desta pesquisa.

Eu queria uma escola que cultivasse a curiosidade de aprender que é em vocês natural.

Carlos Drummond de Andrade

RESUMO

BASSO, Dariella. **Análise de provas escritas e resolvidas por estudantes que cursam Cálculo do Diferencial e Integral 1: Que conhecimentos são revelados?** 2017. 40 folhas. Monografia (Especialização em Educação da Matemática e Ciências) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina – 2017.

Este estudo procura evidenciar conhecimentos revelados por estudantes que cursam Cálculo Diferencial e Integral 1 (CDI 1), por meio da análise da produção escrita em questões das provas resolvidas pelos estudantes durante a disciplina. Busca-se aqui categorizar esses conhecimentos a partir dos estratos do conhecimento matemático (numérico, algébrico, funcional). Para tal, foram selecionadas 33 questões que fizeram parte de seis provas aplicadas como avaliação de aprendizagem da disciplina de CDI 1, de 14 alunos do 1º período de um curso de Engenharia, que reprovaram na disciplina, mas haviam realizado pelo menos 3 das 5 provas propostas. Como recorte, são discutidos em detalhes elementos observados a partir da análise de produção escrita de um desses estudantes. Buscou-se, durante a análise, evidenciar aspectos do conhecimento matemático que pertimissem inferir se aquele estudante já “dominava” elementos relacionados a determinados estratos (numérico, algébrico e/ou funcional).

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Avaliação da aprendizagem escolar. Prova escrita.

ABSTRACT

BASSO, Dariella. **Analysis of written and solved tests by students of Differential and Integral Calculus course: What knowledge is revealed?** 2017. 40 pages. Monograph (Specialization in Mathematics and Science Education) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina – 2017.

This study seeks to evidence the knowledge revealed by students who study Differential and Integral Calculus 1 (CDI 1), through the analysis of the written production in questions of the tests solved by the students during the discipline. The aim is to categorize this knowledge from the strata of mathematical knowledge (numerical, algebraic, functional). To that end, 33 questions were selected that were part of six tests applied as apprenticeship evaluation of the CDI 1 discipline, of 14 students from the 1st period of an Engineering course, who failed in the discipline, but had performed at least 3 of the 5 tests Proposals. As a cut, elements observed from the written production analysis of one of these students are discussed in detail. It was sought during the analysis to demonstrate aspects of mathematical knowledge that could be inferred if the student already "dominated" elements related to certain strata (numerical, algebraic and / or functional).

Keywords: Mathematics Education. Teaching Differential and Integral Calculus. Evaluation of school learning. Written test.

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A variedade de interpretações encontradas nas produções escritas dos alunos é de grande riqueza na busca de inferir como se elabora seu conhecimento matemático, e oferece ao professor elementos para o planejamento das atividades didáticas. É desejável que essa análise não se faça na busca do “erro”, mas do conhecimento trazido pelo aluno nas resoluções e nas dificuldades que precisam ser superadas para que ocorra a aprendizagem. Podemos observar a opinião do autor Pinto (2004), que:

> A análise de erros, enquanto meio, possibilita que os erros sejam explorados e compreendidos a partir de suas origens, fornecendo valiosos subsídios para o professor planejar a partir de uma pedagogia diferenciada ações pertinentes à evolução do processo. (PINTO, 2004, p.130).

Podemos encontrar por meio da análise da produção escrita dos alunos, elementos que nos permitem compreender: como esse aluno “pensa”, que conhecimentos possui que dificuldade encontra ao lidar com tarefas matemáticas? Não se trata apenas de lançar um olhar crítico sobre os seus erros ou acertos, mas buscar estratégias que permitam oferecer ao aluno oportunidades para a busca do aprimoramento do conhecimento matemático.

De acordo com a autora Cury (2010), observamos que:

> [...] se entenda como erro, na resolução de uma questão, o que não corresponde à produção esperada de um aluno (ou professor) que já deve ter tido contato com os conteúdos apresentados na referida questão ou com estratégias de resolução de problemas em Matemática. É, portanto, um referencial que toma como suposta verdade o conhecimento institucional, ou seja, o que a instituição “Escola” espera ver apresentado por alunos (ou professores) de um determinado nível de ensino, em suas produções escritas em Matemática. (CURY, 2010, p.2).

Historicamente, constata-se uma grande rejeição à matemática, alicerçada principalmente na dificuldade que a disciplina representa. Particularmente no que se refere ao ensino de Cálculo, Diferencial e Integral - (CDI), essa dificuldade pode ser encontrada na interpretação do conteúdo, ou em dificuldades pré-existentes que inibem o desenvolvimento contínuo de um conteúdo matemático refinado.

Esta pesquisa procura responder à seguinte pergunta: que conhecimento, em termos dos estratos do conhecimento matemático[1], são evidenciados a partir da análise da produção escrita em provas resolvidas por estudantes que reprovaram em um curso de Cálculo Diferencial e Integral 1 (CDI 1)?

Para responder à pergunta proposta neste estudo, foram selecionadas produções escritas de 14 alunos que realizaram no mínimo 3 das 5 provas escritas ofertadas no primeiro período do 2º semestre de 2016 no Curso de Engenharia de Materiais, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) da UTFPR.

Desses 14 alunos, escolhemos um, que chamamos de (A7), e realizamos a análise de sua produção escrita. Propomos realizar um olhar minucioso para a produção escrita desse aluno, visando reconhecer que conhecimentos ele mostra ter enquanto resolvem tarefas que lhes são ofertadas, quais são suas dificuldades nas resoluções e que domínio apresenta (ou não) em termos dos estratos do conhecimento matemático. Como fundamentação teórica, são tecidas considerações gerais sobre avaliação da aprendizagem escolar e análise da produção escrita.

A estrutura do trabalho e sua natureza têm como vertente a análise da produção escrita do aluno, observar seu “erro” e explorá-lo. De acordo com Pinto (2004, p. 130), “não se deve denotar ao “erro” o status de um “vírus que deve ser imediatamente eliminado”. Temos que considerar que todos possuímos limitações e, elas são diferentes”. Utilizar a análise das produções escritas dos alunos como um norte um modelo a ser explorado na avaliação da matemática e sua importante função para a escolher de conteúdos e elementos indicadores de como o aluno é capaz de se desenvolver e pensar perante as diferentes situações de problemas na disciplina de (CDI1), que é disciplina obrigatória nos cursos de engenharia.

[1] Conceito a ser discutido posteriormente neste texto.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Considerações sobre avaliação da aprendizagem escolar

Para Buriasco (1999, p.70),

> Hoje é preciso educar o pensamento e também fornecer regras para a ação. Para isso, as pessoas necessitam de uma matemática que seja o resultado de uma espécie de fusão entre o que usualmente se chama de a matemática pura e a aplicada, a matemática como 'filosofia', digamos assim, e a matemática 'instrumento para calcular'. Nenhum dos dois aspectos pode ser deixado de lado, mesmo porque a vida é pensamento e é ação. Exige pensar, raciocinar para conduzir as aplicações e, exige ação para não se perder em divagações afastadas demais do contexto, da realidade.

O professor de Matemática não pode apenas conhecer o conteúdo que ministra, mas precisa estar constantemente analisando sua prática pedagógica, revendo sua metodologia e buscando meios para garantir que seu aluno aprenda o conteúdo que está sendo ensinado. Maciel e Barbosa (2010, p. 47) caracterizam muito bem este profissional:

> o professor de matemática é considerado um educador intencional, necessitando realizar pesquisa tanto relacionadas ao conteúdo como também em relação às metodologias a serem adotadas para a transmissão de tais conteúdos. Deve ter preocupação em conhecer a realidade de seus alunos, detectando seus interesses, necessidades e expectativas em relação ao ensino, à instituição escolar e à vida.

A avaliação é uma dos meios que pode fornecer indicativos sobre as dificuldades que o aluno se depara com a matemática durante sua vida escolar e, muitas vezes, sua complexidade, em geral não é realizada de forma correta no meio educacional. Conforme citado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p.19),

> A avaliação é parte do processo de ensino e aprendizagem. Ela incide sobre uma grande variedade de aspectos relativos ao desempenho dos alunos, como aquisição de conceitos, domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes. Mas também devem ser avaliados aspectos como seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processa o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação.

De acordo com Luckesi (2011, p.148), "a avaliação da aprendizagem [...] não pode ser praticada isoladamente, sob o risco de perder sua dimensão pedagógica e passar a ser seletiva, à semelhança dos exames".

Sobre a importância em compreender a avaliação, Luckesi, (2011, p.150) destaca que:

> A compreensão do que é o conhecimento, assim como do seu significado em geral e do seu significado como recurso de ação eficiente, contexto em que se insere a compreensão da avaliação da aprendizagem como recurso que da suporte à construção de resultados escolares bem-sucedidos. A avaliação como forma de conhecimento é apresentada, então, como a que subsidia a obtenção de resultados satisfatórios de determinada ação, que aqui, no caso, é a aprendizagem do educando. Subsidia a obtenção dos resultados desejados e definidos, e não de quaisquer resultados que sejam possíveis. Importa manter presente a noção de que a forma como compreendemos a ciência, ainda que cientes de que ciência e avaliação investigam objetos diferentes uma investiga a realidade e a outra investiga a qualidade das coisas. Por isso, para compreender e praticar o modo de proceder da avaliação importa minimamente compreender a forma de ser e de operar a ciência.

Assim, a avaliação deve ser um meio de comunicação entre professor e aluno, o primeiro fazendo o papel de observador para o direcionamento da metodologia e o segundo o organizador de seu próprio conhecimento.

Seja em uma prova ou qualquer episódio de aula, o erro cometido pelo aluno pode ser utilizado e interpretado de diferentes formas. Infelizmente, muitos professores ainda olham o “erro” como a definição de falta de aprendizagem sem um olhar crítico sobre fatores que podem ter levado a esse erro. Assim, uma avaliação não deve focar-se na busca “erro” propriamente dito, mas mostrar muito mais que respostas certas e erradas, evidenciando as dificuldades e também conhecimentos já elaborados, e outros em elaboração.

Trata-se de tomar a avaliação como prática de investigação. A ação de investigar envolve conhecer algo, elucidar a realidade e transformá-la em algo compreensível. Conforme cita Pedrochi Junior (2014, p.21),

> Na perspectiva da avaliação como prática de investigação, o professor procura desvelar o processo de aprendizagem dos alunos avaliando-os e, ao mesmo tempo, sendo avaliado. Por conseguinte, o professor não centra as análises das produções dos alunos a partir de uma única resposta tida como padrão, mas questiona as muitas respostas que encontra, os diversos modos de pensar dos alunos, abrindo-se para as diferenças, configurando a heterogeneidade e respeitando o ritmo de aprendizagem de cada um deles. Nessa perspectiva, a avaliação deve deixar de ser realizada ao final, por exemplo, de um ciclo e a ser realizada durante todo o processo de aprendizagem, para que o professor, ao detectar falhas nas resoluções dos alunos, possa buscar estratégias para que eles superem suas dificuldades. As tarefas que o professor utiliza em sala de aula para oportunizar aprendizagens podem, segundo essa

> perspectiva, se configurar como tarefas integrantes do processo de avaliação, quando, ao propô-las, o professor acompanha a evolução do aluno durante o ensino, adequa suas estratégias às dos desempenhos que verifica enquanto ensina, assumindo, assim, a avaliação como parte integrante da rotina de ensino e aprendizagem em da sala de aula.

Nessa mesma direção, Mendes, Trevisan e Pereira Junior (2014, p. 100), apontam que:

> a análise da produção escrita mostra-se como ferramenta que favorece ao professor respeitar os modos idiossincráticos dos estudantes, evitar a comparabilidade e a competitividade na avaliação, inferir possíveis compreensões que esses estudantes têm dos conteúdos estudados, refletir acerca do seu planejamento e auxiliar na tomada de decisões a fim de propiciar oportunidades de aprendizagem. Assim, a avaliação como prática de investigação e oportunidade de aprendizagem por meio da análise da produção escrita está a serviço da aprendizagem, oportunizando momentos de reflexão tanto para o aluno quanto para o professor a respeito de seu próprio trabalho.

A análise da produção escrita dos alunos em uma prova escrita, por exemplo, é um meio de se realizar essa investigação. É pautada nas inferências de como os alunos pensam, como desenvolvem o raciocínio diante das alternativas, quais as reflexões que fazem para resolver as tarefas e se realmente houve interpretação dessas tarefas. Conforme cita Buriasco (2014, p. 36), “os registros escritos elaborados pelos alunos ao resolverem questões discursivas de matemática fornecem informações valiosas sobre a compreensão do enunciado da questão”.

2.2 O Cálculo Diferencial e Integral e os Estratos do Conhecimento Matemático

A disciplina de CDI está presente em vários cursos do Ensino Superior como as Engenharias, e a investigação sobre o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos torna-se uma temática de importância na busca de alternativas frente ao fracasso observado nessa disciplina, tanto em âmbito nacional quanto internacional. Várias pesquisas são desenvolvidas sobre os elementos causadores nos os índices de reprovação da disciplina de CDI, e também sugestões às prováveis soluções para essas questões.

Ao problematizar essa temática, Vallejo, Reyes e Pluvinage (2012) e Vallejo e Pluvinage (2013), argumentam que introdução dos conceitos de CDI envolve a aquisição de um nova forma de pensamento e linguagem.

Os autores propõe a distinção de vários “idiomas” matemáticos, denominados estratos. Cada estrato de pensamento e expressão possui estabilidade e autonomia de funcionamento; o conteúdo de um estrato é determinado por um campo básico de objetos e de processos matemáticos, que possui um potencial de extensão (a inserção de novos conhecimentos).

Uma mudança de estrato requer a mudança de formas de pensamento e novos modos de expressão. Os autores propõem a seguinte lista hierárquica de estratos: *numérico* (domínio dos números e uso correto das operações), *algébrico* (uso adequado do sistema matemático de signos da álgebra) e *funcional* (uso de relações funcionais).

O ensino de cálculo diferencial e integral, (CDI), geralmente começa com equações típicas, os mesmos teoremas, problemas e conceitos são apresentados, e é principalmente suportada pelo conhecimento algébrico dos alunos. Hoje em dia, os problemas de mudança e variação são exemplos de aplicação de cálculo; eles são estudados depois de desenvolver a teoria e não como ele surgiu historicamente. Talvez o resgaste da história do cálculo e seu entendimento como um todo pode exercer mudanças significativas na trajetória de aprendizagem do aluno.

De acordo com Rafael, Echer (2016, p. 3) citam que:

> Na busca por maneiras de reduzir ou solucionar o problema, muitas instituições de ensino lançam mão de estratégias diversas, como aulas extras, programas de monitoria, disciplinas preparatórias, cursos de verão, produção de material didático específico e redução do conteúdo e carga horária da disciplina em questão, mas quando não se sabe ao certo qual a causa do problema, solucioná-lo não é tarefa simples e muitas dessas propostas acabam se tornando paliativas a um problema que só tende a crescer. Nesse sentido, a busca por causas e as formas de lidar com elas devem ser pesquisadas e discutidas no meio acadêmico, assim como estabelecer as zonas de interesse que levam cada intuição a adotar uma ou outra estratégia.

Desta forma podemos dizer que os estratos do conhecimento matemático podem ser observado e analisado através dos estratos desenvolvidos nas produções dos alunos para se buscar uma direção assertiva na avaliação do conhecimento do aluno.

Os professores da área de CDI devem abrir mão da tradição no ensino e utilizar estratégias de ensino e aprendizagem dentro do contexto que se encontra o aluno, sem a concentração no “erro”, mas sim utiliza-lo como meio investigativo no déficit que o aluno apresenta.

De acordo com Souza, Andrade (2016, p. 3), “A análise do erro cometido pelo aluno pode nortear o desenvolvimento da resolução e como ele a efetuou. Sendo assim, torna-se um elemento importante para o desenvolvimento do conhecimento”.

As análises das produções escritas dos alunos podem auxiliar e muito para as correções das falhas na elaboração e a forma de se trabalhar o conteúdo.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Por meio desta investigação busca-se estudar a produção escrita dos alunos de na disciplina de CDI, na busca de identificar conhecimentos por eles revelados em termos dos estratos do conhecimento matemático. Trata-se de um estudo de natureza qualitativa, de cunho interpretativo.

O contexto para coleta de dados foi direcionada e realizada pelo Professor Dr. André Luis Trevisan que leciona a disciplina de CDI 1, do curso de Engenharia de Materiais da UTFPR, campus Londrina, alunos ingressantes no 2º semestre de 2016. Dentre os instrumentos de avaliação utilizados na disciplina, estavam 5 provas escritas individuais (sendo uma delas opcional e proposta ao final do semestre, em caráter substitutivo), sendo denominadas P1, P2, P3, P4 e Sub. Para o material de análise, consideramos as produções escritas dos alunos que reprovaram na disciplina, mas realizaram pelo menos 3 dentre as 5 provas propostas, resultando um número de 14 alunos, identificados no apêndice como A1, A2, A3, A4 até A14.

Em um primeiro momento, a análise consistiu em olhar cada prova, buscando identificar em suas produções elementos indicativa de cada um dos três estratos do conhecimento matemático. Desse primeiro olhar, organizaram-se quadros, apresentados no apêndice desta monografia, na busca de evidenciar elementos que ilustram conceitos já elaborados e outros nas quais os alunos mostraram ainda não possuir domínio pleno, organizados segundo os estratos de conhecimento matemático. Dos 14 alunos analisados em relação sua produção escrita, um foi escolhido aleatoriamente, o aluno (A7), ao qual iremos nos ater e minuciar sua produção escrita.

Para melhor ilustrar as etapas do desenvolvimento das análises, dados das observações, serão apresentados dois quadros. No Quadro 1, estão descritos os alunos que realizaram as provas, os números de questões de cada prova e o total de alunos por prova realizada. O Quadro 2 apresenta recortes da produção escrita do aluno A7, apontando conceitos já elaborados e outros nas quais o aluno mostra ainda não possuir domínio pleno.

Propostos por Vallejo, Reyes e Pluvinage (2012) e Vallejo e Pluvinage (2013, p. 139, tradução nossa).

> Um elemento a considerar nesta experiência é que os alunos têm uma formação educacional altamente heterogênea, com planos de estudos diferentes e manipulação de diferentes habilidades. Eles podem até ter concluído ou não um curso de cálculo no nível do ensino médio. Outro importante elemento é o fator econômico, já que as maiorias dos alunos precisam conseguir um emprego fora de seus estudos, o desafio era: como estruturar um curso de cálculo que permite que um primeiro ano de estudantes universitários adquira as habilidades necessárias.

Nesse pensamento propostos por Vallejo, Reyes e Pluvinage (2012) e Vallejo e Pluvinage é que determinamos a escolha aleatória do (A7), como fator importante já que todos nós possuímos limitações e diferenças podemos utilizá-lo como um elemento norteador para que possamos ter um direcionamento na exploração da análise de erros para correção das possíveis falhas ao se trabalhar futuramente os próximos conteúdos. A análise dos “erros” é de grande importância para todos os alunos já que a medição dos índices do A7 será de grande valia na tomada de decisões futuras em relação ao conteúdo abordado, considerando o A7 como aluno mediano igualmente a maioria da turma analisada.

Desse primeiro olhar, organizaram-se quadros, apresentados no apêndice desta monografia, na busca de evidenciar elementos que ilustram conceitos já elaborados e outros nas quais os alunos mostraram ainda não possuir domínio pleno, organizados segundo os estratos de conhecimento matemático. Dos 14 alunos analisados em relação sua produção escrita, o aluno (A7), será relatado minuciosamente sua produção escrita.

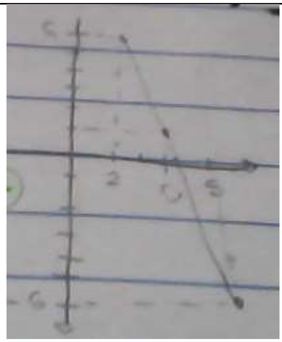
Para melhor ilustrar as etapas do desenvolvimento das análises, dados das observações, serão apresentados dois quadros. No Quadro 1, estão descritos os alunos que realizaram as provas, os números de questões de cada prova e o total de alunos por prova realizada. O Quadro 2 apresenta recortes da produção escrita do aluno A7, apontando conceitos já elaborados e outros nas quais o aluno mostra ainda não possuir domínio pleno, igualmente as produções dos 14 alunos demonstradas no apêndice.

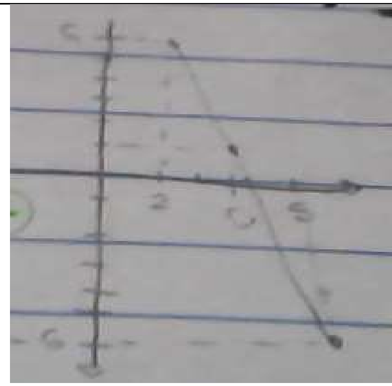
Quadro 1 - Alunos que apresentaram algum tipo de produção escrita nas provas propostas

PROVAS	Nº DE QUESTÕES	ALUNOS QUE REALIZARAM AS PROVAS INDIFERENTE DO Nº DE QUESTÕES	TOTAL DE ALUNOS
P1	**6**	**A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11 ,A12, A13, A14**	**14**
P2	**7**	**A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11 ,A12, A13, A14**	**14**
P3	**7**	**A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11 ,A12, A13, A14**	**14**
P4	**7**	**A4, A5, A6, A7, A10**	**5**
SUBSTITUTIVA	**7**	**A1, A2, A5, A6, A7, A8, A10, A13**	**8**

Fonte: autora.

Quadro 2 – Produção escrita de A7.

A7	Conceitos já elaborados		A7	Conceitos ainda não elaborados	
NUMÉRICO	INDÍCIOS	EXEMPLOS	NUMÉRICO	INDÍCIOS	EXEMPLOS
	Realiza operações fracionárias	1) $\frac{81}{2} - \frac{1}{2} = 40$		Falta de entendimento na divisão indefinida e/ou indeterminada	2-1+1/1+1/0=0 Divisão por zero
	Realiza expressões fracionárias	2) x-1/x-2 = ½		Não usa regras para colocar X em evidência para as expressões com radiciações.	Raiz quadrada de 2x²+1/3x+5 . 1/x em cima e embaixo. Raiz quadrada de x-2/x-4.
	Realiza operações com números inteiros e naturais	1) 4 + 6 – 4 = 2) 4+ 15 - 25+= -6 3) -1 -3 +4 = 0 4) 8 -12 + 4 = 0 5) 18 + 0 / 8 = 9/4			
	Apresenta conhecimentos nas construções no plano cartesiano				
	Resolve operações com raiz quadrada	$18 \pm \frac{\sqrt{18^2 - 4.40}}{8} = \frac{18 \pm 0}{8} =\rightarrow \frac{9}{4} \rightarrow -\frac{9}{4}$			
	Resolve expressões com potências com base positiva e negativa 1) 4x³-18x² ⇒x(4x² - 18x) = 0 x=0 ⇒4x²-18x=0⇒ x=9/4 2) 12x² - 36x ⇒ 12x (x - 3) = 0 ⇒ 12 x = 0 ⇒ x - 3 ⇒ x =3				

ALGÉBRICO	Resolve Equação do 2º	1) $x^2+x-6=0 \Rightarrow -1 \pm \sqrt{\frac{1+24}{2}} = \frac{-1\pm5}{2} =$ 2 e - 3 2) x^2 -4x +4 = 0 $\Rightarrow$ Resultado 2.	ALGÉBRICO		
	Realiza Quadrado da Soma e da Diferença	(x - 2). (x - 2) $\Rightarrow x^2$ -4x +4 = 0			
	Realiza Propriedade Distributiva	3.(5x – 7) $\Rightarrow$ 15x -21			
FUNCIONAL	calcula raízes	1) F(x)= x^3-3x^2+4 F(-1)=- 1-3+4 F(2)= 8-12+4 F'(X) 3X^2-6X = 0 F''(X)6X-6=0 (INFLEXÃO) F'=(0,2) F'' = (1) X^2-4x+4=0 X=2 X=1 2) (x+1).(x - 2). (x - 2) $\Rightarrow$(x^2 -4x +4)= 0	FUNCIONAL	Não compreende significado geométrico da função.	 A atividade é uma equação do 2º grau X^2-3x +4 =0

4 ANÁLISE DOS DADOS

A análise da produção escrita do aluno (A7), na resolução da P1, P2, P3, P4 e Sub, evidenciou alguns elementos importantes. Na resolução das questões, há indícios quanto de compreensão ao lidar com expressões que envolvem números inteiros e frações, o que evidencia dominar habilidades do estrato numérico.

Mais especificamente, no que diz respeito ao estrato numérico, ele demostrou conhecimento, ao lidar com números inteiros, naturais e frações. Isso aparece, por exemplo, aos efetuar cálculos relativos à aplicação da fórmula resolutiva de equações do 2º grau: $18 \pm \frac{\sqrt{18^2-4.40}}{8} = \frac{18 \pm 0}{8} = \rightarrow \frac{9}{4} \rightarrow -\frac{9}{4}$. Além disso, parece compreensão a divisão de números inteiros, naturais, regras de sinal e efetua cálculos envolvendo raiz quadrada. Também parece compreender o conceito de frações e realiza a simplificação do resultado, quando necessário.

Por outro lado, apresenta indícios de conceitos ainda não elaborados ao lidar com expressões com radicais e aplicação de propriedades. Também comete equívocos ao trabalhar com divisões indefinidas e/ ou indeterminadas, por exemplo, ao afirmar que $\frac{1}{0} = 0$.

No que diz respeito ao estrato algébrico, ele resolve corretamente questões que envolvem algum tipo de relação de proporcionalidade e mostra um entendimento de expressões algébricas, bem como estratégias para resolução de equações de 1º e 2º graus, desenvolvimento do quadrado da soma e da diferença. Também realiza produtos notáveis e, em alguns casos mostra reconhecer a relação entre raízes de uma equação e o gráfico da função, mas não apresenta segurança em suas apresentações gráficas e ficam claras dificuldades em alguns conceitos da geometria e cálculo de área.

Mostra compreender como se marcam pontos no plano cartesiano (Figura 1), mas ao liga-los mostrar não compreender o formato da curva que contém aqueles pontos (deveria ser uma parábola, e não reta).

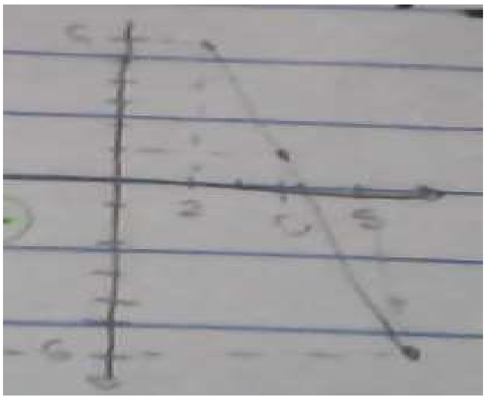


Figura 1 – marcação de pontos no plano.

Fonte: autor

No exemplo $(x+1).(x-2).(x-2) \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$, identificado no Quadro 2, o aluno mostra entendimento na realização da atividade identificando as duas raízes, completando corretamente o quadrado da soma e da diferença para se chegar à equação do 2º grau. Também completou a resolução da equação do 2º grau.

Um dos pontos evidenciado na produção escrita de A7 diz respeito à falta de compreensão de representações gráficas de funções e na compreensão do significado geométrico da raízes. Confunde expressões com funções, as definições de incógnitas e variáveis não são totalmente claras. Parece ter elaborado poucos elementos do estrato funcional, apesar de lidar de forma satisfatória com procedimentos e fórmulas.

Em síntese, o aluno A7, demonstra dominar o estrato numérico, e dominar parcialmente habilidades do estrato algébrico. No que diz respeito ao estrato funcional, ainda não demonstra possuir habilidades necessárias ao seu domínio.

De acordo com Souza, Andrade (2016, p. 3),

> Temos que considerar que todos nós possuímos limitações e, elas são diferentes. Podemos utilizá-los como um elemento norteador para que possamos reconstruir as atividades, a partir dos erros cometidos. Segundo ele, a análise de erros pode ser explorada com o objetivo de nortear as ações para a correção das possíveis falhas ao se trabalhar o conteúdo.

As possibilidades do uso da análise da produção escrita em um contexto de sala de aula evidenciam o seu valor quando elementos educacionais possam ser reconstruídos, atividades de desenvolvimento acadêmico possam ser utilizadas em prol do estudante conforme a sua dificuldade individual apresentando caminhos norteadores para o desenvolvimento de atividades em sala de aula e direcionamentos como, cursinhos preparatórios, revisões de conteúdos, disciplinas preparatórias, monitorias, aulas extras, cálculos oferecidos de maneira diferenciada, minicursos que possam melhorar cada vez mais o aprendizado do estudante e principalmente a forma de se avaliar o processo de aprendizagem.

De acordo com Lopes (1999, p. 125) reforça que:

> O conhecimento matemático é uma das camadas que se superpõem. Você começa a aprender Matemática no primeiro ano da escola. Se você não sabe dividir, não vai saber o que é uma taxa, se você não sabe o que é uma taxa não vai saber o que é uma derivada e assim por diante. Essa é talvez uma das principais razões porque existem tantas reprovações em Cálculo em nossas universidades. Em muitos casos, os estudantes universitários não sabem os conceitos matemáticos anteriores que são necessários para fazer os cursos de Cálculo.

Através das análises das produções escritas realizadas é que buscamos além de avanços entre as provas ofertadas a possibilidade em reconhecer no “erro”, as dificuldades no conhecimento do aluno em relação ao déficit dos anos de estudos anteriores. E com esse conhecimento o professor pode suprir exatamente o ponto de dificuldade apresentada pelo aluno. O valor da análise da produção escrita - (APE), é primordial nestas descobertas para auxiliar o professor na sala de aula a introduzir conceitos e indicadores imprescindíveis na elaboração das atividades na construção do conhecimento do aluno.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS[2]

Toda a investigação traz uma riqueza de valores para a produção do conhecimento e a orientação do pensamento, que deixam no caminho a história para novas produções, com um único ideal a busca da melhoria pela educação.

Nessa pesquisa da investigação da produção escrita não procuramos erros e acertos, buscamos evidenciar seu raciocínio e suas interpretações. A realização de uma investigação a partir da análise nas produções escritas dos alunos possibilitou-me uma mudança na visão da avaliação, uma vez que, na visão de estudante, via o processo como algo mecanizado e engessado. Por meio deste estudo, pude compreender um pouco mais os papéis que a avaliação assume no contexto escolar e sua contribuição para a aprendizagem do aluno.

O rigor do certo e errado não deve levar o aluno a padecer diante de suas produções, mas deve haver a exploração do raciocínio matemático de forma a conduzi-lo ao seu próprio conhecimento. Buriasco (1999,p.70) diz que:

> Apesar de ter como objetivo fornecer dados para a verificação da ocorrência ou não da aprendizagem (com fins de diagnóstico, para uma retomada do trabalho pedagógico), a avaliação tem servido como mecanismo para eliminação do aluno da escola. Além disso, a avaliação mal conduzida pode ser, ela mesma, um dos fatores causadores do fracasso escolar. Para cumprir a principal função da avaliação (ajudar o aluno por intermédio da inter-relação aluno/professor ao longo do processo de ensino e aprendizagem, é preciso que o professor avalie, não o aluno, mas o desenvolvimento do seu trabalho pedagógico.

Este estudo configura-se como uma contribuição para se pensar em uma maneira diferente de olhar para a avaliação que ocorre na aula de matemática. Acreditando que para haver mudanças na ação do professor, antes será necessário que cada um faça algum movimento na direção de inquirir a si próprio sobre o que de fato faz ao ensinar/aprender/avaliar em sala de aula. Essa reflexão pode ajudar no processo de constituição do professor que ensina matemática e que se coloca, efetivamente, como parceiro do seu aluno.

---

[2] A redação de trechos em primeira pessoa do singular busca personificar as considerações finais do texto, no sentido de externalizar a aprendizagem vivenciada pela autora na construção deste texto.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Paulo Nunes de. **Educação Lúdica:** técnicas e jogos pedagógicos. 11. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo.** Tradução de Antero, I.Reto e Pinheiro, Augusto. França: Capa de Edição 70, 1977.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. v. 3.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de **Avaliação em matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores, 1999. 98 f. (Doutorado em Avaliação Educacinal) - Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho Campus de Marilia, Marilia, 1999.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de. **Avaliação e Educação Matemática.** Recife: 2004. (Coleção SBEM).

______. **GEPEMA Espaço de Aprendizagem.** Curitiba/PR: Editora CRV, 2014.

CURY, Helena Noronha. Análise de erros. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CULTURA E DIVERSIDADE SALVADOR. 2010, Bahia. **Anais...** Bahia, 7 a 9 de julho de 2010, p.1-11. Disponível em :< http://www.unifra.br/professores/13935/Palestra-Enem-2010.pdf.> Acesso em: 20 maio 2017.

CURY, H. Análise de Erros. In: **Anais X ENEM 2010**. <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/ENEM10/?info_type=invitation&lang_user=>. Acesso17/07/2017.

JUNIOR, Ademir. P. **Enunciado de itens de provas de matemática**: um estudo na perspectiva da educação matemática realística, 2004. 68fls (Mestrado em Ensino de Ciências e Educacão Matemática) -Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. O jogo e a educação infantil. **Perspectiva**. Florianópolis, UFSC/CED, NUP, n. 22, p. 105-128, dez. 2007.

LOPES, A. **Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de cálculo da UFRGS**. Matemática Universitária, n26/27, p.123 – 146, 1999.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**. 7.ed. São Paulo: Cortez, 1998.

______. **Avaliação da aprendizagem**: componentes do ato pedagógico. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

______. O educador: quem é ele? 2005. **Revista ABC, Educatio**, n.50, p.12-16, out. 2005. Disponível em :< http://www.luckesi.com.br/textos/abc_educatio/abceducatio_50_o_educador_quem_e_ele.pdf _>. Acesso em: 19 maio 2017.

MENDES, M.T.; TREVISAN, A.L.; PEREIRA JUNIOR, A. A prova escrita em aulas de Matemática: uma proposta para sua ressignificação. In: BURIASCO, Regina Luzia Corio de (Org.). **GEPEMA: espaço e contexto de aprendizagem**. 1.ed. Curitiba: CRV, 2014, v. único, p. 97-112.

MACIEL, Aníbal de Menezes; BARBOSA, Geane Araújo. Jogos Matemáticos como Metodologia do Ensino Aprendizagem. In: VI EPBEM – ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010. Monteiro, PB. **Anais...** Monteiro, 9 a 11 de novembro de 2010.Disponível em: http://www.sbempb.com.br/anais/arquivos/trabalhos/CC-17629193.pdf> Acesso em: 10 dez.2016

PINTO, N. B., **Avaliação da Aprendizagem como prática investigativa**. In ROMANOWSKI, J. P., MARTINS, P. L. O. e JUNQUEIRA, S. R. A. (orgs) Conhecimento local e conhecimento universal: a aula, aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e artes. Cutitiba: Champagnat, 2004.

RAFAEL, Rosane Cordeiro; ESCHER, Marcos Antonio. Redução da aprovação em cálculo: intervenções realizadas por universidades públicas e privadas. In: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA CONTEMPORANEIDADE: desafios e possibilidades, 2016, São Paulo, **Anais** .., São Paulo, 13 a 16 de julho de 2016. p 1–12.Disponívelem:<http//www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7760_4372_ID.pdf> Acesso em 02 abr.2017.

SANTOS, Edilaine Regina dos; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. A Análise da Produção Escrita em Matemática como Estratégia de Avaliação: Aspectos de uma Caracterização A Partir Dos Trabalhos do GEPEMA. **Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia,** v.9, n.2, p.233-247, nov.2016**.** Disponível em:<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/19825153.2016.v9 n2 p233/32844 > Acesso em: 10 maio 2017.

SOUZA, Geneci Alves de. Cálculo diferencial e integral I: como os alunos estão iniciando essa disciplina no curso de engenharia? In: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA CONTEMPORANEIDADE: desafios e possibilidades, 2016, São Paulo, **Anais...,** São Paulo, 13 a 16 de julho de 2016, p. 1 -10. Disponível em : < http: //www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5676_4001_ID.pdf>Acesso em : 02 de abr. 2017.

UBIRATAN, D'Ambrosio. **Etnomatemática**: arte ou técnica de explicar e conhecer. 5.ed. São Paulo: Ática,1998.

VALLEJO, Carlos Armando Cuevas, FRANÇOIS Magally Martínez; PLUVINAGE Reyes. **Promoviendo el pensamiento funcional en la enseñanza del cálculo: un experimento con el uso de tecnologías digitales y sus resultados**. 2012, Disponível em: https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales_didactique/vol_17/adsc17-2012_006.pdf > Acesso em: 25 nov.2016.

APÊNDICES

A1	Correto	
	Indícios	Exemplos
numérico		
algébrico	Realiza equação 1º grau	$6x-6=0$ $6x=6$ $\boxed{x=1}$
	Realiza divisão com polinômios	$\frac{x^3-x^2+x-1}{x^3-x^2} = \frac{3x^2-2x-1 \cdot \frac{1}{x^2}}{3x^2-2x \cdot \frac{1}{x^2}}$ $\frac{\frac{3x^2}{x^2}-\frac{2x}{x^2}-\frac{1}{x^2}}{\frac{3x^2}{x^2}-\cancel{\frac{2x}{x^2}}} = \frac{3-\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}{3-\cancel{\frac{2}{x}}} = \frac{3}{3} = 1$
funcional		
	Calcula função e identifica se é crescente ou decrescente	$f(x)=3x^2-6x$ $f'(1)=3\cdot(1)^2-6\cdot 1=3+6=9>0$ $f'(0)=3\cdot 0^2-6\cdot 0=0 \longrightarrow$ $f'(-1)=3\cdot(-1)^2-6\cdot(-1)=3+6=9>0$

A1	Incorreto	
	Indícios	Exemplos
numérico		
algébrico		
funcional	Não encontra raízes	$f(x)=x^4-6x^3$ $4x^3-18x^2$ $12x^2-36x$ } Raízes $\to 3$, $\to 0$
	número $f(1) \to$	$3\cdot 1^2-6\cdot 1=3-6=-3<0$

A2	Correto		A2	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
Numérico	- Resolve operações com frações	$\frac{81}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{80}{4} \Rightarrow 20 \cdot 2 = 40$	Numérico	- Dificuldade em operações de multiplicação e potência	$f(5) = 4 + 3 \cdot 5 - 5^2$ $f(5) = 4 + (-25)$ $f(5) = -21$
Algébrico			Algébrico		
Funcional	- Calcula raízes	$f(x) = x^4 - 6x^3$ Para sua raiz $x^4 - 6x^3 = 0$ 1ª raiz = 6 2ª raiz = $(x-6)\ (x^3)$ $x^3 \cdot 6x^2$ $f(x) = (x-6)\ (x^3)$ raiz do polinômio = 6, 0	Funcional	- Não tem conceito de função em relação ao gráfico	c) O gráfico é côncavo para cima no intervalo $[6, 0]$ *
	- Conceito de função	$f(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ a b $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^1}}$ no intervalo $[1, 2]$			

A3	Correto		A3	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
numérico			numérico		
Algébrico	Compreende equações do 2º grau.	$3x^2 - 6x = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0$ $\Delta = 36$	Algébrico	não interpreta e calcula equação do 2º grau p/ encontrar a área da parabola em relação a interpretação gráfica.	$\frac{6x^2}{2} - \frac{3x^3}{3}$ $(12-8) + (4)$ $A = 4 + 4$ $A = 8$
				não faz divisão de polinômios	$\frac{x^2+x-6}{x^2-4} = \frac{2x+1}{2x} = 1$
Funcional	- Entende função	$f(x) = 3x^2 - 6x$ $f(x) = 6x - 6 = 0$ $f(x) = 6x = 6$ $f(x) = 1$	Funcional	- não calcula raiz da função	3) $f(x) = x^4 - 6x^3$ $f(x) = 4x^3 - 18x^2$ raízes → $[4, 8]$ b)

A4	Correto	
	Indícios	Exemplos
Numérico	Realiza operações soma, subtração c/ números c/ vírgula	$9{,}8+2{,}8=12{,}6$ $9{,}8-2{,}8=7$ $12{,}6+7=\boxed{19{,}6}$
Algébrico	Identifica a parábola e calcula área pela equação do 2º grau	Prova 2 ex 3
Funcional	Calcula função	$f(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ $f(1)=1^{-1/2}$ $f(1)=1$ $f(2)=2^{-1/2}$ $f(2)=0{,}7$ $f(c)=\frac{0{,}7-1}{0{,}7-1}=\frac{-0{,}3}{-0{,}3}=1$ $f(x)=\frac{-1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$ $-\frac{1}{2}c^{-3/2}=1$ $c^{-3/2}=\frac{1}{-1/2}=\frac{1}{c^{3/2}}=-2$ apenas erra sinal

A4	Incorreto	
	Indícios	Exemplos
numérico	- Realiza divisão por zero	$\frac{3}{0^+}=3$ $\frac{3}{0^-}=-3$
Algébrico		
Funcional	Vestígios de dificuldades em calcular raízes	$V(x)=2(16+10)-4x^2$

A5	Correto		A5	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
numérico	Identifica divisão por zero	$\frac{6-6}{6} = 0$	numérico		
Algébrico	Calcula polinômios e raízes	$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ $2 \mid 1 \quad -3 \quad 0 \quad 4$ Raízes $\quad 1 \quad -1 \quad -2 \quad 0$ $[2, 2, -1]$ $x^2 - x - 2$ $2 \mid 1 \quad -1 \quad -2$ $x + 1 = 0$ $\quad 1 \quad 1 \quad 0$ $x = -1$	Algébrico		
	Calcula Eq. 2º grau	$x = \frac{-b \pm \sqrt{36}}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 0 \end{cases}$			
Funcional	Reconhece função	$f(x) = x^4 - 6x^3$ $f'(x) = 4x^3 - 18x^2$	Funcional		

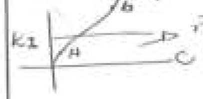
AE	Correto		AE	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
Numérico	Realiza divisão c/ potências e multiplicação	$\frac{3\cdot1^2-2\cdot1+1}{3\cdot1^2-2\cdot1}$ $\frac{3-2+1}{3-2}=2/$	Numérico		
Algébrico			Algébrico	- Não realiza multiplicações com incógnitas	$U(x)=(16-2x)\cdot(10-2x)\cdot x$
				não realiza ou identifica necessidade do eq 2º grau p/ o gráfico parábola	gráfico exercício 1c
Funcional	- Calcula funções	$f(x)=x^4-6x^3$ $f'(x)=4x^3-18x^2$ $f'(x)=x^2(x-6)=0$ $x^2=0$ $x-6=0$ $\boxed{x=0 \; x=6}$	Funcional		

A7	Correto	
	Indícios	Exemplos
Numérico	- Resolve expressões com naturais e frações.	$\frac{81}{2} - \frac{1}{2} = \frac{80}{2} = 40$
	- Resolve operações com raiz e a [illegible]	$\frac{18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 40}}{8} \to \frac{18 \pm 0}{8} \to \frac{9}{4}$, $\frac{9}{4}$
	- Resolve expressões com potência com certo índice de entendimento	$4x^3 - 18x^2 \to x(4x^2 - 18x) = 0$ $x = 0 \to 4x^2 - 18x = 0 \to$ $x = 9/4$
Algébrico	- Resolve equações do 2º grau.	$x^2 + x - 6 = 0$ $\frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \to 2$, $\to -3$
Funcional	- Tem conceito de função e sabe calcular suas raízes.	$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ $f(-1) = -1 - 3 + 4$ $f(2) = 8 - 12 + 4$ $x^2 - 4x + 4 = 0$ $\frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} \to 2$, $\to 2$ $f'(x)\, 3x^2 - 6x = 0$ (crítico) $f''(x)\, 6x - 6 = 0$ (inflexão) $f' < (0, 2)$ $f'' = (1)$ $3x^2 - 6x = 0$ $x(3x - 6) = 0$ $x = 2$ $6x - 6 = 0$ $x = 1$
	- Reconhece o formato da curva na equação do 2º grau.	

A7	Incorreto	
	Indícios	Exemplos
Numérico	- Pouco conhecimento em relação a natureza da divisão, em relação a divisão undefinida e/ou indeterminada	$\frac{2-1+1}{1-1} = \frac{1+1}{0} = 0$ Divisão por zero
Algébrico		
Funcional	- Tem pouco conhecimento na interpretação das funções crescentes e decrescentes na sequência da atividade desenvolvida ao lado	< 0 - decrescente > 2 - crescente

AB	Correto		AB	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
numérico	Realiza operações c/ potências e raiz quadrada	$2\cdot 3^3 = 54 - 2 = 52$ $2^2 + 52^2$ $4 + 2704$ $h^2 = \cancel{}\ 2704$ $h = \sqrt{2704}$ $h = 52,04$	numérico		
algébrico	Operações com polinômios	$\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 - x^2} \Rightarrow \frac{\cancel{3x^2} - \cancel{2x} + 1}{\cancel{3x^2} - \cancel{2x}} = 1$	algébrico		
	Calcula raízes	$f(x) = 4 + 3x - x^2$ $f(x) = 4 + 3x - x^2$ $f(x) = 4 + 3\cdot 2 - 2^2$ $f(x) = 4 + 6 - 4 = 6$ Intervalo $[2.5]$ $f(x) = 4 + 3\cdot 5 - 5^2$ $f(x) = 4 + 15 - 25$ $f(x) = -6$			
funcional			funcional		

A9	Correto		A9	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
Numérico	Resolve potência	$3^4 - 6 \cdot 3^4$ $81 - 162$ $\boxed{-81}$	Numérico		
Algébrico	Realiza Equação 2º grau	$3x^2 - 6x + 0$ $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$ $\frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3} < \begin{matrix} x' = 2 \\ x'' = 0 \end{matrix}$	Algébrico		
Funcional	-Conceito de raiz	$f(x) = x^4 - 6x^3 \Rightarrow$ $4x^3 - 3 \cdot 6x^2 \Rightarrow 3 \cdot 4x^2 - 2 \cdot 18x$ $\Rightarrow 12x^2 - 36x$ Raizes $[3, 0]$,	Funcional		

A10	Correto		A10	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
numérico	Resolve potência	$-(2)^2 + 3 \cdot 2 + 4$ $-4 + 6 + 4 = 6$ $-(5)^2 + 3(5) + 4$ $-25 + 15 + 4 \Rightarrow -6$	numérico		
Algébrico			Algébrico	Não identifica a parabola na eq. 2º grau	$x^2 + 3x + 4$  ñ é Parábola!
Funcional	Calcula raízes e tem conceito de função	$x^3 - 3x^2 + 4$ $\Rightarrow (-1)^3 - 3(-1)^2 + 4$ $-1 + 3 + 4 = 0$ $-1 \mid 1 \; -3 \; 0 \; 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4$ $x \mid 1 \; -4 \; 4 \; 0$ $\Delta = 16 - 4(1) \cdot (4)$ $\Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 0}{2} \rightarrow \frac{4}{2} = 2$ Raízes são $[-1 \text{ e } 2]$	Funcional		

A11	Correto		A11	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
Numérico	multiplicação c/ frações	$2 \cdot 1^3 = 2$ $2 \cdot 3^3 = 54$	Numérico		
Algébrico			Algébrico		
Funcional	Identifica raízes	$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ raízes possíveis $(\pm 1, \pm 2, \pm 4)$ $f(1) = 1 - 3 + 4 = 2$ $f(-1) = -1 - 3 + 4 = 0 \rightarrow -1$ é uma raiz $f(2) = 8 - 12 + 4 = 0 \rightarrow 2$ é raiz Raízes $\rightarrow \boxed{-1, 2}$	Funcional	Pouca compreensão função.	$f(x) = x^4 - 6x^3$ $\partial)\ x' = 1$ $x'' = 2$ $x''' = 3$ $x'''' = 4$

A12	Correto		A12	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
Numérico			Numérico		
Algébrico	Calcula Eq. 2° grau	$x^3 - 3x^2 + 4$ $a) \; 3x^2 - 6x + 0$ $\Delta = (-6)^2 + 4.a.c$ $\Delta = 36$ $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{36}}{6} \rightarrow x' = \boxed{2}$ $\rightarrow x'' = \boxed{0}$	Algébrico		
Funcional	Conceito de função	$4x^3 - 6 \cdot 3x^2 = 0$ $4 \cdot 3x^2 - 6 \cdot 3 \cdot 2x$ $12x^2 - 36x = 0$ $3x(4x - 12) = 0 \rightarrow 3x = 0$ $x = 0$	Funcional		
	Calcula Teorema da função.	$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ $f(c) = \frac{1/\sqrt{2} - 1/\sqrt{1}}{2 - 1} = \frac{1/\sqrt{2} \cdot 1/\sqrt{2}}{1} =$ $1/\sqrt{2} \cdot 1/\sqrt{1} - 1/1 = \frac{1 - 1\sqrt{2}}{} \; \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$ $\frac{1 - 1 \cdot 2}{2} = \frac{1 - 2}{2} \; \boxed{\frac{-1\sqrt{2}}{2}}$			

A13	Correto		A13	Incorreto	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
Numérica			Numérica		
Algébrica	noções gráficas	Prova 2 Ex 4,	Algébrica	Dificuldade c/ polinômios	$4x^4-52x^3+160x^2=0$ $x^2(4x^2-52x+160)=0$
Funcional	Noção de função	a) $f(x)=0$ $x^4-6x^3=0$ $-6x^3=-x^4$ $-6=\frac{-x^4}{x^3}$ → $-6=-x\ (-1)$ $\boxed{x=6}$ ou $\boxed{x=0}$ b) $\frac{x^3-x^2+x-1}{x^3-x^2}=\frac{\cancel{3x^2}-\cancel{2x}+1}{\cancel{3x^2}-\cancel{2x}}$ → $1+1=\boxed{2}$	Funcional		

A14	Corretos		A14	Incorretos	
	Indícios	Exemplos		Indícios	Exemplos
Numérico	multiplicação c/ potência	$4 + 3.2 - 2^2$ $4 + 6 - 4 \to 6$ $4 + 3.5 - 5^2$ $4 + 15 - 25 \Rightarrow -6$	Numérico		
Algébrico	Calcula eq. 2º grau	$-x^2 + 3x + 3 = 0$ (-) erro sinal $\Delta = 9 - 4.(-1).(3)$ $\Delta = 21$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{-2}$ $x1 = \frac{-3 + \sqrt{21}}{-2} \to -0,79128$ $x2 = \frac{-3 - \sqrt{21}}{-2} = 3,79128$	Algébrico		
Funcional	Calcula função	$f(x) = 4 + 3x - x^2$ a) $-x^2 + 3x + 3 = 0$ b)	Funcional		