

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA - DAMAT
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM MATEMÁTICA E CIÊNCIAS**

CLEITON ANTONIO MARINO

**NA MINHA CASA TEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA À
LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

**LONDRINA
2017**

CLEITON ANTONIO MARINO

**NA MINHA CASA TEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA À
LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Educação em Matemática e Ciências, do Departamento Acadêmico de Matemática - DAMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Marcele Tavares Mendes

**LONDRINA
2017**

TERMO DE APROVAÇÃO



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Londrina
Departamento Acadêmico de Matemática – DAMAT
Curso de Especialização em Educação Matemática e Ciências



TERMO DE APROVAÇÃO

NA MINHA CASA TEM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DIDÁTICA À LUZ DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

por

CLEITON ANTONIO MARINO

Este Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização foi apresentado em 30 de maio de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Educação em Matemática e Ciências. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Dr^a Marcele Tavares Mendes

Prof^a. Orientadora

Dr. André Luís Trevisan

Membro titular

Dr. Jader Otavio Dalto

Membro titular

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso –

Dedico este trabalho à minha mãe Thereza e ao meu pai Claudio, por todo amor e pela excelente educação que recebi e que ainda recebo!

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus pelo dom da Vida, pelo zelo e carinho com o qual cuida de mim, por me fortalecer nos momentos de dificuldades, enfim, por tudo que tenho e sou.

Aos meus pais, Thereza e Claudio, por me educarem com muito amor, pelo apoio e incentivo que sempre recebi e também por me prepararem para os desafios que hoje vivencio.

À minha esposa Gisele, mulher forte, amorosa e determinada com a qual tenho o privilégio de compartilhar a vida.

À minha irmã e meu cunhado, Cristina e Roni e aos meus sobrinhos, Tayla e Jhonatan, por sempre me apoiarem.

À minha sogra Maria por ter me adotado como um filho após meu casamento.

Ao meu saudoso padrinho, Lucas Wagner Orlando (*in memoriam*), sempre presente, por ser para mim uma referência pessoal.

Aos colegas de trabalho do Colégio Estadual Maria José Balzanelo Aguilera, pelo incentivo.

Aos professores deste Curso de Especialização, em especial aos Dr. André e Dr. Jader por participarem da Banca Examinadora e a professora orientadora Dr^a. Marcele pelo apoio, amizade e profissionalismo.

Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção. (FREIRE, Paulo, 1996)

RESUMO

MARINO, Cleiton Antonio. **Na minha casa tem Matemática**: uma proposta didática à luz da Educação Matemática Realística. 54f. Monografia (Especialização em Educação em Matemática e Ciências) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

Este trabalho teve como objetivo a elaboração e a análise de uma trajetória de ensino e aprendizagem que contém 14 tarefas matemáticas criadas à luz da Educação Matemática Realística. Exploraram-se como contexto central das tarefas as construções de plantas baixas de casas para que as ideias matemáticas emergissem a partir de tarefas como tomar as medidas de paredes, interagir com os colegas, produzir textos, criar de esboços de projetos, entre outras. Para isso, utilizou-se da metodologia qualitativa de cunho interpretativo no que tange a análise das tarefas. A Educação Matemática, além de ser a abordagem de ensino que os professores devem adotar ao aplicar esse material em suas aulas, serviu ainda de aporte teórico para análise das tarefas.

Palavras-chave: Educação Matemática Realística. Trajetória de ensino e aprendizagem. Tarefas matemáticas.

ABSTRACT

MARINO, Cleiton Antonio. In my house has Mathematics: a didactic proposal in the light of Realistic Mathematical Education. 2017. 54f. Course Completion Work (Specialization in Mathematics Education and Sciences) - Federal Technology University - Paraná. Londrina, 2017.

This work had as object the elaboration and analysis of one teaching trajectory and learning that contains 14 mathematical tasks created in the light of Realistic Mathematics Education. Low-floored constructions were explored as the central context for the tasks, so that mathematical ideas could emerge based upon tasks such as taking measurements of walls, interacting with colleagues, producing texts, creating project sketches among others. For this, qualitative research with an interpretative character was utilized, regarding the analysis of the tasks. The Realistic Mathematics Education, besides being the teaching approach that teachers should adopt when applying this material in their classes, also served as theoretical contribution for the tasks' analysis.

Key words: Realistic Mathematics Education. Teaching Trajectory and Learning. Math Tasks.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA: UMA ABORDAGEM DE ENSINO..	13
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	18
4 APRESENTAÇÃO E DETALHAMENTO DAS TAREFAS.....	22
5 A ANÁLISE DA PROPOSTA.....	37
6 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES.....	41
REFERÊNCIAS.....	43
APÊNDICE – Trajetória de Ensino e Aprendizagem para o aluno.....	45

1 INTRODUÇÃO

Entre os desafios enfrentados por professores em sala de aula destacam-se, o desinteresse de grande parte dos alunos e a falta de domínio de conhecimentos necessários para continuidade dos estudos. A mudança de abordagem da prática docente é uma alternativa a ser exploradas por educadores de todas as disciplinas. (SARAIVA e PONTE,2003; MARIN,2012; WEININGER, 2001; FARIA, 2004).

Na busca por caminhos que possam contribuir positivamente no processo de ensino-aprendizagem, pesquisadores e educadores matemáticos vêm desenvolvendo estudos, implementando em suas práticas pedagógicas e publicando estratégias bem sucedidas de ensino focado na interação do aluno com situações cotidianas. Ao explorar uma situação, o aluno pode desenvolver estratégias para a resolução de um problema, analisar as relações do seu dia-a-dia com a matemática e até mesmo (re)descobrir a Matemática.

Entre as inúmeras possibilidades de situações a serem explorados, para promover a aprendizagem matemática, utilizaremos nesta pesquisa, os elementos que compõem a casa do aluno, representados em uma planta baixa. Neste contexto elaborados tarefas que possam oportunizar a aprendizagem e utilização de conceitos da matemática por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental que vão ao encontro de um currículo que integra conteúdos de domínios matemáticos distintos.

Elaborar, reproduzir e rascunhar plantas baixas de casas é uma prática que pode desenvolver importantes habilidades no contexto escolar. Entre elas se destacam o desenvolvimento da percepção espacial, a capacidade de conversão de medidas para o uso adequado de escalas dos projetos e a busca pelo estudo de adição e multiplicação de números decimais para o cálculo do perímetro e da área de cada cômodo representado. Assim sendo, a proposta construída, uma trajetória de ensino e aprendizagem, nesta pesquisa, busca o desenvolvimento das competências mencionadas e que os alunos construam ideias dos referidos conteúdos a partir deste contexto rico.

Por meio do lidar com as tarefas propostas os alunos assumirão a posição de protagonistas na construção do conhecimento, considerando o caráter individual

e distinto das tarefas propostas, uma vez que cada estudante mora em uma casa diferente.

Isto posto, os objetivos deste estudo é criar tarefas que envolvam o contexto da casa em que habita o aluno, a fim de que protagonizem o processo de matematização; compilar essas tarefas no formato de uma trajetória de ensino e aprendizagem para ser desenvolvida com alunos do 6° ano do Ensino Fundamental: nela é justificado o propósito de cada tarefa para a compreensão de professores que venham a utilizar esse material, no sentido de orientação para os mesmos discutem-se possíveis resoluções que o alunos possam apresentar.

Este estudo não tem a pretensão de elaborar uma trajetória de ensino e aprendizagem com tarefas que esgotem o trabalho pedagógico com os conteúdos matemáticos trabalhados. Portanto caso julgue necessário, após a utilização do recurso elaborado nesta pesquisa, o professor pode, ainda, explorar os conhecimentos abordados.

O capítulo dois deste trabalho versa sobre os pressupostos da Educação Matemática Realística que fundamentou a elaboração da trajetória de ensino e aprendizagem e sua discussão. A Educação Matemática Realística é, sobretudo, uma abordagem de ensino que possui potencial para inovar os processos didáticos e promover a aprendizagem a partir do contado do aluno com um contexto rico¹ a ser explorado, na direção de permitir o professor planejar sua prática a partir de cada caminho seguido.

Os procedimentos metodológicos deste estudo estão descritos no capítulo seguinte, no qual é apresentado sua natureza, bem como as competências que podem ser desenvolvidas, os possíveis conteúdos matemáticos que podem ser explorados e o tempo previsto para o desenvolvimento a partir do trabalho com cada uma das tarefas elaboradas.

A apresentação, os objetivos e as possíveis resoluções das tarefas elaboradas foram discutidos no quarto capítulo. Ao desenvolverem as tarefas a partir da construção da planta baixa de ambientes como a sala de aula, a casa que o aluno habita e elaborar o projeto de sua casa dos sonhos, os alunos podem

¹Entende-se por “contexto rico” aqueles que demandam uma organização matemática ou que permite matematizar.

trabalhar de maneira informal com conhecimentos matemáticos, que a partir dos direcionados do professor, podem ser sistematizados. Já uma relação entre os enunciados das tarefas e as finalidades à luz dos pressupostos da Educação Matemática Realística foi discorrida no quinto capítulo.

Enfim, em “algumas considerações” são apresentadas as relevâncias da produção da trajetória de ensino e aprendizagem e a análise do material produzido para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Foram apresentados, ainda, aspectos relativos à obtenção dos objetivos definidos desta pesquisa.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA: UMA ABORDAGEM DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Entre as alternativas estudadas para reformular o processo de ensino e de aprendizagem de matemática, destacamos a abordagem da Educação Matemática Realística – *Realistic Mathematic Education* - RME, desenvolvida por educadores holandeses, principalmente por Hans Freudenthal (1905-1990), na segunda metade do século passado, com a finalidade de construir uma alternativa curricular que opusessem com o modelo de ensino do movimento da Matemática Moderna.

Freudenthal nasceu na Alemanha, estudou Matemática e Física na Universidade de Berlim, onde conheceu uma corrente filosófica denominada intuicionismo² que influenciou significativamente os seus trabalhos. Em 1930, foi convidado para trabalhar na Universidade de Amsterdã. Durante a segunda grande guerra, se afastou de suas atribuições devido à perseguição nazista, pois era descendente de judeus. Reassumiu seus trabalhos somente em 1946 na Universidade de Utrecht, onde trabalhou até 1975, na ocasião de sua aposentadoria. (FERREIRA,2013).

Após a verificação das desvantagens do mecanicismo intrínseco do movimento Matemática Moderna, outros países também queriam promover a reestruturação curricular no ensino de Matemática. No entanto, o engajamento de Freudenthal em organizações internacionais e instituições holandesas que estudaram possibilidades inovadoras para o ensino de Matemática foi determinante para impulsionar uma reforma no ensino no final da década de 1960. Freudenthal discute uma matemática como um “meio de organizar e lidar com um assunto, que pode envolver a procura e resolução de problemas, a conceituação de um tema estudado de um ponto de vista Matemático” (FREUDENTHAL, 1971 apud FERREIRA e BURIASCO 2016).

² Corrente da Filosofia da Matemática, adepta de Brouwer que defende uma forma diferente de caracterização desta ciência, a composição subjetiva da matemática é tida unicamente como intuitiva e desvinculada da lógica.

Ao fazer um estudo sobre essa abordagem Ferreira e Buriasco (2016, p. 243) apresentam uma síntese justificando os motivos pelos quais, para Freudenthal, a Matemática é uma atividade humana:

[...] a essência da Educação Matemática não reside no ensino dos objetos matemáticos simplesmente, mas sim na atividade: um processo de organização e tratamento de um assunto por meio desses objetos. Sendo a matemática vista como uma ação, não faz sentido ensiná-la como uma sucessão de conteúdos “prontos para o consumo” sem dar aos alunos diferentes oportunidades para experienciar a matemática como uma “atividade humana” Nesse sentido, os conteúdos, conceitos, objetos, ideias, algoritmos, propriedades matemáticas emergem dos fenômenos com os quais os alunos podem se envolver ao lidar com um assunto, em vez de ser o ponto de partida (FERREIRA; BURIASCO, 2016, p. 243).

As situações pelas quais podem emergir a Matemática na perspectiva da Educação Matemática Realística são os contextos ricos de significados. O processo de matematização ocorre por meio da organização da realidade.

Na abordagem da Educação Matemática Realística, os papéis do professor e do aluno são distintos dos convencionais³. Como já mencionado, os alunos estudam um contexto rico de significado, por meio de tarefas, a fim de que ocorra o processo de matematização. Já o professor planeja e coordena todo esse processo, providencia e disponibiliza os materiais necessários para que ocorra a imersão em um contexto rico de exploração de maneira apropriada, auxilia e instiga o aluno com orientações e questionamentos, entre outras ações. Segundo Gravemeijer (2005, p.22):

[...] o professor continua a ser a autoridade na sala de aula, mas de uma forma diferente, ele passa a definir as regras do que é a Matemática e o que significa aprender Matemática na sua sala de aula. Além disso, o professor escolhe as atividades de ensino, escolhe tópicos para discussão, e orquestra as discussões em grupo turma, de tal forma que estas contribuam para a Matemática que se pretende ensinar. Ao fazê-lo, têm de descobrir um equilíbrio entre o “guiar” e o “re(inventar)”. Resumidamente, é o professor que molda a inovação curricular que está aqui implícita.

A Reinvenção Guiada é a estratégia de ensino intrínseca à RME, também é apresentada por Gravemeijer (2005). O processo de matematização dos alunos envolvidos em uma reinvenção guiada ocorre a partir do lidar com uma tarefa. Nessa estratégia, é determinante o conjunto de orientações e questionamentos do professor durante o processo de ensino aprendizagem, bem como as orientações

³ Consideraremos convencionais os papéis em que o professor é o detentor do conhecimento e esse deve repassar para seus alunos tais conhecimentos, por meio de aulas expositivas.

presentes nas propostas das tarefas que contribuem estimulando e conduzindo os estudos dos alunos. Desse modo, o professor e os guias de tarefas, elas fomentarão o processo de aprendizagem. O professor guia o processo de matematização, tornando possível a sistematização, em poucas aulas, de conhecimentos matemáticos construídos ao longo de séculos. Diz-se professor guia no sentido de acompanhar o aluno em suas produções, para elaborar intervenções para que ele próprio (aluno) construa seu conhecimento a partir do lidar com a matemática como uma ferramenta.

Nesta perspectiva, um exemplo de proposta pedagógica é a publicada por Mendes e Trevisan (2014) que apresenta no contexto da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, uma proposta com três tarefas matemáticas elaboradas para trabalhar com a estratégia da Reinvenção Guiada. Ao realizar as tarefas propostas, os estudantes têm a oportunidade de construir conceitos matemáticos. Caso ocorram dúvidas neste processo, a proposta apresenta questionamentos, que podem ser levantados pelo professor em uma conversa com o aluno, ou até mesmo prescrito após o enunciado de uma tarefa.

Em sua dissertação, Silva (2015), fez uma revisão bibliográfica de diversos estudos publicados sobre a Educação Matemática Realística para apresentar uma configuração da reinvenção guiada que os domínios do conhecimento matemático também são vistos como entrelaçados. Esse aspecto se refere a um dos princípios da RME, o princípio do entrelaçamento.

“O princípio do entrelaçamento significa que os domínios do conhecimento matemático como número, geometria, medidas, e tratamento da informação não são considerados como capítulos isolados no currículo, mas como fortemente integrados” (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010b, p. 5, apud SILVA, 2014, p. 35)

Neste sentido, a partir de reflexões acerca deste princípio da RME, faz pertinente elaborar uma trajetória de ensino e aprendizagem para que, ao explorarem um contexto rico, os alunos possam concomitantemente sistematizar conhecimentos geométricos, numéricos, de medidas e de tratamento da informação apoiados no material disponível e nas orientações do professor pela estratégia de ensino de Reinvenção guiada.

Além do entrelaçamento, Van den Heuvel-Paunhuizen (2010) apud Ferreira e Buriasco (2016), apresenta outros cinco princípios da Educação Matemática Realística: *da atividade*, que se refere à Matemática como atividade humana; *da realidade*, pois o processo de matematização se dá a partir de um contexto rico; *de níveis*, em que os alunos perpassam por distintos níveis de compreensão, partindo dos processos informais até que de modo progressivo atinjam os modelos mais formais; *da interatividade*, pois se a matemática é uma atividade humana, ela também se dá por meio da socialização; *de orientação*, pois o uso da estratégia de ensino da Reinvenção Guiada direciona o aluno à oportunidade de descobrir a Matemática.

Outro conceito relevante para a RME é o que Freudenthal denominou de Inversão Antididática. Para ele, iniciar os estudos de um conceito matemático de modo isolado de contexto, como podemos observar nas aulas tradicionais, inverte o processo pelo qual ocorre o trabalho dos matemáticos. “Na perspectiva proposta por este autor, os alunos devem fazer matemática, lidar com ela, para então produzir conhecimento, resolver problemas, organizar e utilizar fenômenos da sala de aula em situações do dia a dia” (FERREIRA; BURIASCO, 2016, p. 244).

Desse modo, a matemática escolar não deve ser vista ou vivenciada como uma ciência pronta e acabada, com uma lista de conteúdos que precisam ser trabalhados partindo de conceitos e relações matemáticas já sistematizadas. A matemática precisa ser encarada como uma ferramenta que favorece a organização de diversas situações ou contextos. É necessário que o aluno desenvolva o processo de matematização a partir de uma situação imaginável para que surjam os conceitos, propriedades, relações e teoremas matemáticos.

A produção de materiais, pelo professor, como uma trajetória de ensino e aprendizagem, que contém tarefas e reflexões das mesmas, elaborada a partir de um contexto rico, pode ser suporte adequado para que os alunos desenvolvam o processo de matematização com a utilização da estratégia de ensino de reinvenção guiada. É neste momento de planejamento que o professor prevê como irá conduzir as tarefas, de modo que favoreça a aprendizagem.

De modo geral, o principal objetivo de uma trajetória de ensino e aprendizagem refere-se a possibilitar que o professor tenha, por meio de uma descrição, uma visão geral do que poderá desenvolver com os alunos.

Desse modo, a trajetória também possibilita uma visão geral de como os processos de ensino e de aprendizagem podem se desenrolar durante o trabalho com os alunos na reinvenção guiada. (SANTOS, 2014)

Considerando a Educação Matemática Realística como uma alternativa que pode contribuir no sentido de superar as dificuldades de muitos alunos na disciplina, é necessário o aprofundamento dos estudos desta abordagem, a fim de que professores utilizem em suas práticas com a utilização de materiais que possuam potencial para favorecer o processo de matematização.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo visou à elaboração e discussão de uma trajetória de ensino e aprendizagem elaborada à luz dos pressupostos da Educação Matemática Realística. As ideias matemáticas exploradas nesta trajetória referem-se a medidas, formatos geométricos, divisões e escalas de uma planta baixa. As tarefas presentes nesse material bem como seus encaminhamentos foram organizadas de modo que favoreça o processo de matematização, a partir da estratégia da reinvenção guiada.

Para a produção e a análise do material elaborado, devido às particularidades envolvidas no estudo, foi selecionada a pesquisa qualitativa de cunho interpretativo. Para Minayo (2011, p. 22):

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado, ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN (2000) apud MENDES e TREVISAN (2014) “ressalta a importância dos professores serem capazes de prever e retratar as principais ações e tarefas com base nos objetivos desejados”. Desse modo, as tarefas elaboradas foram analisadas a partir da definição de seus objetivos à luz dos pressupostos da Educação Matemática Realística e ainda foram previstas as possíveis resoluções e dificuldades que os alunos podem apresentar ao desenvolver cada tarefa.

O princípio do entrelaçamento está fortemente presente, a fim de encaminhar os estudos de conhecimentos matemáticos classificados em conteúdos estruturantes diferentes. O Quadro 01 elaborado de acordo com as Diretrizes Curriculares da Educação Básica (2008) e o Caderno de Expectativas de Aprendizagem do Estado do Paraná (2012) apresenta os conteúdos previstos:

Conteúdos Estruturantes	Conteúdos Básicos	Conteúdos Específicos	Expectativa de Aprendizagem
Números e Álgebra	Números decimais	Adição e Multiplicação de números decimais	Resolva situações-problema envolvendo operações com números racionais.
Geometrias	Geometria Plana	Cálculo de área e perímetro de polígonos	Calcule perímetro e área de diferentes figuras planas. Resolva situações-problema envolvendo figuras planas.
		Classificação de polígonos	Reconheça e classifique polígonos.
Grandezas e Medidas	Sistema Métrico	Conversões de medidas entre metros e centímetros	Realize transformações entre unidades de medida. Resolva situações-problema envolvendo grandezas e unidades de medidas

Quadro 01: Conhecimentos matemáticos que poderão ser abordados na trajetória de ensino e aprendizagem
Fonte: autor.

Além dos conteúdos elencados, outros conceitos matemáticos podem surgir, considerando que os alunos podem desenvolver outras estratégias ao investigarem uma dada situação. A previsão para o desenvolvimento das tarefas presentes na trajetória de ensino e aprendizagem é de oito aulas de cinquenta minutos, entretanto é necessário respeitar o andamento da turma ao decorrer do processo de ensino e aprendizagem.

A trajetória de Ensino e aprendizagem intitulada de “Na minha casa tem Matemática” contém uma série de 14 tarefas que envolvem conceitos matemáticos presentes na elaboração das plantas baixas das casas dos alunos, da sala de aula e da casa dos sonhos dos alunos. Foi desenvolvida para ser aplicada a alunos de 6º ano do Ensino Fundamental, a fim de trabalhar os conteúdos descritos no quadro a seguir:

	Nome	Conteúdo Básico	Competências a ser desenvolvidas
01	Desenhe sua casa	-	-
02	Pesquisa	-	-
03	Trocando Ideias	-	-
04	Planta baixa da sala de aula	Conversão de medidas no sistema métrico.	Realizar transformações entre unidades de medida. Resolver situações-problema envolvendo grandezas e unidades de medidas
05	Momento de Reflexão.	Conversão de medidas no sistema métrico.	
06	Pesquisa	-	-
07	Faça em casa	Conversão de medidas no sistema métrico. Cálculo de área e perímetro.	Realizar transformações entre unidades de medida. Resolver situações-problema envolvendo grandezas e unidades de medidas
08	Observação da tarefa do colega		
09	Área e Perímetro do seu quarto	Conversão de medidas no sistema métrico; Cálculo de área e perímetro; Adição e Multiplicação de números decimais.	Resolver situações-problema envolvendo operações com números racionais; Calcular perímetro e área de diferentes figuras planas. Resolver situações-problema envolvendo figuras planas.
10	A cozinha		
11	A casa do colega		
12	A planta baixa da sua casa		
13	Comparação entre as plantas baixas		
14	A casa dos sonhos		

Quadro 02: Conteúdos básicos e competências a ser desenvolvidas

Fonte: autor.

Embora, algumas tarefas não apresentem a descrição das competências e conteúdos básicos apresentados no Quadro 02, o desenvolvimento das mesmas pode estimular o levantamento de importantes ideias matemáticas que não são contempladas nos documentos utilizados para elaboração deste quadro. Tais ideias serão contempladas no momento da apresentação detalhada de cada tarefa ou no momento da análise das tarefas.

. Enfim, segue no Quadro 03 uma previsão de tempo destinado para os alunos realizarem cada tarefa da trajetória de ensino e aprendizagem:

	Nome	Tempo estimado para conclusão	Momento
01	Desenhe sua casa	25 minutos	Aula 01
02	Pesquisa	20 minutos	Aula 01
03	Trocando Ideias	20 minutos	Aula 01/02
04	Planta baixa da sala de aula	35 minutos	Aula 02/ 03
05	Momento de Reflexão.	35 minutos	Aula 03
06	Pesquisa	20 minutos	Aula 04
07	Faça em casa	-	Em casa
08	Observação da tarefa do colega	20 minutos	Aula 05
09	Área e Perímetro do seu quarto	20 minutos	Aula 05
10	A cozinha	-	Em casa
11	A casa do colega	30 minutos	Aula 06
12	A planta baixa da sua casa	-	Em casa
13	Comparação entre as plantas baixas	30 minutos	Aula 07
14	A casa dos sonhos	60 minutos	Aula 07/08

Quadro 03: Tempo estimado para os alunos desenvolverem as tarefas

Fonte: autor.

4 APRESENTAÇÃO E DETALHAMENTO DAS TAREFAS DA TRAJETÓRIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Neste capítulo serão apresentadas cada uma das tarefas elaboradas para a trajetória de ensino e aprendizagem, seguida de um detalhamento em que contém o objetivo e possíveis resoluções de cada uma. No apêndice é apresentada a trajetória completa, já formatada para impressão disponível para os alunos de 6º ano de Ensino Fundamental. Seguem as tarefas:

Desenhe:

Usando lápis, borracha e régua, desenhe como é feita a divisão dos cômodos de sua casa, como se tivesse olhando de cima, sem o telhado.

Quadro 04: Tarefa 01

Fonte: autor

A finalidade desta tarefa é diagnosticar a percepção que o aluno possui da planta baixa de sua casa, antes do início dos estudos. Esse registro será utilizado posteriormente a fim de que o estudante possa comparar sua primeira percepção e após o desenvolvimento das tarefas desta trajetória de ensino e aprendizagem.

Essa tarefa possui caráter individual, uma vez que cada aluno mora em uma casa diferente. Neste momento, as medidas reais dos comprimentos das paredes não serão necessárias, pois se trata de um primeiro esboço realizado em sala de aula. É provável que os alunos desconsiderem a proporção entre os tamanhos dos cômodos, façam uso inadequado da régua ou ainda representem os cantos dos cômodos com desenhos de ângulos retos imprecisos.

A Figura 01 se refere à planta baixa de uma hipotética casa de aluno, as outras duas figuras são possíveis representações das divisões dos cômodos. Na Figura 02, os ângulos que se referem aos cantos retos dos cômodos não são representados com ângulos de 90° e na Figura 03 as proporções entre os tamanhos da sala e dos quartos não são respeitadas. Inadequações como essas, não devem ser corrigidas nesta tarefa, elas servirão de suporte para reflexão para outra tarefa, desta trajetória de ensino e aprendizagem.

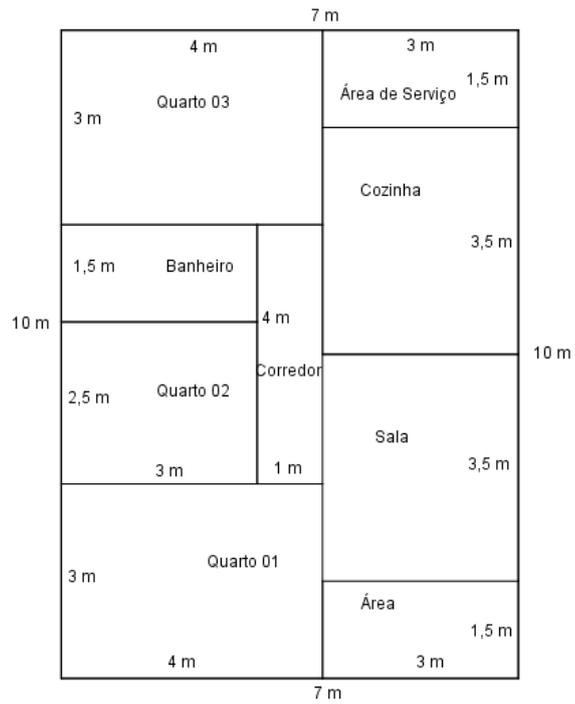


Figura 01: Planta baixa de uma possível casa de um aluno
Fonte: autor.

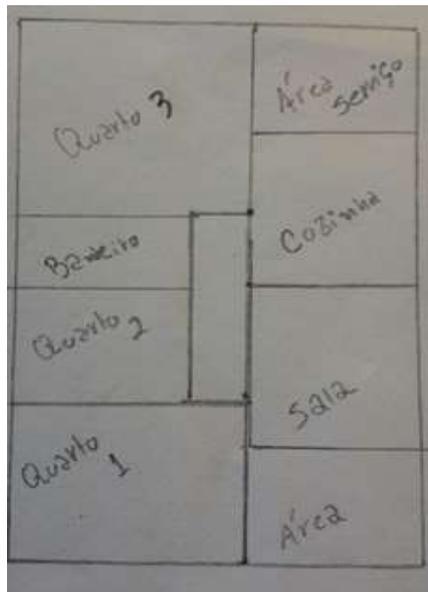


Figura 02: Possível representação de uma planta baixa que um aluno pode produzir referente à
figura 01
Fonte: autor.

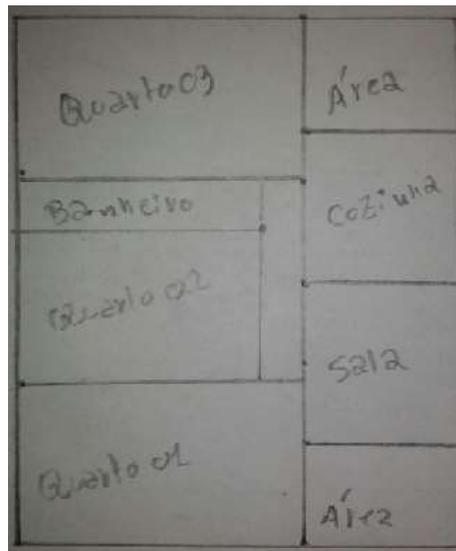


Figura 03: Possível representação de uma planta baixa que um aluno pode produzir referente à figura 01

Fonte: autor.

Pesquisa:

O que é planta baixa de uma casa? Pesquise em dois sites diferentes e escreva o que você entendeu. Não se esqueça de colocar as fontes.

Quadro 05: Tarefa 02

Fonte: autor.

A partir dessa tarefa os alunos deverão sistematizar o conceito de “Planta Baixa” que é fundamental para o desenvolvimento dos estudos. Neste momento é importante que o aluno compreenda o que é uma planta baixa a partir desta tarefa de pesquisa sem a necessidade de ser apresentado um conceito formal.

Para realização desta tarefa, o professor pode utilizar os recursos tecnológicos disponíveis na escola para promover a aprendizagem. Como o uso da internet wi-fi e dos dispositivos móveis como os *tablets* e aparelhos de celular. Alternativamente, pode usar o laboratório de informática e em último caso, essa tarefa poderá ser desenvolvida na biblioteca da escola ou em casa. Tarefas como essas, levam o aluno a compreender a maneira mais adequada de utilizar a internet e as tecnologias para sua aprendizagem. Seguem algumas possíveis sistematizações do conceito:

É um desenho técnico de uma construção que contém informações da edificação, como se olhasse de cima, sem o telhado.

É o desenho dos ambientes de uma construção, das paredes, portas e janelas, feito em escala.

É um desenho de uma construção que apresenta as informações necessárias para edificação.

Trocando ideias:

Em dupla, descreva com suas palavras as características das casas representadas nestas plantas baixas:



Figura 04: Planta Baixa 01

Fonte: <http://techne.pini.com.br/engenharia-civil/115/artigo286355-1.aspx>



Figura 05: Planta Baixa 02

Fonte: <http://www.tudoconstrucao.com/10-modelos-de-plantas-de-casa-gratis/>

Quadro 06: Tarefa 03
Fonte: autor.

O objetivo dessa tarefa é estimular a aptidão de transcrição da linguagem técnica para a linguagem corrente das representações na planta baixa. Dessa forma o aluno se familiarizará com a representação da planta baixa de uma casa.

Esta tarefa poderá ser realizada em duas fases, após analisar a percepção inicial dos alunos, no momento da correção da primeira fase, o professor poderá questionar, por escrito, algumas respostas ou o motivo de algumas representações não serem mencionadas na resposta. Assim, os alunos terão uma nova oportunidade de reflexão para descrever o projeto da casa que a planta baixa representa. Seguem algumas possíveis respostas:

Planta 01: A casa tem uma sala, uma cozinha e dois quartos, um lavabo e um banheiro.

Planta 02. A casa tem uma sala, uma cozinha, três quartos, um corredor e um banheiro.

Planta 01: A casa tem uma sala de 2,80m x 3,16m, com uma janela e três portas que dão acesso à cozinha, a um quarto e ao quintal da casa, a sala ainda dá acesso ao lavado. A cozinha tem 1,90m x 2,80m, possui uma janela e duas portas, sendo que uma dá acesso à sala e a outra ao quintal da casa. Os dois quartos tem 2,80m x 2,80m sendo que ambos possuem uma janela, a porta de um dos quartos dá acesso à sala e do outro no lavabo. O lavado dá acesso a um dos quartos, à sala a área restrita do banheiro.

Planta 02: Essa casa possui seis cômodos além de um corredor que dá acesso aos quartos e banheiro. A sala possui 5,00m x 3,60m, possui duas janelas, duas portas, sendo que uma dá acesso ao quintal e outra à cozinha, o corredor é um prolongamento da sala. A cozinha tem 2,50m x 2,70 e dá acesso ao quintal e à sala por meio de suas duas portas. O banheiro tem 2,60 x 1,50 e possui uma única porta que dá acesso ao corredor. A casa tem três quartos, sendo que ambos possuem somente uma porta com acesso ao corredor, as medidas dos quartos são: 2,50m x 3,80m; 3,60m x 2,50m e 2,90m x 2.70m.

Planta Baixa da Sala de aula:

Reúnam-se em grupos de 04 alunos, meçam os comprimentos das paredes e façam o desenho da planta baixa da sala de aula.

Quadro 07: Tarefa 04
Fonte: autor.

Para a realização desta tarefa o professor deverá dispor aos alunos alguns instrumentos necessários para medidas. Como trenas, fitas métricas, réguas. A expectativa é que ao esboçarem a representação da sala de aula surjam questionamentos que envolvam escala e conseqüentemente a conversão de medidas entre metros e centímetros. Caso essas reflexões não ocorram no momento da realização desta tarefa, a próxima tarefa contribuirá para que isso ocorra por meio de um questionário.

Ao fazer uso dos instrumentos de medidas, os alunos podem adotar algumas estratégias diferentes para a realização dessa etapa da tarefa. Se os alunos optarem por utilizar uma fita métrica que possui medida de 1,50m, será necessário fracionar a parede em algumas partes, fazendo as demarcações nos locais que deverão iniciar uma nova medição. Alternativamente, os alunos podem tomar como referência a medida do lado de um piso, uma vez que essa medida corresponde a uma parte da parede, nesta possibilidade é necessário tomar cuidado com os pisos da extremidade da parede, pois eles podem ter apenas uma parte da medida dos demais.

Dessa forma, para a realização das medidas das paredes da sala de aula os alunos multiplicarão as medidas de referência (medida do instrumento ou do próprio lado do piso) e se necessário adicionarão a parcela correspondente à medida incompleta referencialmente. Segue um exemplo de como que essa planta baixa pode ser produzida:

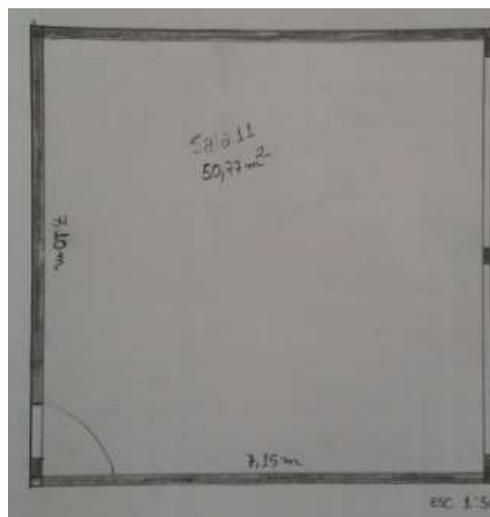


Figura 06: Possível planta baixa de uma sala de aula.
Fonte: autor.

As paredes dos esboços da planta baixa podem ser representadas por simples segmentos de retas ou por uma espessura maior, que a considera como bidimensional no plano. Nessa segunda opção os alunos poderão ainda representar a localização das janelas e da porta.

Momento de Reflexão:

A tarefa a seguir deverá ser realizada individualmente.

- a) Como o seu grupo mediu o comprimento de cada uma das paredes?
- b) Qual é a medida do comprimento da parede no qual o quadro negro está localizado?
- c) Na planta baixa da sala de aula que você acabou de desenhar, qual é a medida do comprimento da linha desenhada que representa a parede do quadro negro?
- d) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa da parede em que se localiza a lousa representa quantos centímetros da parede real?
- e) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa da parede em que se localiza a lousa representa quantos metros da parede real?
- f) Qual é a medida do comprimento das paredes ao lado da parede na qual se localiza o quadro?
- g) Na planta baixa da sala de aula que você acabou de desenhar, qual é a medida do comprimento da linha que representa as paredes do lado da parede na qual o quadro está localizado?
- h) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa das paredes ao lado da parede em que se localiza o quadro representa quantos centímetros destas paredes reais?
- i) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa das paredes ao lado da parede em que se localiza o quadro representa quantos metros destas paredes reais?
- j) Um centímetro nas paredes correspondentes ao quadro negro e as paredes do lado do quadro, correspondem à mesma medida da parede?
- k) Comente o motivo da sua resposta no item “j”.
- l) Agora que você refletiu, refaça a planta baixa da sua sala de aula.
- m) Essa planta baixa tem alguma alteração em relação à desenhada na tarefa anterior? Qual ou quais?

Quadro 08: Tarefa 05

Fonte: autor.

As possibilidades de resposta do item “a” desta questão foram contempladas na tarefa 04. As respostas dos itens “b”, “f” dependem das medidas da sala de aula em que os alunos estudam, bem como os itens “c” e “g”, pois as respostas dependem das medidas destas paredes nas representações das plantas baixas. Já nos itens “d” e “h” deste questionário o aluno precisará dividir a medida da parede pela medida da representação da parede no esboço da planta baixa. Para isso, é necessário que ambas estejam na mesma medida (centímetros ou metros). As respostas destes itens dependem das medidas destas paredes empregadas na representação da planta baixa.

Nos itens “e” e “i”, o aluno pode simplesmente realizar a conversão de medidas de centímetro para metro em reação aos itens “d” e “h” ou refazer o cálculo dividindo a medida da parede (em metros) pela medida da mesma parede na planta baixa (em centímetros), pois a resposta depende da medida desta parede na representação da planta baixa. Assim, os alunos que ainda não souberem converter metros em centímetros, começarão a observar as relações entre as medidas.

A intencionalidade pedagógica do item “j” é fazer com que o aluno reflita se a escala adotada nas paredes de medida distintas são a mesma. Já no item seguinte, é solicitada uma justificativa desta resposta, com o objetivo de que o aluno perceba a necessidade dos dois pares de paredes paralelas serem representados por meio da mesma escala.

Ao refazer a planta da sala, após as reflexões promovidas por vários itens deste questionário, no qual tem por intenção intervir no processo de construção do conhecimento dos alunos, espera-se que o aluno perceba a necessidade da utilização de um parâmetro de medidas entre o desenho da planta baixa e o ambiente representado, sem a necessidade de nominar esse conceito de escala, uma vez que a sistematização deste conceito ocorrerá na próxima tarefa. Outra intencionalidade pedagógica explorada no questionário é instigar os estudantes a verificarem como ocorre a conversão de medidas de centímetros para metros e de metros para centímetros.

Pesquisa:

- a) O que é escala de planta baixa? Não se esqueça de colocar a fonte de sua pesquisa.
- b) Em duplas, cada aluno irá explicar para o colega, com suas palavras, o que entendeu da pesquisa, utilizando as plantas baixas já desenhadas.

Quadro 09: Tarefa 06

Fonte: autor.

A expectativa desta tarefa é a sistematização do conceito de escala. A pesquisa poderá ser realizada por meio de dispositivos móveis, alternativamente no laboratório de informática. O item “b” desta tarefa será realizado oralmente.

Uma possível sistematização do conceito é a definição: relação entre as medidas da planta baixa e da construção, ou seja, 1 cm representa a mesma medida em toda planta baixa.

No item “b” desta tarefa o aluno pode fazer a comparação entre uma planta baixa que ele esboçou para explicar o modo correto de produzir a representação.

Faça em casa:

a) Faça a planta baixa do seu quarto.

Quadro 10: Tarefa 07

Fonte: autor.

O objetivo desta tarefa é propor ao aluno que tome as medidas dos comprimentos das paredes de sua casa a fim de desenhar a planta baixa de seu quarto. Essa tarefa pode ser realizada em duas fases. Após a primeira correção do professor, se necessário, o aluno irá refazer a tarefa a partir de orientações prescritas pelo docente.

Essa tarefa possui caráter individual, pois se refere à planta baixa do quarto de cada aluno. O estudante pode ter dificuldade em medir as paredes de seu quarto ou no momento de calcular as medidas necessárias para representar o cômodo na planta baixa. Caso o formato da base do cômodo não for quadrangular os alunos poderão ter dificuldades, uma vez que sua experiência anterior se referia uma figura quadrangular. Seguem três hipotéticas plantas baixas, Figuras 08, Figura 09 e Figura10

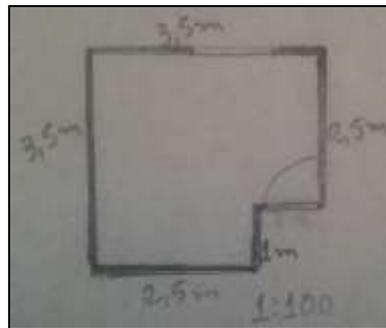


Figura 08: Possível representação da planta baixa de um quarto de aluno.

Fonte: autor.

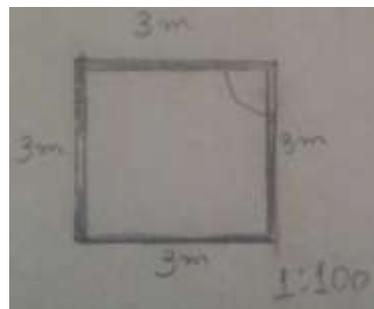


Figura 09: Possível representação da planta baixa de um quarto de aluno.

Fonte: autor.

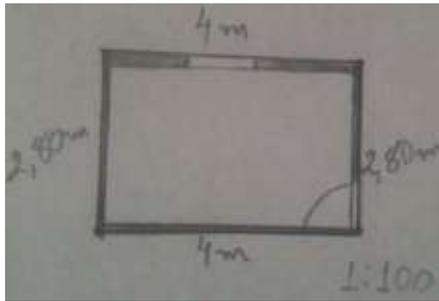


Figura 10: Possível representação da planta baixa de um quarto de aluno.

Fonte: autor.

Observação da tarefa do colega:

Em duplas, cada aluno irá verificar se o colega usou a escala corretamente:

Nome do colega: _____ (as questões “a” e “b” serão respondidas pelo parceiro).

- Seu amigo usou corretamente a escala em todas as paredes? Por quê?
- Como você verificou isso?
- Você concorda com a observação do seu colega? Justifique.

Quadro 11: Tarefa 08

Fonte: autor.

Ao verificar o trabalho desenvolvido pelo colega, o aluno utilizará seu conhecimento sobre escalas. Essa tarefa provocará novas discussões sobre a utilização da escala no contexto das plantas baixas.

As respostas das questões “a” e “b”, emitida pelo colega que analisou a planta baixa produzida, terá como base o produto das medidas das representações das paredes pela medida que na escala indica um centímetro. O valor obtido deve ser a medida real da parede, como na Figura 09, que se trata de uma suposta planta baixa do quarto de um aluno. As representações de todas as paredes possuem 3 cm. Na escala, verificamos que cada centímetro representa 100 centímetros (ou um metro). Logo, as paredes possuem 3m. Assim, a escala foi usada corretamente.

Área e perímetro do seu quarto:

- Com o auxílio de uma calculadora, calcule o perímetro do seu quarto.
- Como você faria esse cálculo sem o uso da calculadora?
- Caso tenha utilizado algum número decimal, o que você observou em relação à vírgula?
- Com o auxílio de uma calculadora, calcule a área do seu quarto.
- Como você faria esse cálculo sem o uso da calculadora?
- Caso tenha utilizado algum número decimal, o que você observou em relação à vírgula?

Quadro 12: Tarefa 09

Fonte: autor.

O objetivo dessa tarefa é que o aluno utilize meios matemáticos como ferramentas e perceba o algoritmo utilizado na adição e multiplicação de números

decimais. Os conceitos de área e perímetro já foram utilizados em outras oportunidades. O auxílio da calculadora será para que o aluno investigue o motivo da posição da vírgula na soma e no produto de números decimais. Assim, a partir da tarefa da elaboração de uma planta baixa podem emergir dúvidas, que ao estudarem e analisarem as suas respostas, os alunos terão oportunidade de matematizar.

Caso a medida de alguma parede do quarto do aluno for um número decimal como 2,85 m ou 3,05m os alunos precisarão resolver, no item “a”, do exercício uma adição de números decimais e no item “d” uma multiplicação. O auxílio da calculadora mostrará o resultado. Lembrando que o resultado dos cálculos não é o objetivo dessa tarefa, mas sim a sistematização do algoritmo utilizado.

Ao realizar os itens “b” e “d” os alunos analisarão como os cálculos de adição e de multiplicação com números decimais poderão ser efetuados sem o auxílio da calculadora. No caso hipotético da representação da Figura 10, temos:

$$b) 4,00 + 2,80 + 4,00 + 2,80 = 13,60 \text{ m}$$

$$d) 4,00 \cdot 2,80 = 11,20 \text{ m}^2$$

No caso da planta baixa do quarto do aluno não apresentar uma figura quadrangular, como na figura 08, será necessário estabelecer outras estratégias para o cálculo da área:

1ª estratégia:

I. Desmembrar em duas partes;

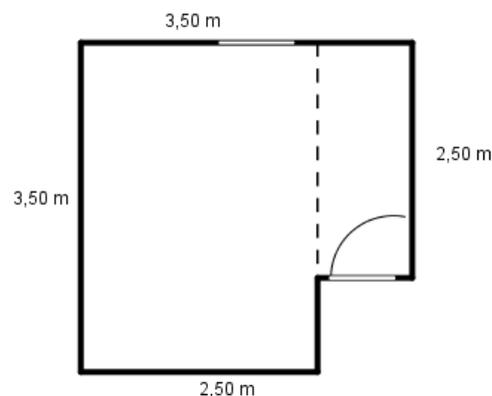


Figura 11: Divisão da representação da Figura 08 em duas partes.

Fonte: autor.

II. Calcular a área de ambas as partes;

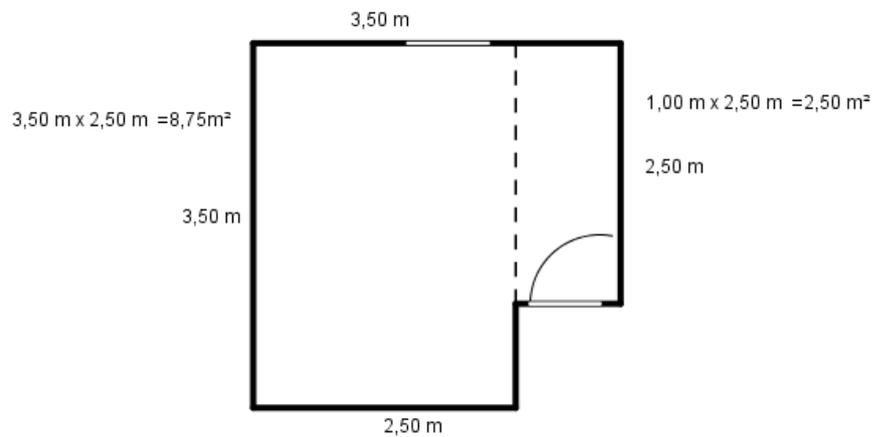


Figura 12: Cálculo da área das duas partes da Figura 11.
Fonte: autor.

III. Adicionar as duas partes.

$$8,75 + 2,50 = 11,25 \text{ m}^2.$$

2ª estratégia:

I. Completar a figura, a fim de formar um quadrilátero;

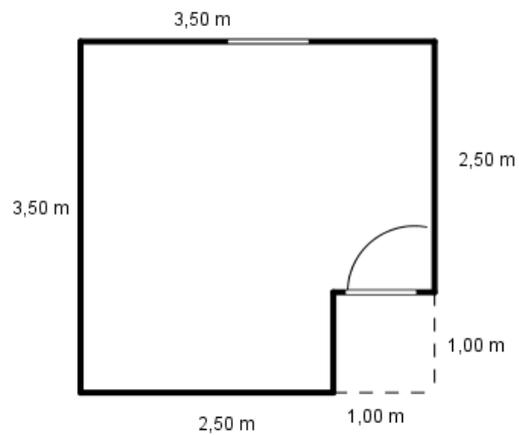


Figura 13: Complementação da Figura 08 em um quadrilátero.
Fonte: autor.

II. Calcular a área deste quadrilátero;

$$3,50 \cdot 3,50 = 12,25 \text{ m}^2.$$

III. Calcular a área do quadrilátero que foi adicionado para completar a figura;

$$1 \cdot 1 = 1 \text{ m}^2.$$

IV. Subtrair a área deste quadrilátero do quadrilátero maior.

$$12,25 - 1,00 = 11,25 \text{ m}^2.$$

Caso seja necessário, o professor poderá selecionar algumas plantas baixas dos quartos que apresentam características próximas ao da Figura 08. Não é objetivo desta tarefa esgotar o trabalho pedagógico dos conteúdos de adição e multiplicação de números decimais. Mas, apresentar uma forma de sistematizar seus algoritmos por meio de um contexto próximo do aluno.

A Cozinha:

Faça a planta baixa da cozinha da sua casa.

a) Com o uso de uma calculadora, obtenha desse cômodo.

b) Como você faria esse cálculo sem o uso da calculadora?

Quadro 13: Tarefa 10

Fonte: autor.

Essa tarefa deverá ser desenvolvida em casa, no caso do item “a” será necessário tomar as medidas das paredes, definir a escala a ser utilizada e esboçar a planta baixa adequadamente. Já no item seguinte, com o auxílio de uma calculadora, calculará a área e o perímetro do referido cômodo. No último item desta tarefa, os alunos deverão efetuar os cálculos sem o uso de calculadora se apropriando do algoritmo desenvolvido no exercício anterior.

As dificuldades na realização desta tarefa são análogas à anterior. Inclusive as plantas baixas da cozinha podem apresentar características próximas das Figuras 08, 09 e 10.

A casa do colega:

Faça o cálculo da área do perímetro dos cômodos das casas dos colegas que o professor solicitar.

Quadro 14: Tarefa 11

Fonte: autor.

O professor selecionará três plantas diferentes de cômodos das casas dos alunos. Após a realização dos cálculos o professor poderá conduzir uma discussão coletiva a partir dos cálculos efetuados pelos alunos o a fim de promover uma sistematização dos algoritmos para o cálculo de multiplicação e adição de números decimais.

A planta baixa da sua casa:

Faça a planta baixa da sua casa, considerando apenas os cômodos e calcule a área e o perímetro de cada cômodo.

Quadro 15: Tarefa 12

Fonte: autor.

Essa será a segunda oportunidade que o aluno terá de esboçar a planta baixa de sua casa no decorrer do período destinado às tarefas desta trajetória de

ensino e aprendizagem. A finalidade desta tarefa neste segundo momento é que os conceitos estudados sejam utilizados na elaboração desta planta baixa.

A conversão de medidas do sistema métrico deve ser realizada adequadamente na escala da figura plana da casa. O algoritmo da adição e da multiplicação de números decimais colaborará para o cálculo do perímetro e da área de cada cômodo, as espessuras das paredes serão representadas, bem como a posição das portas e janelas.

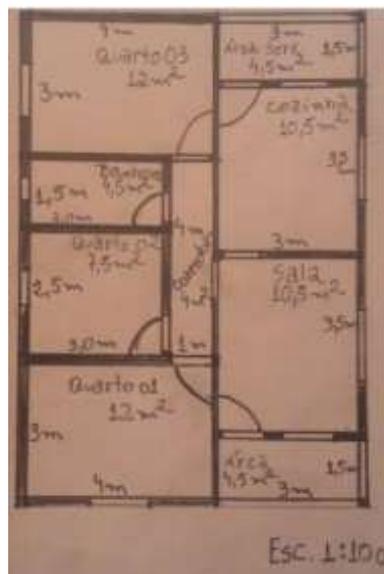


Figura 14: Possível representação de uma planta baixa que um aluno pode produzir referente à Figura 01, após os estudos.

Fonte: autor.

Comparação das plantas baixas:

Produza um texto de aproximadamente 10 linhas comparando as plantas baixas da tarefa 01 e da tarefa 11 desta trajetória de ensino e aprendizagem.

Quadro 16: Tarefa 13

Fonte: autor.

A expectativa com essa produção textual é que o aluno descreva como se deu sua aprendizagem. A partir desses textos é possível analisar a evolução dos conhecimentos matemáticos e dos demais conhecimentos estudados.

Os alunos possivelmente perceberão que os conhecimentos matemáticos estudados estavam presentes em suas próprias casas, terão um novo olhar em relação aos espaços da casa e notarão que aprenderam como desenhar plantas baixas de casa.

5 A ANÁLISE DA PROPOSTA

Na tarefa 01, o professor propõe uma situação aberta, permitindo com que o aluno adentre no contexto de uma situação imaginável, o que permite dizer realística. A forma como são feitas as divisões dos cômodos da casa em que o aluno mora, foi planejada antes de ser construída e isso pressupõe uma série de ideias matemáticas. Ao realizar a tarefa 02, o aluno perceberá que o que fez na tarefa anterior se trata de uma planta baixa, sendo essa a intenção da tarefa de pesquisa. Já na terceira tarefa, quando o aluno descrever as duas plantas baixas terá o primeiro contato com o desenho técnico, realizando sua interpretação.

Alguém que desconhece as intencionalidades pedagógicas destas três primeiras tarefas pode questionar a sua relação com a matemática escolar, pois aparentemente não se relaciona com um dos conteúdos elencados nos documentos que norteiam uma série em uma etapa de ensino. Entretanto, na perspectiva da Educação Matemática Realística, a compreensão do contexto das tarefas é essencial para o processo de matematização. Além disso, o desenho de uma planta baixa envolve diversas habilidades organizacionais em que a matemática é utilizada como ferramenta.

O próprio FREUDENTHAL (1971, p. 413) apud FERREIRA (2013, p. 31) defende que:

A matemática como atividade humana é uma atividade de resolução de problemas, de procura por problemas, mas é também uma atividade de organização de um determinado assunto. Este pode ser um assunto da realidade que deve ser organizado de acordo com modelos ou padrões matemáticos caso os problemas da realidade devam ser resolvidos. Também pode ser um assunto matemático, resultados novos ou antigos, de seu próprio país ou de outros, que devem ser organizados de acordo com novas ideias, para serem mais bem compreendidos, em um contexto mais amplo ou por meio de uma abordagem axiomática.

Ao desenhar, pesquisar o conceito ou analisar uma planta baixa o aluno passa a ter contato de uma linguagem técnica utilizada para o planejamento e intuitivamente começa a perceber a maneira pela qual a Matemática é utilizada como mecanismo de organização na distribuição dos espaços destinados a cada cômodo, nas medidas das portas, janelas, paredes e da área de cada cômodo, bem

como a disposição do mesmo no contexto geral da casa. Essas tarefas, portanto, são estratégicas para que o aluno inicie o processo de matematização.

Ao realizar a tarefa 04, que consiste em medir as paredes da sala de aula e esboçar o desenho da planta baixa em grupos composto por até quatro estudantes, os educandos precisarão traçar estratégias para medir uma parede que, possivelmente é maior que os instrumentos de medidas disponíveis. Esse pode ser o primeiro contato de alguns alunos com uma trena ou a primeira vez que meçam algo, considerando que alunos de 6º ano do Ensino Fundamental têm em torno de 11 ou 12 anos de idade. Neste sentido, a Matemática emerge da organização da atividade proposta na tarefa.

O princípio da interação pode ser observado na execução da tarefa anteriormente citada pelos alunos, nos possíveis diálogos no decorrer da tarefa de medição. Para Gravemeijer (2008, p.36) apud Silva (2015, p. 49), “o aspecto coletivo da aprendizagem na reinvenção guiada se dá de maneira especial pela interação entre estudantes, tendo essa interação a função de catalisar a aprendizagem dos sujeitos”.

Ainda na tarefa 04, é solicitado ao aluno o desenho da planta baixa da sala de aula. Esse esboço somente será adequado aos parâmetros arquitetônicos se for observado o conceito de escala. No entanto, os alunos nesta série possivelmente ainda desconhecem tal conceito. Por essa razão, neste momento, cada integrante do grupo deverá fazer a planta baixa como julgar apropriado e posteriormente por meio de uma reinvenção guiada prescrita em cada um dos itens da tarefa 05 poderá, de forma intuitiva, perceber a necessidade de ajustar a planta baixa da casa com o uso adequado de escala. O conceito formal de escala somente é pesquisado na tarefa 06.

O princípio dos níveis destaca-se na tarefa 05, por meio da condução de cada item do questionamento. O aluno deve perceber a necessidade de 1 cm na planta baixa representar a mesma medida em cada uma das paredes da sala de aula. Dessa forma, o aluno desenvolve o conhecimento por meio de uma situação baseada na tarefa desenvolvida, o que possibilita a evolução para um nível de conhecimento mais elaborado. As reflexões farão com que o aluno desenvolva um conceito intuitivo de escala por meio da abordagem da RME.

Um aspecto importante desta abordagem é que cria oportunidades para os alunos desenvolverem o conhecimento matemático fundamentado em experiências do dia a dia. Mais importante ainda, deixa em aberto a conexão com essas fontes. Isto, por sua vez, permite aos alunos evoluírem para níveis de compreensão mais concretos, se eles resolverem problemas. Por isso, esta abordagem deixa espaço para os alunos trabalharem a diferentes níveis (GRAVEMEIJER, 2005, p.15).

A tarefa 07 é bem parecida com a tarefa 04, porém individual e realizada em casa. As medidas das paredes do quarto do estudante e sua respectiva planta baixa são exemplos de tarefas contextualizadas para o estudante. Desta vez o aluno deve considerar as estratégias adequadas desenvolvidas em grupo, em sala de aula, e o uso apropriado da escala na elaboração da planta baixa.

Haverá um momento de socialização da tarefa desenvolvida em casa na tarefa 08, em que um aluno verificará se foram considerados os conceitos construídos durante as aulas anteriores. Novamente a interação entre os pares de alunos possibilitarão a aprendizagem a partir das análises que um aluno fará da produção do colega.

A intencionalidade pedagógica das tarefas 09, 10 e 11 é estimular a percepção dos algoritmos de adição e da multiplicação de números decimais com o auxílio de uma calculadora. Ao calcular o perímetro e a área do próprio quarto. O princípio do entrelaçamento está fortemente presente nesta tarefa, pois relaciona conhecimentos matemáticos categorizados em domínios da Matemática distintos, como o cálculo de área e perímetro que é considerado um conteúdo matemático de Geometria e o algoritmo da multiplicação e de adição de números decimais do domínio dos Números.

De modo geral, o conjunto de tarefas propostas na trajetória de ensino e aprendizagem não se limita a um dos domínios matemáticos, como foi apresentado no quadro 02 que compõe o capítulo de procedimentos metodológicos deste trabalho. Neste contexto Freudenthal considera que os domínios matemáticos:

em vez de funcionar como faixas separadas que, exceto por referências acidentais e empréstimos, são independentes umas das outras, a aprendizagem deve ser organizada em domínios que são mutuamente entrelaçados tão cedo, tão longo e tão forte quanto possível (FREUDENTHAL, 1991, p. 118, apud SANTOS E SILVA (2015, p. 36).

Na tarefa 12 é proposto para que os alunos desenhem novamente a planta baixa de sua casa, desta vez, à luz dos conhecimentos trabalhados. A produção

textual solicitada na tarefa 13 pode servir para comparar a percepção inicial e atual da planta baixa da casa em que habita. Essa tarefa pode ser utilizada para que aluno e professor percebam como se deu a aprendizagem no decorrer dos estudos com a trajetória de ensino e aprendizagem e para que o professor avalie se tem a necessidade de reorientar alguns dos conhecimentos matemáticos trabalhados nas tarefas.

Ao planejar a planta baixa da casa dos sonhos, na tarefa 14, o aluno tem a oportunidade de imaginar como deverá ser a distribuição dos espaços, as medidas das paredes, a disposição das portas e janelas e transpor para a linguagem técnica. Esse processo requer a organização de um espaço, ainda que apenas na planta baixa. Várias ideias matemáticas, já discutidas neste trabalho, podem emergir ao realizar essa tarefa. Além disso, o elemento motivacional intrínseco de tal procedimento poderá fazer com que o aluno sintá-se mais atraído para a sua realização.

6 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O uso de trajetórias de ensino e aprendizagem, como a elaborada nesta pesquisa, aliada às atitudes pedagógicas adequadas à Educação Matemática Realística é uma alternativa para que professores desta área explorem em sala de aula. No caso específico deste material produzido que propõem implicitamente ao aluno assumir a posição de protagonista na construção do conhecimento, os alunos são estimulados pelas tarefas a utilizarem a Matemática como ferramenta de organização, ou seja, a matematizarem.

O contexto explorado tende a favorecer o processo de ensino e aprendizagem, considerando que conhecer como foi planejado o ambiente que se vive, quais as medidas do espaço que habita e aprender a elaborar uma planta baixa da própria casa, da sala de aula ou da casa dos sonhos pode despertar curiosidades e estimular o aluno na busca de conhecimentos matemáticos a fim de organizar as tarefas necessárias para o desenvolvimento de cada tarefa.

As 14 tarefas foram elaboradas para que os alunos explorem ideias matemáticas a partir dos desenhos das plantas baixas, das medições das paredes, das pesquisas, das interações com os colegas de classe e da produção textual. Tarefas essas, incomuns em aulas de Matemática podem subsidiar professores a superar a inversão antididática, uma vez que o aluno primeiramente tem contato com situações que potencializam o desenvolvimento de ideias matemáticas. Entretanto, a utilização do material produzido, neste estudo, não deve ser o único recurso utilizado para o trabalho pedagógico dos conhecimentos matemáticos explorados.

A apresentação de como cada tarefa pode ser conduzida pelo professor na perspectiva da abordagem da Educação Matemática Realística descritas no quarto capítulo deste trabalho, serve de orientação para os professores, uma vez que os enunciados das tarefas por si só não promovem uma oferta de ensino, mas a conduta do professor no momento da aplicação pode ser determinante.

O material produzido para o aluno está disponível no apêndice deste trabalho, ele possui características que permitem a sua resignificação, pois um professor pode selecionar algumas das tarefas ou, ainda, utilizar em outra etapa do Ensino Fundamental. Para isso é necessário se atentar ao fato de que o aluno já

possa ter familiaridade com alguns dos conhecimentos que essa trajetória de ensino aprendizagem propõe, uma vez que a expectativa é que surjam as ideias a partir do processo de matematização.

A aplicação da trajetória de ensino e aprendizagem em sala de aula, como o objetivo de analisar o potencial de cada tarefa junto aos alunos está entre as expectativas de futuras pesquisas a partir deste estudo. Dessa forma, a análise da maneira dos alunos lidarem com os enunciados, esses poderão ser aprimorados.

Ao trabalhar com essa trajetória de ensino e aprendizagem, o professor deve se atentar aos propósitos da Educação Matemática Realística discutido no decorrer desta pesquisa. Uma vez que a elaboração do material se deu por meio de estudos dessa abordagem que serviu como aporte para construção e análise de cada uma das tarefas.

REFERÊNCIAS

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves; CIANI, Andréia Büttner. Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 22, n. 33, 2009.

CIANI, Andréia Büttner. O realístico em questões não-rotineiras de matemática. 2011. 166f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

FARIA, Elaine Turk. O professor e as novas tecnologias. **Ser professor**, v. 5, p. 57-72, 2004.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves. Enunciados de Tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística. 2013. 121f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves; DE BURIASCO, Regina Luzia Corio. Educação matemática realística: uma abordagem para os processos de ensino e de aprendizagem - **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 1, 2016.

GRAVEMEIJER, Koeno. O que torna a Matemática tão difícil e o que podemos fazer para o alterar. **Educação matemática: caminhos e encruzilhadas**. Lisboa: **APM**, p. 83-101, 2005.

MARIN, Alda Junqueira; PENNA, Marieta Gouveia Oliveira; RODRIGUES, Ana Carolina Colacioppo. A Didática e a formação de professores. **Revista Diálogo Educacional, Curitiba**, v. 12, n. 35, p. 51-77, 2012.

MENDES, Marcele Tavares; TREVISAN, André Luís. Competências de conexão e reflexão em aulas de cálculo. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 12, 2014, Campo Mourão. *Anais do XII Encontro Paranaense de Educação Matemática*. Campo Mourão, 2014.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Editora Vozes Limitada, 2011.

PONTE, João Pedro da. Explorar e investigar em Matemática: Uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. **Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, p. 13-30, 2010.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Caderno de Expectativas de Aprendizagem**. Curitiba: Seed/DEB-PR, 2012.

_____. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Curitiba: Seed/DEB-PR, 2008.

SARAIVA, Manuel; PONTE, João Pedro da. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante**, p. 25-52, 2003.

SANTOS, Edilaine Regina dos. **Análise da produção escrita em matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino**. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

SILVA, Gabriel dos Santos e. Uma configuração da reinvenção guiada. 2015. 94f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

WEININGER, Markus J. Do aquário em direção ao mar aberto: mudanças no papel do professor e do aluno. **O professor de línguas estrangeiras: construindo a profissão**. Pelotas: EDUCAT, p. 41-66, 2001.

APÊNDICE A - Trajetória de ensino e aprendizagem para o aluno

**“NA MINHA CASA TEM
MATEMÁTICA”**

Tarefa 01 - Desenhe:

Usando lápis, borracha e régua, desenhe como é feita a divisão dos cômodos de sua casa, como se tivesse olhando de cima, sem o telhado.

Tarefa 02 - Pesquisa:

O que é planta baixa de uma casa? Pesquise em dois sites diferentes e escreva o que você entendeu. Não se esqueça de colocar as fontes.

Tarefa 03 - Trocando ideias:

Em dupla, descreva com suas palavras as características das casas representadas nestas plantas baixas:



Fonte: <http://techne.pini.com.br/engenharia-civil/115/artigo286355-1.aspx>



Fonte: <http://www.tudoconstrucao.com/10-modelos-de-plantas-de-casa-gratis/>

Tarefa 04 - Planta Baixa da Sala de aula:

Reuniam-se em grupos de 04 alunos, meçam os comprimentos das paredes e faça o desenho da planta baixa da sala de aula.

Tarefa 05 - Momento de Reflexão:

Esta tarefa deverá ser realizada individualmente.

a) Como o seu grupo mediu o comprimento de cada uma das paredes?

b) Qual é a medida do comprimento da parede na qual o quadro negro está localizado?

c) Na planta baixa da sala de aula que você acabou de desenhar, qual é a medida do comprimento da linha desenhada que representa a parede do quadro negro?

d) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa da parede em que se localiza a lousa representa quantos centímetros da parede real?

e) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa da parede em que se localiza a lousa representa quantos metros da parede real?

f) Qual é a medida do comprimento das paredes do lado da parede no qual o quadro está localizado?

g) Na planta baixa da sala de aula que você acabou de desenhar, qual é a medida do comprimento da linha que representa as paredes do lado da parede no qual o quadro está localizado?

h) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa das paredes ao lado da parede em que se localiza o quadro representa quantos centímetros destas paredes reais?

i) Um centímetro da linha desenhada na planta baixa das paredes ao lado da parede em que se localiza o quadro representa quantos metros destas paredes reais?

j) Um centímetro nas paredes correspondentes ao quadro negro e as paredes do lado do quadro, correspondem à mesma medida da parede?

k) Comente o motivo da sua resposta no item "j":

l) Agora que você refletiu, refaça a planta baixa da sua sala de aula.

m) Essa planta baixa tem alguma alteração em relação à desenhada na tarefa anterior? Qual ou quais?

Tarefa 06 - Pesquisa:

a) O que é escala de planta baixa? Não se esqueça de colocar a fonte de sua pesquisa.

b) Em duplas, cada aluno irá explicar para o colega, com suas palavras, o que entendeu da pesquisa, utilizando as plantas baixas já desenhadas.

Tarefa 07 - Faça em casa:

a) Faça a planta baixa do seu quarto.

Tarefa 08 - Observação da tarefa do colega:

Em duplas, cada aluno irá verificar se o colega usou a escala corretamente:

Nome do colega: _____ (as questões "a" e "b" serão respondidas pelo parceiro).

a) Seu amigo usou corretamente a escala em todas as paredes? Por quê?

b) Como você verificou isso?

c) Você concorda com a observação do seu colega? Justifique.

Tarefa 09- Área e perímetro do seu quarto:

a) Com o auxílio de uma calculadora, calcule o perímetro do seu quarto.

b) Como você faria esse cálculo sem o uso da calculadora?

c) Caso tenha utilizado algum número decimal, o que você observou em relação à vírgula?

d) Com o auxílio de uma calculadora, calcule a área do seu quarto.

e) Como você faria esse cálculo sem o uso da calculadora?

f) Caso tenha utilizado algum número decimal, o que você observou em relação à vírgula?

Tarefa 14 - A casa dos sonhos:

Faça a planta baixa da casa dos seus sonhos, obedecendo às regras da escala, calcule a área e o perímetro de cada cômodo.