

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

ALCIONE DE ABREU

**ESCALAS DE TRABALHO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR:  
VIABILIDADE NA OPERAÇÃO REMOTA DE USINAS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

FRANCISCO BELTRÃO  
2020

ALCIONE DE ABREU

**ESCALAS DE TRABALHO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR:  
VIABILIDADE NA OPERAÇÃO REMOTA DE USINAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Engenharia de Produção da UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná em exigência para obtenção do título de Especialista em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Me. Franklin Angelo Krukoski  
Coorientador: Prof. Me. Maiquiel Schmidt de Oliveira

FRANCISCO BELTRÃO  
2020



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Francisco Beltrão  
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação  
Especialização em Engenharia de Produção



## **TERMO DE APROVAÇÃO**

### **Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização**

## **ESCALAS DE TRABALHO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR: VIABILIDADE NA OPERAÇÃO REMOTA DE USINAS**

por

**ALCIONE DE ABREU**

Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização apresentado às 08 horas do dia 15 de Fevereiro de 2020, como requisito parcial para obtenção do grau de especialista em Engenharia de Produção, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Campus Francisco Beltrão*. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores que abaixo assinam este Termo. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho Aprovado.

---

**ME. FRANKLIN ANGELO**

**KRUKOSKI**

Professor Orientador

---

**ME. MAIQUEL SCHMIDT DE**

**OLIVEIRA**

Professor Coorientador

---

**ME. MAIQUEL SCHMIDT DE**

**OLIVEIRA**

Membro da Banca

---

**DR. DOUGLAS DA COSTA**

**FERREIRA**

Membro da Banca

---

**Prof. Maiquel Schmidt de Oliveira**

Responsável pela Coordenação do CEEP  
Curso de Especialização em Engenharia de Produção

**A FOLHA DE APROVAÇÃO ORIGINAL (ASSINADA) ENCONTRA-SE NA COORDENAÇÃO DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO.**

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus pelo seu amor incondicional;

A minha esposa por todo seu apoio e amor nos diferentes momentos da minha vida profissional e acadêmica;

A minha filha pelo seu enorme carinho;

Aos meus pais, Nadir de Abreu e Iracedes de Abreu por me incentivar a sempre buscar conhecimento;

Aos meus amigos, que presentes ou não, sempre contribuíram com palavras de apoio, orações e momentos de descontração, sendo fundamentais nos meus momentos de extrema ansiedade;

Aos professores Franklin e Maiquiel, pelas suas contribuições, paciência e cooperação na elaboração deste trabalho;

A todos os professores da pós-graduação que dedicaram seu tempo em transferir seus conhecimentos ao longo do curso;

A Universidade Tecnológica Federal do Paraná, pela grata satisfação de participar dessa respeitosa comunidade científica;

Aos membros da banca pelas contribuições dadas ao trabalho;

Enfim, a todos que de alguma maneira contribuíram para a concretização deste sonho.

Muito Obrigado!

## RESUMO

Devido as constantes necessidades de otimização de custos e percebendo a oportunidade existente no mercado, o presente estudo de caso verifica a viabilidade da criação de um COG (Centro de Operação e Geração remota para Pequenas Centrais Hidrelétricas). Foi preparado um modelo de programação linear para encontrar a solução ótima para o problema, utilizando o Método Simplex. Esse modelo é baseado nos clássicos problemas de escalas de trabalho, com modificação na função objetivo buscando a minimização dos custos envolvidos, atendendo as restrições funcionais. O modelo foi implementado utilizando o suplemento Solver da planilha eletrônica Microsoft Excel. Na variação das restrições foram considerados dois tipos de jornadas de trabalho bastante utilizadas quando é necessário que os períodos de trabalho contemplem 24 horas por dia e 7 dias por semana. A função objetivo, variáveis de decisão e restrições foram definidas na fase metodológica, utilizando conceitos da PL e informações levantadas no estudo de caso. Nos resultados obtidos neste trabalho, a melhor escala a ser utilizada é 6 x 1, escala que atende as restrições e apresenta a função objetivo com menor custo, ou seja, escala que possibilita maior viabilidade para criação do COG.

**Palavras-chave:** COG. Escalas de trabalho. Programação linear. Operação de usinas.

## **ABSTRACT**

Due to the constant need for cost optimization and realizing this market opportunity, this present study verifies the feasibility of creating a OGC (Operation and Remote Generation Center for Small Hydroelectric Plants). A linear programming model was prepared to find the optimal solution to the problem by Simplex Method. This model is based on the classic work schedule problems, with modification of the objective function in order to minimize the costs involved, taking into account the functional restrictions. The model was implemented through the Solver supplement from Microsoft Excel spreadsheet. In the variation of the restrictions, two types of working hours that were widely used were considered when it is necessary that the working periods include 24 hours a day and 7 days a week. The objective function, decision variables and restrictions were defined in the methodological phase, using PL concepts and information raised in the case study. In the results obtained in this work, the best scale to be used is 6 x 1, a scale that meets the restrictions and presents the objective function with the lowest cost, that is, a scale that allows greater viability for creating the OGC.

**Keywords:** COG. Work schedule. Linear Programming. Power Plant operation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Classificações para o problema.....	16
Figura 2	Resumo sobre as diferentes escalas de trabalho.....	20
Figura 3	Finalidades do estudo de caso.....	22
Figura 4	Tipos de estudo de caso.....	22
Figura 5	Participação da Indústria no Cenário Nacional.....	26
Figura 6	Organização das etapas da pesquisa.....	26
Figura 7	Construção de um modelo matemático.....	28
Figura 8	Períodos para o funcionamento adequado do COG.....	29
Figura 9	Turnos para escala 6 x 1.....	30
Figura 10	Turnos para escala 5 x 2.....	31
Figura 11	Janela do Solver para aplicação 1.....	36
Figura 12	Janela do Solver mostrando Solução Ótima para aplicação 1.....	36
Figura 13	Percentual de custo coberto relacionado ao número de usinas operadas para aplicação 1.....	37
Figura 14	Janela do Solver para aplicação 2.....	39
Figura 15	Percentual de custo coberto relacionado ao número de usinas operadas para aplicação 2.....	40

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Períodos de trabalhos e turnos de colaboradores para escala 6 x 1.....	30
Tabela 2	Períodos de trabalhos e turnos de colaboradores para escala 5 x 2.....	31
Tabela 3	Restrições funcionais para aplicação 1 (escala 6 x 1).....	33
Tabela 4	Restrições funcionais para aplicação 2 (escala 5 x 2).....	34
Tabela 5	Resultados para as variáveis de decisão da aplicação 1.....	35
Tabela 6	Resultados para as variáveis de decisão da aplicação 2.....	38



## **LISTA DE SIGLAS, SÍMBOLOS E ABREVIATURAS**

CGH – Central Geradora Hidrelétrica;

COG – Centro de operação e geração;

MW – Megawatts;

PCH – Pequena Central Hidrelétrica;

PO – Pesquisa Operacional;

PL – Programação Linear;

PLI – Programação Linear Inteira;

SOBRAPO – Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional;

TI – Tecnologia da Informação;

UHE – Usina Hidrelétrica.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2. OBJETIVO .....</b>	<b>12</b>
<b>2.1 OBJETIVO GERAL .....</b>	<b>12</b>
<b>2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....</b>	<b>12</b>
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>13</b>
<b>3.1 PESQUISA OPERACIONAL .....</b>	<b>13</b>
<b>3.2 PROGRAMAÇÃO LINEAR .....</b>	<b>14</b>
<b>3.2.1 PROBLEMAS DE ESCALA PESSOAL .....</b>	<b>16</b>
<b>3.2.2 RESTRIÇÕES EM PROBLEMAS DE ESCALA PESSOAL .....</b>	<b>17</b>
<b>3.2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>18</b>
<b>3.3 LEGISLAÇÃO TRABALHISTA - CONCEITOS .....</b>	<b>19</b>
<b>3.4 OTIMIZAÇÃO DE CUSTOS .....</b>	<b>19</b>
<b>3.5 ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>20</b>
<b>3.6 CENTRO DE OPERAÇÃO (COG) .....</b>	<b>23</b>
<b>4 METODOLOGIA .....</b>	<b>24</b>
<b>4.1 ENQUADRAMENTO METODOLÓGICO .....</b>	<b>24</b>
<b>4.2 ESTRATÉGIA DE PESQUISA: O ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>24</b>
<b>4.3 DESCRITIVO CENÁRIO .....</b>	<b>25</b>
<b>4.4 LEVANTAMENTO DADOS .....</b>	<b>26</b>
<b>4.5 MODELAGEM .....</b>	<b>27</b>
<b>4.6 VARIÁVEIS DE DECISÃO E PESOS .....</b>	<b>28</b>
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>32</b>
<b>5.1 FUNÇÃO OBJETIVO E RESTRIÇÕES .....</b>	<b>32</b>
<b>5.2 DEFINIÇÃO DE VARIÁVEIS DE DECISÃO E RESULTADO DA FUNÇÃO OBJETIVO .....</b>	<b>35</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>41</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>43</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Devido dificuldades existentes para as empresas investir em novos produtos ou serviços, a melhoria ou inovação de produtos ou serviços já conhecidos se apresenta como uma solução viável (BODANESE et al, 2005). Neste estudo será verificada a viabilidade da criação de um COG (Centro de Operação e Geração) para usinas hidrelétricas, atendendo as restrições funcionais envolvidas, buscando minimizar os custos. O estudo acontecerá dentro de uma empresa que já fornece equipamentos e presta serviços para usinas, ou seja, o serviço é complementar a tarefas já desenvolvidas pela empresa.

Nos últimos anos, a economia passou por grandes alterações e mostrou um acentuado crescimento na área de serviços. Na prestação de serviços, o principal custo direto está relacionado aos funcionários, logo é importante reduzir efetivamente o uso dos recursos humanos para obter sucesso, visto que a otimização de recursos é um fator determinante para se obter resultados satisfatórios (PAWAR, HANCHATE,2013).

Neste contexto, a Pesquisa Operacional (PO) surgiu na década de 40 para solucionar problemas práticos e reais (BELFIORE, FÁVERO, 2012). Uma das técnicas da PO é a Programação Linear, a qual possibilita melhorar o planejamento e minimizar os custos de diversas empresas e projetos, aplicando o método Simplex: em problemas de escala de pessoal (turnos de trabalho), ou também chamados de problemas de designação.

A prestação de serviços é muito utilizada na operação de usinas hidrelétricas, que por sua vez pode acontecer de maneira local, com funcionários presentes na própria usina, ou de maneira remota, através de COG (Centro de Operação e Geração), que pode operar várias usinas simultaneamente. Na operação local, geralmente o custo é maior, visto que demanda uma grande quantidade de funcionários devido à elevada carga horária de trabalho. Além disso, há dificuldade para encontrar profissionais qualificados para operação local, considerando a responsabilidade e complexidade do cargo. Desta forma, a operação remota através de COG's se apresenta como uma solução interessante e viável, ou seja, uma solução a ser considerada e estudada detalhadamente pelos proprietários das usinas.

O presente trabalho analisa a viabilidade da criação de um centro de operação remota (COG), para operação de pequenas centrais hidrelétricas (PCH's) - usinas com potência instalada até 30 MW; ou para operação de centrais geradoras hidrelétricas (CGH's) – usinas com potência instalada até 5 MW. O desafio é em virtude dos turnos de trabalho e da qualificação exigida dos profissionais, determinar qual o menor valor gasto na criação deste COG que consiga operar diversas usinas. Essa análise considera as remunerações dos recursos e despesas fixas, respeitando questões técnicas, restrições trabalhistas e necessidades particulares do negócio. A partir da minimização e otimização deste custo, o trabalho tem por objetivo analisar a viabilidade na criação de um COG por meio da programação linear, utilizando Método Simplex e as funções do suplemento Solver do Microsoft Excel.

## **2. OBJETIVO**

### **2.1 OBJETIVO GERAL**

Definir escalas de trabalho buscando a minimização de custos, atendendo as restrições existentes na criação de um centro para operação remota de usinas.

### **2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Para atingir o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos são estabelecidos:

- Levantar os dados necessários para a formulação do estudo de caso para criação do COG (Centro de Operação e Geração);
- Propor um modelo de escala pessoal utilizando a programação linear;
- Verificar quais são as melhores escalas de trabalho para viabilidade do COG.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo é apresentada a fundamentação teórica que norteou o desenvolvimento do trabalho.

#### 3.1 PESQUISA OPERACIONAL

A pesquisa operacional surgiu na Inglaterra durante a Segunda Guerra Mundial para solucionar problemas táticos e estratégicos. No Brasil, o primeiro grupo de PO foi desenvolvido pela Petrobrás na década de 60 (RAYMUNDO, NOGUEIRA, RIBEIRO, 2015). Paralelo ao surgimento da PO no Brasil, em 1969 foi fundada a Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional (SOBRAPO).

Apesar da Inglaterra ser considerada a responsável pelo surgimento da PO, sua propagação deve-se principalmente a uma equipe de cientistas liderada por George B. Dantzig, dos Estados Unidos, durante a Segunda Guerra Mundial. Como resultado deste esforço, surgiu o Método Simplex em 1947. O Método Simplex para a Programação Linear (PL) tornou-se a primeira técnica explícita, e permanece até hoje como a mais fundamental de todas as técnicas de PO (PIZZOLATO, GANDOLPLHO, 2008).

De acordo com Karsu e Morton (2015) a pesquisa operacional é utilizada nos setores públicos e privados para resolver problemas reais e práticos. Ela também é amplamente aplicada em planejamento, distribuição de recursos, escalas de pessoal, programação matemática, tomada de decisões, entre outras tantas utilizações.

A pesquisa operacional é usada em diversos problemas que necessitam alocação eficiente de recursos, como no planejamento de entregas; melhora de serviço de caixas de bancos; e mais comumente na alocação de turnos de trabalho. Um bom exemplo de uso ideal da PO é a empresa americana de aviação United Airlines que utilizou Programação Linear Inteira para planejar os turnos dos atendentes das centrais e dos balcões de venda dos aeroportos. Entre os anos de 1983 e 1986, a empresa reportou uma economia de aproximadamente 6 bilhões de dólares por ano em decorrência das técnicas utilizadas (HOLLORAN, BYRN, 1986).

A pesquisa operacional usa modelos matemáticos para a solução de problemas. A modelagem do problema é a terceira fase de um estudo de PO,

posterior a definição do problema e a coleta de dados (HILLIER, LIEBERMAN, 2013). Na modelagem do problema é necessário identificar regras e restrições, para conseguir obter uma solução. A forma de encontrar soluções para os problemas é definida de acordo com a natureza do modelo. O mais utilizado é o método Simplex para a Programação Linear (PAPADIMITRIOU, STEIGLITZ, 2013).

As disciplinas que constituem a pesquisa operacional estão suportadas em quatro ciências fundamentais: econômica, matemática, estatística e informática. As técnicas mais utilizadas na pesquisa operacional são: Teoria dos Jogos, Teoria dos Grafos, Teoria das Filas, Teoria da Simulação, Programação Linear, Probabilidade Estatística Matemática e Programação Dinâmica. As áreas de aplicação envolvem fábricas, escritórios, fazendas, estradas, etc (BODANESE et al, 2005). O trabalho em questão é aplicado em uma empresa do ramo de energia, o mesmo está fundamentado na economia, matemática e informática e utiliza a programação linear buscando a melhor solução através do Solver.

### **3.2 PROGRAMAÇÃO LINEAR**

Uma das técnicas da pesquisa operacional é a programação linear (PL), técnica que usa modelagem matemática para trabalhar um problema, sendo que suas funções são lineares (HILLIER, LIEBERMAN, 2013). É uma técnica de planejamento das mais poderosas em quase todos os ramos de atividade, visto que seus benefícios são procurados por todas as empresas: diminuir os custos e aumentar os lucros.

A Programação Linear (PL) envolve o problema de minimização de uma função objetivo sujeita a restrições de igualdade e desigualdade (BERTSIMAS, TSITSIKLIS, 1997). O termo “programação” não se refere a softwares, e é usado no sentido de planejamento. Desta forma, a programação linear envolve o planejamento de atividades de modo a conseguir o melhor resultado possível da função objetivo (HILLIER, LIEBERMAN, 2013).

Existem várias maneiras de utilizar os recursos para se obter uma solução viável, no entanto a PL tem o objetivo de buscar a melhor utilização dos recursos. Dessa forma, a PL se encarrega de encontrar a solução ótima do problema, a partir do momento que se define a função objetivo e suas restrições (PAMPLONA, MONTEVECHI, 2005).

O modelo matemático da programação linear envolve variáveis de decisão, função objetivo e um conjunto de restrições. As variáveis de decisão são incógnitas, que serão determinadas pela solução do modelo. São classificadas de acordo com as seguintes escalas de mensuração: variáveis contínuas, discretas ou binárias. As variáveis de decisão devem assumir valores não negativos. O algoritmo Simplex é amplamente utilizado para resolver estas programações lineares e esse algoritmo otimiza a função objetivo melhorando os resultados ao mover a solução pelos vértices do problema (PAPADIMITRIOU, STEIGLITZ, 2013). Para otimização da função objetivo é necessário atender as restrições envolvidas, desta forma busca-se a maximização ou minimização da função objetivo. Esse modelo de otimização restrito fornece meios de solucionar problemas em que os recursos são escassos de modo a otimizar o objetivo de interesse (BODANESE et al, 2005; SANTOS et al, 2012).

Uma forma específica de programação linear, é a PLI (Programação Linear Inteira), que se caracteriza por possuir todas as variáveis de decisão com valores discretos, ou seja, valores inteiros. No caso em que apenas algumas variáveis são inteiras, o problema é chamado de Programa Linear Inteira Mista. Outro caso é quando as variáveis são inteiras e restritas aos valores de 0 ou 1, esse caso é conhecido como Programação Linear Inteiro Binário (WOLSEY, 1998). Muitas características da PL são compartilhadas e comuns para PLI, no entanto, não podemos resolver o modelo como variáveis contínuas (PL) e depois arredondar para variáveis discretas (PLI), visto que os resultados podem ter variações não aceitáveis e a solução do problema não atingir o ponto ótimo.

Algumas aplicações se tornaram clássicas, tais como: formulação de alimentos (misturas), rações e adubos, blindagem de ligas metálicas, transporte, localização industrial, alocação de recursos em fábrica, designação de pessoas e tarefas (composição de tabelas de horários), corte de barras e chapas (BODANESE et al, 2005).

A programação linear é uma ferramenta importante para o planejamento de alocação de mão de obra (Problemas de escala de pessoal). Vários trabalhos para definição de escala pessoal já foram realizados utilizando programação linear. Mello et al (2008), recorreram a PL, por meio de um modelo, para criar a atribuição de escalas de serviço de motoristas buscando respeitar as restrições operacionais e trabalhistas, afim de minimizar os custos. Em outro caso, utilizando a PLI e métodos

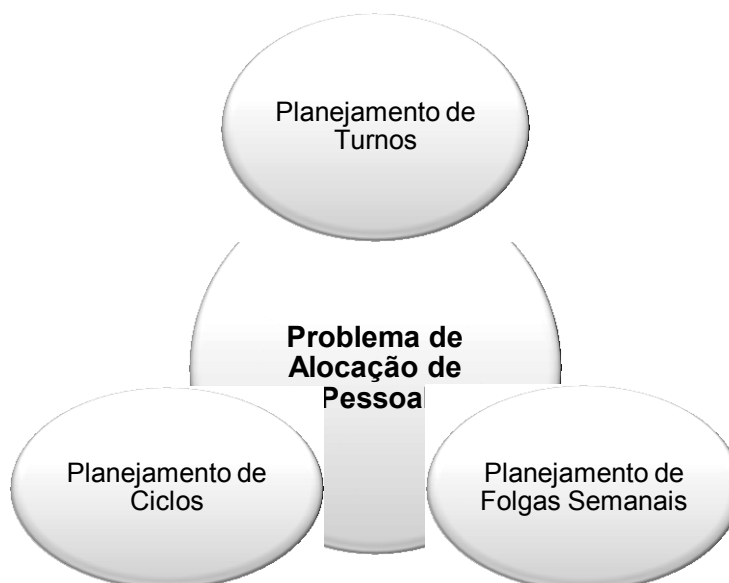
heurísticos, foi possível otimizar a distribuição dos períodos de trabalho em um hospital, sendo que os resultados proporcionaram economia entre 6% e 8,6% (RODRIGUES, 2015).

Os problemas que a programação linear permite resolver são inúmeros. A programação linear pode ser utilizada em várias aplicações, tais como: definição de horários de atendentes em centrais telefônicas; alocação de pessoal que prestam serviços de suporte em TI; escalas de trabalho de tripulação de companhias aéreas; escalas de trabalho de médicos e enfermeiros; escalas de trabalho de servidores públicos; grades de universidades; entre tantas outras aplicações.

### 3.2.1 PROBLEMAS DE ESCALA PESSOAL

Desde a década de 50 com a introdução do Problema de Alocação de Pessoal, uma grande quantidade de artigos e relatórios abordando as mais complexas variações nos problemas e métodos de solução foram publicados em revistas científicas (OLIVEIRA et al, 2014). Uma das primeiras classificações para o problema foi apresentado por Baker (1978), na qual divide em três grupos básicos: Planejamento de Turnos; Planejamento de Folgas Semanais; e Planejamento de Ciclos.

**Figura 1 - Classificações para o problema**



**Adaptado de Baker (1978)**



Existem outras classificações utilizadas para solucionar problemas de escala pessoal com cinco categorias diferentes (ERNEST et al, 2004), se subdividindo em: modelagem da demanda; abordagens utilizando inteligência artificial; programação com restrições; meta-heurísticas e abordagens utilizando programação matemática.

Segundo Garcia (1998) os problemas que a programação linear resolve são inúmeros envolvendo materiais, mão de obra e recursos físicos buscando minimizar, maximizar ou igualar um certo item. Geralmente problemas de escala de pessoal buscam minimizar os custos para aumentar o lucro.

Nos problemas de escala pessoal utilizando PL, ocorre uma distribuição eficiente de recursos limitados para atender a um determinado objetivo, em geral, maximizar lucros, ou minimizar custos. Em se tratando de programação linear, esse objetivo é expresso através de uma função linear, denominada função objetivo. A função objetivo busca chegar a uma solução ótima para as variáveis de decisão, sendo que os recursos são consumidos numa proporção determinada através de informações, e estas informações são equações e inequações lineares, denominadas restrições do modelo (BODANESE et al, 2005).

### **3.2.2 RESTRIÇÕES EM PROBLEMAS DE ESCALA PESSOAL**

As restrições são relações de interdependência entre as variáveis de decisão e proporção no consumo de recursos, sendo expressas em equações ou inequações lineares (ANDRADE *et al.*, 2005).

As restrições podem ser de dois tipos. As primeiras são físicas e englobam: mercado, fornecedor, máquinas, materiais, pedido, projeto, pessoas e é determinada restrição de recursos. O segundo tipo de restrição é denominado de restrição políticas, e é formado por normas, procedimentos e práticas (BERNARDI, 1996).

As restrições podem ser equações (expressões matemáticas de igualdade), ou então inequações (expressões matemáticas de desigualdade), que as variáveis de decisão do modelo devem obedecer e satisfazer. As restrições são adicionadas ao modelo de forma a considerar as limitações físicas do sistema, e afetam diretamente os valores das variáveis de decisão.

Como exemplos de restrições a serem consideradas em um modelo matemático, podemos citar: a) capacidade máxima de produção; b) risco máximo a

que determinado investidor está disposto a se submeter; c) número máximo de veículos disponíveis; d) demanda mínima aceitável de um produto.

### 3.2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Os problemas de programação linear para escala de pessoal sempre envolvem escolher a melhor distribuição de níveis de atividades, ou seja, escolher os melhores turnos ou escalas de trabalho. Para isso é necessário reconhecer a natureza das atividades.

As atividades são os turnos, nos quais o nível de cada uma delas é o número de recursos alocados para aquele turno (HILLIER, LIEBERMAM, 2013). Este tipo de problema visa descobrir o menor número de recursos alocados em cada turno cobrindo as restrições envolvidas para cada período do dia.

Para isso é necessário otimizar a função objetivo (equação 1), minimizando a mesma:

$$Z = \sum_{j \in N} c_j x_j \quad N = \{1, \dots, N\} \quad (1)$$

Onde:

$c_j$  = custo (peso) de determinado(s) recurso(s);

$x_j$  = quantidade de recurso(s), sendo valores positivos e inteiros.

Sujeito as restrições da equação 2:

$$\sum_{j \in N} a_{ij} x_j (\leq, = \text{ ou } \geq) b_i, i \in M = \{1, 2, \dots, m\} \quad (2)$$

As restrições podem ser de igualdade (equação) ou de desigualdade (inequações), sendo que as variáveis de decisão ( $x_j$ ) são valores positivos e inteiros.

### 3.3 LEGISLAÇÃO TRABALHISTA - CONCEITOS

Quando você realiza um estudo de escala de pessoal (turnos de trabalho), principalmente quando os turnos de trabalho precisam estar distribuídos nas 24 horas do dia e nos 7 dias da semana, é fundamental conhecer detalhes sobre a jornada de trabalho, reforma trabalhista, folgas, entre outros detalhes.

A jornada de trabalho está diretamente relacionada à rotina dos horários do trabalhador na empresa, basicamente é o tempo que o colaborador fica a disposição da empresa.

A jornada mais convencional é 8 horas por dia e 44 horas semanais. Como de segunda a sexta completa 40 horas (5 dias de 8 horas), as outras 4 horas são distribuídas aos sábados ou compensadas nos 5 dias da semana (48 minutos a mais por dia). Para fazer a compensação das 4 horas durante os 5 dias da semana, é necessário um acordo entre empresa e empregado.

O caso apresentado acima é o mais típico. A Figura 2 detalha as diferentes escalas de trabalho.

### 3.4 OTIMIZAÇÃO DE CUSTOS

A situação atual do mercado, com constantes disputas por espaço, faz com que as empresas procurem oferecer serviços de qualidade melhor e com custos menores. O estudo do volume a ser investido e os retornos previstos são desafios constantes em todos os ramos de negócio. A pesquisa operacional se mostra como uma ferramenta precisa e adequada para desenvolver análise deste cunho (BARBOZA *et al.*, 2003). Na área de serviços, os principais custos envolvidos estão relacionados com os recursos humanos.

Para otimização dos recursos, a análise de escalas de trabalho (horários dos funcionários) de uma empresa tem por objetivo atender a demanda necessária com o menor número possível de funcionários minimizando o custo, obedecendo as condições estabelecidas pela situação da empresa. Nesse sentido o problema de Alocação de Pessoal ganhou atenção de muitos pesquisadores nas últimas décadas (OLIVEIRA *et al.*, 2014).

Deste modo, este trabalho buscará otimização de custos de uma determinada atividade utilizando programação linear inteira aplicada em problemas de escala de pessoal. A análise acontecerá a partir de um estudo de caso.

**Figura 2 - Resumo sobre as diferentes escalas de trabalho**

**a) Escala 5 x 1**

- O colaborador trabalha 5 dias e folga 1.
- A folga não necessariamente precisa ser no domingo, no entanto é necessário folgar pelo menos um domingo por mês.
- Nesta modalidade, geralmente o trabalhador tem uma jornada de 7 horas e 20 minutos por dia. A jornada pode ser também de 6 horas por dia.

**b) Escala 5 x 2**

- O colaborador trabalha 5 dias e folga 2 dias;
- A folga não necessariamente precisa ser no sábado e domingo como acontece com a maioria dos brasileiros;
- Os dias folgados podem ser consecutivos ou intermitentes, ou seja, podem ser dois dias seguidos ou não;
- Nesta modalidade de 5X2, o trabalhador tem uma jornada de 8 horas e 48 minutos por dia, ou caso tenha um acordo de compensação, trabalha 8 horas por dia de semana e 4 horas no sábado;
- A jornada pode ser também de 6 horas por dia.

**c) Escala 4 x 1**

- O colaborador trabalha 4 dias seguidos com duração de 11 horas e folga 2 dias;
- Como neste caso o trabalhador tem 20 dias de trabalho e 10 dias de folga, mas com uma carga horária mensal de 220 horas, as 30 horas excedentes são pagas em dobro.

**d) Escala 6 x 1**

- O colaborador trabalha 6 dias e folga 1. Isso só é válido para quem tem acordo sindical e acontece principalmente para quem trabalha no final de semana;
- Para este caso geralmente as pessoas trabalham 7 horas e 20 minutos, e é necessária uma folga no domingo no máximo a cada sete semanas;
- Eventualmente podem trabalhar também 6 horas por dia sem intervalo para refeição, mediante acordo coletivo.

**e) Escala 12 x 36**

- O colaborador trabalha 12 horas e folga 36 horas, acontece principalmente em hospitais.

**f) Escala 24 x 48**

- O colaborador trabalha 24 horas e folga 48 horas, aplicado principalmente para profissionais que trabalham com monitoramento e segurança.

**Fonte: O autor (2020)**

### 3.5 ESTUDO DE CASO

De acordo com Patton (2002) o principal propósito de um estudo de caso é reunir informações sistemáticas e detalhadas sobre um fenômeno. Dentre as

metodologias de investigação científica, o estudo de caso tem sido um método bastante utilizado, uma vez que ele permite uma maior compreensão e entendimento sobre os eventos reais. Este trabalho buscará reunir informações detalhadas e sistemáticas sobre o fenômeno a fim de gerar um modelo final do processo.

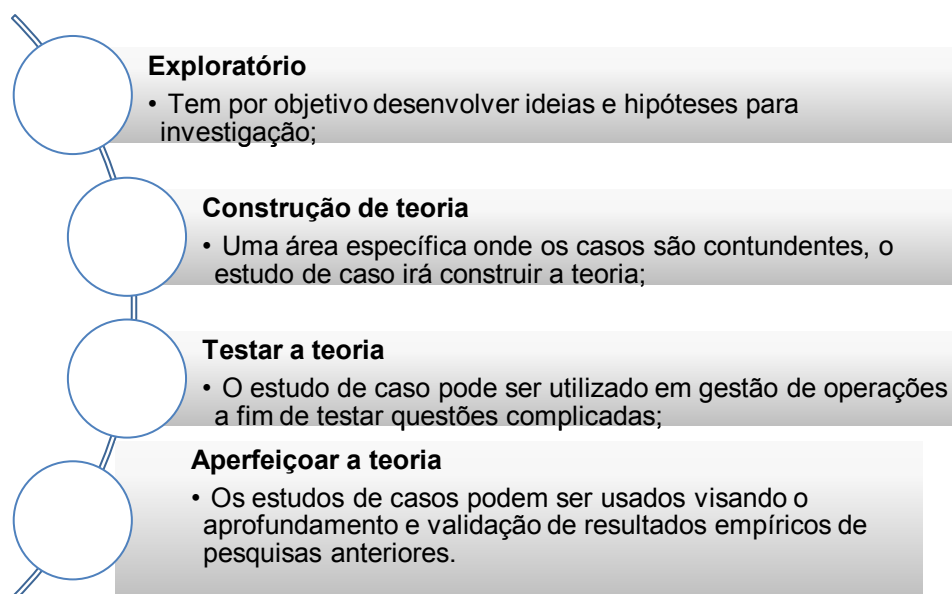
Um estudo de caso pode ser elaborado tanto a partir de informações antigas como também atuais, podendo ser elaborada de múltiplas fontes de provas, que podem incluir dados de observação direta, entrevistas sistemáticas, bem como pesquisas em arquivos públicos e privados (VOSS *et al.*, 2002).

A realização de um estudo de caso é uma tarefa difícil, visto que exige tempo e dedicação do pesquisador, considerando a importância na coleta de dados e análise, visto que as conclusões são suportadas pelas evidências coletadas (MIGUEL, 2007). Apesar das limitações, o estudo de caso é o método mais adequado para conhecer em profundidade um determinado fenômeno organizacional.

Conforme Yin (2005) a coleta de dados é uma tarefa complexa e difícil, e precisa ser planejada da forma adequada, para que o trabalho de investigação e validação do fenômeno tenha resultados satisfatórios e confiáveis, ou seja, para que o estudo de caso seja efetivo.

Segundo Hartley (1994) estudo de caso não é um método propriamente dito, mas uma estratégia de pesquisa, a qual pode assumir diferentes viés. Nesse sentido, Voss, Tsikriktsis e Frohlich (2002) destacam que os estudos de casos podem ser usados para diferentes fins. A Figura 3 demonstra alguns possíveis usos do estudo de caso, de acordo com a sua finalidade.

**Figura 3 - Finalidades do estudo de caso**



**Fonte: Adaptado de Voss, Tsikriktsis e Frohlich (2002)**

Segundo Yin (2005) há quatro tipos de estudo de caso (Figura 4). Conhecer cada tipo de caso, é fundamental para se adiantar a possíveis obstáculos, bem como antever limites para a pesquisa. Nesse sentido, a seleção de casos é um aspecto fundamental na construção de um estudo de caso bem elaborado.

**Figura 4 - Tipos de estudo de caso**

#### **Casos únicos**

- são válidos e decisivos para testar a teoria, quando é raro ou extremo;
- quando é representativo ou típico, ou seja, se assemelha a muitos outros casos;
- quando é revelador, ou seja, quando o fenômeno é inacessível;
- é longitudinal, em que se estuda o caso único em momentos distintos no tempo.

#### **Casos múltiplos**

- são mais consistentes e permitem maiores generalizações;
- demandam maiores recursos e tempo por parte do pesquisador;

#### **Enfoque incorporado**

- no estudo de caso pode envolver mais de uma unidade de análise.

#### **Enfoque holístico**

- busca examinar apenas a natureza global de um programa ou da organização.

**Fonte: Adaptado de Yin (2005)**

### 3.6 CENTRO DE OPERAÇÃO (COG)

O Brasil é privilegiado na disponibilidade de energia renovável, especialmente a energia hidroelétrica. Nos últimos anos, existe um crescente aumento nas licenças ambientais para construção de PCH's e CGH's, usinas que causam menor impacto ambiental e tem menor custo para construção, quando comparadas com UHE's (Usinas Hidrelétricas). Em virtude desse cenário, as PCH's e CGH's ganharam forte importância na matriz energética nacional. Segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) essa fonte de energia corresponde a terceira maior em potência gerada, atrás apenas das usinas hidrelétricas e termelétricas. Devido esse aumento, surge também a preocupação dos proprietários dos empreendimentos quanto a modernização dos seus sistemas de geração e operação, em obter maior disponibilidade de geração, pois quanto maior for o tempo de geração, maior será o seu lucro.

Para Moraes (2004, p. 44), os Centros de Operações da Geração (COG's), surgem com o propósito de fornecer meios para otimizar o controle da geração e operação, possibilitando a operação monitorar remotamente as suas usinas, utilizando-se de um sistema de supervisão. Essa plataforma propicia benefícios, pois centraliza a gestão e controle, auxilia a manutenção através das suas ferramentas de análise de dados, tornando-se possível maximizar o aproveitamento e a disponibilidade de geração.

O Centro de operação é um ambiente provido de um sistema informatizado, dotado de ferramentas que permitam aos seus operadores supervisionar, controlar e interagir com os sistemas e subsistemas subordinados a ele. Para Queiroz (2010, p. 8), um centro de operação de um sistema elétrico, deve ser capaz de fornecer meios para que seu operador possa controlar as usinas, subestações e demais equipamentos vinculados, mantendo a economia e segurança, garantindo desta forma a continuidade no fornecimento de energia. Eles são organizados de forma hierárquica e classificados de acordo com sua abrangência de operação. Os centros de menor abrangência recebem o nome de centro de operação da instalação ou local (COI ou COL) e se reportam aos centros de maior abrangência, tais como os centros da transmissão, geração ou distribuição (COT, COG e COD), que por sua vez se reportam aos centros regionais e de sistema (COR e COS).

## **4 METODOLOGIA**

Este capítulo tem como objetivo apresentar todas as propriedades da metodologia de pesquisa, incluindo o enfoque da pesquisa bem como as técnicas necessárias para atingir os objetivos do trabalho.

### **4.1 ENQUADRAMENTO METODOLÓGICO**

Os métodos de pesquisa podem ser classificados, quanto à forma de abordagem, em qualitativos e quantitativos. O enfoque qualitativo procura coletar dados sem a necessidade de medição numérica para descobrir ou aperfeiçoar as questões de pesquisa. O enfoque quantitativo faz uso da coleta de dados para testar hipóteses por meio de medição numérica e análise estatística com a finalidade de estabelecer padrões de comportamento (CAUCHICK *et al.*, 2012).

Com base nisto, esta pesquisa apresenta uma abordagem combinada de técnicas quantitativas, pois esta tem por objetivo levantar e detalhar o fenômeno, utilizando-se de ferramentas matemáticas, com base em um estudo de caso aplicado.

### **4.2 ESTRATÉGIA DE PESQUISA: O ESTUDO DE CASO**

O estudo de caso parte de uma teoria preliminar, que pode ser aperfeiçoada ao longo do desenvolvimento do estudo, buscando evidências e dados da realidade, que possam demonstrar e defender as hipóteses previamente formuladas (MARTINS e THEÓPHILO, 2009; CAUCHICK *et al.*, 2012).

Neste sentido, o estudo de caso foi escolhido como método de investigação deste trabalho, afim de averiguar um fenômeno inserido em seu contexto real. Portanto, este estudo de caso tem como finalidade central ser exploratório e base para a construção de teoria, uma vez que tem por objetivo desenvolver ideias e hipóteses para investigação; bem como construir a teoria acerca do tema.



### 4.3 DESCRITIVO CENÁRIO

A empresa onde será realizado o estudo de caso para criação do COG, trabalha na fabricação de equipamentos para PCH's e CGH's e presta serviços para usinas. A empresa está localizada no Sudoeste do Paraná, é de médio porte, e tem mais de 50 anos de experiência na área de geração de energia. Esta empresa fabrica geradores horizontais e verticais com potência até 20 MW (Megawatts) e tensão de até 13.800 Volts. A empresa produz também cubículos de força e painéis de comando e controle, e presta serviços de montagem eletromecânica.

Os painéis fabricados são utilizados na automação da usina, sendo que os mesmos tem uma tecnologia avançada, que é implementada através da utilização de CLP's (Comandos Lógicos Programáveis). A partir destes painéis, é possível ler os vários sensores presentes nas máquinas, equipamentos e construções civis; e com isso operar a usina controlando potência e nível da barragem. A interface do software com os usuários é realizada através de um Supervisório desenvolvido em Visual Studio.

A operação das usinas (CGH's ou PCH's) pode acontecer de maneira local ou remota (a distância), sendo que para operação local é necessário um número maior de funcionários visto que a operação compreende 7 dias por semana e 24 horas por dia.

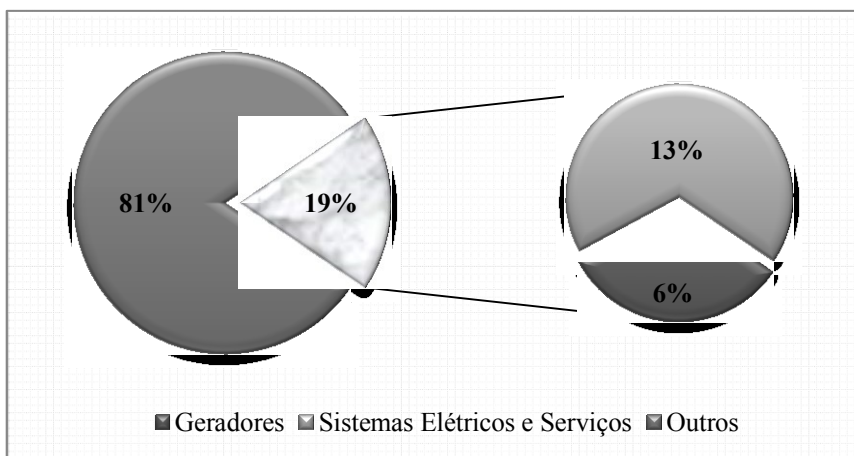
Geralmente os proprietários dos empreendimentos (PCH's e CGH's), em função do alto investimento realizado (EX: R\$ 7.000.000,00 / 1 MW instalado – gerando uma receita mensal aproximada de R\$ 125.000,00), buscam uma operação da usina com segurança que proporcione disponibilidade, visando também um custo competitivo com os funcionários. Se trabalhar da maneira convencional com operação local, precisam de um mínimo de 5 funcionários (um para cada jornada de 6 horas e outro coringa para cobrir folgas e férias), gerando um custo considerável de operação (variando de R\$ 30.000,00 a R\$ 50.000 de custo mensal). Somado ao custo destaca-se a dificuldade em encontrar profissionais qualificados no mercado para tais atividades.

Analisando esse nicho do mercado, associado a sua expertise na área, a empresa em questão busca viabilizar a criação de um COG para operação remota, visto que possui mais de 30 clientes que ela mesma forneceu o sistema de

Automação, e isto aumenta mês a mês; e também pode estar inserindo no seu COG operação de usinas onde outras empresas forneceram a automação.

A participação da empresa na Matriz Nacional de Energia de PCH's e CGH's é apresentada na Figura 5. A empresa contribuiu com aproximadamente 19% da capacidade instalada total de PCH e CGH no Brasil (1047,8 MW) por seus produtos e serviços.

**Figura 5 - Participação da Indústria no Cenário Nacional**



Fonte: O autor (2020)

#### 4.4 LEVANTAMENTO DADOS

O estudo de caso inicia-se com a elaboração do protocolo de pesquisa e definições das etapas para a condução do estudo de caso. A elaboração do protocolo garante a confiabilidade da pesquisa. No presente trabalho, o protocolo está dividido em 4 etapas (Figura 6). Sendo a primeira observação, entrevista, análise documental, e por fim análise dos dados coletados.

**Figura 6 - Organização das etapas da pesquisa**



Fonte: O autor (2020)

As etapas de observação e entrevista aconteceram na empresa do estudo de caso, bem como com empreendedores, proprietários de usinas, fornecedores de equipamentos e equipes de operação local de usinas. Nestas duas primeiras etapas foi possível estimar a viabilidade da criação de um COG, conhecer dificuldades a superar, restrições envolvidas e características particulares do negócio.

A etapa de análise documental ocorreu mais propriamente na empresa do estudo de caso, através de dados fornecidos pelos gestores da empresa, onde possibilitou-se conhecer as oportunidades do negócio e as restrições a serem atendidas.

Por fim a análise de dados aconteceu com a utilização da programação linear, através do método Simplex (Solver).

#### **4.5 MODELAGEM**

A partir do descritivo do cenário e dos dados levantados, a próxima etapa foi a modelagem. A qual se dividiu em: formulação do problema e construção de um modelo matemático.

A formulação do problema foi composta pela análise da situação inicial e definição do problema que precisa ser resolvido. A construção do modelo matemático envolve 3 subitens conforme Figura 7:

**Figura 7 - Construção de um modelo matemático**

**Variáveis de decisão e parâmetros:**

- são as incógnitas e valores desconhecidos, que são determinados pela solução do modelo (devem assumir valores não negativos) e para este caso valores inteiros.

**Função objetivo:**

- é uma função matemática que determina o valor alvo que se pretende alcançar, podendo ser uma função de maximização (lucro, receita, nível de serviço, entre outros atributos) ou minimização (custo, risco, erro, entre outros).

**Restrições:**

- as restrições podem ser definidas como um conjunto de equações (expressões matemáticas de igualdade) e um conjunto de inequações (expressões matemáticas de desigualdade) que as variáveis de decisão precisam satisfazer;
- as restrições são inseridas no modelo considerando as limitações físicas do sistema e influenciam diretamente os valores das variáveis de decisão.

**• Solução do modelo matemático**

- envolve técnica de PO para se obter uma solução ótima. Para este caso envolve programação linear.

**• Análise da solução**

- verifica se os objetivos iniciais foram alcançados.

Fonte: O autor (2020)

## 4.6 VARIÁVEIS DE DECISÃO E PESOS

A partir do levantamento de dados (item 4.4 da metodologia), estipulou-se que o valor mensal para operação de cada usina pelo COG para efeito do escudo de caso seria de aproximadamente R\$ 7.500,00. Este valor está próximo da realidade praticada pelo mercado, e foi possível conseguir com proprietários de usinas e pesquisa de mercado em outras empresas de operação.

Com o levantamento de dados, foi também possível numerar as despesas fixas, tais como: aluguel da sala para o COG, água/luz, contador, internet de ótima qualidade (em virtude da necessidade de velocidade rápida para acesso remoto), manutenção e desvalorização de ativos, entre outros. Para estas despesas, estipulou-se um custo de aproximadamente R\$ 10.000,00 por mês.

Além das despesas fixas, como já mencionado neste trabalho, o maior custo para implantação de um COG para operação remota está relacionado com recursos

humanos. Desta forma, o trabalho realizará uma otimização de custos, ou seja, minimização da função objetivo, atendendo as restrições existentes.

Foram considerados os períodos descritos abaixo (Figura 8) para o funcionamento adequado do COG, os mesmos foram divididos de uma maneira que se possa reduzir a utilização de recursos humanos a um ponto ótimo, visto que ao longo das 24 horas, o número de recursos necessários para cada período é variável.



Foram consideradas duas situações distintas no presente estudo de caso. Sendo (i) **Aplicação 1** – onde os colaboradores trabalham na escala 6 x 1 e (ii) **Aplicação 2** – onde os colaboradores trabalham na escala 5 x 2. Foram consideradas estas duas escalas, visto que são as mais utilizadas para empresas que atuam em ramos semelhantes de atividades, onde é necessário trabalhar nos finais de semana.

### **Aplicação 1 (Escala 6 x 1)**

Nesta situação os colaboradores seguem a escala 6 x 1, trabalhando seis dias e folgando um dia. Para esta caso foi considerando que os técnicos e operadores trabalham 6 horas por dia (36 horas por semana).

Os valores para cada turno são diferenciados, em virtude dos horários. O número mínimo necessário de técnicos e operadores é mostrado na Tabela 01, desde que a quantidade de usinas monitoradas e operadas não seja maior que 30.

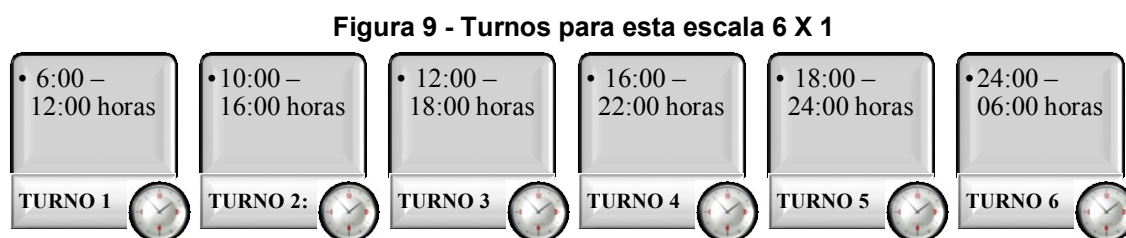
**Tabela 1 – Períodos de trabalhos e turnos de colaboradores para escala 6 x 1**

PERÍODO	TURNO OPERADOR						TURNO TÉCNICO						Nº MÍN. OPERADORES	Nº MÍN. TÉCNICOS	
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6			
6 - 10 hs	X							X					3	2	
10 - 12 hs	X	X						X	X				4	2	
12 - 16 hs		X	X						X	X			5	3	
16 - 18 hs			X	X						X	X		4	2	
18 - 20 hs				X	X						X	X	3	2	
20 - 24 hs					X							X	3	1	
24 - 06 hs						X							X	2	1
<b>CUSTO MÊS + IMPOSTOS</b>	R\$ 3.000,00	R\$ 2.800,00	R\$ 2.800,00	R\$ 3.500,00	R\$ 3.700,00	R\$ 4.000,00	R\$ 6.000,00	R\$ 5.600,00	R\$ 5.600,00	R\$ 7.000,00	R\$ 7.400,00	R\$ 8.000,00	<b>CUSTO FIXO</b> R\$ 10.000,00		

Fonte: O autor (2020)

O COG do presente estudo de caso necessita ter operadores e técnicos, sendo que os técnicos tem um nível de instrução maior que os operadores. Para turno de 6 horas não existe intervalo para refeição, somente momentos de descanso que não atrapalham as atividades a serem desenvolvidas. Lembrando que a operação das usinas através do COG tem que considerar 24 horas por dia e sete dias por semana.

Os valores de salários dos operadores e dos técnicos nos diferentes turnos, bem como o número necessário de operadores e número de técnicos para cada período, ocorreu através do levantamento de dados. Os valores já consideram os impostos, férias e décimo terceiro. As informações estão descritas na Tabela 1. Enquanto os turnos para esta escala 6 x 1 são apresentados na Figura 9.



## Aplicação 2 (Escala 5 x 2)

Nesta situação os colaboradores seguem a escala 5 x 2, trabalhando cinco dias e folgando dois dias. Para esta jornada, os colaboradores trabalham 8,83 horas por dia (44 horas por semana).

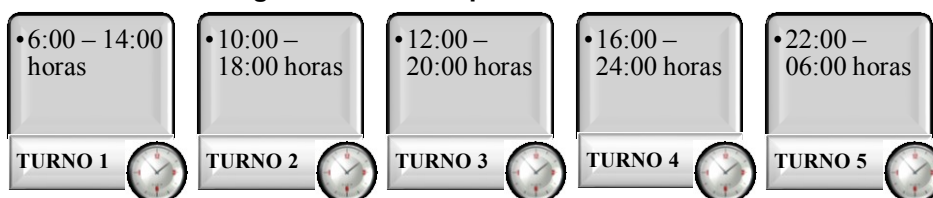
Para os turnos de 8,83 horas é necessário intervalo para refeição de no mínimo 0,5 horas. Para efeito de estudo, o trabalho desenvolvido considera, para esta jornada de trabalho, que os técnicos e operadores estão disponíveis para o COG 8 horas por dia e 40 horas por semana. As informações de período de trabalho, turnos e valores estão descritos na Tabela 2. Ao passo que os turnos para esta escala 5 x 2 são apresentados na Figura 10.

**Tabela 2 – Períodos de trabalhos e turnos de colaboradores para escala 5 x 2**

PERÍODO	TURNO OPERADOR					TURNO TÉCNICO					Nº MÍN. OPERADORES	Nº MÍN. TÉCNICOS
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		
6 - 10 hs	X					X					3	2
10 - 12 hs	X	X				X	X				4	2
12 - 16 hs		X	X				X	X			5	3
16 - 18 hs		X	X	X			X	X	X		4	2
18 - 20 hs			X	X			X	X	X		3	2
20 - 24 hs				X					X		3	1
24 - 06 hs					X					X	2	1
<b>CUSTO MÊS + IMPOSTOS</b>	R\$ 3.000,00	R\$ 2.800,00	R\$ 3.500,00	R\$ 3.700,00	R\$ 4.000,00	R\$ 6.000,00	R\$ 5.600,00	R\$ 7.000,00	R\$ 7.400,00	R\$ 8.000,00	<b>CUSTO FIXO R\$ 10.000,00</b>	

Fonte: O autor (2020)

**Figura 10 - Turnos para esta escala 5 X 2**



Fonte: O autor (2020)

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O capítulo de resultados e discussões está dividido em duas sessões: (i) Resultados referentes à aplicação 1; (ii) Resultados referentes à aplicação 2.

Com o levantamento das restrições e definindo os valores de  $x$  e  $y$ , sendo que  $x$  representa o número de operadores e  $y$  representa o número de técnicos, foi possível chegar a solução da função objetivo que buscou minimizar os custos, para ambas as aplicações.

Como o trabalho considera duas situações, a implementação matemática também avaliou ambas as aplicações para conduzir a modelagem, conforme expresso abaixo.

### 5.1 FUNÇÃO OBJETIVO E RESTRIÇÕES

Como o trabalho considera duas aplicações distintas, a função objetivo e as restrições também tiveram variações, conforme apresentado.

#### Aplicação 1 (Escala 6 x 1)

A otimização da função objetivo depende dos custos com os técnicos e operadores envolvidos no COG, somado as despesas fixas. Sendo que as variáveis de decisão são apresentadas abaixo:

$x_i$  – Número de operadores com  $i$  variando de  $i$ : 1, 2, 3, 4, 5, 6

$y_j$  – Número de técnicos com  $j$  variando de  $j$ : 1, 2, 3, 4, 5, 6

A função objetivo é apresentada na Equação 3 e na Tabela 3 encontram-se as restrições funcionais para a situação que considera escala 6 X 1.

$$\text{Min } Z = 3000.x_1 + 2800.x_2 + 2800.x_3 + 3500.x_4 + 3700.x_5 + 4000.x_6 + 6000.y_1 + 5600.y_2 + 5600.y_3 + 7000.y_4 + 7400.y_5 + 8000.y_6 + 10000 \quad (3)$$



**Tabela 3 – Restrições funcionais para a aplicação 1 (escala 6 x 1)**

<b>S.a.</b>	
$x_1 \geq 3$	(4)
$y_1 \geq 2$	(5)
$x_1 + x_2 \geq 4$	(6)
$y_1 + y_2 \geq 2$	(7)
$x_2 + x_3 \geq 5$	(8)
$y_2 + y_3 \geq 3$	(9)
$x_3 + x_4 \geq 4$	(10)
$y_3 + y_4 \geq 2$	(11)
$x_4 + x_5 \geq 3$	(12)
$y_4 + y_5 \geq 2$	(13)
$x_5 \geq 3$	(14)
$y_5 \geq 1$	(15)
$x_6 \geq 2$	(16)
$y_6 \geq 1$	(17)
$x_i \geq 0$ para $i: 1, 2, 3, 4, 5, 6$	(18)
$y_j \geq 0$ para $j: 1, 2, 3, 4, 5, 6$	(19)
$x_i = \text{número inteiro; para } i: 1, 2, 3, 4, 5, 6$	(20)
$y_j = \text{número inteiro; para } j: 1, 2, 3, 4, 5, 6$	(21)

Fonte: O autor (2020)

Conforme as restrições 18, 19, 20 e 21, considera-se que todas as variáveis de decisão precisam ser inteiras e positivas. Pode-se admitir que devido as restrições funcionais 4, 5, 14, 15, 16 e 17, as restrições não negativas são redundantes ( $x_1 \geq 0$ ;  $y_1 \geq 0$ ;  $x_5 \geq 0$ ;  $y_5 \geq 0$ ;  $x_6 \geq 0$ ;  $y_6 \geq 0$ ). Posterior a definição das variáveis de decisão, restrições, função objetivo, parte-se para implementação matemática através da utilização do Solver do Microsoft Excel.

### **Aplicação 2 (Escala 5 x 2)**

As variáveis de decisão são apresentadas abaixo:

$x_i$  – Número de operadores com  $i$  variando de  $i: 1, 2, 3, 4, 5$

$y_j$  – Número de técnicos com  $j$  variando de  $j: 1, 2, 3, 4, 5$

A função objetivo é apresentada na Equação 22 e na Tabela 4 encontram-se as restrições funcionais para a situação que considera escala 5 x 2.

$$\text{Min } Z = 3600.x_1 + 3360.x_2 + 3960.x_3 + 4200.x_4 + 4800.x_5 + 7200.y_1 + 6720.y_2 + 7920.y_3 + 8400.y_4 + 9600.y_5 + 10000 \quad (22)$$

**Tabela 4 – Restrições funcionais para a aplicação 2 (escala 5 x 2)**  
**s.a.**

$x_1 \geq 3$	(23)
$y_1 \geq 2$	(24)
$x_1 + x_2 \geq 4$	(25)
$y_1 + y_2 \geq 2$	(26)
$x_2 + x_3 \geq 5$	(27)
$y_2 + y_3 \geq 3$	(28)
$x_2 + x_3 + x_4 \geq 4$	(29)
$y_2 + y_3 + y_4 \geq 2$	(30)
$x_3 + x_4 \geq 3$	(31)
$y_3 + y_4 \geq 2$	(32)
$x_4 \geq 3$	(33)
$y_4 \geq 1$	(34)
$x_5 \geq 2$	(35)
$y_5 \geq 1$	(36)
$x_i \geq 0$ para $i: 1, 2, 3, 4, 5$	(37)
$y_j \geq 0$ para $j: 1, 2, 3, 4, 5$	(38)
$x_i = \text{número inteiro; para } i: 1, 2, 3, 4, 5$	(39)
$y_j = \text{número inteiro; para } j: 1, 2, 3, 4, 5$	(40)

Fonte: O autor (2020)

Conforme as restrições 37, 38, 39 e 40, considera-se que todas as variáveis de decisão precisam ser inteiras e positivas. Pode-se admitir que devido as restrições funcionais 23, 24, 33, 34, 35 e 36, as restrições não negativas são redundantes ( $x_1 \geq 0$ ;  $y_1 \geq 0$ ;  $x_4 \geq 0$ ;  $y_4 \geq 0$ ;  $x_5 \geq 0$ ;  $y_5 \geq 0$ ). Posterior a definição das variáveis de decisão, restrições, função objetivo, parte-se para implementação matemática através da utilização do Solver do Excel.

## 5.2 DEFINIÇÃO DE VARIÁVEIS DE DECISÃO E RESULTADO DA FUNÇÃO OBJETIVO

### Aplicação 1 (Escala 6 x 1)

A modelagem matemática aconteceu através da utilização da ferramenta *Solver*, do Excel, utilizando o método *LP Simplex*. Abaixo na Tabela 5 é exibida as variáveis de decisão que atenderam as restrições coletivas e individuais.

**Tabela 5 – Resultados para as variáveis de decisão da aplicação 1**

Variáveis de decisão	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$
	3	1	4	0	3	2	2	2	1	1	1	1
$x_1 + x_2$				4			$\geq$			4		
$y_1 + y_2$				4			$\geq$			2		
$x_2 + x_3$				5			$\geq$			5		
$y_2 + y_3$				3			$\geq$			3		
$x_3 + x_4$				4			$\geq$			4		
$y_3 + y_4$				2			$\geq$			2		
$x_4 + x_5$				3			$\geq$			3		
$y_4 + y_5$				2			$\geq$			2		

Fonte: O autor (2020)

Pelos resultados foi possível observar que no turno 4 descrito na Figura 9 não será necessário operador e que o turno com a maior quantidade de operadores é o turno 3. Já para os técnicos, os turnos 1 e 2 precisarão de 2 técnicos, enquanto nos demais turnos 1 técnico atende a demanda. Vale destacar que no turno 4 não tem necessidade de operadores, visto que os operadores dos turnos 3 e 5 conseguem suprir as necessidade dos referidos períodos. A Figura 11 mostra a aplicação da ferramenta *Solver* - Aplicação 1.

**Figura 11 – Janela do Solver para aplicação 1**

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para:  Máx.  Mín.  Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

\$B\$20 >= 0  
 \$B\$20 >= 3  
 \$B\$20:\$M\$20 = número inteiro  
 \$B\$22 >= \$D\$22  
 \$B\$23 >= \$D\$23  
 \$B\$24 >= \$D\$24  
 \$B\$25 >= \$D\$25  
 \$B\$26 >= \$D\$26  
 \$B\$27 >= \$D\$27  
 \$C\$20 >= 0  
 \$D\$20 >= 0  
 \$E\$20 >= 0  
 \$F\$20 >= 0

Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

Método de Solução  
 Seleccione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Seleccione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Seleccione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Ajuda Resolver Fechar

Fonte: O autor (2020)

O Solver encontrou uma solução ótima minimizando os custos para R\$ 103.300,00, com um total de 13 operadores e 8 técnicos, sendo que todas as restrições foram atendidas conforme figura abaixo.

**Figura 12 – Janela do Solver mostrando Solução Ótima para aplicação 1**

Resultados do Solver

O Solver encontrou uma solução. Todas as Restrições e condições de adequação foram satisfeitas.

Manter Solução do Solver  
 Restaurar Valores Originais

Retornar à Caixa de Diálogo Parâmetros do Solver

Relatórios  
 Resposta

Relatórios de Estrutura de Tópicos

OK Cancelar Salvar Cenário...

O Solver encontrou uma solução. Todas as Restrições e condições de adequação foram satisfeitas.  
 Quando o mecanismo GRG foi usado, o Solver encontrou pelo menos uma solução ideal local. Quando LP Simplex é usado, significa que o Solver encontrou uma solução ideal global.

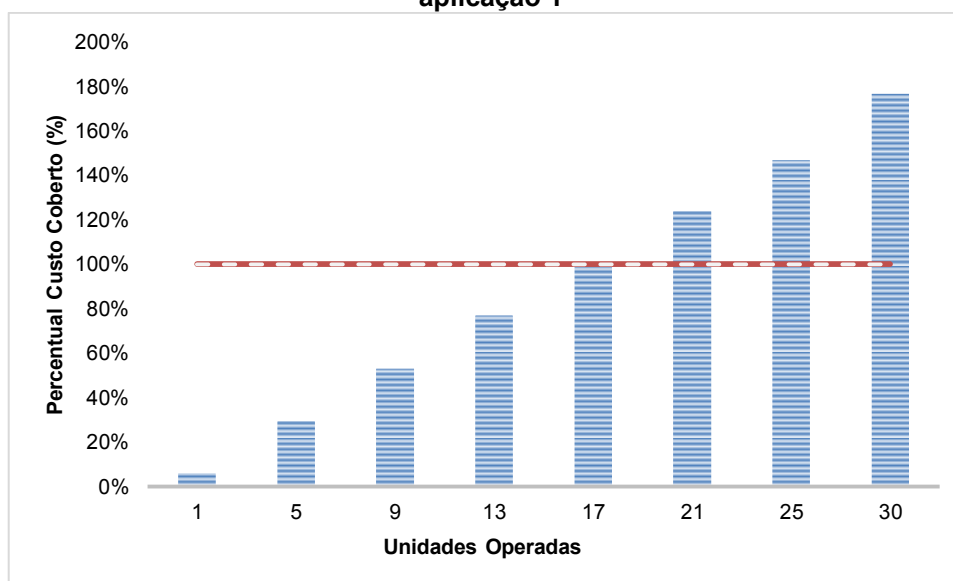
Fonte: O autor (2020)

Como a cada 6 dias folga-se um, ou seja ao longo do mês tem 5 dias de folga no máximo, para cada 6 colaboradores é necessário um coringa para cobrir as folgas ao longo da semana/mês/ano. Como ao total são 21 colaboradores, são necessários 4 colaboradores a mais.

Desta forma a solução será 15 operadores e 10 técnicos, aumentando o custo para R\$ 127.300,00. Este custo de R\$ 127.300,00, causa uma necessidade de no mínimo 17 usinas a serem monitoradas pelo COG para se chegar ao ponto de equilíbrio. Considera-se ponto de equilíbrio, onde as receitas conseguem cobrir exatamente os custos.

O gráfico abaixo mostra a relação de usinas operadas com percentual de custo (resultado da função objetivo).

**Figura 13 – Percentual de custo coberto relacionado ao número de usinas operadas para aplicação 1**



**Fonte: O autor (2020)**

Pelo gráfico é possível observar que o ponto de equilíbrio é 17 usinas. A cada nova usina incrementada no COG, é possível aumentar a cobertura de custos, sendo que o máximo de usinas possíveis de serem operadas é 30 usinas, devido às condições estabelecidas nas restrições, cobrindo assim 177% dos custos envolvidos.

## Aplicação 2 (Escala 5 x 2)

A modelagem matemática aconteceu através da utilização do *Solver*, utilizando o método *LP Simplex*. Abaixo na Tabela 6 é exibida as variáveis de decisão que atenderam as restrições coletivas e individuais.

**Tabela 6 – Resultados para as variáveis de decisão da aplicação 2**

Variáveis de decisão	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$		$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
	3	5	0	3	2		2	2	1	1	1
$x_1 + x_2$			8			$\geq$			4		
$y_1 + y_2$			4			$\geq$			2		
$x_2 + x_3$			5			$\geq$			5		
$y_2 + y_3$			3			$\geq$			3		
$x_2 + x_3 + x_4$			8			$\geq$			4		
$y_2 + y_3 + y_4$			4			$\geq$			2		
$x_3 + x_4$			3			$\geq$			3		
$y_3 + y_4$			2			$\geq$			2		

Fonte: O autor (2020)

Pelos resultados foi possível observar que no turno 3 descrito na Figura 10 não será necessário operador e que o turno com a maior quantidade de operadores é o turno 2. Já para os técnicos, os turnos 1 e 2 precisarão de 2 técnicos, enquanto nos demais turnos 1 técnico atende a demanda. Vale destacar que no turno 3 não tem necessidade de operadores, visto que os operadores dos turnos 2 e 4 conseguem suprir as necessidades dos referidos períodos. A Figura 14 mostra a aplicação da ferramenta *Solver* - Aplicação 2.

**Figura 14 – Janela do Solver para aplicação 2**

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para:  Máx.  Mín.  Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

- \$B\$20 >= 0
- \$B\$20 >= 3
- \$B\$20:\$K\$20 = número inteiro
- \$B\$22 >= \$D\$22
- \$B\$23 >= \$D\$23
- \$B\$24 >= \$D\$24
- \$B\$25 >= \$D\$25
- \$B\$26 >= \$D\$26
- \$B\$27 >= \$D\$27
- \$B\$28 >= \$D\$28
- \$B\$29 >= \$D\$29
- \$C\$20 >= 0
- \$D\$20 >= 0

Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

Método de Solução  
 Seleccione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Seleccione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Seleccione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Ajuda Resolver Fechar

Fonte: O autor (2020)

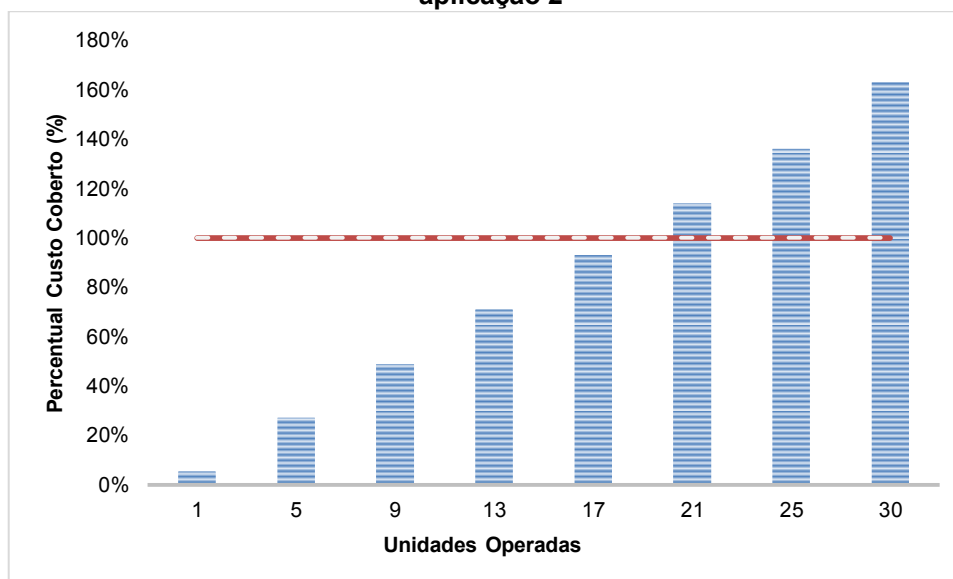
Pela solução da função objetivo, o valor encontrado foi de R\$ 97.700,00, com um total de 13 operadores e 7 técnicos, conforme variáveis de decisão apresentadas abaixo:

Como a cada 5 dias folga-se dois, ou seja ao longo do mês tem 10 dias de folga no máximo, para cada 3 colaboradores é necessário um coringa para cobrir as folgas ao longo da semana/mês/ano. Como ao total são 20 colaboradores, são necessários 7 colaboradores a mais.

Desta forma a solução será 17 operadores e 10 técnicos, aumentando o custo para R\$ 137.700,00. Este custo de R\$ 137.700,00, causa uma necessidade de no mínimo 19 usinas a serem monitoradas pelo COG para se chegar ao ponto de equilíbrio.

O gráfico abaixo mostra a relação de usinas operadas com percentual de custo (resultado da função objetivo).

**Figura 15 – Percentual de custo coberto relacionado ao número de usinas operadas para aplicação 2**



**Fonte: O autor (2020)**

Pelo gráfico é possível observar que a cada nova usina incrementada no COG, é possível aumentar a cobertura de custos, sendo que o máximo de usinas possíveis de serem operadas é 30 usinas, devido às condições estabelecidas nas restrições, cobrindo assim 163% dos custos envolvidos.

Os resultados foram apresentados para a aplicação 1 (Escala 6 X 1) e para aplicação 2 (Escala 5 X 2), visto que são as escalas mais utilizadas por empresas da área.

Como o Solver permite a busca por soluções ótimas da função objetivo, atendendo as restrições envolvidas que são definidas no problema, de acordo com as variáveis de decisão discriminadas, é possível que outros cenários possam ser avaliados para problemas de escala de pessoal que apresentem necessidades específicas visando a definição de turnos de trabalho.



## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho buscou analisar a viabilidade da criação de um COG (Centro de Operação e Geração), para operação remota de pequenas usinas. A partir de um estudo de caso, foi preparado um modelo de programação linear para encontrar a solução ótima para o problema. Esse modelo foi baseado nos clássicos problemas de escala de trabalho, com modificação na função objetivo para retratar melhor a estrutura de custos, além da inclusão de restrições físicas (pessoas, horários) e restrições políticas (normas regulamentadoras).

Através da Programação Linear com o Método LP Simplex, foi possível verificar que os dois cenários: escala 6 X 1 ou escala 5 X 2, apresentaram resultados muito semelhantes. Para a escala 6 X 1 a partir de 17 usinas operadas, o COG já se começa a ter um resultado positivo, ou seja, ser viável. Para a escala 5 X 2, a viabilidade começa a partir de 19 usinas operadas. A escala 6 X 1 apresenta resultados sensivelmente melhores que a escala 5 X 2.

Os resultados mostraram que determinados turnos de trabalho precisam de uma concentração maior de técnicos e operadores, devido necessidades específicas que respeitaram as restrições existentes. Em outros turnos pode-se até não ter colaboradores (resultado foi zero), o que demonstra que qualquer variação nas restrições pode influenciar consideravelmente os resultados da função objetivo.

De uma maneira geral, como o ponto de equilíbrio foi 17 e 19 usinas para as duas escalas analisadas e a demanda possível é a operação de até 30 usinas, entende-se que existe viabilidade para criação do COG na referida empresa, que já possui expertise na área de geração de energia.

Fica a sugestão para trabalhos futuros de escalas mistas (escala 6 X 1 e escala 5 X 2), visto que pode acarretar uma otimização maior de custos. Outra análise complementar que pode ser realizada é a viabilidade das escalas 12 X 36 e 24 X 48. Estas duas últimas escalas não foram avaliadas, visto que se entende que na escala 12 X 36, cada dia o colaborador faz um período/horário diferente de trabalho, assim é necessário também estudar as variações salariais envolvidas, já que no COG, os salários não são iguais em todos os horários.

A Escala 24 X 48 não foi analisada visto que entende-se que para este tipo de serviço o tempo de 48 horas de folga é demasiadamente grande, já que o colaborador pode estar realizando uma atividade/atendimento que seja complexo ou

difícil de repassar para outro colega; e neste tipo de escala fica um longo tempo de folga sem trabalhar, prejudicando as atividades desenvolvidas no COG.

A resolução do problema através da utilização do Excel permitiu que se chegasse de modo simples a uma visão acerca das potencialidades e das limitações do problema estudado. Destacando deste modo a utilização da ferramenta de modelagem *Solver* para resolução de questões complexas, com maior simplicidade de execução, podendo se variar as restrições e observar os resultados na função objetivo, neste caso minimização de custos.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, Pedro R. de L.; SCARPIN, Cassius T.; STEINER, Maria T. A. Geração da grade horária do curso de engenharia de produção da UFPR através de programação linear binária. In: Congresso Latino-Iberoamericano de investigação Operativa – CLAIO; Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – SBPO. 2012. Rio de Janeiro, Brasil, p.1052-1063.

BARBOZA, A. O.; CARNIERI, C.; STEINER, M. T. ; SIQUEIRA, P. H. Técnicas da pesquisa operacional no problema de horários de atendentes em centrais telefônicas. **Gest. Prod.**, São Carlos , v. 10, n. 1, p. 109-127. 2003.

BELFIORE, P; FÁVERO, L. P. **Pesquisa Operacional Para Cursos de Engenharia**. Elsevier, 2012.

BERNARDI, Luiz Antonio. **Política e Formação de Preço: Uma Abordagem Competitiva, Sistêmica e Integrada**. São Paulo: Atlas, 1996.

BERTSIMAS, D.; TSITSIKLIS, J. Introduction to Linear Optimization. **Athena Scientific series in optimization and neural computation**, 1997. ISBN 9781886529199.

BODANESE, R. E.; OLIVEIRA, J. A.; SCALABRIN, I.; MORES, C. Teoria das restrições, pesquisa operacional e programação linear, estudo de caso com utilização do solver. In IX Congresso Internacional de Custos – Florianópolis, SC, Brasil. 2005

CAUCHICK et al. **Metodologia da pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

ERNST, A. T.; JIANG, H; KRISHNAMOORTHY, M.; SIER, D. Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. **European Journal of Operational Research**, v. 153, n. 1, p. 3-27, 2004.

GARCÍA, Norberto. **Contabilidade de Gestão**. Córdoba. Universidade de Córdoba. Argentina. 1998.

HARTLEY, J. F. **Case studies in organizational research**. In: CASSELL, Catherine & SYMON, Gillian (Ed.). Qualitative methods in organizational research: a practical guide. London: Sage, p. 208-229, 1994.

HILLIER, F.; LIEBERMAN, G. **Introdução à Pesquisa Operacional**. [S.I.]: AMGH, 2013.  
ISBN 9788580551198.

HOLLORAN, T. J.; BYRN, J. E. United airlines station manpower planning system. Interfaces, **INFORMS**, v. 16, n. 1, p. 39–50, 1986.

KARSU, Ö.; MORTON, A. Inequity averse optimisation in operational research. **European Journal of Operational Research**, fev. 2015.

MARTINS, G.A.; THEÓPHILO,C.R. **Metodologia da Investigação Científica para Ciências Sociais Aplicadas**. São Paulo: Atlas, São Paulo, 2009.

MELLO, F. G. A. et al. Uma abordagem para solução do problema de escalonamento de motoristas. **Revista Produção Online**, Florianópolis, v. 13, n. 3, p. 1-18, 2008.

MIGUEL, P. A. C. Estudo de caso na administração: estruturação e recomendações para sua condução. **Produção**, v. 17, n. 1, p.216-229, jan./abr. 2007.

MORAES, G. D. A., TERENCE, A. C. F., FILHO, E. E., “a Tecnologia da Informação como Suporte a Gestão Estratégica da Informação na Pequena Empresa”, *Revista de Gestão da Tecnologia e Sistemas de Informação*, Vol. 1, Nº 1,2004, PP. 28-44, 2004.

OLIVEIRA, M. C.; PONTE, V. M. R.; BARBOSA, J. V. B. Metodologias de pesquisa adotadas nos estudos sobre balanced scorecard. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CUSTOS. Anais... 2006.

PAWAR, Urmila. S.; HANCHATE, Dinesh. B. Literature Review on Personnel Scheduling. **International Journal of Computer Engineering and Technology (IJCET)**, Volume 4, Issue 5, September – October, 2013.

PAPADIMITRIOU, C.; STEIGLITZ, K. Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity. **Dover Publications**, 2013. (Dover Books on Computer Science). ISBN 9780486320137.

PATTON, M. G. **Qualitative Research and Evaluation Methods**, 3 ed. Thousand Oaks, CA: Sage, 2002.

PIZZOLATO, N. D.; GANDOLPHO, A. **Técnicas de Otimização** (Em Português do Brasil). LTC, 2008.

QUEIROZ, R. J. N., “Implantação de um centro de operação em tempo real de um agente de transmissão do sistema interligado nacional”, Artigo apresentado a UFRJ, 2010.

RAYMUNDO, E. A.; GONÇALVES, L. W.; RIBEIRO, N. Pesquisa operacional na tomada de decisão: modelo de otimização de produção e maximização do lucro. **Revista de gestão & tecnologia**. 2015.

RODRIGUES, J. C. Automatização e otimização do escalonamento de pessoal hospitalar. 2015. 108 f. **Dissertação** (Mestrado em Engenharia de Sistemas) - Universidade do Minho, Braga, Portugal 2015. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/40188/1/Jorge%20da%20Costa%20Rodrigues.pdf> >. Acesso em: 20 Dezembro. 2019.

SANTOS, R. F.; SOUZA, E. C.; BOUZANDA, M.A. Aplicação da programação inteira na solução logística do transporte de carga: o solver e suas limitações na busca pela solução ótima. **Revista Produção Online**, Florianópolis, SC, v.12, n. 1, p. 185-204, jan./mar. 2012.

VOSS, C.; TSIKRIKTSIS, N.; FROHLICH, M. Case research in operations management. **International journal of operations & production management**, v. 22, n. 2, p. 195-219, 2002.

YIN. R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 3 ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

WOLSEY, L. Integer Programming. **Wiley Series in Discrete Mathematics and Optimization**. 1998. ISBN 9780471283669.