

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ENGENHARIA QUÍMICA**  
**CURSO DE ENGENHARIA QUÍMICA**

**JÉSSICA DE CAMPOS DE SOUZA**

**UTILIZAÇÃO DA LÓGICA *FUZZY* EM UMA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**PONTA GROSSA**

**2019**

**JÉSSICA DE CAMPOS DE SOUZA**

**UTILIZAÇÃO DA LÓGICA *FUZZY* EM UMA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA**

Trabalho de Conclusão de Curso 2  
apresentado como requisito parcial  
à obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Química, do  
Departamento de Engenharia  
Química, da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Angelo  
Marcelo Tusset

**PONTA GROSSA**

**2019**



---

**TERMO DE APROVAÇÃO**

**UTILIZAÇÃO DA LÓGICA *FUZZY* EM UMA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA**

Por

Jéssica de Campos de Souza

Monografia apresentada no dia 20 de novembro 2019 ao Curso de Engenharia Química da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Ponta Grossa. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

---

Prof. Mst. Matheus Lopes Demito

---

Prof. Dra. Giane Gonçalves Lenzi  
(UTFPR)

---

Prof. Dr. Angelo Marcelo Tusset  
(UTFPR)  
Orientador

---

Profa. Dra. Juliana de Paula Martins  
Responsável pelo TCC do Curso de Engenharia Química

\*O termo de aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Química.\*

## RESUMO

SOUZA, Jéssica C. **Utilização da lógica *fuzzy* em uma estação de tratamento de água.** 39 pgs. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado de Engenharia Química) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2019.

Este trabalho apresenta as características básicas de uma bomba hidráulica, descreve alguns de seus componentes e explica a funcionalidade das curvas características de uma bomba. Apresenta as possibilidades de um sistema de associação de bombas, bem como a funcionalidade de cada associação. Descreve brevemente a teoria de controle fuzzy, as etapas fuzzificação, defuzzificação e tabela de regras *fuzzy*. Discute as limitações de um sistema de bombas instaladas no reservatório de uma estação de tratamento de água e explica a necessidade da aplicação da lógica *fuzzy* neste sistema para definir o melhor momento de ligar uma ou mais bombas. E baseado no histórico real de vazões traz como resultando o melhor arranjo de bombas a ser utilizado em cada hora do dia. Discute a possível influência da aplicação deste resultado no sistema real

**Palavras-Chave:** Bombas. Lógica Fuzzy. Simulação.

## ABSTRACT

SOUZA, Jéssica C. **Utilização da lógica *fuzzy* em uma estação de tratamento de água.** 39 pgs. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Química) – Federal Technology University – Paraná. Ponta Grossa, 2019.

This work presents the hydraulic pump's basic characteristics, describes of its componentes and explains the functionality of the pump characteristic curves. It presents the possibilities of a pump combination system as well as the functionality of each assciation. It describes the *fuzzy* control theory, the fuzzifucation, defuzziication and *fuzzy* rules table steps. It discusses the limitations of a pump system installed in a water tratment plant reservoir and explains the need for *fuzzy* logic to be applied to this system to define the best time to start one or more pumps. And based on the actual flow history brings the best pump arrangement to use every hour of the day. It discusses the possible influenc of applying this results on the real system.

**Keywords:** Pump. Fuzzy Logic. Simulation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Aspecto de curva da bomba KSB WKL 125 editado.....	13
Figura 2 - Cruzamento da curva de perda de carga com a curva do sistema.....	14
Figura 3 - Curva de potência.....	15
Figura 4 - Curva de rendimento.....	15
Figura 5 - Bombas em série.....	16
Figura 6 - Bombas em paralelo.....	16
Figura 7 - Gráfico- bombas em paralelo.....	17
Figura 8 - Determinação do ponto de operação de bombas diferentes em série.....	17
Figura 9 - Superposição de funções de pertinência com 50%.....	18
Figura 10 - Função triangular.....	19
Figura 11 - Método de defuzzificação pelo centro-da-área.....	20
Figura 12 - Método de defuzzificação pelo centro-do-máximo.....	21
Figura 13 - Método de defuzzificação pela média-do-máximo.....	23
Figura 14 - Modelo clássico de mandani.....	26
Figura 15 - Modelo de interpolação de Takagi-Sugeno.....	26
Figura 16 - Foto do arranjo das bombas no reservatório.....	30
Figura 17 - Curva padrão de vazão das bombas.....	31
Figura 18 - Curva teórica do sistema.....	31
Figura 19 - Cruzamento da curva do sistema e as curvas de associação das bombas.....	32
Figura 20 - Funções de pertinência do sistema.....	34
Figura 21 - Resumo do sistema fuzzy.....	35

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Mapa de regras para o controle <i>fuzzy</i> .....	28
Tabela 2 – Média das vazões de acordo com o horário.....	33
Tabela 3 – Regras do sistema.....	35
Tabela 4 – Bombas ideais a serem utilizadas por hora.....	35

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
<b>2. OBJETIVOS</b> .....	<b>11</b>
2.1. OBJETIVO GERAL .....	11
2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS .....	11
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRAFICA</b> .....	<b>12</b>
3.1. BOMBAS HIDRAULICAS.....	12
3.1.1. Curvas características da bomba.....	12
3.1.2. Associação de bombas .....	16
3.2. TEORIA DO CONTROLE FUZZY .....	17
3.2.1 Funções de Pertinência <i>Fuzzy</i> .....	18
3.2.2 Fuzzificação.....	19
3.2.3 Defuzzificação .....	19
3.2.4 Regras para Controladores <i>Fuzzy</i> .....	23
3.2.5 Controladores <i>fuzzy</i> .....	25
3.2.6 Tabela de regras <i>fuzzy</i> .....	28
<b>4. METODOLOGIA</b> .....	<b>30</b>
<b>5. RECURSOS</b> .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
5.1 Estrutura Física e computacional .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
5.2 Recursos Financeiros .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
<b>6. CRONOGRAMA</b> .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
<b>7. RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>35</b>
7.1. Elaboração da curva de associação das bombas.....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
7.2. Coleta de dados .....	32
<b>8. CONCLUSÃO</b> .....	<b>37</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>37</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Cada vez mais a utilização de programas computacionais tem colaborado para o desenvolvimento e otimização de processos em diversas áreas. Também conhecida como inteligência artificial (IA), a área de programação computacional pode ser vista aplicada ao nosso dia-a-dia em jogos eletrônicos, aplicativos de celular, sistemas de pesquisa na internet, controles específicos de veículos e muitas outras áreas. (MASSELLI, PRADO, 2014; MENEGHETTI, 2004)

Além de tecnologias como essas, as quais temos contato direto, a inteligência artificial é também de grande ajuda no controle de sistemas industriais, nestes casos tem por objetivo não necessitar do contato humano direto com o processo para que sejam realizados ajustes de variáveis e melhoramentos no andamento do sistema, com isso reduzindo os riscos aos operadores, os erros humanos grosseiros na leitura de dados, interferências no sistema e em alguns casos até evitando contaminação do processo que está sendo analisado. (BARG, 2002; MASSELLI, PRADO, 2014)

Os controles de sistema desenvolvidos tradicionalmente utilizam-se de equações diferenciais, ou seja, o sistema é descrito através de um modelo matemático. Porém em alguns casos não é possível utilizar diretamente o modelo matemático, por exemplo em áreas da agricultura e da medicina é necessário que se transforme informações imprecisas em termos linguísticos, a fim de controlar ou apenas de prever o comportamento do sistema que esta sendo estudado. Os conceitos da lógica Fuzzy vem com a função de traduzir em termos matemáticos alguns conhecimentos empíricos. (BARG, 2002; JAFELICE, 2003; BEZERRA, 2012; MASSELLI, PRADO, 2014)

Uma determinada companhia de saneamento possui uma estação onde há um reservatório de água com seis bombas instaladas. Sabe-se que as bombas devem operar de forma que abasteçam a cidade continuamente, não deixando que as alterações da

demanda ao longo do dia, prejudiquem as condições de funcionamento do sistema. Atualmente as mudanças necessárias nesta estação são feitas de forma manual, é possível criar um sistema de controle útil para o reservatório e adequado para as condições de funcionamento das bombas?

Devido as condições atuais do reservatório que será estudado, no decorrer desse trabalho, será desenvolvido um sistema de controle de bombas a partir do conhecimento dos operadores do sistema, portanto partindo de um conhecimento empírico será feita a utilização de lógica *Fuzzy* em busca de um método de controle adequado.

## 2. OBJETIVOS

### 2.1. OBJETIVO GERAL

Utilizar a lógica fuzzy para encontrar a melhor situação de trabalho das bombas de uma estação de tratamento de água, de acordo com o horário visando economia energética.

### 2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

Para atingir o objetivo geral proposto, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- Identificar o funcionamento teórico das bombas quando utilizadas simultaneamente.
- Comparar as curvas de combinações das bombas com a curva do sistema.
- Projetar um controle baseado em lógica fuzzy que indique a vazão do sistema, baseado nos dados reais obtidos.
- Encontrar as vazões necessárias, consumindo a menor corrente possível.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRAFICA

#### 3.1. BOMBAS HIDRAULICAS

Bomba é o termo designado a um equipamento que tem a função de transferir energia a um fluido, possibilitando que ele realize trabalho. Assim, esses equipamentos podem ser definidos como máquinas operatrizes hidráulicas que fazem com um fluido se desloque de um ponto a outro, aumentando sua pressão, velocidade ou ambas grandezas. Os modos como a energia é transferida para o fluido e as aplicações das bombas permitem classificá-las em: Turbobombas (ou bombas dinâmicas); Bombas de deslocamento positivo (ou volumétricas). (MONACHESI et al, 2005; MATTOS, FALCO, 1998; MACINTYRE, 1997).

As turbobombas são caracterizadas por movimentarem o líquido através de forças geradas pela rotação de pás presentes em um disco ou uma peça de formato cônico, esse órgão é chamado de rotor ou impelidor. Outro órgão presente nessas bombas é o difusor, que tem a função de transformar maior parte da energia cinética na saída do rotor, em energia de pressão. (MATTOS, FALCO, 1998; MACINTYRE, 1997; GOMES, 2009; FONSECA, 2016). Para distinguir turbobombas utiliza-se a forma como o rotor fornece energia ao fluido e a orientação do fluido na saída do impelidor. Portanto, podem ser: centrífugas, de fluxo axial, de fluxo misto ou periféricas. (MATTOS, 1998)

Já as bombas de deslocamento positivo fornecem energia ao líquido já sob forma de pressão, não havendo a necessidade de transformação de energias, essas bombas diferentemente das turbobombas, mantem sua vazão média quase constante. (MATTOS, 1998).

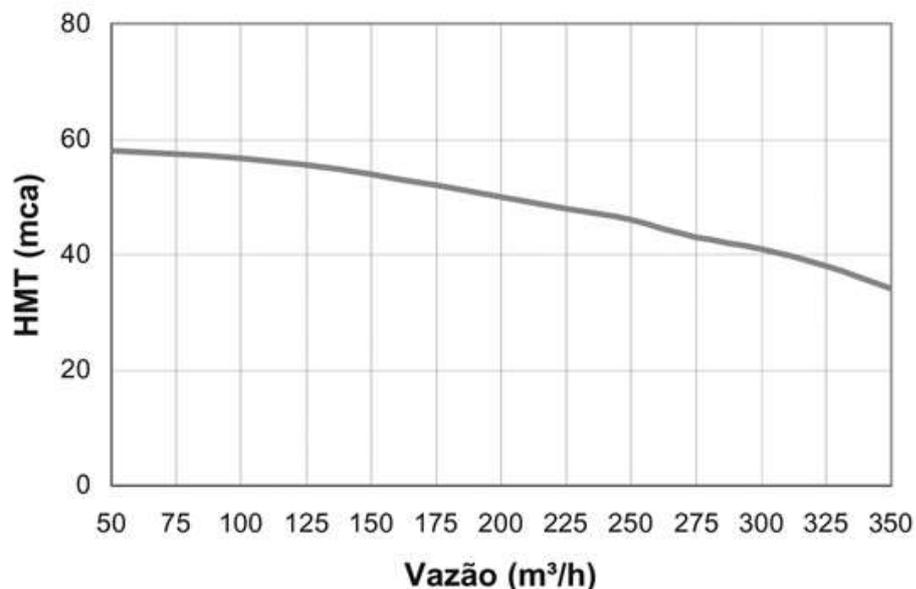
##### 3.1.1. Curvas características da bomba

Para analisar o desempenho de uma bomba é necessário quantificar as principais variáveis dela, as curvas características são as ferramentas utilizadas para este fim.

Habitualmente os fabricantes realizam análises em laboratório e fornecem as curvas através de catálogos técnicos, as curvas tradicionais são: curva da altura x vazão; curva de potência x vazão; curva de rendimento x vazão; e a curva de NSPH. (MONACHESI, 2005; GOMES, 2009)

Relacionando a vazão deslocada pela bomba e a altura manométrica que pressiona esta vazão, a curva altura x vazão, que pode ser vista na Figura 1, é desenvolvida a partir dos resultados de ensaios de vazão e pressão da bomba efetuados pelo fabricante.

**Figura 1: Aspecto de curva da bomba KSB WKL 125 editado**



**Fonte: Monachesi (2005, p.70)**

Ao cruzar a curva da bomba e a do sistema é possível avaliar se a máquina escolhida está de acordo com o sistema, e também obter o ponto de funcionamento do equipamento. Quanto mais próximo do ponto de melhor rendimento da bomba, maior será a eficiência energética. (MONACHESI, 2005)

A altura manométrica,  $H$ , em cada ponto de operação é dada pela soma da altura geométrica,  $H_i$ , mais a altura para vencer as perdas da tubulação representada por  $H_f$ , mais a altura necessária para que o fluido tenha energia cinética suficiente para deixar a tubulação. (GOMES, 2009) A última é calculada pela velocidade do fluido ao quadrado

dividida por duas vezes o valor da gravidade, com isso, temos a seguinte equação para o cálculo de H:

$$H = H_i + \frac{V^2}{2g} + H_f \quad (1)$$

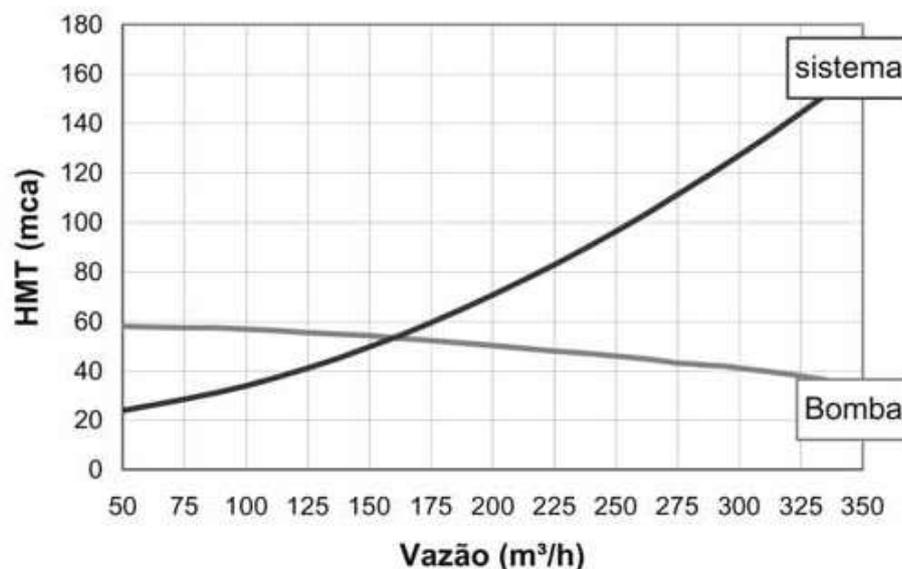
Os fabricantes elaboram as curvas características das bombas através de ensaios, e calculam a altura manométrica utilizando a equação de Bernoulli(2). Onde o ponto 1 é na entrada da bomba e o 2 na saída.

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + z_2 - z_1 \quad (2)$$

Esta é a curva que se utiliza para determinar o ponto de funcionamento da bomba. Para identificar tal ponto é necessário encontrar a intersecção da curva da bomba com a curva do sistema.

Para facilitar o entendimento, podemos observar a Figura 2, e dizer que para este caso, o ponto de funcionamento da bomba será aproximadamente 170 m<sup>3</sup>h<sup>-1</sup>.

**Figura 2: Cruzamento da curva de perda de carga com a curva do sistema**

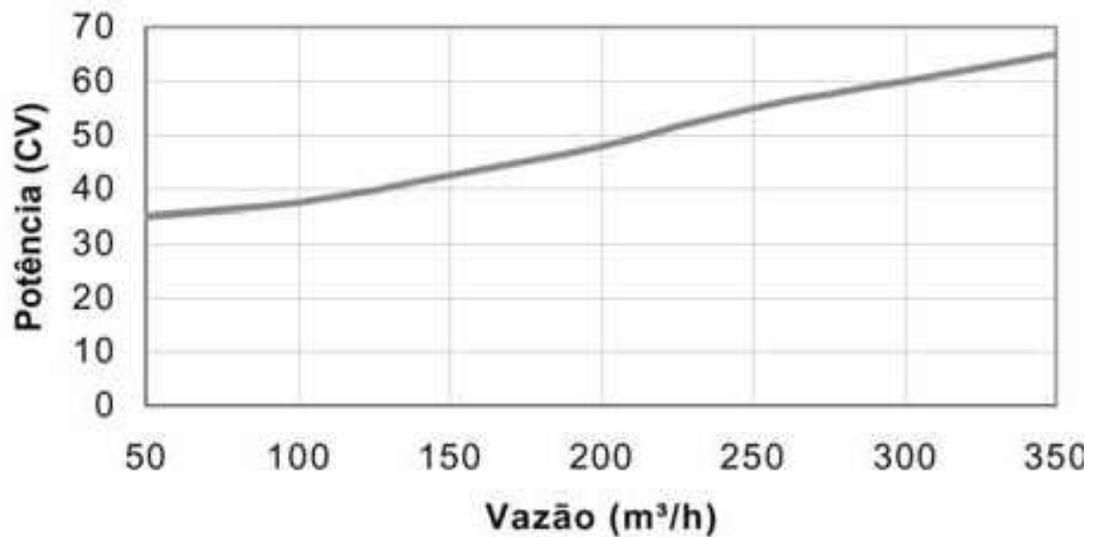


Fonte: Monachesi (2005, p.72)

A potência de uma bomba, também denominada BHP (Brake Horse Power), é a potência que o eixo do equipamento deve receber do motor. A partir de dados também

obtidos em ensaios laboratoriais efetuados pelo fabricante, relaciona-se a vazão bombeada com a BHP e tem-se a curva potência x vazão, exemplificada na Figura 3.

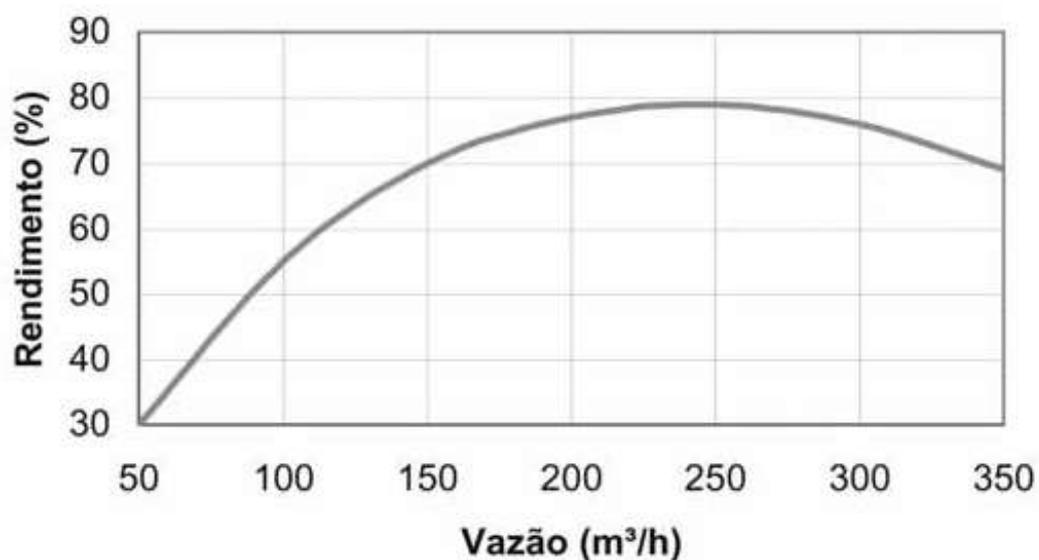
**Figura 3: Curva de potência**



Fonte: Monachesi (2005, p.74)

Já na curva de rendimento, Figura 4, é possível visualizar o melhor intervalo de vazões considerando o rendimento da bomba. (MONACHESI, 2005)

**Figura 4: Curva de rendimento**



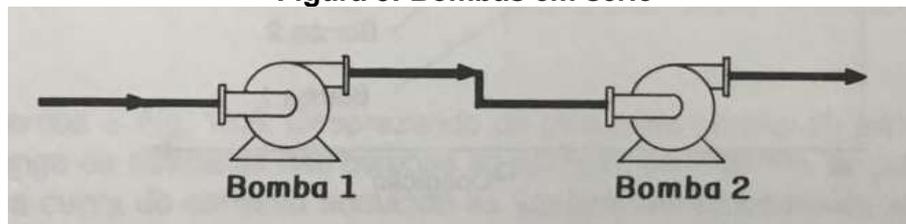
Fonte: Monachesi (2005, p.74)

### 3.1.2. Associação de bombas

É possível associar bombas em paralelo e em série. O primeiro caso é habitualmente utilizado quando a vazão desejada para o sistema é muito maior que a capacidade das bombas, já a associação em série é utilizada quando a altura manométrica é superior ao limite alcançado pela bomba, considerando uma determinada vazão. (FALCO; MATOS, 1998; MONACHESI, 2005)

Ao associar em série (Figura 5) a descarga da bomba anterior é conectada a sucção da seguinte e por isso é possível somar a altura manométrica gerada por cada uma delas para saber qual altura o conjunto suportará. (FALCO; MATOS, 1998; MONACHESI, 2005)

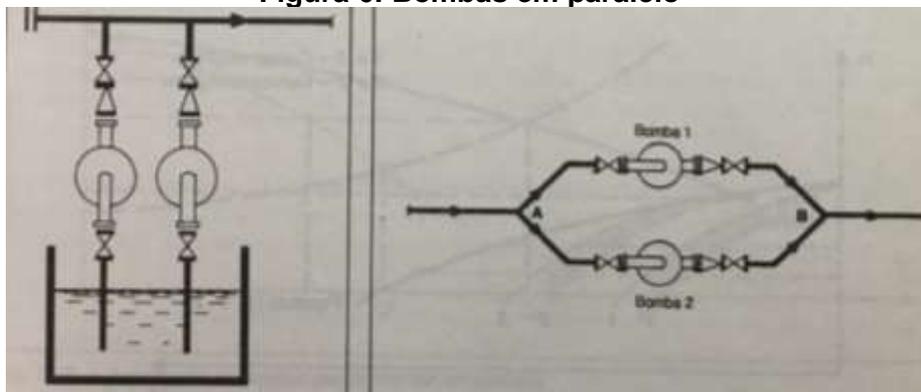
**Figura 5: Bombas em série**



Fonte: Falco, Mattos (1998, p.361)

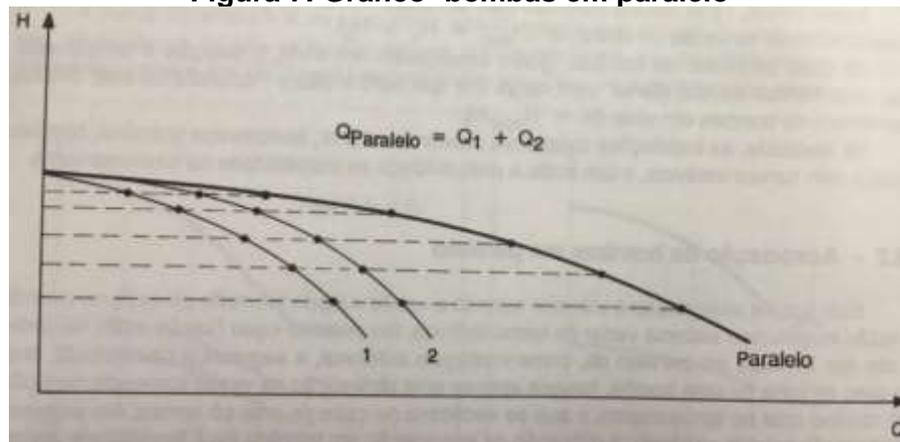
Já na associação em paralelo (Figura 6) todas as bombas têm a mesma entrada e mesma saída e por isso soma-se o BHP das bombas e obtém-se a curva característica do conjunto, representada na Figura 7. (FALCO; MATOS, 1998; MONACHESI, 2005)

**Figura 6: Bombas em paralelo**



Fonte: Mattos, Falco (1998, p.363)

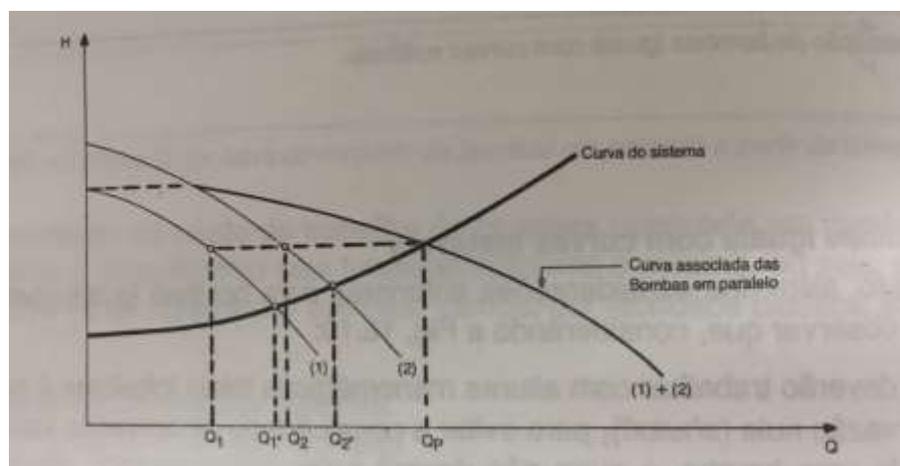
**Figura 7: Gráfico- bombas em paralelo**



**Fonte: Mattos, Falco (1998, p.362)**

Para que se encontre o ponto de operação da bomba ou do conjunto de bombas a ser utilizado em um determinado é necessário o cruzamento da curva da bomba ou da curva do conjunto com a curva de operação do sistema. É possível observar esse processo na Figura 8 (FALCO; MATOS, 1998; MONACHESI, 2005)

**Figura 8: Determinação do ponto de operação de bombas diferentes em série**



**Fonte: Falco, Mattos (1998, p.362)**

### 3.2. TEORIA DO CONTROLE FUZZY

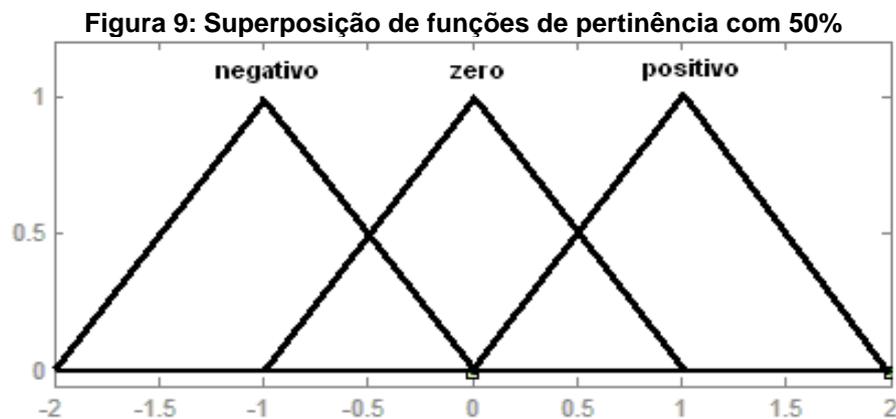
Criada em 1965, a teoria dos conjuntos *fuzzy* foi desenvolvida pelo professor na Universidade da Califórnia em Berkeley, Lotfi Zadeh (SANDRI; CORREA, 1999). Derivado desta teoria temos o controle *fuzzy*, um método que não utiliza-se de modelos

matemáticos, onde o sistema é basicamente sua estrutura e as funções de pertinência. (TUSSET, 2008)

### 3.2.1 Funções de Pertinência *Fuzzy*

As funções de pertinência representam as características fundamentais das ações teóricas e práticas dos sistemas *fuzzy*. (TUSSET,2008) Segundo Tusset (2008) uma função de pertinência é uma função tabulada ou numérica gráfica que concede valores de pertinência *fuzzy* para valores discretos de uma determinada variável.

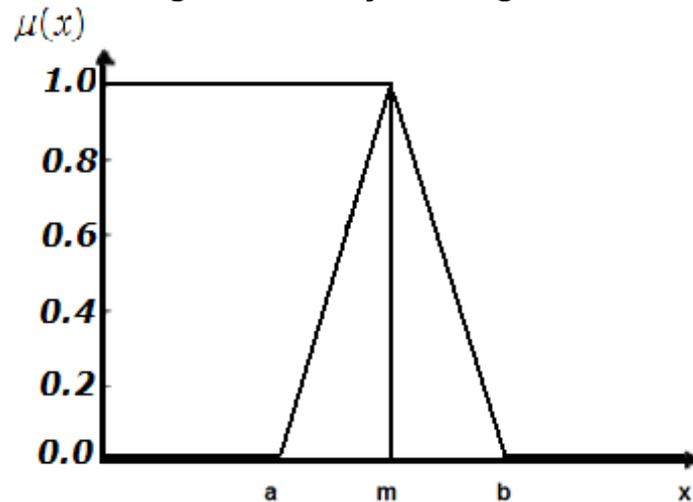
Há, também, o grau de superposição entre as funções de pertinência, outro fator de grande importância que normalmente está entre 25% e 75%.(SHAW; SIMÕES, 1999). Na Figura 9 observamos um sistema *fuzzy* com três funções de pertinência triangulares com superposição de 50%.



Fonte: Tusset (2008 p.125)

Uma função de pertinência comumente vista na literatura tem sua representação gráfica apresentada na Figura 10.

Figura 10: Função triangular



Fonte: Tusset (2008 p.126)

A equação que representa esta função, pode ser observada em (4).

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{se } x \in [a, m] \\ \frac{m-a}{b-x} & \text{se } x \in [m, b] \\ 0 & \text{se } x \geq b \end{cases} \quad (4)$$

### 3.2.2 Fuzzificação

Fuzzificação é a etapa anterior ao processamento dos sinais de entrada, com intuito de reduzir o número de valores que serão processados. Basicamente é o momento de transformação do domínio dos números reais para o domínio *fuzzy*. Demonstram a existência de valores linguísticos ou qualitativos a serem atribuídos e definem as funções de pertinência relativos às variáveis de entrada. (TUSSET, 2008)

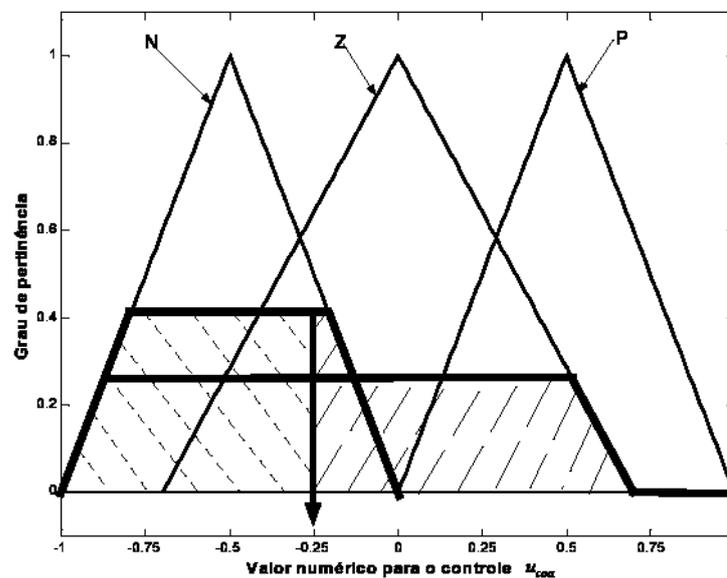
### 3.2.3 Defuzzificação

Na etapa de defuzzificação, o objetivo é obter um único valor numérico que possa representar os valores *fuzzy* de saída, sendo então a etapa que transforma a saída do domínio *fuzzy* para o domínio discreto. O sucesso desta etapa esta diretamente

relacionado com a seleção do método adequado, podendo ser focado na centróide ou no método dos máximos que ocorrem na função de pertinência resultante. (TUSSET, 2008)

O método centro-da-área ou método do centro-de-gravidade calcula o centróide da área composta que representa o termo de saída *fuzzy* ( $\mu_{out}$ ) que é composto pela união de todas as contribuições de regras. (TUSSET, 2008) Na Figura 11 observa-se que o centróide é um ponto que divide a área de ( $\mu_{out}$ ) em duas partes iguais.

**Figura 11: Método de defuzzificação pelo centro-da-área**



Fonte: Tusset (2008 p.130)

Para calcular o centroide da área pelo método de defuzzificação (c-o-a) utilizamos

(5).

$$u_{coa} = \frac{\sum_{i=1}^N u_i \mu_{out}(u_i)}{\sum_{i=1}^N \mu_{out}(u_i)} \quad (5)$$

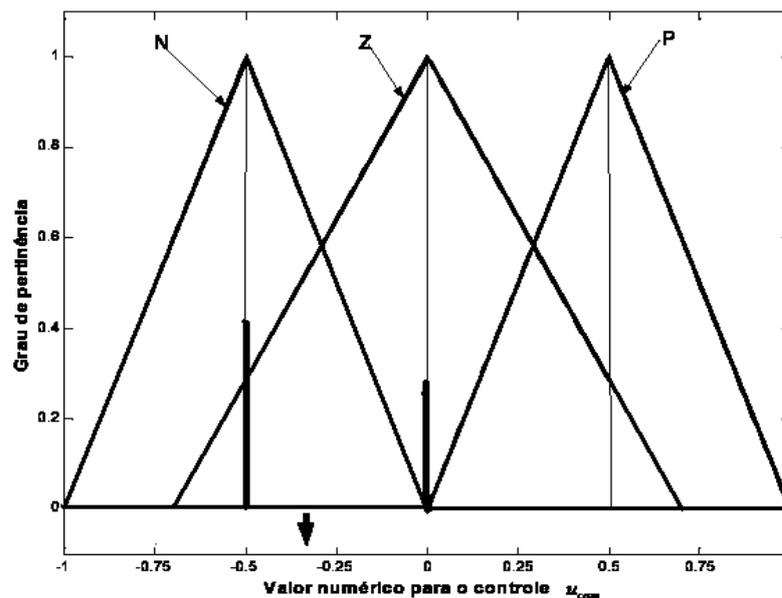
Com a equação (5) é possível calcular o centróide composto, para o qual contribuem as duas funções. Onde  $\mu_{out}(u_i)$  é área de uma função de pertinência

modificada pelo resultado da inferência *fuzzy*, e  $u_i$ , a posição da centroide da função de pertinência individual. (TUSSET, 2008)

Quando duas ou mais regras tiverem a mesma saída *fuzzy* teremos uma superposição de áreas que não será contabilizada corretamente, e quando o método precisar de integração numérica também será necessário o esforço computacional para o cálculo, nestes casos o método centro-da-área apresenta alguns problemas. (SHAW; SIMÕES, 1999)

Conforme Tusset (2008), no método de defuzzificação pelo centro-do-máximo (Figura 12), usa-se os picos das funções de pertinência representados ignorando-se as áreas dessas funções, e são posicionados nos respectivos picos, os valores não-nulos do vetor de possibilidade de saída, assim, o valor de saída é definido encontrando o ponto de apoio onde os pesos ficam equilibrados, portanto, as áreas das funções de pertinência não serão utilizadas, apenas os máximos.

**Figura 12: Método de defuzzificação pelo centro-do-máximo**



**Fonte: Tusset (2008 p.131)**

Calcula-se a saída discreta é como uma média ponderada dos máximos, conforme a equação (6):

$$u_{com} = \frac{\sum_{i=1}^N u_i \cdot \sum_{k=1}^n \mu_{o,k}(u_i)}{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n \mu_{o,k}(u_i)} \quad (6)$$

Em que  $\mu_{o,k}(u_i)$  representa os pontos onde ocorrem os máximos das funções de pertinência de saída.

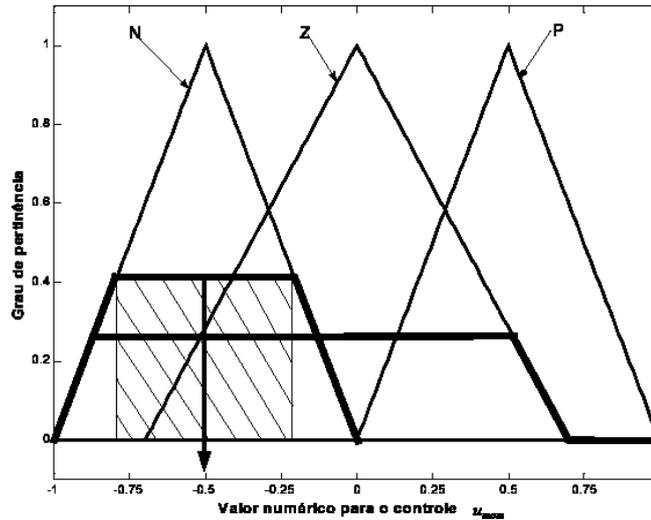
Este método, também, é chamado de defuzzificação pelas alturas. Os valores discretos do universo de discurso  $u_i$  amostrados em  $N$  pontos para todas  $n$  regras são somados e  $\mu_{o,k}(u_i)$  é o valor da pertinência para um dado valor de controle  $u_i$  seguinte da  $k$ -ésima regra. (TUSSET, 2008)

A defuzzificação por média-do-máximo (m-o-m) utiliza a saída com o maior valor de pertinência  $\mu_{out}(u_i)$ . Caso a função de pertinência tenha mais de um máximo, esta ideia não serve. (TUSSET, 2008) Pode-se então, tomar a média de todos os máximos:

$$u_{mom} = \sum_{m=1}^M \frac{u_m}{M} \quad (7)$$

onde  $u_m$  é o  $m$ -ésimo elemento no universo de discurso de forma que a função  $\mu_{out}(u_i)$  tenha um máximo e  $M$  é o número total desses elementos. Esta abordagem, também, é chamada de solução mais plausível, por desconsiderar o formato das funções de pertinência de saída, e pode ser visualizada graficamente na Figura 13. (TUSSET, 2008)

**Figura 13: Método de defuzzificação pela média-do-máximo**



**Fonte: Tusset (2008 p.132)**

Os métodos de defuzzificação centro-da-área e centro-do-máximo são classificados como métodos contínuos, pois se ocorrer uma mudança muito pequena em uma variável de entrada não causará mudanças abruptas nas variáveis de saída, sendo indicado em aplicações em malha fechada. Já, o método média-do-máximo, é classificado com método descontínuo, sendo indicado para reconhecimento de padrões. (SHAW; SIMÕES, 1999)

Shaw e Simões (1999) destacam que a utilização de funções de pertinência complexas não apresenta melhores resultados para saída do que funções triangulares.

### 3.2.4 Regras para Controladores *Fuzzy*

De acordo com Tusset (2008), há dois tipos de implicações *fuzzy*, que são chamadas de regras de inferência, o modo afirmativo e negativo, ambos operando de forma a se basear em premissas ou condições, as quais geram uma determinada consequência.

O racional de cada uma das regras do sistema *fuzzy*, pode ser representada pela afirmação **se-então**, podendo o antecedente e o conseqüente serem combinados pelos conectivos lógicos "e" ou "ou". (TUSSET, 2008)

De modo a exemplificar, sendo  $T_1$ ,  $T_2$  e  $A$  conjuntos *fuzzy* consideramos a regra:

$$\text{Se } x_1 = H_1 \text{ e } x_2 = H_2 \text{ então } y = A$$

Teremos a seguinte relação *fuzzy* construída por esta regra:

$$R = \phi(T(H_1, H_2, A)) \quad (8)$$

sendo  $T$  uma norma- $T$  que modela o conectivo (**e**) e  $\phi$  é uma função de implicação *fuzzy* que modela a sentença **se-então**.

Normalmente a implicação significa uma relação de casualidade, ditada pela sentença **se-então**, sendo que o sentido da proposição é mantido para representar o conhecimento do sistema. (TUSSET, 2008) Para Dubois e Prade (1991), os diferentes tipos de implicações *fuzzy* podem ser classificados como:

- Implicação-S: Define-se  $a \rightarrow b$  a aplicação de alguma norma-S entre o complemento de **a** em intersecção com **b**:

$$\phi(a, b) = S(C(a); b) \quad (9)$$

- Implicação baseada na Lógica Quântica: Define-se  $a \rightarrow b$  como o complemento de **a** em intersecção com a união de **a** com **b**:

$$\phi(a, b) = S(C(a); T(a, b)) \quad (10)$$

sendo que a norma-S, adota neste caso como um critério de dualidade complementar:

$$T(a, b) = C(S(C(a), C(b))) \quad (11)$$

- Implicação Residual: representa uma proposição parcial, com a seguinte forma:

$$\phi(a,b) = \begin{cases} 1, & \text{se } a \leq b \\ 0, & \text{se } a = 0 \text{ e } b = 0 \\ \in [0,1] & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (12)$$

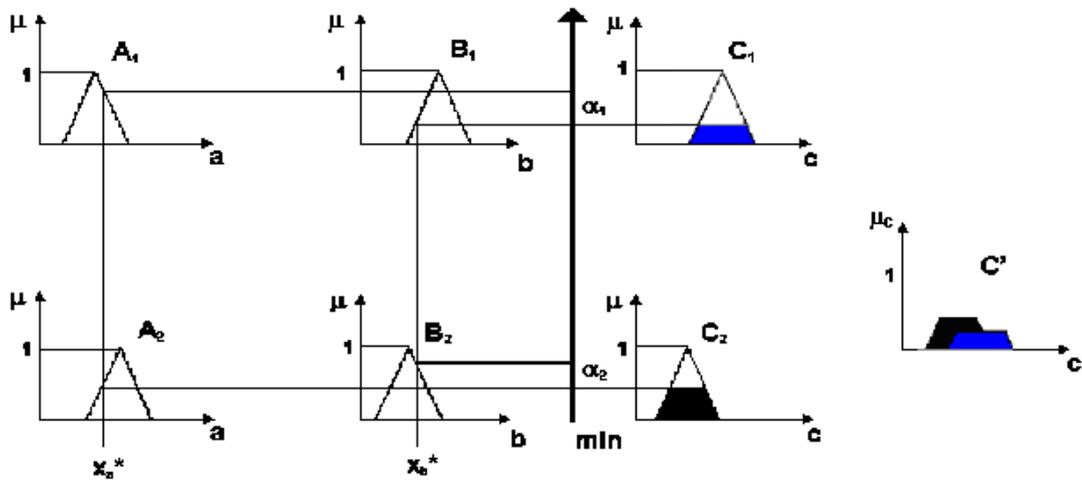
### 3.2.5 Controladores *fuzzy*

Um controlador *fuzzy* é um sistema especialista simplificado, onde a consequência de uma regra não é aplicada como antecedente de outra (Driankov *et al.*, 1993). Assim, segundo Driankov *et al* o processo de inferência consiste nos seguintes passos:

- Verificar o grau de compatibilidade entre os fatos e as cláusulas nas premissas das regras;
- Determinar o grau de compatibilidade global da premissa de cada regra;
- Determinar o valor da conclusão, em função do grau de compatibilidade da regra com os dados e a ação de controle constante na conclusão;
- Agregar os valores obtidos como conclusão nas várias regras, obtendo-se uma ação de controle global.

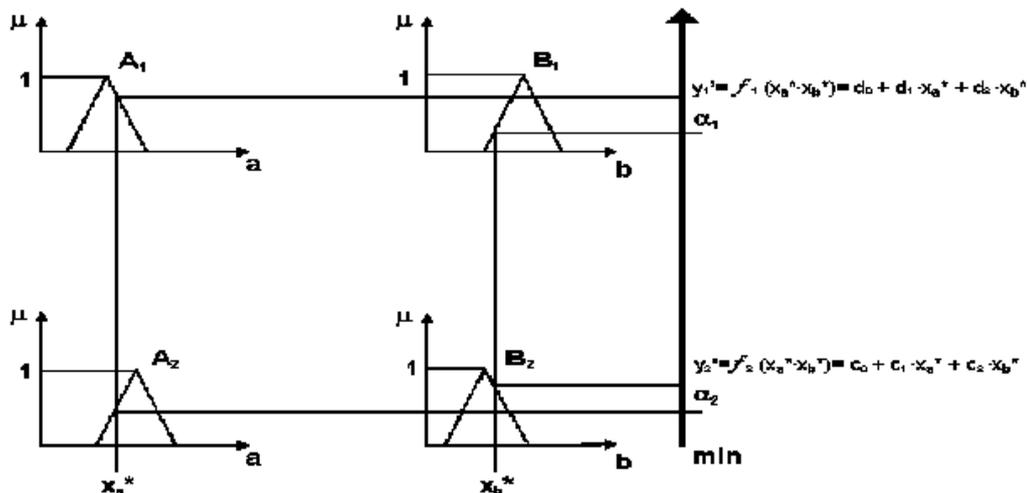
O software Matlab<sup>®</sup> disponibiliza os tipos de regras mais utilizados em algoritmos *fuzzy* para controladores, que são as tipo Mandani e tipo Sugero. O que coincide com o que a literatura classifica como os modelos clássicos de controladores *fuzzy*. (DRIANKOV *et al*, 1993). A forma e a representação destes controladores podem ser observadas nas Figuras 14 e 15.

Figura 14: Modelo clássico de Mandani



Fonte: Tusset (2008, p.135)

Figura 15: Modelo de interpolação de Takagi-Sugeno



Fonte: Tusset (2008, p.136)

Sandri e Correa (1999) disseram que os modelos são diferentes quanto aos operadores utilizados para que possibilite a implementação do controlador de um sistema e também na forma que os termos de condições iniciais e as ações de controle são representados.

Conforme Mandani e Assilian (1975), é comum que uma regra Mandani utilize o operador mínimo para a implicação entre as proposições das regras e o operador máximo para a agregação. Esta regra possui a seguinte forma:

$$r_k: \text{ se } x_1 \acute{e} A_1^k \text{ e...e } x_{N_k} \acute{e} A_{N_k}^k \text{ ent\~{a}o } y_1 \acute{e} B_1^k \text{ e...e } y_{N_k} \acute{e} B_{N_k}^k \quad (13)$$

Já as regras do tipo Sugero têm o seguinte formato. (Teixeira, 2001):

$$\begin{aligned}
 r_1: & \text{ se } x_1 \text{ é } A_{1,k} \text{ e...e } x_{n,k} \text{ é } A_{N_x,k} \text{ então } u_1 = f_{1,k}(x_1, \dots, x_{n_x}), \dots, f_{N_x,k}(x_1, \dots, x_{n_x}) \\
 & \vdots \\
 r_k: & \text{ se } x_1 \text{ é } A_{1,k} \text{ e...e } x_{n,k} \text{ é } A_{N_x,k} \text{ então } u_k = f_{1,k}(x_1, \dots, x_{n_x}), \dots, f_{N_x,k}(x_1, \dots, x_{n_x})
 \end{aligned} \tag{14}$$

sendo  $f_{N_x,k}(x_1, \dots, x_{n_x})$  a função que modela a combinação linear das entradas, então:

$$u_s = b_{0,k} + \sum_{i=1}^{N_x} b_{i,k} x_i \tag{15}$$

Sendo  $b_{i,k}$  e  $b_{0,k}$ , parâmetros constantes.

Assim as entradas  $x_1, x_2, \dots, x_{N_x}$ , referentes a um dado estado do sistema a ser controlado, são inferidas para cada proposição dos antecedentes das regras. Então, os graus de pertinência das proposições de cada regra são obtidos. Para cada regra escolhe-se o valor mínimo das funções de pertinências inferidas, ou seja, a primeira regra tem uma pertinência resultante  $\mu_{u_1}(x_1, \dots, x_{n_x})$ , assim até a última regra com pertinência resultante  $\mu_{u_k}(x_1, \dots, x_{n_x})$ . (TUSSET, 2008)

Quando não há necessidade de agregação dos conjuntos resultantes das implicações de cada regra o resultado pode ser obtido de:

$$u_s = \frac{\sum_{i=1}^k u_{u_i} u_i}{\sum_{i=1}^k u_{u_i}} \tag{16}$$

Conforme Teixeira (2001), pode-se concluir que a regra de Mandani é mais intuitiva e acaba representando melhor a ideia humana, mas, a regra de Sugero apresenta maior eficiência computacional por não possuir dependência numérica para cálculo de áreas.

### 3.2.6 Tabela de regras *fuzzy*

Podendo ser denominada também mapa de regras *fuzzy*, a tabela de regras *fuzzy* denota todas as regras de inferência *fuzzy*, ou seja, demonstra as condições fornecidas para o sistema em formato de matriz. (Shaw e Simões, 1999)

As entradas da matriz de regras são preenchidas durante a identificação do sistema *fuzzy*, quando são identificadas as operações do controle do processo. (Pinheiro, 2004)

Exemplificando um controle da força de atuação do amortecedor de um sistema massa-mola-amortecedor contendo dois graus de liberdade, temos regras de inferência relativas a duas entradas, a Velocidade e a Velocidade Relativa e uma saída que é a Força, na Tabela 1. (Tusset, 2008)

Onde esta representado: negativo grande (ng), negativo médio (nm), zero (ze), positivo médio (pm) e positivo grande(pg).

**Tabela 1: Mapa de regras para o controle *fuzzy***  
Velocidade

Velocidade Relativa	Força [N]	ng	nm	ze	pm	pg
	ng	ng	ng	nm	nm	nm
	nm	ng	nm	nm	nm	nm
	ze	nm	nm	pm	pm	pm
	pm	pm	pm	pm	pm	pg
	pg	pm	pm	pm	pg	pg

**Fonte: Tusset (2008, pg 139)**

Sabendo-se que a regra *fuzzy* para as duas entradas e uma saída é definida por:

**SE** Velocidade = (Regra linguística) **E** Velocidade Relativa= (Regra linguística) **ENTÃO**  
Força= (Regra linguística)

Assim para o caso de:

**SE** Velocidade Relativa = (nm) **E** Velocidade= (pg) **ENTÃO** Força= (nm)

O mapa de regras *fuzzy* representado pela Tabela 1, representa as combinações de variáveis de entrada e saída, em termos de seus conjuntos *fuzzy* linguísticos. Totalizando vinte e cinco regras *fuzzy* que compõem o controle do sistema, derivadas da variável linguística velocidade relativa que possui cinco possibilidades e para a velocidade onde tem-se mais cinco possibilidade. (TUSSET, 2008)

#### 4. METODOLOGIA

Dentre os diversos reservatórios que esta companhia possui, o sistema de bombeamento estudado tem a função de armazenar água tratada e distribuí-la à uma região da cidade.

O sistema conta com quatro bombas iguais trabalhando em série, sendo que a mais antiga está em funcionamento desde 2006, a segunda desde 2015, e as duas mais recentes só foram instaladas em fevereiro de 2018. O layout, que pode ser visto na Figura 18, tem a função de aumentar ou diminuir a vazão de distribuição de acordo com a demanda necessária.

**Figura 16 – Foto do arranjo das bombas no reservatório**

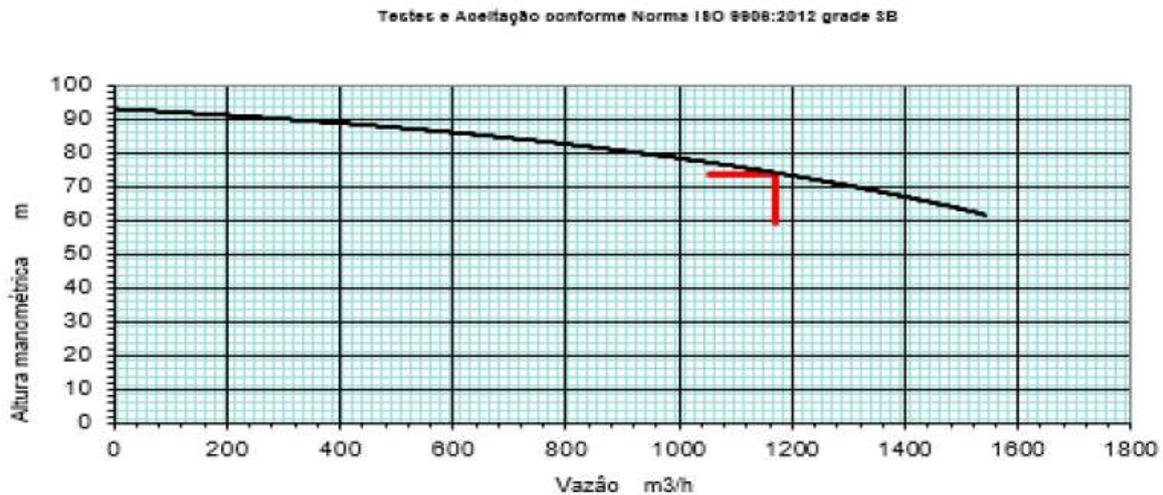


**Autor: Aatoria própria.**

Apesar da diferença de idade, todas as bombas são do mesmo fabricante e possuem propriedades iguais, ou seja, a curva teórica de vazões é a mesma nos quatro casos.

Tendo em mãos o manual, fornecido para empresa, obtivemos a Figura 19, que descreve a curva padrão de vazão de cada uma das bombas funcionando separadamente:

**Figura 17: Curva padrão de vazão das bombas**



**Fonte: DATABOOK- Bomba 10ae16 1750rpm gaxeta horária**

A curva que descreve o sistema foi elaborada pelos funcionários da empresa, e é indicada na Figura 20.

**Figura 18: Curva teórica do sistema**



**Fonte: Empresa responsável pela estação de tratamento**

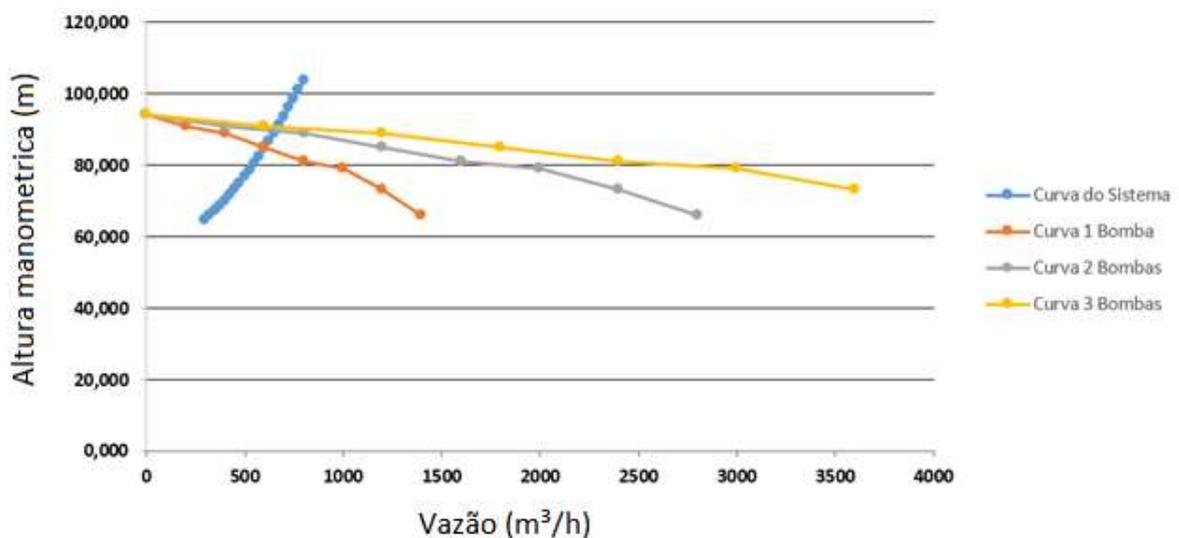
Sabe-se que devido a algumas condições identificadas pela empresa teremos no máximo três bombas trabalhando simultaneamente, criou-se uma curva de vazão

considerando duas bombas ligadas em série, e uma curva correspondente a situação de três bombas trabalhando juntas.

Para criar essas curvas utilizamos o critério da associação em série, onde soma-se as vazões de cada bomba nas mesmas alturas manométricas.

Associando-se a curva do sistema, a curva de trabalho de uma bomba, a curva de duas bombas ligadas em série e a curva correspondente a três bombas ligadas em série, obteve-se a Figura

**Figura 19: Cruzamento da curva do sistema e as curvas de associação das bombas**



**Fonte: Autoria própria**

#### 4.1. Coleta de dados

Devido a maior estabilidade de consumo de água durante o inverno, analisou-se o período de 01 a 30 de julho de 2019. Juntamente com o especialista da área foram coletados hora a hora os dados do período escolhido.

Os dados disponibilizados pela empresa são coletados diariamente a cada 10 minutos, onde a corrente possui um registro automático, já a vazão do sistema e a altura manométrica são registradas pelo operador do reservatório, que faz a leitura desses dados de forma manual.

Para facilitar a análise, criou-se uma coluna que indicava quais bombas estavam ligadas considerando aquelas que tinham corrente diferente de zero naquele momento.

A partir desses dados, calculou-se a média aritmética das vazões em cada hora do dia e quais eram as menores correntes que geravam essas vazões, obtendo os resultados, transcritos na Tabela 2:

**Tabela 2: Média das vazões de acordo com o horário**

Horário	Vazão Média	Bombas usualmente ligadas para fornecer a vazão média
00:00	638,33	3 e 4
01:00	610,67	2 e 3
02:00	565,81	1 e 3
03:00	424,83	3 e 4
04:00	416,26	2 e 3
05:00	545,33	1 e 3
06:00	666,00	1 e 3
07:00	728,00	1 e 4
08:00	769,85	1 e 4
09:00	777,67	1, 3 e 4
10:00	842,67	1, 3 e 4
11:00	890,33	1, 3 e 4
12:00	897,00	1, 3 e 4
13:00	891,33	1, 3 e 4
14:00	898,67	1, 3 e 4
15:00	838,00	1, 3 e 4
16:00	834,59	1, 3 e 4
17:00	831,33	1, 3 e 4
18:00	816,73	1, 3 e 4
19:00	890,67	1, 3 e 4
20:00	872,67	1, 3 e 4
21:00	841,33	1, 3 e 4
22:00	824,00	1, 3 e 4
23:00	814,00	1, 3 e 4

Sabendo-se as vazões necessárias em cada hora do dia, iniciou-se a utilização da lógica *fuzzy*.

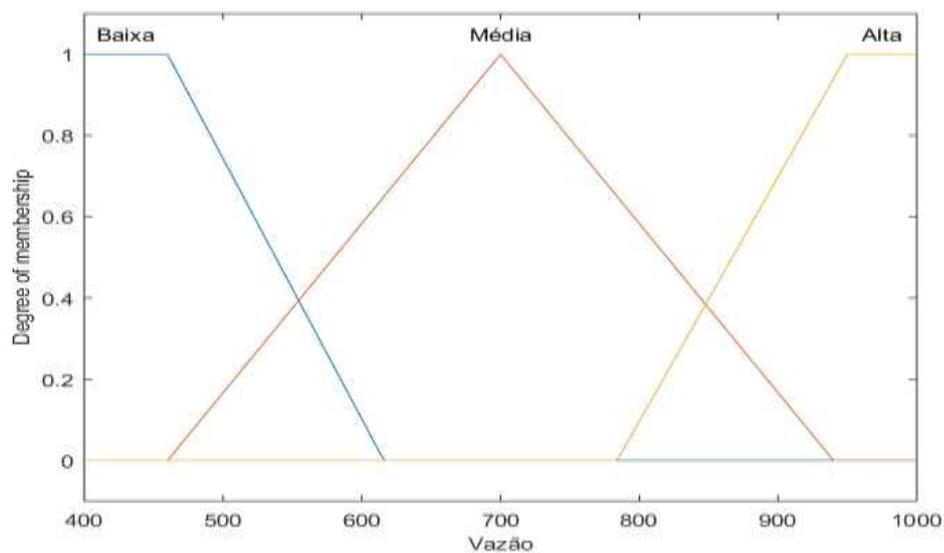
#### 4.2. Simulação da operação das bombas utilizando sistema fuzzy

Buscando obter um resultado que indicasse ligado e desligado utilizando uma função linear simples sendo 1 ligado e 0 desligado, definiu-se que o método mais adequado para o problema seria Sugeno.

No software MatLab, abriu-se o toolkit de sistema fuzzy, utilizando o comando “>> fuzzy”, no toolkit selecionou-se na aba de comandos File> New FIS> Sugeno.

Adicionou-se uma entrada denominada ‘Vazão’, com o range de [400:1000] e incluiu-se três funções de pertinências correspondentes a vazão baixa, vazão média e vazão alta, conforme Figura 20.

**Figura 20: Funções de pertinência do sistema**



**Fonte: Autoria própria**

Em seguida inseriu-se quatro funções de saída: 1On, 2On, 3On indicando respectivamente uma bomba ligada, duas bombas ligadas e três bombas ligada.

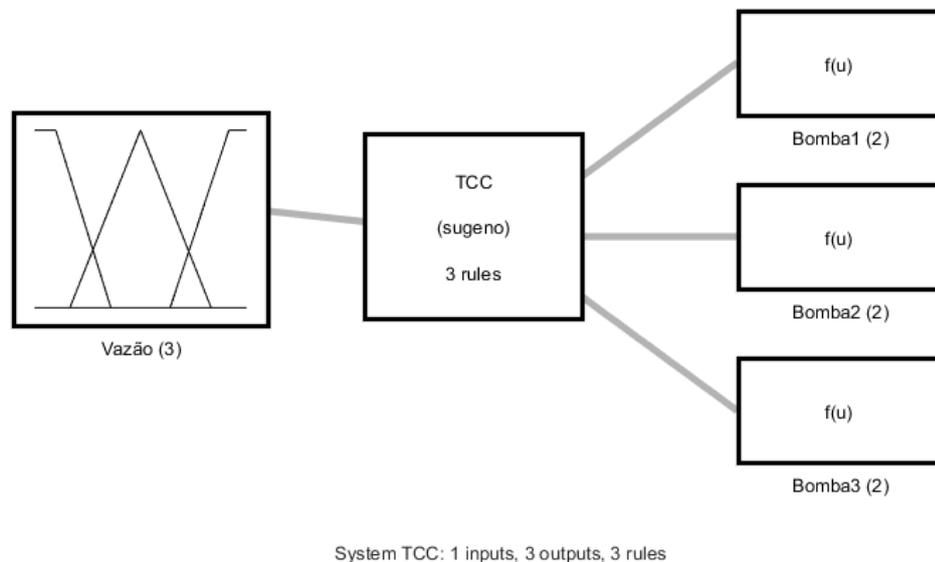
Definiu-se o seguinte conjunto de lógicas apresentado na Tabela 3.

**Tabela 3: Regras do sistema simulado**

Vazão	Bombas ligadas	Combinações possíveis para cada situação					
		1	2	3	4	-	-
Baixa	1 Bomba	1	2	3	4	-	-
Média	2 Bombas	1 e 2	1 e 3	1 e 4	2 e 3	2 e 4	3 e 4
Alta	3 Bombas	1, 2 e 3	1, 3 e 4	2, 3 e 5	-	-	-

**Fonte: Autoria própria**

Com isso, tem-se o sistema completo representado na Figura 21.

**Figura 21: Resumo do sistema *fuzzy*.**

**Fonte: Autoria própria**

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

É possível notar pelos dados fornecidos pela empresa que uma mesma bomba fica ligada por até 18 horas consecutivas, e outras ficam em funcionamento por apenas 2 horas do dia, de forma intercalada. Buscando evitar comportamentos como esse e obter as vazões definidas na Tabela 2, obteve-se os resultados transcritos na Tabela 4.

**Tabela 4: Bombas ideais a serem utilizadas por hora**

Horário	Vazão Média	Bombas usualmente ligadas para fornecer a vazão média	Nº bombas ligadas	Bombas que serão utilizadas
00:00	638,33	3 e 4	2	1 e 2
01:00	610,67	2 e 3	2	1 e 2
02:00	565,81	1 e 3	1	2
03:00	424,83	3 e 4	1	4
04:00	416,26	2 e 3	1	4
05:00	545,33	1 e 3	1	4
06:00	666,00	1 e 3	2	1 e 4
07:00	728,00	1 e 4	2	1 e 4
08:00	769,85	1 e 4	2	1 e 2
09:00	777,67	1, 3 e 4	2	1 e 2
10:00	842,67	1, 3 e 4	2	1 e 2
11:00	890,33	1, 3 e 4	3	1, 2 e 4
12:00	897,00	1, 3 e 4	3	2, 3 e 4
13:00	891,33	1, 3 e 4	3	2, 3 e 4
14:00	898,67	1, 3 e 4	3	1, 3 e 4
15:00	838,00	1, 3 e 4	3	1, 3 e 4
16:00	834,59	1, 3 e 4	3	1, 2 e 4
17:00	831,33	1, 3 e 4	3	1, 2 e 3
18:00	816,73	1, 3 e 4	3	1, 2 e 3
19:00	890,67	1, 3 e 4	3	1, 2 e 3
20:00	872,67	1, 3 e 4	3	2, 3 e 4
21:00	841,33	1, 3 e 4	3	2, 3 e 4
22:00	824,00	1, 3 e 4	3	1, 3 e 4
23:00	814,00	1, 3 e 4	3	1, 2 e 4

Desta forma, facilitou-se a comparação da situação atual da empresa com os resultados da simulação.

Para definir as bombas exatas que seriam ligadas utilizou-se os seguintes critérios:

- Caso seja necessário ligar mais de uma bomba simultaneamente, utilizar a bomba que já estiver ligada anteriormente, pois ao ligar uma bomba existirá um pico de energia, evitamos um consumo energético desnecessário quando utilizarmos o primeiro critério.
- Manter a mesma bomba ligada por no máximo seis horas seguidas, objetivando realizar um revezamento de todas as bombas e assim evitar o desgaste maior de apenas um ou outro equipamento do sistema, utiliza-se o segundo critério.

Devido as condições do sistema foi necessário escolher uma hora do dia em que o primeiro critério não fosse atendido. Por ser um horário de menor consumo, escolheu-se a transição entre as 02:00 e as 03:00 da manhã.

## **6. CONCLUSÃO**

O presente trabalho apresentou novas combinações de uso para as bombas instaladas na estação de tratamento de água, possibilitando assim um aproveitamento maior da bomba 2, que segundo o histórico não era tão utilizada, e também diminuindo o uso da bomba 3, a qual poderia apresentar um desgaste maior devido ao tempo de uso.

A partir do estudo, vimos que em pelo menos 6 horas do dia o consumo pode ser atendido de forma mais econômica, utilizando uma bomba a menos do que o histórico apresenta, com isso, e possível que diariamente se tenha uma redução de até 10% do consumo energético. Sabendo que a conta de luz desta unidade chega a R\$450.000,00, seria possível trazer uma grande economia de até R\$45.000,00 utilizando as condições estabelecidas pelo estudo.

Considerando-se que serão instalados inversores de frequência nas bombas será possível ter um controle maior na variação da vazão das bombas, além disso, também serão colocados medidores confiáveis de vazão na saída do sistema, o que possibilitará um novo estudo levando em conta agora a vazão exata de saída do sistema, já que hoje, o operador esta sujeito a cometer erros grosseiros utilizando um método manual de leitura da vazão total.

## REFERÊNCIAS

AMENDOLA, M.; CASTANHO, M.J.; NÄÄS, I.A.; SOUZA, A.L. **Análise matemática de condições de conforto térmico para avicultura usando a teoria dos conjuntos fuzzy**. *Biomatemática*. IMECC-UNICAMP, Campinas, v.14, p.87 - 92, 2004.

AMENDOLA, M. & WATANABE, B. M. **Análise das condições de conforto de frangos de corte utilizando a teoria dos conjuntos fuzzy**. In: 40 Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações - DINCON – 2005. UNESP, Bauru - SP. 8p.

AMENDOLA, M., MOLLO, M. & CRUZ, V. F. **Using fuzzy sets theory to improve the animal productivity**. EFITA/WCCA - 2005. PORTUGAL. 8p.

Barbosa, D. A., **Ferramenta de Desenvolvimento e de Aplicação de Lógica Fuzzy**, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Itajubá, Itajubá. 2005.

BARROS, L.C. **Sobre sistemas dinâmicos fuzzy: Teoria e Aplicações**. Tese de doutorado IMECC-UNICAMP, Campinas. 1997. 103p.

BARG E. K., **Protótipo de um controlador de temperatura baseado em lógica fuzzy utilizando um microcontrolador**, 2002. Monografia – Curso bacharel em Ciência da Computação, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, jun. 2002. Disponível em <<http://dsc.inf.furb.br/arquivos/tccs/monografias/2002-1eduardoklausbargvf.pdf>>

BEZERRA C. G.; COSTA B. S. J.; GUEDES L. A.; **JFuzZ: Uma Ferramenta para Desenvolvimento de Aplicações Fuzzy Industriais**. Disponível em : <[https://www.researchgate.net/publication/269038438\\_JFuzZ\\_Uma\\_Ferramenta\\_para\\_Desenvolvimento\\_de\\_Aplicacoes\\_Fuzzy\\_Industriais](https://www.researchgate.net/publication/269038438_JFuzZ_Uma_Ferramenta_para_Desenvolvimento_de_Aplicacoes_Fuzzy_Industriais)> Acesso em 10 set. 2018

DRIANKOV D., HELLENDORRN H., REIFRANK M., **An Introduction to Fuzzy Control**. Springer-Verlag. 1993

DUBOIS, D., PRADE, H., **Fuzzy sets in approximate reasoning**. *Fuzzy sets and Systems* 40, pp. 143-202. 1991

FALCO R.; MATTOS, E.E., **Bombas industriais**. 2 ed, Rio de Janeiro: Interciência, 1998

FONSECA V. F. M. L., **Bombeamento de fluidos**. Disponível em: <<http://bizuando.com/material-apoio/ope-uni1/Apostila-de-bombas.pdf>>

GOMIDE F. A. C., GUDWIN R. R., TANSCHKEIT R., **Conceitos fundamentais da teoria de conjuntos fuzzy, lógica fuzzy e aplicações**,

GOMES, H. P. **Sistemas de Bombeamento – Eficiência Energética** 1 ed. 460p. ISBN Editora Universitária/ UFPB, 2009

JAFELICE R. S. M. **Modelagem Fuzzy para dinâmica de transferência de soropositivos para HIV em doenças plenamente manifesta**, 2003, 187f, tese de doutorado, Doutorado em Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

KRYKHTINE, F. L. P, COSENZA, C. A. N, DORIA, F. A. **Um Algoritmo Fuzzy para Mensurar o Desejo do Consumidor. Uma Modelagem Parametrizada para o Segmento de Confecções na Indústria Têxtil**– Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2013

MACINTYRE, A. J., **Bombas e Instalações de Bombeamento**. 2 ed. LTC Editora: 1997.

MASSELLI Y.M.C.; PRADO L.A., **Aplicação de lógica Fuzzy e Arduino em controle de processos**, 2014. Disponível em : < <https://www.inatel.br/biblioteca/pos-seminarios/seminario-de-automacao-industrial-e-sistemas-eleto-eletronicos/i-saisee/9381-aplicacao-de-logica-fuzzy-e-arduino-em-controle-de-processos/file> >. Acesso em 6 out. 2018

MENEGHETTI F., **Controle Inteligente**, Departamento de Engenharia de Computação e Automação, 2004 Disponível em <<https://www.dca.ufrn.br/~meneghet/FTP/IA/contrint.pdf>> Acesso em 02 nov. 2018

MONACHESI, M.G.; MONTEIRO, M.A.G., **Eficiência energética em sistemas de bombeamento**, Manual Prático Procel, Centrais Elétricas Brasileiras (Procel Saneam) e Fupai/Efficientia, Rio de Janeiro, 2005.

Moratori, P. B., Cruz, A. J. O., Ferreira, E. B., Pedro, M. V., Manhães, L.M.B., Andrade, L.C.V., Lima, C., Moratori, R. B. **Análise de Estabilidade e Robustez de um Sistema de Controle Fuzzy Otimizado Desenvolvido para Guiar um Robô Simulado**. XXV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. 2006.

ROSS, Timothy J. **Fuzzy Logic with engineering applications**. 3rd edition. UK: John Wiley and Sons Ltd, 2010.

SANDRI S.; CORREA, C., **Lógica Nebulosa**, V Escola de Redes Neurais, Promoção: Conselho Nacional de Redes Neurais ITA, São José dos Campos – SP. pp. 73-90. 1999.

SHAW, I. S., SIMÕES, M.G., **Controle e Modelagem Fuzzy**. FAPESP, Editora Edgard Blücher LTDA, São Paulo. 1999

Tahboub, K. K., Al-Din, M. S. N. **A Neuro-Fuzzy Reasoning System for Mobile Robot Navigation**, *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, Volume 3, Número 1, Março. 2009.

TEIXEIRA, R. L., **Uma metodologia de projeto de controladores híbridos inteligentes com aplicações no controle ativo de vibrações mecânica**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFB, Uberlândia, 2001.

TUSSET A. M., **Comparação entre a aplicação do controle ótimo e o controle fuzzy em um modelo de suspensão não-linear**, Tese para obtenção do título de doutor em engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2008.

PEDRYCZ W, GOMIDE F. **Fuzzy systems engineering: toward human-centric computing**. New Jersey: John Wiley & Sons. 2007. 526 p.

PINHEIRO, C. A. M., **Estratégia de Controle Fuzzy para Suspensão Ativa Automobilística**. Congresso Brasileiro de Automática, Gramado, vol: 1, pp. 1-6, 2004.

ZADEH, L.A., **Fuzzy Logic, reprinted from IEEE Computer Mag.**, pp.88- 93, University of California, Berkeley, California, USA: 2002.