

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA**

KEVIN MAURICIO MENON RIBEIRO

**MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM SISTEMA PNEUMÁTICO DE
POSICIONAMENTO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PONTA GROSSA

2014

KEVIN MAURICIO MENON RIBEIRO

**MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM SISTEMA PNEUMÁTICO DE
POSICIONAMENTO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como requisito parcial para a
obtenção do Título de Bacharel em
Engenharia Mecânica do Departamento
Acadêmico de Mecânica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Eng. Felipe Barreto
Campelo Cruz.

PONTA GROSSA

2014



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Ponta Grossa

Departamento Acadêmico de Mecânica
Bacharelado em Engenharia Mecânica



TERMO DE APROVAÇÃO

MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM SISTEMA PNEUMÁTICO DE POSICIONAMENTO

Por

Kevin Mauricio Menon Ribeiro

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em 18 de fevereiro de 2014 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr.Eng. Felipe Barreto Campelo Cruz
Orientador

Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tusset
Membro Titular

Prof. Me. Gilberto Zammar
Membro titular

Prof. Dr. Luiz Eduardo Melo Lima
Responsável pelos Trabalhos
de Conclusão de Curso

Prof. Dr. Thiago Antonini Alves
Coordenador do Curso de
Engenharia Mecânica

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

Dedico este trabalho a minha família que
proporcionou mais esta conquista em
minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, o maior dos orientadores, fonte de sabedoria e infinita bondade, por ter me concedido saúde, inteligência e capacidade para vencer mais este desafio.

A toda minha família, em especial aos meus pais e minha irmã, pelo apoio incondicional em todas as horas e pelo aporte financeiro. Aproveito também para agradecer por todo o carinho e amor recebido em casa e por terem, desde a infância, me elucidado quanto a importância do estudo e do trabalho.

Ao meu orientador, Professor Felipe Barreto Campelo Cruz, pela orientação exercida com indiscutível competência e seriedade e, principalmente, pelo forte apoio e incentivo ao longo de todo o período de realização deste trabalho.

Ao Professor Frederic Conrad Janzen, pelas discussões, suporte e colaboração.

Ao colega e amigo Alexandre Maier Eurich, pelo trabalho em conjunto, troca de informações e ajuda.

Aos meus amigos, em especial, Kaio Daniliszyn, Leandro Ricken, Felipe Baptista Nishida, Danilo Segato, Thiago Miranda, Felipe Crivelatti, Paulo Alcover, Renan Senger, Thomas Utri e Ana Paula Spanholi, pelo companheirismo nos momentos de alegrias e de dificuldades.

Ao Departamento Acadêmico de Mecânica da UTFPR pelo apoio à pesquisa.

“A sabedoria distribui a ciência e a
prudente inteligência; eleva à glória
aqueles que a possuem.”
(Eclesiástico 1:24)

RESUMO

RIBEIRO, Kevin Mauricio Menon. **Modelagem Matemática de um Sistema Pneumático de Posicionamento**. 2014. 65f. Trabalho de Conclusão de Curso Bacharelado em Engenharia Mecânica - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2014.

Os sistemas pneumáticos de posicionamento são sistemas relativamente leves, limpos, baratos e que possuem uma boa relação entre peso e potência, o que facilita seu emprego nas mais diversas aplicações. Entretanto, as não linearidades inerentes a este tipo de sistema são características que dificultam sua aplicação. Devido a isto, este tipo de sistema tem sido alvo de diversos pesquisadores. Em geral, observa-se na literatura que existe um ponto pouco explorado no que tange à modelagem matemática deste tipo de sistema. Este ponto diz respeito ao comportamento dinâmico da válvula empregada que, na grande maioria dos casos, costuma ser negligenciado sob a alegação de que sua dinâmica é mais elevada que a do restante do sistema. Frente a esta alegação, pretende-se, neste trabalho, desenvolver um modelo matemático representativo de um sistema pneumático de posicionamento que leve em consideração o comportamento dinâmico de uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão empregada para seu acionamento, para que se constate a relevância de sua consideração no modelo global representativo do sistema. A análise teórica que permite a formulação do modelo matemático é fundamentada nos conceitos de mecânica dos fluidos e nas leis de conservação de massa e energia.

Palavras-chave: sistema de posicionamento, pneumática, válvula direcional proporcional, modelagem matemática.

ABSTRACT

RIBEIRO, Kevin Mauricio Menon. **Mathematical Modeling of a Pneumatic Positioning System**. 2014. 65p. Conclusion Course Paper (Mechanical Engineering - Federal Technology University - Parana. Ponta Grossa, 2014.

Pneumatic positioning systems are relatively light, clean and cheap presenting a good relationship between weight and power. These features make this kind of system a good choice of actuating for most applications. It appears, however, that the nonlinearities inherent to these systems are factors that complicate their application, turning them into subject of research for different authors. In this context, it is observed that there is a point less explored than other ones, related to the mathematical modeling of the dynamics of the adopted control valve. Several authors neglect this dynamic behavior by considering it is very high compared to the rest of the systems dynamics. Related to this claim, it is intended, in this paper, to develop a mathematical model representative of a pneumatic positioning system including the dynamic behavior of a proportional directional control valve to establish its real relevance in the global model of the pneumatic positioning system. The theoretical analysis that allows the formulation of the mathematical model is based on the concepts of fluid mechanics and on the laws of conservation of mass and energy.

Keywords: positioning system, pneumatic, proportional directional control valve, mathematical modeling.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Configuração de um sistema pneumático.....	18
Figura 2 – Desenho em corte representativo de um sistema pneumático de posicionamento.....	19
Figura 3 – Desenho em corte de um sistema pneumático de posicionamento quando ocorre o suprimento pelo volume de controle A e a exaustão pelo volume de controle B.....	20
Figura 4 – Desenho em corte de um sistema pneumático de posicionamento quando ocorre o suprimento pelo volume de controle B e a exaustão pelo volume de controle A.....	21
Figura 5 – Diagrama do circuito pneumático representativo do tipo de sistema pneumático de posicionamento a ser analisado.....	22
Figura 6 – Representação de um cilindro sem haste.....	23
Figura 7 – Desenho esquemático em corte de uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão.....	25
Figura 8 – Curvas típicas da vazão para cada tipo construtivo de válvula.....	26
Figura 9 – Comportamento da vazão mássica em relação às pressões tomadas a montante e a jusante do orifício de passagem do ar.....	28
Figura 10 – Desenho esquemático do balanço de forças agindo sobre o carretel da válvula.....	34
Figura 11 – Desenho esquemático da equação da continuidade.....	45
Figura 12 – Representação do lugar das raízes (<i>Root Locus</i>).....	56
Figura 13 – Sistema pneumático de posicionamento presente na UTFPR.....	58
Figura 14 – Comportamento dinâmico das pressões nos volumes de controle sendo considerados.....	59
Figura 15 – Comportamento dinâmico das vazões volumétricas nos volumes de controle sendo considerados.....	59

LISTA DE SÍMBOLOS

Variáveis e Parâmetros

A	Área superficial de passagem do fluido de trabalho que pode ser fixa ou variável no volume de controle considerado
A_0	Área da seção transversal do orifício de controle
A_c	Área útil da seção transversal do êmbolo do cilindro
B	Coefficiente de amortecimento viscoso da válvula direcional proporcional reguladora de vazão
cp	Calor específico à pressão constante
cv	Calor específico ao volume constante
F_s	Força exercida pelo solenoide
K	Ganhos de sinal de controle
K_0	Constante de proporcionalidade entre a área da seção transversal do orifício de controle considerado e a posição do carretel da válvula direcional proporcional reguladora de vazão
K_m	Rigidez elástica da válvula direcional proporcional reguladora de vazão
K_{rp}	Ganho de regime permanente
K_s	Ganho do solenóide da válvula direcional proporcional reguladora de vazão
L	Comprimento útil do cilindro
M	Massa do êmbolo do cilindro
m	Massa do fluido de trabalho no volume de controle sendo considerado
m_c	Massa do carretel da válvula direcional proporcional reguladora de vazão
p	Pressão manométrica do volume de controle sendo considerado
p_o	Pressão atmosférica local
p_{sup}	Pressão manométrica de suprimento do sistema
qm^{exa}	Magnitude da vazão mássica para a exaustão no volume de controle sendo considerado
qm^{sup}	Magnitude da vazão mássica para o suprimento no volume de controle sendo considerado
R	Constante universal dos gases

T_i	Temperatura do fluido de trabalho medido no volume de controle sendo considerado
U	Sinal de tensão aplicado
U_0	Sinal de referência
V	Volume de controle sendo considerado
v	Velocidade do fluido de trabalho no volume de controle sendo considerado
V_{AO}	Volume que inclui o volume morto da câmara do cilindro sendo considerado, além da tubulação que liga esta câmara a uma das saídas da válvula proporcional direcional reguladora de vazão
V_{BO}	Volume que inclui o volume morto da câmara do cilindro sendo considerado
X	Posição do êmbolo do cilindro
x_c	Posição do carretel da válvula direcional proporcional reguladora de vazão
γ	Razão de calores específicos no volume de controle sendo considerado
ρ	Densidade do fluido de trabalho
τ	Constante de tempo
ω_n	Frequência natural do carretel da válvula proporcional direcional reguladora de vazão
ζ	Razão de amortecimento da resposta dinâmica

Símbolos e Funções

Δ	Diferença
$(*)$	Derivada primeira de (*)
$(*)$	Derivada segunda de (*)
$(*)$	Derivada terceira de (*)

Índices

$(*)_{cr}$	Sub-índice indicador de condição crítica
$(*)_i$	Sub-índice indicador do volume de controle sendo considerado (A ou B)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 SISTEMAS PNEUMÁTICOS DE POSICIONAMENTO.....	14
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO	15
2 REVISÃO DA LITERATURA.....	16
2.1 PNEUMÁTICA	16
2.1.1 Sistema de Tratamento de Ar	17
2.1.2 Sistema Pneumático de Posicionamento.....	18
2.1.3 Cilindro Pneumático.....	22
2.1.4 Válvula Proporcional Pneumática	23
2.1.4.1 Válvula proporcional reguladora de pressão	24
2.1.4.2 Válvula direcional proporcional reguladora de vazão	24
2.2 ESTADO DA ARTE	26
2.2.1 Problema	31
2.2.2 Metodologia	31
2.2.3 Objetivos.....	32
3 MODELAGEM MATEMÁTICA	33
3.1 MODELO MATEMÁTICO.....	33
3.1.1 Dinâmica do Carretel da Válvula Direcional Proporcional Reguladora de Vazão	33
3.1.2 Vazão Mássica Através da Válvula Direcional Proporcional Reguladora de Vazão	35
3.1.2.1 Vazão mássica no suprimento do volume de controle sendo considerado...37	
3.1.2.2 Vazão mássica na exaustão do volume de controle sendo considerado.....43	
3.1.3 Equação da Continuidade para Um escoamento Compressível no Volume de Controle Sendo Considerado	45
3.1.4 Dinâmica do Êmbolo do Cilindro Sem Haste	49
3.2 LINEARIZAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO REPRESENTATIVO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA VÁLVULA DIRECIONAL PROPORCIONAL REGULADORA DE VAZÃO	49
3.3 ESTUDO DE CASO.....	58
4 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	61
REFERÊNCIAS.....	62

1 INTRODUÇÃO

Descrevem-se neste capítulo, os principais aspectos referentes a sistemas pneumáticos de posicionamento, além do objetivo geral do presente trabalho, procurando situá-lo no contexto geral das linhas de pesquisa que tratam do desempenho dinâmico destes dispositivos.

1.1 SISTEMAS PNEUMÁTICOS DE POSICIONAMENTO

Entende-se por sistemas de posicionamento, aqueles que possibilitam posicionar uma carga mecânica em uma localização desejada. Esta localização é usualmente denotada por um conjunto de coordenadas cartesianas ou polares que podem ser fixas ou variáveis no tempo. Neste último caso, os sistemas são comumente chamados de seguidores.

Os sistemas de posicionamento são utilizados em diversas aplicações, dentre as quais pode-se citar: laminadores, máquinas agrícolas, lemes de aeronaves, sistemas de suspensão ativa, robôs manipuladores e ferramentas ativas.

No caso particular dos sistemas pneumáticos de posicionamento, estes são atuados por ar comprimido e constituídos basicamente de um atuador e de uma ou mais válvulas de controle. Além destes componentes, outros dispositivos costumam ser utilizados em conjunto com estes sistemas no intuito de permitir sua supervisão, modelagem e controle, dentre eles: sensores específicos e uma unidade de aquisição, processamento e controle de sinais. Existe uma grande variedade destes equipamentos cuja seleção dependerá da aplicação desejada para o sistema.

Por serem relativamente leves, limpos e baratos e por possuírem uma boa relação entre peso e potência, os sistemas pneumáticos de posicionamento têm sido largamente utilizados na indústria, onde seu uso mais comum é em situações nas quais o movimento do êmbolo apresenta pontos discretos de parada nas extremidades de seu curso.

Salienta-se, no entanto, que este tipo de sistema de posicionamento possui alguns inconvenientes dentre os quais destacam-se: o atrito entre suas partes móveis, a compressibilidade do ar, a zona morta e o comportamento da vazão

mássica nos orifícios de controle da válvula (passagem do ar comprimido), os quais dificultam a sua aplicação e acabam por inserir não linearidades a sua dinâmica.

Vários autores têm focado seus estudos em linhas de pesquisa que levam em consideração sistemas dessa natureza, dentre os quais podem-se destacar: Vieira (1998), Perondi (2002), Cruz (2003), Machado (2003), Mendonza (2006), Dill (2009), Oliveira (2009), Hené (2010), Ritter (2010), Suzuki (2010), Preuss (2012), Ribeiro e Cruz (2012) e Valdiero, Ritter e Rasia (2012).

Buscando contribuir com estas linhas de pesquisa, pretende-se, neste trabalho, descrever os aspectos referentes a um sistema pneumático de posicionamento e realizar sua modelagem matemática que levará em consideração a dinâmica da válvula empregada. Tal sistema pneumático de posicionamento a ser analisado é composto por um cilindro sem haste e por uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão, responsável por seu comando.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

No Capítulo 2 faz-se uma revisão da literatura sobre os sistemas pneumáticos de posicionamento, procurando descrevê-los e enfatizar os principais parâmetros que influenciam no seu projeto e na sua modelagem matemática, permitindo, com isso, evidenciar o problema, a metodologia e o objetivo geral do presente trabalho. No Capítulo 3 são apresentadas as considerações e as equações que deram origem ao modelo matemático representativo de um sistema pneumático de posicionamento e o processo de linearização da válvula direcional proporcional reguladora de vazão. Ainda neste capítulo faz-se referência a um estudo de caso de um sistema pneumático de posicionamento específico concebido por Eurich (2014). Por fim, no Capítulo 4 são apresentadas as conclusões do presente trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Para que haja um entendimento por completo deste trabalho, faz-se necessário, antes de mais nada, realizar um breve estudo sobre os sistemas pneumáticos, sobre os elementos que o compõem, bem como, dos principais parâmetros que influenciam no comportamento dinâmico e no projeto deste tipo de sistema.

2.1 PNEUMÁTICA

Pode-se definir pneumática como a ciência que estuda a utilização do ar comprimido como fonte de energia, cabendo aos dispositivos pneumáticos a transformação dessa energia em trabalho. A utilização de dispositivos pneumáticos encontra aplicações tanto no âmbito industrial, onde os movimentos costumam ser simples e as paradas ficam limitadas aos finais de curso do cilindro ou a paradas em pontos fixos determinados por dispositivos mecânicos, como no âmbito não industrial, onde tem-se, como exemplo, sua aplicação em instrumentos cirúrgicos e odontológicos nos quais existe a necessidade de um controle mais refinado do posicionamento (BACHMANN, 1977 *apud* OLIVEIRA, 2009).

O fabricante de dispositivos pneumáticos FESTO, salienta que as vantagens da utilização do ar comprimido como fonte de energia são (FESTO, 1998):

- Quantidade: o ar encontra-se em quantidades ilimitadas, praticamente em todos os lugares;
- Transporte: o ar é transportado facilmente em tubulações, mesmo considerando longas distâncias;
- Armazenamento: o ar pode ser facilmente armazenado em reservatórios (balões ou torres de pressão).

O mesmo fabricante ressalta ainda, que o ar comprimido possui algumas limitações, são elas:

- Preparação: o ar comprimido requer uma boa preparação. Umidade e impurezas contidas no ar devem ser eliminadas, pois provocam desgaste dos componentes pneumáticos;

- Compressibilidade: não é possível manter simultaneamente as velocidades e pressões do ar constantes. Esta conclusão é válida para o comportamento do ar tanto nas válvulas quanto nos cilindros.

Devido a essas limitações inerentes ao ar comprimido, faz-se necessário a instalação de alguns componentes específicos, os quais irão garantir ao ar a qualidade e o comportamento desejado. Alguns destes componentes são descritos a seguir.

2.1.1 Sistema de Tratamento de Ar

Para a produção de ar comprimido são necessários dispositivos denominados compressores, os quais são responsáveis por comprimir o ar e fornecê-lo ao sistema a uma pressão de trabalho desejada. O ar, uma vez comprimido, fica armazenado em um reservatório anexo ao compressor. Complementando o sistema de tratamento de ar, outros componentes pneumáticos fazem-se necessários para garantir a obtenção de um ar comprimido de boa qualidade antes que este chegue aos dispositivos pneumáticos de atuação. Os componentes que merecem maior destaque são:

- Filtro de ar: o filtro de ar é introduzido à jusante dos dispositivos pneumáticos para coletar impurezas que possam, porventura, contaminar ou danificar os mesmos;
- Regulador de pressão: o regulador de pressão é acoplado à jusante dos dispositivos pneumáticos para controlar a pressão proveniente do reservatório de alimentação pressurizado;
- Secador: o secador é utilizado para retirar a umidade presente no ar comprimido;
- Unidade de tratamento de ar: a unidade de tratamento de ar é a combinação do filtro de ar, do regulador de pressão e de um lubrificador de ar comprimido em um só componente.

A Figura 1, mostrada a seguir, ilustra um sistema pneumático onde podem ser vistos todos os componentes listados anteriormente, além de outros, todos se fazendo necessários para uma operação segura do sistema de atuação e do sistema pneumático como um todo. São eles: (1) compressor, (2) motor elétrico, (3)

pressostato, (4) válvula de retenção, (5) reservatório, (6) manômetro, (7) purgador, (8) válvula de segurança, (9) secador de ar, (10) unidade de tratamento de ar, (11) válvula direcional e (12) cilindro.

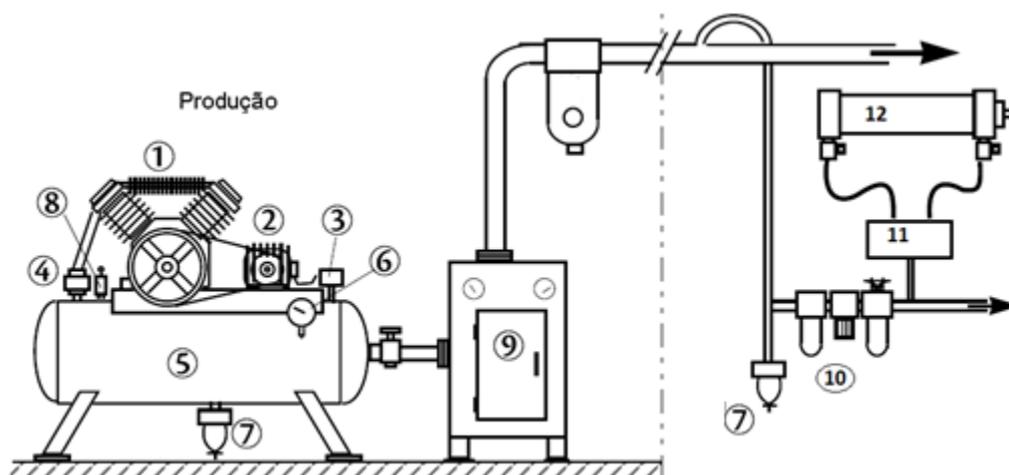


Figura 1 – Configuração de um sistema pneumático
Fonte: ADI (2008) apud OIVEIRA (2009)

Uma vez definido um sistema de tratamento de ar que seja capaz de fornecer um ar comprimido de boa qualidade, pode-se agora estabelecer a conexão deste com o sistema pneumático a ser implementado ou já existente e que se deseja analisar.

Como exemplo de sistema a ser conectado ao sistema de tratamento de ar, têm-se os sistemas pneumáticos de posicionamento, foco deste trabalho. Estes são compostos basicamente pelos seguintes dispositivos: um cilindro e uma ou mais válvulas responsáveis por sua atuação.

2.1.2 Sistema Pneumático de Posicionamento

Os sistemas pneumáticos de posicionamento podem assumir inúmeras configurações que irão depender dos tipos de componentes utilizados e da aplicação desejada.

Esses sistemas, conforme mencionado anteriormente, são basicamente compostos por um cilindro e por uma ou mais válvulas responsáveis por sua atuação. Além destes componentes, existem outros dispositivos que costumam ser

utilizados em conjunto com esses sistemas com o objetivo de permitir sua supervisão, modelagem e controle. Dentre eles pode-se citar: sensores específicos e uma unidade de aquisição, processamento e controle de sinais. Existe uma grande variedade destes equipamentos cuja seleção dependerá da aplicação desejada para o sistema.

Na Figura 2 é apresentado um desenho em corte representativo de um sistema pneumático de posicionamento.

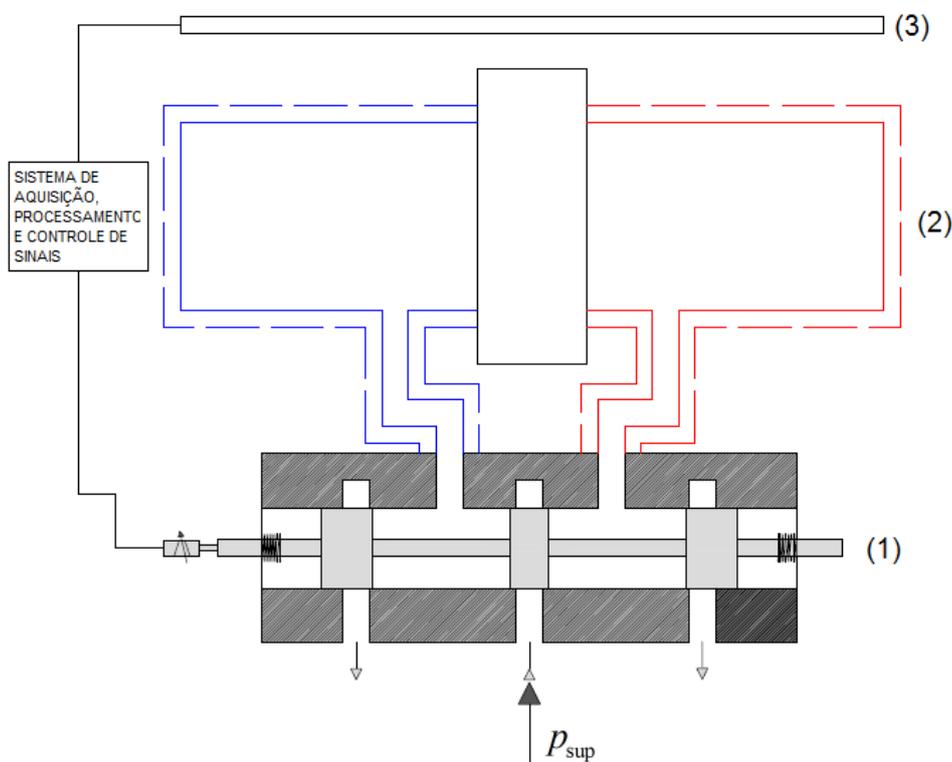


Figura 2 – Desenho em corte representativo de um sistema pneumático de posicionamento
Fonte: autoria própria

A partir desta figura é possível observar os seguintes elementos: (1) uma válvula proporcional pneumática, (2) um cilindro pneumático e (3) um transdutor de posição.

O funcionamento deste sistema se dá inicialmente com o fornecimento de ar comprimido para a válvula proporcional pneumática. Posteriormente, com a aplicação de uma tensão no solenóide da válvula, ocorre um deslocamento do seu carretel. Este deslocamento dá-se de forma proporcional ao valor da tensão aplicada. À medida que o carretel da válvula proporcional se movimenta, ele provoca

a abertura ou o fechamento dos orifícios de passagem do ar, permitindo, com isso, que o ar escoe para uma das duas câmaras do cilindro ou para a exaustão. Em virtude do diferencial de pressões formado entre as câmaras do cilindro, obtém-se, como resposta, um deslocamento de seu êmbolo.

Durante a movimentação do êmbolo do cilindro, o transdutor de posição, acoplado a ele, fica responsável por registrar esse movimento e emitir um sinal elétrico, proporcional ao deslocamento, ao sistema de aquisição, processamento e controle de sinais de forma contínua.

Com o intuito de ilustrar o funcionamento de um sistema pneumático de posicionamento, é apresentado, a seguir, desenhos em corte de duas situações operacionais distintas : primeiro quando ocorre o suprimento pelo volume de controle A e a exaustão pelo volume de controle B (Figura 3) e depois quando ocorre o suprimento pelo volume de controle B e a exaustão pelo volume de controle A (Figura 4).

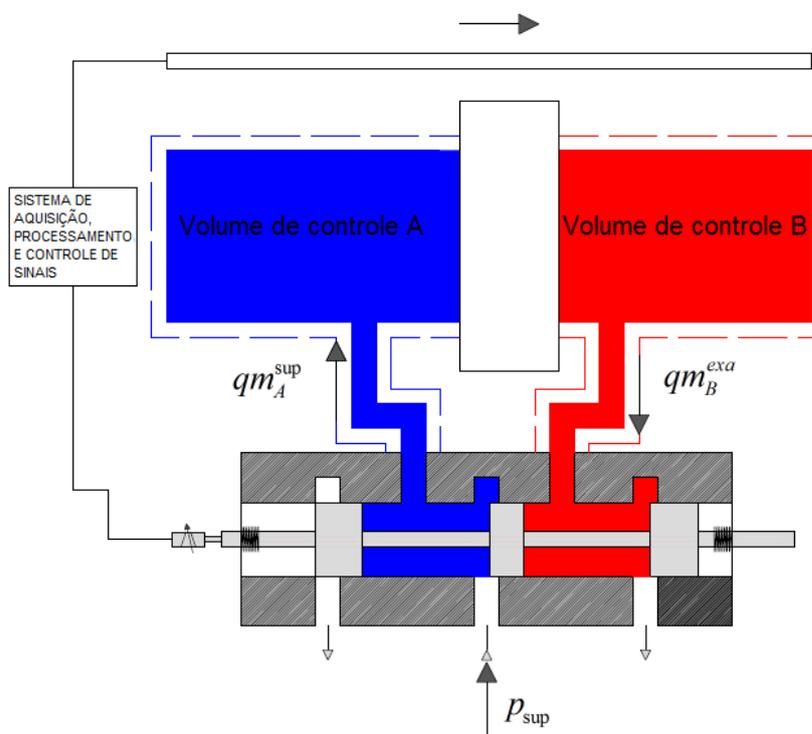


Figura 3 - Desenho em corte de um sistema pneumático de posicionamento quando ocorre o suprimento pelo volume de controle A e a exaustão pelo volume de controle B
 Fonte: autoria própria

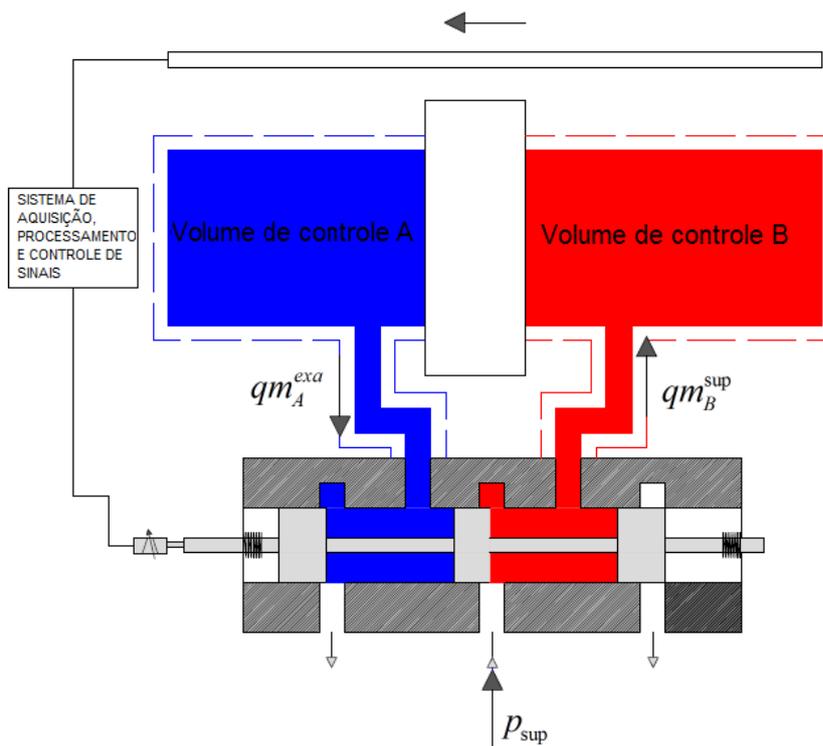


Figura 4 - Desenho em corte de um sistema pneumático de posicionamento quando ocorre o suprimento pelo volume de controle B e a exaustão pelo volume de controle A
 Fonte: autoria própria

Vale salientar que os volumes de controle considerados são compostos pelos volumes internos da válvula, pelas tubulações que ligam a válvula ao cilindro pneumático e pelas câmaras do cilindro pneumático.

Por fim, é apresentado na Figura 5 o diagrama do circuito pneumático representativo do tipo de sistema pneumático de posicionamento a ser analisado, o qual é composto por: (1) um cilindro sem haste, (2) uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão, responsável por comandar o cilindro sem haste e (3) um transdutor de posição.

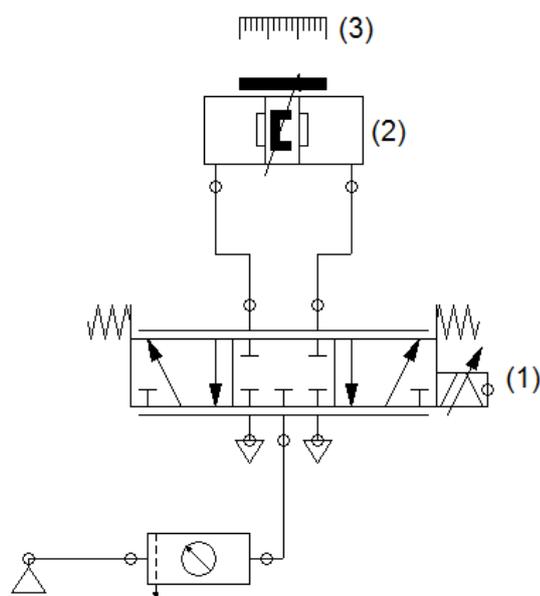


Figura 5 - Diagrama do circuito pneumático representativo do tipo de sistema pneumático de posicionamento a ser analisado
Fonte: autoria própria

Nas próximas seções procura-se descrever de forma mais detalhada os componentes de maior relevância para a composição dos sistemas pneumáticos de posicionamento.

2.1.3 Cilindro Pneumático

Os cilindros pneumáticos são dispositivos que, por meio de movimentos lineares, transformam a energia cinética gerada pelo ar comprimido em energia mecânica e, com isso produzem trabalho (FIALHO, 2003 *apud* OLIVEIRA, 2009).

Vieira (1998) ressalta que, no que diz respeito aos cilindros pneumáticos, aqueles sem haste são os mais comumente utilizados em sistemas pneumáticos de posicionamento. Este tipo de atuador tem como vantagem em relação aos atuadores convencionais, a minimização do espaço ocupado e um comportamento mais linear da força de atrito. Tais cilindros são constituídos de um êmbolo que desliza livremente em seu interior (na camisa do cilindro) e de um cursor, acoplado a este êmbolo por intermédio de um pacote de ímãs situado em sua face interna, que desliza em conjunto.

A Figura 6 ilustra o desenho esquemático em corte de um cilindro pneumático sem haste de dupla ação, o qual será modelado matematicamente no presente trabalho.

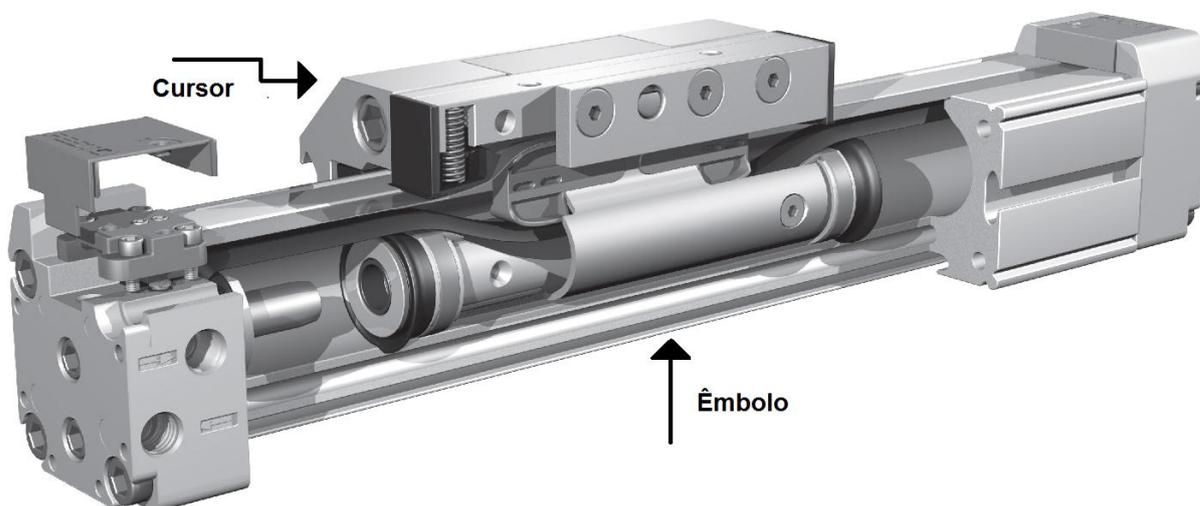


Figura 6 - Representação de um cilindro sem haste
Fonte: Catálogo Eletrônico da FESTO Linear Drives DGP/DGPL (2011)

2.1.4 Válvula Proporcional Pneumática

A válvula proporcional pneumática é um tipo de válvula que converte um sinal de controle analógico externo de natureza elétrica (corrente ou tensão) em um novo sinal analógico, proporcional ao primeiro, expresso em termos da vazão ou da pressão do fluido de trabalho (ar comprimido) (OLIVEIRA, 2009).

As principais vantagens das válvulas proporcionais pneumáticas são: baixo consumo elétrico, baixos vazamentos, sem consumo de ar adicional para controle dos sistemas, insensível à contaminação e desempenho constante, mesmo com flutuações na rede de ar comprimido.

As válvulas proporcionais pneumáticas podem ser classificadas da seguinte forma:

- Válvula proporcional reguladora de pressão;
- Válvula direcional proporcional reguladora de vazão.

2.1.4.1 Válvula proporcional reguladora de pressão

A válvula proporcional reguladora de pressão promove a regulação e o controle da pressão pneumática por intermédio de um volume de controle interno à válvula, cujo volume varia com base na posição assumida por uma membrana ou diafragma acoplado ao carretel. Sobre esta membrana ou diafragma atuam forças variáveis, sendo estas responsáveis diretas por sua posição final e pela pressão sendo regulada. A primeira destas forças é gerada pelo solenóide proporcional, o qual é controlado por um cartão eletrônico. A segunda é resultado direto da pressão sendo regulada que age dentro do volume de controle interno à válvula. A magnitude da pressão de saída da válvula, desconsiderando as não linearidades inerentes aos sistemas pneumáticos, é proporcional à força magnética ou também à corrente do solenóide (CRUZ, 2003).

2.1.4.2 Válvula direcional proporcional reguladora de vazão

As válvulas direcionais proporcionais reguladoras de vazão possuem sistemas embarcados para o controle da magnitude e da direção da vazão. Este é o tipo de válvula mais comumente utilizado em sistemas pneumáticos de posicionamento, podendo estas serem classificadas pelo número de ressaltos de bloqueio do carretel deslizante e pelo número de vias de passagem da vazão.

A Figura 7 ilustra esquematicamente uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão a ser modelada matematicamente no presente trabalho e cuja configuração apresenta três ressaltos de bloqueio do carretel e cinco vias de passagem da vazão.

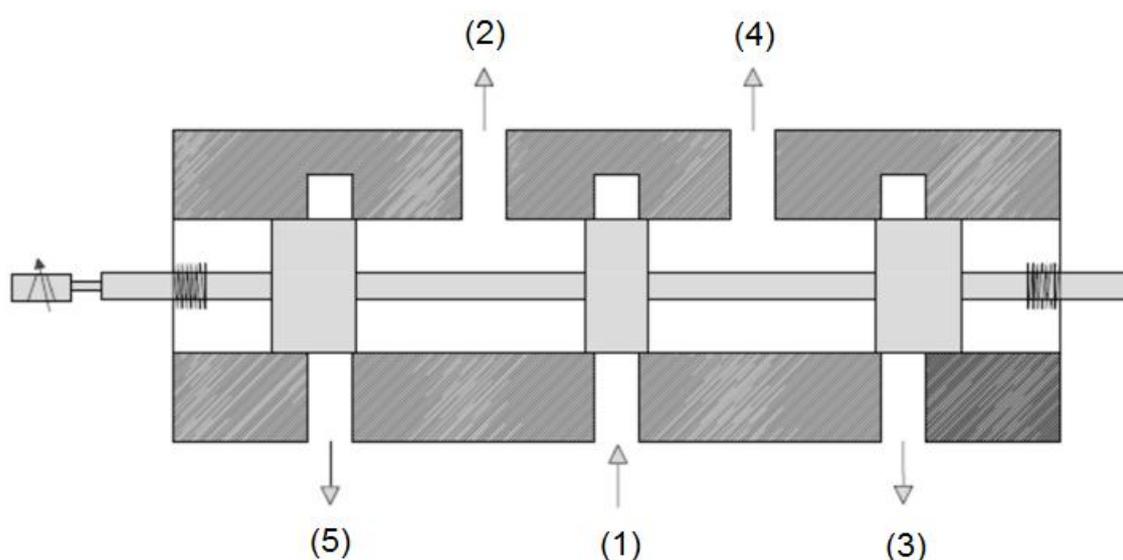


Figura 7 - Desenho esquemático em corte de uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão
Fonte: autoria própria

Conforme salientado, esta válvula possui cinco pórticos (vias de passagem da vazão) para a conexão com o restante do sistema. Destes, um é o pórtico de suprimento (pórtico 1) através do qual é realizada a alimentação do ar comprimido para a válvula. Os pórticos 2 e 4 por sua vez são os pórticos de trabalho, os quais são conectados às câmaras do cilindro pneumático. Finalmente, os pórticos 3 e 5 representam os pórticos de exaustão, através dos quais o ar de retorno das câmaras do atuador, bem como dos vazamentos internos, é liberado à atmosfera.

Vieira (1998) apresenta uma lista dos parâmetros da válvula que determinam a seção geométrica de escoamento interno entre os diferentes pórticos. Estes são:

- Posição do carretel de comando;
- Largura do ressalto de bloqueio;
- Largura da abertura de passagem do fluido;

Se a largura do ressalto de bloqueio for menor que a da abertura de passagem do fluido, a válvula é denominada de centro aberto (*underlapped*). As válvulas que possuem o ressalto de bloqueio com largura próxima à da abertura de passagem do fluido são denominadas de centro crítico (*zero lapped*). Por fim, as válvulas que possuem o ressalto de bloqueio com largura maior que a da abertura de passagem do fluido são denominadas de centro fechado ou com sobreposição (*overlapped*).

A Figura 8 apresenta, para cada tipo construtivo de válvula, as variações que ocorrem na vazão volumétrica em função do deslocamento do carretel em uma região próxima a sua posição neutra.

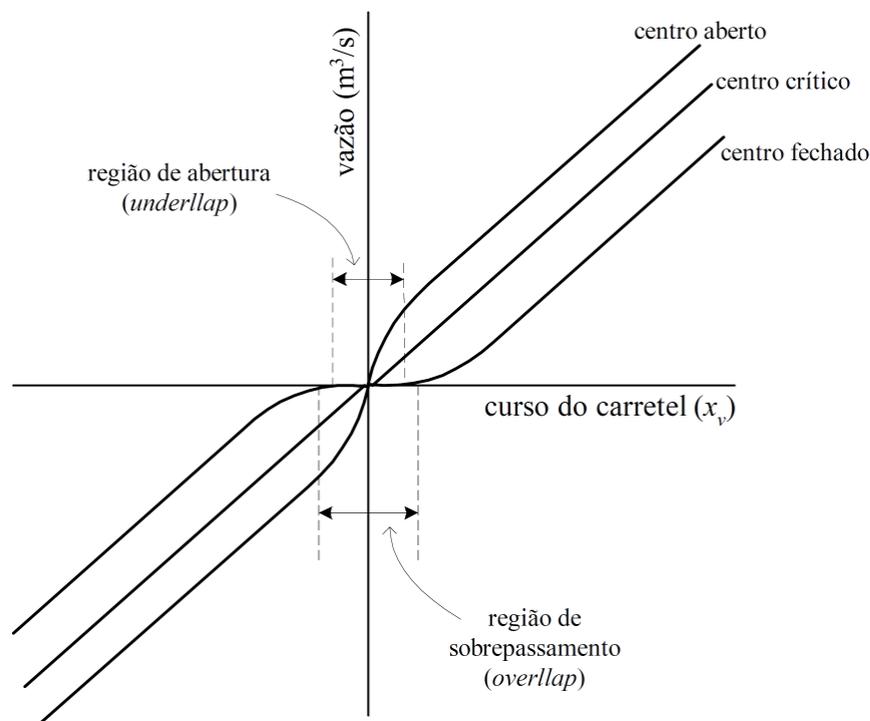


Figura 8 - Curvas típicas da vazão para cada tipo construtivo de válvula
Fonte: Oliveira (2008).

2.2 ESTADO DA ARTE

Em virtude da necessidade de análise e projeto de máquinas e equipamentos que empregam sistemas pneumáticos de posicionamento em aplicações envolvendo movimentos com precisão, um número considerável de trabalhos com temas correlatos a esses sistemas tem sido produzido nos últimos anos. Nesta seção apresentam-se alguns destes trabalhos, procurando dar ênfase aos pontos considerados relevantes ao tema do trabalho sendo desenvolvido.

Andersen (2001), Fox e Mcdonald (2010) e Stretter (2000) apresentam e discutem, fundamentados nos conceitos de mecânica dos fluídos, o fenômeno da vazão de um fluído compressível. A caracterização teórica deste fenômeno e do processo termodinâmico a ele associado, permite que se formule um modelo

matemático que seja representativo do sistema em análise, o qual posteriormente pode ser utilizado para fins de análise e projeto ou para estimativa e validação de resultados. A utilização de conceitos teóricos na formulação de modelos matemáticos é exposta por diversos autores, dentre eles: Cruz (2003), Dill (2010), Mendoza (2006); Perondi (2002), Ribeiro e Cruz (2012) e Sobczyk (2008).

A partir desses conceitos teóricos mencionados, é possível extrair os aspectos que merecem maior destaque no que tange a obtenção de modelos matemáticos representativos de sistemas que trabalham com fluidos compressíveis, dentre eles: a dinâmica das pressões no cilindro, a dinâmica do êmbolo do cilindro, as características da vazão mássica na válvula, a dinâmica do carretel da válvula e os efeitos das forças inerciais e de atrito envolvidos no sistema (SOBCZYK, 2008).

A modelagem da dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro é objeto de estudo de diversos pesquisadores, dentre eles: Cruz (2003), Mendoza (2006), Oliveira (2009), Porsch et al. (2011) e Sobczyk (2008). Observa-se nestes modelos que, em geral, é feita a consideração de que os processos envolvem uma compressão adiabática do ar e possuem um comportamento reversível, o que caracteriza um processo isentrópico, além da consideração de que o fluido de trabalho se comporta como um gás ideal.

Cruz (2003) apresenta uma modelagem da dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro fundamentada nas leis de conservação de energia, massa e quantidade do movimento. Estas mesmas considerações são feitas por Karpenko et al. (2004), Mendoza (2006), Porsch et al. (2011) e Zorlu et al. (2003).

Comentários quanto às características da vazão mássica através do orifício de passagem do ar na válvula podem ser encontrados em Andersen (2001), Borrow e Mcdonell (1998), Cruz (2003), Mendoza (2006), Sobczyk (2008) e Vieira (1998). Estes autores destacam o comportamento não linear assumido pelo sistema, associado ao escoamento do fluido compressível através dos orifícios de passagem do ar nas válvulas pneumáticas. Sobczyk (2008) salienta que a vazão mássica nos orifícios de passagem do ar na válvula é modelada por meio de um produto entre duas funções: uma dependente da área da seção transversal do orifício de passagem do fluido de trabalho e outra dependente das pressões tomadas a montante e a jusante desse orifício de passagem.

No que diz respeito à função dependente da área da seção transversal do orifício de passagem do fluido de trabalho, esta considera que a área em questão possui um comportamento variável, determinado pelo sinal de controle aplicado à válvula (MENDOZA, 2006; SOBCYZK, 2008). Devido a esse comportamento, Vieira (1998) adota uma variável denominada “abertura relativa”, a qual é obtida experimentalmente incorporando-se dois parâmetros. O primeiro faz referência à abertura geométrica do orifício, considerada como sendo diretamente proporcional à posição do carretel da válvula. O segundo faz menção ao fator de correção que define as perdas que ocorrem devido às contrações e às irreversibilidades. Estes dois parâmetros são analisados por Sholz (1990) e Santos (1996).

No que diz respeito à função dependente das pressões tomadas a montante e a jusante do orifício de passagem do fluido de trabalho, esta pode ser considerada como sendo não linear. A partir desta expressão é obtida uma curva apresentada em Andersen (2001), Figura 9, que descreve o comportamento da vazão mássica como função da razão destas pressões.

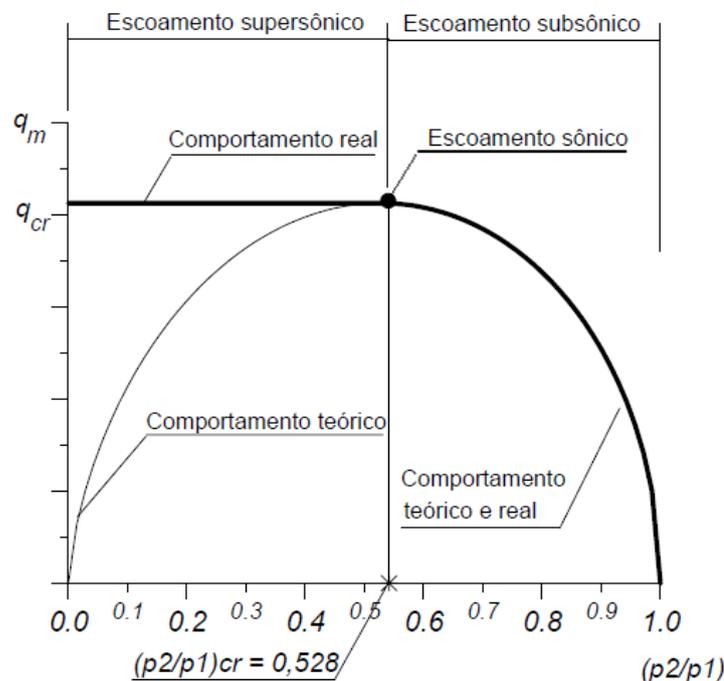


Figura 9 - Comportamento da vazão mássica em relação à razão de pressões tomadas a montante e a jusante do orifício de passagem do ar
Fonte: Mendoza, 2006

É possível verificar ainda, a partir da Figura 9, que esta razão de pressões possui um valor crítico (razão crítica de pressões) que é de aproximadamente 0,528.

A existência desse valor crítico para a razão de pressões acaba por definir duas regiões distintas para descrever o comportamento do escoamento do ar: a região de escoamento subsônico e a região de escoamento supersônico. Para a primeira destas regiões, verifica-se uma equivalência nos comportamentos teórico e real da vazão mássica. Já para a segunda região mencionada, o comportamento teórico mostra que para valores da razão de pressões inferiores ao valor crítico, a vazão mássica decresce apesar da velocidade do escoamento continuar aumentando com a progressiva redução da razão de pressões. O comportamento real, entretanto, indica que para esta faixa de valores da razão de pressões, a vazão mássica assume um valor constante correspondente ao valor crítico da razão de pressões (MENDOZA, 2006; SOBCZYK, 2008).

Borrow e Mcdonell (1998) apresentam a equação da vazão mássica nos orifícios de passagem do ar na válvula para duas situações distintas: quando a vazão mássica encontra-se em regime saturado ou sônico e quando a vazão mássica encontra-se em regime subsônico.

Maré et al. (2000) e Mendoza (2006) modelam a vazão mássica nos orifícios de passagem do ar na válvula de acordo com a norma ISO 6538. Esta norma descreve a equação da vazão mássica em regime subsônico de acordo com uma curva elíptica que depende do ponto de saturação da válvula e da sua condutância.

Perondi (2002) apresenta um modelo matemático representativo da vazão na válvula composto de funções polinomiais de 3º grau escritas em função da pressão e da tensão de controle. Este modelo é ajustado a partir de dados levantados experimentalmente com a utilização do método dos mínimos quadrados. Um exemplo dessa aplicação pode ser encontrado em Sobczyk (2008).

Ritter (2010), entretanto, salienta que um dos maiores problemas destas equações encontradas na literatura é a dificuldade em isolar o sinal da tensão de controle. Procurando contornar este problema, Endler (2009) propõe um equacionamento inovador através de curvas de pressões em função do tempo levantadas experimentalmente e ajustadas para cada faixa de tensão. Exemplos dessa aplicação podem ser encontrados em Porsch et al. (2011) e Ritter (2010).

Sobczyk (2008) destaca a existência de outra não linearidade pertinente ao comportamento da vazão mássica através do orifício de passagem do fluido de trabalho na válvula. Esta não linearidade está relacionada ao comportamento estático existente entre o sinal de entrada e o sinal de saída e onde se verifica

também que para uma dada faixa de valores de entrada não existe sinal de saída. Quando isto ocorre, tem-se o que se chama de zona morta (MENDOZA, 2006). Aspectos abordados sobre esse assunto podem ser encontrados em Mendoza (2006), Sobczyk (2008) e Valdieiro et al. (2008).

No que diz respeito à dinâmica do carretel da válvula, diversos autores, dentre eles Bobrow e Mcdonell (1998), Bone e Ning (2007), Kazerooni (2005), Oliveira (2008) e Sobczyk (2008), admitem que sua influência possa ser considerada de ordem zero. Oliveira (2008) justifica essa suposição alegando que na maioria dos casos estudados a dinâmica do carretel da válvula é tipicamente mais rápida do que a dinâmica do êmbolo do cilindro. Existem, porém, outros autores tais como Cruz (2003) e Richer e Humurzly (2001) que acreditam na relevância da dinâmica do carretel da válvula na caracterização do sistema global (sistema pneumático de posicionamento) e, portanto, não abrem mão de sua descrição para compor o modelo matemático representativo do sistema.

Cruz (2003) desenvolve um modelo matemático representativo da dinâmica de um sistema pneumático de posicionamento atuado por duas válvulas proporcionais reguladoras de pressão. O autor obtém o modelo matemático fundamentado em conceitos provenientes da mecânica dos fluidos e da conservação de massa e energia. Considera ainda que o fluido comporta-se como um gás ideal e de maneira isentrópica. O modelo é validado através de comparações entre os resultados obtidos experimentalmente e por simulação computacional.

Richer e Hurmuzly (2001), por sua vez, propõem um modelo matemático representativo das dinâmicas das válvulas direcionais proporcionais reguladoras de vazão. A modelagem descrita pelos autores é adaptada facilmente para qualquer tipo de válvula direcional proporcional reguladora de vazão presente no mercado. O modelo em questão é obtido a partir de duas informações: a dinâmica do carretel da válvula e a equação da vazão mássica através do orifício de passagem do ar na válvula. Modelagens análogas a essa podem ser encontrados em Blagojevic e Stojiljkovic (2007).

Por fim, no que diz respeito à modelagem das forças inerciais presentes nos sistemas pneumáticos de posicionamento, destaca-se o fenômeno do atrito. O principal objetivo dos pesquisadores em relação a esse aspecto é como compensar ou minimizar as perturbações causadas por ele (RITTER, 2010). Dentre os autores

que discorrem sobre o atrito vale destacar Armstrong-Hélouvry et al. (1994), Borsoto et al. (2007) e Xie e Zhao (2007).

2.2.1 Problema

De acordo com a revisão da literatura realizada, constatou-se que existe um ponto pouco explorado no que tange a modelagem matemática de sistemas pneumáticos de posicionamento. Este ponto diz respeito ao comportamento dinâmico das válvulas empregadas para o acionamento do sistema pneumático em questão. Na grande maioria dos casos, costuma-se desprezar sua dinâmica sob a alegação de que esta é muita rápida quando comparada a do restante do sistema.

Frente a esta alegação, pretende-se, neste trabalho, desenvolver um modelo matemático representativo de um sistema pneumático de posicionamento que emprega uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão para seu acionamento, mas que, diferentemente de outros trabalhos, leva em consideração sua dinâmica para que se constate sua verdadeira relevância no modelo matemático global a ser obtido.

2.2.2 Metodologia

Para este trabalho serão considerados aspectos referentes a uma modelagem matemática que seja representativa de um sistema pneumático de posicionamento genérico constituído por um cilindro sem haste e por uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão, responsável por seu comando. A modelagem matemática em questão deverá empregar parâmetros operacionais típicos da tarefa solicitada de forma a fornecer um modelo final apropriado e condizente com um sistema real.

Para obter o modelo matemático em questão, representativo de um sistema pneumático de posicionamento, faz-se necessário um estudo dirigido no âmbito da mecânica dos fluidos e de considerações provenientes das leis de conservação de massa e energia (ANDERSEN, 2001; FOX e MCDONALD, 2010; STRETTER, 2000). Como resultado deste estudo, obtém-se uma descrição literal do sistema em termos de um equacionamento que lhe é representativo (modelo matemático).

2.2.3 Objetivos

Com base no problema evidenciado e na metodologia a ser seguida para sanar este problema, este trabalho tem como objetivo geral desenvolver um modelo matemático que seja representativo de um sistema pneumático de posicionamento genérico constituído por uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão e por um cilindro sem haste. Para que este objetivo seja alcançado, faz-se necessário o cumprimento de algumas etapas específicas:

- Revisão contínua da literatura.
- Realizar estudos dirigidos a assuntos pertinentes ao trabalho (mecânica dos fluidos, termodinâmica, pneumática, modelagem matemática etc.).
- Desenvolver modelos matemáticos representativos de cada um dos elementos que constituem o sistema pneumático de posicionamento a ser analisado.
- Linearizar o modelo final obtido de forma a permitir a realização de experimentos que possibilitem o levantamento dos parâmetros que o definem.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste Capítulo é apresentado o desenvolvimento matemático, bem como as considerações e simplificações que deram origem ao modelo matemático representativo de um sistema pneumático de posicionamento genérico composto por uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão e por um cilindro sem haste.

3.1 MODELO MATEMÁTICO

A análise teórica apresentada a seguir é fundamentada nos conceitos de mecânica dos fluidos e nas leis de conservação de massa e energia (FOX & MCDONALD, 2010; STREETER, 2000). Conforme será visto no decorrer deste trabalho, algumas considerações se farão necessárias para a obtenção do modelo, são elas: processo de compressão dos volumes de ar adiabático e reversível, ocorrendo a altas velocidades, o que caracteriza um processo isentrópico; escoamentos unidirecionais; velocidades uniformes e condição de pressão estática a montante dos orifícios de controle. Por fim, faz-se a consideração de que o fluido de trabalho se comporta como gás ideal.

Para uma descrição mais clara do modelo matemático desenvolvido, a modelagem é apresentada em etapas seguindo a seguinte sequência: modelagem da dinâmica do carretel da válvula direcional proporcional reguladora de vazão, modelagem das vazões mássicas e das equações da continuidade para os dois volumes de controle considerados no sistema (volumes A e B conforme as Figuras 3 e 4) e, finalmente, modelagem da dinâmica do êmbolo do cilindro sem haste.

3.1.1 Dinâmica do Carretel da Válvula Direcional Proporcional Reguladora de Vazão

O balanço das forças que atuam no carretel da válvula direcional proporcional reguladora de vazão é responsável direto pelo seu comportamento

dinâmico ($\sum F = m_c \cdot \frac{d^2 x_c}{dt^2}$). A primeira parcela de força que compõe este

somatório é exercida pelo solenóide (F_s), a segunda é referente ao amortecimento viscoso ($B \cdot \frac{dx_c}{dt}$) e é provocada pela viscosidade do fluido de trabalho e pelo atrito dinâmico entre as partes móveis da válvula e a última, a força elástica ($K_m \cdot x_c$), é referente à complacência do subsistema composto pela válvula e também pelas molas de retorno cujo movimento resultante sempre se opõe àquele causado pela força do solenóide. Em situações onde a válvula está inoperante, estas molas de retorno ficam responsáveis por posicionar o seu carretel na posição central. Com base na 2ª lei de Newton, tem-se:

$$m_c \cdot \frac{d^2 x_c}{dt^2} + B \cdot \frac{dx_c}{dt} + K_m \cdot x_c = F_s \quad (1)$$

equação esta que descreve o balanço de forças agindo sobre o carretel da válvula, cuja a representação esquemática pode ser vista na Figura 10:

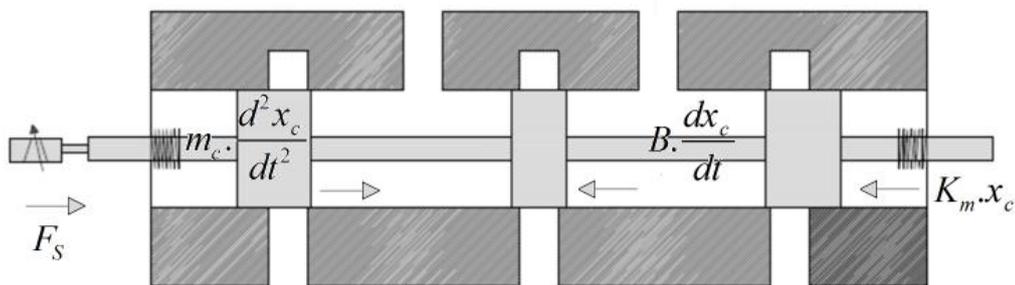


Figura10: Desenho esquemático do balanço de forças agindo sobre o carretel da válvula
Fonte: Autoria Própria

onde x_c é a posição do carretel, m_c é a massa do carretel e B e K_m são respectivamente os coeficientes de amortecimento viscoso e de rigidez elástica do subsistema composto pelas partes móveis da válvula e que influenciam no seu comportamento dinâmico.

Verifica-se através da Equação 1 que as componentes de força referentes às diferenças de pressões a montante e a jusante dos orifícios de controle da válvula direcional proporcional reguladora de vazão foram desprezadas com base na

consideração de que estas atuam em uma direção perpendicular a do movimento do carretel e, com isso, acabam por não contribuir com seu comportamento dinâmico.

Por fim, a Equação 1 pode ser reescrita no domínio de Laplace da seguinte forma:

$$x_c = \frac{K_s \cdot |U - U_0|}{m_c \cdot s^2 + B \cdot s + K_m} \quad (2)$$

considerando que a força exercida pelo solenóide é proporcional ao valor do sinal de tensão aplicado, podendo então ser representada pela equação a seguir:

$$F_s = K_s \cdot |U - U_0| \quad (3)$$

onde K_s é o ganho do solenóide, U é o sinal de tensão aplicado (sinal de controle) e U_0 é o sinal de tensão de referência.

3.1.2 Vazão Mássica Através da Válvula Direcional Proporcional Reguladora de Vazão

Para descrever o comportamento da vazão mássica através dos orifícios de controle da válvula direcional proporcional reguladora de vazão, utilizou-se o equacionamento já apresentado em outras obras tais como: Andersen (2001), Cruz (2003) e Fox & McDonald (2010). Conforme salientado anteriormente, assume-se aqui que o processo de compressão dos volumes de ar existentes é adiabático e reversível, ocorrendo a altas velocidades, o que caracteriza um processo isentrópico. Assumem-se ainda as hipóteses de escoamentos unidirecionais, velocidades uniformes e condição de pressão estática a montante dos orifícios de controle.

Segundo Andersen (2001), a vazão mássica em regime subsônico é dada por:

$$qm = \frac{A_0 \cdot p_e}{\sqrt{T_e}} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot \gamma}{(\gamma - 1) \cdot R} \cdot \left[\left(\frac{p_s}{p_e} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_s}{p_e} \right)^{\frac{(\gamma+1)}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

onde p_e é a pressão manométrica a montante do orifício de controle considerado (também denominada pressão total), p_s é a pressão a jusante do orifício de controle considerado, T_e é a temperatura absoluta do fluido de trabalho (ar comprimido) medida na via de entrada da válvula (também denominada temperatura total, em concordância com a pressão total, ambas medidas para um mesmo estado de operação), A_0 é a área da seção transversal do orifício de controle considerado, γ é a razão de calores específicos para o volume de controle considerado do sistema e R é a constante universal dos gases. Esta relação é válida para qualquer ponto em um escoamento gasoso.

Cabe salientar que a pressão total é definida como sendo a pressão no estado de estagnação isentrópico local. Este é o estado hipotético alcançado em qualquer ponto de um escoamento gasoso devido a uma desaceleração isentrópica do gás até uma velocidade constante.

Analisando a Equação 4, verifica-se que a vazão mássica teórica para fluidos compressíveis é uma função da razão entre as pressões tomadas a jusante e a montante dos orifícios de controle, diferentemente do caso observado para fluidos incompressíveis, onde a vazão mássica é uma função da diferença entre elas.

A Figura 9 apresentada na seção 2.2 ilustra o comportamento da vazão mássica dada pela Equação 4 em relação à razão de pressões tomadas a montante e a jusante de um orifício de controle qualquer.

Conforme mencionado anteriormente, pode se verificar a partir da Figura 9 que existe uma vazão mássica máxima na qual um gás pode escoar através de uma determinada área uma vez conhecidos os valores de pressão e temperatura totais. Para se obter a razão de pressões correspondente a esse ponto de vazão mássica máxima, deriva-se a Equação 4 em relação à razão de pressões e iguala-se a expressão resultante a zero, o que fornece:

$$\left(\frac{p_s}{p_e}\right)_{cr} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5)$$

Adotando uma razão de calores específicos γ igual a 1,4 (valor correspondente ao ar utilizado como fluido de trabalho), esta razão de pressões descrita pela Equação 5 assume o seguinte valor:

$$\left(\frac{p_s}{p_e}\right)_{cr} = 0,528 \quad (6)$$

Ainda segundo a Figura 9 e o que já foi discutido na seção 2.2, observa-se a existência de duas regiões distintas para descrever o comportamento do escoamento do ar: a região de escoamento subsônico e a região de escoamento supersônico. Para a primeira destas regiões, verifica-se uma equivalência nos comportamentos teórico e real da vazão mássica. Já para a segunda região mencionada, o comportamento teórico mostra que para valores da razão de pressões inferiores ao valor crítico, a vazão mássica decresce apesar da velocidade do escoamento continuar aumentando com a progressiva redução da razão de pressões. O comportamento real, entretanto, indica que para esta faixa de valores da razão de pressões, a vazão mássica assume um valor constante correspondente ao valor crítico da razão de pressões (MENDOZA, 2006; SOBCZYK, 2008).

Uma análise mais detalhada com respeito à Equação 4 pode ser encontrada em Andersen (2001).

Na sequência serão tratados os comportamentos assumidos pela vazão mássica no suprimento e na exaustão de cada um dos volumes de controle sendo considerados (volumes A e B).

3.1.2.1 Vazão mássica no suprimento do volume de controle sendo considerado.

Para representar a vazão mássica no suprimento do volume de controle sendo considerado, foi adotado o seguinte equacionamento:

$$qm_i^{\text{sup}} = \frac{A_0 \cdot p_{\text{sup}}}{\sqrt{T_{\text{sup}}}} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot \gamma_i}{(\gamma_i - 1) \cdot R} \cdot \left[\left(\frac{p_i}{p_{\text{sup}}} \right)^{\frac{2}{\gamma_i}} - \left(\frac{p_i}{p_{\text{sup}}} \right)^{\frac{(\gamma_i+1)}{\gamma_i}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

onde i é igual a A ou B , p_i é a pressão manométrica referente ao volume de controle sendo considerado (que coincide com a pressão à jusante do orifício de controle sendo considerado) e p_{sup} é a pressão manométrica absoluta de suprimento do sistema (que coincide com a pressão à montante do orifício de controle sendo considerado).

No intuito de obter uma versão simplificada, mas que ainda fosse representativa da vazão mássica, a Equação 7 teve seus termos que aparecem entre colchetes escritos em termos de duas séries binomiais de acordo com o seguinte equacionamento:

$$\left(\frac{p_i}{p_{\text{sup}}} \right)^{\frac{2}{\gamma_i}} - \left(\frac{p_i}{p_{\text{sup}}} \right)^{\frac{(\gamma_i+1)}{\gamma_i}} = \left(1 - \frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}} \right)^{\frac{2}{\gamma_i}} - \left(1 - \frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}} \right)^{\frac{(\gamma_i+1)}{\gamma_i}} \quad (8)$$

onde:

$$\Delta p_i = p_{\text{sup}} - p_i \quad (9)$$

Expandindo cada uma dessas séries binomiais da Equação 8 de acordo com a Equação 10:

$$\left(1 - \frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}} \right)^n = 1^n + n \cdot 1^{n-1} \cdot \left(-\frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}} \right) + \frac{n \cdot (n-1) \cdot 1^{n-2}}{2!} \cdot \left(-\frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}} \right)^2 + \dots \quad (10)$$

$$+ \frac{n \cdot (n-1)(n-2) \dots (n-(n-1))}{n!} \cdot 1^{n-n} \cdot \left(-\frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} \right)^n$$

até a potência de ordem dois obtém-se:

$$\left(1 - \frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} \right)^{\frac{2}{\gamma_i}} = 1 - \frac{2}{\gamma_i} \cdot \frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} + \frac{2 - \gamma_i}{\gamma_i^2} \cdot \left(\frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} \right)^2 \quad (11)$$

e

$$\left(1 - \frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} \right)^{\frac{(\gamma_i+1)}{\gamma_i}} = 1 - \frac{(\gamma_i+1)}{\gamma_i} \cdot \frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} + \frac{(\gamma_i+1)}{2 \cdot \gamma_i^2} \left(\frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} \right)^2 \quad (12)$$

Portanto:

$$\left(\frac{P_i}{P_{\text{sup}}} \right)^{\frac{2}{\gamma_i}} - \left(\frac{P_i}{P_{\text{sup}}} \right)^{\frac{(\gamma_i+1)}{\gamma_i}} \cong \frac{(\gamma_i-1)}{\gamma_i} \cdot \frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} \left[1 - \frac{3}{2 \cdot \gamma_i} \cdot \frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} \right] \quad (13)$$

Substituindo a Equação 13 na Equação 7 obtém-se, como expressão final para representar a vazão mássica no suprimento, a seguinte equação:

$$qm_i^{\text{sup}} = K_0 \cdot \left(\frac{K_s \cdot |U - U_0|}{m_c \cdot s^2 + B \cdot s + K_m} \right) \cdot \left\{ \frac{2 \cdot p_{\text{sup}} \cdot \Delta p_i}{T_{\text{sup}} \cdot R} \left[1 - \frac{3}{2 \cdot \gamma_i} \cdot \frac{\Delta p_i}{P_{\text{sup}}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

onde:

$$A_0 = K_0 \cdot x_c \quad (15)$$

ou ainda, fazendo uso da Equação 2:

$$A_0 = K_0 \cdot \left(\frac{K_s \cdot |U - U_0|}{m_c \cdot s^2 + B \cdot s + K_m} \right) \quad (16)$$

onde K_0 é a constante de proporcionalidade entre a área da seção transversal do orifício de controle sendo considerado e a posição do carretel da válvula direcional proporcional reguladora de vazão.

Vale salientar que a Equação 16 sempre assume valores positivos, pois esta representa o tamanho da abertura da seção transversal do orifício de controle sendo considerado que, por sua vez, depende da posição assumida pelo carretel da válvula direcional proporcional reguladora de vazão.

Admitindo um comportamento isentrópico para o sistema, verifica-se que:

$$\left[\frac{\rho_i}{\rho_{\text{sup}}} = \left(\frac{p_i}{p_{\text{sup}}} \right)^{\frac{1}{\gamma_i}} \right] \quad (17)$$

equação esta que determina a relação existente entre as massas específicas (ρ) e as pressões tomadas a montante e a jusante do volume de controle sendo considerado.

Além disso, se for considerado que o ar comprimido se comporta como um gás ideal, valem as relações (FOX & MCDONALD, 2010):

$$p = \rho \cdot R \cdot T \quad (18)$$

$$P \cdot V = m \cdot R \cdot T \quad (19)$$

$$c_p - c_v = R \quad (20)$$

$$\gamma = \frac{cp}{cv} \quad (21)$$

$$cp = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot R \quad (22)$$

Fazendo uso da Equação 17 e da Equação 18, chega-se a seguinte relação:

$$\frac{p_{\text{sup}}}{R \cdot T_{\text{sup}}} = \rho_{\text{sup}} = \frac{\rho_i}{\left(\frac{p_i}{p_{\text{sup}}}\right)^{\frac{1}{\gamma_i}}} = \frac{\rho_i}{\left(1 - \frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}}\right)^{\frac{1}{\gamma_i}}} \quad (23)$$

cujo denominador $\left(1 - \frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}}\right)^{\frac{1}{\gamma_i}}$, após sofrer uma expansão até a potência de ordem

dois de acordo com a Equação 10, permite que a Equação 23 seja reescrita como:

$$\frac{p_{\text{sup}}}{R \cdot T_{\text{sup}}} \cong \frac{\rho_i}{\left[1 - \frac{1}{\gamma_i} \cdot \frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}} + \frac{(1 - \gamma_i)}{2 \cdot \gamma_i^2} \cdot \left(\frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}}\right)^2\right]} \quad (24)$$

Substituindo a Equação 24 na Equação 14, a expressão final representativa da vazão mássica no suprimento pode ser dada ainda por:

$$qm_i^{\text{sup}} = \frac{\varepsilon_i \cdot K_i \cdot |U - U_0| \cdot \sqrt{(p_{\text{sup}} - p_i)}}{\left(\frac{1}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \tau_i \cdot s + 1\right)} \quad (25)$$

onde:

$$\varepsilon_i = \left[\frac{1 - \frac{3}{2\gamma_i} \cdot \frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}}}{1 - \frac{1}{\gamma_i} \cdot \frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}} + \frac{(1-\gamma_i)}{2\gamma_i^2} \cdot \left(\frac{\Delta p_i}{p_{\text{sup}}}\right)^2} \right]^{1/2} \quad (26)$$

$$K_i = \frac{K_0 \cdot K_s \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_i}}{K_m} \quad (27)$$

$$\tau_i = \frac{B}{K_m} \quad (28)$$

e

$$\omega_{ni} = \sqrt{\frac{K_m}{m_c}} \quad (29)$$

τ_i representa a constante de tempo e ω_{ni} é a frequência natural do carretel da válvula direcional proporcional reguladora de vazão.

Portanto, as expressões para a vazão mássica no suprimento através da válvula direcional proporcional reguladora de vazão para os volumes de controle A e B são respectivamente:

$$qm_A^{\text{sup}} = \frac{\varepsilon_A \cdot K_A \cdot |U - U_0| \cdot \sqrt{(p_{\text{sup}} - p_A)}}{\left(\frac{1}{\omega_{nA}^2} \cdot s^2 + \tau_A \cdot s + 1 \right)} \quad (31)$$

e

$$qm_B^{\text{sup}} = \frac{\varepsilon_B \cdot K_B \cdot |U - U_0| \cdot \sqrt{(p_{\text{sup}} - p_B)}}{\left(\frac{1}{\omega_{nB}^2} \cdot s^2 + \tau_B \cdot s + 1 \right)} \quad (32)$$

3.1.2.2 Vazão mássica na exaustão do volume de controle sendo considerado.

Para representar a vazão mássica na exaustão do volume de controle sendo considerado, admitiu-se que a razão de pressões tomadas a jusante e a montante do orifício de controle considerado sempre assume um valor menor ou igual ao seu valor crítico o que, de acordo com a Figura 9 da seção 2.2, fornece um valor constante para a vazão mássica independente dos valores de pressão envolvidos, ou seja:

$$\left(\frac{p_o}{p_i} \right)_{cr} = \left(\frac{2}{\gamma_i + 1} \right)^{\frac{\gamma_i}{\gamma_i - 1}} = 0,528 \quad (33)$$

onde p_o é a pressão atmosférica local que, neste caso, coincide com a pressão a jusante do orifício de controle considerado. Cabe lembrar ainda que o fluído de trabalho é o ar comprimido e, portanto, a razão de calores específicos γ_i assume o valor de 1,4.

Substituindo o resultado da Equação 33 para cada um dos termos que aparecem entre colchetes na Equação 4, obtém-se:

$$qm_i^{\text{exa}} = \frac{A_0 \cdot p_i}{\sqrt{T_i}} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot \gamma_i}{(\gamma_i - 1) \cdot R} \cdot \left[\left(\frac{p_o}{p_i} \right)^{\frac{2}{\gamma_i}} - \left(\frac{p_o}{p_i} \right)^{\frac{(\gamma_i + 1)}{\gamma_i}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (34)$$

$$qm_i^{exa} = A_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{RT_i}} \cdot 0,484 \cdot p_i \quad (35)$$

Lembrando das relações estabelecidas, dadas pelas Equações 16, 18, 27, 28 e 29, obtém-se a expressão final representativa da vazão mássica na exaustão do volume de controle sendo considerado dada por:

$$qm_i^{exa} = \left(\frac{K_i \cdot |U - U_0|}{\frac{1}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \tau_i \cdot s + 1} \right) \cdot \sqrt{p_i} \cdot 0,484 \quad (36)$$

Portanto, as expressões para a vazão mássica na exaustão da válvula direcional proporcional reguladora de vazão através de cada um dos volumes de controle sendo considerados (volumes A e B) são dadas respectivamente por:

$$qm_A^{exa} = \left(\frac{K_A \cdot |U - U_0|}{\frac{1}{\omega_{nA}^2} \cdot s^2 + \tau_A \cdot s + 1} \right) \cdot \sqrt{p_A} \cdot 0,484 \quad (37)$$

e

$$qm_B^{exa} = \left(\frac{K_B \cdot |U - U_0|}{\frac{1}{\omega_{nB}^2} \cdot s^2 + \tau_B \cdot s + 1} \right) \cdot \sqrt{p_B} \cdot 0,484 \quad (38)$$

3.1.3 Equação da Continuidade para Um Escoamento Compressível no Volume de Controle Sendo Considerado

A equação da continuidade faz referência à conservação da massa em um volume de controle específico e através da área superficial de passagem que o delimita. Esta é dada por:

$$\int_{SC} \rho_i \cdot v_i \cdot dA_i + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho_i \cdot dV_i = 0 \quad (39)$$

onde A_i é a área superficial de passagem do fluido de trabalho que pode ser fixa ou variável, V_i é o volume de controle sendo considerado e ρ_i e v_i são, respectivamente, a massa específica e a velocidade do fluido de trabalho em V_i .

Tal equação pode ser representada esquematicamente pela Figura 11:

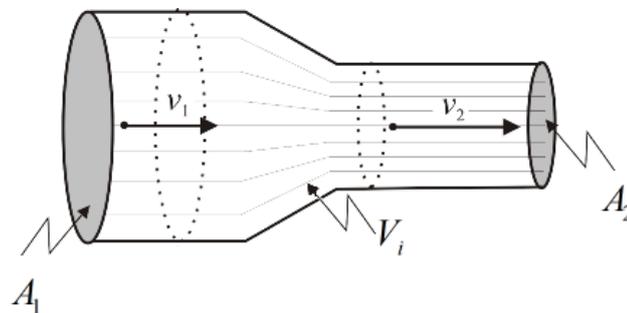


Figura 11: Desenho esquemático da equação da continuidade.
Fonte: Autoria Própria

Desenvolvendo primeiramente a parcela que leva em conta a variação da massa m_i do fluido de trabalho no volume de controle V_i , considerando que o fluido de trabalho se comporta como um gás ideal, o que torna válida as Equações 18, 19, 20, 21 e 22, e ainda admitindo que o processo possui um comportamento isentrópico, o que torna válida a relação:

$$c_p \cdot dT_i = \frac{V_i}{m_i} \cdot dp_i \quad (40)$$

onde T_i representa a temperatura absoluta do fluido de trabalho medida em V_i , obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho_i \cdot dV_i = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_i \cdot V_i) = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (p_i \cdot V_i \cdot T_i^{-1}) \quad (41)$$

Realizando as derivadas parciais do termo localizado à direita da igualdade e com o desenvolvimento matemático apropriado, obtém-se:

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (p_i \cdot V_i \cdot T_i^{-1}) = \frac{1}{R} \cdot \left[(p_i \cdot V_i \cdot (-1) \cdot T_i^{-2}) \cdot \frac{dT_i}{dt} + p_i \cdot T_i^{-1} \cdot \frac{dV_i}{dt} + V_i \cdot T_i^{-1} \cdot \frac{dp_i}{dt} \right]$$

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (p_i \cdot V_i \cdot T_i^{-1}) = \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{-p_i \cdot V_i}{T_i^2} \cdot \frac{dT_i}{dt} \cdot \frac{dp_i}{dt} + \frac{p_i}{T_i} \cdot \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{T_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} \right)$$

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (p_i \cdot V_i \cdot T_i^{-1}) = \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{-p_i \cdot V_i}{T_i^2} \cdot \frac{V_i}{m_i c_p} \cdot \frac{dp_i}{dt} + \frac{p_i}{T_i} \cdot \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{T_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} \right)$$

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (p_i \cdot V_i \cdot T_i^{-1}) = \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{p_i}{T_i} \cdot \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{T_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} - \frac{p_i \cdot V_i^2}{T_i^2} \cdot \frac{1}{m_i c_p} \cdot \frac{dp_i}{dt} \right)$$

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (p_i \cdot V_i \cdot T_i^{-1}) = \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{p_i}{T_i} \cdot \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{T_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} - \frac{R \cdot V_i}{T_i} \cdot \frac{(\gamma_i - 1)}{\gamma_i \cdot R} \cdot \frac{dp_i}{dt} \right)$$

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (p_i \cdot V_i \cdot T_i^{-1}) = \frac{1}{R} \cdot \left[\frac{p_i}{T_i} \cdot \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{T_i} \cdot \left(1 - \frac{(\gamma_i - 1)}{\gamma_i} \right) \cdot \frac{dp_i}{dt} \right]$$

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (p_i \cdot V_i \cdot T_i^{-1}) = \frac{1}{R} \left(\frac{p_i}{T_i} \cdot \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{T_i} \cdot \frac{1}{\gamma_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} \right) \quad (42)$$

Por fim, substituindo a Equação 42 na Equação 39 obtém-se, como expressão final para a equação da continuidade de um escoamento compressível em um volume de controle específico V_i a ser considerado, a seguinte relação:

$$q_{mi1} = q_{mi2} + \frac{p_i}{R \cdot T_i} \cdot \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{R \cdot T_i \cdot \gamma_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} \quad (43)$$

onde q_{mi1} e q_{mi2} representam, respectivamente, as vazões mássicas medidas a montante e a jusante do volume de controle V_i .

No caso particular do volume de controle A , a Equação 43 pode ser reduzida a:

$$q_{mA} = \frac{p_A}{R \cdot T_A} \cdot \frac{d(A_c \cdot X + V_{AO})}{dt} + \frac{A_c \cdot X + V_{AO}}{R \cdot T_A \cdot \gamma_A} \cdot \frac{dp_A}{dt} \quad (44)$$

visto que q_{mA2} é inexistente, $V_A = A_c \cdot X + V_{AO}$ e q_{mA1} , por ser a única vazão mássica presente neste caso, foi renomeada apenas como q_{mA} .

A_c e X representam, respectivamente, a área útil da seção transversal e a posição do êmbolo do cilindro e V_{AO} representa um volume que inclui o volume morto da câmara do cilindro sendo considerada, além da tubulação que liga esta câmara a uma das saídas da válvula direcional proporcional reguladora de vazão.

Com o intuito de obter uma expressão que descreva o comportamento da pressão do ar comprimido que alimenta o volume de controle A , a Equação 44 pode

ser reescrita em termos de $\frac{dp_A}{dt}$ fornecendo:

$$\frac{dp_A}{dt} = \frac{-A_c \cdot \gamma_A \cdot \dot{X}}{A_c \cdot X + V_{AO}} \cdot p_A + \frac{R \cdot T_A \cdot \gamma_A}{A_c \cdot X + V_{AO}} \cdot q_{mA} \quad (45)$$

Adotando um raciocínio análogo para o volume de controle B, verifica-se que a Equação 43, neste caso, pode ser reduzida a:

$$-q_{mB} = \frac{p_B}{R \cdot T_B} \cdot \frac{d(A_c \cdot (L - X) + V_{BO})}{dt} + \frac{A_c \cdot (L - X) + V_{BO}}{R \cdot T_B \cdot \gamma_B} \cdot \frac{dp_B}{dt} \quad (46)$$

visto que q_{mB1} é inexistente, $V_B = A_c \cdot (L - X) + V_{BO}$ e q_{mB2} , por ser a única vazão mássica presente neste caso, foi renomeada apenas como q_{mB} .

L e V_{BO} representam, respectivamente, o comprimento útil do cilindro e um volume que inclui o volume morto da câmara do cilindro sendo considerada, além da tubulação que liga esta câmara a uma das saídas da válvula direcional proporcional reguladora de vazão.

Com o intuito de obter uma expressão que descreva o comportamento da pressão do ar comprimido que alimenta o volume de controle B , a Equação 46 pode ser reescrita em termos de $\frac{dp_B}{dt}$ fornecendo:

$$\frac{dp_B}{dt} = \frac{A_c \cdot \gamma_B \cdot \dot{X}}{A_c \cdot (L - X) + V_{BO}} \cdot p_B - \frac{R \cdot T_B \cdot \gamma_B}{A_c \cdot (L - X) + V_{BO}} \cdot q_{mB} \quad (47)$$

As Equações 45 e 47 podem ser definidas ainda no domínio de Laplace,

$$p_A = \frac{1}{s} \cdot \left(\frac{-A_c \cdot \gamma_A \cdot \dot{X}}{A_c \cdot X + V_{AO}} \cdot p_A + \frac{R \cdot T_A \cdot \gamma_A}{A_c \cdot X + V_{AO}} \cdot q_{mA} \right) \quad (48)$$

e

$$p_A = \frac{1}{s} \cdot \left(\frac{A_c \cdot \gamma_B \cdot \dot{X}}{A_c \cdot (L - X) + V_{BO}} \cdot p_B - \frac{R \cdot T_B \cdot \gamma_B}{A_c \cdot (L - X) + V_{BO}} \cdot q_{mB} \right) \quad (49)$$

o que favorece nas manipulações algébricas e facilita na posterior elaboração dos diagramas de blocos representativos das relações matemáticas a serem obtidas.

3.1.4 Dinâmica do Êmbolo do Cilindro Sem Haste

Quanto à equação que descreve o comportamento da dinâmica do êmbolo do cilindro sem haste, esta é dada por:

$$M \cdot \ddot{X} = (p_A - p_B) \cdot A_c \quad (50)$$

onde M é a massa do êmbolo do cilindro sem haste.

Verifica-se, a partir da Equação 50, que a dinâmica do êmbolo do cilindro sem haste foi considerada como sendo resultante apenas da força imposta pelo gradiente de pressões $[(p_A - p_B) \cdot A_c]$. O atrito e a zona morta, embora de extrema relevância para uma descrição mais precisa da dinâmica do êmbolo do cilindro sem haste, não são levados em consideração neste trabalho.

3.2 LINEARIZAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO REPRESENTATIVO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA VÁLVULA DIRECIONAL PROPORCIONAL REGULADORA DE VAZÃO

O processo de linearização é obtido a partir de uma soma de derivadas parciais da equação em termos de cada uma das variáveis de estado que ditam seu comportamento, de forma que podemos analisar a influência de cada uma delas sobre o comportamento do sistema.

Uma vez linearizada, a equação passa a valer apenas para um conjunto restrito de valores assumidos pelas variáveis de estado.

Para o processo de linearização foi considerado que as vias de saída da válvula direcional proporcional reguladora de vazão estão obstruídas e, com isso,

q_{mi2} , presente na Equação 43, assume um valor igual à zero. Logo, para este caso, a Equação 43 passa a ser dada por:

$$q_{mi1} = \frac{p_i}{R.T_i} \cdot \frac{dV_i}{dt} + \frac{V_i}{R.T_i \cdot \gamma_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} \quad (51)$$

Considerando ainda que o volume V_i é invariável, resulta para a Equação 51:

$$q_{mi1} = \frac{V_i}{R.T_i \cdot \gamma_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} \quad (52)$$

No caso da equação representativa da dinâmica do carretel da válvula direcional proporcional reguladora de vazão:

$$m_c \cdot \frac{d^2 x_c}{dt^2} + B \cdot \frac{dx_c}{dt} + K_m \cdot x_c = K_s \cdot |U - U_0| \quad (53)$$

se esta for linearizada, obtém-se:

$$m_c \cdot \delta \ddot{x}_c + B \cdot \delta \dot{x}_c + K_m \cdot x_c = K_s \cdot \delta |U - U_0| \quad (54)$$

A Equação 54 reescrita no domínio de Laplace (plano “s”) fornece:

$$\delta x_c = \frac{K_s \cdot \delta |U - U_0|}{m_c \cdot s^2 + B \cdot s + K_m} \quad (55)$$

ou ainda, fazendo uso das Equações 28 e 29, obtém-se:

$$\delta x_c = \frac{\frac{K_s}{K_m} \cdot \delta |U - U_0|}{\frac{1}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \tau_i \cdot s + 1} \quad (56)$$

A Equação 25 por sua vez, referente a vazão mássica no suprimento da válvula direcional proporcional reguladora de vazão, pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$qm_i^{\text{sup}} = \varepsilon_i \cdot K_0 \cdot x_c \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_i \cdot (p_{\text{sup}} - p_i)} \quad (57)$$

caso se considere as relações dadas pelas Equações 27, 28 e 29.

A Equação 57 linearizada resulta em:

$$\delta qm_i^{\text{sup}} = K_{qi} \cdot \delta x_c - K_{ci} \cdot \delta p_i \quad (58)$$

onde:

$$K_{qi} = \left. \frac{\partial qm_i^{\text{sup}}}{\partial p_i} \right|_i = \varepsilon_i \cdot K_0 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_i \cdot (p_{\text{sup}} - p_i)} \quad (59)$$

e

$$K_{ci} = \left. \frac{\partial qm_i^{\text{sup}}}{\partial x_c} \right|_i = - \frac{\varepsilon_i \cdot K_0 \cdot x_c \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_i}}{2 \cdot \sqrt{p_{\text{sup}} - p_i}} \quad (60)$$

Por fim, a linearização da equação da continuidade, dada pela Equação 52, fornece:

$$\delta q_{mi1} = \frac{V_i}{R.T_i.\gamma_i} \cdot \delta \dot{p}_i \quad (61)$$

Escrita no domínio de Laplace (plano “s”), esta passa a ser dada por:

$$\delta q_{mi1} = \frac{V_i}{R.T_i.\gamma_i} \cdot s \cdot \delta p_i \quad (62)$$

Substituindo a Equação 56 na Equação 58:

$$\delta qm_i^{\text{sup}} = K_{qi} \cdot \left(\frac{\frac{K_s}{K_M} \cdot \delta |U - U_0|}{\frac{1}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \tau_i \cdot s + 1} \right) - K_{ci} \cdot \delta p_i \quad (63)$$

e a Equação 62 na Equação 63, considerando $\delta q_{mi1} = \delta qm_i^{\text{sup}}$, resulta:

$$\frac{V_i}{R.T_i.\gamma_i} \cdot s \cdot \delta p_i = K_{qi} \cdot \left(\frac{\frac{K_s}{K_m} \cdot \delta |U - U_0|}{\frac{1}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \tau_i \cdot s + 1} \right) - K_{ci} \cdot \delta p_i \quad (64)$$

ou ainda:

$$\left(\frac{V_i}{R.T_i.\gamma_i} \cdot s + K_{ci} \right) \cdot \delta p_i = \left(\frac{\frac{K_{qi} \cdot K_s}{K_m}}{\frac{1}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \tau_i \cdot s + 1} \right) \cdot \delta |U - U_0|$$

$$\left[\frac{V_i}{R.T_i.\gamma_i.\omega_{ni}^2} \cdot s^3 + \frac{K_{ci}}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \frac{V_i.\tau_i}{R.T_i.\gamma_i} \cdot s^2 + K_{ci}.\tau_i.s + \frac{V_i}{R.T_i.\gamma_i} \cdot s + K_{ci} \right] \cdot \delta p_i$$

$$= \left(\frac{K_{qi}.K_s}{K_m} \right) \cdot \delta |U - U_0| \quad (65)$$

Em se tratando de uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão, pode-se desprezar o valor de K_{ci} nas expressões definidas anteriormente em virtude da pequena influência da variação da pressão no comportamento da vazão. Fazendo esta consideração, a Equação 65 pode ser reescrita como:

$$s \cdot \left[\frac{V_i}{R.T_i.\gamma_i.\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \frac{V_i.\tau_i}{R.T_i.\gamma_i} \cdot s + \frac{V_i}{R.T_i.\gamma_i} \right] \cdot \delta p_i = \left(\frac{K_{qi}.K_s}{K_m} \right) \cdot \delta |U - U_0| \quad (66)$$

ou ainda:

$$s \cdot \left[\frac{1}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \tau_i \cdot s + 1 \right] \cdot \delta p_i = \left(\frac{K_{qi}.K_s.R.T_i.\gamma_i}{K_m.V_i} \right) \cdot \delta |U - U_0| \quad (67)$$

Usando a seguinte relação:

$$\frac{B}{m_c} = 2\zeta_i.\omega_{ni} \quad (68)$$

dada por Franklin (2001), juntamente com as relações das Equações 28 e 29, a Equação 67 pode ser escrita como:

$$s \cdot \left[\frac{1}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \frac{2.\zeta_i}{\omega_{ni}} \cdot s + 1 \right] \cdot \delta p_i = K_{rpi} \cdot \delta |U - U_0| \quad (69)$$

onde ζ_i é o fator de amortecimento e K_{rpi} é o ganho de regime permanente dado por:

$$K_{rpi} = \left(\frac{K_{qi} \cdot K_s \cdot R \cdot T_i \cdot \gamma_i}{K_m \cdot V_i} \right) \quad (70)$$

Ainda de acordo com Franklin (2001), a função transferência que representa a dinâmica de um sistema com dois pólos complexos conjugados é dada por:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} \quad (71)$$

A Equação 71 ainda pode ser escrita da seguinte forma:

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \sigma)^2 + \omega_d^2} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \sigma \cdot s + (\sigma^2 + \omega_d^2)} \quad (72)$$

onde, por comparação com a Equação 71, verifica-se que:

$$\sigma = \zeta \cdot \omega_n \quad (73)$$

e

$$\omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (74)$$

Por fim, comparando a Equação 71 com a Equação 69, obtém-se a função transferência que descreve o comportamento dinâmico da válvula direcional proporcional reguladora de vazão dada por:

$$H(s) = \frac{P_i}{|U - U_0|} = \frac{K_{rpi}}{\frac{1}{\omega_{ni}^2} \cdot s^2 + \frac{2 \cdot \zeta_i}{\omega_{ni}} \cdot s + 1} = \frac{K_{rpi} \cdot \omega_{ni}^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta_i \cdot \omega_{ni} \cdot s + \omega_{ni}^2} \quad (75)$$

Isolando a pressão na última equação e considerando ainda que o sinal de controle $|U - U_0|$ é um degrau, obtém-se:

$$P_i = \frac{1}{s} \cdot \frac{K_{rpi} \cdot \omega_{ni}^2 \cdot |U - U_0|}{s^2 + 2 \cdot \zeta_i \cdot \omega_{ni} \cdot s + \omega_{ni}^2} \quad (76)$$

a qual, após sofrer uma expansão em série de frações parciais, fornece:

$$P_i = \frac{1}{s} \cdot \frac{K_{rpi} \cdot \omega_{ni}^2 \cdot |U - U_0|}{(s + \sigma_i)^2 + \omega_{di}^2} = \frac{1}{s} \cdot \frac{K_{rpi} \cdot \omega_{ni}^2 \cdot |U - U_0|}{[(s + \sigma_i) + j\omega_{di}] \cdot [(s + \sigma_i) - j\omega_{di}]} \quad (77)$$

Analisando a Equação 77, esta possui três pólos: um pólo na origem ($s = 0$) e dois pólos complexos conjugados ($s = -\sigma_i \mp j\omega_{di}$).

A Figura 12 traz a representação do lugar das raízes (*Root Locus*) a partir do qual é possível observar os três pólos mencionados.

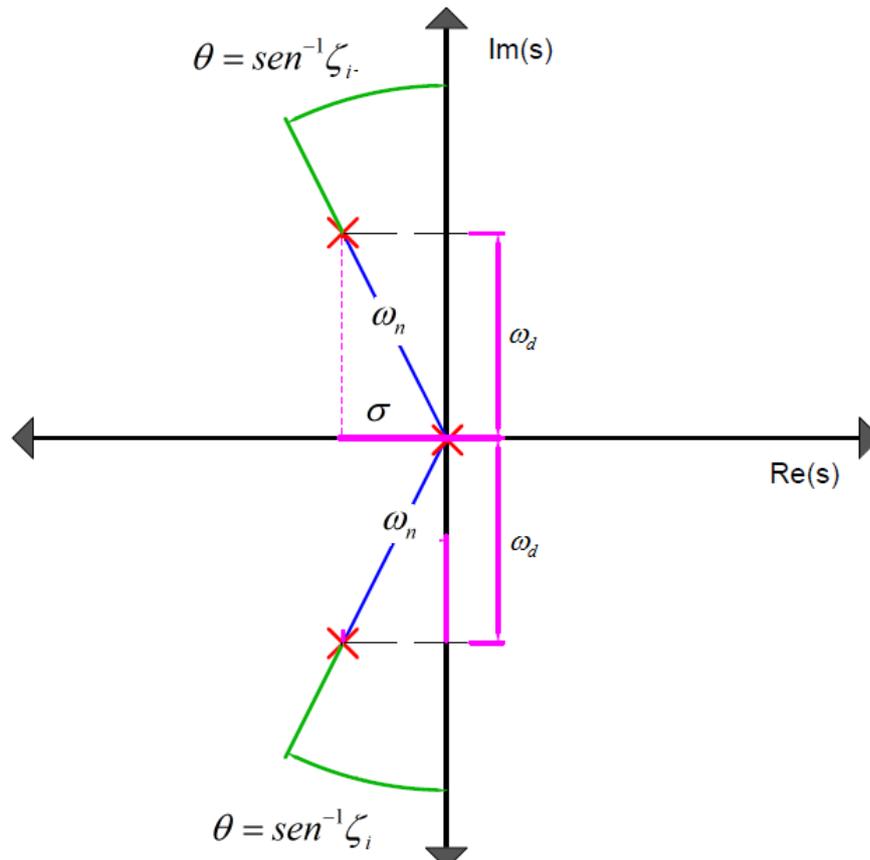


Figura 12 – Representação do lugar das raízes (Root Locus)
 Fonte: autoria própria

Observando a Figura 12, verifica-se que os pólos complexos conjugados da função transferência, dada pela Equação 77, estão localizados a uma distância radial ω_n da origem do plano s e orientados segundo um ângulo $\theta = \text{sen}^{-1} \zeta_i$ definido a partir do eixo dos imaginários. Estas conclusões geométricas são resultado direto das relações apresentadas nas Equações 71 e 72 e acabam por se manifestar como uma abordagem diferenciada e alternativa para se obter os parâmetros de interesse necessários à descrição da dinâmica do sistema.

Vale salientar também, que a parcela real do pólo (σ), quando negativa, é responsável por determinar a taxa de decaimento exponencial da dinâmica do sistema em análise. Caso contrário, se a parcela real do pólo (σ) for positiva, verifica-se um incremento exponencial da dinâmica do sistema em análise. Quanto maior for a magnitude de σ , maior será o decaimento ou o incremento observado. De uma forma geral, se $\sigma < 0$ o comportamento dinâmico do sistema irá diminuir com o passar do tempo e o sistema é dito ser estável. Se $\sigma = 0$, o comportamento dinâmico do sistema não aumenta nem diminui, o sistema é considerado estável

entretanto fica a critério do projetista definir se esse nível de estabilidade alcançado é aceitável ou não. Por fim, se $\sigma > 0$, o comportamento dinâmico do sistema aumenta com o passar do tempo tornando-o instável.

Retornando à Equação 71 e isolando $Y(s)$, considerando ainda que o sinal de controle $U(s)$ é um degrau unitário:

$$Y(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} \quad (78)$$

e aplicando a transformada inversa de Laplace no intuito de obter a Equação 78 definida no domínio do tempo, chega-se a:

$$y(t) = 1 - e^{-\sigma \cdot t} \cdot \left(\cos \omega_d \cdot t + \frac{\sigma}{\omega_d} \cdot \text{sen} \omega_d \cdot t \right) \quad (79)$$

Comparando as Equações 76 e 78 e tendo como base o resultado fornecido pela Equação 79, chega-se à conclusão de que o comportamento dinâmica da pressão sendo regulada na válvula direcional proporcional reguladora de vazão é dada por:

$$p_i(t) = K_{rpi} \cdot |U(t) - U_{0i}| \cdot \left[1 - e^{-\sigma_i \cdot t} \cdot \left(\cos \omega_{di} \cdot t + \frac{\sigma_i}{\omega_{di}} \cdot \text{sen} \omega_{di} \cdot t \right) \right] \quad (80)$$

Portanto, conclui-se que as pressões reguladas nos volumes de controle A e B são dadas respectivamente por:

$$p_A(t) = K_{rPA} \cdot |U(t) - U_{0A}| \cdot \left[1 - e^{-\sigma_A \cdot t} \cdot \left(\cos \omega_{dA} \cdot t + \frac{\sigma_A}{\omega_{dA}} \cdot \text{sen} \omega_{dA} \cdot t \right) \right] \quad (81)$$

e

$$p_B(t) = K_{rpB} \cdot |U(t) - U_{0B}| \cdot \left[1 - e^{-\sigma_B \cdot t} \cdot \left(\cos \omega_{dB} \cdot t + \frac{\sigma_B}{\omega_{dB}} \cdot \text{sen} \omega_{dB} \cdot t \right) \right] \quad (82)$$

3.3 ESTUDO DE CASO

Eurich (2014) temo como proposta a validação do modelo matemático obtido, adaptando-o a um sistema pneumático de posicionamento específico.

Este sistema pneumático de posicionamento foi, em grande parte, concebido por componentes disponíveis no laboratório de sistemas hidráulicos e pneumáticos da UTFPR, Campus Ponta Grossa, o qual pode ser visto na Figura 13.

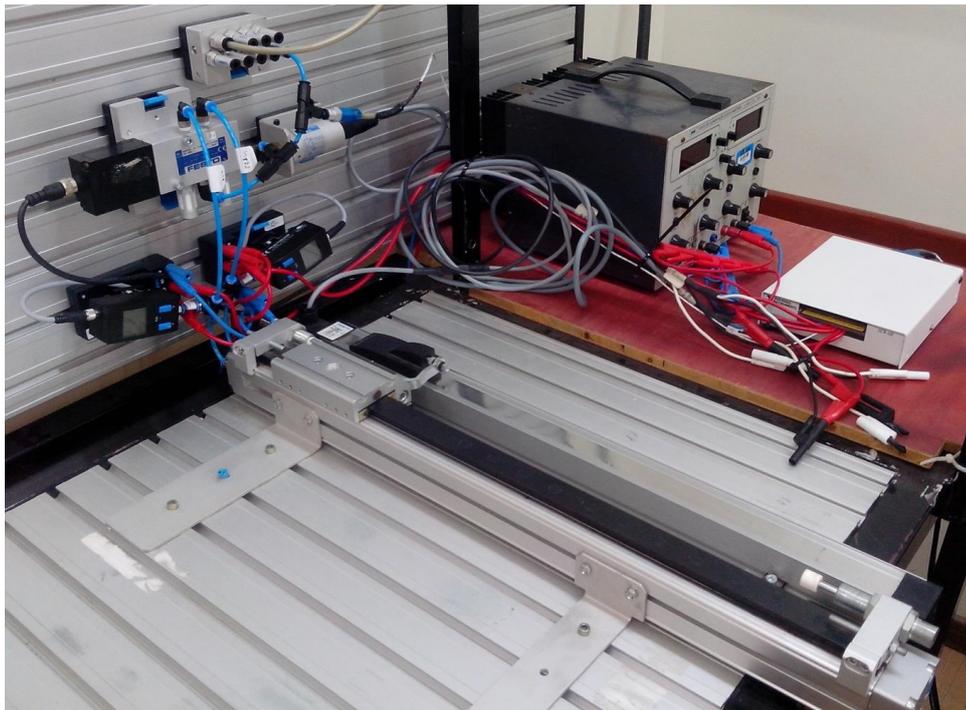


Figura 13 – Sistema pneumático de posicionamento presente na UTFPR
Fonte: Eurich (2014)

O sistema em questão é composto por:

- Uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão modelo MPYE-5-1/8-HF-010B;
- Um cilindro sem haste modelo DGP-25;
- Um transdutor de posição modelo MLO-POT-1000-TLF;

- Três sensores de pressão (pressostatos) manométricos, sendo dois do modelo SDE-D10-G2-H18-C-PU-M8 e um do modelo SDE-10-10V.

Todos os componentes listados são do fabricante FESTO. Complementando os itens de sensoriamento, foram utilizados também três sensores de temperatura (termopares) tipo K Universal, modelo MTK-01 do fabricante Minipa.

Estes componentes estão conectados a um sistema de aquisição, processamento e controle de sinais que permitiu a Eurich (2014) reproduzir as condições de carregamento reais, as quais podem ser vistas nas Figuras 14 e 15 a seguir:

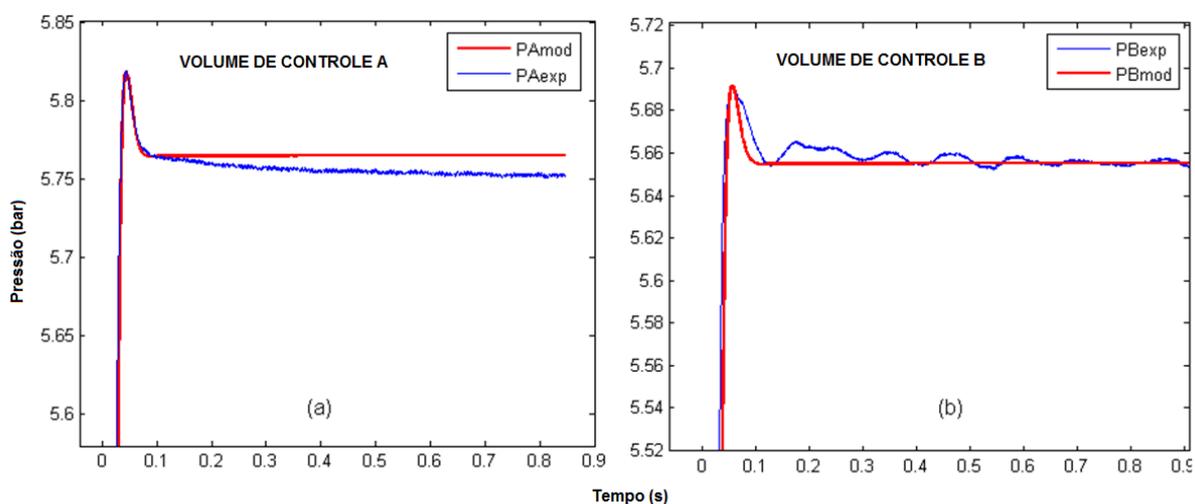


Figura 14 – Comportamento dinâmico das pressões nos volumes de controle sendo considerados

Fonte: Eurich (2014)

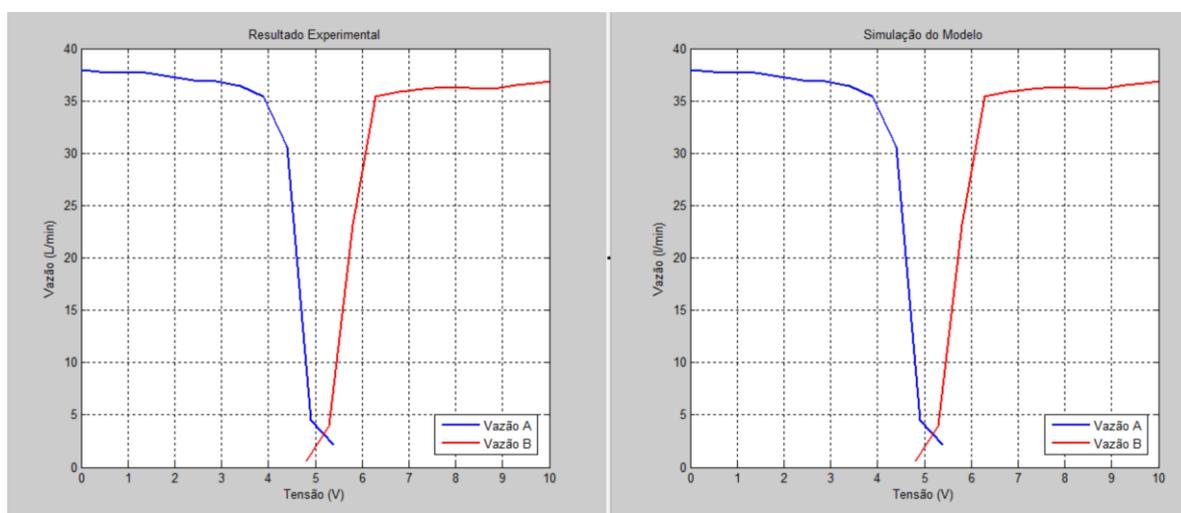


Figura 15 – Comportamento dinâmico das vazões volumétricas nos volumes de controle sendo considerados

Fonte: Eurich (2014)

Uma descrição mais detalhada dos componentes do sistema pneumático de posicionamento em questão e outros gráficos representativos do comportamento assumido pelo sistema, podem ser encontrados em Eurich (2014).

4 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As conclusões deste trabalho estão diretamente relacionadas à modelagem matemática de um sistema pneumático de posicionamento genérico, constituído de uma válvula direcional proporcional reguladora de vazão e de um cilindro sem haste.

Em virtude desta natureza genérica do modelo matemático obtido, o mesmo pode ser adaptado ou expandido para representar qualquer outro sistema pneumático de posicionamento existente no mercado, bastando, para isso, que sua configuração se assemelhe a do sistema modelado.

Para a concepção do modelo matemático em questão, fez-se uso das leis de conservação da massa e da energia, além de outras considerações e simplificações, as quais permitiram obter uma representação fidedigna do fenômeno dinâmico atrelado ao sistema em análise.

Embora esta influência não tenha sido considerada nos estudos realizados, verifica-se, através do modelo matemático obtido, que o sistema sofre uma grande dependência com respeito à variação da temperatura, sendo esta um fator muito importante e que deve ser levado em consideração.

Outros fatores de extrema relevância e que não foram contemplados no processo de modelagem são as influências do atrito e da zona morta. A consideração destas dinâmicas, assim como a influência da variação da temperatura, ficam como propostas para trabalhos futuros.

Vale salientar, que um dos objetivos deste trabalho era verificar a relevância da dinâmica da válvula empregada no comportamento dinâmico do modelo matemático global representativo do sistema pneumático de posicionamento. Entretanto, para que isto se torne possível, faz-se necessário a obtenção de um segundo modelo mais simples que não leve em consideração a dinâmica da válvula. Os modelos obtidos seriam então comparados e, com base nos resultados encontrados, tomariam-se as conclusões que se julguem pertinentes. Esta tarefa também fica como proposta para trabalhos futuros.

Por fim, é importante mencionar que o presente trabalho já serviu de tema para três publicações, a saber: Ribeiro e Cruz (2012), Ribeiro *et al.* (2014) e Eurich *et al.* (2014).

REFERÊNCIAS

ANDERSEN, B. W. **The Analysis and Design of Pneumatic Systems**. New York, USA: John Wiley & Sons, 2001.

ARMSTRONG-HÉLOUVRY, B., DUPONT, P., CANUDAS-DE-WIT, C., **A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction**, Automatica, Vol. 30, N° 7, 1994, pp. 1083 – 1138.

BASHIR, M. N.; FARID, A.-B.; SWEVERS, J.; VAHERCK, P.; VAN BRUSSEL, H. Modelling a pneumatic servo positioning system with friction. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, June 2000, Chicago, USA. **Proceedings ...** [S.l]: AACC, 2000. p. 1067-1071.

BLAGOJEVIC, V.; STOJILJKOVIC. M. **Mathematical and Simulink Model of the Pneumatic System with Bridging of the Dual Action Cylinder Chambers**, Mechanical Engineering, Vol.5, N°1,2007,pp.23-31.

BOBROW, J. E.; MCDONELL, B. W. Modeling, Identification, and Control of a Pneumatically Actuated, Force Controllable Robot, in **IEEE Trans. on Robotics and Automation**, Vol. 14, No. 5, October 1998, pp. 732-742.

BONE, GM., NING, S. **Experimental Comparasion of Position Tracking Control Algorithms for Pneumatic Cylinder Actuator**, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. Vol. 12. Issue: 5. pp 557-561.2007.

BORSOTTO, B.; GODOY, E.; BEAUVOIS, D.; DEVAUD, E.; An identification method for static and dynamic friction coefficients. **ICCAS '07. International Conference on Control, Automation and Systems**, 2007 pp. 933-938.

CRUZ, F. B. C. **Modelagem e controle não-lineares de um posicionador servopneumático industrial**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

DILL, R. B. **Confirmação experimental do comportamento da vazão volumétrica do ar como fluido de controle em servoposicionador pneumático por medição direta**. 2009. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica)- Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grando do Sul (UFRGS), Porto Alegre.

ENDLER, L. **Modelagem da vazão mássica de uma servoválvula e sua aplicação no controle ótimo de um atuador pneumático**. 2009. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática)-Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Departamento de Física, Estatística e Matemática (DETEC), Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), Ijuí

EURICH, A. M. Validação Experimental de Um Modelo Matemático Representativo de um Sistema Pneumático de Posicionamento. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2014. [Trabalho não publicado].

EURICH, A. M.; RIBEIRO, K. M. M.; CRUZ, F. B. C.; JANZEN, F. C.; Análise Teórico experimental de um modelo matemático representativo de um sistema pneumático de posicionamento. In: CONEM 2014.

FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; MCDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Flúidos**. 7. ed. John Wiley & Sons, 2010.

FESTO. **Introdução à Pneumática**. 1998.

FRACARO, A. R. **Modelagem matemática do acionamento hidráulico de uma bancada de vibração**. 2011 . Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática)- Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí.

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Feedback Control Of Dynamic Systems**. 6. ed. USA: Prentice Hall, 2009.

KARPENKO, M., SEPHERI, N. **Design and Experimental Evaluation of a Nonlinear Position Controller for a Pneumatic Actuator with Friction**. Proceedings of the American Control Conference-2004, Vol.6, pp. 5078-5083,2004.

KAZERONNI, H. **Design an Analysis of Pneumatic Force Generator for Mobile Robotic Systems**, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol.10. Issue 4, pp. 411-418, 2005.

MARÉ, J.-C., GEIDER, O., COLIN,S.,; **An Improved Dynamic Model of Pneumatic Actuators**. International Journal of Fluid Power, no 2, pp.39-47, 2000.

MENDOZA, Y. E. A. **Desenvolvimento de um Sistema Servopneumático para Regulação de Velocidade de Turbinas em Pequenas Centrais Hidroelétricas**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica(PPGEM), Centro Tecnológico, Universidade Federal De Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

OLIVEIRA, L. G. **Determinação de Pontos de Operação Para Conjuntos Válvula-Cilindro Pneumáticos**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica(PPGEM), Centro Tecnológico, Universidade Federal De Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

PERONDI, E. A. **Controle não-linear em cascata de um servoposicionador pneumático com compensação do atrito**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia

Mecânica)-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

PORSCH, M. R. M. H.; VALDIEIRO, A. C.; GONÇALVES, M. F.; RASIA, L. A.; RITTER, D.; Modelagem Matemática de uma Bancada Experimental Acionada Pneumaticamente para Simulação de Aclives de Terrenos. In: 10^o Conferência Brasileira de Dinâmica (DINCON), 2011, Águas de Lindóia. **Anais...**[S.l: s:n], agosto 2011.

PU, J.; MOORE, P. R.; HARRISON, R.; WESTON, R. H. A study of gain-scheduling method for controlling the motion of pneumatic servos. In: INTERNATIONAL FLUID POWER WORKSHOP, n. 6, 1993, University of Bath, U. K. **Proceedings ...** [S.l:s.n], 1993. p. 193-210.

RIBEIRO, K. M. M.; CRUZ, F. B. C.; Modelagem Matemática de um Sistema Pneumático de Posicionamento. In: 19^o Congresso Nacional dos Estudantes de Engenharia Mecânica (CREEM), 2012, São Carlos. **Anais...**[S.l: s.n], agosto 2012.

RIBERO, K. M. M.; EURICH, A, M.; CRUZ, F. B. C, JANZEN, F, C.; An Optimizezed mathematical model for pneumatic positioning system. In: 14^o PACAM (2014)

RICHER, E.; HURMUZLU, Y.. **A High Performance Pneumatic Force Actuator System: Part I - Nonlinear Mathematical Model**, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 122, pp. 416-425, 2000.

RITTER, C. S. **Modelagem Matemática das Características Não Lineares de Atuadores Pneumáticos**. 2010. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática)-Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Departamento de Física, Estatística e Matemática (DETEC), Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), Ijuí.

SANTOS, E. A. P. **Análise teórico experimental de um posicionador pneumático**. 1996. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

SCHEIDL, R.; GARSTENAUER, M.; MANHARTSGRUBER, B.; RIHA, G. Present state and future development in mechatronics and its effect on fluid power system. In: DEVELOPMENTS IN FLUID POWER CONTROL OF MACHINERY AND MANIPULATORS, 2000, Cracóvia, Polônia. **Proceedings ...** [S.l]: Fluid Power Net Publications, 2000. p. 155-180.

SCHOLZ, Dieter. **Auslegung servopneumatischer antriebssystemse**. Tese de doutorado. IHP-RWTH, Aachen, Alemanha, 1990.

SILVA, A. F.; MARIANO, V.; FILHO, M. H. O. P. Modelagem e simulação do comportamento dinâmico de um posicionador de máquina-ferramenta. In: Congresso

de Pesquisa e Inovação da Rede Norte Nordeste de Educação Tecnológica (CONNEPI), V, 2010, Maceió. **Anais...** [S.l : s:n], novembro 2010.

SOBCZYK, M. R. S. **Controle em Cascata e a Estrutura Variável com Adptação de Parâmetros e Compensação de Atrito de um Servoposicionador Pneumático**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica)-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC), Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre.

STREETER, V. L. **Mecanica de Fluidos**. 9. ed. McGraw-Hill, 2000.

SUZUKI, R M. **Controle baseado em linearização por realimentação dos estados aplicados a um servoposicionador pneumático**. 2010. 92 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

VALDIERO, A. C; BAVARESCO D.; ANDRIGHETTO, P. L.; Experimental identification of the dead zone in proportional directional pneumatic valves. **International Journal of Fluid Power**, v.9, p.27 - 34, 2008.

VALDIERO, A. C.; RITTER, C. S.; RASIA, L. A. Modelagem matemática e simulação computacional de um atuador pneumático considerando o efeito do atrito dinâmico. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, XXXIV, 2012, Águas de Lindóia. Anais...[S.L: s.n], 2012. p. 465 - 471.

VIEIRA, A. D. **Análise teórico experimental de servoposicionadores lineares pneumáticos**. 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis.

XIE, W.; ZHAO, Z.; Sliding-Mode Observer Based Adaptive Control for Servo Actuator with Friction, In: **Proceedings of the 2007 IEEE - International Conference on Mechatronics and Automation**. Harbin, China, ago. 2007, pp. 1196- 1201

WANG, J.; WANG, D. J. D.; MOORE, P. R.; PU, J. Modeling study, analysis, and robust servocontrol of pneumatic cylinder actuator systems. In: CONTROL THEORY AND APPLICATIONS, v. 148, n. 1, Jan. 2001, [S.l]. **Proceedings ...** [S.l]: IEE, 2001. p. 35-42.

ZORLU, A. OZSOY, C. KUZUCU, A. **Experimental Modeling of a Pneumatic Emerging Technologies and Factory Automation**, 2003. Proceedings. ETFA '03. IEEE Conference.