

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
COORDENAÇÃO DE MECÂNICA  
ENGENHARIA MECÂNICA**

**WAGNER BARTH LENZ**

**INFLUÊNCIA DA BARRA ESTABILIZADORA NA DINÂMICA  
VEICULAR**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**PONTA GROSSA**

**2014**

**WAGNER BARTH LENZ**

**INFLUÊNCIA DA BARRA ESTABILIZADORA NA DINÂMICA  
VEICULAR**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título Bacharel em Engenharia Mecânica, da Coordenação de Mecânica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tuset

**PONTA GROSSA**

**2014**



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Ponta Grossa  
Departamento de Mecânica  
Engenharia Mecânica



---

## TERMO DE APROVAÇÃO

INFLUÊNCIA DA BARRA ESTABILIZADORA NA DINÂMICA VEICULAR

por

WAGNER BARTH LENZ

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em dezessete de março de 2014 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

---

Dr. Ângelo Marcelo Tusset  
Prof.(a) Orientador(a)

---

Mr. José Roberto Okida  
Membro titular

---

Mr. Frederic Conrad Janzen  
Membro titular

## AGRADECIMENTOS

A Deus, o que seria de mim sem a fé que eu tenho nele.

Agradeço ao corpo docente da UTFPR-PG, pelo auxílio e ensino nesses anos de estudo.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tusset, por aceitar mais esse desafio e pela imensa paciência e sabedoria com que me guiou nesta trajetória.

Aos meus colegas de sala, pelas horas de distração.

Aos meus pais, irmãos e a toda minha família que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

A Secretaria do Curso, pela cooperação.

"A vida é um sopro." - Oscar Niemeyer

## RESUMO

BARTH LENZ, Wagner. **INFLUÊNCIA DA BARRA ESTABILIZADORA NA DINÂMICA VEICULAR**. 2014. 65. Trabalho de Conclusão de Curso Bacharelado em Engenharia Mecânica - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2014.

O estudo da dinâmica veicular analisa o conforto e a segurança dos passageiros. Esses fatores são influenciados pelos modelos de carros, amortecedores e molas e seus parâmetros utilizados. Os modelos veiculares não utilizam a barra estabilizadora, ignorando a influência desse elemento. Essa falta de análise desse elemento somada com as não linearidades dos modelos veiculares leva a adição de controladores desnecessários. Através do modelo de carro completo propõe-se uma análise da influência da adição da barra estabilizadora na dinâmica veicular e a influência da rigidez torcional da barra. Analisando a dinâmica veicular da carroceria, das rodas e o conforto dos passageiros. Os resultados mostram que há uma redução dos deslocamentos das rodas para excitação impulso e degrau. Também há uma redução do ângulo de torção do veículo, assim aumentando a segurança.

**Palavras-chave:** Dinâmica veicular. Barra estabilizadora. Modelo carro completo. Rigidez torcional. Segurança

## ABSTRACT

BARTH LENZ, Wagner. **INFLUENCE OF STABILIZING BAR IN VEHICLE DYNAMICS**. 2014. 65. Trabalho de Conclusão de Curso Bacharelado em Engenharia Mecânica - Federal Technology University - Parana. Ponta Grossa, 2014.

The study analyzes the dynamic vehicle comfort and safety of passengers. These factors are influenced by models of cars, shock absorbers and springs and their parameters used. The vehicle models do not use the stabilizer bar, ignoring the influence of this element. This lack of analysis of this element coupled with the nonlinearities of the vehicle models leads to adding unnecessary drivers. Through the complete car model is proposed to analyze the influence of the addition of the stabilizer bar on vehicle dynamics and the influence of the torsional stiffness of the bar. Analyzing the dynamics of vehicle bodywork, wheels and passenger comfort. The results show that there is a reduction of dislocations of the wheels to boost and step excitation. There is also a reduction of the twist angle of the vehicle, thereby increasing safety.

**Keywords:** Vehicle dynamics. Anti Roll Bar. Full car. Torsional stiffness. Safety

## LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Comparação entre controles laterais (a) e verticais (b).....	17
Figura 2 - Exemplo de suspensão.....	18
Figura 3 - Exemplo da assimetria no amortecedor.....	20
Figura 4 - Configuração de cavidades dos amortecedores.....	21
Figura 5 - Camadas de um pneu.....	22
Figura 6 - Localização da barra estabilizadora.....	23
Figura 7- Modelo de carro completo.....	26
Figura 8 - Modelo de carro completo com barra estabilizadora.....	27
Figura 9 - Frequências naturais do corpo humano.....	28
Figura 10 - Diagrama do corpo livre não suspenso.....	29
Figura 11 - Diagrama de corpo livre da massa suspensa.....	31
Figura 12 - Diagrama dos corpos livre não suspenso com barra estabilizadora.....	32
Figura 13 - Diagrama de corpo livre da massa suspensa com barra estabilizadora.....	33
Figura 14 – Comportamento do veículo com aumento da velocidade.....	38
Figura 15 - Comportamento das rodas com aumento da velocidade.....	39
Figura 16 - Detalhe do mecanismo da barra estabilizadora.....	40
Figura 17 - Sobreposição de excitações.....	41
Figura 18 - Deslocamentos máximos para 20 km/h.....	42
Figura 19 - Deslocamentos máximos para as rodas a 20 km/h.....	43
Figura 20 - Deslocamentos máximos para 70 km/h.....	44
Figura 21 - Deslocamentos máximos das rodas para 70 km/h.....	45
Figura 22 - Deslocamentos máximos para 120 km/h.....	46
Figura 23 - Deslocamentos máximos para rodas 120 km/h.....	47
Figura 24 - Comportamento do carro para onda quadrada $\alpha= 0$ e $\beta= 180$ e $f=9,67\text{HZ}$ .....	48
Figura 25 - Curvas de níveis dos deslocamentos máximos.....	49
Figura 26 - Curvas de níveis dos deslocamentos máximos angulares.....	50

Figura 27 - Influência do angulo beta na dinâmica veicular para $\alpha=0$ .....	51
Figura 28 - Comportamento das rodas para $\sigma = 0$ .....	52
Figura 29 - Comportamento das rodas para $\sigma = 100\%$ .....	53
Figura 30 - Comportamento das rodas para $\sigma = 150\%$ .....	54
Figura 31 - Comportamento das rodas para $\sigma = 200\%$ .....	55
Figura 32 - Influência do angulo beta na dinâmica das rodas para alfa 0 .....	56
Figura 33 - Avaliação do conforto.....	57

## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição	Unidade
$F_{elyn}$	Nomenclatura de força, onde o “el” representa o elemento amortecedor ou mola : ”am” para amortecedor e “mo” para mola, “y” representa a posição atrás ou a frente , onde “r” representa atrás e “f” para a frente. E “n” para a posição onde “r” para direita e “l” para esquerda.	$N$
$d_{ryn}$	Nomenclatura de deslocamento relativo inferior, “y” representa a posição atrás ou a frente , onde “r” representa atrás e “f” para frente, e “n” para a posição onde “r” para direita e “l” para esquerda.	$m$
$D_{ryn}$	Nomenclatura de deslocamento relativo superior, “y” representa a posição, onde “r” representa atrás e “f” para frente. e “n” para a posição onde “r” para direita e “l” para esquerda.	$m$
$X_{yn}$	Nomenclatura de deslocamento das massas não suspensas, “y” representa a posição, onde “r” representa atrás e “f” para frente e “n” para a posição onde “r” para direita e “l” para esquerda.	$m$
$x_r$	Deslocamento relativo	$m$
$\dot{x}_r$	Velocidade relativa	$m$
$k_l$	Constante elástica da mola linear	$N/m$
$k_{nl}$	Constante elástica da mola não linear	$N/m^3$
$c_1$	Constante de amortecimento no ciclo de extensão	$N.s/m$
$c_2$	Constante de amortecimento no ciclo de compressão	$N.s/m$
$c_s^l$	Constante de amortecimento linear	$N.s/m$
$c_s^y$	Constante de amortecimento assimétrico	$N.s/m$

$c_s^{nl}$	Constante de amortecimento não linear	$N \cdot (s/m)^{\frac{3}{2}}$
$F_{am}$	Força do amortecedor	$N \cdot s/m$
$F_{mo}$	Força da mola	$N$
$X_R$	Deslocamento da Estrada	$m$
$X_{CG}$	Deslocamento do centro de gravidade do veículo	$m$
$\theta$	Ângulo de <i>Pitch</i>	$rad$
$\varphi$	Ângulo de <i>Roll</i>	$rad$
$\dot{X}_{CG}$	Velocidade do centro de gravidade do veículo	$rad/s$
$\dot{\theta}$	Velocidade de <i>Pitch</i>	$rad/s$
$\dot{\varphi}$	Velocidade de <i>Roll</i>	$rad/s$
$s$	Largura do carro	$m$
$a$	Comprimento da frente do CG do carro	$m$
$b$	Comprimento de trás do CG do carro	$m$
$amp$	Amplitude de excitação	$m$
$f$	Frequência de excitação	$Hz$
$k_t$	Constante torcional da barra estabilizadora	$N \cdot m/rad$
$\gamma$	Ângulo de defasagem	$^{\circ}$
$\alpha$	Ângulo de defasagem 1	$^{\circ}$
$\beta$	Ângulo de defasagem 2	$^{\circ}$
$x_r^*$	Deslocamento da massa da direita	$m$
$x_l^*$	Deslocamento da massa da esquerda	$m$

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
1.1 PROBLEMA .....	14
1.2 OBJETIVO GERAL .....	14
1.2.1 Objetivos Específicos.....	14
1.3 JUSTIFICATIVA.....	15
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>16</b>
2.1 COMPONENTES DA SUSPENSÃO .....	17
2.1.1 Mola .....	18
2.1.2 Amortecedor .....	19
2.1.3 Pneu .....	22
2.1.4 Barra estabilizadora .....	23
2.2 ESTRADA .....	24
2.3 MODELOS DE CARRO COMPLETO .....	25
2.4 ANÁLISES DE CONFORTO .....	27
<b>3 MODELO MATEMÁTICO PARA O CARRO COMPLETO COM BARRA ESTABILIZADORA.....</b>	<b>29</b>
3.1 MODELO DE CARRO COMPLETO GENÉRICO COM BARRA ESTABILIZADORA.....	32
3.2 UNIFICANDO OS MODELOS E PARÂMETROS DE CONTROLE .....	34
3.3 DETERMINANDO PARÂMETROS DE ENTRADA IMPULSIVA .....	35
3.4 DETERMINANDO PARÂMETROS DE ENTRADA ONDA QUADRADA E IMPULSO .....	35
<b>4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS .....</b>	<b>38</b>
4.1 VARIAÇÕES DO COMPORTAMENTO COM O AUMENTO DA VELOCIDADE PARA ENTRADA IMPULSO E $\beta = 0s$ .....	38
4.2 MECANISMOS DE FUNCIONAMENTO DA BARRA ESTABILIZADORA .....	40
4.3 MÁXIMOS DESLOCAMENTOS PARA ENTRADA IMPULSO 20 km/h .....	41
4.4 MÁXIMOS DESLOCAMENTOS PARA ENTRADA IMPULSO PARA 70 km/h .....	44

4.5 MÁXIMOS DESLOCAMENTOS PARA ENTRADA IMPULSO PARA 120 km/h .....	45
4.6 COMPORTAMENTOS PARA ONDA QUADRADA.....	47
4.7 INFLUÊNCIAS DOS PARAMETROS PARA F=9,69HZ.....	48
4.8 AVALIAÇÕES DO CONFORTO PELO PARAMETRO RMS PARA F=9,69HZ PARA UM TEMPO DE 300S.....	56
<b>5 CONCLUSÃO .....</b>	<b>58</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A influência do automóvel na história da humanidade pode ser contextualizada desde 1885, quando o primeiro automóvel de combustão interna foi produzido pelo engenheiro Karl Benz pela empresa Benz & Co. Entretanto somente com o início da fabricação do Modelo T pela Ford em 1908 que o carro se popularizou.

A sua importância no desenvolvimento econômico e financeiro se transformou em um dos ícones da indústria mundial, revolucionando o sistema de produção e acelerando a urbanização, sendo destacado como a máquina que revolucionou o mundo.

A modernização do carro deu origem à veículos mais velozes, diminuindo o tempo de deslocamento entre as cidades. Entretanto, a qualidade das pavimentações e as manobras necessárias para manter o carro na direção correta faz com que os ocupantes sofram grandes impactos e desconforto.

Os primeiros carros possuíam apenas molas na suspensão. Esse elemento tinha a função de manter o contato da roda com o solo. Ao passar por uma irregularidade a mola forçava o pneu a manter o contato com o solo, mas devido a falta do amortecedor grande parte da vibração era transmitida para a carroceria.

A adição de amortecedores pela empresa Monroe, em 1926 de forma comercial. Proporcionou o amortecimento do sistema mecânico, reduzindo o efeito da ressonância. Tornando a suspensão eficiente em terrenos com irregularidades.

Entretanto a suspensão com molas e amortecedores em curvas era insuficiente. O carro não tinha estabilidade lateral em curvas. Ao fazer uma curva, a inércia do carro faz com que as rodas internas à curva tendam a perder o contato, fazendo com que o chassi do carro gire, sendo que esse movimento não for controlado o carro pode capotar.

Para limitar o rolamento do carro em alguns automóveis foi instalada uma barra estabilizadora, que limita o ângulo de torção e o deslocamento da roda. Estabilizando o movimento do carro, mas não eliminando os problemas de vibração e torção no carro.

E de acordo com Tusset, (2008), a vibração transmitida para os ocupantes pode gerar desconforto, e a exposição a longos períodos de vibração pode ser prejudicial a saúde.

Assim, no cenário automobilístico atual é cada vez mais comum o uso de controladores ativos, semi-ativos e passivos nas suspensões veiculares, buscando aumentar o conforto e estabilidade dos veículos. Os controladores aumentam a capacidade de dirigibilidade e conforto dos passageiros, adequando o carro aos diversos tipos de pavimentos, terreno, velocidade e carga.

Os modelos matemáticos que representam os sistemas veiculares encontrados na literatura geralmente são baseados em modelos que não levam em conta a barra estabilizadora, não relacionando assim a barra estabilizadora com a dinâmica vertical, sendo os principais estudos sobre a barra estabilizadora relacionados a fadiga e a dinâmica de curvas.

## 1.1 PROBLEMA

Qual a influência da barra estabilizadora na dinâmica vertical de sistemas veiculares?

## 1.2 OBJETIVO GERAL

Analisar a influência da barra estabilizadora na dinâmica vertical de um sistema veicular.

### 1.2.1 Objetivos Específicos

- Determinar o modelo matemático de um carro completo com e sem barra estabilizadora;
- Avaliar através de simulações numéricas e computacionais a influência da barra estabilizadora no conforto e na estabilidade do veículo sem controle ativo, considerando a variação do deslocamento do centro de gravidade, *Roll*.

- Determinar parâmetros e suas influencia no movimento do carro completo com barra estabilizadora

### 1.3 JUSTIFICATIVA

A necessidade da estabilidade e dirigibilidade são fatores importantes para uma condução segura. Além desses motivos, questões relacionadas ao conforto dos passageiros também são fatores que justificam trabalhos relacionado a dinâmica veicular.

A maioria dos modelos matemáticos de veículos apresentados na literatura não considera a barra estabilizadora como um elemento da dinâmica vertical, desconsiderando assim um elemento importante na dinâmica do veículo.

Não considerando a barra estabilizadora nos modelos matemáticos muitas vezes os resultados das simulações indicam a necessidade da introdução de algum tipo de controle ativo ou semiativo, para garantir o conforto dos passageiros e um nível de estabilidade no veículo, com um custo muitas vezes significativo.

A introdução da barra estabilizadora nos modelos matemáticos possibilitará analisar a necessidade da introdução de dispositivos ativos ou semiativos, para garantir um nível aceitável de conforto e dirigibilidade.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A utilização de controles de estabilidade em automóveis atualmente é uma forma de melhorar seu desempenho e conforto, possibilitando analisar vários parâmetros do carro para a tomada de decisão. A introdução dos controles possibilitou que o desempenho do carro fosse otimizado.

A implementação de um controle deve ser justificável, por razões financeiras, de segurança ou técnicas. Para um bom funcionamento de um controle exige-se uma análise do sistema a ser controlado e a forma de ser controlado. Nesse caso o modelo veicular e o atuador mais adequado.

Tusset (2008) destaca que a utilização de amortecedores ativos na suspensão veicular, priorizando o conforto sem comprometer a segurança.

Outra forma de melhorar o desempenho da suspensão é através de controle de estrutura variável, adotada quando a perturbação do sistema muda a forma de controle. (STUTZ, 2005)

Também pode ser considerada a aplicação de controle de estabilidade lateral que é associada a veículos com centro de gravidade alto, sendo o controle utilizado para manter a segurança do veículo, pois a perda de contato de uma das rodas é a principal causa de acidentes. (BOADA et al,2007)

A diferença dos modelos veiculares laterais e verticais pode ser visto na Figura 1. A excitação da estrada sobre os modelos tem a mesma função de representar as irregularidades da estrada, entretanto em cada modelo é analisado um efeito diferente sobre a carroceria. Tanto para os controles laterais "A" como para os controles verticais "B".

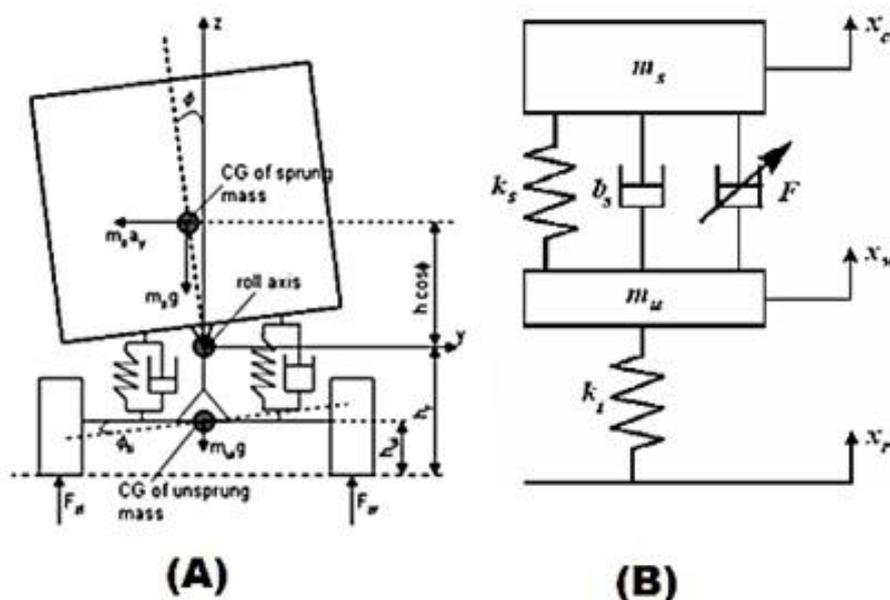
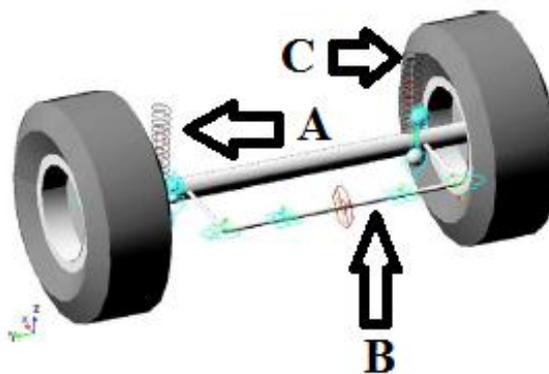


Figura 1 - Comparação entre controles laterais (a) e verticais (b)  
 Fonte: Adaptado de BOADA(2007), TUSSET(2008)

## 2.1 COMPONENTES DA SUSPENSÃO

A suspensão automobilística tem a função de manter a estabilidade, manter o contato da roda com o solo e proporcionar conforto aos usuários. Através de um arranjo dos componentes da suspensão é possível balancear todas essas funções.

Entretanto, em alguns veículos uma função é priorizada, como em carros de alto desempenho a suspensão não é projetada para o conforto, e sim, para a estabilidade. Por ser uma das melhores formas de aumentar o conforto do veículo, controles são utilizados para adequar uma suspensão macia para uma suspensão mais rígida. Uma representação dos elementos de suspensão pode ser visto na Figura 2.



**Figura 2 - Exemplo de suspensão**

**Fonte: CRONJÉ (2009)**

A Figura 2 mostra um exemplo de suspensão, onde os principais elementos são: a mola “A”, na parte interna de “A” o amortecedor, a barra estabilizadora em “B” e o pneu em “C”. Cada elemento influencia nas características da suspensão deixando ela mais rígida ou macia.

### 2.1.1 Mola

É um elemento mecânico utilizado em suspensões veiculares, que armazena energia. Ao armazenar essa energia, a mola exerce uma força contra o movimento. (RAO, 2008)

A mola mais utilizada em veículos de passeio em geral é do tipo helicoidal, pelo fato de ser compacta e ter alongamento operacional alto. O uso da mola em suspensão tem a função de manter o contato do pneu com o solo

O dimensionamento de molas helicoidais padrão leva em conta parâmetros de fabricação, com o tipo de carregamento, tipo de acabamento superficial e aplicação. Tendo muitas vezes a necessidade de fazer cálculos interativos para atender as questões operacionais e de projeto. (COLLINS,2006)

Várias formas de construção e operação de molas helicoidais geram vários padrões de comportamento. O modelo ideal de uma mola pode ser representado por uma função linear que respeita a lei de Hooke de acordo com a equação 1.

$$F_{mo} = k_l x_r \quad (1)$$

A equação 1 demonstra que a força da mola é proporcional ao deslocamento relativo, onde  $k_l$  é a rigidez da mola e  $x_r$  é o deslocamento relativo entre as extremidades da mola. Essa representação é significativa para a maioria das molas de engenharia.

Uma característica importante dos sistemas massa mola é sua frequência natural. A frequência natural é a forma com que o sistema massa mola responde a uma excitação. E pode ser definido pela equação 2.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

Tusset, 2008 defende a ideia de que a mola de um carro possui um componente linear e um não linear (cúbico).

Essa característica é desejável em suspensões automotivas. A força aumenta consideravelmente com o deslocamento relativo, com isso evita que a suspensão chegue ao fim do curso, de acordo com a equação 3.

$$F_{mo} = k_l x_r + k_{nl} x_r^3 \quad (3)$$

Onde  $k_l$  representa rigidez linear da mola e  $k_{nl}$  é a rigidez não linear da mola. Esse tipo de comportamento é alcançado de forma física variando o passo e a geometria das molas helicoidais.

### 2.1.2 Amortecedor

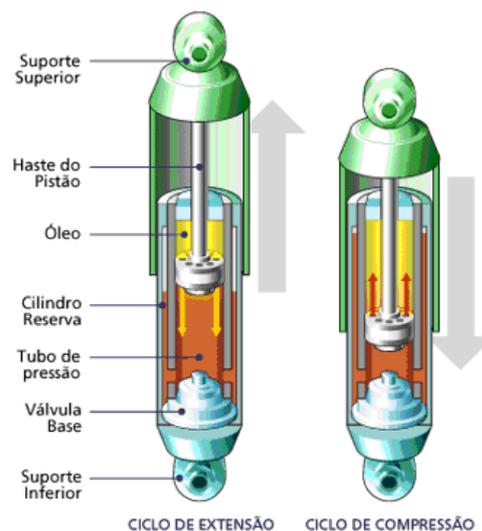
A utilização do amortecedor trouxe a estabilidade aos sistemas de suspensão, ao reduzir a energia acumulada no sistema. Evitando aumento do deslocamento na ressonância.

O amortecedor tem a função de dissipar energia do movimento. Podendo ter princípio hidráulico, pneumático ou atrito seco. Os amortecedores mais utilizados em

suspensões automotivas são os hidráulicos e pneumáticos. [TUSSET,2008]. A força do amortecedor ideal é descrito como:

$$F_{am} = c\dot{x}_r \quad (4)$$

Esse modelo representa a força do amortecedor como homogênea, em ambas as direções. Entretanto, o amortecedor possui uma assimetria, devido a haste do êmbolo. A haste do êmbolo faz a intensidade com que a força seja maior em um sentido, como pode ser visto na Figura 3.



**Figura 3 - Exemplo da assimetria no amortecedor**

**Fonte: Amortecnew(2013)**

A Figura 3 mostra que para velocidade positiva o amortecimento é maior que para a negativa. Para amortecedor liso sem ranhuras a equação 4 pode ser ajustada pelo sistema.

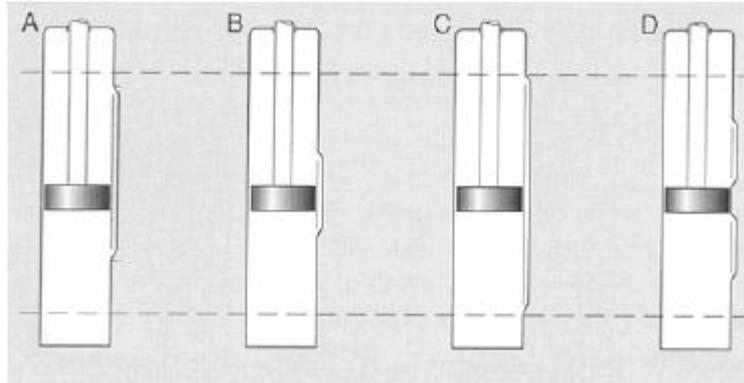
$$\begin{cases} c = c_1, se \dot{x}_r \geq 0 \\ c = c_2, se \dot{x}_r \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

Esse parâmetro de correção na equação 5 corrige a assimetria associada ao êmbolo no amortecedor em função da velocidade.

Entretanto esse modelo ainda não esboça todas as características do amortecedor. Outro modelo é esboçado por Freitas Junior (2006), que representa a

não linearidade associada a canais de alívio e a não linearidade apresentada pela haste.

Um exemplo de amortecedores não lineares pode ser visto na Figura 4.



**Figura 4 - Configuração de cavidades dos amortecedores**

**Fonte: Freitas Junior (2006)**

Na Figura 4 é possível observar alguns arranjos de canais internos nos amortecedores. Na configuração “A” e “C” o amortecedor possui um alívio para a passagem do fluido e assim uma força menor.

Na configuração “B” o amortecedor possui um canal curto, o que faz com que para pequenos deslocamentos a força é menor.

Na configuração “D” o amortecedor possui dois canais de alívio, assim na posição de equilíbrio o amortecedor exerce uma força maior do que as regiões de operação. Ao passar para fora dessa região de operação o amortecedor volta a ter um comportamento mais rígido (FREITAS JUNIOR,2006).

A não linearidade dos amortecedores possuem vantagens dependendo das características de utilização do veículo e onde é projetado para operar. Um exemplo de modelo não linear é:

$$F_{am} = c_s^l \dot{x}_r - c_s^y |\dot{x}_r| + c_s^{nl} \sqrt{|\dot{x}_r|} \text{sgn}(\dot{x}_r) \quad (6)$$

Na Equação 6 a componente  $c_s^l$  representa a força do amortecedor, o  $c_s^y$  representa a componente de assimetria do amortecedor e  $c_s^{nl}$  representa a não linearidade do amortecedor.

### 2.1.3 Pneu

Composto de várias camadas de borrachas especiais e cintas metálicas, o pneu é um dos principais componentes do carro. Ele tem a função de transmitir a potência do motor para solo e fazer a mudança de direção.



**Figura 5 - Camadas de um pneu**

**Fonte: Andreceberus(2013)**

Na Figura 5, é possível observar a estrutura básica de um pneu. A banda de rodagem responsável pelo contato com o solo. A carcaça responsável por manter a rigidez da estrutura. O flanco sendo a altura do pneu, responsável por transmitir os esforços da suspensão para a banda de rodagem

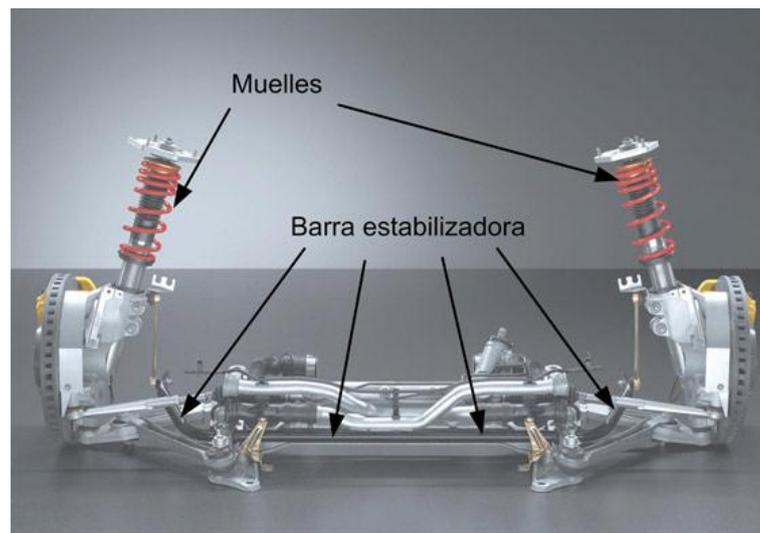
Outros parâmetros que influenciam a modelagem do pneu é a geometria da suspensão e modelo de fabricação, desgaste. A principal característica do pneu é o seu comportamento elástico, semelhante a uma mola. Modelado como uma mola ideal, a força do pneu pode ser descrita de acordo com a equação 7(JAZAR, 2008).

$$F_{pyn} = k_{pn}(x_{yn} - X_r) \quad (7)$$

#### 2.1.4 Barra estabilizadora

A primeira vez que a barra estabilizadora foi utilizada comercialmente foi em 1930. Sua função é limitar o movimento de *Roll* de um carro, pois ao se deslocar em uma curva o carro, tende a perder o contato das rodas internas, sobrecarregando as rodas externas a curva. Com a barra estabilizadora a força que é transferida para as rodas externas sofre a resistência de torcer a barra. A barra reage na outra roda, assim transmitindo uma parcela da força para a outra roda.

Na Figura 6 é possível observar a localização da barra estabilizadora na suspensão.



**Figura 6 - Localização da barra estabilizadora**

**Fonte: Naikontuning(2013)**

A Figura 6 mostra o conjunto da suspensão com a utilização da barra estabilizadora. O modelo de barra estabilizadora simplificado pode ser descrito como.

$$M = -k_t(\varphi) \quad (8)$$

A equação 8 representa o momento que a barra produz sobre a carroceria, levando em conta apenas a torção. Entretanto, a barra estabilizadora trabalha com o movimento das rodas pela equação 9 (JAZAR, 2008).

$$M = -k_t(\varphi - \frac{x_l^* - x_r^*}{s}) \quad (9)$$

A equação 9 relaciona o ângulo da carroceria e os deslocamentos relativos das massas não suspensas. Assim, quando o carro passa por uma irregularidade em somente uma roda, ocorre influência na barra estabilizadora e conseqüentemente na estrutura da carroceria.

## 2.2 ESTRADA

O tipo de estrada determina o tipo de excitação. Ao aumentar a velocidade, a frequência de excitação da estrada aumenta. Existem várias formas de modelar matematicamente a estrada. Sendo que as formas mais agressivas de excitações para o carro são a impulso e a onda quadrada.

A excitação do tipo impulso representa uma passagem repentina por uma irregularidade. Sua representação matemática pode ser expressa pelo sistema de equações (10).

$$x_r = \begin{cases} t < t_0, x_r = 0 \\ t = t_0, x_r = amp \\ t > t_0, x_r = 0 \end{cases} \quad (10)$$

É estipulado um tempo  $t_0$ , após esse tempo a altura da estrada assume o valor  $a_1$  repentinamente e depois volta a zero. Ao utilizar esse modelo de excitação é possível verificar o comportamento do carro a uma excitação brusca.

A função onda quadrada é uma representação das irregularidades da estrada que também representa uma forma brusca, essa função representa uma

continua excitação da estrada sobre o carro. Nesse caso essa excitação é representada pela função sinal da função seno. Assim alternando entre o positivo e o negativo da função.

$$x_r = amp.sign(\sin(2\pi ft + \gamma)) \quad (11)$$

A representação dessa excitação é descrita pela equação 11, onde o parâmetro *amp* representa amplitude. Da mesma forma que  $\gamma$  significa o ângulo de defasagem e *f* a frequência.

### 2.3 MODELOS DE CARRO COMPLETO

De acordo com Smoker (2009) a utilização de modelos de carro completo é a forma mais indicada para a análise da dinâmica veicular quando analisados parâmetros geométricos.

O modelo de suspensão carro completo possui sete graus de liberdade. Onde cada roda é modelada como uma massa pontual, a carroceria como um corpo extenso.

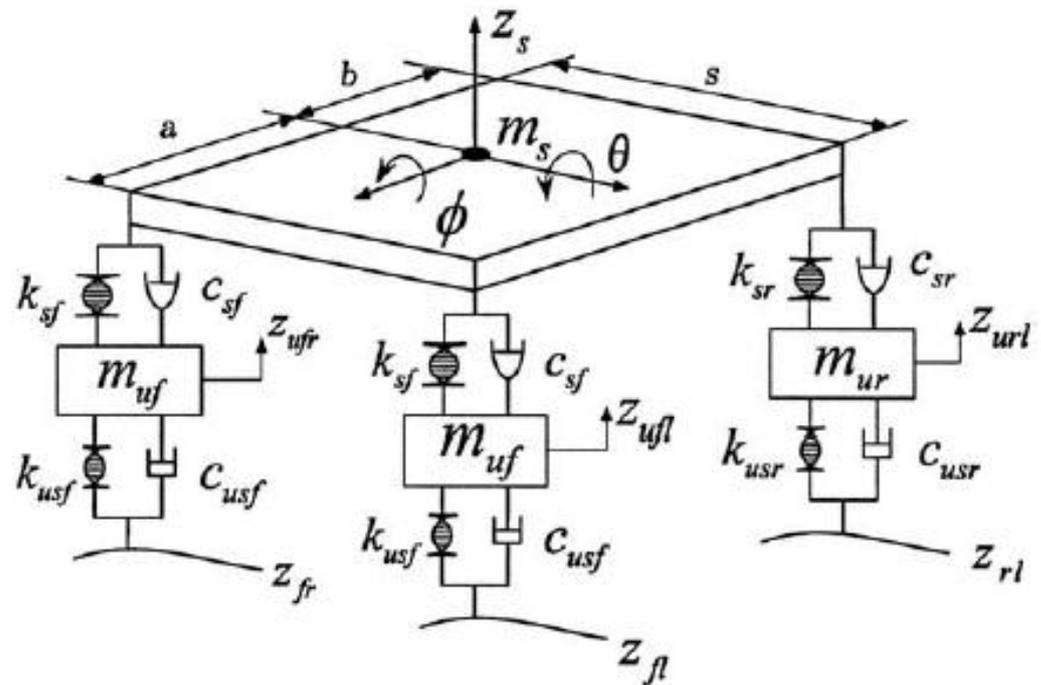


Figura 7- Modelo de carro completo

Fonte: Ishitobi (2006)

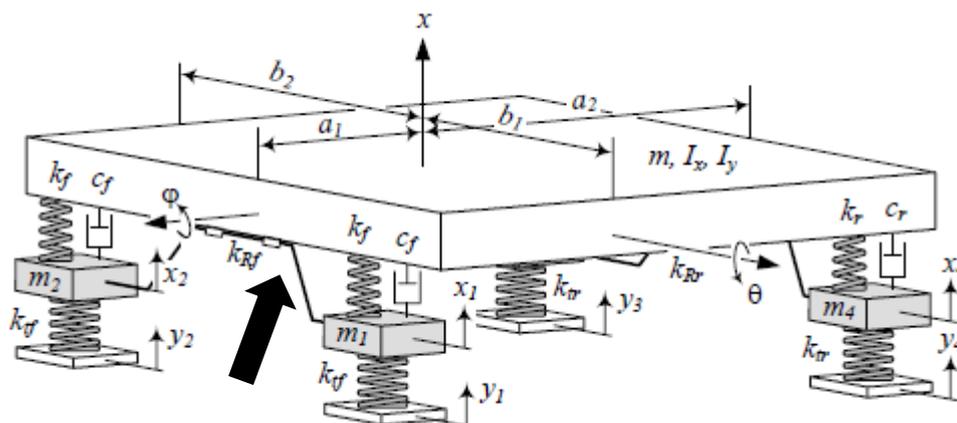
Onde  $C_u$  é o coeficiente de amortecimento do pneu,  $k_u$  é a rigidez do pneu,  $C_s$  coeficiente de amortecimento da suspensão,  $k_s$  é a rigidez da suspensão,  $m_s$  é a massa da carroceria,  $m_u$  é a massa do pneu. A Figura 7 mostra um modelo de carro completo com sete graus de liberdade e o modelo do pneu com uma componente de amortecimento. Como cada roda é representada separadamente, é possível simular com maior precisão a excitação em cada roda.

De acordo com a segunda lei de Newton é possível obter os deslocamentos da carroceria de acordo com as equações.

$$\begin{cases} \sum F = m_v \ddot{x} \\ \sum M = I_\theta \ddot{\theta} \\ \sum M = I_\phi \ddot{\phi} \end{cases} \quad (12)$$

Com a utilização do sistema 12 é possível determinar os deslocamentos da carroceria e a variação angular.

A adição da barra estabilizadora em um modelo de carro completo pode ser vista na Figura 8.



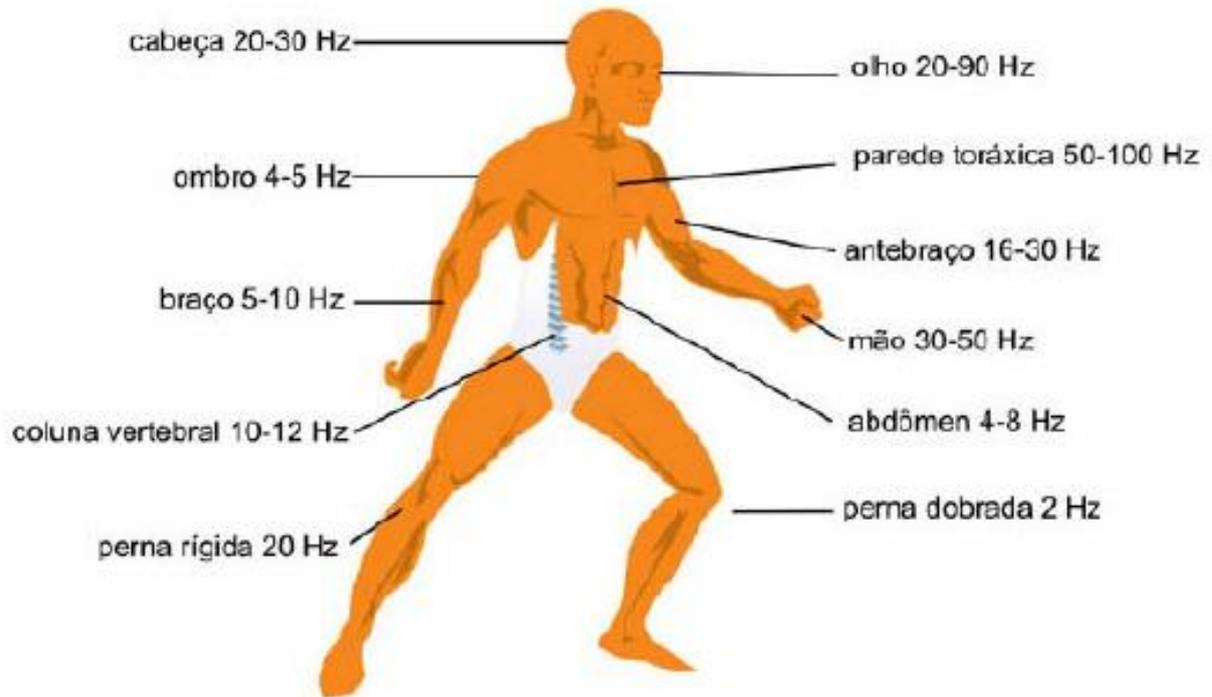
**Figura 8 - Modelo de carro completo com barra estabilizadora.**

Fonte: JAZAR, (2008)

Na Figura 8 o modelo veicular apresenta a barra estabilizadora. Comparando a Figura 8 e a Figura 7 é possível verificar que a adição da barra estabilizadora é um elo entre as massas da direita e a massa da esquerda através da carroceria. Essa diferença está relacionada com o diagrama de corpo livre dos elementos envolvidos.

## 2.4 ANÁLISES DE CONFORTO

A análise de conforto humano veicular está diretamente relacionado a exposição aos vários níveis de vibração. A vibração veicular é proveniente das irregularidades da estrada e transportada até os ocupantes. Nos ocupantes a vibração causa um desconforto e leva a fadiga e posteriormente a lesão. O corpo humano possui diversas frequências naturais de excitação, como pode ser observado na figura 10 (ISO 2631-1,1997).



**Figura 9 - Frequências naturais do corpo humano**

**Fonte: Norma ISO 2631-1,1997**

As vibrações transmitidas ao corpo humano são classificadas em corpo inteiro e por extremidades. As vibrações de corpo inteiro são vibrações da superfície de suporte como a excitação em veículos. E as vibrações por extremidade são vibrações induzidas nas extremidades como a operação de uma ferramenta.

Uma das formas de analisar a vibração é pelo nível rms. Esse nível mede as acelerações sofridas pelo corpo em um determinado tempo, podendo ser quantificado pela Equação 13

$$rms = \sqrt{\frac{1}{N} \sum \ddot{x}^2} \quad (13)$$

Onde N representa a quantidade de termos de  $\ddot{x}^2$ .

### 3 MODELO MATEMÁTICO PARA O CARRO COMPLETO COM BARRA ESTABILIZADORA

Para determinar o modelo matemático do carro completo genérico é necessário explicitar a Equação 12.

Para isso através do diagrama de corpo livre dos corpos não suspensos da Figura 7 obtém-se a Figura 10.

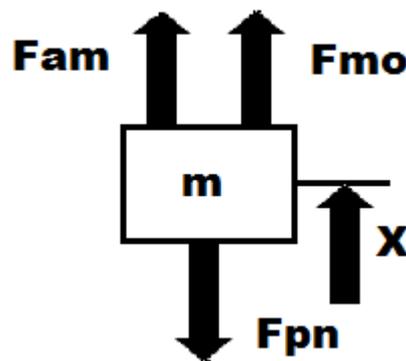


Figura 10 - Diagrama do corpo livre não suspenso

Fonte: Autoria Própria

Com a Figura 10 é possível escrever o deslocamento de cada roda de acordo com o sistema 14:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{fr} = \frac{+F_{amfr} + F_{mofr} - F_{pnfr}}{m_s} \\ \ddot{x}_{fl} = \frac{+F_{amfl} + F_{mofl} - F_{pnfl}}{m_s} \\ \ddot{x}_{rr} = \frac{+F_{amrr} + F_{morrr} - F_{pnrr}}{m_s} \\ \ddot{x}_{rl} = \frac{+F_{amrl} + F_{morl} - F_{pnrl}}{m_s} \end{cases} \quad (14)$$

Para determinar o perfil da estrada serão consideradas duas possibilidades, a função onda quadrada e a função impulso:

Definindo o perfil de estrada como uma excitação onda quadrada de acordo com o sistema 15:

$$\begin{cases} X_{Rfl} = amp \, sign(\sin(2\pi ft)) \\ X_{Rfr} = amp \, sign(\sin(2\pi ft + \alpha)) \\ X_{Rrl} = amp \, sign(\sin(2\pi ft + \beta)) \\ X_{Rrr} = amp \, sign(\sin(2\pi ft + \alpha + \beta)) \end{cases} \quad (15)$$

Definindo o perfil de estrada como uma excitação impulso.

$$\begin{cases} X_{Rfl} = \begin{cases} t < t_0, x_r = 0 \\ t = t_0, x_r = amp \\ t > t_0, x_r = 0 \end{cases} \\ X_{Rfr} = \begin{cases} t < t_0 + \beta, x_r = 0 \\ t = t_0 + \beta, x_r = amp \\ t > t_0 + \beta, x_r = 0 \end{cases} \\ X_{Rrl} = \begin{cases} t < t_0 + \alpha, x_r = 0 \\ t = t_0 + \alpha, x_r = amp \\ t > t_0 + \alpha, x_r = 0 \end{cases} \\ X_{Rrr} = \begin{cases} t < t_0 + \alpha + \beta, x_r = 0 \\ t = t_0 + \alpha + \beta, x_r = amp \\ t > t_0 + \alpha + \beta, x_r = 0 \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

Com isso os deslocamentos relativos podem ser determinados pelo sistema

17:

$$\begin{cases} d_{rfl} = X_{fl} - X_{Rfl} \\ d_{rfr} = X_{fr} - X_{Rfr} \\ d_{rrl} = X_{rl} - X_{Rrl} \\ d_{rrr} = X_{rr} - X_{Rrr} \end{cases} \quad (17)$$

Desconsiderando a carga estática o  $X_R$  da equação 17 fica igual o deslocamento do perfil da estrada em cada roda. Fazendo o diagrama de corpo livre da massa suspensa da Figura 7 obtemos a Figura 11.

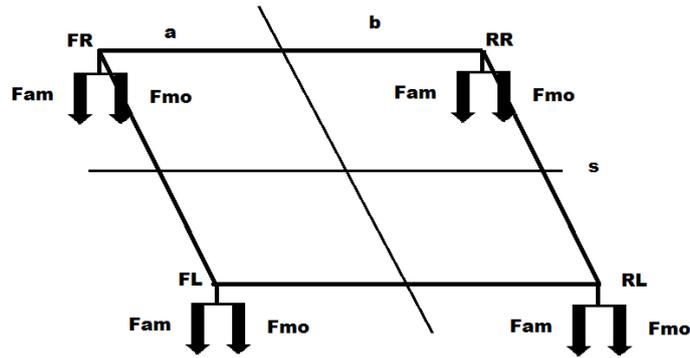


Figura 11 - Diagrama de corpo livre da massa suspensa

Fonte: Autoria Própria

Utilizando a Figura 11 é possível escrever o sistema 12 em relação as forças, passando a ser escrito como:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \left( \frac{-F_{amrr} - F_{amrl} - F_{amfr} - F_{amfl} - F_{morr} - F_{morl} - F_{mofr} - F_{mofl}}{m_v} \right) \\ \ddot{\phi} = \cos\varphi \left( \frac{s}{2l\varphi} \right) (+F_{amrr} + F_{amrl} - F_{amfr} - F_{amfl} + F_{morr} + F_{morl} - F_{mofr} - F_{mofl}) \\ \ddot{\theta} = \left( \frac{\cos\theta}{l_\theta} \right) (a(F_{amfr} + F_{amfl} + F_{mofr} + F_{mofl}) - b(F_{morr} + F_{morl} + F_{amrr} + F_{amrl})) \end{cases} \quad (18)$$

Os deslocamentos relativos superiores podem ser determinados pelo sistema 19.

$$\begin{cases} D_{rfl} = \frac{s}{2} \operatorname{sen}\varphi - a \operatorname{sen}\theta + X_{cg} - X_{fl} \\ D_{rfr} = -\frac{s}{2} \operatorname{sen}\varphi - a \operatorname{sen}\theta + X_{cg} - X_{fr} \\ D_{rrl} = \frac{s}{2} \operatorname{sen}\varphi + b \operatorname{sen}\theta + X_{cg} - X_{rl} \\ D_{rrr} = -\frac{s}{2} \operatorname{sen}\varphi + b \operatorname{sen}\theta + X_{cg} - X_{rr} \end{cases} \quad (19)$$

As velocidades podem ser determinadas pelas derivadas dos deslocamentos do sistema 20.

$$\begin{cases} \dot{D}_{rfl} = \frac{s}{2} \dot{\phi} \cos \varphi - a \dot{\theta} \cos \theta + \dot{X}_{cg} - \dot{X}_{fl} \\ \dot{D}_{rfr} = -\frac{s}{2} \dot{\phi} \cos \varphi - a \dot{\theta} \cos \theta + \dot{X}_{cg} - \dot{X}_{fr} \\ \dot{D}_{rrl} = \frac{s}{2} \dot{\phi} \cos \varphi + b \dot{\theta} \cos \theta + \dot{X}_{cg} - \dot{X}_{rl} \\ \dot{D}_{rrr} = -\frac{s}{2} \dot{\phi} \cos \varphi + b \dot{\theta} \cos \theta + \dot{X}_{cg} - \dot{X}_{rr} \end{cases} \quad (20)$$

Com isso, o sistema 18 pode ser simulado de acordo com os parâmetros da Tabela 1. Com essa simulação será possível determinar a dinâmica de um automóvel sem a barra estabilizadora.

### 3.1 MODELO DE CARRO COMPLETO GENÉRICO COM BARRA ESTABILIZADORA

Para determinar o modelo matemático do carro completo genérico é necessário explicitar o sistema 12. Para isso através do diagrama de corpo livre dos corpos não suspensos da Figura 8 obtém-se a Figura 12.

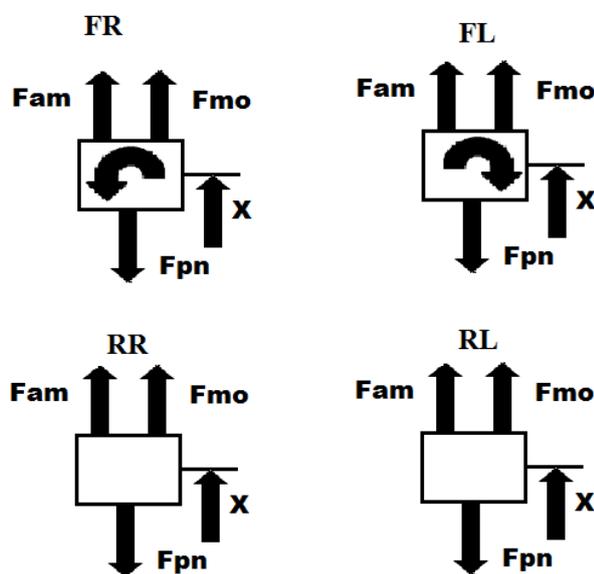


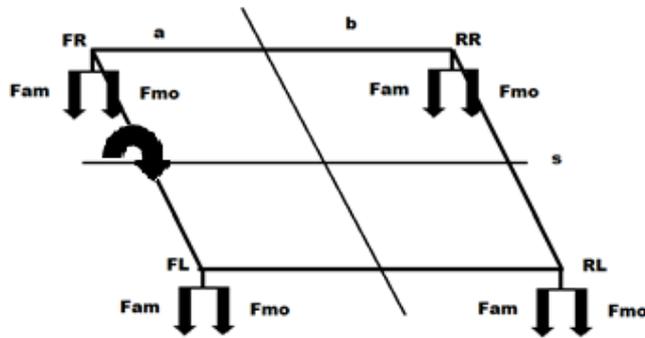
Figura 12 - Diagrama dos corpos livre não suspenso com barra estabilizadora

Fonte: Autoria Própria

Com a Figura 12 é possível fazer descrever o deslocamento de cada roda de acordo com o sistema 21.

$$\begin{cases} \ddot{x}_{fr} = \frac{+F_{amfr} + F_{mofr} - F_{pnfr} + M/s}{m_s} \\ \ddot{x}_{fl} = \frac{+F_{amfl} + F_{mofl} - F_{pnfl} - M/s}{m_s} \\ \ddot{x}_{rr} = \frac{+F_{amrr} + F_{morrr} - F_{pnrr}}{m_s} \\ \ddot{x}_{rl} = \frac{+F_{amrl} + F_{morl} - F_{pnrl}}{m_s} \end{cases} \quad (21)$$

Desconsiderando a carga estática o  $X_R$  da equação 7 fica igual o deslocamento do perfil de estrada em cada roda. Fazendo o diagrama de corpo livre da massa suspensa da Figura 8 obtemos a Figura 13.



**Figura 13 - Diagrama de corpo livre da massa suspensa com barra estabilizadora**

**Fonte: Autoria Própria**

Utilizando a Figura 13 é possível descrever o sistema 22 em relação as forças.

$$\begin{cases} \ddot{x} = \left( \frac{-F_{amrr} - F_{amrl} - F_{amfr} - F_{amfl} - F_{morrr} - F_{morl} - F_{mofr} - F_{mofl}}{m_v} \right) \\ \ddot{\varphi} = \cos\varphi \left( \frac{s}{2l\varphi} \right) (+F_{amrr} + F_{amrl} - F_{amfr} - F_{amfl} + F_{morrr} + F_{morl} - F_{mofr} - F_{mofl}) + \frac{M}{I_\varphi} \\ \ddot{\theta} = \left( \frac{\cos\theta}{l_\theta} \right) (a(F_{amfr} + F_{amfl} + F_{mofr} + F_{mofl}) - b(F_{morrr} + F_{morl} + F_{amrr} + F_{amrl})) \end{cases} \quad (22)$$

Os deslocamentos relativos superiores podem ser determinados pelo sistema 19 e as velocidades pelo sistema 20.

### 3.2 UNIFICANDO OS MODELOS E PARÂMETROS DE CONTROLE

Introduzindo um parâmetro adimensional de controle é possível unificar os dois modelos, de acordo com a equação 23.

$$\sigma = \frac{k_t}{k_f s^2} \quad (23)$$

Substituindo a equação 23 na equação 9 é possível unificar os dois modelos através do parâmetro  $\sigma$ .

Com isso obtém-se a equação 24:

$$M = -\sigma k_f s^2 \left( \varphi - \frac{x_r^* - x_l^*}{s} \right) \quad (24)$$

Utilizando a equação 24 no sistema 22 é possível criar uma rotina computacional variando o parâmetro de controle  $\sigma$ . Para determinar os parâmetros lineares, as molas, o pneu e o amortecedor são modelados como ideais pelas equações 1 e 4. Os parâmetros adotados estão na Tabela 1.

**Tabela 1 - Parâmetros veiculares**

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$m_s$	1500kg	$k_{f1}$	23500 N/m	$a$	1,4 m
$I_\varphi$	460kg.m <sup>2</sup>	$k_{r1}$	23800 N/m	$b$	1,7 m
$I_\theta$	2160kg.m <sup>2</sup>	$k_{f2}$	2350000 N/m <sup>3</sup>	$s$	3 m
$s^2 k_f$	245000 N.m	$k_{r2}$	2380000 N/m <sup>3</sup>	$m_v$	59 kg
$c_s^l$	700 N.s/m	$c_s^y$	200 N.s/m	$c_s^{nl}$	400 N.s/m
$k_{pn}$	190000 N/m	$amp$	$\begin{cases} 0,1m \text{ impulso} \\ 0,08m \text{ onda quadrada} \end{cases}$		

Fonte: Adaptado de Szászi (2002) e Ishitobi (2006)

De acordo com o modelo de Szászi (2002), utilizando a transformação para modelos linear através da equação 26 do RAO (2009). Com isso é possível obter os parâmetros lineares utilizando a equação 26.

$$k_l x_r + k_{nl} x_r^3 = k_f x_r \quad (26)$$

Com isso para um mesmo deslocamento relativo de 0,04m é possível determinar  $k_f$ . Usando esse parâmetro na equação 23, é possível determinar a influência da rigidez da barra estabilizadora variando o parâmetro de controle.

### 3.3 DETERMINANDO PARÂMETROS DE ENTRADA IMPULSIVA

Para determinar os parâmetros do sistema 16 o  $\alpha$  e o  $\beta$ , será utilizado um intervalo de velocidade de deslocamento do carro de 20 km/h a 120 km/h. Como o pode ser visto na tabela 2.

**Tabela 2 - Parâmetros de velocidade**

Velocidade (km/h)	20	70	120
$\alpha$ (s)	0,558	0,159429	0,093

A influência do *delay*  $\beta$  será investigada no modelo de carro completo.

### 3.4 DETERMINANDO PARÂMETROS DE ENTRADA ONDA QUADRADA E IMPULSO

Para determinar o comportamento do carro não ideal, as molas, o pneu e o amortecedor são modelados como reais pelas equações 1 e 6. Os parâmetros adotados estão na Tabela 1 de acordo com o modelo de Szászi (2002).

Para determinar as frequências de excitação serão utilizadas as frequências naturais do modelo linear. Usando a matriz  $[A] = [m]^{-1}[k]$  é possível determinar as frequências naturais através da raiz dos autovalores da matriz  $[A]$ . Definindo a matriz  $[m]$  pela equação 26:

$$[m] = \begin{bmatrix} m_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_\varphi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_s \end{bmatrix} \quad (26)$$

E definindo a matriz  $[k]$  pela matriz 27:

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & k_{13} & -k_f & -k_f & -k_r & -k_r \\ 0 & k_{22} & 0 & k_{24} & k_{25} & \frac{sk_r}{2} & -\frac{sk_r}{2} \\ k_{31} & 0 & k_{33} & ak_f & ak_f & -bk_r & -bk_r \\ -k_f & k_{42} & ak_f & k_{44} & -\frac{k_t}{s^2} & 0 & 0 \\ -k_f & k_{52} & ak_f & -\frac{k_t}{s^2} & k_{55} & 0 & 0 \\ -k_r & \frac{sk_r}{2} & -bk_r & 0 & 0 & k_r + k_{pn} & 0 \\ -k_r & -\frac{sk_r}{2} & -bk_r & 0 & 0 & 0 & k_r + k_{pn} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Onde os parâmetros da matriz  $[k]$  são representados no sistema 28:

$$\begin{cases} k_{11} = 2k_f + 2k_r \\ k_{31} = k_{13} = 2bk_r + 2ak_f \\ k_{22} = k_t + \frac{s^2}{2}(k_f + k_r) \\ -k_{52} = -k_{25} = k_{42} = k_{24} = -\frac{sk_f}{2} - \frac{k_t}{s} \\ k_{33} = 2a^2k_f + 2b^2k_r \\ k_{44} = k_{55} = k_f + k_{pn} + \frac{k_t}{s^2} \end{cases} \quad (28)$$

Considerando a matriz  $[A]$  para vários parâmetros é possível obter a Tabela

3.

Tabela 3 - Variação das frequências naturais

$\sigma$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f_1$	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26
$f_2$	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66
$f_3$	3,41	4,33	4,76	5,00	5,15	5,25	5,32	5,38	5,42	5,46	5,49
$f_4$	9,66	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67
$f_5$	9,67	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69
$f_6$	9,69	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71
$f_7$	9,76	11,14	12,54	13,84	15,07	16,21	17,29	18,31	19,28	20,20	21,08

Ao aumentar a rigidez da barra estabilizadora é possível verificar que a barra estabilizadora influencia somente em um modo de vibra de acordo com a Tabela 4.

Tabela 4 - Influência da barra estabilizadora

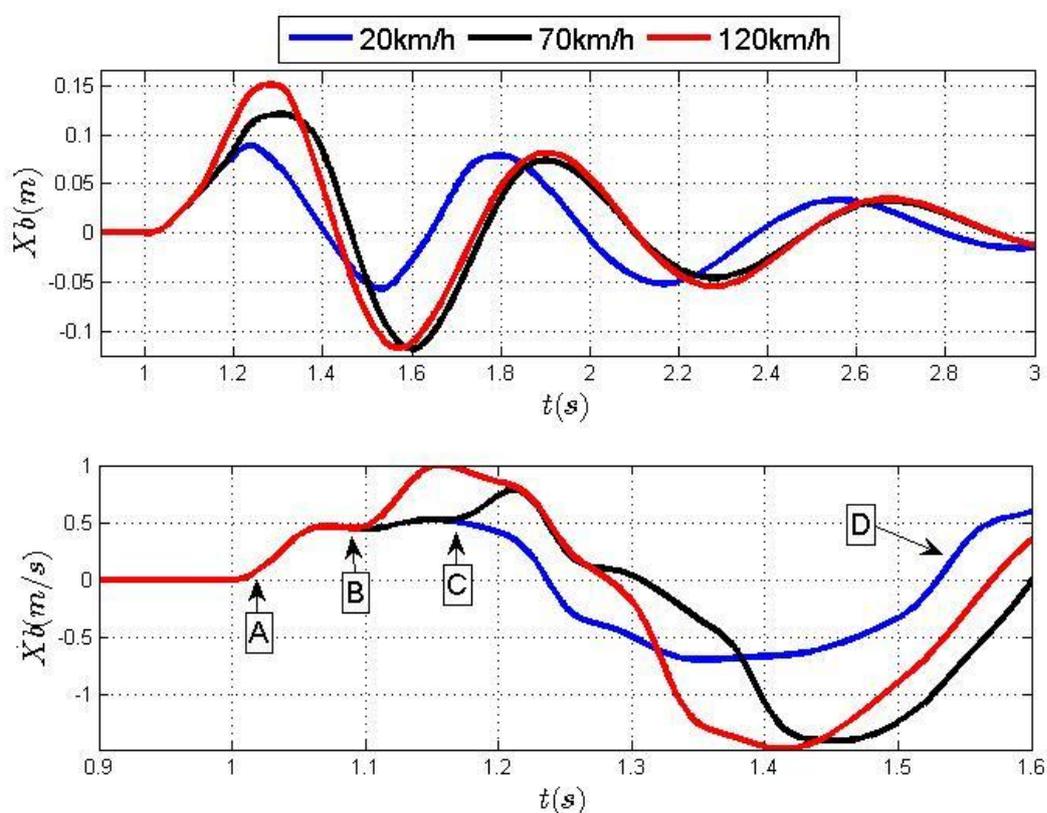
$\sigma$	20	40	60	80	100	150	200	250
$f_1$	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26
$f_2$	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66	1,66
$f_3$	5,62	5,70	5,72	5,74	5,74	5,75	5,76	5,76
$f_4$	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67	9,67
$f_5$	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69	9,69
$f_6$	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71	9,71
$f_7$	28,49	39,35	47,80	54,98	61,32	74,85	86,29	96,38

Ao analisar as duas tabelas é possível verificar intervalos de frequências naturais. O intervalo adotado para verificar a influência em ressonância será de  $9,66 \text{ Hz} < f < 9,72 \text{ Hz}$ .

## 4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Utilizando os parâmetros da Tabela 1, para entrada degrau é possível verificar os efeitos da velocidade sobre a carroceria de acordo com a Figura 14.

### 4.1 VARIAÇÕES DO COMPORTAMENTO COM O AUMENTO DA VELOCIDADE PARA ENTRADA IMPULSO E $\beta = 0s$



**Figura 14 – Comportamento do veículo com aumento da velocidade**

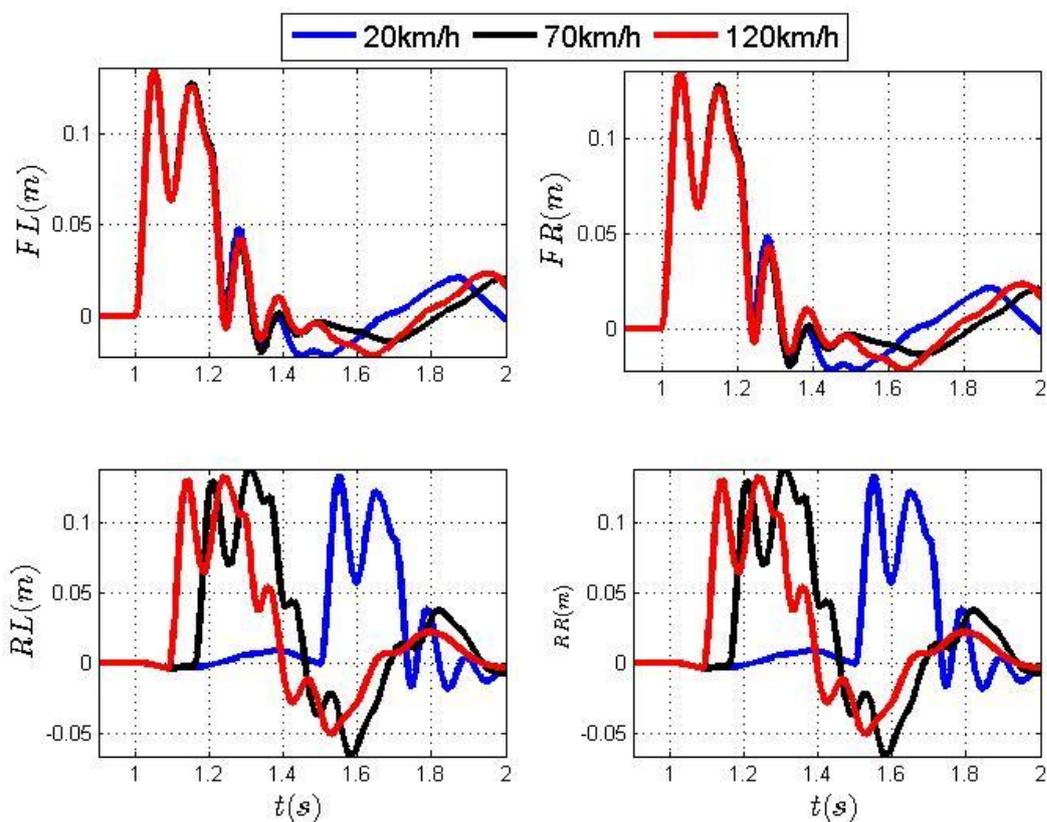
A Figura 14 mostra que com o aumento da velocidade, ocorre um aumento no deslocamento da carroceria.

Esse fenômeno acontece, quando o impacto das rodas da frente é sentido na carroceria (“A”).

A 120 km/h o impulso é sentido na carroceria (“B”), quando a velocidade do carro está começando a estabilizar.

A 70 km/h as rodas de trás passam quando a velocidade começava a diminuir (“C”).

Já a 20 km/h o impulso das rodas de trás é sentido (“D”).

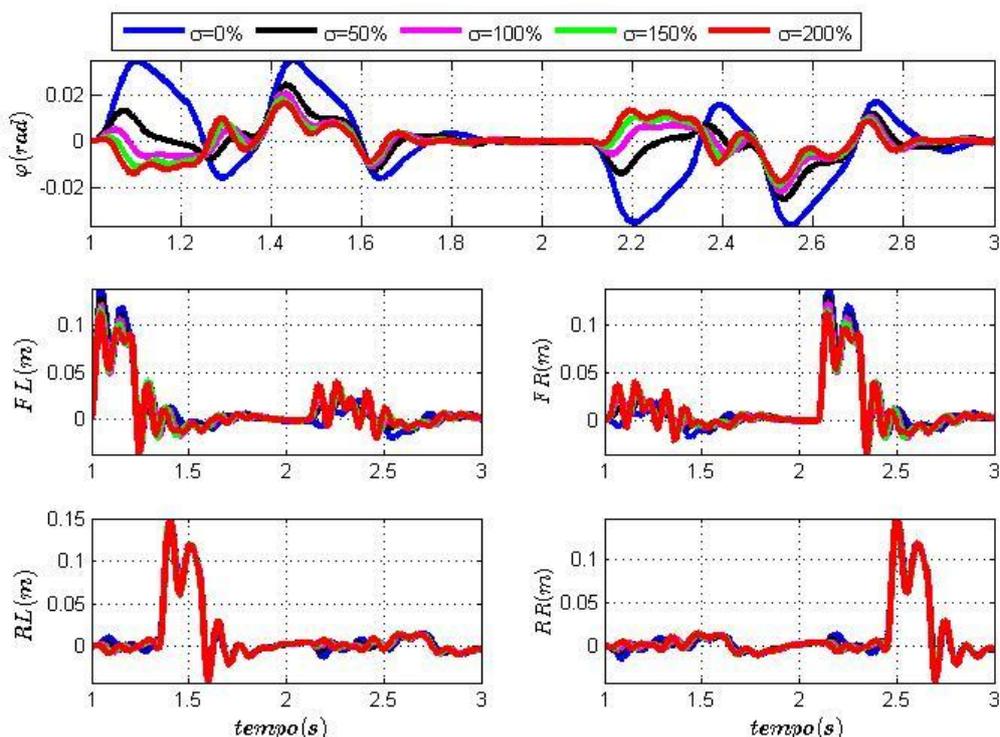


**Figura 15 - Comportamento das rodas com aumento da velocidade**

Como pode ser visto na Figura 15, todas as rodas da frente passam pelo impulso ao mesmo tempo. Mas com o aumento da velocidade o intervalo entre as excitações diminui. Com isso são esperados maiores deslocamentos da carroceria em altas velocidades e maiores ângulos de torção também.

## 4.2 MECANISMOS DE FUNCIONAMENTO DA BARRA ESTABILIZADORA

Ao comparar para uma mesma velocidade e  $\beta$ , a rigidez da barra estabilizadora diminui o deslocamento angular  $\varphi$  do carro. Esse fenômeno pode ser analisado na Figura 16.



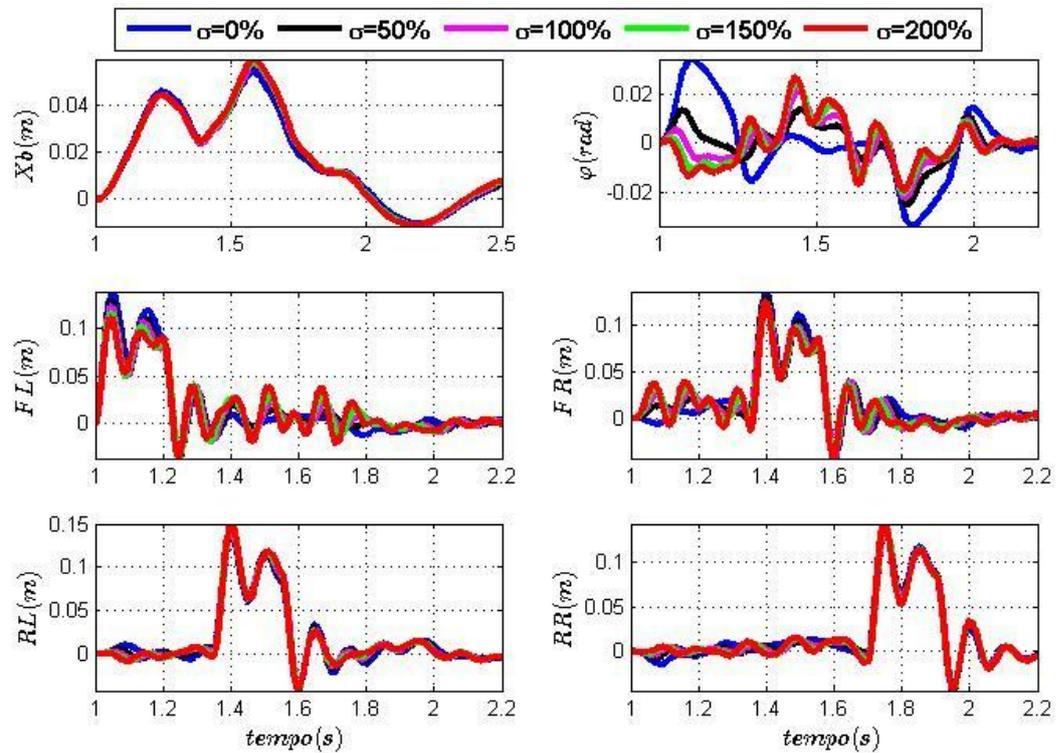
**Figura 16 - Detalhe do mecanismo da barra estabilizadora**

A Figura 16 mostra que a introdução da barra estabilizadora gera uma inversão da dinâmica das rodas. Ao passar por uma irregularidade, as rodas que estão conectadas à barra estabilizadora transferem energia entre si, diminuindo o deslocamento da roda que sofreu a excitação “FL” (da frente da esquerda) e transferindo energia para a roda “FR” (da frente da direita).

A introdução da barra estabilizadora também muda a dinâmica veicular das rodas de trás, e restringindo mais o movimento das rodas. Já a influência da barra sobre a carroceria, além de diminuir o deslocamento linear devido a imposição de uma nova restrição, a barra estabilizadora atenua a torção  $\varphi$ .

Quando ocorre uma excitação sobre as rodas conectadas a barra, há uma mudança no sentido de torção.

Quando é uma excitação sobre as rodas de trás, que provoca uma torção no carro, a barra estabilizadora restringe o ângulo de torção.

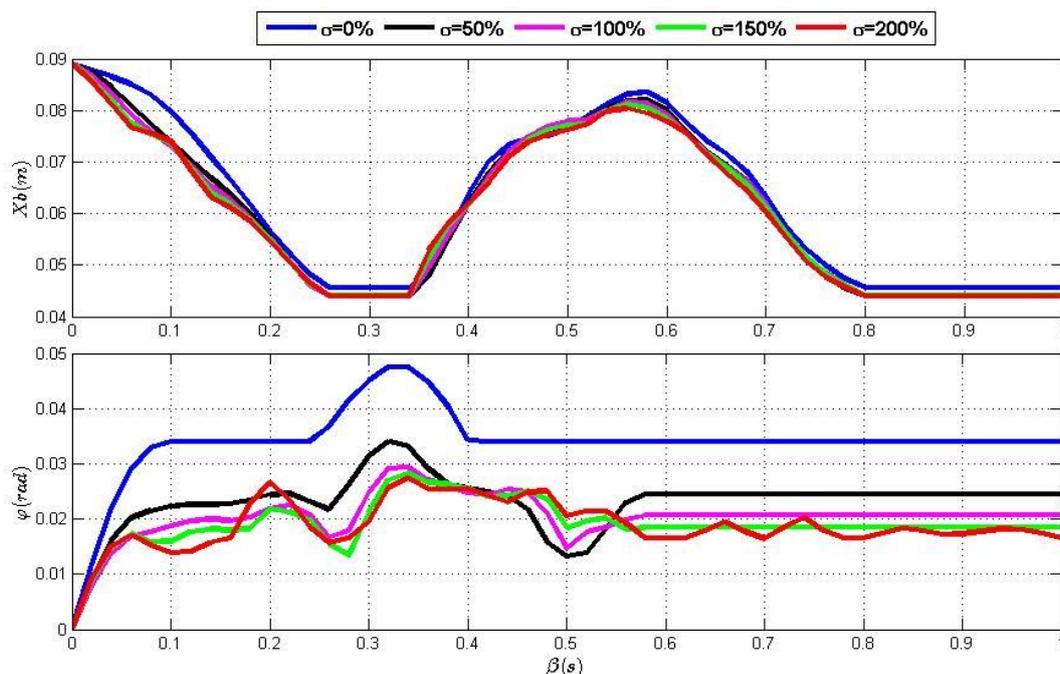


**Figura 17 - Sobreposição de excitações**

Na Figura 17 sobreposição de excitações das rodas FR e RL causa um efeito de aumento do deslocamento da carroceria. Essa sobrecarga no sistema gera também um deslocamento torcional maior da carroceria para a utilização da barra estabilizadora.

#### 4.3 MÁXIMOS DESLOCAMENTOS PARA ENTRADA IMPULSO 20 km/h

Utilizando os parâmetros da Tabela 1 e da Tabela 2 para 20 km/h, e obtendo o máximo deslocamento de cada simulação para um valor de  $\beta$  é possível obter os deslocamentos máximos da carroceria e do  $\varphi$  de acordo com a Figura 18.

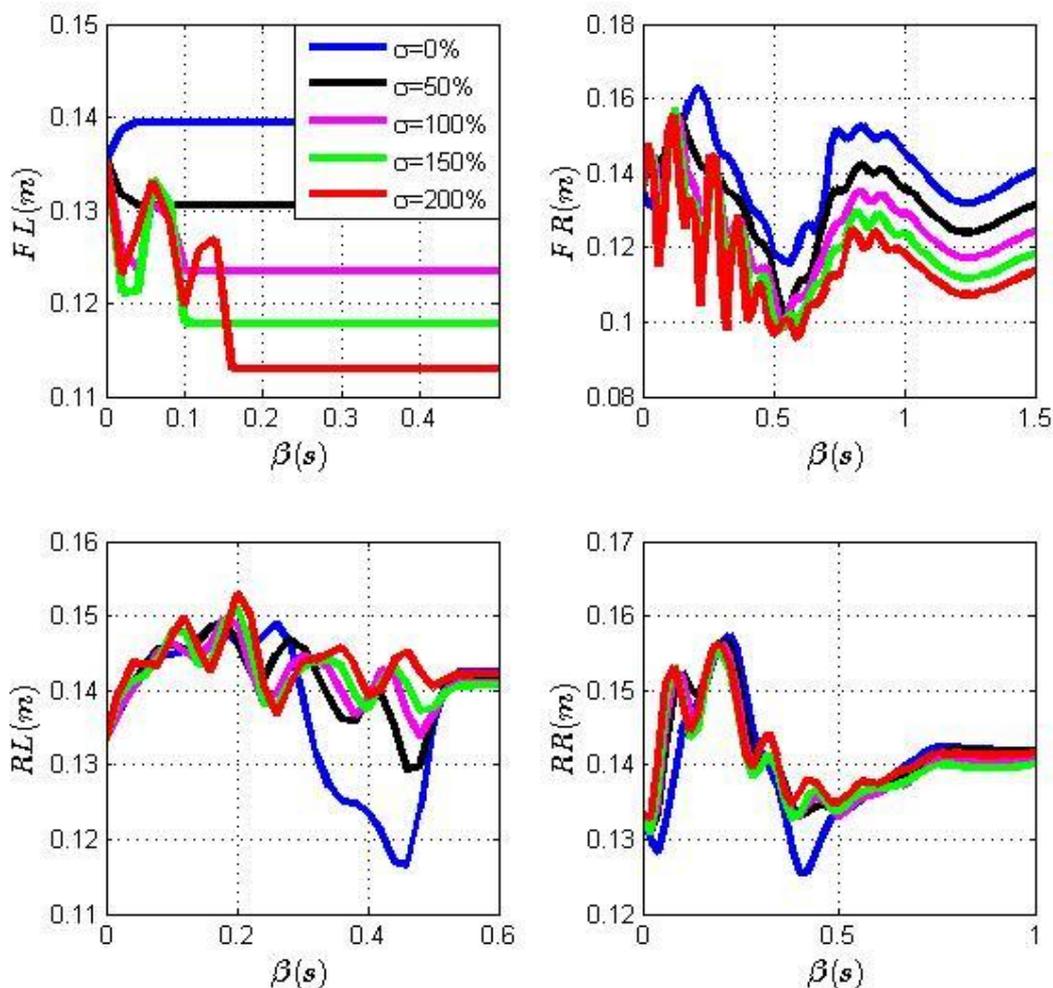


**Figura 18 - Deslocamentos máximos para 20 km/h**

A Figura 18 mostra que o aumento da rigidez da barra estabilizadora proporciona uma redução do deslocamento da carroceria e ao mesmo tempo gera uma redução do deslocamento angular se comparado a simulação sem barra estabilizadora.

Os resultados da Figura 18 mostram que para parâmetros de  $\sigma$ , possui uma saturação. Ao aumentar esse parâmetro acima de 150%, a rigidez da barra aumenta os deslocamentos máximos de  $\varphi$ .

Utilizando os parâmetros da Tabela 1 e da Tabela 2 para 20 km/h, e com os máximos deslocamentos de cada simulação para um valor de  $\beta$  é possível obter os deslocamentos máximos dos pneus de acordo com a Figura 18.



**Figura 19 - Deslocamentos máximos para as rodas a 20 km/h**

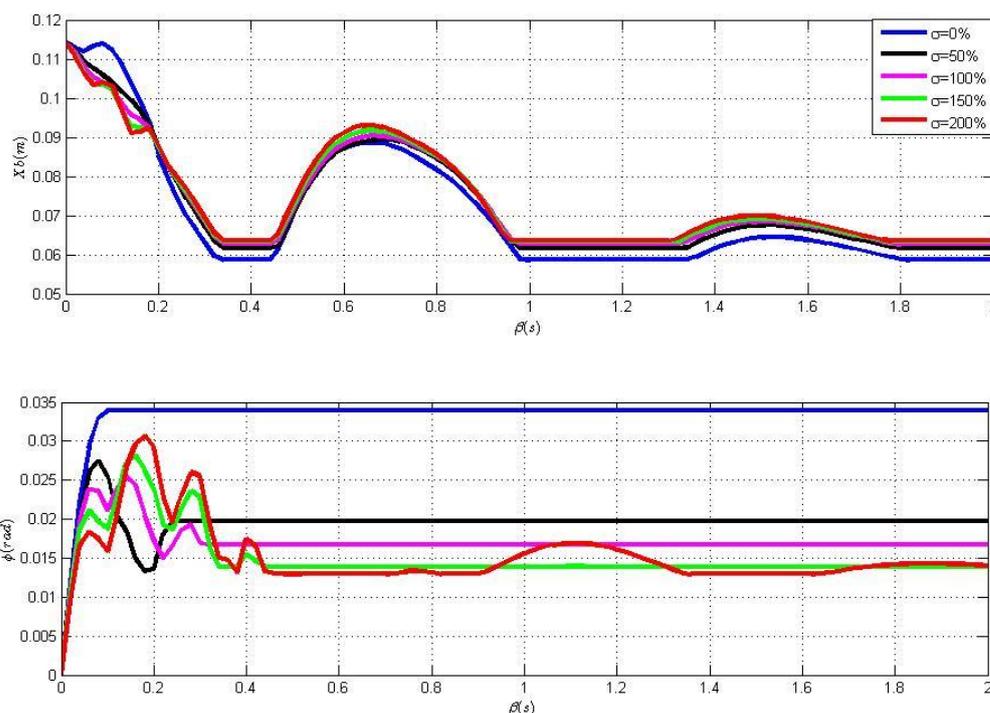
A Figura 19 mostra que os deslocamentos máximos da esquerda estabilizam antes do que os deslocamentos da direita. Isso porque as rodas da esquerda iniciam o movimento e assim não dependem do movimento do carro.

Na Figura 19 também é possível observar que com o aumento da rigidez da barra estabilizadora as rodas da frente têm um deslocamento reduzindo.

Também é possível verificar a saturação da rigidez da barra estabilizadora que acima de 150% aumenta o deslocamento da rodas de "RL" ( de trás da esquerda) e "RR" ( de trás da direita).

#### 4.4 MÁXIMOS DESLOCAMENTOS PARA ENTRADA IMPULSO PARA 70 km/h

Utilizando os parâmetros da Tabela 1 e da Tabela 2 para 70 km/h, e obtendo o máximo deslocamento de cada simulação para valores de  $\beta$  é possível obter a Figura 20.

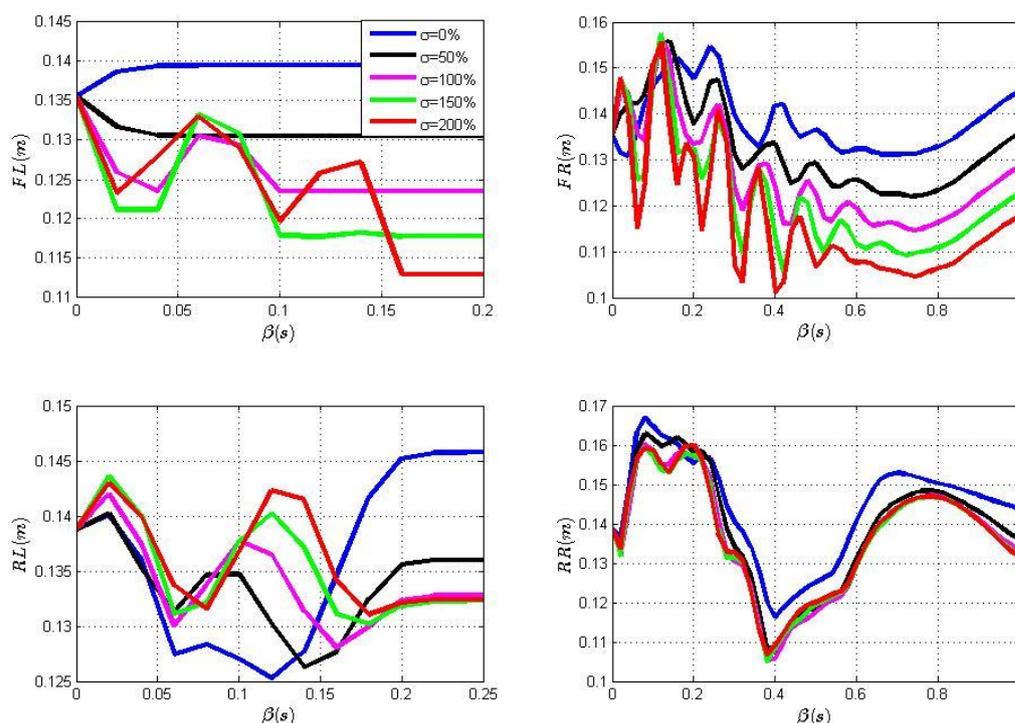


**Figura 20 - Deslocamentos máximos para 70 km/h**

A Figura 20 mostra o mesmo comportamento da Figura 18. O ângulo de torção é menor com a introdução da barra estabilizadora, também é possível verificar a saturação da rigidez para  $\sigma = 200\%$ , onde o ângulo de torção demora mais a estabilizar e tem regiões de crescimento, enquanto as outras relações se estabilizam.

Nesse caso a sobreposição de excitações é próximo dos 0,2s. Também é possível ver que a relação de  $\sigma = 200\%$ , demora para estabilizar o deslocamento máximo angular em comparação com as outras relações.

Fazendo o mesmo procedimento realizado para obtenção da Figura 20, é possível obter os deslocamentos das rodas, como pode ser observado na Figura 21.



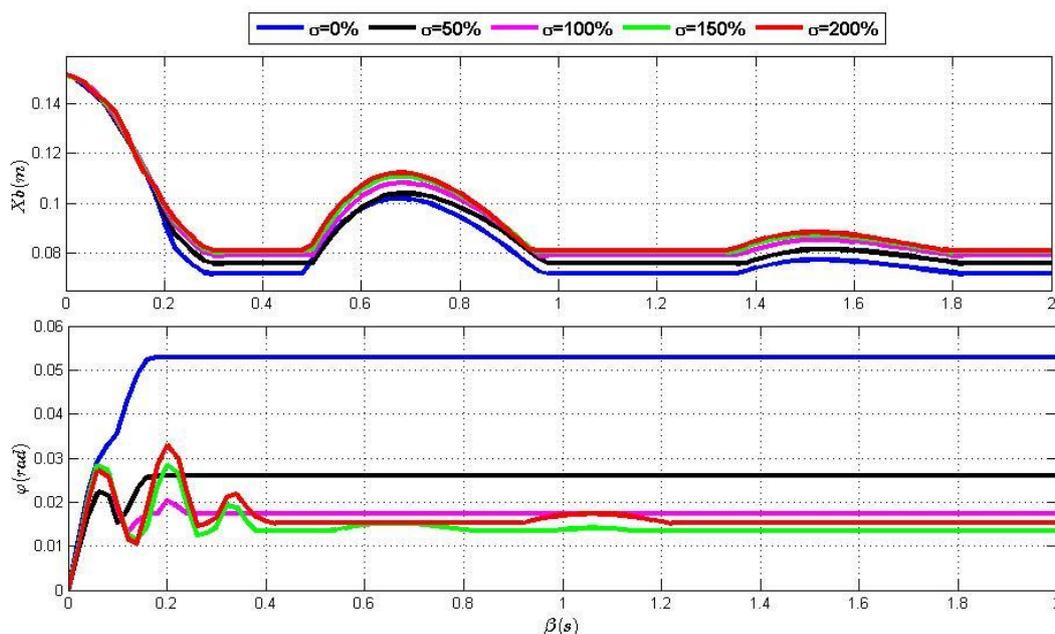
**Figura 21 - Deslocamentos máximos das rodas para 70 km/h**

A Figura 21 mostra algumas relações com a Figura 19. Fica evidente que a introdução da barra estabilizadora promove uma redução geral do deslocamento das rodas.

As rodas da frente ocorrem uma redução proporcional ao parâmetro  $\sigma$ . Para as rodas de trás ocorre uma saturação para  $\sigma = 100\%$ .

#### 4.5 MÁXIMOS DESLOCAMENTOS PARA ENTRADA IMPULSO PARA 120 km/h

Utilizando os parâmetros da Tabela 1 e da Tabela 2 para 120 km/h, e obtendo o máximo deslocamento de cada simulação para um valor de  $\beta$  é possível obter a Figura 22.

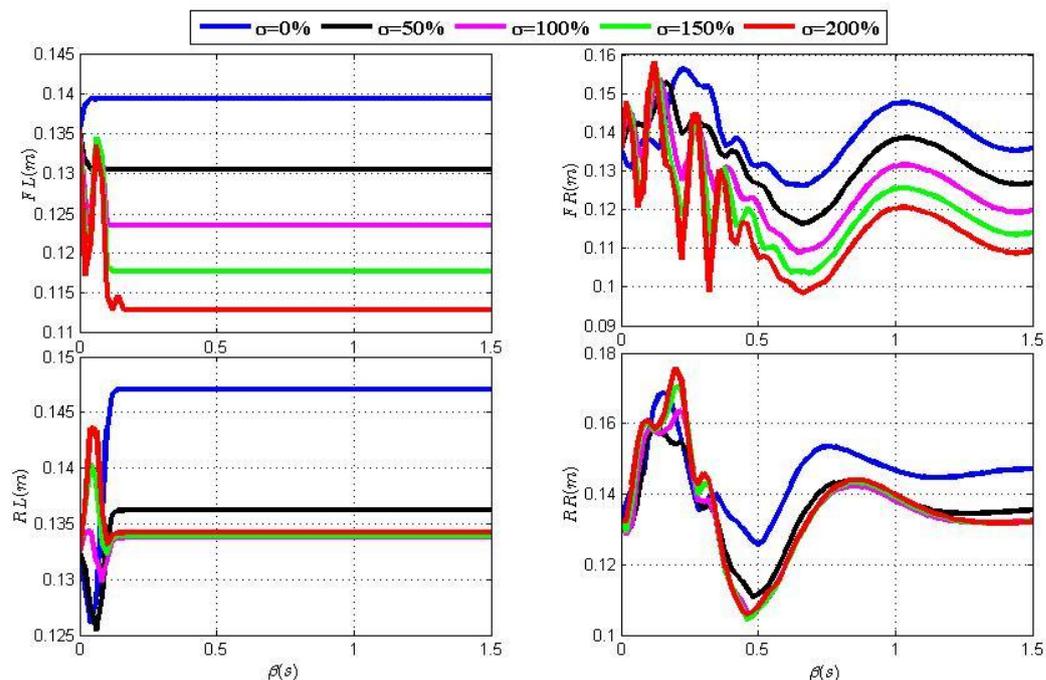


**Figura 22 - Deslocamentos máximos para 120 km/h**

A Figura 22 mostra o comportamento similar ao comportamento apresentado nas Figura 20 e Figura 18. Entretanto a adição da barra estabilizadora aumenta o deslocamento da carroceria. Esse fenômeno acontece pois há uma troca de energia pela barra estabilizadora que ao reduzir o deslocamento angular proporciona um aumento

Para o deslocamento angular, parâmetros  $\sigma$  maiores que 100% apresentaram uma anomalia nos deslocamentos máximos até  $\beta < 0.4s$ . E apresentaram resultados próximos ao estabilizar. Indicando uma saturação da rigidez torcional da barra para a velocidade de 120 km/h em relação a carroceria.

Fazendo o mesmo procedimento adotado para obtenção da Figura 22, é possível obter os deslocamentos das rodas e obtém-se a Figura 23.



**Figura 23 - Deslocamentos máximos para rodas 120 km/h**

A Figura 23 mostra que a introdução da barra estabilizadora reduz o deslocamento máximo das rodas das frentes com o aumento do parâmetro  $\sigma$ . Entretanto para as rodas de trás ocorre uma saturação para  $\sigma = 100\%$

#### 4.6 COMPORTAMENTOS PARA ONDA QUADRADA

O comportamento em regime permanente pode ser observado na Figura 24, utilizando os parâmetros da Tabela 1 e da Tabela 3 para a frequência natural 9,69 Hz.

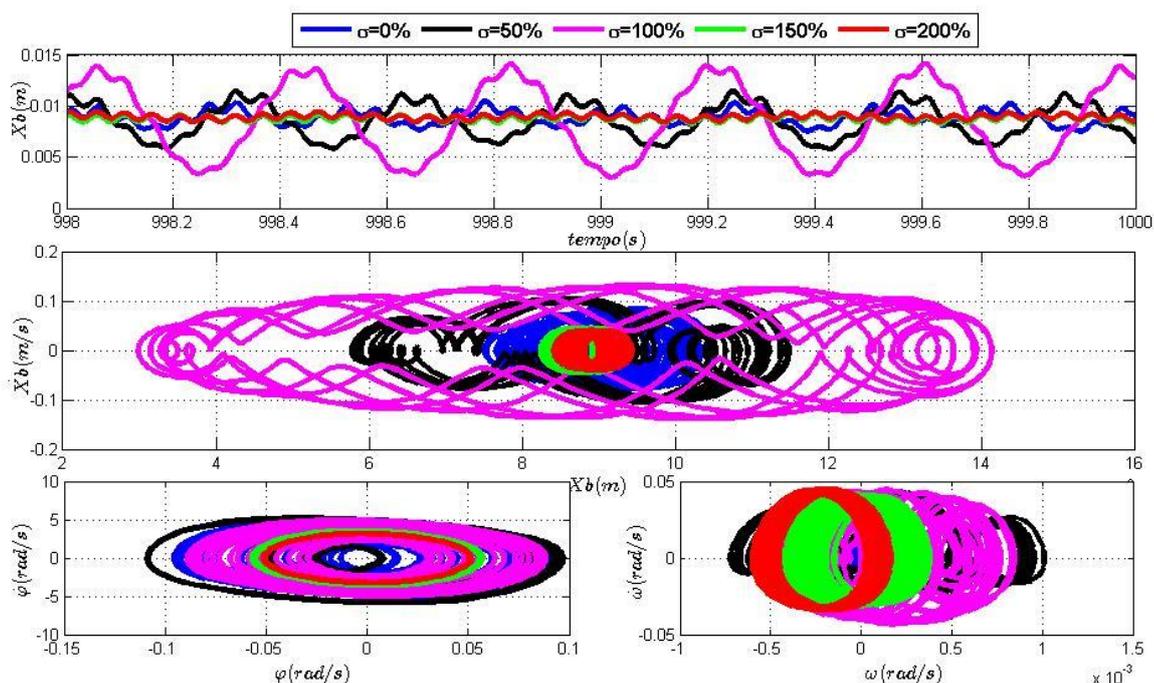
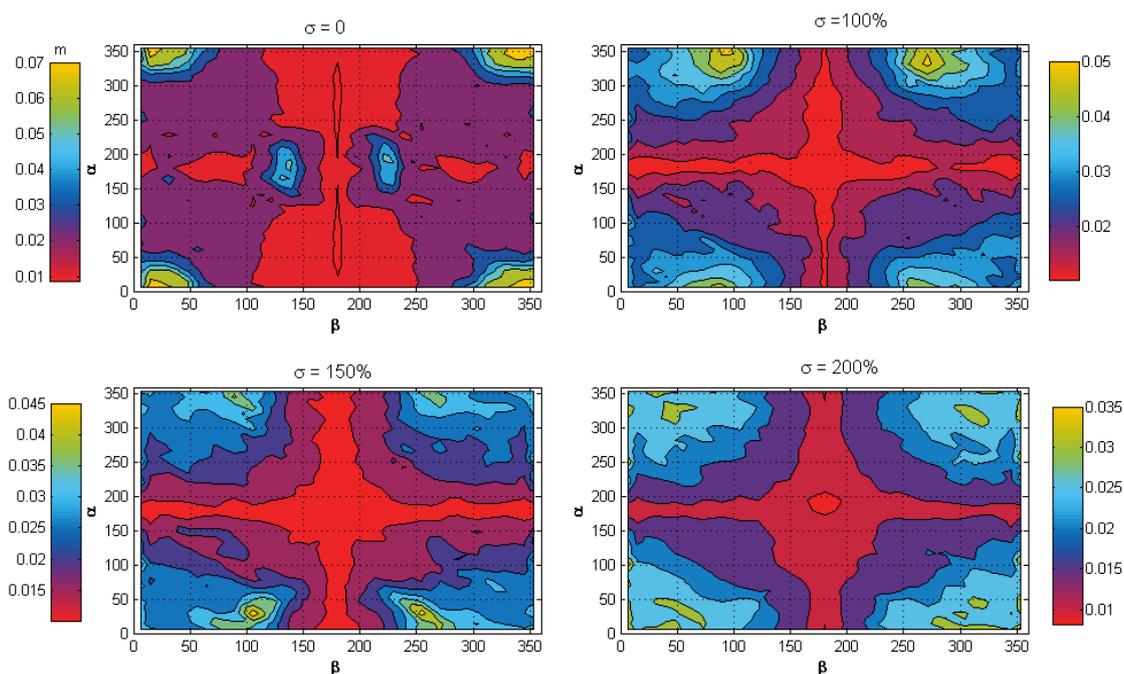


Figura 24 - Comportamento do carro para onda quadrada  $\alpha=0$  e  $\beta=180$  e  $f=9,67\text{HZ}$

A Figura 24 mostra que em regime permanente o carro apresenta uma boa região de estabilidade sem a utilização de barra estabilizadora. A adição da barra estabilizadora para um parâmetro  $\sigma \leq 100\%$  aumenta o deslocamento da carroceria e as velocidades do deslocamento, e os deslocamentos angulares. A relação de  $\sigma > 100\%$  mostrou-se eficaz ao reduzir o deslocamento angular. Ao reduzir os deslocamentos lineares.

#### 4.7 INFLUÊNCIAS DOS PARAMETROS PARA $F=9,69\text{HZ}$

Utilizando os parâmetros da Tabela 1 para obter os deslocamentos máximos após o regime permanente, para uma frequência natural de  $9,69\text{Hz}$ , variando os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , é possível obter os deslocamentos máximos da carroceria de acordo com Figura 25.



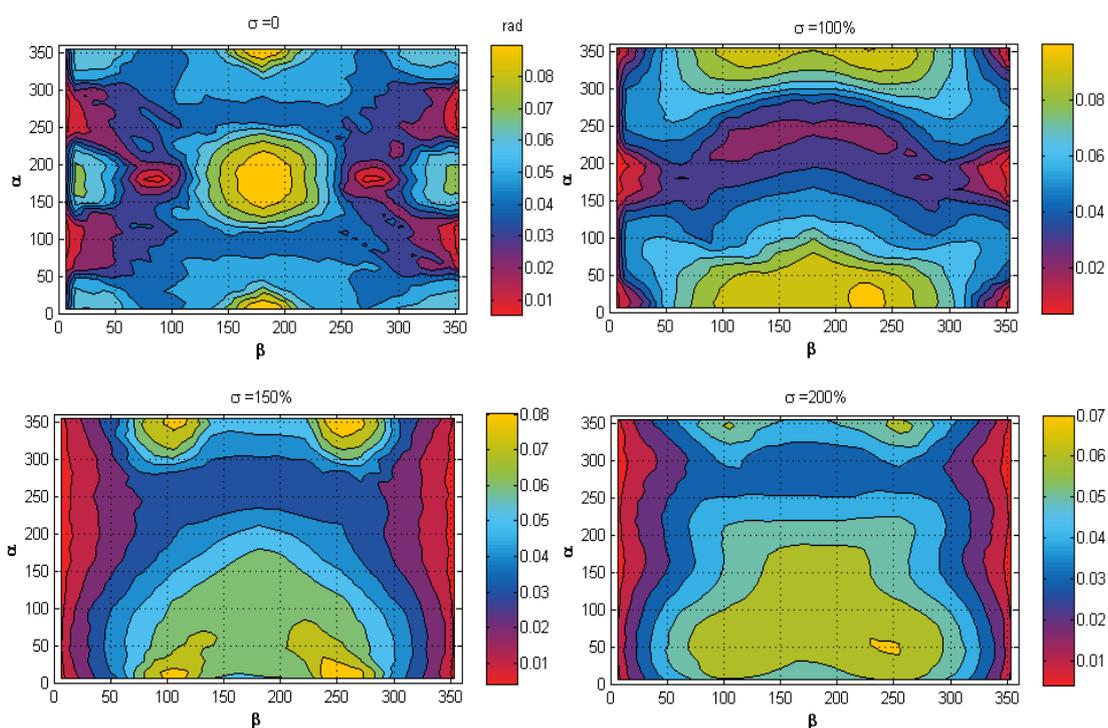
**Figura 25 - Curvas de níveis dos deslocamentos máximos**

A Figura 25 mostra as curvas de níveis para os deslocamentos máximos da carroceria.

É possível ver que o para um parâmetro de  $\sigma = 0$ , há uma dependência do ângulo beta para a redução do deslocamento linear, e para parâmetros de alfa e beta há uma redução do deslocamento pela amortização do deslocamento.

A introdução da barra estabilizadora possibilitou um aumento da área com menor deslocamento. Além disso, á uma redução dos deslocamentos nas extremidades.

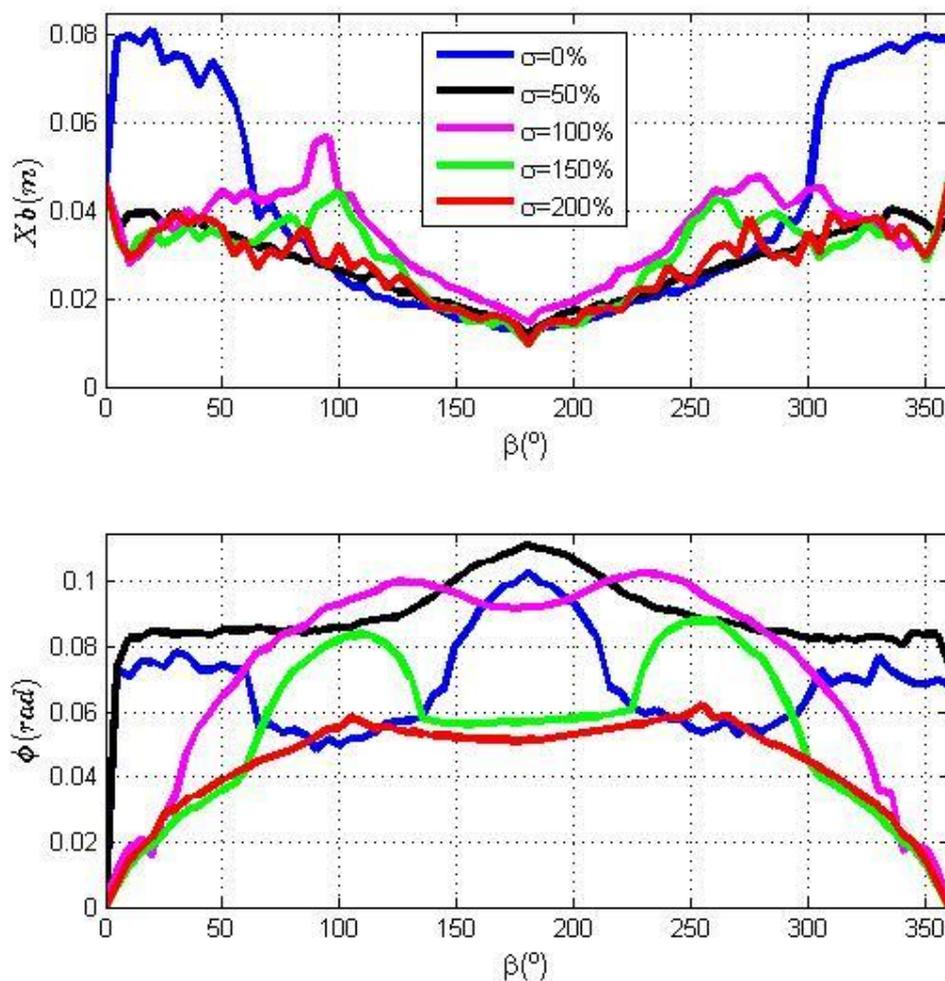
Utilizando os parâmetros da Tabela 1 após o regime permanente, para uma frequência natural de 9,69Hz, variando os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , é possível obter os deslocamentos máximos angulares da carroceria, como pode ser observado na Figura 26.



**Figura 26 - Curvas de níveis dos deslocamentos máximos angulares**

A Figura 26 mostra que a introdução da barra estabilizadora desloca a região de maior deslocamento angular do centro para as extremidades. Também é possível visualizar um aumento das regiões com menores deslocamentos.

Entretanto a Figura 26 mostra os resultados de uma forma mais ampla, é necessário analisar mais pontualmente, para um parâmetro fixo de  $\alpha$  segundo a Figura 27.

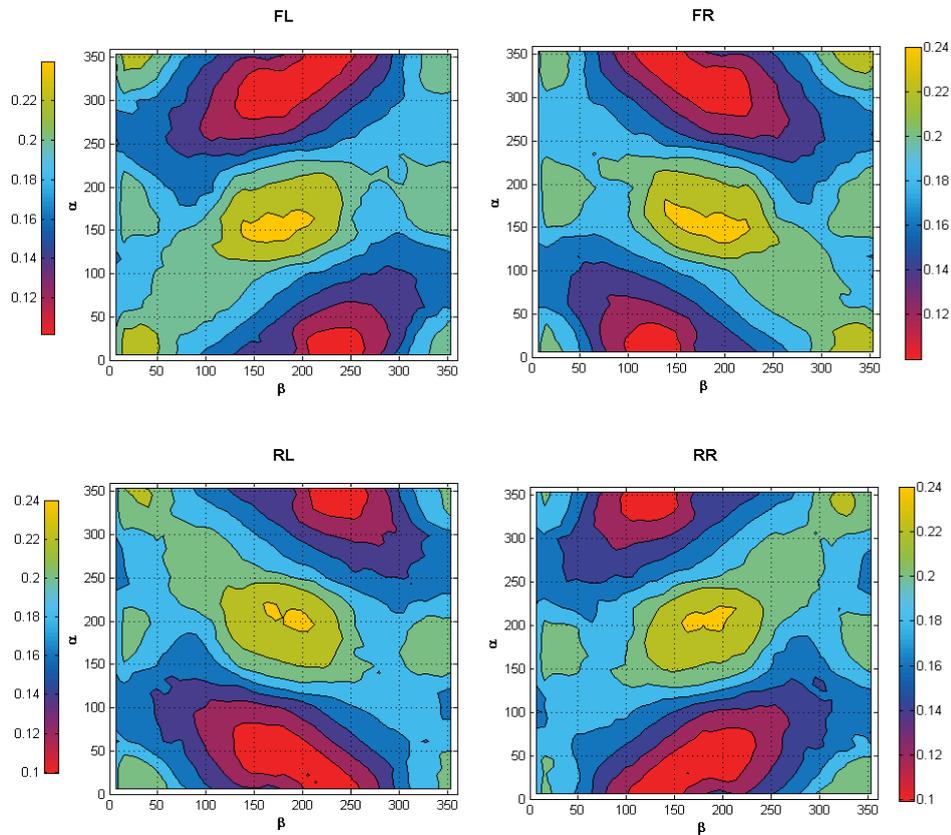


**Figura 27 - Influência do ângulo beta na dinâmica veicular para  $\alpha=0$**

A Figura 27 mostra que a introdução da barra estabilizadora diminui o deslocamento da carroceria e diminui os ângulos máximos da carroceria para todo o espectro de beta. As melhores relações estão em  $150\% < \sigma < 200\%$ .

Ao comparar com a Figura 26 e Figura 25 é possível notar que de uma forma geral há uma redução do deslocamento linear e angular, mas em caso mais pontuais a utilização da barra estabilizadora aumenta o deslocamento máximo.

Utilizando os parâmetros da Tabela 1 após o regime permanente, para uma frequência natural de 9,69Hz, variando os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , é possível obter os deslocamentos máximos das rodas sem barra estabilizadora de acordo com a Figura 28.

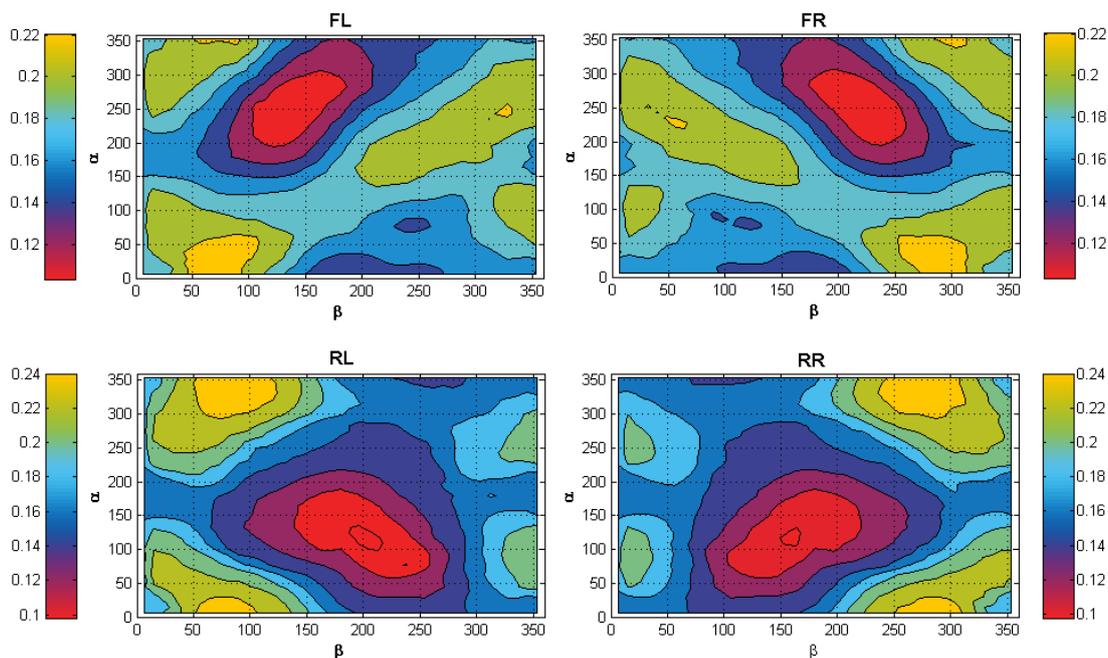


**Figura 28 - Comportamento das rodas para  $\sigma = 0$**

É possível notar que existe uma semelhança entre as rodas. Um espelhamento dos comportamentos. Também é possível notar que na região próxima a alfa e beta a 180 graus têm uma região de grande deslocamento das rodas. Próximo ao dobro da entrada degrau. Isso gera uma grande insegurança.

Ao comparar essa região com a Figura 25 é possível ver que essa região é de baixo deslocamento da carroceria e ao comparar com a Figura 26, vemos que a mesma é um região de alta rotação da carroceria.

Utilizando os parâmetros da Tabela 1 após o regime permanente, para uma frequência natural de 9,69Hz, e variando os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , é possível obter os deslocamentos máximos das rodas com  $\sigma = 100\%$  barra estabilizadora de acordo Figura 28.

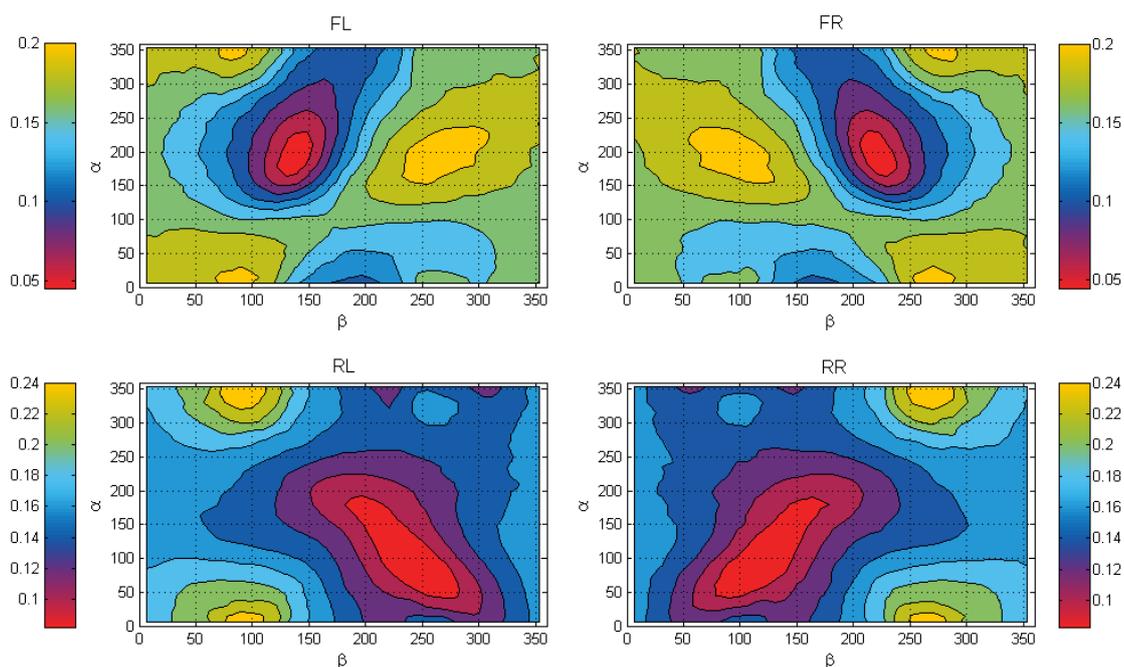


**Figura 29 - Comportamento das rodas para  $\sigma = 100\%$**

A Figura 29 mostra que as rodas ligadas a barra estabilizadora ainda possuem uma simetria nos seus comportamentos. Também é possível notar que na região de maior deslocamento da Figura 28 ocorre uma redução dos deslocamentos e assim um aumento da segurança.

O mesmo comportamento ocorre com as rodas de trás de agora, produzindo um efeito de rigidez e reduzindo os deslocamentos lineares.

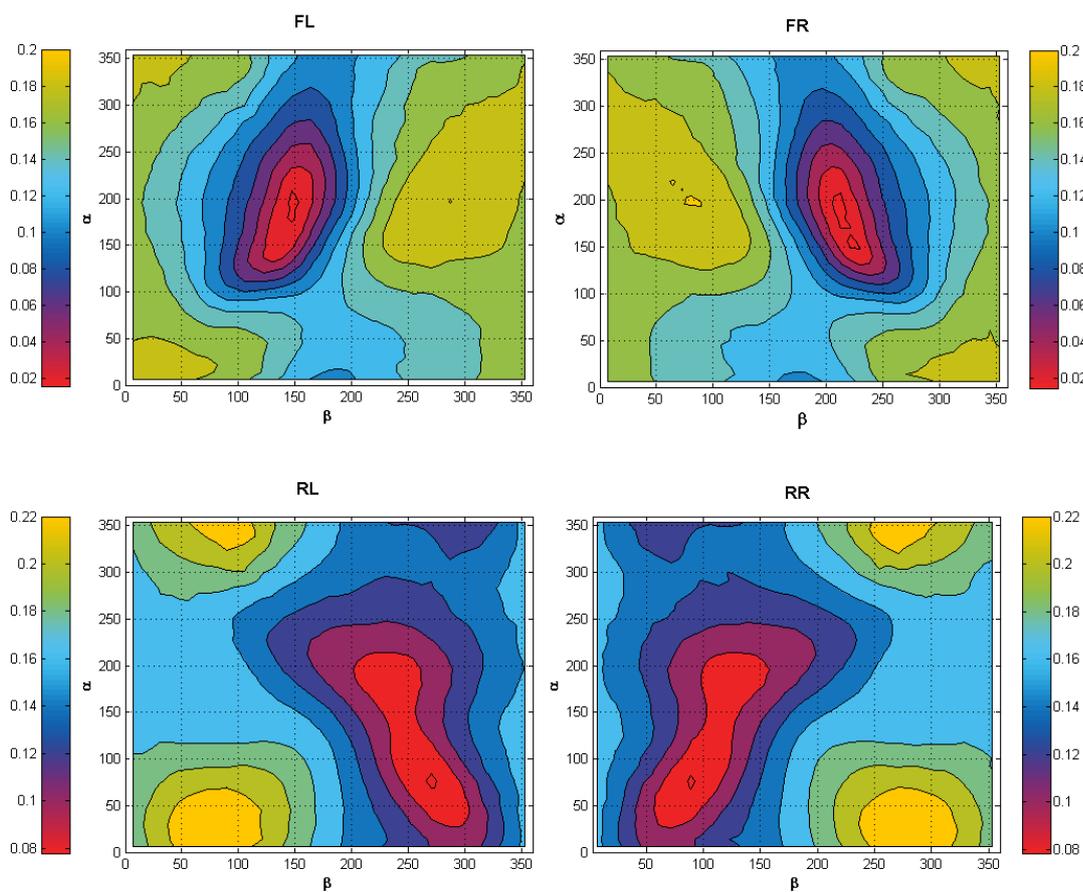
Utilizando os parâmetros da Tabela 1 após o regime permanente, para uma frequência natural de 9,69Hz, e variando os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , é possível obter os deslocamentos máximos das rodas com  $\sigma = 150\%$  barra estabilizadora de acordo Figura 30.



**Figura 30 - Comportamento das rodas para  $\sigma = 150\%$**

A Figura 30 mostra o mesmo comportamento da Figura 29. Há uma redução dos deslocamentos das rodas de trás e há um espelhamento entre as rodas da direita e da esquerda.

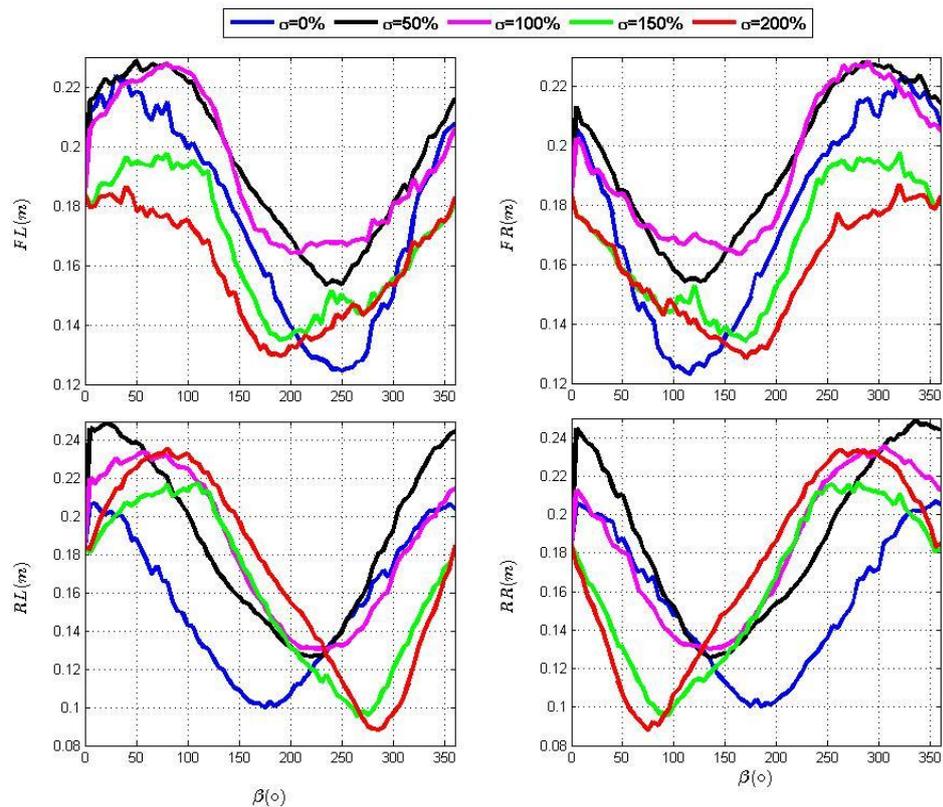
Utilizando os parâmetros da Tabela 1 após o regime permanente, para uma frequência natural de 9,69Hz e variando os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , é possível obter os deslocamentos máximos das rodas com  $\sigma = 200\%$  da barra estabilizadora de acordo Figura 31.



**Figura 31 - Comportamento das rodas para  $\sigma = 200\%$**

A Figura 31 mostra um aumento das regiões de baixo deslocamento nas rodas em relação a Figura 30 e a Figura 29. Também é possível ver que a introdução da barra estabilizadora produz regiões antagônicas nas rodas. Onde a roda da esquerda está em grande deslocamento e a roda da direita está com uma amplitude menor.

Analisado para um parâmetro  $\alpha$  fixo é possível analisar melhor o comportamento de todos os parâmetros  $\sigma$ , de acordo com a Figura 32.

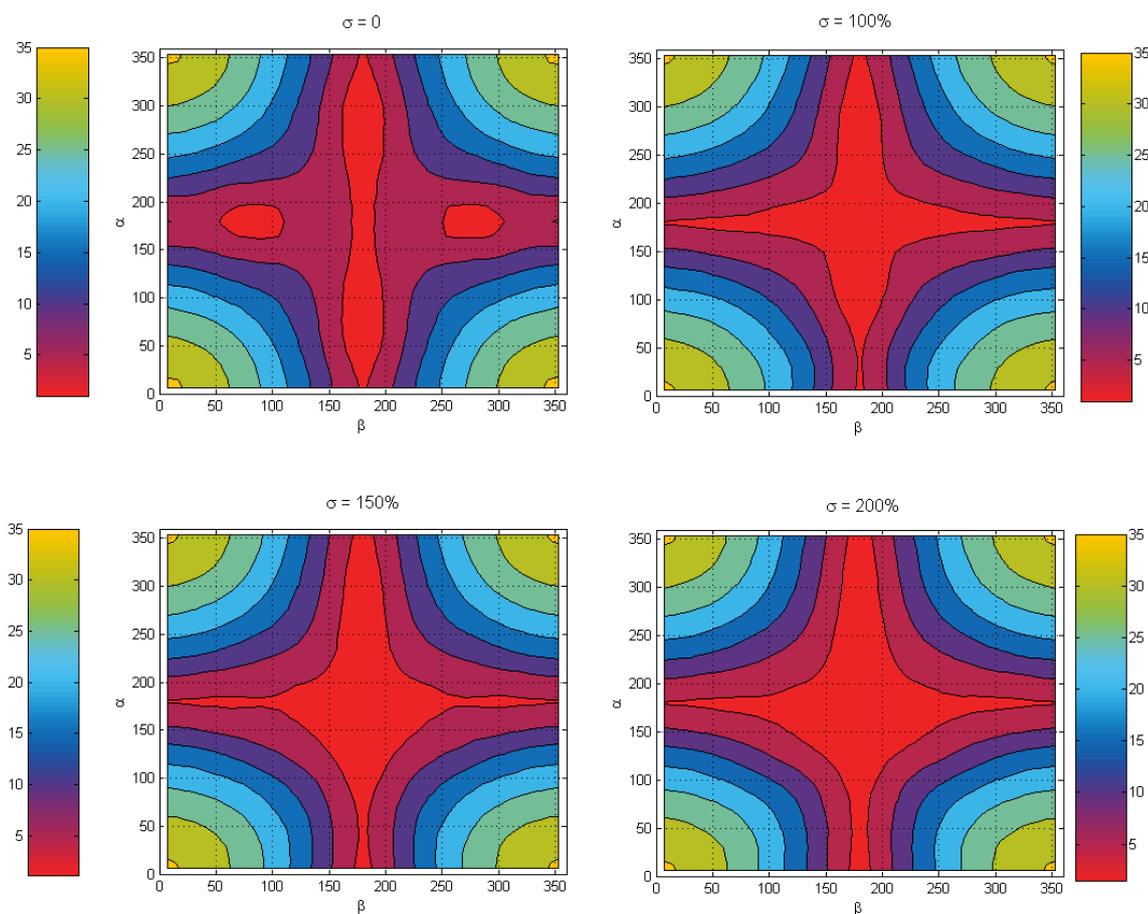


**Figura 32 - Influência do ângulo beta na dinâmica das rodas para alfa 0**

Na Figura 32 é possível verificar que os comportamentos dos máximos das rodas são simétricos, e que ao comparar com a Figura 31 e Figura 30 e a Figura 29, há pontos onde a barra estabilizadora possui deslocamentos maiores que o carro sem barra estabilizadora.

#### 4.8 AVALIAÇÕES DO CONFORTO PELO PARAMETRO RMS PARA $F=9,69\text{HZ}$ PARA UM TEMPO DE 300S

Para uma análise de conforto, utilizando o fator RMS, utilizando os parâmetros da Tabela 1 após o regime permanente, para uma frequência natural de 9,69Hz, e variando os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , é possível verificar se a introdução da barra estabilizadora gera um conforto, para diversos fatores  $\sigma$  de acordo com a Figura 33.



**Figura 33 - Avaliação do conforto**

As frequências naturais do abdome e coluna vertebral estão próximas da frequência de excitação, o que geraria um desconforto para pessoas com problemas de coluna e muito sensíveis a mal estar de viagem. Entretanto como não foi modelado o assento, não é possível afirmar que se a frequência de excitação chegara com a mesma frequência no passageiro.

Comparando a Figura 33 com a Figura 25, é possível verificar que as mesmas regiões de menor deslocamento também são as regiões de melhor conforto. Essa relação acontece pela barra estabilizadora transferir energia que seria para o deslocamento da carroceira para a torção.

## 5 CONCLUSÃO

A introdução da barra estabilizadora mostrou que altera a dinâmica veicular, ao mudar o sentido de rotação quando a excitação é aplicada as rodas ligada a barra. E limita a torção do carro quando a excitação é aplicada as rodas não ligadas à barra. Esse fenômeno pode ser visto na Figura 16 e Figura 17.

O aumento da velocidade de deslocamento causa uma redução do intervalo de excitação entre as rodas da frente e de trás, aumentando o deslocamento da carroceria e provocando uma diminuição na eficácia da barra estabilizadora para entradas tipo pulso.

O efeito da sobreposição causa um aumento da energia transferida da torção para o deslocamento linear da carroceria. Esse efeito aumenta a segurança do veículo ao diminuir a torção.

Ao verificar o comportamento das rodas para entrada impulso sobre a influência da barra estabilizadora é possível concluir que as rodas conectadas a barra estabilizadora, diminui sua amplitude ao aumentar a rigidez torcional. Também é possível notar que para as rodas de trás saturam próximas a 100% para o parâmetro  $\sigma$ , tornam o sistema muito rígido para parâmetros maiores que 150%.

A utilização da barra estabilizadora para a excitação do tipo onda quadrada mostra um aumento da segurança, ao diminuir a condição de instabilidade gerada por excitações totalmente alternadas nas rodas. Esse efeito é sensível na carroceria e na torção ao distribuir melhor a energia.

Ao reduzir a condições de extrema torção e de extremo deslocamento linear a barra estabilizadora transfere energia para as rodas e assim diminui condições de insegurança. Com isso existe sempre um contato das rodas com o solo, garantido a dirigibilidade do veículo.

Ao amenizar condições de acelerações elevadas na carroceria, a adição da barra estabilizadora proporciona um aumento do conforto. Fazendo com que os ocupantes tenha uma viagem mais suave. Entretanto a adição da barra estabilizadora possui regiões a entrada impulso e onda quadrada onde tem a sua eficácia reduzida.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

COLLINS, J. A. **Projeto mecânico de elementos de máquinas: uma perspectiva de prevenção da falha**. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2006. 740 p. ISBN 8521614756.

CRONJÉ P.H., ELS P.S. **Improving off-road vehicle handling using an active anti-roll bar** *Journal of Terramechanics*, Volume 47, Issue 3, 2009. Pages 179-189

BOADA *et al.* **Active roll control using reinforcement learning for a single unit heavy vehicle**. 12th IFToMM World Congress, Besançon, France, v.1, n.1, p.18-21, 2007.

ISHITOBI, M.; ZHU, Q. **Chaotic vibration of a nonlinear full-vehicle model**. *International Journal of Solids and Structures*, Japan, n.43, p.747-759, 2006.

JAZAR, R. N. **Vehicle Dynamics: Theory and Application**. New York: Springer, 2008. 1035p.

FREITAS JUNIOR, Luís Mauro Pereira. **Estudo da dinâmica vertical de uma suspensão veicular do tipo MacPherson** [online]. São Carlos : Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006. Dissertação de Mestrado em Dinâmica das Máquinas e Sistemas. [acesso 2013-09-01]. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18149/tde-19012011-114031/>>.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. 4. ed.. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. 424p.

SMOKER, J. J. **Virtual reality simulation of a car suspension with active**. 2009. 137f. Dissertação (Mestrado em Mestando em Ciências) - University of Maryland, Maryland, 2009.

STUTZ, L. T. **Síntese e análise de uma suspensão semi-ativa magneto**. 2005. 181f. Tese (Doutorado em CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA REOLÓGICA BASEADA NA ABORDAGEM DE CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL) - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, Rio de Janeiro, RJ, 2005.

SZÁSZI, I., GÁSPÁR, P., BOKOR, J. **Nonlinear active suspension modeling using linear parameter vary-ing approach.** Proceedings of the 10th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation, 2002.

TUSSET, Â. M. **Controle ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não-linear controlada através de amortecedor Magneto Reológico.** 2008. 174f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

**Naikontuning: Barra estabilizadora.** Disponível em: <<http://www.naikontuning.com/articulos/barra-estabilizadora/>> Acesso em: 1 set. 2013

**Mechanical vibration and shock -- Evaluation of human exposure to whole-body vibration -- Part 1: General requirements (ISO 2631-1,1997)**