

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

GUILHERME MARODIN ASSIS

**PROCEDIMENTO PARA IDENTIFICAÇÃO DO REGIME DE
ESCOAMENTO DAS BOLHAS DISPERSAS EM UMA MISTURA
GÁS-LÍQUIDO ESCOANDO EM TUBOS VERTICAIS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PONTA GROSSA

2015

GUILHERME MARODIN ASSIS

**PROCEDIMENTO PARA IDENTIFICAÇÃO DO REGIME DE
ESCOAMENTO DAS BOLHAS DISPERSAS EM UMA MISTURA
GÁS-LÍQUIDO ESCOANDO EM TUBOS VERTICAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica, do Departamento Acadêmico de Mecânica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Eduardo Melo Lima

PONTA GROSSA

2015



TERMO DE APROVAÇÃO

PROCEDIMENTO PARA IDENTIFICAÇÃO DO REGIME DE ESCOAMENTO DAS
BOLHAS DISPERSAS EM UMA MISTURA GÁS-LÍQUIDO ESCOANDO EM TUBOS
VERTICAIS

por

GUILHERME MARODIN ASSIS

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em 18 de junho de 2015 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Luiz Eduardo Melo Lima
Orientador

Prof. Dr. Jhon Jairo Ramirez Behainne
Membro Titular

Prof. Dr. Gerson Henrique dos Santos
Membro Titular

Prof. Dr. Luiz Eduardo Melo Lima
Responsável pelos TCC

Prof. Dr. Laercio Javarez Junior
Coordenador do Curso

Dedico este trabalho à minha família e a
todas as pessoas que fizeram parte dessa
fase da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos são para todas as pessoas que diretamente ou indiretamente participaram dessa etapa importante na minha vida. Um agradecimento mais que especial para minha família e meu orientador, pelas horas dedicadas a mim, pela paciência, incentivo e as diversas formas de auxílio que me foram prestadas.

A todos, meu muito obrigado.

RESUMO

ASSIS, Guilherme Marodin. **Procedimento para Identificação do Regime de Escoamento das Bolhas Dispersas em uma Mistura Gás-Líquido Escoando em Tubos Verticais**. 2015. 42 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2015.

Escoamentos gás-líquido são encontrados em diversas aplicações industriais como, por exemplo, na indústria de petróleo, onde uma mistura de gás e óleo é transportada através de tubulações saindo do poço até as instalações de separação e processamento. O escoamento de bolhas dispersas é um dos padrões de escoamento gás-líquido bastante encontrado neste tipo de aplicação. A depender do regime de escoamento das bolhas dispersas (viscoso, distorcido ou turbulento), as características do escoamento mudam significativamente, influenciando a velocidade da fase gasosa e, conseqüentemente, alterando a fração de gás na seção transversal do tubo. O objetivo do presente trabalho é propor um procedimento de solução para identificação do regime de escoamento e, por consequência, a obtenção das principais características do escoamento disperso. O procedimento de solução foi implementado num código computacional escrito em linguagem de programação Fortran 95. Para a análise de resultados, foi desenvolvido um código computacional utilizando comandos do aplicativo Gnuplot, com a finalidade de gerar um mapa de padrões que permita a visualização e verificação da ocorrência dos regimes do escoamento de bolhas dispersas. Os resultados das análises realizadas demonstraram que o procedimento de solução captura com uma boa precisão as características do escoamento disperso, apesar das divergências encontradas em função da variação de propriedades físicas dos fluidos e do diâmetro do tubo nos casos analisados.

Palavras-chave: Escoamento disperso. Diâmetro das bolhas. Regime de escoamento.

ABSTRACT

ASSIS, Guilherme Marodin. **Procedure for Flow Regime Identification of Dispersed Bubbles in a Gas-Liquid Mixture Flowing in Vertical Pipes** . 2015. 42 p. Final Coursework (Bachelor's Degree in Mechanical Engineering) – Federal University of Technology – Paraná. Ponta Grossa, 2015.

Gas-liquid flows are encountered in many industrial applications such as in the oil industry, where a gas-oil mixture is transported through pipes from the well to the separation and processing facilities. The dispersed bubbles flow is one of the several gas-liquid flow patterns frequently found in this industrial application. Depending on the dispersed bubbles flow regime (viscous, distorted and turbulent), the flow characteristics change significantly, influencing the gas velocity and, therefore, changing the gas fraction along the pipe cross section. The goal of this study is to propose a solution procedure for flow regime identification and consequently, obtaining the main characteristics of the dispersed flow. The solution procedure was implemented in a computer code written in Fortran 95 programming language. For the results analysis, it was developed a computer code using Gnuplot application commands with the goal to generate a map of flow patterns which allows viewing and verifying the occurrence of dispersed bubbles regimes. The analysis results showed that the solution procedure captures the dispersed flow characteristics with a good precision, despite of the differences encountered due to the variation of the fluids physical properties and the pipe diameter in the analysed cases.

Keywords: Dispersed flow. Bubbles diameter. Flow regime.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação esquemática dos padrões de escoamento gás-líquido em tubos horizontais e verticais.	10
Figura 2 – Representação esquemática do escoamento de bolhas dispersas e suas variáveis.	22
Figura 3 – Fluxograma do procedimento de solução do modelo.	28
Figura 4 – Mapa de padrões vertical proposto por Taitel, Barnea e Dukler (1980), para uma mistura de ar e água (1 atm e 25°C) em um tubo de 26 mm de diâmetro interno.	31
Figura 5 – Distribuição dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical para um escoamento ar-água em diferentes diâmetros de tubo: (a) 13 mm; (b) 26 mm; (c) 56 mm; (d) 78 mm.	33
Figura 6 – Distribuição dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical para um escoamento ar-glicerina em diferentes diâmetros de tubo: (a) 13 mm; (b) 26 mm; (c) 56 mm; (d) 78 mm.	35
Figura 7 – Distribuição dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical para um escoamento gás-óleo em diferentes diâmetros de tubo: (a) 13 mm; (b) 26 mm; (c) 56 mm; (d) 78 mm.	37

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS LATINAS

A	área	[m ²]
a_i	concentração de area interfacial	
C_0	parâmetro de distribuição	
C_∞	velocidade de deslizamento local adimensional	
C_f	fator de atrito de Fanning	
D	diâmetro	[m]
Eo	número de Eötvös	
Fr	número de Froude	
g	aceleração da gravidade	[m/s ²]
J	velocidade superficial	[m/s]
L	comprimento	[m]
Mo	número de Morton	
Re	número de Reynolds	
S	perímetro	[m]
U	velocidade absoluta	[m/s]
V	velocidade relativa	[m/s]
We	número de Weber	

LETRAS GREGAS

α	fração de área da fase	
ϵ	dissipação de energia cinética	[m ² /s ³]
μ	viscosidade dinâmica	[kg/(m·s)]
ν	viscosidade cinemática	[m ² /s]
ρ	massa específica	[kg/m ³]
σ	tensão superficial gás-líquido	[N/m]
τ	tensão de cisalhamento	[N/m ²]
θ	inclinação	[rad]
ϵ	rugosidade absoluta	[m]

SOBRESCRITOS

* adimensional

SUBSCRITOS

B	das bolhas dispersas
cr	valor crítico
ϵ	da dissipação de energia cinética
G	do gás
∞	em meio contínuo estagnado
L	do líquido
max	valor máximo
Sm	valor médio de Sauter

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	MOTIVAÇÃO	11
1.2	OBJETIVOS	12
2	REVISÃO DA LITERATURA	13
2.1	REGIMES DE ESCOAMENTO DISPERSO	13
2.1.1	Regime Viscoso	14
2.1.2	Regime Distorcido	15
2.1.3	Regime Turbulento	15
2.2	DIÂMETRO MÉDIO DAS BOLHAS	16
3	MODELO	21
3.1	MODELAGEM DO ESCOAMENTO DISPERSO	21
3.1.1	Variáveis Geométricas	21
3.1.2	Variáveis Cinemáticas	24
3.1.3	Variáveis da Mistura e Frações das Fases	25
3.2	TRANSIÇÕES DE REGIME PARA O ESCOAMENTO DISPERSO	26
3.3	PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO DO MODELO	27
3.4	MAPA DE PADRÕES VERTICAL	29
4	ANÁLISE DE RESULTADOS	32
4.1	CASO 1: ESCOAMENTO AR-ÁGUA	33
4.2	CASO 2: ESCOAMENTO AR-GLICERINA	34
4.3	CASO 3: ESCOAMENTO GÁS-ÓLEO	36
5	CONCLUSÕES	38
	REFERÊNCIAS	39

1 INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento de escoamentos multifásicos é de grande importância nos dias atuais, visto que estes escoamentos são amplamente encontrados nas mais diversas aplicações industriais: na produção de petróleo, em equipamentos de refrigeração, em plantas de potência, na indústria nuclear, dentre outras. Deste modo, torna-se necessário haver um maior entendimento sobre os fenômenos que ocorrem neste tipo de escoamento para analisar parâmetros como: riscos ambientais e de segurança, viabilidade técnica e econômica e possíveis melhorias dos processos industriais, por exemplo, a otimização da produção de petróleo.

Os escoamentos multifásicos são comumente caracterizados como sendo aqueles em que duas ou mais fases (ou componentes imiscíveis, em alguns casos) escoam simultaneamente e nos quais os fenômenos físicos envolvidos são frequentemente complexos. Os escoamentos bifásicos gás-líquido são normalmente classificados em padrões de fluxo ou escoamento. Estes padrões de escoamento apresentam diferentes topologias e dependem da geometria do duto, das vazões e das propriedades das fases. Outras características que também aparecem neste tipo de escoamento são as descontinuidades das propriedades locais devido às condições de salto na interface entre as fases.

Os padrões de escoamento gás-líquido podem ser classificados em três classes principais: disperso, separado e intermitente. Estas três classes principais podem ainda ser subclassificados em subpadrões apresentando detalhes mais específicos da natureza do escoamento, conforme Figura 1.

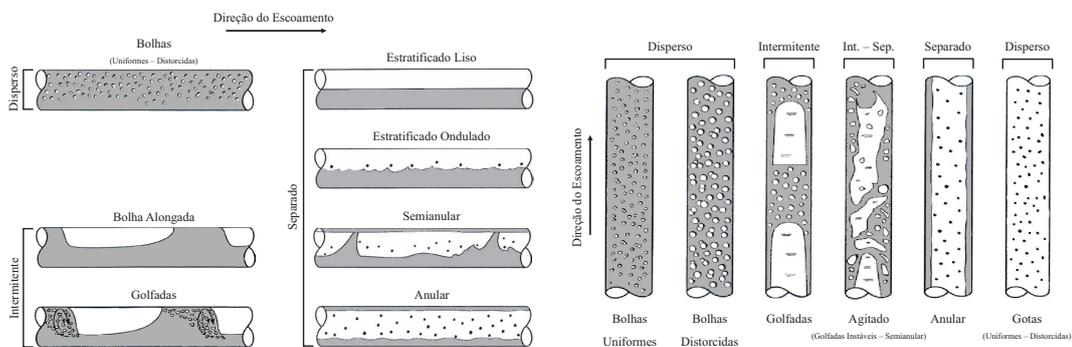


Figura 1 – Representação esquemática dos padrões de escoamento gás-líquido em tubos horizontais e verticais.

Fonte: Lima (2011).

O escoamento disperso é caracterizado pela existência de uma fase dispersa imersa numa fase contínua, por exemplo, bolhas de gás imersas num meio líquido, e pode ser subclassificado em: bolhas uniformes, bolhas distorcidas e capa esférica (transição para intermitente). O escoamento separado ocorre quando as fases escoam concorrentemente separadas por uma interface bem definida e pode ser subclassificado em: estratificado liso, estratificado ondulado, semianular (transição intermitente-anular) e anular. O escoamento intermitente pode ser considerado como uma combinação dos outros dois padrões, que se repetem de forma periódica ao longo da tubulação, e pode ser subclassificado em: golfadas e golfadas instáveis.

Para um melhor entendimento dos padrões de escoamento (disperso, separado e intermitente), é necessário compreender os mecanismos de transição que ocorrem entre eles, bem como entre os seus respectivos subpadrões. Por exemplo, as transições de subpadrão que ocorrem no escoamento disperso: bolhas uniformes, bolhas distorcidas e capa esférica. Estas transições podem ser explicadas em termos de regimes que estão relacionados com a natureza do escoamento.

1.1 MOTIVAÇÃO

O escoamento disperso gás-líquido é comumente encontrado em diversas aplicações industriais, por exemplo, em evaporadores, em condensadores, etc. Deste modo, torna-se cada vez mais necessário entender o comportamento deste tipo de escoamento para suas diversas aplicações. Portanto, a proposta de realização deste trabalho tem por finalidade analisar os parâmetros que regem os escoamentos dispersos gás-líquido.

O escoamento disperso gás-líquido pode ocorrer sobre a influência de três regimes distintos (viscoso, distorcido e turbulento) e dependendo destes regimes as características do escoamento mudam significativamente. O diâmetro médio das bolhas dispersas, como consequência da forma das bolhas, é um dos parâmetros importantes relacionados às transições destes regimes de escoamento, influenciando a concentração de área interfacial e a fração de gás. Portanto, é de grande importância para modelagem destes escoamentos uma precisa estimativa do diâmetro médio das bolhas dispersas para se determinar o regime, bem como os diversos parâmetros correlacionados.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral do presente trabalho é propor um procedimento para identificação do regime de escoamento das bolhas dispersas e, por consequência, permitir a obtenção das principais características do escoamento disperso gás-líquido em tubos verticais, em função do diâmetro médio das bolhas dispersas e das variáveis conhecidas. Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Apresentar um modelo para determinação do diâmetro médio das bolhas de gás dispersas em líquido.
- Identificar o regime de escoamento das bolhas dispersas em função do diâmetro médio destas bolhas e das variáveis conhecidas.
- Apresentar as definições para as velocidades das bolhas dispersas e do líquido em função do regime de escoamento.
- Apresentar as definições para as frações de gás e de líquido, bem como as propriedades da mistura gás-líquido, em função do regime de escoamento.
- Comparar os resultados obtidos pelo procedimento proposto contra um mapa de padrões vertical clássico.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A revisão da literatura apresentada neste capítulo está dividida em duas partes: a primeira relacionada aos regimes de escoamento de bolhas dispersas; a segunda relacionada ao diâmetro médio das bolhas dispersas, bem como sua relação com as transições entre estes regimes de escoamento.

2.1 REGIMES DE ESCOAMENTO DISPERSO

O escoamento disperso gás-líquido é caracterizado por uma fase dispersa de gás que se distribui como inúmeras bolhas em uma fase contínua de líquido. A ocorrência deste tipo de escoamento depende das vazões de gás e de líquido, das características geométricas e das propriedades dos fluidos. O tamanho das bolhas formadas está relacionado com as forças dominantes do escoamento, como por exemplo, as “forças de turbulência” Hinze (1955 apud SHOHAM, 2006).

À medida que a vazão de gás aumenta, o tamanho das bolhas aumenta e elas tendem a se aproximar umas das outras. A partir deste ponto, as bolhas começam a coalescer e aglutinar, a menos que forças de turbulência sejam suficientes para quebrar bolhas maiores e evitar este processo de coalescência. Se a vazão de gás aumentar ao ponto que o diâmetro da bolha ultrapasse um tamanho crítico (limite de distorção na interface da bolha), as forças de turbulência resultantes do fluxo do líquido não serão capazes de impedir a coalescência das bolhas que se aglutinarão formando uma capa esférica, resultando numa transição para o escoamento intermitente (SHOHAM, 2006).

O escoamento disperso gás-líquido é caracterizado por regimes que estão relacionados com o tamanho, a forma e a quantidade de bolhas: viscoso (ou esférico, no qual as bolhas são uniformes), distorcido (no qual as bolhas são deformadas) e turbulento (ou agitado, no qual as bolhas além de deformadas apresentam-se aglomeradas). O regime turbulento constitui uma região de transição de escoamento entre o padrão disperso e o padrão intermitente (ISHII; HIBIKI, 2006).

As transições de regimes de escoamento disperso estão relacionadas com números adimensionais, como Weber, Morton e Reynolds. Por exemplo, o tamanho

das bolhas é quantificado pelo número de Weber, que resulta de um balanço entre as forças de tensão superficial, que definem um tamanho máximo das bolhas, e as forças de inércia da fase líquida, que agem no sentido de quebrar as bolhas em tamanhos menores. O número de Morton também quantifica o tamanho das bolhas e, além disto, permite a caracterização do aumento das distorções que ocorrem na interface da bolha. Por fim, o número de Reynolds relaciona forças de inércia com as forças viscosas, e caracteriza os escoamentos como laminar ou turbulento (ISHII; HIBIKI, 2006).

2.1.1 Regime Viscoso

Este regime ocorre em altas vazões de líquido, mantida a vazão de gás constante, onde as forças de turbulência são suficientemente altas para dispersar a fase gasosa em pequenas bolhas com tamanhos aproximadamente uniformes.

Os parâmetros que regem este regime foram primeiramente estudados por Hinze (1955 apud SHOHAM, 2006). Ele realizou um balanço entre forças de tensão superficial e forças de turbulência e descobriu um diâmetro característico (ou máximo) da fase dispersa para que esse regime seja estável.

Barnea, Shoham e Taitel (1982) e, posteriormente, Brodkey (1995 apud SHOHAM, 2006) realizaram estudos a respeito do diâmetro máximo das bolhas e chegaram a definições para um diâmetro crítico. Eles verificaram que se as forças de turbulência forem capazes de distribuir a fase gasosa em bolhas de diâmetro menor que esse diâmetro crítico, o regime viscoso prevalecerá e as bolhas assumem a forma de esferas sólidas com baixas taxas de coalescência.

Ishii e Hibiki (2006) realizaram uma abordagem em que nesse regime o movimento das partículas é fortemente dependente da viscosidade. Uma vez que as bolhas neste regime se comportam como esferas rígidas elas tendem a impor um sistema de forças sobre o fluido na vizinhança, sofrendo um aumento na resistência ao movimento e como resultado um aumento na viscosidade da mistura. Este aumento na resistência ao movimento, que é dado em termos de um coeficiente de arrasto, é outro parâmetro importante neste regime. Eles mostraram que o coeficiente de arrasto para o regime viscoso é dependente do número de Reynolds, baseados no pressuposto que a resistência ao movimento em uma mistura de duas fases é avaliada considerando a resistência local provocada pelo cisalhamento entre o movimento das partícu-

las em relação ao fluido que está envolto. A viscosidade também pode ser relacionada à fração de gás para uma análise das taxas de colisões. Eles mostram ainda que o aumento da viscosidade gera um aumento na fração de gás e, conseqüentemente, um aumento nas taxas de colisões entre partículas.

2.1.2 Regime Distorcido

A velocidade relativa de pequenas bolhas foi definida por Harmathy (1960 apud SHOHAM, 2006) como sendo inversamente proporcional ao diâmetro do tubo, diferente da velocidade relativa da bolha de Taylor (bolha com diâmetro próximo do diâmetro do tubo), estudada por Dumitrescu; Nicklin; Davies e Taylor (1943, 1962, 1988 apud SHOHAM, 2006), que aumenta com a diminuição do diâmetro do tubo.

O regime distorcido pode ser analisado considerando as velocidades relativas das pequenas bolhas e da bolha de Taylor, deste modo, a ocorrência deste regime tem dependência com o diâmetro do tubo. Para diâmetros de tubos maiores, onde a velocidade relativa da bolha de Taylor é maior que a velocidade relativa das pequenas bolhas, a bolha de Taylor arrasta estas pequenas bolhas ao seu redor não permitindo que elas coalesçam. Em contrapartida, quando a velocidade das pequenas bolhas são maiores que a da bolha de Taylor, elas tendem a se aglutinar nas regiões da cauda da bolha de Taylor formando assim o padrão de golfadas (SHOHAM, 2006).

Ishii e Hibiki (2006) propuseram uma abordagem para o regime distorcido diferente da abordagem para o regime viscoso. No regime viscoso, o coeficiente de arrasto depende do número de Reynolds. No regime distorcido, onde ocorre a formação de vórtices turbulentos atrás de uma partícula, tal que as partículas que estão atrás experimentam uma resistência maior ao escoamento, o coeficiente de arrasto é dependente apenas do tamanho das bolhas (diâmetro) e das propriedades dos fluidos.

2.1.3 Regime Turbulento

O regime turbulento ocorre em frações de gás de aproximadamente 30%. Nessa condição as bolhas tendem a ter um movimento caótico e colidem aleatoriamente, aglutinando-se e formando um aglomerado de bolhas. Este aglomerado de bolhas tem comportamento similar as bolhas de Taylor, mas não ocupam a seção total

do tubo. Desde que as forças dominantes não permitam a formação das bolhas de Taylor, o regime turbulento prevalecerá (SHOHAM, 2006).

Segundo Ishii e Hibiki (2006) quando uma partícula sofre um aumento no seu diâmetro cria-se uma região de esteira atrás dela, permitindo o arraste de outras partículas em sequência. Devido à formação desta esteira, as bolhas menores se movimentam atrás das bolhas maiores sem que ocorra um aumento no coeficiente de arrasto. Eles mostraram que no regime turbulento, diferente dos outros regimes, o aumento da interação entre as partículas, devido ao aumento na concentração de gás, diminui a força de arrasto.

2.2 DIÂMETRO MÉDIO DAS BOLHAS

O diâmetro médio das bolhas no escoamento disperso é um dos parâmetros importantes para prever a distribuição dos regimes. A fração de gás, a velocidade das bolhas dispersas, a concentração de área interfacial e a força de sustentação lateral são alguns dos parâmetros dependentes do diâmetro médio das bolhas.

Sekoguchi et al. (1974) e Herringe e Davis (1976) relacionaram o diâmetro médio das bolhas com a concentração de área interfacial. Com isso Kataoka e Serizawa (1990) mostraram que diferentemente das considerações de outros autores, a velocidade das bolhas dispersas não é constante. Sob a hipótese de homogeneidade de mistura e considerando pequenas variações nas velocidades, mostraram que o diâmetro médio das bolhas e a concentração de área interfacial, embora sejam parâmetros diferentes, podem ser correlacionados. Resultando assim, numa modelagem do diâmetro médio das bolhas baseado no diâmetro médio de Sauter, como uma relação entre a fração de gás e concentração de área interfacial.

Liu (1993) estudou a dependência da distribuição da fração de gás e das velocidades das fases em função do diâmetro das bolhas. No experimento realizado por ele, foi demonstrado que o tamanho das bolhas altera o regime de escoamento mesmo para velocidades de gás e de líquido constantes. Ele mostrou que a distribuição de gás na parede do tubo é muito sensível ao diâmetro das bolhas, observando que bolhas pequenas tendem a distribuir-se uniformemente ao longo do escoamento e tendem a migrar para a parede. E para as velocidades das fases, ele mostrou que o aumento na velocidade de líquido diminui o tamanho das bolhas e a distribuição da

fração de gás tende a se localizar perto da parede, já para velocidades de gás altas a distribuição da fração de gás tende a ter um perfil parabólico.

Hibiki e Ishii (1999) analisaram a dependência do diâmetro médio de Sauter com a fração de gás e com a concentração de área interfacial. Para baixas velocidades de líquido e frações de gás menores que 20%, o diâmetro médio de Sauter apresentou-se menor que 3,5 mm, portanto, para baixas vazões de líquido a turbulência irá contribuir para a coalescência das bolhas, visto que pode não haver energia suficiente para romper as bolhas. Desse modo, as bolhas tendem a aumentar de tamanho ao longo do escoamento e tendem a migrar para centro alterando a distribuição de gás. Para frações de gás menores que 10% e velocidades relativamente baixas de líquido, o diâmetro médio de Sauter se manteve menor que 3,5 mm, as bolhas se distribuíram próximo da parede e a coalescência das bolhas foi dificultada pela distância entre as bolhas. Para frações de gás maiores que 10% e velocidades relativamente baixas de líquido o diâmetro médio de Sauter foi maior que 3,5 mm e a distribuição de gás migra da parede para o centro do tubo. Já para frações de gás maiores que 20% e altas velocidades do líquido, o diâmetro médio de Sauter na entrada do tubo é maior que 4 mm, para tal configuração de escoamento existe uma alta turbulência de líquido e aumento da fração de gás, logo o espaçamento entre as bolhas é diminuído, por sua vez ocorre um aumento na taxa de colisões que acaba gerando uma capa esférica. Como o diâmetro médio de Sauter se comporta quase que uniformemente, a concentração de área interfacial se comporta semelhante à fração de gás, pois estas são diretamente proporcionais.

No experimento realizado por Sun et al. (2002), para diâmetros de tubo relativamente grandes, foi mostrado como os parâmetros (fração de gás, diâmetro médio de Sauter, concentração de área interfacial e velocidade interfacial axial) variam em relação as velocidades de líquido e de gás. Para isso foram realizadas cinco amostragens variando as velocidades. A primeira sendo 0,058 m/s e 0,048 m/s, a segunda 0,260 m/s e 0,049 m/s, a terceira 0,263 m/s e 0,121 m/s, a quarta 1,018 m/s e 0,052 m/s e a quinta 1,021 m/s e 0,1 m/s, sendo as velocidades de líquido e de gás, respectivamente. Para a primeira amostra foi observado que a fração de gás aumenta no decorrer do fluxo devido aos efeitos da pressão atmosférica, a concentração de área interfacial tem flutuações grandes no decorrer do fluxo mais tende a aumentar ao longo do escoamento, o diâmetro médio de Sauter tende a ser uniforme na dire-

ção radial através do tubo, a velocidade interfacial tende a diminuir perto da parede. A segunda amostra tem as mesmas tendências da primeira, só difere na velocidade interfacial axial que em certo ponto do escoamento tende a ser menor, não sendo explicado pelos autores. Na quinta amostra a fração de gás continua tendendo a aumentar na direção do fluxo, mais é possível notar que a fração de gás assim como a concentração de área interfacial tem um aumento perto da parede do tubo. O diâmetro médio de Sauter tende a aumentar devido à expansão e coalescência, mas a velocidade interfacial axial tende a ser constante no decorrer do fluxo.

Hibiki e Ishii (2002) notaram que o modelo proposto por Ishii (1977 apud HIBIKI; ISHII, 2002), que relaciona o parâmetro de distribuição da velocidade das bolhas dispersas com a viscosidade e o número de Reynolds, não proporcionava resultados adequados para alguns tipos de escoamento. Então, embasados em estudos anteriores, descobriram uma dependência desse parâmetro de distribuição com o diâmetro médio das bolhas. Dessa forma, eles propuseram um novo modelo para o cálculo do parâmetro de distribuição, (interpolando o parâmetro de distribuição em relação ao diâmetro médio estimado para bolha em tubos de pequeno diâmetro) para os mais diversos tipos de escoamento, exceto para diâmetros de tubo maiores que 60 mm. Usando o diâmetro médio de Sauter, adimensionalizado pelo diâmetro do tubo, obtiveram resultados para a fração de gás, o parâmetro de distribuição e as velocidades de líquido e de gás com uma boa aproximação dos resultados experimentais.

Guet et al. (2004) investigaram o efeito do tamanho da bolha no parâmetro de distribuição e na velocidade de deslizamento local. Propuseram que o parâmetro de distribuição varia entre os valores mínimo e máximo, 0,95 e 1,2, respectivamente. Para distribuições de gás perto da parede, onde as bolhas tendem a ter um tamanho menor, os valores do parâmetro de distribuição tendem a ser menores que 0,95. Então, foi estabelecido que esse valor fosse mantido mesmo para baixas vazões de líquido, desde que o tamanho da bolha seja suficientemente pequeno para que haja uma distribuição uniforme do perfil de fração de gás na parede do tubo. Também mostraram, a partir de certo comprimento de entrada de tubo onde não haja recirculação de líquido na parede, que o parâmetro de distribuição é dependente apenas do tamanho das bolhas, variando entre 0,95 a 1,2. Deste modo, relacionando o diâmetro da bolha com a fração de gás e a velocidade de deslizamento local, mostrou-se que para diâmetros menores a fração de gás tende a se distribuir perto da parede com as bolhas se com-

portando de maneira esférica. Já para diâmetros maiores a concentração de fração de gás localizando-se no centro do tubo com bolhas de forma distorcida. A velocidade de deslizamento local aumenta para bolhas com diâmetros maiores, e diminui para bolhas com diâmetros menores, isto porque a velocidade de deslizamento local está relacionada com a fração de gás, e a mesma com o diâmetro das bolhas.

Lucas e Tomiyama (2011) investigaram o comportamento do diâmetro das bolhas em relação à força de sustentação lateral, dada em função do número de Eötvös, em tubos de 50 mm e 200 mm de diâmetro. Para medições mais precisas, utilizaram um comprimento de entrada de 60 diâmetros, onde o escoamento é desenvolvido, e definiram quatro faixas de diâmetro das bolhas para análise: menor que 6 mm; com no máximo 10 mm; maiores que 10 mm (mas bem menores que o diâmetro do tubo); com tamanho próximo ao do tubo (correspondente ao padrão golfadas). Na primeira faixa a distribuição das bolhas é pequena e elas não aparecem perto da parede do tubo, neste caso a coalescência e separação de fases são relativamente fracas e a posição das bolhas é resultado do equilíbrio das forças das bolhas na direção radial. A segunda faixa é observada para baixas frações de gás ($< 15\%$) e as bolhas com diâmetros menores que 6 mm tendem a localizar-se ao longo da parede, já as bolhas de diâmetros maiores tendem a se concentrar no centro do tubo. Na terceira faixa as bolhas são instáveis, em fluxos de alta turbulência, ocorrendo à quebra das mesmas. Bolhas maiores que se concentram no centro do tubo tendem a se desintegrar e formar bolhas menores que tendem a se movimentar para a parede do tubo, a força de sustentação lateral atua na quebra das bolhas perto da parede do tubo, diminuindo a concentração de bolhas e fazendo com que elas tenham diâmetro menor que o diâmetro crítico. A quarta faixa não foi observada no tubo de 50 mm diâmetro, mas no tubo de 200 mm de diâmetro, a formação irregular das bolhas de Taylor gera pequenas bolhas de forma irregular que sobem no centro do tubo, cuja formação pode ser atribuída ao regime turbulento das bolhas dispersas.

No estudo realizado por Hazuku, Takamasa e Hibiki (2012), o diâmetro médio de Sauter foi analisado em função da posição axial e da velocidade de líquido. Seus experimentos mostraram que o diâmetro médio de Sauter manteve um tamanho uniforme (entre 2 mm e 4 mm) em altas velocidades de líquido, para toda a faixa de posições axiais analisadas (5, 20, 40 e 60 diâmetros de tubo). Para médias velocidades de líquido, o diâmetro de Sauter tende a aumentar ao longo da posição axial,

sendo que na última encontram-se bolhas com diâmetros entre 4 mm e 6 mm e, com diâmetros médios de Sauter maiores que 3,5 mm, é possível notar que a distribuição de gás tende a se concentrar no centro do tubo. Para baixas velocidades de líquido, o diâmetro médio de Sauter tende a ser uniforme apenas na entrada do tubo com valores menores que 3 mm, aumentando de tamanho consideravelmente ao longo da posição axial, sendo encontrados valores de 6 mm, em 40 diâmetros de tubo, e de 8 mm, em 60 diâmetros de tubo, desta forma, dois possíveis mecanismos foram considerados por eles. O primeiro trata da dissipação da turbulência que é causada pelo deslizamento das bolhas, promovendo a migração das bolhas da parede para o centro do tubo. O segundo seria que a coalescência das bolhas tem um impacto positivo, tal que as bolhas tendem a aumentar de tamanho e a migrar para o centro do tubo. A escolha destes dois parâmetros para a análise do diâmetro médio de Sauter se justifica pelas seguintes proposições: a distância axial pelo fato do escoamento desenvolver-se ao longo do tubo, e a velocidade de líquido por promover forças de turbulência para manter estável o diâmetro das bolhas. A variação de diâmetro médio de Sauter para baixas velocidades de líquido ocorre devido às fracas forças de turbulência promovidas durante o escoamento que não são suficientes para manter o diâmetro estável, assim as bolhas tendem a aumentar de tamanho.

Xing et al. (2013) analisaram o comportamento do diâmetro médio de Sauter em função das velocidades das fases líquida e gasosa ao longo do tubo. Mantendo a velocidade da fase líquida constante e variando a velocidade da fase gasosa, eles notaram que: com velocidades baixas de líquido e velocidades relativamente altas de gás, o diâmetro médio de Sauter tende a ser maior que 5 mm e a distribuição de bolhas tende a se concentrar no centro do tubo; diminuindo a velocidade da fase gasosa, o diâmetro médio de Sauter varia entre 3,6 mm e 5 mm e a distribuição de bolhas se apresenta-se tanto no centro quanto na parede do tubo; diminuindo mais ainda a velocidade da fase gasosa a distribuição de bolhas se tende a se concentrar na parede do tubo com diâmetros médio de Sauter menores que 3,6 mm. Para velocidades de líquido relativamente altas a probabilidade de coalescência das bolhas é menor evitando sua quebra e o diâmetro médio de Sauter apresentou-se com um tamanho aproximado de 5 mm. Como o diâmetro médio de Sauter é usado para representar aproximadamente o tamanho médio das bolhas, eles estabeleceram que o tamanho crítico das bolhas é de 5 mm.

3 MODELO

Neste capítulo é apresentada a modelagem do escoamento disperso (descrevendo suas variáveis geométricas e cinemáticas, as frações das fases e as propriedades da mistura), as transições de regime de escoamento disperso (viscoso, distorcido e turbulento), o procedimento de solução do modelo (algoritmo de solução) e as equações de transição para o mapa de padrões vertical (para a análise de resultados).

O presente trabalho tem por objeto de estudo escoamentos gás-líquido no padrão disperso em tubos verticais. Porém, para garantir uma maior generalização do modelo aplicado a este padrão de escoamento, será considerando um escoamento em que a inclinação do tubo possa variar de horizontal a vertical, nas definições das variáveis apresentadas para este modelo.

3.1 MODELAGEM DO ESCOAMENTO DISPERSO

Considera-se um escoamento bifásico de uma mistura gás-líquido no padrão disperso em um tubo que apresenta as seguintes características: diâmetro D , comprimento L , inclinação θ (em relação ao plano normal à direção da aceleração gravitacional g), rugosidade absoluta ε , perímetro S e área de seção transversal A . Na Figura 2 é apresentada uma representação esquemática do escoamento de bolhas dispersas e suas variáveis: o diâmetro médio das bolhas dispersas D_B , a área de seção transversal ocupada pelo líquido A_L , a velocidade das bolhas dispersas U_B , a velocidade do líquido U_L , a velocidade superficial da mistura J , a fração de líquido α_L e a tensão de cisalhamento da mistura na parede τ_W (SHOHAM, 2006).

3.1.1 Variáveis Geométricas

Um dos parâmetros importantes para a identificação do regime de escoamento das bolhas dispersas é, sem dúvida, o diâmetro médio das bolhas dispersas. Portanto, torna-se necessário defini-lo de forma apropriada para garantir uma modelagem do escoamento disperso mais fisicamente realista, levando em consideração os efeitos relacionados com o processo de coalescência e quebra de bolhas que influenciam tanto o diâmetro quanto a forma das bolhas dispersas.

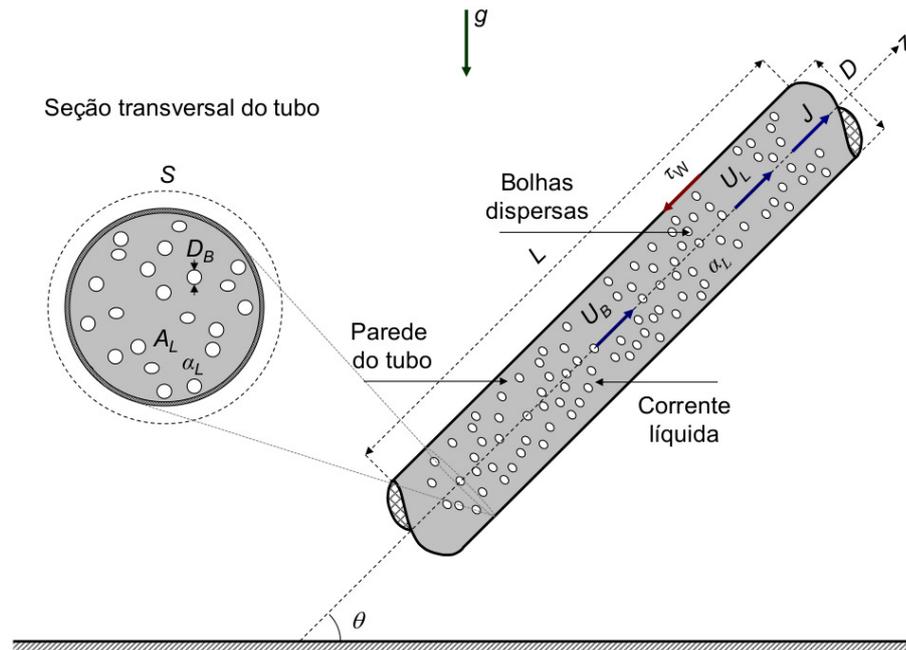


Figura 2 – Representação esquemática do escoamento de bolhas dispersas e suas variáveis.
Fonte: Adaptado de Lima (2011).

O valor máximo para o diâmetro das bolhas dispersas é denominado diâmetro crítico $D_{B,cr}$, que por sua vez limita o tamanho das bolhas para que elas não coalesçam e venham a se aglutinar formando uma bolha de Taylor. Bolhas com tamanho menor que $D_{B,cr}$ tendem a comporta-se como esferas sólidas. O valor de $D_{B,cr}$ é definido por Taitel e Dukler (1976) para escoamentos horizontais ou quase horizontais, baseado num balanço entre turbulência e forças de empuxo, assim como por Taitel, Barnea e Dukler (1980) e Barnea et al. (1985) para escoamentos verticais, baseado num balanço entre turbulência e forças de tensão superficial (SHOHAM, 2006), de acordo com a Equação (1):

$$D_{B,cr} = \begin{cases} 0,375DC_f Fr^2 / \cos \theta, & \text{se horizontal ou quase-horizontal} \\ 1,265D / \sqrt{Eo}, & \text{se vertical} \end{cases}, \quad (1)$$

sendo $Fr = J / \sqrt{gD(1 - \rho_G / \rho_L)}$ o número de Froude da mistura, $Eo = gD^2(\rho_L - \rho_G) / \sigma$ o número de Eötvös, ρ_G e ρ_L são as massas específicas do gás e do líquido, respectivamente, σ a tensão superficial gás-líquido e C_f o fator de atrito de Fanning definido por Haaland (1983) pela Equação (2):

$$C_f = \left\{ -3,6 \log \left[\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right] \right\}^{-2}, \quad (2)$$

sendo $Re = JD/\nu_L$ o número de Reynolds da mistura e $\nu_L \equiv \mu_L/\rho_L$ a viscosidade cinemática do líquido.

Calderbank (1958) propôs uma definição para um diâmetro máximo $D_{B,max}$ que permitisse a estabilidade das bolhas no escoamento disperso, de acordo com a Equação (3):

$$D_{B,max} = \left(0,725 + 4,15\sqrt{J_G/J}\right) (\sigma/\rho_L)^{3/5} (2C_f J^3/D)^{-2/5}. \quad (3)$$

Dependendo do seu tamanho, as bolhas podem ter diferentes tipos de comportamento. Para $D_{B,max} > D_{B,cr}$ e com forças de turbulência relativamente altas (para que haja a quebra das bolhas em tamanhos menores que o $D_{B,max}$), as bolhas não se aglomeram, dificultando a coalescência e a ocorrência do padrão disperso prevalecerá. Neste caso, devido às baixas taxas de colisão e de coalescência, as bolhas são esféricas e comportam-se como esferas sólidas. Para $D_{B,max} < D_{B,cr}$ as bolhas tendem a se deformar, e as taxas de colisão e de coalescência sofrem um aumento, com isso as bolhas tendem a se aglutinar para formar uma bolha de Taylor, resultando na ocorrência do padrão golfadas (intermitente).

O diâmetro médio de Sauter D_{Sm} é um modelo estatístico que permite uma estimativa razoável do diâmetro médio das bolhas dispersas. Ele foi definido por Sekoguchi et al. (1974) e Heringe e Davis (1976), conforme apresentado por Kataoka e Serizawa (1990), de tal forma que relaciona dois parâmetros importantes associados ao escoamento de dois fluidos: a concentração de área interfacial a_i e a fração de gás α_G . A concentração de área interfacial a_i é o parâmetro que rege as transferências de massa, de quantidade de movimento e de energia de um fluido para outro através da interface. A fração de gás α_G expressa a distribuição das fases na seção transversal do tubo. O diâmetro médio de Sauter é dado pela Equação (4):

$$D_{Sm} = \frac{6\alpha_G}{a_i}. \quad (4)$$

Devido à dificuldade de ser determinar diretamente tanto a concentração de área interfacial a_i quanto a fração de gás α_G , é possível definir o diâmetro médio de Sauter D_{Sm} , a partir de correlações semiempíricas, em termos das variáveis primitivas do escoamento. Por exemplo, a Equação (5) proposta por Hibiki et al. (2006):

$$D_{Sm} = 1,99DEo^{-0,3325} Re_\epsilon^{-0,239}/\eta, \quad (5)$$

sendo Re_ϵ um número de Reynolds baseado na dissipação de energia cinética, cuja definição é dada pela Equação (6):

$$Re_\epsilon = \frac{(\epsilon D^4 / Eo^2)^{1/3}}{\nu_L}. \quad (6)$$

A dissipação de energia cinética ϵ é definida pela soma das contribuições dos efeitos resultantes da coalescência e da quebra das bolhas, conforme Equação (7) apresentada por Hibiki e Ishii (2002):

$$\epsilon = gJ_G e^{-0,0005839Re_L} + \frac{C_f J^3}{2D} (1 - e^{-0,0005839Re_L}), \quad (7)$$

sendo $Re_L = J_L D / \nu_L$ o número de Reynolds do líquido.

O parâmetro adimensional η é utilizado para definir a Equação (5) de acordo com o tipo de fenômeno do escoamento, cuja definição é dada pela Equação (8):

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se escoamento adiabático} \\ 1,22(J_G/J_L)^{-0,17}(\rho_G/\rho_L)^{0,138}, & \text{se escoamento com evaporação} \end{cases}. \quad (8)$$

3.1.2 Variáveis Cinemáticas

A velocidade superficial da mistura corresponde a velocidade do centro de volume da mistura, cuja definição é dada pela Equação (9):

$$J = J_G + J_L, \quad (9)$$

sendo $J_G = Q_G/A$ e $J_L = Q_L/A$ as velocidades superficiais de gás e de líquido, respectivamente. Q_G e Q_L são as vazões volumétricas de gás e de líquido, respectivamente.

A velocidade da fase líquida é expressa em termos da velocidade superficial da mistura J , da velocidade das bolhas dispersas U_B e das frações de gás e de líquido, α_G e α_L , de acordo com a Equação (10):

$$U_L = (J - \alpha_G U_B) / \alpha_L. \quad (10)$$

A velocidade da fase gasosa na forma de bolhas dispersas U_B é definida pelo modelo cinemático proposto por (NICKLIN, 1962 apud LIMA, 2011), no qual as bolhas se deslocam com a velocidade superficial de mistura J , acrescida de uma velocidade de deslizamento local $V_{\infty,B}$, de acordo com a Equação (11):

$$U_B = C_{0,B} J + V_{\infty,B}. \quad (11)$$

Segundo Hibiki e Ishii (2002) o parâmetro de distribuição $C_{0,B}$ é dependente do diâmetro médio das bolhas dispersas, de acordo com a Equação (12):

$$C_{0,B} = \left(1,2 - 0,2\sqrt{\rho_G/\rho_L}\right) \left(1 - e^{-22D_B^*}\right), \quad (12)$$

sendo $D_B^* = D_B/D$ o diâmetro médio das bolhas adimensional.

A velocidade de deslizamento local corresponde a velocidade de ascensão das bolhas em um meio estagnado, cuja definição é dada pela Equação (13):

$$V_{\infty,B} = C_{\infty,B}\sqrt{gD(1 - \rho_G/\rho_L)}, \quad (13)$$

sendo $C_{\infty,B}$ a velocidade de deslizamento local adimensional, que por sua vez é dependente do regime de escoamento disperso de acordo com a Equação (14):

$$C_{\infty,B} = \begin{cases} \frac{21,6}{D_B^*\sqrt{Ar}} \left[\frac{(1+\psi)\psi^{4/3}\alpha_L^3}{1+\psi\alpha_L^{9/7}} \right], & \text{se regime viscoso} \\ \sqrt{2}Eo^{-1/4}\alpha_L^{7/4}, & \text{se regime distorcido} \\ \sqrt{2}Eo^{-1/4}, & \text{se regime turbulento} \end{cases} \quad (14)$$

sendo $\psi = 0,55\{[1 + 0,01(D_B^*)^3 Ar]^{4/7} - 1\}^{3/4}$ um parâmetro adimensional e $Ar = gD^3(1 - \rho_G/\rho_L)/\nu^2$ é o número de Archimedes.

3.1.3 Variáveis da Mistura e Frações das Fases

No escoamento disperso, a massa específica ρ e a viscosidade μ da mistura gás-líquido podem ser definidas em termos das propriedades físicas das fases, ponderadas pelas suas respectivas frações, de acordo com as Equações (15) e (16):

$$\rho = \rho_G\alpha_G + \rho_L\alpha_L, \quad (15)$$

$$\mu = \mu_G\alpha_G + \mu_L\alpha_L. \quad (16)$$

A fração de líquido α_L é definida como sendo a razão entre o área ocupada pelo líquido e a área total, de acordo com a Equação (17):

$$\alpha_L = A_L/A. \quad (17)$$

A fração de gás α_G e a fração de líquido α_L estão relacionadas pela condição de saturação ($\alpha_L = 1 - \alpha_G$) e a fração de gás α_G pode ser definida, com base na lei cinemática de deslizamento proposta por Zuber e Findlay (1965), pela Equação (18):

$$\alpha_G = J_G/U_B \equiv J_G/(C_{0,B}J + V_{\infty,B}). \quad (18)$$

Utilizando a Equação (18) juntamente com a condição de saturação é possível obter uma função implícita de α_L , visto que a velocidade de deslizamento local $V_{\infty,B}$ tem dependência funcional com α_L . Esta função implícita da fração de líquido $f(\alpha_L)$ é definida pela Equação (19):

$$f(\alpha_L) = J_G - (1 - \alpha_L)(C_{0,B}J + V_{\infty,B}) = 0. \quad (19)$$

3.2 TRANSIÇÕES DE REGIME PARA O ESCOAMENTO DISPERSO

Nesta seção as definições das transições de regime para o escoamento disperso gás-líquido são apresentadas. Segundo Ishii e Hibiki (2006), tanto o regime viscoso quanto o regime distorcido ocorrem para $\alpha_L \geq 0,7$, abaixo deste valor a transição do padrão disperso para o intermitente pode ocorrer. Além disto, as transições entre os regimes viscoso, distorcido e turbulento são definidas em termos de parâmetros adimensionais: o número de Morton, Equação (20); o número de Reynolds baseado na velocidade de deslizamento local, Equação (21); o número de Weber baseado na velocidade das bolhas dispersas em relação a mistura, Equação (22).

$$Mo = g(1 - \rho_G/\rho_L)\mu^4/(\rho_L\sigma^3), \quad (20)$$

$$Re_{\infty,B} = V_{\infty,B}D_B/\nu_L, \quad (21)$$

$$We_{\infty,B} = (U_B - J)^2D_B\rho_L/\sigma. \quad (22)$$

No regime viscoso, o movimento das partículas é fortemente afetado pela viscosidade, tal que a forma esférica das partículas não é distorcida pelas instabilidades geradas a partir da turbulência, associada ao movimento do fluido que circunda as partículas. O critério para transição do regime viscoso para o distorcido é baseado no número de Morton Mo e no número de Reynolds $Re_{\infty,B}$, definindo se a partícula será ou não distorcida pela turbulência. O regime viscoso ocorre para $Mo^{1/4} < 36\sqrt{2}(1 + 0,1Re_{\infty,B}^{3/4})/Re_{\infty,B}^2$. Para $Mo^{1/4} \geq 36\sqrt{2}(1 + 0,1Re_{\infty,B}^{3/4})/Re_{\infty,B}^2$ as bolhas tendem a deformar-se e movimentar-se mais aleatoriamente evidenciando a ocorrência do regime distorcido (ISHII; HIBIKI, 2006).

A transição para o regime turbulento está relacionada com a fração de líquido α_L e o número de Weber $We_{\infty,B}$. O número de Weber é uma relação entre forças de inércia e forças de tensão superficial que permite quantificar o máximo tamanho estável das bolhas (ISHII; HIBIKI, 2006). Para que o regime turbulento ocorra tem-se

que $0,48 < \alpha_L < 0,7$ e $We_{\infty,B} \leq 8$, acima deste valor de $We_{\infty,B}$ as bolhas tendem a coalescer para formar uma capa esférica (transição para o padrão intermitente).

3.3 PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO DO MODELO

Nesta seção é apresentado um procedimento, representado pelo Algoritmo 1, para a identificação do regime de escoamento disperso (viscoso, distorcido e turbulento), bem como para a determinação dos parâmetros de fechamento para modelagem do escoamento disperso ($C_{0,B}$, $C_{\infty,B}$, $V_{\infty,B}$, U_B , U_L , α_G e α_L).

Algoritmo 1 – Procedimento de solução para identificação do regime de escoamento das bolhas dispersas e determinação de seus parâmetros.

inserir $J_G, J_L, \rho_G, \rho_L, \mu_G, \mu_L, \sigma, D, \varepsilon$ e θ

- 1: Determinar J utilizando a Equação (9)
- 2: Determinar $D_{B,cr}$ utilizando a Equação (1)
- 3: Determinar D_{Sm} utilizando a Equação (5)
- 4: Determinar Mo utilizando a Equação (20)
- 5: Atribuir D_B como sendo o mínimo valor entre $D_{B,cr}$ e D_{Sm}
- 6: Atribuir regime viscoso (hipótese inicial)
- 7: **para** verificar o regime **faça**
- 8: Determinar α_L através da solução implícita da Equação (19)
- 9: Determinar U_B utilizando a Equação (11)
- 10: Determinar U_L utilizando a Equação (10)
- 11: Determinar $Re_{\infty,B}$ utilizando a Equação (21)
- 12: Determinar $We_{\infty,B}$ utilizando a Equação (22)
- 13: **se** regime viscoso **então**
- 14: **se** $Mo^{1/4} < 36\sqrt{2}(1 + 0,1Re_{\infty,B}^{3/4})/Re_{\infty,B}^2$ e $\alpha_L \geq 0,7$ **então**
- 15: Encerrar a verificação do regime (etapa 32)
- 16: **senão,**
- 17: Atribuir regime distorcido e retornar a verificação do regime (etapa 7)
- 18: **finaliza se**
- 19: **senão, se** regime distorcido **então**
- 20: **se** $Mo^{1/4} \geq 36\sqrt{2}(1 + 0,1Re_{\infty,B}^{3/4})/Re_{\infty,B}^2$ e $\alpha_L \geq 0,7$ **então**
- 21: Encerrar a verificação do regime (etapa 32)
- 22: **senão,**
- 23: Atribuir regime turbulento e retornar a verificação do regime (etapa 7)
- 24: **finaliza se**
- 25: **senão, se** regime turbulento **então**
- 26: **se** $We_{\infty,B} > 8$ e $\alpha_L \geq 0,48$ **então**
- 27: Encerrar a verificação do regime (etapa 32)
- 28: **senão,**
- 29: Atribuir regime de capa esférica (transição) e encerrar a verificação do regime (etapa 32)
- 30: **finaliza se**
- 31: **finaliza se**
- 32: **finaliza para**
- 33: **retorna** $C_{0,B}, C_{\infty,B}, V_{\infty,B}, U_B, U_L, \alpha_G, \alpha_L$ e o regime de escoamento

Fonte: Autoria própria.

Na Figura 3 é apresentado um fluxograma do procedimento de solução proposto através do Algoritmo 1.

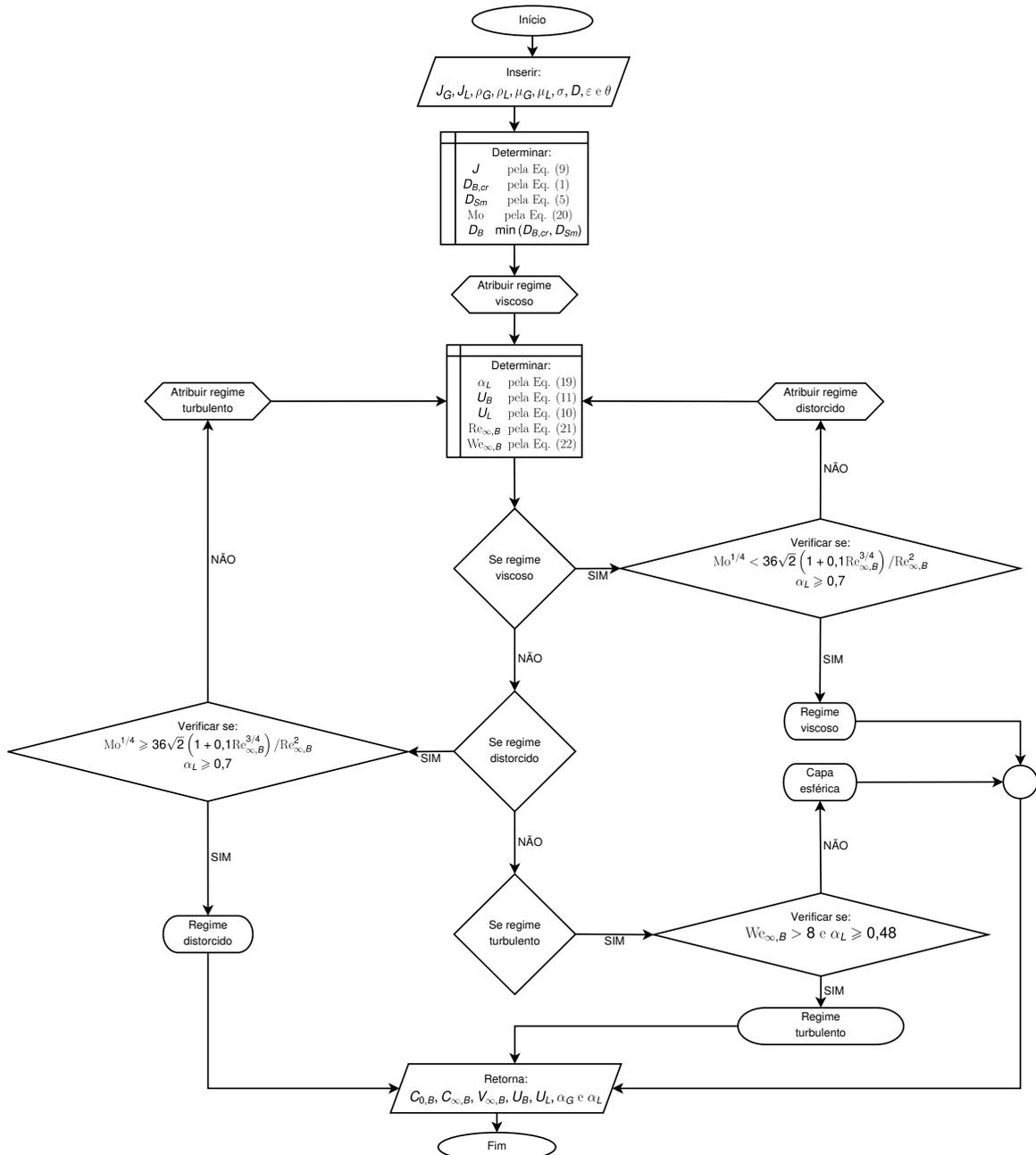


Figura 3 – Fluxograma do procedimento de solução do modelo.

Fonte: Autoria própria.

O procedimento de solução para determinação dos parâmetros relacionados ao escoamento disperso envolve o conhecimento de parâmetros de entrada tais como: J_G , J_L , ρ_G , ρ_L , μ_G , μ_L , σ , D , ε e θ . Tais parâmetros podem ser obtidos em qualquer posição ao longo do tubo (a partir de condições de contorno). Com estes parâmetros de entrada, pode-se determinar, por exemplo, a velocidade superficial da mistura J , o diâmetro médio das bolhas (menor valor entre D_{Sm} e $D_{B,cr}$, vide subseção 3.1.1) e os parâmetros adimensionais necessários à identificação do regime de escoamento disperso (conforme discutido na seção 3.2).

Inicialmente, atribui-se o regime viscoso de tal forma que α_L é determinado pela solução da Equação (19). Esta equação implícita e resolvida numericamente utilizando o método da secante (PRESS et al., 1996), que permite a solução de equações algébricas não lineares. Conforme apresentado na subseção 3.1.2, a velocidade de deslizamento local adimensional $C_{\infty,B}$ é dada pela Equação (14), então determina-se a velocidade de deslizamento local $V_{\infty,B}$, Equação (13), e juntamente com o parâmetro de distribuição $C_{0,B}$, Equação (12), determina-se o valor de α_L .

Com a solução da Equação (19), calcula-se as velocidades das bolhas U_B e do líquido U_L , bem como os números de Reynolds $Re_{\infty,B}$ e de Weber $We_{\infty,B}$. Definidos estes parâmetros é possível verificar o regime atribuído de acordo com a seção 3.2. Caso não se atenda os critérios definidos para o regime viscoso, o regime distorcido é atribuído e o processo de cálculo é repetido, porém considerando as definições de variáveis para este regime. Caso não se atenda os critérios definidos para o regime distorcido, o regime turbulento é atribuído e mais uma vez o processo de cálculo é repetido, até que a verificação do regime turbulento seja realizada.

Para obtenção de resultados com o procedimento de solução descrito pelo Algoritmo 1, foi desenvolvido um código computacional escrito em linguagem de programação Fortran 95. Para verificação dos resultados obtidos com este algoritmo de solução, consideram-se valores da velocidade superficial de líquido variando no intervalo de 0,01 m/s a 100 m/s. E para cada valor de velocidade superficial de líquido, consideram-se valores de velocidade superficial de gás variando de 0,01 m/s até limites estabelecidos para que não ocorra transição do padrão disperso para outros padrões de escoamento, de acordo com o mapa de padrões vertical proposto por Taitel, Barnea e Dukler (1980), apresentado na seção 3.4.

3.4 MAPA DE PADRÕES VERTICAL

Os resultados obtidos pelo Algoritmo 1 serão apresentados no mapa de padrões vertical proposto por Taitel, Barnea e Dukler (1980). Deste modo, será possível visualizar a ocorrência dos regimes de escoamento das bolhas dispersas nas regiões deste mapa que correspondem ao escoamento disperso. As transições de padrões de escoamento apresentadas no mapa proposto por Taitel, Barnea e Dukler (1980) são descritas na sequência.

A transição do padrão bolhas distorcidas para golfadas, ocorre para baixas vazões de gás e de líquido nas quais $\alpha_G > 0,25$, tal que as bolhas tendem a aumentar seu tamanho e com isso elas tendem a aproximar-se uma das outras ocorrendo um aumento na taxa de colisões, que por sua vez promove um aumento na taxa de coalescência (SHOHAM, 2006). A transição de bolhas distorcidas para golfadas é dada em função da velocidade superficial do líquido, que por sua vez depende da velocidade superficial e da fração de gás, tal que esta transição pode ser expressa pela Equação (23), conforme proposto por Taitel, Barnea e Dukler (1980):

$$J_{L,1} = 3,0J_G - 1,15 \left[\frac{g\sigma(1 - \rho_G/\rho_L)}{\rho_L} \right]^{1/4}. \quad (23)$$

A Equação (24) define a transição do padrão bolhas distorcidas para bolhas uniformes em função do tamanho crítico das bolhas dispersas. O padrão bolhas uniformes ocorre para altas vazões de líquido, pelo fato de que são necessárias forças de turbulência suficientemente altas para que ocorra a quebra das bolhas em diâmetros menores que o diâmetro crítico, resultando em bolhas com tamanhos aproximadamente uniformes (TAITEL; BARNEA; DUKLER, 1980).

$$J_{L,2} = 4,0 \left\{ \frac{D^{0,429}(\sigma/\rho_L)^{0,069} [g(1 - \rho_G/\rho_L)]^{0,446}}{\nu_L^{0,072}} \right\} - J_G. \quad (24)$$

A curva de transição do padrão bolhas distorcidas para bolhas uniformes termina na curva da transição do padrão de bolhas uniformes para golfadas. A transição do padrão bolhas uniformes para golfadas está relacionada com o fração máxima de gás admissível em uma rede cubica, $\alpha_G = 0,52$, estudada por Radovcich e Moissis (1962 apud SHOHAM, 2006). Este critério de transição é expresso pela Equação (25):

$$J_{L,3} = J_G \left(\frac{1 - \alpha_G}{\alpha_G} \right). \quad (25)$$

O critério para a transição do padrão golfadas para o agitado é apresentado na Equação (26). Esta transição ocorre para altas vazões de gás. No padrão agitado, a interface entre gás e líquido não é bem definida devido às altas taxas de quebra das bolhas maiores, bem como o aumento da aglomeração de bolhas menores (TAITEL; BARNEA; DUKLER, 1980).

$$J_{L,4} = \left(\frac{L}{40,6D} - 0,22 \right) \sqrt{gD} - J_G. \quad (26)$$

A transição para o padrão anular ocorre para uma velocidade superficial de gás constante, ou seja, não depende da velocidade superficial de líquido. Este padrão de escoamento consiste de um filme de líquido na parede do tubo com o gás escoando no centro do tubo, tal que só ocorre para altas vazões de gás. Esta transição é dada pela Equação (27), conforme proposto por Taitel, Barnea e Dukler (1980).

$$J_{G,1} = \frac{3,1[g\sigma(\rho_L - \rho_G)]^{1/4}}{\sqrt{\rho_G}}. \quad (27)$$

As equações das transições de padrões foram implementadas num código computacional utilizando comandos do aplicativo Gnuplot¹. Como exemplo de aplicação deste código, foi gerado um mapa de padrões vertical (TAITEL; BARNEA; DUKLER, 1980), para uma mistura de ar e água (1 atm e 25°C) em um tubo de 26 mm de diâmetro interno, apresentado na Figura 4.

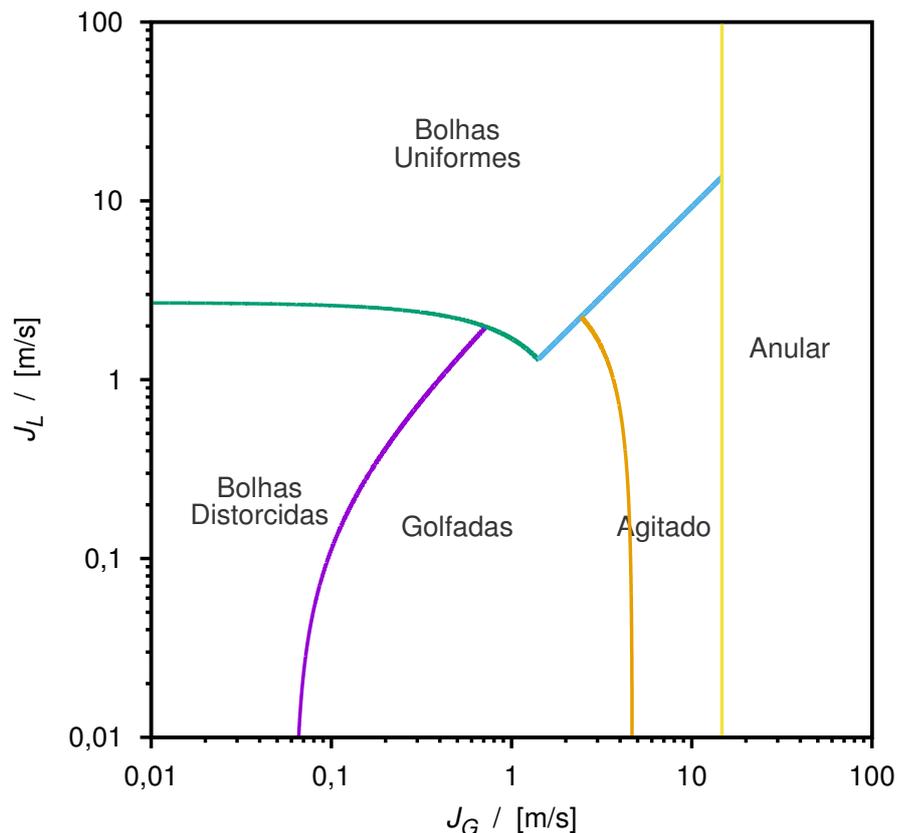


Figura 4 – Mapa de padrões vertical proposto por Taitel, Barnea e Dukler (1980), para uma mistura de ar e água (1 atm e 25°C) em um tubo de 26 mm de diâmetro interno.

Fonte: Autoria própria.

¹ Uma ferramenta de linha de comando (*open source*) para geração de gráficos.

4 ANÁLISE DE RESULTADOS

Neste capítulo é apresentada uma análise dos resultados obtidos pelo procedimento de solução proposto no Algoritmo 1, para modelagem do escoamento disperso gás-líquido. Para a realização desta análise de resultados, são utilizados três casos de escoamentos gás-líquido em tubos verticais, conforme descrito pela Tabela 1. O caso 1 trata-se de um escoamento de ar-água, o caso 2 um escoamento de ar-glicerina e o caso 3 um escoamento de gás-óleo.

Tabela 1 – Casos de escoamento gás-líquido analisados.

Caso [#]	P [Pa]	T [°C]	Fluidos [-]	ρ [kg/m ³]	μ [kg/(m.s)]	σ [N/m]
1	101325	25	Ar	1,18	–	–
			Água	997,0	0,00089	0,072
2	101325	25	Ar	1,18	–	–
			Glicerina	1257,0	0,00149	0,063
3	101325	15	Gás natural	3,0	–	–
			Óleo	850,0	0,006	0,025

Fonte: Autoria própria.

A escolha destes três casos tem por finalidade a verificação da ocorrência dos regimes de escoamento disperso em função das alterações de propriedades dos fluidos (massas específicas das fases, ρ_G e ρ_L , viscosidade dinâmica do líquido, μ_L , e tensão superficial gás-líquido σ). Além desta análise em função destas diferentes propriedades dos fluidos, foram considerados diferentes diâmetros de tubo (13 mm, 26 mm, 52 mm e 78 mm) para cada caso apresentado na Tabela 1, levando-se em conta também a variação nas velocidades superficiais de gás e de líquido, J_G e J_L , conforme definido na seção 3.3.

Os resultados apresentados neste capítulo foram obtidos utilizando um código computacional desenvolvido em linguagem de programação Fortran 95, para realização do procedimento de solução descrito pelo Algoritmo 1. Para visualização dos resultados foi desenvolvido um código utilizando comandos do aplicativo Gnuplot, para geração de gráficos do mapa de padrões vertical (TAITEL; BARNEA; DUKLER, 1980), para cada um dos casos apresentados na Tabela 1, considerando também os diferentes diâmetros de tubo considerados para cada um destes casos.

4.1 CASO 1: ESCOAMENTO AR-ÁGUA

Na Figura 5 são apresentados as distribuições dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical (TAITEL; BARNEA; DUKLER, 1980), obtidos pela solução do Algoritmo 1 aplicado ao caso 1 (escoamento ar-água), considerando quatro diferentes diâmetros de tubo: 13 mm (Figura 5a), 26 mm (Figura 5b), 52 mm (Figura 5c) e 78 mm (Figura 5d).

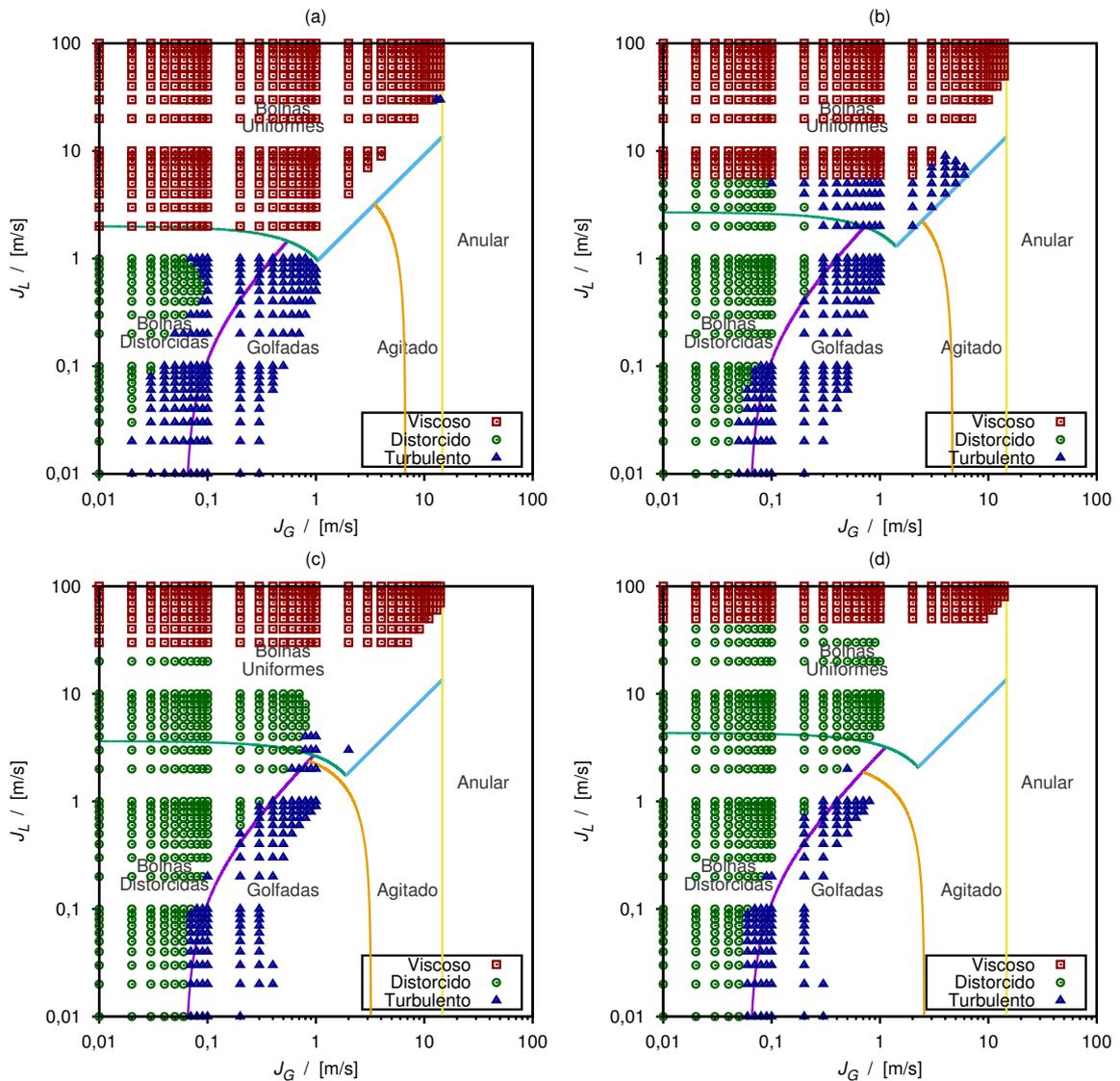


Figura 5 – Distribuição dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical para um escoamento ar-água em diferentes diâmetros de tubo: (a) 13 mm; (b) 26 mm; (c) 56 mm; (d) 78 mm.

Fonte: Autoria própria.

Para baixas vazões de gás e líquido, é possível observar a ocorrência dos regimes distorcido e turbulento no mapa de padrões, visto que as baixas velocidades superficiais de líquido não promovem forças de turbulência suficientes para manter o

tamanho das bolhas uniforme. Quando as velocidades superficiais de gás e de líquido são próximas prevalece à ocorrência do regime distorcido. Para cada valor das baixas velocidades superficiais de líquido, o aumento da velocidade superficial do gás resulta num comportamento caótico para as bolhas, prevalecendo à ocorrência do regime turbulento. Para altas velocidades superficiais de líquido, as forças de turbulência são suficientes para manter as bolhas com tamanhos uniformes, prevalecendo à ocorrência do regime viscoso, principalmente em baixos números de Reynolds.

Com o aumento do diâmetro do tubo prevalece à ocorrência do regime distorcido no mapa. O aumento do diâmetro do tubo resulta num aumento no tamanho das bolhas, pelo fato de que o escoamento se torna mais turbulento (que por sua vez também explica a diminuição da ocorrência do regime viscoso no mapa) e os limites de transição definidos na seção 3.2 são satisfeitos, resultando na ocorrência do regime distorcido mesmo para altas velocidades superficiais de líquido. O aumento do diâmetro do tubo também promove uma diminuição na ocorrência do regime turbulento, pois ocorre um aumento da turbulência fazendo com que as bolhas sejam mais distorcidas, mas não a ponto do escoamento se tornar caótico, como consequência do número de Weber, Equação (22), se manter aproximadamente constante. Além disto, as propriedades das substâncias influenciam a distribuição dos regimes de escoamento, visto que as massas específicas, a viscosidade do líquido e a tensão superficial gás-líquido são utilizadas na definição dos números adimensionais de Morton, Equação (20), de Reynolds, Equação (21), e de Weber, Equação (22), que por sua vez definem as transições de regime. Isto é um dos motivos que explica a divergência entre as distribuições dos regimes (ISHII; HIBIKI, 2006) e as transições no mapa de padrões vertical (TAITEL; BARNEA; DUKLER, 1980), que se torna mais pronunciada a medida que o diâmetro do tubo aumenta.

4.2 CASO 2: ESCOAMENTO AR-GLICERINA

Na Figura 6 são apresentados as distribuições dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical (TAITEL; BARNEA; DUKLER, 1980), obtidos pela solução do Algoritmo 1 aplicado ao caso 2 (escoamento ar-glicerina), considerando quatro diferentes diâmetros de tubo: 13 mm (Figura 6a), 26 mm (Figura 6b), 52 mm (Figura 6c) e 78 mm (Figura 6d).

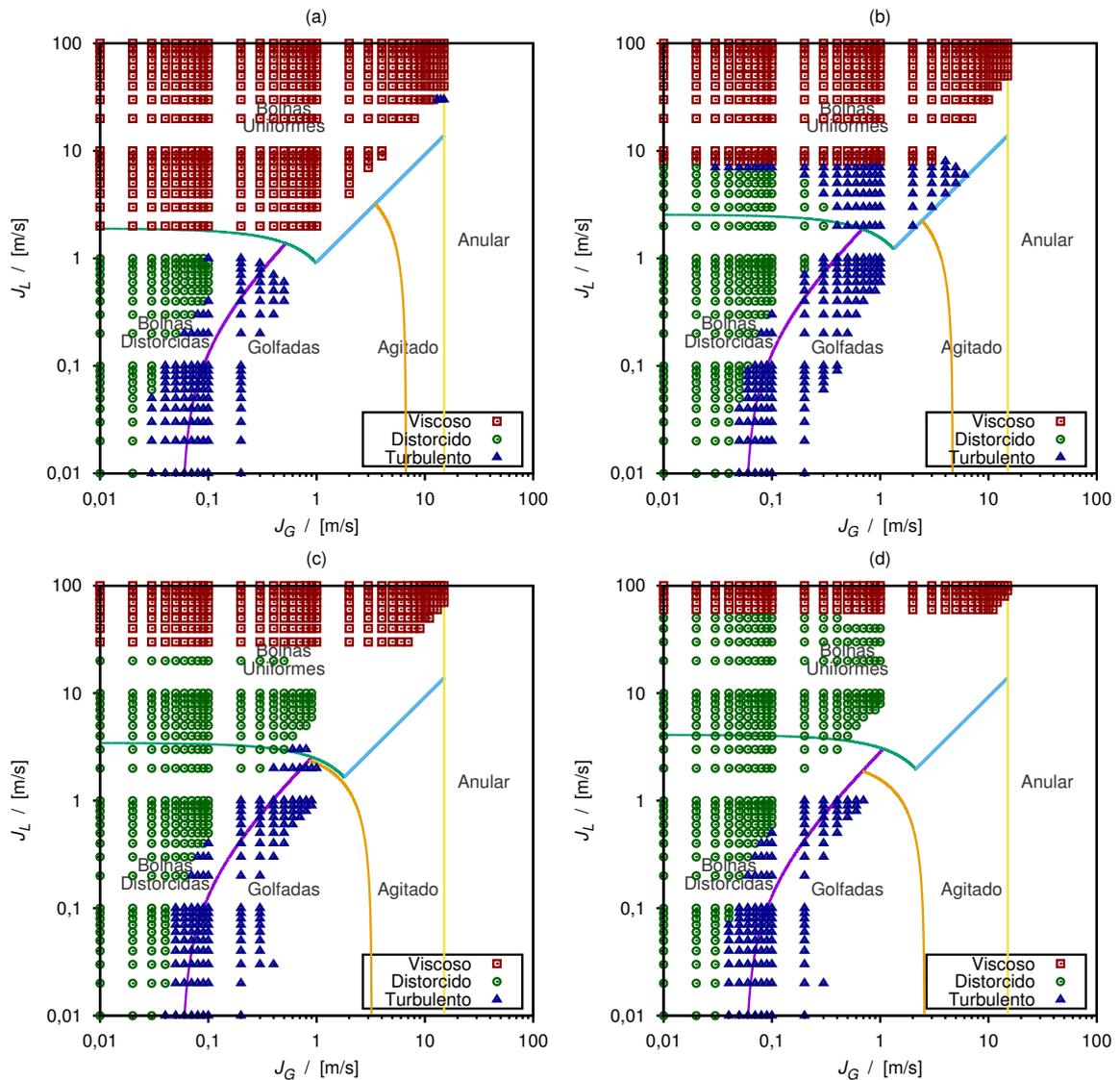


Figura 6 – Distribuição dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical para um escoamento ar-glicerina em diferentes diâmetros de tubo: (a) 13 mm; (b) 26 mm; (c) 56 mm; (d) 78 mm.

Fonte: Autoria própria.

Para o caso 2, a distribuição dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical mostra um comportamento semelhante ao apresentado pelo caso 1. Devido às fracas forças de turbulência, para baixas velocidades superficiais de líquido, prevalece a ocorrência dos regimes distorcido e turbulento. Aumentando-se a velocidade superficial de líquido prevalece a ocorrência do regime viscoso, devido o efeito resultante da quebra das bolhas devido à turbulência.

As diferenças observadas nas distribuições dos regimes do caso 2 para o caso 1 se devem as diferenças nas propriedades das substâncias. Por exemplo, a tensão superficial gás-líquido da glicerina, por ser menor que a da água, resulta em maiores distorções no tamanho das bolhas. O escoamento tende a ser menos turbulento

devido aos números de Reynolds, Equação (21), menores que no caso anterior. Mais devido às grandes distorções ocasionadas pelo número de Morton, Equação (20), (aumento no tamanho das bolhas), o regime distorcido tende a prevalecer mais que no caso 1. De forma semelhante ao caso 1, o regime turbulento também ocorre com uma menor frequência, pelo fato de que as forças de inércia não são suficientes para que o escoamento seja caótico (visto que a velocidade das bolhas dispersas é ainda menor para o escoamento ar-glicerina), apenas nos limites de transição, onde as velocidades superficiais de gás são superiores as de líquido. O efeito relacionado ao aumento do diâmetro do tubo na distribuição dos regimes é semelhante ao que ocorre no caso 1. Como consequência disto, o regime distorcido ocorre com maior frequência.

4.3 CASO 3: ESCOAMENTO GÁS-ÓLEO

Na Figura 7 são apresentados as distribuições dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical (TAITEL; BARNEA; DUKLER, 1980), obtidos pela solução do Algoritmo 1 aplicado ao caso 3 (escoamento gás-óleo), considerando quatro diferentes diâmetros de tubo: 13 mm (Figura 7a), 26 mm (Figura 7b), 52 mm (Figura 7c) e 78 mm (Figura 7d).

Devido à alta viscosidade do óleo, o regime predominante é o viscoso. Como o regime viscoso ocorre como consequência da ação de forças viscosas, o caso 3 é o que apresenta os menores números de Reynolds, Equação (21), entre todos apresentados na Tabela 1. Por consequência disto, este caso apresenta as menores velocidades relativas das bolhas dispersas. Desta forma, a ocorrência do regime turbulento é dificultada, aparecendo somente próximo à transição para o padrão golfadas. Mesmo com o aumento do diâmetro do tubo, não é possível visualizar a ocorrência do regime distorcido em nenhum dos diâmetros analisados. Apesar da tensão superficial gás-líquido ter grande influência no processo de crescimento e de deformação das bolhas dispersas, no caso do escoamento gás-óleo, a viscosidade do óleo sobrepõem o efeito resultante da tensão superficial gás-líquido, portanto, as bolhas não tem energia suficiente para aumentar seu tamanho, permanecendo com tamanhos aproximadamente uniformes ao longo do escoamento.

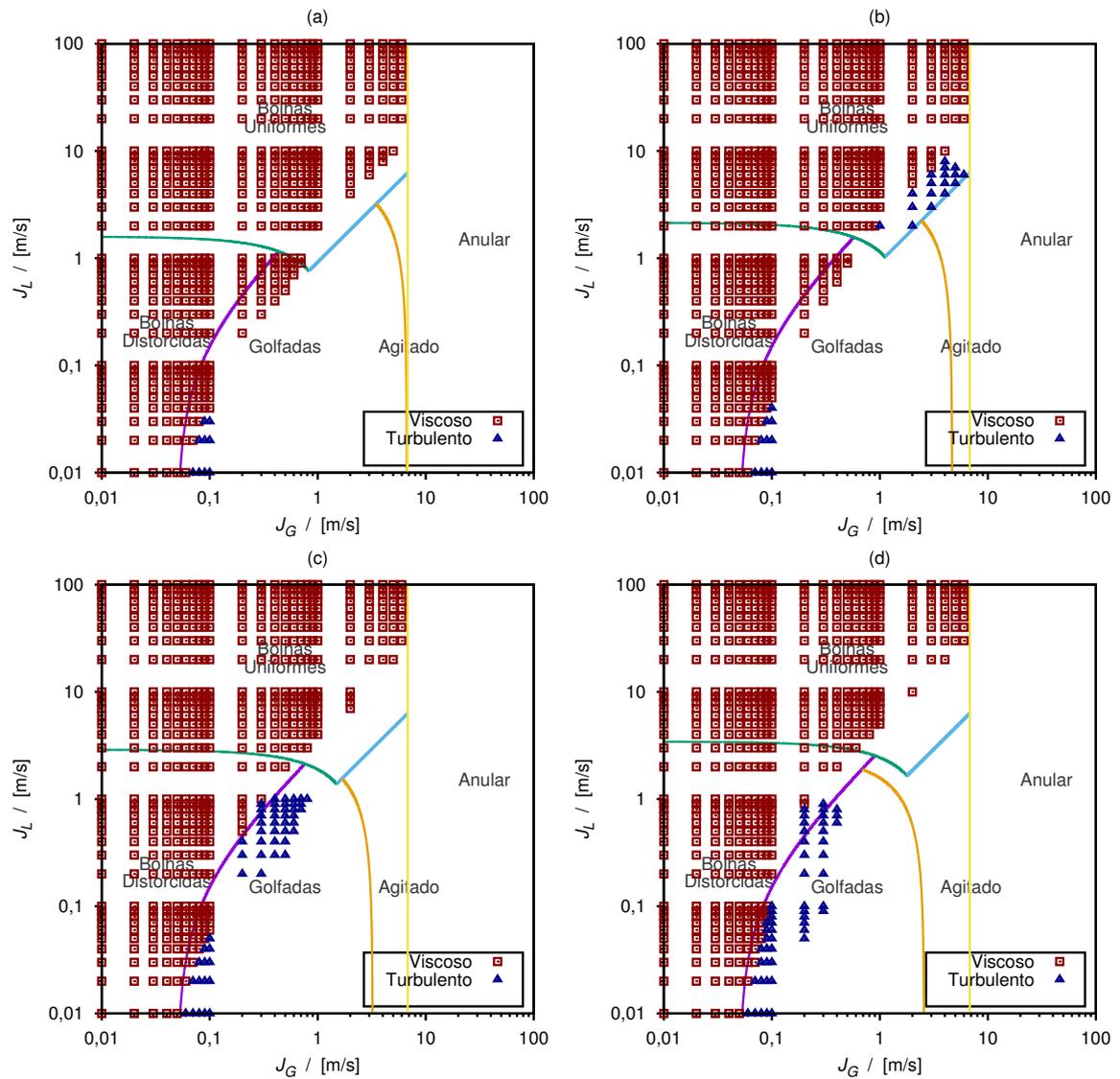


Figura 7 – Distribuição dos regimes de escoamento disperso no mapa de padrões vertical para um escoamento gás-óleo em diferentes diâmetros de tubo: (a) 13 mm; (b) 26 mm; (c) 56 mm; (d) 78 mm.

Fonte: Autoria própria.

5 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi desenvolvido um procedimento de solução, descrito pelo Algoritmo 1, que permite a determinação do regime de escoamento das bolhas dispersas, bem como das variáveis importantes para a modelagem deste tipo de escoamento. Com este procedimento de solução é possível estimar as variáveis do escoamento disperso com uma razoável precisão, visto que as equações utilizadas estão baseadas na fenomenologia do escoamento. Os resultados obtidos pelo Algoritmo 1 foram verificados através da comparação contra um mapa de padrões de escoamento clássico para tubos verticais.

Através da análise de resultados, foi observado que a mudança nas propriedades dos fluidos, realizada através da escolha de diferentes fluidos de trabalho, influencia significativamente a distribuição dos regimes de escoamento no mapa de padrões de escoamento vertical. Por exemplo, para líquidos com alta viscosidade, o escoamento tende a ser laminar, tal que a ocorrência do regime viscoso é predominante. A tensão superficial gás-líquido é outra propriedade que também influencia a distribuição dos regimes de escoamento disperso, ocasionando distorções na interface das bolhas dispersas.

A utilização do mapa de padrões vertical para análise de resultados é uma ferramenta de grande importância para que se tenha uma estimativa da ocorrência dos regimes de escoamento disperso, apesar das divergências encontradas, principalmente, devido às mudanças de propriedades e de diâmetro. Além disto, os critérios de transição adotados para a identificação dos regimes e os critérios de transição adotados para a construção do mapa de padrões são diferentes, apesar de estarem baseados em alguns mecanismos físicos de natureza semelhante.

Como sugestão para trabalhos futuros, é possível fazer comparações dos resultados obtidos pelo Algoritmo 1 contra outros mapas de padrões existentes na literatura, baseados em diferentes parâmetros, permitindo assim uma análise mais abrangente dos resultados. Além disto, uma vez que a modelagem apresentada neste trabalho pode ser aplicada em escoamentos variando a inclinação do tubo de horizontal a vertical, é possível realizar análises para identificação dos regimes de escoamento disperso em tubos horizontais e inclinados.

REFERÊNCIAS

BARNEA, Dvora; SHOHAM, Ovadia; TAITEL, Yehuda. Flow pattern transition for vertical downward two phase flow. **Chemical Engineering Science**, v. 37, n. 5, p. 741–744, 1982. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250982850343>>. Citado na página 14.

BARNEA, D. et al. Gas-liquid flow in inclined tubes: flow pattern transitions for upward flow. **Chemical Engineering Science**, Elsevier, v. 40, n. 1, p. 131–136, 1985. Citado na página 22.

BRODKEY, Robert S. **The phenomena of fluid motions**. [S.l.]: Courier Corporation, 1995. Citado na página 14.

CALDERBANK, P. H. Physical rate processes in industrial fermentation. part i: The interfacial area in gas-liquid contacting with mechanical agitation. **Trans. Inst. Chem. Eng**, v. 36, n. 5, p. 433–440, 1958. Citado na página 23.

DAVIES, R. M.; TAYLOR, Sir Geoffrey. The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes. In: PELCÉ, Pierre (Ed.). **Dynamics of Curved Fronts**. San Diego: Academic Press, 1988. p. 377–392. ISBN 978-0-12-550355-6. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080925233500411>>. Citado na página 15.

DUMITRESCU, Dumitru Theodor. Strömung an einer luftblase im senkrechten rohr. **ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik**, Wiley Online Library, v. 23, n. 3, p. 139–149, 1943. Citado na página 15.

GUET, S. et al. Bubble size effect on low liquid input drift-flux parameters. **Chemical Engineering Science**, v. 59, n. 16, p. 3315–3329, 2004. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TFK-4CSYJNV-3/2/971da67a72950ae76c6050bb07e2b902>>. Citado na página 18.

HAALAND, S. E. Simple and explicit formulas for the friction factor in turbulent pipe flow. **Journal of Fluids Engineering**, American Society of Mechanical Engineers, v. 105, n. 1, p. 89–90, 1983. Citado na página 22.

HARMATHY, Tibor Z. Velocity of large drops and bubbles in media of infinite or restricted extent. **AIChE Journal**, Wiley Online Library, v. 6, n. 2, p. 281–288, 1960. Citado na página 15.

HAZUKU, Tatsuya; TAKAMASA, Tomoji; HIBIKI, Takashi. Characteristics of developing vertical bubbly flow under normal and microgravity conditions. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 38, n. 1, p. 53–66, 2012. ISSN 0301-9322. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932211001856>>. Citado na página 19.

HERRINGE, R. A.; DAVIS, M. R. Structural development of gas-liquid mixture flows. **J. Fluid Mech**, Cambridge Univ Press, v. 73, n. 1, p. 97–123, 1976. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 23.

HIBIKI, Takashi; ISHII, Mamoru. Experimental study on interfacial area transport in bubbly two-phase flows. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 42, n. 16, p. 3019–3035, 1999. ISSN 0017-9310. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931099000149>>. Citado na página 17.

HIBIKI, T.; ISHII, M. Distribution parameter and drift velocity of drift-flux model in bubbly flow. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 45, n. 4, p. 707–721, 2002. ISSN 0017-9310. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V3H-44C0R4X-3/2/f443b49093cee01bf6c687284299b9d9>>. Citado 3 vezes nas páginas 18, 24 e 25.

HIBIKI, Takashi et al. Interfacial area concentration in boiling bubbly flow systems. **Chemical Engineering Science**, v. 61, n. 24, p. 7979–7990, 2006. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250906005847>>. Citado na página 23.

HINZE, J. O. Fundamentals of the hydrodynamic mechanism of splitting in dispersion processes. **AIChE Journal**, Wiley Online Library, v. 1, n. 3, p. 289–295, 1955. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.

ISHII, Mamoru. **One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes**. Illinois, USA, 1977. Citado na página 18.

ISHII, Mamoru; HIBIKI, Takashi. **Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow**. [S.l.]: Springer, 2006. Citado 6 vezes nas páginas 13, 14, 15, 16, 26 e 34.

KATAOKA, Isao; SERIZAWA, Akimi. Interfacial area concentration in bubbly flow. **Nuclear Engineering and Design**, v. 120, n. 2–3, p. 163–180, 1990. ISSN 0029-5493. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002954939090370D>>. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 23.

LIMA, Luiz Eduardo Melo. **Análise do modelo de mistura aplicado em escoamentos isotérmicos gás-líquido**. jul. 2011. 147 p. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, jul. 2011. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=000804225&opt=4>>. Citado 3 vezes nas páginas 10, 22 e 24.

LIU, T. J. Bubble size and entrance length effects on void development in a vertical channel. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 19, n. 1, p. 99–113, 1993. ISSN 0301-9322. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030193229390026Q>>. Citado na página 16.

LUCAS, D.; TOMIYAMA, A. On the role of the lateral lift force in poly-dispersed bubbly flows. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 37, n. 9, p. 1178–1190, 2011. ISSN 0301-9322. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932211001169>>. Citado na página 19.

NICKLIN, D. J. Two-phase bubble flow. **Chemical Engineering Science**, v. 17, n. 9, p. 693–702, 1962. ISSN 0009-2509. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250962850271>>. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 24.

PRESS, William H. et al. **Numerical recipes in Fortran 90: the art of scientific computing**. 1. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 1996. Citado na página 29.

RADOVCICH, Nick A.; MOISSIS, Raphael. **The transition from two phase bubble flow to slug flow**. [S.l.], 1962. Citado na página 30.

SEKOGUCHI, K. et al. Studies on statistical characteristics of bubbles by electrical resistivity probe, i, ii. **trans. JSME**, v. 40, p. 2295–2310, 1974. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 23.

SHOHAM, Ovadia. **Mechanistic modeling of gas-liquid two-phase flow in pipes**. Richardson, Texas, USA: Society of Petroleum Engineers, 2006. Citado 7 vezes nas páginas 13, 14, 15, 16, 21, 22 e 30.

SUN, Xiaodong et al. Interfacial area of bubbly flow in a relatively large diameter pipe. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 27, n. 1, p. 97–109, 2002. ISSN 0894-1777. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0894177702002200>>. Citado na página 17.

TAITEL, Y.; BARNEA, D.; DUKLER, A. E. Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes. **AIChE Journal**, v. 26, n. 3, p. 345–354, 1980. ISSN 0001-1541. Citado 9 vezes nas páginas 7, 22, 29, 30, 31, 32, 33, 34 e 36.

TAITEL, Yemada; DUKLER, A. E. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. **AIChE Journal**, Wiley Online Library, v. 22, n. 1, p. 47–55, 1976. Citado na página 22.

XING, Dianchuan et al. Experimental study of interfacial parameter distributions in upward bubbly flow under vertical and inclined conditions. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 47, n. 0, p. 117–125, 2013. ISSN 0894-1777. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0894177713000113>>. Citado na página 20.

ZUBER, Novak; FINDLAY, J. A. Average volumetric concentration in two-phase flow systems. **Journal of Heat Transfer**, American Society of Mechanical Engineers, v. 87, n. 4, p. 453–468, 1965. Citado na página 25.