

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MAISA GARCIA ARANTES

CONTROLE ESTATÍSTICO MULTIVARIADO DE PROCESSOS
ATRAVÉS DO GRÁFICO T^2 DE HOTELLING: UM ESTUDO DE CASO
NO SETOR DE EMBALAGENS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PONTA GROSSA

2017

MAISA GARCIA ARANTES

**CONTROLE ESTATÍSTICO MULTIVARIADO DE PROCESSOS
ATRAVÉS DO GRÁFICO T^2 DE HOTELLING: UM ESTUDO DE CASO
NO SETOR DE EMBALAGENS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção, do Departamento de Engenharia de Produção, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Juan Claros Garcia.

PONTA GROSSA

2017



Ministério da Educação
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO
PARANÁ
CÂMPUS PONTA GROSSA
Departamento Acadêmico de Engenharia de Produção



TERMO DE APROVAÇÃO DE TCC

Controle estatístico multivariado de processos através do gráfico T^2 de Hotelling: um estudo de caso no setor de embalagens

por

Maisa Garcia Arantes

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foi apresentado em 24 de novembro de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Juan Claros Garcia

Prof. Orientador

Prof. Dr. Evandro Eduardo Broday

Membro titular

Prof.Dra. Fernanda Treinta

Membro titular

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso”.

RESUMO

ARANTES, Maísa Garcia. **Controle Estatístico Multivariado de Processos através do gráfico T^2 de Hotelling: um estudo de caso no setor de embalagem.** 2017. 69 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de produção) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2017.

A análise multivariada tem sido mais utilizada ultimamente, pois as organizações dispõem de modernos equipamentos que geram dados correlacionados e necessitam de monitoramento simultâneo. Uma das áreas que lida com tal problema é determinada pelo controle de qualidade multivariado. O presente trabalho tem como objetivo uma análise pela técnica de controle estatístico de processo multivariado (Gráfico T^2 de Hotelling) o qual foi aplicado em um processo produtivo de embalagens plásticas. As variáveis estudadas foram: espessura máxima, espessura mínima e peso. Com o auxílio de um levantamento bibliográfico, o trabalho utilizou a técnica proposta por Hotelling para coletar os dados, analisar o processo produtivo e identificar as variáveis causadoras de instabilidade. Para processamento e análise dos dados foram utilizados os softwares SPSS e Minitab, além da planilha DEC_Hotelling. Os resultados mostraram que as variáveis estudadas (espessura e peso) são fortemente correlacionadas e por tanto adequadas para análise multivariada. Através da estatística T^2 de Hotelling foi possível estabelecer limites de controle adequados para o processo, retirando um ponto fora de controle por meio da sua decomposição. Também foi verificado que quando as variáveis estão sob controle univariado, isto não significa que o processo multivariado esteja sob controle. Finalmente, retirado o ponto fora de controle, foram estabelecidos novos limites e, com novos dados de amostra inseridos, foi verificado um processo estável, sob controle multivariado.

Palavras-chave: Estatística Multivariada. Controle Estatístico Multivariado do Processo. Gráfico de Controle Multivariado. T^2 de Hotelling

ABSTRACT

ARANTES, Maísa Garcia. **Multivariate Statistical Process Control through the Hotelling chart: a case study in the packaging sector.** 2017. 69 p. Course Completion Work (Bachelor of Engineering of Production) - Federal Technological University of Paraná. Ponta Grossa, 2017.

Multivariate analysis has been used lately as organizations have modern equipment that creates correlated data and requires simultaneous monitoring. One of the areas that deals with such problems is determined by multivariate quality control. The present work it's a proposal to introduce in a process a technique of statistical control of multivariate process (Graph T^2 of Hotelling) witch was applied in a productive process of plastic packaging. The variables studied were: Maximum Thickness, Minimum Thickness and Weight. With the support of bibliographical review, the work used the technique proposed by Hoteling to collect the data, analyze the productive process and identify the variables causing instability. For data processing and analysis were used the software SPSS, and Minitab, in addition to the worksheet DEC_Hotelling. The results showed that the studied variables (thickness and weight) are strongly correlated ad therefore suitable for multivariate analysis. Through the statistic T^2 of Hotelling was possible to establish appropriate control limits for the process, taking a point out of control by means of its decomposition. It was also verified that when the variables are under control in the univariate, this does not mean that the process is multivariate is under control. Finally, pulled of the point out of control, were established new limits and, with the new sample data entered, has been verified a stable process, under multivariate control.

Keywords: Multivariate Statistics. Multivariate Statistical Process Control. Multivariate Control Chart. T^2 Hotelling.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Gráfico T^2 de Hotelling da Fase I para o processo de Extrusão	49
Gráfico 2 - Gráfico Xbarra :Espessura Mínima	52
Gráfico 3 - Gráfico Xbarra: Espessura Máxima.....	52
Gráfico 4 - Gráfico Xbarra: Peso	53
Gráfico 5 - Gráfico T^2 de Hotelling da Fase I para o processo de Extrusão	54
Gráfico 6 - Gráfico T^2 de Hotelling – Fase II	55

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gráfico de Controle típico	20
Figura 2 - Fluxograma para facilitar a escolha do gráfico a ser utilizado	21
Figura 3: Fluxograma Estrutural do Trabalho.....	35
Figura 4 - Sequenciamento do Processo de Fabricação de Sacolas Plásticas	38
Figura 5 - Fluxograma do processo de extrusão.....	40
Figura 6: Valores das médias, variâncias e covariâncias das variáveis de decisão .	47
Figura 7 - Decomposição do ponto fora de controle	50

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Ferramentas da Qualidade	18
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coeficiente de Correlação de Pearson	44
Tabela 2 - Teste de Normalidade	46
Tabela 3 - Teste de Correlação.....	47
Tabela 4 - Valores da estatística T^2 de Hotelling da Fase I para o processo de Extrusão	49
Tabela 5 - Limites de controle para os gráficos univariados	52
Tabela 6 - Novos dados inseridos para monitoramento – Fase II	55
Tabela 7 - Valores da estatística T^2 de Hotelling da Fase II para o processo de Extrusão	56

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	PROBLEMA	13
1.2	JUSTIFICATIVA	13
1.3	OBJETIVO GERAL	14
1.4	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
1.5	DELIMITAÇÃO DO TEMA	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	ANÁLISE DA ESTATÍSTICA MULTIVARIADA	16
2.2	CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSOS	17
2.3	FERRAMENTAS ESTATÍSTICAS PARA CONTROLE DE QUALIDADE	18
2.4	GRÁFICOS DE CONTROLE	19
2.5	GRÁFICOS POR VARIÁVEIS	22
2.5.1	Gráfico da média X e da amplitude R	23
2.5.2	Gráfico da média e do desvio padrão	25
2.6	CONTROLE ESTATÍSTICO MULTIVARIADO DE PROCESSO	25
2.6.1	Gráficos de controle multivariado	26
2.6.2	Gráfico de controle t^2 de hotelling	27
2.7	DECOMPOSIÇÃO DO GRÁFICO T^2 DE HOTELLING	30
3	METODOLOGIA	35
3.1	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	36
3.2	DESCRIÇÃO DO AMBIENTE DE PESQUISA	37
3.3	CARACTERIZAÇÃO DA EMPRESA	37
3.4	DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE FABRICAÇÃO	37
3.4.1	Extrusão de filme tubular (balão)	38
3.4.2	Impressão	39
3.4.3	Corte e solda	39
3.4.4	Expedição	39
3.4.5	Descrição do produto analisado	40
3.5	PROCESSO ANALISADO	40
3.6	PROCEDIMENTO DE COLETA DE DADOS	41
3.7	COLETA DE DADOS	41
3.7.1	Determinação de peso e espessura como característica da qualidade	42

3.8	MODELAGEM DOS DADOS.....	43
3.9	VALIDAÇÃO DOS DADOS.....	43
3.9.1	Teste de Normalidade.....	43
3.9.2	Teste de Correlação	44
4	RESULTADOS.....	46
4.1	TESTE DE NORMALIDADE.....	46
4.2	TESTE DE CORRELAÇÃO.....	46
4.3	ANÁLISE DE HOTELLING PARA A FASE I	47
4.3.1	Decomposição do ponto Fora de Controle	50
4.3.2	Análise Univarida das Variáveis de decisão	51
4.3.3	Estabelecimento da Fase I	53
4.4	MONITORAMENTO DO PROCESSO DE EXTRUSÃO.....	54
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	57
6	REFERÊNCIAS.....	59
	APÊNDICE A - PLANILHA PARA COLETA DE DADOS.....	64
	APÊNDICE B - DADOS COLETADOS	66
	ANEXO A - PLANILHA COMPUTACIONAL DEC_HOTELLING	68

1 INTRODUÇÃO

Com o avanço da tecnologia, percebe-se um aumento nas expectativas dos clientes tornando a qualidade de um produto um fator decisivo para os consumidores. Assim, a busca de melhorias da qualidade dos processos torna-se um ponto chave para que as empresas alcancem as necessidades exigidas pelo usuário.

Desta forma, a qualidade é instalada com o objetivo de garantir um relacionamento de confiança e credibilidade com os consumidores.

A crescente produção em massa fez com que o controle qualitativo necessitasse de novas técnicas que avaliassem quantitativamente o processo produtivo. E para isso, o Controle Estatístico de Processos (CEP) surge para um melhor monitoramento das características de qualidade em questão.

O CEP objetiva a garantia da qualidade da produção ao desenvolver o processo, evitando que itens não conformes sigam a diante na linha de produção e cheguem ao consumidor final. É também aplicado ao controle de variáveis do processo que possam interferir na qualidade do produto.

Segundo Montgomery (2009), o controle da qualidade de um produto necessita identificar e medir as variações que ocorrem durante o processo de produção.

A identificação e medição podem ser obtidas através dos gráficos de controle. Os gráficos de controle univariados foram desenvolvidos para monitorar um número de variáveis de processos separadamente. Porém, em muitas situações é necessário o acompanhamento ou controle simultâneo de duas ou mais características de qualidade correlacionadas. Sendo assim, faz-se necessário o uso de Controle Estatístico Multivariado do Processo (CEMP) através de gráficos de controle multivariados.

Para Mason e Young (2001) o CEMP é definido como a aplicação de procedimentos estatísticos multivariados com o propósito de aumentar a qualidade e a produtividade de uma empresa. Tem aplicação em diversas áreas como serviços e indústrias. Exemplo disso é a aplicação de CEMP em monitoramentos de processos de fabricação, atendimento ao paciente, surto de doença e satisfação do cliente. Permite que engenheiros e fabricantes monitorem a estabilidade de seus sistemas.

Nessas condições, a realização de um estado de controle estatístico requer um maior nível de conhecimento sobre as variáveis do processo, o nível de correlação entre elas e a precisão com que podem ser controladas. O trabalho pioneiro em controle de qualidade multivariado pode ser atribuído a Hotelling (1947) que deu origem a uma série de técnicas multivariadas.

É importante ressaltar que o uso de gráficos univariados independentes nem sempre é o melhor método para monitorar características correlacionadas, porque as correlações entre as variáveis resultam em degradação do desempenho estatístico desses gráficos.

Baseando-se nisso, os gráficos de controle multivariados são amplamente utilizados na prática para monitorar este desempenho simultâneo de várias características de qualidade relacionadas.

Vista a importância do controle multivariado de processos, este estudo tem o foco em aplicar o CEMP em um processo de produção de embalagens plásticas no setor de sacolas e detectar variáveis fora de controle por meio de um gráfico de controle de qualidade multivariado (Gráfico T^2 de Hotelling).

1.1 PROBLEMA

Como aplicar o Controle Estatístico Multivariado em um processo produtivo no setor de embalagens e como identificar as variáveis que causam instabilidade deste processo?

1.2 JUSTIFICATIVA

A concorrência existente entre as empresas as obrigam a produzir produtos de alta qualidade atrelada a um baixo custo em um pequeno espaço de tempo. A implementação do controle estatístico multivariado surge para conciliar qualidade e economia ao processo produtivo além de melhorias que este monitoramento trará.

Woodall e Montgomery (1999) declararam que o controle de processo multivariado é uma das técnicas de controle de processo estatístico que se desenvolve mais rapidamente. A demanda para implementar CEMP em um processo de produção para melhorias de qualidade aumenta diariamente. Os

métodos estatísticos desempenham um papel muito importante na melhoria da qualidade nas indústrias transformadoras (WOODALL, 2000).

Para Mason e Young (2001), um procedimento de controle baseado na estatística T^2 de Hotelling observa o fato de que uma mudança em uma variável pode causar um efeito de ondulação ao longo de todo um sistema. Por considerar as inter-relações entre as variáveis, a estatística T^2 produz uma ferramenta poderosa que é útil na detecção de mudanças sutis do sistema.

Nesse contexto, nota-se a importância desse trabalho na análise do CEMP em uma organização, com o objetivo de detectar possíveis problemas quanto à estabilidade do processo e identificar as variáveis que possam causar tal instabilidade produtiva.

1.3 OBJETIVO GERAL

Aplicar Controle Estatístico Multivariado de Processos em uma linha de produção no ramo de embalagens plásticas e identificar possíveis causas de atuação que possam afetar o processo.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analisar o processo produtivo da empresa e identificar as variáveis da qualidade que fornecem pontos críticos;
- Aplicar uma metodologia para o monitoramento simultâneo das variáveis determinantes da qualidade;
- Construir gráficos de controle T^2 de Hotelling;
- Identificar as variáveis que influenciam na variabilidade do processo.

1.5 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Esta pesquisa apresenta a técnica multivariada , Gráfico T^2 de Hotelling, para o monitoramento do controle estatístico em um processo produtivo, junto à sua decomposição para que sejam identificadas as possíveis causas que atuam no processo e afetam o controle do mesmo.

A utilização de controle multivariado torna-se mais fácil para se analisar uma grande quantidade de dados amostrais, dando enfoque nas variáveis da qualidade que se apresentam fora de controle e que se faz necessário o ajuste imediato. Assim, desperdícios e retrabalhos no processo são reduzidos, possibilitando o aumento da lucratividade para as empresas a partir da redução desses custos.

Portanto, propõe-se uma análise de CEMP através do Gráfico T^2 de Hotelling junto à interpretação dos resultados obtidos visando uma melhor ambientação para o processo analisado. Além de poder possibilitar tal aplicação de método em empresas do mesmo segmento.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ANÁLISE DA ESTATÍSTICA MULTIVARIADA

A estatística é uma ciência multidisciplinar que está presente em diversas áreas do conhecimento e é por esse motivo que sua aplicação, entendimento e interpretação como ferramenta de pesquisa é necessária atualmente (VICINI; SOUZA, 2005).

Segundo Viali (2017), uma de suas vertentes é a análise multivariada que engloba todos os métodos estatísticos analisando simultaneamente diversas medidas do objeto/indivíduo o qual se observa. Logo, qualquer análise de mais de duas variáveis ao mesmo tempo se torna uma análise multivariada. Variáveis estas, que podem ser correlacionadas.

O termo correlação significa medir de uma forma padronizada a relação existente entre duas variáveis, isto é, quando uma delas está relacionada com a outra ou então, ao se alterar o valor de uma variável a outra sofrerá alterações também (BERTOLO, 2017).

Existem diversas técnicas multivariadas, como as extensões de análises univariadas - análise da distribuição de uma única variável - ou então, de análises bivariadas: correlação, classificação cruzada, regressão simples e análise de variância. Seguida, entre outras, da análise de fatores, a qual propõe a identificação da estrutura subjacente de um determinado grupo de variáveis.

É importante destacar que tais técnicas são de difícil definição ao se levar o termo multivariado a fundo. Ser verdadeiramente multivariada, remete à necessidade de a técnica em questão possuir variáveis aleatórias e interrelacionadas de modo a levar uma interpretação conjunta dos dados.

Portanto, essa ferramenta se mostra, cada vez mais, um meio eficiente para a análise e avaliação de dados, porém por sua complexidade e a falta de materiais didáticos inteligíveis que apresentem métodos e procedimentos de certas técnicas multivariadas, torna-se difícil, até mesmo para especialistas, o trabalho de conceitos juntamente com exemplos práticos, principalmente porque a utilização de técnicas multivariadas passou a existir com maior frequência recentemente, mais

precisamente após o surgimento dos computadores, já que sem a ajuda de softwares sua aplicação é extremamente demorada e menos precisa (VINICI, 2005).

Hoje em dia, a estatística multivariada já está consolidada, no entanto não basta apenas selecionar um conjunto de variáveis e utilizar o método com o simples objetivo de enriquecer o trabalho que esteja sendo feito. Para que possa ser aplicada de maneira coerente dentro das organizações, como dito anteriormente, é indispensável que todas as variáveis escolhidas possuam correlação, pois caso contrário, elas devem ser examinadas através da estatística univariada. Porém, Mukhopadhyay (2009) ressalta que em momento algum o método univariado é dispensado, já que é por meio da análise exploratória de dados que se conhecem os elementos que devem ser averiguados.

Dentro desse contexto, pode-se afirmar que a utilização da análise multivariada está em posição de destaque dentro de uma área do controle da qualidade na qual ferramentas estatísticas se inserem com o objetivo de melhorar a qualidade do processo de uma empresa.

2.2 CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSOS

A cada dia que passa o mercado está cada vez mais competitivo, forçando assim às empresas a buscarem a melhoria contínua da qualidade de seus produtos e processos, e atrelado a esse fato o consumidor também está progressivamente mais exigente. Para resolver esses problemas, as indústrias procuram maneiras para transcender as expectativas dos clientes e exceder suas necessidades, e uma das maneiras de se fazer isso é através da redução de produtos defeituosos em seus processos produtivos. Para tal, uma das técnicas utilizadas é o controle estatístico de processos (CEP) (MONTGOMERY, 2009).

À vista disso, podemos definir CEP como sendo, em termos práticos, o monitoramento de processos para a detecção da presença de causas atribuíveis que geram variabilidade. O que para Flott (2002), é feito com o intuito de encontrar os motivos que geram essa variabilidade para que se possa elaborar um plano de ação e empregar intervenções corretivas para eliminar problemas (causas especiais). Os gráficos de controle são uma das sete ferramentas no auxílio na hora de se aplicar o

CEP em um processo produtivo. Esta ferramenta será explicada com mais detalhes a partir da seção 2.4.

2.3 FERRAMENTAS ESTATÍSTICAS PARA CONTROLE DE QUALIDADE

Existem sete ferramentas básicas de qualidade, as quais surgiram no Japão quando o país estava passando por uma grade revolução de qualidade tornando esta obrigatória nos programas de treinamento industrial do país. (ISHIKAWA, 1976).

Essas ferramentas, que incluem técnicas gráficas e de estatística, foram de grande valia para resolução de problemas relacionados à qualidade crítica. Ishikawa (1976) denominou como sendo sete ferramentas básicas da qualidade pela facilidade de ser implementadas por qualquer pessoa, que possuía um treinamento básico em estatística, e por ser de simples aplicação para solucionar os problemas mais complexos relacionados à qualidade.

O quadro 1 mostra a definição de cada ferramenta e em quais situações são empregadas.

Quadro 1 - Ferramentas da Qualidade

FERRAMENTAS	O QUE É	PARA QUE UTILIZAR
FOLHA DE VERIFICAÇÃO	Planilha para a coleta de dados	Para facilitar a coleta de dados pertinentes a um problema
DIAGRAMA DE PARETO	Diagrama de barra que ordena as ocorrências do maior para o menor	Priorizar os poucos, mas vitais.
DIAGRAMA DE CAUSA E EFEITO	Estrutura do método que expressa, de modo simples e fácil, a série de causa de um efeito (problema)	Ampliar a quantidade de causas potenciais a serem analisadas
DIAGRAMA DE DISPERSÃO	Gráfico cartesiano que representa a relação entre duas variáveis	Verificar a correlação entre duas variáveis
HISTOGRAMA	Diagrama de barra que representa a distribuição da ferramenta de uma população	Verificar o comportamento de um processo em relação à especificação
FLUXOGRAMA	São fluxos que permite a visão global do processo por onde passa o produto	Estabelecer os limites e conhecer as atividades
GRÁFICO DE CONTROLE	Gráfico com limite de controle que permite o monitoramento dos processos	Verificar se o processo está sob controle

Fonte: Ortiz e Pierri; 2002.

As ferramentas apresentadas podem ser aplicadas em todo setor industrial, desde a fase de desenvolvimento do produto até a entrega ao consumidor final. Contudo, elas não resolvem problemas em si, mas sim fornecem apoio que auxiliam técnicos, gerentes e engenheiros na tomada de decisões que solucionarão problemas e garantir a melhoria dos processos (CORRÊA e CORRÊA, 2006).

Segundo Alves (2003), as técnicas estatísticas devem ser utilizadas para que um bom nível de qualidade seja atingido. Auxiliadas do empenho de todos os responsáveis, garantem a melhoria contínua do processo.

O presente trabalho utilizará a ferramenta de gráficos de controle, apresentando os tipos e variações que tais gráficos possuem (univariado e multivariado) e reforçando a ideia de serem uma das principais ferramentas para monitoramento de processos, apontados como técnicas estatísticas que analisam simultaneamente diversas características.

2.4 GRÁFICOS DE CONTROLE

O conceito de gráficos de controle foi desenvolvido por Shewhart (1924), quando se preocupou ao perceber uma variação que estava ocorrendo nos bens produzidos na empresa *Bell Telephones*. Segundo Wadsworth, Stephens e Godfrey (1986), os gráficos de controle possibilitam a interpretação dos padrões e a detecção de mudanças no processo, indicando também a presença ou falta de controle estatístico e diferenciando as causas de variação da qualidade, discriminando causas comuns de causas especiais.

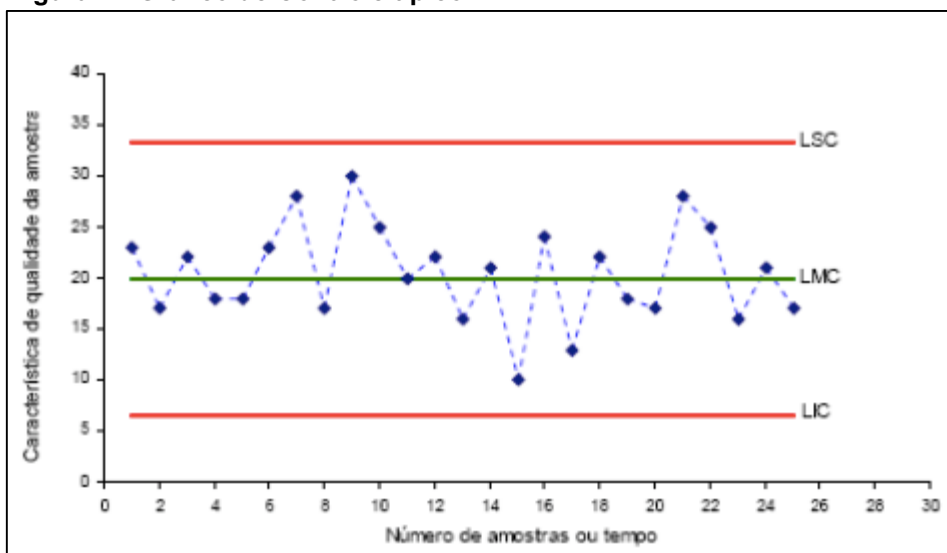
Para obter sucesso na utilização dos gráficos de controle do tipo Shewhart, Costa, Epprecht e Carpinetti (2009) e Montgomery (2004) dizem ser necessárias a análise e validação das seguintes suposições:

- As observações da característica da qualidade de interesse sejam independentes, sem autocorrelação entre os dados;
- As observações sejam normalmente distribuídas;

Gráficos de controle são ferramentas estatísticas expressadas de forma visual, facilitando a evidência de causas especiais. Eles são apresentados através do delineamento de um limite de controle superior (*LSC*), um limite de controle inferior (*LIC*) e uma linha central (*LC*) (valor alvo), onde são plotados os pontos

observados para que se possa verificar a existência de itens fora dos limites. A Figura 1 ilustra os delineamentos dos limites que servem para auxílio na interpretação da significância da variação recorrente na qualidade e normalmente fixados a ± 3 desvios padrão da linha central do gráfico.

Figura 1 - Gráfico de Controle típico



Fonte: Alves; 2003.

Pode-se dizer então que um processo está em controle estatístico quando a variação das amostras não é grande e se concentram próximo a linha central. Um ponto importante que Costa, Epprecht e Carpinetti (2009) destaca é que todo processo possui variabilidade, mesmo que mínima, em razão de causas aleatórias intrínsecas, todavia quando a variabilidade é muito grande, pode-se concluir que o processo está fora de controle e existem causas especiais agindo sobre ele (SAMOHYL, 2009).

Dessa maneira, a aplicação de gráficos de controle pode ser descrita em duas fases. Chenouria e Variyath (2011), mostram que a primeira consiste em verificar se o processo está sob controle por meio do exame das observações apresentadas e, ainda nessa etapa, também é feito um estudo aprofundado para apurar se os dados são independentes e distribuídos de forma idêntica (VINING, 2009). O segundo passo é buscar identificar causas especiais e, caso elas existam, eliminá-las.

Depois disso, os subgrupos que estavam sob atuação comprovada de causas que foram identificadas não devem ser mais usados no gráfico, mas devem

ser catalogados com as ações tomadas para a remoção delas (SAMOHYL, 2009). Após a retirada dessas amostras, os limites de controle precisam ser recalculados e então uma nova análise é feita. Caso não existam mais causas especiais, o processo precisa apenas continuar sendo monitorado, sem mais ações imediatas.

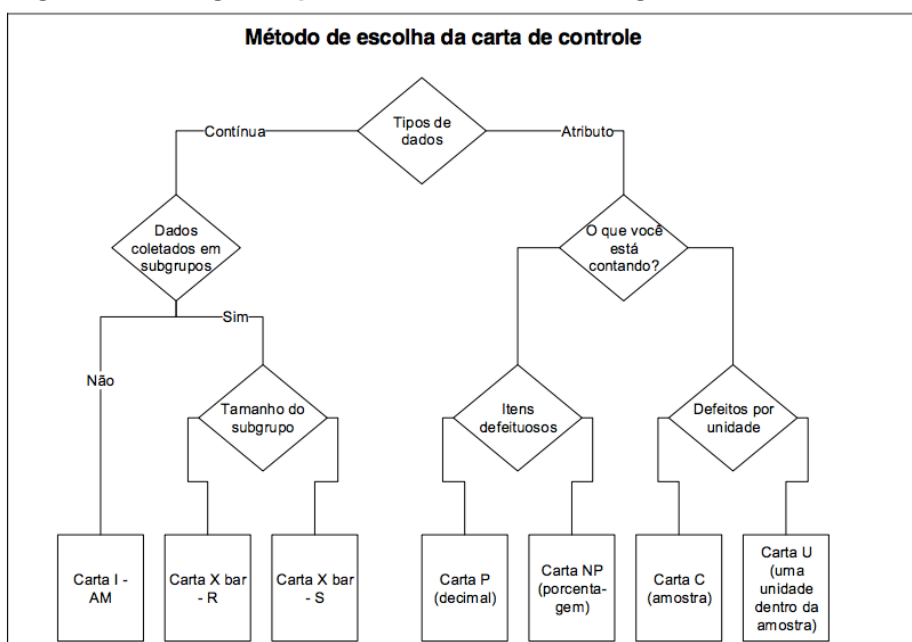
Existe uma classificação para os gráficos de controle que podem ser de dois tipos: gráficos de controle por variáveis e gráficos de controle por atributo. Essa classificação depende dos tipos de dados que serão analisados. Se forem expressos em números de uma escala contínua de medidas, usa-se o gráfico de controle para variável, como os gráficos da média (\bar{X}) e da mediana (\tilde{X}) que se aplicam no monitoramento do nível do processo. Como também para o monitoramento da variabilidade do processo usa-se os gráficos da amplitude (R), do desvio padrão (S) e da variância (S^2).

Enquanto os gráficos de controle por atributo são utilizados quando não se medem as características de qualidade em uma escala contínua ou mesmo quantitativa, porém quando classificadas como conforme e não-conforme. Os gráficos p são os mais comuns e se aplicam para o controle da fração não-conforme do processo. Outros gráficos de controle por atributo são: o gráfico np , o qual inspeciona o número de produtos não-conformes, o gráfico u , que faz o monitoramento do número médio de não conformidades por unidade do produto e o gráfico c utilizado para inspeção do número de não-conformidades por produto.

Para saber qual tipo de gráfico utilizar é preciso efetuar a análise dos dados corretamente. A Figura 2 ilustra que para cada tipo de dados, é necessário um tipo de gráfico de controle específico e assim, realizar uma análise com sucesso.

Contudo, a partir do desenvolvimento dos tradicionais gráficos de controles introduzidos por Shewhart, surgiram diferentes metodologias de construção e utilização destes gráficos. Auxiliando às indústrias maiores possibilidades na hora de analisar os dados e resolver problemas industriais.

Figura 2 - Fluxograma para facilitar a escolha do gráfico a ser utilizado.



Fonte: Adaptado de Montgomery (2009).

Exemplo disso são os gráficos de controle CUSUM (soma acumulada) (PAGE, 1954) e o EWMA (médias móveis exponencialmente ponderadas) proposto por Roberts (1959). Essas ferramentas foram desenvolvidas para casos em que se deseja detectar mudanças bem pequenas na característica de qualidade monitorada. Além do mais, quando há necessidade de se manipular várias características de qualidade ao mesmo tempo pelas organizações, em que o processo fornecesse grande quantidade de informações, Hotelling (1947) apresentou o gráfico T^2 para o monitoramento de várias características coincidentemente e para detecção de grandes mudanças do processo. Posteriormente, esta técnica será discutida com maior profundidade.

2.5 GRÁFICOS POR VARIÁVEIS

Esta seção será sobre os gráficos univariados por variáveis que visam a redução sistemática da variabilidade nas características do processo separadamente que são conhecidos e utilizados nas indústrias para o CEP. Em seguida, será apresentado os gráficos: da média (\bar{X}), da amplitude (R) e do desvio padrão (S).

2.5.1 Gráfico da Média (\bar{X}) e da Amplitude (R)

O gráfico da média e da amplitude são gráficos que se complementam e por este motivo são elaborados ao mesmo tempo, assim monitoram a variabilidade do processo e dispersão juntamente.

Suposto que a característica da qualidade tem distribuição da probabilidade com média μ e desvio padrão σ . Para uma amostra aleatória X_1, X_2, \dots, X_n de tamanho n , a média amostral será (Tavares, 2003):

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \quad (1)$$

Quando a amostra aleatória aumenta, a distribuição da média se aproxima à distribuição Normal com média μ e desvio padrão $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$ assim, o tamanho amostral é suficientemente grande pra assumir que a média amostral tem uma distribuição normal tendo um intervalo de confiança da média dada por (PETERNELLI, 2017):

$$IC(\mu, 1 - \alpha) = \left(\mu_{\bar{X}} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \mu_{\bar{X}} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad (2)$$

Como visto no tópico 2.4, os valores de $\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}$ normalmente são fixados em ± 3 e assim os limites de controle apropriados para o gráfico \bar{X} são (TAVARES, 2003):

$$LSC = \mu + 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

$$LC = \mu \quad (3)$$

$$LSC = \mu - 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

Contudo, μ e σ não são conhecidos na prática e então, são estimados a partir de amostras preliminares tomadas de subgrupos com pelo menos 20 a 25 amostras. Supõe-se ainda em ter disponível m amostras, com cada uma contendo n

observações sobre a característica da qualidade. Assim, para o gráfico da média \bar{X} , é tomado $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m$ como as médias de cada amostra, estimando μ da melhor forma para o processo da média obtém-se a linha central do gráfico \bar{X} (Tavares, 2003):

$$LC = \bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_m}{m}, \quad (5)$$

assim, a linha central e os limites de controle para o gráfico da média são estimados em (Rodrigues, 2016):

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad (6)$$

$$LC = \bar{\bar{X}} \quad (7)$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}, \quad (8)$$

em que o valor de A_2 é tabulado para alguns tamanhos amostrais (MONTGOMERY, 2009). Sendo que o cálculo de \bar{R} será apresentado a seguir.

A estimativa da amplitude (R) de amostra aleatória X_1, X_2, \dots, X_n de tamanho n , é dada por:

$$R = X_{m\acute{a}x} - X_{m\grave{i}n}. \quad (9)$$

Agora, sendo $R_1 + R_2 + \dots + R_m$ as amplitudes das m amostras, então a média das amplitudes ou linha central (LC) será:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m} \quad (10)$$

com limites de controle expressos por:

$$LSC = D_4 \bar{R} \quad (11)$$

$$LC = \bar{R} \quad (12)$$

$$LIC = D_3 \bar{R} \quad (13)$$

Os valores de D_3 e D_4 são fatores tabulados em Montgomery (2009) para que sejam feitos os cálculos dos limites de controle.

2.5.2 Gráfico da média e do desvio padrão

A grande diferença entre o gráfico \bar{X} e S e o \bar{X} e R é pelo cálculo de estimativa do valor do desvio padrão. Quando o valor do σ é estimado, a estatísticas \bar{S}/c_4 (MONTGOMERY, 2009) é frequentemente utilizada, tendo como base o desvio padrão amostral. Esses gráficos são aplicados geralmente quando o tamanho da amostra é variável.

Assim, a linha central (LC) do gráfico do desvio padrão é dada por:

$$LC = \bar{S} = C_4\sigma \quad (14)$$

Os limites de controle são obtidos através de valores tabelados:

$$LSC = \bar{S}B_4 \quad (15)$$

$$LIC = \bar{S}B_3 \quad (16)$$

e na construção dos limites de controle do gráfico da média usa-se o valor tabelado de A_3 :

$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S} \quad (17)$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S} \quad (18)$$

Ao se ter tamanho de amostra variável, é preciso usar a média ponderada para se calcular as linhas centrais dos gráficos da média e desvio padrão amostral.

2.6 CONTROLE ESTATÍSTICO MULTIVARIADO DE PROCESSO

O Controle Estatístico Multivariado de Processo (CEMP) é uma das tantas técnicas do controle estatístico. Ele serve para ajudar indústrias a monitorarem a produção de forma mais adequada, detectar de modo efetivo eventos de

anormalidade e, assim, reduzir custos da má qualidade por meio da diminuição da taxa de produtos defeituosos (CHEN, 2005).

A priori, o monitoramento e controle convencional de processos segue uma perspectiva univariada, o que significa que é ponderada apenas uma variável de saída do processo ou uma única característica da qualidade em questão. No entanto, existem inúmeras variáveis relacionadas e é por esse motivo que técnicas e métodos científicos de estatística multivariada podem ser aplicados, uma vez que eles procuram contemplar todas as variáveis de forma integrada, explorando todas as inter-relações com o máximo de profundidade, com o propósito de obter informações úteis e concretas sobre os problemas existentes (MONTGOMERY, 2009).

É necessário tomar cuidado no monitoramento, de maneira separada, de características relacionadas, pois isso pode gerar enganos. Para evitar essa situação, o ideal é o controle simultâneo de duas ou mais características da qualidade, podendo-se usar gráficos de controle como ferramenta do controle multivariado (BERSIMIS; PSARAKIS; PANARETOS, 2006).

Para Mason e Young (2001), o CEMP se baseia nos gráficos de controle para sua efetiva aplicação no monitoramento da estabilidade de um processo multivariado. Sendo que a estabilidade do processo é obtida somente quando as médias, variâncias e covariâncias das variáveis do processo estão estáveis nas observações realizadas.

Com isso, é importante ressaltar que para aplicação de CEMP utiliza-se os gráficos de controle para variáveis, os quais foram discutidos no tópico anterior. A diferença básica entre os gráficos univariados para multivariados é a interrelação entre os dados. Isto quer dizer que ao terem uma reciprocidade e que não se comportem de forma independente, as características da qualidade do processo necessitam ser analisadas em conjunto.

2.6.1 Gráficos De Controle Multivariado

O gráfico de controle é a principal ferramenta utilizada para monitorar processos e indicar a presença de causas especiais, o que permite a detecção e a adoção de ações corretivas, o que se adequa também aos gráficos de controle multivariado (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2009).

Segundo Montgomery (2004), a diferença entre o controle univariado e o multivariado é o aumento da complexidade e dos níveis de automação dos processos produtivos, junto com a colaboração do crescente suporte computacional. Isso explica a expansão do controle multivariado dentro das indústrias, monitorando simultaneamente as várias características de qualidade (variáveis do processo).

Pode-se dizer que nos gráficos univariados a correlação das variáveis não é levada em consideração, assim é construído um gráfico de controle para cada característica da qualidade, gerando inúmeros gráficos para serem analisados atrasando a realização da tomada de decisão dos responsáveis. Além do mais, as possíveis interrelações que as variáveis possuem acabam sendo deixadas de lado, dificultando a interpretação do real comportamento do processo. Porém, se as variáveis não forem correlacionadas e a aplicação de CEMP pelos gráficos de controle multivariado seja aplicado, há a possibilidade de ocorrer alarmes falsos no processo (TAVARES, 2003).

Logo, os gráficos de controle multivariados são utilizados para monitorar processos industriais que estão se tornando cada vez mais difundidos e complexos. A tecnologia vem atrelada a esse tipo de monitoramento na realização em tempo real de diversas medições sobre as variáveis do processo e da qualidade final do produto, trazendo inúmeras informações simultâneas sobre o processo.

2.6.2 Gráfico de controle T^2 de Hotelling

O gráfico de controle T^2 foi desenvolvido por Harold Hotelling em 1947, o que deu a ele o título de pioneiro na pesquisa sobre gráficos de controle multivariado. Esse gráfico é visto como o mecanismo mais comum no monitoramento desse tipo de processo para dados subagrupados (MONTGOMERY, 2009).

Portanto, por ser uma forma de avaliação da média do processo, ele pode ser comparado ao gráfico \bar{x} de Shewhart (univariado) (MONTGOMERY, 2004). Essa avaliação é feita por meio do cálculo da medida da distância entre os valores das variáveis e o vetor de suas médias, que é conhecida ou estimada através de uma amostra de base. O método foi baseado na generalização da estatística t de Student, a qual se estende para uma aplicação multivariada e tendo a forma da

estatística T^2 se baseando em estimativas amostrais da matriz de covariância (TAVARES, 2003).

Na construção da equação desta estatística, Montgomery (2009) afirma ser possível estimar $\bar{\bar{X}}$ - vetor estimado das médias de dimensão $p \times 1$ e S - estimativa da matriz de variâncias e covariâncias de dimensão $p \times p$ quando μ e σ não são conhecidos,. Sendo que:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_k \quad (19)$$

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_k \quad (20)$$

$$S = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_i - \bar{X}_k)(X_i - \bar{X}_k)' \quad (21)$$

Onde, m é o numero de amostras preliminares que foram retiradas do processo de tamanho n e X_i representa a i -ésima observação da k -ésima amostra da p -variável.

Segundo Mason, Tracy e Yung (1992), no procedimento de cálculo desse gráfico, considera-se que as características correlacionadas são medidas simultaneamente e que seguem uma distribuição p -dimensional multivariada normal, com vetor de médias da i -ésima característica $\mu_i = (u_1 + u_2 + \dots + u_p)$ e a matriz de covariância Σ . Esses dados, quando utilizados em um número finito de observações (m) de tamanho n , são substituídos por \bar{X} (onde anteriormente era μ) e S (Σ) sendo a matriz de covariâncias para p características amostrais. Por fim, a formula da estatística T^2 é dada por:

$$T^2 = n(\bar{X}_k - \bar{\bar{X}})' \bar{S}^{-1}(\bar{X}_k - \bar{\bar{X}}) \quad (22)$$

Para Lowry e Montgomery (1995) existem duas fases para a construção de gráficos multivariados que são para testar, após a retirada de m subgrupos, se estão em controle (Fase I) e assim estabelecer os limites de controle. Dentro disso, os

limites de controle são dados por intermédio da escolha de um valor α , tal que $P(T^2 \leq LIC) = 1 - \alpha$. Após a conclusão da primeira fase, os limites são feitos da seguinte forma:

$$LSC = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \quad (23)$$

$$LIC = 0 \quad (24)$$

Os limites de controle estabelecidos na Fase I são usados para confirmar se o processo ainda permanece em controle, a partir do momento que são extraídos futuros subgrupos na Fase II:

$$LSC = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \quad (25)$$

$$LIC = 0 \quad (26)$$

Considera-se que nas fórmulas apresentadas, p é a quantidade de características que estão sendo estudadas simultaneamente, n é o tamanho do subgrupo, m é o total de observações e $F_{\alpha,p,mn-m-p+1}$ segundo Chen e Hsieh (2007) é um ponto de uma parcela da porcentagem superior da distribuição F com p e $mn - m - p + 1$ graus de liberdade, sendo o valor da amostra igual a $n > 1$.

Já para amostras de tamanho único, ou seja, não é possível formar subgrupos racionais dentro de cada amostra, o processo é monitorado por amostras de tamanho unitário ($n=1$), quando isso acontece a fórmula dos cálculos se altera um pouco:

$$T^2 = (X_k - \bar{X})' S^{-1} (X_k - \bar{X}) \quad (27)$$

com limites de controle expressos por (Mason, Tracy e Young, 1992):

$$LSC = \frac{(m-1)^2}{m} \beta(\alpha; p/2; (m-p-1)) \quad (29)$$

$$LIC = 0 \quad (28)$$

Onde $\beta(\alpha; p/2; (m-p-1)/2)$, retrata o percentil de uma distribuição β com parâmetros $p/2$ e $(m-p-1)/2$.

Sullivan e Wood (1996) observaram o comportamento da Fase I e concluíram que utilizar uma estimativa usual da matriz de covariância não resulta na detecção efetiva de uma mudança na media. Por esse motivo eles propuseram alguns outros estimadores, nos quais os limites são por meio das distribuições β e F :

$$LSC = \frac{(m-1)^2}{m} \times \frac{(p/(m-p-1))F(\alpha/2; p, m-p-1)}{1 + (p/(m-p-1))F(\alpha/2; p, m-p-1)} \quad (29)$$

$$LIC = 0 \quad (30)$$

Já na segunda fase, os limites são calculados como:

$$LSC = \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} F_{\alpha/2, p, m-p} \quad (31)$$

$$LIC = 0 \quad (32)$$

Onde $F_{\alpha/2, p, m-p}$ expressa o percentil da distribuição F com o p e $m-p$ graus de liberdade.

Um fato interessante é que nas equações apresentadas anteriormente o limite de controle inferior é dado como sendo zero, isso acontece pois qualquer mudança na média leva a um aumento na estatística T^2 , podendo assim ignorar o LIC (MASON; TRACY; YOUNG, 1992).

Existem outros tipos de gráficos na aplicação de controle multivariado, como os gráficos Multivariado de Soma Acumulada ($MCUSUM$) e o gráfico da Média Móvel Exponencialmente Ponderada ($MEWMA$), eles são utilizados na detecção de pequenas mudanças no processo (abaixo de $1,5\sigma$), visto que o gráfico T^2 não consegue detectar singelas mudanças (TAVARES, 2003).

2.7 DECOMPOSIÇÃO DO GRÁFICO T^2 DE HOTELLING

Existem algumas dificuldades que podem ser encontradas na utilização do gráfico T^2 , uma delas é o fato de que quando a estatística T^2 indica um ponto fora de controle do processo (*outlier*), não se sabe qual conjunto de variáveis ou qual

variável em si está colaborando para a causa do problema. Para Mason, Tracy e Young (1997), um sinal fora de controle pode ser causado por inúmeras situações:

- Uma das observações de uma das p variáveis pode estar fora dos limites de controle;
- A causa do sinal pode ser devido ao relacionamento entre as variáveis contraditórias estabelecidas por dados históricos;
- A combinação de algumas variáveis fora do controle com outras possuindo inter-relacionamentos.

Assim, Jackson (1985) propôs o uso de componentes principais (ACP) para monitorar um processo multivariado. Uma vez que os componentes principais não estão correlacionados, eles podem fornecer alguma informação sobre a origem da condição fora de controle e, em seguida, levar o exame de observações originais particulares. Walde e Woodall (1993) fizeram o uso do ajuste de regressão em variáveis individuais para melhorar o poder de diagnóstico do gráfico T^2 de Hotelling.

Segundo Runger, Alt e Montgomery (1996), quando um ponto é extrapolado do *LSC* propõe-se a decomposição da estatística T^2 em componentes. Originando as componentes por meio da decomposição, é possível observar a contribuição de cada variável individualmente. Tendo T^2 como o valor de todas as variáveis da estatística e T_i^2 como o valor estatístico para todas as variáveis em questão exceto a i -ésima, a expressão abaixo funciona como um indicador da contribuição relativa da i -ésima variável para a estatística global (SILVA, 2015).

$$d_i = T^2 - T_i^2, i = 1, 2, \dots, p \quad (33)$$

Já a aproximação sugerida por Mason, Tracy e Young (1995) é mais conhecida e decompõe a estatística T^2 em componentes independentes que retomam a contribuição de uma variável individual. É suposto que as primeiras $p - 1$ variáveis sejam agrupadas e as $p - \text{ésimas}$ variáveis são isoladas, fazendo com que $X_i = (X_i^{(p-1)'}, X_i)'$, onde $X_i^{(p-1)'}$ representa um vetor das medidas $(p - 1)$ ignorando as $p - \text{ésimas}$ variáveis. O resultado real concedido por Render (1993) é usado por Mason, Tracy e Young (1995) e por eles, a decomposição se divide em duas partes:

$$T^2 = T_{p-1}^2 + T_{p1,\dots,p-1}^2, \quad (34)$$

O termo T_{p-1}^2 representa a estatística T^2 de Hotelling, com uso das primeiras variáveis $p - 1$ e é expresso por:

$$T_{p-1}^2 = (X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)})' S_{XX}^{-1} (X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}), \quad (35)$$

onde o vetor das médias amostrais é o termo $\bar{X}^{(p-1)}$ com n observações multivariadas realizadas nas primeiras variáveis $p - 1$ e S_{XX}^{-1} representa a submatriz $(p - 1) \times (p - 1)$ de S .

O p -ésimo componente do vetor X_i obtido pelo ajuste das estimativas da média e do desvio padrão de uma distribuição condicional de X_p construído por X_1, X_2, \dots, X_{p-1} é a estatística $T_{p.1,\dots,p-1}$ expressa por:

$$T_{p.1,\dots,p-1} = \frac{X_{ip} - \bar{X}_{p.1,\dots,p-1}}{S_{p.1,\dots,p-1}} \quad (36)$$

onde:

$$\bar{X}_{p.1,\dots,p-1} = \bar{X}_p + b'_p (X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}), \text{ com:}$$

\bar{X}_p = média amostral das n observações na p - ésima variável

$b'_p = S_{XX}^{-1} s_{xX}$ vetor com dimensão $(p - 1)$ e coeficientes estimados da regressão da p -ésima variável da regressão das primeiras $p - 1$ variáveis, obtendo:

$$s_{p.1,\dots,p-1}^2 = s_x^2 - s'_{xX} S_{XX}^{-1} s_{xX} \quad (37)$$

e

$$S = \begin{bmatrix} S_{XX} & s_{xX} \\ s_{xX} & s_x^2 \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Assume-se que o primeiro termo de $T^2 = T_{p-2}^2 + T_{p-1.1,\dots,p-2}^2$ é então uma estatística de T^2 de Hotelling sobre $p-1$ variáveis. Sendo possível dividi-la em duas partes:

$$T^2 = T_{p-2}^2 + T_{p-1.1, \dots, p-2}^2 \quad (39)$$

onde:

T_{p-2}^2 = estatística T^2 de Hotelling das primeiras $p - 2$ variáveis;

$T_{p-1.1, \dots, p-2}^2$ = quadrado da $(p-1)$ -ésima variável ajustada pelas estimativas da média e desvio padrão da distribuição condicional de X_{p-1} dado por X_1, X_2, \dots, X_{p-2} .

Ao continuar a divisão e iteração dos termos, é possível chegar à decomposição geral da estatística T^2 de Hotelling para as p variáveis:

$$T^2 = T_1^2 + T_{2.1}^2 + T_{3.1,2}^2 + T_{4.1,2,3}^2 + \dots + T_{p.1, \dots, p-1}^2 = T_1^2 + \sum_{j=1}^{p-1} T_{j+1.1, \dots, j}^2 \quad (40)$$

O primeiro termo da equação (42) pode ser obtido reduzindo o quadrado da estatística t univariada para a variável inicial, expresso por:

$$T_1^2 = \frac{(X_{i1} - \bar{X}_1)^2}{s_1^2} \quad (41)$$

Os outros termos da equação podem ser obtidos a partir do valor obtido na equação (43).

Mason, Tracy e Young (1995) comprovaram que a estatística $T_{i+1.1ki}^2$ multiplicada por uma constante segue uma distribuição F , tendo graus de liberdade iguais a 1 e $(m - 1)$. Verifica a significância α de qualquer um dos termos apresentados em (42) ao comparar os valores obtidos com os seguintes limites:

$$LSC = \frac{(m + 1)}{m} F_{\alpha, (1, m-1)} \quad (42)$$

$$LIC = 0 \quad (43)$$

Conforme Konrath (2002), a operacionalização do método de decomposição apresentado por Mason, Tracy e Young (1995) consiste em comparar a estatística T^2

global, dada pela equação (40), com a estatística F correspondente. Isto significa comparar o valor de cada T^2 parcial (cada um dos termos do lado direito da equação (40)) com a estatística F de referência. Para saber quais variáveis devem ser investigadas deve-se realizar o seguinte teste de hipóteses:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \text{todas as variáveis (características de qualidade) possuem,} \\ \qquad \qquad \qquad \text{em média, uma variabilidade uniforme.} \\ H_1 : \text{todas as variáveis (características de qualidade) não possuem,} \\ \qquad \qquad \qquad \text{em média, uma variabilidade uniforme.} \end{array} \right.$$

Quando $T^2 > F$, rejeita-se H_0 e, por tanto, a variável (ou variáveis) correspondente não deve ser investigada e vice-versa.

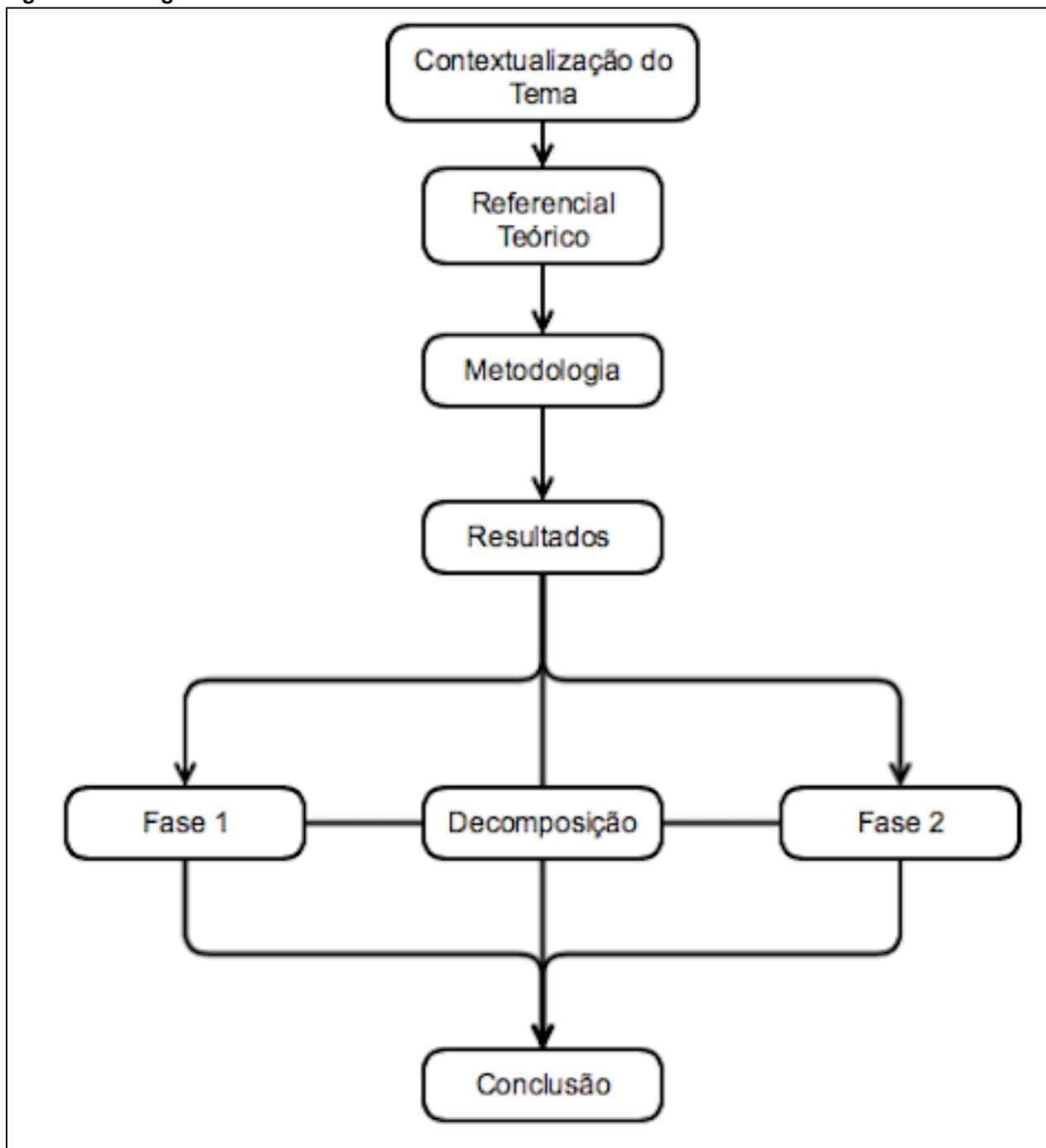
Segundo Tavares (2003) a decomposição dada na expressão (40) deve possuir juntamente algumas propriedades. São elas:

- Não ser única a ordenação dos termos individuais condicionais;
- É possível a existência de sequências diferentes dos termos que compõem a estatística geral, ou seja, existem $p!$ divisões diferentes para produzir a mesma estatística T^2 , tendo o exemplo de se começar a divisão ao selecionar qualquer uma das $p-1$ variáveis restantes para condicionar às primeiras duas características selecionadas;
- Apesar dos termos das decomposições de $p!$ não forem todas independentes, pode ser que haja termos p independentes um dos outros.

3 METODOLOGIA

O fluxograma da Figura 3 demonstra que a estruturação do presente trabalho se dá de maneira linear e visa a apresentação dos pontos necessários para entendimento do problema que foi proposto pela pergunta problema.

Figura 3: Fluxograma Estrutural do Trabalho.



Fonte: Autoria Própria.

A contextualização do tema descrita no capítulo um, ressalta a análise multivariada realizada em formato de estudo de caso aplicado no setor de produção de embalagens plásticas no processo de extrusão.

Seguido do referencial teórico (capítulo dois) que proporciona toda a base bibliográfica dos assuntos abordados no trabalho como controle estatístico univariado e multivariado, os gráficos de controle e também toda parte matemática para o desenvolvimento da estatística de Hotelling.

A metodologia é o tópico em que os métodos para que a aplicação da análise seja feita, são demonstrados. Contem toda a parte de descrição da empresa e caracterização do processo analisado em questão. Seguidos pelo passo a passo por meio de *softwares* para que cada teste necessário fosse realizado e assim, validar as variáveis de análise.

A seção dos resultados traz a obtenção da fase 1 para análise em que as amostras são inseridas na planilha DEC_HOTELLING e o gráfico T^2 é gerado. A decomposição é feita quando um ponto é tido como fora do controle e este precisa ser analisado. Por fim, para monitoramento do processo, são inseridas novas amostras e verificado se o processo continua sob controle.

Baseado nos resultados, o tópico da conclusão tem a finalidade de analisar e declara se os objetivos propostos por meio deste estudo de caso foram alcançados.

3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Segundo Turrioni (2011), uma pesquisa científica possui quatro tipos de classificação, quanto a natureza, objetivos, abordagem e procedimentos técnicos.

No caso do presente trabalho, pode-se classificá-lo como sendo de natureza aplicada, pois contribui para objetivos práticos, ou seja, foi aplicado o controle estatístico multivariado para a resolução de possíveis problemas ou necessidades dentro de uma linha de produção (SILVA; MENEZES, 2005).

Já no ponto de vista dos objetivos, segundo Gil, (2002) é considerada como uma pesquisa exploratória, pois realizou-se revisão bibliográfica, além de ser aplicada a uma empresa de embalagens no processo de extrusão, analisando o comportamento estatístico da linha.

Quanto à abordagem é considerada como quantitativa, uma vez que os objetivos e resultados são provenientes de uma avaliação numérica dos dados gerados pelo CEMP.

Por fim, o método é do tipo estudo de caso, que segundo Silva e Menezes (2005) trata-se de uma pesquisa profunda e detalhada de poucos objetivos, visando a resolução de um problema particular.

3.2 DESCRIÇÃO DO AMBIENTE DE PESQUISA

A pesquisa foi aplicada em uma empresa de pequeno porte do segmento de embalagens plásticas que realiza a produção de diversos tipos de sacolas, variando entre cores, tamanhos e personalização, delimitada ao processo de extrusão que é a base da produção para obter o produto final em específico.

3.3 CARACTERIZAÇÃO DA EMPRESA

Com início de suas atividades no ano de 2009, a empresa atua o mercado de sacolas plásticas e está localizada na cidade de São José do Rio Preto, São Paulo. Apresenta uma produção média mensal de 60 toneladas de embalagens. Possui distribuição de seus produtos nos estados de Minas Gerais, Mato Grosso do Sul e além de atender toda a região de São José do Rio Preto.

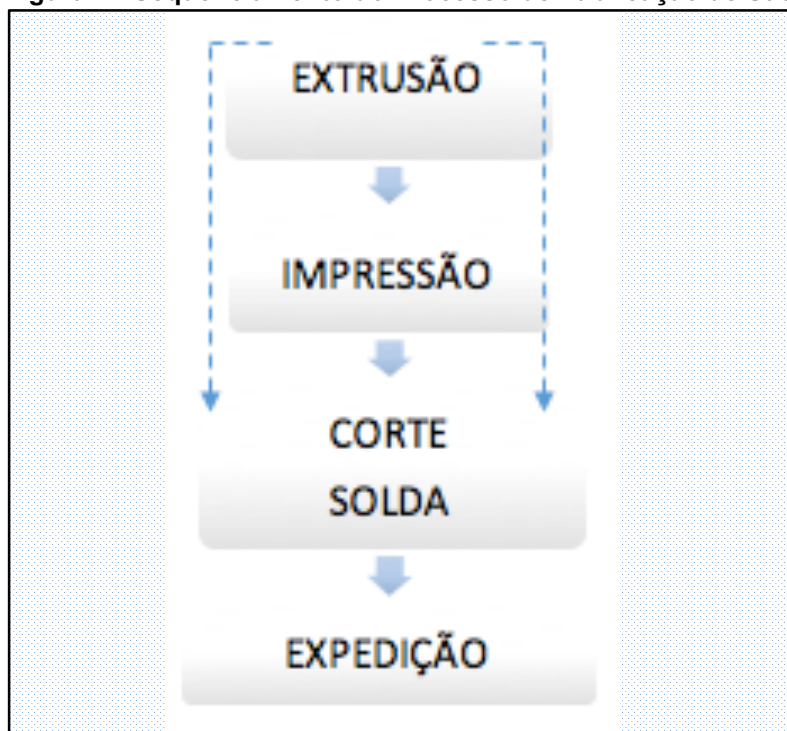
Atualmente, possui 21 funcionários diretos, que atuam desde os serviços fabris até o nível de gerência mais alto. Desses 21 funcionários, 17 se dividem nos processos de extrusão, impressão e corte/solda; os outros 4 ocupam os cargos de administração e gerência.

A empresa fabrica sacolas plásticas de diversos tamanhos, cores e personalizações conforme são exigidas pelos clientes. O foco desde trabalho foi em um produto em específico: a sacola branca leve virgem 78x2,7cm que representa as dimensões da mesma.

3.4 DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE FABRICAÇÃO

A produção aplicada na empresa analisada possui basicamente três centros de trabalho: extrusão, impressão e corte/solda antes de seguir para expedição. A Figura 4 ilustra o sequenciamento do processo. Observa-se que o caminho pontilhado remete às alternativas para o roteiro de fabricação dos produtos; certos produtos não passam pelo processo de impressão.

Figura 4 - Sequenciamento do Processo de Fabricação de Sacolas Plásticas.



Fonte: Autoria Própria.

3.4.1 Extrusão de filme tubular (balão)

O Setor de extrusão converte resina plástica (matéria-prima) em filmes plásticos. No caso da empresa analisada, as resinas são: polietileno de alta densidade (PEAD) o qual é o mais usado; polietileno de baixa densidade (PEBD) e o polipropileno (PP).

O responsável pelo setor descreveu o processo em que o material passa verticalmente através de uma matriz com a forma de um anel, onde um jato de ar soprado constantemente expande o material formando um balão. Rolos localizados acima e abaixo da matriz achatam o filme e este é bobinado.

Durante o bobinamento, o operador deve verificar se o filme está na temperatura ideal (fresco), caso contrário, pode acontecer o fenômeno de adesão

(filme colado camada sobre camada) além de verificar o tracionamento do filme para que o bobinamento não fique frouxo.

3.4.2 Impressão

Setor em que os filmes obtidos da extrusão são impressos. Assim, as principais características de uma embalagem são definidas, como cores, atratividade, ilustrações e informações em geral. Esta etapa representa a agregação de valor do produto, uma vez que confere ao filme características únicas definidas pelo pedido do cliente.

Segundo Bem (2002), o sistema de impressão usado pela empresa, é de flexografia: processo de impressão rotativo direto que usa placas de polímeros (clichês) com grafismos em alto relevo.

O processo ocorre da seguinte forma: o filme plástico é desbobinado e passa por toda impressora, conforme o filme passa pelo tambor central, recebe a impressão no formato e cor contidos no impressor. Por último, o filme passa pelas estufas, ocorrendo o processo de secagem, e assim, embobinado novamente. (BEM, 2002).

3.4.3 Corte e Solda

O setor de corte e solda recebe o filme impresso ou liso e transforma-o em sacos, sacolas, banners, entre outros, dependendo a especificação do produto. Para a confecção do produto nesse setor são necessárias informações sobre as dimensões da embalagem.

3.4.4 Expedição

A última etapa segue no setor da expedição onde o produto está pronto e é encaminhado até o cliente.

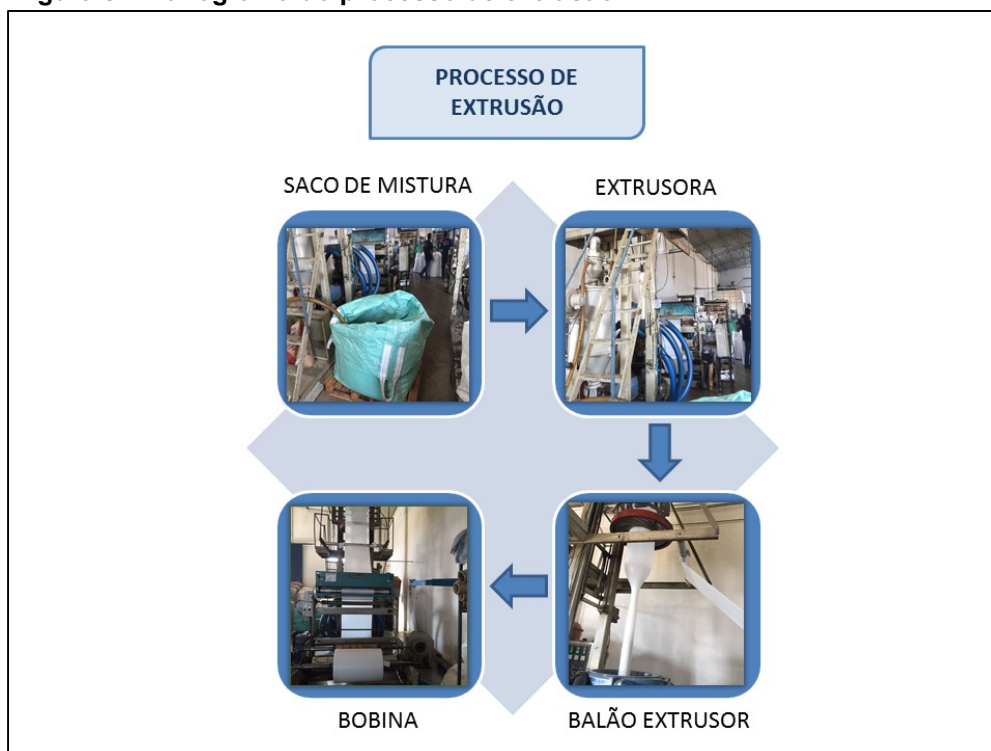
3.4.5 Descrição do produto analisado

O produto escolhido para análise foi a sacola branca leve 78 x 2,7cm em seu primeiro processo de produção, o setor da extrusão. É válido dizer que para obtenção deste produto final, segue o sequenciamento da figura 4 pelo caminho das linhas pontilhadas, ou seja, o produto não passa pelo setor da impressão. Após a produção da bobina no setor da extrusão, o mesmo está pronto para corte/solda e é embalado para expedição.

3.5 PROCESSO ANALISADO

O processo escolhido para análise foi o de extrusão e possui uma produção média de 130 quilos por bobina produzida em duas horas e meia de processamento. O setor é o único da empresa que possui três turnos, pois quando desligada a máquina, demora de duas a três horas até chegar na temperatura ideal para começar o processamento novamente. O processo é descrito pelo fluxograma da Figura 5.

Figura 5 - Fluxograma do processo de extrusão



Fonte: Autoria Própria.

A industrialização do plástico flexível é realizada por tal processo, que força a passagem da mistura feita da matéria prima, alocada próxima a máquina em sacos, através de um orifício, a matéria prima transformada passa por um balão de ar em que é feita a separação das partes e em seguida é transformado em filmes plásticos bobinados.

3.6 PROCEDIMENTO DE COLETA DE DADOS

A realização da coleta de dados foi feita durante o período de estágio realizado entre Ago/2017 à Out/2017 com o objetivo de observar e entender o funcionamento do processo em estudo e junto ao auxílio dos funcionários, foi possível a retirada de amostras com a utilização dos seguintes instrumentos:

- Bobina plástica;
- Especímetro digital;
- Balança.

A utilização desses materiais foi efetiva para análise do estudo das características de qualidade, contendo espessura mínima, espessura máxima e o próprio peso da amostra, que foram as principais variáveis de influência observadas.

3.7 COLETA DE DADOS

Conforme observado no fluxograma da figura 5, a etapa de extrusão é compreendida por quatro fases até que a bobina seja produzida, desde a mistura da matéria prima até obter a bobina final. As amostras foram retiradas enquanto as bobinas eram produzidas e também em bobinas de estoque.

Junto ao funcionário responsável pela extrusão foi determinado que as variáveis críticas para análise são sempre a respeito da espessura e peso da que a amostra deve possuir. Assim, durante todo o mês de setembro e com o auxílio da planilha contida no Anexo A, foram coletadas as três variáveis de análise monitoradas na fase final de extrusão das sacolas plásticas: espessura máxima, espessura mínima e peso do produto.

A análise de tais variáveis é feita para saber se a bobina está nos padrões para seguir para o setor de corte, se não possuir os padrões exigidos, é descartada e posteriormente revertida em matéria prima novamente para ser usada em uma nova mistura.

Os padrões exigidos pelo gerente de produção e efetuado pelo funcionário responsável são:

- A amostra deve conter 78 centímetros;
- Peso de 9 gramas;
- Espessura mínima 2,5 milímetros;
- Espessura máxima de 3 milímetros.

Através da planilha para coleta de dados, foi possível obter os dados de 25 amostras de tamanho 4 (Anexo B). Reuniões junto ao gerente de produção e o funcionário responsável pelo processo observado foram de grande valia para um melhor entendimento na hora de coletar esses dados.

As amostras eram coletadas da seguinte maneira: retirava-se um pedaço de sacola da bobina, medida com uma régua cortava-se em um pedaço de 78 centímetros, depois era pesado em uma balança específica para pequenos valores verificando assim, o peso da amostra. Logo após, por meio de um especímetro digital, era medido por toda a extensão da amostra a espessura máxima e mínima que a mesma possuía.

3.7.1 Determinação de Peso e Espessura como característica da qualidade

Relatado pelo gerente de produção, a determinação do peso ideal para pesagem da sacola é exigida pelo fato da mesma ser vendida em quantidades por quilo, previamente pesadas, assim, se não possuir o peso ideal o cliente não receberá a quantidade de sacolas exigidas como feita no pedido inicial.

Já a determinação da espessura é feita para avaliar a homogeneidade do filme plástico. As variações existentes na espessura do material que está sendo fabricado podem implicar em problemas no seu desempenho, como perda de barreira (a sacola fica muito frágil), prejudicando assim o desempenho da embalagem final.

3.8 MODELAGEM DOS DADOS

Após a coleta das amostras, foi feita a análise do estudo em questão. Para isso, foram utilizados o *software SPSS* para os testes de normalidade e correlação das variáveis. A planilha computacional *DEC_Hotelling* desenvolvida por Konrath (2002) foi usada para a construção dos gráficos de controle multivariados além da decomposição do outlier existente. As telas principais dessa planilha estão disponíveis no Anexo C.

Já a construção dos gráficos univariados para cada variável em questão foram gerados pelo *software Minitab*.

3.9 VALIDAÇÃO DOS DADOS

A validação das variáveis foi feita para confirmar se os dados coletados seguem os pré-requisitos para serem usados na então construção dos gráficos de controle multivariado. Foram realizados dois testes: teste de normalidade e o teste de correlação e para todo os testes realizados, foi utilizado um nível de significância de 0,05 ($\alpha = 0,05$), sempre considerado os valores das médias amostrais das variáveis.

3.9.1 Teste de normalidade

Supor a normalidade da distribuição estatística de uma característica particular é feita para satisfazer a aplicação dos gráficos de controle, evitando assim possíveis erros (TAVARES, 2003). As variáveis Espessura Mínima, Espessura Máxima e Peso foram testadas a fim de verificar se elas possuem distribuição de probabilidade normal e assim garantir os pressupostos estabelecidos para os gráficos de controle.

O teste utilizado foi o *Shapiro-Wilk* por ser adequado para tamanho de amostras menores (25 amostras de tamanho 4). As hipóteses a serem testadas são: a hipótese de nulidade é de que a variável aleatória adere à distribuição Normal, contra a hipótese alternativa de que a variável aleatória não adere à distribuição normal. Para tomada de decisão, observa-se o valor-*p* dos testes e compara-se com

o nível de significância adotado. Assim, se o valor- p do teste for menor que o nível de significância escolhido, a hipótese de normalidade é rejeitada, caso contrário os dados seguem uma distribuição normal (TORMAN; COSTER; RIBOLDI, 2012.)

3.9.2 Teste de correlação

Nesta seção foi verificado se existe correlação significativa entre as variáveis a serem monitoradas, isto é feito para investigar se há interdependência entre as variáveis, o que é recomendado para a construção dos gráficos de controle multivariados (JOHNSON; WICHERN, 2007).

Embasado na correlação de Pearson (r) o teste mede o grau da correlação linear existente entre duas variáveis quantitativas. É um índice adimensional, refletindo a intensidade de uma relação linear entre dois conjuntos de dados (VARGAS, 2017).

Belúcio et al. (2014), traz que o cálculo do coeficiente r de Pearson é descrito a partir da equação (48):

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (46)$$

Onde x_1, x_2, \dots, x_n e y_1, y_2, \dots, y_n representam os valores medidos de ambas as variáveis.

Ainda segundo Belúcio et al (2014), a tabela 1 proposta por Devore (2006) indica o grau da correlação pelos coeficientes de Pearson gerados:

Tabela 1 - Coeficiente de Correlação de Pearson

r	Definição
0,00 a 0,19	Correlação bem fraca
0,20 a 0,39	Correlação fraca
0,40 a 0,69	Correlação moderada
0,70 a 0,89	Correlação forte
0,90 a 1,00	Correlação muito forte

Fonte: Adaptada de Devore (2006).

Ainda segundo Vargas (2017), o coeficiente, geralmente representado pela letra “r” assume apenas valores entre -1 e 1 indicando então:

- Se $r = 1$, significa uma correlação perfeita positiva entre as duas variáveis;
- Se $r = -1$, significa uma correlação negativa perfeita entre as duas variáveis, ou seja, inversamente proporcionais;
- Se $r = 0$, indica que as variáveis não dependem linearmente uma da outra.

4 RESULTADOS

4.1 TESTE DE NORMALIDADE

Sabendo que se obteve 25 amostras para cada uma das características de qualidade, realizou-se assim 3 testes de normalidade por meio da estatística de Shapiro-Wilk, uma para cada característica. Os resultados são mostrados na Tabela 6.

Tabela 2 - Teste de Normalidade

	Testes de Normalidade		
	Shapiro-Wilk		
	Estatística	gl	Sig.
Espessura Mínima	,939	25	,141
Espessura Máxima	,930	25	,085
Peso	,934	25	,108

Fonte: Aatoria Própria

A tabela 2 mostra que os valores- p foram maiores que o nível de significância adotado no estudo de $\alpha = 0,05$ apenas a característica *Espessura Máxima* com um valor- $p = 0,085$ sendo um pouco menor, porém, superando o nível de significância. Logo, considera-se que os dados estão distribuídos normalmente e assim, seguem os requisitos necessários para a utilização no presente trabalho.

4.2 TESTE DE CORRELAÇÃO

Desta forma analisou-se a correlação entre as variáveis: *Espessura Mínima*, *Espessura Máxima* e *Peso*. A tabela 3 ilustra os resultados dos testes de correlação realizados entre as características da qualidade, assim são comparadas uma a uma para averiguar o nível de correlação existente entre elas.

Tabela 3 - Teste de Correlação

Matriz de correlação entre itens			
	Espessura Mínima	Espessura Máxima	Peso
Espessura Mínima	1,000	,778	,740
Espessura Máxima	,778	1,000	,826
Peso	,740	,826	1,000

Fonte: Autoria Própria.

Nota-se que a correlação existente entre as características é forte, conforme os valores indicados pela Tabela 1, pois se obteve correlações no intervalo de 0,7 a 0,89 o que determina serem fortemente correlacionadas.

Observa-se maior correlação entre as variáveis *Peso* e *Espessura Máxima* ($r = 0,826$) e menor correlação entre *Peso* e *Espessura Mínima* ($r = 0,740$). Sendo as variáveis fortemente correlacionadas, os dados são apropriados para aplicação da estatística T^2 de Hotelling.

Portanto, após os dados das variáveis selecionadas serem devidamente testadas e validadas, foi estabelecida a Fase I do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling.

4.3 ANÁLISE DE HOTELLING PARA A FASE I

Para obter um conjunto de dados sob controle estatístico para o futuro monitoramento é necessário a execução da Fase I do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling. A implementação desta fase utilizou os dados das variáveis selecionadas e testadas na seção anterior, referente ao processo de extrusão do produto em questão, envolvendo as medidas das três características da qualidade, a *Espessura Mínima* (X_1), *Espessura Máxima* (X_2) e o *Peso* (X_3).

Figura 6: Valores das médias, variâncias e covariâncias das variáveis de decisão

PROCESSAMENTO DO GRÁFICO T2 DE HOTELLING FASE 1								
Media C-1	Media C-2	Media C-3	S V-1	S V-2	S V-3	CV 1 2	CV 1 3	CV 2 3
2,15	3,12	9,15	0,023	0,017	0,025	0,012	0,016	0,011

Fonte: Planilha DEC_HOTELLING, 2017.

A partir dos cálculos realizados com as 25 amostras iniciais retiradas do processo de extrusão, demonstrados pela equação (19), o vetor de médias do processo de extrusão, foi expresso respectivamente por:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} 2,15 \\ 3,12 \\ 9,15 \end{bmatrix}$$

O vetor de médias mostra os valores médios das médias amostrais das três variáveis pesquisadas. Ou seja, a média da *Espessura Mínima* é 2,15 mm, da *Espessura Máxima* é 3,12 mm e do *Peso* é 9,15 g.

A Figura 6 representa os valores das médias, variâncias e covariâncias dessas três características analisadas e que foram geradas através da planilha DEC_HOTELLING e para a formação da matriz de variâncias e covariâncias como traz a equação (20), tem-se:

$$S = \begin{bmatrix} 0,023 & 0,012 & 0,016 \\ 0,012 & 0,017 & 0,011 \\ 0,016 & 0,011 & 0,025 \end{bmatrix}$$

A matriz acima mostra maior dispersão na variável *Peso* ($s^2 = 0,025$) e menor dispersão na variável *Espessura Máxima* ($s^2 = 0,017$). Também pode-se observar na matriz, através das covariâncias (s_1s_2 , s_1s_3 e s_2s_3), que as variáveis são positivamente proporcionais, ou seja, quando uma aumenta, a outra (ou outras) aumenta e vice-versa.

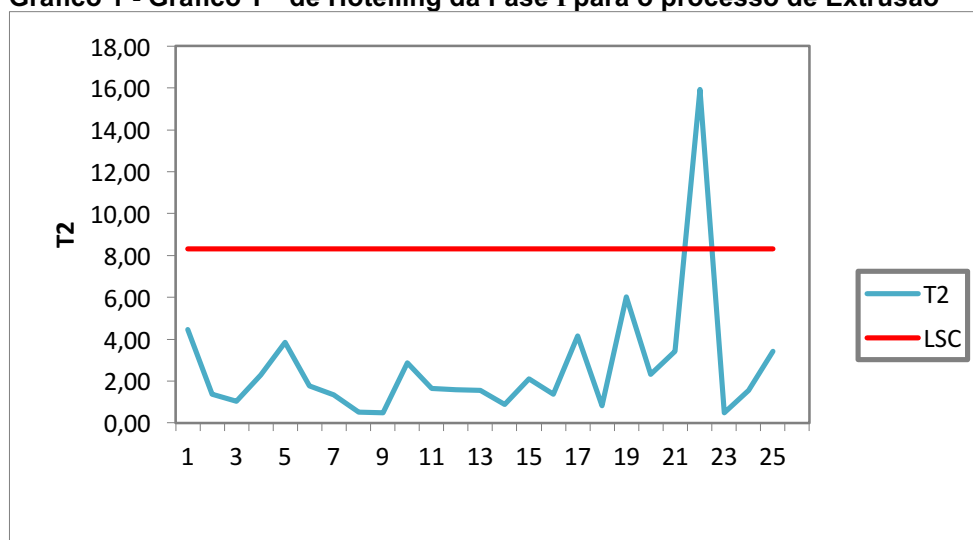
Utilizando a equação (26) foi obtido um $LSC = 8,31$, com um nível de significância $\alpha = 0,05$. Assim, levando em consideração apenas o número de observações $m = 25$, o número de características $p = 3$ e o valor da estatística $F = 3,34$ foi possível realizar os cálculos através da equação (20) e obter os valores da estatística T^2 de Hotelling para o processo.

A tabela 4 representa todas as observações feitas do processo de extrusão e junto ao Gráfico 1, é possível observar a existência de um ponto fora do limite de controle estabelecido.

Tabela 4 - Valores da estatística T^2 de Hotelling da Fase I para o processo de Extrusão

Obs.	T^2	Obs.	T^2	Obs.	T^2
1	4,46	10	2,87	19	6,03
2	1,36	11	1,63	20	2,33
3	1,05	12	1,59	21	3,42
4	2,29	13	1,55	22	15,93
5	3,86	14	0,89	23	0,49
6	1,77	15	2,09	24	1,55
7	1,33	16	1,36	25	3,43
8	0,52	17	4,15		
9	0,49	18	0,83		

Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 1 - Gráfico T^2 de Hotelling da Fase I para o processo de Extrusão

Fonte: Autoria Própria.

O Gráfico 1 diz respeito ao controle estatístico da Fase I para o processo de extrusão. O ponto fora do limite representa a amostra 22 com um $T^2 = 15,93$ como sendo um *outlier*. Portanto, é preciso examiná-lo individualmente através da decomposição deste ponto com intuito de descobrir qual o tipo de causa que atuou no processo, e se necessário, excluí-la do conjunto de dados, e quando a fase I apresentar estado de normalidade, realizar a fase II de monitoramento.

4.3.1 Decomposição do ponto fora de controle

Decompor um *outlier* multivariado significa obter as estatísticas T^2 parciais para cada combinação das variáveis, ou seja, as parciais representam a contribuição de cada combinação das variáveis para a formação do *outlier* (KONRATH, 2002). Se o valor T^2 parcial for maior que o valor F de referência, mostra que esta característica ou combinação é a que está influenciando na formação do outlier.

A decomposição do *outlier* multivariado (ponto 22 no Gráfico 1) foi realizada pela planilha DEC_Hotelling. Assim, os valores da contribuição de cada característica/combinação e o valor da estatística F de referência foram gerados pela planilha.

Figura 7 - Decomposição do ponto fora de controle

DECOMPOSIÇÃO - Ponto 22	
Característica	(F = 3,3391)
T1	0,4504
T21	7,4429 *
T312	8,0402 *

Fonte: Planilha DEC_HOTELLING, 2017.

A Figura 7 mostra as estatísticas T^2 parciais para: a variável *Espessura Mínima* ($T_1^2 = 0,4504$), para a combinação de *Espessura Máxima* com *Espessura Mínima* ($T_{21}^2 = 7,4429$) e para a combinação de *Peso* com *Espessura Máxima* e *Espessura Mínima* ($T_{321}^2 = 8,0402$). Pode-se observar que a soma dessas estatísticas parciais resulta no valor global $T^2 = 15,93$, que representa o *outlier* multivariado da Tabela 4.

Após executar a decomposição e comparar cada valor com a estatística F de referência, o teste de hipótese a seguir é efetuado:

- H_0 = todas as variáveis possuem, em média, uma variabilidade uniforme;
- H_1 = todas as variáveis não possuem, em média, uma variabilidade uniforme.

Conforme os dados da Figura 7, observa-se que a variável *Espessura Mínima* apresenta valor T_1^2 menor que o valor de referência ($F = 3,3391$), por tanto, aceita-se H_0 , ou seja, a *Espessura Mínima* possui variabilidade uniforme e, por tanto, não é a causa para o surgimento do *outlier* multivariado. Já o *Peso* combinado com *Espessura Mínima* e o *Peso* combinado com *Espessura Máxima* e *Mínima* apresentam valores de T^2 maiores do que o valor de referência ($T_1^2 = 0,4504$ e $T_{21}^2 = 7,4429$ são maiores que $F = 3,3391$) e, portanto, são as características que ocasionam o surgimento do *outlier* multivariado. Desta forma, essas variáveis (*Peso* e *Espessura Máxima*) foram investigadas para que fossem encontradas as possíveis causas notáveis dessa variabilidade.

Uma análise junto aos operadores pôde lembrar que o dia 22/09/2017 foi o dia da coleta das observações 22 e 23 e neste dia ocorreram quedas de energia na fábrica, o que possivelmente interferiu para a obtenção de um resultado atípico multivariado. Por esse motivo, considerou-se que o ponto 22 ocorreu por causa especial e devido a esta atuação, esta observação foi excluída do banco de dados, sendo necessária uma nova base de referência com o conjunto de dados até o momento obtido, mostrado na seção 4.2.3.

4.3.2 Análise univariada das variáveis de decisão

Para tentar auxiliar na identificação das causas do outlier, foram elaborados os gráficos de controle univariados para as variáveis pesquisadas. Como a amostra 22 mostrou-se fora do controle, usou-se os gráficos univariados para analisar separadamente cada uma das características em questão.

Conforme as Equações (7) e (9) foi possível a construção dos limites de controle *LSC* e *LIC* para cada variável e assim, analisar descritivamente o comportamento de cada uma delas.

O *software Minitab* foi utilizado para construção dos gráficos das médias e descrever o comportamento de cada uma das variáveis em estudo.

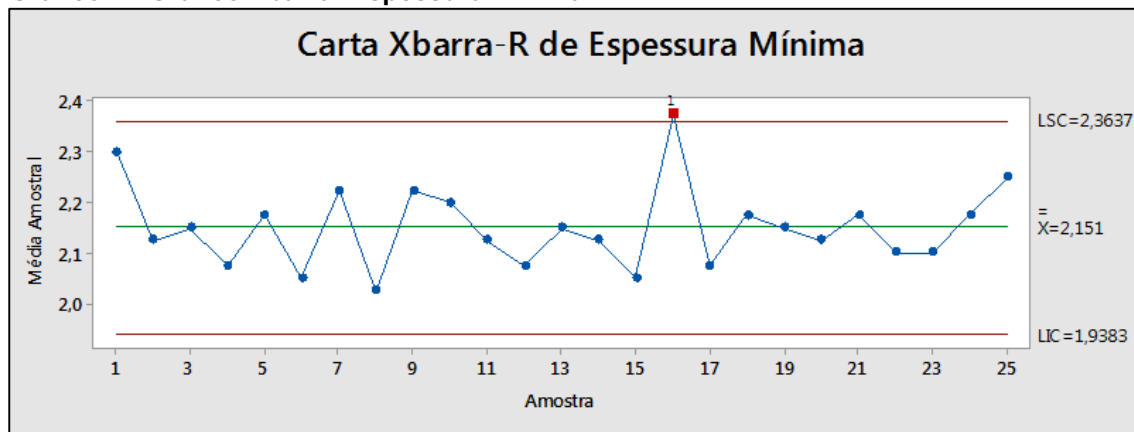
Os valores médios para as três variáveis apresentaram pequena variabilidade como mostra a Tabela 5 com os valores médios e os limites de controle. Os Gráficos 2, 3 e 4 mostram as cartas de controle univariado para as variáveis *Espessura Mínima*, *Espessura Máxima* e *Peso*, respectivamente.

Tabela 5 - Limites de controle para os gráficos univariados

	Espessura Mínima	Espessura Máxima	Peso
LSC	2,36	3,32	9,39
LC	2,15	3,12	9,15
LIC	1,94	2,92	8,92

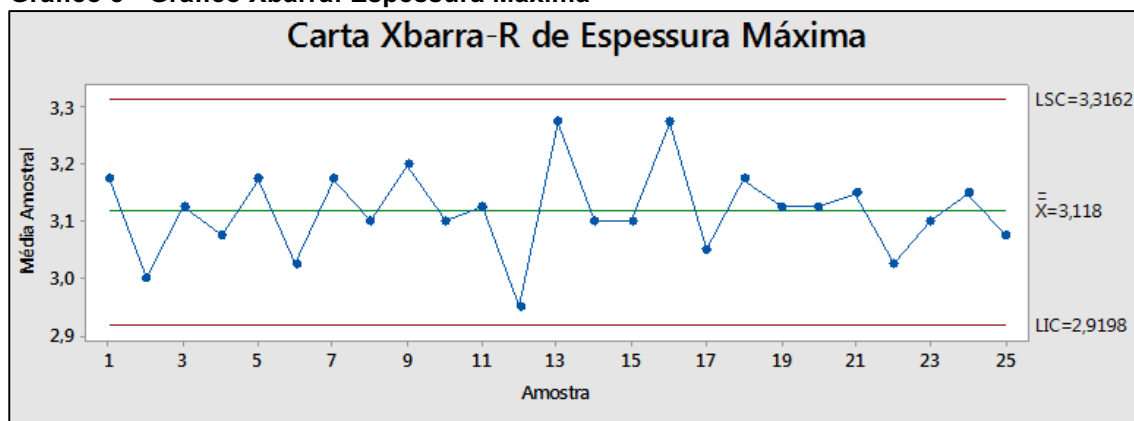
Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 2 - Gráfico Xbarra :Espessura Mínima



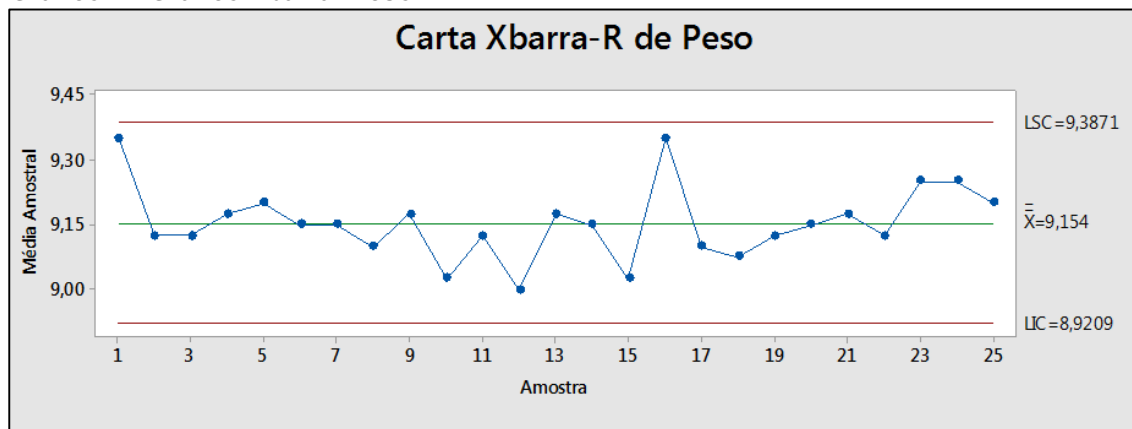
Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 3 - Gráfico Xbarra: Espessura Máxima



Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 4 - Gráfico Xbarra: Peso



Fonte: Autoria Própria.

Os gráficos univariados mostram que a *Espessura Máxima* e *Peso* (Gráficos 3 e 4, respectivamente) estão sob controle. Já o gráfico univariado da *Espessura Mínima* mostra um outlier na amostra 16. No entanto, pode-se observar que isto não representa um outlier multivariado, quando analisado em conjunto com as outras variáveis, conforme os resultados da Tabela 5. A explicação para o outlier multivariado na amostra 22, analisando os gráficos univariados, poderia ser que quando a *Espessura Mínima* está abaixo da média, bem próximo do valor 2,1, juntamente com o *Peso* levemente abaixo da média e com a *Espessura Máxima* visivelmente abaixo da média, isto ocasiona um outlier multivariado. Este comportamento “atípico” somente é observado na amostra 22.

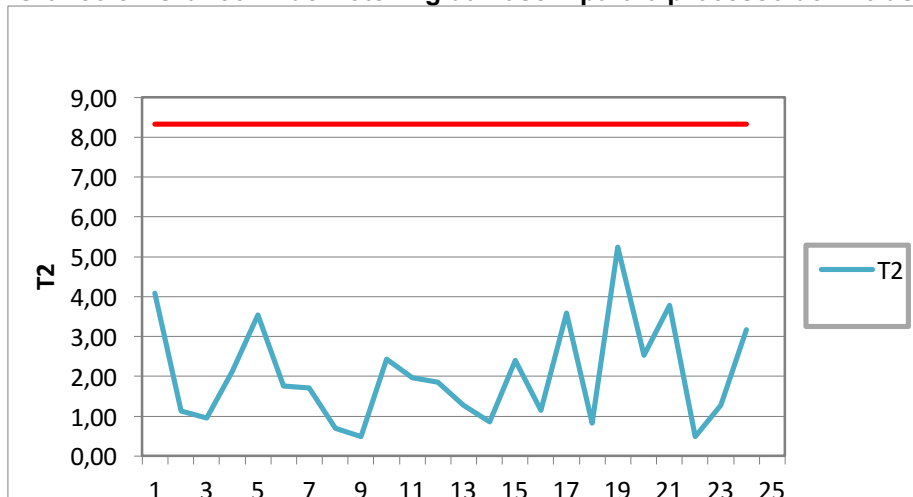
Assim, observa-se que a aplicação conjunta dos gráficos univariados e multivariado para controle no processo de extrusão mostrou-se eficaz para as variáveis em questão.

4.3.3 Estabelecimento da Fase I

Como já relatado na seção 4.2.1, devido à atuação desta causa especial sobre o processo, a observação 22 foi excluída do banco de dados (m passa agora a ser 24 observações) e foi necessário então reestabelecer uma nova base de referência. Seguido com o conjunto de dados obtidos até o momento, através da equação (33) obteve-se um $LSC = 8,32$, com nível de significância de $\alpha = 0,05$,

para $m = 24$ observações. Assim, um novo Gráfico T^2 de Hotelling para a Fase I foi gerado (Gráfico 5).

Gráfico 5 - Gráfico T^2 de Hotelling da Fase I para o processo de Extrusão



Fonte: Autoria Própria.

A partir do Gráfico 5 observa-se que os dados referentes ao processo de extrusão encontram-se dentro dos limites de controle, demonstrando estar todos sob controle estatístico e por fim, podem ser utilizados como a base de referência para que sejam calculados os limites de controle da Fase II.

4.4 MONITORAMENTO DO PROCESSO DE EXTRUSÃO

Após reestabelecida a base de referência para o cálculo do limite de controle para a Fase I, é necessário o monitoramento do processo continuamente, a fim de testar se o processo permanece sob controle quando futuras observações são extraídas.

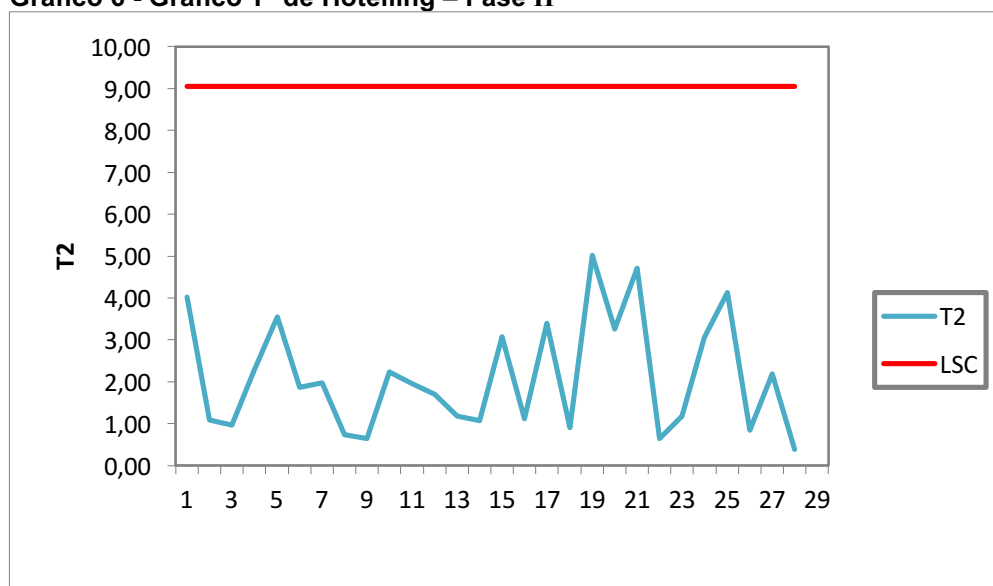
Então novas observações foram coletadas (Tabela 6) e é válido registrar que foram extraídas apenas quatro observações para verificar o monitoramento do processo pois após a produção dessas bobinas, não foram produzidas mais no mês em que os dados foram coletados.

O Gráfico 6 indica que o processo de extrusão, ao adicionar as novas observações e avaliando as características *Espessura Mínima*, *Espessura Máxima* e *Peso*, continuou sob controle estatístico. Portanto não houve necessidades de intervir para descobrir novas causas especiais no processo.

Tabela 6 - Novos dados inseridos para monitoramento – Fase II

Amostra (n)	Características da Qualidade											
	Espessura Mínima (mm)				Espessura Máxima (mm)				Peso (g)			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Observação (m)												
1	2,3	2,4	2,3	2,2	3,2	3,3	3,3	3,1	9,2	9,3	9,4	9,3
2	2,2	2,1	2,1	2	3,1	3	3,2	3,2	9,1	9,2	9,1	9,1
3	2,3	2,2	2	2,4	3,1	3,3	3,3	3,2	9,2	9,3	9,4	9,1
4	2,2	2,1	2	2,3	3,1	3,2	3,1	3,2	9,1	9,1	9,2	9,4

Fonte: Autoria Própria.

Gráfico 6 - Gráfico T² de Hotelling – Fase II

Fonte: Autoria Própria.

O vetor de médias após o controle foi igual a:

$$\bar{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 2,16 \\ 3,13 \\ 9,17 \end{bmatrix},$$

e a matriz de variâncias e covariâncias é igual a:

$$S = \begin{bmatrix} 0,023 & 0,011 & 0,014 \\ 0,012 & 0,017 & 0,001 \\ 0,016 & 0,011 & 0,023 \end{bmatrix}$$

Assim os novos valores para T^2 de Hotelling são observados na tabela 7. Durante o período monitorado, não foi constatado nenhum ponto acima dos limites estipulados comprovando junto aos valores da estatística T^2 de Hotelling que o processo continua sob controle.

Tabela 7 - Valores da estatística T^2 de Hotelling da Fase II para o processo de Extrusão

Obs.	T^2	Obs.	T^2
1	4,02	16	1,13
2	1,09	17	3,39
3	0,97	18	0,91
4	2,29	19	5,01
5	3,55	20	3,27
6	1,86	21	4,71
7	1,98	22	0,65
8	0,74	23	1,18
9	0,65	24	3,06
10	2,24	25	4,13
11	1,97	26	0,85
12	1,69	27	2,19
13	1,18	28	0,39
14	1,08		
15	3,07		

Fonte: Autoria Própria.

Feita uma análise dos valores do vetor de médias e da matriz de variâncias e covariâncias, conclui-se que ainda pode haver melhorias no processo. Visto isso, a empresa deve coletar novos dados e refazer a fase 1 do processo de extrusão, com objetivo de obter um vetor de médias mais próximo possível dos valores estipulados pelo gerente de produção vistos na seção 3.7 e conseqüentemente uma matriz de variâncias e covariâncias, que apresente uma diagonal com valores mais próximos de zero, indicando assim uma mínima variação dos dados, e assim realizar monitoramentos futuros.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para que fosse possível alcançar o objetivo geral deste estudo respondendo à pergunta problema foi necessário atingir os objetivos específicos propostos.

Assim, quanto ao primeiro objetivo específico, “analisar o processo produtivo de uma empresa e identificar as variáveis da qualidade que fornecem pontos críticos”, isto foi possível conhecendo o processo de produção de embalagens e, junto à a equipe da empresa, verificando que o processo de extrusão garante as características primordiais para as sacolas plásticas, sendo que as variáveis que proporcionam pontos críticos para o processo (*Espessura Máxima*, *Espessura Mínima* e *Peso*) foram identificadas. Também se verificou que essas variáveis estão fortemente correlacionadas e, portanto, mostram-se adequadas para o controle multivariado do processo.

Quanto à aplicação de uma metodologia para o monitoramento simultâneo das variáveis determinantes da qualidade e juntamente construir gráficos de controle multivariado seguidos da decomposição da estatística de estudo, isto foi possível através dos testes de validação dos dados mostrados na seção 4.1, pela utilização da planilha computacional desenvolvida para análise da estatística T^2 de Hotelling e sua decomposição. Isto possibilitou também o quarto objetivo, de identificar as variáveis que influenciam na variabilidade do processo.

Portanto, a implantação do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling proporcionou o monitoramento do processo de extrusão na produção de sacolas plásticas em questão a sacola branca leve 78x2,7 cm, e a identificação de um ponto fora do limite superior de controle.

Esta detecção acarretou em um grande ganho de agilidade e rapidez de monitoramento do processo, pois até então não existia nenhum controle por meio de gráficos da qualidade. Neste sentido, foi realizado através do gráfico de controle da média (\bar{X}) uma análise univariada para as características influenciadoras do *outlier* identificado. Desta forma, tal observação discrepante alarmada pelo gráfico multivariado foi devidamente investigada e retirada do conjunto amostral por ter sido interpretada como uma causa especial. Por outro lado, os gráficos univariados não apresentaram discrepância no ponto fora de controle multivariado, mostrando que

pontos sob controle univariado não necessariamente representam pontos fora de controle multivariado.

Por fim, durante os meses de estudo, foi possível entender o processo de extrusão, aplicar controle estatístico multivariado e identificar as variáveis críticas para análise do controle estatístico por meio do gráfico T^2 de Hotelling, cumprindo o objetivo geral proposto, através dos objetivos específicos estabelecidos.

6 REFERÊNCIAS

ALVES, C. C. **Gráficos de Controle CUSUM: um enfoque dinâmico para a análise estatística de processos**. 2003. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2003.

BELÚCIO, L. P; A. P. N, SILVA; L. R, SOUZA; G. B. A, MOURA. Radiação solar global estimada a partir da insolação para Macapá (AP). **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 29, n. 4, p.494-504, 2014.

BEM, A. N. **Implantação do Conceito de Troca Rápida de Ferramentas no Setor de Impressão Flexográfica em Empresas Produtoras de Embalagens Plásticas Flexíveis**. 2002. 80 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2002.

BERSIMIS, S; PSARAKIS, S; PANARETOS, J. Multivariate Statistical Process Control Charts: An Overview. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 23, n. 5, p. 517-543, 2006.

BERTOLO, P. **Manual Estatística**. Disponível em: <http://www.bertolo.pro.br/AdminFin/StatFile/Manual_Estatistica.htm>. Acesso em: 15 maio 2017.

CHEN, Y. K.; HSIEH, K. L. Hotelling's T^2 charts with variable sample size and control limit, **European Journal of Operation Research**. v.182, n. p.1251-1262, 2007.

CHEN, V. W. **Multivariate Statistical Process Control in Industrial Plants**. 2005. 96 f. Thesis (Master Of Technology, Policy And Management) - Delft University Of Technology, Delft, Holland, 2005. Disponível em: <http://tbn.home.tudelft.nl/fileadmin/Faculteit/TBM/Over_de_Faculteit/Afdelingen/Afdeling_Infrastructure_Systems_and_Services/Sectie_Energie_en_Industrie/Afstuderen/Jaaroverzichten/2005/doc/EPA_Master_Thesis_W_Chen_1190229.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2017.

CHENOURIA, S; VARIYATH, A. M. A Comparative Study of Phase II Robust Multivariate Control Charts for Individual Observations. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 27, n. 7, p. 857-865, 2011.

CORRÊA, H. L.; CORRÊA, C. A. **Administração de Produção e Operações**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2006.

COSTA, A. F. B; EPPRECHT, E. K; CARPINETTI, L. C. R. **Controle estatístico de qualidade**. 2.ed, São Paulo: Atlas, 2009.

DEVORE, J. L. **Probabilidade e estatística: para engenharia e ciências**. 1. ed, São Paulo: Thomson Pioneira, 2006.

FLOTT, L. W. What is SPC? **Metal Finishing**, v. 100, n. 2, p.112-114, 2002.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

HOTELLING H. **Multivariate quality control Illustrated by the air testing of sample bombsights**. 1. ed. New York: MacGraw Hill, 1947.

ISHIKAWA, K. **Guide to Quality Control**. 2. ed. Michigan: Asian Productivity Organization, 1976.

JOHNSON, R; WICHERN, D.W. **Applied multivariate statistical analysis**. 6. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2007.

KONRATH, A. C. **Decomposição da estatística do gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling por meio de um algoritmo computacional**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2002.

LOWRY, C.A; MONTGOMERY, D.C., A review of multivariate control charts, **Lie Transactions**, v. 27, n. 6 p. 800-810, 1995.

MASON R. L, YOUNG J. C. Implementing multivariate process control using Hotelling's T^2 statistic, **Quality Progress**, v. 34, n. 4, p. 71–73, 2001.

MASON, R. L.; YOUNG, J. C. **Multivariate Statistical Process Control with Industrial Application**. Philadelphia: Society For Industrial And Applied Mathematics, 2001.

MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. A practical approach for interpreting multivariate T^2 control chart signals. **Journal of Quality Technology**, v. 29, n.4, 1997.

MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. Decomposition of T^2 for multivariate control chart interpretation. **Journal of Quality Technology**, v. 27, n. 2, p. 99-108, 1995.

MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. Multivariate control charts for individual observations. **Journal of Quality Technology**, v. 24, n.2, p. 88-95, 1992.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 6. ed. Tempe, Arizona: John Wiley & Sons, Inc, 2009.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**. 4th ed. reimpr. LTC, 2004.

MONTGOMERY, D.C., Peck, E. A., Vining, G. G. **Introduction to Linear Regression Analysis**. 3rd Edition, New York, New York: John Wiley & Sons, 2001.

MUKHOPADHYAY, P. **Multivariate Statistical Analysis**. Singapura: World Scientific Publishing Co Inc, 2009. Disponível em:
<https://books.google.com.br/books?id=9Nc7DQAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false>. Acesso em: 23 abr. 2017.

ORTIZ, P; PIERRI; SUZANA. **Modelos de Gestão da Qualidade 2**. SENAI: Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2002.

PETERNELLI, L. A. **CAPÍTULO 7: Intervalos de Confiança**. Viçosa, Mg: Universidade Federal de Viçosa, 2017.

ROBERTS, S. W. Control Charts Tests Based on Geometric Moving Averages. **Technometrics**, v.1, n. 3, p. 239-250, 1959.

RUNGER, G. C; ALT, F. B; MONTGOMERY, D. C. Contributors to a Multivariate Statistical Process Control Signal. **Communications in Statistics – Theory and Methods**, v. 25, n. 10, p. 2203-2213, 1996.

SAMOHYL, R.W. **Controle Estatístico de Qualidade**. São Paulo: Elsevier Campus, 2009.

SILVA, E. L; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4. ed. rev. Atual. Florianópolis: UFSC, 2005.

SILVA, R. H. T. Gráfico T^2 de Hotelling com tamanho de amostra variável aplicado ao processo de produção de itens de segurança automotiva. **Produto & Produção**, v. 16, n. 1, p.15-33, 2015.

SULLIVAN, J.H; WOODALL, W.H. A comparison of multivariate control charts for individual observations. **Journal of Quality Technology**, v. 28, n.4, p. 398-408, 1996.

TAVARES, P. S. **O gráfico de controle multivariado T^2 de Hotelling como instrumento de análise da qualidade numa indústria de alumínio**. 2003. 68 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2003.

TONG, L.I. WANG, C.H; Huang, C.L. Monitoring defects in IC fabrication using a Hotelling control chart, **IEEE Trans. On Semiconductor Manufacturing**, v.18, n.1, p. 140-147, 2005.

TORMAN, V. B. L; COSTER, R; RIBOLDI, J. Normalidade de variáveis: métodos de verificação e comparação de alguns testes não-paramétricos por simulação. **Revista HCPA**, v. 32, n. 2, p. 227-234, 2012. Disponível em: <<http://www.seer.ufrgs.br/hcpa/article/viewFile/29874/19186>>. Acesso em: 10 out. 2017.

TURRIONI, J. B. **Metodologia da pesquisa em engenharia de produção**. Itajubá: UNIFEI, 2011. 202 p.

VARGAS, V. C. **Correlação**. Disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/~vera.carmo/Correlacao/Correlacao_Pearson_Spearman_Ke ndall.pdf>. Acesso em: 23 out. 2017.

VIALI, L. **Texto I: introdução**. Disponível em: <<http://www.pucrs.br/famat/viali/especializa/realizadas/ceea/multivariada/textos/Introducao.pdf>>. Acesso em: 13 abr. 2017. (Estatística Multivariada).

VICINI, L; SOUZA, A. M. **Análise multivariada da teoria à prática**. 2005. 215 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, Brasil, 2005.

VINING, G. Technical Advice: Phase I and phase II control charts. **Quality Engineering**, v. 21, n. 4, p. 478-479, 2009.

WADSWORTH JR, H; STEPHENS, K. S; GODFREY, A. B. **Modern Methods for Quality Control and Improvement**. New York: John Wiley & Sons, 1986.

WOODALL W.H. Controversies and contradictions in statistical process control. **Journal of Quality Technology**, v. 32, n. 4, p. 341-350, 2000.

WOODALL W.H; Montgomery, D.C., Research issues and ideas in statistical process control. **Journal of Quality Technology**, v. 31, n. 4, p. 376-386, 1999.

YANG, K; TREWN, J. **Multivariate Statistical Methods in Quality Management**. New York: Mcgraw-Hill, 2004.

APÊNDICE A - Planilha para coleta de dados

APÊNDICE B - Dados coletados

Amostra (n)		Características da Qualidade											
		Espessura Mínima (mm)				Espessura Máxima (mm)				Peso (g)			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Observação (m)	1	2,4	2,4	2,1	2,1	3,1	3,4	3,3	3,2	9,3	9,4	9,1	9
	2	2,3	2,1	2	2	3,2	3	3,1	3,1	9,4	8,9	9,2	9,2
	3	2,4	2	2,3	2,1	3,3	3	3,2	3	9,5	9,1	9,4	8,9
	4	2,1	2	1,9	2,2	3,1	3,2	3	3,1	9,2	9	9	9,2
	5	2	2	1,9	2,2	3	3,1	3	3,3	9,1	9,1	8,9	9,3
	6	2,1	2,2	2,4	2,1	2,9	3,1	3,2	3,2	9,3	9,3	9,3	9
	7	2,3	1,9	2,1	2,2	3,1	3	3,1	3,1	9,1	9	9	9,2
	8	2,1	2,3	2	2,3	3	3,2	3,1	3,1	9	9,2	9,1	9,3
	9	2,1	2,1	2,1	2,1	3,2	3	3	3,2	9,2	9,1	9	9,2
	10	2,3	2,3	2	2,2	3,2	3,4	3,2	3,1	9,3	9,3	9	9,2
	11	2,2	2,2	2,3	2	3,1	3,2	3	3	9,1	9,1	9,2	9,1
	12	2	2,1	2,5	2,2	3	3,1	3,4	3	8,9	9,1	9,4	9,1
	13	2,1	2,4	2,4	2	3,2	3,2	3,3	3	9,2	9,2	9,5	9,1
	14	2,1	2,1	2,3	1,9	3	3	3,4	2,9	9,2	8,8	9,3	9,3
	15	2	2,2	2,1	2	3	3,1	3	3	9,1	9	9,1	9,1
	16	2,1	2,1	2,3	2	3,1	3	3,2	3,1	9,2	9,2	9,2	9,2
	17	2,2	2,3	1,9	2,5	3,2	3,4	3	3,4	9,2	9,3	9	9,4
	18	2,2	2,1	2	2,4	3,3	2,9	3	3,2	9,3	8,9	9,1	9,5
	19	2,3	2	2,5	2,2	3,3	3,2	3,4	3,2	9,3	9,1	9,4	9,3
	20	2	2	2,2	2	2,9	2,8	3,3	3,1	9	9	9,3	9
	21	1,9	2,2	2	2,1	2,9	2,9	3,1	3,1	9	9,1	8,9	9,2
	22	2,2	2,1	2	2,1	3	3	2,9	2,9	9,1	8,9	8,7	9
	23	2	2	2,2	2,2	3,1	3,1	3,1	3,1	9,1	9	9,3	9,1
	24	2,1	2,3	2,1	2,4	3,1	3,4	3	3,2	9,4	9,2	9,1	9,3
	25	2,4	2,2	2,2	2,3	3,3	3,3	3,2	3,1	9,2	9,2	9,1	9,4

Fonte: Autoria Própria.

ANEXO A - Planilha computacional DEC_HOTELLING

DEC_HOTELLING

Controle de Qualidade - Gráfico de Controle Multivariado T² de Hotelling - Versão 1.0
 Andréa Cristina Konrath

.Esta Pasta de Trabalho tem por objetivo elaborar cálculos da estatística T² Hotelling

.Inicie a operacionalização clicando no botão " Gerar Base de Referência"

O gráfico de controle multivariado T² de Hotelling, é recomendada para processos que apresentam várias características de qualidade que são fortemente correlacionadas e que precisam ser monitoradas conjuntamente.

O algoritmo computacional para a decomposição da estatística T² de Hotelling, facilita o uso do gráfico multivariado por parte dos operadores e estudiosos no assunto no que diz respeito à detecção de possíveis causas assinaláveis bem como na operacionalização no manuseio dos resultados.

Gerar base de referência

Monitoramento

▶ **Instruções** | Monitoramento | t_2_chart | Dados | 3 caract 1 subGrupo | t_2_chart(1) | t_2_c

T2 Control Chart

Dados Ok, criar base

Efetuar decomposição

DECOMPOSIÇÃO - Ponto 22
(F = 3,3391)

Característica	
T1	0,4504
T21	7,4429 *
T312	8,0402 *

LCS = 8,31255521481887

PROCESSAMENTO DO GRÁFICO T2 DE HOTELLING

	Media C-1	Media C-2	Media C-3	S_V-1	S_V-2	S_V-3	CV_1_2	CV_1_3	CV_2_3	Hotelling's
1	2,25	3,25	9,20	0,03	0,02	0,03	0,00	0,03	0,01	4,46
2	2,10	3,10	9,18	0,02	0,01	0,04	0,01	0,01	0,02	1,36
3	2,20	3,13	9,23	0,03	0,02	0,08	0,03	0,04	0,04	1,05
4	2,05	3,10	9,10	0,02	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	2,29
5	2,03	3,10	9,10	0,02	0,02	0,03	0,02	0,02	0,02	3,86
6	2,20	3,10	9,23	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	-0,01	1,77
7	2,13	3,08	9,08	0,03	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	1,33
8	2,18	3,10	9,15	0,02	0,01	0,02	0,01	0,02	0,01	0,52
9	2,10	3,10	9,13	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,01	0,49
10	2,20	3,23	9,20	0,02	0,02	0,02	0,01	0,02	0,01	2,87
11	2,18	3,08	9,13	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	1,63
12	2,20	3,13	9,13	0,05	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	1,59
13	2,23	3,18	9,25	0,04	0,02	0,03	0,02	0,03	0,02	1,55

◀ ▶ Instruções | Monitoramento | **t_2_chart** | Dados | 3 caract 1 subGrupo | t_2_chart(1) | t_2_chart(2) | +

Fonte: Planilha DEC_HOTELLING, 2017.