

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MAIARA CRISTIELE DA SILVA

**A INFLUÊNCIA DOS ENUNCIADOS DE QUESTÕES MATEMÁTICAS
NAS RESOLUÇÕES DOS ALUNOS – UM ESTUDO EM TERMOS DOS
REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO - PR
2015

MAIARA CRISTIELE DA SILVA

**A INFLUÊNCIA DOS ENUNCIADOS DE QUESTÕES MATEMÁTICAS
NAS RESOLUÇÕES DOS ALUNOS – UM ESTUDO EM TERMOS DOS
REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

Trabalho de conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática – COMAT – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR Câmpus Toledo, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan

TOLEDO - PR
2015

**TERMO DE APROVAÇÃO
DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

MAIARA CRISTIELE DA SILVA

**A INFLUÊNCIA DOS ENUNCIADOS DE QUESTÕES MATEMÁTICAS
NAS RESOLUÇÕES DOS ALUNOS – UM ESTUDO EM TERMOS DOS
REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

Trabalho apresentado como forma de avaliação para o Trabalho de Conclusão de Curso I do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR, Câmpus Toledo, e aprovado pela banca examinadora abaixo.

Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan - orientador

Prof^a Dr^a Vanessa Largo

Prof. Me. Renato Francisco Merli

Toledo, Novembro de 2015

Dedico este trabalho de conclusão de curso aos meus pais, irmãos, familiares, namorado e amigos que de muitas formas me incentivaram e ajudaram para que fosse possível a sua concretização.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas do meu convívio que acreditaram e contribuíram, mesmo que indiretamente, para a conclusão deste trabalho.

Aos meus pais Izabel Cristina Dias de Souza Luis da Silva e Gilmar Luis da Silva, pelo amor incondicional e pela paciência. Por terem feito o possível e o impossível para me apoiar, acreditando e respeitando minhas decisões e nunca deixando que as dificuldades acabassem com os meus sonhos. Serei imensamente grata!

Aos meus avós maternos Cleusa Ermelinda de Souza e Antônio Dias de Souza, por terem sentido junto comigo, todas as angústias e felicidades, acompanhando cada passo de perto, pelo amor, amizade e apoio depositados, além da companhia. Melhor convívio, não poderia encontrar.

Aos meus avós paternos Zilda Maria de Jesus e Lindomiro Luis da Silva (*in memoriam*), que mesmo de longe sempre estiveram presentes ajudando e torcendo para a concretização deste curso. Sem vocês, o sonho não seria possível.

Aos meus irmãos Lucas e Stefane, que mesmo inconscientemente me incentivaram, sendo além de irmãos amigos, a correr atrás dos meus objetivos, agradeço de coração.

Ao meu namorado Paulo Henrique, por compreender a importância dessa conquista e aceitar a minha ausência quando necessário.

Aos antigos amigos, por terem participado de uma das melhores épocas da minha vida e por terem participado, indiretamente desse trabalho, fico grata.

À direção e aos alunos do colégio pesquisado, que autorizaram e cooperaram para a realização da pesquisa, fico imensamente grata.

Ao meu orientador Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan, pelo empenho, paciência e credibilidade, obrigada por tudo.

A todos os meus professores que me incentivaram a trilhar esse caminho repleto de novos conhecimentos e que certamente contribuíram para o meu crescimento pessoal e acadêmico, muito obrigada.

A todos os familiares, tios, tias e primos que torceram e acreditaram na conclusão deste curso, fico muito grata.

Aos amigos de turma pela amizade e por ajudar a tornar a vida acadêmica muito mais divertida. As agradáveis lembranças serão eternamente guardadas no meu coração, muito obrigada.

E por fim, a Deus pela oportunidade, pois sem ele nada disso seria possível.

“É preciso que, pelo contrário, desde os começos do processo, vá ficando cada vez mais claro que, embora diferentes entre si, quem forma se forma e re-forma ao formar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado. É neste sentido que ensinar não é transferir conhecimentos, conteúdos nem formar é ação pela qual um sujeito criador dá forma, estilo ou alma a um corpo indeciso e acomodado. Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os conotam, não se reduzem à condição de objeto, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender” (FREIRE, 1996, p.12).

RESUMO

Inferimos que o enunciado de uma questão matemática direciona, em certa medida, quais representações os alunos utilizarão na resolução de um problema e o reconhecimento de quais as suas possibilidades para elucidar o problema. Assim, dada à importância que consideramos ter o enunciado de uma questão para o uso de diferentes representações dos conceitos matemáticos e tomando a teoria de Duval sobre os Registros de Representação Semiótica segundo a qual a coordenação entre as representações matemáticas de um conceito é condição para a aprendizagem, é que buscamos, nesse trabalho, compreender: como os enunciados das questões podem influenciar os registros utilizados pelos alunos e as atividades de tratamento, conversão e coordenação entre os registros? De caráter qualitativo, esta pesquisa intenta analisar as produções escritas de alunos para diferentes questões matemáticas, com enunciados distintos, de modo a inferir sobre a influência dos enunciados das questões nessas produções. Esse trabalho aponta, dentre outras coisas, a dificuldade encontrada pelos alunos de fazer a conversão do registro tabular para o gráfico, visto que os mesmos não relacionaram a expressão algébrica diretamente com a expressão gráfica, utilizando então a expressão tabular como suporte. Além disso, podemos evidenciar a dificuldade dos mesmos em realizar a conversão do contexto língua natural para o contexto matemático, principalmente em questões contextualizadas, o que pode indicar a ausência de oportunidades para os alunos coordenarem os diferentes registros de representação de um conceito matemático nas atividades que realizam em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática. Aprendizagem. Registro de Representação Semiótica.

ABSTRACT

We infer that the statement of a mathematical question directs, in some extent, what representations the students use in solving a problem and the recognizing of what are their possibilities to elucidate the issue. Thus, given the importance we consider that the statement of a question has for the use of different representations of mathematical concepts and taking the Duval's theory on Registers of Semiotic Representation, according to which the coordination between the mathematical representations of a concept is a condition for learning, is that we seek to comprehend in this work: how the question utterances may influence the records used by students and activities of treatment, conversion and coordination between records? Qualitative, this research attempts to analyze the written productions of students to different mathematical questions with distinct utterances in order to infer the influence of the question utterances in these productions. This work points out, among other things, the difficulty encountered by the students to do the conversion of tabular record for the graphic representation, as they were unable to relate the algebraic expression directly with the graphic expression, using then the tabular expression as support. Moreover, we can highlight the difficulty they have to perform the conversion of natural language context for the mathematical context, especially in contextualized questions. Which may indicate a lack of opportunities for students to coordinate different registers of representation of a mathematical concept in the activities they perform in the classroom.

Keywords: Mathematics Education. Learning. Registers of Semiotic Representation.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (DUVAL, 2013, p.14).....	23
Quadro 2 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 1.....	30
Quadro 3 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item a.....	38
Quadro 4 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item b.....	38
Quadro 5 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item c.....	39
Quadro 6 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item d.....	40
Quadro 7 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item e.....	43
Quadro 8 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 3 item a.....	46
Quadro 9 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 3 item b.....	47
Quadro 10 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 3 item c.....	48
Quadro 11 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 3 item d.....	50

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Resolução do aluno A36 – Questão1 – tabela.....	31
Figura 02 – Resolução do aluno A36 – Questão1 – gráfico.....	31
Figura 03 – Resolução do aluno A30 – Questão1 – tabela.....	32
Figura 04 – Resolução do aluno A30 – Questão1 – gráfico.....	32
Figura 05 – Resolução do aluno A26 – Questão1 – gráfico.....	33
Figura 06 – Resolução do aluno A19 – Questão1 – gráfico.....	33
Figura 07 – Resolução do aluno A08 – Questão1 – gráfico.....	34
Figura 08 – Resolução do aluno A13 – Questão1 – gráfico.....	34
Figura 09 – Resolução do aluno A12 – Questão1 – gráfico.....	35
Figura 10 – Resolução do aluno A31 – Questão1 – tabela.....	35
Figura 11 – Resolução do aluno A39 – Questão1 – tabela.....	36
Figura 12 – Resolução do aluno A39 – Questão1 – gráfico.....	36
Figura 13 – Resolução do aluno A14 – Questão1 – gráfico.....	37
Figura 14 – Resolução do aluno A29 – Questão1 – gráfico.....	37
Figura 15 – Resolução do aluno A30 – Questão 2, item a.....	38
Figura 16 – Resolução do aluno A32 – Questão 2, item b.....	39
Figura 17 – Resolução do aluno A12 – Questão 2, item b.....	39
Figura 18 – Resolução do aluno A09 – Questão 2, item c.....	40
Figura 19 – Resolução do aluno A16 – Questão 2, item c.....	40
Figura 20 – Resolução do aluno A16 – Questão 2, item d – tabela.....	41
Figura 21 – Resolução do aluno A16 – Questão 2, item d – gráfico.....	41
Figura 22 – Resolução do aluno A21 – Questão 2, item d – gráfico.....	42
Figura 23 – Resolução do aluno A41 – Questão 2, item d – gráfico.....	42
Figura 24 – Resolução do aluno A27 – Questão 2, item d – gráfico.....	43
Figura 25 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item e.....	44
Figura 26 – Resolução do aluno A31 – Questão 2, item e.....	44
Figura 27 – Resolução do aluno A09 – Questão 2, item e.....	44
Figura 28 – Resolução do aluno A37 – Questão 2, item e.....	45
Figura 29 – Resolução do aluno A34 – Questão 3.....	45
Figura 30 – Resolução do aluno A42 – Questão 3, item a.....	46

Figura 31 – Resolução do aluno A22 – Questão 3, item a.....	46
Figura 32 – Resolução do aluno A13 – Questão 3, item b.....	47
Figura 33 – Resolução do aluno A22 – Questão 3, item b.....	47
Figura 34 – Resolução do aluno A15 – Questão 3, item c – tabela.....	48
Figura 35 – Resolução do aluno A15 – Questão 3, item c – gráfico.....	49
Figura 36 – Resolução do aluno A15 – Questão 3, item c.....	49
Figura 37 – Resolução do aluno A02 – Questão 3, item c – gráfico.....	49
Figura 38 – Resolução do aluno A06 – Questão 3, item d.....	50
Figura 39 – Resolução do aluno A01 – Questão 3, item d.....	50
Figura 40 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item d.....	51
Figura 41 – Resolução do aluno A20 – Questão 1 – gráfico.....	52
Figura 42 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item a.....	52
Figura 43 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item b.....	52
Figura 44 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item c.....	53
Figura 45 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item d.....	53
Figura 46 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item e.....	53
Figura 47 – Resolução do aluno A38 – Questão 1.....	54
Figura 48 – Resolução do aluno A38 – Questão 2, item c e d.....	55
Figura 49 – Resolução do aluno A35 – Questão 1 – gráfico.....	55
Figura 50 – Resolução do aluno A35 – Questão 2, item b.....	56
Figura 51 – Resolução do aluno A35 – Questão 2, item c.....	56
Figura 52 – Resolução do aluno A35 – Questão 2, item d – gráfico.....	56
Figura 53 – Resolução do aluno A35 – Questão 2, item e.....	57
Figura 54 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item b.....	57
Figura 55 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item c – tabela.....	57
Figura 56 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item c – gráfico.....	58
Figura 57 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item d.....	58

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
2.1 O QUE É UMA REPRESENTAÇÃO?.....	18
2.2 O QUE É UMA REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA?.....	19
2.3 O QUE É UM REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA?.....	20
2.4 AS CONVERSÕES QUE ENVOLVEM O REGISTRO LÍNGUA NATURAL	23
2.5 O PROFESSOR E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.....	25
3 ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO	27
4 ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES.....	30
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
REFERÊNCIAS.....	63
APÊNDICES	67

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Damm (2012, p.169)

[...] para estudar a aquisição de conhecimentos, e mais particularmente a aquisição de conhecimentos matemáticos, é preciso recorrer à noção de representação. Não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação.

O estudo dos objetos matemáticos e de suas diferentes representações é a que se dedica a teoria dos Registros de Representação Semiótica. A teoria foi desenvolvida pelo pesquisador, filósofo e psicólogo francês Raymond Duval, que a partir dos anos de 1970 tem realizado pesquisas sobre a psicologia cognitiva, e desde então essas pesquisas têm contribuído para a Educação Matemática.

Segundo Freitas e Rezende (2013), Duval se motivou a pesquisar sobre os registros de representação semiótica devido à importância da variedade das diversas formas de linguagens presentes em atividades matemáticas. Após a reforma Haby¹ de 1975, os alunos de 11 a 15 anos passaram a estudar em um único colégio e professores de matemática justificavam que a falta do “domínio de linguagem” era a responsável pelas dificuldades dos alunos. Logo nos anos iniciais do *collège*, os alunos eram orientados a trabalhar com diferentes representações. Com isso Duval tomou consciência da importância do caráter fundamentalmente semiótico da atividade matemática, de modo que as dificuldades que os alunos têm em relação ao objeto matemático não são restritas aos conceitos matemáticos, mas estão relacionadas com os diversos tipos de representações de um mesmo objeto.

Todo educador procura formas para incentivar seus alunos ao aprendizado e, especialmente em Matemática, as atividades cognitivas relacionadas às representações semióticas se constituem o caminho para a aprendizagem (DUVAL, 2013). Como consequência, a resolução de problemas pelos alunos e a reflexão do professor sobre as atividades deles acaba sendo prática constante em sala de aula.

Segundo Duval (2013, p. 13-14), a representação semiótica tem como importância fundamental para a aprendizagem o fato de que

as possibilidades de tratamento matemático – por exemplo, as operações de cálculo - dependem do sistema de representação utilizado. [...] os

¹ Reforma que instaurou a escola única que permite oferecer um ensino idêntico a todos os alunos do segundo ciclo do Ensino Fundamental (antigas 5ª a 8ª séries). O objetivo é elevar o nível médio de escolarização das gerações jovens (OLIVEIRA, 2009, p. 41).

objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar.

O autor afirma, ainda, que em uma resolução de problema deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro para outro. Ele afirma que basta observarmos o desenvolvimento da matemática para percebermos que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição fundamental para o progresso do pensamento matemático. Para Duval (2013, p.14), “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representações ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”.

Em Matemática existem diversas maneiras de expressar o mesmo assunto, por exemplo, uma função pode ser representada por meio de uma expressão algébrica, de tabelas e/ou gráficos, que são diferentes tipos de representações. Isto parece simples, mas para um aluno pode ser um empecilho, pois não percebem que as diferentes representações, embora com suas especificidades, tratem de um mesmo assunto. Isso está relacionado ao que Duval denomina tratamento, conversão e coordenação entre registros, atividades cognitivas que são discutidas no capítulo sobre semiótica.

De acordo com a teoria dos Registros de Representação Semiótica “a compreensão em Matemática implica na capacidade que um sujeito deve ter de mudar de registros o mais naturalmente possível, mantendo-se em referência o mesmo objeto matemático denotado” (FEIO; SILVEIRA, 2008, p. 04).

A linguagem natural, por exemplo, é um tipo de registro de representação. Tende a ser fácil de ser compreendida e os sujeitos conseguem se expressar utilizando-a. A linguagem matemática, por sua vez, em seus diferentes tipos de registros, possui especificidades que demandam uma alfabetização. Neste sentido, o papel do professor consiste também em levar o aluno a desenvolver e a construir a linguagem matemática para que assim ela se torne tão natural quanto a linguagem usada no dia a dia.

A comparação que fazemos entre a linguagem natural e a linguagem da Matemática, em que apontamos similitudes, apresentam, como é fácil de adivinhar, diferenças marcantes. Desde logo, porque a linguagem matemática não se aprende a falar em casa, desde tenra idade – aprende-se, isso sim, a utilizar na escola. A aprendizagem da matemática apresenta, também, diferenças quando comparada com a aprendizagem de uma

segunda língua natural – que habitualmente também ocorre numa escola – pois não encontramos, no dia a dia, um grupo de falantes que a utilize, em exclusividade, para comunicar. A linguagem da matemática carece, pois, do complemento de uma linguagem natural (MENEZES, 2000, p.3).

Este é um dos impasses da matemática. Isto porque o aluno consegue se expressar utilizando a linguagem natural, mas na hora de interpretar enunciados que exigem a compreensão da linguagem matemática muitos não conseguem. Isso pode gerar insucesso dos alunos no que diz respeito ao lidar com situações matemáticas que, inicialmente, partem de um enunciado não necessariamente matemático ou estritamente matemático, ou seja, insucesso frente às representações de um mesmo conceito matemático e da necessidade de traduzir da linguagem natural para a linguagem matemática.

Faz-se importante compreender, portanto, a influência² dos enunciados nos problemas matemáticos e como isso pode acarretar o uso ou não de diferentes registros, o que segundo Duval (2013) é condição essencial para a aprendizagem. Sabe-se que “[...] ao resolver problemas passamos por um processo de elaboração de modos de resolução e são esses processos que nos permitem ‘lidar’ com os enunciados” (SILVA, 2005, p.99).

Perego (2006) acredita que muitos alunos se “acostumam” a buscar “palavras-chave”, e com isso acabam deixando de ler atentamente esse enunciado, passando apenas a procurar essas palavras para então, fazer algum cálculo, deixando de compreender e interpretar de fato o enunciado.

O aluno acaba não refletindo sobre a questão, apenas faz a utilização de um método por ele já memorizado. E quando não encontra essa tal “palavra-chave” acaba sentindo dificuldades para resolver a questão.

Perego (2006, p.96), afirma que

o primeiro passo para resolver corretamente um problema é ler, compreender e interpretar seu enunciado [...]. Além de compreender, o aluno precisa interpretar o enunciado para conseguir buscar uma estratégia para resolvê-la, uma vez que a interpretação está diretamente ligada à ação. Dessa forma, o aluno, além de compreender, sabe o que deve fazer para encontrar uma solução para o problema.

O enunciado é muito importante na atividade matemática. Inferimos que ele direciona, em certa medida, quais representações os alunos utilizarão na resolução

² Neste trabalho entendemos influência como sendo o poder que uma pessoa ou coisa tem sobre outra, provocando alguma mudança de comportamento (MATTOS, 2005, p. 344).

de um problema e no reconhecimento de quais as suas possibilidades para elucidar o problema. Até por isso, o que o professor espera que o aluno faça ao resolver um problema, deve estar explícito no enunciado do mesmo.

Assim, dada à importância que consideramos ter o enunciado de uma questão para o uso de diferentes representações dos conceitos matemáticos e tomando a teoria de Duval sobre os Registros de Representação Semiótica, é que buscamos, nesse trabalho, compreender: *como os enunciados das questões podem influenciar os registros utilizados pelos alunos e as atividades de tratamento, conversão e coordenação entre os registros?*

Para responder a este questionamento, esta pesquisa³ apresenta, de maneira geral, o seguinte objetivo: analisar se os enunciados das questões influenciam ou não os registros produzidos pelos alunos, bem como ações cognitivas de tratamento, conversão e coordenação.

Especificamente, objetivamos:

- Realizar leituras acerca da teoria dos Registros de Representação Semiótica;
- elaborar questões de matemática, ou selecioná-las em materiais específicos, considerando as diferentes possibilidades de manifestação de representações em suas soluções;
- aplicar as questões selecionadas/elaboradas a alunos do Ensino Médio de uma escola parceira da UTFPR;
- analisar as resoluções dos alunos, bem como os tipos de representações e ações cognitivas manifestadas pelos registros escritos, à luz da fundamentação teórica;
- inferir, a partir das análises e com base na fundamentação teórica, como o enunciado das questões influencia nos tipos de registros de representação e nas ações cognitivas utilizadas pelos alunos.

Desse modo, nesse trabalho, apresentamos, para além da introdução, um capítulo abordando nosso referencial teórico, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, outro abordando o encaminhamento metodológico por

³ A pesquisa foi aprovada em 08 de Outubro de 2015 pelo Comitê de Ética sob o parecer de número 1269981.

nós realizado, outro para as análises dos registros escritos produzidos pelos alunos na coleta de dados e, finalmente, outro capítulo abordando as considerações finais do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os processos de ensino e a aprendizagem da Matemática tem sido alvo de investigações de pesquisadores da Educação Matemática há algumas décadas. No entanto, dada a complexidade desses processos, os focos sobre os quais incidem os olhares desses pesquisadores são distintos. Dentre eles, há os que se dedicam às representações matemáticas que significam e representam os conceitos matemáticos.

Uma dessas teorias é a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval (1995). É essa teoria que será utilizada neste trabalho como referencial teórico.

2.1 O QUE É UMA REPRESENTAÇÃO?

A representação vem da necessidade de tornar algo presente, de modo que possamos ter acesso a alguma coisa via uma representação dela. Para Peirce (2010) a representação é função do signo, pois um objeto torna-se inacessível sem uma representação. Ele ainda afirma que “um signo é aquilo que sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém” (PEIRCE, 2010, p. 46).

Para esse autor, um signo representa algo, seu objeto. Para que seja considerada uma representação deve se referir a um objeto e, além disso, também deve ser capaz de provocar uma interpretação sobre o mesmo.

Constantemente nos deparamos com conceitos e objetos matemáticos e, como toda à comunicação e compreensão matemáticas se dão por meio de representações, elas se fazem necessárias para que seja possível a construção do conhecimento matemático. Duval (2013) acredita que para se compreender um conceito matemático devemos ser capazes de distinguir o objeto matemático da representação que o torna acessível. Para o autor, “[...] os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos” (DUVAL, 2013, p.14).

De acordo com Arrais (sd) para que possamos compreender a representação de um objeto matemático devemos

[...] imaginar um professor que solicita ao seu aluno que represente na lousa uma cadeira. O aluno poderá escrever a palavra cadeira na lousa e estará representado, bem como poderá desenhar uma ou mais cadeiras e também

estará assim representado o objeto cadeira. Passado isto, o professor solicita que o aluno pegue uma cadeira e, este de pronto, poderá pegá-la. Transportando esta situação para um contexto matemático, imaginemos o professor solicitando ao aluno que represente uma função na lousa e, este poderá representá-la, seja pela língua materna ou simbolicamente através dos recursos da Álgebra, por uma tabela ou mesmo por um gráfico e esta estará assim representada. Mas, se o professor solicitar que ele pegue uma função, estabeleceremos aí um problema, pois este objeto configura-se apenas como uma ideia.

Desse modo, percebemos que a representação é algo posto no lugar de outra coisa, tendo a incumbência de apresentar uma informação que seja capaz de produzir uma ideia sobre o objeto representado.

2.2 O QUE É UMA REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA?

Segundo Duval (2009) existem três tipos de representação do objeto do conhecimento, sendo elas: a representação mental e subjetiva, a representação interna ou computacional e a representação semiótica.

A primeira se remete às crenças, ideias, explicações espontâneas que se tem sobre fenômenos físicos, sendo representações internas e conscientes que ocorrem no nível do pensamento. Segundo Duval (2009) esse tipo de representação consiste em um conjunto de imagens e concepções que um indivíduo pode ter sobre um objeto ou aquilo que está associado a esse objeto.

A segunda também trata de representações internas, no entanto não são conscientes. Duval (2009) diz que essas representações privilegiam o tratamento de uma determinada informação, e esta tem como característica a execução automática da tarefa, reproduzindo então uma resposta adaptada à situação. São representações onde os tratamentos são automáticos, sendo que o sujeito acaba nem pensando sobre todos os passos para resolver a tarefa.

Vertuan (2007, p.19) afirma que

O algoritmo da adição é um exemplo deste tipo de representação. Estas representações não são conscientes do sujeito. Trata-se de um registro mecânico que o sujeito executa sem pensar em todos os passos necessários para a sua resolução.

Por fim as representações semióticas são representações externas e conscientes. Segundo Duval, tem como característica “um sistema particular de signos, a linguagem, escrita algébrica ou os gráficos cartesianos, e que podem ser

convertidas em representações 'equivalentes' dentro de outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferentes para o sujeito que as utiliza" (DUVAL, 2009, p. 32).

Duval classifica as representações em quatro funções cognitivas, sendo elas "[...] a função de comunicação, função de tratamento, função de objetivação e função de identificação" (SIRIDAKIS, 2007, p. 18).

Flores e Moretti (2005) acreditam que a função de comunicação é a passagem de informação e/ou mensagem entre pessoas. Ou seja, ocorre quando recorremos a uma representação para nos comunicar.

A função de tratamento, segundo os mesmos autores, se dá quando transformamos uma representação em outra. Consiste em manipular as informações em um mesmo tipo de registro de representação, em busca de solucionar o problema. Como por exemplo a resolução de uma equação do primeiro grau.

A função de objetivação se dá no momento em que o indivíduo toma consciência das representações e via as representações, pois a mesma possibilita que o indivíduo assuma consciência máxima, podendo então desfrutar do que ele realmente aprendeu.

Por fim, a função de identificação, segundo Flores e Moretti (2005), é a função que permite encontrar dados entre muitos outros. Tornando essa função em um trabalho cognitivo que proporciona a recuperação da memória. A identificação sempre é requisitada no momento em que é necessário ler e analisar quadros de dados.

Assim, podemos dizer que as representações semióticas tem a função de comunicar uma ideia, mas vai além disso, pois ao mesmo tempo em que a ideia do conceito é desenvolvida, elas também exercem influências sobre o desenvolvimento dos conceitos, sobre o desenvolvimento das compreensões acerca dos conceitos.

2.3 O QUE É UM REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA?

Damm (2012, p.170) afirma que

[...] as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos é bastante significativa, pois permite a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto.

Duval (2009) afirma que para um registro de representação semiótica ser considerado assim, um sistema de signos necessita de três atividades cognitivas. Sendo elas: a formação de uma representação identificável, o tratamento de um registro de representação e a conversão de um registro em outro.

Uma representação é considerada identificável quando é possível reconhecer nela qual objeto ela representa. Ou seja, precisamos observar um registro de representação e conseguir identificar o que esse registro está representando.

Vertuan (2007, p.22) atenta que para que essa identificação seja possível, o sistema de signos deve ser conhecido pelas pessoas.

Esta atividade cognitiva é cumprida, por exemplo, pelas placas de trânsito. É estabelecido socialmente que uma circunferência com um traço diagonal feito sobre dois carros paralelos entre si, indica que é proibida a ultrapassagem. Mesmo satisfazendo esta condição, as placas de trânsito não são consideradas registros de representação semiótica, pois não existe nem a possibilidade de tratamento e nem a de conversão nestes tipos de representação.

Nesse sentido, o termo Registro de Representação Semiótica significa os diversos tipos de representação que podemos ter, como a escrita algébrica, a escrita em língua natural, figuras, gráficos e tabelas. Damm (2012) afirma que só existe o conhecimento matemático quando o indivíduo consegue mobilizar ao menos dois registros de representação. Nesse sentido, faz-se importante diferenciar as atividades cognitivas designadas tratamento e conversão (DUVAL, 2013).

O tratamento acontece quando trabalhamos com transformações dentro de um mesmo registro de representação.

Para Duval (2013, p.16):

os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria.

Um exemplo de tratamento pode ser a resolução da equação a seguir:

$$5x^2 - 40 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 40 + 40 = 40 \Rightarrow 5x^2 = 40 \Rightarrow \frac{5x^2}{5} = \frac{40}{5}$$

$$x^2 = 8 \Rightarrow \sqrt{x^2} = \pm\sqrt{8} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

Cada registro é favorecido por um tipo de tratamento. E para haver uma maior compreensão de certos conceitos é necessário que os alunos lidem com os diferentes registros associados ao conceito matemático em questão. Nesse contexto, Vertuan (2007, p. 23) afirma que

[...] se o conceito estudado for “derivada”, por exemplo, pode ser que o professor utilize somente as regras de derivação e de forma estritamente algébrica. Na medida em que realizam os cálculos (tratamentos matemáticos), os alunos acabam ‘compreendendo’ como devem fazer para calcular derivadas. Mas realizar tratamentos em um só registro não significa que o aluno compreendeu o conceito de derivada.

As dificuldades que alguns alunos encontram para realizar tratamentos advêm do tipo de registro utilizado, pois cada registro tem suas regras de funcionamento. Damm (2012, p.179) afirma que “existem regras de tratamentos próprias a cada registro, sua natureza e número variam consideravelmente, de um registro a outro”. Assim, podemos dizer que a compreensão do aluno acerca de um conceito, depende dos tipos de representação utilizados.

Quando não se é utilizado mais que um tipo de representação, a compreensão do conceito pelo aluno fica debilitada, pois para que todas, ou grande parte, das características do objeto matemático sejam compreendidas é necessário que haja a utilização de vários registros de representação. Para que isso aconteça devemos ter a conversão entre os diversos registros de representação que temos de um mesmo objeto. Só assim o aluno conseguirá compreender o conceito em si.

De acordo com Damm (2012, p. 180), “a conversão não pode ser confundida com o tratamento. O tratamento se estabelece ‘dentro’ do registro, já a conversão se dá entre registros diferentes”.

Segundo Duval (2013) conversão é uma transformação entre diferentes registros de representação. Para realizar a conversão é necessária a mudança do registro inicial para outro, mantendo o mesmo objeto matemático.

Um exemplo é quando saímos de uma situação problema escrita em uma linguagem natural para uma expressão numérica que retrata a tal situação. Outro exemplo de conversão pode ser o de transformação de um registro algébrico para o tabular:

y	x
-1	-1
2	0

$$y = 3x + 2 \quad \rightarrow \quad \begin{array}{c|c} 5 & 1 \\ \hline 8 & 2 \end{array}$$

 **Conversão**

Duval (2013) diz que a dificuldade que alguns alunos têm em relação ao conceito matemático está diretamente ligada às atividades de conversão. Segundo o autor, isso ocorre devido ao fato de que os alunos, na maior parte das vezes, não são levados a discutir, em sala de aula, os conceitos matemáticos via suas diferentes representações.

A **coordenação** entre registros de representação, por sua vez, é a capacidade de mobilização entre dois ou mais registros de representação simultaneamente, é a possibilidade de mudar de um registro a outro. Para que se tenha a apreensão conceitual de um objeto matemático é necessário haver mobilização entre diversos registros de representação.

Duval (2013) afirma que além de haver as conversões entre um registro a outro, é necessário compreender que esses diversos registros se referem a um mesmo objeto. Cada tipo de registro tem suas características específicas e esses tipos se complementam para expressar com clareza e complexidade as propriedades do objeto matemático em questão.

Buehring, Flores e Moretti (2005, p. 25) concluem:

Para que ocorra tal coordenação entre os signos e seus conceitos, o sujeito que aprende precisa contatar com diferentes tipos de registros de representações semióticas e ser capaz de passar de um a outro, naturalmente, pois dependendo da situação problema, um determinado registro pode tornar-se mais eficiente do que outro.

2.4 AS CONVERSÕES QUE ENVOLVEM O REGISTRO LÍNGUA NATURAL

Duval (2013) classificou os registros de representação semiótica em quatro tipos de registros distintos: os *multifuncionais* discursivos e os não-discursivos, e os *monofuncionais* discursivos e não-discursivos, como podemos ver no quadro 1:

Quadro 1 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS	Língua natural	Figuras geométricas planas ou em

MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"> • Argumentação a partir de observações, de crenças...; • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> • Apreensão operatória e não somente perceptiva; • Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"> • Numéricas (binária, decimal, fracionária...); • Algébrica; • Simbólicas (línguas formais). Cálculo.	Gráficos cartesianos. <ul style="list-style-type: none"> • Mudanças de sistemas de coordenadas; • Interpolação, extrapolação.

Fonte: DUVAL (2013, p.14).

Os registros discursivos fazem uso da linguagem natural e de sistemas de escritas. Sendo possível explicar, descrever, calcular e inferir nestes registros. Já os não-discursivos fazem uso de formas e suas configurações, sendo possível mostrar informações específicas das representações, no entanto, mais limitado quando se comparado com a discursiva.

Os registros *multifuncionais* utilizam em seu processo interno transformações que não utilizam algoritmos, já os registros *monofuncionais* utilizam nos tratamentos os algoritmos, são registros específicos da matemática. Dentro dessas duas categorias ainda temos outra subdivisão, em que são consideradas as representações discursivas e as não-discursivas.

Segundo Oliveira e Pires (2012, p. 221) dentro dos registros *multifuncionais* discursivos têm-se “a língua natural e as formas de raciocínio como argumentações escritas ou deduções válidas a partir de definições ou teoremas”. Nos registros *multifuncionais* não-discursivos temos como exemplo as figuras, as construções geométricas, onde as representações não acontecem de forma discursiva.

De acordo com os mesmos autores, nos registros *monofuncionais* discursivos, podemos citar os diversos sistemas de escrita matemática, como numérica, algébrica e simbólica. Já nos registros *monofuncionais* não-discursivos temos os gráficos, incluindo suas variações.

Duval (2011) acredita que a língua é a responsável por constituir primeiramente o registro de representação semiótica para que, após, haja o funcionamento do pensamento. “Mas, não é assim que ela é em geral considerada no ensino da matemática, no qual a reduzimos à função de comunicação” (p. 83). Dessa forma, não devemos dar privilégio às palavras em detrimento das operações discursivas, tratando a língua como apenas um código separando-a das informações e conceitos.

Nesse trabalho iremos focar os registros de representação multifuncional discursiva e suas relações com outros registros de representação, isso porque almejamos analisar a influência dos enunciados de questões matemáticas nas resoluções escritas dos alunos.

2.5 O PROFESSOR E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Severo (2009, p. 20) afirma que

O conhecimento e o estudo da Teoria de Registro de Representação Semiótica de Duval (2005)⁴ pelos docentes, vêm ganhando espaço como um processo didático e metodológico, numa sociedade atual de constantes e progressivas mudanças. Os professores devem preparar-se para esse desafio de ensinar não apenas o conhecimento científico, mas também o seu significado, a busca da resolução de problemas e principalmente o saber se comunicar, para que ocorra o processo de desenvolvimento das capacidades e habilidades cognitivas dos alunos.

Deste modo podemos dizer que os professores estão começando a dar mais atenção aos registros de representação semiótica, para que os erros que os alunos cometem ao resolverem um problema sejam minimizados. Pois assim, os alunos irão compreender o conceito matemático, ocorrendo então a aprendizagem de fato.

Para Duval (2013), as representações semióticas são eficazes para a aprendizagem atuando como um tipo de estímulo para o professor, que por sua vez leva o aluno à compreensão e à resolução de problemas.

Nesse sentido, os professores devem ter uma atenção dedicada à escolha e/ou elaboração das atividades que são propostas aos alunos. Essas atividades devem possibilitar ao aluno passar de uma representação à outra e optar por uma representação em relação à outra, até mesmo devido às contribuições que a complementaridade entre os registros tem em relação à aprendizagem matemática. Uma atividade interessante a ser aplicada aos alunos é quando se é solicitado que ao final da resolução, os mesmos devem escrever, utilizando a linguagem natural, qual foi o raciocínio empregado para a resolução do exercício, por exemplo.

Como já manifestamos antes, acreditamos que os enunciados das questões são de extrema importância, pois ele irá provocar no aluno ideias de resolução e a

⁴ DUVAL, R. Registros de representação e números racionais. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org). Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica. 2. ed. Campinas, SP: Papirus, 2005. p. 11-33.

produção de registros de representação. Dessa forma o que o professor espera do aluno em uma atividade deve estar claro no enunciado da questão. O enunciado, portanto, deve ser autossuficiente.

Para que uma atividade nesse sentido possa ser feita, o professor deve dar um tempo hábil para que os alunos reflitam sobre os processos empregados para a resolução. Além desse tempo, o professor não pode ter uma condução excessiva da resolução, inibindo o “pensar” do aluno.

Tudo isso denota a importância de se refletir o fenômeno de produção de registros matemáticos em função dos enunciados de questões que os suscitam. Em outros termos, faz-se necessário investir esforços em compreender como os enunciados das questões matemáticas podem influenciar os registros utilizados pelos alunos no processo de resolução de uma atividade matemática. Nesse sentido, apresentamos, no próximo capítulo, o encaminhamento metodológico desse trabalho.

3 ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

Para alcançar o objetivo de analisar como os enunciados das questões matemáticas influenciam ou não os registros produzidos pelos alunos, bem como ações cognitivas de tratamento, conversão e coordenação, utilizaremos a abordagem metodológica qualitativa de pesquisa, especificamente, o estudo de caso, pois é o tipo de pesquisa que segundo Bogdan e Biklen (1994) tem como características: um ambiente natural como fonte de dados; o principal instrumento de busca é o próprio pesquisador; a investigação é descritiva; os dados são em forma de palavras ou imagens e não em números; o interesse se dá mais pelo processo do que pelo resultado; os investigadores analisam os dados de forma indutiva; e o significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Anastacio (2005, p. 9) afirma que

ao se tratar de uma abordagem qualitativa de pesquisa, não se mede a importância de um “dado” pelo número de vezes em que ele se mostra, mas pela densidade que aquela ideia tem no depoimento do sujeito de pesquisa e como essa ideia se articula com a questão do pesquisador.

Strauss e Corbin (2008) afirmam que existem três etapas fundamentais na pesquisa qualitativa. Sendo elas a coleta de dados; os procedimentos usados para interpretar e organizar os dados; e os relatórios finais.

Os dados são as informações que o pesquisador vai obter para compreender, desenvolver e concluir sua pesquisa. Cada pesquisador é responsável por selecionar e coletar os dados que julgar pertinentes para a elaboração da sua pesquisa.

O processo qualitativo de uma pesquisa fornece vários dados significativos. Dados esses que precisam passar por um processo de organização respeitando certos critérios adotados pelo próprio pesquisador de acordo com os objetivos da pesquisa para que facilite a análise dos dados.

Finalizada esta etapa de análise deve-se passar para a elaboração do relatório final. Sendo essa etapa uma das mais importantes, pois só assim é que os resultados obtidos podem ser divulgados.

Após definido o tema, ao se realizar um projeto de pesquisa é essencial a pesquisa bibliográfica, pois é ela que irá fornecer o embasamento teórico necessário para a elaboração e aplicação do projeto. Os estudos sobre a Teoria dos Registros

de Representação Semiótica de Raymond Duval foram realizados do começo ao final da pesquisa.

Concomitantemente às leituras sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica foi realizada a fase de elaboração de questões matemáticas sobre função do primeiro grau, conteúdo matemático indicado pelas professoras das turmas investigadas, atentando para as diferentes possibilidades de manifestações de representações matemáticas em suas soluções.

Para a elaboração dessas questões consideramos o seu enunciado, pois é ele que, acreditamos, poderia influenciar as representações de que fariam uso os alunos. Desse modo, pudemos analisar como o aluno lidou com a conversão da linguagem natural, do enunciado, para a linguagem matemática. Para essa elaboração

As questões elaboradas foram as seguintes:

- 1) Dada a função $f(x) = 2x - 10$, determine os valores reais de x para os quais $f(x) > 0$. Faça o gráfico da função.

- 2) Dada a função $f(x) = 3x + 15$, faça o que se pede:
 - a) Qual o valor de $f(x)$ quando x é -3 ?
 - b) Qual é o valor de x quando $f(x)$ é 9 ?
 - c) Construa uma tabela relacionando 5 diferentes valores para x e y ;
 - d) Construa o gráfico de $f(x)$;
 - e) Baseado no gráfico dessa função, explique o que significa dizer para quais valores de x a função é positiva.

- 3) A função $m(t) = -0,5t + 13$ representa a massa m de gás presente no botijão em função do tempo t , em dias.
 - a) Qual a quantidade de gás restante no botijão, após 17 dias?
 - b) Quantos dias levam para que o botijão fique vazio?
 - c) Determine uma representação gráfica da função acima;
 - d) O que acontece com os valores da função quando $m(t) < 0$?

A coleta de dados foi realizada no Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego, da cidade de Toledo-PR. A escolha do colégio se deu pelas condições

favoráveis ao desenvolvimento da pesquisa, a concordância e apoio por parte da direção e das professoras regentes.

A pesquisa foi desenvolvida em três turmas do primeiro ano do Ensino Médio, com faixa etária majoritária entre 16 e 19 anos, no mês de outubro de 2015. Houve um total de 43 alunos participantes da pesquisa. A escolha das turmas se deu pelo fato de que as mesmas são do período matutino e vespertino, facilitando então a coleta de dados. Em cada uma das três turmas foram utilizadas para a pesquisa duas aulas de 50 minutos. Nestas aulas apresentamos, inicialmente, algumas informações sobre a pesquisa a ser realizada, bem como os termos de assentimento e consentimento (modelo nos Apêndices) para que os mesmos, caso de acordo, autorizassem a utilização das resoluções que seriam produzidas por eles. Em seguida cada aluno recebeu três folhas que continham uma questão em cada, modelo apresentado nos Apêndices. Durante o momento de resolução dos alunos o pesquisador adotou uma postura de observador. A nenhum aluno foi permitida a realização da atividade em data ou local diferente do restante da turma.

Com as produções dos alunos em mãos, foi realizado a codificação dos alunos de forma aleatória, de forma que cada aluno recebeu um código de A 01 até A 43, após foram realizadas as análises acerca das intenções dessa pesquisa. Para a realização dessa análise sobre os tipos de representações e ações cognitivas manifestadas pelos alunos em sua produção escrita, foram considerados os estudos realizados acerca da Teoria de Raymond Duval. Para isso, foram realizados agrupamentos acerca das resoluções dos alunos para cada uma das questões de modo a reunir as estratégias/ações/erros que convergiam em algum aspecto.

Por fim, feitas as análises, inferimos, com base na fundamentação teórica, como o enunciado das questões influencia nos tipos de registros de representação e nas ações cognitivas apresentadas pelos alunos e de que forma isso se manifestou.

4 ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES

A seguir será realizada uma análise horizontal das questões, no sentido de que observaremos as características comuns entre as resoluções dos alunos para uma mesma questão. Juntamente com cada questão será apresentado um quadro demonstrativo com o desempenho dos alunos, no que diz respeito ao erro ou acerto da resolução.

A primeira questão envolvia a construção de um gráfico a partir de uma expressão algébrica de uma função afim. Foi criada com o objetivo de verificar quais as conversões utilizadas pelos alunos para chegarem ao registro gráfico e para verificar como lidavam com o enunciado.

- 1) Dada a função $f(x) = 2x - 10$, determine os valores reais de x para os quais $f(x) > 0$. Faça o gráfico da função.

No quadro 2 é apresentado o demonstrativo do desempenho dos alunos que resolveram a primeira questão.

Quadro 2 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 1

	Número de alunos	Porcentagem
Correta⁵	0	0,00%
Correta sem a resposta final⁶	13	30,23%
Parcialmente correta⁷	22	51,16%
Incorreta	7	16,28%
Em branco	1	2,33%
TOTAL	43	100%

Fonte: Do autor, 2015.

Todos os alunos que responderam a questão fizeram, necessariamente, a coordenação entre dois registros, realizando a conversão do registro algébrico para registro tabular e do registro tabular para o registro gráfico. Como por exemplo, na Figura 01 e Figura 02, a seguir:

⁵ Considera-se como resposta correta, a resolução em que o aluno apresente corretamente todos os itens da questão.

⁶ Considera-se como resposta final, a determinação, pelos alunos, dos valores reais de x para os quais $f(x) > 0$.

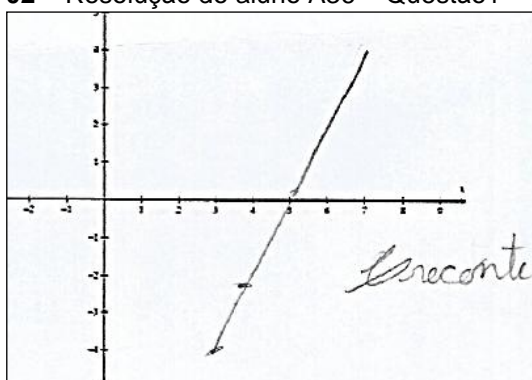
⁷ Considera-se como resposta parcialmente correta, a resolução em que o aluno não apresente a solução completa ou que a mesma apresente algum tipo de erro.

Figura 01 – Resolução do aluno A36 – Questão1 – tabela

x	$2x - 10$	
3	$2 \cdot 3 - 10$	-4
4	$2 \cdot 4 - 10$	-2
5	$2 \cdot 5 - 10$	0
6	$2 \cdot 6 - 10$	2
7	$2 \cdot 7 - 10$	4

Fonte: Do autor, 2015.

Figura 02 – Resolução do aluno A36 – Questão1 – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

O fato de todos os alunos construírem a representação tabular para depois fazerem o gráfico da função, pode significar que os mesmos não sabem o que são os coeficientes angulares⁸ e lineares⁹, tampouco como se dá sua utilização. Pois em nenhum momento um aluno utilizou desses conceitos para construir o gráfico.

Podemos inferir também que a construção da tabela talvez seja realizada pelo fato dos alunos não saberem que a expressão dada da função representa uma reta. Dessa forma os alunos realizam o tratamento dentro de cada registro, mas ainda não conseguem relacionar a expressão algébrica diretamente com a expressão gráfica como sendo o mesmo objeto matemático, por esse motivo fazem o uso da representação tabular para encontrar os pares ordenados e posteriormente construir o gráfico de acordo com os pontos encontrados. Não há a necessidade de

⁸ Vamos adotar $f(x) = ax + b$. O coeficiente a é chamado de coeficiente angular que é a tangente da inclinação da reta, isto é, é a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo x (BONGIOVANNI; VISSOTO; LAUREANO, 1998, p. 181).

⁹ O coeficiente b é chamado de coeficiente linear. Para obtê-lo basta fazer $x = 0$ em $f(x) = ax + b$. Dai, $f(x) = b$. Isso significa que o coeficiente linear é dado pelo ponto $P(0, b)$, intersecção da reta com o eixo y (BONGIOVANNI; VISSOTO; LAUREANO, 1998, p. 181).

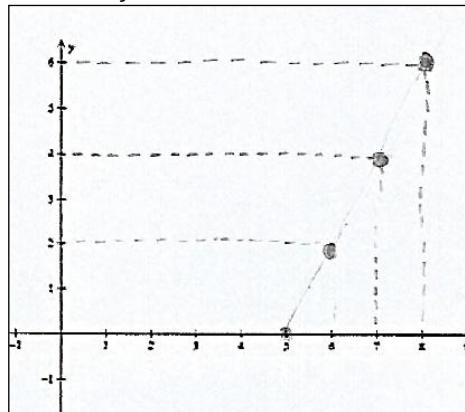
passar da expressão algébrica para a gráfica diretamente, mas a dependência de uma tabela para realizar essa conversão pode denotar o possível desconhecimento por parte do aluno de que a representação gráfica associa-se a representação algébrica. Isso é feito pelo aluno A30, na Figura 03 e Figura 04, que após encontrar os pares ordenados, plotou os pontos e a partir disso construiu o gráfico.

Figura 03 – Resolução do aluno A30 – Questão1 – tabela

x	$f(x)=2x-10$	(x,y)
5	$f(x)=2 \cdot 5-10=0$	(5,0)
6	$f(x)=2 \cdot 6-10=2$	(6,2)
7	$f(x)=2 \cdot 7-10=4$	(7,4)
8	$f(x)=2 \cdot 8-10=6$	(8,6)

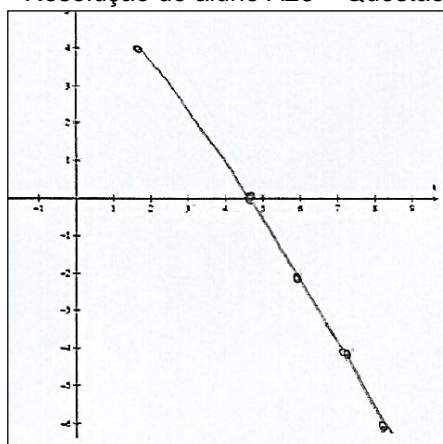
Fonte: Do autor, 2015.

Figura 04 – Resolução do aluno A30 – Questão1 – gráfico



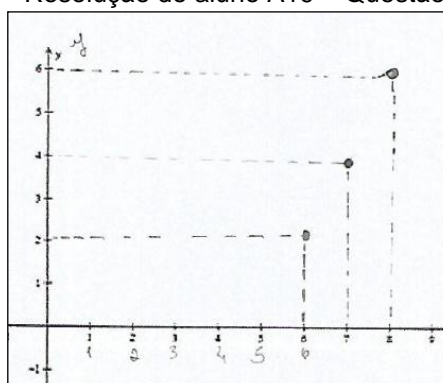
Fonte: Do autor, 2015.

O aluno A26 calculou os pares ordenados corretamente, no entanto, realizou a conversão para o registro gráfico de modo incorreto, trocando os valores dos pares ordenados e, conseqüentemente, a ordem costumeiramente utilizada dos eixos ordenados. O que pode ser observado na Figura 05.

Figura 05 – Resolução do aluno A26 – Questão1 – gráfico

Fonte: Do autor, 2015.

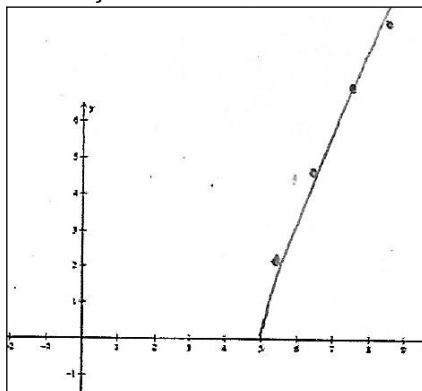
Quatro dos alunos apenas plotaram os pontos para os valores $x = 6$, $x = 7$, $x = 8$, o que nos faz pensar que os mesmos entenderam parte da questão, no entanto, não souberam traçar o gráfico, além de apenas considerarem valores inteiros para a construção. Talvez porque não consigam estabelecer a relação entre os três registros utilizados e a continuidade da reta, como na Figura 06.

Figura 06 – Resolução do aluno A19 – Questão1 – gráfico

Fonte: Do autor, 2015.

No momento em que os alunos realizavam a construção do gráfico, muitos deles tiveram dificuldades em entender o que faziam, pois os pontos desenhados não estavam colineares, o que dificultou o restante da resolução e pode ter possibilitado o erro na construção da reta. Apesar de encontrar os pares ordenados corretos, os alunos não souberam fazer a coordenação do registro tabular para o gráfico de forma correta, fazendo os pontos em local errado, como apresentado na Figura 07.

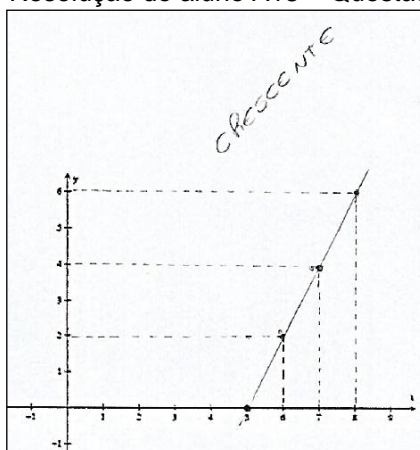
Figura 07 – Resolução do aluno A08 – Questão1 – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

Observamos que sete dos alunos escreveram ao lado do gráfico a palavra “crescente”, o que pode significar¹⁰ uma confusão na representação de $f(x) > 0$, com o fato da função ser uma função crescente¹¹, o que pode ser observado na Figura 08.

Figura 08 – Resolução do aluno A13 – Questão1 – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

A maior parte dos alunos realizou o registro gráfico da função, no entanto não respondeu o que o exercício pedia, apontar para quais valores de x , $f(x) > 0$ (Figura 09). Isso pode ter ocorrido pelo fato de os alunos não saberem o que significa uma função positiva¹², ou também pelo fato de estarem sempre habituados

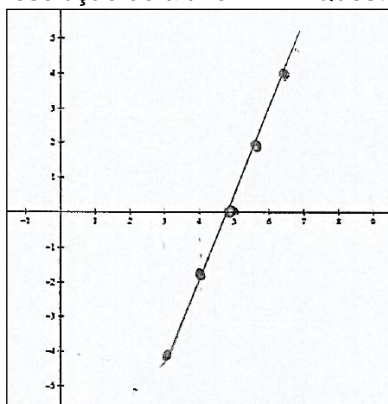
¹⁰ As inferências realizadas não levam em consideração entrevistas com os alunos ou professores e, por isso, são apenas inferências.

¹¹ Uma função f é **crescente** em um subconjunto A do domínio de f se, e somente se, para quaisquer números x_1 e x_2 de A , com $x_2 > x_1$, a imagem de x_2 é maior que a imagem de x_1 através de f (PAIVA, 2009, p.105).

¹² Sendo f uma função de domínio D , dizemos que: f é **positiva** para um elemento x , com $x \in D$, se, e somente se, $f(x) > 0$ (PAIVA, 2009, p.90).

a resolverem sempre o mesmo tipo de questão, em que se pede apenas a construção do gráfico, sem nenhuma especificidade.

Figura 09 – Resolução do aluno A12 – Questão1 – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

Talvez pela tradição escolar os professores sempre utilizam os mesmos valores para x e $f(x)$ com os alunos. O fato de o professor sempre utilizar valores para x que variam entre -2 e 2 pode ocasionar um obstáculo didático¹³, fazendo com que os alunos acabem acreditando que o valor de x é sempre um valor inteiro e não compreendendo o real significado dos pontos ligados entre si na reta. Temos, como exemplo, a resolução do aluno A31 (Figura 10) que utilizou os mesmos valores para x . Como os alunos estão tão habituados com esse tipo de exercício, os mesmos acabam não prestando a atenção nos enunciados, não completando a resolução.

Figura 10 – Resolução do aluno A31 – Questão1 – tabela

x	$f(x)$	y
-2	$2 \cdot (-2) - 10 = -14$	
-1	$2 \cdot (-1) - 10 = -12$	
0	$2 \cdot 0 - 10 = -10$	
1	$2 \cdot 1 - 10 = -8$	
2	$2 \cdot 2 - 10 = -6$	

Fonte: Do autor, 2015.

Oito dos alunos consideraram valores para x em que $f(x) \geq 0$, construindo a tabela e posteriormente o gráfico para os pares ordenados encontrados. Desse modo, inferimos que os alunos realizaram algum tipo de reflexão sobre a parte do

¹³ Neste trabalho entendemos obstáculo didático como sendo o obstáculo produzido pela prática pedagógica que não auxilia no desenvolvimento do aluno, criando barreiras para o aprendizado.

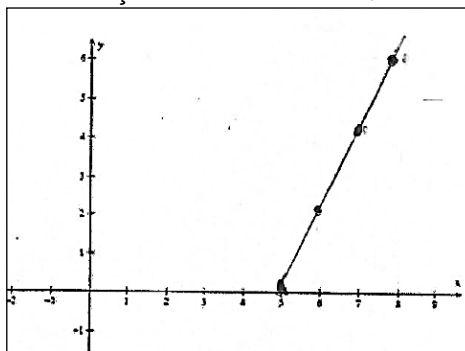
enunciado que perguntava para quais valores de x , $f(x) > 0$, optando por representar isso já na tabela e no gráfico correspondente, mas sem apresentar uma resposta algébrica ou textual para denotar isso. A Figura 11 e Figura 12 apresentam a resolução de um desses alunos.

Figura 11 – Resolução do aluno A39 – Questão1 – tabela

2	2.2-10	2
5	2.5-10	0
6	2.6-10	2
7	2.7-10	4
8	2.8-10	6

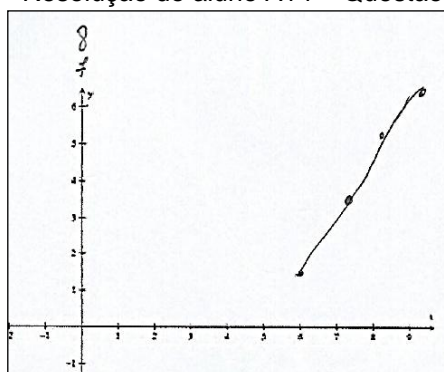
Fonte: Do autor, 2015.

Figura 12 – Resolução do aluno A39 – Questão1 – gráfico



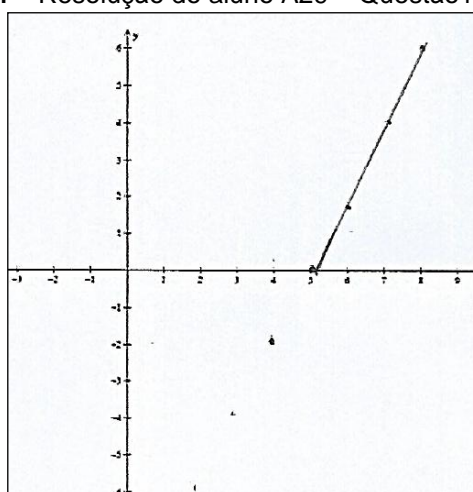
Fonte: Do autor, 2015.

Três dos alunos consideraram valores para x em que $f(x) > 0$, fazendo a tabela e o gráfico para esses pontos. No entanto não responderam ao que o enunciado da questão pedia. O que esses alunos fizeram foi considerar apenas alguns valores para x . Nesse caso os três alunos começaram a calcular o valor para $f(x)$ com $x = 6$, chegando ao primeiro par ordenado $(6, 2)$, que faz com que o gráfico seja maior que zero, como mostrado na Figura 13. Essas resoluções podem indicar que esses alunos estão considerando apenas números inteiros, por esse motivo o primeiro valor positivo da função é a partir do ponto em que $x = 6$. Um exemplo é o aluno A14 que considerou quatro pontos em que a função fosse positiva, ignorando o fato da função estar definida para os números reais e ter valores para x entre 5 e 6 e x maior que 9 também.

Figura 13 – Resolução do aluno A14 – Questão1 – gráfico

Fonte: Do autor, 2015.

Alguns alunos calcularam pontos em que $f(x) < 0$, plotaram os pontos e construíram a reta e após apagaram¹⁴ parte dessa reta, o que pode denotar algum tipo de confusão no momento da resolução. Outro aluno mostra saber que haviam outros pontos, no entanto, só considerou para a construção da reta pontos em que a função fosse positiva, como mostra a Figura14.

Figura 14 – Resolução do aluno A29 – Questão1 – gráfico

Fonte: Do autor, 2015.

A segunda questão envolve vários itens, que tem como objetivo influenciar o aluno a utilizar vários tipos de representação para posteriormente chegar a construção do gráfico. Nessa questão, era intenção que os alunos realizassem conversões entre os diversos tipos de registros solicitados em cada item.

2) Dada a função $f(x) = 3x + 15$, faça o que se pede:

¹⁴ Na resolução de alguns alunos ficou visível que os mesmos haviam apagado com borracha parte da resolução.

a. Qual o valor de $f(x)$ quando x é -3 ?

A seguir é apresentado o quadro 3 demonstrativo do desempenho dos alunos que resolveram o item “a” da segunda questão.

Quadro 3 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item a

	Número de alunos	Porcentagem
Correta	32	74,42%
Incorreta	2	4,65%
Em branco	9	20,93%
TOTAL	43	100%

Fonte: Do autor, 2015.

A maior parte dos alunos não teve dificuldades em resolver esse item, sendo que a maioria acertou. No entanto, dois alunos erraram a questão. Esses dois alunos, ao realizarem as contas consideraram o valor de $x = 3$ e não de $x = -3$ como dizia o enunciado (Figura 15). Esse erro pode ter acontecido por desatenção ou pela dificuldade dos alunos em realizar operações com números negativos.

Figura 15 – Resolução do aluno A30 – Questão 2, item a

a) Qual o valor de $f(x)$ quando x é -3 ? 24

Fonte: Do autor, 2015.

b. Qual é o valor de x quando $f(x)$ é 9?

A seguir é apresentado o quadro 4 demonstrativo do desempenho dos alunos que resolverem o item “b” da segunda questão.

Quadro 4 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item b

	Número de alunos	Porcentagem
Correta	8	18,60%
Parcialmente correta	6	13,95%
Incorreta	17	39,53%
Em branco	12	27,91%
TOTAL	43	100%

Fonte: Do autor.

Para resolver esse item alguns alunos tinham o pensamento correto de como proceder, no entanto, ao realizarem os tratamentos dentro do registro algébrico, os mesmos erravam, como no caso a seguir, em que o aluno apresenta indícios de um pensamento correto, mas ao realizar a subtração de $9 - 5$ o mesmo

não apresenta o sinal negativo, fazendo com que a resposta final dada fosse 2 e não -2 que seria o correto (Figura 16).

Figura 16 – Resolução do aluno A32 – Questão 2, item b

Fonte: Do autor, 2015.

Outros alunos que também erraram esse item fizeram uma confusão entre x e $f(x)$. Desse modo, em vez de considerarem $f(x) = 9$, os mesmos consideraram $x = 9$, chegando então ao resultado de que $f(x) = 42$ (Figura 17). Essa confusão possivelmente pode ter ocorrido pelo fato de estarem sempre acostumados com os mesmos tipos de perguntas. Assim, para os alunos, tais resoluções acabam se tornando mecânicas, sem reflexões e sem necessidade de uma leitura atenta.

Figura 17 – Resolução do aluno A12 – Questão 2, item b

Fonte: Do autor

c. *Construa uma tabela relacionando 5 diferentes valores para x e y ;*

A seguir é apresentado o quadro 5 demonstrativo do desempenho dos alunos que resolveram o item “c” da segunda questão.

Quadro 5 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item c

	Número de alunos	Porcentagem
Correta	26	60,47%
Parcialmente correta	3	6,98%
Incorreta	5	11,63%
Em branco	9	20,93%
TOTAL	43	100%

Fonte: Do autor, 2015.

Alguns alunos, ao construírem a tabela, a fizeram com apenas 4 valores diferentes para x e y e não com os 5 pedidos no enunciado, respondendo dessa forma parcialmente a questão (Figura 18).

Figura 18 – Resolução do aluno A09 – Questão 2, item c

x	$f(x)$	y
-6	$3 \cdot (-6) + 15$	-3
-5	$3 \cdot (-5) + 15$	0
-4	$3 \cdot (-4) + 15$	3
-3	$3 \cdot (-3) + 15$	6

Fonte: Do autor, 2015.

Outros alunos construíram a representação tabular como pedia o enunciado, no entanto, utilizaram de outra função para calcular os valores para y . Esse fato pode ser observado nas resoluções de 5 alunos que utilizaram da mesma função $f(x) = x - 2$ (Figura 19). Possivelmente esses alunos utilizaram a resposta do item anterior que dava como resultado -2 para construir a tabela. Podemos dizer que talvez esses alunos não tenham compreendido o que deveriam realizar para responder a este item.

Figura 19 – Resolução do aluno A16 – Questão 2, item c

x	$f(x)$	y
-2	$-2 - 2$	-4
-1	$-2 - 1$	-3
0	$-2 - 0$	-2
1	$-2 - 1$	-1
2	$-2 - 2$	0

Fonte: Do autor

d. Construa o gráfico de $f(x)$;

A seguir é apresentado o quadro 6 demonstrativo do desempenho dos alunos que resolverem o item “d” da segunda questão.

Quadro 6 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item d

	Número de alunos	Porcentagem
Correta	23	53,49%
Parcialmente correta	2	4,65%
Incorreta	4	9,30%
Em branco	14	32,56%
TOTAL	43	100%

Fonte: Do autor, 2015.

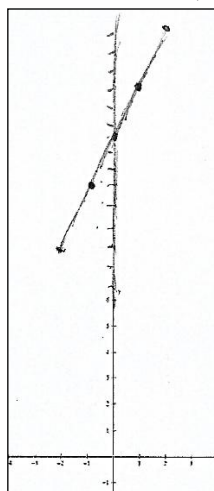
Alguns dos alunos que no item anterior construíram uma tabela com a função $f(x) = x - 2$, para responder a este item, fizeram a construção de uma nova tabela utilizando a função dada inicialmente na questão (Figura 20 e Figura 21). Acreditamos que esses alunos não tinham consciência do que precisavam fazer no item “c”, mas tinham ideia de que para a construção do gráfico deveriam utilizar da função original. Podemos inferir, ainda, que enunciados como o relativo ao item “c” não são enunciados com os quais os alunos estejam acostumados.

Figura 20 – Resolução do aluno A16 – Questão 2, item d – tabela

0	3	0 + 15	15
-2	3	(-2) + 15	9
-2	(-1)	+ 15	12
0	3	0 + 15	15
1	3	2 + 15	18
2	3	2 + 15	21

Fonte: Do autor, 2015.

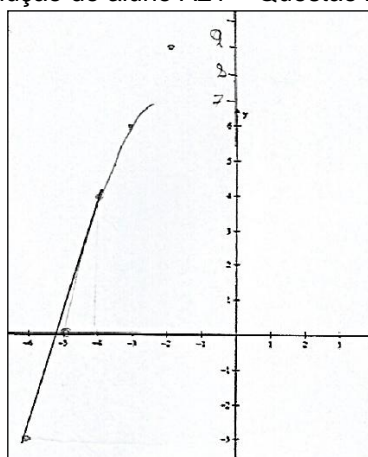
Figura 21 – Resolução do aluno A16 – Questão 2, item d – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

Podemos observar também que alguns alunos, após desenharem os pontos no plano cartesiano, sentiram dificuldades em construir a reta, dado que os pontos não ficaram colineares em seus registros. Em alguns casos, isso aconteceu devido ao fato de que alguns alunos aumentaram os eixos não respeitando as escalas, além de colocarem os pontos em locais próximos ao local correto, como na Figura 22.

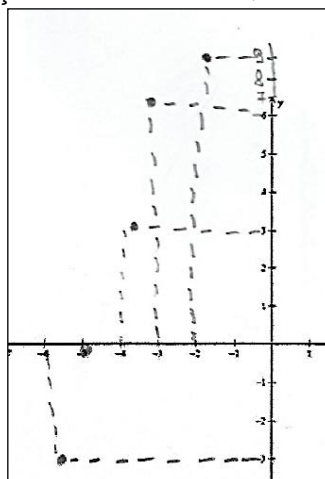
Figura 22 – Resolução do aluno A21 – Questão 2, item d – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

Outro exemplo é da resolução do aluno A41 (Figura 23), cujos pontos ficaram tão fora do local correto, que o mesmo não conseguiu construir a reta passando por todos os pontos.

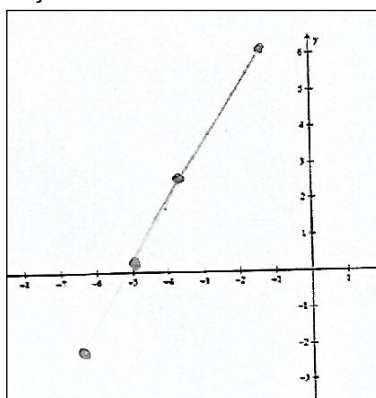
Figura 23 – Resolução do aluno A41 – Questão 2, item d – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

Na resolução de alguns alunos fica visível que os mesmos possivelmente acreditam que apenas os pares ordenados calculados por eles são os que valem para a função, desconsiderando (ou ignorando) os conceitos de domínio e contradomínio da função (Figura 24). Desse modo, eles apenas ligam os pontos por eles localizados por conta de “algoritmizarem” o processo relacionado à construção de gráficos de funções do primeiro grau, possivelmente sem entender o que significa traçar a reta, ligando os pontos, ação comum no contexto escolar em que os alunos, embora realizem atividades, ignoram os conceitos.

Figura 24 – Resolução do aluno A27 – Questão 2, item d – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

e. Baseado no gráfico dessa função, explique o que significa dizer para quais valores de x a função é positiva.

A seguir é apresentado o quadro 7 demonstrativo do desempenho dos alunos que resolverem o item “e” da segunda questão.

Quadro 7 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 2 item e

	Número de alunos	Porcentagem
Correta	0	0,00%
Parcialmente correta	5	11,63%
Incorreta	14	32,56%
Em branco	24	55,81%
TOTAL	43	100%

Fonte: Do autor.

Como já comentado anteriormente inferimos que os alunos consideram apenas os números inteiros na construção dos gráficos. Dessa forma, podemos dizer que possivelmente esses alunos não entendem o motivo de traçar uma reta entre esses pontos e nem qual o significado dessa reta. Ao responder o item “e”, vários alunos consideraram a função positiva apenas para alguns pontos, como o aluno A20 (Figura 25) que considerou a função positiva a partir dos pontos $(-4,3)$ e $(-3,6)$. Talvez tenha considerado dois valores para x , aleatoriamente -4 e -3 , e por ter obtido valores positivos para $f(x)$, tenha apostado nessa resposta.

Figura 25 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item e

e) (partir do ponto
 $x = -4, y = 3$ e $x = -3, y = 6$
 a função é positiva

Fonte: Do autor, 2015.

Já os alunos que calcularam os valores de $f(x)$ com x variando entre $(-2, 2)$ obtiveram valores altos, dessa forma, para responder a esse item, muitos disseram que a função ficaria negativa para baixo (Figura 26). Acreditamos que esses alunos queriam dizer que a função passaria a ser negativa no momento em que a mesma ultrapassasse o eixo x .

Figura 26 – Resolução do aluno A31 – Questão 2, item e

E - Ela vai ficar
 negativa
 para baixo

Fonte: Do autor, 2015.

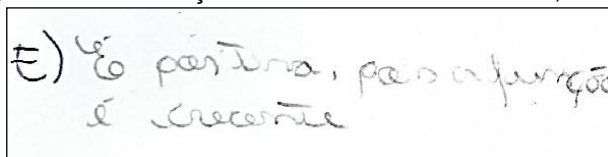
Nas resoluções de três alunos podemos perceber que eles possivelmente não compreendem o significado do coeficiente angular e qual a função do mesmo, pois eles justificam que a função é positiva para alguns valores de x pelo fato da função ter o seu coeficiente angular positivo (Figura 27). Se por um lado isso denota que os alunos não sabem o significado do coeficiente angular em uma função polinomial do primeiro grau, por outro, pode significar que o aluno recorda já ter estudado o assunto e que esse valor influencia, de algum modo, o gráfico da função.

Figura 27 – Resolução do aluno A09 – Questão 2, item e

Por que o "a" é
 positivo

Fonte: Do autor, 2015.

Já outros alunos afirmaram que a função é uma função positiva, pois é crescente (Figura 28). Fica evidente que esses alunos confundem o que é afirmar que uma função é crescente e o que significa dizer que um intervalo da função é positivo.

Figura 28 – Resolução do aluno A37 – Questão 2, item e


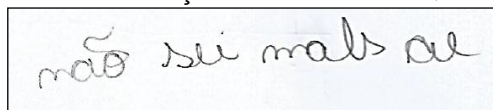
E) É positiva, pois a função é crescente

Fonte: Do autor, 2015.

A terceira questão aplicada aos alunos, assim como a segunda, também envolve vários itens, no entanto se trata de uma questão contextualizada. Com essa questão pretendemos observar como os alunos lidam com uma situação similar à anterior, mas envolta a um contexto em que o conceito de função polinomial do primeiro grau é empregado.

3) A função $m(t) = -0,5t + 13$ representa a massa m de gás presente no botijão em função do tempo t , em dias.

No geral, a questão 3 foi pouco respondida pelos alunos, como no caso do aluno A34 (Figura 29), que ao não saber resolver a questão, escreveu “*não sei mais ae*” o que denota que o mesmo sentiu-se, em certa medida, culpado por não conseguir responder.

Figura 29 – Resolução do aluno A34 – Questão 3


não sei mais ae

Fonte: Do autor, 2015.

Outros quatro alunos responderam corretamente os itens “a” e “b”, mas não responderam os outros itens, o que nos faz pensar que possivelmente a ideia do contexto dificulta a compreensão do que deveria ser feito pelos alunos, visto que a segunda questão tenha sido mais respondida pelos alunos. Essa conclusão não significa que questões contextualizadas devam ser evitadas em sala de aula, mas ao contrário, que elas têm sido evitadas e conseqüentemente, os alunos têm apresentado dificuldades em realizar a conversão do contexto língua natural para o contexto matemático em situações como estas. Isso revela um cenário em que pouco do que se aprende em matemática na escola tem sido utilizado pelos alunos em contextos extraescolares e que se faz urgente um trabalho efetivo em sala de

aula que atente para os aspectos apresentados nesta pesquisa. A seguir é apresentado cada item separadamente, com as análises de algumas resoluções.

a. Qual a quantidade de gás restante no botijão, após 17 dias?

A seguir é apresentado o quadro 8 demonstrativo do desempenho dos alunos que resolverem o item “a” da terceira questão.

Quadro 8 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 3 item a

	Número de alunos	Porcentagem
Correta	12	27,91%
Incorreta	1	2,33%
Em branco	30	69,77%
TOTAL	43	100%

Fonte: Do autor, 2015.

Um dos alunos, ao resolver o item, considerou $x = 18$ chegando a resposta que após 18 dias a quantidade de gás restante no botijão era de 4 kg (Figura 30). Com essa resolução podemos perceber que esse aluno está considerando apenas números inteiros, e não os números reais, pois para ele possivelmente o próximo número após o 17 é o 18, visto que o mesmo não considera os infinitos números reais contidos entre os dois.

Figura 30 – Resolução do aluno A42 – Questão 3, item a

Fonte: Do autor, 2015.

Dos outros alunos que responderam ao item todos chegaram ao mesmo resultado, que a quantidade de gás restante no botijão era de $4,5\text{ kg}$ (Figura 31), o que significa que após 17 dias, haverá $4,5\text{ kg}$ de gás no bitijão.

Figura 31 – Resolução do aluno A22 – Questão 3, item a

Fonte: Do autor, 2015.

b) Quantos dias levam para que o botijão fique vazio?

A seguir é apresentado o quadro 9 demonstrativo do desempenho dos alunos que resolverem o item “b” da terceira questão.

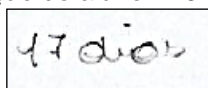
Quadro 9 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 3 item b

	Número de alunos	Porcentagem
Correta	7	16,28%
Incorreta	7	16,28%
Em branco	29	67,44%
TOTAL	43	100%

Fonte: Do autor, 2015.

Alguns alunos, ao responderem ao item, disseram que o botijão levaria 17 dias para ficar vazio. Isso pode denotar que os alunos provavelmente não tinham consciência do que estavam realizando, pois no item anterior os mesmos responderam corretamente que após 17 dias haveria ainda 4,5 kg de gás no botijão, o que causa uma contradição com as duas afirmações (Figura 32).

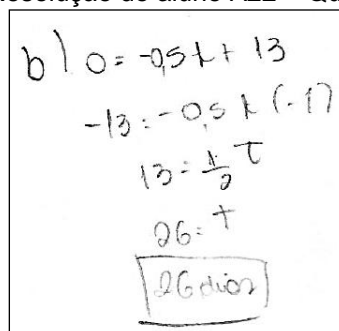
Figura 32 – Resolução do aluno A13 – Questão 3, item b



Fonte: Do autor, 2015.

Dos outros alunos que responderam ao item, alguns fizeram a representação algébrica e após realizados os devidos tratamentos chegaram a conclusão de que o botijão leva 26 dias para ficar vazio (figura 33).

Figura 33 – Resolução do aluno A22 – Questão 3, item b



$$\begin{aligned}
 b) \quad 0 &= -0,5t + 13 \\
 -13 &= -0,5t (-17) \\
 13 &= \frac{1}{2}t \\
 26 &= t \\
 &\boxed{26 \text{ dias}}
 \end{aligned}$$

Fonte: Do autor, 2015.

c) Determine uma representação gráfica da função acima;

A seguir é apresentado o quadro 10 demonstrativo do desempenho dos alunos que resolverem o item “c” da terceira questão.

Quadro 10 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 3 item c

	Número de alunos	Porcentagem
Correta	8	18,60%
Incorreta	3	6,98%
Em branco	32	74,42%
TOTAL	43	100%

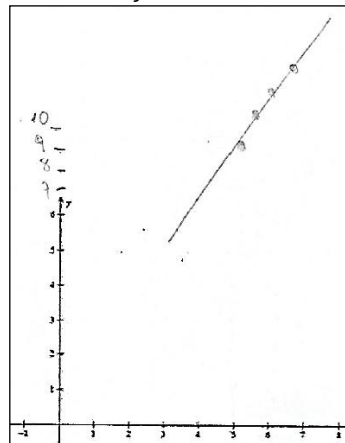
Fonte: Do autor.

Um aluno fez a representação tabular corretamente, mas no momento de desenhar os pontos e construir o gráfico, o mesmo o fez de forma incorreta. Acreditamos que esse aluno, ao perceber o comportamento estranho do gráfico quando analisado o contexto, escreveu que os valores não estavam dando certo (Figura 34, Figura 35 e Figura 36). Nesse momento fica visível a dificuldade desse aluno em realizar a conversão entre os registros. Isso só revela o quanto é importante oportunizar situações em que os alunos precisem necessariamente realizar conversões entre registros matemáticos, principalmente conversões que consideram um contexto extra matemático, dado que o desconforto causado pela obtenção de resultados “estranhos” pode ocasionar uma atitude investigativa por parte dos alunos.

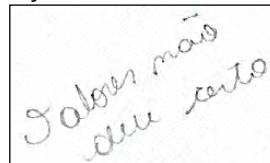
Figura 34 – Resolução do aluno A15 – Questão 3, item c – tabela

4	$m(t) = -0,5t + 13$
5	$m(t) = -0,5 \cdot 5 + 13 = 10,5$
6	$m(t) = -0,5 \cdot 6 + 13 = 10$
7	$m(t) = -0,5 \cdot 7 + 13 = 9,5$
8	$m(t) = -0,5 \cdot 8 + 13 = 9$
9	$m(t) = -0,5 \cdot 9 + 13 = 8,5$

Fonte: Do autor, 2015.

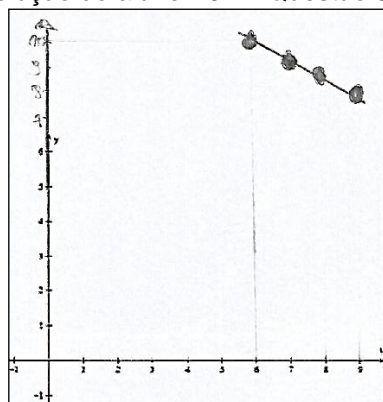
Figura 35 – Resolução do aluno A15 – gráfico

Fonte: Do autor, 2015.

Figura 36 – Resolução do aluno A15 – Questão 3, item c

Fonte: Do autor, 2015.

Dois dos alunos utilizaram inicialmente o registro tabular e posteriormente o registro gráfico. No entanto, esses mesmos alunos fizeram a representação gráfica considerando, aparentemente, que os únicos pontos que valem são os quatros pares ordenados encontrados (Figura 37). Dessa forma, podemos evidenciar que possivelmente esses alunos não entendem o significado da reta que liga esses pontos, tampouco que os valores contidos entre eles também fazem parte da função – aliás, resultado recorrente nesse trabalho.

Figura 37 – Resolução do aluno A02 – Questão 3, item c – gráfico

Fonte: Do autor, 2015.

d) O que acontece com os valores da função quando $m(t) < 0$?

A seguir é apresentado o quadro 11 demonstrativo do desempenho dos alunos que resolverem o item “d” da segunda questão.

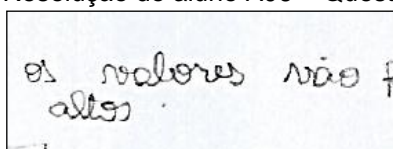
Quadro 11 – Desempenho dos alunos ao resolverem a questão 3 item d

	Número de alunos	Porcentagem
Correta	0	0,00%
Parcialmente correta	1	2,33%
Incorreta	4	9,30%
Em branco	38	88,37%
TOTAL	43	100%

Fonte: Do autor, 2015..

Dois alunos fizeram as resoluções corretas das questões, mas ao resolverem esse item os mesmos não se deram conta de que o domínio trabalhado na questão não era para todos os números reais. Isso possivelmente gerou uma confusão, pois os mesmos confundiram $m(t) < 0$ com $t < 0$, o que fez com que esses alunos errassem ao responder que os valores iriam aumentar (embora isso também estivesse errado, dado que a função é definida apenas para o intervalo de $[0, 26]$) (Figura 38).

Figura 38 – Resolução do aluno A06 – Questão 3, item d

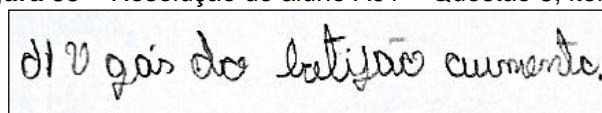


os valores não são altos.

Fonte: Do autor, 2015.

O aluno A01 confundiu a escrita e para responder considerou $m(t) > 0$ e não $m(t) < 0$ como escrito na questão. Dessa forma, o aluno concluiu que quanto maior for o valor de $m(t)$ maior será a quantidade de gás no botijão (Figura 39). Apesar desse equívoco por parte do aluno, o mesmo respondeu de forma correta os outros itens apresentados na questão, o que mostra que possivelmente esse aluno tenha errado por não ter realizado a leitura do item com atenção.

Figura 39 – Resolução do aluno A01 – Questão 3, item d



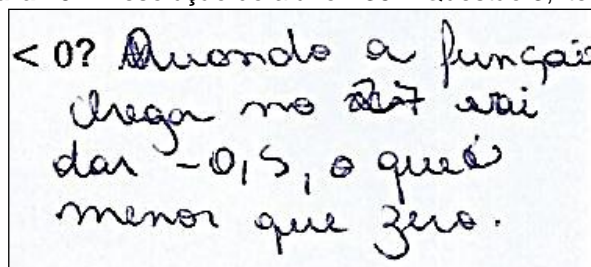
o gás do botijão aumenta.

Fonte: Do autor, 2015.

Outro aluno, ao responder, não fez relação alguma com o contexto apresentado na questão (Figura 40). O que nos mostra que possivelmente os alunos

não estejam acostumados a trabalhar com atividades contextualizados, nas quais devem pensar primeiramente no contexto abordado para depois resolver a questão.

Figura 40 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item d



< 0? Quando a função chega no zero está dando -0,5, o que é menor que zero.

Fonte: Do autor, 2015.

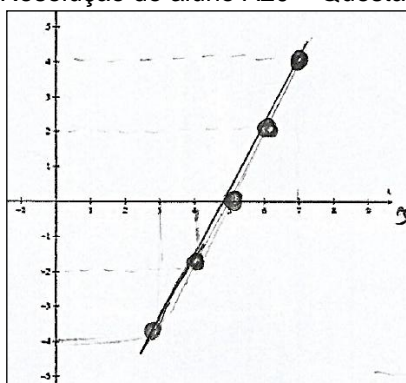
Como já dito anteriormente, o enunciado é muito importante dentro das atividades matemáticas. Pois ele irá influenciar as representações que os alunos irão utilizar.

Buscamos com esse trabalho tentar responder como os enunciados das questões podem influenciar os registros utilizados pelos alunos e as atividades de tratamento, conversão e coordenação entre os registros. Para isto, de modo a complementar as análises até então realizadas, será realizada uma análise vertical das questões de alguns alunos de forma a tentar responder nosso problema de pesquisa. A análise que denominamos vertical refere-se ao estudo das resoluções de um único aluno para as 3 questões matemáticas.

O aluno A20 (Figura 41), ao resolver a primeira questão, primeiramente fez a representação tabular para, a partir dela, realizar a conversão para a representação gráfica. Podemos dizer que ou este aluno compreende que a função pode ser representada por esses dois registros ou que essa conversão tem sido exercitada pelos alunos nas aulas de matemática independente de haver ou não uma discussão mais aprofundada em relação aos conceitos presentes.

Outra observação que podemos realizar ainda sobre essa primeira questão é o fato de que no momento em que o aluno desenha os pontos, encontrados a partir da tabela, o mesmo realizou as marcações forçando o lápis, o que denota que esse aluno pode acreditar que apenas os números inteiros são válidos na função.

Figura 41 – Resolução do aluno A20 – Questão 1 – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

Na segunda questão, no item “a”, o aluno realizou a representação e os tratamentos de forma correta (Figura 42). Consideramos que esse tipo de atividade, envolvendo esse tratamento matemático, tem sido realizado pelo professor em sala.

Figura 42 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item a

$$\begin{array}{l} \text{a) } 3x + 15 \\ 3(3) + 15 = 6 \end{array}$$

Fonte: Do autor, 2015.

Dessa forma, ao se deparar com o item “b” o aluno confundiu o x com $f(x)$ (Figura 43). Possivelmente por estar acostumado a resolver questões como o item “a”, mas não o inverso como apresentado. Dessa forma a compreensão dos conteúdos pelos alunos fica limitada, uma vez que apenas uma das formas é trabalhada em sala. Consideramos importante que os alunos tenham a oportunidade de realizar o tratamento (e as conversões) nos dois sentidos das transformações entre registros.

Figura 43 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item b

$$\text{b) } 3 \cdot 9 + 15 = 42$$

Fonte: Do autor, 2015.

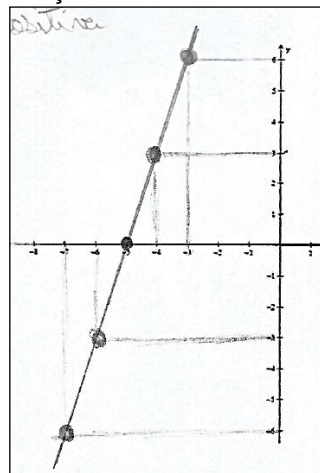
Já nos itens “c” e “d” o aluno não teve dificuldade em resolver, visto que na questão anterior o mesmo já havia realizado uma atividade semelhante (Figura 44 e Figura 45).

Figura 44 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item c

x	$3x + 15$	y
-7	$3(-7) + 15$	-6
-6	$3(-6) + 15$	-3
-5	$3(-5) + 15$	0
-4	$3(-4) + 15$	3
-3	$3(-3) + 15$	6

Fonte: Do autor, 2015.

Figura 45 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item d



Fonte: Do autor, 2015.

No item “e” o aluno se expressa dizendo que a função só será positiva para (a partir de) dois valores inteiros, mesmo que no gráfico o mesmo tenha traçado uma reta, fica visível que esse aluno possivelmente não tenha ideia do que essa reta ligando os pontos significa (Figura 46).

Figura 46 – Resolução do aluno A20 – Questão 2, item e

e) (a partir do ponto $x = -4, y = 3$ e $x = -3, y = 6$ a função é positiva)

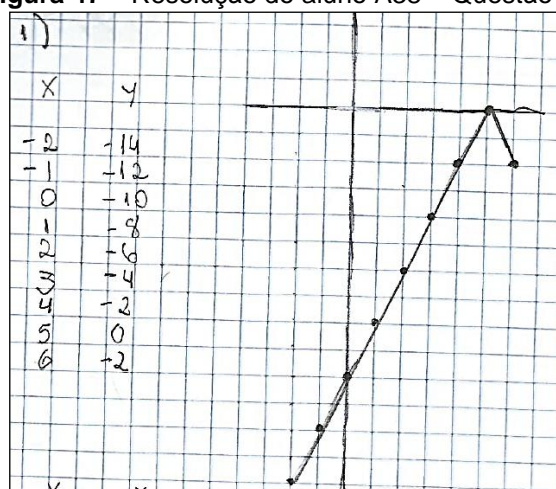
Fonte: Do autor, 2015.

Já na terceira questão o aluno deixou em branco. Uma possível interpretação é que esse aluno não resolveu pelo fato de ser uma questão

contextualizada e por utilizar t e $m(t)$ em vez de x e $f(x)$, como estão habitualmente acostumados a trabalhar.

Outro aluno, o A38, ao resolver a primeira questão construiu a representação tabular da função, sendo que ao construir essa tabela o mesmo realizou um tratamento errado, o que resultou em um par ordenado $(6, -2)$ (Figura 47). Possivelmente isso ocorreu pelo fato de que esse aluno não sabe identificar uma expressão que represente uma reta, pois após feita a tabela o mesmo realizou a representação gráfica de forma que o ponto que foi calculado errado fizesse parte do gráfico, obtendo, então, em vez de uma reta, uma função que lembra uma função modular.

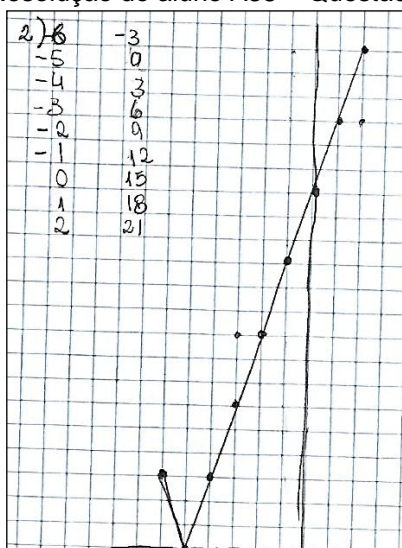
Figura 47 – Resolução do aluno A38 – Questão 1



Fonte: Do autor, 2015.

Para responder a segunda questão o aluno apresentou os cálculos de forma correta, no entanto, no momento de construir o gráfico, novamente o mesmo construiu uma função que lembra uma função modular em vez da função linear (Figura 48). Embora nos primeiros itens o aluno tenha acertado, ao construir a representação acabou cometendo o mesmo erro anterior, o que nos leva a considerar outra possível interpretação, a de que o aluno poderia estar estudando em casa e/ou no colégio a função modular, ignorando as distinções entre as duas funções.

Figura 48 – Resolução do aluno A38 – Questão 2, item c e d

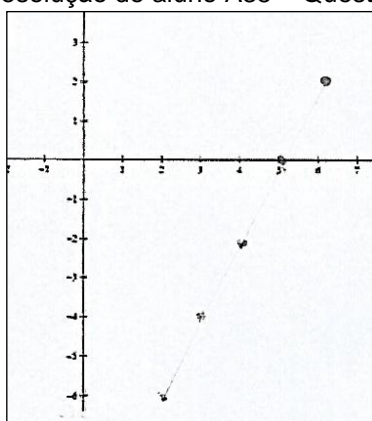


Fonte: Do autor, 2015.

Apesar dos erros e acertos apresentados pelo aluno A38, o mesmo, ao se deparar com um enunciado contextualizado, não o resolveu, possivelmente por não estar acostumado com exercícios contextualizados.

O aluno A35, ao responder a primeira questão, como a maioria dos alunos, realizou a construção da representação tabular e posteriormente, a partir dos pontos encontrados, fez uma representação no plano cartesiano (Figura 49). Observando o gráfico acreditamos que possivelmente esse aluno considera apenas os números inteiros, não considerando a possibilidade de realizar a ligação entre os pontos por meio de uma reta.

Figura 49 – Resolução do aluno A35 – Questão 1 – gráfico



Fonte: Do autor, 2015.

Em sua resolução, na segunda questão, cometeu o mesmo erro apresentado pelo aluno A38 em que trocou o x pelo $f(x)$ (Figura 50). Também

possivelmente pelo fato de muitos professores não abordarem esse tipo de questão em sala.

Figura 50 – Resolução do aluno A35 – Questão 2, item b

O valor é 42

Fonte: Do autor, 2015.

Apesar do item "c" solicitar a construção de uma tabela relacionando 5 valores diferentes o aluno construiu a mesma com apenas 4 valores diferentes para x e $f(x)$ (Figura 51).

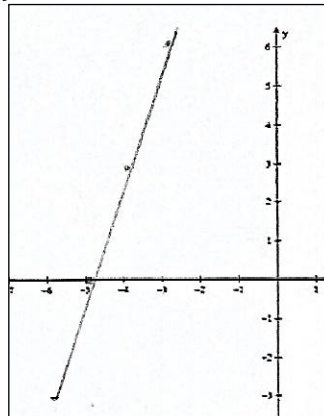
Figura 51 – Resolução do aluno A35 – Questão 2, item c

x	$3x + 15$	y
-6	$3 \cdot -6 + 15$	-3
-5	$3 \cdot -5 + 15$	0
-4	$3 \cdot -4 + 15$	3
-3	$3 \cdot -3 + 15$	6

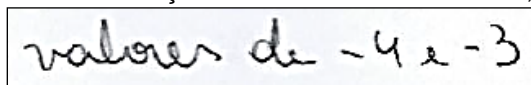
Fonte: Do autor, 2015.

No item "d", embora o aluno tenha realizado uma representação gráfica correta (Figura 52), acreditamos que o aluno considera apenas os números inteiros, dado que o mesmo, ao responder o item "e", considera apenas os números inteiros, ao afirmar que a função é positiva apenas para os valores de $x = -4$ e $x = -3$ (Figura 53).

Figura 52 – Resolução do aluno A35 – Questão 2, item d – gráfico



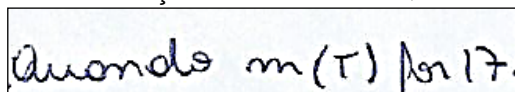
Fonte: Do autor, 2015.

Figura 53 – Resolução do aluno A35 – Questão 2, item e


valores de -4 e -3

Fonte: Do autor, 2015.

Já na terceira questão é possível observar a dificuldade encontrada pelo aluno dado que se tratava de uma questão contextualizada. Assim, no primeiro item o aluno não responde, no segundo o mesmo afirma que o botijão levará 17 dias para ficar vazio (Figura 54). Essa afirmação denota que o aluno buscou palavras-chaves para responder. Como o mesmo não sabia realizar os cálculos, ele utilizou das próprias informações apresentadas para responder.

Figura 54 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item b


Quando $m(T)$ por 17.

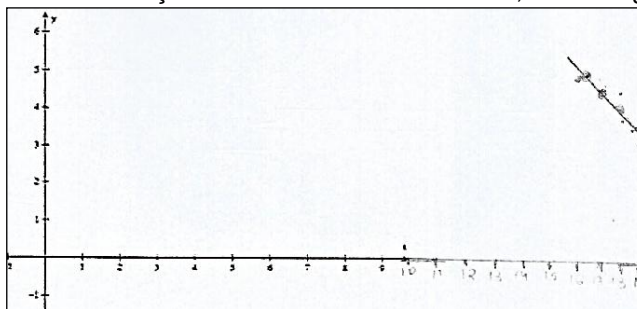
Fonte: Do autor, 2015.

Para realizar a representação gráfica, o aluno fez como a maioria dos alunos, construindo primeiramente uma tabela relacionando os valores de x e y . No entanto esse aluno atribuiu valores para x próximos ao número 17, que foi apresentado no primeiro item, o que dificultou a interpretação da questão pelo aluno (Figura 55 e Figura 56).

Figura 55 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item c – tabela

x	$-0,5T + 13$	y
20	$-0,5 \cdot 20 + 13$	3
19	$-0,5 \cdot 19 + 13$	3,5
18	$-0,5 \cdot 18 + 13$	4
17	$-0,5 \cdot 17 + 13$	4,5
16	$-0,5 \cdot 16 + 13$	5

Fonte: Do autor, 2015.

Figura 56 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item c – gráfico

Fonte: Do autor, 2015.

Por fim, no item “d”, o aluno responde a questão dizendo que a partir do $x = 27$ a função será menor que zero. O aluno respondeu a questão sem realizar nenhuma relação com o contexto apresentado, já que $f(x)$ menor que zero não faz sentido na situação (Figura 57). Isso pode significar que a conversão realizada pode não representar de fato uma conversão, já que o contexto, que deve ser considerado no processo de resolução, não foi utilizado para validação dos alunos e, conseqüentemente, o registro final não representa, para o aluno, o registro inicial da situação (e o mesmo objeto matemático).

Figura 57 – Resolução do aluno A35 – Questão 3, item d

Fonte: Do autor, 2015.

Para Duval (2009, p. 16), “do ponto de vista matemático, a conversão intervém [...] para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em um ou outro registro”. Isso vem ao encontro do que os alunos realizaram nas resoluções, pois muitos utilizaram do registro tabular como um suporte para a construção do registro gráfico. Ou eles utilizam das duas representações com o intuito de buscar compreender melhor como é possível resolver a questão, ou o fazem devido à tradição escolar, que os ensinou a fazer assim, sem que necessariamente haja uma compreensão da conversão presente.

Considerando a segunda e terceira questões, podemos observar que os alunos utilizaram da linguagem algébrica, aritmética, gráfica e natural, diferentes registros de representação. Esta variada utilização se deu pelo fato de que os

enunciados direcionavam os alunos a tais representações. Acreditamos que justamente por isso, na primeira questão não houve a mesma variedade.

De acordo com Duval (2009, p.63) “a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos”. Observando os registros dos alunos na questão 3, item b, por exemplo, percebemos que muitos dos alunos não conseguiram realizar a conversão da situação-problema para o registro algébrico de forma a solucionar corretamente o item. Isso denota tanto a importância de enunciados que requeiram dos alunos a realização de conversões, quanto a importância do professor que precisa mediar a utilização desses registros e, conseqüentemente, a compreensão do aluno.

Compreender questões matemáticas nunca foi uma tarefa fácil, pois, para isso faz-se necessário relacionar as informações verbais presentes nos enunciados com as informações matemáticas e posteriormente juntar essa relação com as estratégias de resoluções. Devido a isso inferimos que os enunciados apresentam muita importância para a compreensão dos alunos, sendo um dos principais aspectos que direcionam o aluno à uma representação ou outra, além de direcionar as possibilidades de encaminhamentos que o aluno pode adotar, dadas suas experiências prévias. Essa afirmação se confirma nas análises realizadas, pois os alunos só realizaram a coordenação entre os diferentes registros de um mesmo objeto matemático nas questões 2 e 3, que requeiram dos alunos isso.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho foi elaborado pensando em meios de contribuir com a aprendizagem matemática dos alunos, no que tange à seleção, desenvolvimento e elaboração de enunciados de questões utilizadas nas aulas de Matemática. Nesse contexto, os registros de representação semiótica têm um papel de extrema importância para essa aprendizagem.

O que se revelou das análises horizontal e vertical realizadas, da pergunta de pesquisa (como os enunciados das questões podem influenciar os registros utilizados pelos alunos e as atividades de tratamento, conversão e coordenação entre os registros?) e da fundamentação teórica utilizada, foi principalmente a dificuldade encontrada pelos alunos em relacionar diretamente a expressão algébrica com a expressão gráfica da função, visto que todos os alunos utilizaram da expressão tabular como suporte para chegar à expressão gráfica, o que pode significar que os alunos não conhecem ou compreendem a influência dos parâmetros numéricos da função do primeiro grau na representação gráfica da função. Acreditamos que, se diante da necessidade de construir um gráfico de uma função qualquer, os alunos sempre atribuírem valores para x de modo a obter o $f(x)$ correspondente, possivelmente terão dificuldades em compreender as especificidades de cada tipo de função e de reconhecer uma função do primeiro grau em meio a outras, por exemplo.

Evidenciou-se, também, que muitos alunos, ao trabalharem com funções do primeiro grau, consideram como domínio apenas os números inteiros. Isso pode ser observado quando, no momento de registrar a expressão gráfica, esses alunos acabavam dando destaque maior aos pontos desenhados do que à reta propriamente, a qual, em alguns casos, nem mesmo apareceu nas resoluções.

O fato dos alunos considerarem apenas os números inteiros, possivelmente decorre da tradição escolar, em que os professores na maior parte das vezes, ao resolverem questões que envolvem esse conteúdo, trabalham apenas com um determinado conjunto de números inteiros para x , o que limita a compreensão do conceito pelos alunos. Desse modo, os alunos passam a acreditar que ao se trabalhar com funções, apenas os números inteiros devem ser utilizados. Talvez até ignorem a existência de outros números no intervalo entre dois inteiros, sendo a

reta, nesse sentido, uma linha que, embora seja parte do algoritmo de resolução que seguem, não apresenta significados.

Outro ponto importante observado nas análises é o fato de que os alunos tenham apresentado grande dificuldade ao resolverem questões fora do “comum de sala de aula”, em que os exercícios apresentados são trabalhados repetidamente da mesma forma. Pois, ao se depararem com enunciados como no caso do item b da segunda questão os alunos acabam confundindo x com $f(x)$, o que acarreta em erro. Talvez eles nem tenham se atentado para o enunciado, ou seja, nem refletiram sobre a diferença entre x e $f(x)$ no contexto da atividade.

Observamos, ainda, a dificuldade encontrada pelos alunos ao se depararem com enunciados contextualizados. Como possivelmente esse tipo de questão não é comumente abordada em sala de aula, muito dos alunos deixaram de responder a mesma e, dos alunos que responderam, muitos tiveram grandes dificuldades em realizar a conversão do registro da linguagem natural para o registro matemático.

A partir das análises, consideramos que, de fato, o enunciado é muito importante na construção do conhecimento em matemática, pois é ele quem irá direcionar, em certa medida, as representações que os alunos irão utilizar e, conseqüentemente, os conceitos e estratégias que irão utilizar. Nesse sentido, evidencia-se, também, a importância de diferentes enunciados serem discutidos nas aulas de Matemática, de modo que os alunos possam, dada a variedade de enunciados, reconhecer a importância de uma leitura atenta e de reflexão antes de começar uma resolução.

Percebemos que muitos alunos conseguiram operar no mesmo registro de representação. Pois, realizam o tratamento de forma adequada, possivelmente, pela quantidade de exercícios que os alunos fazem e pelos livros didáticos que, geralmente, privilegiam um tipo de registro.

Os professores devem se atentar para a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, pois por mais que já existam trabalhos nessa área, muitos professores ainda desconhecem suas ideias e, no entanto, segundo Damm (2012, p.169) “não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação”.

Segundo essa teoria “[...] a utilização de diferentes representações semióticas contribui para uma reorganização do pensamento do aluno e influencia a atividade cognitiva da pessoa que as utiliza” (VERTUAN, 2007, p. 20).

Assim, a análise realizada denota a importância dos enunciados para que os alunos tenham uma maior compreensão do objeto matemático estudado, visto que verificamos que os conceitos matemáticos podem ser mais bem compreendidos quando o aluno domina as várias formas de representar esse conceito, ou relacionadas a esse conceito. Nesse sentido, é tarefa do professor propiciar situações em que se faça necessário o uso dessas diferentes representações, mesmo porque às vezes existe o predomínio de uma representação em relação a outras, até devido à tradição escolar.

Por fim, esperamos que esse trabalho motive os professores/pesquisadores a explorarem mais esse tema de pesquisa, pois devemos cada vez mais buscar formas para compreender e auxiliar os alunos em sua aprendizagem matemática, principalmente no que diz respeito às compreensões dos modos de lidar dos alunos quando envolvidos com enunciados de questões matemáticas.

Este trabalho é de suma importância também para formação acadêmica, por se tratar de minha área de interesse, e uma das possibilidades de continuidade da pesquisa seria a realização de uma avaliação em duas fases, em que voltaríamos às mesmas turmas com as questões corrigidas e questionaríamos os alunos sobre o motivo de suas respostas. Além disso, acredito ter importância para toda a comunidade de professores da Educação Básica que estão sempre buscando compreender as formas com que seus alunos aprendem.

REFERÊNCIAS

ANASTACIO, Maria Queiroga Amoroso. **Tecendo Fios que constituem a Matemática escolar: um olhar do pesquisador.** In: 28ª Reunião da Anped, 2005, Caxambú. 40 anos de Pós-Graduação em Educação no Brasil. Rio de Janeiro: Anped, 2005. Disponível em: <http://www.ufrjr.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/tecendo.pdf>. Acesso em: 07 out. 2015.

ARRAIS, Ubiratan Barros. Registros de Representação Semiótica. **Dia de matemática.** Disponível em: <http://www.diadematematica.com/Ubiratan_Arrais/ARTIGO_REGISTROS_DE_REPRESENTACAO_SEMIOTICA.htm#_ftn1>. Acesso em: 29 set. 2015.

BONGIOVANNI, Vincenzo; VISSOTO, Olímpio R. L.; LAUREANO, José L. T.; **Matemática e Vida: 2º grau. Vol1, 6ªed.,** São Paulo: Editora Ática, 1998.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari K. - **Características da investigação qualitativa.** In: Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto, Porto Editora, 1994, p. 47- 51. Disponível em: <https://www.academia.edu/6674293/Bogdan_Biklen_investigacao_qualitativa_em_educacao>. Acesso em: 11 abr. 2015.

BUEHRING, Roberta Schnorr, FLORES, Cláudia Regina, MORETTI, Mérciles Thadeu. O tratamento da informação nos livros didáticos e a teoria das representações semióticas. **REREMAT** - Revista Eletrônica de Republicação em Educação Matemática. UFSC, 2005.

DAMM, Regina F. **Registros de Representação** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.), Educação matemática: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2012, p.167-188.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais.** Tradução Lênio Fernandes Levy, Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2009.

_____. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas,** - São Paulo: PROEM, 2011.

_____. **Registros de representação.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). Educação Matemática: uma (nova) introdução. 3. Ed. São Paulo: Educ, 2012, p. 167-188.

_____. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.* 8. ed. Campinas: Papirus, 2013. p. 11-33.

FEIO, Evandro S. P. ; SILVEIRA, Marisa R. A. **A conversão da língua natural para a linguagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica.** In: VI Encontro paraense de educação matemática, 2008, Belém. VI Encontro paraense de educação matemática, 2008. Disponível em: <<http://www.ufpa.br/npadc/gelim/trabalhos/Evandro%20Feio.pdf>>. Acesso em: 17 mar. 2015.

FLORES, Cláudia Regina; MORETTI, Mércles Thadeu. O Funcionamento Cognitivo e Semiótico das Representações Gráficas: ponto de análise para a aprendizagem matemática. In: 28ª Reunião da Amped, 2005, Rio de Janeiro. **Anais.** Rio de Janeiro, 2005. Disponível em: <<http://28reuniao.anped.org.br/textos/gt19/gt19736int.pdf>>. Acesso em: 30 mai. 2015.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.** 29 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, José L. M.; REZENDE, Veridiana. **Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica.** Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, Pr, v.2, n.3, jul-dez. 2013. Disponível em: <<http://www.fecilcam.br/rpem/documentos/v2n3/Entrevista.pdf> >. Acesso em: 01 abr. 2015.

MATTOS, Geraldo. **Dicionário Júnior da Língua Portuguesa.** 3 ed. São Paulo: FTD, 2005.

MENEZES, Luís. Matemática, linguagem e comunicação. **Revista Millenium online,** Lisboa, Portugal, n. 20, out. 2000. Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium/20_ect3.htm>. Acesso em: 01 abr. 2015.

OLIVEIRA, Paulo César; PIRES, Rogério Fernando. O Conceito de Função na Educação Básica via Registros de Representação Semiótica. **Revista Reflexão e Ação,** Santa Cruz do Sul, v.20, n2, p.215-239, jul./dez.2012. Disponível em: <<https://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/download/3038/2246>>. Acesso em: 28 mai. 2015.

OLIVEIRA, Rosenanda Marta. **Formação de professores e profissionalização do ensino : a trajetória dos “IUFM” franceses**. 2009. 121f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2009. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=000449597>>. Acesso em: 27 mai. 2015.

PAIVA, Manoel. **Matemática – Paiva**. 1. Ed. São Paulo: moderna, 2009.

PEIRCE, Charles S. **Semiótica**. Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 4 ed. São Paulo: Perspectiva, 2010.

PEREGO, Franciele. **O que a Produção Escrita pode Revelar? Uma análise de questões de matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006. Disponível em: <http://www.uel.br/pos/mecem/pdf/Dissertacoes/Franciele_Perego.pdf>. Acesso em: 24 abr. 2015.

SEVERO, Daniela Fouchard. **Números racionais e ensino médio: uma busca de significado**. 2009. 66 f. Dissertação (Mestrado em educação e ciências e matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. Disponível em: <http://tede.pucrs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=2010>. Acesso em: 30 mai. 2015.

SILVA, Marcia C. N. **Do Observável para o Oculto: Um Estudo da Produção Escrita de Alunos da 4ª Série em Questões de Matemática**. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005. Disponível em: <http://www.uel.br/pos/mecem/pdf/Dissertacoes/Marcia_Cristina_Nagy_Silva.pdf> Acesso em: 27 abr. 2015.

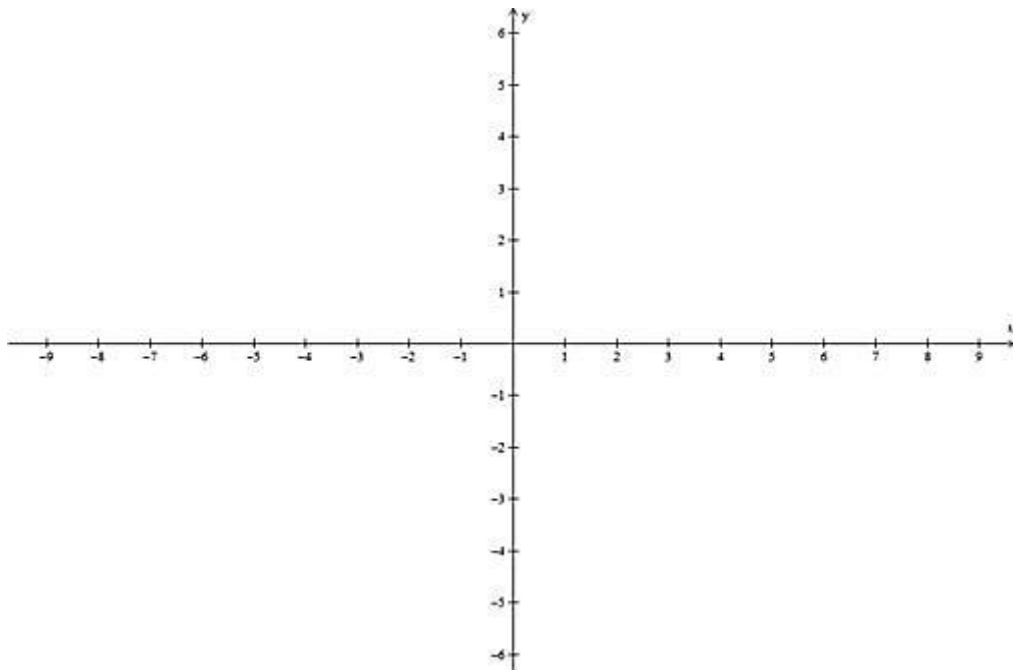
SIRIDAKIS, Tatiane. **A Representação Semiótica como Ponto de Pesquisa: análise de trabalhos do III congresso internacional de ensino da matemática**. 2007. 44 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso Superior de Matemática – Habilitação Licenciatura. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/96745/Tatiane.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 28 mai. 2015.

STRAUSS, Anselm; CORBIN, Juliet. **Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada**. 2. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

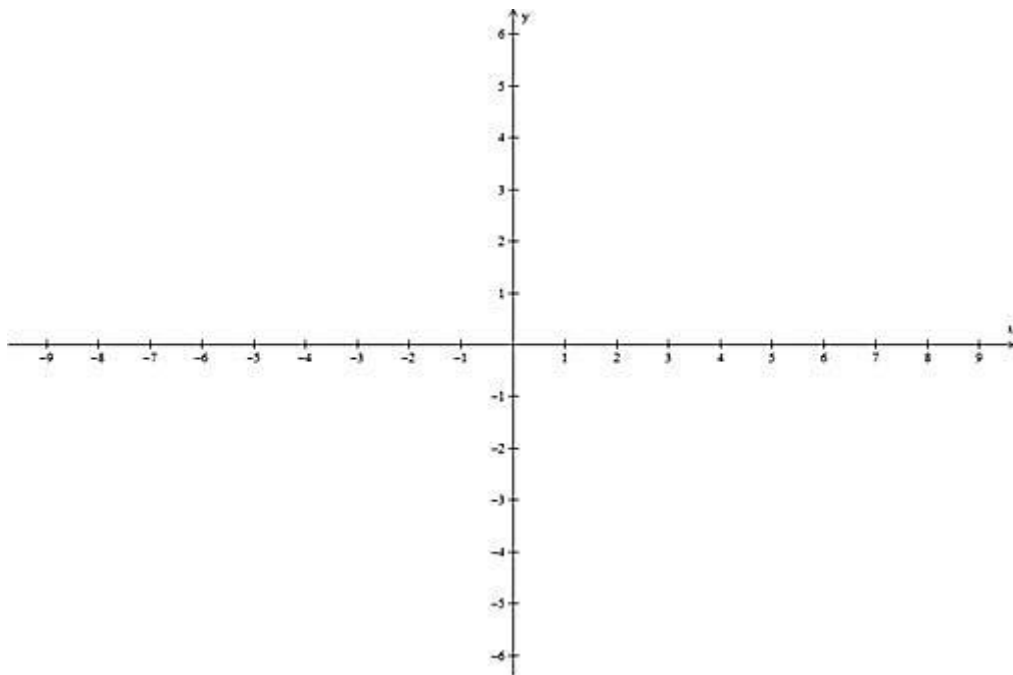
VERTUAN, R. E. **Um Olhar sobre a Modelagem Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007. Disponível em: <http://www.uel.br/pos/mecem/pdf/Dissertacoes/rodolfo_vertuan.pdf > Acesso em: 05 out. 2015.

APÊNDICES

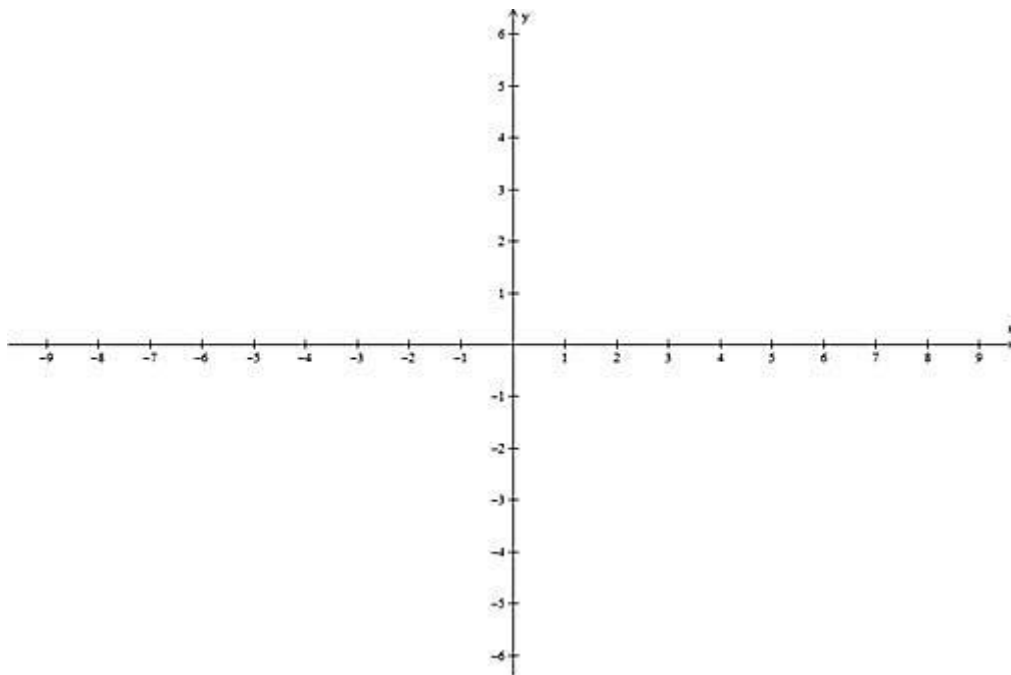
- 1) Dada a função $f(x) = 2x - 10$, determine os valores reais de x para os quais $f(x) > 0$. Faça o gráfico da função.



- 2) Dada a função $f(x) = 3x + 15$, faça o que se pede:
- Qual o valor de $f(x)$ quando x é -3 ?
 - Qual é o valor de x quando $f(x)$ é 9 ?
 - Construa uma tabela relacionando 5 diferentes valores para x e y ;
 - Construa o gráfico de $f(x)$;
 - Baseado no gráfico dessa função, explique o que significa dizer para quais valores de x a função é positiva.



- 3) A função $m(t) = -0,5t + 13$ representa a massa m de gás presente no botijão em função do tempo t , em dias.
- Qual a quantidade de gás restante no botijão, após 17 dias?
 - Quantos dias levam para que o botijão fique vazio?
 - Determine uma representação gráfica da função acima;
 - O que acontece com os valores da função quando $m(t) < 0$?



TERMO DE ASSENTIMENTO

TERMO DE ASSENTIMENTO INFORMADO LIVRE E ESCLARECIDO (Adolescentes com 12 anos completos, maiores de 12 anos e menores de 18 anos)

Informação geral: O assentimento informado para a criança/adolescente não substitui a necessidade de consentimento informado dos pais ou guardiães. O assentimento assinado pela criança demonstra a sua cooperação na pesquisa.

Título do Projeto: A influência dos enunciados de questões matemáticas nas resoluções dos alunos – um estudo em termos dos registros de representação semiótica.

Investigador(a): Rodolfo Eduardo Vertuan e Maiara Cristiele da Silva.

Local da Pesquisa: Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego – Toledo ensino fundamental, médio e profissional.

Endereço: Rua Almirante Barroso, 1551 – Centro. Toledo, Paraná – Brasil.

O que significa assentimento?

O assentimento significa que você concorda em fazer parte de um grupo de adolescentes, da sua faixa de idade, para participar de uma pesquisa. Serão respeitados seus direitos e você receberá todas as informações por mais simples que possam parecer.

Pode ser que este documento denominado TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe do estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

Informação ao sujeito da pesquisa:

a) Apresentação da pesquisa

Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, cujo objetivo é analisar se os enunciados das questões influenciam ou não os registros produzidos pelos alunos, bem como se implicam ou não as ações cognitivas de tratamento, conversão e coordenação. Você participará, caso concorde, respondendo uma lista de questões matemáticas. Com a aplicação dessa lista pretendo analisar e posteriormente inferir, com base na fundamentação teórica, se o enunciado das questões influencia nos tipos de registros de representação e nas ações cognitivas apresentadas e de que forma isso se manifestou.

b) Desconfortos, Riscos e Benefícios.

Conforme a Resolução nº 196 de 10 de outubro de 1996 existe a possibilidade de danos à dimensão psíquica e moral do indivíduo já que envolve questões de caráter pessoal e coletivo. O pesquisador responsável suspenderá a pesquisa imediatamente ao perceber algum risco ou dano à saúde do sujeito participante da pesquisa, conseqüente à mesma, não previsto no termo de consentimento. Os participantes não pagarão e nem serão remunerados por sua participação e poderão, sem qualquer ônus, desistir a qualquer momento da pesquisa.

O projeto de pesquisa foi elaborado pensando em contribuir com as discussões de professores sobre a aprendizagem dos alunos, no que diz respeito à seleção, desenvolvimento e elaboração de enunciados de questões utilizadas nas aulas de Matemática, para que, assim, a comunidade de professores da Educação Básica compreendam as diferentes formas com que seus alunos apreendem.

c) Confidencialidade

A pesquisa não divulgará seu nome, garantindo o anonimato.

d) Critérios de inclusão e exclusão

Foram selecionados para participar dessa pesquisa, alunos matriculados regularmente no primeiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego, da cidade de Toledo-PR. E excluídos alunos matriculados regularmente no ensino médio do Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego com necessidades especiais de aprendizagem (deficiência intelectual).

e) Ressarcimento e indenização.

Estão assegurados o ressarcimento e indenização provenientes de custos ou danos gerados ao participar dessa pesquisa.

f) Contato para dúvidas:

Se você ou os responsáveis por você tiver(em) dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, ou no caso de riscos relacionados ao estudo, você deve contatar o(a) Investigador(a) do estudo ou membro de sua equipe: MAIARA CRISTIELE DA SILVA , celular (45) 9912 5748. Se você tiver dúvidas sobre seus direitos como um paciente de pesquisa, você pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O CEP é constituído por um grupo de profissionais de diversas áreas, com conhecimentos científicos e não científicos que realizam a revisão ética inicial e continuada da pesquisa para mantê-lo seguro e proteger seus direitos.

DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO SUJEITO DA PESQUISA:

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE ASSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste Documento DE ASSENTIMENTO INFORMADO.

NOME DO ADOLESCENTE	ASSINATURA	DATA
---------------------	------------	------

NOME DO INVESTIGADOR	ASSINATURA	DATA
----------------------	------------	------

Endereço do Comitê de Ética em Pesquisa para recurso ou reclamações do sujeito pesquisado
 Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)
 REITORIA: Av. Sete de Setembro, 3165, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, telefone: 3310-4943, e-mail: coep@utfpr.edu.br

TERMO DE CONSENTIMENTO

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do Projeto: A influência dos enunciados de questões matemáticas nas resoluções dos alunos – um estudo em termos dos registros de representação semiótica.

Investigador(a): Rodolfo Eduardo Vertuan e Maiara Cristiele da Silva.

Local da Pesquisa: Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego – Toledo ensino fundamental, médio e profissional.

Endereço: Rua Almirante Barroso, 1551 – Centro. Toledo, Paraná – Brasil.

O que significa o consentimento?

O consentimento significa que você concorda em fazer parte de um grupo de jovens e adultos, para participar de uma pesquisa. Serão respeitados seus direitos e você receberá todas as informações por mais simples que possam parecer.

Pode ser que este documento denominado TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe do estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

Informação ao participante da pesquisa:

a) Apresentação da pesquisa

Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, cujo objetivo é analisar se os enunciados das questões influenciam ou não os registros produzidos pelos alunos, bem como se implicam ou não as ações cognitivas de tratamento, conversão e coordenação. Você participará, caso concorde, respondendo uma lista de questões matemáticas. Com a aplicação dessa lista pretendo analisar e posteriormente inferir, com base na fundamentação teórica, se o enunciado das questões influencia nos tipos de registros de representação e nas ações cognitivas apresentadas e de que forma isso se manifestou.

b) Desconfortos, Riscos e Benefícios.

Conforme a Resolução nº 196 de 10 de outubro de 1996 existe a possibilidade de danos à dimensão psíquica e moral do indivíduo já que envolve questões de caráter pessoal e coletivo. O pesquisador responsável suspenderá a pesquisa imediatamente ao perceber algum risco ou dano à saúde do sujeito participante da pesquisa, conseqüente à mesma, não previsto no termo de consentimento. Os participantes não pagarão e nem serão remunerados por sua participação e poderão, sem qualquer ônus, desistir a qualquer momento da pesquisa.

O projeto de pesquisa foi elaborado pensando em contribuir com as discussões de professores sobre a aprendizagem dos alunos, no que diz respeito à seleção, desenvolvimento e elaboração de enunciados de questões utilizadas nas aulas de Matemática, para que, assim, a comunidade de professores da Educação Básica compreendam as diferentes formas com que seus alunos apreendem.

c) Confidencialidade

A pesquisa não divulgará seu nome, garantindo o anonimato.

d) Critérios de inclusão e exclusão

Foram selecionados para participar dessa pesquisa, alunos matriculados regularmente no primeiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego, da cidade de Toledo-PR. E excluídos alunos matriculados regularmente no ensino médio do Colégio

Estadual Luiz Augusto Morais Rego com necessidades especiais de aprendizagem (deficiência intelectual).

e) Ressarcimento e indenização.

Estão assegurados o ressarcimento e indenização provenientes de custos ou danos gerados ao participar dessa pesquisa.

f) Contato para dúvidas

Se você ou os responsáveis por você tiver(em) dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, ou no caso de riscos relacionados ao estudo, você deve contatar o(a) Investigador(a) do estudo ou membro de sua equipe: MAIARA CRISTIELE DA SILVA, celular (45) 9912 5748. Se você tiver dúvidas sobre seus direitos como um paciente de pesquisa, você pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O CEP é constituído por um grupo de profissionais de diversas áreas, com conhecimentos científicos e não científicos que realizam a revisão ética inicial e continuada da pesquisa para mantê-lo seguro e proteger seus direitos.

DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA:

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE CONSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste Documento DE CONSENTIMENTO INFORMADO.

NOME	ASSINATURA	DATA
------	------------	------

NOME DO INVESTIGADOR	ASSINATURA	DATA
----------------------	------------	------

Endereço do Comitê de Ética em Pesquisa para recurso ou reclamações do sujeito pesquisado
 Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)
 REITORIA: Av. Sete de Setembro, 3165, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, telefone: 3310-4943, e-mail: coep@utfpr.edu.br

TERMO DE CONSENTIMENTO

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO LIVRE E ESCLARECIDO (Para pessoas com 18 anos ou mais)

Título do Projeto: A influência dos enunciados de questões matemáticas nas resoluções dos alunos – um estudo em termos dos registros de representação semiótica.

Investigador(a): Rodolfo Eduardo Vertuan e Maiara Cristiele da Silva.

Local da Pesquisa: Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego – Toledo ensino fundamental, médio e profissional.

Endereço: Rua Almirante Barroso, 1551 – Centro. Toledo, Paraná – Brasil.

O que significa o consentimento?

O consentimento significa que você concorda em fazer parte de um grupo de jovens e adultos, para participar de uma pesquisa. Serão respeitados seus direitos e você receberá todas as informações por mais simples que possam parecer.

Pode ser que este documento denominado TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe do estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

Informação ao participante da pesquisa:

a) Apresentação da pesquisa

Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, cujo objetivo é analisar se os enunciados das questões influenciam ou não os registros produzidos pelos alunos, bem como se implicam ou não as ações cognitivas de tratamento, conversão e coordenação. Você participará, caso concorde, respondendo uma lista de questões matemáticas. Com a aplicação dessa lista pretendo analisar e posteriormente inferir, com base na fundamentação teórica, se o enunciado das questões influencia nos tipos de registros de representação e nas ações cognitivas apresentadas e de que forma isso se manifestou.

b) Desconfortos, Riscos e Benefícios.

Conforme a Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012 existe a possibilidade de danos à dimensão psíquica e moral do indivíduo já que envolve questões de caráter pessoal e coletivo. O pesquisador responsável suspenderá a pesquisa imediatamente ao perceber algum risco ou dano à saúde do sujeito participante da pesquisa, conseqüente à mesma, não previsto no termo de consentimento. Os participantes não pagarão e nem serão remunerados por sua participação e poderão, sem qualquer ônus, desistir a qualquer momento da pesquisa.

O projeto de pesquisa foi elaborado pensando em contribuir com as discussões de professores sobre a aprendizagem dos alunos, no que diz respeito à seleção, desenvolvimento e elaboração de enunciados de questões utilizadas nas aulas de Matemática, para que, assim, a comunidade de professores da Educação Básica compreendam as diferentes formas com que seus alunos apreendem.

c) Confidencialidade

A pesquisa não divulgará seu nome, garantindo o anonimato.

d) Critérios de inclusão e exclusão

Foram selecionados para participar dessa pesquisa, alunos matriculados regularmente no primeiro ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Luiz Augusto Morais Rego, da cidade de Toledo-PR. Não se aplica o critério de exclusão.

e) Ressarcimento e indenização.

Estão assegurados o ressarcimento e indenização provenientes de custos ou danos gerados ao participar dessa pesquisa.

f) Contato para dúvidas

Se você ou os responsáveis por você tiver(em) dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, ou no caso de riscos relacionados ao estudo, você deve contatar o(a) Investigador(a) do estudo ou membro de sua equipe: MAIARA CRISTIELE DA SILVA, Rua dos Pioneiros, 817, Vila Pioneira, CEP 85913-000, Toledo-PR, celular (45) 9912 5748 E Rodolfo Eduardo Vertuan, Rua General Estilac Leal, 984, Centro, CEP 85900120, Toledo-PR. Se você tiver dúvidas sobre seus direitos como um paciente de pesquisa, você pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O CEP é constituído por um grupo de profissionais de diversas áreas, com conhecimentos científicos e não científicos que realizam a revisão ética inicial e continuada da pesquisa para mantê-lo seguro e proteger seus direitos.

DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA:

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE CONSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste Documento DE CONSENTIMENTO INFORMADO.

NOME	ASSINATURA	DATA
NOME DO INVESTIGADOR	ASSINATURA	DATA

Endereço do Comitê de Ética em Pesquisa para recurso ou reclamações do sujeito pesquisado
 Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)
 REITORIA: Av. Sete de Setembro, 3165, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, telefone: 3310-4943, e-mail: coep@utfpr.edu.br