

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA**  
**CURSO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA**

**NELSON CERQUEIRA LEITE NETO**

**CONTROLE DE CONVERSOES CC – CC VIA REGULADOR LINEAR  
QUADRÁTICO SUJEITO A RESTRIÇÕES DE ALOCAÇÃO DE POLOS**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**TOLEDO**

**2016**

**NELSON CERQUEIRA LEITE NETO**

**CONTROLE DE CONVERSOES CC – CC VIA REGULADOR LINEAR  
QUADRÁTICO SUJEITO A RESTRIÇÕES DE ALOCAÇÃO DE POLOS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 (TCC 2), como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Eletrônico, da Coordenação do Curso de Engenharia Eletrônica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Toledo.

Orientador: Prof. Me. Rodrigo da Ponte Caun

**TOLEDO**

**2016**



---

## TERMO DE APROVAÇÃO

Título do Trabalho de Conclusão de Curso Nº 035

### **Controle de Conversores CC-CC via Regulador Linear Quadrático Sujeito a Restrições de Alocação de Polos**

por

**Nelson Cerqueira Leite Neto**

Esse Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 16h40 do dia **29 de junho de 2016** como requisito parcial para a obtenção do título de **Bacharel em Engenharia Eletrônica**. Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado **APROVADO**.

---

Prof. Dr. Gerson Filipini  
(UTFPR-TD)

---

Prof.<sup>a</sup> Me. Jaqueline Vargas  
(UTFPR-TD)

---

Prof. Me. Rodrigo da Ponte Caum  
(UTFPR-TD)  
Orientador

**Visto da Coordenação**

---

Prof. M. Jorge A. V. Alves  
Coordenador da COELE

## RESUMO

NETO, Nelson C. L. **Controle de Conversores CC – CC Via Regulador Linear Quadrático Sujeito a Restrição de Alocação de Polos**. 2016. 51f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Eletrônica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2016.

Atualmente, os conversores CC-CC estão sendo amplamente usados em reguladores chaveados de fontes de potência de corrente contínua, cuja tensão média de saída deve ser controlada a um nível desejado por meio de controle *on / off* do dispositivo eletrônico de chaveamento. Dentre as diversas formas de projetar tal controle, destacam-se os Reguladores Lineares Quadráticos denominados LQR's, pertencentes à classe de controladores por retroalimentação de estados, criados em 1960 pelo matemático Rudolf Kalman, e aplicados quando a dinâmica do sistema é descrita por um conjunto de equações diferenciais lineares, agrupados em forma matricial. Contudo, será proposto a aplicação da técnica de controle LQR em estrutura de desigualdade matricial linear sujeito a alocação de polos que garanta a estabilidade do conversor *Buck-Boost*, utilizando o teorema de estabilidade de Lyapunov, que resultará no valor do ganho de realimentação de estados que atenda as especificações impostas à operação do conversor.

**Palavras-chave:** Conversores CC-CC, Conversor *Buck-Boost*, Reguladores Lineares Quadráticos, Desigualdade Matricial Linear.

## ABSTRACT

NETO, Nelson C. L. **DC – DC Converter Control via Linear Quadratic Regulator Subject to Pole Allocation**. 2016. 51f. Final Course Assignment (Bachelor degree in Electronic Engineering) - Federal University of Technology - Paraná. Toledo, 2016.

Nowadays, DC – DC converters are widely used in switched regulators of direct-current power sources, whose average output voltage must be controlled to a desired level through on/off controls in the the electronic switching device. Among the several ways of designing such control, the Linear Quadratic Regulators - called LQR's – are noteworthy. They belong to the class of state feedback controllers and were created in 1960 by the mathematician Rudolf Kalman. They are applied when the dynamics of the system is described by a set of linear differential equations, grouped in a matricial form. However, it will be proposed to apply the LQR control technique with a linear matricial inequality structure subject to pole allocation to ensure the stability of the Buck-Boost converter, using the Lyapunov theorem for stability, which will result in the value of state feedback gain that meets the specifications imposed on the inverter.

**Keywords:** DC – DC converters, *Buck-Boost* converter, Linear Quadratic Regulators, Linear Matrix Inequalities.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Conversor Buck-Boost. ....	8
Figura 2 - Sistema de controle aplicado ao conversor <i>Buck-Boost</i> . ....	9
Figura 3 – Região $S(\alpha, r, \theta)$ . ....	16
Figura 4 - Conversor Buck-Boost em malha fechada. ....	20
Figura 5 - Setorização do conversor <i>Buck-Boost</i> em malha fechada. ....	21
Figura 6 – Corrente no indutor utilizando ganho unitário (sem controlador). ....	22
Figura 7 - Corrente no indutor utilizando o ganho LQR-LMI (com controlador). ....	22
Figura 8 - <i>Ripple</i> da corrente no indutor utilizando ganho unitário. ....	23
Figura 9 - <i>Ripple</i> da corrente no indutor utilizando o ganho LQR-LMI. ....	23
Figura 10 – Tensão de saída do conversor utilizando ganho unitário. ....	24
Figura 11 - Tensão de saída do conversor utilizando o ganho LQR-LMI. ....	24
Figura 12 – Sinal erro da corrente no indutor utilizando ganho unitário. ....	25
Figura 13 – Sinal erro da corrente no indutor utilizando o ganho LQR-LMI. ....	25
Figura 14 - Sinal erro da tensão de saída utilizando ganho unitário. ....	26
Figura 15 - Sinal erro da tensão de saída utilizando o ganho LQR-LMI. ....	27
Figura 16 - Sinal modulante obtido pela aplicação do ganho unitário (sem controlador). ....	28
Figura 17 - Sinal modulante obtido pela aplicação do ganho LQR-LMI. ....	28
Figura 18 - Sistema Completo incluindo a PCB com o conversor <i>Buck-Boost</i> e a matriz de contato contendo o sistema com o controlador LQR-LMI. ....	30
Figura 19 - Setorização do sistema completo. ....	31
Figura 20 - Setorização das partes integrantes apresentadas na Figura 19. ....	32
Figura 21 - Setorização das partes apresentadas na Figura 19. ....	33
Figura 22 – Sinais relacionadas ao estado de corrente no indutor, (a) tensão espelho da corrente no indutor, (b) tensão espelho da corrente no indutor filtrada e compensada com ganho, (c) tensão espelho da corrente no indutor filtrada, (d) sinal de referência para o estado da corrente no indutor, (e) sinal de erro. ....	35
Figura 23 – Sinais relacionados ao estado de saída de tensão, (a) Tensão de saída filtrada e realimentação unitária, (b) Sinal de referência para o estado de tensão, (c) Sinal de erro. ....	36
Figura 24 – Sinais relacionados a resposta ao degrau de entrada, utilizando a excursão do sinal modulante em até (a) 90 %, (b) 50 %, e os correspondentes detalhamentos em (c) e (d), respectivamente. ....	37
Figura 25 – Sinais relacionados a geração do sinal PWM (a) referência do degrau da tensão de entrada, (b) sinal modulante em regime permanente, (c) comportamento transitório do sinal modulante, (d) sinal dente de serra, (e) sinal PWM em regime permanente. ....	38
Figura 26 - Sinais relacionados a resposta ao degrau de entrada, com incorporação do controlador LQR-LMI, utilizando a excursão do sinal modulante em até (a) 90 %, (b) 50 %, e seus correspondentes detalhamentos em (c) e (d), respectivamente. ....	39

Figura 27 – (a) Sinal de saída do conversor compensado em regime permanente e (b) sinal modulante em regime transitório de resposta ao degrau da tensão de entrada. ....	41
--	----

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 - Parâmetros de Projeto .....18



## LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS

LQR <sup>1</sup>	Regulador Quadrático Linear
QL <sup>2</sup>	Quadrático Linear
LMI <sup>3</sup>	Desigualdades Matriciais Lineares
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
PWM <sup>4</sup>	Modulação por Largura de Pulso
PCB <sup>5</sup>	Placa de Circuito Impressa
MOSFET <sup>6</sup>	Transistor de efeito de campo de metal oxido semiconductor
ARE <sup>7</sup>	Equação Algébrica de Riccati
LTI <sup>8</sup>	Linear Invariante no Tempo
SCR <sup>9</sup>	Retificador Controlado de Silício
GTO <sup>10</sup>	Desligamento por Grade
IGBT <sup>11</sup>	Transistor Bipolar de Grade Isolada
<i>BUCK</i>	Conversor abaixador
<i>BOOST</i>	Conversor elevador

---

<sup>1</sup> Do inglês, *Linear Quadratic Regulator*

<sup>2</sup> Do inglês, *Quadratic Regulator*

<sup>3</sup> Do inglês, *Linear Matrix Inequalities*

<sup>4</sup> Do inglês, *Pulse Width Modulation*

<sup>5</sup> Do inglês, *Printed Circuit Board*

<sup>6</sup> Do inglês, *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor*

<sup>7</sup> Do inglês, *Algebraic Riccati Equation*

<sup>8</sup> Do inglês, *Linear Time-Invariant*

<sup>9</sup> Do inglês, *Silicon-Controlled Rectifier*

<sup>10</sup> Do inglês, *Gate Turn-Off*

<sup>11</sup> Do inglês, *Insulated Gate Bipolar Transistor*

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA .....	1
1.2 OBJETIVOS.....	2
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>3</b>
<b>3 REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS: COVERSOR <i>BUCK-BOOST</i></b> .....	<b>8</b>
<b>4 CONTROLADORES LQR-LMI</b> .....	<b>11</b>
4.1 DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES (LMI'S).....	12
4.2 ESTRUTURA BÁSICA DE UMA LMI .....	13
4.3 CONDIÇÕES DE LYAPUNOV PARA CONTROLADORES LQR .....	14
4.4 ALOCAÇÃO DE POLO .....	15
4.5 CONDIÇÕES DE LYAPUNOV PARA ALOCAÇÃO DE POLOS .....	16
4.6 PROJETO DOS CONTROLADORES LQR-LMI APLICADOS AO CONVERTOR <i>BUCK-BOOST</i> .....	17
<b>5 SIMULAÇÃO</b> .....	<b>20</b>
<b>6 IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA</b> .....	<b>30</b>
<b>7 RESULTADOS PRÁTICOS</b> .....	<b>34</b>
<b>8 CONCLUSÕES</b> .....	<b>42</b>
<b>9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>44</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Em eletrônica de potência, um conversor (ou conversor estático) é um dispositivo capaz de modificar as características da energia elétrica (valor da tensão, corrente e/ou forma de onda da fonte de energia) usada para alimentar uma determinada carga ou elemento consumidor. Para isso, utilizam-se circuitos eletroeletrônicos, os quais são baseados em componentes semicondutores que operam em modo de comutação, também chamadas de chaves (por exemplo, transistores bipolares, MOSFET's, tiristores SCR ou GTO, entre outros). Contudo, o acionamento da chave é controlado pelo ciclo de trabalho, que corresponde à razão entre os tempos de condução e o período total de comutação dos dispositivos semicondutores, sendo alterado através da aplicação de sinais de controle, que prove a autorregulação da potência de saída de conversores de energia imprimindo compensações em função da demanda e das condições de carga [1, 2]. Este trabalho tem como objetivo aplicar esta teoria no desenvolvimento de um controlador ótimo em um conversor *cc – cc buck - boost*, discutido mais adiante.

### 1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA

Com o constante e crescente avanço da tecnologia, a necessidade de simplificar sistemas tem alavancado projetos inovadores na área de equipamentos eletroeletrônicos. Com isso, projetar um controlador que possa alcançar um ajuste simplificado tem se tornado um atrativo do ponto de vista de projeto, e, conseqüentemente, de consumo de novas tecnologias. Neste sentido, a proposta de controle para o conversor em análise, levará em conta o uso de ferramentas matemáticas, tais como as desigualdades matriciais lineares associadas a técnicas de controle envolvendo reguladores lineares quadráticos, integrando uma proposta de realimentação de estados que simplifique o processo em termos de sua aplicabilidade prática do sistema de controle, uma vez que para o seu funcionamento é preciso apenas o ajuste de ganho (uma variável) ao invés do ajuste de polos e zeros (circuitos eletrônicos complexos). As aplicações nas quais esta combinação de controle e conversor

podem ser bastante amplas, podendo ser automobilísticas, dispositivos eletrônicos portáteis, carregadores de bateria, *no-breaks*, entre outros.

## 1.2 OBJETIVOS

O presente projeto tem como objetivo sintetizar o controlador LQR em estrutura LMI associando alocação de polos com aplicação ao conversor *Buck – Boost*, de forma a manter a faixa de tensão de saída na especificação desejada pelo projetista.

Para tanto, os objetivos específicos do trabalho se resumem aos itens listados abaixo:

- a) Realizar estudos dirigidos nos seguintes temas: Conversor *Buck-Boost*, Regulador Linear Quadrático e Desigualdades Matriciais Lineares;
- b) Projetar os circuitos de acionamento das chaves semicondutoras de potência, alcançando as necessidades de chaveamento do conversor *Buck - Boost*;
- c) Projetar através de alocação de polos um sistema de controle em malha fechada utilizando o controlador LQR-LMI para o conversor escolhido, de modo a obedecer às especificações definidas na fase de projeto;
- d) Realizar simulações do respectivo sistema de controle visando analisar a teoria desenvolvida em projeto;
- e) Construir o circuito eletrônico de controle por realimentação de estados considerando os resultados obtidos em projeto e simulações, integrando, ao final, este sistema de autorregulação ao conversor sob estudo.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para o desenvolvimento da presente proposta, será realizada uma breve revisão bibliográfica dos assuntos mais importantes vinculados ao seu desenvolvimento, ou seja, conversores de energia elétrica, teoria de controle aplicado a conversores CC – CC, regulador linear quadrático e funções de Lyapunov.

Contudo, sabe-se que existem várias formas de se conceber as conversões de energia elétrica, pois dependem do que é demandado em projeto. Para tanto, abaixo estão relacionados alguns dos conversores mais conhecidos e utilizados na indústria [2]:

a) Conversor CA-CC ou retificador: circuito eletrônico que converte um sinal alternado de tensão elétrica num sinal de tensão em corrente contínua. A retificação pode ser denominada fixa (retificador fixo), quando se utilizam diodos semicondutores para fazer a conversão da energia elétrica, motivo pelo qual não existe nenhuma possibilidade de se realizar ajustes ou controles durante o processo de conversão. Além disso, a retificação pode ser denominada controlada (retificador controlado), quando se utilizam retificadores controlados de silício (SCR's) ou componentes da família dos tiristores para efetuar o processo de retificação. Dentre outras, pode-se citar algumas aplicações para os conversores estáticos CA-CC: equipamentos eletrônicos (telefones celulares, TV, rádio, geladeira, forno de micro-ondas, microcomputadores e utensílios domésticos em geral); controle de velocidade de motores de corrente contínua (associados a esteiras de linhas de produção, ônibus elétricos, trens, etc.); e controle de intensidade de energia luminosa. [1, 2].

b) Conversor CC-CC: também chamado de *chopper control*, é utilizado quando a fonte de tensão disponível é proveniente de um retificador fixo ou de uma bateria elétrica e a carga exige um controle linear na tensão de alimentação. Emprega-se para a conversão da tensão retificada fixa em tensão contínua variável a técnica de modulação por frequência ou modulação por largura de pulso (do inglês, *Pulse Width Modulation* - PWM). Atualmente são empregados chaves de potência obtidas por elementos semicondutores de chaveamento, tais como GTO's, retificador controlado de silício como IGBT's e transistores MOSFET's [1, 2].

c) Conversor CC-CA ou inversor: apresenta a função básica de converter uma fonte de tensão, ou de corrente contínua, numa fonte de tensão ou de corrente alternada, com amplitude simétrica, valor médio nulo e frequência fixa ou variável. Geralmente a forma de onda da variável de saída do inversor não é senoidal e apresenta altos conteúdos de harmônicos, e portanto, devem ser usados em conjunto com circuitos moduladores e filtros para reduzir a presença de tais harmônicas indesejáveis. Existem ainda inversores com tensão fixa e frequência variável, tensão variável e frequência fixa, tensão e frequência variáveis, sendo este último o tipo mais importante, pois fornece a relação de tensão por frequência constante, destinado a alimentar e controlar a velocidade de motores de indução com torque constante [1, 2].

d) Conversor CA-CA ou cicloconversores: corresponde a um dispositivo elétrico alimentado com uma tensão alternada de frequência fixa, fornecendo na saída uma tensão alternada de frequência variável, proporcional à frequência de entrada. É utilizado para controle da velocidade de motores CA, síncrono ou assíncrono, na obtenção de uma tensão com frequência constante a partir de um alternador de velocidade variável. Atualmente utiliza-se como elemento estático de chaveamento o retificador controlado de silício [1, 2].

Diante das grandes áreas apresentadas que envolvem a eletrônica de potência, o objetivo deste trabalho, como mencionado anteriormente, será o desenvolvimento do controle em malha fechada de um conversor CC-CC *Buck-Boost*, que combina os princípios fundamentais de operação dos conversores *Buck* e *Boost*, sendo utilizada para converter uma tensão CC em outra tensão CC de polaridade oposta, e cuja principal característica é a capacidade de fornecer uma tensão de saída diversa ou igual ao valor da tensão de entrada.

Neste contexto, será apresentada uma breve revisão das teorias de controle aplicadas aos conversores CC-CC. De forma geral, todo controle é baseado, explicitamente ou implicitamente, em um modelo que descreve ações de controle que afetam o comportamento futuro do sistema. De uma forma simples e didática, é possível associar esse modelo a diagramas de blocos presentes em literaturas de controle de sistemas, onde cada bloco representa uma ou mais ações, medições ou fluxo de informações que afetará o próximo bloco, ou mesmo componentes do

sistema (controlador, circuito de potência, perturbações, caminho de realimentação, etc.).

Sendo assim, o princípio básico de funcionamento de um controlador projetado no domínio da frequência de um conversor CC-CC inicia-se na operação do sistema através da inserção de um sinal (que pode ser arbitrário, porém contínuo) no ramo de entrada do circuito. Após a detecção da entrada, é amostrado o sinal de saída, o qual é comparado a uma referência, sendo o sinal resultante processado pelo controlador para que efetue as operações corretivas necessárias. Após isso, as saídas do controlador são inseridas no circuito de potência (que pode estar recebendo perturbações ou não), e finalmente, o sinal de saída resultante é reavaliado e medido; e o processo se reinicia [3].

Por outro lado, é possível utilizar técnicas de controle no domínio do tempo aplicadas aos conversores, porém é importante formalizar dois conceitos fundamentais, introduzidos pelo matemático Rudolf Kalman: a controlabilidade e a observabilidade. Um sistema é dito controlável se em um instante de tempo qualquer for possível, por meio de um vetor de controle não limitado, transferir o sistema de qualquer estado inicial para qualquer outro estado, em um intervalo de tempo finito. Adicionalmente, um sistema é dito observável se em um instante de tempo qualquer for possível determinar esse estado a partir da observação da saída durante um intervalo de tempo finito. Esses dois conceitos têm papel importante no projeto de sistemas de controle em espaço de estados. As condições de controlabilidade e observabilidade podem ditar a existência de uma solução completa para o problema de projeto do sistema de controle. A solução desse problema pode não existir, se o sistema considerado não é controlável. No entanto, a grande maioria dos problemas físicos são controláveis e observáveis [4].

Contudo, o projeto do controlador no domínio do tempo para sistemas dinâmicos modelados matematicamente através da equação em espaço de estados é normalmente realizado por meio da realimentação de estados do sistema. Uma desvantagem deste tipo de controle é exigir que os estados do sistema estejam disponíveis para serem realimentados, ou seja, é necessário medir todos os estados do sistema ou pelo menos estimá-los. Neste contexto, devem-se definir dois tipos básicos de controladores: o regulador de estados e o servo sistema. O primeiro tem o objetivo de manter o sistema em uma condição fixa de operação. Pode-se citar

como exemplos desse tipo de controlador o piloto automático de aviões e o controle de posição de uma plataforma de petróleo; O segundo tem o objetivo de fazer com que as saídas do sistema rastreiem um sinal desejado, onde pode-se citar como exemplo o controle da trajetória de um foguete lançador de satélites [4].

Portanto, dentre as diversas técnicas de controle por realimentação de estados, este trabalho utilizará o regulador linear quadrático LQR, que possui vantagens significativas na melhoria de sistemas de controle, pois operam com a otimização de uma função custo, ou seja, o projetista do sistema pode verificar quais estados e quais entradas são mais importantes na ação de controle para buscar por desempenhos apropriados no transiente e no regime permanente do sistema. Assim, no campo da conversão de energia, a escolha dos parâmetros da função custo é vantajosa, uma vez que ela pode ser usada para minimizar a ondulação presente no sinal de realimentação dos estados [5].

Uma desvantagem do regulador linear quadrático é a dificuldade de encontrar uma solução para problemas de controle de sistemas de qualquer natureza. No entanto, utilizando as desigualdades matriciais lineares LMI e resolvendo numericamente o problema LQR por métodos de otimização convexa, a solução do sistema torna-se generalista. Além disso, devido ao fato das LMI's refletirem intrinsecamente restrições, eles tendem a oferecer mais flexibilidade por combinar várias restrições no sistema de malha fechada [6].

Em resumo, as desigualdades matriciais lineares podem reduzir uma grande variedade de problemas em sistemas de controle para alguns poucos problemas padrões de otimização convexa [7]. Uma vez que esses problemas resultantes podem ser resolvidos numericamente de forma eficiente utilizando softwares como o Scilab® ([www.scilab.org](http://www.scilab.org)), a redução resultante constitui uma solução para o problema inicial em um sentido prático. Esta é uma das grandes vantagens de utilizar LMI na síntese de controladores aplicados a conversores de energia.

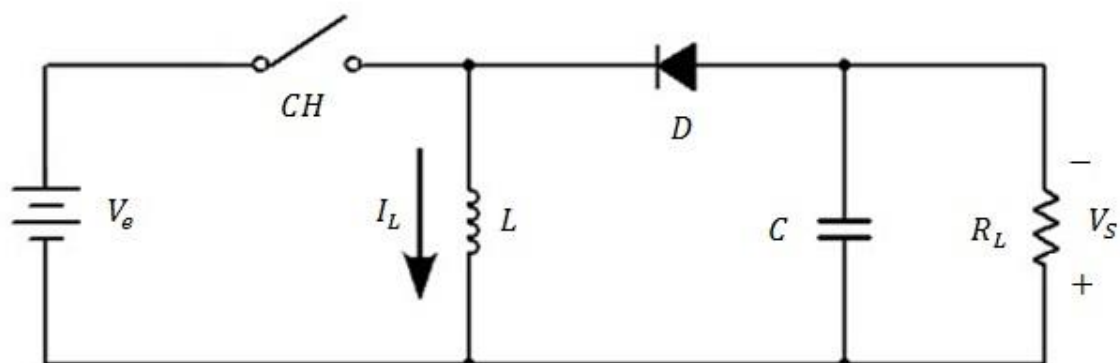
Adicionalmente, é importante citar que alguns índices de desempenho podem ser selecionados utilizando relações de alocação de polos. Assim, as condições de Lyapunov surgem das principais motivações na busca de uma região de polos agrupados em zonas específicas do lado esquerdo do plano "s" (plano complexo que determina as regiões de estabilidade de um sistema) que contribuem para que o sistema fique estável. Um dos métodos de Lyapunov permite investigar a



estabilidade local de um sistema linear ou não linear. Na maioria dos casos os sistemas não lineares são aproximados por truncamento da representação em série de Taylor em torno dos pontos de equilíbrio. Trata-se de um resultado de grande relevância prática, pois o problema de alocação de polos resolvido por LMI's e associado aos critérios de Lyapunov revela a potencialidade desta ferramenta matemática na determinação da solução factível que atenda a restrição imposta, de forma a estabilizar localmente o sistema [8].

### 3 REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS: CONVERSOR *BUCK-BOOST*

O conversor *Buck-Boost* é um circuito eletrônico utilizado para converter os diferentes níveis de tensão CC de uma fonte de entrada para uma tensão CC díspar, normalmente invertendo sua polaridade. A topologia é uma associação do conversor abaixador (*Buck*) e do conversor elevador (*Boost*), destacando-se pela versatilidade em aplicações reais. A Figura 1 apresenta a composição do circuito do conversor.



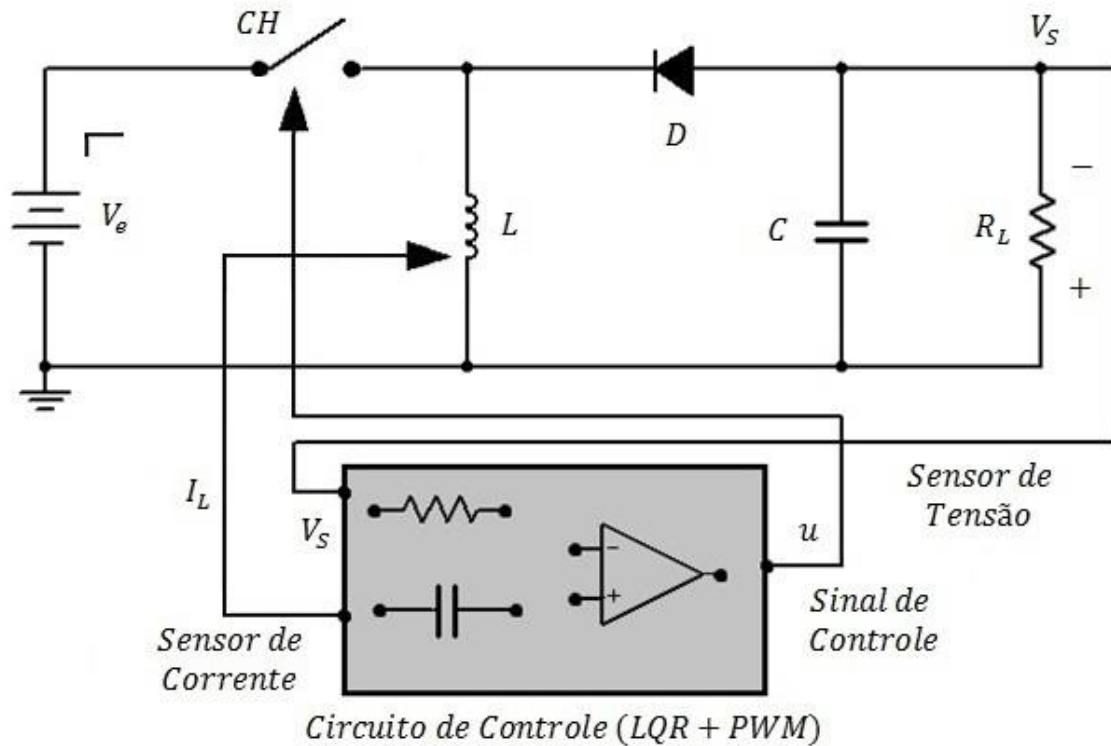
**Figura 1 - Conversor Buck-Boost.**

**Fonte: Autoria própria**

O funcionamento do conversor se dá da seguinte forma: no instante inicial, quando a chave *CH* está aberta, não há transferência de energia da fonte de tensão para a carga. No momento do fechamento da chave *CH*, devido à polarização inversa do diodo *D*, uma corrente começa a circular somente através do indutor *L* ( $I_L$ ), que irá armazenar energia. Quando a chave voltar a abrir, a energia armazenada na etapa anterior forçará a condução do diodo *D* (o indutor irá manter a corrente e produzir uma tensão de polaridade oposta ao que foi entregue no momento da magnetização), disponibilizando tensão elétrica ao capacitor *C*, carregando-o. Por estar em paralelo com a carga  $R_L$ , a tensão que o capacitor armazenar neste instante será utilizado para fornecer corrente elétrica para a carga no intervalo de chave fechada. Observando que a corrente transmitida ao circuito durante o chaveamento possui um fluxo contrário ao da entrada, ocorre o aparecimento de uma tensão negativa na saída, e, portanto, com polaridade oposta à tensão de entrada  $V_e$ . Nota-se ainda, que a tensão de saída é controlada pelo ciclo de trabalho imposto à chave, o qual é mensurado através do tempo de comutação do dispositivo

semicondutor de chaveamento. Neste ponto, o controlador atua sobre a chave gerenciando o funcionamento desejado do conversor.

Em seguida, é apresentada na Figura 2 a integração do sistema de controle (simbolizado por um bloco de componentes eletrônicos) ao circuito de potência.



**Figura 2 - Sistema de controle aplicado ao conversor *Buck-Boost*.**  
**Fonte: Autoria própria**

Em linhas gerais, a função do sistema de controle é atuar na abertura da chave *CH* de forma a controlar o fluxo de potência entre a fonte e a carga. Tendo em vista as variáveis ilustradas na Figura 2, é possível realizar o modelo em espaço de estados, resultando em,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{R_L}{L}x_1 + \frac{(1-D)}{L}x_2 + \frac{(V_{in} - X_2)}{L}u + \frac{D}{L}w \\ \dot{x}_2 = -\frac{(1-D)}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 + \frac{X_1}{C}u \end{cases} \quad (1)$$

sendo,

$$X_1 = \frac{V_{in}D}{R_L + R(1-D)^2} \quad (2)$$

$$X_2 = -\frac{V_{in}D}{(1-D)\left[1 + \frac{R_L}{R(1-D)^2}\right]} \quad (3)$$

A dedução das equações (1) a (3), é apresentada em detalhes em [10], as quais podem ser agrupadas na forma matricial, perfazendo a representação em espaço de estados que segue.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & \frac{(1-D)}{L} \\ -\frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(V_{in} - X_2)}{L} \\ \frac{X_1}{C} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} w \\ y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

sendo,  $\dot{x}_1$  a derivada da variável de estado ( $x_1$ ) correspondendo a corrente no indutor;  $\dot{x}_2$  a derivada da variável de estado ( $x_2$ ) correspondendo a tensão da carga;  $w$  entrada de perturbação do sistema;  $u$  a entrada de controle, definida pela razão cíclica;  $R_L$  o resistor de carga;  $L$  o valor de indutância do indutor;  $C$  o valor de capacitância do capacitor;  $V_{in}$  o valor de tensão de entrada;  $R$  o resistor que representa as perdas por efeito térmico no indutor e  $D$  a razão cíclica de referência para alcançar a saída desejada.

#### 4 CONTROLADORES LQR-LMI

A teoria do controle ótimo (na qual LQR's estão inseridos) trabalha com a operação de um sistema dinâmico com um custo mínimo. Em sistemas cuja dinâmica é descrita por um conjunto de equações diferenciais lineares, o custo é descrito por uma função quadrática, caracterizando os chamados problemas QL. Observa-se, ainda, que este problema possui uma solução aplicável utilizando LQR's.

Suponha, agora, o sistema descrito pela equação linear em representação de espaço de estados:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (5)$$

Onde:

- $\dot{x}(t)$ : derivada do vetor de estados;
- $A$ : matriz de estados do sistema;
- $x(t)$ : vetor de estados;
- $B$ : matriz de entrada;
- $u(t)$ : vetor (ou entrada) de controle.

O problema QL baseia-se na determinação da matriz de ganho ótima  $K$  do vetor de entrada de controle, aplicado ao sistema (4), descrito por,

$$u(t) = -Kx(t) \quad (6)$$

de modo a minimizar o índice de desempenho  $J$ , definido por,

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \quad (7)$$

sendo  $Q$  e  $R$  matrizes Hermitianas positiva definida e real simétrica. Vale ressaltar que os vetores  $x(t)$  e  $u(t)$  estão relacionados pela equação de estado, que corresponde a uma restrição dinâmica para o sistema.

A solução deste problema pode ser obtida através da resolução da equação algébrica de Riccati (ARE),

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (8)$$

que determina o seguinte ganho quadrático ótimo:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (9)$$

#### 4.1 DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES (LMI's)

As desigualdades matriciais lineares surgiram há mais de 100 anos, mais precisamente por volta de 1890, quando Aleksandr Michailovich Lyapunov, um matemático e físico russo conhecido por suas contribuições no que diz respeito à estabilidade de sistemas dinâmicos (dentre outras), publicou um trabalho introduzindo a chamada Teoria de Lyapunov. Ele demonstrou a estabilidade de sistemas através de condições atribuídas a equações diferenciais.

Alguns anos depois, A. I. Lur'e, Mikhail Postnikov entre outros da antiga União Soviética aplicaram os métodos de Lyapunov para problemas específicos em engenharia de controle, especialmente em problemas de estabilidade em sistemas com não linearidades no atuador [7]. Atualmente, com métodos numéricos avançados provenientes de *softwares* matemáticos, os métodos de Lyapunov podem ser aplicados na solução de diversos problemas em controle, em especial, na síntese de controladores.

Conforme discutido anteriormente, as LMI's facilitam na resolução de sistemas inicialmente complexos, uma vez que sua aplicação promove a redução de uma grande variedade de problemas que aparecem na teoria de sistemas e controle, para alguns poucos problemas padrões de otimização convexa. Dentre as possíveis situações a serem analisadas utilizando LMI's, destacam-se [7]:

- Construção de funções quadráticas de Lyapunov para análise de estabilidade e desempenho;

- Sintetização conjunta de funções quadráticas de Lyapunov e também de funções de realimentação de espaço de estados envolvendo equações diferenciais lineares;
- Problemas de interpolação, incluindo escalonamento;
- Entre outras.

Através da lista acima, percebe-se que muitos dos problemas envolvendo os critérios de Lyapunov podem ser estruturados em LMI's aplicadas com sucesso em suas resoluções.

#### 4.2 ESTRUTURA BÁSICA DE UMA LMI

Define-se uma LMI restrita através da forma [7],

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (10)$$

Onde:

- $F_0$ : Matriz simétrica inicial;
- $F_i$ : matrizes simétricas;
- $i$ : 0, 1, 2, ..., n;
- $x$ : variável vetorial.

ou, LMI's irrestritas da forma,

$$F(x) \geq 0 \quad (11)$$

Quando as matrizes  $F_i$  são diagonais, a LMI  $F(x) > 0$  é apenas um conjunto de desigualdades lineares. Desigualdades não-lineares, porém convexas, são convertidas para a forma LMI utilizando o complemento Schur. Assim, considere a LMI a seguir:

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S^T(x) & R(x) \end{bmatrix} > 0 \quad (12)$$

onde os termos  $Q(x) = Q(x)^T$ ,  $R(x) = R(x)^T$ , e  $Q(x)$  dependem de forma afim em  $x$ . Essa LMI é equivalente a:

$$R(x) > 0, \quad Q(x) - S^T(x)R^{-1}(x)S(x) > 0 \quad (13)$$

#### 4.3 CONDIÇÕES DE LYAPUNOV PARA CONTROLADORES LQR

Tratando-se de controle robusto de um sistema, isto é, um controle que faça com que o sistema tenha a capacidade de retornar aos seus pontos de equilíbrio, naturalmente o quesito estabilidade passa a entrar nos focos de estudo. Com o controlador LQR a ser aplicado no presente sistema, algumas condições para atingir tal estabilidade são necessárias. Essas condições são incorporadas através da estabilidade baseada em Lyapunov. O sensor de estabilidade assintótica de Lyapunov caracteriza a capacidade do sistema de retornar ao estado de equilíbrio [5].

Para encontrar as condições ideais de aplicação para o controle LQR deste trabalho, utilizou-se a formulação dada no artigo *Robust LQR Control for PWM Converters – An LMI Approach* (referência [5]) combinado com os resultados de estabilidade relativa apresentado no trabalho *LMI Control Applied to Non-Minimum Phase Switched Power Converters* (referência [6]), juntamente com o trabalho de pós graduação referenciado em [12].

Neste caso, a formulação LMI para o problema LQR integrando a alocação de polos, obedece às condições de Lyapunov dadas por,

$$\min_{P,Y,X} \text{Tr}(QP) + \text{Tr}(X)$$

$$\text{S. a.} \quad AP + PA' + BuY + Y'B'u + 2\alpha P < 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} X & R^{1/2}Y \\ Y'R^{1/2} & P \end{bmatrix} > 0, \quad P > 0 \quad (15)$$

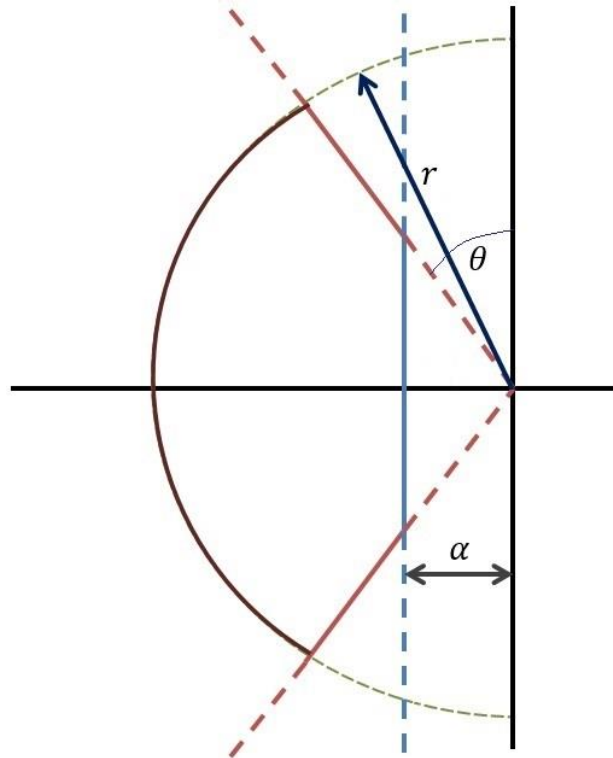
onde  $R$  e  $Q$  são matrizes simétricas definida e/ou semi-definida positivas, respectivamente; e  $\text{Tr}$  representa o operador traço. Por fim, através do processo de otimização linear atendendo essas restrições, o controlador ótimo LQR pode ser obtido através de  $K = YP^{-1}$  [5].



#### 4.4 ALOCAÇÃO DE POLO

Quando se fala de alocação de polos, naturalmente associa-se aos conceitos de regiões limitadas de operação do sistema que propiciem especificar o regime transitório desejado. A habilidade de escolher regiões específicas do lado esquerdo do plano complexo “s” de forma a alocar os polos e determinar uma região de estabilidade de interesse (objetivando propriedades desejadas de regime transiente) de um sistema é fundamental para o sucesso do projeto de um controlador.

Na Figura 3 apresenta-se um exemplo de condições para a alocação de polos, com o intuito de esclarecer as variáveis envolvidas nesta teoria, tais como a taxa mínima de decaimento  $\alpha$ , uma taxa mínima de amortecimento  $\zeta$  e uma máxima frequência natural não amortecida  $\omega_n$ . Esses valores permitem limitar índices de especificações associados, ou seja, máximo sobressinal, frequência de modos oscilatórios, tempo de atraso, tempo de subida e tempo de assentamento [8].



**Figura 3 – Região  $S(\alpha, r, \theta)$ .**  
**Fonte: Autoria própria**

#### 4.5 CONDIÇÕES DE LYAPUNOV PARA ALOCAÇÃO DE POLOS

Considere a sub-região  $\mathcal{D}$  do lado esquerdo do plano complexo  $s$ . Um sistema dinâmico  $\dot{x}(t) = Ax(t)$  é chamado  $\mathcal{D}$ -estável se todos os seus polos estão dentro da sub-região  $\mathcal{D}$  (isto é, os autovalores da matriz  $A$  pertencem a  $\mathcal{D}$ ). Por extensão,  $A$  é considerada  $\mathcal{D}$ -estável, sendo assim, caso a sub-região  $\mathcal{D}$  represente todo o semi-plano esquerdo do plano complexo  $s$ , esta noção reduz-se a estabilidade assintótica, que pode ser caracterizada em termos de LMI através do Teorema de Lyapunov. Assim,  $A$  será estável se, e somente se, existir uma matriz simétrica  $P$  que satisfaça a seguinte LMI:

$$AP + PA^T < 0, \quad P > 0 \quad (16)$$

Adicionalmente, o projetista pode facilmente associar a equação (16) a regiões específicas de operação, conforme discutido na seção anterior. Este processo é facilitado através do uso de LMIs, no qual as restrições são incorporadas através de linhas adicionais, limitando a região desejada de atuação do controlador.

As condições necessárias para obtermos as regiões de estabilidades dadas na Figura 3, podem ser obtidas através do Teorema III.3 apresentado em [6], e, portanto,

$$\mathbf{AP} + \mathbf{PA}' + \mathbf{BuY} + \mathbf{R'B'u} + 2\alpha\mathbf{P} < \mathbf{0} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -r\mathbf{P} & \mathbf{PA}' + \mathbf{R'B}' \\ \mathbf{AP} + \mathbf{BR} & -r\mathbf{P} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta(\mathbf{AP} + \mathbf{PA}' + \mathbf{BR} + \mathbf{R'B}') & \sin \theta(\mathbf{AP} - \mathbf{P'A}' + \mathbf{BR} - \mathbf{R'B}') \\ \sin \theta(-\mathbf{AP} + \mathbf{PA}' - \mathbf{BR} + \mathbf{R'B}') & \cos \theta(\mathbf{AP} + \mathbf{P'A}' + \mathbf{BR} + \mathbf{R'B}') \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (19)$$

sendo,  $A$  a matriz do sistema;  $B$  a matriz de controle;  $P$  a matriz de Lyapunov;  $R$  e  $Q$  as matrizes de ponderação do índice de desempenho quadrático;  $\alpha$  a taxa de decaimento imposto em projeto;  $\theta$  a taxa de amortecimento e  $r$  está relacionado a taxa de subida. As demonstrações que resultam nas equações de (17) a (19) podem ser vistas detalhadamente em [6].

Assim, define-se a partir da Figura 3, que a região de estabilidade delimitada pelo deslocamento da ordenada corresponde à equação (17); a região de estabilidade delimitada pelo cone é dada pela equação (18); e, por fim, a região de estabilidade delimitada pelo semicírculo é dada pela equação de (19).

#### 4.6 PROJETO DOS CONTROLADORES LQR-LMI APLICADOS AO CONVERSOR *BUCK-BOOST*

O conversor utilizado neste projeto foi desenvolvido por [9] e suas especificações de projeto são apresentadas a seguir na tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros de Projeto

ESPECIFICAÇÃO	VALOR
TENSÃO DE ENTRADA	12 V
TENSÃO DE SAÍDA	- 5 V
POTÊNCIA MÁXIMA DE SAÍDA	0,5 W
FREQUÊNCIA DE CHAVEAMENTO	20 kHz
TENSÃO DE <i>RIPPLE</i> NA CARGA	0,1 V
CORRENTE DE <i>RIPPLE</i> NO INDUTOR	0,01 A

Fonte: [9]

A fase de projeto do conversor *Buck-Boost* consta em [9], cujas especificações para os componentes são:

- Ciclo de trabalho:  $d = 0,3182$
- Indutor:  $L = 19,09 \text{ mH}$
- Capacitor:  $C = 15,91 \mu\text{F}$
- Resistor de carga:  $R_L = 50 \Omega$

Portanto, aplicando os valores definidos no projeto do circuito de potência do conversor *Buck-Boost*, pode-se definir os valores numéricos para os parâmetros definidos na equação (4), desconsiderando os efeitos de perturbações ( $w$ ), como,

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -54,0 & 13,6 \\ -6818,0 & -200,0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 340,6 \\ 1471,9 \end{bmatrix} u \\ y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (20)$$

Por fim, o programa envolvendo a determinação do ganho do controlador utilizando LMI's é apresentado no código a seguir. Informa-se que código utilizado foi elaborado em ambiente SCILAB, que é um *software* livre que disponibiliza pacotes computacionais para a resolução de problemas otimização na forma de LMIs.

```

clear; clc;

% Iniciando os parâmetros de opções do processo de
otimização
Mbound = 1e3;
Abstol = 1e-10;
nu = 10;
maxiters = 100;
reitol = 1e-10;
options = [Mbound, abstol, nu, maxiters, reitol];

% Matrizes do sistema em representação de espaço de estados
A = list();
A = [-54 13.6; -6818 -200];
Bu = [340.6; 1471.9];

% Matrizes de ponderação
Q = [5000 0; 0 50];
R = 0.1;

% Escolha do valor da Taxa de Decaimento
alpha = 10;

% Inicializando as variáveis matriciais
XLIST0 = list(eye(2,2), [1 1], 0)

% Definindo as LME, LMIs e função objetivo
deff ('[LME,LMI,OBJ] = evalf (Xlist)', '[P,Y,X] =
Xlist(:);...
                LME = P - P'';...
                LMI = list (-
(A*P+P*A''+Bu*Y+Y''*Bu''+2*alpha*P),...
[X sqrt(R)*Y;Y''*sqrt(R) P], P-P-eye(2,2));...
                OBJ=trace(Q*P)+trace(X)...');

% Aplicando o solver de LMI
Pot = lmisolver (XLIST0,evalf,options);

% Cômputo do ganho LQR-LMI
K = Pot(2)*inv(Pot(1))

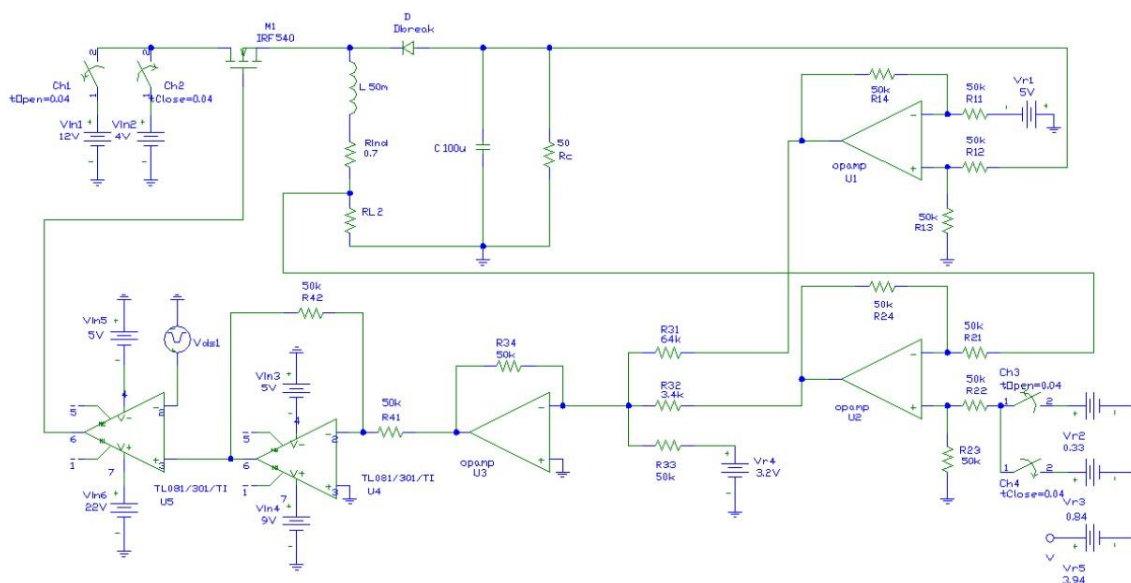
```

Para que houvesse a convergência para um valor de ganho ótimo, a taxa de decaimento  $\alpha$  foi escolhida no valor de 10. Com isso, após a implementação do programa descrito anteriormente em *software* SCILAB, obteve-se o seguinte ganho ótimo quadrático,

$$K = [-1,4565264 \quad 0,3368938]$$

## 5 SIMULAÇÃO

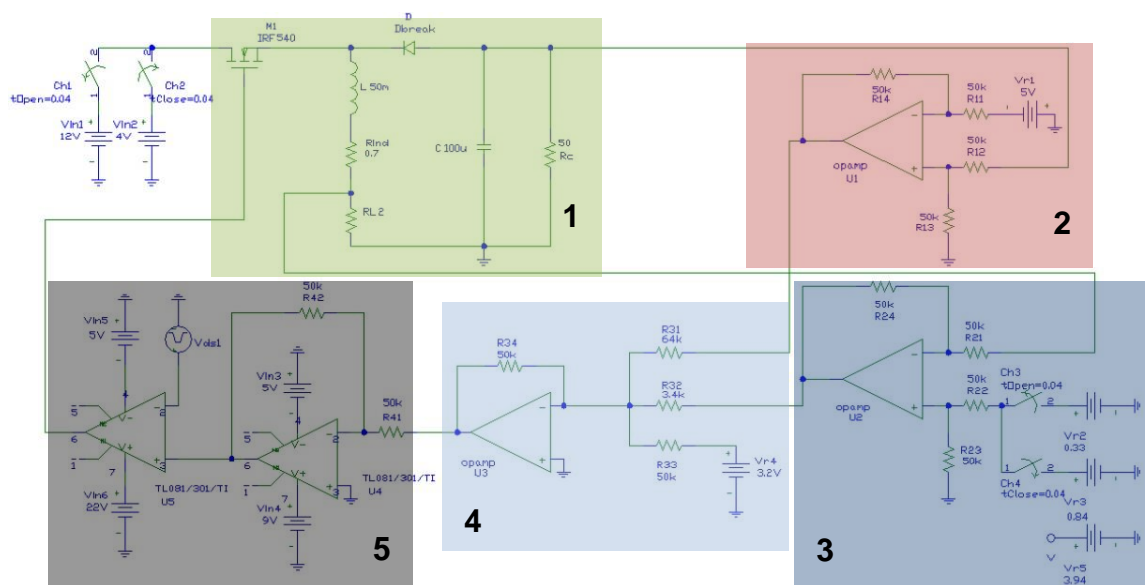
Como forma de avaliar o comportamento do circuito perante a aplicação de ganho unitário (sem a intervenção do controlador) e ganho LQR-LMI, foram realizadas simulações em *software* para a comprovação da teoria empregada antes de iniciar a parte de implementação prática. A Figura 4, a seguir, ilustra o sistema completo implementado em simulação.



**Figura 4 - Conversor Buck-Boost em malha fechada.**  
**Fonte: [9]**

De modo a esclarecer a composição do circuito eletrônico acima, a Figura 5 ilustra as subdivisões, conforme a natureza das funções:

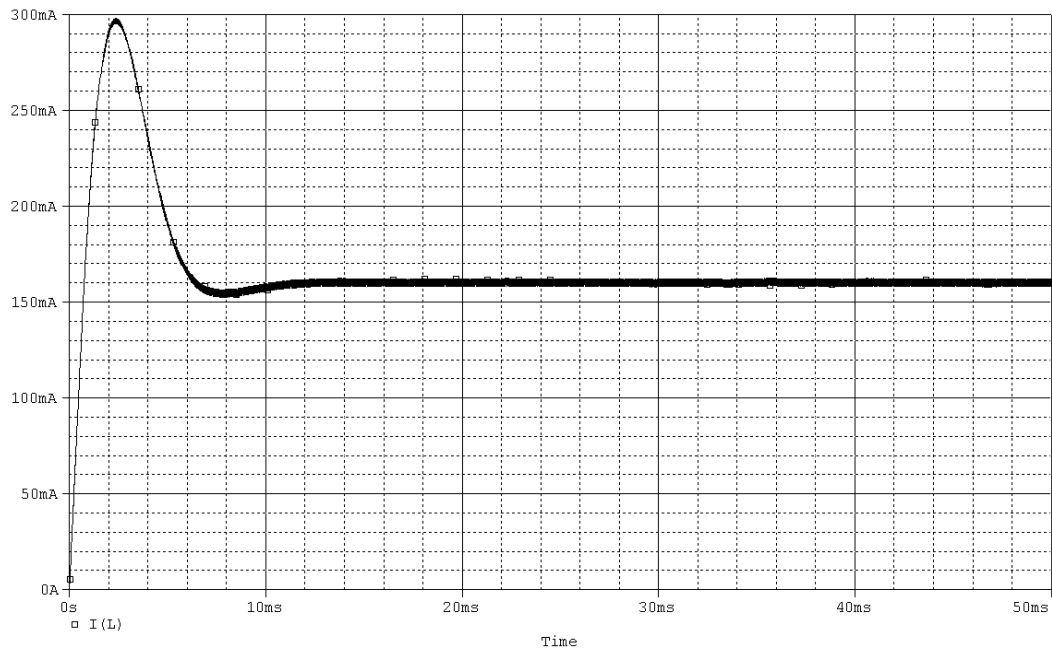
- 1, Circuito de potência do conversor *Buck-Boost*;
- 2, Circuito subtrator entre a tensão de saída e sua referência;
- 3, Circuito subtrator entre a tensão espelho de corrente no indutor e a referência;
- 4, Circuito somador, que efetua a soma ponderada dos sinais erros e referência da razão cíclica;
- 5, Circuito de adequação de positividade de sinal modulante e a geração do PWM, constituída por um circuito comparador entre o sinal dente de serra e a modulante.



**Figura 5 - Setorização do conversor *Buck-Boost* em malha fechada.  
Fonte: Autoria própria**

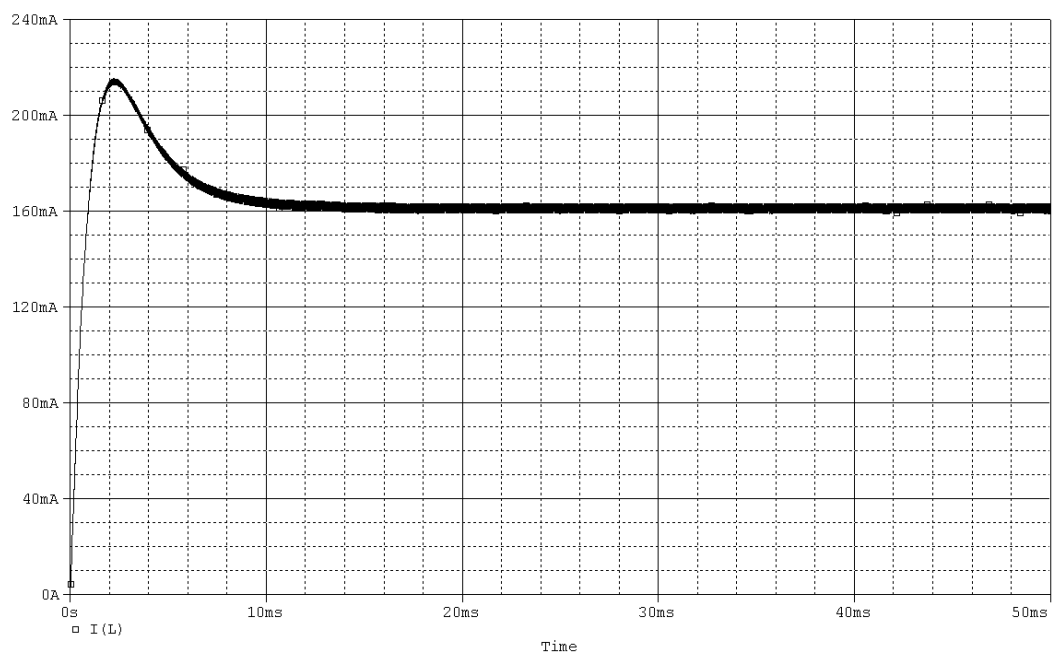
Por fim, as figuras de a 6 a 17 a seguir apresentam os resultados experimentais obtidos através das simulações feitas em *software* SPICE do sistema sem e com a atuação do controlador. As Figuras 6 e 7 apresentam o comportamento das correntes no indutor. Como pode ser visto, a corrente obtida utilizando um controlador com ganho unitário possui um *overshoot* maior quando comparado a configuração com a atuação do controlador, atingindo 300 mA, aproximadamente. Em seguida, com a implementação do controlador, pode-se observar que o valor chega em torno de 215 mA, ou seja, uma redução de aproximadamente 75 mA.

Seguindo, as Figuras 8 e 9 apresentam o *ripple* de corrente no indutor, no qual observa-se que o *ripple* permaneceu em torno, isto é, com valor médio, de 160 mA, conforme projeto.



**Figura 6 – Corrente no indutor utilizando ganho unitário (sem controlador).**

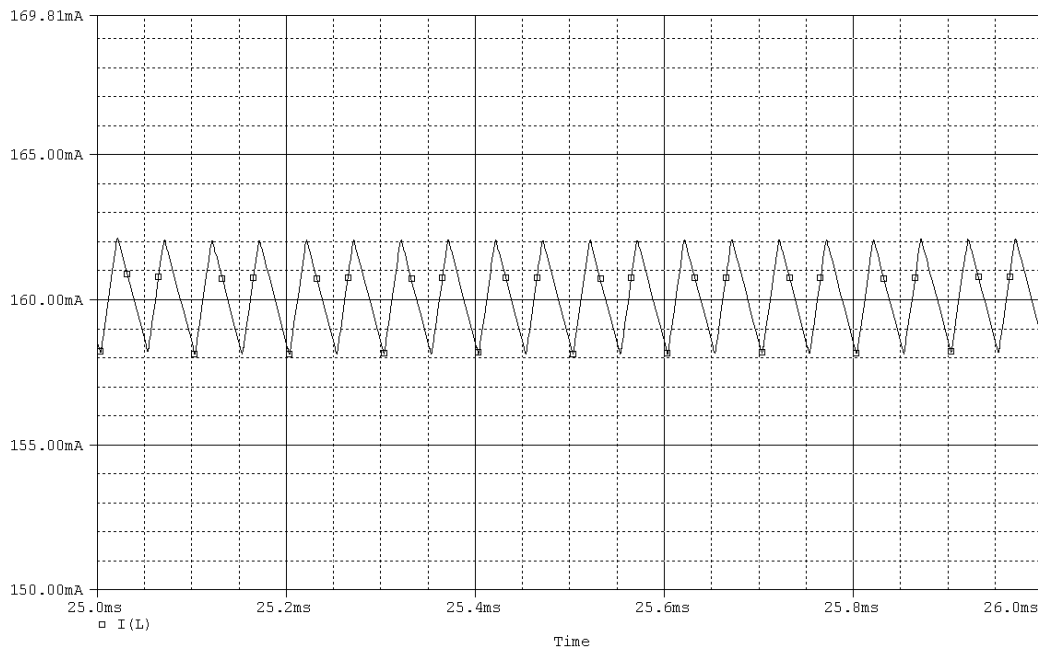
**Fonte: Autoria própria**



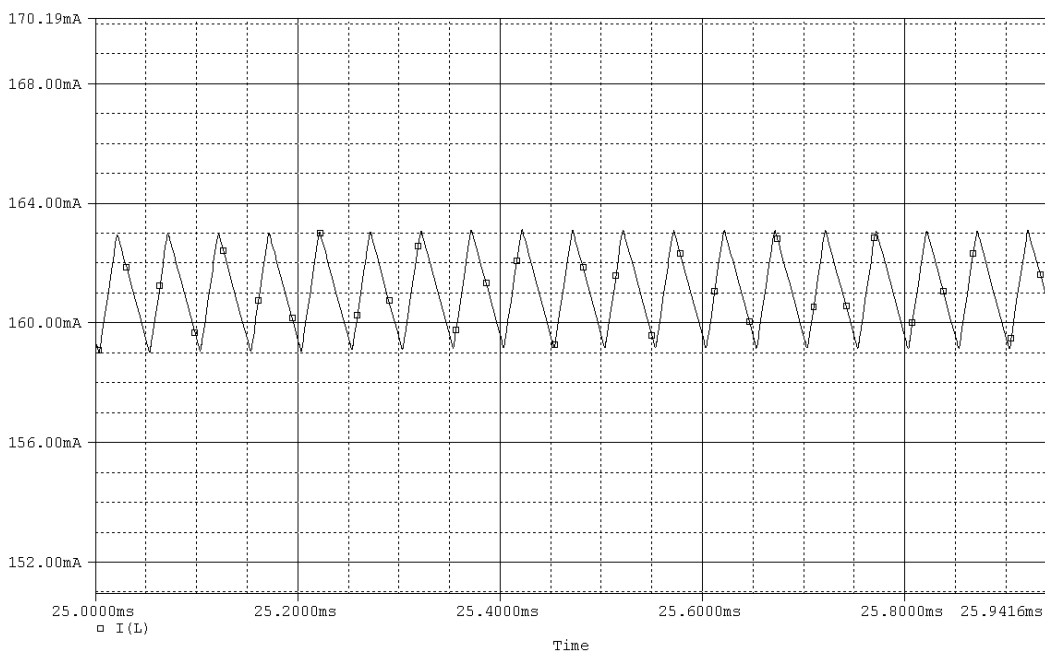
**Figura 7 - Corrente no indutor utilizando o ganho LQR-LMI (com controlador).**

**Fonte: Autoria própria**





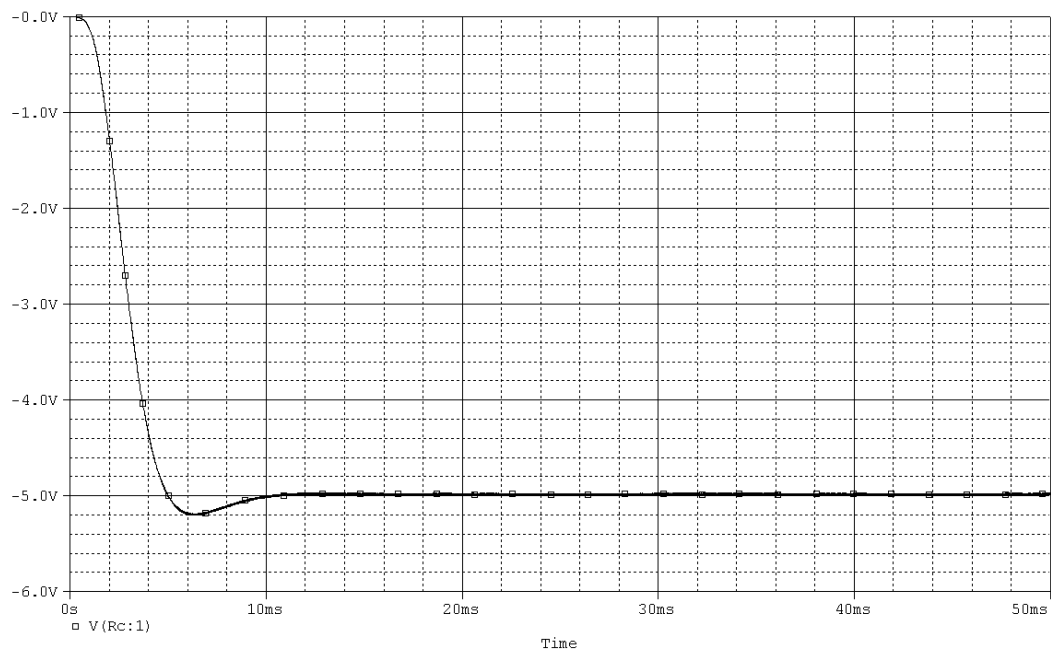
**Figura 8 - Ripple da corrente no indutor utilizando ganho unitário.**  
**Fonte: Autoria própria**



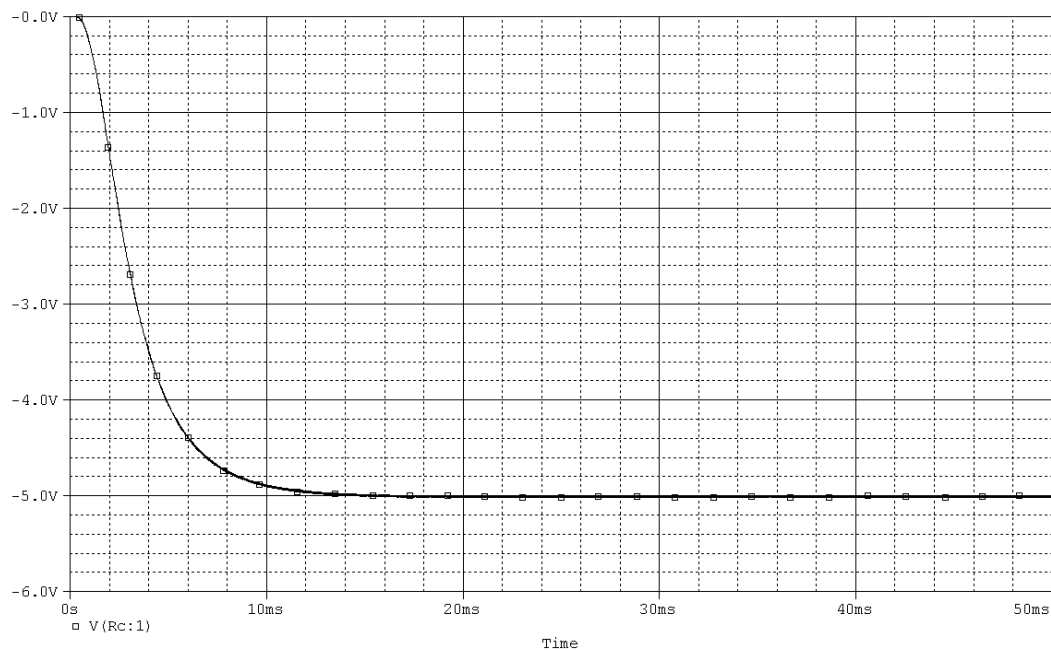
**Figura 9 - Ripple da corrente no indutor utilizando o ganho LQR-LMI.**  
**Fonte: Autoria própria**

Através da análise da tensão de saída do conversor, apresentado nas Figuras 10 e 11, observa-se a eliminação do *overshoot* na resposta ao degrau sob a influência do controlador LQR-LMI na carga durante o transitório (correspondendo a resposta de um sistema de primeira ordem, que é bastante satisfatório) comparado com a resposta ao degrau do controlador com ganho

unitário. Pode ser observado também uma pequena variação negativa, apresentando um pico negativo de aproximadamente  $-5,2$  V.

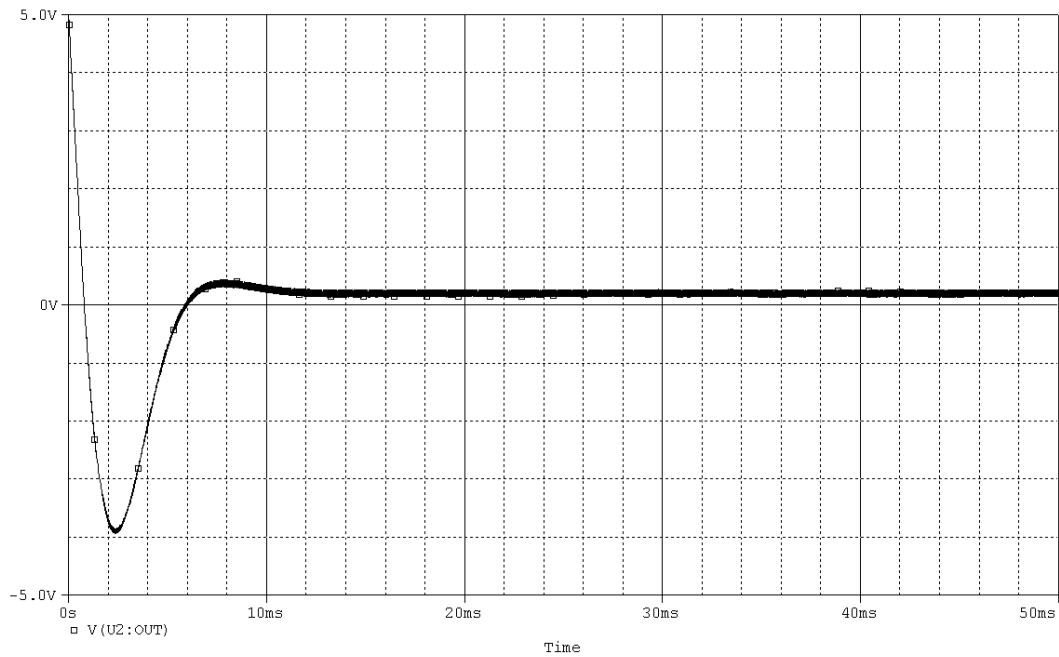


**Figura 10 – Tensão de saída do conversor utilizando ganho unitário.**  
**Fonte: Autoria própria**

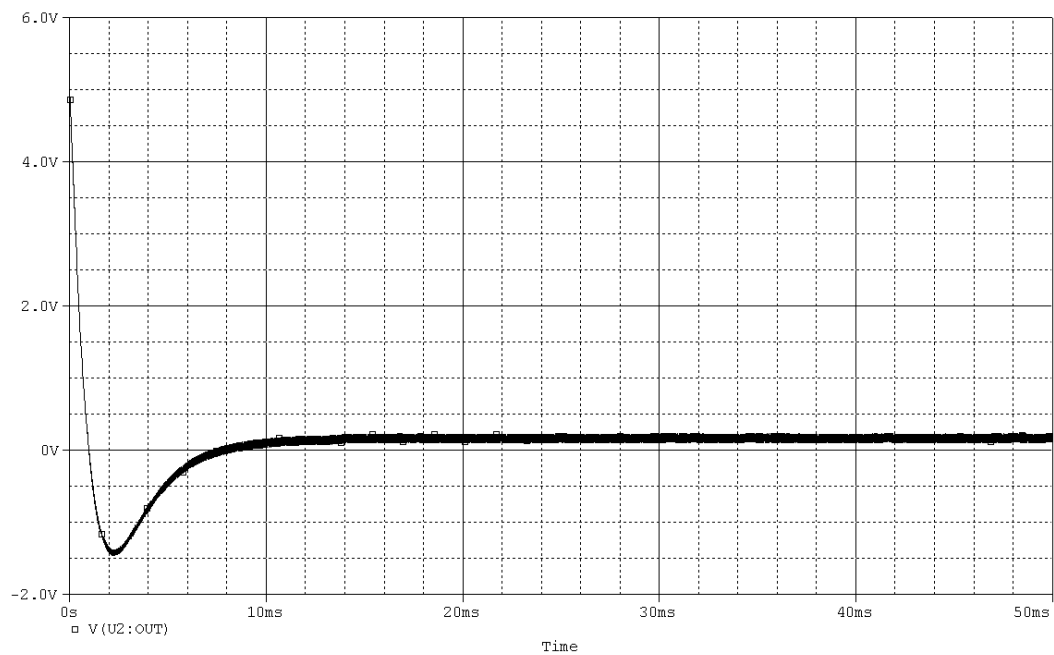


**Figura 11 - Tensão de saída do conversor utilizando o ganho LQR-LMI.**  
**Fonte: Autoria própria**

Prosseguindo as análises, apresenta-se a seguir os sinais de erro entre corrente no indutor e sua referência.



**Figura 12 – Sinal erro da corrente no indutor utilizando ganho unitário.  
Fonte: Autoria própria**

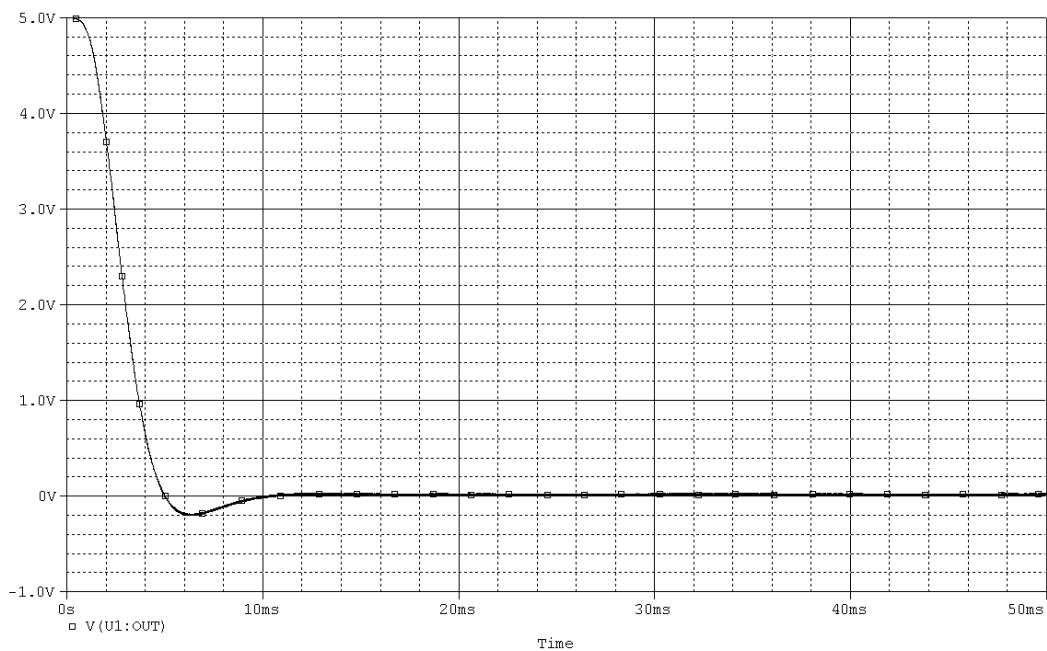


**Figura 13 – Sinal erro da corrente no indutor utilizando o ganho LQR-LMI.  
Fonte: Autoria própria**

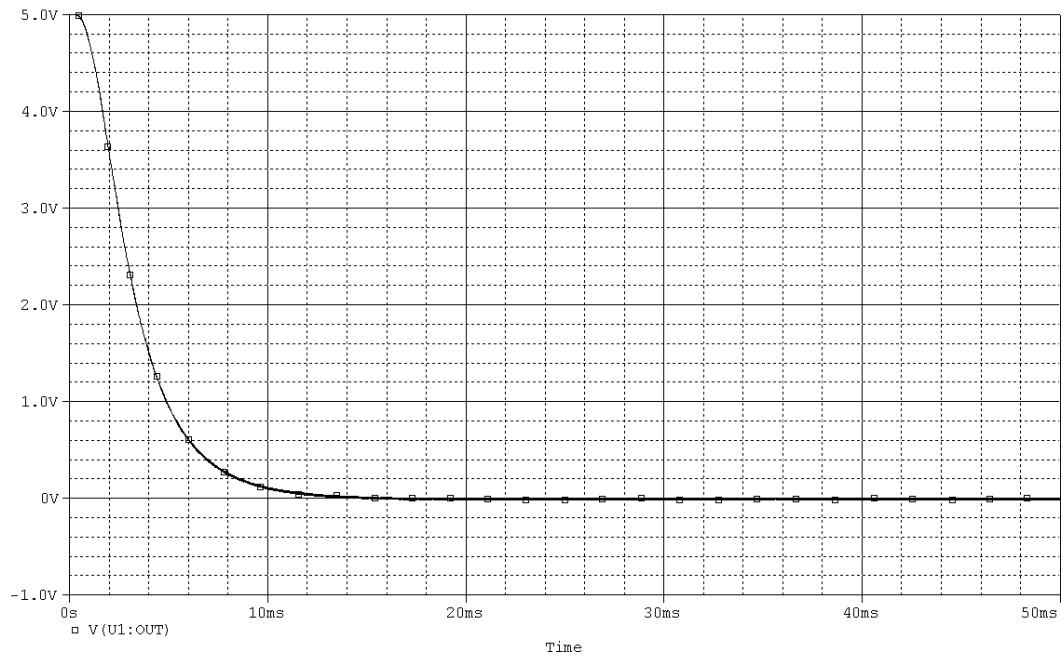
Neste caso, é evidente a atenuação do sobressinal no sinal de erro após a inserção do controlador ao sistema, ou seja, observa-se na Figura 12 que o *overshoot* no ganho unitário é de aproximadamente 4 V, enquanto que na Figura 13, observa-se que o *overshoot* é reduzido consideravelmente, em

torno de 1,5 V. A contraposição destes sinais perfazem uma redução de 2,5 V, sendo um resultando interessante do ponto de vista de aplicação prática.

Continuando, as Figuras 14 e 15 apresentam os sinais de erro para a tensão de saída na carga. Observa-se que o comportamento temporal das curvas é semelhante, no qual destaca-se a eliminação do *overshoot* negativo obtido na aplicação do ganho LQR-LMI ao sistema. De forma ilustrativa, verifica-se na Figura 14 a presença do pico negativo de aproximadamente 200mV.

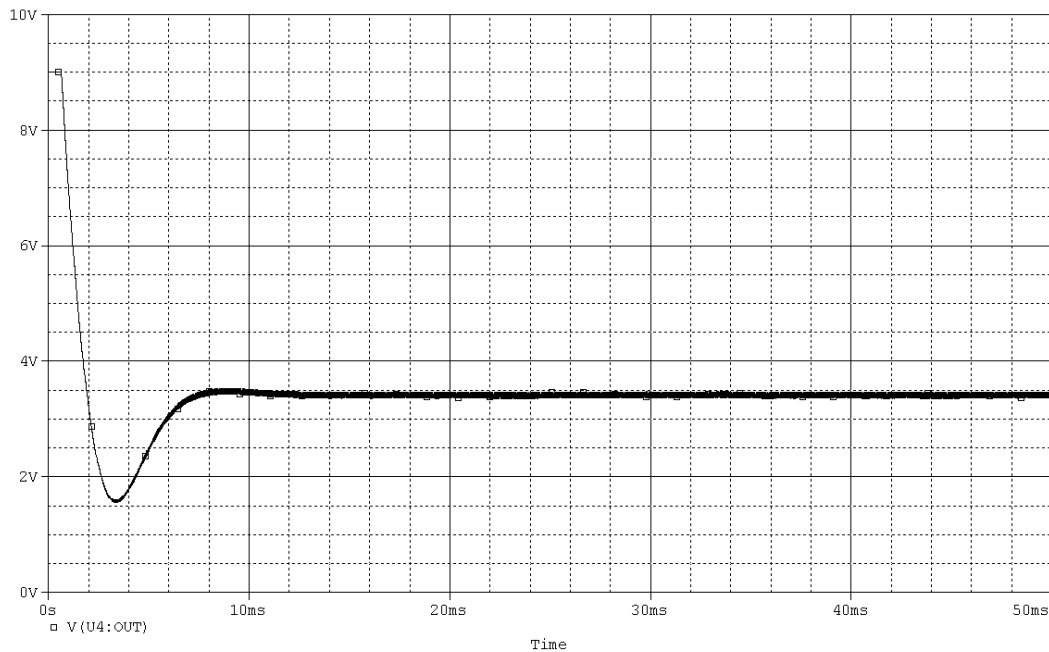


**Figura 14 - Sinal erro da tensão de saída utilizando ganho unitário.  
Fonte: Autoria própria**

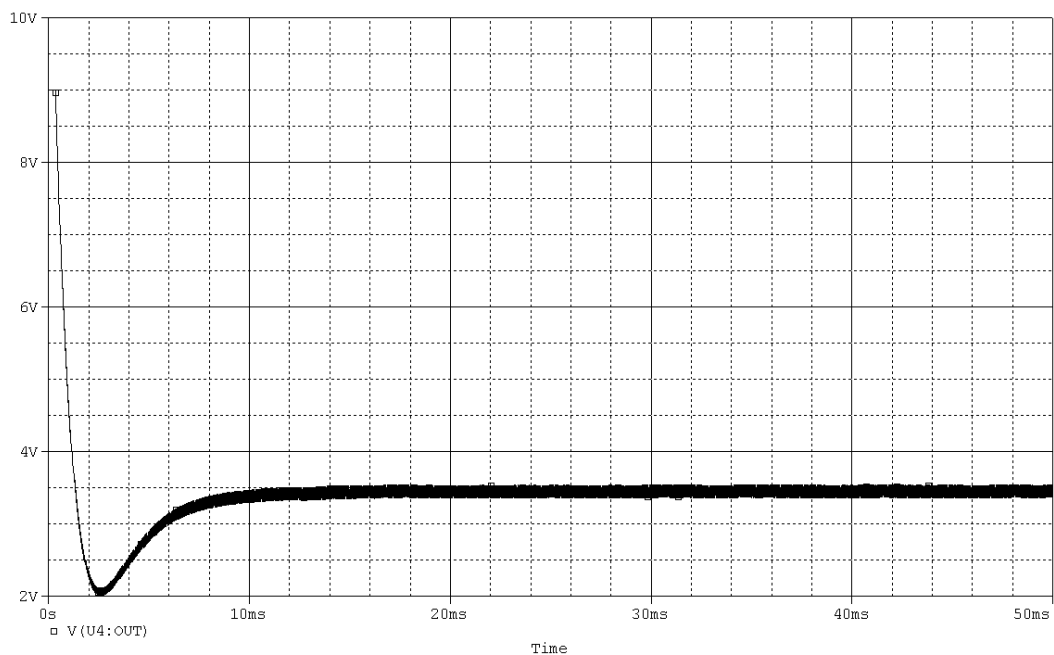


**Figura 15 - Sinal erro da tensão de saída utilizando o ganho LQR-LMI.  
Fonte: Autoria própria**

Por fim, é apresentado nas figuras 16 e 17, o comportamento do sinal modulante e seus respectivos desdobramentos perante a aplicação (ou não) do ganho de controle LQR-LMI.



**Figura 16 - Sinal modulante obtido pela aplicação do ganho unitário (sem controlador).  
Fonte: Autoria própria**



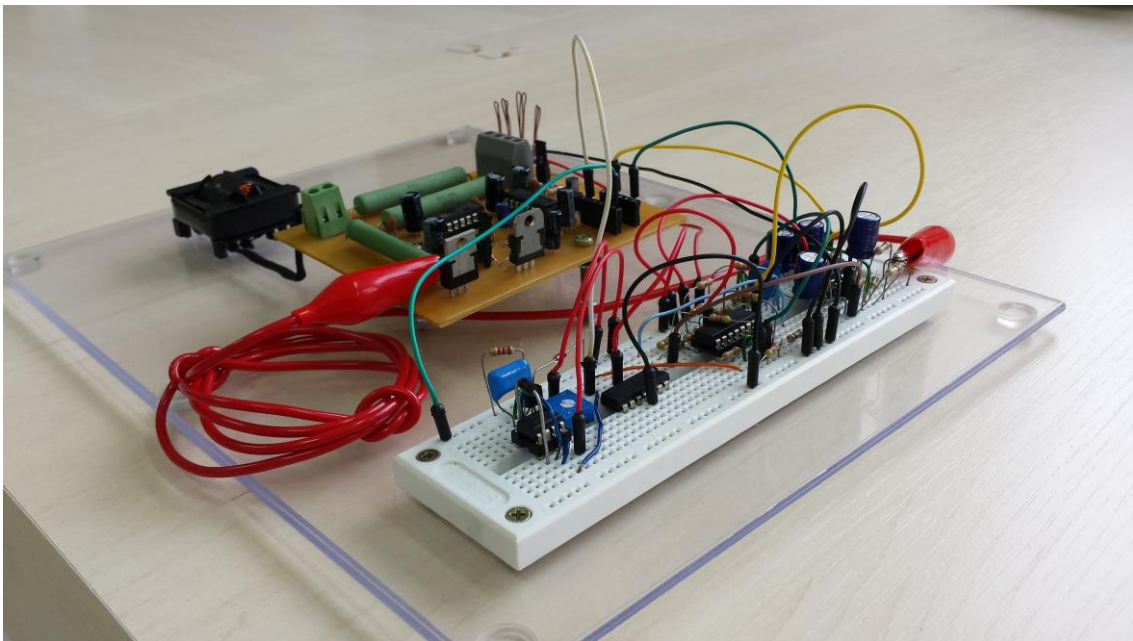
**Figura 17 - Sinal modulante obtido pela aplicação do ganho LQR-LMI.  
Fonte: Autoria própria**

De forma similar à análise dos sinais elétricos descritos nas figuras anteriores, nota-se que o sinal modulante condicionado pelo controlador LQR-LMI apresentou um *overshoot* menor comparado ao desempenho do controle em ganho unitário, conforme pode ser visto pelas Figuras 16 e 17. De forma ilustrativa, nota-se que a modulante alcança um patamar de aproximadamente

1,6 V operando em realimentação unitária, enquanto que na aplicação do ganho LQR-LMI o valor é de 2,0 V, uma redução de aproximadamente 400 mV, ou seja, redução real de 4% no ciclo ativo do PWM, o que significa uma melhora no consumo de potência do sistema.

## 6 IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA

Uma vez que as etapas de projeto do controlador e as simulações foram concluídas, o próximo passo foi implementar o circuito analógico do sistema de controle em matriz de contatos, sendo que a PCB do conversor pertence a fase de implementação prática desenvolvido em [9]. A montagem completa está mostrada na figura 18.



**Figura 18 - Sistema Completo incluindo a PCB com o conversor *Buck-Boost* e a matriz de contato contendo o sistema com o controlador LQR-LMI.**

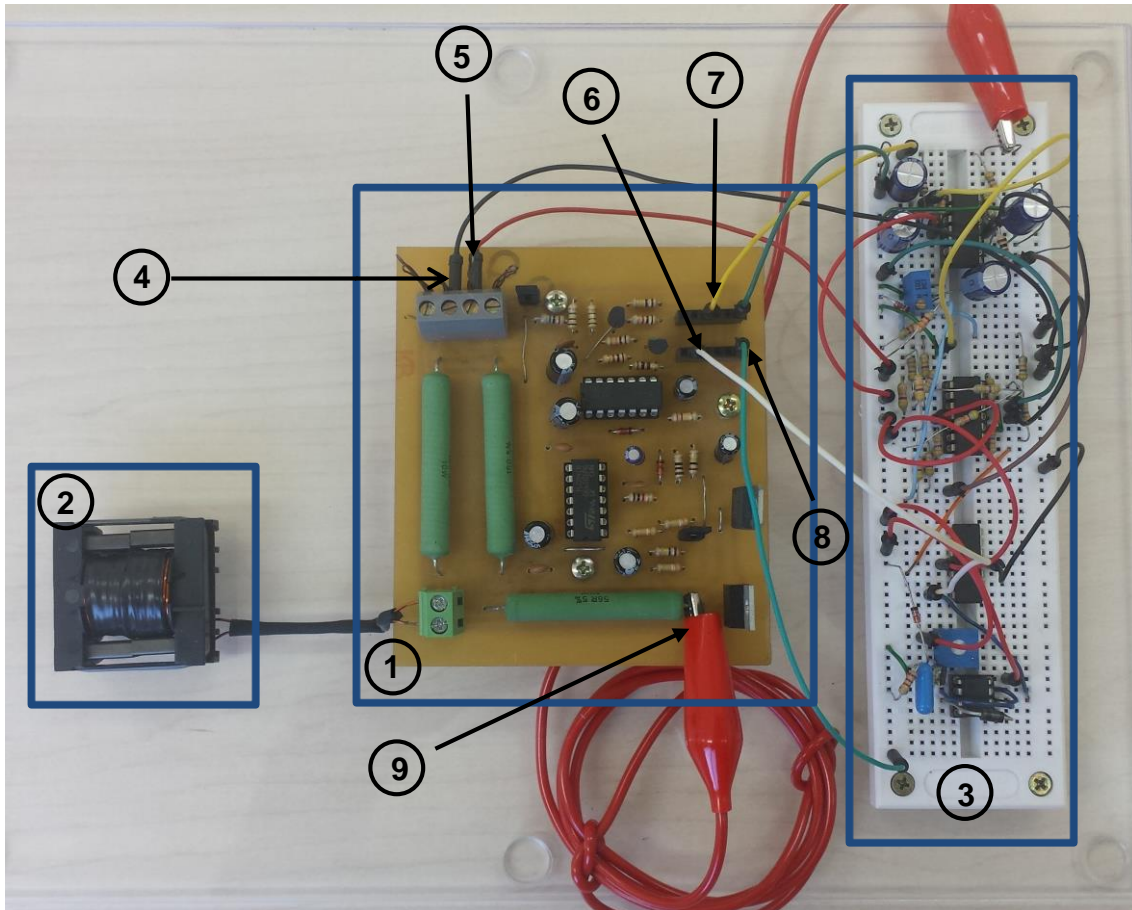
**Fonte: Autoria própria**

Com o intuito de esclarecer a composição do conjunto de circuitos eletrônicos que integram a malha de controle, a figura 19 apresenta as subdivisões do sistema:

1. Conversor *Buck-Boost* implementado em PCB;
2. Indutor do conversor;
3. Sistema de controle analógico disposto em matriz de contatos;
4. Tensão de alimentação negativa, variável de  $-5\text{ V}$  a  $-9\text{ V}$ ;
5. Tensão de alimentação positiva,  $15\text{ V}$ ;
6. Sinal PWM;



7. Amostra da tensão espelho de corrente no indutor;
8. Aterramento do sistema;
9. Amostra da tensão na saída (carga).

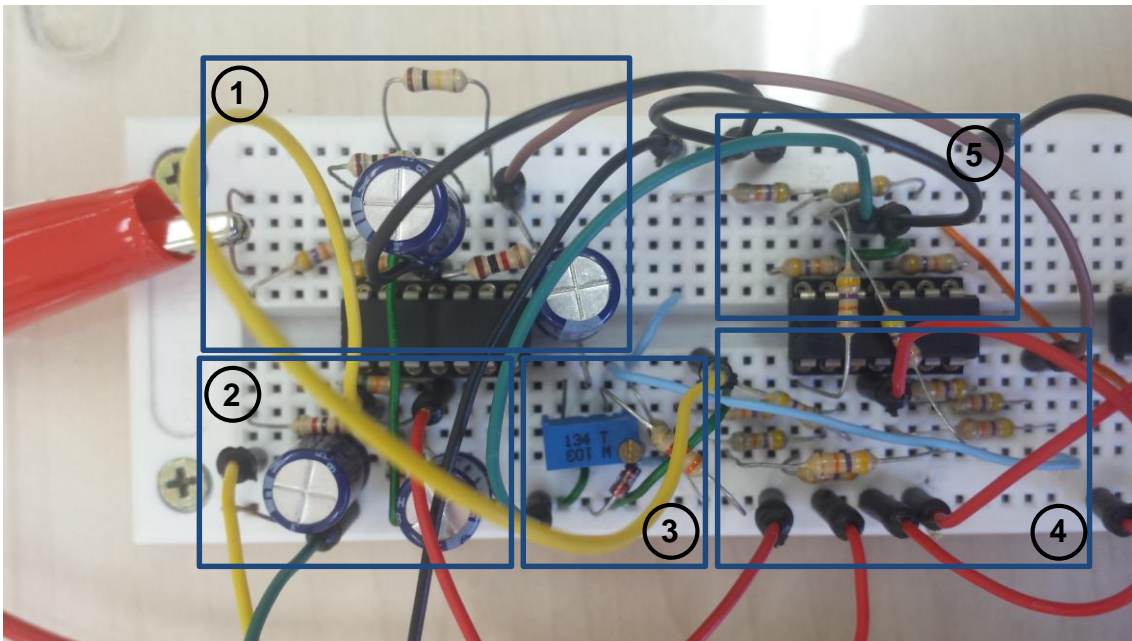


**Figura 19 - Setorização do sistema completo.**  
**Fonte: Autoria própria**

A seguir, apresenta-se os detalhamentos dos circuitos analógicos implementados. Inicialmente, a Figura 20 expõe o estágio de filtragem das variáveis de estado amostradas, sendo:

1. Circuito inversor de tensão de polaridade de tensão elétrica em cascata com filtro passa-baixa ativo de topologia *Sallen Key*, implementados via amplificador operacional;
2. Circuito analógico do filtro passa-baixa com ganho de numérico de 15 V/V da tensão espelho da corrente amostrada;

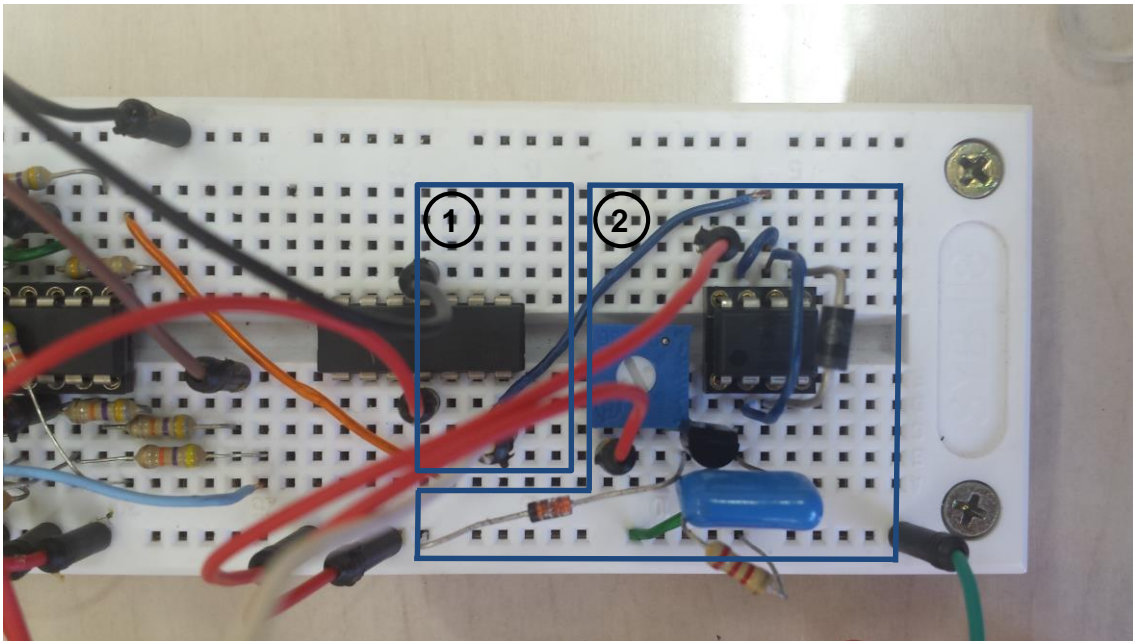
3. Geração dos sinais de tensões de referências para os estados do sistema, bem como da razão cíclica, implementado por meio do diodo Zener;
4. Circuitos subtratores entre os sinais amostrados e as referências, projetados no amplificador operacional, sendo que o circuito da esquerda processa o sinal de corrente no indutor e do lado direita o sinal da tensão na carga.
5. Sistema multi-estágio envolvendo um amplificador somador cujos ganhos de controle são aplicados aos sinais de erro integrando a referência de razão cíclica e um inversor de tensão.



**Figura 20 - Setorização das partes integrantes apresentadas na Figura 19.  
Fonte: Autoria própria**

Em seguida, a Figura 21 apresenta o circuito de geração do sinal de PWM, cujo detalhamento segue.

1. Circuito de geração do sinal PWM, integrando um circuito na configuração de comparador dos sinais modulante e dente de serra;
2. Circuito de geração da onda dente de serra.



**Figura 21 - Setorização das partes apresentadas na Figura 19.  
Fonte: Autoria própria.**

## 7 RESULTADOS PRÁTICOS

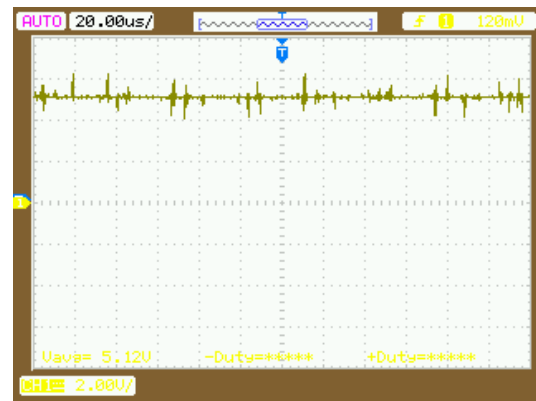
Finalizada as etapas de estudos dirigidos, projeto, simulação e implementação prática da malha de controle analógica em matriz de contatos, realizou-se testes de bancada do sistema em malha fechado via realimentação de estados, possibilitando a validação dos resultados obtidos via simulação eletrônica. Para tanto, conforme apresentado na Seção 5, serão explorados detalhadamente os sinais práticos que permita avaliar o desempenho da proposta, iniciando a análise considerando uma realimentação unitária com a ilustração da variável de estado definida pela corrente no indutor.

Na Figura 22 (a) nota-se que o sinal de corrente apresenta a característica ondulante e uma forte influência do processo de chaveamento através de *spikes* de tensão. Neste sentido, para poder utilizar este sinal como estado foi necessário a implementação de um filtro passa-baixa, cuja resposta consta na Figura 22 (b) e (c).

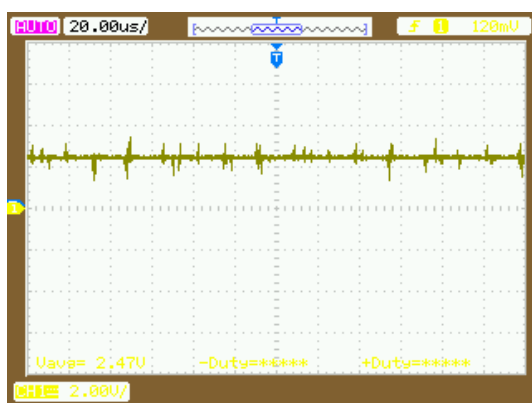
Adicionalmente, verifica-se que a corrente possui um valor reduzido na amostragem, devido as implicações de aquisição de dados do grupo de TCC que confeccionou o circuito de potência em PCB. Desta forma, houve a necessidade de adaptar o nível de corrente para a utilização de uma única referência de tensão para ambos sinais de estados, elevando o nível da tensão espelho da corrente ao patamar de 5 V (Figura 22 (d)), ou seja, nota-se a variação do valor médio de 2,47 V para 5,12 V. Portanto, o estágio de comparação resulta em um sinal de erro da ordem de  $-300$  mV, conforme apresenta a Figura 22 (e) cujo sinal encontra-se em regime permanente.



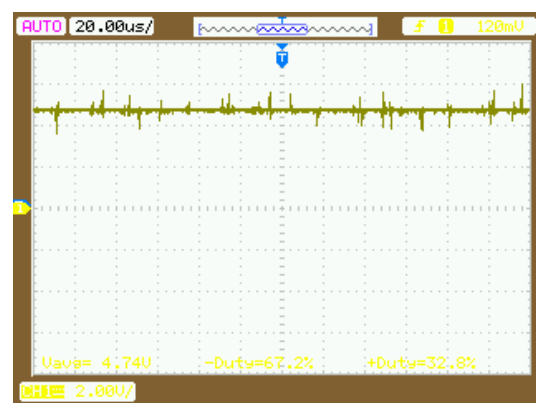
(a)



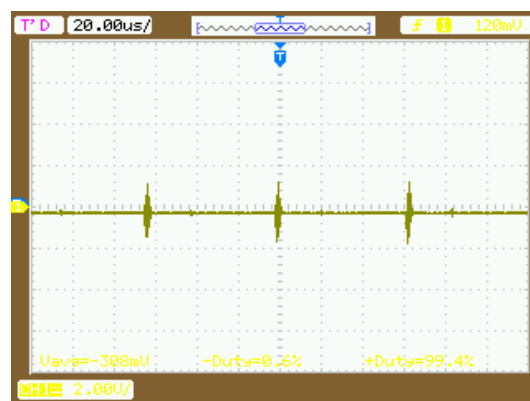
(b)



(c)



(d)



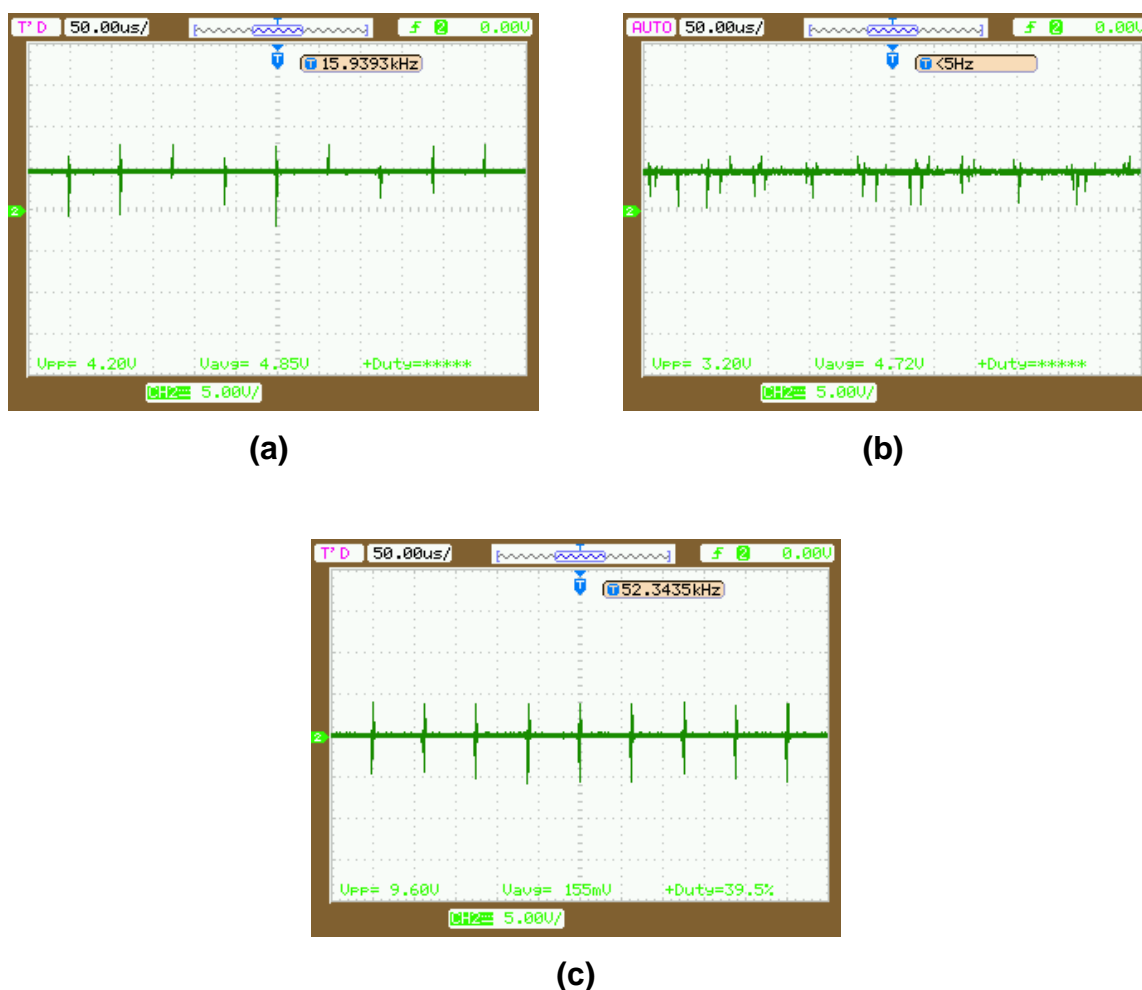
(e)

**Figura 22 – Sinais relacionadas ao estado de corrente no indutor, (a) tensão espelho da corrente no indutor, (b) tensão espelho da corrente no indutor filtrada e compensada com ganho, (c) tensão espelho da corrente no indutor filtrada, (d) sinal de referência para o estado da corrente no indutor, (e) sinal de erro.**

**Fonte: Autoria própria**

Com relação às Figuras 23 e 24 é possível ilustrar os sinais equivalentes para a análise da tensão de saída do conversor. Um detalhe a ser considerado são os testes de resposta ao degrau, envolvendo uma limitação da razão

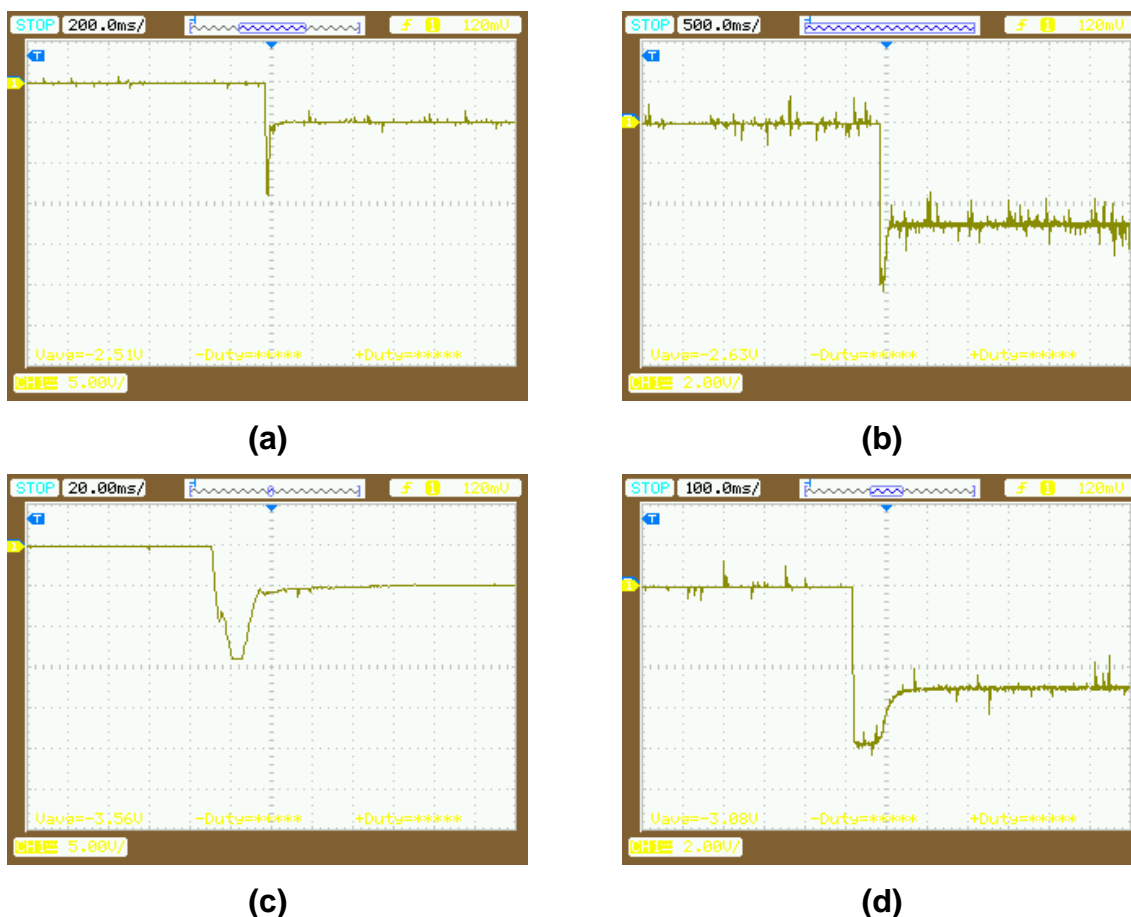
cíclica de 50% contrapostos com os resultados a níveis de 90% de excursão do sinal modulante, constante na Figura 24.



**Figura 23 – Sinais relacionados ao estado de saída de tensão, (a) Tensão de saída filtrada e realimentação unitária, (b) Sinal de referência para o estado de tensão, (c) Sinal de erro.**  
**Fonte: Autoria própria**

Observa-se na Figura 23 (a) a tensão de saída após a passagem pelo filtro (ainda com *spikes* residuais, porém sem comprometer o processamento do sinal de modulante) e sem compensação, atingindo o valor médio de 4,85 V. Na Figura 23 (b) é mostrado o sinal de referência para o estado de tensão, cujo valor médio é 4,72 V. O estágio de subtração entre estes dois sinais resulta no sinal de erro de tensão na ordem de 155 mV, apresentado na Figura 23 (c).

Na Figura 24, a seguir, estão os estágios de resposta ao degrau unitário obtidos na tensão de saída utilizando uma realimentação unitária.

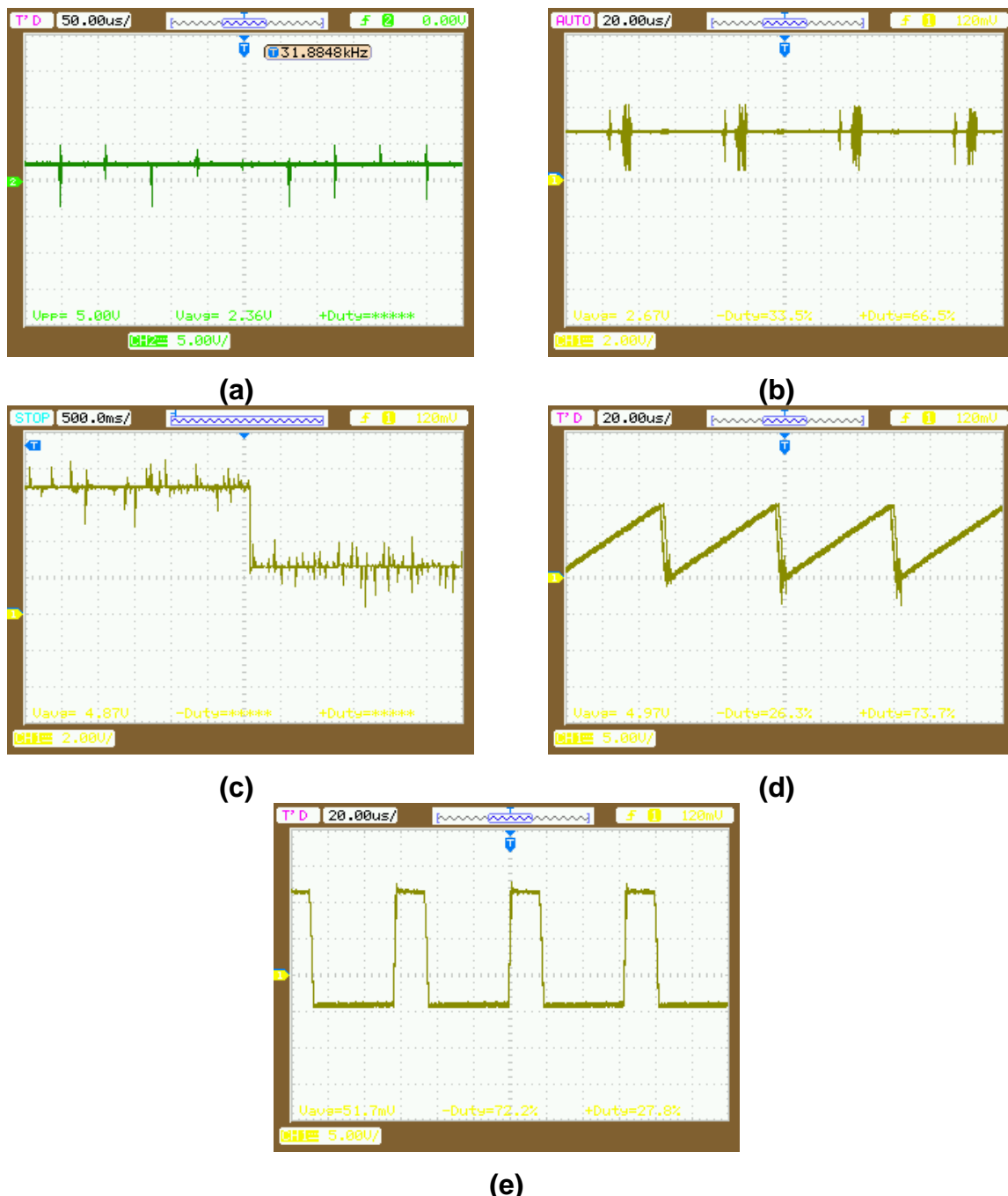


**Figura 24 – Sinais relacionados a resposta ao degrau de entrada, utilizando a excursão do sinal modulante em até (a) 90 %, (b) 50 %, e os correspondentes detalhamentos em (c) e (d), respectivamente.**

**Fonte: Autoria própria**

A partir da Figura 24 (a), nota-se a resposta ao degrau com razão cíclica de 90%, cujo pico negativo (*overshoot*) é de aproximadamente 14 V. Seu detalhamento consta na Figura 24 (c) e demonstra o comportamento temporal do *overshoot* durante o transitório. Na Figura 24 (b), é ilustrado a resposta ao degrau com razão cíclica de 50%. De forma semelhante é possível observar que um pico negativo, porém com menor intensidade, chegando a aproximadamente 8 V, cujo detalhamento é apresentado na Figura 24 (d).

A partir da Figura 24, nota-se um comportamento natural de reduzido sobressinal na resposta ao degrau com limitação mais rígida na excursão do sinal modulante. Isso reflete diretamente no tempo de acomodação do sinal, que, para a situação referente à razão cíclica de 90%, observa-se uma maior velocidade de resposta, como esperado.



**Figura 25 – Sinais relacionados a geração do sinal PWM (a) referência do degrau da tensão de entrada, (b) sinal modulante em regime permanente, (c) comportamento transitório do sinal modulante, (d) sinal dente de serra, (e) sinal PWM em regime permanente.**

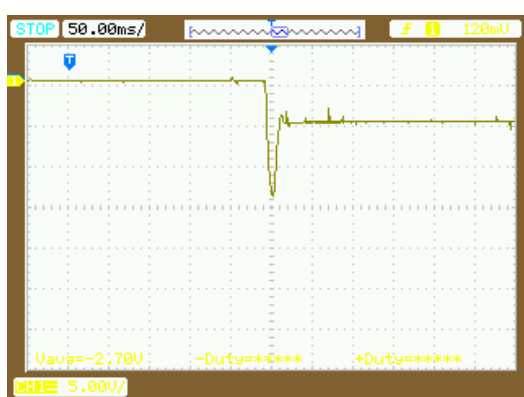
**Fonte: Autoria própria**

Agora, com relação a geração do PWM, é possível avaliar que o sinal modulante final apresenta um percentual de 26,7%, sendo que a referência de razão cíclica permaneceu em 23,6%, ou seja, o controle atuou no incremento de razão cíclica necessário para atingir o valor desejado em regime. O sinal dente de serra é ilustrado na Figura 25 (d), o qual pode-se constatar a



frequência de chaveamento de aproximadamente 20 kHz e cujo valor máximo de excursão de sinal modulante é de 10 V, limitado pela saturação do amplificador operacional inversor. Finalmente, a Figura 25 (e) ilustra o PWM gerado, cujo valor registrado é de 27,8%, próximo ao percentual da modulante, fato este justificado pela velocidade de resposta dos sinais analógicos em circuitos com amplificadores operacionais.

Agora, analisando os efeitos da incorporação do ganho do controlador LQR-LMI, tem-se na Figura 26 a resposta ao degrau para as diferentes condições de testes de limitação da razão cíclica. Assim, as Figuras 26 (a) e (c), há a limitação da razão cíclica em 90%, cujos resultados são contrapostos com os níveis de 50% de excursão do sinal modulante, apresentado nas Figuras 26 (b) e (d).



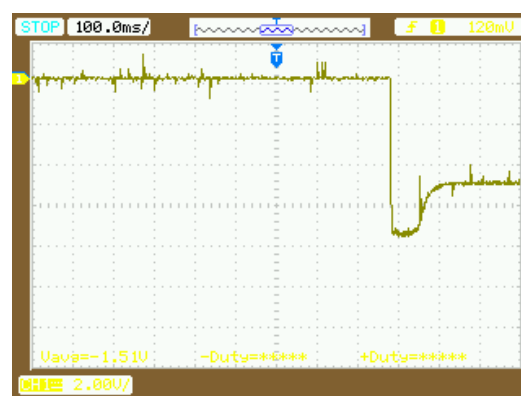
(a)



(b)



(c)



(d)

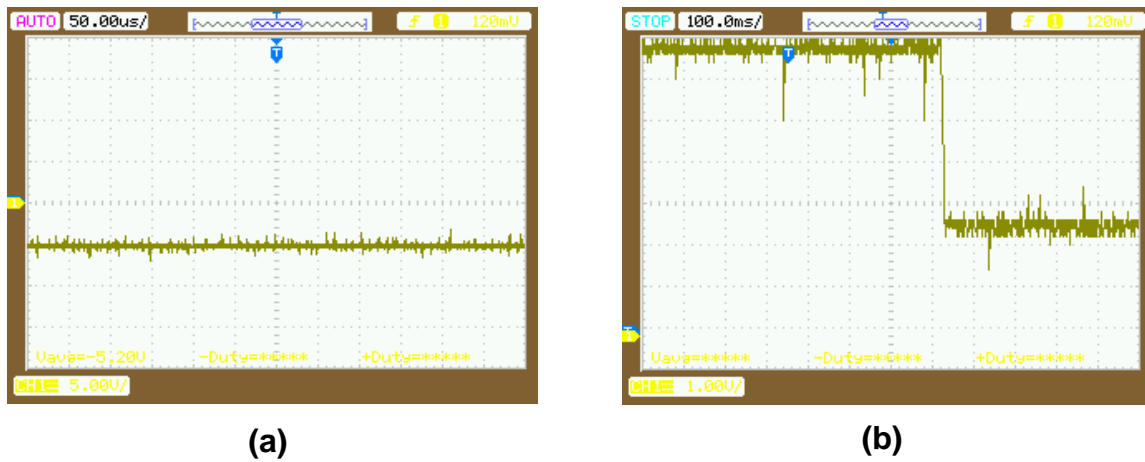
**Figura 26 - Sinais relacionados a resposta ao degrau de entrada, com incorporação do controlador LQR-LMI, utilizando a excursão do sinal modulante em até (a) 90 %, (b) 50 %, e seus correspondentes detalhes em (c) e (d), respectivamente.**

**Fonte: Autoria própria**

Observando a Figura 26 (a), tem-se a razão cíclica com excursão de 90%, podendo observar um *overshoot* de aproximadamente 14 V (sem alterações com relação à análise de realimentação unitária). É válido destacar, também, que imediatamente antes de voltar à sua referência, há um segundo sobressinal de aproximadamente 1,5 V, tornando o sinal mais oscilatório no período transitório. Seu detalhamento é mostrado na Figura 26 (c), sendo possível observar melhor os dois *overshoots*. Na Figura 26 (b), com limitação da razão cíclica em 50%, observa-se um *overshoot* de aproximadamente 7 V, bem como seu detalhamento na Figura 26 (d). Neste caso, comparativamente ao teste de realimentação unitária houve uma redução de aproximadamente 1 V, uma sutil melhora de sobressinal.

Por fim, a Figura 27 expõe alguns sinais relevantes em análise de regime permanente sob a ação do controle LQR-LMI. Verifica-se, portanto, através das imagens que o sistema alcançou o valor de regime de tensão de saída em  $-5,2$  V sob a condição de modulante em aproximadamente 2,5 V, ou seja, uma razão cíclica de 25 %. A Figura 27 (b) ainda ilustra o comportamento do sinal modulante diante da partida do conversor, o qual se comportou de forma mais abrupta em relação ao sinal obtido em simulação.

Algumas diferenças foram encontradas quando comparados os resultados simulados e os respectivos testes práticos, principalmente no que diz respeito aos *overshoots* do sistema. Tal fato é esperado, dado as condições de idealidade do circuito simulado. Neste sentido, observa-se que devido a transição do sinal modulante possuir um perfil mais truncado na prática, proporcionou elevados sobressinais, fato este não constatado em simulação pois houve um transitório que melhor acomodou o sinal no instante da partida do conversor.



**Figura 27 – (a) Sinal de saída do conversor compensado em regime permanente e (b) sinal modulante em regime transitório de resposta ao degrau da tensão de entrada.**

Fonte: Autoria própria

## 8 CONCLUSÕES

Este trabalho teve o objetivo de desenvolver um controlador robusto aplicado ao conversor *Buck-Boost*, baseando-se no Regulador Quadrático Linear via Desigualdades Matriciais Lineares com o intuito de obter ganhos ótimos que estabilize o sistema em determinada região do plano  $s$ . A implementação da realimentação de estados atendeu a premissa de simplificar a aplicação prática do controlador projetado.

Através da composição LQR-LMI, foi possível, através de *software* livre, a resolução de problemas de controle baseado em otimização convexa. A implementação do controlador utilizando as teorias LQR-LMI demandou teorias avançadas em controle, bem como uma complexa implementação prática através de circuitos analógicos, tendo em vista que a maioria dos assuntos abordados não pertenciam nas ementas das disciplinas de controle da graduação.

É importante destacar que as condições de Lyapunov para a aplicação de LMI's se provaram de importância fundamental para a implementação do sistema de controle, facilitando a incorporação de restrições na forma de LMIs impostas pelas condições de estabilidade e do projetista. Por isso, vale ressaltar que buscou-se valores de controladores que pudesse atuar em sistemas físicos reais, como no caso em estudo de aplicação a conversores CC-CC.

Informa-se, ainda, que após a fase de projeto, as simulações tornaram-se uma poderosa ferramenta de validação para a aplicação prática, transmitindo a confiabilidade e segurança na sua implementação, que busca integrar os diferentes circuitos analógicos que compõe a malha de controle. Além disso, durante os testes de bancada para a extração das figuras de funcionamento mostradas anteriormente, foi possível fazer modificações em tempo real para análise do comportamento de acordo com a análise pretendida. Tais modificações foram eficientes, fato este constatado pela estabilidade do sistema montado.

Por fim, com relação aos resultados obtidos nos testes de bancada, observou-se que o sistema de controle projetado atingiu as expectativas de comportamento com relação aos parâmetros de projeto, cujo funcionamento

prático aproximou-se dos resultados teóricos produzidos em simulação, e, portanto, atendeu os objetivos propostos neste trabalho.

Além disso, durante a realização do projeto de controle e implementação do sistema prático, observou-se que é possível efetuar melhorias para o sistema, algumas sugestões estão listadas abaixo:

- Avaliar as condições de incerteza referente a tendência de variação na indutância, objetivando resultados mais próximos dos reais;
- Realizar estudos referentes a falhas nos atuadores, projetando controladores que possam manter a confiabilidade do sistema perante esta incerteza.

## 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 ASHFAQ, Ahmed. **Eletrônica de Potência**. 1. ed. São Paulo: Ed. Pearson Prentice Hall, 2001.
- 2 ARRABAÇA, Devair A.; GIMENEZ, Salvador P. **Eletrônica de potência: Conversores CA-CC, Teoria, Prática e Simulações**. 1. ed. São Paulo: Erica, 2011
- 3 KASSAKIAN, John G.; SCHLECHT, Martin F.; VERGHESE, George C. **Principals of Power Electronics**.
- 4 OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- 5 OLLALA, Carlos; LEYVA, Ramon; EL AROUDI, Abdelali. **Robust LQR Control for PWM Converters: An LMI Approach** EEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, VOL. 56, NO. 7, JULY 2009.
- 6 OLLALA, Carlos; LEYVA, Ramon; EL AROUDI, Abdelali. **LMI Control Applied to Non-minimum Phase Switched Power Converters** Universitat Rovira i Virgili Tarragona, Spain.
- 7 BOYD, Stephen; EL GAHOUI, Laurent; FERON, Eric; BALAKRISHNAN, Venkataramanan. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1994.
- 8 CHILALI, Mahmoud; GAHINET Pascal. **H<sub>∞</sub> Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach**. IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, VOL. 41, NO. 3, MARCH 1996.
- 9 VANIN, Ivan M.; OLIVEIRA, Regis. **Controlador LQR-LMI Sujeito a Incertezas Politépicas Aplicado ao Conversor *Buck-Boost***. UTFPR, Toledo, 2015.
- 10 NETO, João Teixeira de Carvalho. **Controle Robusto Aplicado a Conversor *Buck-Boost* em Sistemas Fotovoltaicos**. Natal, 2012.
- 11 OLIVEIRA, Maurício. **The Linear Quadratic Regulator (LQR)**.
- 12 COSTA, Marcus V. S. **Controladores Robustos D-LQR e D-Alocação de Polos Otimizados Via LMI Aplicados a um Conversor *Boost* Alto Ganho com Célula de Comutação Três Estados**. Fortaleza, 2012.