

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FELIPE PATRON CÂNDIDO

**ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO EM ALTA VELOCIDADE
AO REDOR DE CONFIGURAÇÕES AEROESPACIAIS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PATO BRANCO

2016

FELIPE PATRON CÂNDIDO

**ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO EM ALTA VELOCIDADE
AO REDOR DE CONFIGURAÇÕES AEROESPACIAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Engenharia Mecânica da Coordenação de Engenharia Mecânica – COEME – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Câmpus Pato Branco, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Augusto Aparecido Gomes.

PATO BRANCO

2016

FOLHA DE APROVAÇÃO

ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO EM ALTA VELOCIDADE AO REDOR DE CONFIGURAÇÕES AEROESPACIAIS

Felipe Patron Cândido

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado no dia 24/06/2016 como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Mecânico, do curso de Engenharia Mecânica do Departamento Acadêmico de Mecânica (DAMEC) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Pato Branco (UTFPR-PB). O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora julgou o trabalho **APROVADO**.

Prof. Msc. Adelino Carlos Maccarini
(UTFPR)

Prof. Dr. Luiz Carlos Martinelli Junior
(UTFPR)

Profa. Dr. Francisco Augusto Aparecido Gomes
(UTFPR)
Orientador

Prof. Dr. Bruno Bellini Medeiros
Responsável pelo TCC do Curso de Eng. Mecânica

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente aos meus pais que me deram todas as condições para que eu pudesse me dedicar exclusivamente aos estudos, sendo eles sempre compreensíveis e confortadores. À minha mãe, obrigado por ser tão intensa e afetiva, mostrando o quanto é importante viver cada momento, e neste momento, viver intensamente essa conquista. Ao meu pai, por me ensinar a viver por meio da sua serenidade, honestidade e força. Aos dois, por me ensinarem a sonhar e principalmente, por me darem a base para que eu pudesse buscar o que desejo.

Gostaria de agradecer a Isabela Nery, minha companheira, pelo carinho, pela força, por todo o amor dedicado, por alimentar em mim, todos os dias, a esperança de um mundo melhor e mostrar que são nos detalhes e na simplicidade se encontra a paz e a felicidade.

Gostaria de agradecer a minha “família” de universidade, especialmente ao Marco(s) Antonio(s) Maraia(s) Villa(s) pelas noites de reflexão (roles), Fabio Zanguettin pelos serviços de táxi e pela ótima comida, Gabriel Laureano (Fumassa) pela identidade quando ainda era menor, bom futebol e pelo ótimo coração, Rogério Antunes por não me matar devido a tanto *bulling*, Felipe Augusto (Chapecó) por me ensinar quase todas as matérias, Guilherme Favretto pelos anos dividindo apartamento e principalmente por levar as broncas por mim. Aos demais, fica aqui minha eterna gratidão por todos os momentos e aprendizados.

Agradeço também ao meu professor orientador, Prof. Dr. Francisco, pelo empenho, paciência e colaboração para que esse trabalho fosse realizado. E também por me mostrar que o esforço e dedicação são a base de tudo, “bunda na cadeira e lápis na mão” GOMES.

“Tempo a gente tem, quanto a gente dá? ”
Evaporar, Little Joy.

RESUMO

A análise do escoamento em alta velocidade é uma área que vem crescendo cada vez mais devido as tecnologias atuais, é fundamental que se desenvolva ferramentas e métodos que contemplem, com precisão tais fenômenos físicos. Uma ferramenta importante neste processo é a análise computacional da dinâmica dos fluidos, esta que se baseia na implementação das equações que regem o fenômeno físico através de metodologias numéricas. O presente trabalho, através do código fonte ***HYNE2D***, tem como objetivo realizar simulações numéricas em um escoamento em alta velocidade através de algumas geometrias, visando analisar o comportamento das propriedades ao longo do escoamento para cada caso. Por fim, comparou-se tais propriedades afim de se analisar as influencias que cada perfil tem quando submetidos as mesmas condições, iniciando-se um método de seleção de perfis que será utilizado futuramente pela equipe de foguetes de Universidade Tecnológica Federal do Paraná – *Câmpus* Pato Branco. O código fonte utilizado tem em sua implementação o método de discretização em volumes finitos, o domínio de solução através de malhas não estruturadas e o método de Runge-Kutta para o avanço do tempo. Os casos aqui simulados são modelos de escoamentos laminares, considerando o modelo de ar atmosférico “*frozen*”, regidos pelas equações de Navier-Stokes.

Palavras-chave: Volumes Finitos, Malhas Não-Estruturadas, Escoamento Supersônico.

ABSTRACT

The analysis of high-speed flow is an area that is growing increasingly due to current technologies, it is essential to develop tools and methods to address, precisely such physical phenomena. A major tool in this process is the computational analysis of fluid dynamics, this implementation that is based on the equations that govern the physical phenomenon using numerical methods. This work, by HYN2D source code, aims to conduct numerical simulations in a flow at high speed through some geometries in order to analyze the behavior of the properties along the flow for each case. Finally, we compared these properties in order to analyze the influences that each profile has when undergoing the same conditions, starting a method of profile selection that will be used in future by the staff of the Federal Technological University of Paraná rockets - Campus Pato Branco. The source code used in its implementation has the discretization method of finite volumes, the solution domain through unstructured meshes and the Runge-Kutta method for time advance. The case simulated here are models of laminar flows, considering the atmospheric air model "frozen", governed by the Navier-Stokes equations.

Keywords: Finite volumes, Non-Structured Meshes, Supersonic Flow.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - ALTERAÇÃO DO ESCOAMENTO DEVIDO A ONDA DE CHOQUE (ADAPTADO).....	7
FIGURA 2 - REPRESENTAÇÃO DOS “LEQUES”(ADAPTADO).	7
FIGURA 3 - MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	8
FIGURA 4 – COMPARAÇÃO ENTRE SOLUÇÃO EXPERIMENTAL E NUMÉRICA	9
FIGURA 5 - ONDE DE CHOQUE EM UM ENSAIO SUPERSÔNICO.....	10
FIGURA 6 – MALHA ESTRUTURADA.....	11
FIGURA 7 – MALHA NÃO ESTRUTURADA	11
FIGURA 8- ESQUEMA DE VOLUME DE CONTROLE TRIANGULAR.....	24
FIGURA 9 – PONTOS DE GAUSS AO LONGO DAS ARESTAS DO VOLUME DE CONTROLE	28
FIGURA 10 - DIREÇÃO DO FLUXO NA INTERFACE ENTRE OS VOLUMES DE CONTROLE.....	31
FIGURA 11 – SUB-VOLUME DE CONTROLE	34
FIGURA 12 – OBTENÇÃO DOS GRADIENTES NAS ARESTAS DE FRONTEIRA	38
FIGURA 13 – MALHA PARA O MODELO SIMPLIFICADO DO VLS (COMPLETO).	42
FIGURA 14 - DETALHE DA MALHA PARA A REGIÃO FRONTAL DO MODELO SIMPLIFICADO DO VLS.	42
FIGURA 15 – MALHA PARA O MODELO SIMPLIFICADO DA SOYUZ (COMPLETO).	42
FIGURA 16 – DETALHE DA MALHA PARA A REGIÃO FRONTAL DO MODELO SIMPLIFICADO DA SOYUZ.	42
FIGURA 17 – MALHA PARA O MODELO PROPOSTO (PROTÓTIPO) (COMPLETO).....	43
FIGURA 18 – DETALHE DA MALHA PARA A REGIÃO FRONTAL DO MODELO PROPOSTO (PROTÓTIPO).	43
FIGURA 19 – CURVAS DE DENSIDADE PARA O CASO NÃO VISCOSO (VLS SIMPLIFICADO).....	44
FIGURA 20 – CURVAS DE DENSIDADE PARA O CASO NÃO VISCOSO (SOYUZ SIMPLIFICADO)	44
FIGURA 21 – CURVAS DE DENSIDADE PARA O CASO NÃO VISCOSO (MODELO).....	45
FIGURA 22 - CURVAS DE NÚMERO DE MACH PARA O CASO NÃO VISCOSO (VLS SIMPLIFICADO).....	46
FIGURA 23 - CURVAS DE NÚMERO DE MACH PARA O CASO NÃO VISCOSO (SOYUZ SIMPLIFICADO)	46
FIGURA 24 - CURVAS DE NÚMERO DE MACH PARA O CASO NÃO VISCOSO (MODELO).....	47
FIGURA 25 - CURVAS DE PRESSÃO PARA O CASO NÃO VISCOSO (VLS SIMPLIFICADO).....	47
FIGURA 26 - CURVAS DE PRESSÃO PARA O CASO NÃO VISCOSO (SOYUZ SIMPLIFICADO)	48
FIGURA 27 - CURVAS DE PRESSÃO PARA O CASO NÃO VISCOSO (MODELO).....	48
FIGURA 28 – COMPARAÇÃO DO NÚMERO DE MACH NO EIXO DE SIMETRIA. ESCOAMENTO NÃO VISCOSO.....	49
FIGURA 29 – COMPARAÇÃO DE PRESSÃO NO EIXO DE SIMETRIA. ESCOAMENTO NÃO VISCOSO. .	49
FIGURA 30 – COMPARAÇÃO ENTRE O COEFICIENTE DE PRESSÃO – ESCOAMENTO NÃO VISCOSO.	50
FIGURA 31– COMPARAÇÃO ENTRE O COEFICIENTE DE PRESSÃO – ESCOAMENTO NÃO VISCOSO (VISTA APROXIMADA).....	51
FIGURA 32 – CURVAS DE DENSIDADE PARA O CASO VISCOSO (VLS SIMPLIFICADO)	52
FIGURA 33 – CURVAS DE DENSIDADE PARA O CASO VISCOSO (SOYUZ SIMPLIFICADO).....	53
FIGURA 34 – CURVAS DE DENSIDADE PARA O CASO VISCOSO (PROTÓTIPO).....	53
FIGURA 35 - CURVAS DE NÚMERO DE MACH PARA O CASO VISCOSO (VLS SIMPLIFICADO)	54
FIGURA 36 - CURVAS DE NÚMERO DE MACH PARA O CASO VISCOSO (SOYUZ SIMPLIFICADO)....	55
FIGURA 37 - CURVAS DE NÚMERO DE MACH PARA O CASO VISCOSO (PROTÓTIPO).....	55
FIGURA 38 - CURVAS DE PRESSÃO PARA O CASO VISCOSO (VLS SIMPLIFICADO).....	56
FIGURA 39 - CURVAS DE PRESSÃO PARA O CASO VISCOSO (SOYUZ SIMPLIFICADO).....	56
FIGURA 40 - CURVAS DE PRESSÃO PARA O CASO VISCOSO (PROTÓTIPO).....	57
FIGURA 41 - CURVAS DE TEMPERATURA PARA O CASO VISCOSO (VLS SIMPLIFICADO)	58

FIGURA 42 - CURVAS DE TEMPERATURA PARA O CASO VISCOSO (SOYUZ SIMPLIFICADO)	58
FIGURA 43 - CURVAS DE TEMPERATURA PARA O CASO VISCOSO (PROTÓTIPO)	59
FIGURA 44 – COMPARAÇÃO DO NÚMERO DE MACH NO EIXO DE SIMETRIA. ESCOAMENTO VISCOSO.	60
FIGURA 45 – COMPARAÇÃO DE PRESSÃO NO EIXO DE SIMETRIA. ESCOAMENTO VISCOSO.....	60
FIGURA 46 – COMPARAÇÃO DE TEMPERATURA NO EIXO DE SIMETRIA. ESCOAMENTO VISCOSO.	60
FIGURA 47 – COMPARAÇÃO ENTRE COEFICIENTE DE PRESSÃO – CASO VISCOSO	61
FIGURA 48 – COMPARAÇÃO ENTRE COEFICIENTE DE PRESSÃO – CASO VISCOSO (VISTA APROXIMADA).....	62

SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO	5
1.1 MOTIVAÇÃO.....	12
1.2 OBJETIVOS.....	12
1.1.1 Objetivo Geral	12
1.1.2 Objetivos específicos.....	12
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	13
2. FÍSICA DO PROBLEMA	14
2.1 EQUAÇÕES BÁSICAS.....	14
2.1.2 Equações Constitutivas.....	15
2.1.2 Equações de Euler	23
3. METODOLOGIA NUMÉRICA	24
3.1 FLUXO CONVECTIVO.....	27
3.2 MÉTODO AUSMPW.....	29
3.3 MÉTODO DE ALTA ORDEM.....	32
3.4 FLUXO VISCOSO.....	33
3.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	35
3.5.1 Condições de Contorno para os Termos Não-Viscosos	36
3.5.2 Condições de Contorno para os Termos Viscoso.....	37
3.6 DISCRETIZAÇÃO NO TEMPO	38
3.7 DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA	39
4. RESULTADOS	41
4.1 MALHAS GEOMÉTRICAS.....	41
4.2 ESCOAMENTO NÃO VISCOSO	43
4.2.1 Curvas de Densidade para o Caso Não Viscoso.....	43
4.2.2 Curvas de Número de Mach para o Caso Não Viscoso.....	45
4.2.3 Curvas de Pressão para o Caso Não Viscoso	47
4.2.4 Comparação entre Pressão e Número de Mach na Linha de Simetria.....	49
4.2.5 Comparação Entre Coeficientes De Pressão (Cp)	50
4.3 CASO VISCOSO	51
4.3.1 Curvas de Densidade para o Caso Viscoso	52
4.3.2 Curvas de Número de Mach para o Caso Viscoso	54
4.3.3 Curvas de Pressão para o Caso Viscoso	55
4.3.4 Curvas de Temperatura para o Caso Viscoso.....	57
4.3.5 Comparação Entre Pressão E Número De Mach Na Linha De Simetria.....	59
4.3.6 Comparação Entre Coeficientes De Pressão (Cp)	60

5. CONCLUSÃO.....	64
5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	64
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	65
APÊNDECE A – DESENHO DO PROTÓTIPO.....	70

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da humanidade se deu principalmente por seu avanço científico, levando o ser humano a horizontes antes nunca imaginados. Algumas décadas eram os mares, anos depois foi o espaço, sendo sempre uma forma de disputa entre potências das respectivas épocas (MOURÃO, 1999). Tais disputas mostram que ciência e tecnologia estão intimamente relacionadas com o crescimento, poder de dominação ou independência de uma nação. Assim “nos dias de hoje, o domínio se faz não mais através da invasão ostensiva com tropas de ocupação, mas muito mais pela apropriação e manipulação sutil do conhecimento científico e tecnológico” (RONAN, 1987, p.7), tendo como uma das áreas estratégicas a aeroespacial.

O setor aeroespacial é uma das áreas onde se exige um alto nível de ciência e tecnologia, é um ramo em que exemplifica o potencial dos diversos nichos do conhecimento, exigindo assim uma dinâmica bem afinada entre as interdisciplinaridades envolvidas, que propiciam além de um grande desenvolvimento científico, grandes oportunidades mercadológicas (LORENA, 2014). Entre suas aplicações tem-se, telecomunicações, dados meteorológicos, sensoriamento remoto, entre outras. Para que tais projetos sejam realizados, necessita-se de “mais sistemas espaciais, mais lançadores e lançamentos, mais satélites, mais informações e imagens vindas do espaço, mais atividades espaciais e mais indústria competente e eficaz” (AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA, 2012, p.8). Assim, o presente trabalho tem entre outras finalidades a de contribuir e difundir o setor, para assim fortalecer o segmento.

Os foguetes lançadores representam a parte fundamental para viabilizar os avanços tecnológicos no segmento aeroespacial, estes que têm como função primária, realizar a ligação entre Terra e espaço, sendo eles capazes de transportar desde sondas interplanetárias, satélites, até seres vivos. “Considera-se foguete qualquer veículo que tenha sua força motriz gerada pela exaustão de gases resultando em troca de quantidade de movimento entre esses e o veículo” (GERMER, 2014, p.17). Atualmente o número de países que têm seus próprios lançadores é mínimo, isto acarreta em uma total dependência por parte dos demais, e tal dependência significa altos custos e uma grande restrição no que se refere às pesquisas aeroespaciais. (AEB, 2012).

O desenvolvimento de um lançador pode-se comparar a uma “simbiose”, pois, estão envolvidas diretamente diversas áreas do conhecimento, as quais se completam mutuamente por um objetivo maior, da concepção à execução do projeto, até a fase do lançamento. No

conjunto dos conhecimentos destaque especial é dado à dinâmica dos fluidos computacional (DFC). Especificidade do conhecimento dedicada à análise numérica de fenômenos físicos.

O lançamento de foguetes caracteriza-se como um escoamento externo em torno de um corpo rombudo, que pode-se definir como um corpo escoando que tem influências grande no escoamento no sentido de separação do fluido do trabalho em grande parte de sua superfície (FOX, 2006).

Durante seu voo ascendente, um dos componentes mais críticos são as coifas, estas que têm como função primordial proteger a carga útil contida no lançador e ter uma a melhor forma aerodinâmica para o veículo (MINISTÉRIO DA DEFESA, 2004), assim, deve-se conhecer a interação da coifa com o ar atmosférico durante o escoamento, visando então ter um melhor rendimento com a máxima de segurança, análise esta que é o objetivo do presente trabalho.

Desde seu lançamento até a separação da coifa o lançador atinge velocidade em torno de 3027 m/s (NISHIKAW, 2004) esta que é uma velocidade acima da do som. A interação do ar atmosférico com o corpo causa alterações na direção do fluido, sendo o mesmo obrigado a transpor o corpo escoando, tal mudança de direção altera então algumas propriedades do próprio fluido e do escoamento. Além disso, tal velocidade evidencia uma característica do escoamento de lançadores, que é o aparecimento de ondas de choque, estas que estão associadas à compressibilidade do ar atmosférico e à alta velocidade, e podem ser definidas como ondas de grandes amplitudes que têm grandes variações de pressão e densidade. Juntamente com a compressibilidade, o atrito das moléculas do ar com o corpo escoando, tem-se uma elevação considerável da temperatura na superfície do veículo, sendo isto explicado fisicamente pela transformação de energia cinética para energia térmica, tais fenômenos são vistos principalmente em sua parte frontal, sendo ela uma das partes críticas de um lançador (ZUCKER, 2002), (JOSYULA; SHANGE, 1991) e (LUNEV, 2009).

Devido à alta velocidade envolvida no lançamento, as moléculas do fluido se chocam com a onda de choque na região frontal do corpo, tal interação faz com que o fluido perca muita energia, devido a onda de choque e também com o contato com a superfície, (GNOFFO, 1999). Esse fenômeno faz com que ocorram uma sucessão de regiões, sendo a primeira, frontal à parte rombuda do veículo espacial, a região subsônica. Na sequência da geometria o escoamento se distancia da região de estagnação provocando a alteração do escoamento com subsequente aumento de velocidade, caracterizando a região sônica escoamento. Essa sucessão de escoamentos na parte frontal da geometria do veículo espacial é devido à onda de choque destacada da geometria. A onda de choque destacada provoca uma desaceleração do escoamento na parte frontal do veículo. Essa característica é devido à geometria rombuda da

parte frontal, razão pela qual os veículos lançadores utilizam esta geometria, pois os efeitos observados são plenamente desejáveis ao veículo espacial no que tange à sua integridade durante o voo ascendente ou descendente (reentrada), (RUSANOV, 1976), (BRUNS, 2014).

Outra característica do escoamento em alta velocidade, regimes supersônico e hipersônico, são os leques formados principalmente pelas variações geométricas no corpo foguete. Tais leques são ondas de choque ocasionadas pela mudança de direção do escoamento. A Figura 1 mostra uma o comportamento de uma onda de choque frontal, e a Figura 2 mostra os leques ocasionados pela mudança de direção (ZUCKER, 2002).

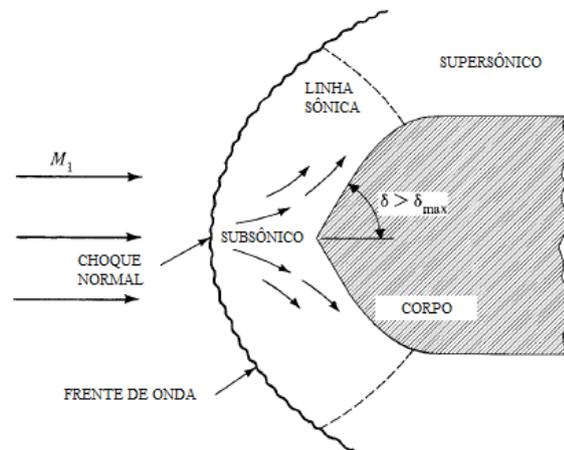


Figura 1 - Alteração do escoamento devido a onda de choque (adaptado)
Fonte: Zucker, 2002.

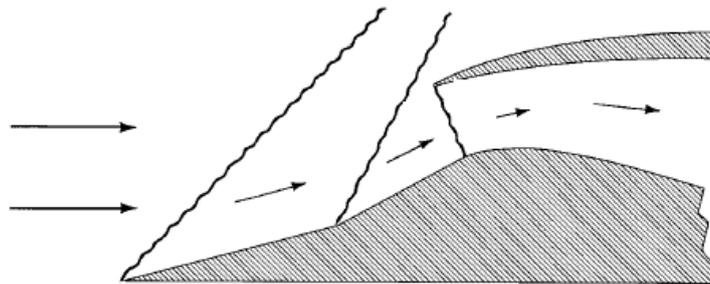


Figura 2 - Representação dos “leques”(adaptado).
Fonte: Zucker, 2002.

Em muitos trabalhos que têm como tema a mecânica dos fluidos e seus estudos voltados para a parte da análise da dinâmica dos fluidos apresentam em seus resultados o coeficiente de pressão, este que é um número adimensional, que relaciona a pressão em cada ponto do corpo em escoamento, com a pressão de entrada, sendo tal variação dividida pela densidade e a velocidade relativa. O coeficiente de pressão é amplamente utilizado pois é um coeficiente que fornece um valor relativo, considerando basicamente a diferença de pressão, mostrando-se

vantajoso quando se necessita comparar-se duas geometrias diferentes para as mesmas condições de escoamento (FOX, 2006) (WHITE, 2009), (MUNSON, 2004).

As análises de escoamento dividem-se em interno e externo, porém, para ambas as situações existem três formas de resolução, estes são: analítica, experimental e numérica. A Figura 3 representa esquematicamente o “caminho” que cada método segue até a solução.

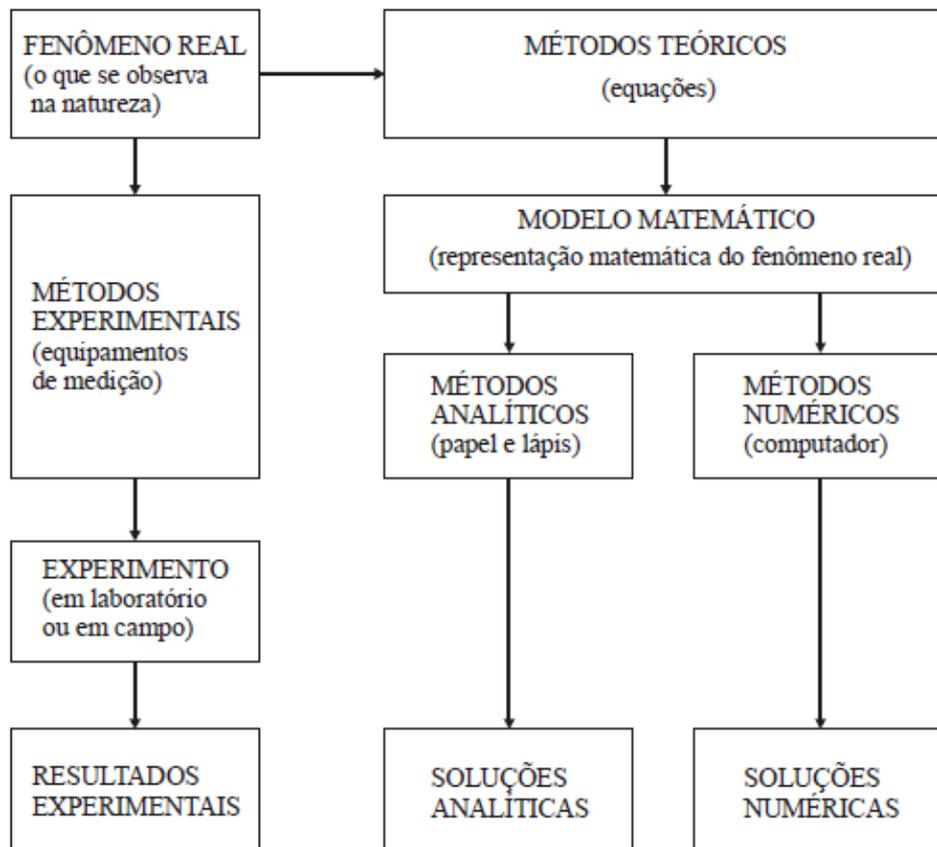


Figura 3 - Métodos de solução de problemas
Fonte: MARCHI, 2001

As soluções experimentais, limitam-se ao experimento realizado, que na maioria das vezes é feito em uma escala menor do que a real, tendo como condição resultados satisfatórios a utilização de equipamentos de medição confiáveis, estes que são utilizados para monitorar as grandezas de interesse. Este método tem um alto custo envolvido quando comparado com os demais (TANNEHIL et al., 1997) (FORTUNA, 2000) (MALISKA,1995) (ROACHE, 1972), (MARCHI,2001).

Os métodos analíticos tiveram sua origem, a partir dos estudos de Isaac Newton. Tal método é limitado no que se refere a gama de problemas que podem ser analisados, pois muitas vezes existe uma grande dificuldade em encontrar a equação diferencial ou integral que rege matematicamente o problema real. Assim, tal método de resolução limita-se a problemas mais

simples, sendo necessário na maioria das vezes hipóteses simplificadoras do fenômeno, fato que influencia negativamente a solução (FILHO, 2004).

As soluções numéricas são aquelas que, por meio de um código fonte (código computacional), contém as equações que representam os fenômenos físico estudados discretizadas por uma técnica numérica de solução, sendo que o modelo discretizado é resolvido computacionalmente, i.e., com auxílio de um computador. Em comparação aos outros métodos de solução, o numérico, é o método mais econômico e mais rápido.

A DFC é a área da mecânica dos fluidos onde estuda-se o fluido em movimento, englobando também problemas de transferência de calor, reativos ou não, associadas ao fluxo em questão.

Segundo BLASEK (2001), a história da dinâmica dos fluidos computacional iniciou-se por volta de 1970, quando, houve uma sincronização entre a física, métodos numéricos e a ciência da computação. No início as simulações se limitavam a problemas físicos simples, isto devido ao fato de não existirem computadores suficientemente potentes para processarem problemas mais complexos contendo um grande número de variáveis. Na década de 80, com o avanço e modernização dos computadores, iniciaram os estudos envolvendo problemas complexos, como por exemplo, no estudo da aerodinâmica computacional, aqueles representados pelas equações de Navier-Stokes. Para uma melhor compreensão sobre os três métodos de resolução de problemas, as seguintes referências são indicadas: (TERRY; BARBER, 2007), (DIAN; BAI; YU, 2011).

Na Figura 4 uma comparação entre um ensaio em um túnel de vento hipersônico e uma simulação numérica, e na Figura 5, um ensaio de um escoamento supersônico ao redor de um cilindro realizado em um túnel de vento.

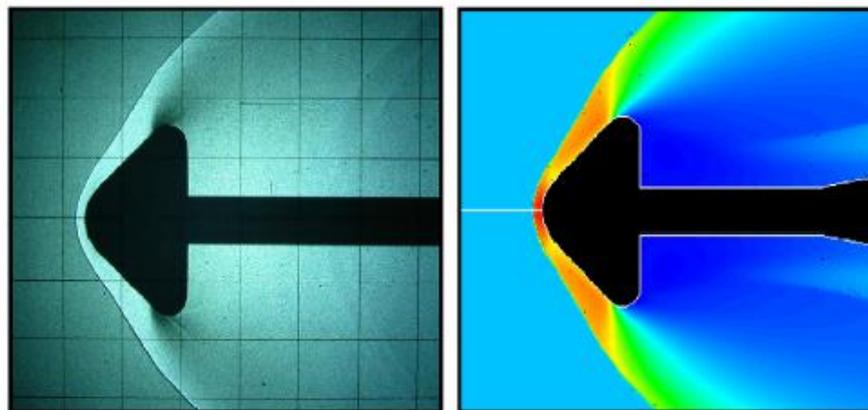


Figura 4 – Comparação entre solução experimental e numérica
Fonte: TERRY; BARBER, 2007

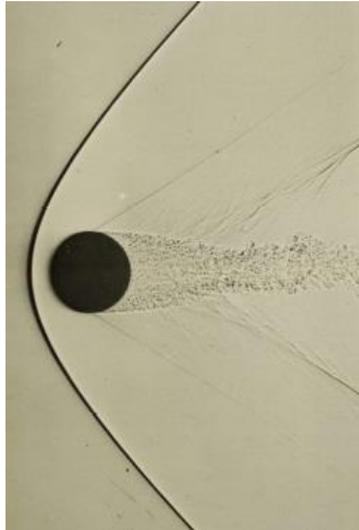


Figura 5 - Onda de choque em um ensaio supersônico
Fonte: VAN DYKE, 1982

As simulações computacionais vêm sendo cada vez mais utilizadas para a solução de problemas de engenharia. Nos dias atuais, o poder de processamento dos computadores modernos estão aumentando e por consequência aumentando a faixa de problemas complexos tratáveis numericamente pela DFC.

Segundo GONÇALVES, (2007, p15.) a discretização é “um método de aproximar as equações diferenciais por um sistema de equações algébricas para as variáveis do problema que serão obtidas em localizações discretas no espaço e no tempo”. Existem três métodos de discretização mais comumente utilizados, estes são: método de diferenças finitas, método de volumes finitos, método de elementos finitos. No presente trabalho, as equações que representam a física do problema são discretizadas pelo método de volumes finitos, (MALISKA, 1995), (TANNEHIL, 1997), (BLASEK, 2001) e (HIRSCH, 2007).

O domínio computacional (malha) é um fator determinante na resolução de problemas computacionais, pois está intimamente ligado à precisão dos resultados. As malhas são divididas em: malhas estruturadas e malhas não estruturadas. A malhas estruturadas podem ser consideradas as mais “naturais” quando se tem o escoamento alinhado com o corpo. Tais malhas necessitam de menos processamento computacional, assim, a solução dos problemas torna-se mais rápida. Porém em geometrias mais complexas, as malhas estruturadas têm uma certa limitação em questão de precisão dos resultados, (HIRSCH, 2007).

As malhas não estruturadas são mais dinâmicas no sentido de englobar uma gama maior de geometrias, sendo elas simples ou complexas. Seu processamento computacional é maior em relação às malhas estruturadas, exigindo assim um maior tempo de simulação, porém, têm-

se a possibilidade de realizar refinamentos locais, o que acarreta em resultados mais precisos nas zonas de interesse (HIRSCH, 2007). Na Figura 6 tem-se um exemplo de malha estruturada e Figura 7 tem-se um exemplo de malha não-estruturada.

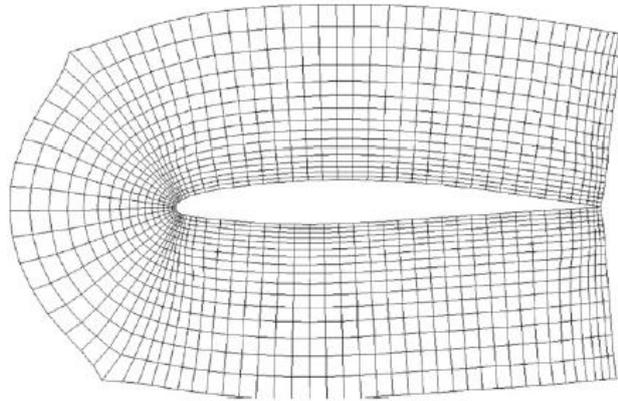


Figura 6 – Malha Estruturada
Fonte: HIRSCH, 2007.

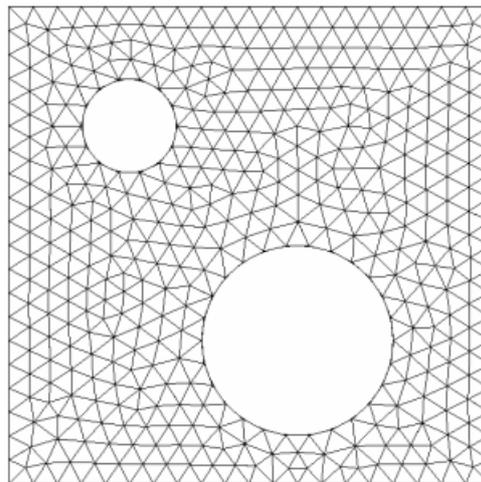


Figura 7 – Malha Não Estruturada
Fonte: GONLÇALVES, 2007

Existe ainda um tipo de malha denominado adaptativas, que consistem na construção de malhas localmente refinadas, onde se necessita de resultados mais precisos quando se fala no domínio da solução (LIMA,2011). Existem diversos métodos da implementação de tais malhas, maiores informações podem ser encontradas nas seguintes referências: (BERGER, M. J.; OLIGER, J; 1984) e (ROMA, A. M.; PESKIN, C. S.; BERGER, M. J; 1999).

1.1 MOTIVAÇÃO

Segundo GOMES (2012), a escassez dos recursos acarreta na procura de soluções mais confiáveis e econômicas, a grande dificuldade de resultados experimentais e também seu elevado custo são os principais fatores que justificam a utilização de métodos computacionais, estes que, com os avanços nas técnicas numéricas e com advento de computadores de alto rendimento, vêm se mostrando cada vez mais confiáveis em questão de resultados.

Com tais avanços, deve-se então explorá-los da melhor maneira possível, tendo como caminho a difusão e o desenvolvimento do conhecimento em torno do tema, gerando profissionais cada vez mais capacitados com a finalidade de suprir a demanda hoje existente no país.

Assim, o presente trabalho tem como principal motivação o desenvolvimento do conhecimento dentro da comunidade acadêmica, especificamente no curso de engenharia mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco – onde, através dos estudos aqui apresentados, será possível estabelecer um padrão de análise aerodinâmica focada em foguetes lançadores, podendo ser utilizada para especificar a geometria desse tipo de veículo espacial. Os resultados apresentados no presente trabalho, servirão como base para o desenvolvimento de um foguete experimental, sendo este de responsabilidade do Grupo de Estudos de Foguetes da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco.

1.2 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Especificar, através de simulação numérica, uma geometria que tenha o melhor perfil dentre as selecionadas no presente trabalho, sendo tal análise feita por meio de comparações das propriedades extraídas das simulações realizadas, tendo como considerações uma superfície lisa, escoamento laminar, fluido como contínuo, velocidades supersônicas e utilizando o método de volumes finitos em malhas não estruturadas.

1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- Realizar a verificação (comparação) do código *HYNE2D* (GOMES,2012) dadas as condições do projeto;

- Propor um modelo de perfil para a análise – foguete experimental;
- Gerar as malhas dos perfis selecionados;
- Alimentar o código *HYNE2D* com as condições de contorno encontradas na literatura;
- Representar graficamente os resultados obtidos da simulação numérica.
- Fazer um balanço de resultados, relacionando-os com a especificação do foguete experimental.

Para atender os objetivos deste trabalho foi utilizado um código já existente e apto a simular escoamentos de fluido compressível chamado HYNE2D (“Two–Dimensional Non–Equilibrium Hypersonic Flow Solver”), (GOMES, 2012). Esse código foi implementado para simular altos valores de número de Mach, incluindo a presença de efeitos reativos no escoamento, a partir de uma discretização utilizando volumes finitos baseado em arestas em um espaço Cartesiano bidimensional ou axissimétrico, considerando malhas não estruturadas.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho será disposto de cinco capítulos, as referências utilizadas no desenvolvimento do trabalho e um apêndice. No primeiro capítulo se contextualiza o problema, a importância e as metodologias utilizadas em literaturas correlatas. O segundo capítulo será mais específico no sentido de apresentar a física do problema estudado, apresentando então os fenômenos físicos envolvidos e equações que modelam o problema físico. No terceiro capítulo, serão apresentadas as metodologias numéricas envolvidas na resolução do problema. No quarto capítulo serão apresentados os resultados advindos das simulações numéricas juntamente com as discussões pertinentes aos resultados obtidos. O quinto capítulo será destinado às conclusões do trabalho, seguida das sugestões de estudos futuros. Ao final, no apêndice A, será exposto o desenho do foguete experimental proposto no presente trabalho, sendo este baseado nos resultados advindos da simulação numérica aqui realizados.

2. FÍSICA DO PROBLEMA

O presente capítulo tem como objetivo a apresentação da formulação matemática que rege os fenômenos encontrados nos escoamentos externos em alta velocidade, tendo como equação base as equações de Navier-Stokes, que sofrerá transformações matemáticas padrões com o objetivo de adimensiona-las, atendendo assim o modelamento do gás caloricamente perfeito. Juntamente com a hipótese de um gás perfeito, será considerado no trabalho o fluido como contínuo.

2.1 EQUAÇÕES BÁSICAS

Como relatado anteriormente, as equações que modelam o problema do presente trabalho, são as ditas equações de Navier-Stokes, que são obtidas a partir de três princípios básicos da física Newtoniana: Conservação da Massa, Quantidade de Movimento e Conservação da Energia. Tais equações são apresentadas como diferenciais parciais não lineares, variando no tempo, assim, um fluido Newtoniano, é representado pelos efeitos viscosos e de transferência de calor contidos nas equações.

O presente trabalho analisará o escoamento considerando que o mesmo escoe de forma compressível e laminar. As equações parciais que representam tal fenômeno são descritas abaixo.

Para a Equação da *Conservação da Massa*:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{u}) = 0 . \quad (1)$$

Para a Equação da *Quantidade de Movimento*:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} . \quad (2)$$

Para a Equação da *Conservação da Energia*:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \nabla \cdot [-p\vec{u} + \vec{\tau} \cdot \vec{u} - \vec{q}] , \quad (3)$$

Onde:

ρ - densidade do fluido;

\vec{u} - vetor velocidade, $\vec{u} = \{u, v, w\}$;

p - pressão;

$\vec{\tau}$ - tensor de tensões viscosas;

\vec{q} - vetor de fluxo de calor por condução;

t - tempo;

∇ - gradiente de uma variável do problema.

A energia total (e_t) por unidade de massa é dada pela equação:

$$e_t = \hat{e} + \frac{1}{2}(\vec{u} \cdot \vec{u}), \quad (4)$$

Onde:

\hat{e} - é a energia interna específica, a mesma será definida no decorrer do capítulo.

Da forma com que as equações acima foram apresentadas, a solução das mesmas se mostra um sistema indeterminado, pois, tal sistema têm um número de variáveis maior do que a de equações, assim se faz necessário a utilização das ditas equações constitutivas, estas que tem como função de fornecer as condições necessárias para a solução das equações de Navier-Stokes

2.1.2 Equações Constitutivas

Como exposto anteriormente, o fluido de trabalho é o ar atmosférico, que será modelado como um gás termicamente e caloricamente perfeito. A partir desta consideração, pode-se modela-lo pela equação dos gases perfeitos, que é representada da seguinte maneira:

$$p = \rho RT = \rho(\gamma - 1)\hat{e}, \quad (5)$$

Onde:

R - constante do gás;

T - temperatura absoluta;

γ - razão entre os calores específicos a pressão e a volume constante, na forma de $\gamma = C_p/C_v$, nas condições para a presente modelagem, $\gamma=1,4$ para o ar atmosférico, e;

\hat{e} - energia interna específica, a partir das considerações adotadas é representada matematicamente pela seguinte equação:

$$\hat{e} = C_v T. \quad (6)$$

Os calores específicos, serão escritos aqui em função da constante do gás e também em função da razão entre os calores específicos.

$$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} , \quad (7)$$

$$C_v = \frac{R}{\gamma - 1} , \quad (8)$$

Onde:

$$R = C_p - C_v . \quad (9)$$

A lei de Fourier será utilizada para formular a transferência de calor envolvida no escoamento, assim:

$$\vec{q} = -k\nabla T , \quad (10)$$

Onde:

k - coeficiente de condutividade térmica;

∇T – gradiente de temperatura.

O tensor de tensão viscosa é a maneira com que se modela, através das equações de Navier-Stokes, a relação da taxa de deformação do fluido. O mesmo é descrito pela equação 11:

$$\tilde{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \lambda (\nabla \cdot \vec{u}) \delta_{ij} , \quad (11)$$

Onde:

μ - coeficiente de viscosidade dinâmica;

δ_{ij} - tensor de Kronecker para expressar a forma indicial ou *notação de Einstein*.

λ - segundo coeficiente de viscosidade dinâmica, definido pela hipótese de Stokes como:

$$\begin{aligned} 2\mu + 3\lambda &= 0 , \\ \lambda &= -\frac{2}{3}\mu . \end{aligned} \quad (12)$$

Para se calcular o coeficiente de viscosidade dinâmica, em um escoamento laminar em função da temperatura, utiliza-se da lei da Sutherland, esta que é apresentada pela equação 13.

$$\mu = \mu_{\infty} \left(\frac{T}{T_{\infty}} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{T_{\infty} + S}{T + S} \right], \quad (13)$$

Onde o S da equação é uma constante, que tem seu valor em função do gás assumido e modelado no presente trabalho, assim tem-se o valor de $S = 110 \text{ K}$.

O cálculo do coeficiente de viscosidade cinemática é dado por:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (14)$$

Já o coeficiente de condutividade térmica do gás é representado matematicamente pela equação 15.

$$k = \frac{c_p \mu}{Pr}, \quad (15)$$

onde Pr é o número de Prandtl, este que para um escoamento laminar, tendo como fluido de trabalho o ar atmosférico, tem o valor de 0,72.

Das equações até aqui apresentadas, tem-se nas equações (5), (10) e (11) o principal grupo das equações constitutivas relacionadas a modelagem de um gás caloricamente e termicamente perfeito, modelado pelas equações de Navier-Stokes.

A maneira com que as equações (1), (2) e (3) foram apresentadas anteriormente, é dita forma não conservativa. Tal forma, numericamente falando, não é uma forma que apresente resultados totalmente confiáveis, ou seja, podem apresentar resultados não físicos, principalmente em regiões de escoamentos onde nota-se altos gradientes. Quando se fala em altos gradientes em escoamento em alta velocidade, deve-se ter em mente que estes significam descontinuidades, um exemplo de tais descontinuidades são as ondas de choque presentes em escoamentos acima de velocidade do som (GOMES, 2012). Visando então não se ter tais problemas pensando nos resultados das simulações numéricas, as equações serão escritas na forma conservada, forma esta que é mais comumente utilizada. Para isso, o operador que representa a derivada substancial ou material será definido a seguir pela equação 16.

$$\frac{D}{Dt} (\cdot) = \frac{\partial}{\partial t} (\cdot) + \vec{u} \cdot \nabla (\cdot). \quad (16)$$

Através das equações (1) e (16), será reescrito aqui as equações parciais de Navier-Stokes na forma conservada.

- *Equação da conservação da Massa:*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 . \quad (17)$$

- *Equação da Quantidade de Movimento*

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 . \quad (18)$$

- *Equação da Conservação da Energia*

$$\frac{\partial e_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(e_t + p)u_j - \tau_{ij}u_i + q_j] = 0 . \quad (19)$$

Dessa forma, a energia total por unidade de volume pode ser escrita conforme a equação (20).

$$e_t = \rho \left[\hat{e} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right] . \quad (20)$$

Com a equação (20), pode-se então reescrever a equação de estados para os gases perfeitos, conforme equação (21).

$$p = (\gamma - 1) \left[e_t - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right] . \quad (21)$$

Quando se fala em Mecânica dos Fluidos Computacionais, uma prática comumente realizada é a definição de grupos adimensionais para a adimensionalização das equações de Navier-Stokes. Tal feito traz a solução uma diminuição da ordem de grandeza das variáveis, o que acarreta em uma melhora no que se refere as simulações computacionais.

Considera-se um grupo de variáveis dimensionais de referência para que se possa então adimensioná-las. No presente trabalho, foram adimensionados os seguintes valores de referência: comprimento de referência, L_r , a velocidade de referência, U_r , coeficiente de

viscosidade dinâmica de referência, μ_r , a temperatura de referência, T_r , a densidade de referência, ρ_r . Assim, no presente trabalho foram definidas pelo subscrito “#”, e serão apresentados a seguir.

$$\text{Tempo adimensional: } t_{\#} = \frac{tU_r}{L_r},$$

$$\text{Comprimento adimensional: } l_{\#} = \frac{l}{L_r},$$

$$\text{Densidade adimensional: } \rho_{\#} = \frac{\rho}{\rho_r},$$

$$\text{Vetor de velocidade adimensional: } \vec{v}_{\#} = \frac{\vec{v}}{U_r},$$

$$\text{Pressão e energia total adimensional: } [p, e_t]_{\#} = \frac{[p, e_t]}{\rho_r U_r^2},$$

$$\text{Temperatura adimensional: } T_{\#} = \frac{T}{T_r},$$

$$\text{Coeficiente de viscosidade dinâmica adimensional: } \mu_{\#} = \frac{\mu}{\mu_r}.$$

Quando se fala na dinâmica dos gases, as propriedades do mesmo formam o conjunto final de variáveis que são fornecidas para a entrada da solução para os sistemas de equações apresentados. Tem-se as seguintes propriedades do gás, a constante para o gás, R , o calor específico a pressão constante, C_p , o calor específico a volume constante, C_v . Juntamente com as propriedades apresentadas anteriormente, o número de Prandtl, é uma grandeza adimensional fundamental na solução, número este que foi apresentado anteriormente pela equação (15). Para se concluir o processo de adimensionalização, deve-se fornecer os valores das variáveis adimensionais de R , C_p e C_v , na seguinte forma:

$$[R_{\#}, C_{p\#}, C_{v\#}] = \frac{[R, C_p, C_v]T_r}{U_r^2}$$

Pode-se então reescrever o número de Reynolds a partir de propriedades referenciais, assim:

$$R_e = \frac{\rho_r U_r L_r}{\mu_r}. \quad (22)$$

Quando se trata de escoamentos compressíveis, é comumente utilizado o número de Mach, M , para descrever praticamente todas as propriedades, ou seja, elas são apresentadas em função do número de Mach, este que é um adimensional que representa a velocidade do

escoamento, sendo a razão entre a velocidade do escoamento e a velocidade do som, a . O número de Mach, pode ser calculado pela seguinte fórmula:

$$M = \frac{|\vec{v}|}{a} = \frac{\sqrt{u^2+v^2+w^2}}{a}, \quad (23)$$

Onde a velocidade do som assume a seguinte forma:

$$a = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}. \quad (24)$$

Utilizou-se no desenvolvimento do presente trabalho as seguintes variáveis de referência, (AMALDAS; KAMATH, 1998):

$$L_r = \hat{L}; U_r = U_\infty; \mu_r = \mu_\infty; T_r = T_\infty; \rho_r = \rho_\infty,$$

Onde \hat{L} representa o comprimento característico do corpo escoando, este que é um dado de entrada fornecido pelo usuário, já o subscrito ∞ , representa as variáveis obtidas diretamente quando o escoamento ainda não foi perturbado. A partir desse momento, o subscrito #, será omitido a fim de simplificação na representação das próximas equações.

Neste momento, pode-se então substituir as variáveis adimensionalizadas, nas equações de Navier-Stokes, sendo estas então apresentadas na forma adimensional. A equação (25) mostra então as equações de Navier-Stokes, tridimensional, em coordenadas cartesianas, adimensionalizadas em sua forma vetorial.

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\vec{E}_c - \vec{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial(\vec{F}_c - \vec{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial(\vec{G}_c - \vec{G}_v)}{\partial z} = \vec{S}, \quad (25)$$

Onde:

ρ - densidade (u, v, w) são as componentes do vetor velocidade nas coordenadas x, y e z .

e_t - energia total por unidade de volume.

\vec{Q} - vetor de variáveis conservadas, assumido pela forma:

$$\vec{Q} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e_t \end{Bmatrix}. \quad (26)$$

Os vetores de fluxo convectivo \vec{E}_c, \vec{F}_c e \vec{G}_c , também conhecido como vetores de fluxo não viscoso, nas coordenadas cartesianas x, y e z são dados na seguinte forma:

$$\vec{E}_c = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho v u \\ \rho w u \\ (e_t + p)u \end{Bmatrix}, \quad (27)$$

$$\vec{F}_c = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ \rho w v \\ (e_t + p)v \end{Bmatrix}, \quad (28)$$

$$\vec{G}_c = \begin{Bmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho v w \\ \rho w^2 + p \\ (e_t + p)w \end{Bmatrix}. \quad (29)$$

Uma vez apresentado o fluxo não viscoso, neste momento tem-se os vetores de fluxo viscoso \vec{E}_v, \vec{F}_v e \vec{G}_v nas coordenadas cartesianas x, y e z , estes que são representados de acordo com as equações (30), (31) e (32).

$$\vec{E}_v = \frac{1}{Re} \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{\tau}_{xx} \\ \tilde{\tau}_{xy} \\ \tilde{\tau}_{xz} \\ u\tilde{\tau}_{xx} + v\tilde{\tau}_{xy} + w\tilde{\tau}_{xz} - q_x \end{Bmatrix}, \quad (30)$$

$$\vec{F}_v = \frac{1}{Re} \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{\tau}_{xy} \\ \tilde{\tau}_{yy} \\ \tilde{\tau}_{yz} \\ u\tilde{\tau}_{xy} + v\tilde{\tau}_{yy} + w\tilde{\tau}_{yz} - q_y \end{Bmatrix}, \quad (31)$$

$$\vec{G}_v = \frac{1}{Re} \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\tau}_{xz} \\ \tilde{\tau}_{yz} \\ \tilde{\tau}_{zz} \\ u\tilde{\tau}_{xz} + v\tilde{\tau}_{yz} + w\tilde{\tau}_{zz} - q_z \end{pmatrix}. \quad (32)$$

O tensor de tensão viscosa pode ser obtido pelas componentes nas coordenadas cartesianas x , y e z como:

$$\tilde{\tau}_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (33)$$

$$\tilde{\tau}_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (34)$$

$$\tilde{\tau}_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad (35)$$

$$\tilde{\tau}_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (36)$$

$$\tilde{\tau}_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad (37)$$

$$\tilde{\tau}_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right). \quad (38)$$

Os efeitos da transferência de calor, podem ser modelados pela lei de Fourier, sendo aqui apresentado nas três coordenadas cartesianas, conforme abaixo.

$$q_x = -\frac{\mu}{Pr M_\infty^2 (\gamma - 1)} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (39)$$

$$q_y = -\frac{\mu}{Pr M_\infty^2 (\gamma - 1)} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (40)$$

$$q_z = -\frac{\mu}{Pr M_\infty^2 (\gamma - 1)} \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (41)$$

Na equação (25), o termo \vec{S} representa o termo fonte da equação, este que pode ser representado por um vetor característico do problema. Segundo GOMES (2012),

o termo fonte pode ser representado por um vetor que caracteriza geometricamente o problema, tal como é feito para representar as equações de Navier-Stokes em coordenadas cilíndricas, as quais modela-se o problema considerando o mesmo com simetria axial (“escoamento axissimétrico”).

Considerando aqui que o número de Reynolds do escoamento é de alta ordem, pode-se simplificar as equações de Navier-Stokes a fim de se obter as equações de Euler. Tal

transformação matemática é válida partindo do princípio que as forças de corpo são desprezadas, isto quando comparadas às forças de inércia no sistema analisado.

2.1.2 Equações de Euler

As equações de Euler, em três dimensões na forma vetorial em coordenadas cartesianas, são representadas por.

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial y} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial z} = 0, \quad (42)$$

O vetor das variáveis conservadas, \vec{Q} , é definido na seguinte forma:

$$\vec{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e_t \end{pmatrix} \quad (43)$$

Os vetores de fluxo convectivos, em coordenadas cartesianas são mostrados pelas equações (44), (45) e (46) respectivamente.

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho v u \\ \rho w u \\ (e_t + p)u \end{pmatrix}, \quad (44)$$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ \rho w v \\ (e_t + p)v \end{pmatrix}, \quad (45)$$

$$\vec{G} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho u w \\ \rho v w \\ \rho w^2 + p \\ (e_t + p)w \end{pmatrix}, \quad (46)$$

Ressalta-se fato de que tais adimensionalizações, só se fazem necessárias, pois considerou-se aqui a hipótese de um gás caloricamente e termicamente perfeito, caso tal hipótese não fosse considerada, e o fluido de trabalho fosse modelado com um gás em não

equilíbrio termo-químico, a resolução das equações ocorreria de forma dimensional (GOMES, 2012).

3. METODOLOGIA NUMÉRICA

O modelo físico de escoamento em alta velocidade, como explanado anteriormente, é regido pelas equações de Navier-Stokes, estas que, representam a base para os cálculos do código *HYNE2D*, nele, são considerados apenas duas dimensões, para isto, despreza-se os termos que contém em sua formulação a coordenada z .

No que se refere ao domínio da solução, como citado anteriormente, o presente trabalho se utiliza de malhas não estruturadas, formadas por volumes de controle triangulares, tendo elas uma forma e um posicionamento em relação à malha, centrado na célula (GOMES, 2012), (SCHNEIDER, 2007). A figura abaixo representa o modelo de discretização em volumes finitos.

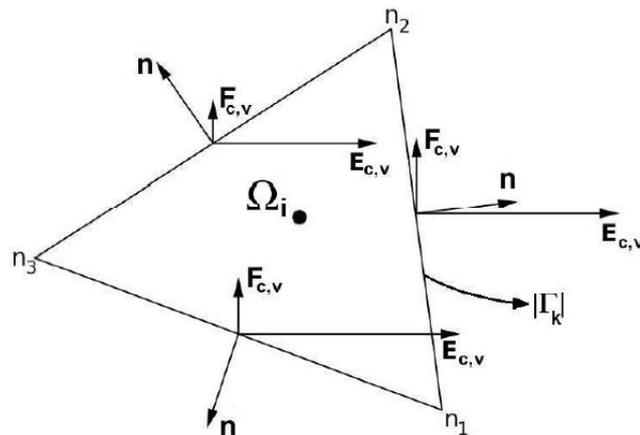


Figura 8- Esquema de volume de controle triangular.
Fonte: Gomes, 2012.

Quando se utiliza do método dos volumes finitos, a discretização das equações de Navier-Stokes, é obtida através da forma integral das mesmas, segundo elas apresentadas abaixo.

$$\int_{\Omega} \frac{\partial Q}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla \cdot f) d\Omega = \int_{\Omega} S_q d\Omega, \quad (47)$$

Onde:

$$f = (F_c - F_v), \quad (48)$$

tendo, $F_c = E_{ci} + F_{cj}$, como o fluxo convectivo e $F_v = E_{vi} + F_{vj}$, fluxo viscoso para o volume de controle Ω , exposto na Figura (8). O termo S_q , da equação (47) é dito o termo fonte do volume de controle Ω .

A fim de se ter um melhor ajuste numérico, aplicou-se o teorema de Gauss no segundo termo da equação do lado esquerdo, assim:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial Q}{\partial t} d\Omega + \oint_{\partial\Gamma} f(Q) \cdot n \, d\Gamma = \int_{\Omega} S_q d\Omega, \quad (49)$$

Onde:

Ω – volume da célula;

Γ – é o indicador da superfície da célula;

$f(Q)$ - fluxo numérico através da aresta do volume de controle Ω ;

$n = n_{xi} + n_{yj}$ - vetor normal unitário em cada aresta do volume de controle, sendo ele no presente trabalho considerado sempre orientado saindo do volume de controle, tendo seu valor maior que zero.

Tal análise, se embasa no princípio da leitura dos nós de cada aresta, está que está ordenada do nó 1 para o nó 2, segundo Figura 8, observando tal leitura, vê-se que ela se dá sempre no sentido anti-horário.

Assim, o conjunto de todas as arestas do volume de controle é dado pela equação (50).

$$\partial\Gamma_i = \cup_{k=1}^{N_f} \Gamma_k. \quad (50)$$

Para realizar a discretização, utilizando-se do método dos volumes finitos, deve-se fazer a aproximação da integral no volume i . Considerando que Q_i é o valor médio de Q no instante de tempo t , tal aproximação se dá então da seguinte forma:

$$Q_i = \frac{1}{|\Omega_i|} \int_{\Omega_i} Q d\Omega. \quad (51)$$

Substituindo a equação (45) na equação (44), têm-se as equações de Navier-Stokes em sua forma bidimensional, semi discreta (LEVEQUE, 2002), (HIRSCH, 2007).

$$\frac{dQ_i}{dt} = -\frac{1}{|\Omega_i|} \sum_{k=1}^{N_j} (F_{cnk} - F_{vnk}) |\Gamma_k| + S_{qi}, \quad (52)$$

Onde:

- $F_{cn_k} = E_{cn_x} + F_{cn_y}$, é a equação para o fluxo convectivo normal à face k ;
- $F_{Vn_k} = E_{Vn_x} + F_{Vn_y}$, é o fluxo viscoso normal à face k ;
- N_f - número de arestas do volume de controle;
- $|\Omega_i|$ - área do volume de controle Ω_i ;
- $|\Gamma_k|$ - comprimento da aresta k .

Seguindo a representação dos termos n_x , n_y , $|\Gamma_k|$ e $|\Omega_i|$, mostrados na Figura 8, pode-se desenvolver critérios para encontrar tais valores auxiliares, estes que serão utilizados para o desenvolvimento da discretização. Assim:

$$\begin{aligned}
 n_x &= \frac{\Delta y}{|\Gamma_k|}; \\
 n_y &= -\frac{\Delta x}{|\Gamma_k|}; \\
 \Delta_y &= y_{n2} - y_{n1}; \\
 \Delta_x &= x_{n2} - x_{n1}; \\
 |\Gamma_k| &= \sqrt{(\Delta_x)^2 + (\Delta_y)^2}; \\
 |\Omega_i| &= \frac{\hat{b}}{2} [(x_{n1} - x_{n2})(y_{n1} + y_{n2}) + (x_{n2} - x_{n3})(y_{n2} + y_{n3}) + (x_{n3} - x_{n1})(y_{n1} + y_{n2})] .
 \end{aligned} \tag{53}$$

onde, \hat{b} é definido como a profundidade ocupada pela geometria no espaço, no contexto do presente trabalho \hat{b} assume valor igual a 1, devido a condição bidimensional.

Pode-se expressar a equação (47), de uma maneira compacta, esta que representa o sistema de equações diferenciais ordinárias a ser discretizado no tempo, como segue abaixo.

$$\frac{dQ_i}{dt} = R_i , \tag{54}$$

tendo R_i o significado de ser o resíduo resultante da discretização do conjunto de equações, e pode ser expresso como:

$$R_i = -\frac{1}{|\Omega_i|} \sum_{k=1}^{N_f} f_{n_k}(Q_k) |\Gamma_k| + S_{q_i} , \tag{55}$$

Onde, $f_{n_k}(Q_k) = (F_{Cn_k} - F_{Vn_k})$ representa o fluxo numérico em direção normal a aresta k .

No horizonte da discretização semi-discreta das equações de Navier-Stokes utilizando-se do método de volumes finitos, faz-se uma análise separada das variações no tempo e no espaço. Falando da discretização no âmbito do espaço, os fluxos convectivo e viscoso, devem ser calculados separadamente por métodos distintos. Isso se deve a natureza das equações diferenciais parciais que descrevem ambos os fluxos. O fluxo convectivo é representado por equações hiperbólicas, já para o fluxo viscoso a representação é dada por equações elípticas. Tal processo, deverá ser feito em todas as arestas do volume de controle em questão, quando somados, todos os fluxos nas arestas, representarão o fluxo numérico no volume de controle Ω_i (GOMES,2012).

3.1 FLUXO CONVECTIVO

Quando se analisa o fluxo convectivo, alguns cuidados devem ser tomados, isto pois, quando calculado, o mesmo tende a ter um comportamento oscilatório através das interfaces dos volumes de controle, isso tudo devido a sua característica hiperbólica (GOMES,2012). Considerando tal comportamento, tem-se então uma solução, dita, solução do problema de Riemann, está que visa equalizar o problema das descontinuidades dos volumes de controle (TORO,2009).

Existem diversos métodos que visam a resolução do problema de Riemann, alguns, se baseiam nas realizações de iterações, porém, tais métodos exigem um alto custo computacional, fazendo com que se utilize os métodos que aproximam tal solução, não necessitando então das iterações citadas acima (GOMES,2012). Os métodos aproximados mais comumente utilizados são: Roe (ROE,1981); Lax- Friedrichs (LEVEQUE, 2002), $AUSM^+$ (LIOU, 1996), (KIM; KIM; RHO, 2001); AUSMPW e $AUSMPW^+$ (KIM; KIM; RHO, 2001), (KIM; KWON,2005).

Os métodos enunciados acima, se diferenciam entre *Método de separação de Diferenças de Fluxo* (do inglês “Flux Difference Sppliting – FDS”) e *Método de Separação de Vetores de Fluxo* (do inglês “Flux Vector Sppliting – FVS”), estes que são ditos esquemas “*upwind*”. As funções Roe e Lax-Friedrichs são classificadas como *FDS*, enquanto $AUSM^+$, AUSMPW e $AUSMPW^+$, são exemplos de *FVS*. No âmbito dos dois tipos de funções, as *FDS* têm seu papel destacado por sua alta precisão, sendo capazes de capturar fenômenos físicos provocados por expansões, superfícies de contato e ondas de choque (GOMES, 2012). Já quando se diz em

relação às funções *FVS*, as mesmas têm a capacidade de equilibrar precisão com estabilidade a solução, sendo uma característica nos novos esquemas *AUSMPW* e *AUSMPW*⁺, (KIM; KIM; RHO, 2001), (KIM; KWON, 2005) e (KITAMURA et al,2010).

Quando se diz em calcular numericamente o fluxo convectivo, deve-se ter em mente o método de integração pela quadratura Gaussiana, que têm em seu desenvolvimento, a necessidade de integração através das funções de fluxo *FDS* ou *FVS*. Assim, representa-se o fluxo convectivo em sua forma numérica segunda a equação abaixo.

$$F_{Cn_k} \approx \sum_{\xi=1}^{N_{pg}} \omega_{\xi} \vec{\mathcal{F}} [\mathbf{Q}_k(g_{\xi}, t)] \cdot \mathbf{n}_{\xi}, \quad (56)$$

onde,

- N_{pg} é o número de pontos de Gauss,
- ω_{ξ} são os pesos para o cálculo da integração pela quadratura Gaussiana
- g_{ξ} são os pontos de Gauss
- $\vec{\mathcal{F}} [\mathbf{Q}_k(g_{\xi}, t)]$, representa uma aproximação para o fluxo numérico através de cada aresta do volume de controle.

A figura abaixo, representa esquematicamente os pontos de Gauss juntamente com sua orientação.

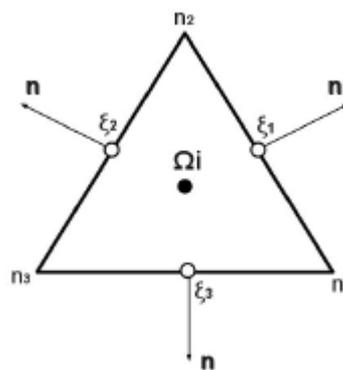


Figura 9 – Pontos de Gauss ao longo das arestas do volume de controle
Fonte: GOMES, 2012.

Seguindo a representação acima, tem-se que o fluxo deve ser calculado em cada ponto, na direção normal a aresta. No presente trabalho, serão utilizados métodos de segunda ordem de precisão, então, para se alcançar o nível de precisão necessário no que se refere ao método numérico, apenas um ponto de Gauss é o suficiente (GOOCH; NEJAT; MICHALAK, 2009), podendo se representar os mesmos através de coordenadas Cartesianas do ponto médio das arestas do volume de controle (GOMES, 2012), dessa maneira:

$$g_{1(x)} = \frac{x_{n1} + x_{n2}}{2} \quad , \quad g_{1(y)} = \frac{y_{n1} + y_{n2}}{2} . \quad (57)$$

Feito o desenvolvimento das funções acima apresentadas, as mesmas são então retornadas em suas formas conservadas, possibilitando o cálculo das funções de fluxo. Dos métodos apresentados acima, o presente trabalho concentrará uma maior explicação para o método AUSMPW, este que foi utilizado aqui. Os demais métodos podem ser melhores explicados nas referências acima citadas.

3.2 MÉTODO AUSMPW

Nos escoamentos que envolvem alta velocidade, o método AUSMPW se mostrou altamente interessante, apresentando soluções realmente interessantes. Assim o método AUSMPW é dito um esquema FSV. Tal método tem uma característica aditiva da dissipação dos termos de separação de pressão e número de Mach, tal feito é desenvolvido através das interfaces do volume de controle (KIM; KIM; RHO, 2001), (KITAMURA et al, 2010) e (GOMES,2012).

Conforme (KIM; LEE; RHO, 1998) e (KIM; KIM; RHO, 2001), a função de fluxo pelo método AUSMPW é dada por:

$$\vec{\mathfrak{J}}_{AUSMPW} = c_{\frac{1}{2}}(\bar{M}_L^+ + \bar{M}_R^-)\vec{\Phi}_{L,R} + ([P_L^+]_{\alpha}\vec{P}_L + [P_R^-]_{\alpha}\vec{P}_R) , \quad (58)$$

onde, tem-se:

- Para $m_{\frac{1}{2}} \geq 0$:

$$\bar{M}_L^+ = \bar{M}_L^+|_{\beta} + \bar{M}_R^+|_{\beta} - \omega\bar{M}_L^+|_{\beta}(1 + f_R) + (f_L M_L^+|_{\beta} + (f_L M_L^+|_{\beta}) , \quad (59)$$

$$\bar{M}_R^+ = \omega\bar{M}_R^-|_{\beta}(1 + f_R) , \quad (60)$$

- Para $m_{\frac{1}{2}} < 0$:

$$\bar{M}_L^+ = \omega\bar{M}_L^-|_{\beta}(1 + f_L) , \quad (61)$$

$$\bar{M}_R^- = \bar{M}_L^+|_{\beta} + \bar{M}_R^-|_{\beta} - \omega\bar{M}_L^-|_{\beta}(1 + f_L) + (f_L M_L^+|_{\beta} + (f_L M_L^+|_{\beta}) , \quad (62)$$

onde,

$$m_{\frac{1}{2}} = M_L^+ + M_R^- , \quad (63)$$

e

$$\omega(p_L, p_R) = 1 - \min\left(\frac{p_L}{p_R}, \frac{p_R}{p_L}\right)^3, \quad (64)$$

Segundo GOMES (2012), “ a instabilidade devido a onda de choque, a qual representa uma das principais características para o surgimento e o desenvolvimento do fenômeno carbuncle.”, com isto em mente, encontra-se uma maneira de controlar tal característica indesejável, introduzindo assim um mecanismo de limitação, este que equilibra as duas ações que se confrontam, aqui, a dissipação numérica e a divisão da pressão, esta última que é introduzida sobre a interface central dos volumes de controle (GOMES,2012). Tal limitador, no presente trabalho, será escrito em função do componente tangencial da velocidade na interface da célula, assim:

$$f_{L,R} = \begin{cases} \left[\left(\frac{p_{LR}}{p_s} \right) - 1 \right] pl(p_{L,R}, p_{R,L}) |M_{L,R}^{\pm}|_{\beta=0} \min \left[1, \left(\frac{|\vec{v}_{LR}|}{\frac{c_1}{2}} \right)^{0,25} \right], & p_s \neq 0 \text{ e } |M_{L,R}| \leq 1 \\ 0, & |M_{L,R}| > 1 \end{cases}, \quad (65)$$

onde,

$$p_s = p_L^+ |_{\alpha=\frac{3}{16}} p_L + p_R^- |_{\alpha=\frac{3}{16}} p_R, \quad (66)$$

e

$$pl(x, y) = \begin{pmatrix} 4 \min\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{x}\right) - 3, & \frac{3}{4} \leq \min\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{x}\right) < 1, \\ 0, & 0 \leq \min\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{x}\right) < \frac{3}{4} \end{pmatrix}. \quad (67)$$

Para se ter uma melhor referência da direção do fluxo na interface, a Figura 10 expõe um esquema.

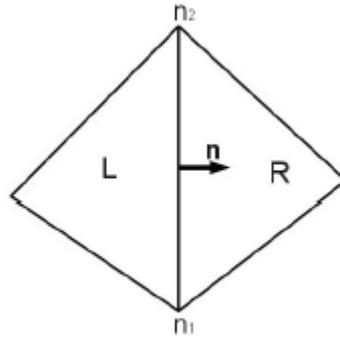


Figura 10 - Direção do fluxo na interface entre os volumes de controle
Fonte: GOMES, 2012

O método aqui exposto, serve como base em soluções compostas, estas que, necessitam da separação de variáveis na interface dos volumes de controle, assim, aplica-se ao número de Mach, e a pressão na interface, tendo em base a direção normal do vetor, (LIOU, 1996), (KIM; KIM; RHO, 2001) e (GOMES,2012). Assim, tal separação, através da aresta n1 e n2 da figura acima, são representadas conforme abaixo.

$$M_{L,R}^{\pm}|_{\beta} = \begin{pmatrix} \pm \frac{1}{4}(M_{L,R} \pm 1)^2 \pm \beta(M_{L,R}^2 - 1)^2, & |M_{L,R}| \leq 1, \\ \frac{1}{2}(M_{L,R} \pm |M_{L,R}|), & |M_{L,R}| > 1 \end{pmatrix}, \quad (68)$$

$$P_{L,R}^{\pm}|_{\alpha} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(M_{L,R} \pm 1)^2 (2 \mp M_{L,R}) \pm \alpha M_{L,R} (M_{L,R}^2 - 1)^2, & |M_{L,R}| \leq 1, \\ \frac{1}{2}[1 \pm \text{sign}(M_{L,R})], & |M_{L,R}| > 1 \end{pmatrix}. \quad (69)$$

Nas equações acima, os sinais de “+” e “-” indicam se a onda está saindo do volume de controle L e indo em direção ao volume R da Figura 10. Na interface, o número de Mach é representado por:

$$M_{L,R} = \frac{U_{L,R}}{c_{\frac{1}{2}}}, \quad (70)$$

onde, $U_{L,R}$ é a velocidade normal na interface, dado por:

$$U_{L,R} = n_x u_{L,R} + n_y v_{L,R}, \quad (71)$$

$$c_{\frac{1}{2}} = \min(\bar{c}_L, \bar{c}_R), \quad (72)$$

tal que,

$$\bar{c}_{L,R} = \frac{c_{L,R}^*}{[\max(|U_{L,r}|, c_{L,R}^*)]} . \quad (73)$$

A velocidade crítica do som, $c_{L,R}^*$, é representada conforme abaixo.

$$c_{L,R}^* = \sqrt{\left[\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} \right] h_{tL,R}} , \quad (74)$$

onde, $h_{tL,R}$ é a entalpia total na interface dos volumes de controle,

$$h_{tL,R} = e_{L,R} + \frac{p_{L,R}}{\rho_{L,R}} + \frac{1}{2} (u_{L,R}^2 + v_{L,R}^2) , \quad (75)$$

onde, “e” representa a energia interna específica.

Por fim, a velocidade tangencial na interface dos volumes de controle é representada da seguinte maneira:

$$V_{L,R} = -n_y u_{L,R} + n_x v_{L,R} . \quad (76)$$

3.3 MÉTODO DE ALTA ORDEM

O método de alta ordem para os limitadores e cálculos dos gradientes, no presente trabalho, seguiu o esquema via *LEAST SQUARE*, este que tem como função aumentar a precisão das variáveis primitivas utilizadas no cálculo do fluxo não viscoso. A equação abaixo demonstra o esquema utilizado.

$$q_{ij} = q_i + \phi_i \nabla q_i \cdot (\mathbf{r}_{i,j} - \mathbf{r}_i) \quad (77)$$

Onde,

- q_{ij} são as variáveis na interface dos volumes;
- q_i é o valor extrapolado para o centro do volume;
- ∇q_i são os gradientes;
- \mathbf{r}_i é a distância entre o centro do volume até sua interface $\mathbf{r}_{i,j}$.

Segundo KITAMURA AND SHIMA, (2012), o limitador ϕ_i é primeiramente calculado para ρ e p separadamente, porém, seus valores mínimos são utilizados para todas as variáveis

primitivas para estabilizar o método computacional. As seguintes literaturas abrangem com maiores detalhes tal método: WANG (2000); WANG (1998).

3.4 FLUXO VISCOSO

O cálculo do fluxo viscoso necessita-se das variáveis primitivas do escoamento como: u , v e T , no centroide e nos nós das arestas de cada volume. Com o conhecimento de tais informações, pode-se então calcular as derivadas parciais envolvidas nos termos viscosos, apresentadas anteriormente nas equações de Navier-Stokes (GOMES, 2012). No presente trabalho, o cálculo do fluxo viscoso será de maneira semelhante ao proposto por JAWAHAR e KAMATH, (2000), ou seja, serão utilizados os valores primitivos das propriedades citadas acima, sendo elas localizadas no centroide, associadas também ao valor presente em cada aresta. O cálculo dos gradientes em cada aresta são baseados a partir de uma média ponderada dos gradientes presentes nos ditos “sub-volumes de controle”, presentes na aresta (JAWAHAR; KAMATH, 2000). No que se refere as propriedades primitivas presente nos nós, o método aqui utilizado foi proposto por HOLMES e CONNEL, (1989), tal método se baseia nos nós compartilhados em cada aresta, onde se utiliza então os valores da propriedade primitivas em tais nós. Quando se fala na utilização de malhas não-estruturadas, tal método vem evitar a perda de precisão nos cálculos, pois, aumenta-se o número de volumes de controle envolvidos no cálculo das derivadas (JAWAHAR; KAMATH, 2000).

Seguindo JAWAHAR e KAMATH, (2000), as derivadas são calculadas a partir do centro das arestas, condição tal que identifica o cálculo dos fluxos. Dois volumes de controle, que dividem uma aresta, formam então um “sub-volume de controle” sob a mesma, a figura abaixo expões tal caso.

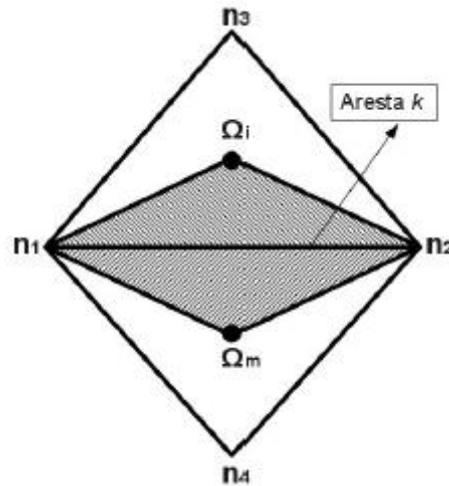


Figura 11 – Sub-Volume de Controle
Fonte: GOMES, 2012.

Seguindo a figura acima, calcula-se o fluxo viscoso através da aresta k , tal fenômeno é representado segundo equação (78).

$$\mathbf{F}_{V_{nk}} = \mathbf{E}_V(\mathbf{Q}_k, \mathbf{t})n_x + \mathbf{F}_V(\mathbf{Q}_k, \mathbf{t})n_y, \quad (78)$$

A característica elíptica do fluxo viscoso, faz com que as variáveis conservadas possam ser discretizadas de forma centrada, ou seja, através da média aritmética das propriedades conservadas dos volumes de controle, pode-se representar o fluxo na aresta k (HIRSHCH, 2007), (TORO, 2009), (CHUNG, 2010), o que é expresso conforme abaixo:

$$\mathbf{Q}_k = \frac{1}{2}(\mathbf{Q}_i + \mathbf{Q}_m), \quad (79)$$

onde \mathbf{Q}_i e \mathbf{Q}_m são propriedades conservadas nos volumes de controle.

Retomando a Figura 11, observar-se que os “sub-volumes de controle” sobre a aresta k é representado por: $\Delta(n_1, n_2, \Omega_i)$ e $\Delta(n_1, \Omega_i, n_2)$. Segundo GOMES, (2012) “é importante lembrar que a leitura dos nós destes “sub-volumes de controle” devem ser realizadas no sentido anti-horário para manter a fidelidade com a estrutura de dados utilizada no código *HYNE2D*”. Visto isso, aplica-se o teorema de Green-Gauss no “sub-volume de controle”, podendo então encontrar os gradientes nas coordenadas cartesianas. Tal operação é exposto nas equações abaixo.

$$[\mathbf{W}_x]_{(n_1 n_2 \Omega_i)} = \frac{1}{2 A_{(n_1 n_2 \Omega_i)}} [\mathbf{W}_{(n_1)} \mathcal{Y}_{(\Omega_i n_2)} + \mathbf{W}_{(\Omega_i)} \mathcal{Y}_{(n_1 n_2)} + \mathbf{W}_{(n_2)} \mathcal{Y}_{(n_2 \Omega_i)}], \quad (80)$$

$$[\mathbf{W}_y]_{(n_1 n_2 \Omega_i)} = \frac{1}{2 A_{(n_1 n_2 \Omega_i)}} [\mathbf{W}_{(n_1)} x_{(\Omega_i n_2)} + \mathbf{W}_{(\Omega_i)} x_{(n_1 n_2)} + \mathbf{W}_{(n_2)} x_{(n_2 \Omega_i)}], \quad (81)$$

$$[\mathbf{W}_x]_{(n_1 \Omega_m n_2)} = \frac{1}{2 A_{(n_1 \Omega_m n_2)}} [\mathbf{W}_{(n_1)} y_{(n_2 \Omega_m)} + \mathbf{W}_{(n_2)} y_{(\Omega_m n_1)} + \mathbf{W}_{(\Omega_m)} y_{(n_1 n_2)}], \quad (82)$$

$$[\mathbf{W}_y]_{(n_1 \Omega_m n_2)} = \frac{1}{2 A_{(n_1 \Omega_m n_2)}} [\mathbf{W}_{(n_1)} x_{(n_2 \Omega_m)} + \mathbf{W}_{(n_2)} x_{(\Omega_m n_1)} + \mathbf{W}_{(\Omega_m)} y_{(n_1 n_2)}], \quad (83)$$

Onde, $x_{(\Omega_i n_2)} = x_{n_2} - x_{\Omega_i}$ e $y_{(\Omega_i n_2)} = y_{n_2} - y_{\Omega_i}$, os demais valores são encontrados de maneira similar.

As variáveis primitivas localizadas no centroide de cada volume de controle, Ω_m e Ω_i , são representadas pelos termos \mathbf{W}_m e \mathbf{W}_i . Os termos \mathbf{W} com índices n_1 ou n_2 , representam as mesmas variáveis no nó correspondente, 1 ou 2, estes que são encontrados pelo modelos de HOLMES e CONNELL (1989). As áreas dos “sub-volumes de controle” são representadas por $A_{(n_1 \Omega_m n_2)}$ e $A_{(n_1 n_2 \Omega_i)}$.

A fim de se ter os gradientes sobre a aresta k , utiliza-se uma média ponderada dos mesmos, (JAWAHAR; KAMATH, 2000), estes que são calculados a partir das áreas $\Delta(n_1, n_2, \Omega_i)$ e $\Delta(n_1, \Omega_i, n_2)$, assim:

$$[\mathbf{W}_x]_{(n_1 \Omega_m n_2 \Omega_i)} = \frac{[A_{(n_1 n_2 \Omega_i)} (\mathbf{W}_x)_{(n_1 n_2 \Omega_i)} + A_{(n_1 \Omega_m n_2)} (\mathbf{W}_x)_{(n_1 \Omega_m n_2)}]}{A_{(n_1 n_2 \Omega_i)} + A_{(n_1 \Omega_m n_2)}}, \quad (84)$$

$$[\mathbf{W}_x]_{(n_1 \Omega_m n_2 \Omega_i)} = \frac{[A_{(n_1 n_2 \Omega_i)} (\mathbf{W}_x)_{(n_1 n_2 \Omega_i)} + A_{(n_1 \Omega_m n_2)} (\mathbf{W}_x)_{(n_1 \Omega_m n_2)}]}{A_{(n_1 n_2 \Omega_i)} + A_{(n_1 \Omega_m n_2)}}, \quad (85)$$

Segundo GOMES, (2012), “para calcular o fluxo viscoso nas demais arestas do volume de controle Ω_i , o mesmo procedimento para o cálculo dos gradientes deve ser realizado considerando os vizinhos imediatos desde volume de controle através das arestas $\overline{n_2 n_3}$ e $\overline{n_3 n_1}$ ”.

3.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO

O presente trabalho visa estudar o comportamento de várias geometrias aeroespaciais em um lançamento, nesta condição as velocidades envolvidas são da ordem supersônicas e hipersônicas, assim, tem-se em mente que, uma vez que as condições de entrada são, no mínimo, supersônicas, as condições de saída do domínio de análise também serão, no mínimo, supersônicas. No código utilizado neste trabalho, *HYNE2D*, as condições de contorno são analisadas através de células (volumes) fantasmas, tal análise significa que as variáveis conservadas nos cálculos dos fluxos, através das arestas dos volumes, são memorizadas em tais células fantasmas, sendo que estas não fazem parte, fisicamente falando, do domínio da solução (GOMES, 2012).

3.5.1 Condições de Contorno para os Termos Não-Viscosos

Os termos ditos Não-Viscoso, são representados fisicamente pela equação de Euler, neste caso, associados ao fluxo convectivo.

3.5.1.1 Condição de Contorno de Parede e Simetria

No que se refere as condições de contorno do fluxo não-viscoso as condições de contorno de parede e simetria são postas da mesma forma, numericamente falando. Segundo HIRSCH, (1990), a aplicação de tais condições, é feita através da anulação da componente normal da velocidade, $\vec{V} \cdot \vec{n}_w = 0$. Para que tal operação seja feita, utiliza-se então das células fantasmas, anulando-se a velocidade conforme a relação a seguir.

$$\begin{aligned} u_{gh} &= (1 - 2n_{wx}^2)u_i - 2n_{wx}n_{wy}v_i, \\ u_{gh} &= -2n_{wx}n_{wy}u_i + (1 - 2n_{wx}^2)u_i. \end{aligned} \quad (86)$$

O sub-índice i são referências de valores contidos no interior do domínio computacional, u_i e v_i representa as velocidades contidas no domínio de solução nas direções x e y . As outras propriedades advindas da simulação armazenadas nas células fantasmas são iguais as encontradas no domínio, da seguinte forma:

$$\rho_{gh} = \rho_i, \quad (87)$$

$$e_{gh} = e_i, \quad (88)$$

3.5.1.2 Condição de Contorno de Entrada

Os valores das condições de entradas são dados que o usuário deve fornecer, assim, os valores nas células fantasmas são os mesmos fornecidos, para escoamentos externos tem-se a seguinte relação:

$$Q_{gh} = Q_{\infty}, \quad (89)$$

Onde o sub-índice ∞ representa as variáveis conservadas em escoamento livre.

3.5.1.3 Condição de Contorno de Saída

O cálculo das condições de saída, no presente trabalho, é dado por uma característica supersônica. Neste caso, as células fantasmas armazenam os valores internos do domínio computacional, assim:

$$Q_{gh} = Q_i, \quad (90)$$

3.5.2 Condições de Contorno para os Termos Viscoso

Os termos viscosos são aqueles que são representados fisicamente pelas equações de Navier-Stokes.

3.5.2.1 Condição de Contorno na Parede

No caso do fluxo viscoso, as condições de contorno na parede são encontradas considerando-se que a velocidade deve ser igual a zero, tal consideração é encontrada a partir da seguinte relação (HIRSCH, 1990):

$$\begin{aligned} u_{gh} &= -u_i, \\ u_{gh} &= -v_i, \end{aligned} \quad (91)$$

As outras propriedades contidas nas células do domínio computacional, são armazenadas nas células fantasmas segundo as relações abaixo:

$$\rho_{gh} = \rho_i, \quad (92)$$

$$e_{gh} = e_i, \quad (93)$$

3.5.2.2 Condição de Contorno de Entrada

Como as simulações realizadas no presente trabalho se caracterizam por serem externas, as condições de contorno de entrada, são aplicadas nas células fantasmas da seguinte forma.

$$Q_{gh} = Q_\infty, \quad (94)$$

3.5.2.3 Condições de Contorno de Saída

As condições de contorno de saída, para o fluxo viscoso, são obtidas a partir de uma extrapolação de ordem zero dos valores advindos do domínio computacional, desta forma:

$$Q_{gh} = Q_i, \quad (95)$$

3.5.2.4 Condição de Contorno de Simetria

A condição de contorno de simetria para escoamento viscoso, é feita de maneira igual a condição de contorno de parede para um escoamento não viscoso, assim, o cálculo dos gradientes são extrapolados “em relação ao cálculo realizado no volume de controle interno do domínio computacional” (GOMES,2012).

Os cálculos de tais gradientes são feitos através das equações (84) e (85), uma vez calculadas, extrapola-se o valor para as células fantasmas. Com o fluxo da célula fantasmas conhecidos, pode-se então encontrar o fluxo viscoso na aresta de fronteira. A figura a baixo esquematiza tal processo.

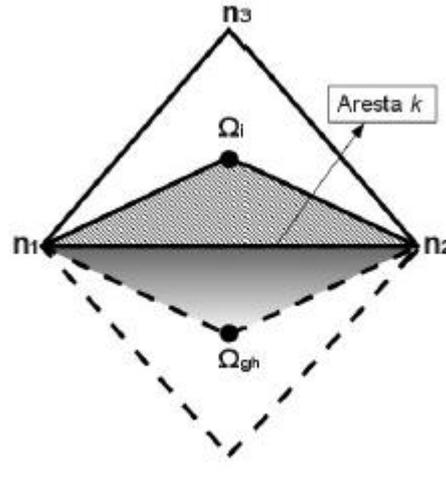


Figura 12 – Obtenção dos gradientes nas arestas de fronteira
Fonte: GOMES, 2012.

3.6 DISCRETIZAÇÃO NO TEMPO

A discretização no tempo implementada no código, *HYNE2D*, teve sua base no método de Runge-Kutta TVD de terceira ordem de precisão (RK-TVD3) e três passos, (GOTTLIEB; SHU, 2009), (TITAREV; TSOUTSANIS; DRIKAKIS, 2010). Tal método é implementado através do algoritmo abaixo.

$$\begin{aligned}
\bar{Q}^{n+\frac{1}{3}} &= \bar{Q}^n + \Delta t \mathbf{R}(\bar{Q}^n), \\
\bar{Q}^{n+\frac{2}{3}} &= \frac{3}{4}\bar{Q}^n + \frac{1}{4}\bar{Q}^{n+\frac{1}{3}} + \frac{1}{4}\Delta t \mathbf{R}(\bar{Q}^{n+\frac{1}{3}}), \\
\bar{Q}^{n+1} &= \frac{1}{3}\bar{Q}^n + \frac{2}{3}\bar{Q}^{n+\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}\Delta t \mathbf{R}(\bar{Q}^{n+\frac{2}{3}}).
\end{aligned} \tag{96}$$

Calcula-se o passo de tempo de maneira individual para cada volume de controle, assim:

$$\Delta t_i = (CFL) \frac{h_i}{|v_i| + a_i}, \tag{97}$$

Onde,

- CLF é o número de Courant-Friedrichs-Lewy, que tem o papel de preservar a estabilidade no método de avanço no tempo, (LEVEQUE, 2002), (HIRSCH, 2007).
- h_i é o comprimento característico da malha.
- $|v_i| = (\sqrt{u^2 + v^2})_i$ é a magnitude da velocidade no volume de controle;
- a_i é a velocidade local do som.

3.7 DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

A metodologia aplicada no desenvolvimento deste projeto foi visando atender às necessidades pertinentes ao desenvolvimento, execução e análise numérica de escoamentos de fluidos a altas velocidades. Para tanto empregar-se-á a seguinte metodologia:

- (i) Para o desenvolvimento das geometria e malhas de interesse, utilizou-se o software GMSH, (GMHS, 2015).
- (ii) Execução de todos os casos pertinentes ao trabalho. Para execução do código fonte, ***HYNE2D***, foi utilizado o compilador *Gfortran* (GNU Fortran – Free Software Foundation”);
- (iii) Na etapa de pós-processamento, análise dos resultados, utilizou-se o software *Paraview* (PARAVIEW, 2015)

Todos os *softwares* mencionados nos itens (i), (ii) e (iii) estão disponíveis no sistema operacional (SO) linux (Debian SPI, 1997), o qual será utilizado em todas as etapas desta pesquisa.

Para executar a metodologia descrita, foram utilizados *softwares* livres de código fonte aberto, todos no sistema operacional linux. A ideia básica é criar uma metodologia com total liberdade de acesso e manuseio dos softwares sem qualquer imposição de SO/*softwares* proprietários. O código fonte, ***HYNE2D*** (GOMES, 2012), será utilizado para realizar a execução de todos os casos propostos neste trabalho.

4. RESULTADOS

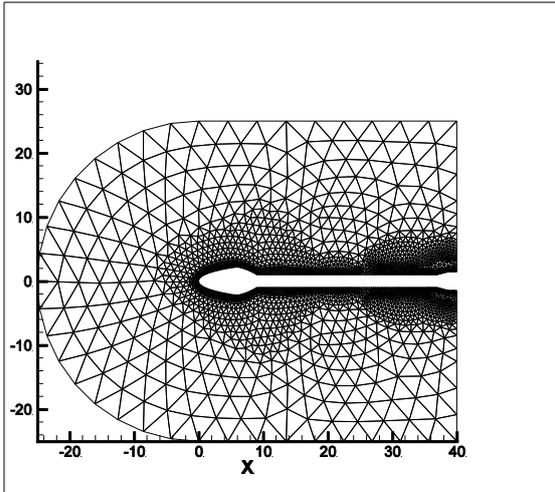
No presente capítulo, serão apresentados os resultados das simulações numéricas para os casos considerados no presente trabalho, simulações estas que foram realizadas a partir do modelo numérico apresentado nos capítulos anteriores. Todos os casos simulados neste trabalho consideram geometrias bidimensionais no regime transientes, adotando-se a hipótese do contínuo. O objetivo de tais simulações é embasar a escolha do melhor perfil aeroespacial, no que e refere a interação com o escoamento, para a construção de um protótipo. É importante ressaltar que as geometrias escolhidas para o presente trabalho foram baseadas nas utilizadas pelas agências espaciais e também encontradas na literatura.

Separou-se o capítulo em quatro sub-índices, sendo o primeiro a exposição das malhas geométricas e suas características, a seguir tem a exposição dos resultados considerando um escoamento não viscoso (Eqs. Euler), depois, a análise do escoamento viscoso (Eqs. Navier-Stokes) e por último uma reflexão dos tópicos anteriores.

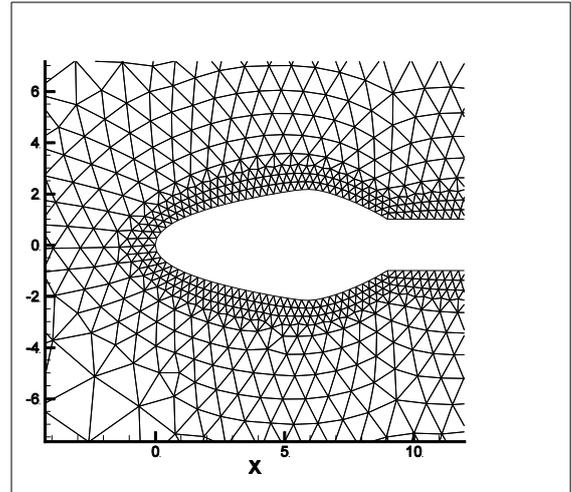
Utilizou-se o trabalho de SAVIO, (2002), para o primeiro caso simulado, tendo como objetivo a comparação de resultados para o coeficiente de pressão. Assim, a geometria apresentada de um modelo Simplificado do VLS foi reproduzida. Considerou-se o modelo de ar atmosférico “congelado” (do inglês: “frozen”), a uma altitude de 30.000 metros, assim, temperatura e pressão podem ser encontrado na seguinte referência (NASA, 1976), o número de Mach associado ao escoamento é igual a 3 com uma inclinação de 0°. As demais propriedades são encontradas a partir das relações matemáticas expostas nos capítulos acima, tais propriedades são apresentadas no sistema internacional de medidas.

4.1 MALHAS GEOMÉTRICAS

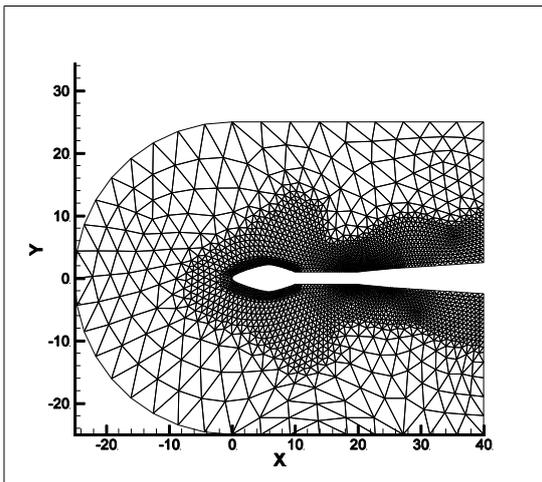
Como citado nos capítulos anteriores, utilizou-se de malhas não estruturadas com volumes triangulares de segunda ordem, tal escolha baseou-se na forma com que foi implementado o código fonte utilizado para simular os casos do presente trabalho, *HYNE2D*, (GOMES, 2012). A primeira geometria foi baseada no esquema apresentado por SAVIO, (2002), que é um modelo simplificado do VLS. A malha gerada para este caso contém 4900 volumes e 2667 nós. A segunda geometria analisada foi um modelo simplificado da Soyuz (AGENCIA ESPACIAL RUSSA, 2015) contendo 4780 volumes e 2537 nós. Por último, o autor propôs um modelo baseado nas geometrias encontradas nos lançadores reais. Para a simulação do foguete experimental (protótipo) foi utilizada uma malha contendo 4872 volumes e 2613 nós. As figuras a seguir mostram as malhas utilizadas nas simulações dos três modelos.



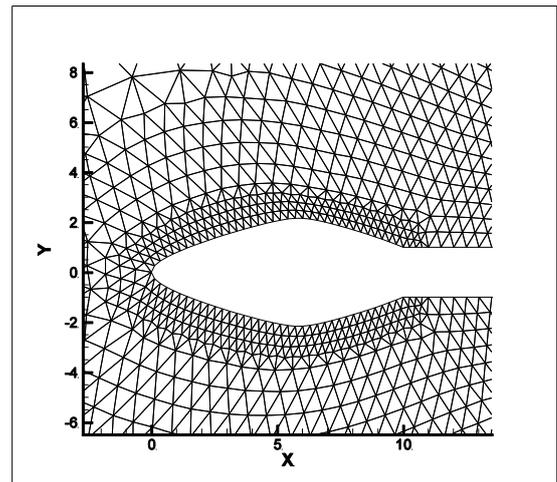
**Figura 13 – Malha para o modelo simplificado do VLS (completo).
Fonte: O Autor.**



**Figura 14 - Detalhe da malha para a região frontal do modelo simplificado do VLS.
Fonte: O autor.**



**Figura 15 – Malha para o modelo simplificado da Soyuz (completo).
Fonte: O autor**



**Figura 16 – Detalhe da malha para a região frontal do modelo simplificado da Soyuz.
Fonte: O autor.**

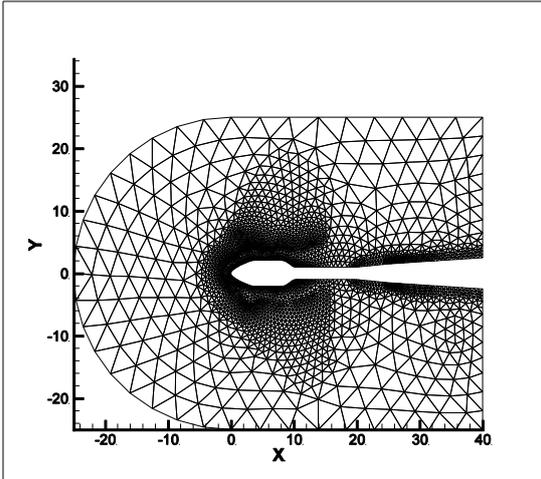


Figura 17 – Malha para o modelo Proposto (protótipo) (completo).
Fonte: O autor.

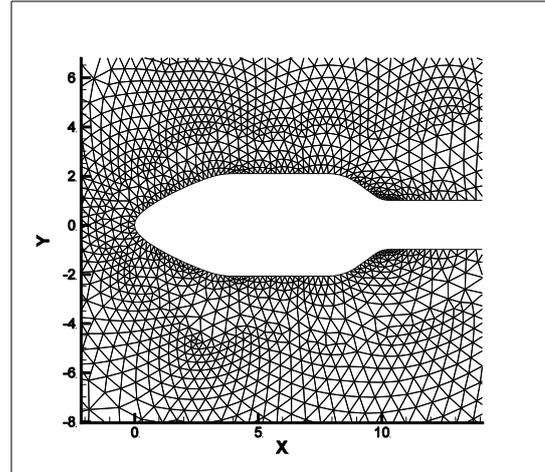


Figura 18 – Detalhe da malha para a região frontal do modelo proposto (protótipo).
Fonte: O autor.

4.2 ESCOAMENTO NÃO VISCOSO

O escoamento não viscoso é regido pelas equações de Euler, apresentadas no capítulo 2. Muitos trabalhos encontrados na literatura apenas consideram este caso afim de uma menor exigência computacional e também pela maior facilidade de implementações das equações de Euler. Os tópicos a seguir expõem os resultados das simulações para tal caso, vale a pena ressaltar que as simulações para os casos não viscosos é uma maneira mais rápida de se analisar o comportamento do escoamento, principalmente quanto à posição da onda de choque.

4.2.1 Curvas de Densidade para o Caso Não Viscoso

Nas figuras 19, 20 e 21 estão sendo representados as curvas de densidade para o caso não viscoso. O comportamento dos três casos simulados se assemelham, o caráter altamente compressivo da onda de choque faz com que os valores de densidade posteriores a onda sejam os mais elevados (região avermelhada). Nota-se também que as regiões na cor verde “seguem” o perfil do choque, sendo também uma região onde o ar atmosférico apresenta um aumento em sua densidade. Em regiões posteriores, após ao choque, os valores diminuem, sendo que os menores valores estão presentes na parte posterior à região rombuda da geometria, fato este devido à variação geométrica na região. No modelo simplificado do VLS, observa-se um aumento de densidade em sua região traseira, o que não ocorre nos demais devido ao perfil mais suave que os mesmos apresentam em sua parte posterior.

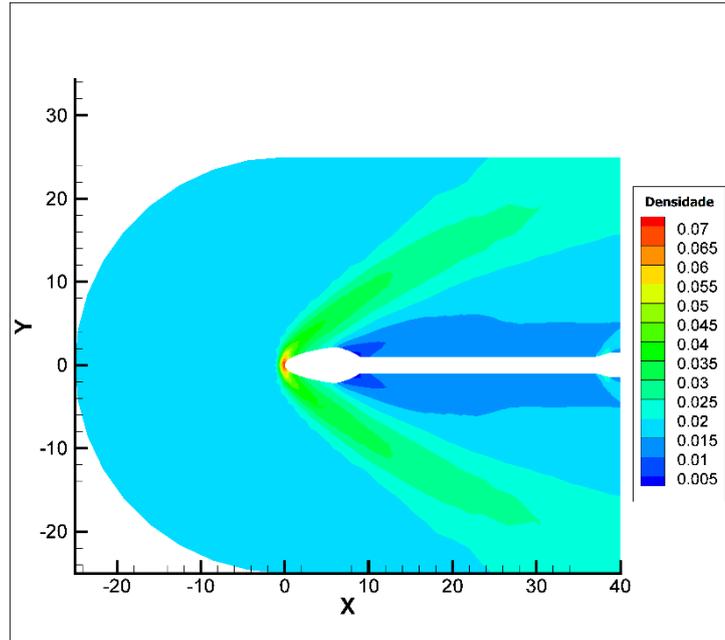


Figura 19 – Curvas de densidade para o caso não viscoso (VLS simplificado)
Fonte: O Autor.

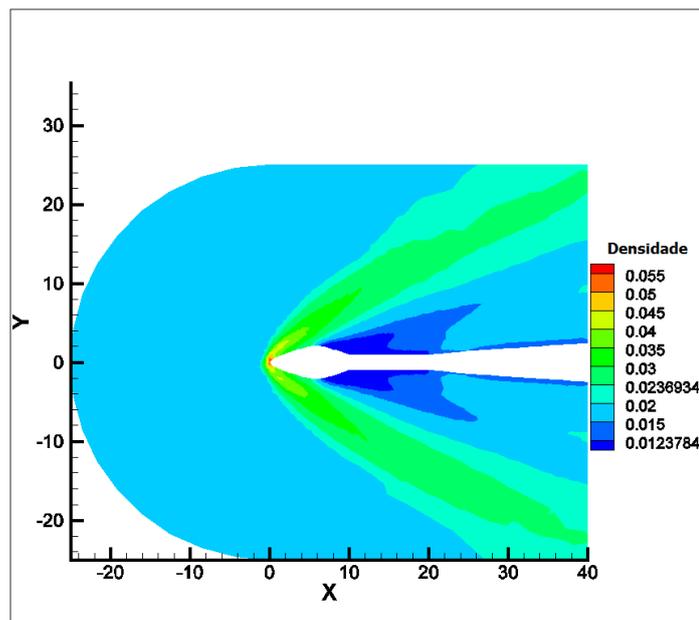


Figura 20 – Curvas de densidade para o caso não viscoso (Soyuz simplificado)
Fonte: O Autor.

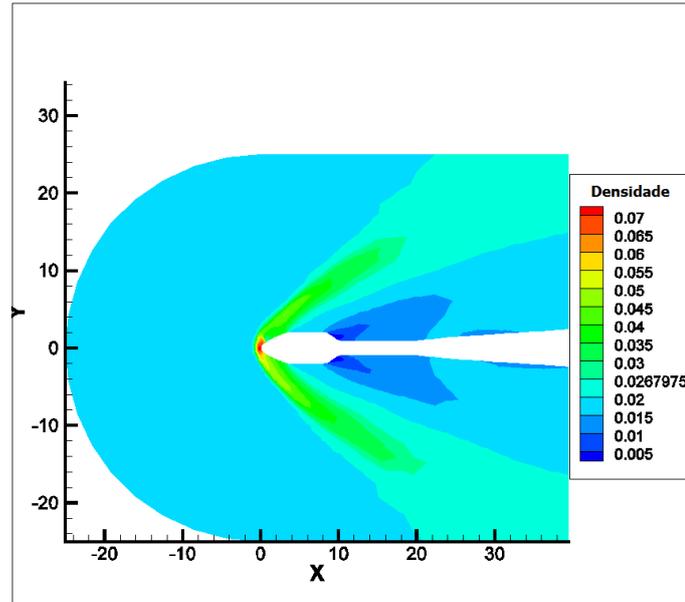


Figura 21 – Curvas de densidade para o caso não viscoso (Modelo)

Fonte: O Autor.

4.2.2 Curvas de Número de Mach para o Caso Não Viscoso

As Figuras 22, 23 e 24 expõem o número de Mach dos três casos respectivamente, observa-se que para todos os casos que a região frontal tem um comportamento subsônico, conforme, RUSANOV, (1976), e BRUNS, (2014), região está que está localizada a zona de estagnação. Tal comportamento este que vai se modificando ao longo da geometria, passando por uma região sônica, e posteriormente quebrando a velocidade do som novamente.

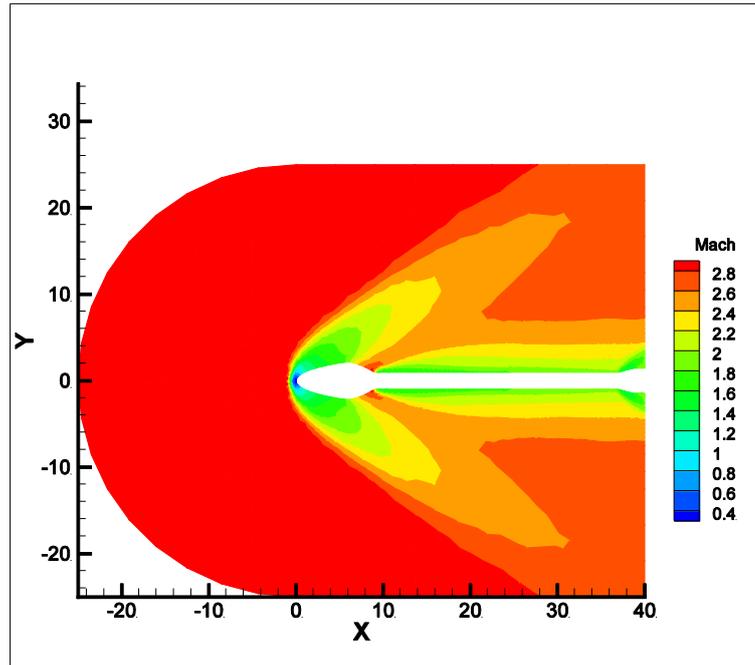


Figura 22 - Curvas de Número de Mach para o caso não viscoso (VLS simplificado)
Fonte: O Autor.

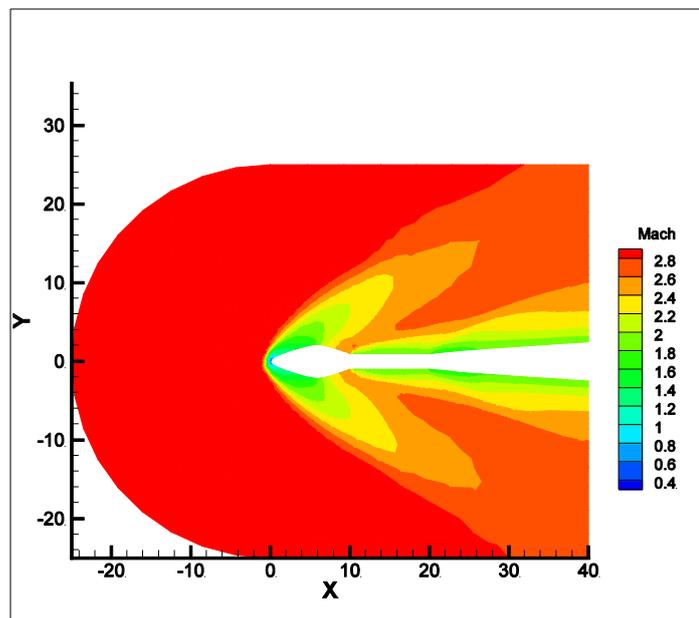


Figura 23 - Curvas de Número de Mach para o caso não viscoso (Soyuz simplificado)
Fonte: O Autor.

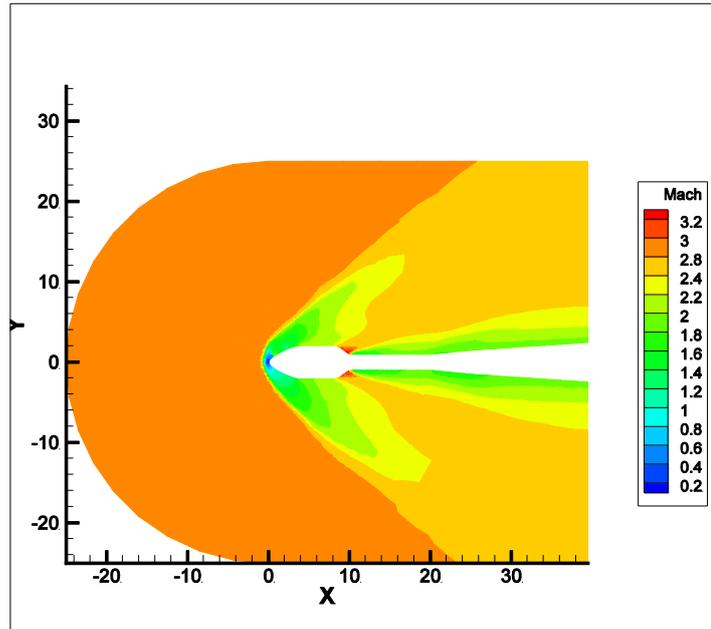


Figura 24 - Curvas de número de Mach para o caso não viscoso (Modelo)
Fonte: O Autor.

4.2.3 Curvas de Pressão para o Caso Não Viscoso

As figuras que seguem, evidenciam o comportamento da pressão ao longo do corpo dos três modelos, nota-se a influência da onda de choque nessa interação e também a relação existente entre velocidade e pressão, pois, posteriormente ao choque, o número de Mach diminui, conforme expostos nas figuras anteriores, e sua pressão se eleva, sendo a zona mais crítica a coifa. No modelo proposto, a característica mais rombuda faz com que os valores de pressão tenham uma maior magnitude em relação aos outros casos.

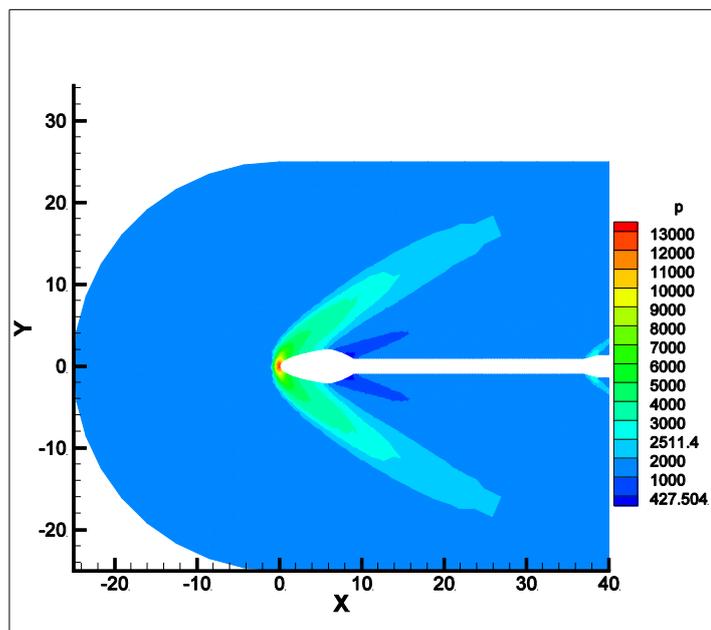


Figura 25 - Curvas de pressão para o caso não viscoso (VLS simplificado)
Fonte: O Autor.

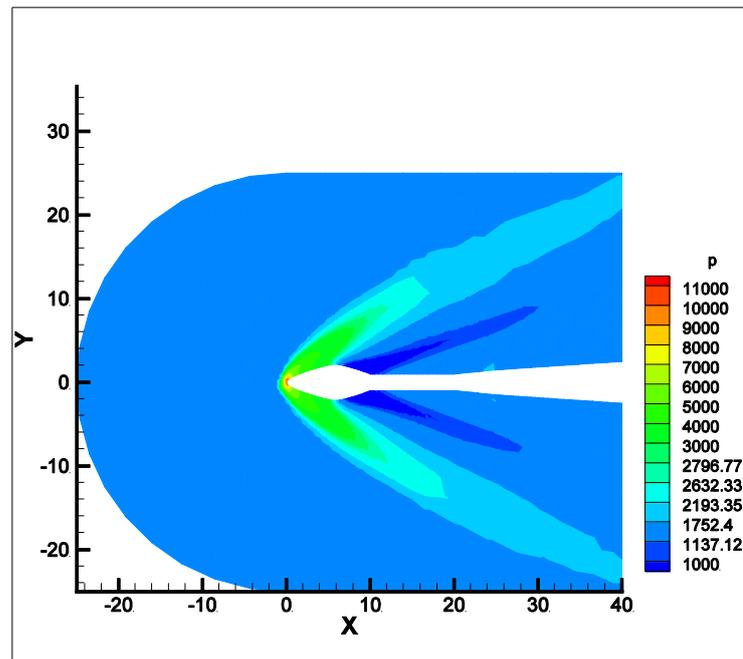


Figura 26 - Curvas de pressão para o caso não viscoso (Soyuz simplificado)
Fonte: O Autor.

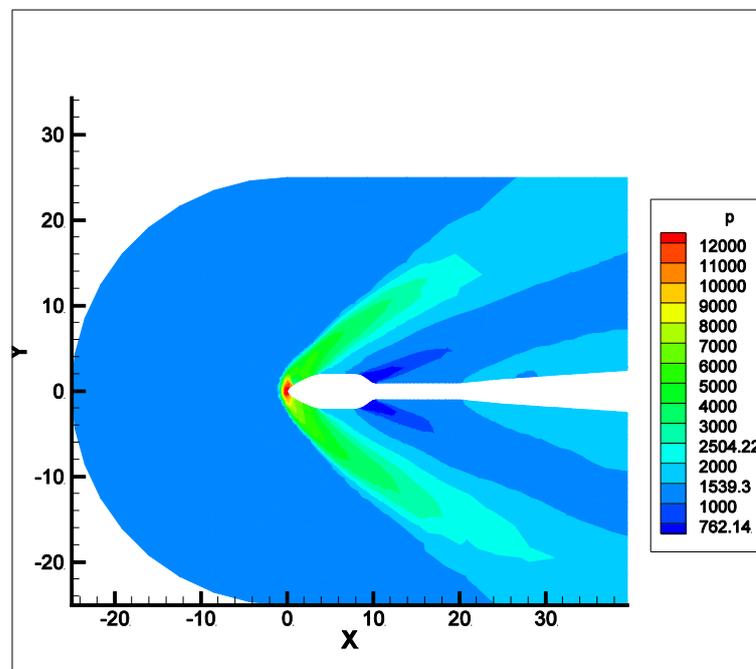


Figura 27 - Curvas de pressão para o caso não viscoso (Modelo)
Fonte: O Autor.

4.2.4 Comparação entre Pressão e Número de Mach na Linha de Simetria

A partir dos resultados obtidos para os modelos simplificados do VLS, Soyuz e Protótipo, apresenta-se a comparação entre pressão e número de Mach para as geometria simuladas em relação à linha de simetria. Na Figura 28 e Figura 29 são mostrados as curvas de número de Mach e Pressão, respectivamente. Observa-se que o comportamento é bastante semelhante, tendo justamente alguma variação no que se aproximasse da coifa, fato que é previsto devido a diferenças das geometrias. Segundo Rusanov, (1976), a velocidade e pressão variam de maneira inversa durante o escoamento, algo que é visualmente exposto abaixo.

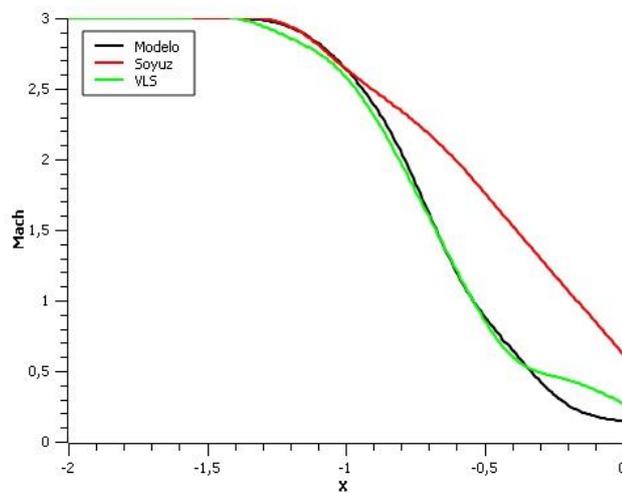


Figura 28 – Comparação do número de Mach no eixo de simetria. Escoamento Não viscoso.

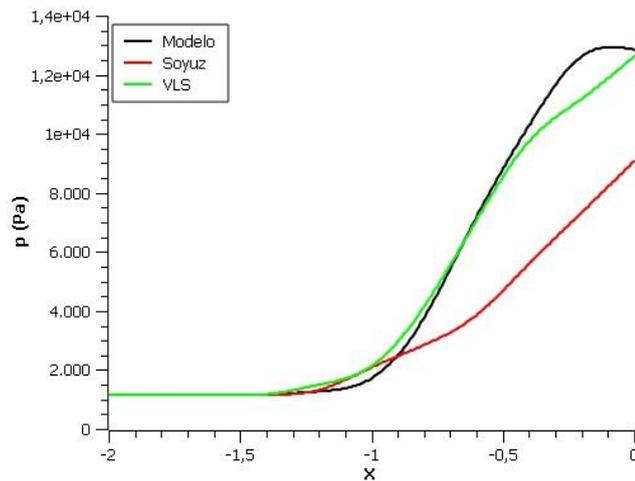


Figura 29 – Comparação de pressão no eixo de simetria. Escoamento Não viscoso.

4.2.5 Comparação Entre Coeficientes De Pressão (Cp)

Finalizando os casos não viscosos, apresenta-se uma comparação entre os coeficientes de pressão dos casos simulados. A simulação do modelo simplificado do VLS será comparado com os resultados propostos por Sávio, (2002).

Como já descrito, o coeficiente de pressão é um valor adimensional que relaciona a diferença de pressão no escoamento livre e na parede, em relação à densidade e a velocidade relativa. Na formulação do coeficiente de pressão pode-se representar pressão no escoamento livre menos a pressão da parede, ou o contrário, a opção por uma ou a outra forma de representar afetara no sinal dos valores encontrados. No presente trabalho utilizou-se a primeira relação, sendo o eixo das ordenadas do gráfico da Figura 30 representado o valor negativo do coeficiente de pressão.

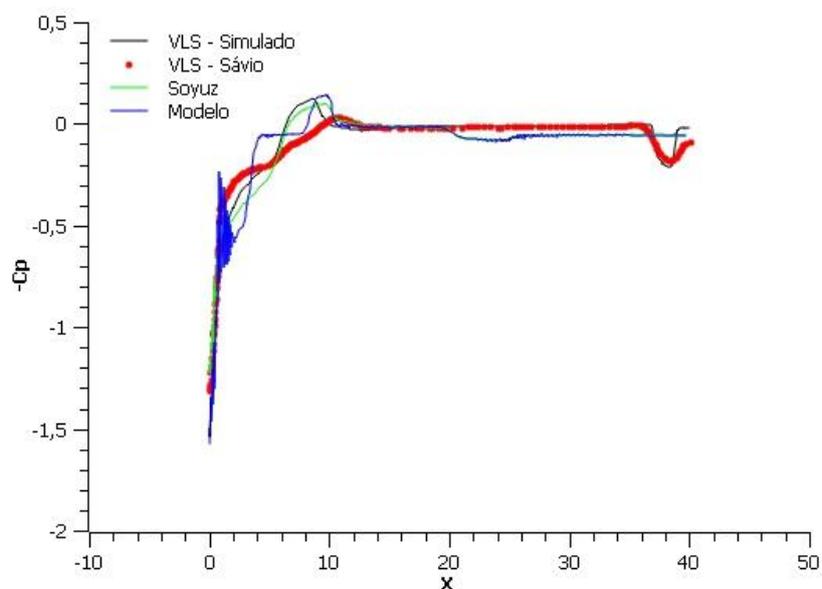


Figura 30 – Comparação entre o coeficiente de pressão – Escoamento Não Viscoso.
Fonte: O autor.

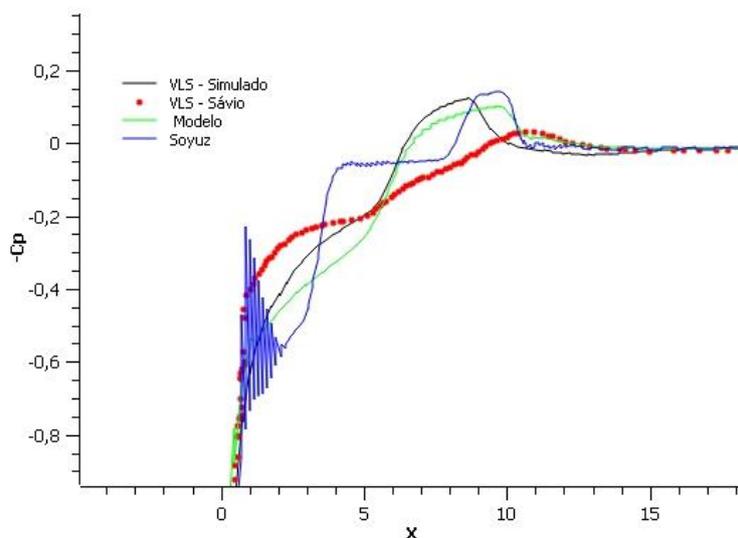


Figura 31– Comparação entre o coeficiente de pressão – Escoamento Não Viscoso (Vista Aproximada)
Fonte: O autor

A primeira análise a ser feita é a comparação entre os resultados encontrados por Sávio, (2002), e o caso simulado no presente trabalho. A partir do gráfico observa-se uma grande semelhança entre as duas curvas. A diferença existente é devido a vários fatores, como o tipo de malha utilizado, número de volumes, métodos numéricos utilizados, ou seja, em termos de comparação de resultados, o presente trabalho cumpriu o objetivo de se assemelhar com a literatura.

Olhando para a curva dos três casos simulados no presente trabalho identifica-se que nas partes frontais dos modelos os valores são muito parecidos. Logo após a parte frontal, as geometrias das coifas são determinantes no comportamento do coeficiente de pressão, percebe-se em determinadas regiões das curvas elas se diferenciam de maneira bem características, fato que se deve basicamente a forma que cada um tem, reforçando ainda mais a utilização do coeficiente de pressão para comparar geometrias diferentes para as mesmas condições, comparação esta que é o objetivo do presente trabalho.

4.3 CASO VISCOSO

Neste tópico serão expostos os resultados das simulações para o caso viscoso que são regidos pelas equações de Navier-Stokes. Tal caso tem uma maior exigência computacional devido ao maior número de variáveis envolvidas nas equações, em contraponto, seus resultados. No caso viscoso estão presentes os gradientes de temperatura, o que permitirá analisar o comportamento da temperatura do escoamento ao logo das geometrias.

4.3.1 Curvas de Densidade para o Caso Viscoso

As Figuras 32, 33 e 34 mostram, respectivamente, o gráfico de densidade, para o modelo simplificado do VLS, do modelos simplificado a Soyuz e o modelo proposto. Observa-se que em nas regiões frontais, têm-se os maiores valores de densidade, para os três casos, fenômeno esperado devido à grande influência do choque. Em sua parte posterior da coifa, tem-se uma região onde os valores de densidade são inferiores ao escoamento livre, zona está que é caracterizada por ser uma zona de baixa pressão o que influencia diretamente na compressão/densidade das moléculas do ar atmosférico. Tal fenômeno se encontra nos três casos expostos, sendo sua diferenciação, para cada caso, a influência geométrica no comportamento das curvas.

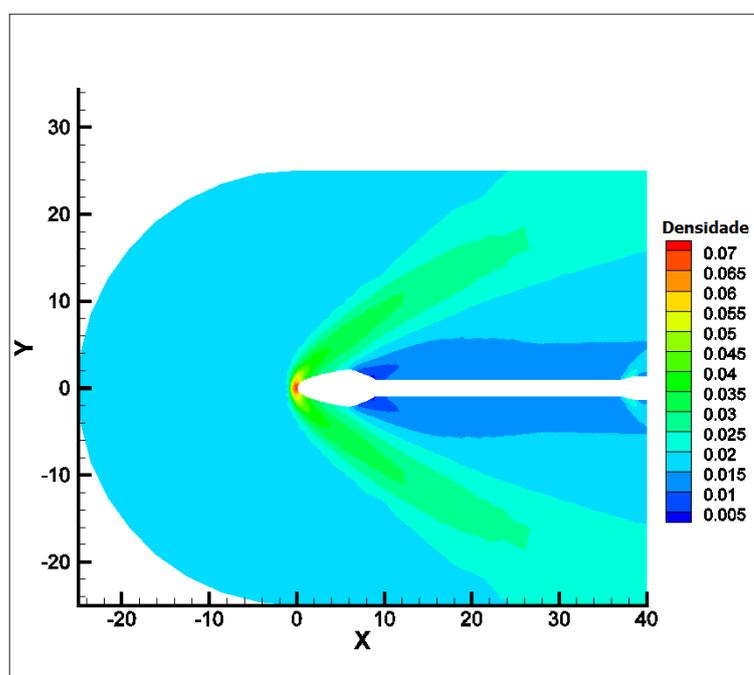


Figura 32 – Curvas de densidade para o caso viscoso (VLS simplificado)
Fonte: O Autor.

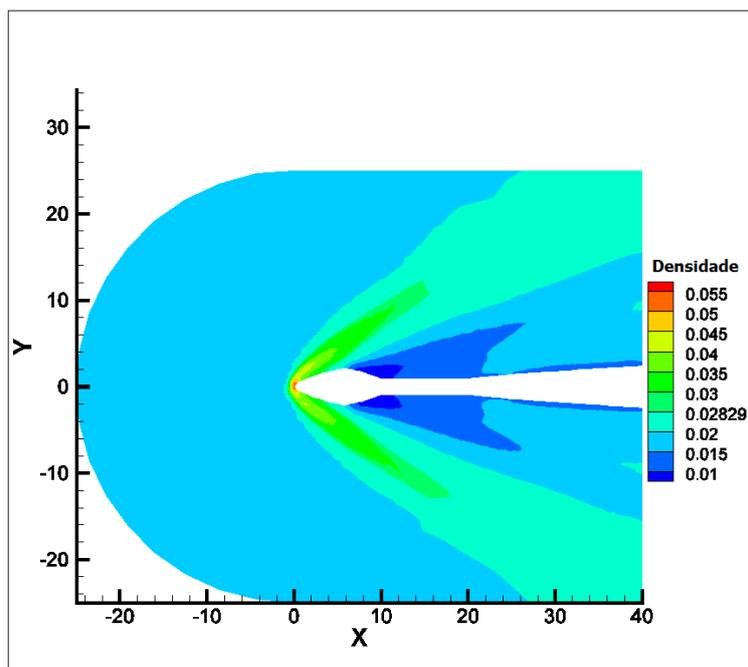


Figura 33 – Curvas de densidade para o caso viscoso (Soyuz simplificado)
Fonte: O Autor.

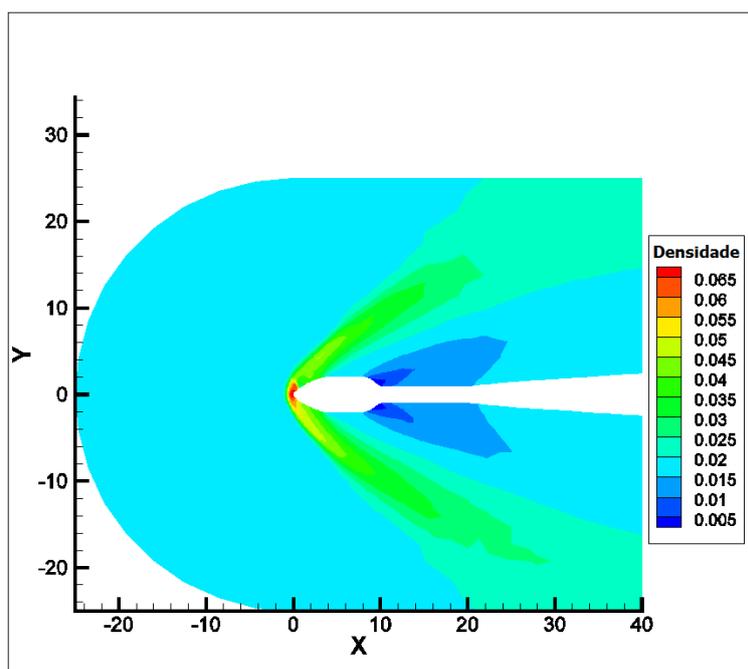


Figura 34 – Curvas de densidade para o caso viscoso (Protótipo)
Fonte: O Autor.

Por fim, as curvas de temperatura apresentam coerência física, devido à alta compressibilidade do ar atmosférico advinda do choque, percebe-se um aumento de temperatura nas regiões posteriores à onda de choque. A zona crítica de temperatura é observada na região do ponto de estagnação. Esta observação é fruto do aumento da pressão nesta região em função da presença da onda de choque destacada à frente da geometria do foguete. O modelo de gás *frozen* nos remete ao modelo de gás ideal, sendo

assim pressão é diretamente proporcional à temperatura. Sendo assim, o aumento de pressão culminará no aumento de temperatura, verificando a física do problema.

4.3.2 Curvas de Número de Mach para o Caso Viscoso

As figuras a seguir mostram os gráficos do número de Mach, vê-se que na região frontal dos modelos é onde são encontrados os menores valores. Tratando-se da região de estagnação do corpo, este comportamento do escoamento é esperado devido à grande compressão das moléculas provindo do choque. Também é interessante observar a diferenciação na região posterior das coifas, onde tem-se velocidades na ordem do escoamento livre, sendo que para cada modelo, essa magnitude se modifica devido a forma geométrica da região analisada.

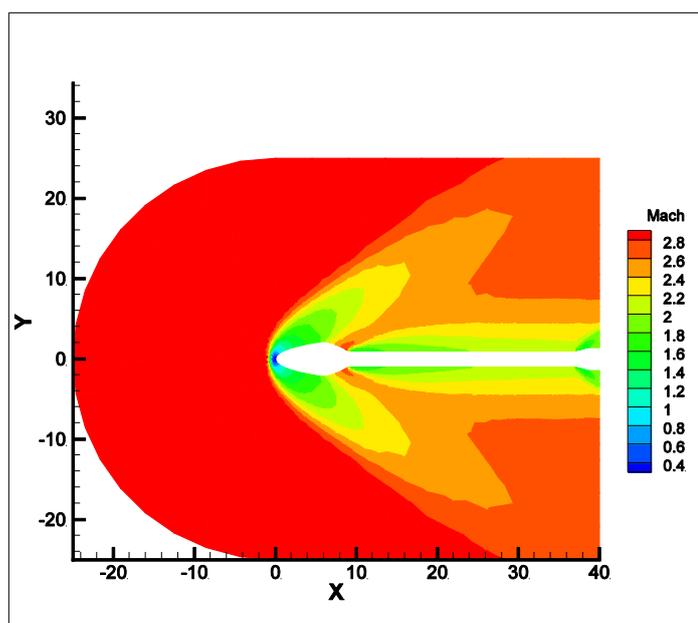


Figura 35 - Curvas de número de Mach para o caso viscoso (VLS simplificado)
Fonte: O Autor.

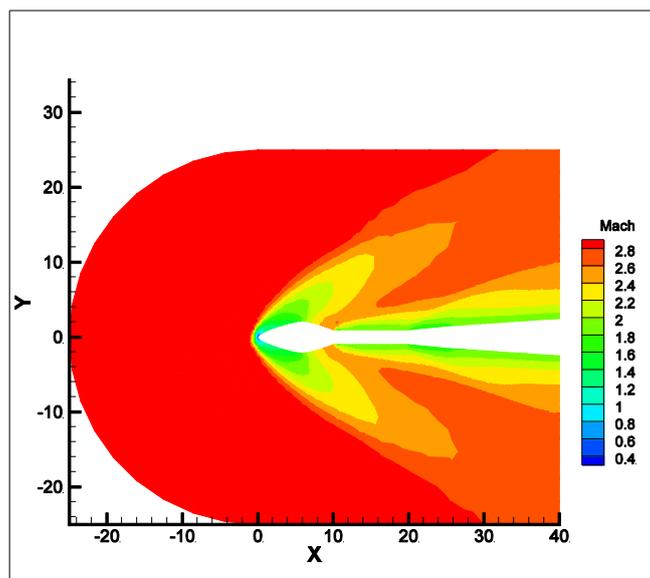


Figura 36 - Curvas de número de Mach para o caso viscoso (Soyuz simplificado)
Fonte: O Autor.

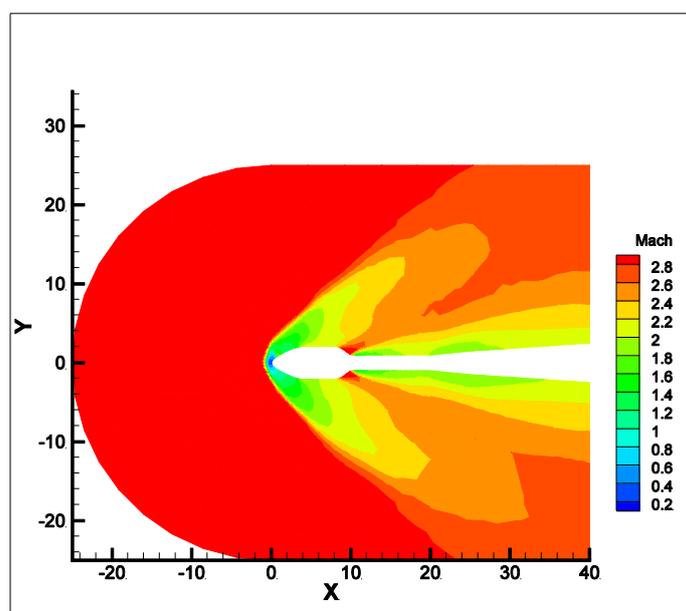


Figura 37 - Curvas de número de Mach para o caso viscoso (Protótipo)
Fonte: O Autor.

4.3.3 Curvas de Pressão para o Caso Viscoso

As curvas de pressão expostas a seguir, apresentam, para os três casos, um maior valor na região frontal do foguete, e em sua região posterior da coifa, percebe-se uma região de depressão, este que é fruto da variação de geometria dado o escoamento, observa-se nesta região a influência que a geometria da coifa têm no comportamento das propriedades. Na região traseira dos modelos, tem-se que o VLS apresenta um pico maior de pressão, fato que é ocorrência da variação brusca de perfil, já nos outros dos casos tal variação é mais suave, tal ocorrência foi melhor abordada por Zucker, (2002).

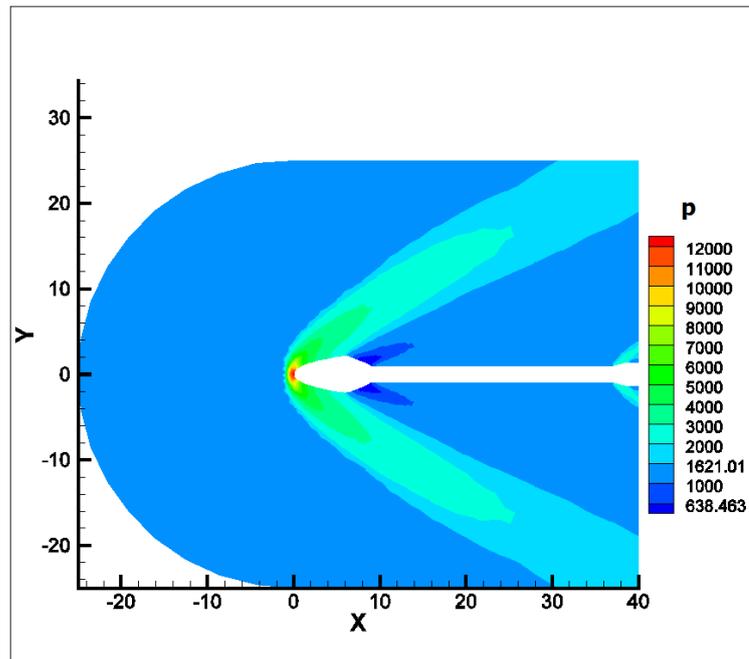


Figura 38 - Curvas de Pressão para o caso viscoso (VLS simplificado)
Fonte: O Autor.

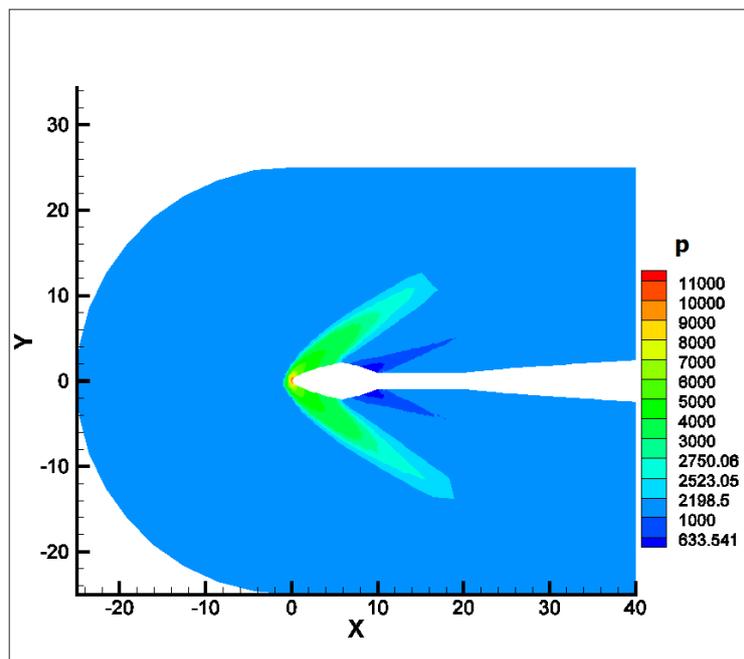


Figura 39 - Curvas de pressão para o caso viscoso (Soyuz simplificado)
Fonte: O Autor.

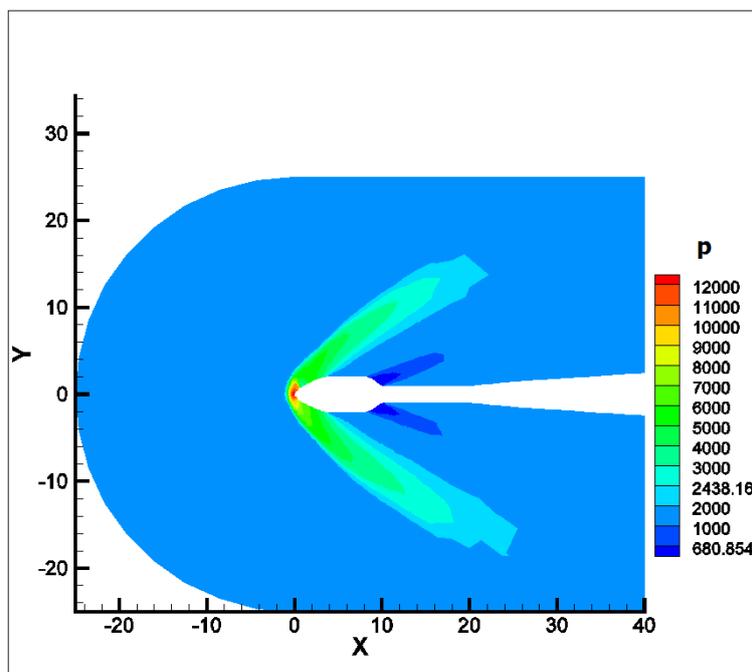


Figura 40 - Curvas de pressão para o caso viscoso (Protótipo)
Fonte: O Autor.

4.3.4 Curvas de Temperatura para o Caso Viscoso

As curvas de temperatura são apresentadas neste tópico pelas figuras a seguir. A hipótese de um gás ideal, em seu estado “*fronzen*”, é regida pela equação de estado, assim, pressão e temperatura são diretamente proporcionais, o que leva a resultados onde se tem maiores valores de pressão, tem-se maiores valores de temperatura, e nas regiões onde a pressão tem valores menores, a temperatura também apresenta o mesmo comportamento. Tal fato pode ser observado se comparar as duas situações, apresentando temperaturas maiores nas regiões posteriores ao choque e regiões em contato com o corpo do foguete. Nota-se também que os valores de temperatura pós choque, tem uma magnitude maior do que a do escoamento livre.

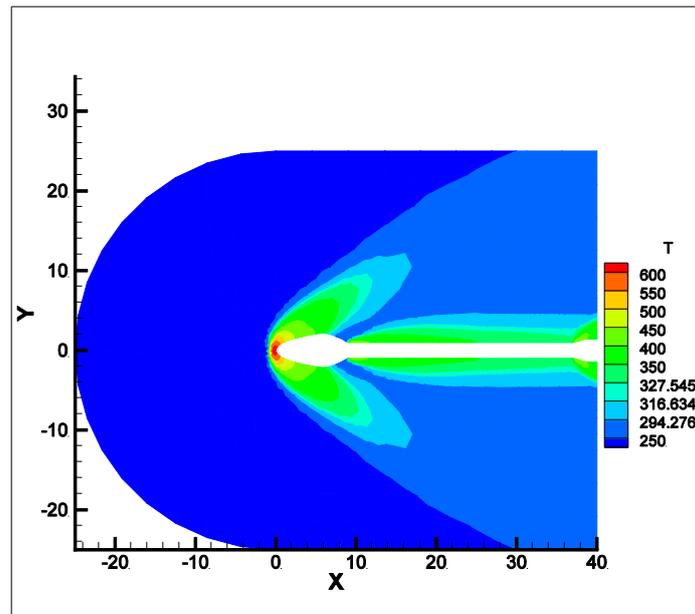


Figura 41 - Curvas de Temperatura para o caso viscoso (VLS simplificado)
Fonte: O Autor.

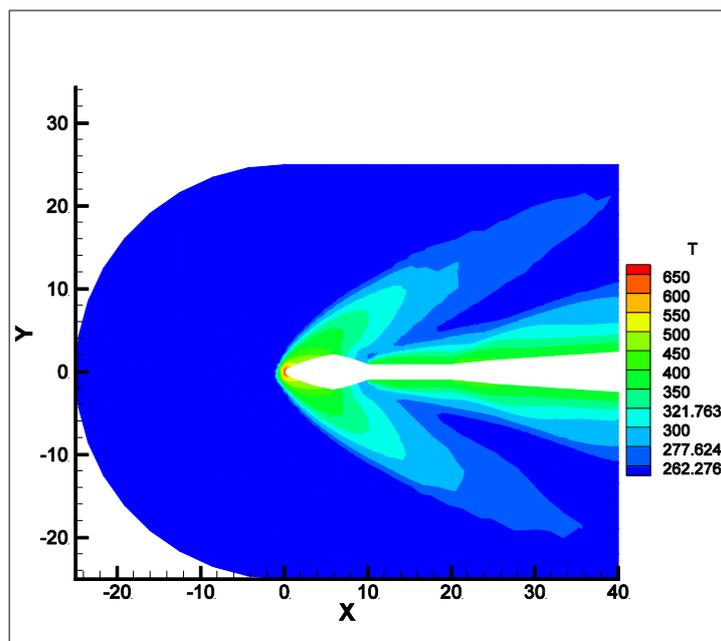


Figura 42 - Curvas de temperatura para o caso viscoso (Soyuz simplificado)
Fonte: O Autor.

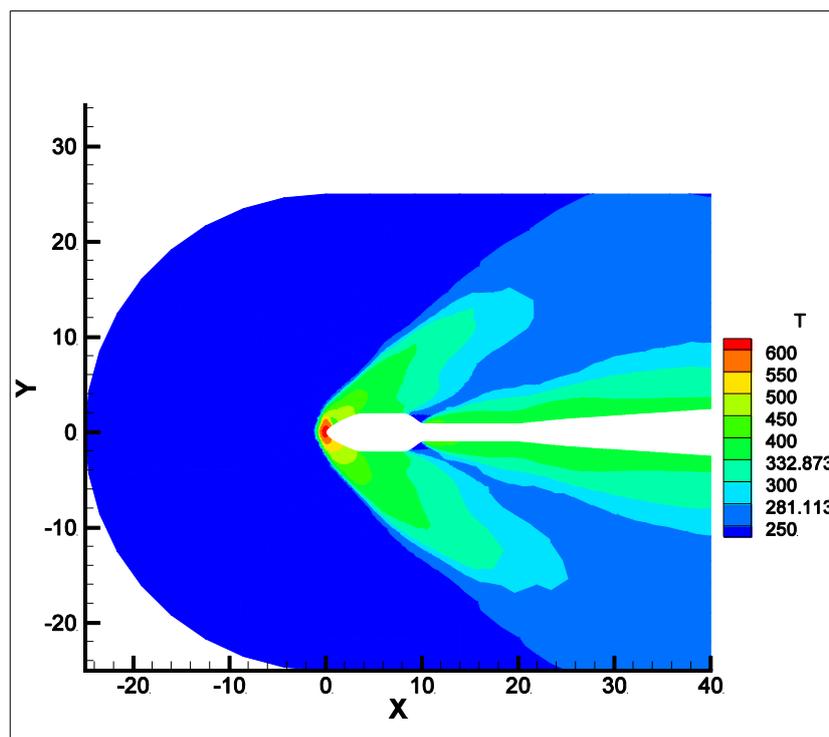


Figura 43 - Curvas de temperatura para o caso viscoso (Protótipo)
Fonte: O Autor.

4.3.5 Comparação Entre Pressão E Número De Mach Na Linha De Simetria

As figuras abaixo expõem as curvas do número de Mach, pressão e temperatura dos três casos comparando-as em relação à linha de simetria. Observa-se um comportamento semelhante nos três casos, diferenciando-se justamente na proximidade da coifa, que para cada caso a geometria apresenta características geométricas específicas e distintas entre si. Importante salientar o comportamento inverso do número de Mach e da pressão, característica que não ocorre quando se compara pressão e temperatura.

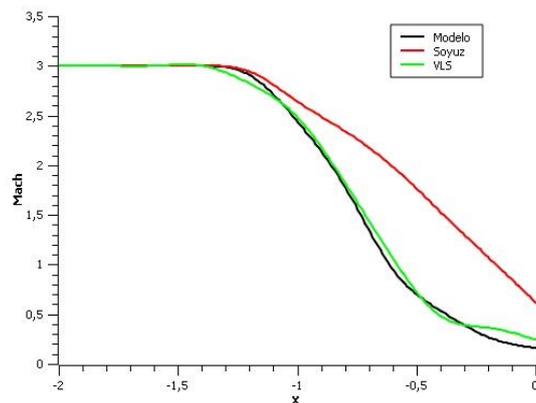


Figura 44 – Comparação do número de Mach no eixo de simetria. Escoamento Viscoso.

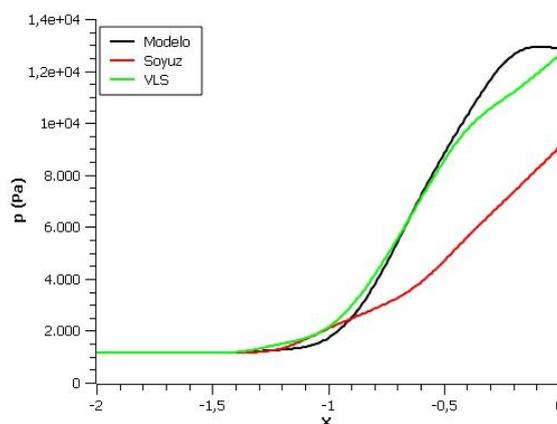


Figura 45 – Comparação de pressão no eixo de simetria. Escoamento Viscoso.

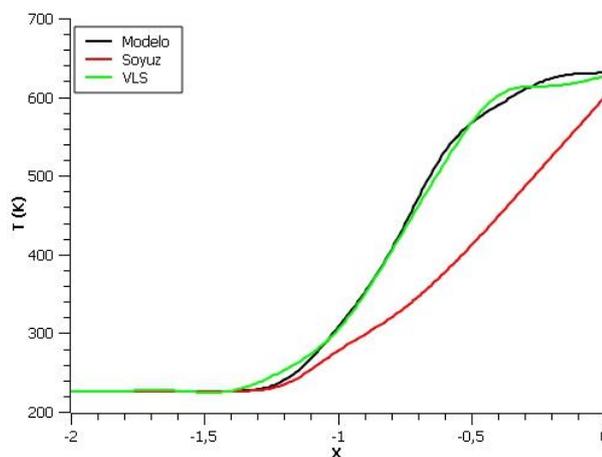


Figura 46 – Comparação de temperatura no eixo de simetria. Escoamento Viscoso.

4.3.6 Comparação Entre Coeficientes De Pressão (Cp)

A Figura 47 expõe os resultados dos coeficientes de pressão para os casos simulados e também para um caso encontrado na literatura, Savio (2002). A comparação com o caso encontrado na literatura apresenta algumas diferenças em relação ao resultado obtidos no presente trabalho. Fato se deve à diferença entre os métodos de cálculo, tipo

de malhas, entre outras. O preponderante está relacionado ao método de solução, o método utilizado por Sávio (2002) possui um termo de dissipação que implica no avanço da convergência. Métodos dissipativos possuem esta característica, porém pecam em parte pela precisão, em outra na resolução dos resultados. O método utilizado no presente trabalho não tem as mesmas características dissipativas. O método AUSMPW em conjunto com o método de alta ordem de precisão baseado no método *k-exact* mantém o foco na precisão dos resultados, implicando, por sua vez, em certa dificuldade em se atingir a convergência da simulação, (KITAMURA; SHIMA, 2012), (WANG, 2000) (ANDERSON; BONHAUS,1998). A conclusão que se chega é de que os resultados quando comparados estão dentro de um padrão, podendo assim dizer que os resultados satisfazem os encontrados na literatura.

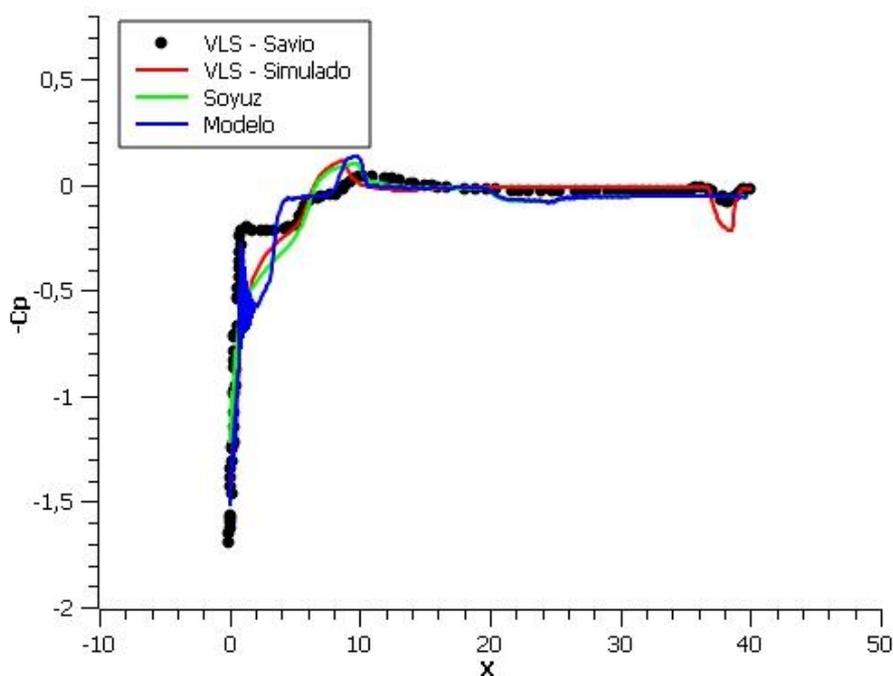


Figura 47 – Comparação entre Coeficiente de Pressão – Caso Viscoso
Fonte: O autor.

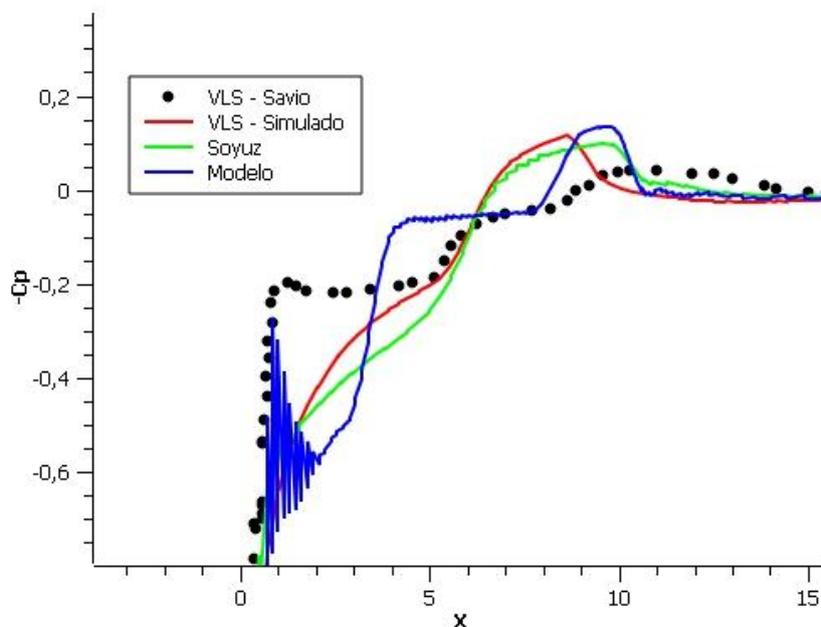


Figura 48 – Comparação entre Coeficiente de Pressão – Caso Viscoso (Vista Aproximada)
Fonte: O autor

Ainda em relação à Figura 47, observa-se que as principais diferenças nos valores do coeficiente de pressão, quanto às três geometrias, estão justamente em sua parte frontal, o que é interessante de se observar, pois, percebe-se visualmente a influência das diversas características geométricas quando submetidas as mesmas condições de escoamento. A geometria do VLS simplificado tem um pico na região traseira, isso deve-se a variação brusca de perfil contida nesta região, fenômeno que não acontece nas outras geometrias, cujas alterações geométricas são mais suaves.

4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A exposição dos resultados no presente tópico foi essencial para o início do desenvolvimento de um método de comparar geometrias diversas para as mesmas condições do escoamento livre, com a finalidade de especificar uma geometria que possa atender às condições de vôo ascendente. A comparação com a literatura mostrou-se confiável.

Um fator importante para se realizar tal comparação é o número de volumes de controle da malha, pois quanto mais refinada for a malha, melhores resultados serão obtidos. As diferenças observadas entre a comparação para a simulação do modelo simplificado do VLS e aquela apresentada por Sávio (2002), são, por parte, explicadas por este detalhe. As malhas utilizadas no presente trabalho contêm menos que 5000 volumes de controle tanto para as Eqs. de Euler quanto para Navier-Stokes. Por outro

lado, as malhas utilizadas por Sávio possuem 9860 (Eqs. Euler) e 9248 (Navier-Stokes). Os modelos escolhidos, foram baseados nos modelos reais, enquanto o modelo proposto pelo autor (protótipo), tentou-se mesclar algumas características dos modelos reais. Tal protótipo tem uma característica geométrica mais rombuda em sua coifa, tendo assim resultados com uma magnitude maior, como os valores de pressão, temperatura, propriedade estas que são fundamentais na análise de uma geometria. O protótipo proposto neste trabalho foi desenhado em softwares de modelagem 3D, para melhor o entendimento do protótipo escolhido com base nos resultados do coeficiente de pressão. Por se tratar de um projeto preliminar, as dimensões expostas foram de maneira relativa, a fim de se ter uma flexibilidade maior em questão das dimensões do protótipo, desenho este que se encontra no APÊNDICE A.

Por fim, pode-se observar a interação e influência da onda de choque no escoamento para os três casos, influência esta que foi amplamente estudada ao longo dos anos e encontrada vastamente na literatura, os quais puderam ser evidenciados no nesse trabalho.

5. CONCLUSÃO

O trabalho aqui apresentado atingiu os objetivos propostos inicialmente, primeiramente em relação à comparação dos resultados obtidos pelo código *HYNE2D* e os resultados encontrados na literatura. Tal comparação mostrou-se válida, sendo que pode-se dizer que os resultados aqui obtidos são até mais precisos aos encontrados na literatura, devido à característica do código objetivar precisão e não dissipação.

Uma vez realizada a comparação, foram realizadas as simulações objetivando analisar outras geometrias com interesse de encontrar a que apresentasse a melhor interação com o fluido de trabalho durante o escoamento. Vale ressaltar que o presente trabalho tem sua importância em particular, iniciar uma metodologia de seleção de perfis aeroespaciais através das simulações computacionais. Tendo a partir do presente trabalho uma ferramenta numérica capaz oferecer os subsídios necessários para realizar uma análise mais profunda relacionada à aerodinâmica em alta velocidade, aplicada a foguetes lançadores em vôo ascendente ou descendente (reentrada).

Pode-se verificar numericamente que os perfis selecionados tiveram um comportamento, em relação a interação com o escoamento, similar, demonstrando que o modelo proposto está dentro de parâmetros de foguetes reais, fato que é de grande relevância, mostrando assim um grande potencial para que se selecione melhores perfis através da análise aqui proposta.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros, indica-se a simulação de mais geometrias, para que possa ter um leque maior de opções. Vale também ressaltar que para tais análises seria interessante a implementação de um esquema de malhas adaptativas, esquema este que seria de grande utilidade em análises como as feitas no presente trabalho.

Em relação as condições do escoamento, poderia ser implementada também um modelo de escoamento turbulento, visando resultados ainda mais relevantes para tais análises. Juntamente a isso, a tridimensionalização do código daria outras possibilidades, como uma análise comparando as simulações numéricas com ensaios realizados experimentalmente.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA Disponível em: <http://www.aeb.gov.br/programa-espacial/politica-espacial/> Acesso em novembro de 2015.

AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA. **Programa Nacional de Atividades Espaciais**, Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação, 2012.

AGÊNCIA ESPACIAL RUSSA Disponível em: <http://en.federalspace.ru/> Acesso em fevereiro de 2016.

AMALADAS, J. R.; KAMATH, H. **Accuracy assesment of upwind algorithms for steady-state computations**. Computers and Fluids, v. 27, n. 8, p. 941 - 962, 1998.

ANDERSON, D. A; TANNEHIL, J. C; PLETCHER, R. H. **Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer**, McGraw-Hill, Nova Iorque, 1984.

BERGER, M. J.; OLIGER, J. **Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations**. Journal of Computational Physics, v. 53, n. 3, p. 484 – 512, 1984.

BLAZEK, J. **Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications**. Elviesier, Kidlington, 2001.

BRUNS, Jeffery D. **Numerical Solutions to Blunt Body Re-entry Problem**, University of Notre Dame, Department of Aerospace and Mechanical Engineering, Notre Dame, 2014.

CHUNG, T. J. **Computational fluid dynamics**. 2nd. ed. Cambridge,UK: Cambridge University Press, 2010.

FILHO, Roberto C. M. **Aplicação da Técnica MULTIGRID em Transferência de Calor Computacional**. 2004, 74 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2004.

FLETCHER, C. A. J., **Computational Techniques for Fluid Dynamic 1. Fundamental and General Techniques**, Springer-Verlag, 1984.

FLETCHER, C. A. J., **Computational Techniques for Fluid Dynamic 2. Fundamental and General Techniques**, Springer-Verlag, 1988.

FORTUNA, A. O. **Técnicas Computacionais Para Dinâmica dos Fluidos**. São Paulo: Edusp, 2000.

FOX, Robert W. ; PRITCHARD, Philip J. ; McDONALD, Alan T. **Introdução À Mecânica Dos Fluidos**. Rio de Janeiro, LTC, 2009.

GEMER, Eduardo M. **Avaliação do Efeito da Geometria da Seção Convergente em Tubo de Motor-Foguete**. 2014. 207 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

GMSH. Version 2.12.0. Belgium: GNU General Public License (GPL), 2015.

GNOFFO, P.A., 1999, **Planetary-Entry Gas Dynamics**, Annual Review of Fluid Mechanics, 31: 459-494.

GOMES, Francisco A. A. **Análise numérica do escoamento hipersônico em torno de corpos rombudos utilizando métodos de alta ordem**. 2012. 257 f. Tese (Doutorado em ciências) – Programa de Pós Graduação e Pesquisa, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2012.

GONÇALVES, Nelson D. F. **Método dos volumes finitos em malhas não-estruturadas**. 2007. 71 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, 2007.

GOOCH, C. O.; NEJAT, A.; MICHALAK, K. **Obtaining and verifying high-order unstructured finite volume solutions to the Euler equations**. AIAA Journal, v. 47, n. 9, p. 2105 - 2120, 2009.

GOTTLIEB, S.; SHU, C. W. **Total variation diminishing Runge-Kutta schemes**. Mathematics of Computation, v. 67, n. 221, p. 73 - 85, 2009.

HIRSCH, C. **Numerical computation of internal and external flows**. Salisbury: Wiley, 1990. v. 2.

HIRSCH, Charles. **Numerical Computation of Internal & External Flows: The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics**. Vol 1. Elsevier, Burlington, 2007.

HOLMES, D. G.; CONNELL, S. D. **Solution of the 2D Navier-Stokes equations on unstructured adaptive grids**. In: AIAA 9th CFD CONFERENCE. Washington, DC: AIAA Paper-89-1932, 1989.

JAWAHAR, P.; KAMATH, H. **A high-resolution procedure for Euler and Navier-Stokes computations on unstructured grids**. Journal of Computational Physics, v. 164, n. 1, p. 165 - 203, 2000.

JOSYULA, E.; BAILEY, W. **Governing Equations for Weakly Ionized Plasma Flowfields of Aerospace Vehicles**. Journal of Spacecraft and Rockets, v. 40, n. 6, p. 845-857, 2003.

JOSYULA, E.; SHANGE, J. S. **Numerical study of hypersonic dissociated air past blunt bodies**. AIAA Journal, v. 29, n. 5, p. 704-711, 1991.

KIM, D.; KWON, J. H. **A high-order accurate hybrid scheme using a central flux scheme and a WENO scheme for compressible flowfield analysis**. Journal of Computational Physics, v. 210, n. 2, p. 554 - 583, 2005.

KIM, K. H.; KIM, C.; RHO, O. H. **Methods for the accurate computations of hypersonic flows I. AUSMPW+ schemes.** Journal of Computational Physics, v. 174, n. 1, p. 38 - 80, 2001.

KIM, K. H.; LEE, J. H.; RHO, O. H. **An improvement of AUSM schemes by introducing the pressure-based weight functions.** Computers and Fluids, v. 27, n. 3, p. 311 - 346, 1998.

KITAMURA, K. et al. **Evaluation of Euler fluxes for hypersonic heating computations.** AIAA Journal, v. 48, n. 4, p. 763 - 776, 2010.

LEVEQUE, R. **Finite volume methods for hyperbolic problems.** New York: Cambridge University Press, 2002.

LIMA, Rafael S.; ROMA, Alexandre M.; NETO, Aristeu S. **DESENVOLVIMENTO DE UMA METODOLOGIA DE PARALELIZAÇÃO PARA MALHAS ADAPTATIVAS BLOCO-ESTRUTURADAS.** Simpósio do Programa de Pós-Graduação, Universidade Federal de Uberlândia, 2011.

LIOU, M. S. **A sequel to AUSM: AUSM+.** Journal of Computational Physics, v. 129, n. 2, p. 364 - 382, 1996.

LOHNER, R. **Applied CFD Techniques - An Introduction based on Finite Element Methods,** John Wiley & Sons, 2001, (Chapt. 1, pp. 1-7).

LORENA, Drewes. **El Sector espacial Argentino: Instituciones Referentes, Proveedores Y Desafíos.** Benavidez: ARSAT – Empresa Argentina de Soluciones Satelitales, 2014.

LUNEV, V. **Real Gas Flows with High Velocities.** USA: CRC Press – Taylor and Francis Group, 2009.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional.** LTC, Rio de Janeiro, 1995, 1ª ed.

MARCHI, Carlos H. **Verificação de Soluções Numéricas Unidimensionais em Dinâmica dos Fluidos,** 2001, 305 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

MINISTÉRIO DA DEFESA, **Relatório da Investigação do Acidente Ocorrido com o VLS-1 V03, em 22 de Agosto de 2003, em Alcântara, Maranhão.** Comando da Aeronáutica, São José dos Campos, 2004.

MOURÃO, Ronaldo R. F. **Astronautica do Sonho a Realidade.** Bertrand Brasil, Rio de Janeiro, 1999.

MUNSON, Bruce Roy; YOUNG, Donald F.; OKIISHI, T. H. **Fundamentos da mecânica dos fluidos**. São Paulo: E. Blücher, 2004. 571 p. + 1 CD-ROM ISBN 8521203438.

NASA TM-X-74335. **U.S. Standard Atmosphere**. Washington: 1976.

NISHIKAWA, H.; KITAMURA, K. **Very simple, carbuncle-free, boundary-layer-resolving, rotated-hybrid Riemann solvers**. Journal of Computational Physics, v. 227, n. 4, p. 2560 - 2581, 2008.

PARAVIEW. Version 4.0 New York: Kitware, 2015.

ROACHE, P. J. **Computational Fluid Dynamics**, Albuquerque, USA : Hermosa, 1972.

ROE, P. L. **Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes**. Journal of Computational Physics, v. 43, n. 2, p. 357 - 372, 1981.

ROMA, A. M.; PESKIN, C. S.; BERGER, M. J. **An adaptive version of the immersed boundary method**. Journal of Computational Physics, v. 153, p. 509–534, 1999.

RONAN, Colin A. **História Ilustrada da Ciência**. v.1, Circulo do Livro, São Paulo, 1987.

RUSANOV, V.V., 1976, **A Blunt Body in a Supersonic Stream**, Annual Review of Fluid Mechanics, 8: 377-404.

SAVIO, Edisson G. M. **Simulação Numérica de Escoamentos Supersônicos e Hipersônicos Utilizando Técnicas de Dinâmica dos Fluidos Computacional**. 2002, 294 f. Tese (Doutorado em Engenharia Aeronáutica) – Divisão de Pós-Graduação na Área de Aerodinâmica, Propulsão e Energia – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2002.

SCHNEIDER, Fábio A. **Verificação de Soluções Numéricas em Problemas Difusivos e Advectivos com Malhas Não-Uniformes**, Tese (Doutorado em Ciências) – Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

TANNEHILL, John C. **Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer**. 2ed. Taylor & Francis, Washington, 1997.

TERRY, Jai, BARBER, Tracie. **CFD and Experimental Study of an Inflatable Re-entry Vehicle Model at Mach 3 Conditions**, Acta Astronautica, ScienceDirect, v. 61, n. 12, p. 854 – 865, 2007.

TITAREV, V. A.; TSOUTSANIS, P.; DRIKAKIS, D. **WENO schemes for mixed-element unstructured meshes**. Communications in Computational Physics, v. 8, n. 3, p. 585 - 609, 2010.

TORO, E. F. **Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics**. 3rd. ed. Berlin: Springer Verlag, 2009.

VAN DYKE, M., **An Album of Fluid Motion**, Parabolic Press, Stanford, California, 1982.

WEN-DIAN, Zhang; YI-BAI, Wang; YU, Liu. **Aerodynamic Study of Theater Ballistic Missile Target**. Aerospace Science and Technology, ScienceDirect, v.24, n .5, p. 221 – 225, 2013.

WHITE, Frank M. **Fluid Mechanics**, University of Rhode Island, McGraw Hill, Nova Iorque, 2011.

ZUCKER, Robert D. **Fundamentals of Gas Dynamics**. Nova Jersey, Elsevier, Inc, 2002.

APÊNDECE A – DESENHO DO PROTÓTIPO

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

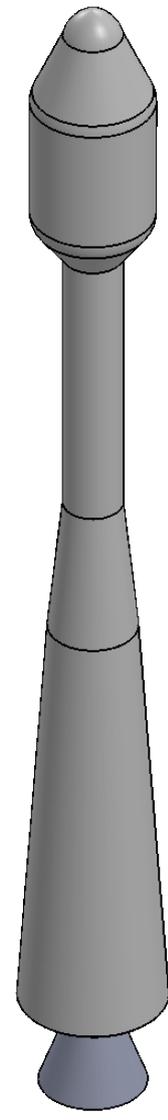
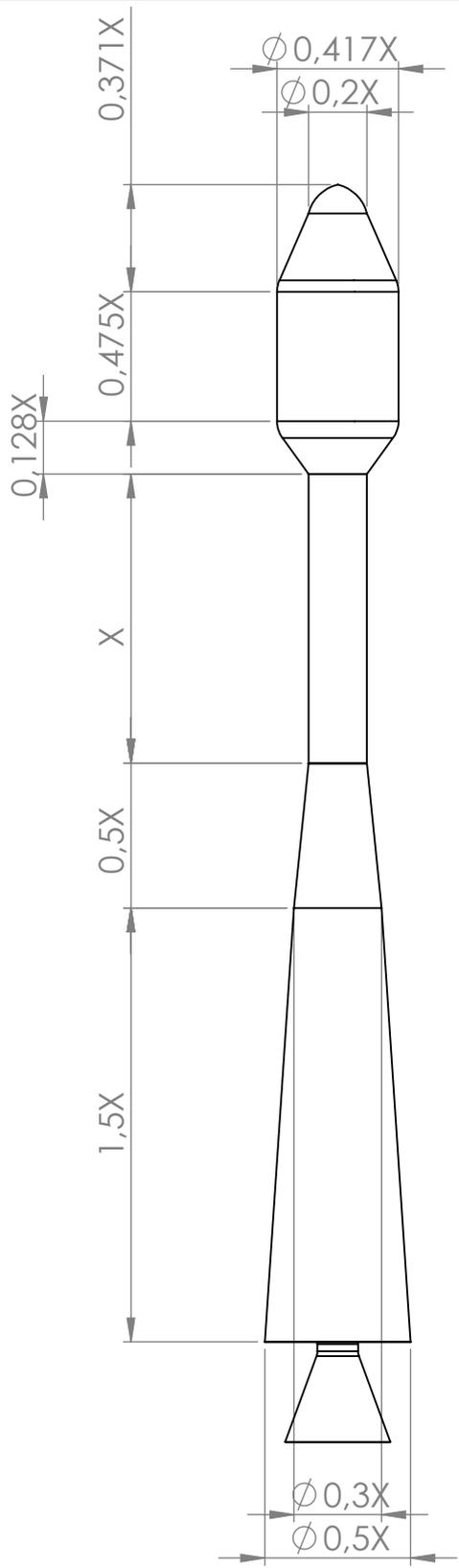
C

B

B

A

A



SE NÃO ESPECIFICADO: DIMENSÕES EM MILÍMETROS ACABAM. SUPERFÍCIE: TOLERÂNCIAS: LINEAR: ANGULAR:			ACABAMENTO:		REBARBAR E QUEBRAR ARESTAS AGUDAS		NÃO MUDAR ESCALA DO DESENHO		REVISÃO		
					TÍTULO: PROTÓTIPO FOGUETE ESPERIMENTAL						
NOME			ASSINATURA		DATA		DES. Nº				
DESEN. Felipe Patron							A4				
VERIF.							Escala 4:1				
APROV.							FOLHA 1 DE 1				
MANUF.											
QUALID.					MATERIAL:						
					PESO:						

4

3

2

1

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

C

B

B

A

A



SE NÃO ESPECIFICADO:
DIMENSÕES EM MILÍMETROS
ACABAM. SUPERFÍCIE:
TOLERÂNCIAS:
LINEAR:
ANGULAR:

ACABAMENTO:

REBARBAR E
QUEBRAR
ARESTAS
AGUDAS

NÃO MUDAR ESCALA DO DESENHO

REVISÃO

	NOME	ASSINATURA	DATA		
DESEN.	Felipe Patron				
VERIF.					
APROV.					
MANUF.					

TÍTULO:
**VISTA EXPLODIDA PROTÓTIPO
FOGUETE EXPERIMENTAL**

QUALID				MATERIAL:	

DES. Nº

A4

PESO:

ESCALA: 2:1

FOLHA 1 DE 1

4

3

2

1