

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

JOÃO OTÁVIO CAMARGO RIBEIRO

MONITORAMENTO DE INTEGRIDADE ESTRUTURAL EM UMA PLACA DE ALUMÍNIO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PATO BRANCO

2018

JOÃO OTÁVIO CAMARGO RIBEIRO

**MONITORAMENTO DE INTEGRIDADE ESTRUTURAL EM UMA PLACA DE
ALUMÍNIO**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Engenharia Mecânica – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Câmpus Pato Branco, como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em engenharia mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Rogério Novak

PATO BRANCO

2018

FOLHA DE APROVAÇÃO

MONITORAMENTO DE INTEGRIDADE ESTRUTURAL EM UMA PLACA DE ALUMÍNIO

João Otávio Camargo Ribeiro

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado no dia 20/11/2018 como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Mecânico, do curso de Engenharia Mecânica do Departamento Acadêmico de Mecânica (DAMEC) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Pato Branco (UTFPR-PB). O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora julgou o trabalho **APROVADO**.

Prof. Dr. Diego Rizzotto Rosseto
(UTFPR – Departamento de Mecânica)

Prof. Dr. Fábio Rodrigo Mandello Rodrigues
(UTFPR – Departamento de Mecânica)

Prof. Dr. Paulo Rogério Novak
(UTFPR – Departamento de Mecânica)
Orientador

Prof. Dr. Paulo Cezar Adamczuck
Responsável pelo TCC do Curso de Eng. Mecânica

*A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Mecânica

DEDICATÓRIA

A meus pais e amigos

EPÍGRAFE

“ É portanto a natureza que, para perseverar, suscita o artifício ”

Didier Deleule

RESUMO

RIBEIRO, João O. C. Monitoramento de integridade estrutural em uma placa de alumínio. Trabalho de conclusão de curso – Curso de engenharia mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco. 2018.

Devido à crescente necessidade de segurança e confiabilidade em componentes mecânicos este trabalho utiliza uma metodologia para a identificação de dano em uma placa de alumínio com base na decomposição das amplitudes de formas de onda Lamb geradas e capturadas por meio de atuadores e sensores piezelétricos, respectivamente. Por meio de uma ferramenta chamada transformada de Wavelet o estudo foi capaz de comparar os estados sem dano e com dano na estrutura através da integração dos espectros de energia dos sinais temporais. Verificou-se que para o experimento realizado a técnica utilizada demonstrou ser capaz de detectar um dano simples, como a ausência de um parafuso. No entanto, outras análises são necessárias para a confirmação do resultado em outros sistemas.

Palavras-chave: Onda Lamb. Transformada de Wavelet. Energia. Índice de dano. Sinal temporal.

ABSTRACT

RIBEIRO. João O. C. Structural health monitoring in an aluminium plate. Trabalho de conclusão de curso – Curso de engenharia mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco. 2018.

Due to the crescent necessity of security and reliability in mechanical components this research aims at utilizing a damage identification methodology in an aluminium plate based on the Lamb waves amplitudes decomposition generated and captured by a piezoelectric actuator and sensor, respectively. By means of the Wavelet transform the work was capable of compare two states of the structure, namely, with a damage and without through the integration of the energy spectrum of the time signals. It was verified that the utilized technique was capable of detect a simple damage, like the absence of a bolt. However, other analyses are necessary to confirm the result in other systems.

Keywords: Lamb wave. Wavelet transform. Energy. Damage index. Time signal.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	09
1.1 Objetivo Geral.....	10
1.2 Objetivos Específicos.....	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	11
2.1 Piezeletricidade.....	11
2.1.1 Equações de Piezeletricidade.....	13
2.1.2 Transdutores.....	16
2.1.2.1 Sensores.....	16
2.1.3 Atuadores e monitoramento de integridade estrutural.....	19
2.2 Ondas Lamb.....	21
2.2.1 Propagação de ondas Lamb em uma placa homogênea, linear e elástica.....	21
2.2.2 Ondas Lamb e monitoramento de integridade estrutural.....	27
2.2.3 Processamento de sinais.....	32
2.3 Dinâmica estrutural.....	35
2.3.1 O sistema com um grau de liberdade.....	35
2.3.2 Resposta a uma força harmônica.....	37
2.3.3 Vibração forçada não amortecida de sistemas utilizando análise modal.....	39
3 METODOLOGIA.....	41
4 RESULTADOS.....	43
5 CONCLUSÃO	49
REFERÊNCIAS	50

1 INTRODUÇÃO

O projeto contemporâneo de componentes envolve uma série de considerações relativas ao futuro desempenho de sistemas submetidos a condições extremas, intrínsecas à sua funcionalidade. Dentre estes destacam-se os aviões que, desde a década de 1950 vêm, cada vez mais, se tornando máquinas comuns e de larga utilização civil e militar.

Por serem fundamentais na distribuição das cadeias globais de valor e na manutenção do atual período de globalização do comércio internacional, aos aviões é cada vez mais dada atenção no sentido de prevenir eventuais falhas catastróficas de componentes que possam colocar a vida de seus passageiros em risco, vez que uma vez danificado algum componente importante de uma aeronave, as chances de acidentes fatais são muito grandes.

É nesse intuito que, a partir da segunda metade do século XX, com o desenvolvimento cada vez maior do setor técnico-científico-informacional, foram surgindo algumas técnicas de prevenção e previsão de falhas em materiais. Como exemplo pode-se citar o trabalho de Viktorov (1967) que, baseando-se nos trabalhos de Sir Horace Lamb (1917) avaliou as características dispersivas de alguns fenômenos sismológicos abrindo caminho para o uso dessa técnica no que ficou conhecido como monitoramento de integridade estrutural.

A partir dos anos 1980, com a disseminação cada vez maior dos computadores, da eletrônica e da estrutura de dados relacional, conforme as equações de propagação de ondas em materiais ficava mais palatável houve o florescimento da técnica e hoje sabe-se que um dano em uma estrutura deve induzir mudanças nas propriedades locais e globais de um material, fato que pode ser apreendido do sistema ao fazer interagir com ele uma perturbação elástica para depois capturá-la, através de sensores, na forma de um sinal elétrico.

A despeito das manipulações matemáticas utilizadas nos sinais elétricos para se determinar se há ou não uma falha em uma estrutura, qual a sua dimensão ou até mesmo qual é o tempo restante de vida útil do componente, é necessário antes determinar com certo grau de certeza um posicionamento ótimo dos sensores que captarão tais relações. Uma vez que as estruturas têm características dinâmicas próprias como frequências naturais, amortecimento e modos de vibração é necessário saber se o posicionamento de um sensor utilizado para fins de monitoramento não está disposto em um ponto onde não há deslocamento (nó) na estrutura, vez que toda a técnica de manutenção se baseia na obtenção da função deslocamento.

Assim, é fundamental determinar as características dinâmicas de um sistema antes de realizar um procedimento de monitoramento de integridade estrutural, pois se colocado em um local não apropriado, o sensor poderá acusar um resultado totalmente equivocado. Uma das técnicas mais difundidas para determinação das propriedades dinâmicas é a análise modal que consiste em desacoplar as equações dinâmicas de um sistema com múltiplos graus de liberdade ao utilizar-se, para isso, do espaço modal e da ortogonalidade dos autovetores associados às frequências naturais. Ao realizar uma simulação numérica da estrutura pode-se determinar as frequências naturais do sistema e os movimentos relativos entre esses pontos, determinando, deste modo, onde estão os nós do sistema e evitando, assim, o posicionamento incorreto de sensores e atuadores para, então, realizar um procedimento de monitoramento de integridade.

1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é caracterizar o dano em uma placa de alumínio através do processamento de sinais capturados por um sensor piezelétrico

1.2 Objetivos Específicos

Para atingir o objetivo geral do trabalho foram necessários os seguintes objetivos específicos:

- Realizar uma varredura em frequência para descobrir a frequência natural da placa
- Realizar uma análise modal numérica
- Calcular o índice de dano

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Piezeletricidade

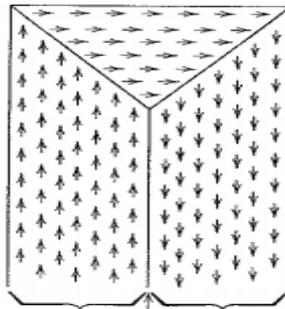
Propriedade interessante apresentada por alguns poucos materiais, a piezeletricidade, literalmente eletricidade por pressão (do grego *piezein*, apertar) se constitui na polarização induzida em um sólido através da aplicação de tensões mecânicas e vice-versa (FRANCO, 2009).

Já em 314 a.C., Teofrasto notou que a turmalina atraía palhas e cinzas quando aquecida, seria a primeira observação de um fenômeno que mais tarde Davi Brewster chamou de piroeletricidade: o potencial elétrico temporário induzido em alguns cristais pelo aquecimento destes. Lord Kelvin descreveu o fenômeno, em 1878, em termos térmicos. De acordo com sua teoria o efeito piroelétrico é apenas a manifestação do coeficiente de temperatura da polarização, abrindo caminho assim para a descoberta da piezeletricidade (GERBASI, 2012).

Tal característica singular foi descoberta em 1880 pelos irmãos Pierre e Jacques Curie, seu experimento consistia em medições das cargas de superfície de alguns cristais (como a Turmalina, o quartzo e o topázio). A esse efeito da obtenção de uma diferença de potencial em um material por meio da aplicação de tensões mecânicas deu-se o nome de efeito piezelétrico direto (TRAINER, 2003).

Segundo CALLISTER, 2008 todos os materiais ferromagnéticos submetidos a uma temperatura inferior à temperatura de Curie T_c (temperatura na qual o material perde suas propriedades magnéticas permanentes) são compostos por regiões de pequeno volume onde existe um alinhamento mútuo de todos os momentos de dipolo magnéticos em uma mesma direção, tais regiões são chamadas de domínios. Geralmente os domínios possuem dimensões microscópicas, de forma que em uma amostra macroscópica de um material ferromagnético irá existir um grande número deles e todos poderão ter diferentes orientações de magnetização. A figura 1 mostra uma representação de tais regiões.

Figura 1 - Representação dos domínios.



Fonte: CALLISTER, 2008

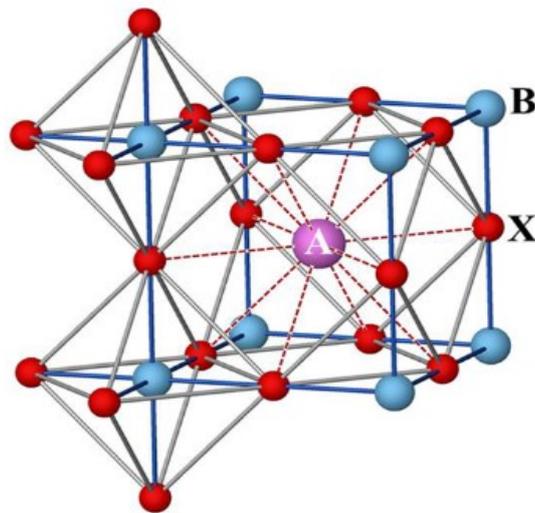
A teoria eletromagnética indica que a força do magnetismo é determinada pelo momento magnético, que por sua vez tem origem no momento angular do *spin* dos elétrons. Os materiais

têm diferentes estruturas dentro de si com diferentes momentos magnéticos que variam com a temperatura. A temperatura de Curie, é assim, o ponto crítico no qual os momentos magnéticos intrínsecos de um material mudam de direção (GRAÇA, 2003).

Conforme mencionado alguns materiais naturalmente exibem características piezelétricas, outros não. O PZT (Titanato Zirconato de Chumbo), material ferromagnético utilizado largamente na indústria eletroeletrônica, espontaneamente não apresenta tais propriedades, mas pesquisas e desenvolvimentos levados a cabo nos últimos anos estabeleceram que ele pode se tornar piezelétrico se for polarizado (FRANCO, 2009).

Os componentes dessa piezocerâmica possuem uma estrutura policristalina consistindo de vários cristalitos (domínios) e cada um é composto de uma pluralidade de células elementares. As células elementares dessas cerâmicas ferroelétricas exibem a estrutura de cristal *perovskite*, que pode ser descrita pela fórmula $A^{2+}B^{4+}O_3^{2-}$ (MITCHELL e WELCH, 2017).

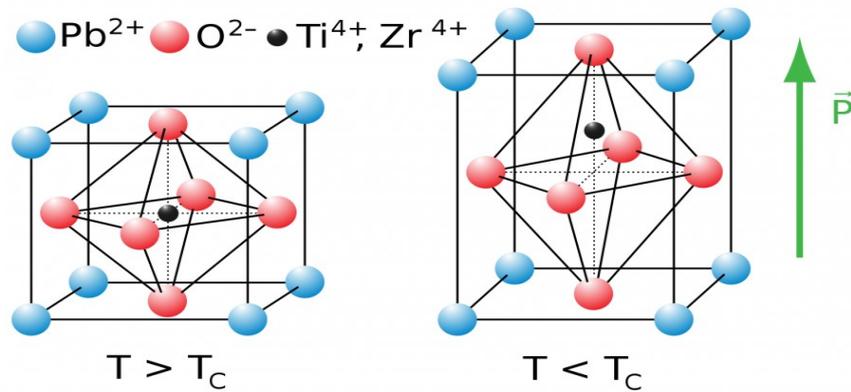
Figura 2 – Estrutura perovskite.



Fonte: MITCHELL e WELCH, 2017

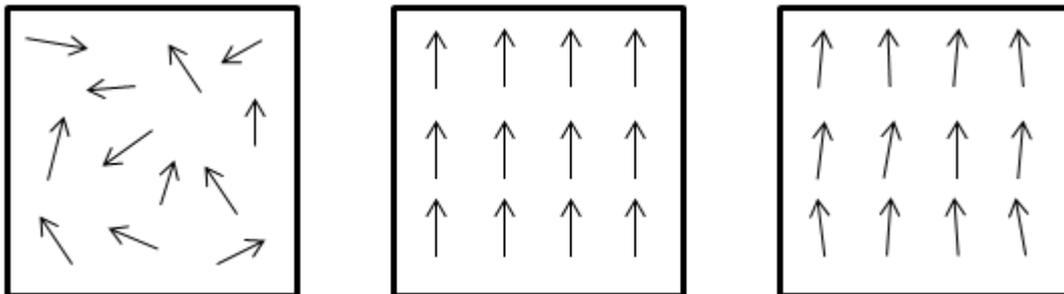
Abaixo da temperatura de Curie, T_c o arranjo dos átomos no PZT é simétrico o que faz com que exista um íon em cada domínio, exibindo estrutura tetragonal. Quando é aquecida acima de T_c a estrutura da célula muda para assimétrica, em razão do deslocamento do átomo de Titânio/Zircônio. Devido à permanente assimetria elétrica e mecânica, essas células unitárias apresentam polarização e deformação espontâneas. Como a distribuição dos domínios é aleatória, é necessária a realização da polarização ferroelétrica (processo de alinhamento dos dipolos magnéticos) para se obter anisotropia macroscópica, propriedade associada às propriedades piezelétricas (FRANCO, 2009).

Figura 3 - Representação de um domínio de PZT: a) acima e b) abaixo da Temperatura de Curie.



No processo de polarização, os domínios então em distribuição aleatória, são submetidos a um intenso campo elétrico (acima de 2000 V/m). Com a exposição ao campo, o material se expande ao longo do eixo de submissão e contrai na direção perpendicular. Quando o campo é removido, os dipolos elétricos ficam direcionados, mas não completamente alinhados, criando uma polarização na cerâmica (FRANCO, 2009).

Figura 4 - Representação do processo de polarização do PZT: a) domínios aleatórios, b) domínios alinhados no eixo do campo e c) domínios com um certo alinhamento após o processo.

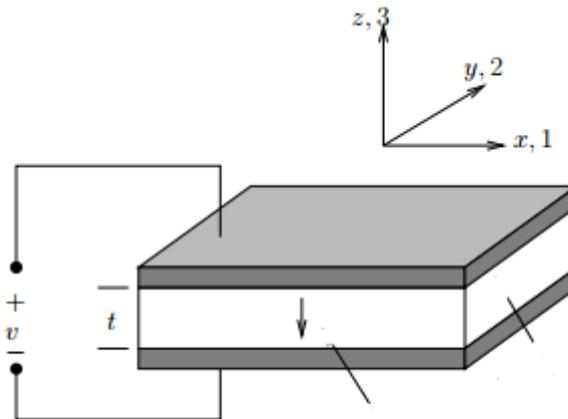


Fonte: DATTA, 2014

2.1.1 Equações de Piezeletricidade

Quando uma cerâmica piezoeétrica é tensionada mecanicamente, torna-se eletricamente polarizada, produzindo uma carga elétrica na superfície do material. Essa propriedade é conhecida como “efeito piezoeétrico direto” e é com base nela que tais materiais são largamente utilizados como sensores (MOHEIMANI e FLEMING, 2006).

Figura 5 – Diagrama esquemático de um transdutor piezelétrico.



Fonte: MOHEIMANI e FLEMING, 2006

Em geral as cerâmicas polarizadas são materiais transversalmente isotrópicos. Para estar em concordância com a norma *IEEE Standard on Piezoelectricity*, o plano de isotropia é definido como sendo o plano x-y ou 1-2 de modo que o material exibe simetria sobre o eixo 3 ou z, o qual é o eixo de polarização da cerâmica. As variáveis de campo são as componentes de tensão T_{ij} , as de deformação S_{ij} , campo elétrico E_k e o vetor deslocamento elétrico D_k . (ERTURK e INMAN, 2011).

A forma padrão das equações constitutivas de piezeletricidade podem ser dadas em quatro tipos diferentes tomando cada par das variáveis de campo e apresentando-as como variáveis independentes. Consideramos aqui a representação tensão-deslocamento elétrico onde as variáveis independentes são as componentes de tensão e de campo elétrico (ERTURK e INMAN, 2011):

$$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl} + d_{kij}^t E_k \quad (2.1)$$

$$D_i = d_{ikl} T_{kl} + \varepsilon_{ik}^T E_k \quad (2.2)$$

Onde:

O sobrescrito t refere-se à matriz transposta correspondente;

S_{ij} : o tensor deformação [m/m];

T_{kl} : o tensor de tensão [N/m²];

E_k : o campo elétrico [V/m];

d_{kij} : a constante piezométrica [C/N];

D_i : o descolamento elétrico ou indução [C/m²];

s_{ijkl} : o tensor de compliança [m²/N] e

ε_{ik}^T : a permissividade dielétrica [C²/Nm²]

As equações (2.1) e (2.2) podem ser escritas na respectiva forma matricial como:

$$\begin{pmatrix} S \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s^E & d^t \\ d & \varepsilon^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ E \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Onde os sobrescritos T e E indicam que cada uma das equações é avaliada a um campo elétrico constante ou tensão mecânica constante, conforme for o caso.

A equação (2.3) pode ser expandida, levando em conta as dimensões vetoriais de cada grandeza física que a constitui, assim:

$$D = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}; \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}; S = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix};$$

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix}; s = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & s_{45} & s_{55} & s_{56} \\ s_{16} & s_{26} & s_{36} & s_{46} & s_{56} & s_{66} \end{pmatrix};$$

$$d = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix};$$

Substituindo em (2.3):

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} & d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} & d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} & d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} & s_{45} & s_{46} & d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & s_{45} & s_{55} & s_{56} & d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ s_{16} & s_{26} & s_{36} & s_{46} & s_{56} & s_{66} & d_{16} & d_{26} & d_{36} \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Como consequência de, em geral, serem transversalmente isotrópicas, para as cerâmicas polarizadas, temos:

$$\begin{pmatrix} s^E & d^t \\ d & \varepsilon^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{32} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 & 0 & d_{24} & d_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11} \end{pmatrix}$$

As equações (2.1) e (2.2) representam, respectivamente, o efeito inverso e o efeito direto da piezoelectricidade. O inverso geralmente é associado à utilização do PZT como atuador, pois através da aplicação de uma tensão elétrica alternada, obtém-se uma deformação alternada, que induz um estado vibratório. De forma recíproca ao se aplicar uma tensão mecânica no PZT nota-se a presença de uma tensão elétrica caracterizando o efeito direto (FRANCO, 2009).

2.1.2 Transdutores

2.1.2.1 Sensores

A instrumentação é o ramo da engenharia eletrônica que concerne à otimização do uso de sensores, a saber dispositivos cujas propriedades eletrônicas mudam de acordo com mudanças no mundo físico que os cercam. Alguns sensores respondem a mudanças de

temperatura, outros à aplicação de uma força mecânica, outros ainda aos campos elétricos e/ou magnéticos a que estão submetidos (EVANS, 2000).

Transdutores são dispositivos utilizados para transformar um tipo de energia em outra. Quando um transdutor converte uma quantidade mensurável (nível de pressão do ar, intensidade ótica, campo magnético, etc.) em uma tensão ou corrente elétrica o chamamos de sensor. De forma semelhante quando um transdutor converte um sinal elétrico (como uma tensão elétrica alternada) em uma outra forma de energia (por exemplo, vibração) é chamado atuador (PAPAVASSILIOU, 2008).

A linearidade é uma característica muito importante quando se fala em sensoriamento e sistemas, pois essa propriedade garante a obediência do sistema a certos postulados e leis que são úteis para sua simplificação e tratamento. De modo resumido um sistema pode ser dito linear se a função de saída $y(x)$ tiver a forma (LATHI, 2006):

$$y(x) = Ax; 0 \leq x \leq x_{m\acute{a}x} \quad (2.5)$$

De maneira geral os sistemas lineares se comportam como filtros passa-baixa em que a função de saída $y(x)$ não se modifica acima de um valor de estímulo $x_{m\acute{a}x}$. Essa característica chamada de alcance (*range/full scale*) é uma consequência das limitações físicas às quais os sensores estão submetidos devido ao seu material de constituição (PAPAVASSILIOU, 2008).

O menor melhoramento que podemos induzir na descrição de um sistema linear de sensoriamento é a introdução de uma constante de diferença (*zero offset*) b_0 (LATHI, 2006):

$$y'(x) = b_0 - Ax \quad (2.6)$$

Da mesma forma que há um limite superior ao qual a função de saída não responderá ao estímulo, há também um limite inferior (*threshold*) $x_{m\acute{i}n}$ abaixo do qual o sensor não responde. Tal limite está associado ao ruído presente na medição e também ao comportamento não totalmente linear que os sistemas apresentam. De fato, pode ser afirmado que todos os sistemas são não-lineares (EVANS, 2000).

A não linearidade do comportamento de um sensor pode ser expressa como a soma das funções não lineares das quais a resposta de saída é dependente. Assim se:

$$y'(x) = Ax + b_1x^2 + b_2x^3 + \dots + = Ax + g(x) \quad (2.7)$$

A função $g(x)$ mede o quanto a resposta do sensor se desvia do comportamento puramente linear. Geralmente o esforço para se corrigir a resposta não-linear de um sensor é mais complicada do que o problema original de modo que o esforço raramente vale a pena. A não-linearidade é costumeiramente medida como porcentagem sobre o máximo valor de estímulo ao qual o sensor responde, *full scale* (DUNN, 2006).

Pode-se definir a não linearidade absoluta como sendo:

$$\partial_y = \frac{\max|g(x)|}{y(x_{max})} \quad (2.8)$$

As equações (2.5) a (2.8) não são inteiramente adequadas, especialmente quando estamos nos referindo à necessidade de tomar medições muito rapidamente. Neste caso devemos levar em conta a possibilidade do sensor armazenar energia internamente. Se a energia interna armazenada for capaz de modificar seu comportamento, teremos como resultado a dependência das novas medições às anteriores, ou seja, ele exibirá a característica de memória. Um sensor ainda pode ser dito linear se a seguinte relação for satisfeita (DUNN, 2006):

$$\sum_{n=0}^N A_n \frac{\partial^n y}{\partial t^n} = \sum_{k=0}^K B_k \frac{\partial^k x}{\partial t^k} \quad (2.9)$$

Se for tomada a transformada de Laplace correspondente concluiremos que:

$$y(s, X) = \frac{\sum_{k=0}^K B_k s^k}{\sum_{n=0}^N A_n s^n} = H(s)X(s) \quad (2.10)$$

Ou seja, no espaço da transformada de Laplace, a resposta do sensor ainda é linear ao estímulo x . Tal resposta está condicionada à $H(s)$ que é chamada de função transferência do sistema. Uma expressão que representa a reação ao estímulo é dada pela integral do produto da transformada de Laplace inversa da função transferência pela história do estímulo $x(t)$:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad (2.11)$$

A equação (2.9) é chamada de convolução e algumas conclusões podem ser inferidas a partir deste processo. Primeiro: a maioria dos sensores se comporta como um filtro passa-baixa conforme mencionado anteriormente e levam algum tempo para responder à estímulos. Segundo: a máxima frequência que um sensor pode interpretar é, aproximadamente, o inverso do mínimo intervalo de tempo que ele demora para responder (PAPAVASSILIOU, 2008).

2.1.3 Atuadores e monitoramento de integridade estrutural

Conforme elucidado anteriormente, um atuador é um dispositivo transdutor que transforma um sinal elétrico em uma grandeza física.

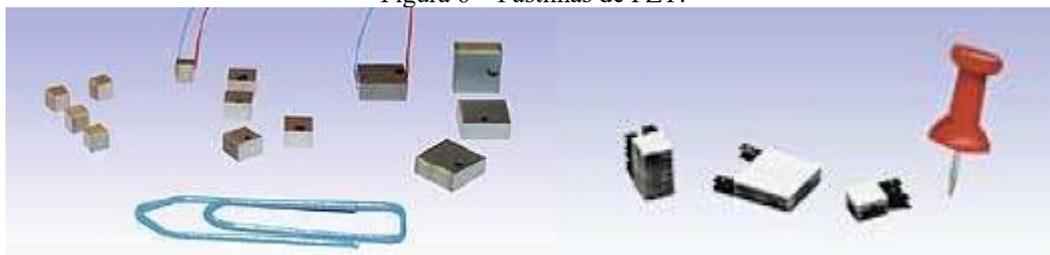
Um exemplo básico de atuador é uma tira bi metálica utilizada em termostatos. Este dispositivo converte diretamente a energia térmica em deslocamento utilizando-se do efeito de expansão térmica para isso (DUNN, 2006).

Nos últimos anos têm-se utilizado largamente as cerâmicas piezelétricas como atuadores capazes de gerar estados vibratórios em placas e vigas em cuja superfície uma onda ultrassônica elástica é induzida para que um sensor acoplado em outra extremidade possa captar os deslocamentos induzidos e transformá-los em sinais elétricos. Com as técnicas apropriadas de processamento de sinais no domínio do tempo e simultaneamente no da frequência (*time-frequency analysis*) consegue-se obter certas características do sinal, sendo possível inclusive, determinar se há descontinuidades no material. Tal área de estudo é chamada de monitoramento de integridade estrutural (SU e YE, 2009).

Transdutores de Titanato Zirconato de Chumbo (PZT), por exemplo, podem operar em uma ampla faixa de frequências, além de ter um baixo consumo de energia. Por serem pequenos são perfeitamente acopláveis em estruturas. (SU e YE, 2009).

Santos et al (2016) utilizaram pastilhas circulares de PZT para verificar a existência ou não de descontinuidades em uma viga prismática de alumínio. As pastilhas foram fixadas com cola epóxi e a temperatura foi controlada com o objetivo de se observar se sua variação teria alguma influência sobre a detecção de falhas. Notou-se que quanto maiores são os gradientes de temperatura em relação à temperatura ambiente mais elevada será também a imprecisão associada ao resultado.

Figura 6 – Pastilhas de PZT.



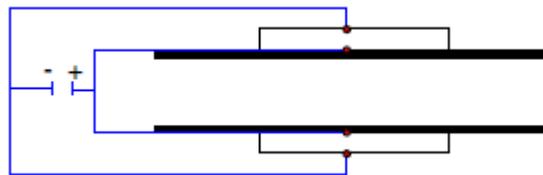
Fonte: SU e YE, 2009

No que tange à disposição dos sensores/atuadores há duas configurações possíveis quando se fala em detecção de falhas em materiais por meio de pastilhas piezelétricas com ondas elásticas: *pitch-catch* e *pulse-echo*.

Na configuração *pitch-catch* as ondas elásticas ativadas por uma fonte (atuador) viajam através do objeto e são então capturadas por um sensor na outra extremidade do caminho. Em contrapartida, na disposição *pulse-echo*, tanto o sensor quanto o atuador são localizados no mesmo lado do objeto (SU e YE, 2009).

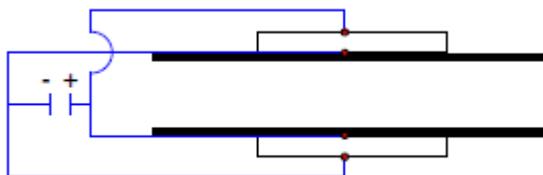
Uma cerâmica piezelétrica, quando submetida a um campo elétrico alternado, produzirá uma deformação alternada. Se considerarmos este elemento sendo colado em uma estrutura podemos modelar seu esforço como sendo uma força F ou um momento M aplicado em suas extremidades. O tipo do esforço dependerá da forma de ligação do material. Considerando que a superfície de polarização seja colada à estrutura se a tensão aplicada for ligada em fase entre as pastilhas estarão presentes esforços longitudinais, entretanto se as pastilhas forem ligadas em anti-fase, surgirão esforços de flexão (FRANCO, 2009).

Figura 7 – Pastilhas ligadas em fase



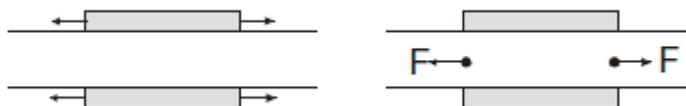
Fonte: LEUCAS, 2009

Figura 8 – Pastilhas ligadas em anti-fase



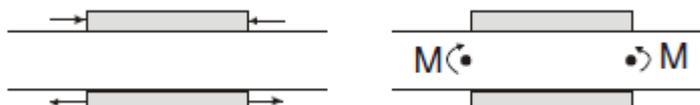
Fonte: LEUCAS, 2009.

Figura 9 – Efeito das pastilhas sendo ligadas em fase



Fonte: FRANCO, 2009

Figura 10 - Efeito das pastilhas sendo ligadas em anti-fase



Fonte: FRANCO, 2009

2.2 Ondas Lamb

2.2.1 Propagação de ondas Lamb em uma placa homogênea, linear e elástica

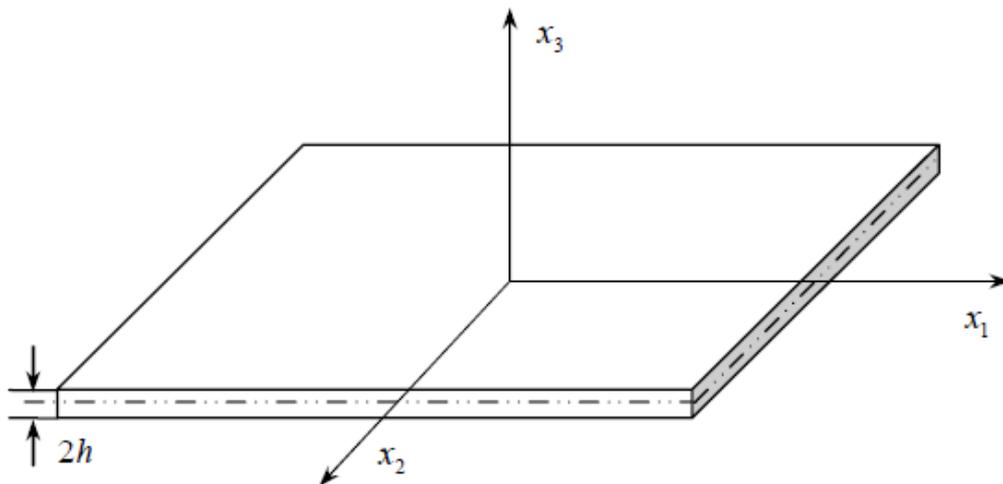
Ondas elásticas em meios sólidos podem existir em diversas modalidades e são distinguíveis pelo tipo de movimento que causam nas partículas. Dentre elas, ondas Lamb referem-se àquelas que se propagam em placas finas (cuja espessura é muito menor do que as dimensões planares e da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda) em que as superfícies superior e inferior são livres de tensão (PAO, 1983).

Em uma placa isotrópica, como a mostrada na figura 3.1, as ondas, independente da modalidade podem ser geralmente descritas na forma de um tensor cartesiano (SU e YE, 2009):

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu)u_{j,ji} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (2.12)$$

Onde u_i e f_i são o deslocamento e a força de corpo na direção x_i respectivamente, ρ e μ são a densidade e o módulo de elasticidade ao cisalhamento e $\lambda = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu}$ (λ é a constante de Lamé e ν o coeficiente de Poisson) (SU e YE, 2009).

Figura 11 – Placa de espessura $d = 2h$



Fonte: SU e YE, 2009

O método dos deslocamentos potenciais baseado na decomposição de Helmholtz (ACHENBACH, 1973) é uma abordagem eficiente para decompor o tensor em duas equações diferenciais parciais independentes sujeitas à condição de tensão plana:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\delta x_3^2} = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (2.13a)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\delta x_3^2} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (2.13b)$$

Onde:

$$\varphi = [A_1 \sin px_3 + A_2 \cos px_3]. \exp[i(kx_1 - \omega t)], \quad (2.14a)$$

$$\psi = [A_1 \sin px_3 + A_2 \cos px_3]. \exp[i(kx_1 - \omega t)], \quad (2.14b)$$

$$p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2, q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2, k = \frac{2\pi}{\lambda_{wave}} \quad (2.14c)$$

A_1, A_2, B_1 e B_2 são quatro constantes determinadas pelas condições de contorno, k , ω e λ_{wave} são o número de onda, a frequência angular e comprimento de onda, respectivamente. c_L e c_T são as velocidades dos modos longitudinais e transversais, definidas como (ALLEYNE e CAWLEY, 1992):

$$c_L = \sqrt{\frac{2\mu(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)}} \quad \text{e} \quad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.15)$$

Pode ser percebido que ondas Lamb são na verdade uma superposição de modos de vibração longitudinais e transversais. Um número infinito de modos existe simultaneamente, superpondo-se uns em relação aos outros entre a superfície superior e inferior da placa.

Como resultado da condição de tensão plana, os deslocamentos na direção de propagação da onda (x_1) e na direção normal (x_3) podem ser descritos como:

$$u_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi}{\partial x_3}; \quad u_2 = 0; \quad u_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} - \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \quad (2.16a)$$

E, portanto:

$$\sigma_{31} = \mu \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_3} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} \right) \quad (2.16b)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= \lambda \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + 2\mu \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \\ &\Lambda \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_3} \right) \end{aligned} \quad (2.16c)$$

Para uma placa com as superfícies superior e inferior livres de tensão, aplicando-se as condições de contorno:

$$u(x, t) = u_0(x, t) \quad (\text{deslocamento}); \quad (2.17a)$$

$$t_i = \sigma_{ji} n_j \quad (\text{tração}); \quad (2.17b)$$

$$\sigma_{31} = \sigma_{33} = 0 \quad \text{em } x_3 = \pm \frac{d}{2} = \pm h \quad (2.17c)$$

Que quando aplicadas à equação 2.16, resultam na descrição geral de Ondas Lamb em um meio isotrópico e homogêneo:

$$\frac{\tan qh}{\tan ph} = \frac{4k^2 qp \mu}{(\lambda k^2 + \lambda p^2 + 2\mu p^2)(k^2 - q^2)} \quad (2.18)$$

Substituindo as equações 2.14c e 2.15 na equação acima e considerando que a função trigonométrica tangente é definida como uma relação entre seno e cosseno, os quais possuem propriedades simétricas e antissimétricas, a equação 2.17 pode ser dividida em duas partes com propriedades apenas simétricas ou antissimétricas, respectivamente, refletindo a natureza dos dois modos de propagação de tais ondas (SU e YE, 2009):

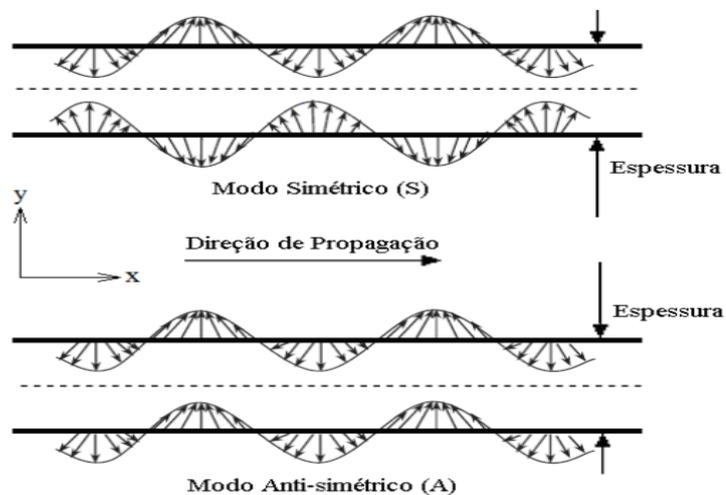
$$\frac{\tan qh}{\tan ph} = - \frac{4k^2 qp}{(k^2 - q^2)^2} \quad \text{para modos simétricos} \quad (2.19a)$$

$$\frac{\tan qh}{\tan ph} = - \frac{(k^2 - q^2)^2}{4k^2 qp} \quad \text{para modos antissimétricos} \quad (2.19b)$$

Definimos os símbolos S_i e A_i ($i = 0, 1, \dots$) como correspondendo aos modos simétricos e antissimétricos de propagação das ondas Lamb, respectivamente, com o subíndice indicando a ordem, de modo que S_0 e A_0 correspondem aos modos de mais baixa ordem (FRANCO, 2009).

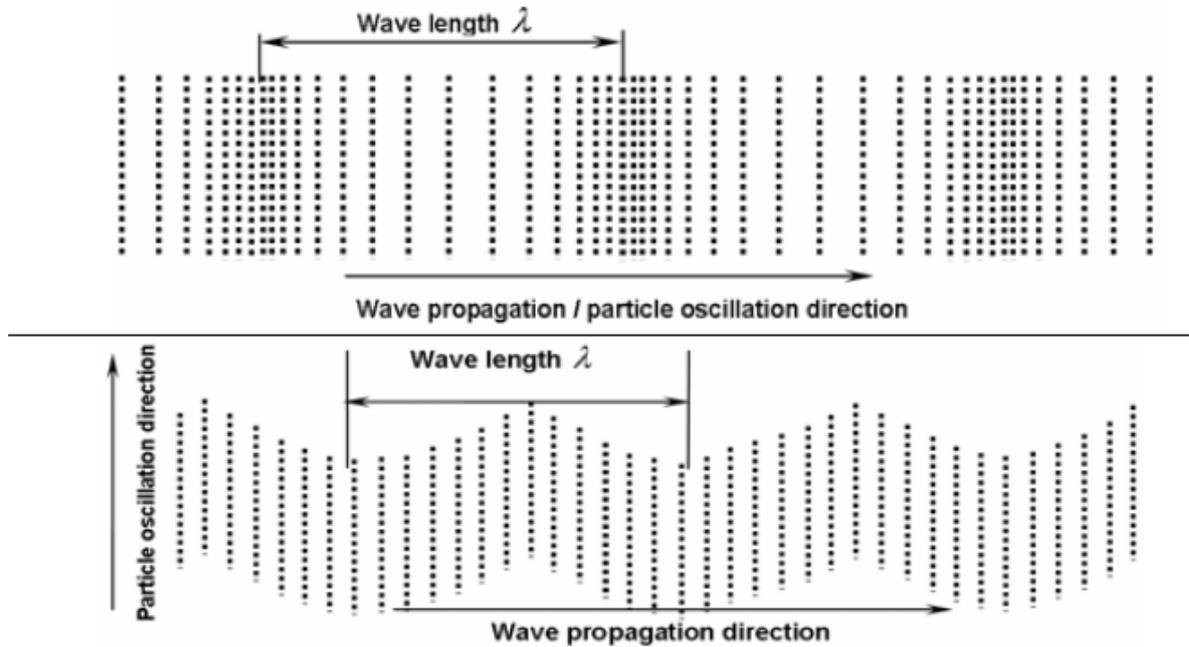
O esquemático do movimento das partículas em uma placa é mostrado na figura, indicando em que direção ocorre o movimento. Os modos S_i têm, predominantemente, movimentos na direção de propagação da onda (direção radial na placa), enquanto que os modos A_i causam movimento perpendicular à direção de propagação (fora do plano da placa). Dizemos que um modo de onda simétrico é descrito como sendo “compressivo” porque faz com que a espessura contraia e expanda periodicamente, enquanto que um modo assimétrico é descrito como “flexivo”, pois flexiona continuamente a placa através do plano perpendicular à ela (NAZARCHUK, 2017).

Figura 12 – Representação dos modos simétricos e antissimétricos de ondas Lamb



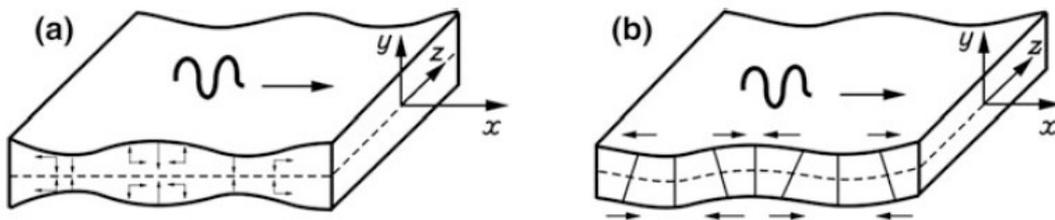
Fonte: FRANCO, 2009

Figura 13 – Esquemático do movimento das partículas para modos simétricos e antissimétricos, respectivamente



Fonte: SU e YE, 2009

Figura 14 – Esquemático dos modos de vibração de primeira ordem: a) simétrico e b) antissimétrico



Fonte: NAZARCHUK, 2017

A propagação de ondas Lamb pode ser completamente caracterizada pelas velocidades de fase (C_p) e de grupo (C_g). A primeira é definida como a velocidade na qual cada modo de vibração se propaga no meio e a última é a grandeza que mensura a velocidade com a qual a forma geral das amplitudes da onda (envelope) se propagam e é essa que é efetivamente medida por equipamentos (SANTHANAM, 2015).

A velocidade de fase é definida com relação ao comprimento de onda, como:

$$C_p = \frac{\omega}{2\pi} \lambda_{wave} \quad (2.20)$$

Já a de grupo é dependente da frequência e da espessura da placa e é formulada como:

$$C_g(f.d) = C_p^2 \left[C_p - (f.d) \frac{dC_p}{d(f.d)} \right]^{-1} \quad (2.21)$$

Quando ondas elásticas se propagam em uma placa homogênea e isotrópica elas experimentam reflexões repetidas nas superfícies superior e inferior e a propagação resultante dessa interferência de reflexões é uma onda guiada pelas superfícies da placa. A onda pode ser modelada então impondo-se condições de contorno nas equações de movimento, como feito acima. No entanto, essa abordagem introduz o fenômeno da dispersão, a saber: a velocidade de propagação de uma onda guiada pelas superfícies de uma placa passa a depender da frequência, ou equivalentemente, do comprimento de onda (WANG e YUAN, 2006).

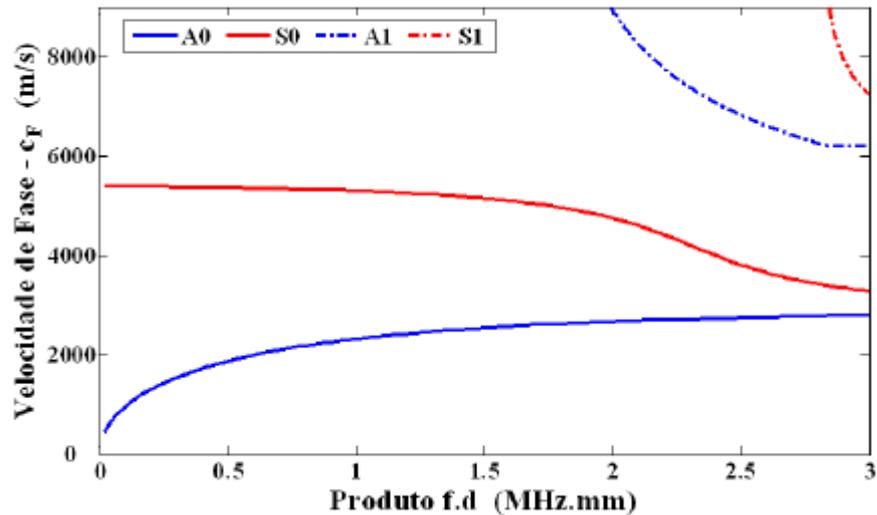
Em termos de equações, se combinarmos as velocidades de fase, C_p , de grupo C_g e relacioná-las aos modos de vibração que por sua vez são relacionados à frequência ω e à espessura da placa $2h$, levando-se também em consideração que as velocidades podem ser relacionadas ao número de onda k , podemos rearranjar a equação 3.8 como (SU e YE, 2009):

$$\frac{\tan qh}{q} + \frac{4k^2 p \tan ph}{(k^2 - q^2)^2} = 0 \quad \text{para modos simétricos} \quad (2.22a)$$

$$q \tan qh + \frac{(k^2 - q^2)^2 \tan ph}{4k^2 p} = 0 \quad \text{para modos antissimétricos} \quad (2.22b)$$

As equações acima são conhecidas como equações de dispersão de ondas Lamb, e suas soluções gráficas são as chamadas curvas de dispersão. As curvas de dispersão são utilizadas para descrever e prever qual é a relação entre frequência, velocidades de grupo e/ou de fase e espessura da placa. Tais equações podem ser satisfeitas por um número infinito de raízes reais de números de onda k em uma dada frequência (GIURGUITIU, 2005). A figura 15 mostra uma curva de dispersão para uma placa de Alumínio.

Figura 15 – Curva de dispersão para o Alumínio



Fonte: FRANCO, 2009

A energia das ondas Lamb se dissipa conforme a distância de propagação aumenta, fenômeno que é conhecido como atenuação e que se manifesta por meio da redução gradual na magnitude dos sinais da onda. A magnitude da onda em uma placa decai em uma taxa que é proporcional ao inverso da raiz quadrada da distância de propagação, sendo (RAMADAS, 2009):

$$\frac{A(d1)}{A(d2)} = \frac{\sqrt{d_2}}{\sqrt{d_1}} \quad (2.23)$$

Onde $A(d1)$ e $A(d2)$ são as magnitudes da onda Lamb nas distâncias $d1$ e $d2$, respectivamente.

2.2.2 Ondas Lamb e monitoramento de integridade estrutural

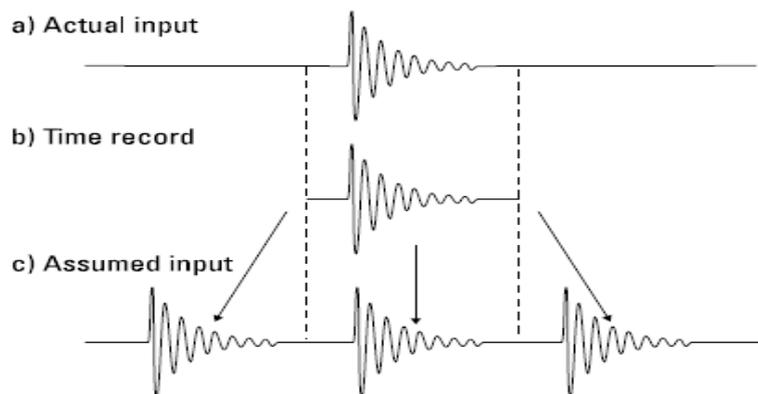
Se existe o objetivo de selecionar modos de ondas Lamb para uso no diagnóstico do monitoramento de integridade de estruturas deve-se ter em mente que o uso apropriado dos parâmetros de geração de onda (do sinal) são de extrema importância, e que o estabelecimento adequado destes pode significar ou não o sucesso da obtenção de dados conclusivos sobre o estado estrutural do material a ser diagnosticado (SU e YE, 2009).

Grandezas como a largura de banda, o número de ciclos, a frequência e a magnitude do modo são fatores que podem realçar ou restringir a capacidade de detecção de danos.

Examinando-se vários modos de vibração em diferentes frequências, foi concluído (WILCOX, 1999) que um sinal com largura de banda estreita com um certo número de ciclos pode ser uma boa maneira de prevenir a dispersão da onda. Por essa razão, pulsos com uma certa periodicidade janelados são utilizados em vez de pulsos únicos. Janelas são utilizadas com o intuito de restringir a largura de banda de um modo selecionado (WILCOX, 1999).

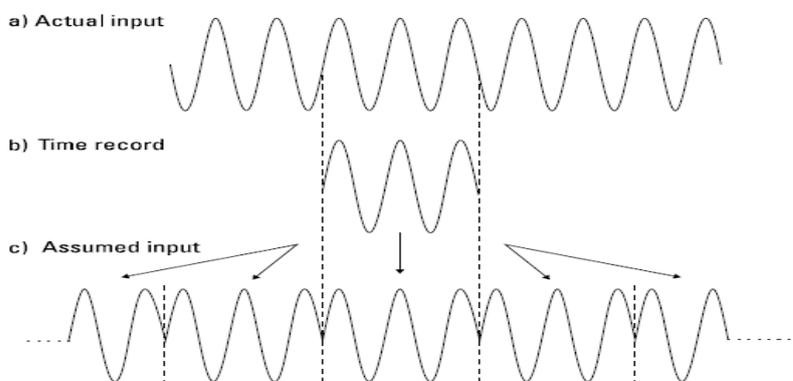
A vasta maioria das ferramentas de processamento de sinais, como por exemplo a transformada rápida de Fourier (FFT) assume que toda a extensão da amostra do sinal a ser analisado é periódica no tempo e utilizam essa hipótese para construir o espectro do sinal no domínio da frequência. Essa conjectura não causa nenhum prejuízo se estamos lidando com o transiente de um sinal, como na figura 16, mas se o sinal for representado por uma senóide como na figura 17 e a amostra recolhida não for periódica o algoritmo é computado em uma forma de onda altamente distorcida e essa distorção terá efeitos sobre a representação do espectro (PACKARD, 2006).

Figura 16 – Transiente assumido como periódico na amostragem



Fonte: PACKARD, 2006

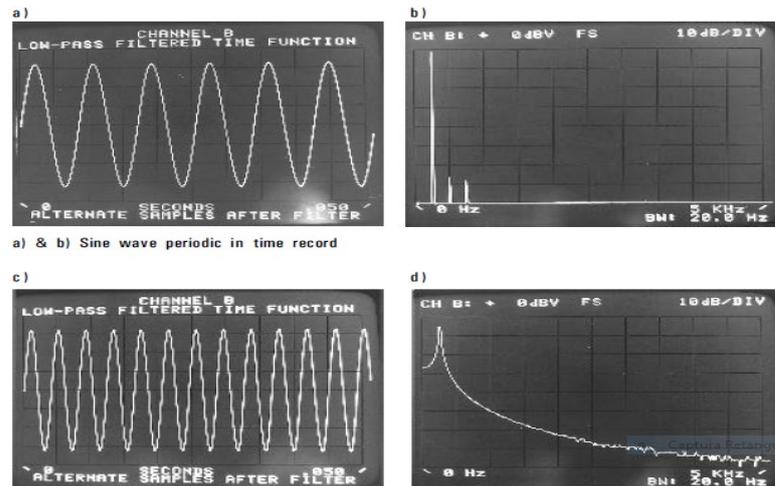
Figura 17 – Senóide não periódica na amostragem



Fonte: PACKARD, 2006

Assim, a distorção é transferida ao domínio da frequência de forma que o espectro não mais tem a forma de linhas verticais isoladas como seria de se esperar, mas de uma curva que distribui a potência do sinal em um longo intervalo de frequências.

Figura 18 – Amostras de sinal: a) periódicas, c) não periódicas e seus respectivos espectros b) e d)



Fonte: PACKARD, 2006

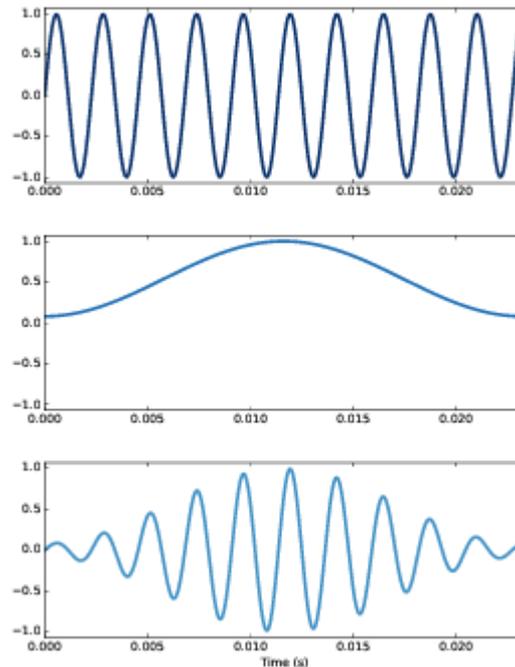
Esse espalhamento de energia ao longo do domínio da frequência é um fenômeno conhecido como *leakage* (vazamento). Pode-se observar na figura 18 a energia “vazando” de uma linha de resolução da FFT para todas as outras linhas. Esse fenômeno deve-se ao fato de que as amostras sempre são tomadas em um intervalo finito de tempo. Para que uma senóide tenha uma única linha de espectro, deve existir para todo o tempo. No entanto, dada a impossibilidade de realizar tal medição infinita sempre haverá um vazamento desde que a amostra não seja periódica no intervalo de tempo tomado (REUSENS, 2001).

Podemos concluir também da figura anterior que o problema de vazamento pode ser extremamente severo e pode mascarar os sinais em que estamos interessados. É justamente para resolver esse problema que surge a necessidade da manipulação de técnicas de janelamento (PACKARD, 2006).

Observando mais atentamente a figura 17 observamos que o problema em uma amostra temporal de sinal não periódico na amostragem se encontra em suas extremidades. Se pudéssemos ignorar os limites da amostra e nos concentrarmos na região central chegaríamos muito perto do espectro correto de uma única linha no domínio da frequência (REUSENS, 2001).

Definimos uma função janela como um operador tal que multiplicado pela amostra temporal do sinal é próxima de zero nas extremidades e suficientemente grande no meio. Com isso podemos melhorar significativamente a precisão obtida no domínio da frequência minimizando a energia de vazamento. A figura 19 mostra a forma de onda resultante de um sinal tratado com a função janela *hanning* (PACKARD, 2006).

Figura 19 – Aplicação da função *hanning* em um sinal.

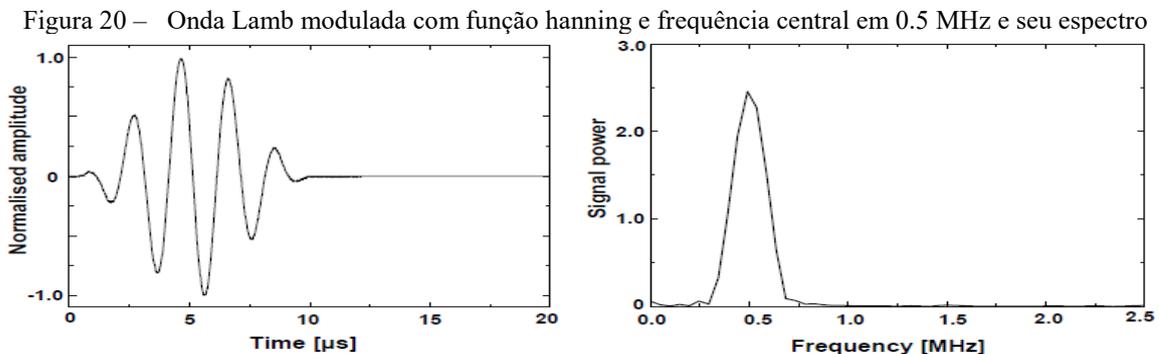


Fonte: DOWNEY, 2006

Há muitas opções de funções janela quando temos por objetivo concentrar a informação e minimizar o vazamento. Em particular, a função *hanning* $h(n)$ é a mais utilizada na implementação de ferramentas de monitoramento de integridade estrutural. Tal janela pode ser definida como (GIURGUITIU, 2005):

$$h(n) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(2\pi \frac{n}{N-1} \right) \right] \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (2.24)$$

Onde $h(n)$ é discretizada utilizando N amostras. Se aplicarmos uma janela *hanning* de cinco ciclos em um sinal Lamb com uma forma sinusoidal e contínua de onda em uma frequência central de 0.5 MHz, o sinal modulado e seu espectro de energia obtido pela transformada de Fourier são obtidos (GIURGUITIU, 2005):



Fonte: SU e YE, 2009

Para sinais de ondas Lamb a relação entre i) a largura de banda da frequência de excitação $[f_{min}, f_{max}]$, ii) o número de ciclos n e iii) a frequência central de excitação f_0 pode ser formulada com (SU e YE, 2009):

$$f_{min} = f_0 \left(1 - \frac{\kappa}{n}\right) \quad (2.25a)$$

$$f_{max} = f_0 \left(1 + \frac{\kappa}{n}\right) \quad (2.25b)$$

Onde κ é uma constante que depende da largura de banda. A equação 2.25 sugere que, conforme o número de ciclos aumenta, a largura de banda é reduzida, a energia do sinal é mais concentrada próxima da frequência central de excitação, os picos de amplitude crescem e como consequência a dispersão de onda é minimizada. No entanto, considerando o fato de que os sinais recebidos pelo sensor são uma acumulação de sinais de entrada, ondas espalhadas pela região da falha e das fronteiras físicas da placa, um número de ciclos muito grande pode resultar em uma significativa sobreposição associada aos diferentes componentes de onda. Um balanço entre o número de ciclos do sinal a ser emitido e sua duração deve ser assim considerado caso a caso (SU e YE, 2009).

Por outro lado, os valores mais adequados de número de ciclos e frequência de excitação de uma onda Lamb que tem por objetivo ser utilizada em SHM podem ser determinados em termos da distância minimamente resolvível (*minimum resolvable distance*, MRD), que é definida como (KUDELA, 2008):

$$MRD = \frac{v_0}{d} \left[l \left(\frac{1}{v_{min}} - \frac{1}{v_{max}} \right) + T_i \right] \quad (2.26)$$

Onde l e d são a distância de propagação da onda e a espessura da placa; v_0 , v_{min} e v_{max} são as velocidades de grupo do envelope de onda na frequência central de excitação, e a mínima e máxima velocidades do pacote de onda que percorrem a distância l , respectivamente. T_i é a duração inicial de tempo do envelope. Foi demonstrado que quanto menor o valor de MDR, melhor é a resolução e por consequência melhores são a frequência e o número de ciclos correspondentes. Os modos S_0 e A_0 possuem valores de MRD muito baixos e por essa razão são frequentemente selecionados para a identificação de falhas em monitoramento de integridade estrutural (KUDELA, 2008).

Em relação à frequência de excitação, como o comprimento de onda é inversamente proporcional à frequência, um modo de alta frequência (baixo comprimento de onda) é sempre preferido para se detectar danos de pequeno tamanho, uma vez que o comprimento de onda deve ser menor que 1.5 vezes o comprimento da trinca. Entretanto, com frequências muito altas, ondas Lamb exibem propriedades mais dispersivas. Um equilíbrio entre as duas considerações deve ser sempre buscado. A densidade espectral de potência (*power spectral density*, PSD) que é a distribuição de energia do sinal no domínio da frequência, é um bom indicador para se atingir tal equilíbrio. A frequência mais adequada pode ser acertada calculando-se o PSD de uma série de sinais de ondas Lamb entre um conjunto de frequências e selecionando-se o que tem maior valor, pois este terá a maior quantidade de energia dedicada à frequência do sinal e, portanto, mais precisa será a extração das assinaturas do sinal (GIURGUITIU, 2005).

2.2.3 Processamento de sinais

Muito devido à física complexa por trás do fenômeno de propagação da onda elástica torna-se difícil interpretar as formas de onda diretamente (HOU et al, 2004). Assim, faz-se necessária a aplicação de certas técnicas de processamento de sinais temporais que têm por objetivo facilitar a interpretação dos dados obtidos e a consecução de conclusões sobre a integridade da estrutura em estudo.

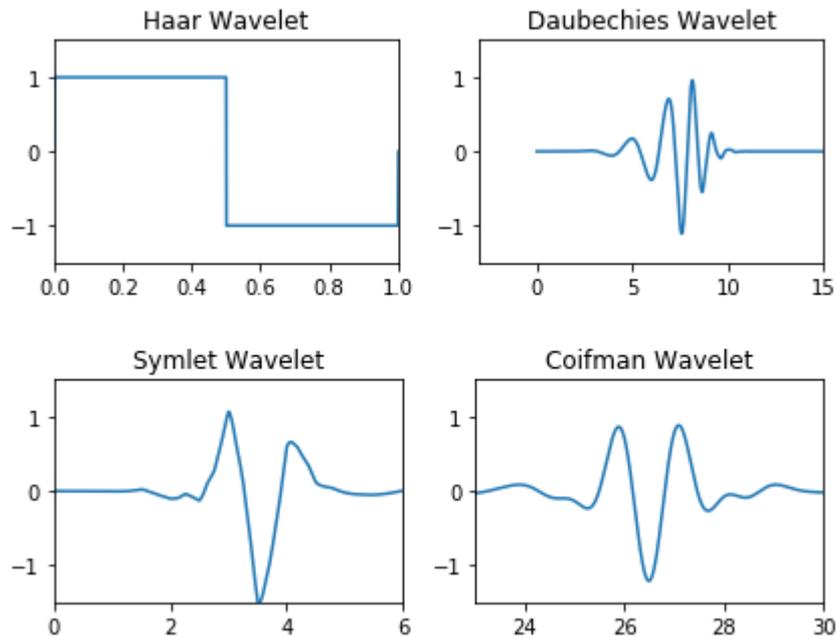
Como exposto anteriormente, a transformada de Fourier é capaz de decompor um sinal no domínio da frequência em uma soma (ou convolução) de senos e cossenos cujas frequências são as fundamentais do sinal (POLIKAR, 1996). No entanto, como a FFT é realizada ao longo de todo o comprimento da função, no domínio do tempo, ela não é capaz de identificar o tempo de ocorrência de um comportamento transiente. Diz-se então que a transformada de Fourier tem uma boa resolução em frequência, mas nenhuma no tempo (POLIKAR, 1996).

Para contornar esse problema foi demonstrado (GRIFFIN, 1984) que se pode multiplicar o sinal por uma função janela antes de realizar a FFT, introduzindo o que se convencionou chamar de transformada de Fourier de tempo curto (*short time Fourier transform, STFT*) que, embora seja capaz de representar um sinal no domínio tempo-frequência tem sua limitação no que se refere à largura da janela (que é fixa), de modo que há um *trade-off* constante entre a resolução no tempo e na frequência ao longo de todo o sinal, o que faz com que tenha de haver um comprometimento rígido e definitivo com respeito à resolução da análise.

De fato, tal comprometimento não pode ser superado já que o princípio da incerteza de Heisenberg (BUSCH, 2007) estabelece que não se pode determinar simultaneamente o exato instante de tempo e a frequência em que determinado fenômeno ocorre. Nesse sentido, para contornar essas limitações introduziu-se, ao longo da segunda metade do século XX, da unificação de conhecimentos multidisciplinares em engenharia, física e matemática pura, a ideia de transformada de Wavelet que é uma ferramenta que decompõe dados, funções ou operadores em diferentes frequências, a partir da convolução do sinal original com uma base de funções chamadas *wavelets*, para depois examiná-las em diferentes escalas mapeadas pela resolução (DAUBECHIES, 1992). Tal propriedade faz essa ferramenta ser muito útil na localização de singularidades em estruturas já que é capaz de relacionar instantes de tempo com faixas de frequência além de possibilitar o estudo do sinal em termos de energia (TAHA et al, 2006).

De acordo com Taha *et al* (2006), as funções utilizadas para tal decomposição devem cumprir as chamadas condições de admissibilidade, a saber, a *wavelet* dever ser oscilatória (durar por pouco tempo), ter uma média nula e pertencer ao espaço das funções quadráticas integráveis, ou seja, funções cuja integral do módulo elevado ao quadrado não diverge (é finita). Tais condições de admissibilidade dão certa flexibilidade no que concerne à escolha da melhor função para ser utilizada. A figura 21 mostra alguns tipos comuns de famílias de *wavelets* mãe, ou seja, funções *wavelet* que representam diferentes tipos de bases para efetuar uma análise multiresolução.

Figura 21 – Famílias de Wavelets



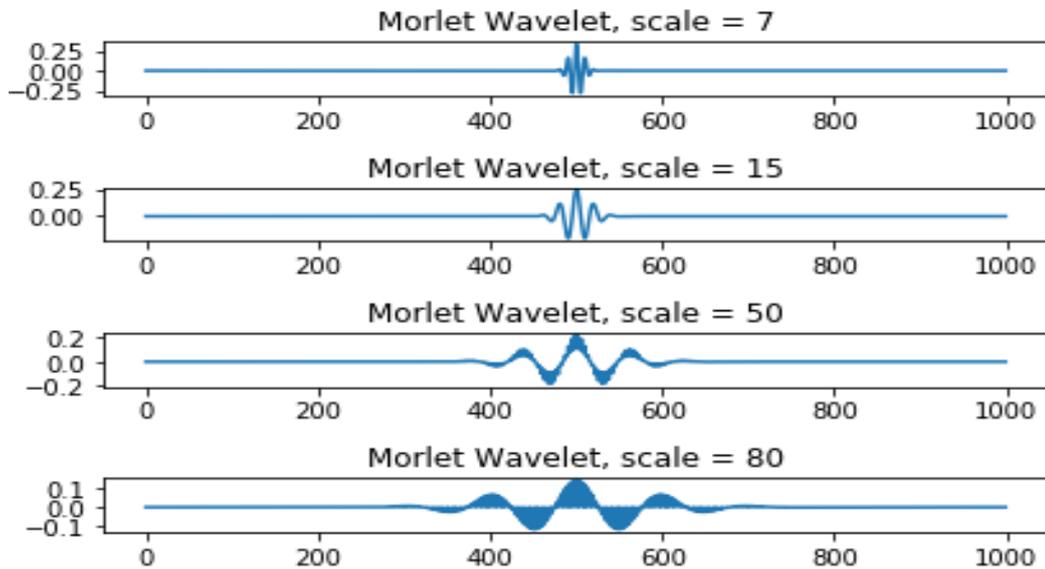
Fonte: Autoria própria

Escolhida a *wavelet* mãe, dá-se o nome de transformada de Wavelet à convolução do sinal em estudo com os diferentes vetores da base com diferentes escalas. De acordo com Leucas (2009), a transformada de Wavelet contínua pode ser definida como:

$$TWC(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-a}{b}\right) dt \quad (2.27)$$

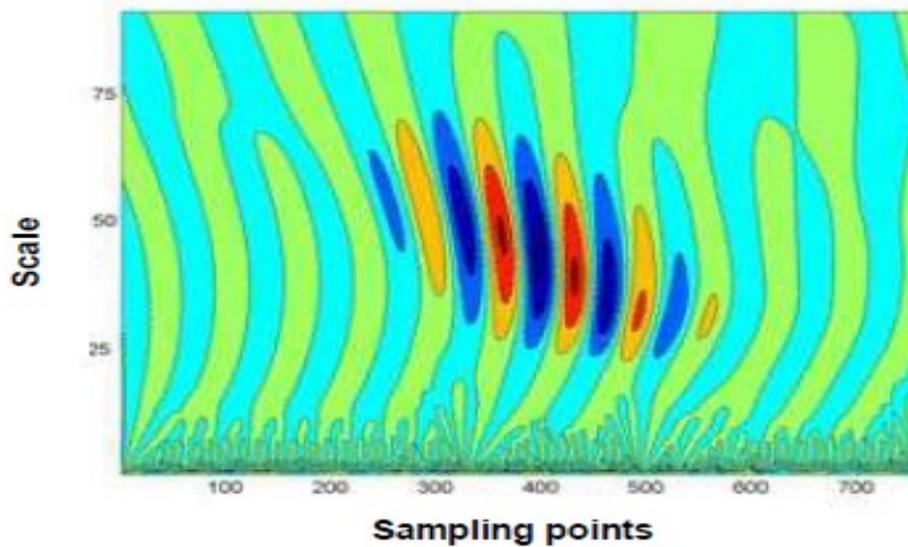
Onde as variáveis contínuas a e b referem-se à escala e à translação, respectivamente. A translação pode ser entendida como sendo relacionada ao tempo da mesma forma que no sinal temporal. A escala é um parâmetro que determina de que forma se dá a convolução (transformada) entre as funções *wavelet* e o sinal a ser analisado, de forma que escalas grandes correspondem a uma dilatação da *wavelet* e, por conseguinte, à análise de regiões de baixa frequência do sinal enquanto que escalas pequenas correspondem a uma contração da *wavelet* e, portanto, à análise de frequências altas que ocorrem em um curto período de tempo, como um transiente reflexivo de onda Lamb causado por uma singularidade estrutural, por exemplo (TAHA *et al*, 2006). A figura 22 mostra a *wavelet* Morlet em diferentes escalas.

Assim, o sistema de referência bidimensional do sinal passa do domínio amplitude-tempo para o plano escala-tempo. Tal mudança é particularmente útil na análise de sinais transitórios por representarem seu comportamento em diferentes faixas de frequência (LEUCAS, 2009). A representação no plano escala-tempo chama-se escalograma e está representada na figura 23.

Figura 22 – *Wavelet* Morlet em diferentes escalas

Fonte: Autoria própria

Figura 23 – Escalograma



Fonte: SU e YE, 2009

A intensidade da cor de um escalograma representa numericamente o coeficiente da transformada de Wavelet que, fisicamente, se refere à semelhança entre o sinal em questão e as diferentes *wavelets* em diferentes escalas. Por fazer parte do espaço das funções quadráticas integráveis, a integral do módulo dos coeficientes ao quadrado representa energia (TAHA *et al*, 2006).

Como a onda Lamb sofre uma atenuação significativa ao se deparar com uma descontinuidade, Su e Ye (2009) propõem o uso de uma métrica conhecida como índice de dano

para o monitoramento de estruturas, tal métrica compara dois estados do sistema (com e sem dano) através da medida percentual de atenuação da energia tendo como referência o estado saudável.

Dessa forma, Leucas (2009) define o índice de dano como:

$$DI = 1 - \frac{\int_{t_1}^{t_2} |TWC_I(\omega_0, t)| dt}{\int_{t_1}^{t_2} |TWC_{II}(\omega_0, t)| dt} \quad (2.28)$$

Onde I e II referem-se aos estados saudável e com dano da estrutura, respectivamente e ω_0 é a frequência do sinal utilizado para diagnóstico. De fato, como o escalograma retorna uma matriz de dimensão correspondente ao número de escalas escolhido por amostras, a integral da equação 2.28 representa a soma ao longo do intervalo de tempo escolhido dos elementos correspondentes à soma das linhas da matriz na faixa de escala que corresponde à frequência do sinal de excitação. Pode-se perceber claramente que se não houver atenuação significativa o índice de dano reduz-se à zero o que indica ausência de dano na estrutura, enquanto que existindo atenuação o índice desvia-se de zero, tendendo ao infinito negativo, indicando a presença de singularidade (SU e YE, 2009).

2.3 Dinâmica estrutural

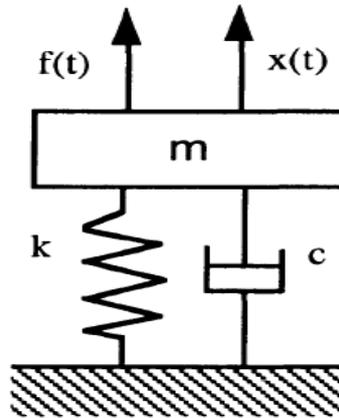
2.3.1 O sistema com um grau de liberdade

A derivação de um modelo a ser utilizado através do processo de idealização de uma estrutura real é, via de regra, uma tarefa difícil de ser realizada. Tal modelo é, frequentemente, discretizado em um número finito de coordenadas (HE e FU, 2001).

Segundo SILVA e MAIA (1999), as propriedades dinâmicas de um sistema mecânico podem ser efetivamente descritas através da massa, rigidez e amortecimento, responsáveis respectivamente pela inércia e pelas forças elástica e dissipativa. Estas propriedades geralmente estão distribuídas no espaço o que faz com que a modelagem do sistema se torne uma tarefa difícil ou até mesmo impossível de realizar. No entanto, na maioria dos casos, resultados satisfatórios podem ser atingidos se as propriedades básicas forem consideradas como separadas em elementos discretos que, apropriadamente combinados, podem representar as características dinâmicas do sistema com suficiente precisão.

Considerando um sistema com apenas um grau de liberdade (figura 24), para o qual a inércia é representada por uma massa rígida constante m , a elasticidade é representada por uma mola sem peso de rigidez constante k e o amortecimento idealizado através de um amortecedor viscoso sem massa com constante de amortecimento c (SILVA e MAIA, 1999).

Figura 24 – Representação discreta de um sistema amortecido com um grau de liberdade



Fonte: GOPALAKRISHNAN, 2010

Assumindo que $f(t)$ e $x(t)$ são, respectivamente, uma força externa de excitação aplicada ao sistema e sua consequente resposta em deslocamento, o modelo espacial do sistema, derivado da segunda lei de Newton (HEYLEN, 2006) é:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (2.29)$$

Cuja solução é a soma das correspondentes soluções particular ($f(t) \neq 0$) e homogênea ($f(t) = 0$). O comportamento homogêneo será então:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 e^{i\omega_n t \sqrt{1-\xi^2}} + C_2 e^{-i\omega_n t \sqrt{1-\xi^2}}) \quad (2.30)$$

Onde i é a entidade imaginária. A equação 4.2 representa o movimento de vibração livre de um sistema para o qual o fator de amortecimento, ξ , é menor que a unidade (sistema subamortecido) que terá sua frequência natural, fator e amortecimento crítico como (HERMANS, 1999):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.31)$$

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad (2.32)$$

$$c_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n \quad (2.33)$$

C_1 e C_2 são constantes determinadas pelas condições iniciais ($t = 0$). Se $c \geq c_c$ tem-se um fator de amortecimento $\xi \geq 1$. Não há, neste caso, movimento oscilatório e o sistema é chamado de criticamente amortecido, quando o amortecimento é o crítico, e de superamortecido quando o excede. Para estes casos tem-se as respectivas soluções (HEYLEN, 2006):

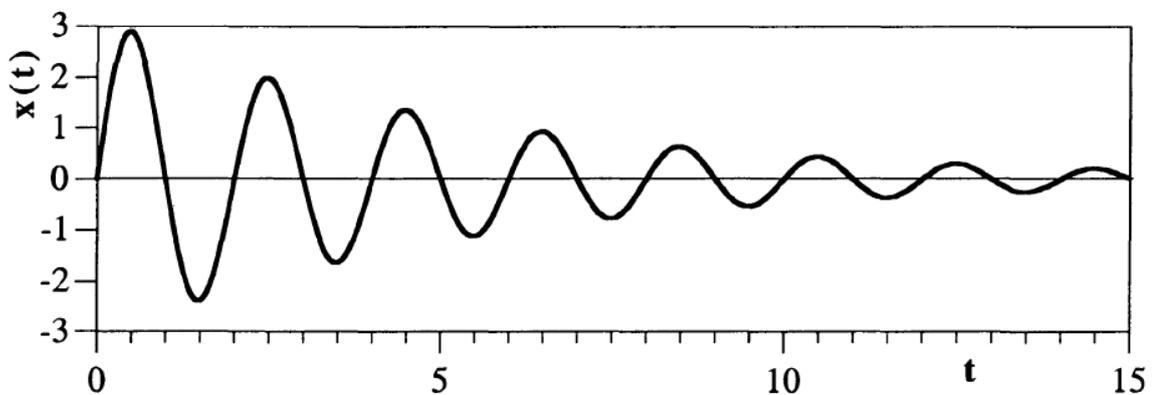
$$x(t) = e^{-\omega_n t} (C_1 + C_2 t) \quad \text{para } \xi = 1 \quad (2.34)$$

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 e^{\omega_n t \sqrt{\xi^2 - 1}} + C_2 e^{-\omega_n t \sqrt{\xi^2 - 1}}) \quad \text{para } \xi > 1 \quad (2.35)$$

De acordo com HERMANS (1999), enquanto a solução não amortecida ($\xi = 0$) corresponde a uma resposta harmônica de amplitude constante com frequência ω_n , a solução amortecida descreve um comportamento mais próximo àquele que se verifica no mundo real, isto é, uma amplitude que decai exponencialmente até zero (figura 25). Neste caso a frequência de oscilação, conhecida como frequência natural amortecida, é dada por:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.36)$$

Figura 25 – Decaimento da amplitude em um sistema com amortecimento viscoso



Fonte: SILVA e MAIA, 2009

Segundo SILVA e MAIA (2009), esse comportamento de queda exponencial da amplitude é muito útil, pois pode ser usado como meio para se avaliar as características dinâmicas de um sistema. Através da visualização de um teste de vibração livre pode-se obter o valor da amplitude máxima em um certo instante de tempo X_i e o pico de amplitude X_{i+n} depois de n ciclos de vibração. Destes dados é possível derivar uma quantidade conhecida como decremento logarítmico:

$$\delta_n = \ln \frac{X_i}{X_{i+n}} = \frac{2n\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2.37)$$

2.3.2 Resposta a uma força harmônica

De acordo com GOPALAKRISHNAN (2010), uma estrutura geralmente está submetida a cargas harmônicas provenientes de máquinas rotativas, cargas alternadas, etc. O carregamento harmônico também é utilizado para a determinação experimental das frequências naturais, amortecimento e outros parâmetros da estrutura. Considerando um sistema massa-mola-amortecedor, a equação de movimento para uma estrutura submetida a uma perturbação harmônica será:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 \cos \omega t \quad (2.38)$$

Ou seja:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x(t) = \omega_n^2A \cos \omega t \quad (2.39)$$

Onde F_0 é a amplitude da carga aplicada que pode ser arbitrariamente representada por $F_0 = kA$. ω é a frequência de excitação. A solução para tal equação também se dá através da superposição da solução homogênea, para a qual $f(t) = 0$ (Eq. 2.30), com a solução particular para a qual $f(t) = F_0 \cos \omega t$, que terá a forma (HEYLEN, 2006):

$$x_p(t) = X \cos(\omega t - \phi) \quad (2.40)$$

Como a solução particular não possui relação com o amortecimento ela permanecerá atuante enquanto a força excitadora for desempenhada sobre a estrutura. Substituindo-a em (2.36) e igualando os respectivos termos com senos e cossenos, obtém-se:

$$X[(\omega_n^2 - \omega) \cos \phi + 2\xi\omega_n\omega \sin \phi] = \omega_n^2A \quad (2.41)$$

$$X[(\omega_n^2 - \omega) \sin \phi + 2\xi\omega_n\omega \cos \phi] = 0 \quad (2.42)$$

Multiplicando as equações acima por $\cos \phi$ e $\sin \phi$ respectivamente e realizando sua soma, resulta em:

$$X(\omega_n^2 - \omega) = \omega_n^2A \quad (2.43)$$

Similarmente, multiplicando as equações (2.39) e (2.40) por $\sin \phi$ e $\cos \phi$ respectivamente e realizando sua soma, obtém-se:

$$X(2\xi\omega_n\omega) = \omega_n^2A \sin \phi \quad (2.44)$$

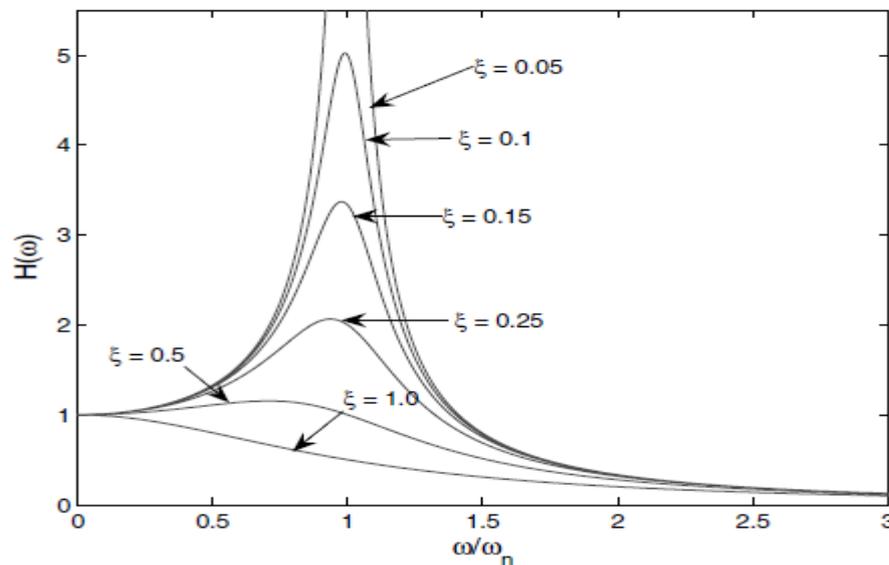
Resolvendo as equações acima, pode-se determinar a amplitude X e o ângulo de fase ϕ :

$$\frac{X}{A} = H(\omega) = \frac{1}{\left[\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right\}^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.45)$$

$$\tan \phi = \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \quad (2.46)$$

A fração $\frac{X}{A}$ é conhecida como fator de magnificação e pode ser utilizada para a obtenção da frequência de excitação através do derivativo da expressão $H(\omega)$ igualada a zero (GOPALAKRISHNAN, 2010). O gráfico do fator de magnificação para vários fatores de amortecimento é mostrado na figura 26.

Figura 26 – Fator de magnificação para vários fatores de amortecimento



Fonte: GOPALAKRISHNAN, 2010

2.3.3 Vibração forçada não amortecida de sistemas utilizando análise modal

De acordo com RAO (2010), quando forças externas agem em um sistema com vários graus de liberdade, há vibração forçada. Para um sistema com n graus de liberdade, as equações governantes de movimento serão um conjunto de n equações diferenciais ordinárias acopladas de segunda ordem. A solução de tais equações se torna mais complexa conforme o número de graus de liberdade aumenta. Nestes casos, uma abordagem conveniente é a utilização da análise modal. Este método consiste, essencialmente na representação dos deslocamentos das massas do sistema como uma combinação linear de seus modos normais. Tal abordagem desacopla as equações de movimento de forma que se torna possível a obtenção de n sistemas com apenas um grau de liberdade, simplificando consideravelmente o trabalho matemático e, por conseguinte, o custo computacional.

A equação de movimento de um sistema com vários graus de liberdade sem amortecimento consiste em uma simplificação da equação 2.30:

$$[m]\ddot{x} + [k]x = F(t) \quad (2.47)$$

Onde F é o vetor que representa a força externa aplicada. Para resolver a equação 2.30 utilizando o método de análise modal deve-se, antes, resolver o problema de autovalor:

$$\omega^2[m]X = [k]X \quad (2.48)$$

Para que se possa encontrar as frequências naturais $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ e seus correspondentes modos normais de vibração $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(n)}$. De acordo com o teorema da expansão (RAO, 2010) o vetor solução da equação pode ser expresso como uma combinação linear dos modos normais:

$$\vec{x}(t) = q_1(t)X^{(1)} + q_2(t)X^{(2)} + \dots + q_n(t)X^{(n)} \quad (2.49)$$

Onde $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$ são as coordenadas modais ou coeficientes de participação. Em termos matriciais a equação 2.49 torna-se:

$$\vec{x}(t) = [X]\vec{q}(t) \quad (2.50)$$

Substituindo na equação 2.47 tem-se:

$$[m][X]\ddot{\vec{q}}(t) + [k][X]\vec{q}(t) = F(t) \quad (2.51)$$

Multiplicando ambos os lados da equação pela inversa da matriz dos modos, a expressão fica:

$$[X]^T [m][X]\ddot{\vec{q}}(t) + [X]^T [k][X]\vec{q}(t) = [X]^T F(t) \quad (2.52)$$

Ocorre que, devido à ortogonalidade que os modos de vibração têm uns em relação aos outros (RAO, 2010), a equação anterior se reduz a:

$$\ddot{q}_i(t) + [\omega_i^2]q_i(t) = \vec{Q}_i(t) \quad (2.53)$$

Onde $\vec{Q}_i(t) = [X]^T F(t)$ é a força modal, e $[\omega_i^2]$ uma matriz diagonal. Pode-se observar que a equação acima expressa matricialmente um conjunto de n equações independentes, ou seja, desacopladas na forma modal de forma que, ao selecionar uma linha qualquer dessa equação obtém-se uma equação diferencial ordinária de segunda ordem que representa um único grau de liberdade:

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = Q_i(t) \quad (2.54)$$

Onde i representa o i -ésimo modo de vibração do sistema e ω_i^2 o quadrado da frequência que traz esse modo à existência. A equação 2.54 tem importantes implicações práticas, uma vez que demonstra como um sistema complexo de n graus de liberdade com equações linearmente dependentes no domínio físico pode ser representado como uma soma de n equações de um grau de liberdade linearmente independentes no domínio modal.

3 METODOLOGIA

Foi realizado um procedimento de monitoramento de integridade estrutural em uma placa de alumínio cujas dimensões encontram-se na tabela 1. A figura 27 mostra um esquemático do experimento, onde os retângulos azuis indicam a posição do atuador e receptor, respectivamente.

Figura 27 – Representação da placa

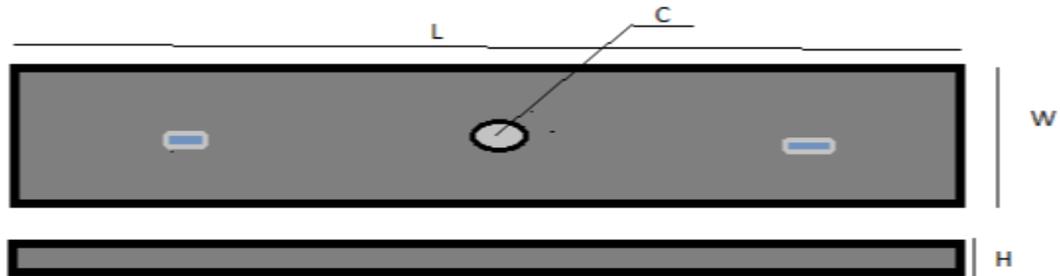


Tabela 1 – Dimensões da placa

Elemento	Dimensão (mm)
Comprimento (L)	450.00
Diâmetro (C)	8.50
Largura (W)	70.00
Espessura (H)	2.00

Foram realizados os seguintes procedimentos visando a obtenção do índice de dano, respectivamente:

- Varredura em frequência: excitou-se a placa com um atuador piezelétrico encontrar a frequência de ressonância no intervalo de excitação especificado (até 5000 Hz) e coleta da resposta a essa excitação com um acelerômetro.
- Obtenção do espectro da varredura em frequência por meio da FFT
- Análise modal numérica para simulação dos modos de vibração utilizando e frequências naturais
- Excitação da estrutura com um sinal de frequência igual à encontrada no espectro da varredura em frequência, com e sem parafuso
- Cálculo da métrica índice de dano

A figura 28 também mostra os equipamentos que foram utilizados, a saber, uma caixa de som para amplificação dos sinais, um acelerômetro para recepção dos sinais juntamente com um analisador db01 de 4 canais.

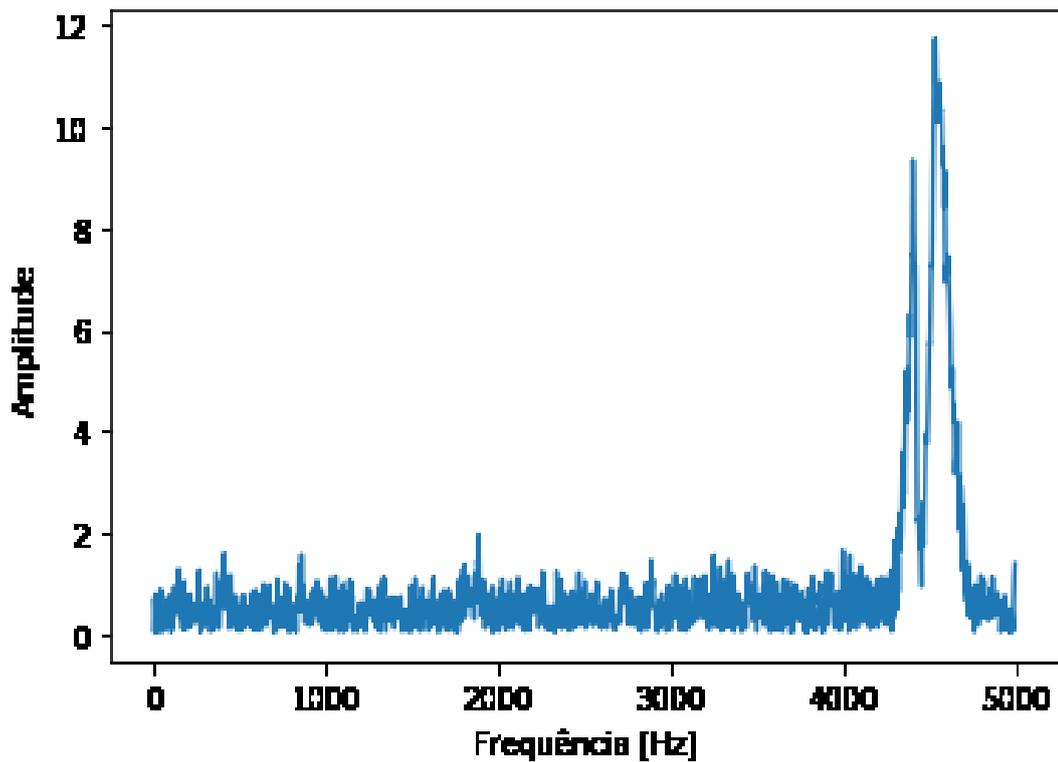
Figura 28 – Esquemático do experimento



4 RESULTADOS

A figura 29 apresenta o espectro do sinal da varredura em frequência. Observa-se uma ressonância em torno de 4300 Hz. Deste modo, com o propósito de excitar a placa com maior energia, a frequência de excitação do atuador piezelétrico deve coincidir com a frequência encontrada na varredura em frequência.

Figura 29 – Espectro da varredura em frequência



Em seguida foi realizada uma análise modal numérica da estrutura. As figuras 30, 31, 32 e 33 mostram alguns modos correspondentes às frequências naturais numa região próxima a 4300 Hz.

Figura 30 – Modo de vibração em 3917 Hz

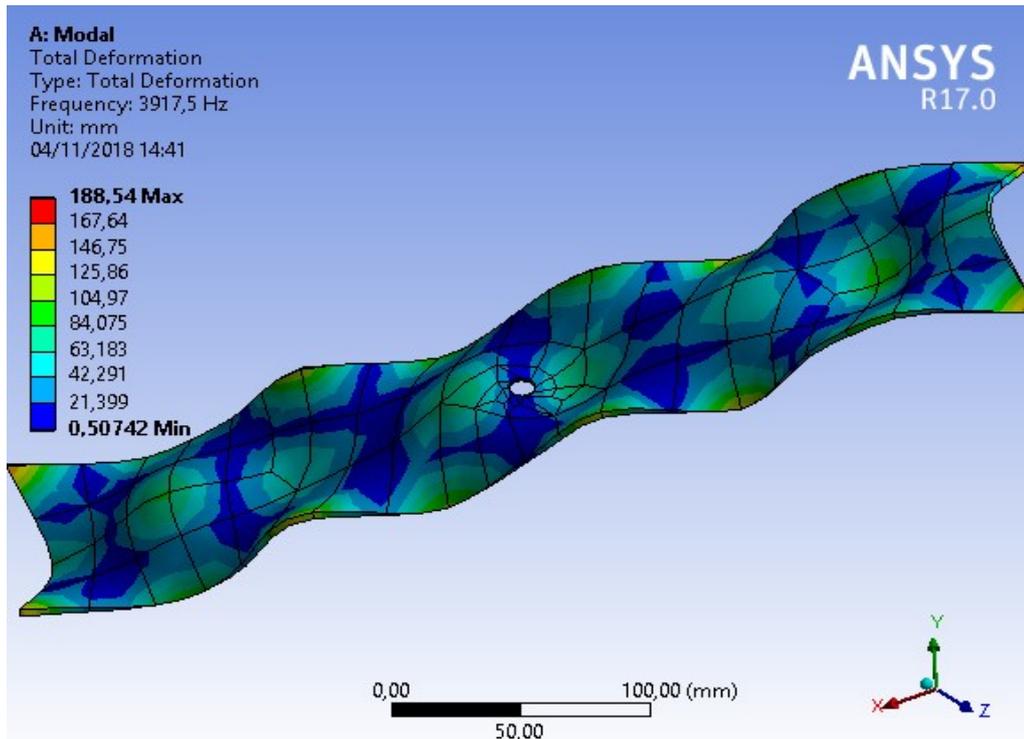


Figura 31 – Modo de vibração em 4093 Hz

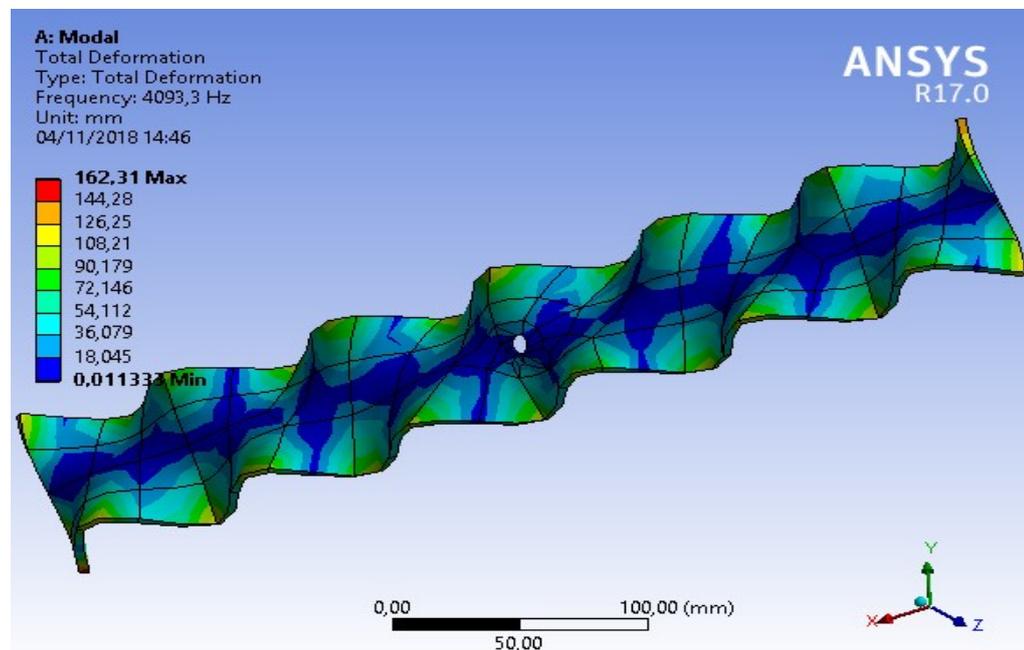


Figura 32 – Modo de vibração em 4356 Hz

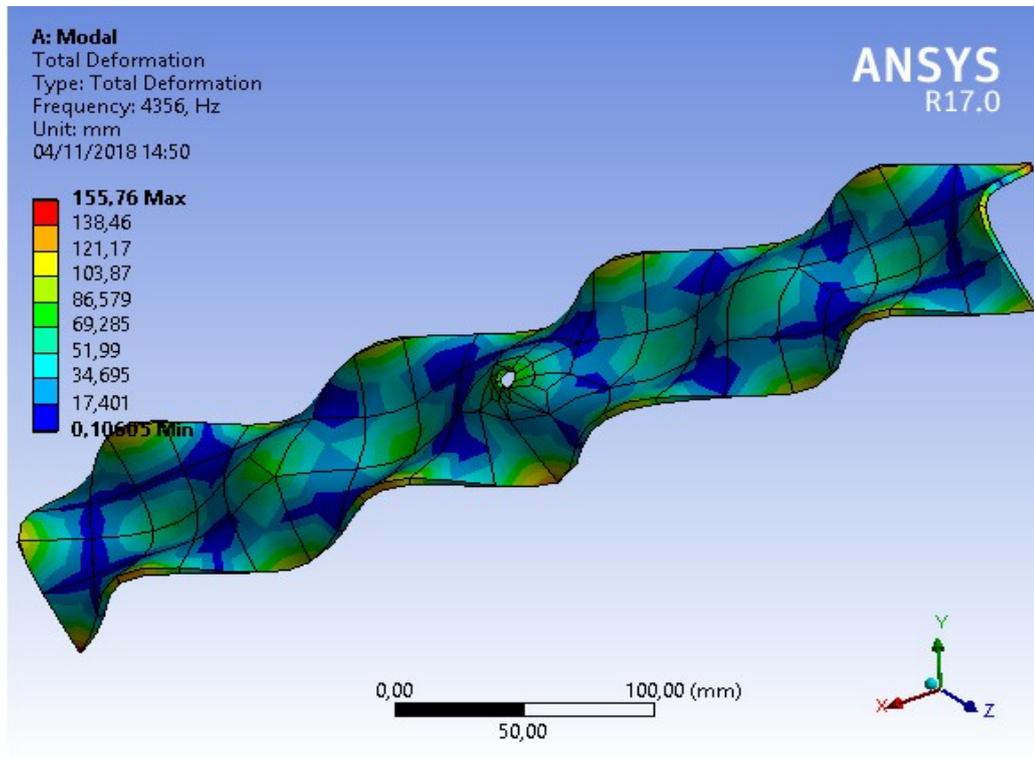
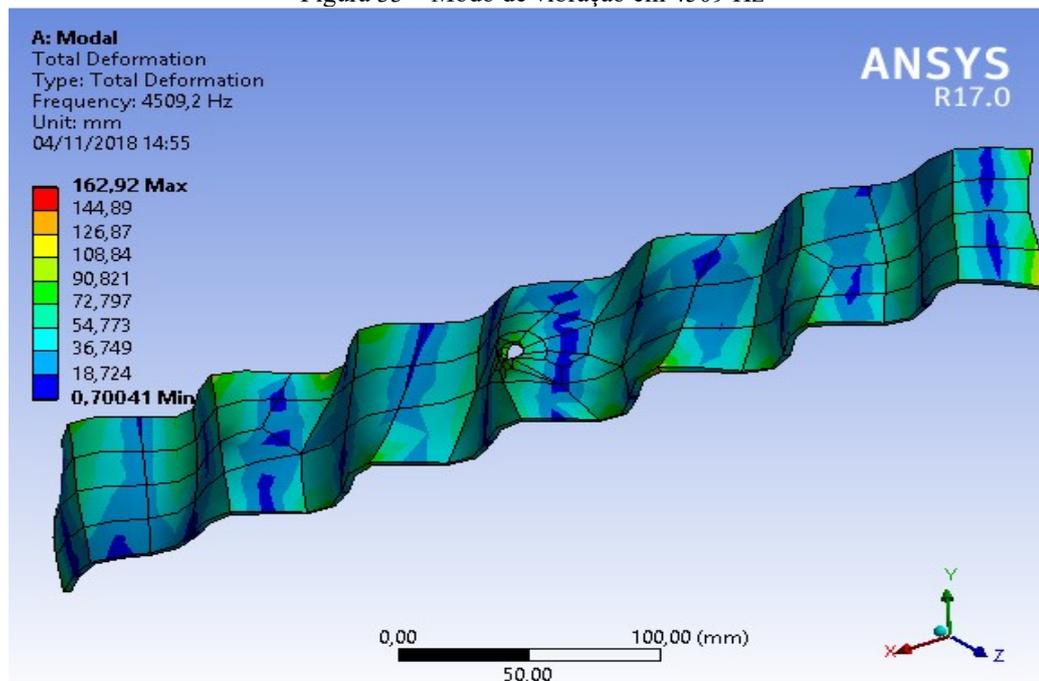


Figura 33 – Modo de vibração em 4509 Hz



Como a análise modal numérica despreza o amortecimento do sistema não foi possível determinar um posicionamento adequado para o atuador e sensor piezelétrico, desta forma optou-se por manter a posição original.

Utilizando um acelerômetro para captar o sinal na outra extremidade da placa foram realizadas seis medições, com e sem parafuso.

Para cada uma das seis medições, em cada estado, foi realizada a transformada de Wavelet para exibição do escalograma para cada amostra. Para o cálculo do índice de dano foi utilizada a integração das áreas que correspondiam a uma maior concentração de energia dos sinais. Como o escalograma retorna uma matriz de dimensões escalas x pontos, a integração da região mais energética correspondeu a uma soma de linhas e de colunas retornando, deste modo, uma grandeza escalar que corresponde à energia absoluta de cada sinal na região de interesse. As figuras 34 e 35 mostram, respectivamente, os escalogramas normalizados em relação à amplitude para cada estado da placa: sem dano e com dano.

Figura 34 – Escalograma normalizado das amostras sem dano

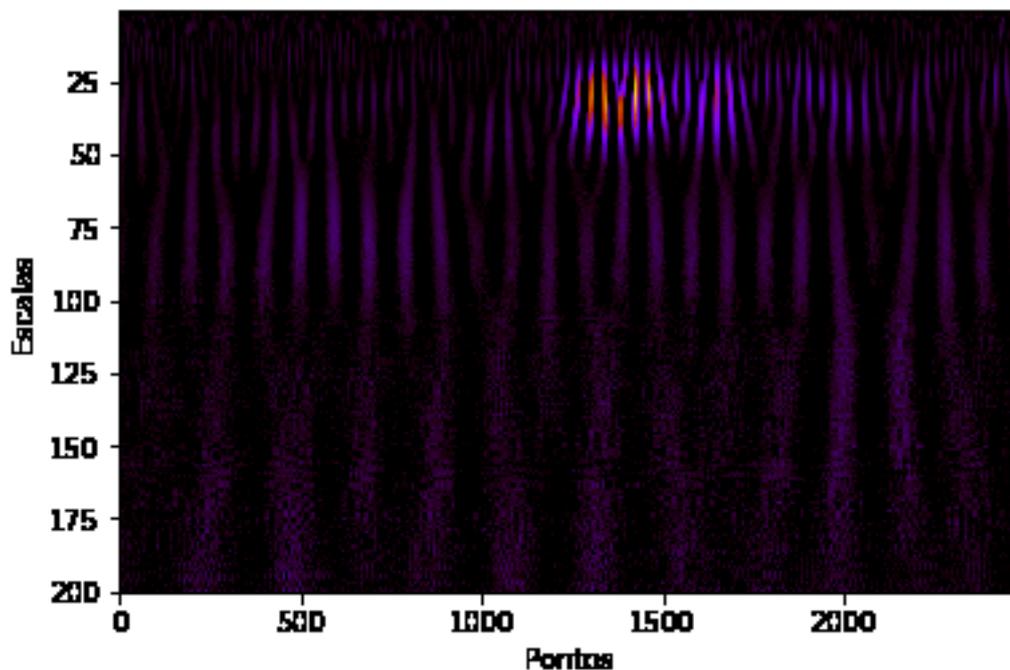
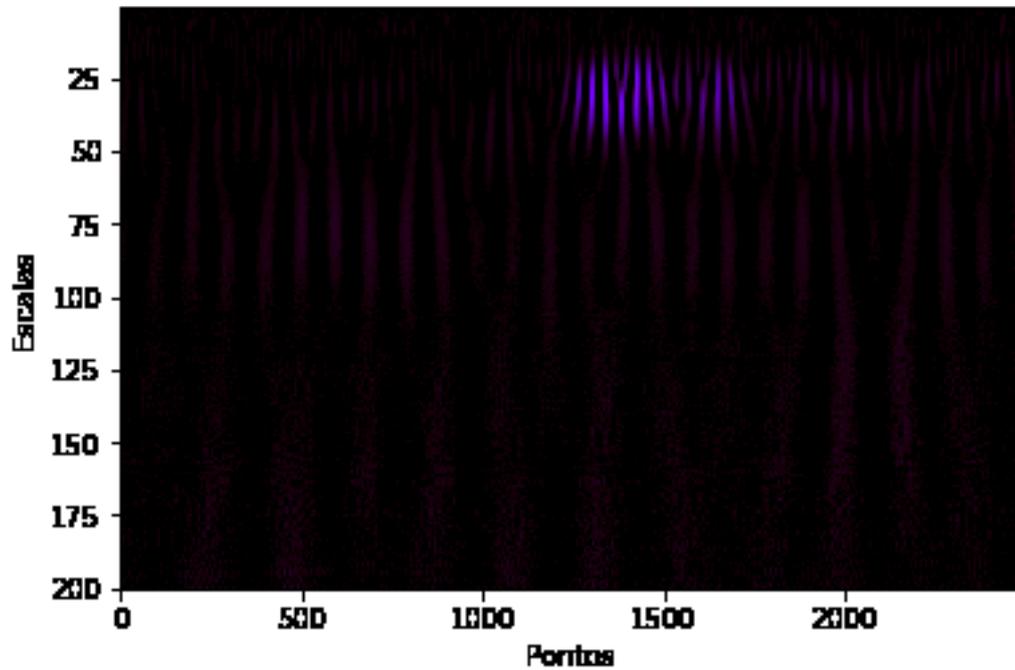
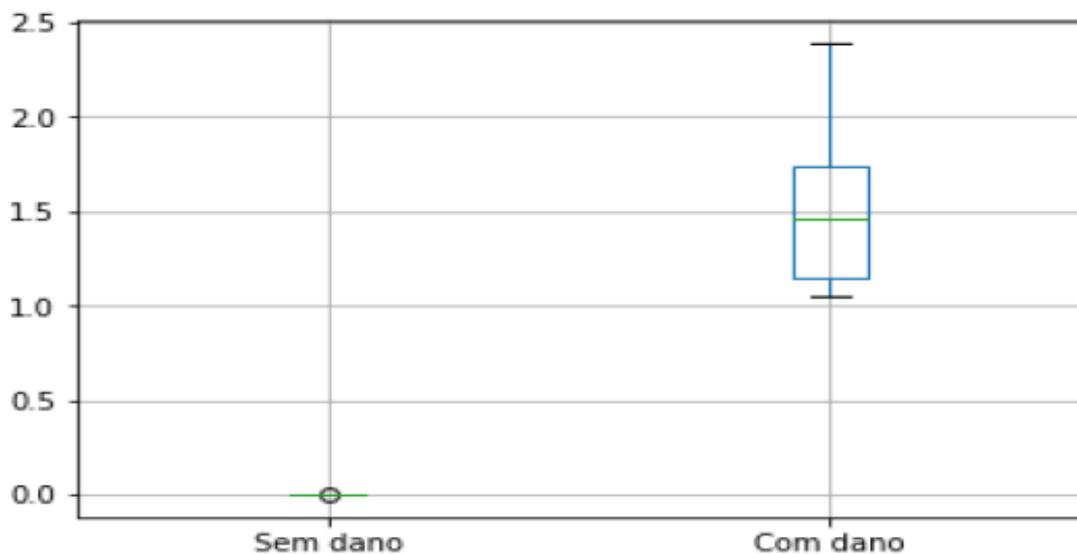


Figura 35 – Escalograma normalizado das amostras com dano



Através da equação 2.28 foi calculado o índice de dano (em relação ao espectrograma de referência da figura 4.6) para cada uma das seis amostras (em cada um dos estados) e construído um gráfico em caixas para uma melhor compreensão da distribuição da métrica como mostra a figura 36.

Figura 36 – Gráfico em caixas da métrica índice de dano



Como a equação 2.28 está construída de forma a retornar um valor nulo quando o dano não estiver caracterizado e tende a se aproximar do infinito negativo quando a descontinuidade estiver presente, foi levado em conta, na construção do gráfico em caixas, somente o valor absoluto da métrica e pode-se observar que as amostras saudáveis variam muito pouco sendo todas muito próximas a zero. Já no caso das amostras com dano observa-se uma maior dispersão sendo que o menor índice encontrado para estas encontra-se próximo à unidade e o maior próximo de 2.5.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi testada uma metodologia de se caracterizar a presença de um dano em uma placa de alumínio através da obtenção dos espectros de energia de ondas elásticas geradas e captadas por um atuador/sensor piezolétrico. Através da transformada de Wavelet foi calculada a métrica índice de dano em relação ao estado saudável (*baseline*) da estrutura em estudo.

Uma varredura em frequência foi realizada para determinar em que frequência a placa deveria ser excitada. A partir do espectro do sinal foi determinado que a frequência de excitação da placa é 4300 Hz.

Com a finalidade de encontrar os modos de vibração próximo a frequência de excitação foi realizada uma análise modal numérica. Contudo, não foi possível concluir o modo de excitação.

Por fim, o índice de dano para cada amostra através dos espectogramas obtidos com a transformada de Wavelet contínua foi calculado. Foram distribuídos através de um gráfico em caixas que demonstrou uma maior dispersão dos índices de dano calculados a partir de amostras que estavam com dano em relação aqueles que não estavam.

Verificou-se que para o experimento realizado a técnica utilizada demonstrou ser capaz de detectar um dano simples, como a ausência de um parafuso, no entanto, outras análises são necessárias para a confirmação do resultado em outros sistemas.

REFERÊNCIAS

- ACHENBACH, Jan. **Wave propagation in elastic solids**. Elsevier, 2012.
- ALLEYNE, David N.; CAWLEY, Peter. The interaction of Lamb waves with defects. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, v. 39, n. 3, p. 381-397, 1992.
- BORGES, Jessica Guarato et al. MONITORAMENTO UTILIZANDO A TÉCNICA DE ONDAS DE LAMB PARA DETECÇÃO DE DANO EM ESTRUTURAS METÁLICAS. *Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia-RIPE*, v. 2, n. 30, p. 46-54.
- BUSCH, Paul; HEINONEN, Teiko; LAHTI, Pekka. Heisenberg's uncertainty principle. *Physics Reports*, v. 452, n. 6, p. 155-176, 2007.
- CALLISTER, William. **Ciência E Engenharia de Materiais: Uma Introdução**. Grupo Gen-LTC, 2000.
- DAUBECHIES, Ingrid. *Ten lectures on wavelets*. Siam, 1992.
- DATTA, Supratik. Piezoelectric materials: Crystal orientation and poling direction. *COMSOL Blog*, 2014
- DOWNEY, Allen B. **Think DSP: digital signal processing in Python**. " O'Reilly Media, Inc.", 2016.
- DUNN, William C. *Introduction to instrumentation, sensors and process control*. Artech House, 2006.
- ERTURK, Alper; INMAN, Daniel J. **Piezoelectric energy harvesting**. John Wiley & Sons, 2011.
- EVANS, David H. et al. *Doppler ultrasound: physics, instrumentation and signal processing*. New York:: Wiley, 2000.
- FRANCO, Vitor Ramos. *Monitoramento da integridade em estruturas aeronáuticas*. 2009.
- FU, Zhi-Fang; HE, Jimin. **Modal analysis**. Elsevier, 2001.
- GERBASI, R. B. Z. **Propriedades ferroicas de soluções sólidas NaNbO₃-BaTiO₃**. 2012. Tese de Doutorado. Tese de..
- GIURGIUTIU, Victor. Tuned Lamb wave excitation and detection with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring. *Journal of intelligent material systems and structures*, v. 16, n. 4, p. 291-305, 2005.
- GRAÇA, Claudio; Física experimental I. Materiais magnéticos. Disponível em:<<http://coral.ufsm.br/cograca/graca91.pdf>>. Acesso em 27 set. 2017.
- GRIFFIN, Daniel; LIM, Jae. Signal estimation from modified short-time Fourier transform. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, v. 32, n. 2, p. 236-243, 1984.

GOPALAKRISHNAN, Srinivasan; CHAKRABORTY, Abir; MAHAPATRA, Debiprosad Roy. **Spectral finite element method: wave propagation, diagnostics and control in anisotropic and inhomogeneous structures**. Springer Science & Business Media, 2007.

HEYLEN, Ward; SAS, Paul. Modal analysis theory and testing. Katholieke Universteit Leuven, Departement Werktuigkunde, 2006.

HERMANS, Luc; VAN DER AUWERAER, Herman. Modal testing and analysis of structures under operational conditions: industrial applications. *Mechanical systems and signal processing*, v. 13, n. 2, p. 193-216, 1999.

HOU, Jidong; LEONARD, Kevin R.; HINDERS, Mark K. Automatic multi-mode Lamb wave arrival time extraction for improved tomographic reconstruction. *Inverse Problems*, v. 20, n. 6, p. 1873, 2004.

KOBAYASHI, Makoto; JEN, C. K. Piezoelectric thick bismuth titanate/lead zirconate titanate composite film transducers for smart NDE of metals. *Smart Materials and Structures*, v. 13, n. 4, p. 951, 2004.

KUDELA, P.; OSTACHOWICZ, W.; ŻAK, A. Damage detection in composite plates with embedded PZT transducers. ***Mechanical Systems and Signal Processing***, v. 22, n. 6, p. 1327-1335, 2008.

LEUCAS, Leonardo de Freitas et al. Utilização das técnicas de impedância eletromecânica e ondas de Lamb para identificação de dano em estruturas com rebites. 2009.

MITCHELL, Roger H.; WELCH, Mark D.; CHAKHMOURADIAN, Anton R. Nomenclature of the perovskite supergroup: A hierarchical system of classification based on crystal structure and composition. *Mineralogical Magazine*, v. 81, n. 3, p. 411-462, 2017.

MOHEIMANI, SO Reza; FLEMING, Andrew J. **Piezoelectric transducers for vibration control and damping**. Springer Science & Business Media, 2006.

NAZARCHUK, Zinoviy; SKALSKYI, Valentyn; SERHIYENKO, Oleh. **Acoustic emission: methodology and application**. Springer, 2017.

PACKARD, Hewlett. The fundamentals of signal analysis. **HP application note**, v. 243, 1985.

PAPAVASSILIOU, Christos. E3.02 – AC4: Instrumentation. London, UK: Imperial College, 2004. . Disponível em: <<http://cas.ee.ic.ac.uk/people/dario/files/E302/1-Sensors.pdf>>. Acesso em: 27 set. 2017.

PAO, Yih-Hsing. Elastic waves in solids. *Journal of applied mechanics*, v. 50, n. 4b, p. 1152-1164, 1983.

POLIKAR, Robi. The wavelet tutorial. 1996.

RAMADAS, C. et al. Modelling of attenuation of Lamb waves using Rayleigh damping: Numerical and experimental studies. *Composite Structures*, v. 93, n. 8, p. 2020-2025, 2011.

RAO, Singiresu S., and Fook Fah Yap. *Mechanical vibrations*. Vol. 4. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2011.

REUSENS, Peter Paul Frans; SPRUYT, Paul Marie Pierre. Method and windowing unit to reduce leakage, fourier transformer and DMT modem wherein the unit is used. U.S. Patent n. 6,240,129, 29 maio 2001.

SANTHANAM, M. S. Lecture notes (Feb, 2015). IISER, Pune;

SU, Zhongqing; YE, Lin. **Identification of damage using Lamb waves: from fundamentals to applications**. Springer Science & Business Media, 2009.

TAHA, MM Reda et al. Wavelet transform for structural health monitoring: a compendium of uses and features. *Structural Health Monitoring*, v. 5, n. 3, p. 267-295, 2006.

TRAINER, Matthew. Kelvin and piezoelectricity. *European journal of physics*, v. 24, n. 5, p. 535, 2003.

WANG, Lei; YUAN, F. G. Group velocity and characteristic wave curves of Lamb waves in composites: Modeling and experiments. *Composites science and technology*, v. 67, n. 7-8, p. 1370-1384, 2007.