

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MIGUEL AGUIRRE CARDOSO

**METODOLOGIA PARA PROJETO DE CONTROLADORES DE
AMORTECIMENTO PARA SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PATO BRANCO

2011

MIGUEL AGUIRRE CARDOSO

**METODOLOGIA PARA PROJETO DE CONTROLADORES DE
AMORTECIMENTO PARA SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Engenharia Elétrica da Coordenação de Engenharia Elétrica – COELT – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus Pato Branco, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Vasques de Oliveira.

PATO BRANCO

2012

TERMO DE APROVAÇÃO

O Trabalho de Conclusão de Curso intitulado “**METODOLOGIA PARA PROJETO DE CONTROLADORES DE AMORTECIMENTO PARA SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**”, do acadêmico **Miguel Aguirre Cardoso** foi considerado **APROVADO** de acordo com ata de defesa nº **17** de **2012**, a qual encontra-se na coordenação do curso de Engenharia Elétrica.

Fizeram parte da Banca os Professores

RICARDO VASQUES DE OLIVEIRA (ORIENTADOR)

CESAR RAFAEL CLAURE TORRICO

CESAR AUGUSTO PORTOLANN

EMERSON GIOVANI CARATI

DEDICATÓRIA

A minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Ricardo Vasques de Oliveira, pela orientação, dedicação e paciência.

A Universidade Tecnológica Federal do Paraná, e demais professores do curso de Engenharia Elétrica, pela disponibilidade dos laboratórios e apoio.

Aos colegas, em especial Kassiana Kamila Pagnoncelli Refati, Rafael Zamodzki e Luan Ruaro Marcante, pelo companheirismo, suporte e contribuições.

RESUMO

CARDOSO, Miguel Aguirre. **Metodologia para Projeto de Controladores de Amortecimento para Sistemas Elétricos de Potência**. 2012. 72 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Engenharia Elétrica) – Coordenação de Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2012.

Este trabalho propõe uma metodologia de projeto de controladores de amortecimento para sistemas elétricos de potência baseada no uso da energia da saída como índice de desempenho. A metodologia proposta visa oferecer uma alternativa as técnicas de projeto de controladores de amortecimento baseadas no posicionamento regional de polos na forma de desigualdades matriciais lineares, oferecendo um menor dispêndio computacional, favorecendo sua aplicação em sistemas de ordem elevada. Formulações de problemas de controle, na forma de desigualdades matriciais lineares, referentes à síntese de controladores de amortecimento são abordadas no trabalho. Serão caracterizadas as etapas do projeto, a solução proposta para o problema de controle, assim como resultados e testes decorrentes da elaboração da metodologia de controle de amortecimento proposta.

Palavras-chave: Sistemas elétricos de potência. Oscilações eletromecânicas de baixa frequência. Projeto de Controladores Robustos de amortecimento. Formulação LMI.

ABSTRACT

CARDOSO, Miguel Aguirre. **Methodology for Design of Damping Controllers for Power Systems**. 2012. 72 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Engenharia Elétrica) – Coordenação de Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2012.

This paper proposes a methodology to design damping controllers for power systems based on the energy of the system output as a performance index. The proposed methodology aims to provide an alternative to the design techniques based on the regional pole placement in the form of linear matrix inequalities, providing less computer effort, promoting its applications in high-order systems. Control formulation problems, in the form of linear matrix inequalities, related to the synthesis of damping controllers are discussed in the paper. The stages of the project will be characterized, the control problem proposed solution, as well the tests and results due to the formulation of the proposed damping control methodology.

Keywords: Power systems. Electromechanical low-frequency oscillations. Robust design of damping controllers. LMI formulations.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - ESTRUTURA CLÁSSICA DE UM ESTABILIZADOR DE SISTEMAS DE POTÊNCIA.....	27
FIGURA 2 – MÁQUINA SÍNCRONA DE POLOS SALIENTES.	29
FIGURA 3 – DIAGRAMA FASORIAL PARA O CÁLCULO DA POSIÇÃO DO EIXO Q DA MÁQUINA SÍNCRONA.....	33
FIGURA 4 – REGIÃO PARA O POSICIONAMENTO DE POLOS A PARTIR DE UM FATOR DE AMORTECIMENTO MÍNIMO.	40
FIGURA 5 - COMPARAÇÃO ILUSTRATIVA ENTRE O POSICIONAMENTO REGIONAL DE POLOS E O USO DA ENERGIA DA SAÍDA COMO ÍNDICE DE DESEMPENHO.....	41
FIGURA 6 – RELAÇÃO ILUSTRATIVA ENTRE A ENERGIA DE UM SINAL DE SAÍDA ASSOCIADO A UM MODO AMORTECIDO E UM SINAL DE SAÍDA ASSOCIADO A UM MODO NÃO AMORTECIDO.	44
FIGURA 7 – DIAGRAMA UNIFILAR SISTEMA TESTE 1.	51
FIGURA 8 - AUTOVALORES RELACIONADOS AOS MODOS ELETROMECÂNICOS DO SISTEMA EM MALHA ABERTA, PARA AS TRÊS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO.	52
FIGURA 9 - VELOCIDADE DOS ROTORES DOS GERADORES DO SISTEMA TESTE 1 EM MALHA ABERTA, PARA A CONDIÇÃO DE OPERAÇÃO DO CASO BASE.....	53
FIGURA 10 – AUTOVALORES RELACIONADOS AOS MODOS ELETROMECÂNICOS DO SISTEMA, COM O CONTROLADOR DE AMORTECIMENTO INSERIDO NO GERADOR 3.....	54
FIGURA 11 - VELOCIDADE DOS ROTORES DOS GERADORES DO SISTEMA TESTE 1 APÓS A INSERÇÃO DO CONTROLADOR NO GERADOR 3, PARA A CONDIÇÃO DE OPERAÇÃO DO CASO BASE.....	55
FIGURA 12 - AUTOVALORES RELACIONADOS AOS MODOS ELETROMECÂNICOS DO SISTEMA, COM O CONTROLADOR DE AMORTECIMENTO PROJETADO PARA O GERADOR 1.	57
FIGURA 13 - VELOCIDADE DOS ROTORES DOS GERADORES DO SISTEMA TESTE 1 APÓS A INSERÇÃO DO CONTROLADOR PROJETADO PARA O GERADOR 1, PARA A CONDIÇÃO DE OPERAÇÃO DO CASO BASE.....	58

FIGURA 14 – DIAGRAMA UNIFILAR DO SISTEMA TESTE 2, BASEADO NO SISTEMA INTERLIGADO NEW ENGLAND / NEW YORK.	59
FIGURA 15 - AUTOVALORES RELACIONADOS AOS MODOS ELETROMECÂNICOS DO SISTEMA, PARA O CASO BASE.	60
FIGURA 16 - VELOCIDADE DOS ROTORES DOS GERADORES 3, 10 E 12 DO SISTEMA TESTE 2 PARA O CENÁRIO INICIAL PROPOSTO, CONSIDERANDO AS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO DO CASO BASE.	61
FIGURA 17 – AUTOVALORES DO SISTEMA EM MALHA FECHADA PARA AS TRÊS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO CONSIDERADAS.	62
FIGURA 18 – VELOCIDADE DOS ROTORES DOS GERADORES 3, 10 E 12 DO SISTEMA TESTE 2, PARA AS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO DO CASO BASE, APÓS A INCLUSÃO DO CONTROLADOR PROJETADO.....	63
FIGURA 19 – AUTOVALORES DO SISTEMA PARA AS TRÊS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO, APÓS A RETIRADA DO PSS INICIALMENTE INSERIDO DO GERADOR 3.	64
FIGURA 20 – RESPOSTA DAS VELOCIDADES DOS GERADORES 3, 10 E 12 DO SISTEMA TESTE 2, APÓS A RETIRADA DO PSS DO GERADOR 3, PARA AS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO DO CASO BASE.	65
FIGURA 21 - AUTOVALORES DO SISTEMA PARA AS TRÊS CONDIÇÕES DE OPERAÇÃO, APÓS A INCLUSÃO DOS CONTROLADORES PROJETADOS NOS GERADORES 3 E 12.	66
FIGURA 22 – RESPOSTA DAS VELOCIDADES DOS ROTORES DOS GERADORES 3, 10 E 12, DO SISTEMA TESTE 2, CONSIDERANDO A INCLUSÃO DOS CONTROLADORES PROJETADOS PARA OS GERADORES 3 E 12.....	67

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PSS PROJETADO PARA O GERADOR 1.....	57
TABELA 2 – PARÂMETROS DOS PSSS INICIALMENTE INSERIDOS NO SISTEMA.....	60
TABELA 3 – PSS PROJETADO PARA O GERADOR 12.....	63
TABELA 4 – PSS PROJETADOS PARA OS GERADORES 3 E 12.....	66

LISTA DE SIGLAS

LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i> – Desigualdade Matricial Linear
PRP	Posicionamento Regional de Polos
PSS	<i>Power System Stabilizer</i> – Estabilizador de Sistemas de Potência
AVR	<i>Automatic Voltage Regulator</i> – Regulador Automático de Tensão
LTI	<i>Linear Time Invariant</i> – Linear Invariante no Tempo
BMI	<i>Bilinear Matrix Inequalities</i> – Desigualdade Matricial Bilinear
FACTS	<i>Flexible AC Transmission Systems</i> – Sistemas de Transmissão AC Flexíveis

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1. JUSTIFICATIVA	14
1.2. OBJETIVOS	16
1.2.1.1. Objetivo Geral	16
1.2.1.2. Objetivos Específicos	17
2. ESTADO DA ARTE	18
2.1. ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA.....	18
2.1.1. Estabilidade a pequenas perturbações em sistemas elétricos de potência.....	19
2.1.2. Técnicas para a análise da estabilidade a pequenas perturbações	20
2.1.2.1. Autovetores e Autovalores	22
2.1.2.2. Fator de Participação	24
2.1.2.3. Resíduo da função de transferência.....	25
2.1.3. Sinais Estabilizantes Suplementares.....	26
2.2. MODELAGEM DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA PARA ESTUDOS DE ESTABILIDADE A PEQUENAS PERTURBAÇÕES	28
2.2.1. Máquinas Síncronas	28
2.2.2. Sistema de excitação da máquina síncrona	31
2.2.3. Rede de transmissão e cargas	31
2.2.4. Redução da rede de transmissão	34
3. ENVOLVIMENTO.....	36
3.1. FORMULAÇÃO LMI PARA O PROJETO DE CONTROLADORES BASEADOS NA REALIMENTAÇÃO DINÂMICA DA SAÍDA.	36
3.2. TÉCNICA DE CONTROLE ROBUSTO BASEADA NO POSICIONAMENTO REGIONAL DE POLOS COMO ÍNDICE DE DESEMPENHO	38
3.3. ENERGIA DA SAÍDA COMO ÍNDICE DE DESEMPENHO	42

3.4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE	46
3.4.1. Metodologia V-K	48
4. ANÁLISES E RESULTADOS.....	51
4.1. ESTUDO DE CASO 1	51
4.2. ESTUDO DE CASO 2	58
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	68
6. REFERÊNCIAS	70

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas elétricos de potência estão constantemente sujeitos a alterações, a fim de atender as crescentes necessidades energéticas da sociedade contemporânea. Este fato, associado à natureza oscilatória destes sistemas, caracterizada por oscilações eletromecânicas de baixa frequência, representa um desafio para que a operação do sistema possa acontecer de forma contínua e segura.

As oscilações eletromecânicas de baixa frequência podem ser estimuladas por pequenas perturbações típicas da operação dos sistemas de potência. Pequenas perturbações são definidas como o conjunto de distúrbios que não afastam significativamente o sistema elétrico de potência do seu ponto de operação original. Variações normais de carga e mudança na topologia do sistema de transmissão, assim como a presença de pequenas faltas, são alguns exemplos de pequenas perturbações (KUNDUR et al., 2004).

Oscilações eletromecânicas de baixa frequência afetam a operação dos sistemas elétricos de potência podendo causar fadigas nos eixos de geradores e desgaste excessivo dos atuadores mecânicos dos seus controladores, limitações de transferência de potência nas barras do sistema e, quando mal amortecidas, podem até causar a perda de sincronismo dos geradores. Tais oscilações são inerentes aos sistemas elétricos de potência, de modo que, não há como eliminá-las, porém, um amortecimento adequado pode minimizar seus efeitos, permitindo uma operação estável, contínua e segura destes sistemas quando submetidos a pequenas perturbações (AYRES, 2005) (CASTOLDI, 2011) (CASTRO, 2005) (RODRIGUES, 2007) (BORGES, 2009) (OLIVEIRA, 2006).

Neste contexto, este trabalho propõe uma metodologia de projeto de controladores robustos para o amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa frequência, baseando-se no uso da energia do sinal saída do sistema como índice de desempenho. A metodologia proposta considera um modelo multimáquinas de sistemas elétricos de potência diretamente na etapa de projeto do controlador, permitindo assim um projeto coordenado dos controladores.

Este trabalho está dividido em cinco capítulos. O capítulo presente realiza uma introdução a respeito do problema de oscilações eletromecânicas de baixa

frequência, projeto de controladores de amortecimento, assim como a justificativa e definição dos objetivos do trabalho. No capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica relacionada a estabilidade em sistemas elétricos de potência e suas metodologias de análise, assim como os modelos de componentes dos sistemas de potência adotados, na construção dos estudos de caso realizados. O capítulo 3 trata de estabelecer as formulações LMI para projetos de controladores de amortecimento baseados no fator de amortecimento mínimo e energia da saída como índices de desempenho. Neste capítulo ainda é estabelecida a formulação do problema de controle. O capítulo 4 apresenta os estudos realizados, envolvendo dois sistemas testes, através de análises modais e simulações não-lineares. Por final, no capítulo 5, são apresentadas as conclusões finais e possíveis trabalhos futuros.

1.1. JUSTIFICATIVA

Conforme citado anteriormente, o comportamento oscilatório dos sistemas elétricos de potência, caracterizado pelas oscilações eletromecânicas de baixa frequência, pode ser excitado por um conjunto de distúrbios denominados pequenas perturbações. O aumento da demanda energética associada a limitações operacionais resultou em uma redução da margem de estabilidade a pequenas perturbações destes sistemas, criando circunstâncias favoráveis ao aparecimento de oscilações. Neste contexto, a robustez se apresenta como uma característica importante no projeto de controladores de amortecimento (OLIVEIRA, 2007).

Controladores lineares obtidos por meio de técnicas de controle clássicas adotam apenas um ponto de operação no procedimento de projeto, dificultando a obtenção do desempenho desejado, tendo em vista que as condições de operação do sistema são variáveis. Este problema pode ser contornado pela adoção de técnicas de controle robusto. O projeto adequado de controladores robustos de amortecimento, através dos quais são obtidos controladores que garantem formalmente a estabilidade e o desempenho do sistema para diferentes condições de operação, é fundamental para o amortecimento das oscilações eletromecânicas de baixa frequência nos sistemas elétricos de potência. Atualmente, deve-se ressaltar também, a presença de novos controladores de amortecimento, inseridos

em unidades de geração alternativas, como unidades eólicas, e em dispositivos FACTS, distribuídos ao longo do sistema (GAUTAM et al., 2011a) (GAUTAM et al., 2011b) (FURINI, 2008) (SIMÕES et al., 2009).

Sistemas de potência de ordem elevada são comumente compostos por diferentes áreas de controle, o que oferece flexibilidade de operação, porém, torna complexa a coordenação de seus controladores de amortecimento. Técnicas de controle, que consideram as interações dinâmicas entre os múltiplos geradores e diferentes dispositivos de um sistema de potência, são propostas atualmente na elaboração de metodologias de projeto de estabilizadores robustos (JABR, PAL e MARTINS, 2010) (NGUYEN e GIANTO, 2010). Tais técnicas são comumente baseadas no uso de modelos multimáquinas de sistemas de potência. Neste âmbito, podem ser listadas técnicas baseadas na realimentação dinâmica da saída na forma de desigualdades matriciais lineares (ou LMIs, do Inglês, *Linear Matrix Inequalities*), empregadas com sucesso no projeto de controladores de amortecimento (OLIVEIRA, RAMOS e BRETAS, 2010) (CAMPOS, DA CRUZ e ZANETTA, 2006).

Através da formulação dos problemas de controle por meio de LMIs, algumas vantagens podem ser alcançadas, como a possibilidade de determinar soluções numéricas para problemas de solução analítica difícil ou inexistente, assim como a especificação de inúmeros critérios de desempenho no procedimento de projeto do controlador (OLIVEIRA, RAMOS e BRETAS, 2005).

A solução de alguns problemas de controle na forma de LMIs, devido às dimensões das LMIs correspondentes a formulação do problema e dos índices de desempenho adotados, pode resultar em esforços computacionais excessivos em casos que envolvem sistemas elétricos de potência de ordem elevada, de forma a restringir o uso da metodologia (OLIVEIRA, 2006).

Tradicionalmente, o fator de amortecimento mínimo para os modos de resposta do sistema é empregado como índice de desempenho na avaliação da margem de estabilidade a pequenas perturbações de sistemas elétricos de potência (GOMES, MARTINS e PORTELA, 2003). Em metodologias de projeto na forma de LMIs, o fator de amortecimento é usualmente especificado através do posicionamento regional de polos (PRP), objetivo de projeto o qual impõe a todos os polos do sistema em malha fechada uma localização previamente estabelecida no plano complexo (OLIVEIRA, RAMOS e BRETAS, 2010) (CHILALI, GAHINET e APKARIAN, 1999). Porém, o uso de técnicas baseadas no PRP pode se tornar

inadequado para o projeto de um número reduzido de controladores em sistemas multimáquinas, além de requerer esforços computacionais elevados no projeto de controladores de amortecimento para sistemas de grande e médio porte.

Neste sentido, este trabalho propõe o uso da energia do sinal de saída do sistema como um índice de desempenho a ser empregado no projeto dos controladores robustos para o amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa frequência. O uso da energia do sinal/variável de saída corresponde a uma alternativa ao fator de amortecimento mínimo, usualmente especificado pelo posicionamento regional de polos, exigindo menos dispêndio computacional.

Determinar um limite para a energia de saída de uma variável restringe suas oscilações em torno do seu ponto de equilíbrio, impondo um incremento de amortecimento ao sistema. Por exemplo, estabelecer um limite para o valor acumulado da energia referente ao desvio das velocidades das máquinas do sistema, tendo em vista que oscilações eletromecânicas têm grande influência sobre as velocidades dos geradores, resulta em um incremento de amortecimento e por conseqüência uma diminuição das oscilações da saída adotada (OLIVEIRA, 2006).

A solução para o problema de controle é dada numericamente, devido a sua formulação através de LMIs. A adoção da energia da variável de saída como índice de desempenho garante um esforço computacional reduzido, em comparação ao fator de amortecimento mínimo na forma de posicionamento regional de polos, importante para projeto de controladores de amortecimento para sistemas multimáquinas de ordem elevada.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1.1. Objetivo Geral

Desenvolver uma metodologia de projeto de controladores robustos para o amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa frequência baseada no uso da energia de saída como índice de desempenho.

1.2.1.2. Objetivos Específicos

1. Utilizar o conceito de energia da saída e sua aplicação como índice de desempenho no projeto de controladores de amortecimento para sistemas elétricos de potência.
2. Estruturar a formulação do problema de controle baseado em LMI.
3. Determinar a solução numérica para o problema de controle.
4. Projetar/Gerar controladores de amortecimento robustos de ordem reduzida.
5. Apresentar e avaliar através de análises e simulações uma correlação entre a energia da saída de um determinado modo de resposta e o fator de amortecimento a ele relacionado.

2. ESTADO DA ARTE

2.1. ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

O objetivo de um sistema elétrico de potência é fornecer energia elétrica com qualidade e confiabilidade. A qualidade está relacionada à sustentação dos níveis de tensão e frequência adequados, enquanto a confiabilidade está atrelada a manutenção do fornecimento de energia elétrica com a menor quantidade de interrupções possível.

A estabilidade em sistemas elétricos de potência está diretamente relacionada com a qualidade e confiabilidade no fornecimento de energia, pois refere-se à capacidade do sistema de manter o equilíbrio durante condições normais de operação, assim como retornar a um estado de equilíbrio após a ocorrência de um distúrbio ou perturbação, mantendo suas grandezas físicas, como tensão e frequência, dentro de limites operacionais aceitáveis (AYRES, 2005) (CASTOLDI, 2011) (BORGES, 2009).

Em consequência das diferentes formas de comportamento dinâmico dos sistemas de potência, os estudos de estabilidade podem ser divididos conforme a natureza física do comportamento dinâmico, tensão e ângulo, por exemplo, e intensidade dos distúrbios, pequenas e grandes perturbações.

A estabilidade de tensão está relacionada com a capacidade do sistema em manter a tensão dentro de uma faixa de tolerância em todas as barras do sistema após a ocorrência de uma perturbação, sendo essa perturbação grande, como curtos-circuitos severos, perdas de grandes unidades de geração e linhas de transmissão importantes, e perturbações pequenas, como curtos-circuitos brandos, variações de carga e perda de pequenas unidades de geração. A instabilidade de tensão é um fenômeno dinâmico decorrente de uma queda de tensão progressiva e irreversível em uma ou mais barras do sistema, relacionada com o equilíbrio entre potência reativa gerada e consumida pelas cargas (AYRES, 2005) (KUNDUR et al., 2004).

A estabilidade de ângulo está relacionada com a capacidade dos rotores dos geradores síncronos de manterem o sincronismo após um distúrbio, ou seja,

manter suas frequências iguais a frequência do resto do sistema. Este fenômeno dinâmico depende do equilíbrio entre o torque magnético e o torque mecânico do sistema (AYRES, 2005) (RODRIGUES, 2007).

A estabilidade de ângulo, assim como a estabilidade de tensão, pode ser abordada segundo dois aspectos, estabilidade transitória, ou estabilidade a grandes perturbações, e estabilidade a pequenas perturbações. No caso de estabilidade a pequenas perturbações, as equações que compõe a modelagem do sistema, podem ser linearizadas em torno de um ponto de equilíbrio, tornando possível a aplicação das ferramentas de sistemas lineares em sua análise. Porém, sob condições de grandes perturbações, a análise do comportamento do sistema por meio da linearização do modelo perde validade, pois, grandes perturbações traduzem-se em grandes excursões de suas variáveis do sistema (AYRES, 2005) (OLIVEIRA, 2006) (BORGES, 2009) (KUNDUR et al., 2004).

Neste contexto, tendo em vista que este trabalho trata do projeto de controladores para o amortecimento de oscilações eletromecânicas estimuladas por pequenas perturbações em sistemas elétricos de potência, este capítulo define o conceito de estabilidade a pequenas perturbações e apresenta algumas ferramentas para a análise de modelos lineares destes sistemas.

2.1.1. Estabilidade a pequenas perturbações em sistemas elétricos de potência

Estabilidade a pequenas perturbações refere-se à capacidade dos sistemas elétricos de potência em manter o sincronismo de seus geradores após sofrer interferências que não afetem consideravelmente o ponto de equilíbrio das variáveis elétricas e mecânicas do sistema, tais como alterações na configuração do sistema de transmissão, variações de carga e geração, assim como faltas aleatórias.

O estudo da estabilidade a pequenas perturbações tem origem no fato de que a mudança no ponto de equilíbrio do sistema em função destes distúrbios dá origem a um período transitório de reajuste das variáveis de estado do sistema. Este período transitório de natureza oscilatória é caracterizado por oscilações eletromecânicas de baixa frequência associadas ao comportamento dinâmico dos geradores, o que torna este elemento o principal responsável pela dinâmica do

sistema (AYRES, 2005) (OLIVEIRA, 2006) (BORGES, 2009) (KUNDUR et al., 2004) (CASTRO, 2005).

Os modos de resposta eletromecânicos são responsáveis por oscilações na faixa de frequência de 0,1 a 3 Hz e geralmente são classificados como:

- Modos intra-planta: Geradores localizados na mesma usina oscilando uns contra os outros. Esse modo geralmente apresenta frequência na faixa de 2 a 3 Hz (KUNDUR, 1994).
- Modos locais: Caracterizado pela oscilação de uma usina contra o resto do sistema, ocorre na faixa de 0,7 a 2,0 Hz (KUNDUR, 1994).
- Modos inter-área: Envolve um grupo de usinas oscilando coerentemente contra outro grupo de usinas localizadas em uma área diferente, ocorre na faixa de frequência de 0,1 a 0,7 Hz (KUNDUR, 1994).
- Modos torcionais: Oscilações das partes mecânicas acopladas ao eixo do gerador (KUNDUR, 1994).
- Modos de controle: Oscilações nos sistemas de controle (KUNDUR, 1994).

Os modos eletromecânicos dos sistemas, em algumas condições de operação, como de elevado carregamento, podem apresentar oscilações pouco amortecidas ou até mesmo se tornarem instáveis, comprometendo ou inviabilizando a operação do sistema. Neste sentido, uma operação segura e confiável de um sistema de potência está intimamente ligada a um amortecimento adequado dos modos eletromecânicos deste sistema (AYRES, 2005) (OLIVEIRA, 2006).

2.1.2. Técnicas para a análise da estabilidade a pequenas perturbações

Sistemas elétricos de potência apresentam um comportamento dinâmico que pode ser representado por meio de equações algébricas e diferenciais. Os modelos construídos para realização de estudos quanto a estabilidade de sistemas

de potência a pequenas perturbações podem ser linearizados sem que haja comprometimento da análise dinâmica do sistema, pois tais perturbações não afastam de modo considerável as variáveis de estado do sistema de seu ponto de operação inicial (AYRES, 2005) (OLIVEIRA, 2006). A possibilidade da utilização de uma grande diversidade de técnicas lineares de análise, em geral mais simples e de fácil implementação que técnicas não lineares, aparece como principal vantagem da adoção destes modelos lineares.

A estabilidade no senso de Lyapunov é a mais utilizada nos estudos de sistemas elétricos de potência. Segundo esta definição, a estabilidade de um sistema é analisada a partir do ponto de equilíbrio do sistema. Um sistema é considerado estável no senso de Lyapunov quando, após a ocorrência de uma perturbação, a trajetória do sistema permanece nas vizinhanças do ponto de equilíbrio. A equação (1) apresenta a formalização matemática deste conceito, onde o ponto de equilíbrio $x^* \in R^n$ é estável se:

$$\varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \|x(t_0) - x^*\| \leq \delta \Rightarrow \|x(t) - x^*\| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq t_0 \geq 0 \quad (1)$$

A equação anterior afirma que um sistema dinâmico é estável se, ao sofrer uma perturbação δ , a trajetória do sistema $x(t)$ permanece no interior de uma vizinhança ε do ponto de equilíbrio x^* (KUNDUR et al., 2004).

Os sistemas de potência podem ser representados pelo modelos não lineares na forma condensada do tipo

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0), \quad (2)$$

onde, \mathbf{x}_0 é o vetor das variáveis de estado do sistema para um dado ponto de equilíbrio e \mathbf{u}_0 é o vetor com as entradas de controle para este mesmo ponto. A linearização do modelo que representa o comportamento dinâmico do sistema se dará em torno do ponto de operação \mathbf{x}_0 .

Submetendo o sistema a um pequeno desvio em relação ao seu ponto de operação inicial, temos que

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}[(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}), (\mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u})]. \quad (3)$$

onde $\Delta\mathbf{x}$ representa o pequeno desvio das variáveis de estado em relação a \mathbf{x}_0 e $\Delta\mathbf{u}$ representa o desvio do sinal de controle em relação a \mathbf{u}_0 . Considerando que o distúrbio não afetou de modo significativo o ponto de operação do sistema, podemos representá-lo através de sua expansão em série de Taylor, que, truncada na primeira derivada, resulta em:

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta\dot{\mathbf{x}} \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \Delta\mathbf{x} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \Delta\mathbf{u}. \quad (4)$$

Sabendo que para a condição inicial $\Delta\mathbf{x}=0$, temos que $\dot{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) = 0$, o que permite que a equação (4) seja expressa na forma de espaços de estados como:

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u} \quad (5)$$

onde a matriz \mathbf{A} é o jacobiano de $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ ($\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0}$) e \mathbf{B} é a matriz de entradas dada por $\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0}$. A solução da equação (5) oferece uma aproximação satisfatória para o comportamento dinâmico do sistema elétrico de potência quando submetido a pequenas perturbações (OLIVEIRA, 2006). O modelo apresentado em (5) é tipicamente usado em estudos de estabilidade a pequenas perturbações de sistemas de potência.

Dentre as ferramentas de análise típicas para estudos de estabilidade de sistemas de potência, pode-se mencionar os autovalores e autovetores da matriz de estados do sistema, os fatores de participação e os resíduos da função de transferência. Tais ferramentas de análise são discutidas nos tópicos a seguir.

2.1.2.1. Autovetores e Autovalores

Modelos lineares de sistemas de potência na forma $\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}$ podem ter a análise de sua estabilidade através dos autovalores e autovetores da

matriz \mathbf{A} , que podem oferecer informações qualitativas e quantitativas a respeito da estabilidade.

Cada autovalor corresponde a um modo de resposta do sistema, expresso na forma geral como $v_i e^{\lambda_i t}$ onde, v_i é o autovetor a direita da matriz \mathbf{A} e λ_i é o autovalor correspondente. Os autovalores são a solução não trivial da equação característica:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda I) = 0, \quad (6)$$

e os autovetores $v_i \in \mathbb{R}^n$, são definidos pelo conjunto de vetores que satisfazem as equações

$$\mathbf{A}v_i = \lambda_i v_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

assumindo que, \mathbf{A} seja uma matriz quadrada de dimensão n e possua autovalores distintos.

De forma análoga, os autovetores a esquerda $w_i \in \mathbb{R}^n$ da matriz \mathbf{A} são o conjunto de vetores que satisfazem as equações

$$w_i \mathbf{A} = \lambda_i w_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (8)$$

A dependência no tempo de um modo correspondente a um autovalor λ_i é dada por $e^{\lambda_i t}$ (AYRES, 2005) (BORGES, 2009). Os autovalores podem ter valores reais ou pares de conjugados complexos, e correspondem respectivamente a um modo não oscilatório e a um modo oscilatório. Os pares de autovalores conjugados aparecem na seguinte forma:

$$\lambda_i = \sigma_i \pm j\omega_i, \quad (9)$$

onde σ_i está ligado ao crescimento ou decaimento exponencial da resposta e ω_i determina sua frequência angular. A frequência da oscilação pode ser definida através de

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}. \quad (10)$$

Quando todos os autovalores do sistema apresentam uma resposta negativa, dizemos que o sistema é assintoticamente estável e se pelo menos um dos autovalores apresentarem um valor positivo podemos dizer que o sistema é assintoticamente instável.

O fator de amortecimento ζ representa a taxa de decaimento ou crescimento da amplitude das oscilações de um dado modo de resposta. A amplitude do modo de resposta decai para 37% da amplitude inicial a $1/2\pi\zeta$ ciclos de oscilação (AYRES, 2005) (BORGES, 2009) (KUNDUR et al., 2004). Pode ser utilizado como índice de desempenho de um sistema, permitindo estabelecer a margem de estabilidade a pequenas perturbações do sistema. O fator de amortecimento pode ser escrito como

$$\zeta_i = \frac{\sigma_i}{\sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2}}. \quad (11)$$

2.1.2.2. Fator de Participação

O cálculo do fator de participação tem como objetivo determinar o grau de participação de determinada variável de estado em um modo de oscilação de interesse. Uma análise do sistema via os autovetores à direita da matriz de estados pode oferecer a distribuição de um modo de resposta entre as variáveis de estado, porém devido a sua dependência das variáveis de estado do sistema, esta análise pode apresentar problemas quando envolvem variáveis de unidade e dimensão muito diferentes.

Considerando os autovalores a direita e esquerda definidos pelas equações (7) e (8), o fator de participação é definido como o produto, elemento por

elemento, dos autovetores a esquerda e a direita associado, conforme apresentado a seguir:

$$p_{ki} = w_{ki} v_{ki} \quad (12)$$

onde w_{ki} é o k-ésimo elemento do i-ésimo autovetor a esquerda w_i e v_{ki} é o k-ésimo elemento do i-ésimo autovetor a direita v_i (AYRES, 2005) (BORGES, 2009).

Esses fatores são geralmente normalizados e adimensionais, oferecendo a participação relativa da k-ésima variável de estado no i-ésimo modo de resposta do sistema. Desta forma, é possível identificar as variáveis estimuladas com maior intensidade por determinados modos de interesse, possibilitando, por exemplo, a sua utilização como sinal de realimentação em uma malha de controle atuante sobre este modo.

2.1.2.3. Resíduo da função de transferência

O resíduo de uma função de transferência oferece informações sobre a controlabilidade e a observabilidade dos modos de resposta do sistema, e podem ser obtidos a partir de uma expansão em frações parciais da função de transferência do sistema, considerando-se a entrada de controle e o sinal de saída de interesse. Os resíduos de uma função de transferência podem ser obtidos a partir da expansão em frações parciais da função de transferência do sistema, conforme descrito abaixo:

$$G(s) = \frac{R_1}{s - \lambda_1} + \frac{R_2}{s - \lambda_2} + \dots + \frac{R_n}{s - \lambda_n} = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{s - \lambda_i}, \quad (13)$$

onde $G(s)$ é a função de transferência do sistema, R_i é o resíduo no polo λ_i do sistema. Tendo em vista a dimensão dos modelos considerados em estudos de sistemas de potência, a obtenção dos resíduos é comumente obtida a partir dos autovetores e autovalores do modelo linear. Desta forma, a função de transferência $G(s)$ pode ser expressa por:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = [\mathbf{C} \cdot \mathbf{v}_i \cdot (s\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \cdot \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{B}]. \quad (14)$$

Como $\mathbf{\Lambda}$ é uma matriz diagonal com os autovalores de \mathbf{A} , pode-se escrever:

$$G(s) = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{s - \lambda_i} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{C} \mathbf{v}_i \mathbf{w}_i \mathbf{B}}{s - \lambda_i}. \quad (15)$$

Desta forma, o resíduo define quanto um determinado modo de resposta é controlável e observável em função de uma saída e uma entrada de controle escolhidas. Sendo assim, através de uma análise de resíduos do sistema pode-se determinar a melhor localização de um controlador projetado de forma que a atuação sobre o modo de resposta de interesse seja otimizado (KUNDUR, 1994).

2.1.3. Sinais Estabilizantes Suplementares

A estabilidade de ângulo a pequenas perturbações está diretamente associada ao desbalanço entre os torques eletromecânicos das máquinas do sistema, o que leva os geradores a realizar trocas oscilatórias de potência. Para uma dada frequência de oscilação do rotor, o torque elétrico do gerador oscila na mesma frequência com amplitude proporcional a da oscilação. Essas variações no torque elétrico podem ser decompostas em duas componentes ortogonais, o torque de amortecimento, proporcional e em fase com as variações de velocidade do rotor, e o torque sincronizante, proporcional e em fase com as variações angulares do rotor.

Em condições de regime, todos os geradores do sistema operam com a mesma velocidade, de forma que há um equilíbrio entre os torques de amortecimento e sincronizante. Na ocorrência de uma perturbação, o desequilíbrio entre as duas componentes do torque elétrico pode resultar na instabilidade do sistema, denominada instabilidade aperiódica ou monotônica, na falta de torque sincronizante, e instabilidade oscilatória, quando é resultante da falta de torque de amortecimento.

O crescente uso de reguladores automáticos de tensão, de ação rápida e contínua, estabelecidos através de baixas constantes de tempo e altos ganhos estáticos, levaram a uma redução do amortecimento inerente aos sistemas elétricos de potência. Desta forma, a utilização de sinais estabilizantes na malha de controle dos reguladores automáticos de tensão, é aplicada em larga escala para fornecer amortecimento adicional para as oscilações eletromecânicas do sistema de potência. Esses sinais estabilizantes são geralmente fornecidos por controladores denominados estabilizadores de sistemas de potência.

Os estabilizadores de sistemas de potência (ou PSS, do inglês, *Power System Stabilizer*), são responsáveis por aumentar a componente de torque de amortecimento dos geradores através da modulação da tensão de referência do sistema de excitação do gerador (AYRES, 2005) (FURINI, 2008) (OLIVEIRA, 2006).

A Figura 1 apresenta a estrutura clássica de um PSS, composta por um ganho estabilizante e um filtro *washout*, a fim de o mesmo não atue em condições de regime, seguidos por blocos de avanço de fase. Na figura o índice k denota o k -ésimo estabilizador a ser projetado, enquanto nb representa o número de blocos de compensação empregados, normalmente são utilizados dois blocos de compensação.



Figura 1 - Estrutura clássica de um estabilizador de sistemas de potência.
Fonte: OLIVEIRA, RAMOS e BRETAS (2010).

Atualmente, inúmeras metodologias de projetos de PSS's têm sido propostas, dentre elas podemos ressaltar as baseadas na tradicional compensação de fase e na teoria de controle moderno-robusto.

2.2. MODELAGEM DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA PARA ESTUDOS DE ESTABILIDADE A PEQUENAS PERTURBAÇÕES

O presente capítulo trata da modelagem dos componentes que usualmente constituem um sistema elétrico de potência multimáquinas para estudos de estabilidade. A obtenção dos modelos dos componentes que constituem o sistema se dará de forma individual e sequencial, de modo que, a modelagem final corresponda à conexão dos referidos modelos. Nos estudos realizados, foi considerado que a composição de um sistema elétrico de potência é dada por geradores síncronos, reguladores de tensão, sistema de transmissão de energia elétrica e cargas.

2.2.1. Máquinas Síncronas

A máquina síncrona é o elemento de maior importância nos estudos de estabilidade de sistemas elétricos de potência. Sua função é fornecer energia elétrica para as cargas do sistema através da rede de transmissão.

Sua composição se dá basicamente por duas estruturas, o estator e o rotor. No rotor, mecanismo girante da máquina, é inserida a bobina referente ao circuito de campo da máquina. O circuito de campo é alimentado por corrente contínua, de modo que, o campo magnético gerado, aliado ao movimento de rotação do rotor em uma frequência fixa, induza uma tensão aproximadamente senoidal nos enrolamentos do circuito de armadura da máquina, presente no estator. Deste modo, a máquina síncrona apresenta um comportamento dinâmico com natureza eletromecânica, em função do movimento de rotação do rotor e das grandezas elétricas presentes nos circuitos do estator e rotor da máquina (OLIVEIRA, 2006) (RODRIGUES, 2007).

Em estudos de estabilidade a máquina síncrona é representada por um modelo equivalente de dois polos, que apresente condições balanceadas durante transitórios (ANDERSON e FOUAD, 1994). A Figura 2 apresenta uma ilustração de uma máquina síncrona de polos salientes.

No modelo dinâmico detalhado da máquina síncrona, o comportamento do rotor é representado por duas variáveis de estado, posição e velocidade angular, e a característica elétrica da máquina síncrona é modelada através de circuitos equivalentes, utilizando a transformada de Park. Um dos circuitos equivalentes considerados descreve os efeitos do fluxo principal do rotor, induzido pelo circuito de campo, os efeitos das correntes parasitas no rotor e enrolamentos amortecedores são descritos pelos demais circuitos equivalentes (RAMOS, 2002).

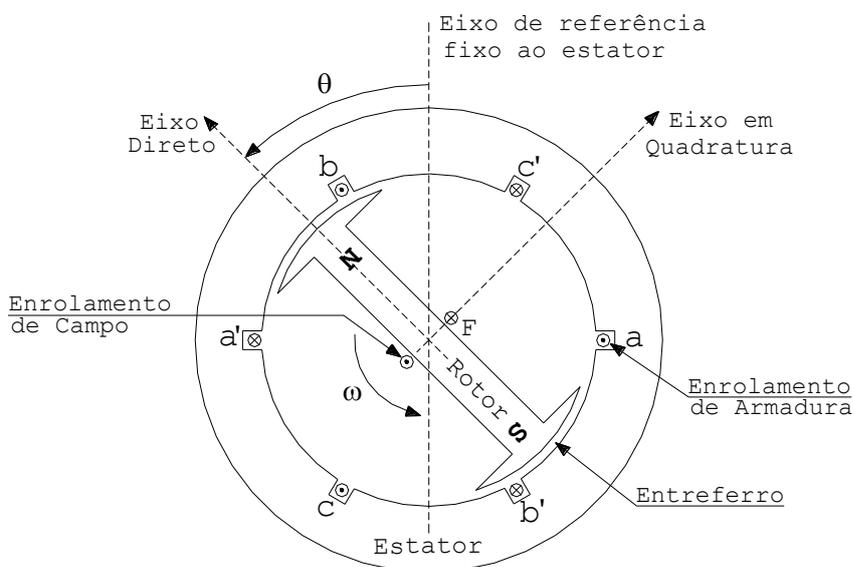


Figura 2 – Máquina Síncrona de polos salientes.
Fonte: OLIVEIRA (2006).

Porém, este trabalho considera um modelo mais simples, denominado “modelo de um eixo”, de tratamento computacional mais fácil e capaz de descrever com precisão satisfatória o comportamento da máquina para estudos de estabilidade, mais adequado aos estudos aqui realizados. O processo de obtenção detalhado do modelo de um eixo pode ser encontrado em (RAMOS, ALBERTO e BRETAS, 2000).

Segundo o modelo adotado, o comportamento dinâmico das grandezas mecânicas da máquina síncrona, pode ser descrito a partir da equação de “swing” do gerador, a qual, decomposta em duas equações diferenciais de primeira ordem, equações (16) e (17), é apresentada a seguir.

$$\dot{\delta} = \omega_s \omega - \omega_s. \quad (16)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H} (P_m - P_e - D\Delta\omega), \quad (17)$$

onde δ é o ângulo elétrico do rotor, ω é a velocidade angular do rotor do gerador, ω_s é a velocidade síncrona do sistema, H é a constante de inércia, P_m e P_e são, respectivamente, a potência mecânica e potência elétrica do gerador e D a constante de amortecimento (OLIVEIRA, 2006).

O comportamento dinâmico das grandezas elétricas da máquina síncrona é modelado em função do comportamento da tensão transitória interna da máquina, descrita pela equação diferencial de primeira ordem dada por

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{\tau'_{do}} [E_{FD} - E'_q + (x_d - x'_d)I_d], \quad (18)$$

onde E'_q é a tensão transitória do eixo em quadratura, E_{FD} é a tensão aplicada no circuito de campo referido ao estator, τ'_{do} é a constante de tempo transitória de eixo direto, x_d e x'_d são, respectivamente, a reatância síncrona e transitória de eixo direto e I_d é a corrente do estator de eixo direto.

A tensão terminal da máquina, desprezando-se a resistência de armadura, é dada por:

$$\mathbf{V}_t = V_q + jV_d, \quad (19)$$

onde as tensões terminais dos eixo direto e em quadratura são expressas pelas equações (20) e (21), respectivamente (OLIVEIRA, 2006).

$$V_d = -x'_q I_q, \quad (20)$$

$$V_q = E'_q + x'_d I_d. \quad (21)$$

Deste modo, as características elétricas e mecânicas da máquina síncrona de polos salientes adotada neste trabalho podem ser expressas pelo conjunto das equações (16), (17), (18) e (19).

2.2.2. Sistema de excitação da máquina síncrona

Reguladores Automáticos de Tensão (ou AVR's, do Inglês, *Automatic Voltage Regulators*), têm a função de corrigir os desvios da tensão terminal do gerador síncrono, de acordo com um valor de referência. Também pode proporcionar o controle da potência reativa gerada e do fator de potência da máquina.

O sistema de excitação atua sobre a tensão terminal do gerador síncrono através do fornecimento de corrente contínua para o circuito de campo do rotor. A excitatriz produz a corrente necessária para o ajuste da tensão terminal da máquina, de acordo com a referência estabelecida (RAMOS, 2002).

Neste trabalho, o modelo do sistema de excitação adotado consiste no tipo ST1, dado em (CRENSHAW et al., 1981). Realizadas algumas simplificações, o modelo pode ser expresso através da seguinte equação diferencial de primeira ordem:

$$\dot{E}_{FD} = \frac{1}{T_e} [K_e (V_{ref} - |V_t| + V_s) - E_{FD}], \quad (22)$$

onde $|V_t|$ é o módulo da tensão terminal, V_{ref} é a tensão terminal de referência, V_s é a entrada suplementar de controle do regulador (também conhecido como sinal estabilizante), K_e é o ganho do regulador e T_e é a constante de tempo da excitatriz.

2.2.3. Rede de transmissão e cargas

A modelagem das cargas de um sistema elétrico de potência apresenta certa complexidade, devido a diferença da natureza das mesmas e da grande

quantidade de elementos não lineares presentes sem sua composição (OLIVEIRA, 2006) (RODRIGUES, 2007).

A fim de possibilitar uma simplificação no modelo final, neste trabalho as cargas serão representadas como impedâncias constantes, ligadas aos barramentos do sistema. Este artifício permite que um processo de redução de rede seja realizado, eliminando o conjunto de equações algébricas, de modo que, o modelo do sistema seja representado apenas por um conjunto de equações diferenciais na forma de espaço de estados (RAMOS, 2002).

A rede de transmissão de um sistema elétrico de potência tem a função de conectar os geradores e cargas do sistema, transportando energia entre eles. Considerando que os transitórios das redes de transmissão, são muito mais rápidos que as variações transitórias da máquina síncrona, os mesmos podem ser desprezados. Deste modo a rede de transmissão pode ser modelada como um circuito estático passivo, através de uma equação algébrica matricial do tipo $\mathbf{I} = \mathbf{Y}_{\text{bus}} \mathbf{V}$, onde \mathbf{I} é um vetor com as correntes injetadas no sistema, \mathbf{V} é o vetor das tensões nos barramentos e \mathbf{Y}_{bus} é a matriz de admitância modificada, incluindo as impedâncias constantes das cargas (RAMOS, 2002) (OLIVEIRA, 2006) (RODRIGUES, 2007).

Quando modelada a máquina síncrona, suas equações foram referidas aos seus próprios eixos \mathbf{d} e \mathbf{q} , porém, num sistema multimáquinas é necessário expressar todas as equações em função de uma referência síncrona comum, como por exemplo, a referência angular do fluxo de carga em condições de equilíbrio.

A equação algébrica que define o sistema de transmissão, fornece para cada barramento do sistema uma tensão $V_i \angle \beta_i$ em relação à referência comum adotada (denominada eixo Re) (RAMOS, 2002) (RODRIGUES, 2007). Deste modo, nas barras de geração, a direção do eixo \mathbf{q} , e por consequência o ângulo δ_i , entre a tensão E_{qi} da máquina e o eixo Re , é dado pela direção da tensão fictícia E_{qdi} , conforme apresentado na Figura 3.

Considerando a referência comum para todo o sistema, as equações da i -ésima máquina do sistema podem ser escritas como

$$\dot{\delta}_i = \omega_s \omega_i - \omega_s, \quad (23)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} [P_{mi} - E'_{qi} I_{Ri} \cos \delta_i - E'_{qi} I_{Li} \sin \delta_i - D_i \Delta \omega_i], \quad (24)$$

$$\dot{E}'_{qi} = \frac{1}{\tau'_{do}} [E_{FDi} - E'_{qi} - (x_{di} - x'_{di}) I_{Ri} \sin \delta_i + (x_{di} - x'_{di}) I_{Li} \cos \delta_i], \quad (25)$$

$$\dot{E}_{FDi} = \frac{1}{T_{ei}} [K_{ei} (V_{refi} - \sqrt{V_{Ri}^2 + V_{Li}^2} + V_{si}) - E_{FDi}], \quad (26)$$

$$V_{Ri} = E'_{qi} \cos \delta_i + x'_{di} I_{Li}, \quad (27)$$

$$V_{Li} = E'_{qi} \sin \delta_i - x'_{di} I_{Ri}, \quad (28)$$

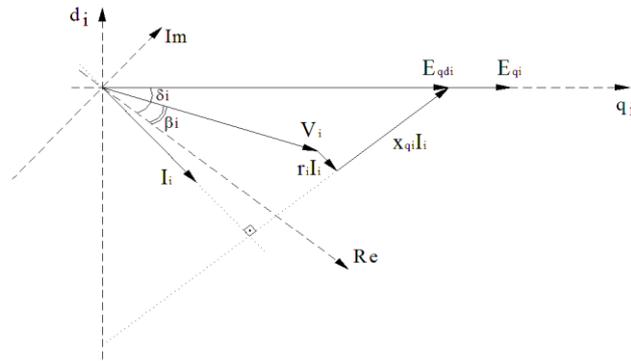


Figura 3 – Diagrama fasorial para o cálculo da posição do eixo q da máquina síncrona.
Fonte: OLIVEIRA (2006).

A equação $\mathbf{I} = \mathbf{Y}_{bus} \mathbf{V}$ que define a corrente injetada em cada barramento do sistema é dada por

$$I_{Ri} + jI_{Li} = \sum_{k=1}^{nb} Y_{ik} (V_{Rk} + jV_{Lk}), \quad (29)$$

onde Y_{ik} representa os elementos da matriz \mathbf{Y}_{bus} e nb , o número total de barras do sistema.

2.2.4. Redução da rede de transmissão

A fim de que seja possível a aplicação de grande parte das técnicas lineares de análise e controle de sistemas de potência, a modelagem destes sistemas deve ser expressa apenas em função de equações diferenciais. Portanto, as equações algébricas que descrevem o modelo da máquina síncrona e do regulador automático de tensão devem ser eliminadas.

A eliminação das equações algébricas pode ser feita por meio de um processo denominado redução de rede. Incluindo as reatâncias transitórias dos geradores na matriz \mathbf{Y}_{bus} do sistema e eliminando as barras de cargas do sistema por meio da Eliminação de Gauss, reduzimos o sistema às barras internas dos geradores, de forma que o sistema de transmissão, as cargas e as reatâncias transitórias dos geradores passam a ser representadas por uma matriz de admitâncias modificada \mathbf{Y}_r (RAMOS, 2002) (OLIVEIRA, 2006) (RODRIGUES, 2007).

Desta forma podemos expressar as correntes injetadas nas barras de geração por

$$I_{Ri} = \sum_{k=1}^n G_{ik} E'_{qk} \cos \delta_k - B_{ik} E'_{qk} \text{sen} \delta_k \quad (30)$$

$$I_{Ii} = \sum_{k=1}^n B_{ik} E'_{qk} \cos \delta_k + G_{ik} E'_{qk} \text{sen} \delta_k, \quad (31)$$

sendo E'_{Rk} e E'_{Ik} as partes real e imaginária, respectivamente, da tensão transitória interna da máquina k , G_{ik} e B_{ik} são respectivamente, as partes real e imaginária do elemento Y_{r-ik} da matriz \mathbf{Y}_r e n , o número de geradores do sistema.

Substituindo as equações (30) e (31) nas equações (23)-(26), encontra-se um novo conjunto de equações que descrevem o gerador síncrono no sistema reduzido:

$$\dot{\delta}_i = \omega_s \omega_i - \omega_s, \quad (32)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} [P_{mi} - D_i \Delta \omega_i - \sum_{j=1}^n E'_{qi} E'_{qj} (G_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) - B_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i))], \quad (33)$$

$$\dot{E}'_{qi} = \frac{1}{\tau'_{do}} [E_{FDi} - E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) \sum_{j=1}^n (G_{ij} E'_{qj} \sin(\delta_j - \delta_i) + B_{ij} E'_{qj} \cos(\delta_j - \delta_i))], \quad (34)$$

$$\dot{E}_{FDi} = \frac{1}{T_{ei}} [K_{ei} (V_{refi} - |V_{ti}| + V_{si}) - E_{FDi}]. \quad (35)$$

$$|V_{ti}| = [E_{qi}^2 + 2E'_{qi} x'_{di} \sum_{j=1}^n E'_{qj} (B_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) + G_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i)) + x_{di}^2 \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n E'_{qk} E'_{ql} (G_{ij} G_{il} \cos(\delta_j - \delta_l) + 2G_{ij} B_{il} \sin(\delta_j - \delta_l) + B_{ij} B_{il} \cos(\delta_j - \delta_l))]^{1/2}. \quad (36)$$

3. DESENVOLVIMENTO

3.1. FORMULAÇÃO LMI PARA O PROJETO DE CONTROLADORES BASEADOS NA REALIMENTAÇÃO DINÂMICA DA SAÍDA.

A análise da estabilidade e o projeto de controladores de amortecimento para sistemas elétricos de potência podem ser formulados através de LMIs. Através da formulação dos problemas de controle por meio de LMIs, é possível determinar soluções numéricas para problemas de solução analítica difícil ou inexistente, assim como a especificação de inúmeros critérios de desempenho no procedimento de projeto do controlador (OLIVEIRA, 2006).

A formulação de problemas que envolvem restrições através de LMIs caracterizam problemas de otimização convexa, onde o objetivo é maximizar ou minimizar uma função objetivo linear sujeita a restrições na forma de LMIs, e problemas de factibilidade, que consistem na determinação de uma solução que satisfaça a restrição na forma de LMIs.

A análise da estabilidade de sistemas elétricos de potência submetidos a pequenas perturbações pode ser determinada por um problema de factibilidade através da equação “clássica” de Lyapunov.

O sistema elétrico de potência pode ser definido, em um determinado ponto de operação, por um modelo Linear Invariante no Tempo (ou LTI, do inglês Linear Time Invariant) dado por

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (37)$$

A existência de uma matriz $\mathbf{P}^T = \mathbf{P} > \mathbf{0}$, que satisfaça as desigualdades das equações (38) e (39), caracteriza a condição necessária para que a trajetória do sistema LTI convirja para zero com o tempo tendendo a infinito (BOYD et al., 1994).

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} > 0 \quad (38)$$

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} < 0 \quad (39)$$

A equação (38) é chamada de função quadrática de Lyapunov. A existência da condição de factibilidade das equações (38) e (39) caracteriza o sistema da equação (37) como quadraticamente estável (BOYD et al., 1994).

A formulação LMI da condição suficiente para provar a estabilidade do sistema LTI é dado por

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > \mathbf{0} \quad (40)$$

e

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} < \mathbf{0}. \quad (41)$$

A fim de estabilizar ou melhorar o desempenho de um sistema dinâmico, pode-se atuar nele através de um sinal de controle $\mathbf{u}(t)$. Considerando o sinal de controle e o sinal de saída da planta, o sistema linear da equação (37) passa a ser escrito como:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t), \quad (42)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t), \quad (43)$$

onde $\mathbf{y}(t)$ é o vetor com as saídas do sistema linear (42).

A fim de garantir um bom desempenho do sistema em malha fechada, pode-se utilizar um controlador baseado na realimentação dinâmica da saída, que possibilitam um maior número de especificações do problema de controle. A lei de realimentação de um controlador baseado na realimentação dinâmica da saída é dada por

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}(s) \mathbf{y}, \quad (44)$$

onde $\mathbf{K}(s)$ é a função de transferência do controlador. Sua representação por espaço de estados é dada por

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{y}(t), \quad (45)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}_c(t), \quad (46)$$

onde $\mathbf{x}_c(t) \in \mathbf{R}^m$ é o vetor de estados do controlador. A equação (42) descreve o comportamento dinâmico do controlador em função da saída da planta ($\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^q$). O sinal de controle proveniente da equação (43) é resultado da aplicação do ganho \mathbf{C}_c nos estados do controlador. O sistema em malha fechada, composto pela associação do conjunto de equações (42), (43), (45) e (46) é dado por

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad (47)$$

onde $\tilde{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{R}^{2m}$ é um vetor com os estados do sistema e do controlador e $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbf{R}^{2m \times 2m}$ é a matriz de estados do sistema em malha fechada, definida como:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}\mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix}. \quad (48)$$

Desta forma, encontrar as matrizes \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c e \mathbf{C}_c que satisfaçam que atendam as restrições estabelecidas pelo problema de amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa frequência, passa a ser o problema de controle (OLIVEIRA, 2006).

3.2. TÉCNICA DE CONTROLE ROBUSTO BASEADA NO POSICIONAMENTO REGIONAL DE POLOS COMO ÍNDICE DE DESEMPENHO

O modelo linear de sistemas elétricos de potência traz consigo incertezas relacionadas ao ponto de operação do sistema. Tendo em vista a característica variável do ponto de operação e sua influência negativa sobre o amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa frequência, é necessária a inclusão destas

incertezas na modelagem do sistema. Através da construção de modelos que considerem as variações no ponto de operação do sistema em malha fechada, pode-se garantir a robustez de estabilidade e desempenho do sistema.

A robustez de estabilidade pode ser garantida através da modelagem politópica do sistema, técnica que considera múltiplos pontos de operação através de um conjunto L de modelos lineares, obtidos a partir da conexão de modelos lineares do sistema com o modelo de estados do controlador. O conjunto de modelos lineares é dado por

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{x}}(t). \quad (49)$$

As matrizes $\tilde{\mathbf{A}}_i$, para $i=1,\dots,L$, são as matrizes de estados do sistema em malha fechada definidas como

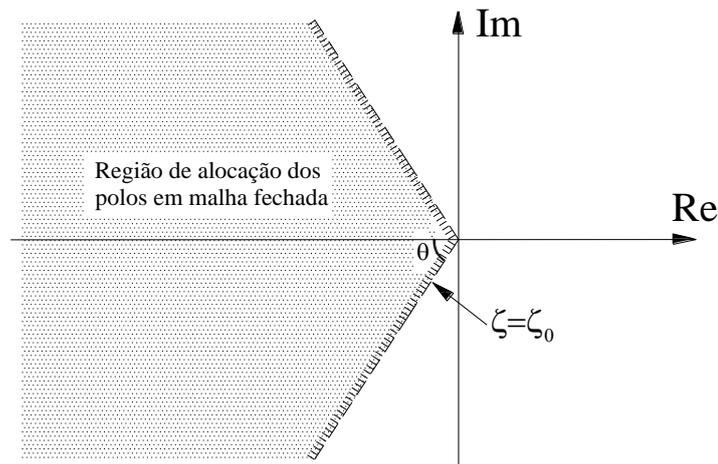
$$\tilde{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{B}_i \mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c \mathbf{C}_i & \mathbf{A}_c \end{bmatrix}, \quad (50)$$

onde $\tilde{\mathbf{A}}_i$, \mathbf{B}_i e \mathbf{C}_i para $i=1,\dots,L$, são as matrizes de estados do sistema em malha aberta, matrizes de entrada e matrizes de saída, respectivamente. As matrizes \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c e \mathbf{C}_c representam as matrizes a serem determinadas pelo procedimento de projeto (OLIVEIRA, 2006) (BOYD et al., 1994).

A robustez de desempenho do sistema é garantida através da especificação de um índice de desempenho mínimo na fase de projeto do controlador. O fator de amortecimento mínimo, utilizado em conjunto com a taxa de amortecimento mínima, é comumente aceito em sistemas elétricos de potência como um índice de estabilidade frente a pequenas perturbações (GOMES, MARTINS e PORTELA, 2003).

Em metodologias LMI, o fator de amortecimento mínimo é usualmente especificado através do posicionamento regional de polos, que consiste na imposição da localização dos polos do sistema em malha fechada a uma região determinada, de acordo com o fator e taxa de amortecimento desejado (CHILALI e GAHINET, 1996) (CHILALI, GAHINET e APKARIAN, 1999). Neste sentido, conforme

apresentado na Figura 4, a margem de estabilidade desejada, especificada através de posicionamento regional de polos, será alcançada quando todos os polos do sistema em malha fechada se localizarem na região delimitada pelo fator de amortecimento mínimo ζ_0 .



**Figura 4 – Região para o posicionamento de polos a partir de um fator de amortecimento mínimo.
Fonte: Autoria Própria (2011).**

A restrição na forma LMI, correspondente ao posicionamento regional de polos, que definem a região de localização dos polos dada por um fator de amortecimento maior que ζ_0 , considerando que exista uma matriz $\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}^T > \mathbf{0}$, é dada pela equação (51).

$$\begin{bmatrix} \sin \theta (\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}) & \cos \theta (\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}}) \\ \cos \theta (\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}) & \sin \theta (\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}) \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (51)$$

onde $\theta = \cos^{-1} \zeta_0$.

A combinação da modelagem politópica com as desigualdades matriciais determinadas pelo posicionamento regional de polos define a robustez de desempenho do sistema em malha fechada na fase de projeto dos controladores, de forma a garantir um desempenho mínimo para o sistema em malha fechada para todos os pontos de operação contidos no politopo (RAMOS, ALBERTO e BRETAS, 2004). A LMI que definem esta combinação é dada pela equação (52).

$$\begin{bmatrix} \text{sen}\theta(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i) & \text{cos}\theta(\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i - \tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}}) \\ \text{cos}\theta(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i) & \text{sen}\theta(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i) \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (52)$$

para $i = 1, \dots, L$.

A solução de alguns problemas de controle na forma de LMIs, em casos que envolvem sistemas elétricos de potência de ordem elevada, pode resultar em esforços computacionais excessivos, de forma a restringir o uso do fator de amortecimento mínimo, especificado através do posicionamento regional de pólos, como objetivo de projeto (OLIVEIRA, 2006).

Neste contexto, este trabalho propõe o uso da energia da saída como um índice de desempenho a ser empregado no projeto dos controladores robustos para o amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa frequência. O uso da energia de saída corresponde a uma alternativa ao fator de amortecimento mínimo, pois possibilita o amortecimento das variações de uma variável escolhida, baseando-se em um limite superior estabelecido para o valor da energia referente a saída do sistema em malha fechada.

A Figura 5 apresenta uma comparação ilustrativa entre a utilização do fator de amortecimento mínimo, estabelecido através do posicionamento regional de polos, e a energia da saída como índice de desempenho.

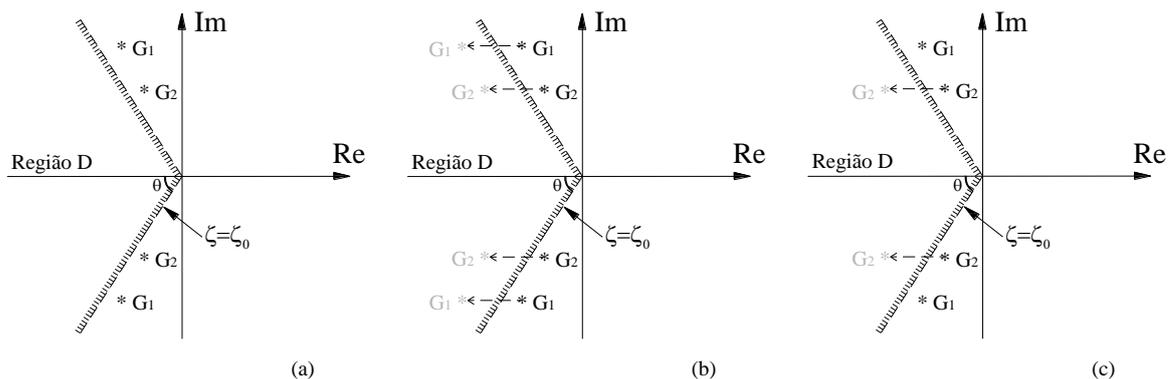


Figura 5 - Comparação ilustrativa entre o Posicionamento Regional de Polos e o uso da energia da saída como índice de desempenho.
Fonte: Autoria Própria (2011).

Na Figura 5(a) são apresentados os polos referentes ao modo eletromecânico de dois geradores de um sistema multimáquinas. A Região D estabelece o setor cônico aonde os polos de interesse devem ser posicionados. A

utilização do posicionamento regional de polos, Figura 5(b), implica que todos os polos do sistema devem ser alocados dentro da região determinada pelo fator de amortecimento mínimo escolhido. Esta técnica pode resultar em grandes esforços computacionais no caso de sistemas de ordem elevada. Neste sentido, a utilização da energia da saída como índice de desempenho aparece como alternativa, pois possibilita a imposição do amortecimento desejado apenas sobre os polos de interesse, conforme apresentado na Figura 5(c), exigindo menor dispêndio computacional.

3.3. ENERGIA DA SAÍDA COMO ÍNDICE DE DESEMPENHO

A imposição de limites para a energia de saída do sistema pode ser utilizada como índice de desempenho a ser atendido no projeto de controladores de amortecimento para sistemas elétricos de potência. Neste sentido, o modelo politópico em malha fechada, expresso pelas equações (53) e (54), deve ser considerado.

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad \tilde{\mathbf{x}}(0) = \tilde{\mathbf{x}}_0 \quad (53)$$

$$\mathbf{y}(t) = \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad (54)$$

onde $\mathbf{y}(t)$ é a saída do sistema em malha fechada e $\tilde{\mathbf{C}}$ é a matriz que define a saída do sistema em malha fechada.

A energia de saída do sistema expresso pelas equações (53) e (54) para uma condição inicial $\tilde{\mathbf{x}}(0)$ é definida como

$$\mathcal{E} = \int_0^{\infty} \mathbf{y}(t)^T \mathbf{y}(t) dt. \quad (55)$$

Considerando a existência de uma função quadrática de Lyapunov $V(\tilde{\mathbf{x}}(\tau))$ e sua derivada, dadas por

$$V(\tilde{\mathbf{x}}(t)) = \tilde{\mathbf{x}}^T(t) \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad \tilde{\mathbf{P}} > \mathbf{0} \quad (56)$$

$$\dot{V}(\tilde{\mathbf{x}}(t)) = \tilde{\mathbf{x}}^T(t) (\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i) \tilde{\mathbf{x}}(t) < -\mathbf{y}(t)^T \mathbf{y}(t), \quad (57)$$

que satisfazem o sistema politópico descrito anteriormente para todo $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ e $\mathbf{y}(t)$ para $i = 1, \dots, L$, a integral em ambos os lados da desigualdade (57) resulta em

$$V(\tilde{\mathbf{x}}(\tau)) + \int_0^\tau \mathbf{y}(t)^T \mathbf{y}(t) dt < V(\tilde{\mathbf{x}}(0)). \quad (58)$$

Tendo em vista que $\int_0^\infty \mathbf{y}(t)^T \mathbf{y}(t) dt$ será não negativa e $V(\tilde{\mathbf{x}}(\tau)) \geq 0$ para $\tilde{\mathbf{P}} > \mathbf{0}$, $V(\tilde{\mathbf{x}}(0)) = \tilde{\mathbf{x}}^T(0) \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{x}}(0)$ caracteriza-se como um limite superior para a energia da saída $\mathbf{y}(t)$ para uma determinada condição inicial $\tilde{\mathbf{x}}(0)$. Substituindo a equação (54) na desigualdade (57) obtém-se

$$\dot{V}(\tilde{\mathbf{x}}(t)) = \tilde{\mathbf{x}}^T(t) (\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i + \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{C}}) \tilde{\mathbf{x}}(t) < \mathbf{0} \quad (59)$$

que é assegurada pela desigualdade matricial $\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i + \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{C}} < \mathbf{0}$. Dessa forma, o limite superior para a energia da saída é garantido pelo conjunto de desigualdade matriciais expresso pelas equações (60) e (61),

$$\tilde{\mathbf{A}}_i^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_i + \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{C}} < \mathbf{0}, \quad (60)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}^T(0) \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{x}}(0) < \bar{\varepsilon}_0, \quad (61)$$

onde $\bar{\varepsilon}_0$ é o limite superior para a energia da saída.

A existência de matrizes $\tilde{\mathbf{P}}$, \mathbf{A}_C , \mathbf{B}_C e \mathbf{C}_C garante que a energia da saída do sistema em malha fechada será inferior a $\bar{\varepsilon}_0$ para uma determinada condição inicial $\tilde{\mathbf{x}}(0)$ (OLIVEIRA, 2006).

A expressão da saída do sistema em malha fechada adotada neste trabalho é dada por

$$\mathbf{z}(t) = [\mathbf{C} \mid \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_c(t) \end{bmatrix} \quad (62)$$

onde \mathbf{C} é a matriz que seleciona a variável de estado a ser adotada como saída do sistema.

A energia ε de saída do sistema pode oferecer informações a respeito do amortecimento de modos de resposta de interesse do sistema. Amplitudes crescentes em oscilações têm como consequência valores de ε tendendo a infinito no decorrer do tempo, ou seja, o sistema apresenta uma resposta estável apenas se o valor da energia de sua saída for limitado. A Figura 6 traz um exemplo ilustrativo onde são relacionados dois sinais hipotéticos de saída, $y_1(t)$ associado a um modo oscilatório não amortecido e $y_2(t)$, associado a um modo de resposta amortecido.

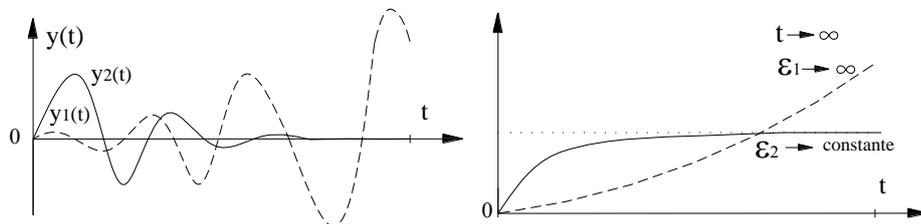


Figura 6 – Relação ilustrativa entre a energia de um sinal de saída associado a um modo amortecido e um sinal de saída associado a um modo não amortecido.
Fonte: Adaptado de OLIVEIRA (2006).

Através da ilustração pode-se perceber que a energia referente a saída $y_1(t)$ tende a infinito conforme o tempo tende a infinito, enquanto a energia referente a saída $y_2(t)$ apresenta um valor limitado.

O problema de projeto de controlador também pode ser formulado para que i -ésimo modo de resposta de interesse seja selecionado como saída do sistema, impondo um limite superior à energia da saída referente a este modo de resposta. A fim de que isto seja possível, considere que o modelo apresentado em (42) pode ser representado na forma

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t), \quad (63)$$

onde $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{V}$ e $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{W}\mathbf{B}$, com \mathbf{V} e \mathbf{W} sendo, respectivamente, os autovetores à direita e à esquerda de \mathbf{A} . A matriz $\bar{\mathbf{A}}$ é uma matriz diagonal com os autovalores de \mathbf{A} .

Através desta representação, os acoplamentos entre as variáveis de estado do modelo são eliminados. A relação entre o vetor de estados $\mathbf{x}(t)$ e a nova variável $\bar{\mathbf{x}}(t)$ é dada por

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{V}\bar{\mathbf{x}}(t). \quad (64)$$

Considerando $\mathbf{u}(t) = 0$, o modelo (63) pode ser reescrito como n equações desacopladas de primeira ordem na forma

$$\dot{\bar{x}}_i(t) = \lambda_i \bar{x}_i(t), \quad i = 1, \dots, n. \quad (65)$$

A solução analítica de (65), com relação ao tempo, é dada por

$$\bar{x}_i(t) = \bar{x}_i(0)e^{\lambda_i t}, \quad (66)$$

onde $\bar{x}_i(0)$ é o i -ésimo elemento do vetor de condição inicial $\bar{\mathbf{x}}(0)$.

Considerando a matriz na forma modal, isto é, os autovalores complexos da diagonal principal são transformados em blocos, onde a parte real do autovalor permanece na diagonal principal e a parte imaginária do autovalor é posicionada fora da diagonal, torna-se possível selecionar o i -ésimo modo de resposta como a saída do sistema (CHEN, 1999).

A energia do i -ésimo modo de interesse pode ser escrita como

$$\varepsilon_i = \int_0^{\infty} \bar{y}_i^T(t) \bar{y}_i(t) dt, \quad (67)$$

onde $\bar{y}_i(t) = \text{Re}(\bar{x}_i(t))$, com Re correspondendo à parte real, é dado por

$$\bar{y}_i(t) = \bar{C}_i \bar{x}(t). \quad (68)$$

Em (68), \bar{C}_i é a matriz que seleciona o i -ésimo modo de resposta de interesse como a saída do sistema. A solução analítica de (67), para o modo oscilatório $\lambda_i = \sigma_i + j\omega_i$, é dado por

$$\varepsilon_i = \frac{\bar{x}_i^2(0)}{\cos^2(\phi)} \left[\frac{(\sigma_i^2 + \omega_i^2) + \sigma_i^2 \cos(2\phi) + \sigma_i \omega_i \sin(2\phi)}{4\sigma_i (\sigma_i^2 + \omega_i^2)} \right], \quad (69)$$

onde $\phi = -\arcsin\left(\sigma_i / \sqrt{(\sigma_i^2 + \omega_i^2)}\right)$.

Através da equação (69) é possível determinar o valor de ε_i para um dado fator de amortecimento ζ_i , correspondente ao modo oscilatório λ_i .

3.4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE

Esta seção apresenta a metodologia de projeto de controladores de amortecimento para sistemas de potência utilizando a energia da saída do sistema como objetivo de projeto, a partir da formulação de controle estabelecida anteriormente. A metodologia visa gerar um controlador de ordem reduzida, caracterizando uma das vantagens desta metodologia quando comparada a outras técnicas de projeto baseadas em LMI.

A formulação proposta considera a estrutura tradicional de estabilizadores de sistema de potência, apresentada na seção 1.3, empregando dois blocos de avanço de fase. A função de transferência para o controlador proposto, representada na forma de espaço de estados, é dada por

$$\dot{\mathbf{x}}_{ck}(t) = \begin{bmatrix} -\alpha_k & 0 & 0 \\ \gamma_k - \alpha_k \beta_k & -\gamma_k & 0 \\ \beta_k \gamma_k - \alpha_k \beta_k^2 & \gamma_k - \beta_k \gamma_k & -\gamma_k \end{bmatrix} \mathbf{x}_{ck}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ \beta_k \\ \beta_k^2 \end{bmatrix} \dot{y}_k(t), \quad (70)$$

$$\mathbf{u}_k(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & K_{pssk} \end{bmatrix} \mathbf{x}_{ck}(t), \quad (71)$$

onde $\alpha_k = 1/T_{wk}$, $\beta_k = T_{1k}/T_{2k}$, $\gamma_k = 1/T_{2k}$. O vetor $\mathbf{x}_{ck}(t) \in R^{sv}$ corresponde as variáveis de estado do controlador e $\dot{y}_k(t) = \bar{\mathbf{C}}\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t)$ é a derivada da saída do sistema adotada como entrada de controle. Considerando as equações (70) e (71) na forma compacta obtém-se

$$\dot{\mathbf{x}}_{ck}(t) = \mathbf{A}_{ck} \mathbf{x}_{ck}(t) + \mathbf{B}_{ck} \dot{y}_k(t), \quad (72)$$

$$\mathbf{u}_k(t) = \mathbf{C}_{ck} \mathbf{x}_{ck}(t). \quad (73)$$

Tendo em vista que para cada gerador controlado do sistema, um conjunto de equações (72)-(73) deve ser gerado, é possível agrupar estes conjuntos de equações em um único modelo, na forma de

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_c \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{A}_{cnc} \end{bmatrix} \mathbf{x}_c(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{c1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{B}_{cnc} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t), \quad (74)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}_c(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{c1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{C}_{cnc} \end{bmatrix} \mathbf{x}_c(t). \quad (75)$$

Adotando a técnica da modelagem politópica, a fim de que seja garantida a estabilidade do sistema para múltiplas condições de operação, o sistema em malha fechada, resultante da conexão de (63) com (74)-(75), é dado por

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}_j \tilde{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_j & \bar{\mathbf{B}}_j \mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{A}}_j & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{x}_c(t) \end{bmatrix}, \quad (76)$$

$$\tilde{y}_i = \bar{y}_i = \tilde{\mathbf{C}}_i \tilde{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{x}_c(t) \end{bmatrix}, \quad (77)$$

onde $j=1,\dots,L$, L correspondendo ao número de condições de operação consideradas, e \tilde{y}_i corresponde ao i -ésimo modo de resposta de interesse do sistema (BOYD et al., 1994).

A formulação LMI correspondente a imposição de um limite superior para a energia da saída do sistema, considerando o sistema em malha fechada apresentado anteriormente, é dado por

$$\tilde{\mathbf{A}}_j^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_j + \tilde{\mathbf{C}}_i^T \tilde{\mathbf{C}}_i < \mathbf{0}, \quad (78)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}^T(0) \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{x}}(0) < \bar{\varepsilon}_0. \quad (79)$$

3.4.1. Metodologia V-K

O conjunto de equações que define a formulação LMI para a imposição de um limite superior a energia da saída de um determinado modo de interesse do sistema, corresponde a uma desigualdade matricial com termos não lineares sobre as variáveis $\tilde{\mathbf{A}}(\gamma, \beta, K_{pss})$ e $\tilde{\mathbf{P}}$. Desigualdades matriciais como as apresentadas pelas equações (78) e (79), são denominadas como desigualdade matricial bilinear ou BMI, do Inglês, *Bilinear Matrix Inequality*, e usualmente não podem ser solucionadas através de solvers LMI convencionais.

Deste modo, a solução de BMIs pode ser encontrada através de métodos que realizem uma busca iterativa por soluções LMI. A metodologia V-K é empregada neste trabalho a fim de que seja obtida a solução das BMIs representadas pelas equações (78) e (79), tendo em vista que fixando um valor para $\tilde{\mathbf{A}}(\gamma, \beta, K_{pss})$ ou $\tilde{\mathbf{P}}$, (78) se torna uma LMI (SKELTON, IWASAKI e GRIGORIADIS, 1998).

A implementação da metodologia V-K pode ser realizada através do seguinte algoritmo iterativo:

1. Fixe \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c e \mathbf{C}_c e minimize δ sobre $\tilde{\mathbf{P}}_j$, sujeito às LMIs

$$\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}^T > \mathbf{0}, \quad \tilde{\mathbf{A}}_j^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}_j + \tilde{\mathbf{C}}_i^T \tilde{\mathbf{C}}_i < \delta \mathbf{I}, \quad (80)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}^T(0) \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{x}}(0) < \bar{\varepsilon}_0. \quad (81)$$

2. A partir do resultado do passo anterior, fixe $\tilde{\mathbf{P}}_j$, $j=1, \dots, L$, e minimize sobre \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c e \mathbf{C}_c , sujeitos às LMIs (80)-(81). A solução de (78)-(79) corresponde à solução das LMIs (80)-(81), a partir de um valor negativo de δ .

Considerando as características no domínio da frequência do controlador especificado, a convergência do algoritmo apresentado anteriormente pode ser melhorada.

Através da análise de resíduos, pode-se estabelecer uma faixa de compensação de fase necessária para adicionar amortecimento ao modo de resposta de interesse, além de restringir o conjunto das soluções factíveis à apenas controladores fisicamente aplicáveis (PAGOLA, PÉREZ-ARRIAGA e VERGHESE, 1989). A restrição da faixa de compensação de fase pode ser obtida através da fixação dos parâmetros α_k e β_k , na equação (70), reduzindo a quantidade de variáveis escalares do problema. Serão empregados valores típicos de projeto para o parâmetro α_k do filtro *washout*. Usualmente, as constantes de filtros são da ordem de 3 e 20 segundos (KUNDUR, 1994). O parâmetro β_k , que determina a máxima compensação de fase do k -ésimo controlador, considerando um valor de compensação previamente estabelecido, pode ser descrito por

$$\beta_k = \frac{T_{1k}}{T_{2k}} = \frac{1 + \text{sen}(\varphi_{\max k})}{1 - \text{sen}(\varphi_{\max k})}, \quad (82)$$

onde $\varphi_{\max k}$ é a máxima compensação de fase que pode ser inserida pelo k -ésimo controlador. A máxima compensação de fase é obtida através da análise do ângulo de fase do resíduo da função de transferência relacionada ao i -ésimo modo de

interesse, e corresponde ao ângulo para o qual uma variação de ganho do controlador faz com que o autovalor correspondente a este modo se desloque em direção ao semi-plano esquerdo do plano complexo.

A frequência ω_k para qual a máxima compensação de fase acontece é dada por

$$\omega_k = \frac{\gamma_k}{\sqrt{\beta_k}}. \quad (83)$$

onde γ_k é uma variável de decisão e determina a faixa de frequências para as quais o controlador insere máxima compensação de fase. Deste modo, impor limites a esta variável corresponde a restringir a compensação de fase para a frequência ω_i do modo de resposta de interesse. A limitação imposta no algoritmo é dada por

$$\gamma_{\min k-10^\circ} < \gamma_k < \gamma_{\max k+10^\circ}, \quad (84)$$

onde $\gamma_{\min k-10^\circ}$ e $\gamma_{\max k+10^\circ}$ são respectivamente os limites inferior e superior para γ_k , correspondendo a compensação de fase de $\varphi_{\max k} - 10^\circ$ e $\varphi_{\max k} + 10^\circ$. Desvios de $\pm 10^\circ$ para a máxima compensação de fase são adequados tendo em vista que $\varphi_{\max k}$ assegura amortecimento adicional ao modo de interesse (ABOUL-ELA et al., 1996).

O ganho proporcional K_{pss_k} do estabilizador de sistemas de potência, devido a considerações práticas, é restrito a valores entre 0 e 50 p.u., ou seja, $0 < K_{pss_k} < 50$, pois valores elevados de ganho podem levar o controlador a saturação, além de amplificar dinâmicas de alta frequência. Um maior detalhamento do algoritmo anteriormente apresentado pode ser encontrado em (OLIVEIRA, RAMOS e BRETAS, 2010).

4. ANÁLISES E RESULTADOS

A fim de avaliar a eficiência da metodologia de projeto proposta, foram elaboradas seqüências de testes envolvendo dois modelos de sistemas de potência. O objetivo dos estudos é avaliar a capacidade da formulação proposta em assegurar um fator de amortecimento mínimo para os modos de interesse do sistema, através da imposição de um limite superior de energia em sua resposta de saída.

Neste capítulo serão apresentadas as respostas obtidas nas análises modais e simulações não-lineares realizadas, envolvendo os dois sistemas teste. Os modelos de sistemas adotados são amplamente utilizados em estudos de estabilidade a pequenas perturbações, e diversos estudos e análises envolvendo tais sistemas podem ser encontradas, tais como (KUNDUR, 1994) (OLIVEIRA, 2006) (OLIVEIRA, 2007) (RODRIGUES, 2007).

4.1. ESTUDO DE CASO 1

Os primeiros testes realizados envolvem um sistema fictício composto por quatro geradores e duas áreas interligadas por uma linha de transmissão longa. Conforme citado anteriormente, este sistema é bastante empregado em estudos de estabilidade a pequenas perturbações. Os dados completos deste sistema podem ser encontrados em (KUNDUR, 1994), e a Figura 7 apresenta seu diagrama unifilar.

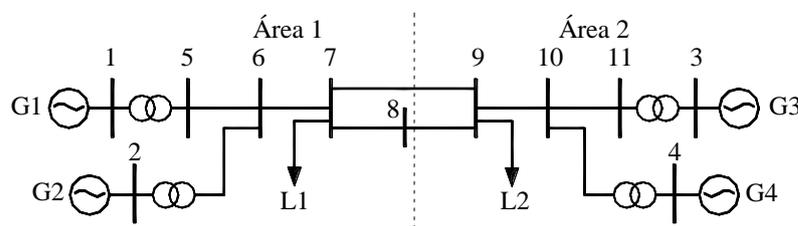


Figura 7 – Diagrama unifilar Sistema teste 1.
Fonte: OLIVEIRA (2006).

A topologia deste sistema o torna interessante para estudos de estabilidade, pois, em função da linha de transmissão interligando as duas áreas, surge um modo inter-área nos geradores 1 e 2, que oscilam coerentemente contra

os geradores 3 e 4. Também podem ser observados dois modos locais de oscilação, resultado das oscilações dos geradores 1 e 2 e dos geradores 3 e 4 um contra o outro.

A fim de obter uma representação simplificada do sistema operando com baixo, médio e alto carregamento, foram considerados nos testes três condições de operação, um caso base e variações de carga de $\mp 10\%$ em relação ao caso base. As condições de operação do caso base podem ser encontradas em (OLIVEIRA, 2006).

A modelagem do sistema foi realizada conforme o modelo de gerador síncrono, cargas e sistema de transmissão apresentado no Capítulo 2. Nos teste considerou-se que cada gerador conta com um regulador de tensão, estes representados por um modelo de primeira ordem.

O sistema da Figura 7 em malha aberta (sem nenhum controlador de amortecimento) é instável nas três condições de operação, caso base a variações de carga de $\mp 10\%$. A Figura 8 apresenta os autovalores referentes aos modos eletromecânicos do sistema em malha aberta, para as três condições de operação.

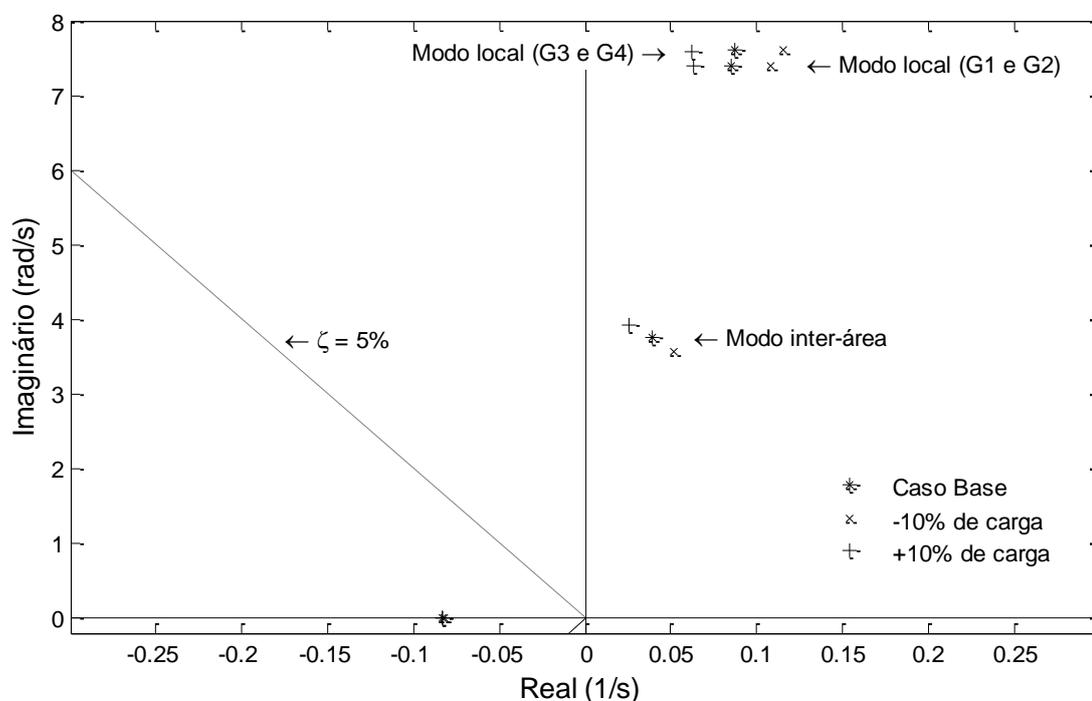


Figura 8 - Autovalores relacionados aos modos eletromecânicos do sistema em malha aberta, para as três condições de operação.

A fim de validar a análise modal do sistema em malha aberta foi realizada uma simulação não-linear considerando o sistema operando conforme as condições estabelecidas pelo caso base. Nas simulações os modos oscilatórios foram excitados através de um curto-circuito de duração de 32 ms na barra 8 em $t = 2$ s. Ao término do curto circuito, as linhas 7-8 e 8-9 foram desligadas a fim de isolar do defeito. Após 200 ms, em $t = 2,032$ s, a topologia inicial do sistema foi restabelecida. Esta mesma falta foi aplicada nas restantes simulações não-lineares referentes a este estudo de caso. A Figura 9 apresenta a resposta das velocidades dos geradores à falta descrita.

De acordo com as Figura 8 e Figura 9, fica evidente que os modos locais e o modo inter-área do sistema são instáveis em malha aberta.

Antes de aplicar a abordagem proposta, um controlador de amortecimento foi inserido no gerador G3 para amortecer o modo eletromecânico local associado à área 2. Os parâmetros referentes a esse controlador foram retirados da literatura e detalhes a respeito do projeto do controlador podem ser obtidos em (KUNDUR, 1994).

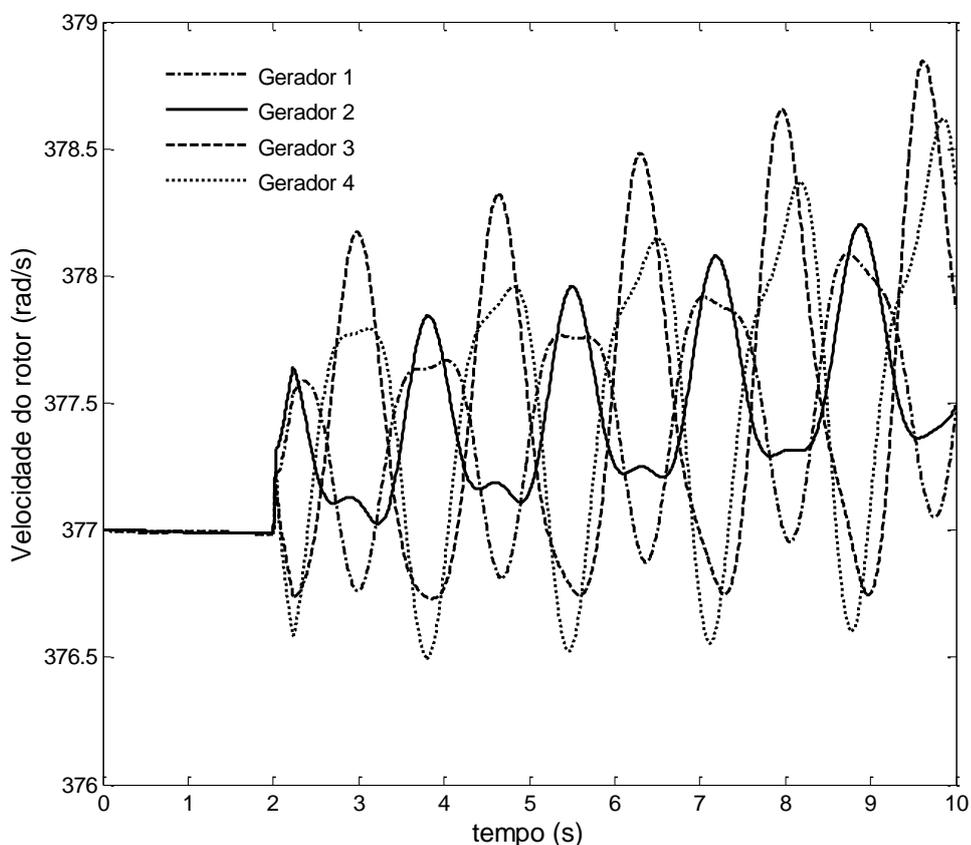


Figura 9 - Velocidade dos rotores dos geradores do sistema teste 1 em malha aberta, para a condição de operação do caso base.

A Figura 10 apresenta os autovalores referentes aos modos eletromecânicos de oscilação do sistema teste, para as três condições de operação, considerando o controlador inserido no gerador 3.

Através da Figura 10 é possível observar que o modo local referente aos geradores 3 e 4 e o modo inter-área agora são estáveis, com amortecimento de aproximadamente 5,33% e 4,60%, respectivamente, para o caso base. Também se pode notar que o modo local referente aos geradores 1 e 2 permaneceu instável, com amortecimento de aproximadamente -1,14%, não apresentando alterações após a inserção do controlador de amortecimento no gerador 3.

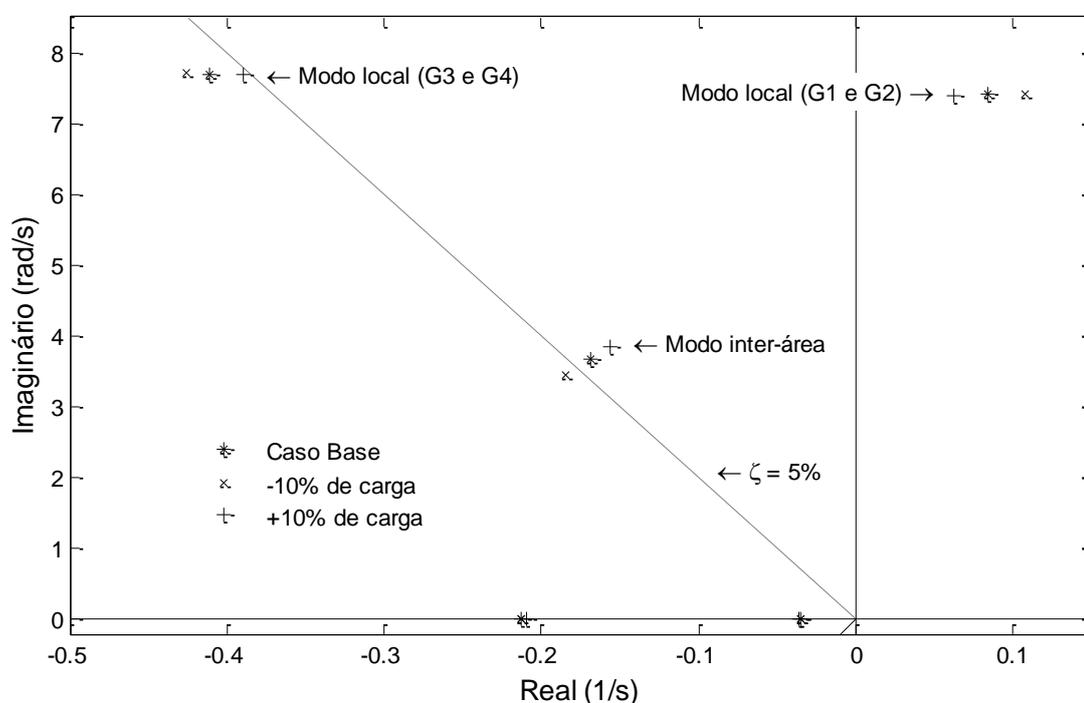


Figura 10 – Autovalores relacionados aos modos eletromecânicos do sistema, com o controlador de amortecimento inserido no gerador 3.

A Figura 11 apresenta a resposta das velocidades dos geradores, considerando a perturbação descrita para o sistema em malha aberta, para o sistema após a inserção do controlador de amortecimento no gerador 3, considerando o sistema operando conforme o caso base.

Através da Figura 11 é possível observar que a resposta não-linear do sistema se mostra adequada com a análise modal realizada, pois os as velocidades dos geradores 3 e 4 apresenta uma resposta amortecida, enquanto as velocidades dos geradores 1 e 2 apresentam uma resposta instável.

Através da análise de resíduos, verifica-se que a inserção de um controlador para os geradores 1 e 2, é suficiente para estabilizar o modo de oscilação local instável referente a estes dois geradores. Todavia, conforme constatado pelos testes realizados após a inserção do controlador no gerador 3, acrescentar um controlador aos geradores 1 e 2 não introduz amortecimento ao modo local da área 2, pois o mesmo não pode ser controlado pelas entradas de controle dos geradores da área 1. Desta forma, projetar um controlador de amortecimento apenas para os geradores 1 e 2 através da técnica do posicionamento regional de polos, se torna inviável, pois, a mesma se apresentaria incapaz de posicionar o modo local da área 2 dentro de uma região no plano complexo referente a um amortecimento superior a 10%, por exemplo, tendo em vista que esta técnica requer que todos os polos do sistema estejam localizados nesta região, e o controlador projetado não atuaria sobre os modos de resposta dos geradores 3 e 4.

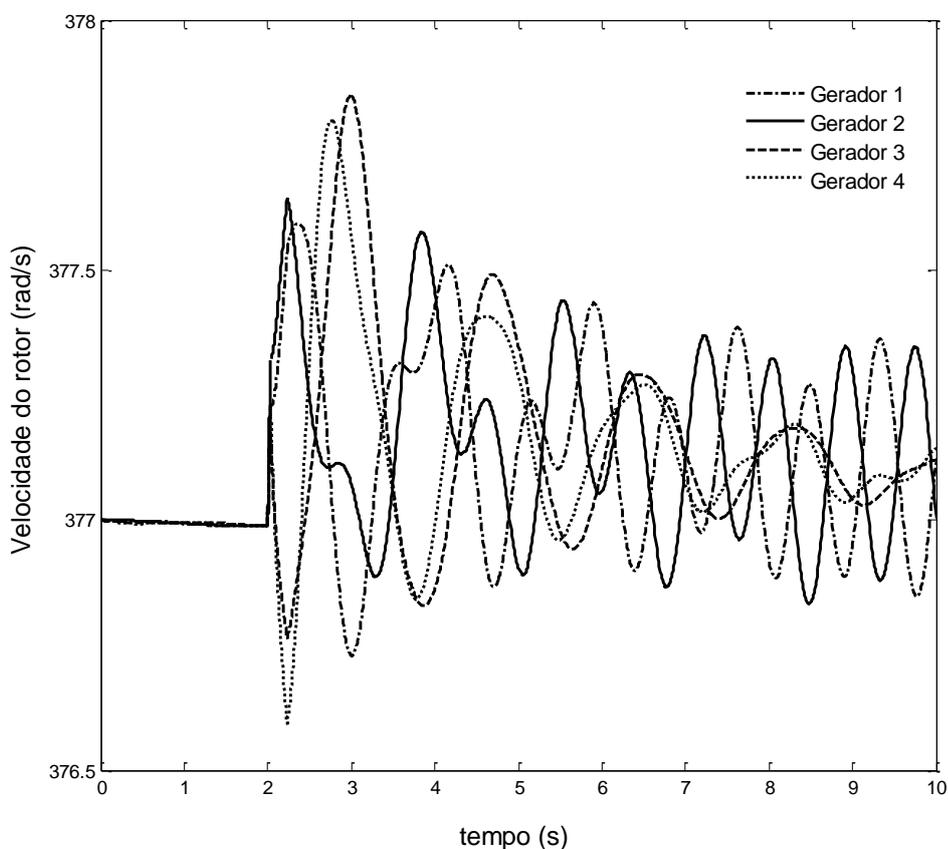


Figura 11 - Velocidade dos rotores dos geradores do sistema teste 1 após a inserção do controlador no gerador 3, para a condição de operação do caso base.

Neste contexto, a metodologia proposta foi empregada para gerar um controlador de amortecimento baseado na energia da saída do modo de interesse, capaz de solicitar um amortecimento superior a 10% apenas para o modo local da área 1. Desta forma, adotou-se a velocidade do gerador 1 como entrada de controle, e o modo oscilatório local referentes aos geradores 1 e 2 como saída do sistema em malha fechada.

Estabeleceu-se uma condição inicial de 0,2 para o modo de interesse, $\bar{x}_{\text{interesse}}(0)=0,2$, e uma condição nula para os demais modos de resposta, ou seja, $\bar{x}_i(0)=0$ para $i=1,\dots,n$. O limite superior para a energia da saída do modo de resposta de interesse foi obtida através da equação (69), considerando a frequência do modo local de interesse e um fator de amortecimento desejado de 10%, obteve-se um valor correspondente a $\varepsilon=0.0129$.

Através da análise do resíduo da função de transferência, estabeleceu-se que, para o amortecimento do modo de resposta de interesse, é necessário o avanço de fase correspondente a um ângulo de compensação de fase $\varphi=34,5^\circ$. A partir da equação (82), obteve-se o valor do parâmetro $\beta=3,57$, e considerando um limite superior de $\pm 10^\circ$ para o ângulo de compensação de fase, a partir da equação (84) estabeleceu-se as margens do parâmetro γ como $11,73 < \gamma < 17,96$. A solução para formulação de controle proposta foi obtida através do solver 'mincx', disponível no *LMI Toolbox* do MATLAB®. O processo iterativo levou cerca de 3,96 segundos em um computador equipado com um processador Dual-Core 2.10 GHz e 3 GB de memória RAM.

A Figura 12 apresenta os autovalores do sistema após a inserção do controlador projetado para o gerador 1. Através desta figura, pode-se perceber que a inclusão do controlador de amortecimento projetado através da formulação de controle proposta, além de assegurar um amortecimento maior que os 10% especificados, não interferiu de forma significativa na resposta dos modos eletromecânicos locais referentes aos geradores da área 2. O controlador projetado garantiu cerca de 11,4% de amortecimento para os modos locais da área 1 para o caso base.

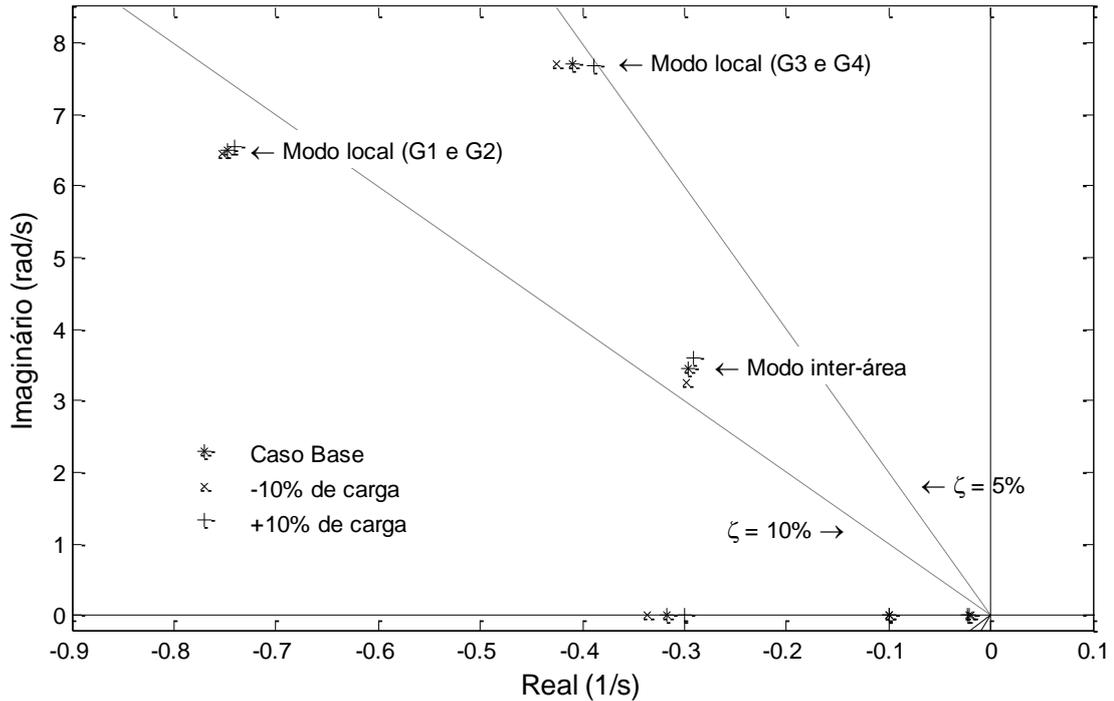


Figura 12 - Autovalores relacionados aos modos eletromecânicos do sistema, com o controlador de amortecimento projetado para o gerador 1.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros obtidos para o PSS projetado pela metodologia proposta.

Tabela 1 – PSS projetado para o gerador 1.

Gerador	T_w (s)	K_{pss} (p.u./p.u.)	T_{11} e T_{12} (s)	T_{21} e T_{22} (s)
1	10	15,11	0,591	0,166

A análise modal abordada anteriormente foi validada através de uma simulação não-linear, onde, o controlador projetado foi inserido no controlador 1, visando amortecer o modo oscilatório local da área 1. A Figura 13 apresenta as velocidades dos rotores dos geradores do sistema, em malha fechada, para esta situação.

As análises lineares e simulações não-lineares apresentadas neste estudo de caso evidenciaram que a metodologia proposta, é capaz de gerar um controlador robusto de amortecimento, capaz de garantir, a um determinado modo de interesse, um amortecimento previamente especificado através de um limite superior para a energia de saída relacionada a este modo.

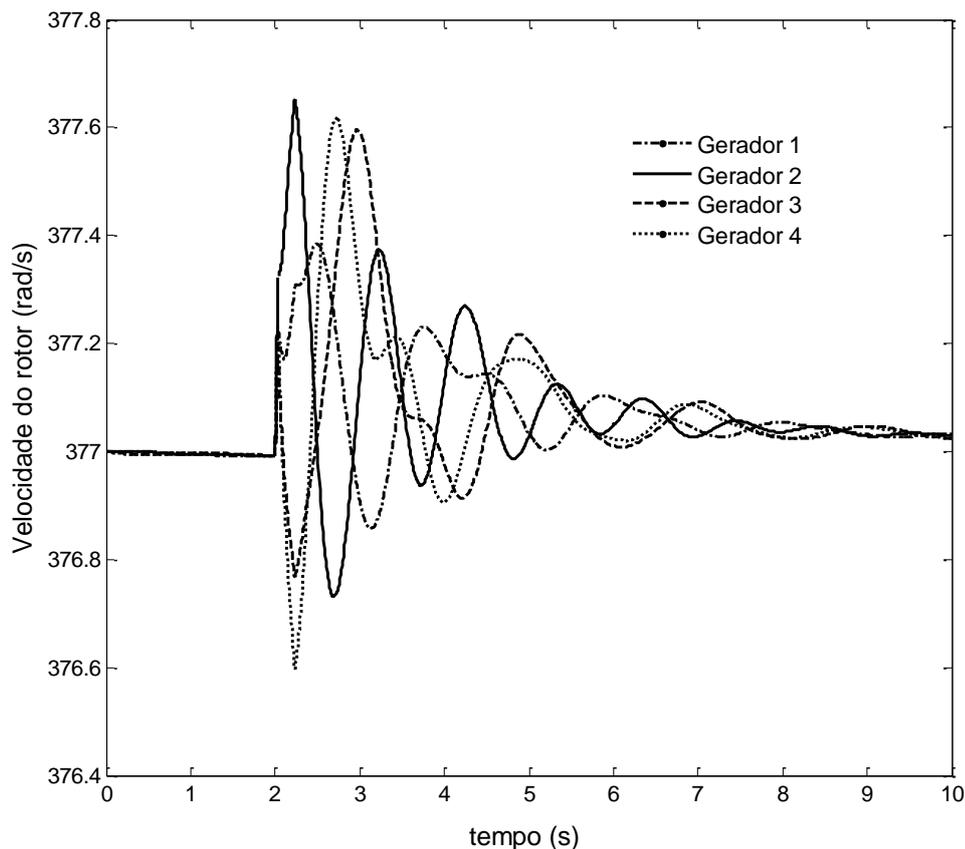


Figura 13 - Velocidade dos rotores dos geradores do sistema teste 1 após a inserção do controlador projetado para o gerador 1, para a condição de operação do caso base.

4.2. ESTUDO DE CASO 2

A fim de averiguar a eficiência dos controladores projetados, foi realizada uma segunda sequência de testes, utilizando desta vez um modelo de sistema de maior porte. Assim como o modelo fictício empregado no caso anterior, este modelo também é largamente utilizado em estudos de estabilidade a pequenas perturbações, é constituído por 68 barras e 16 geradores e trata-se de um modelo de ordem reduzida da interconexão *New England / New York* e seus dados completos podem ser encontrados em (OLIVEIRA, 2006). A Figura 14 apresenta o diagrama unifilar deste sistema.

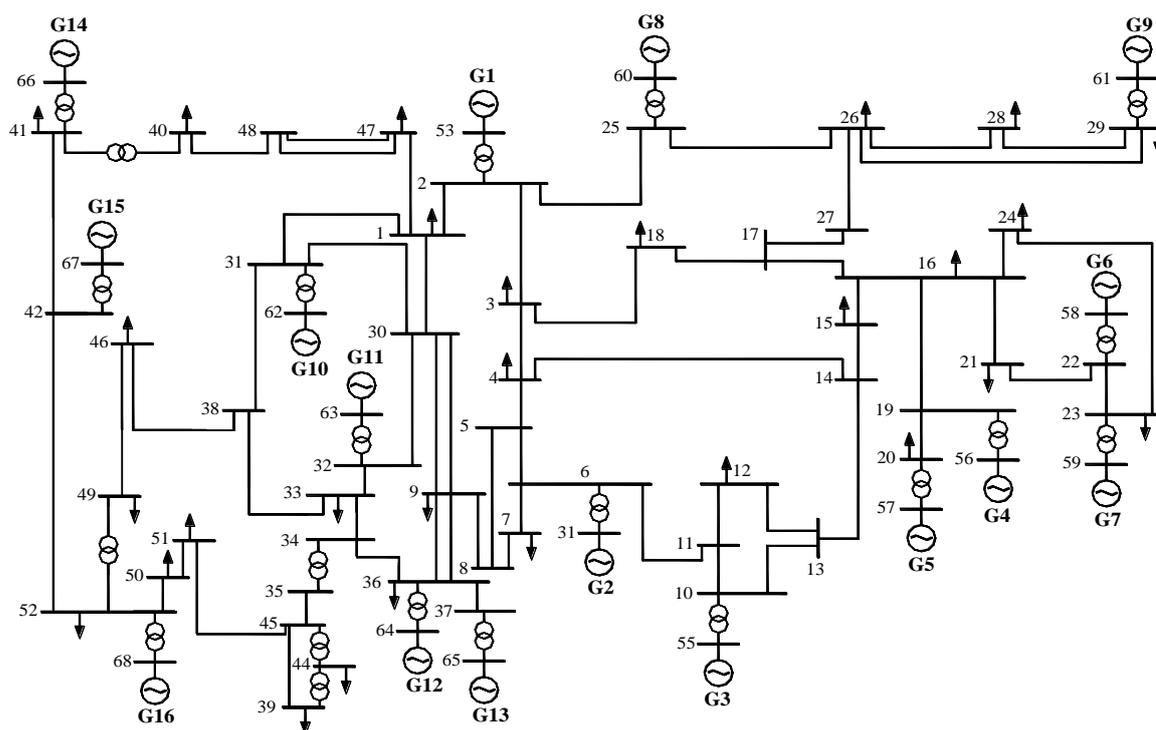


Figura 14 – Diagrama unifilar do sistema teste 2, baseado no sistema interligado New England / New York.

Fonte: OLIVEIRA (2006).

Através de análises modais observou-se que o sistema possui 15 modos oscilatórios, 13 na faixa de frequência dos modos locais, e 2 na faixa de frequência dos modos inter-área. Os reguladores de tensão empregados nos 16 geradores do sistema teste 2 tem parâmetros $K_e = 100$ e $T_e = 0.01$ s.

É considerado um cenário inicial onde 12 dos geradores do sistema possuem PSSs a fim de amortecer as oscilações eletromecânicas e aumentar a margem de estabilidade do sistema a pequenas perturbações. Os controladores de amortecimento estão posicionados, conforme a Figura 14, nos geradores numerados como 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 15 e 16. Os parâmetros dos PSS's inseridos no sistema podem ser encontrados na Tabela 2.

No procedimento de projeto empregado, foi considerado um polítopo com três vértices, um vértice correspondente as condições de operações do caso base, e variações de $\pm 10\%$ de carga em relação as condições de operação do caso base.

A Figura 15 apresenta os autovalores do sistema, para o caso base de operação, a partir da inclusão dos PSSs mencionados na Tabela 2. Nesta figura é possível identificar os 15 modos eletromecânicos de oscilação, e pode-se perceber a

presença de um modo eletromecânico instável, na faixa de frequência de modos eletromecânicos locais, referentes aos geradores 12 e 13.

Tabela 2 – Parâmetros dos PSSs inicialmente inseridos no sistema.

Gerador	T_w (s)	K_{pss} (p.u./p.u.)	T_{11} e T_{12} (s)	T_{21} e T_{22} (s)
1	10	6,0	0,3183	0,1816
2	10	10,0	0,3150	0,1277
3	10	12,1	0,3065	0,1075
4	10	14,0	0,2204	0,1112
5	10	10,0	0,2910	0,1712
7	10	7,8	0,3010	0,1251
8	10	11,0	0,2000	0,0910
9	10	12,0	0,2910	0,1520
10	10	12,4	0,3065	0,1075
11	10	14,0	0,3614	0,1212
15	10	15,0	0,2420	0,1481
16	10	11,0	0,3411	0,1394

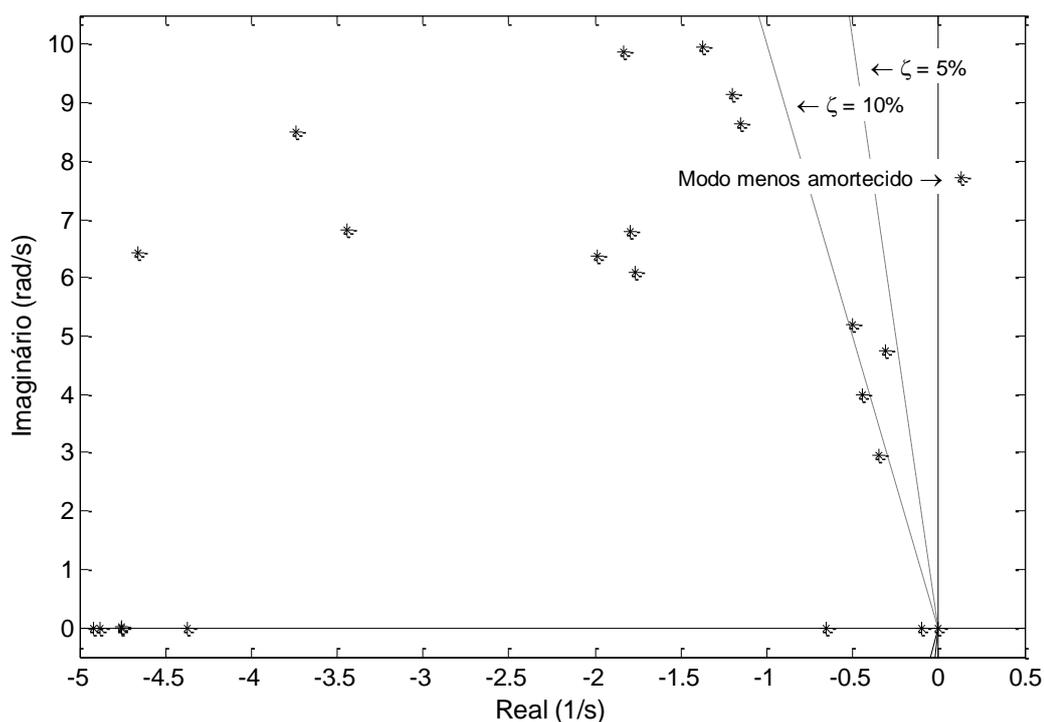


Figura 15 - Autovalores relacionados aos modos eletromecânicos do sistema, para o caso base.

A fim de validar a análise modal, foi realizada uma simulação não-linear considerando o sistema operando conforme as condições estabelecidas pelo caso base. Nas simulações os modos oscilatórios foram excitados através de um curto-circuito de duração de 32 ms na barra no ponto médio da linha 4-5 em $t = 2$ s. Ao término do curto circuito, as linhas são isoladas e após 200 ms, em $t = 2,032$ s, a

topologia inicial do sistema foi restabelecida. Esta mesma falta foi aplicada nas restantes simulações não-lineares referentes a este estudo de caso. A Figura 16 apresenta a resposta das velocidades dos geradores 3, 10 e 12 à falta descrita.

A simulação não-linear da Figura 16 se mostra condizente com a análise modal realizada, pois enquanto as velocidades dos geradores 10 e 3 possuem respostas amortecidas, a velocidade do rotor do gerador 12 apresenta uma resposta instável.

Propondo acrescentar amortecimento ao modo instável observado, a metodologia proposta foi empregada, a fim de inserir ao modo de interesse um amortecimento superior a 10%, apenas para o modo de resposta oscilatório local referente aos geradores 12 e 13. Adotou-se portando como entrada de controle a velocidade do gerador 12, e o modo de resposta instável como saída do sistema em malha fechada.

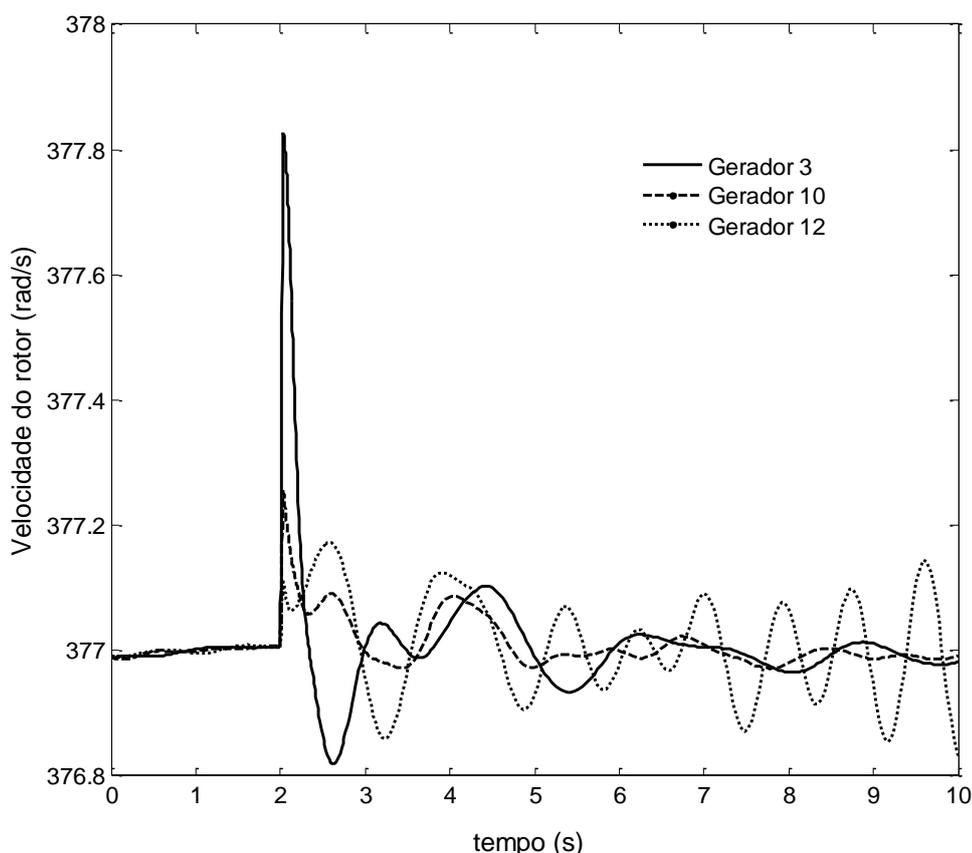


Figura 16 - Velocidade dos rotores dos geradores 3, 10 e 12 do sistema teste 2 para o cenário inicial proposto, considerando as condições de operação do caso base.

Estabeleceu-se uma condição inicial de 0,2 para o modo de interesse, $\bar{x}_{\text{interesse}}(0)=0,2$, a partir da qual, considerando sua frequência de resposta e um fator de amortecimento desejado superior a 10%, fazendo uso da equação (69), obteve-se como limite superior para a energia da saída do modo de resposta de interesse um valor correspondente a $\varepsilon = 0.0142$.

Através da análise do resíduo da função de transferência realizada em (OLIVEIRA, RAMOS e BRETAS, 2010), estabeleceu-se o valor do parâmetro $\beta = 2,85$, e as margens do parâmetro γ como $5,4 < \gamma < 13,4$. A solução para formulação de controle proposta foi obtida através do solver 'mincx', disponível no *LMI Toolbox* do MATLAB®. O processo iterativo levou cerca de 16 minutos e 43 segundos em um computador equipado com um processador Dual-Core 2.10 GHz e 3 GB de memória RAM.

A Figura 17 apresenta os autovalores do sistema após a inclusão do controlador robusto de amortecimento projetado para o gerador 12. Na figura pode-se perceber que o modo interesse em malha fechada apresenta amortecimento superior aos 10% especificados, cerca de 15,3% para o caso base, e não interferiu de forma significativa nos modos de resposta restantes do sistema. Os parâmetros do PSS projetado são apresentados na Tabela 3.

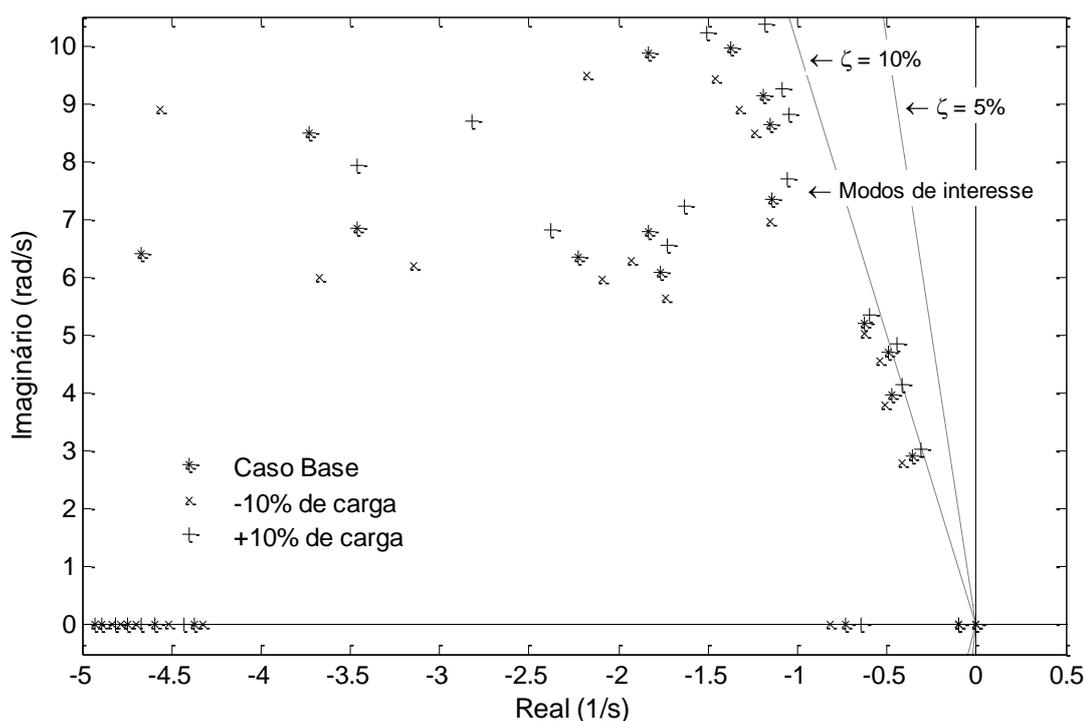


Figura 17 – Autovalores do sistema em malha fechada para as três condições de operação consideradas.

Tabela 3 – PSS projetado para o gerador 12.

Gerador	T_w (s)	K_{pss} (p.u./p.u.)	T_{11} e T_{12} (s)	T_{21} e T_{22} (s)
12	10	12,101	0,2774	0,0973

A Figura 18 apresenta a resposta das velocidades dos geradores 3, 10 e 12, após a inclusão do controlador projetado visando amortecer o modo de resposta referente ao modo eletromecânico local dos geradores 12 e 13.

Uma última sequência de análises e testes foi realizada visando avaliar a eficiência da metodologia proposta. O objetivo dos testes é projetar dois controladores para o sistema teste 2, de forma a amortecer dois modos de resposta distintos. Neste sentido, o PSS inicialmente inserido no gerador 3 foi retirado, de forma que o amortecimento dos modos relacionados a este gerador fosse degradada. Deste modo, os modos de interesse do sistema passam a ser os modos de resposta pouco amortecidos relacionados aos geradores 3 e 12.

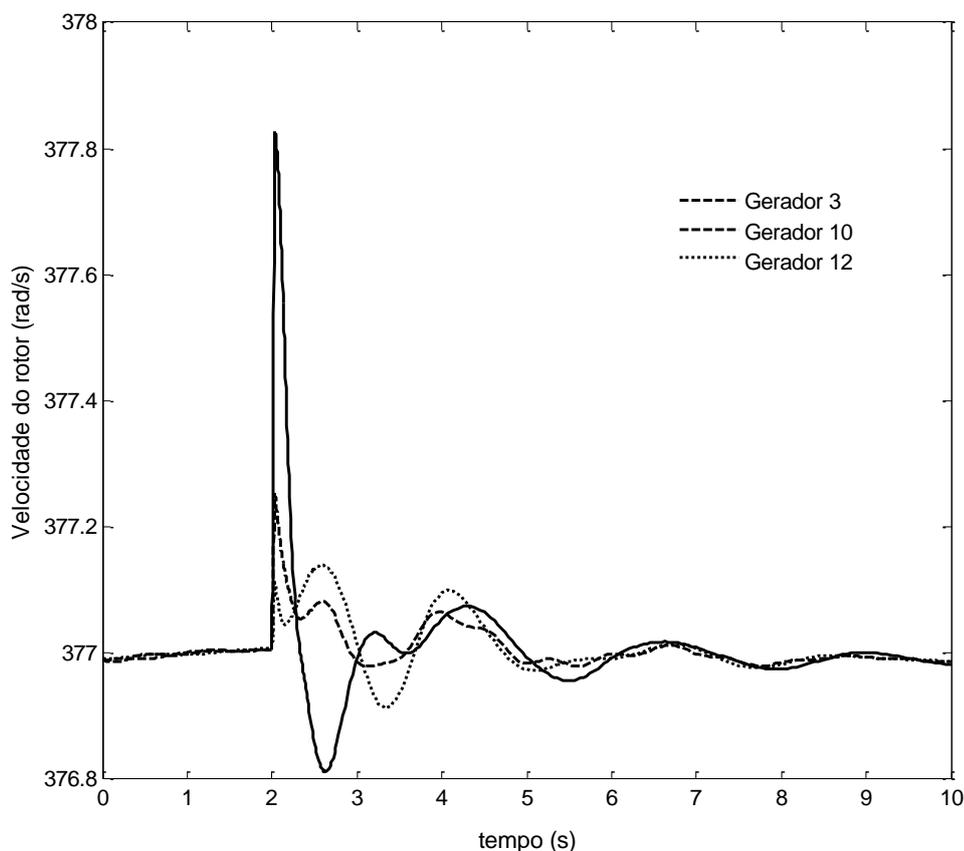


Figura 18 – Velocidade dos rotores dos geradores 3, 10 e 12 do sistema teste 2, para as condições de operação do caso base, após a inclusão do controlador projetado.

A Figura 19 apresenta os autovalores do sistema, considerando a retirada do controlador inicialmente inserido no gerador 3. Na figura pode-se perceber a presença de dois modos de resposta pouco amortecidos, um modo instável relacionado ao gerador 12, com aproximadamente -1,68% de amortecimento, e um modo de resposta fracamente amortecido, com aproximadamente 1,95% de amortecimento, relacionado ao gerador 3 do sistema teste.

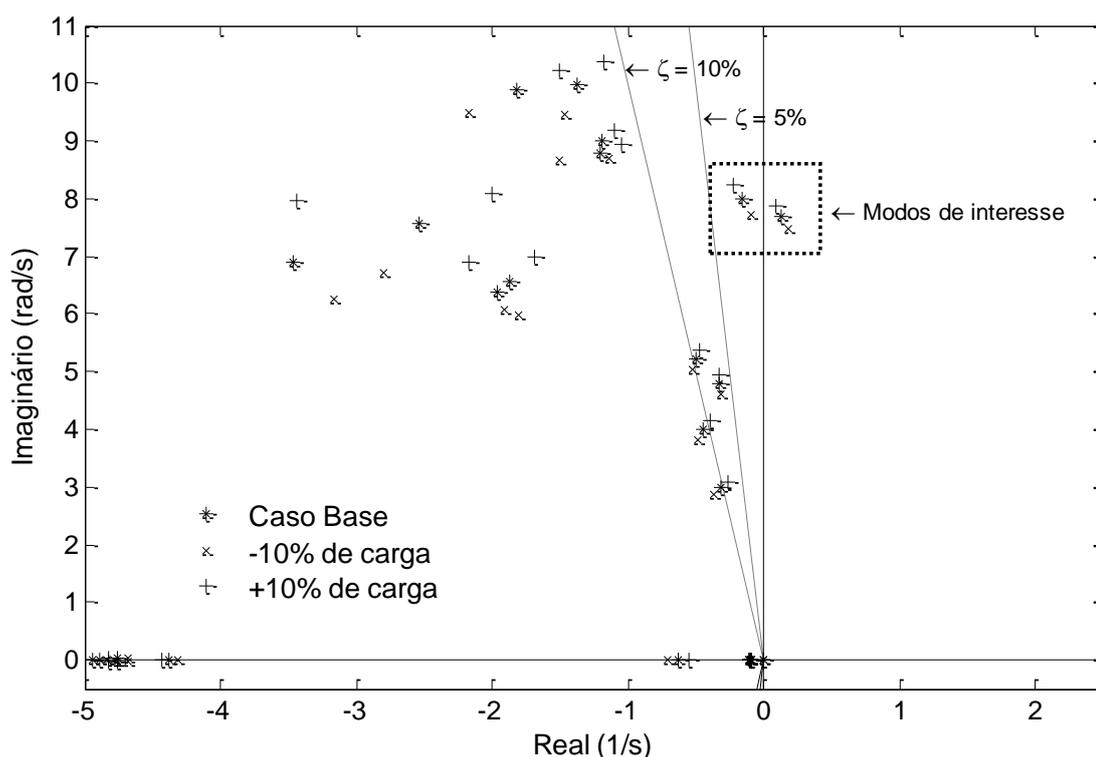


Figura 19 – Autovalores do sistema para as três condições de operação, após a retirada do PSS inicialmente inserido do gerador 3.

A fim de validar a análise modal realizada para a situação proposta anteriormente, foi realizada a simulação não linear apresentada na Figura 20, onde podem ser observadas as velocidades dos rotores dos geradores 3, 10 e 12, considerando o sistema operando conforme o caso base.

Visando inserir amortecimento aos dois modos de interesse destacados anteriormente um amortecimento superior a 10%, dois controladores baseados na metodologia proposta foram gerados. Adotou-se portando como entrada de controle as velocidades dos geradores 3 e 12, e os modos de resposta menos amortecidos como saída do sistema em malha fechada.

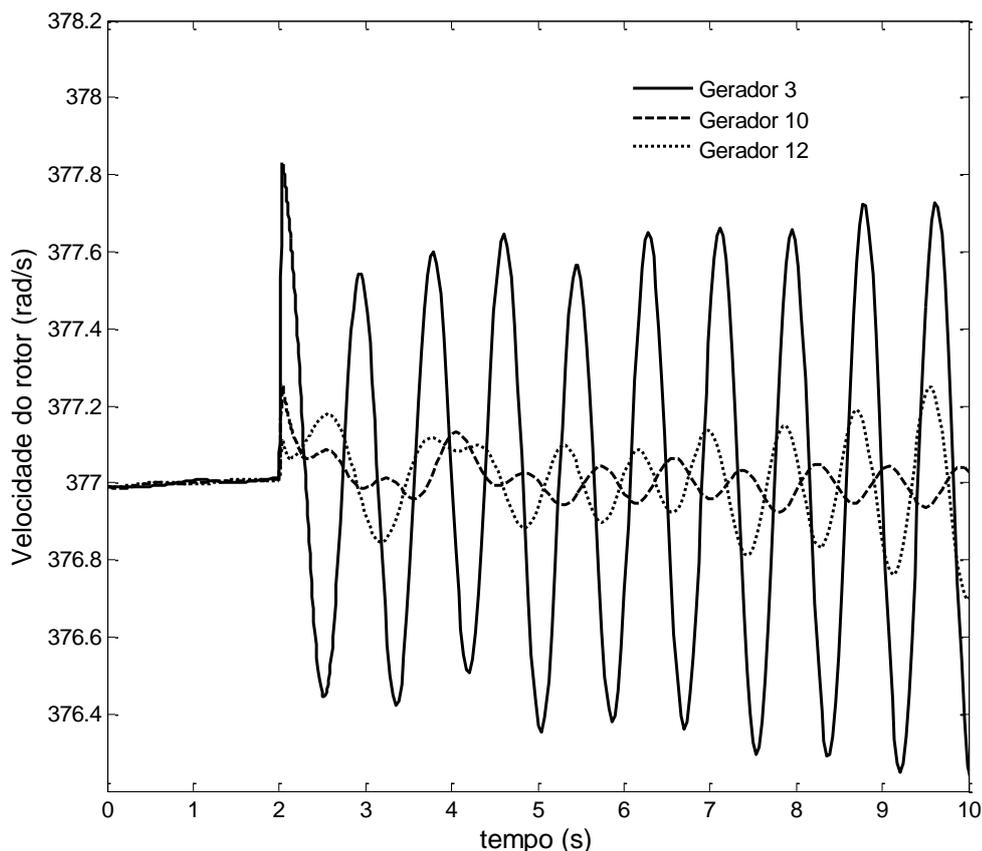


Figura 20 – Resposta das velocidades dos geradores 3, 10 e 12 do sistema teste 2, após a retirada do PSS do gerador 3, para as condições de operação do caso base.

A partir de uma condição inicial de 0,2 para ambos os modos de interesse, através da equação (69), obteve-se como limite superior para a energia da saída, correspondente aos modos relacionados aos geradores 3 e 12, $\varepsilon = 0.0125$ e $\varepsilon = 0.0142$ respectivamente. O processo iterativo, referente ao projeto dos dois controladores, levou cerca de 33 minutos e 36 segundos em um computador equipado com um processador Dual-Core 2.10 GHz e 3 GB de memória RAM.

A Figura 21 apresenta os autovalores do sistema após a inclusão dos dois controladores robustos de amortecimento projetados nos geradores 3 e 12. Na figura pode-se perceber que ambos os modos de interesse, após a inclusão dos controladores projetados a partir da metodologia proposta, foram deslocados para o interior da linha que delimita um amortecimento superior a 10%, conforme especificado na etapa de projeto.

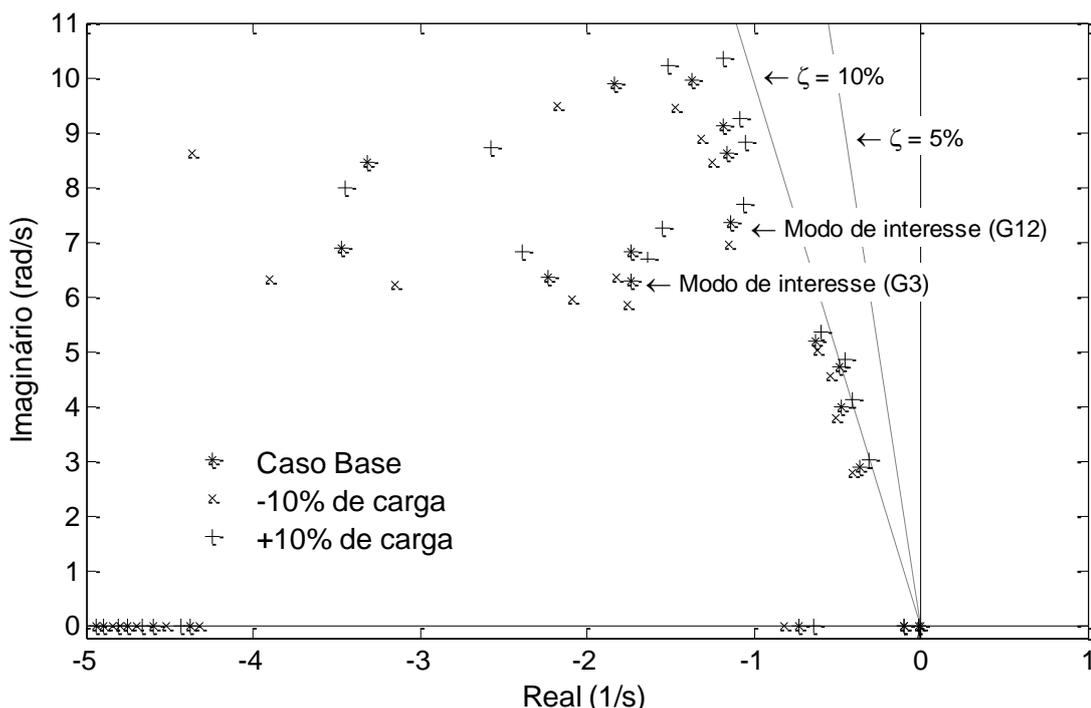


Figura 21 - Autovalores do sistema para as três condições de operação, após a inclusão dos controladores projetados nos geradores 3 e 12.

Os parâmetros dos controladores obtidos a partir da metodologia de projeto proposta, para os geradores 3 e 12, podem ser observados na Tabela 4.

Tabela 4 – PSS projetados para os geradores 3 e 12.

Gerador	T_w (s)	K_{pss} (p.u./p.u.)	T_{11} e T_{12} (s)	T_{21} e T_{22} (s)
3	10	12,103	0,2542	0,0892
12	10	12,101	0,2907	0,1020

A Figura 22 apresenta a resposta das velocidades dos geradores, para a perturbação descrita anteriormente, a fim de validar a análise modal apresentada na Figura 21.

As simulações e análises realizadas neste estudo de caso, visando confirmar a eficiência da metodologia de projeto proposta, em gerar controladores capazes de inserir um amortecimento previamente especificado através de um limite superior a um modo de resposta de interesse, comprovaram seu desempenho e sua possibilidade de aplicação em diferentes sistemas dinâmicos.

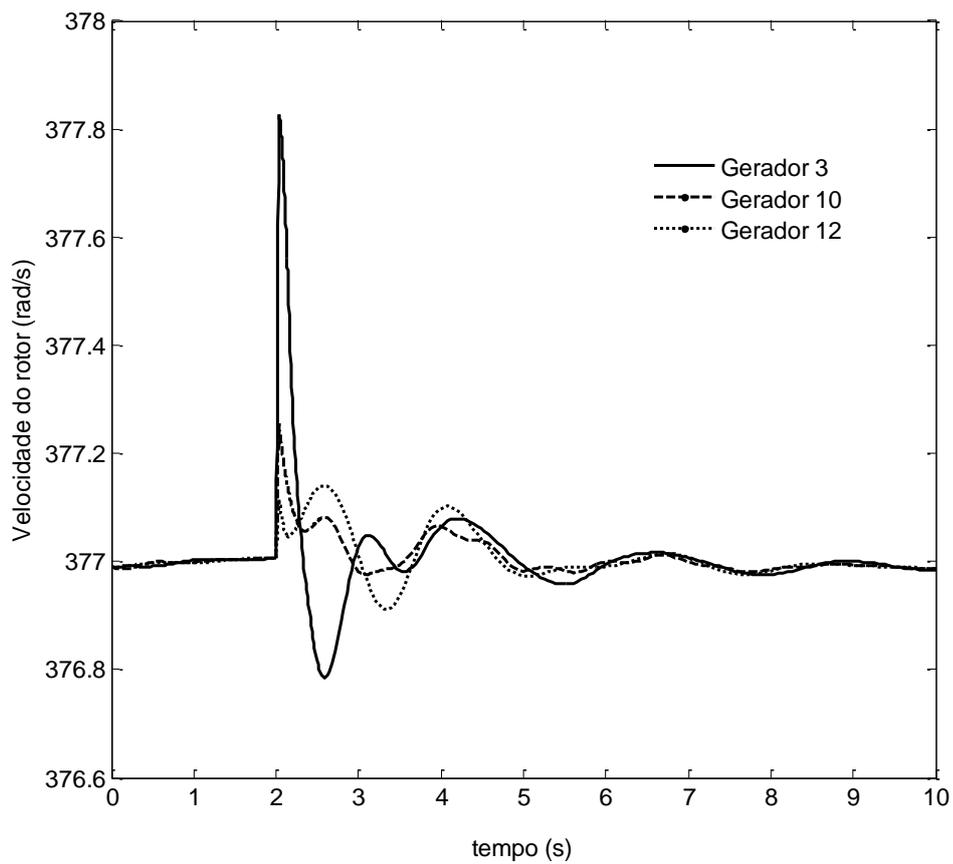


Figura 22 – Resposta das velocidades dos rotores dos geradores 3, 10 e 12, do sistema teste 2, considerando a inclusão dos controladores projetados para os geradores 3 e 12.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso de técnicas LMI em formulações de controle, muitas vezes pode ter seu desempenho comprometido ou aplicabilidade restringida, devido a ordem das dimensões das LMI resultantes da formulação do problema de controle, ou a adoção de índices de desempenho inadequados.

Em sistemas de potência, usualmente utiliza-se o fator de amortecimento mínimo como índice de desempenho a margem de estabilidade a pequenas perturbações destes sistemas. Especificar um fator de amortecimento mínimo através do posicionamento regional de polos na forma de LMIs traz consigo alguns inconvenientes, como o processamento computacional elevado no projeto de controladores para sistemas multimáquinas de ordem elevada, além da inadequação deste objetivo de projeto a algumas situações, conforme apresentado no Estudo de Caso 1.

Neste sentido, este trabalho propôs o uso da energia do sinal de saída do sistema como um índice de desempenho a ser empregado no projeto dos controladores robustos para o amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa frequência. O uso da energia do sinal de saída corresponde a uma alternativa ao fator de amortecimento mínimo. Também foi estabelecida uma relação entre a energia da saída de um modo de resposta de interesse, e o seu fator de amortecimento.

Através das análises e simulações realizadas, observou-se que o procedimento proposto é adequado para o projeto de controladores robustos de amortecimento de ordem reduzida, capazes de assegurar uma margem de estabilidade previamente especificada através da energia da saída de um modo de resposta de interesse. Nos estudos realizados observou-se que em algumas situações, a margem de estabilidade inserida pela metodologia proposta, para os modos de resposta de interesse, era impraticável se realizada através do tradicional posicionamento regional de polos.

A aplicação desta metodologia em unidades eólicas de geração, dispositivos FACTS, além da elaboração do problema de controle na forma de um único conjunto de LMIs, eliminando a necessidade da aplicação da metodologia V-K

na obtenção da solução do problema de controle, podem ser citados como trabalhos futuros a serem realizados.

6. REFERÊNCIAS

ABOUL-ELA, Magdy E. et al. Damping controller design for power system oscillations using global signals. **IEEE Trans Power Syst**, v. 11, p. 767-773, 1996.

ANDERSON, Paul M.; FOUAD, Abdel-Aziz A. **Power System Control and Stability**. [S.l.]: IEEE Press, 1994.

AYRES, Hugo M. **Aplicação do Controlador UPFC para o Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas em Sistemas Elétricos de Potência**. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. Campinas, p. 127. 2005.

BORGES, Rafael C. **Um algoritmo para sintonia de controladores robustos para amortecimento de modos intra-planta em sistemas de potência**. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, p. 94. 2009.

BOYD, Stephen et al. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.

CAMPOS, Victor; DA CRUZ, José J.; ZANETTA, Luiz C. Pole placement and robust adjustment of power systems stabilizers through linear matrix inequalities. **IEEE Power Systems Conference and Exposition**, Atlanta, USA, p. 2180-2187, 2006.

CASTOLDI, Marcelo F. **Algoritmo Híbrido para Projeto de Controladores de Amortecimento de Sistemas Elétricos de Potência Utilizando Algoritmos Genéricos e Gradiente Descendente**. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, p. 172. 2011.

CASTRO, Marcelo S. **A influência de controladores FACTS na estabilidade de ângulo a pequenas perturbações em sistemas elétricos de potência**. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. Campinas, p. 124. 2005.

CHEN, Chi-Tsong. **Linear System Theory and Design**. New York: Oxford University Press, 1999.

CHILALI, Mahmoud; GAHINET, Pascal. Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 41, n. 3, p. 358-367, March 1996.

CHILALI, Mahmoud; GAHINET, Pascal; APKARIAN, Pierre. Robust Pole Placement in LMI Regions. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 44, n. 12, p. 2257-2270, December 1999.

CRENSHAW, M. L. et al. Excitations systems models for power systems stability studies. **IEEE Transactions on Power Apparatus Systems PAS-100**, 1981. 494-508.

FURINI, Marcos A. **Estudo da estabilidade a pequenas perturbações em sistemas elétricos de potência multimáquinas sob a acção dos controladores FACTS TCSC e UPFC**. Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Ilha Solteira, p. 153. 2008.

GAUTAM, Durga et al. Control strategy to mitigate the impact of reduced inertia due to doubly fed induction generators on large power systems. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 26, p. 214-224, 2011a.

GAUTAM, Durga et al. Supplementary control for damping power oscillations due to increased penetration of doubly fed induction generators in large power systems. **IEEE Power Systems Conference and Exposition, Phoenix, USA**, p. 1-6, 2011b.

GOMES, Sergio; MARTINS, Nelson; PORTELA, Carlos. Computing small-signal stability boundaries for large-scale power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 18, n. 2, p. 747-752, May 2003.

JABR, Rabih A.; PAL, Bikash C.; MARTINS, Nelson. A sequential conic programming approach for the coordinated and robust design of power system stabilizers. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 25, p. 1627-1637, 2010.

KUNDUR, Prabha. **Power System Stability and Control**. [S.I.]: McGraw-Hill, 1994.

KUNDUR, Prabha et al. Definition and Classification of Power System Stability. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 19, p. 1387-1401, 2004.

NGUYEN, T. T.; GIANTO, R. Optimal design for control coordination of power system stabilisers and flexible alternating current transmission system devices with controller saturation limits. **IET Generation, Transmission & Distribution**, v. 4, p. 1028-1043, 2010.

OLIVEIRA, Ricardo V. **Projeto de controladores de amortecimento para sistemas elétricos de potência**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 143. 2006.

OLIVEIRA, Ricardo V. **Relatório de Atividades Pós-Doutorado Júnior**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 60. 2007.

OLIVEIRA, Ricardo V.; RAMOS, Rodrigo A.; BRETAS, Newton G. Influence os the Infinite-Bus Assumption in the Desing of Damping Controllers. **Proceeding os the IEEE Power Tech**, St. Petersburg, June 2005.

OLIVEIRA, Ricardo V.; RAMOS, Rodrigo A.; BRETAS, Newton G. **An algorithm for computerized automatic tuning of power system stabilizers**. Control Engineering Practice. [S.l.]: Elsevier Ltd. 2010. p. 45-54.

PAGOLA, Luis; PÉREZ-ARRIAGA, Ignacio J.; VERGHESE, George C. On sensitivities, residues and participations: applications to oscillatory stability analysis and control. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 4, p. 278-285, 1989.

RAMOS, Rodrigo A. **Procedimento de projeto de controladores robustos para o amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas de potência**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, p. 131. 2002.

RAMOS, Rodrigo A.; ALBERTO, Luís F. C.; BRETAS, Newton G. A New Methodology or de Coordinated Design of Robust Decentralized Power System Damping Controllers. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 19, n. 1, p. 444-454, February 2004.

RAMOS, Rodrigo A.; C., Alberto L. F.; BRETAS, Newton G. Modelagem de máquinas síncronas aplicada ao estudo de estabilidade de sistemas elétricos de potência. **Publicações EESC**, São Carlos, 2000.

RODRIGUES, Carolina R. **Utilização da modelagem politópica para a avaliação da margem de estabilidade a pequenas perturbações em sistemas de potência**. Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, p. 82. 2007.

SIMÕES, Alberto M. et al. Robust design of a TCSC oscillation damping controller in a weak 500-kV interconnection considering multiple power flow scenarios and external disturbances. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 24, p. 226-236, 2009.

SKELTON, Robert E.; IWASAKI, Tetsuya; GRIGORIADIS, Karolos M. **A Unified Algebraic Approach to Linear Control Design**. London: Taylor & Francis, 1998.