

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELÉTRICA  
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

LUCAS RAONE GOMES OLIVEIRA

**DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE CONTROLE  
PARA RETIFICADOR PWM TRIFÁSICO ELEVADOR DE  
TENSÃO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PATO BRANCO

2018

LUCAS RAONE GOMES OLIVEIRA

# **DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE CONTROLE PARA RETIFICADOR PWM TRIFÁSICO ELEVADOR DE TENSÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Engenharia Elétrica da Coordenação de Engenharia Elétrica - COELT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Câmpus Pato Branco, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheira Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Cardoso

PATO BRANCO

2018

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

O Trabalho de Conclusão de Curso intitulado **DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA DE CONTROLE PARA RETIFICADOR PWM TRIFÁSICO ELEVADOR DE TENSÃO** da acadêmica **Lucas Raone Gomes Oliveira** foi considerado **APROVADO** de acordo com a ata da banca examinadora **Nº 182 de 2018**.

Fizeram parte da banca examinadora os professores:

**Prof. Dr. Rafael Cardoso**

**Prof. Dr. Carlos Marcelo de Oliveira Stein**

**Prof. Dr. Jean Patric da Costa**

A Ata de Defesa assinada encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Elétrica.

Dedico este trabalho aos meus pais, Luciano e Nilza. Com eles aprendi que o amor e a dedicação ao outro são as únicas formas de engrandecimento humano. Dedico também às minhas avós Fátima e Nadir, que os espíritos simples me ensinaram que tudo há em todo lugar.



*Terá sido apenas isso o que os homens aprenderam com todos os preceitos de todas as bíblias ? E será que a última e mais admirável invenção da raça humana é apenas uma enxada melhor para revirar a lama ?*

*H. D. Thoreau*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos os que, de alguma forma, contribuíram para minha formação acadêmica e pessoal durante o período da graduação.

## RESUMO

OLIVEIRA, Lucas Raone Gomes, Desenvolvimento de um sistema de controle para retificador PWM trifásico elevador de tensão. Trabalho de Conclusão de Curso - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2018.

Este trabalho apresenta o projeto dos filtros de entrada e de saída e o projeto do sistema de controle para um retificador trifásico PWM, *boost*, do tipo fonte de tensão, sem neutro. Pretende-se que o sistema projetado opere dentro de limites de distorção harmônica de corrente e fator de potência definidos pelo IEEE e PRO-DIST, respectivamente. Para tanto, apresenta-se as características operacionais do conversor, obtém-se um circuito equivalente simplificado e o seu respectivo equacionamento e modelagem matemática. O modelo do conversor é obtido em coordenadas síncronas  $dq$ , com desacoplamento entre as correntes associadas a cada eixo e desacoplamento entre as dinâmicas de tensão e corrente. Os controladores utilizados são do tipo PI, projetados por lugar das raízes. Por fim, são apresentados os resultados de simulação em *Simulink*, do *Matlab*.

**Palavras-chave:** Conversor Estático, Controle, PWM, Retificador.

## ABSTRACT

This work presents the design of the input filter and output filter and of the control system of a three-phase voltage PWM rectifier, voltage boost type. It is intended that the designed system operates within the harmonic distortion limits of current and power factor limits established by the IEEE and PRODIST, respectively. The operational characteristics of the converter and its modeling are presented. The mathematical model is obtained in the dq synchronous frame. For control, a PI controller is used and it is designed by the root locus method. Simulation results using Matlab/Simulink are presented.

**Keywords:** Control System, PWM, Rectifier, Static Converter.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1:	Topologia do retificador objeto de estudo deste trabalho Fonte:Autoria própria. . . . .	15
Figura 2:	Divisão das regiões de operação Fonte:(BORGONOVO <i>et al.</i> , 2001). . . . .	18
Figura 3:	Sequência de pulsos para um ciclo de chaveamento que define as etapas de operação do sistema Fonte:(CARDOSO, 2006), editado. . . . .	18
Figura 4:	Circulação de corrente no conversor para a região 3 com $i_b(t) < 0$ Fonte:(CARDOSO, 2006), editado. . . . .	19
Figura 5:	Estados topológicos de operação na região 3. Fonte:Autoria própria. . . . .	20
Figura 6:	Sequência de chaveamento no ponto de operação $\omega t = 90^\circ$ . Fonte:Autoria própria. . . . .	21
Figura 7:	Sequência de pulsos para um ciclo de chaveamento que define as etapas de operação do sistema . . . . .	21
Figura 8:	Circuito equivalente do retificador Fonte:Autoria própria . . . . .	28
Figura 9:	Circuito equivalente do retificador Fonte:Autoria própria . . . . .	29
Figura 10:	Circuito equivalente do retificador Fonte:Autoria própria . . . . .	32
Figura 11:	Malhas de controle de corrente Fonte:Autoria própria. . . . .	33
Figura 12:	Malhas de controle do conversor Fonte:Autoria própria. . . . .	34
Figura 13:	Malhas de controle do conversor Fonte:Autoria própria. . . . .	34
Figura 14:	Diagrama de blocos do conversor Fonte:Autoria própria. . . . .	35
Figura 15:	Lugas das raízes com os polos em malha fechada (em rosa) do pré projeto. Fonte:Autoria própria. . . . .	37
Figura 16:	Resposta ao degrau do pré projeto para o controle de corrente em malha fechada Fonte:Autoria própria. . . . .	37
Figura 17:	Resposta ao degrau teórica para o controle de corrente em malha fechada Fonte:Autoria própria. . . . .	38

Figura 18:	Diagrama de blocos equivalente para projeto do controlador de tensão Fonte:Autoria própria. . . . .	38
Figura 19:	Comparação entre as respostas ao degrau teóricas em malha fechada dos diagramas de blocos simplificado e completo Fonte:Autoria própria. . . . .	39
Figura 20:	Layout do projeto de simulação em simulink. Fonte:Autoria própria.	40
Figura 21:	Correntes de entrada em eixos síncronos em comparação com a referência de eixo direto para simulação com fonte de tensão CC ideal no lugar da cara. Fonte:Autoria própria. . . . .	41
Figura 22:	Funções de chaveamento em eixos síncronos para simulação com fonte de tensão ideal CC no lugar da carga. Fonte:Autoria própria. . . . .	42
Figura 23:	Comparação entre as respostas ao degrau teóricas e simulada para corrente de eixo direto do sistema com fonte de tensão CC no lugar da carga. Fonte:Autoria própria. . . . .	42
Figura 24:	Resposta de tensão de barramento CC em comparação com a tensão de referência. Fonte:Autoria própria. . . . .	43
Figura 25:	Comparação entre a resposta dinâmica de tensão do barramento CC teórica e simulada. Fonte:Autoria própria. . . . .	43
Figura 26:	Detalhe da variação na resposta de tensão devido a ultrapassagem na resposta de corrente. Fonte:Autoria própria. . . . .	43
Figura 27:	Detalhe do <i>Ripple</i> de tensão no barramento CC. Fonte:Autoria própria. . . . .	44
Figura 28:	Detalhe do <i>Ripple</i> da corrente de entrada $i_a(t)$ . Fonte:Autoria própria. . . . .	44
Figura 29:	Tensão de fase entre o indutor $L_a$ e o ponto neutro da fonte de tensão em comparação com a função de chaveamento em coordenadas <i>abc</i> . Fonte:Autoria própria. . . . .	44
Figura 30:	Tensão de fase e corrente de fase na entrada do retificador. Fonte:Autoria própria. . . . .	45
Figura 31:	Potência ativa e potência reativa drenadas pelo retificador. Fonte:Autoria própria. . . . .	45

Figura 32:	Amplitudes das distorções harmônicas totais, de corrente, para as três fases. Fonte:Autoria própria. . . . .	45
Figura 33:	Resultado de FFT ao redor da frequência fundamental do sinal e ao redor da frequência de chaveamento do retificador. Fonte:Autoria própria. . . . .	46
Figura 34:	Comportamento no tempo de um conjunto de tensões trifásico .	50
Figura 35:	Representação fasorial do vetor resultante de tensão $\vec{F}$ em referencial fixo $abc$ . . . . .	51
Figura 36:	Representação fasorial do vetor de tensão $\vec{F}$ em referencial fixo $\alpha\beta$ . . . . .	52
Figura 37:	Comportamento do conjunto de tensões trifásico em coordenadas $\alpha\beta$ para o caso de invariância da potência total do sistema .	54
Figura 38:	Comportamento do conjunto de tensões trifásico em coordenadas $\alpha\beta$ para o caso de invariância da amplitude das tensões . .	54
Figura 39:	Representação fasorial do vetor de tensão $\vec{F}$ em referencial síncrono $dq$ . . . . .	55
Figura 40:	Comportamento do conjunto de tensões trifásico em coordenadas $dq$ . . . . .	55

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Limites de distorção da tensão no ponto de conexão definidos pelo PRODIST. . . . .	13
Tabela 2:	Limites de distorção de tensão no ponto de conexão definidos pela IEEE. . . . .	14
Tabela 3:	Limites de distorção de corrente no ponto de conexão definidos pela IEEE. . . . .	14
Tabela 4:	Sequência de chaveamento para região 3 com $i_b(t) < 0$ . . . . .	19
Tabela 5:	Sequência de chaveamento para $\omega t = 90^\circ$ . . . . .	21
Tabela 6:	Parâmetros de projeto para o conversor proposto. . . . .	24

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1	OBJETIVO GERAL	15
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	16
<b>2</b>	<b>APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DO CIRCUITO</b>	<b>17</b>
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	17
2.2	DEFINIÇÃO DAS REGIÕES DE OPERAÇÃO	17
2.3	ETAPAS DE OPERAÇÃO E ESTADOS TOPOLÓGICOS	17
2.4	EQUACIONAMENTO DAS RAZÕES CÍCLICAS	21
<b>3</b>	<b>PROJETO DO CONVERSOR</b>	<b>24</b>
3.1	ESPECIFICAÇÕES DE PROJETO	24
3.2	DIMENSIONAMENTO DOS INDUTORES DE ENTRADA	24
3.3	DIMENSIONAMENTO DO CAPACITOR DE SAÍDA	25
<b>4</b>	<b>SISTEMA DE CONTROLE PARA O CONVERSOR</b>	<b>28</b>
4.1	MODELAGEM DO CONVERSOR	28
4.1.1	Modelo do conversor visto pelo lado CA	28
4.1.2	Modelo do conversor visto pelo lado CC	32
4.2	MALHAS DE CONTROLE	33
4.3	PROJETO DOS CONTROLADORES	35
4.3.1	Projeto do controlador de corrente	36
4.3.2	Projeto do controlador de tensão	38
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>40</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>47</b>
	<b>ANEXO A - TRANSFORMADAS DE CLARKE E PARK</b>	<b>50</b>

## 1 INTRODUÇÃO

No Brasil, desde a criação do PROCEL (Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica), em 1985, as empresas ligadas aos processos de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica têm trabalhado de maneira sistemática com programas e ações no âmbito da eficiência e qualidade da energia. Em território nacional o PRODIST (Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional) determina os limites e os procedimentos referentes a qualidade da energia elétrica. Internacionalmente a IEC (Comissão Eletrotécnica Internacional, do inglês *International Electrotechnical Commission*) define normas e a IEEE (Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos, do inglês *Institute of Electrical and Electronics Engineers*) recomendações para os parâmetros que servem de indicadores do nível da qualidade de energia. Os principais indicadores são: o nível de distorção harmônica das tensões e correntes e o fator de potência, no ponto de acesso à rede. Os níveis definidos pelas entidades internacionais são mais rígidos que os níveis exigidos no Brasil (BRASIL, 2009; BERTONCELLO, 2011).

O PRODIST estabelece que o fator de potência no ponto de conexão deve estar entre 0,92 capacitivo e 0,92 indutivo (PRODIST, 2010). A distorção harmônica total deve respeitar os limites definido a tabela:

**Tabela 1: Limites de distorção da tensão no ponto de conexão definidos pelo PRODIST.**

Tensão nominal do barramento	Distorção Harmônica Total de Tensão [%]
Até 1kV	10
1,001 kV à 13,8 kV	8
13,801 kV à 69 kV	6
69,001 kV à 230 kV	3

**Fonte: (PRODIST, 2010), editado.**

Os limites recomendados pela IEEE para a distorção harmônica de tensão são mais rigorosos e são apresentados na tabela 2. Para os limites de distorção de corrente no atendimento à cargas não lineares, a injeção de harmônicos no ponto de

conexão deve respeitar os limites definidos na tabela 3.

**Tabela 2: Limites de distorção de tensão no ponto de conexão definidos pela IEEE.**

Tensão de barra	Distorção total individual [%]	Total distorção de tensão [%]
Até 69 kV	3,0	5,0
69,001 kV à 161 kV	1,5	2,5
Acima de 161,001 kV	1,0	1,5

**Fonte: (IEEE, 2003), editado.**

**Tabela 3: Limites de distorção de corrente no ponto de conexão definidos pela IEEE.**

Ordem Harmônica Individual (harmônicas ímpares) (%)	$h_j 11$	$11 \leq h < 17$	$17 \leq h < 23$	$23 \leq h < 35$	$h \geq 35$	Distorção total individual[%]
	4,0	2,0	1,5	0,6	0,3	5,0

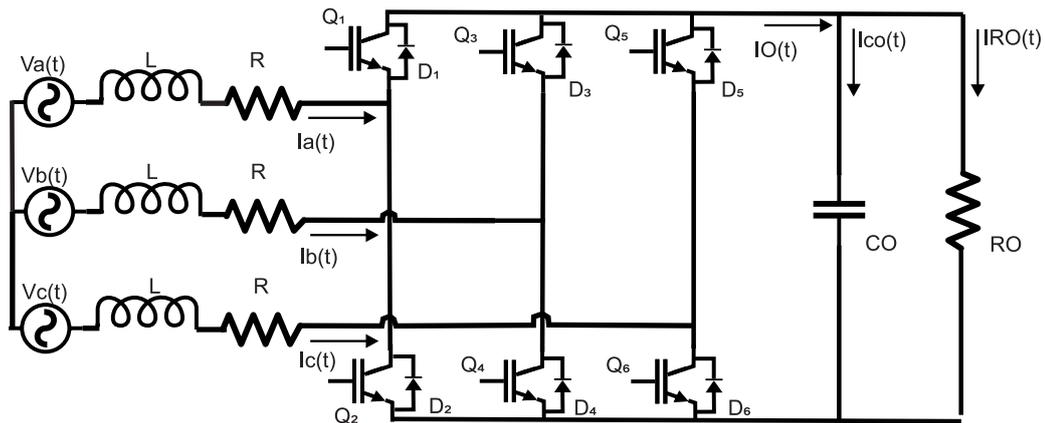
**Fonte: (IEEE *et al.*, 1992), editado.**

O rápido desenvolvimento da eletrônica de potência, principalmente nas últimas três décadas, implicou em um considerável aumento do número de cargas não-lineares ligadas à rede elétrica. Este tipo de carga, que apesar de implicar em uma série de facilidades e melhoramentos nas tecnologias de uso cotidiano, tem por característica a degradação da qualidade da energia devido, principalmente, a necessidade do uso de corrente contínua ou de corrente alternada em diferentes valores de frequência em seus circuitos (MORA, 2014). Os equipamentos responsáveis pela conversão da forma da energia disponível na rede são os conversores estáticos (CA-CC, CA-CA, CC-CC ou CC-CA) e têm por característica a distorção das formas de corrente e, conseqüentemente, aumentando os valores de distorção harmônica.

Neste trabalho é apresentado um estudo para o projeto de filtros de entrada e saída, bem como do sistema de controle, para um conversor do tipo retificador (CA-CC). O sistema deve ser capaz de manter, dentro dos limites acima apresentados, os níveis de distorção harmônica no sinal de corrente e fator de potência no ponto de conexão - mantendo o barramento CC no nível de tensão de referência.

O retificador estudado, apresentado na figura 1, é do tipo fonte de tensão, sem neutro, *boost*, acionado por PWM. Será modelado em coordenadas síncronas  $dq$  e o sistema de controle contará com controladores lineares, do tipo PI.

A topologia definida para o estudo é uma das mais conhecidas na literatura para sistemas trifásicos sem neutro, principalmente devido a versatilidade que oferece. Além da operação como retificador, o controle da tensão sobre os indutores possibilita



**Figura 1: Topologia do retificador objeto de estudo deste trabalho**

**Fonte: Autoria própria.**

a operação como inversor, havendo a possibilidade de uma fonte de tensão no barramento CC do conversor. Ou seja, com o fluxo de potência indo do lado CC para o lado CA, além de, também, poder ser filtro ativo.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é apresentar o projeto dos filtros de entrada e de saída do conversor, bem como do sistema de controle do conversor apresentado na figura 1 atuando como retificador. O conversor deve operar com fator de potência próximo da unidade e com distorção harmônica total ( $THD\%$ ) de corrente dentro dos limites definidos pela tabela 3.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para o êxito do objetivo geral do projeto, os seguintes objetivos específicos precisam ser concluídos:

- 1 - Projeto dos filtros de acoplamento do tipo L;
- 2 - Projeto do filtro do barramento CC;
- 3 - Modelagem do sistema;
- 4 - Projeto das malhas de controle internas e externas (corrente e tensão);
- 5 - Simulação computacional do sistema projetado.

---

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho é dividido em seis capítulos: introdução, apresentação do circuito, projeto do conversor, sistema de controle para o conversor, resultados e discussões e conclusão.

No primeiro capítulo apresentou-se introdução e objetivos. No capítulo seguinte, o circuito é apresentado, o seu funcionamento e equacionamento apresentados.

No terceiro capítulo são apresentadas as especificações e equacionamento do retificador e o projeto dos filtros.

No capítulo quatro é apresentada a modelagem do conversor, as malhas de controle e o projeto dos controladores.

No quinto e sexto capítulo apresenta-se, respectivamente, os resultados e a conclusão do trabalho.

## 2 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DO CIRCUITO

### 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para análise da operação do circuito faz-se necessário a determinação de algumas premissas (CARDOSO, 2006), definidas a seguir:

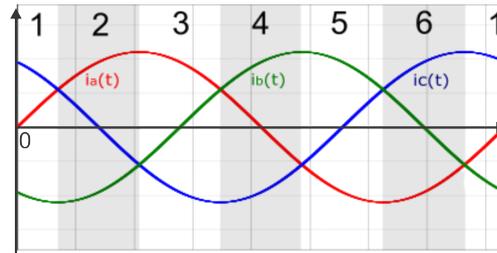
- a) A fonte de tensão é do tipo trifásica convencional, com tensões puramente senoidais defasadas em  $120^\circ$  entre si;
- b) O sistema opera com fator de potência unitário e com as correntes nos indutores puramente senoidais;
- c) Em cada braço do conversor há sempre um, e somente um, semicondutor conduzindo. Diodo ou IGBT;
- d) A frequência de chaveamento dos indutores é centenas de vezes maior do que a frequência da rede. Isso implica que, para um período de chaveamento, as tensões e correntes de entrada permanecem constantes;
- e) Para análise de operação desconsidera-se o regime transitório. Ou seja, a saída do retificador pode ser analisada como uma fonte de tensão CC.

### 2.2 DEFINIÇÃO DAS REGIÕES DE OPERAÇÃO

Sendo as formas de onda das correntes de entrada, puramente senoidais e em fase com as tensões, define-se, para um período da rede, seis regiões de operação, conforme observa-se na figura 2. Em cada região a posição relativa entre as correntes não se altera, variam somente os seus respectivos valores instantâneos. O limite entre uma região e outra, observa-se, se dá quando duas das correntes assumem o mesmo valor (BORGONOVO *et al.*, 2005; CARDOSO, 2006).

### 2.3 ETAPAS DE OPERAÇÃO E ESTADOS TOPOLÓGICOS

Dada a simetria entre as regiões de operação, a análise de uma delas se expande para as outras. Analisa-se a região 3, na qual  $i_a(t) > i_b(t) > i_c(t)$ . Esses sinais de corrente são idênticos aos sinais de tensão que, comparados com o sinal da



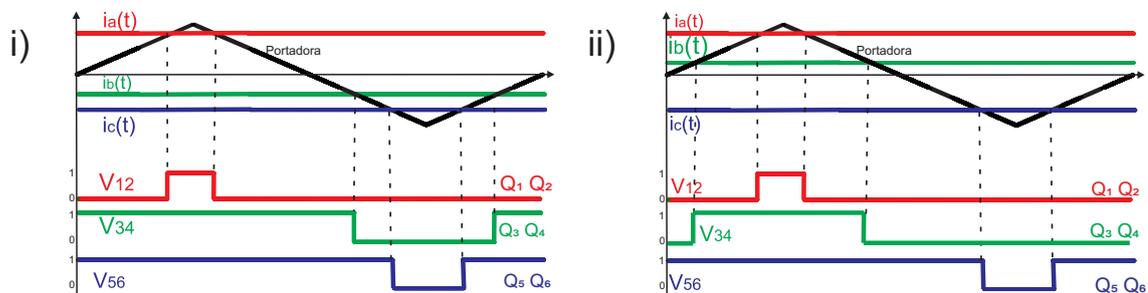
**Figura 2: Divisão das regiões de operação**  
**Fonte:(BORGONOVO et al., 2001).**

portadora, geram os sinais PWM para acionamento das chaves.

A região três é dividida em dois momentos: (i)  $i_b(t) < 0$  e (ii)  $i_b(t) > 0$  e, dado que para um ciclo de chaveamento as tensões podem ser consideradas constantes, observa-se na figura 3 que, independentemente do valor instantâneo das correntes, a sequência de pulsos (determinados pela comparação da portadora com os sinais de corrente de entrada) dentro de uma região de operação, sem alteração de sinal da corrente intermediária, é a mesma. Alteram-se as larguras dos pulsos, mas a sequência não. Definem-se, conforme as 6 possíveis combinações entre os sinais  $V_{12}$ ,  $V_{34}$  e  $V_{56}$ , as seis etapas de operação do conversor.

Os sinais  $V_{12}$ ,  $V_{34}$  e  $V_{56}$  estão associados, cada um, a um braço do conversor. Sendo que, cada um dos sinais e seu respectivo complementar, acionam, cada um, uma das chaves do respectivo braço. Por exemplo, se  $V_{12}$  aciona  $Q_1$ , o complementar de  $V_{12}$  aciona  $Q_2$  - o mesmo valendo para os outros sinais associados ao respectivo braço.

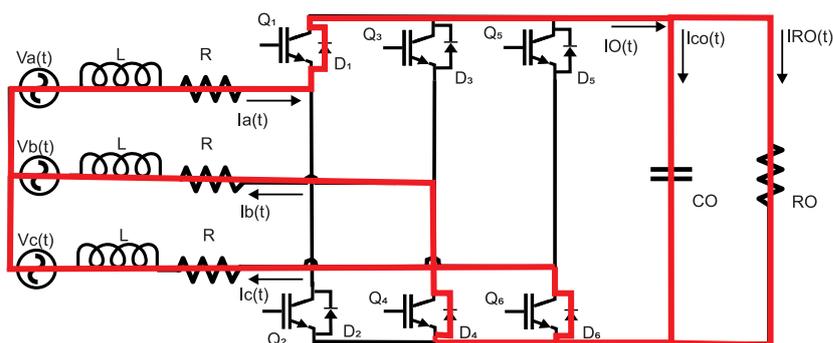
Na análise da figura 3 pode-se concluir, portanto, que independente do ponto de operação  $\omega t$ , existem seis e somente seis etapas de operação possíveis para o conversor.



**Figura 3: Sequência de pulsos para um ciclo de chaveamento que define as etapas de operação do sistema**  
**Fonte:(CARDOSO, 2006), editado.**

Para que se determine os estados topológicos do conversor para cada etapa de operação, faz-se necessária a análise de quais as chaves estão realmente

conduzindo - e não somente acionadas. Analisa-se o caso (i)  $i_b(t) < 0$ . Para tanto assume-se a seguinte premissa: O tempo de condução dos diodos em cada braço deverá ser maior do que o tempo de condução das chaves (no mesmo braço) (CARDOSO, 2006). Sendo assim e analisando a figura 4, conclui-se que: pelo sentido da corrente  $i_a(t)$ ,  $D_2$  e  $Q_1$  não podem estar conduzindo. Conduz, portanto,  $Q_2$  ou  $D_1$ . Analisando os sinais da figura 3, observa-se que  $V_{12}$  passa mais tempo em nível baixo do que em nível alto.  $V_{12}$ , portanto (sendo a premissa dos tempos de condução), aciona  $Q_2$ .  $Q_1$  é acionada pelo complementar de  $V_{12}$



**Figura 4: Circulação de corrente no conversor para a região 3 com  $i_b(t) < 0$**   
**Fonte:(CARDOSO, 2006), editado.**

Estendendo a análise para as outras etapas de operação definidas pela sequência de chaveamento apresentada no caso i), tem-se que:  $V_{34}$  aciona  $Q_4$  - o complementar acionando  $Q_3$ . E que  $V_{56}$  aciona  $Q_6$ , o complementar acionando  $Q_5$ .

Elabora-se, então, uma tabela que define a sequência de chaveamento e os elementos que conduzem corrente elétrica, na respectiva etapa de operação, conforme a tabela 4.

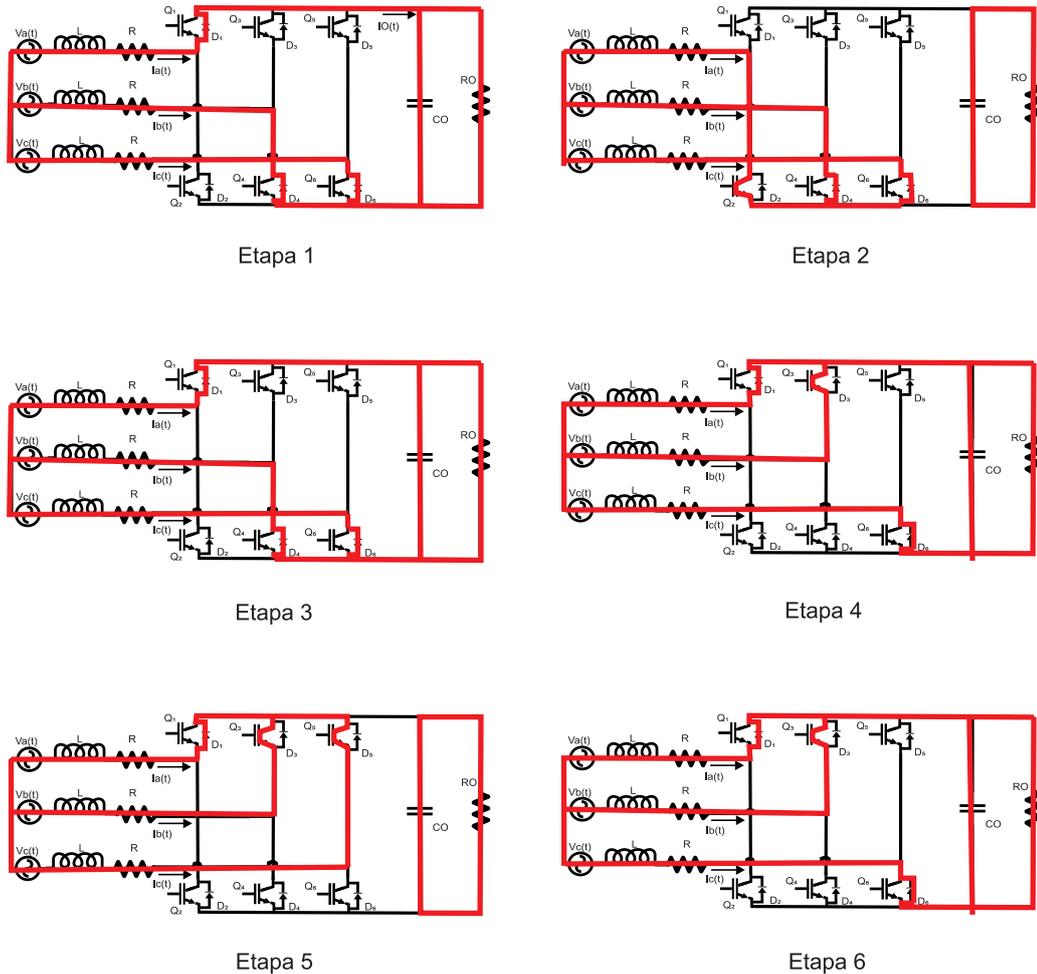
**Tabela 4: Sequência de chaveamento para região 3 com  $i_b(t) < 0$ .**

Etapa de operação	Chave habilitada	Chave conduzindo
1	Q1 Q4 Q6	D1 D4 D6
2	Q2 Q4 Q6	Q2 D4 D6
3	Q1 Q4 Q6	D1 D4 D6
4	Q1 Q3 Q6	D1 Q3 D6
5	Q1 Q3 Q5	D1 Q3 D5
6	Q1 Q3 Q6	D1 Q3 D6

**Fonte: Autoria própria.**

A partir da tabela 4, portanto, apresenta-se na figura 5, o comportamento do circuito em cada uma das etapas de operação, para a região de operação 3 com

$$i_b(t) < 0.$$



**Figura 5: Estados topológicos de operação na região 3.**

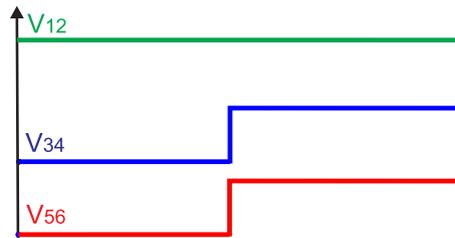
**Fonte: Autoria própria.**

Foi mostrado que o funcionamento das etapas de operação são idênticos e que, para cada região de operação, a sequência das etapas de operação não se altera (alteram-se as larguras de pulso, somente). Assim, a análise em um ponto de operação qualquer, determina o comportamento de toda a região de operação. De forma que se determina o comportamento do conversor a partir da análise de um ponto de operação (CARDOSO, 2006).

Em  $\omega t = 90^\circ$  tem-se  $i_a(t) = I_p$  e  $I_b(t) = I_c(t)$ , para um ciclo de chaveamento. A análise neste ponto de operação, portanto, fica simplificada, pois  $V_{12}$  tem razão cíclica igual a 1 enquanto que  $V_{34}$  e  $V_{56}$  apresentam a mesma largura de pulso, conforme se demonstra na figura 6.

A análise neste ponto de operação implica em apenas duas etapas de operação para serem observadas, conforme a tabela 5.

O que permite simplificar o circuito do conversor para o apresentado na



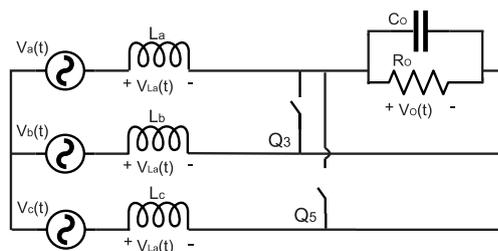
**Figura 6: Sequência de chaveamento no ponto de operação  $\omega t = 90^\circ$ .  
Fonte: Autoria própria.**

**Tabela 5: Sequência de chaveamento para  $\omega t = 90^\circ$ .**

Etapa de operação	Chave habilitada	Chave conduzindo
1	Q1 Q4 Q6	D1 D4 D6
2	Q1 Q3 Q5	D1 Q3 Q5

**Fonte: Autoria própria.**

figura 7(BORGONOVO *et al.*, 2001).



**Figura 7: Sequência de pulsos para um ciclo de chaveamento que define as etapas de operação do sistema**

A obtenção de um circuito equivalente simplificado para as demais regiões de operação segue o procedimento de forma análoga ao descrito para a região 3(BORGONOVO *et al.*, 2001).

## 2.4 EQUACIONAMENTO DAS RAZÕES CÍCLICAS

Foi mostrado que o comportamento do conversor pode ser determinado através da análise de um ponto de operação. Analisando a tabela 5 e o circuito equivalente simplificado, na figura 7, vê-se que a determinação das razões cíclicas que acionam as chaves  $Q_3$  e  $Q_5$  é suficiente para determinar a dinâmica do retificador no ponto de operação  $\omega t = 90^\circ$ . O equacionamento dessas grandezas também é necessário para determinação dos elementos passivos do retificador: indutor e capacitor.

Seja o circuito equivalente simplificado, figura 7, e as premissas definidas no início deste capítulo, tem-se que:

$$\begin{aligned}
v_a(t) &= V_p \cdot \text{sen}(\omega t), \\
v_b(t) &= V_p \cdot \text{sen}(\omega t - 120^\circ), \\
v_c(t) &= V_p \cdot \text{sen}(\omega t + 120^\circ).
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
i_a(t) &= I_p \cdot \text{sen}(\omega t), \\
i_b(t) &= I_p \cdot \text{sen}(\omega t - 120^\circ), \\
i_c(t) &= I_p \cdot \text{sen}(\omega t + 120^\circ).
\end{aligned} \tag{2}$$

Dessa forma, como apresentado em (BARBI *et al.*, 2002):

$$\frac{P_O}{\eta} = \frac{3 \cdot V_p \cdot I_p}{2}, \tag{3}$$

$$I_p = \frac{2 \cdot P_O}{3 \cdot \eta \cdot V_p}, \tag{4}$$

onde  $\eta$  é o rendimento total do retificador e  $P_O$  a potência fornecida à carga.

A partir do circuito simplificado, obtém-se:

$$\begin{aligned}
v_a(t) - v_{La}(t) - [1 - D_{Q3}(t)] \cdot V_O - v_{Lb}(t) - v_b(t) &= 0, \\
v_a(t) - v_{La}(t) - [1 - D_{Q5}(t)] \cdot V_O - v_{Lc}(t) - v_c(t) &= 0, \\
v_a(t) + v_b(t) + v_c(t) &= 0, \\
i_{La}(t) + i_{Lb}(t) + i_{Lc}(t) + &= 0 \Rightarrow v_{La}(t) + v_{Lb}(t) + v_{Lc}(t) = 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{aligned}
3 \cdot v_b(t) - 3 \cdot v_{Lb}(t) - 2 \cdot D_{Q3} \cdot V_O + [1 + D_{Q5}(t)] \cdot V_O &= 0, \\
3 \cdot v_c(t) - 3 \cdot v_{Lc}(t) - 2 \cdot D_{Q5} \cdot V_O + [1 + D_{Q3}(t)] \cdot V_O &= 0.
\end{aligned} \tag{6}$$

Substituindo a equação (6) pelas equações (4) e (1)

$$\begin{aligned}
3 \cdot V_p \cdot \text{sen}(\omega t - 120^\circ) - 3 \cdot L \cdot \frac{d}{dt} \left[ \frac{2 \cdot P_O}{3 \cdot \eta \cdot V_p} \cdot \text{sen}(\omega t - 120^\circ) \right] + V_O [1 + D_{Q5}(t) - 2 \cdot D_{Q3}(t)] &= 0, \\
3 \cdot V_p \cdot \text{sen}(\omega t + 120^\circ) - 3 \cdot L \cdot \frac{d}{dt} \left[ \frac{2 \cdot P_O}{3 \cdot \eta \cdot V_p} \cdot \text{sen}(\omega t + 120^\circ) \right] + V_O [1 + D_{Q3}(t) - 2 \cdot D_{Q5}(t)] &= 0.
\end{aligned} \tag{7}$$

Rearranjando,

$$\begin{aligned}
3.V_p[2.\text{sen}(\omega t - 120^\circ) + \text{sen}(\omega t + 120^\circ)] - \frac{2.P_O.\omega.L}{3.\eta.V_p}[2.\text{cos}(\omega t - 120^\circ) + \text{cos}(\omega t + 120^\circ)] + \\
3.V_O[1 + D_{Q3}] = 0, \\
3.V_p[2.\text{sen}(\omega t + 120^\circ) + \text{sen}(\omega t - 120^\circ)] - \frac{2.P_O.\omega.L}{3.\eta.V_p}[2.\text{cos}(\omega t + 120^\circ) + \text{cos}(\omega t - 120^\circ)] + \\
3.V_O[1 + D_{Q5}] = 0.
\end{aligned} \tag{8}$$

As equações que descrevem as razões cíclicas são, portanto:

$$\begin{aligned}
D_{Q3}(t) &= 1 - \frac{\sqrt{3}.V_p}{V_O} [\text{sen}(\omega t + 30^\circ) - \frac{2.P_O.\omega.L}{3.\eta.V_p^2} \text{cos}(\omega t + 30^\circ)], \\
D_{Q5}(t) &= 1 - \frac{\sqrt{3}.V_p}{V_O} [\text{sen}(\omega t - 30^\circ) - \frac{2.P_O.\omega.L}{3.\eta.V_p^2} \text{cos}(\omega t - 30^\circ)].
\end{aligned} \tag{9}$$

Ressalta-se que para a obtenção do circuito simplificado equivalente, do qual resulta o equacionamento das razões cíclicas, analisou-se o ponto de operação no qual  $i_a(t) = I_p$ , de forma que  $D_{Q1} = 1$ . Assim definem-se as três equações que, junto das suas complementares, determinam os seis sinais de acionamento das chaves semicondutoras, do conversor.

Para os equacionamentos nos quais se fará necessário o uso das funções de chaveamento, uma simplificação será adotada. A contribuição das parcelas referentes ao cosseno são desprezíveis no valor da razão cíclica (BORGONOVO *et al.*, 2001; CARDOSO, 2006) e, a fim de facilitar o processo dos cálculos, serão omitidas. As razões cíclicas são dadas, portanto, por:

$$\begin{aligned}
D_{Q3}(t) &= 1 - \frac{\sqrt{3}.V_p}{V_O} \text{sen}(\omega t + 30^\circ), \\
D_{Q5}(t) &= 1 - \frac{\sqrt{3}.V_p}{V_O} \text{sen}(\omega t - 30^\circ).
\end{aligned} \tag{10}$$

### 3 PROJETO DO CONVERSOR

#### 3.1 ESPECIFICAÇÕES DE PROJETO

Os parâmetros para projeto do conversor foram definidos a partir de valores típicos nas aplicações em que o retificador opera em conjunto com um inversor de frequência. Assim, definem-se:

**Tabela 6: Parâmetros de projeto para o conversor proposto.**

Parâmetro	Variável	Valor
Tensão de linha de entrada	$V_L$	$220 V_{RMS}$
Tensão de saída	$V_O$	$400 V$
Frequência de chaveamento	$f_s$	$10 kHz$
Potência de saída	$P_O$	$2 kW$
Ripple de corrente de entrada	$\Delta I_L$	$10 \%$
Ripple de tensão de saída	$\Delta V_O$	$1 \%$
Rendimento total do conversor	$\eta\%$	$90 \%$

**Fonte: Autoria própria.**

#### 3.2 DIMENSIONAMENTO DOS INDUTORES DE ENTRADA

Seja que (ALEXANDER; SADIKU, 2013):

$$V_L = L \cdot \frac{\Delta I_L}{\Delta t}. \quad (11)$$

O maior valor pra ondulação de corrente, caso mais crítico, é dado em  $\omega t = 90^\circ$ . Para as equações (10), as razões cíclicas  $D_{Q_3}$  e  $D_{Q_5}$  assumem os mesmos valores. Ou seja, as chaves  $Q_3$  e  $Q_5$  abrem e fecham no mesmo instante. Logo,

$$D_{Q_3}(\omega t = 90) = D_{Q_5}(\omega t = 90) = 1 - \frac{\sqrt{3}V_p}{V_O} \cdot \text{sen}(120^\circ). \quad (12)$$

Assim, no intervalo  $\Delta t$ , no qual as chaves permanecem fechadas, a partir da equação 11, tem-se:

$$\Delta t = \frac{1}{f_s} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3} \cdot V_p}{V_O} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right). \quad (13)$$

$$\Delta t = \frac{2 \cdot V_O - 3 \cdot V_p}{2 \cdot f_s \cdot V_O}. \quad (14)$$

Em  $\omega t = 90^\circ$  a tensão, no período  $\Delta t$ , no indutor  $L_a$  é igual a  $V_p$ . Assim, substituindo a equação (14) na equação (11), tem-se:

$$\Delta I_L = \frac{V_p}{L} \cdot \left( \frac{2 \cdot V_O - 3 \cdot V_p}{2 \cdot f_s \cdot V_O} \right). \quad (15)$$

Então, sendo a equação (4)

$$\Delta I_{L\%} \cdot \frac{2 \cdot P_O}{3 \cdot \eta \cdot V_p} = \Delta I_L \cdot \frac{V_p}{L} \cdot \left( \frac{2 \cdot V_O - 3 \cdot V_p}{2 \cdot f_s \cdot V_O} \right). \quad (16)$$

De forma que:

$$L = \frac{3 \cdot \eta \cdot V_p^2 \cdot (2 \cdot V_O - 3 \cdot V_p)}{4 \cdot \Delta I_{L\%} \cdot f_s \cdot V_O \cdot P_O}. \quad (17)$$

A corrente eficaz em cada indutor tem o mesmo valor da corrente eficaz de fase, na entrada, dada por

$$I_{L_{RMS}} = \frac{\sqrt{2} \cdot P_O}{3 \cdot V_p \cdot \eta}. \quad (18)$$

Portanto, sendo as equações (17) e (18), e os parâmetros definidos na tabela 6:

$$L = 7,8975 \text{ mH}. \quad (19)$$

Neste trabalho será utilizada uma indutância de  $L = 8 \text{ mH}$ , valor mais próximo da realidade para implementação prática. Observa-se na equação (17), que esta alteração implica numa variação inversamente proporcional no valor do *ripple* de corrente.

### 3.3 DIMENSIONAMENTO DO CAPACITOR DE SAÍDA

Seja a premissa de que para um ciclo de chaveamento as correntes no circuito são constantes, da figura 7, tem-se que:

$$i_O(t) = -i_2(t) \cdot [1 - D_{Q3}(t)] - i_3(t) \cdot [1 - D_{Q5}(t)]. \quad (20)$$

Substituindo as equações (2) e (10)

$$i_O(t) = -I_p \cdot \text{sen}(\omega t - 120^\circ) \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot V_p}{V_O} \cdot \text{sen}(\omega t + 30^\circ) - I_p \cdot \text{sen}(\omega t + 120^\circ) \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot V_p}{V_O} \cdot \text{sen}(\omega t - 30^\circ). \quad (21)$$

De onde, utilizando as identidades trigonométricas, obtém-se:

$$i_O(t) = \frac{3 \cdot V_p \cdot I_p}{2 \cdot V_O}. \quad (22)$$

Vê-se que a corrente de saída  $i_O(t)$  não possui ondulação em baixa frequência, de forma que o capacitor de saída deve ser determinado apenas como filtro das componentes de alta frequência (BORGONOVO *et al.*, 2001). (BORGONOVO *et al.*, 2001) afirma que na prática observa-se a necessidade do uso de uma capacitância muito maior do que a calculada para filtrar o sinal de alta frequência, para altos valores de potência.

Para o sinal de alta frequência, para a região de operação analisada, o pior caso ocorre em  $\omega t = 90^\circ$ , ou seja:

$$D_{Q3}(\omega t = 90) = D_{Q5}(\omega t = 90) = 1 - \frac{\sqrt{3} V_p}{V_O} \cdot \text{sen}(120^\circ). \quad (23)$$

Assim, o intervalo de tempo em que as chaves estão conduzindo, conforme demonstrado no cálculo da indutância, é dado por:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot V_O - 3 \cdot V_p}{2 \cdot f_s \cdot V_O}. \quad (24)$$

Observa-se, na análise dos estados topológicos que, para  $\omega t = 90^\circ$ , com  $Q_3$  e  $Q_5$  fechadas, a corrente que circula pelo capacitor é a mesma que circula pela carga. Assim, seja a equação de carga de um capacitor, definida pela equação (25):

$$C = \frac{\Delta Q_C}{\Delta V_C}. \quad (25)$$

Onde  $\Delta Q_C$  representa a variação de carga no capacitor submetido à variação de tensão  $\Delta V_C$ . Obtém-se:

$$\Delta Q_{C_o} = \int_0^{\frac{2 \cdot V_O - 3 \cdot V_p}{2 \cdot f_s \cdot V_O}} \frac{P_O}{V_O} dt, \quad (26)$$

$$\Delta Q_{C_O} = \frac{P_O \cdot (2 \cdot V_O - 3 \cdot V_p)}{2 \cdot f_s \cdot V_O^2} = C_O \cdot \Delta V_O = C_O \cdot \Delta V_{O\%} \cdot V_O. \quad (27)$$

De forma que o filtro capacitivo de saída para o conversor é definido por

$$C_O = \frac{P_O \cdot (2 \cdot V_O - 3 \cdot V_p)}{2 \cdot f_s \cdot V_O^3 \cdot \Delta V_{O\%}}. \quad (28)$$

Portanto, sendo a equação 28 e os parâmetros definidos na tabela 6:

$$C_O \geq 40,625 \mu F. \quad (29)$$

Neste trabalho, afim de atender um valor comercial, será utilizada uma capacitância de  $C = 47 \mu F$ . Observa-se na equação (28), que esta alteração implica em uma variação inversamente proporcional do valor do *ripple* de tensão do barramento CC.

## 4 SISTEMA DE CONTROLE PARA O CONVERSOR

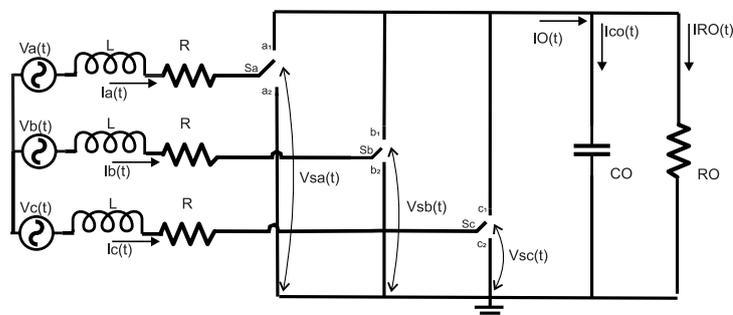
Neste capítulo, apresenta-se a modelagem matemática do retificador e o projeto dos controladores. O sistema é referenciado em eixos síncronos  $dq$  e o detalhamento matemático da transformação linear é apresentado no Anexo A. Os sinais de correntes e tensões vistos pelos eixos  $dq$  e a modelagem matemática que se apresenta permitem que o fluxo de potência ativa seja determinado pelas grandezas em eixo direto, enquanto que os reativos são determinados pelas grandezas no eixo em quadratura. Além disso, diferente do que seriam para referências senoidais, controladores do tipo PI podem ser utilizados para garantir erro nulo de resposta, nas grandezas referenciadas em  $dq$ .

### 4.1 MODELAGEM DO CONVERSOR

#### 4.1.1 MODELO DO CONVERSOR VISTO PELO LADO CA

A topologia proposta para o retificador utilizado neste trabalho é apresentada na figura 1, o retificador é composto por seis chaves semicondutoras acionadas por sinais PWM provenientes das malhas de controle. O resistor  $R$  representa todas as perdas resistivas do processo e o filtro indutivo  $L$  é o responsável pelo acoplamento entre a fonte de tensão e a ponte.

O circuito pode ser representado, sem perda de generalidade, conforme a figura 8. (BARBI *et al.*, 2002):

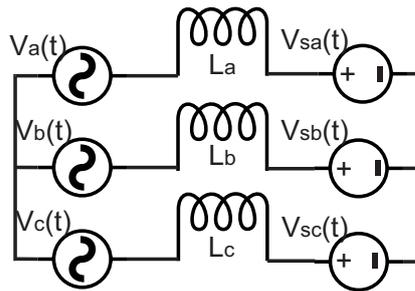


**Figura 8: Circuito equivalente do retificador**  
**Fonte:Autoria própria**

No qual  $V_{sa}(t)$ ,  $V_{sb}(t)$  e  $V_{sc}(t)$  representam as funções de chaveamento dos três braços do retificador e são dadas por:

$$\begin{aligned}
 V_{sa}(t) &= D_a(t) \cdot V_O, \\
 V_{sb}(t) &= D_b(t) \cdot V_O, \\
 V_{sc}(t) &= D_c(t) \cdot V_O.
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Para obtenção de um modelo visto pelo lado CA, considera-se a tensão de saída constante e, assim, pode-se representar o conversor pelo circuito equivalente apresentado na figura 9 (BARBI *et al.*, 2002):



**Figura 9: Circuito equivalente do retificador**  
**Fonte: Autoria própria**

Sendo as equações de malha (BERTONCELLO, 2011):

$$\begin{aligned}
 L \cdot \frac{di_a(t)}{dt} &= V_a(t) - R \cdot i_a(t) - V_{sa}(t), \\
 L \cdot \frac{di_b(t)}{dt} &= V_b(t) - R \cdot i_b(t) - V_{sb}(t), \\
 L \cdot \frac{di_c(t)}{dt} &= V_c(t) - R \cdot i_c(t) - V_{sc}(t).
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

Em espaço de estados

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix},
 \tag{32}$$

$$\dot{i}_{abc} = A \cdot i_{abc} + B \cdot V_{abc} + E \cdot V_{sabc}.
 \tag{33}$$

Para representação em coordenadas  $dq$  primeiro aplica-se a transformada de Clarke (BORGONOVO *et al.*, 2001), levando o sistema para o referencial  $\alpha\beta$ . Neste trabalho utiliza-se a transformação de forma a manter as amplitudes dos sinais, que como mostrado no Apêndice A, é da forma:

$$\begin{aligned} X_{\alpha\beta 0} &= T_c \cdot X_{abc}, \\ X_{abc} &= M^T \cdot X_{\alpha\beta 0}, \end{aligned} \quad (34)$$

onde,

$$T_c = \frac{2}{3} \cdot M = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Aplicando a transformação em 33, tem-se que:

$$(M^T \dot{i}_{\alpha\beta}) = A \cdot (M^T i_{\alpha\beta}) + B \cdot (M^T V_{\alpha\beta}) + E \cdot (M^T V_{s\alpha\beta}). \quad (36)$$

Sendo a relação  $M^{-1} = \frac{2}{3} \cdot M^T$  e  $M$  uma matriz de coeficientes constantes

$$(M^{-1} \dot{i}_{\alpha\beta}) = A \cdot M^{-1} i_{\alpha\beta} + B \cdot M^{-1} V_{\alpha\beta} + E \cdot M^{-1} V_{s\alpha\beta}. \quad (37)$$

Multiplicando ambos os lados da equação por  $M$ , a representação do sistema em espaço de estados no referencial  $\alpha\beta$ , é, então:

$$\dot{i}_{\alpha\beta} = A_1 \cdot i_{\alpha\beta} + B_1 \cdot V_{\alpha\beta} + E_1 \cdot V_{s\alpha\beta}. \quad (38)$$

Para representação em coordenadas síncronas  $dq$ , aplica-se a transformação de Park (BORGONOVO *et al.*, 2001) que, como mostrado no anexo A, é definida, para valor CC no eixo  $d$  e nulo no eixo  $q$  por:

$$\begin{aligned} X_{dq} &= T_p X_{\alpha\beta}, \\ X_{\alpha\beta} &= T_p^{-1} X_{dq}, \end{aligned} \quad (39)$$

onde,

$$T_p = \begin{bmatrix} \sin(\omega t) & -\cos(\omega t) \\ \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Aplicando a transformação na relação definida em 38, tem-se que:

$$(T_p^{-1} \dot{i}_{dq}) = A_1 \cdot (T_p^{-1} i_{dq}) + B_1 \cdot (T_p^{-1} V_{dq}) + E_1 \cdot (T_p^{-1} V_{sdq}), \quad (41)$$

$$T_p^{-1} \dot{i}_{dq} = -(T_p^{-1} \dot{i}_{dq}) + A_1 \cdot (T_p^{-1} i_{dq}) + B_1 \cdot (T_p^{-1} V_{dq}) + E_1 \cdot (T_p^{-1} V_{sdq}). \quad (42)$$

Definindo  $W = T_p \cdot (-T_p^{-1})$ , tem-se

$$W = T_p \cdot (-T_p^{-1}) = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix}. \quad (43)$$

O sistema representado em espaço de estados referenciado nos eixos síncronos  $dq$  fica, portanto, na forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega \\ -\omega & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix}. \quad (44)$$

As equações diferenciais que definem o comportamento do sistema no referencial  $dq$  são:

$$\begin{aligned} \frac{di_d(t)}{dt} &= -\frac{R}{L} \cdot i_d(t) + \omega \cdot i_q(t) + \frac{1}{L} \cdot (V_d(t) - V_{sd}(t)), \\ \frac{di_q(t)}{dt} &= -\frac{R}{L} \cdot i_q(t) - \omega \cdot i_d(t) + \frac{1}{L} \cdot (V_q(t) - V_{sq}(t)). \end{aligned} \quad (45)$$

Aplicando a transformada de Laplace em 45, obtém-se

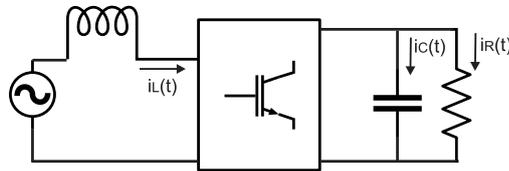
$$\begin{aligned} I_d(Ls + R) - L\omega I_q &= V_d - V_{sd}, \\ I_q(Ls + R) + L\omega I_d &= V_q - V_{sq}. \end{aligned} \quad (46)$$

De forma que a matriz função de transferência do controle de corrente a partir das funções de chaveamento, em malha aberta é

$$\begin{bmatrix} V_d - V_{sd} \\ V_q - V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ls + R & -L\omega \\ L\omega & Ls + R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}. \quad (47)$$

## 4.1.2 MODELO DO CONVERSOR VISTO PELO LADO CC

O conversor pode ser representado conforme a figura 10 (JUNQUEIRA, 2004).



**Figura 10: Circuito equivalente do retificador**

Fonte: Autoria própria

A partir da análise do equilíbrio das correntes elétricas na saída, obtém-se:

$$I_O = C \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_O}{R_O}. \quad (48)$$

De onde se obtém

$$\frac{V_O(S)}{I_O(S)} = \frac{\frac{V_O^2}{P_O}}{1 + s \cdot \frac{V_O^2}{P_O} \cdot C_O}. \quad (49)$$

Como demonstrado por (BARBI *et al.*, 2002):

$$I_O(t) = \frac{3 \cdot V_p \cdot I_p}{2 \cdot V_O}. \quad (50)$$

Assim, a função de transferência para a malha de tensão a partir do controle da amplitude das correntes de entrada é dada por

$$\frac{V_O(S)}{I_p(S)} = \frac{3 \cdot V_p}{2 \cdot C_O \cdot V_O} \cdot \frac{1}{S + \frac{P_O}{C_O \cdot V_O^2}}. \quad (51)$$

## 4.2 MALHAS DE CONTROLE

Observa-se na matriz função de transferência apresentada na equação 47 um acoplamento entre as dinâmicas das correntes de eixo direto e de eixo em quadratura, o que pode afetar a estabilidade do sistema e suas características estáticas e dinâmicas (BERTONCELLO, 2011). A partir da equação (46), define-se a equação de controle como:

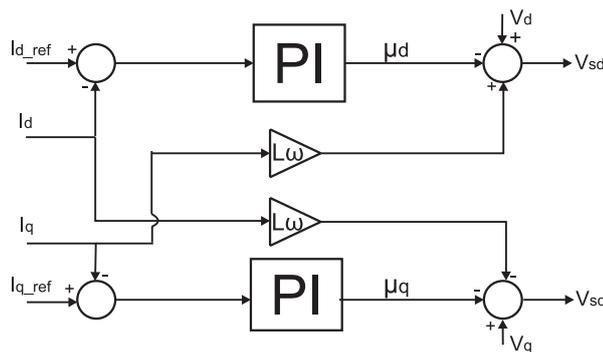
$$\begin{aligned}\mu_d &= -V_{sd} + L\omega i_q + V_d, \\ \mu_q &= -V_{sq} - L\omega i_d + V_q.\end{aligned}\quad (52)$$

De forma que, conforme a equação (45), no domínio do tempo, as ações de controle são definidas por

$$\begin{aligned}\mu_d &= Ri_d + L\frac{di_d}{dt}, \\ \mu_q &= Ri_q + L\frac{di_q}{dt}.\end{aligned}\quad (53)$$

Assim, as dinâmicas de  $i_d$  e  $i_q$  são determinadas de maneira independente, conforme atua-se em  $\mu_d$  e  $\mu_q$ , respectivamente (BERTONCELLO, 2011). Dessa forma as correntes em eixo direto e em eixo em quadratura podem ser controladas de maneira independente uma da outra.

A partir das equações (52), definem-se as malhas de corrente conforme se apresenta na figura 11.



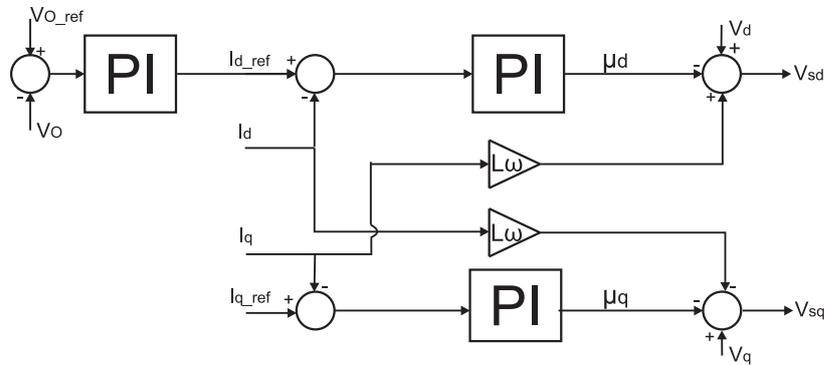
**Figura 11: Malhas de controle de corrente**  
Fonte: Autoria própria.

O sistema é projetado para operar com fator de potência unitário. Ou seja, o conversor não deve drenar ou fornecer reativos, de forma que a corrente de eixo em quadratura deve ser igual a zero. Define-se, portanto que  $I_{qref} = 0$ .

A malha de tensão, que relaciona a tensão de saída com as amplitudes das correntes de entrada, controla o fluxo de potência ativa e gera, portanto, a referência

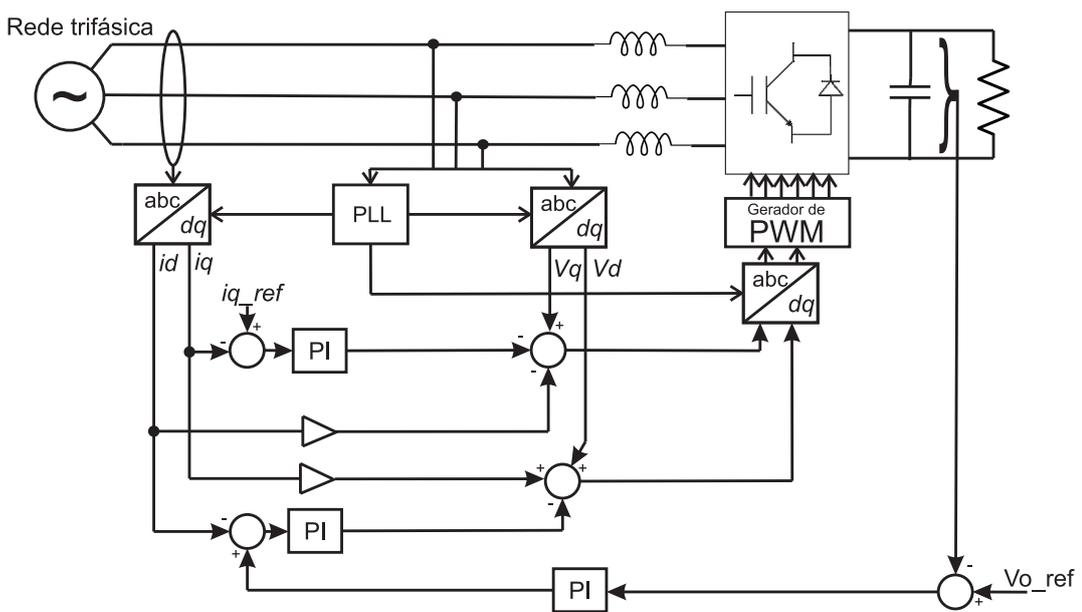
para a malha de corrente de eixo direto,  $i_{d_{ref}}$ .

As malhas de controle de tensão e de corrente são, portanto, conforme se apresenta na figura 12.



**Figura 12: Malhas de controle do conversor**  
**Fonte:Autoria própria.**

O sistema completo é apresentado na figura 13.

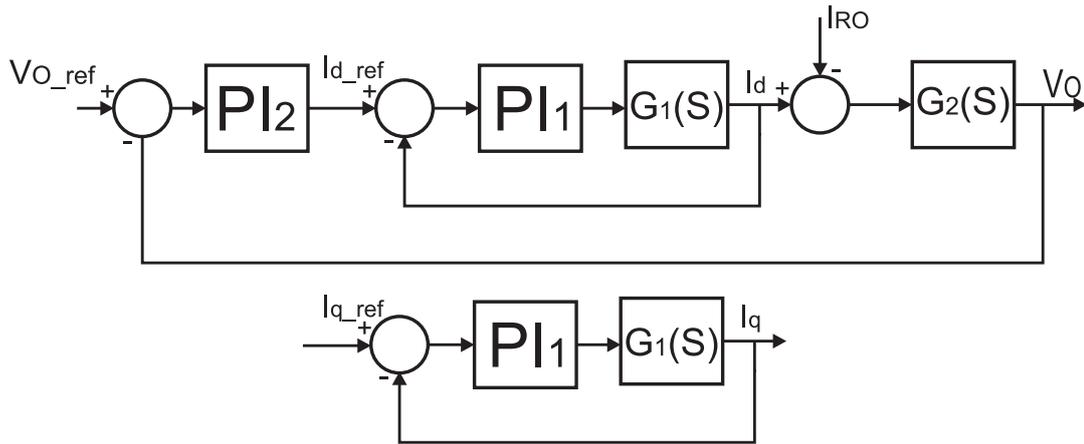


**Figura 13: Malhas de controle do conversor**  
**Fonte:Autoria própria.**

A partir das hipóteses adotadas, o sistema de controle proposto pode ser representado pelo diagrama de blocos mostrado na figura 14.

Sendo  $G_1(s)$  a função de transferência da planta de corrente que, a partir do desacoplamento das dinâmicas apresentado, pode ser determinada aplicando a transformada de Laplace na equação 31, que fica:

$$L.S.I_a(s) = V_a(s) - V_{sa}(s). \tag{54}$$



**Figura 14: Diagrama de blocos do conversor**

Fonte: Autoria própria.

De forma que a função de transferência para a planta controle de corrente é definida por

$$\frac{I_a(s)}{(V_a(s) - V_{sa}(s))} = \frac{1}{L \cdot s}. \quad (55)$$

$G_2(s)$  é definido pela equação 51.  $PI1$  e  $PI2$  são da forma:

$$PI_{1,2} = k_{p1,2} + \frac{k_{i1,2}}{S}. \quad (56)$$

### 4.3 PROJETO DOS CONTROLADORES

Neste trabalho utiliza-se da técnica de análise do lugar das raízes para o projeto dos controladores. O funcionamento do conversor exige que não haja acoplamento entre as dinâmicas dos laços de corrente e tensão. Ou seja, definida uma referência de tensão, que o transitório das malhas internas seja rápido suficiente para não interferir na dinâmica do barramento CC. Para tanto, os polos em malha fechada do controlador de tensão devem ser muito mais próximos do eixo  $j\omega$  do que os polos em malha fechada dos laços de corrente.

Os limites físicos do sistema devem ser levados em consideração para o projeto dos compensadores. Como definido na equação 30, o valor máximo das funções de chaveamento deve ser o valor da tensão de saída.

## 4.3.1 PROJETO DO CONTROLADOR DE CORRENTE

O transitório da malha de corrente não deve apresentar ultrapassagem e ser rápido o suficiente para não afetar a dinâmica da malha de tensão. No caso de um tempo de resposta de  $\frac{1}{4}$  de ciclo para o laço de corrente, pode-se obter uma resposta de tensão mil vezes mais lenta e suficiente. Determinam-se, portanto as especificações de projeto, como segue:

$$\begin{aligned} UP\% &\simeq 0, \\ t_s &\simeq \frac{1}{4} \frac{1}{60} = 4,16 \text{ ms}, \end{aligned} \quad (57)$$

onde  $UP\%$  é a ultrapassagem percentual da resposta e  $t_s$  o tempo de assentamento.

O diagrama de blocos do sistema de controle de corrente é apresentado na figura 11. A função de transferência em malha fechada  $H(s)$  é dada por:

$$H(s) = \frac{k_{p1}}{L} \cdot \frac{(s + \frac{k_{i1}}{k_{p1}})}{s^2 + \frac{k_{p1}}{L}s + \frac{k_{i1}}{L}}. \quad (58)$$

Para o sistema em questão, como apresentado anteriormente,  $L = 8 \text{ mH}$ .

Um sistema de segunda ordem padrão é dado por (OGATA; SEVERO, 1998):

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + (2\xi\omega_n)s + \omega_n^2}. \quad (59)$$

Os fatores de desempenho para sistemas padrão são conhecidos na literatura. Assim, para determinação dos ganhos  $k_{p1}$  e  $k_{i1}$ , pode-se relacionar os denominadores das funções de transferência, da forma:

$$\begin{aligned} 125k_{p1} &= 2\xi\omega_n, \\ 125k_{i1} &= \omega_n^2. \end{aligned} \quad (60)$$

O tempo de assentamento para um sistema de segunda ordem padrão é dado por:

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n}. \quad (61)$$

Para que não se apresente ultrapassagem na resposta ao degrau, os polos em malha fechada do sistema devem ser puramente reais. Assim, para um fator de amortecimento  $\xi = 0,7$ , e tempo de assentamento  $t_s = 4 \text{ ms}$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} k_{i1} &= 16326,5, \\ k_{p1} &= 16. \end{aligned} \quad (62)$$

A adição de um zero no sistema altera a dinâmica da resposta e, portanto, os ganhos determinados servem de ponto de partida para a obtenção dos ganhos que serão utilizados. A ferramenta *SISOTOOL* do *Matlab* foi utilizada para obtenção dos fatores de desempenho projetados.

O zero inserido no sistema pelo PI, dado por  $\frac{k_{i1}}{k_{p1}}$ , fica em aproximadamente  $-1000$ . O lugar das raízes e a resposta ao degrau obtidas do sistema pré-projetado são mostrados na figuras 15 e 16.

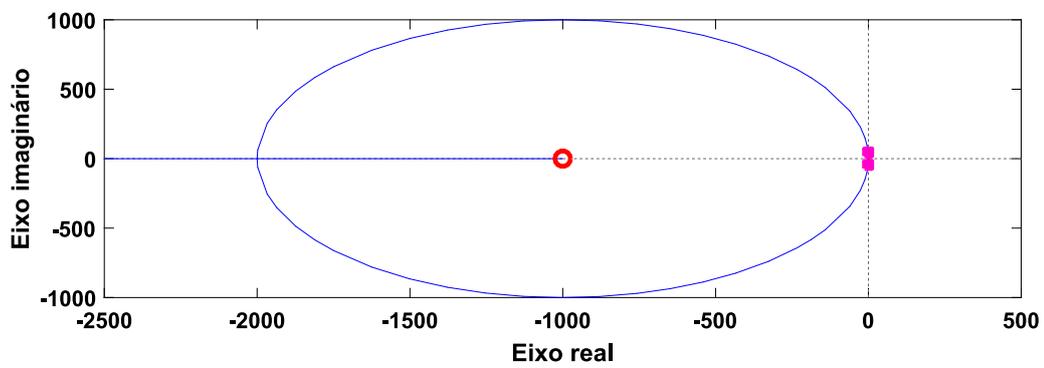


Figura 15: Lugares das raízes com os polos em malha fechada (em rosa) do pré projeto.  
Fonte:Autoria própria.

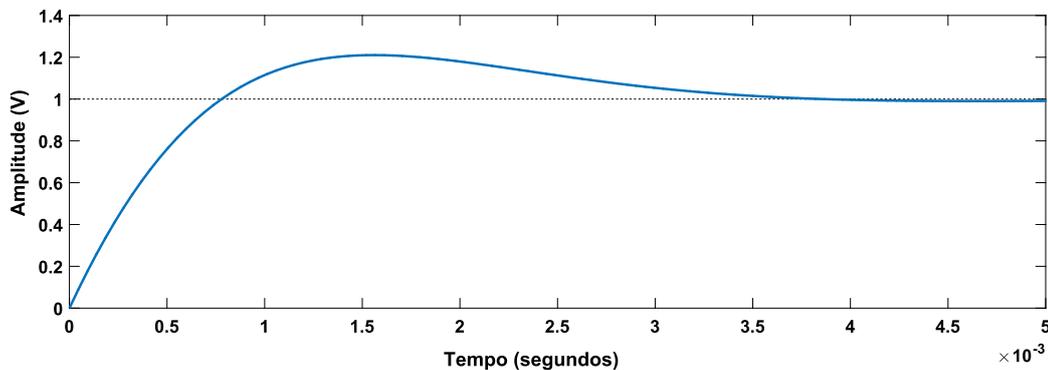


Figura 16: Resposta ao degrau do pré projeto para o controle de corrente em malha fechada  
Fonte:Autoria própria.

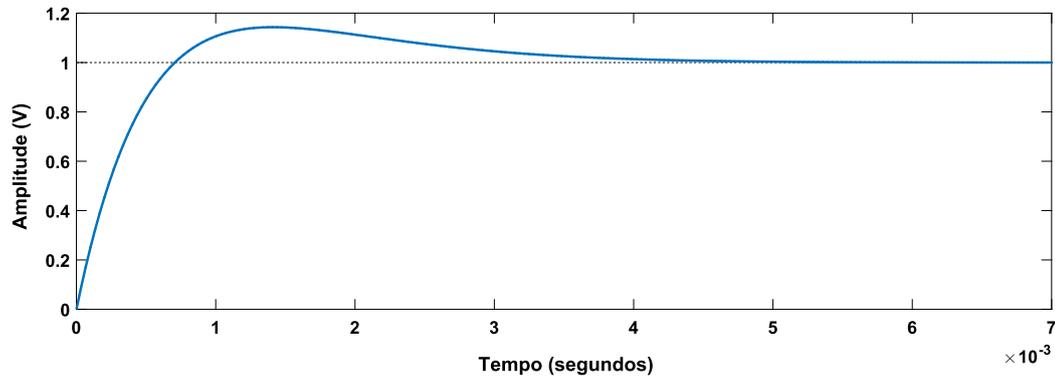
Observa-se uma ultrapassagem de 20% e um tempo de assentamento de  $t_s = 3,46 \text{ ms}$ . No entanto, a partir deste pré projeto, faz-se o caminho inverso e, deslocando os polos de MF e o zero, pode-se obter a resposta desejada.

Para evitar a saturação do sistema deslocou-se o zero para  $-750$  e, deslocando os polos de MF afim de se obter a resposta desejada, o controlador de corrente

ficou da forma:

$$PI1 = \frac{k_{p1}}{s} \left( s + \frac{k_{i1}}{k_{p1}} \right) = \frac{22}{s} (s + 750). \quad (63)$$

A resposta ao degrau é apresentada na figura 17

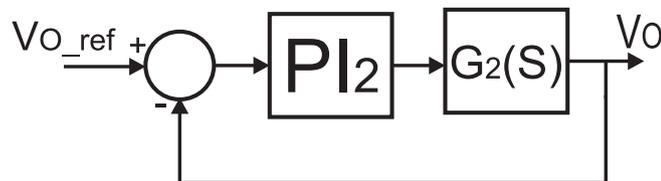


**Figura 17: Resposta ao degrau teórica para o controle de corrente em malha fechada**  
Fonte: Autoria própria.

Obteve-se um tempo de assentamento de  $3,7 \text{ ms}$  e uma ultrapassagem percentual de  $4,3\%$ . Uma resposta sem ultrapassagem não respeitaria os limites da saturação do sistema. O efeito dessa ultrapassagem é uma interferência nos primeiros milésimos de segundo na resposta de tensão.

#### 4.3.2 PROJETO DO CONTROLADOR DE TENSÃO

Os polos em malha fechada do laço de tensão devem estar suficientemente próximos do eixo  $j\omega$ , de forma que o diagrama de blocos da figura 14 pode ser simplificado para o diagrama de blocos da figura 18. O controlador  $PI2$  e a função de transferência  $G_2(s)$  são descritos pelas equações (56) e (51), respectivamente.



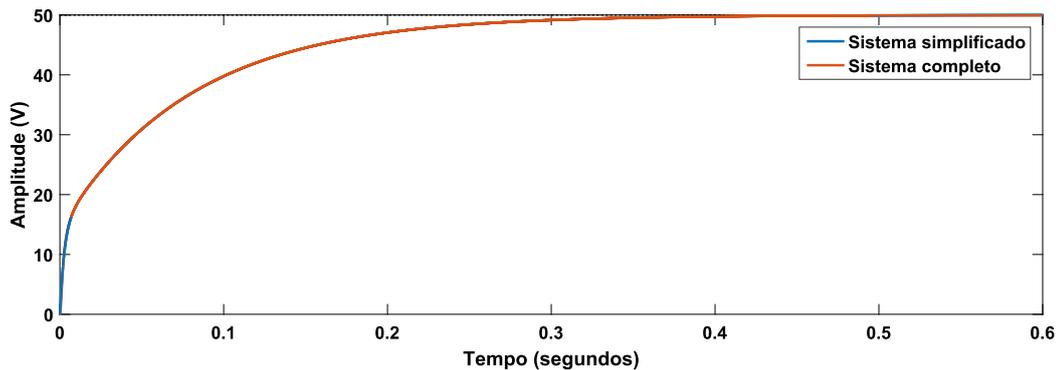
**Figura 18: Diagrama de blocos equivalente para projeto do controlador de tensão**  
Fonte: Autoria própria.

Além do desacoplamento entre as dinâmicas de tensão e corrente, deve-se levar em conta para projeto dos ganhos do controlador que a resposta de tensão no barramento CC não deve apresentar ultrapassagem e que o sistema deve operar dentro dos limites de saturação. Assim, o zero  $\frac{k_{i2}}{k_{p2}}$  foi alocado em  $-40$  e, deslocando

os polos de malha fechada pelo *SISOTOOL*, ajustou-se o ganho proporcional para  $k_{p2} = 0,008$ . Definiu-se o controlador, portanto, da forma:

$$PI2 = \frac{k_{p2}}{s} \left( s + \frac{k_{i2}}{k_{p2}} \right) = \frac{0,008}{s} (s + 40). \quad (64)$$

A fim de analisar o desacoplamento entre as dinâmicas, na figura 19 se apresentam as respostas ao degrau para os sistemas descritos pelos diagramas de blocos das figuras 14 e 18.



**Figura 19: Comparação entre as respostas ao degrau teóricas em malha fechada dos diagramas de blocos simplificado e completo**  
Fonte: Autoria própria.

Observa-se um tempo de assentamento quase 1000 vezes maior do que o da malha de corrente e nenhuma ultrapassagem. Dentro do esperado, portanto.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir do projeto apresentado nos capítulos anteriores realizou-se simulação computacional na ferramenta *Simulink* do *Matlab*. Na figura 20 apresenta-se o circuito simulado.

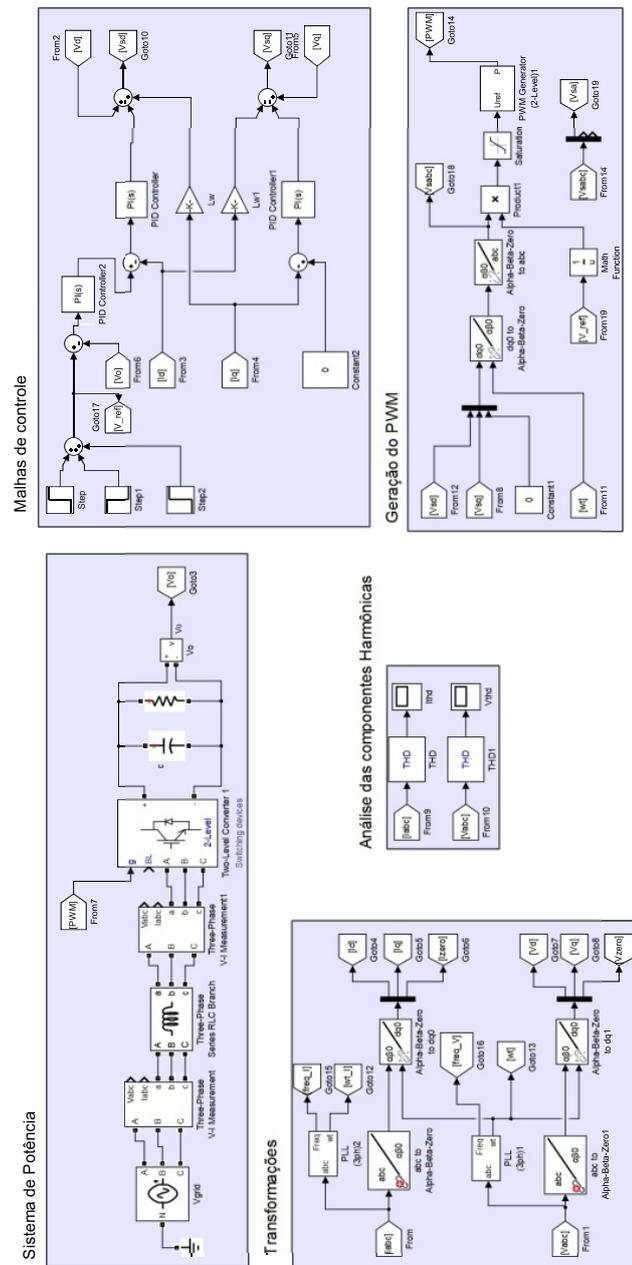


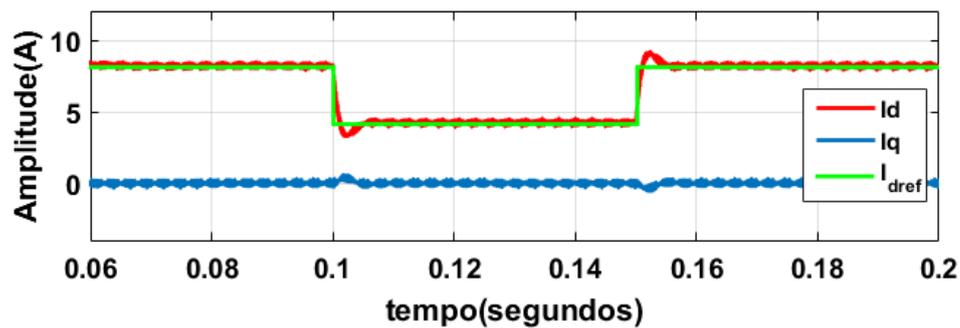
Figura 20: Layout do projeto de simulação em simulink.  
 Fonte: Autoria própria.

Os parâmetros utilizados para sistema de potência são conforme apresentado na tabela 6. Os controladores são apresentados nas equações (63) e (64). O detalhamento das transformações de Clark e Park é apresentado no Anexo A.

A fim de se analisar o comportamento das correntes de entrada e validar o projeto das malhas internas, substitui-se o conjunto RC na saída do conversor por uma fonte CC ideal de  $400\text{ V}$ . Como é a malha de tensão que geraria a referência de corrente em eixo direto, utiliza-se de um valor constante, definido pela equação (4), da forma:

$$I_p = \frac{2 \cdot 2 \text{ kW}}{3 \cdot 0,9 \cdot \sqrt{2} \cdot 127 \text{ V}} = 8,25 \text{ A}. \quad (65)$$

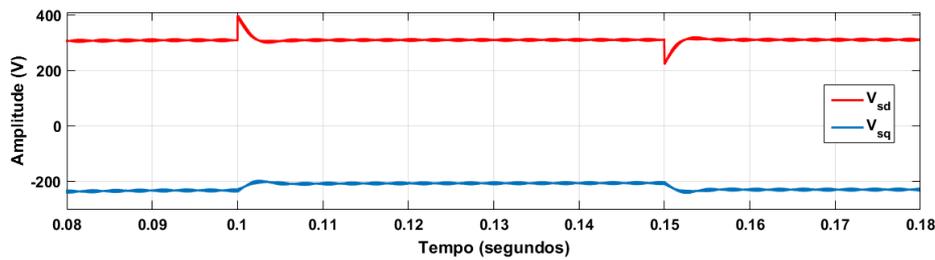
A dinâmica obtida dos sinais das correntes de entrada  $i_d$  e  $i_q$  é apresentado na figura 21 em comparação com a referência.



**Figura 21: Correntes de entrada em eixos síncronos em comparação com a referência de eixo direto para simulação com fonte de tensão CC ideal no lugar da cara. Fonte: Autoria própria.**

Como já mencionado anteriormente, para que o sistema completo opere dentro do esperado não deve haver saturação das ações de controle  $V_{sd}$  e  $V_{sq}$ . Como demonstrado no Anexo A, as transformações  $abc \rightarrow dq$  mantém as amplitudes dos sinais. Assim, observa-se pela equação 30, que estes sinais não devem ultrapassar o valor da tensão de saída, ou seja,  $400\text{ V}$ .

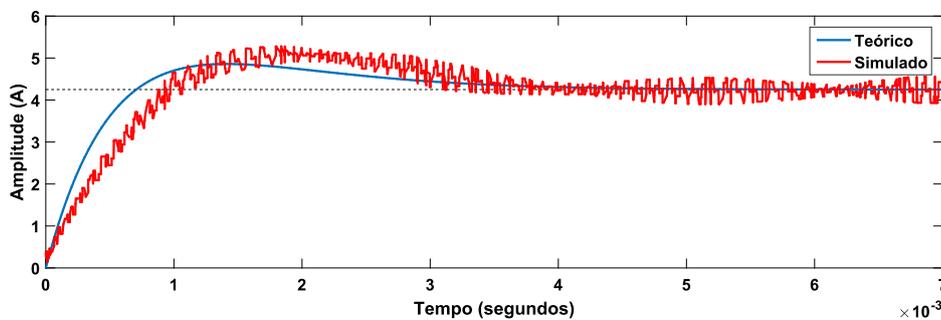
Na figura 22 se apresentam os sinais das funções de chaveamento  $V_{sd}$  e  $V_{sq}$ .



**Figura 22: Funções de chaveamento em eixos síncronos para simulação com fonte de tensão ideal CC no lugar da carga.**

Fonte: Autoria própria.

Na figura 23 apresenta-se a comparação entre a resposta ao degrau teórica e o resultado obtido.



**Figura 23: Comparação entre as respostas ao degrau teóricas e simulada para corrente de eixo direto do sistema com fonte de tensão CC no lugar da carga.**

Fonte: Autoria própria.

Obteve-se valores de pico para o resultado teórico e para o de simulação (incluindo as variações de alta frequência) de, respectivamente,  $4,8\text{ V}$  e  $5,2\text{ V}$ . As respostas atingem a referência ao mesmo tempo. Esses resultados validam o projeto da planta e do sistema de controle de corrente.

Na figura 24 observa-se a resposta de tensão para o sistema completo. A comparação com o resultado teórico é mostrado na figura 25

A resposta dinâmica do barramento CC obtida apresenta uma pequena diferença com relação a resposta teórica, no entanto a referência é atingida com tempos similares. Observa-se um pico de tensão nos primeiros instantes, no resultado de simulação. Na figura 26, que mostra essa variação em detalhe, vê-se que o pico ocorre em aproximadamente  $2,5\text{ ms}$ .

Na figura 23, que apresenta o comportamento dinâmico da corrente de eixo direto, pode-se observar que a ultrapassagem ocorre até o tempo de aproximadamente  $3,5\text{ ms}$ . Ou seja, devido a diferença nas velocidades de respostas entre os

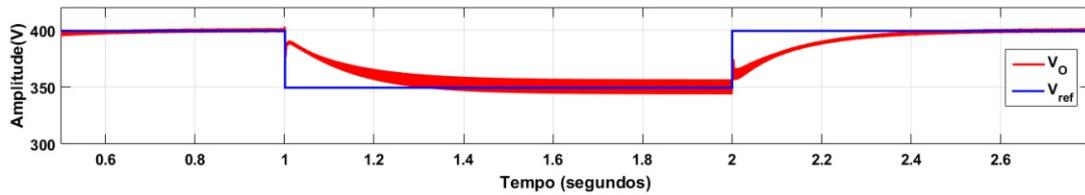


Figura 24: Resposta de tensão de barramento CC em comparação com a tensão de referência.

Fonte:Autoria própria.

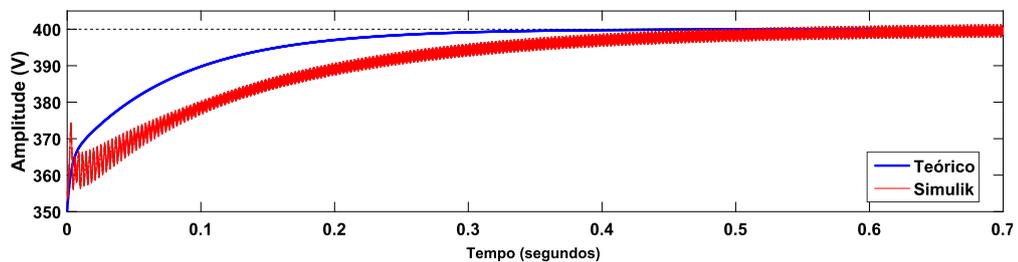


Figura 25: Comparação entre a resposta dinâmica de tensão do barramento CC teórica e simulada.

Fonte:Autoria própria.

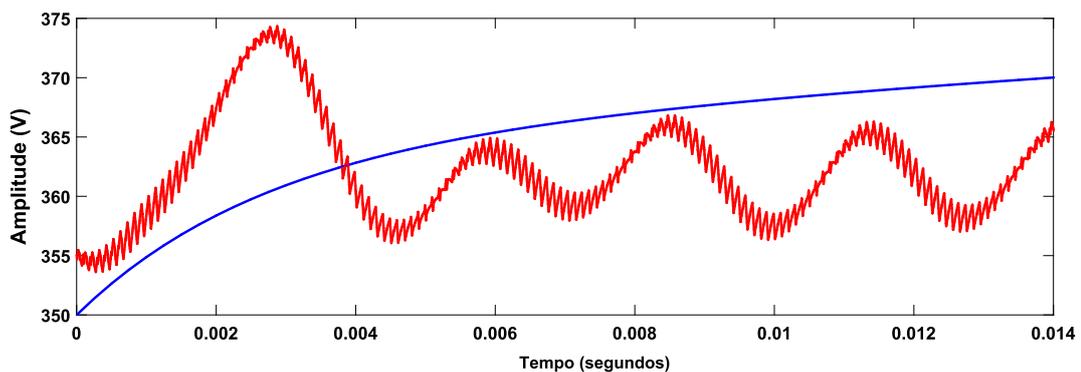
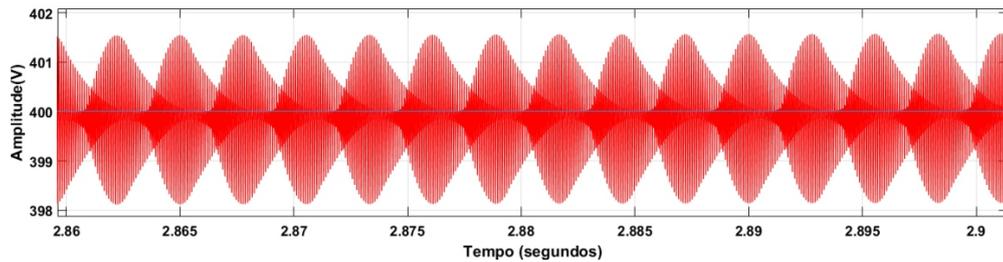


Figura 26: Detalhe da variação na resposta de tensão devido a ultrapassagem na resposta de corrente.

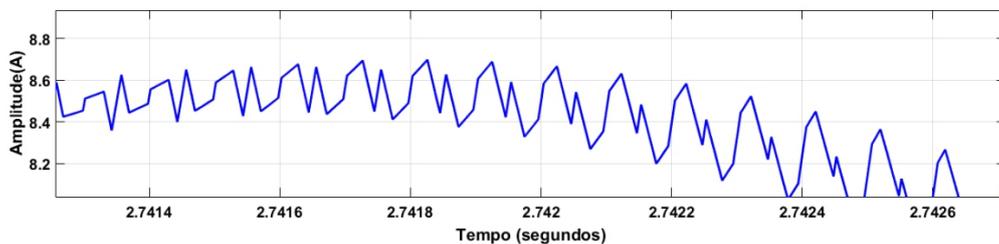
Fonte:Autoria própria.

laços de tensão e de corrente, essa ultrapassagem na resposta de corrente afeta a resposta de tensão antes que o laço externo atue.

Os resultados de *ripple* de tensão e de corrente são apresentados, em detalhe, nas figuras 27 e 28, respectivamente.



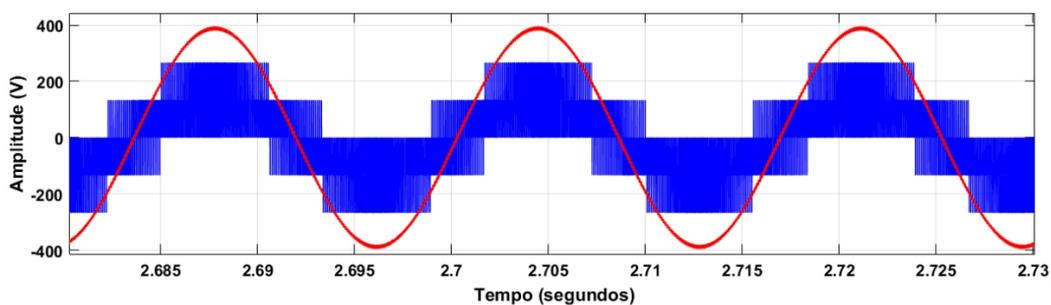
**Figura 27: Detalhe do *Ripple* de tensão no barramento CC.**  
**Fonte:Autoria própria.**



**Figura 28: Detalhe do *Ripple* da corrente de entrada  $i_a(t)$ .**  
**Fonte:Autoria própria.**

Ambos os resultados de ripple estão dentro do esperado. Para a variação de tensão esperava-se um resultado de até  $4V$  e, para a variação de corrente, de  $0,8A$ .

Na figura 29 apresenta-se em comparação, a função de chaveamento em coordenadas  $abc$ , e a tensão entre o indutor e o ponto neutro da fonte de tensão.



**Figura 29: Tensão de fase entre o indutor  $L_a$  e o ponto neutro da fonte de tensão em comparação com a função de chaveamento em coordenadas  $abc$ .**  
**Fonte:Autoria própria.**

Na figura 30, observa-se a comparação entre a tensão de fase  $v_a(t)$  (dividida por 20) e a corrente  $i_a(t)$ . Obteve-se um valor de pico de corrente de  $8,5A$ , próximo do valor teórico de  $8,25A$ . Observa-se, ainda, que os sinais estão em fase, ou seja, que o sistema apresenta fator de potência unitário. Na figura 31, apresentada-se os resultados de potência ativa e reativa drenada pelo conversor. Como não há

consumo de potência reativa, o sistema opera com fator de potência unitário.

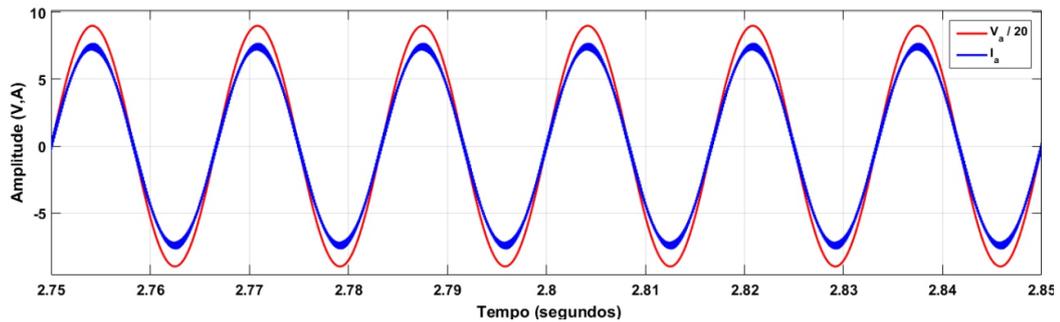


Figura 30: Tensão de fase e corrente de fase na entrada do retificador.

Fonte: Autoria própria.

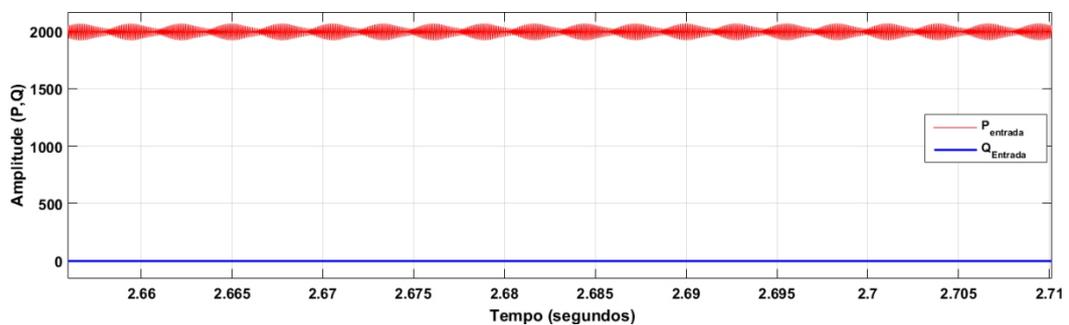


Figura 31: Potência ativa e potência reativa drenadas pelo retificador.

Fonte: Autoria própria.

A distorção harmônica total de corrente é apresentada na figura 32.

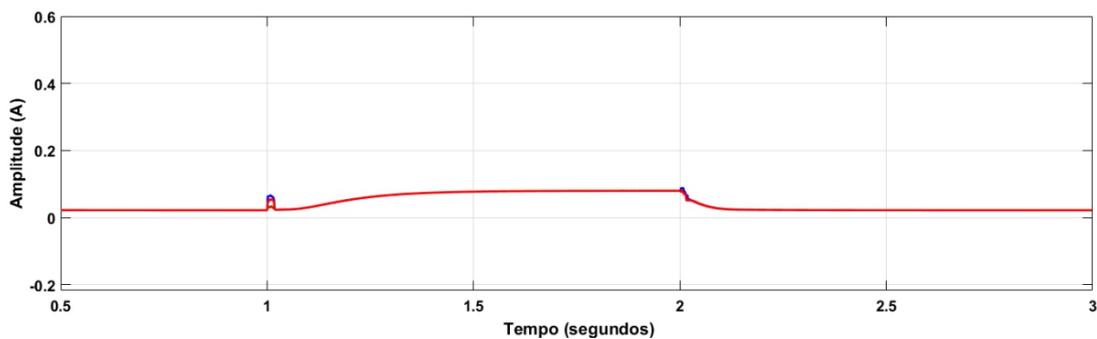


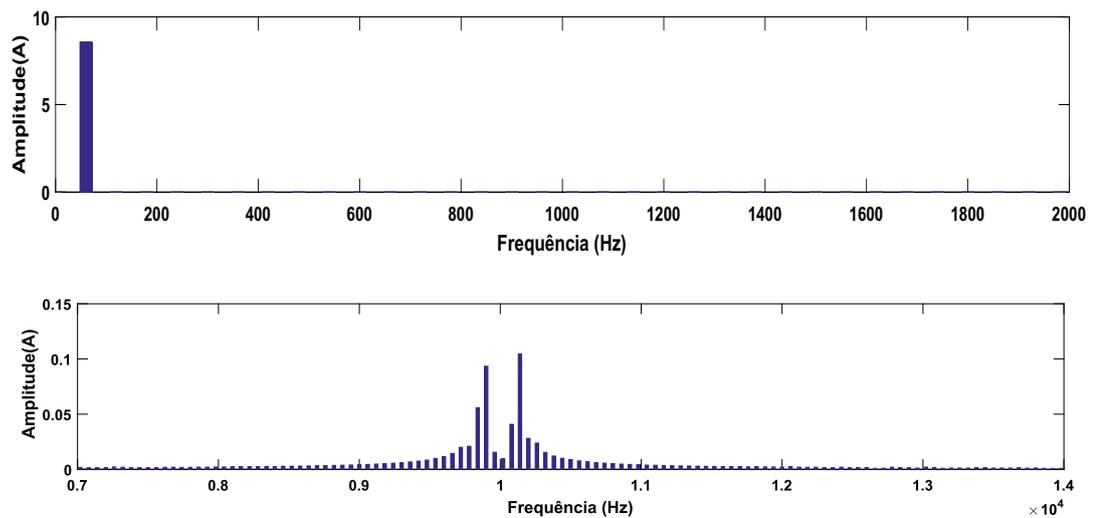
Figura 32: Amplitudes das distorções harmônicas totais, de corrente, para as três fases.

Fonte: Autoria própria.

Vê-se que, mesmo fora da condição nominal, a distorção harmônica total não atinge o valor máximo recomendado, conforme tabela 3, de 5% do valor de pico.

Nas figura 33 apresentam-se os resultados de FFT do sinal de corrente de entrada  $i_a(t)$  para valores de frequência próximos da fundamental do sinal e ao redor da frequência de chaveamento.

Nota-se que o sistema não foi capaz de filtrar as componentes de  $990\text{ Hz}$  e  $10140\text{ Hz}$ , de acordo com a recomendação de limites apresentada na tabela 3, pois



**Figura 33: Resultado de FFT ao redor da frequência fundamental do sinal e ao redor da frequência de chaveamento do retificador.**

**Fonte: Autoria própria.**

apresentam amplitudes de  $0,09 A$  e  $0,10 A$ . As componentes com frequência igual ou maior à  $2100 Hz$ , deveriam apresentar amplitude de até  $0,026 A$ . As demais componentes apresentam amplitudes dentro dos limites esperados.

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho se apresentou uma proposta de obtenção de um circuito equivalente para o retificador proposto, no qual possibilita-se a análise de operação do conversor por apenas duas chaves - e não seis chaves que constituem a topologia apresentada. A partir do equacionamento das razões cíclicas e da escolha adequada do ponto de operação de análise, apresentou-se o projeto dos filtros de entrada e de saída.

Verificou-se, no desenvolvimento do trabalho, a possibilidade do uso de controladores PI para seguir referências senoidais, através do uso das transformadas de Clark e Park na obtenção do modelo matemático do sistema. A partir das transformações permite-se que os controladores atuem sobre amplitude e fase dos sinais, de maneira linear e interindependente; ou seja de forma que as malhas de controle para o eixo  $d$  e as malhas de controle para o eixo  $q$ , não tenham influência nas dinâmicas uma da outra.

A partir da modelagem matemática apresentada observou-se a facilidade de se controlar de maneira independente o fluxo de potência ativa do fluxo de potência reativa, atuando de maneira separada sobre os eixos  $d$  e  $q$ , respectivamente. Assim, o problema do fator de potência foi solucionado.

No projeto dos controladores foi apresentado, além do desacoplamento entre as dinâmicas de corrente de eixo direto e de eixo em quadratura, o desacoplamento dos laços de tensão e de corrente via análise de polos dominantes. Assim, embora esses laços atuem concomitantemente, foram projetados de forma a não provocarem grande influência um ao outro.

O resultado para o controle das componentes harmônicas do sinal de corrente não foi totalmente atingido. Apesar de todas as componentes harmônicas ao redor da frequência fundamental terem sido filtradas, duas componentes ímpares em torno da frequência de chaveamento apresentaram amplitudes maiores do que o limite recomendado pela *IEEE*. Isso pode ter ocorrido devido a metodologia de projeto do filtro L de entrada, ou ainda, pela necessidade de filtros de ordem superior no sistema. Ainda assim, o sistema opera de maneira satisfatória.

---

Como sugestão para trabalhos futuros pode-se sugerir a utilização de filtros LCL na entrada do conversor, ou ainda a análise do comportamento do sistema de controle para tensões de entrada com componentes harmônicos, a discretização do sistema ou a sua implementação física.

## REFERÊNCIAS

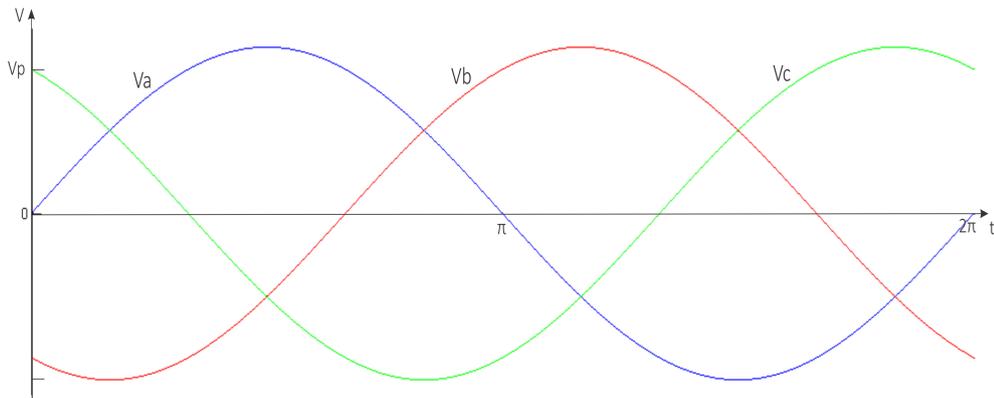
- ALEXANDER, Charles K; SADIKU, Matthew NO. **Fundamentos de circuitos elétricos (5a.** [S.l.]: McGraw Hill Mexico, 2013.
- BARBI, Ivo; NOVAES, YR; SOUZA, FP; BORGONOVO, Devis. Retificadores pwm trifásicos unidirecionais com alto fator de potência. **Eletrônica de Potência**, v. 7, n. 1, p. 1–14, 2002.
- BERTONCELLO, Ricardo. **Sistema de conexão de mini e micro centrais hidrelétricas às redes monofásicas das concessionárias**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2011.
- BORGONOVO, Devis *et al.* **Modelagem e controle de retificadores PWM trifásicos empregando a transformação de Park**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2001.
- BORGONOVO, Devis *et al.* Análise modelagem e controle de retificadores pwm trifásicos. Florianópolis, SC, 2005.
- BRASIL, Atlas de Energia Elétrica do. Parte i. **Consumo, Capítulo**, v. 2, 2009.
- CARDOSO, Fabiano Luz. Projeto de um retificador bidirecional com elevado fator de potência com controle por valores médios instantâneos implementado no dsp tms320f2812. 2006.
- IEEE. Ieee standard for interconnecting distributed resources with electric power systems. **IEEE Std 1547-2003**, p. 1–28, July 2003.
- IEEE, 519 Working Group *et al.* Ieee recommended practices and requirements for harmonic control in electrical power systems. **IEEE STD**, p. 519–1992, 1992.
- JUNQUEIRA, Alisson Dias. Retificador trifásico com elevado fator de potência. 2004.
- MORA, José Carlos. Conversores ca-cc boost pwm bidirecionais conectados em rede com distúrbios pré-existentes. 2014.
- OGATA, Katsuhiko; SEVERO, Bernardo. **Engenharia de controle moderno**. [S.l.]: Prentice Hall do Brasil, 1998.
- PRODIST, de Energia Elétrica Procedimentos de Distribuição. no sistema elétrico nacional (prodist): Módulo 8-qualidade da energia elétrica. **ANEEL Resolução Normativa**, v. 424, p. 2010, 2010.

## ANEXO A - TRANSFORMADAS DE CLARKE E PARK

As transformações lineares de Clarke e Park, ou  $\alpha\beta$  e  $dq$ , respectivamente são transformadas nas quais os sinais de tensão ou corrente de sistemas trifásicos equilibrados são representadas como grandezas invariantes no tempo. Um sistema trifásico é produzido por um gerador com três fontes de mesma amplitude e frequência, mas fora de fase por  $120^\circ$  (ALEXANDER; SADIKU, 2013), de forma que as tensões de cada fase ( $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$ ) podem ser representadas por:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= V_p \cdot \cos(\omega \cdot t), \\ v_b(t) &= V_p \cdot \cos(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}), \\ v_c(t) &= V_p \cdot \cos(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}). \end{aligned} \quad (66)$$

Sendo o comportamento no tempo como mostra 34

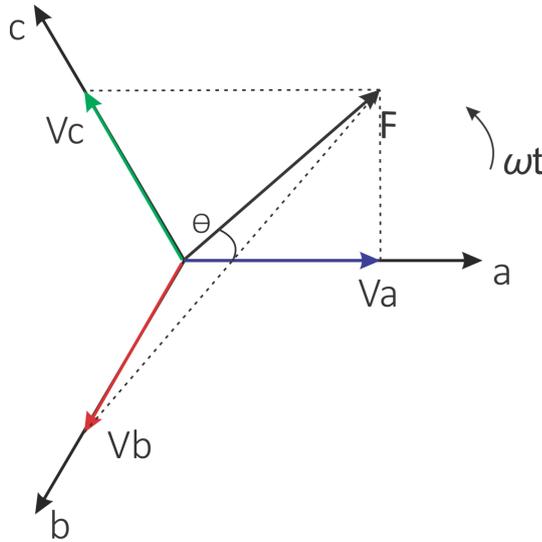


**Figura 34: Comportamento no tempo de um conjunto de tensões trifásico**

Sinais que variam com a mesma velocidade angular,  $\omega \cdot t$ , em um sistema são usualmente representados por fasores, da forma:  $\vec{V}_k = \vec{V}_p \angle \pm \theta$ , sendo  $\theta$  o ângulo de defasagem entre a fase  $k$  e a fase de referência. Para o conjunto de tensões trifásicas definido pelos fasores dos sinais definidos pelas equações (66). Existe um vetor  $\vec{F}$  que representa a resultante do conjunto, como é mostrado na figura 35, que pode ser escrito da forma 67:

$$\vec{F} = K_{abc} [V_a \cdot \cos(\theta) + V_b \cdot \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + V_c \cdot \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})]. \quad (67)$$

Considerando a relação  $\cos(A \pm B) = \cos(A) \cos(B) \mp \sin(A) \sin(B)$ ,  $\vec{F}$  pode ser reescrito da forma:



**Figura 35: Representação fasorial do vetor resultante de tensão  $\vec{F}$  em referencial fixo  $abc$**

$$\vec{F} = K_{abc} \cdot [V_a \cdot \cos(\theta) + (V_b \cdot \cos(\frac{2\pi}{3}) \cos(\theta) + V_b \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(\theta)) + (V_c \cdot \cos(\frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\theta) - V_c \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(\theta))], \quad (68)$$

$$\vec{F} = K_{abc} \cdot [V_a \cdot \cos(\theta) + (-\frac{1}{2} \cdot V_b \cdot \cos(\theta) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V_b \cdot \sin(\theta)) + (-\frac{1}{2} \cdot V_c \cdot \cos(\theta) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V_c \cdot \sin(\theta))], \quad (69)$$

$$\vec{F} = K_{abc} \cdot [\cos(\theta) \cdot (V_a - \frac{1}{2} \cdot V_b - \frac{1}{2} \cdot V_c) + \sin(\theta) \cdot (0 \cdot V_a + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V_b - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot V_c)]. \quad (70)$$

Assim, para que o conjunto de tensões trifásicas  $V_{abc}$  seja representado como um conjunto de tensões bifásicas  $V_{\alpha\beta}$ , referencia-se  $\vec{F}$  nos eixos  $\alpha\beta$ , conforme a figura 36.

O conjunto de tensões representados por  $\vec{F}$ , em coordenadas  $\alpha\beta$ , é definido por:

$$\vec{F} = K_{\alpha\beta} \cdot [V_\alpha \cdot \cos(\theta) + (-V_\beta) \cdot \sin(\theta)]. \quad (71)$$

De forma que a transformação de um conjunto de tensões trifásica em um conjunto de tensões bifásicas, é dado por:

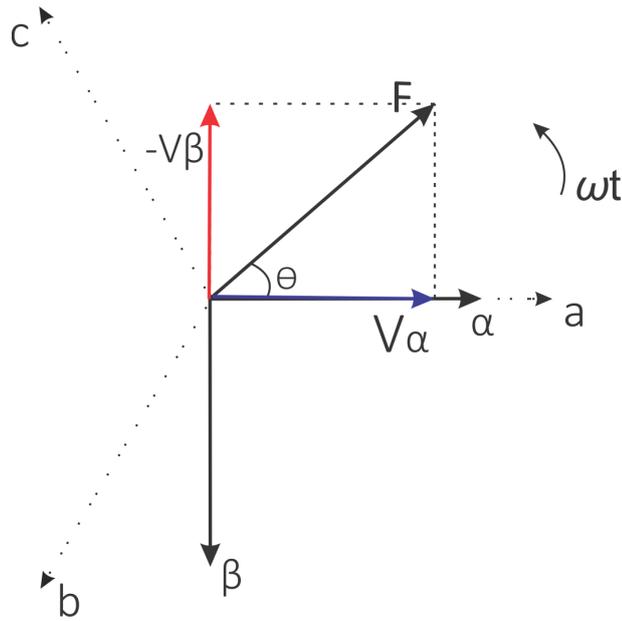


Figura 36: Representação fasorial do vetor de tensão  $\vec{F}$  em referencial fixo  $\alpha\beta$

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = \frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}. \quad (72)$$

Para um conjunto completo de tensões, define-se a componente  $V_0$ , que será sempre nula para sistemas equilibrados. Assim, a transformação linear torna-se:

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_0 \end{bmatrix} = \frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ K & K & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}, \quad (73)$$

$$V_{abc} = \frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}} \cdot M \cdot V_{\alpha\beta}. \quad (74)$$

Definindo  $K = \frac{1}{\sqrt{2}}$  obtém-se:  $M^{-1} = \frac{2}{3} \cdot M^T$ . A partir disto, o coeficiente  $\frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}}$  pode ser definido para dois casos distintos: Para a transformação com potência trifásica total invariante e para a potência por fase invariante. Para a transformação com potência trifásica invariante, tem-se:

$$I_{abc}^* \cdot V_{abc} = I_{\alpha\beta 0}^* \cdot V_{\alpha\beta 0}. \quad (75)$$

Sendo que  $I_{\alpha\beta 0}$  pode ser escrito como:

$$I_{\alpha\beta 0} = \frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}} \cdot M \cdot I_{abc}. \quad (76)$$

pode-se reescrever (75) como:

$$I_{abc}^* \cdot V_{abc} = \left( \frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}} \cdot M \cdot I_{abc} \right)^* \cdot V_{\alpha\beta 0}, \quad (77)$$

$$V_{abc} = \frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}} \cdot M^T \cdot V_{\alpha\beta 0}. \quad (78)$$

Assim, a relação de transformação  $abc \rightarrow \alpha\beta 0$  definida pelas equações (76) e (78), é definida por:

$$\frac{K_{\alpha\beta 0}}{K_{abc}} \cdot M^{-1} = \frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}} \cdot M^T. \quad (79)$$

E como  $M^{-1} = \frac{2}{3} \cdot M^T$ , a constante  $\frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}}$  para invariância da potência total é:

$$\frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}} = \sqrt{\frac{2}{3}}. \quad (80)$$

Para este primeiro caso, as amplitudes dos sinais  $V_\alpha$  e  $V_\beta$  são maiores do que as de  $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$ . Para o caso de potência por fase invariante, as amplitudes dos sinais se mantêm invariantes com a transformação. O processo para determinar a constante  $\frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}}$  para invariância nas amplitudes (caso 2) é análogo ao de potência invariante (caso 1). Sendo que analisa-se sistemas equilibrados, a relação entre as potências por fase é dada por:

$$\frac{I_{abc}^* \cdot V_{abc}}{3} = \frac{I_{\alpha\beta 0}^* \cdot V_{\alpha\beta 0}}{2}, \quad (81)$$

chegando que a relação de transformação  $abc \rightarrow \alpha\beta 0$  é dada por:

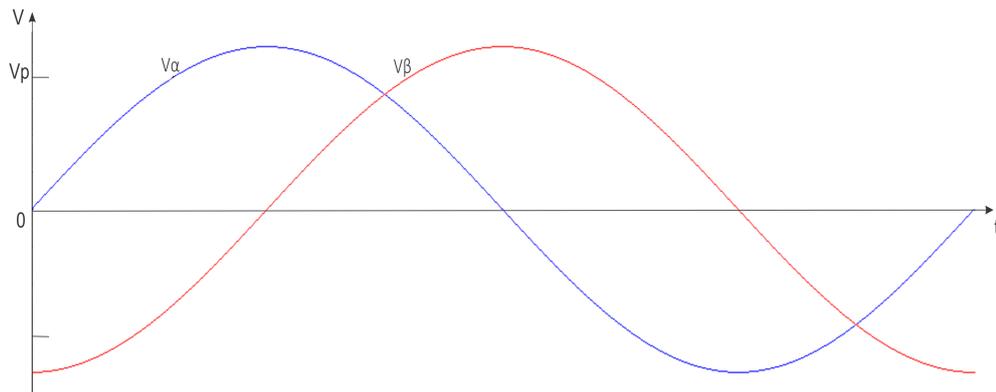
$$\frac{2}{3} \cdot \frac{K_{\alpha\beta 0}}{K_{abc}} \cdot M^T = \frac{3}{2} \frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}} \cdot M^T. \quad (82)$$

De forma que a constante de transformação para o segundo caso é:

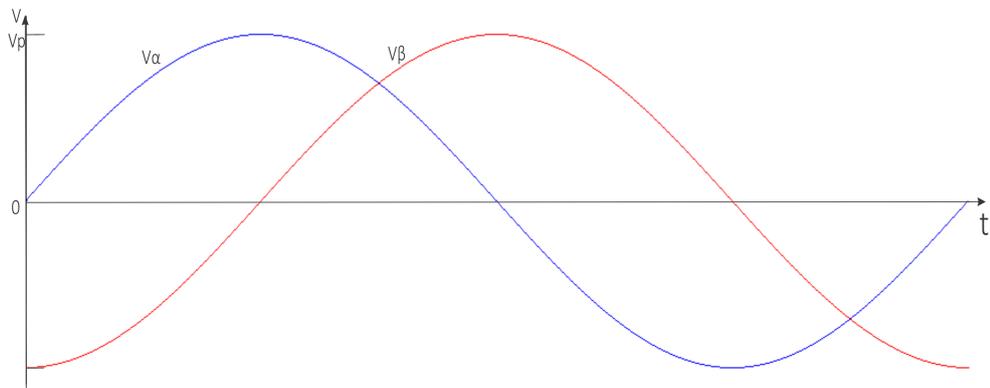
$$\frac{K_{abc}}{K_{\alpha\beta 0}} = \frac{2}{3}. \quad (83)$$

Nas figuras 37 e 38 observa-se o comportamento das tensões  $V_\alpha$  e  $V_\beta$  para os casos 1 e 2, respectivamente, ou seja as representações bifásica das tensões  $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$ .

De forma a se obter grandezas CC e com apenas uma variável não nula,



**Figura 37: Comportamento do conjunto de tensões trifásico em coordenadas  $\alpha\beta$  para o caso de invariância da potência total do sistema**



**Figura 38: Comportamento do conjunto de tensões trifásico em coordenadas  $\alpha\beta$  para o caso de invariância da amplitude das tensões**

define-se um referencial  $dq$ , ortogonal e síncrono com o fasor  $\vec{F}$ . Alocando um dos eixos sobre o fasor, a decomposição de  $\vec{F}$  sobre o outro eixo é nula, como pode-se observar em 39.

O conjunto de tensões  $V_d$  e  $V_q$  é obtido a partir de uma matriz de rotação com ângulo de rotação  $\theta = \omega.t$ . Neste trabalho se utilizará a componente  $V_d$  como não nula, de forma que a transformação é dada por:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\omega.t) & -\cos(\omega.t) \\ \cos(\omega.t) & \sin(\omega.t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix}. \tag{84}$$

Na figura 40 observa-se a transformação  $\alpha\beta \rightarrow dq$  aplicada nas tensões da figura 38.

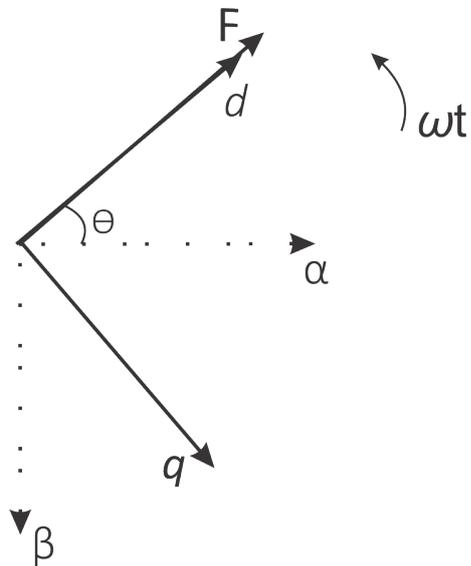


Figura 39: Representação fasorial do vetor de tensão  $\vec{F}$  em referencial síncrono  $dq$

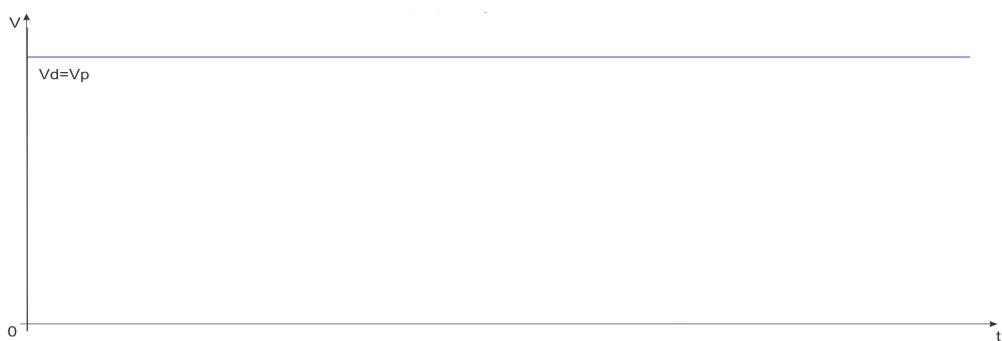


Figura 40: Comportamento do conjunto de tensões trifásico em coordenadas  $dq$