

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ANNA FLÁVIA DA SILVA RAMOS
PATRÍCIA PONTES ALVES**

**ESTUDO DE MODELAGEM E DIMENSIONAMENTO DE ESCADA DO TIPO
CASCATA ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E POR
SOLUÇÕES ANALÍTICAS TRADICIONAIS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**PATO BRANCO
2017**

**ANNA FLÁVIA DA SILVA RAMOS
PATRÍCIA PONTES ALVES**

**ESTUDO DE MODELAGEM E DIMENSIONAMENTO DE ESCADA DO TIPO
CASCATA ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E POR
SOLUÇÕES ANALÍTICAS TRADICIONAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como requisito parcial à
obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Civil, da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná,
Campus Pato Branco.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo
Lacerda Dias

Coorientadora: Prof.^a Dr.^a Marina
Rocha Pinto Portela Nunes.

**PATO BRANCO
2017**

TERMO DE APROVAÇÃO

ESTUDO DE MODELAGEM E DIMENSIONAMENTO DE ESCADA DO TIPO CASCATA ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E POR SOLUÇÕES ANALÍTICAS TRADICIONAIS

ANNA FLÁVIA DA SILVA RAMOS

e

PATRÍCIA PONTES ALVES

No dia 19 de junho de 2017, às 8h15min, na Sala de Treinamento da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, este trabalho de conclusão de curso foi julgado e, após arguição pelos membros da Comissão Examinadora abaixo identificados, foi aprovado como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, conforme Ata de Defesa Pública nº 01-TCC/2017.

Orientador: Prof. Dr. GUSTAVO LACERDA DIAS (DACOC/UTFPR-PB)

Coorientadora: Prof.^a Dr.^a MARINA ROCHA PINTO PORTELA NUNES
(DACOC/UTFPR-PB)

Membro 1 da Banca: Prof.^a Dr.^a HELOIZA PIASSA BENETTI (DACOC/UTFPR-
PB)

Membro 2 da Banca: Prof.^a Esp. ANA CLÁUDIA DAL PRÁ VASATA
(DACOC/UTFPR-PB)

Observação: O TERMO DE APROVAÇÃO devidamente assinado encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Civil.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus, por se fazer presente em todos os momentos.

Aos professores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco, pelo conhecimento transmitido durante a graduação, em especial ao nosso orientador Prof. Dr. Gustavo Lacerda Dias, e à nossa coorientadora Prof.^a Dr.^a Marina Rocha Pinto Portela Nunes, pelo suporte, sugestões, ensinamentos e dedicação na condução do presente trabalho.

Aos professores membros da banca, Prof.^a Dr.^a Heloiza Piassa Benetti e Prof.^a Esp. Ana Cláudia Dal Prá Vasata, pela correção deste trabalho.

Ao Departamento de Projetos e Obras da UTFPR Campus Pato Branco, por nos fornecer o projeto para o estudo de caso.

Ainda, Patrícia Pontes Alves agradece especialmente:

Aos meus pais, Célia Pontes Alves e Joailson Luiz Arruda Alves, pelo apoio incondicional e maior exemplo que eu poderia ter.

À minha amiga e colega Anna Flávia da Silva Ramos, pela parceria, incentivo, paciência, amizade e cumplicidade durante a realização do presente trabalho e nos demais estudos e trabalhos acadêmicos e extra acadêmicos, desenvolvidos ao longo dessa jornada.

E Anna Flávia da Silva Ramos:

Ao meus pais, Eudália e Dorivaldo Ramos pelo amor incondicional, confiança, palavras de incentivo e sacrifícios realizados para que pudesse chegar aqui.

Às minhas irmãs Danielle e Bárbara Ramos pelo companheirismo, amizade e parceria durante todo esse período, e aos cunhados Pedro e Edson por todo apoio e carinho.

Aos amigos da UNEB, especialmente a Daniel, André, Timó e Luisete, pela amizade que ultrapassou as barreiras do tempo e da distância.

Às amigas de Caetité, companheiras de residência, Adriana, Laiane, Patrícia e Mônica, por todo apoio, carinho e irmandade.

À minha dupla de TCC, Patrícia, por ser exemplo de dedicação, perseverança e comprometimento. Por toda paciência e companheirismo nesses anos de trabalho em equipe.

Finalmente, aos amigos de Pato Branco, Evelyn, Francisco, Jaqueline, Angélica, João Ricardo, Gustavo, Letícia, Felipe, Mariana, Thayla, Vanessa, Luciana e Fabiane, pela acolhida e por tornarem os dias longe de casa menos dolorosos.

*“Na vida, não vale tanto o que temos,
nem tanto importa o que somos. Vale o
que realizamos com aquilo que
possuímos e, acima de tudo, importa o
que fazemos de nós!”*

(Chico Xavier)

RESUMO

ALVES, Patrícia Pontes; RAMOS, Anna Flávia da Silva. **Estudo de modelagem e dimensionamento de escada do tipo cascata através do método dos elementos finitos e por soluções analíticas tradicionais.** 2017, 86 pág. Trabalho de Conclusão do Curso de Graduação em Engenharia Civil – Departamento Acadêmico de Construção Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. Pato Branco, 2017.

A evolução dos softwares permitiu que análise e dimensionamento de estruturas em concreto armado se tornasse mais precisa e menos complexa. Aliado a isso, têm-se o fato de que os novos requisitos, introduzidos através das revisões da ABNT NBR 6118, são focados na durabilidade da estrutura. No entanto, o estudo sobre a concepção de escadas mais complexas não acompanhou esse desenvolvimento. Pensando nisso, o presente trabalho se propôs a avaliar os critérios de análise estrutural e dimensionamento de escadas em cascata feitas de concreto armado, tomando como exemplo a escada existente no bloco B da UTFPR – Campus Pato Branco, construída no ano de 1988. Para isso, na primeira etapa, realizou-se modelagens preliminares através do software SAP2000 com três tipos de elementos: barras, analogia de grelha e elementos de *shell*. Dentre os modelos percebeu-se que o mais adequado para a representação da estrutura em estudo é o modelo em elementos de *shell*. A segunda etapa consistiu em modelar a escada do Bloco B variando os requisitos das versões da ABNT NBR 6118 de 1978 e 2014. Finalmente, os dois projetos são comparados e são apresentadas as conclusões acerca dos impactos das mudanças na ABNT NBR 6118 e da evolução das ferramentas de dimensionamento em escadas do tipo cascata.

Palavras-chave: modelagens, dimensionamento, escada em cascata

ABSTRACT

ALVES, Patrícia Pontes; RAMOS, Anna Flávia da Silva. **Study of modeling and design of slabless staircase through the finite element method and the traditional analytical solutions.** 2017, 86 p. Final Project in Civil Engineering Bachelor - Academic Department of Civil Construction, Federal Technological University of Paraná - UTFPR. Pato Branco, 2017.

Abstract: The software evolution allowed the analysis and dimensioning of structures in reinforced concrete to become more precise and less complex. Allied to this, there is the fact of the new requirements introduced through the ABNT NBR 6118 reviews, focused on the durability of the structure. However, the study on the design of more complex stairs did not follow this development. The present work intends to evaluate the criteria for structural analysis and design of slabless staircases made of reinforced concrete, taking as an example the staircase existing in block B of the UTFPR - Campus Pato Branco, built in 1988. For this purpose, in the first stage, preliminary modelings were performed through SAP2000 software with three types of elements: bars, grid analogy and shell elements. Among the models it was observed that the most suitable representation of the structure under study is the model in shell elements. The second stage was modeling the staircase of block B varying the requirements of the ABNT NBR 6118 versions from 1978 and 2014. Finally, the two projects are compared and the conclusions about the impacts of changes in ABNT NBR 6118 and the evolution of the design tools of this kind of staircase are presented.

Key words: modeling, design, slabless staircase

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Elementos de uma escada	21
Figura 2: Escada armada transversalmente, apoiada em vigas laterais	23
Figura 3: Escada armada transversalmente, apoiada em uma viga lateral	23
Figura 4: Escada armada transversalmente: posição das armaduras.....	24
Figura 5: Escada armada longitudinalmente, de um lance.....	25
Figura 6: Esquema estrutural 1	26
Figura 7: Esquema estrutural 2	26
Figura 8: Escada armada longitudinalmente: posição das armaduras	27
Figura 9: Escada armada em cruz: posição das armaduras	27
Figura 10: Escada em cascata: vista lateral.....	28
Figura 11: Esquema estático e diagrama dos esforços.....	29
Figura 12: Detalhe armadura para vãos pequenos	29
Figura 13: Detalhe armadura para vãos grandes	29
Figura 14: Elemento de Barra	32
Figura 15: Analogia de grelha	33
Figura 16: Carregamento nós: Carga nodal P e Carregamento nas barras: Carga distribuída q.....	34
Figura 17: Elementos de Placa e de Chapa.....	35
Figura 18: Elemento de Casca	35
Figura 19: - Graus de liberdade de um nó do elemento shell.....	36
Figura 20: Sistema de coordenadas local de um elemento de shell	36
Figura 21: Visualização de um modelo analítico	38
Figura 22: Visualização de um modelo físico	38
Figura 23: Modelo com elementos de barra.....	38
Figura 24: Modelo com elementos de shell.....	39
Figura 25: Modelo com elementos sólidos	39
Figura 26: Etapas de realização da pesquisa	46
Figura 27: Viga de eixo não reto: Carregamento pontual.....	50
Figura 28: Viga de eixo não reto: Carregamento distribuído	50
Figura 29: Malha 01, Pisos: 30 x 13,95 cm. Espelhos: 30 x 8,9 cm	51
Figura 30: Malha 02, Pisos: 20 x 13,95 cm. Espelhos: 20 x 8,9 cm	52
Figura 31: Malha 03, Pisos: 8,0 x 9,3 cm. Espelhos: 8,0 x 8,9 cm	52

Figura 32: Malha 04, Pisos: 4,0 x 4,65 cm. Espelhos: 4,0 x 4,45 cm	52
Figura 33: Carregamento distribuído ao longo das barras	53
Figura 34: Carregamento distribuído no centro da escada.	54
Figura 35: Diagramas de momento fletor nas malhas adotadas.	55
Figura 36: Malha 01, Pisos: 30 x 13,95 cm. Espelhos: 30 x 8,9 cm	56
Figura 37: Malha 02, Pisos: 20 x 13,95 cm. Espelhos: 20 x 8,9 cm	56
Figura 38: Malha 03, Pisos: 8,0 x 9,3 cm. Espelhos: 8,0 x 8,9 cm	56
Figura 39: Malha 04, Pisos: 4,0 x 4,65 cm. Espelhos: 4,0 x 4,45 cm	57
Figura 40: Carregamentos do modelo simplificado	60
Figura 41: Diagrama de momento fletor do modelo simplificado.....	60
Figura 42: Malha 01, Pisos: 30 x 40. Espelhos: 17,5 x 40. Patamar: 36,67 x 35.	62
Figura 43: Malha 02, Pisos: 30 x 26,67. Espelhos: 17,5 x 26,67. Patamar: 25,38 x 26,25.	63
Figura 44: Malha 03, Pisos: 15 x 16. Espelhos: 8,75 x 16 cm. Patamar: 15,71 x 16,15.	63
Figura 45: Malha 04, Pisos: 15 x 10. Espelhos: 8,75 x 10. Patamar: 10 x 10. .	63
Figura 46: Malha 05, Pisos: 10 x 8,89. Espelhos: 5,83 x 8,89. Patamar: 8,92 x 8,75.	64
Figura 47: Descontinuidades na malha 01.	64
Figura 48: Não uniformidade da malha 01.	65
Figura 49: Diagramas de momento fletor nas direções y e x, respectivamente.	66
Figura 50: Localização dos momentos a 1/2 e 1/4 do vão da escada.....	67
Figura 51: Momento máximo concentrado em uma pequena região do patamar	67
Figura 52: Shells não consideradas no diagrama de momento fletor na direção x.	69
Figura 53: Shells não consideradas no diagrama de momento fletor na direção y.	69
Figura 54: Distribuição das armaduras positivas.....	71
Figura 55: Distribuição das armaduras positivas no lance superior e patamar	72
Figura 56: Distribuição das armaduras positivas no lance inferior e patamar ..	72
Figura 57: Distribuição das armaduras negativas	73

Figura 58: Distribuição das armaduras negativas no lance superior e patamar	74
Figura 59: Distribuição das armaduras negativas no lance inferior e patamar .	74
Figura 60: Diagramas tensão / deformação	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Classes de agressividade ambiental	41
Tabela 2: Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto	42
Tabela 3: Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10\text{mm}$	42
Tabela 4: Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10\text{mm}$	42
Tabela 5: Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo).....	44
Tabela 6: Propriedades dos materiais.....	49
Tabela 7: Elementos de Barra: Momento nos apoios.....	51
Tabela 8: Valores de carregamento x Malha da grelha.....	53
Tabela 9: Momentos nos apoios analogia de grelha – Caso 01.....	54
Tabela 10: Diferença percentual dos resultados entre malhas.....	54
Tabela 11: Momentos nos apoios analogia de grelha – Caso 02.....	55
Tabela 12: Diferença percentual dos resultados entre malhas.....	55
Tabela 13: Momentos nos apoios: Elementos de <i>Shell</i>	57
Tabela 14: Diferenças percentuais entre malhas.....	57
Tabela 15: Comparação entre momentos $MA = MB$ (kgf.m/m), nos apoios, com diferentes tipos de modelagens.....	58
Tabela 16: Diferença percentual entre momentos $MA = MB$ (kgf.m/m), nos apoios, entre as modelagens e a solução analítica.....	58
Tabela 17: Classificação quanto à agressividade ambiental	61
Tabela 18: Valores de momento fletor máximo.	65
Tabela 19: Valores de momento fletor.....	66
Tabela 20: Valores máximos de momento para $h=10$ cm.....	68
Tabela 21: Valores de momento considerados para o dimensionamento.....	68
Tabela 22: Valores máximos de momento para $h=16$ cm.....	68
Tabela 23: Valores de momento considerados para o dimensionamento.....	69
Tabela 24: Dimensionamento das armaduras positivas.....	70
Tabela 25: Dimensionamento das armaduras negativas.....	70

Tabela 26: Barras escolhidas para as armaduras positivas.....	70
Tabela 27: Barras escolhidas para as armaduras negativas.....	70
Tabela 28: Detalhamento das armaduras positivas	71
Tabela 29: Detalhamento das armaduras negativas.....	73
Tabela 30: Dimensionamento das armaduras positivas de reforço.....	74
Tabela 31: Dimensionamento das armaduras negativas de reforço	75
Tabela 32: Detalhamento das armaduras de reforço	75
Tabela 33: Valores máximos de momento para h=18 cm	76
Tabela 34: Valores de momento considerados para o dimensionamento	76
Tabela 35: Dimensionamento das armaduras positivas	76
Tabela 36: Dimensionamento das armaduras negativas	76
Tabela 37: Barras escolhidas para as armaduras positivas.....	77
Tabela 38: Barras escolhidas para as armaduras negativas.....	77
Tabela 39: Detalhamento das armaduras positivas.....	77
Tabela 40: Detalhamento das armaduras negativas.....	77
Tabela 41: Dimensionamento das armaduras positivas de reforço.....	78
Tabela 42: Dimensionamento das armaduras negativas de reforço.....	78
Tabela 43: Detalhamento das armaduras de reforço	78
Tabela 44: Consumo de materiais considerando diferentes critérios de dimensionamento	80
Tabela 45: Diferença no consumo de materiais entre o projeto real e o projeto desenvolvido.....	80
Tabela 46: Diferença percentual no consumo de materiais entre o projeto real e o projeto desenvolvido.....	81

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIÇÕES

s – piso

e – espelho

h – espessura da laje

h_1 – altura utilizada para o pré-dimensionamento

h_m – altura utilizada para o cálculo de peso próprio

ℓ – vão da escada;

M_0 – momento fletor

q – carga uniforme distribuída linearmente;

A_{sp} – armadura principal

A_{smin} – taxa mínima de armadura

A_c – área da seção do elemento

ρ_{min} – taxa mínima de armadura de flexão para vigas

E – módulo de elasticidade

E_{ci} – módulo de deformação tangente inicial

E_{sc} - módulo de deformação secante

ν – coeficiente de Poisson (ABNT NBR 6118);

n - coeficiente de Poisson (ASTM 1995)

G - módulo de elasticidade transversal

ψ_2 e ψ_3 - coeficientes para pré-dimensionamento de lajes em balanço

l_x - menor vão da laje

d_{est} – altura útil estimada da laje

M_d – momento externo de cálculo

F_c – força de compressão no concreto

b_w – largura do elemento estrutural

z – braço de alavanca

x – posição da linha neutra em vigas de seções retangulares

f_{cd} – resistência de cálculo à compressão do concreto;

f_{ck} - resistência característica à compressão do concreto;

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	18
1.1.1	Objetivo Geral	18
1.1.2	Objetivos Específicos	18
1.2	JUSTIFICATIVA	19
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	20
2	REFERENCIAL TEÓRICO	21
2.1	ASPECTOS GERAIS DAS ESCADAS EM CONCRETO ARMADO	21
2.2	CLASSIFICAÇÃO DAS ESCADAS EM CONCRETO ARMADO	22
2.2.1	Escada Armada Transversalmente	22
2.2.2	Escada Armada Longitudinalmente	25
2.2.3	Escada Armada em Cruz	27
2.3	ESCADA EM CASCATA	28
2.4	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	30
2.4.1	Tipos de Elementos Finitos	31
2.4.1.1	Elementos de Barra	31
2.4.1.2	Analogia de Grelha	32
2.4.1.3	Elementos bidimensionais	34
2.5	SOFTWARE SAP2000	37
2.6	ALTERAÇÕES DA NORMA ABNT NBR 6118	39
3	METODOLOGIA DA PESQUISA	45
3.1	MÉTODO DA PESQUISA	47
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	48
4.1	ESTUDOS PRELIMINARES: EXEMPLO DO LIVRO <i>STAIRCASES - STRUCTURAL ANALYSIS AND DESIGN</i>	48
4.1.1	Propriedades dos Materiais	49
4.1.2	Estudo de Modelagem 1: Elementos de Barras	50
4.1.3	Estudo de Modelagem 2: Analogia de Grelha	51
4.1.4	Estudo de Modelagem 3: Elementos de <i>Shell</i>	56
4.2	ESTUDO DE CASO: ESCADA EM CASCATA DO BLOCO B DA UTFPR CAMPUS PATO BRANCO	59

4.2.1	Dimensionamento: Critérios ABNT NBR 6118:2014	61
4.2.2	Dimensionamento: Critérios ABNT NBR 6118:1978	75
4.2.3	Critérios NBR 6118/2014 x NBR 6118/1978	79
4.2.4	Critério NBR 6118/2014 x Projeto real	80
5	CONCLUSÃO	82
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	84

1 INTRODUÇÃO

A evolução da tecnologia permitiu que o dimensionamento de estruturas em concreto armado se tornasse mais rápido e menos trabalhoso. Os computadores e os *softwares* são os grandes responsáveis por esse feito. Antes dessas tecnologias os dimensionamentos eram feitos com grandes esforços manuais e com modelos com um grau elevado de simplificações para viabilizar o cálculo.

Barbosa (2008) salienta que o modelo de análise consistia basicamente em subdividir a estrutura em elementos mais simples e isolados, fazendo-se uma separação virtual entre as lajes, as vigas e os pilares. Esse esquema facilitava a determinação dos esforços solicitantes, no entanto não considerava a interação entre os elementos da estrutura. Essa interação só passou a ser considerada com a chegada dos *softwares* de modelagem para análise estrutural, que tornou o modelo mais próximo da realidade.

Além dessa evolução computacional houve a incorporação de novos critérios e exigências advindas das atualizações da norma técnica ABNT NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto — Procedimento, que tornou o dimensionamento de estruturas em concreto armado com foco na durabilidade. As principais mudanças se devem às exigências de cobrimento mínimo e resistência característica mínima do concreto (f_{ck}) em função da classe de agressividade ambiental.

Porém, o estudo de estruturas especiais não acompanhou esse desenvolvimento. No caso das escadas em particular, a bibliografia é antiga e trata somente de alguns modelos mais simples. Campos Filho (2014) destaca que o tipo mais usual de escada em concreto armado tem como elemento resistente uma laje armada em uma só direção, na qual os degraus não têm função estrutural, resultando em um modelo estrutural correspondente a uma laje simplesmente apoiada, solicitada por cargas verticais.

Para o dimensionamento de uma escada mais complexa, como é o caso da escada em cascata, onde a sua face inferior também se apresenta em degraus, a bibliografia não trata com afinco do assunto. Araújo (2010) salienta apenas a necessidade de simplificações que facilitem o cálculo. Essas simplificações variam de acordo com o tipo de apoio da escada: se ela for armada

transversalmente, os pisos dos degraus são calculados como lajes horizontais apoiadas nos espelhos, que são calculados como vigas e, se for armada longitudinalmente, ela deve ser calculada como uma viga de eixo quebrado.

Por conta do panorama acima apresentado, percebeu-se a necessidade de um estudo que verificasse como a evolução dos *softwares* em conjunto com as atualizações da norma influenciaram o dimensionamento de uma escada mais complexa, visto que o *software* tem mais recursos para se efetuar uma análise mais acurada dos esforços atuantes, ao mesmo tempo em que os novos requisitos de durabilidade afetam o dimensionamento das seções em concreto armado. Para atingir esse objetivo o presente trabalho utilizou como estudo de caso a escada em cascata do bloco B da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – *Campus Pato Branco*.

1.1 OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho estão classificados em geral e específicos e são apresentados nos próximos itens.

1.1.1 Objetivo Geral

Estudar os critérios de análise estrutural e dimensionamento de escadas em cascata feitas de concreto armado, tomando como estudo de caso a escada existente no bloco B da UTFPR – *Campus Pato Branco*.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Estudar os aspectos relacionados à concepção de escadas em concreto armado, bem como o seu comportamento estrutural, considerando dimensionamento e detalhamento das armaduras.
- Efetuar um estudo de análise estrutural, empregando o software SAP2000, e de dimensionamento da escada em cascata do bloco B, considerando os critérios da época de sua construção (1988) e os critérios normativos vigentes atualmente, analisando as diferenças em termos de esforços internos e comportamento da estrutura.

- Quantificar as diferenças no consumo de materiais, entre o projeto original de 1988 e a proposta desenvolvida.

1.2 JUSTIFICATIVA

O desenvolvimento dos *softwares* de dimensionamento de estruturas de concreto armado possibilitou um maior entendimento do seu comportamento real, proporcionando ao engenheiro calculista um dimensionamento mais preciso, mais rápido e muitas vezes mais econômico, se comparado com os modelos simplificados utilizados anteriormente.

Além disso, em 2003, a norma ABNT NBR 6118 incorporou requisitos inéditos para as estruturas em concreto armado, com recomendações a respeito de valores mínimos de resistência característica do concreto e cobrimentos mínimos de proteção da armadura, que variam em função da agressividade do ambiente no qual a obra estará inserida. Esses novos critérios, que visam proporcionar durabilidade às estruturas, afetaram o dimensionamento dos elementos estruturais.

No entanto, percebeu-se que apesar da evolução dos *softwares* e das atualizações da ABNT NBR 6118, as bibliografias acerca do dimensionamento de escadas em concreto armado são escassas, vindo daí a motivação para o presente trabalho, que busca mostrar como um *software* pode subsidiar um dimensionamento mais preciso e complexo das estruturas e aliado a isso, entender como as novas recomendações da norma afetam esse dimensionamento.

Dessa forma, esse estudo se faz importante, pois propiciará um entendimento de como realizar um dimensionamento mais exato de um tipo de escada, no caso do tipo cascata, em meio às novas tecnologias disponíveis e às novas recomendações normativas. Oliveira (2016) salienta que a obtenção de resultados com mais precisão é indispensável para o cálculo estrutural, pois o dimensionamento de uma estrutura de concreto deve atender os requisitos de segurança, conforto e durabilidade.

Finalmente, o presente trabalho possui viabilidade na medida em que estão disponíveis os projetos originais da estrutura, bem como a versão

educacional (gratuita) do *software* SAP2000, que proporcionam condições satisfatórias para a realização deste estudo.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está estruturado em cinco capítulos. No primeiro capítulo, tem-se uma breve introdução do assunto que será abordado, os objetivos pretendidos e a sua justificativa.

No segundo capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica a respeito dos tipos e dimensionamento de escadas, do método dos elementos finitos, do *software* SAP2000 e das alterações da ABNT NBR 6118.

No terceiro capítulo é apresentada a metodologia da pesquisa, onde é feita a classificação da mesma e são apresentadas as etapas de realização do trabalho.

No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos no decorrer do estudo e as suas respectivas discussões e finalmente, no quinto capítulo encontram-se as conclusões referentes ao trabalho desenvolvido.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 ASPECTOS GERAIS DAS ESCADAS EM CONCRETO ARMADO

Neste item serão utilizados os conceitos e simbologia conforme apresentada por Giongo et al. (1997), por se tratar da bibliografia com enfoque mais aprofundado encontrada acerca do assunto. No entanto, as visões e considerações de outros autores também serão apresentadas.

As escadas são estruturas projetadas com o intuito de estabelecer a ligação entre espaços a diferentes níveis de uma edificação. Associado a isso ela deve garantir: segurança estrutural, segurança funcional, estética e comodidade. Para se atingir tal objetivo é necessário que todos os seus elementos, tanto geométricos como estruturais, sejam projetados de forma correta.

O primeiro passo na concepção de uma escada é o dimensionamento geométrico, nele serão definidas as dimensões dos seus componentes. É importante salientar que essas dimensões devem atender a alguns requisitos que abrangem situações como a da segurança dos seus usuários em caso de incêndio. Tais requisitos não serão considerados, pois o foco do trabalho é análise estrutural de um projeto já concebido.

Uma escada é composta basicamente pelos elementos apresentados na Figura 1, onde “s” representa o valor do passo ou piso, “e” representa o valor do espelho, “h” é a espessura da laje sob os degraus e “h₁” e “h_m” são valores de altura aproximados, cuja aplicação se dá apenas para fins de dimensionamento.

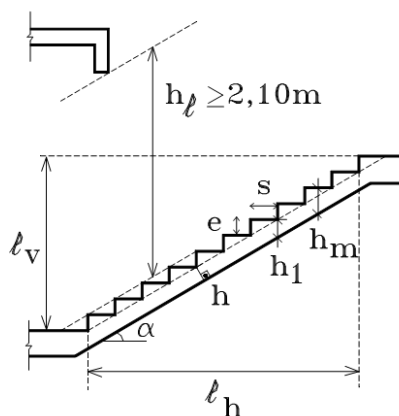


Figura 1: Elementos de uma escada
Fonte: Giongo et al (1997).

A altura h_1 é utilizada para o critério de pré-dimensionamento da laje, e segundo a recomendação da ABNT NBR 6118/2014, deve ser no mínimo oito centímetros (8 cm) e a altura h_m é utilizada para o cálculo do carregamento de peso próprio.

Quanto às ações atuantes em uma escada, elas se dividem em permanentes e variáveis. As ações permanentes são decorrentes do peso próprio da escada, do seu revestimento e do parapeito. O peso próprio é calculado através da multiplicação do valor de peso específico do concreto (25 kN/m^3) pela altura h_m da laje. O peso de revestimento é dado pelo seu peso específico que varia de acordo com o material utilizado e é especificado pela ABNT NBR 6120/1980 – Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. O parapeito, que é considerado apenas quando a escada não possuir vigas laterais, é uma carga linearmente distribuída ao longo da borda da laje e seu valor é calculado em função do material utilizado.

As ações variáveis são decorrentes da sobrecarga de utilização, e seus valores são definidos pela ABNT NBR 6120/1980, podendo ser de $2,5 \text{ kN/m}^2$ para escadas sem acesso ao público, e de $3,0 \text{ kN/m}^2$ para escadas com acesso ao público. A ABNT NBR 6120/1980 ainda prevê que “ao longo dos parapeitos e balcões devem ser consideradas aplicadas uma carga horizontal de $0,8 \text{ kN/m}$ na altura do corrimão e uma carga vertical mínima de 2 kN/m ”.

2.2 CLASSIFICAÇÃO DAS ESCADAS EM CONCRETO ARMADO

O principal critério para classificação das escadas em concreto armado é a localização dos seus apoios, que resulta nos seguintes tipos: escadas armadas transversalmente, escadas armadas longitudinalmente ou escadas armadas em cruz. Além disso, há outras características que podem ser incorporadas às escadas, relacionadas principalmente à sua forma, que fazem surgir subdivisões das classificações acima apresentadas, como por exemplo o número de lances de uma escada armada transversalmente.

2.2.1 Escada Armada Transversalmente

Esse tipo de escada se apoia em parede ou em vigas laterais como indicado na Figura 2.

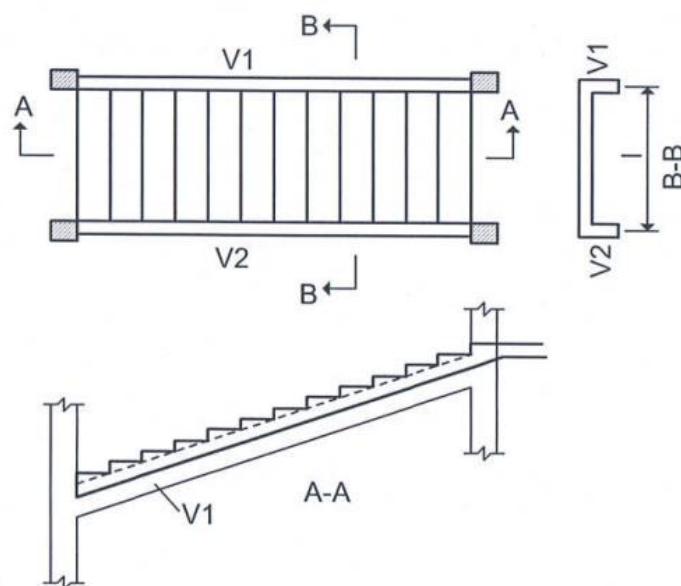


Figura 2: Escada armada transversalmente, apoiada em vigas laterais
Fonte: Araújo (2010).

Geralmente esse tipo de escada é calculado como uma laje armada na direção transversal. Como o vão de cálculo l , que é a distância entre as vigas laterais, é pequeno e os degraus colaboram na resistência, essa escada exige um pequeno valor para a espessura da laje sob os degraus (Araújo, 2010). Neste caso, após a quantificação do carregamento por metro quadrado de projeção horizontal, o momento fletor máximo será calculado conforme a equação 2.1, apresentada a seguir.

$$M_0 = \frac{ql^2}{8} \quad (2.1)$$

Outra situação que pode ocorrer é quando a escada possuir um lado livre e o outro engastado em viga ou parede, conforme a Figura 3.

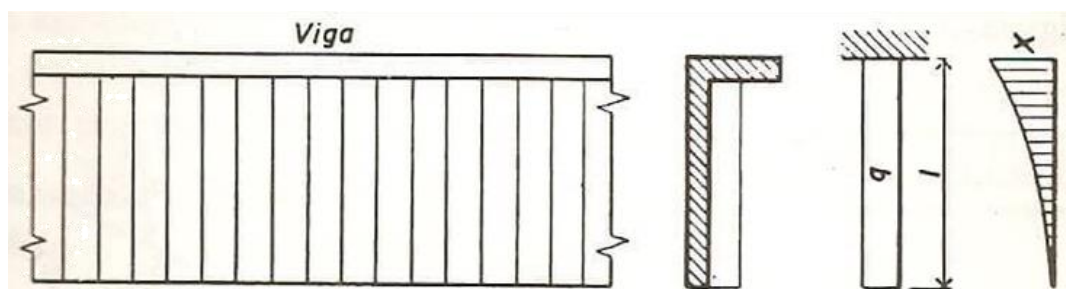


Figura 3: Escada armada transversalmente, apoiada em uma viga lateral
Fonte: Rocha (1987)

Nesse caso o momento fletor máximo será:

$$M_0 = -\frac{ql^2}{2} \quad (2.2)$$

Para o caso de escada apoiada em ambos os lados por viga ou paredes, o momento máximo encontrado na equação 2.1 é utilizado para o dimensionamento da armadura principal (A_{sp}), supondo que a laje funcione como uma viga inclinada de largura igual a um metro (1m) e altura h_1 . Para isso pode-se usar as formulações e tabelas de diferentes autores, desde que atendidos os critérios da ABNT NBR 6118:2014.

Giongo et al (1997) destaca que a taxa de armadura calculada geralmente é inferior à mínima, calculada conforme o seguinte critério da ABNT NBR 6118:2014.

$$A_{smin} = \rho_{min} * A_c \quad (2.3)$$

Onde, ρ_{min} é dado pela Tabela 17.3 – Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas da ABNT NBR 6118:2014 e A_c é igual a área da seção do elemento.

Além da armadura principal, é necessário ainda dimensionar uma armadura de distribuição que tem por objetivo solidarizar as faixas de laje da direção principal. O dimensionamento dessa armadura é dado pela equação 2.4.

$$A_{s/S} \geq \begin{cases} 20\% \cdot A_{sp} \\ 50\% \cdot A_{smin} \\ 0,9 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases} \quad (2.4)$$

O espaçamento entre as barras principais é de no máximo 20 centímetros e entre as de distribuição, de 33 centímetros, seguindo o que recomenda a ABNT NBR 6118:2014. A Figura 4 representa a distribuição das armaduras em corte.

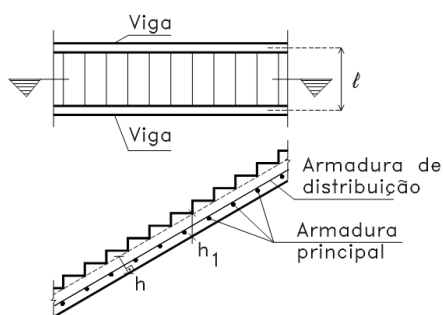


Figura 4: Escada armada transversalmente: posição das armaduras
Fonte: Giongo et al (1997).

2.2.2 Escada Armada Longitudinalmente

Segundo Campos Filho (2014) esse é o tipo mais usual de escadas, a qual consiste em uma laje armada em uma só direção, simplesmente apoiada, sendo que os degraus não têm função estrutural. A Figura 5 apresenta o modelo esquemático desse tipo de escada.

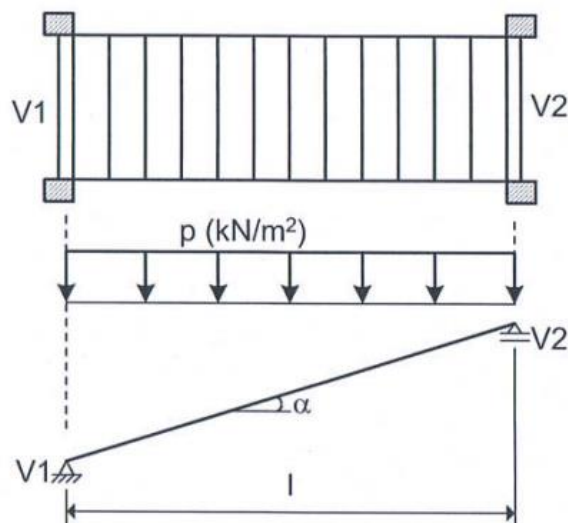


Figura 5: Escada armada longitudinalmente, de um lance
Fonte: Araújo, 2010.

Nesse tipo de escada, o cálculo é feito considerando-a como uma viga inclinada. Quanto ao seu carregamento, ele é igual ao caso anterior, exceto nos casos em que há parapeito apoiado na escada, devendo-se acrescentar o seu peso e a carga vertical de 2kN/m, já citada anteriormente. Quanto à carga horizontal de 0,8 kN/m que deve ser considerada no topo do parapeito, segundo recomendação da ABNT NBR 6120:1980, para esse caso, pode ser desconsiderada, pois não tem influência nos esforços solicitantes.

Para o cálculo do momento fletor máximo solicitante, Giongo et al (1997) explica que o peso próprio é geralmente avaliado por metro quadrado de projeção horizontal, sendo pouco usual a consideração de peso próprio por metro quadrado de superfície inclinada. As Figuras 6 e 7 indicam a notação a ser utilizada.

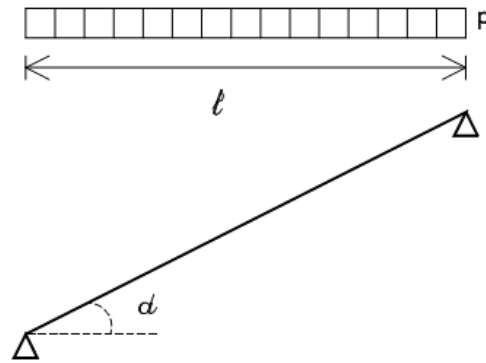


Figura 6: Esquema estrutural 1
Fonte: Giongo et al (1997).

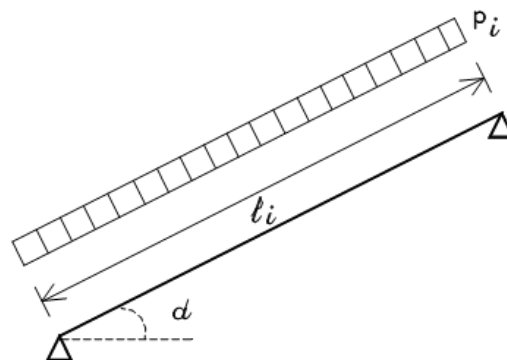


Figura 7: Esquema estrutural 2
Fonte: Giongo et al (1997).

O momento fletor máximo pode ser dado pela equação 2.5, para o esquema estrutural 1:

$$M_0 = \frac{ql^2}{8} \quad (2.5)$$

e equação 2.6 para o esquema estrutural 2:

$$M_0 = \frac{q_i l_i^2}{8} \quad (2.6)$$

Onde:

q : é a força vertical uniformemente distribuída;

l : é o vão na direção horizontal;

q_i : é a força uniformemente distribuída perpendicular ao vão inclinado;

l_i : é vão na direção inclinada.

Para o dimensionamento e o cálculo das armaduras utiliza-se a altura h , conforme apresentado na Figura 8, e segue-se a mesma metodologia de cálculo utilizada para as escadas armadas transversalmente. A Figura 8 apresenta ainda, a representação em corte da distribuição das armaduras.

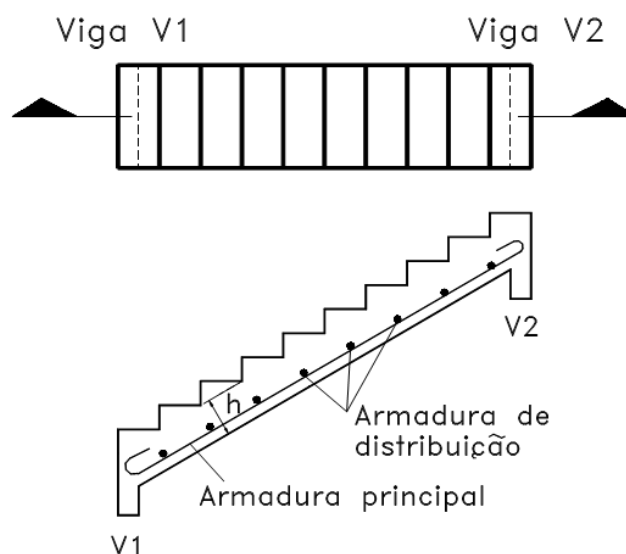


Figura 8: Escada armada longitudinalmente: posição das armaduras
Fonte: Giongo et al (1997).

2.2.3 Escada Armada em Cruz

Para esse tipo de escada, o dimensionamento é realizado conforme o cálculo de lajes maciças armadas nas duas direções. Nesse caso, para se determinar os esforços solicitantes, pode-se fazer uso de tabelas para lajes maciças, desenvolvidas por diversos autores (por exemplo: Bares, Czerny, etc) cujas aproximações são satisfatórias. Para o cálculo da armadura mínima pode-se utilizar a altura h_1 na direção transversal e a altura h na direção longitudinal. A Figura 9 apresenta o esquema estrutural desse tipo de escada.

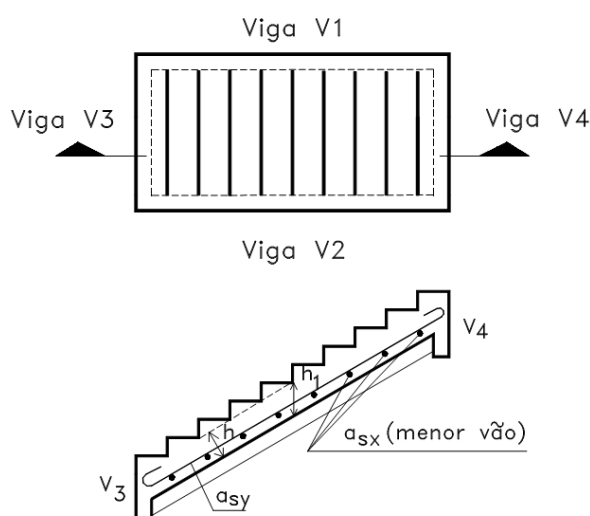


Figura 9: Escada armada em cruz: posição das armaduras
Fonte: Giongo et al (1997).

Como as escadas são estruturas inclinadas, elas estão submetidas aos esforços de flexo-compressão. No entanto, essa situação é desprezada pela maioria dos autores. Carvalho (2017) justifica que geralmente o esforço normal é desprezível (exceção às vigas protendidas) e por conta disso somente a flexão normal, simples e pura é considerada.

2.3 ESCADA EM CASCATA

A escada em cascata ou plissada é um tipo mais complexo, pois sua face inferior também se apresenta em degraus. A Figura 10 apresenta esse modelo de escada.

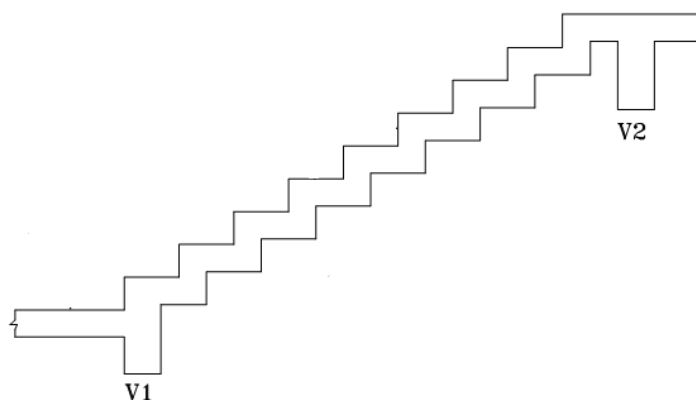


Figura 10: Escada em cascata: vista lateral
Fonte: adaptado de Giongo et al (1997).

Quanto à disposição das armaduras, pode ser transversal ou longitudinal, conforme Araújo (2010),

[...] se a escada for armada transversalmente, os pisos dos degraus são calculados como lajes horizontais apoiadas nos espelhos, os quais são calculados como vigas. Se a escada for armada longitudinalmente, ela deve ser calculada como uma viga de eixo quebrado. (ARAÚJO, 2010; p. 95)

Para o segundo caso, Carvalho et al (2016) explica que “não é possível desprezar o efeito da força normal, principalmente de tração, os espelhos trabalharão à flexo-tração ou flexo-compressão, e os pisos, à flexão simples, supondo-se que a estrutura seja isostática com reações verticais”.

A Figura 11 apresenta o comportamento estrutural de um modelo simplificado de uma escada em cascata armada longitudinalmente.

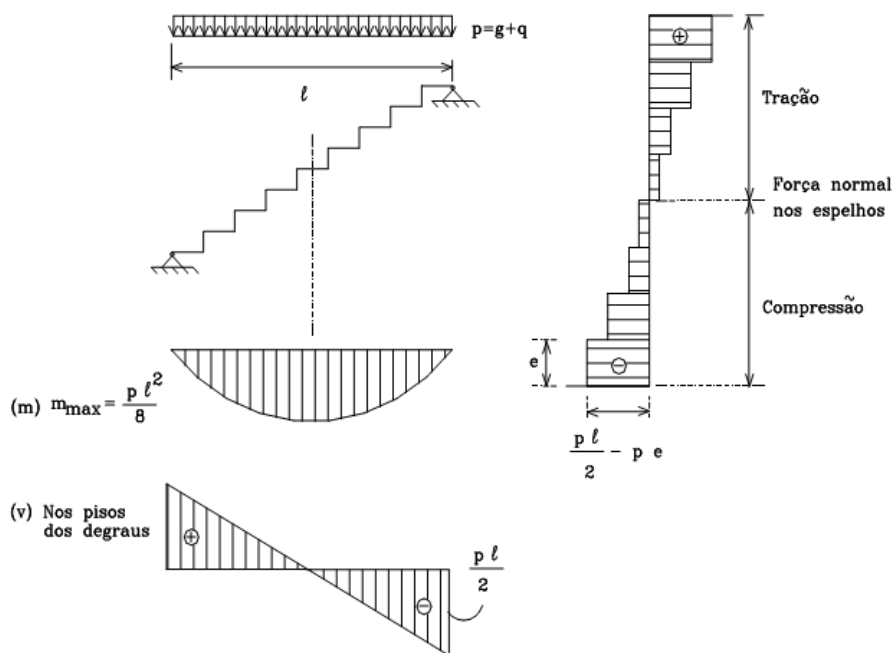


Figura 11: Esquema estático e diagrama dos esforços
Fonte: Machado apud Giongo et al (1997).

Quanto ao dimensionamento das armaduras, ele se dá conforme as recomendações da ABNT NBR 6118:2014 para vigas. Giongo et al (1997) apresenta duas distribuições de armaduras, que depende do vão da escada. A Figura 12 apresenta o detalhe das armaduras para vãos pequenos, e a Figura 13 apresenta o detalhe para vãos grandes.

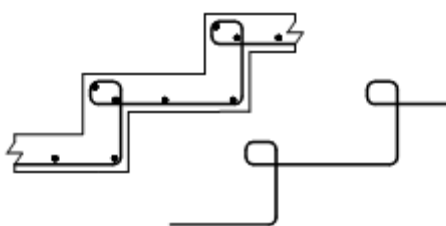


Figura 12: Detalhe armadura para vãos pequenos
Fonte: Giongo et al (1997).

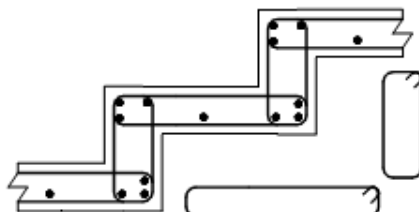


Figura 13: Detalhe armadura para vãos grandes
Fonte: Giongo et al (1997).

2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O avanço dos computadores permitiu o desenvolvimento de *softwares* para dimensionamento de estruturas com soluções muito próximas do real. Conforme Soriano (2003), o uso de modelos matemáticos, através desses *softwares*, propicia modelagens realísticas, confiáveis e de aplicações práticas na engenharia, muito mais econômicas do que os modelos físicos. Salientando ainda, que embora o modelo matemático guarde aproximações em relação ao sistema físico original, a sua solução é dita exata.

“Os modelos matemáticos de caráter estrutural podem ser classificados quanto à geometria, de forma simplificada, em: reticulados, bidimensionais, tridimensionais, mistos e com cabos ou membranas”. (SORIANO, 2003, p. 2). Os modelos reticulados, conforme Soriano (2003), são aqueles formados por elementos de barra (eixo claramente definido), em que a dimensão do eixo longitudinal de cada elemento é preponderante em relação às demais. Martha (2010) afirma que esses modelos são os mais comuns, tais como a estrutura de uma cobertura ou o esqueleto de um edifício metálico. Salientando ainda, que mesmo em caso de modelos nos quais nem todos os elementos estruturais podem ser considerados como barras (como é o caso de edifícios de concreto armado), é comum fazer a sua análise utilizando-se esse modelo.

Nos modelos bidimensionais ou de superfície, têm-se duas dimensões preponderantes. Nos casos de estados planos de tensões, placas e cascas, a terceira dimensão é denominada espessura (Soriano, 2003).

Soriano (2003) destaca que nos modelos tridimensionais ou de volumes, as três direções das coordenadas são essenciais na descrição do comportamento da estrutura em análise. Bono (2008) destaca que esses modelos permitem uma representação completa da estrutura, permitindo uma melhor aproximação da realidade. No entanto, para isso faz-se uso de alto esforço computacional sendo, dessa forma, pouco utilizado. Os modelos mistos, por sua vez, são formados por associações dos modelos anteriores.

Cabo e membrana são componentes estruturais que têm resistência apenas à tração e cujas formas dependem basicamente das condições de apoio e do carregamento que lhes é aplicado (Soriano, 2003).

Podem-se analisar esses modelos através de métodos numéricos, entre eles, o de elementos finitos que, conforme Rezende (1990, apud Col Debella, 2015, p. 39),

[...] pode ser definido como um procedimento geral de discretização de problemas contínuos, delineados por expressões definidas matematicamente. O processo de discretização é feito de acordo com o seguinte princípio: o meio contínuo é dividido em um número finito de partes (elementos), cujo comportamento se especifica em função de um número finitos de parâmetros.

Além do método de elementos finitos, conforme destaca Soriano (2003), há ainda outros métodos que foram desenvolvidos com o intuito de substituir a resolução analítica das equações em derivadas parciais dos modelos matemáticos bi e tridimensionais pela resolução de sistemas de equações algébricas, que são denominados *métodos discretos, numéricos ou aproximados*. Dentre os métodos numéricos, no qual se inclui o de elementos finitos, citam-se ainda, os métodos de *diferenças finitas* e de *elementos de contorno*. Afirmando ainda, que o método de elementos finitos é o que se aplica de forma mais ampla, simples e eficiente em análise estrutural, pois há uma maior disponibilidade de sistemas computacionais comerciais que incluem esse método e não os demais.

2.4.1 Tipos de Elementos Finitos

2.4.1.1 Elementos de Barra

Conforme Martha (1994), elementos de barra são objetos caracterizados por uma seção transversal de dimensões pequenas em relação ao seu comprimento. Cook (2002) afirma que um elemento de barra é frequentemente representado por uma linha que, apesar disso, tem uma seção transversal de área A , tem um comprimento L e Módulo de Elasticidade E , conforme a Figura 14. Um nó é localizado em cada uma das extremidades da barra, sendo que eles se deslocam apenas na direção axial da barra, cujos deslocamentos axiais são u_1 e u_2 e a tensão axial interna s pode ser relacionada às forças nodais F_1 e F_2 , conforme equação 2.7. A equação matricial de equilíbrio que representa a solução deste problema é dada na equação 2.8.

$$\begin{aligned}\frac{AE}{L}(u_1 - u_2) &= F_1 \\ \frac{AE}{L}(u_2 - u_1) &= F_2\end{aligned}\quad (2.7)$$

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}\quad (2.8)$$

Onde $k = AE/L$.

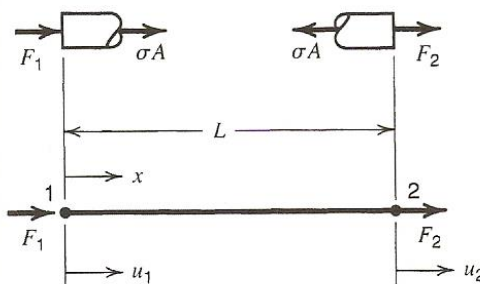


Figura 14: Elemento de Barra
Fonte: Cook (2002)

Para esse elemento, o equilíbrio requer que $F_1 = -F_2$ e a sua equação matricial (2.9) pode ser simplificada em:

$$[\mathbf{k}]\{\mathbf{d}\} = -\{\mathbf{r}\}\quad (2.9)$$

Onde $[\mathbf{k}]$ é a matriz rigidez do elemento, que para a barra descrita conforme Cook (2002) é uma matriz 2×2 . O vetor $\{\mathbf{r}\}$ é o carregamento associado à deformação do elemento e o vetor $\{\mathbf{d}\}$ é o deslocamento dos nós em cada eixo. Soriano (2009) destaca que uma vez formado esse sistema, a ele são incorporadas as condições essenciais (geométricas) de contorno para chegar aos deslocamentos axiais e se calcular os esforços normais.

2.4.1.2 Analogia de Grelha

Segundo Soriano (2003), elementos de vigas são aqueles em que a dimensão do eixo longitudinal é preponderante em relação às demais, existindo duas teorias de formulação de elemento finito de viga: a de *Euler-Bernoulli* ou *Teoria Elementar* e a Teoria de viga de Timoshenko. A primeira assume que os deslocamentos laterais ocorrem somente no plano xy e a deformação devido ao

cisalhamento é ignorada. Soriano (2003) salienta que diferentemente, na teoria de viga de Timoshenko, supõe-se que, sob a flexão, a seção transversal permanece plana, mas com uma rotação adicional devido ao esforço cortante, de forma a não ficar normal à linha neutra. Essa teoria é superior a Teoria Elementar e adequada às vigas moderadamente altas.

A grelha é uma estrutura plana composta de vigas contínuas que se interceptam ou se cruzam mutuamente. Segundo Coelho (2000, apud Col Debella, 2015), todas as barras e os nós existem no mesmo plano, sendo que as barras estão rigidamente ligadas entre si. Uma estrutura de grelha plana é representada na Figura 15.

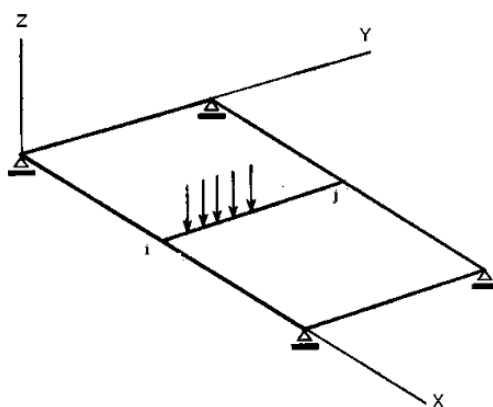


Figura 15: Analogia de grelha
Fonte: Coelho (2000) apud Stramandinoli (2003)

Para obter uma maior clareza com relação a analogia de grelha é necessário entender a influência da rigidez à torção. COELHO (2000, apud Stramandinoli, 2003), explica que a rigidez à torção da placa é muito influenciada pelo espaçamento das barras da grelha utilizada, diminuindo significativamente para grelhas com barras pouco espaçadas.

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, de maneira aproximada, na modelagem por analogia de grelhas e nos pórticos espaciais, pode-se reduzir a rigidez à torção dos elementos de barras, utilizando-se 15 % da rigidez elástica.

Quanto aos carregamentos que atuam perpendicularmente ao plano XY da estrutura a ser modelada pela analogia de grelhas, ele pode ser representado de duas maneiras, segundo recomenda Stramandinoli (2003): como cargas distribuídas ao longo das barras e como cargas concentradas nos nós, conforme Figura 16.

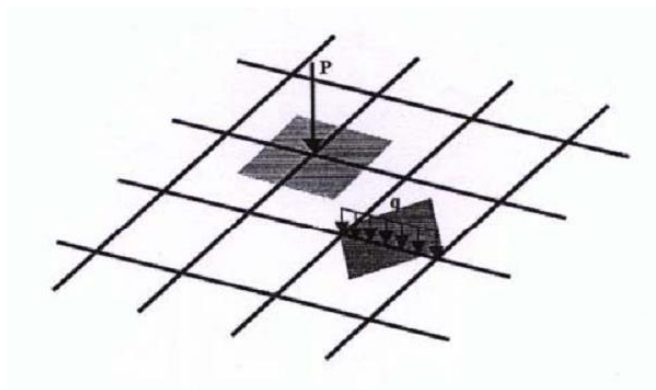


Figura 16: Carregamento nós: Carga nodal P e Carregamento nas barras: Carga distribuída q

Fonte: Stramandinoli (2003).

O valor numérico das cargas é determinado a partir da área de influência de cada barra ou nó. No caso do presente trabalho, foram consideradas apenas cargas distribuídas nas barras e seus valores foram definidos conforme equações 2.10 e 2.11, apresentadas por Col Debella (2015).

Para as barras de contorno:

$$q = \frac{\left(\frac{l^2}{4} Q\right)}{l} \quad (2.10)$$

Para as barras do centro:

$$q = \frac{\left(\frac{l^2}{4} 2Q\right)}{l} \quad (2.10)$$

Onde:

q = carregamento distribuído (kgf/m)

l = largura da malha (m)

Q = carga por unidade de área (kgf/m²)

2.4.1.3 Elementos bidimensionais

Os elementos bidimensionais ou de superfície se dividem em dois tipos: quando a superfície é plana, sendo denominadas de placas ou chapas ou quando a superfície é curva, sendo denominada de casca. (SORIANO, 2003)

A placa é um sólido “plano” em que se caracteriza uma dimensão denominada espessura, muito menor que as suas demais dimensões. Sua principal função é transmitir cargas agindo normalmente à mesma, para os

elementos nos quais está apoiada, como em lajes de edifícios e de pontes. Em seu modelo matemático é usual considerar nula a tensão normal na direção da espessura e que, em comportamento de pequenos deslocamentos, a sua superfície média não sofra deformações em seu plano. (SORIANO, 2003).

Conforme Bastos (2016), a diferença entre placa e chapa é que, a placa tem o carregamento perpendicular ao plano da superfície, e a chapa tem o carregamento contido no plano da superfície, como pode ser observado na Figura 17.

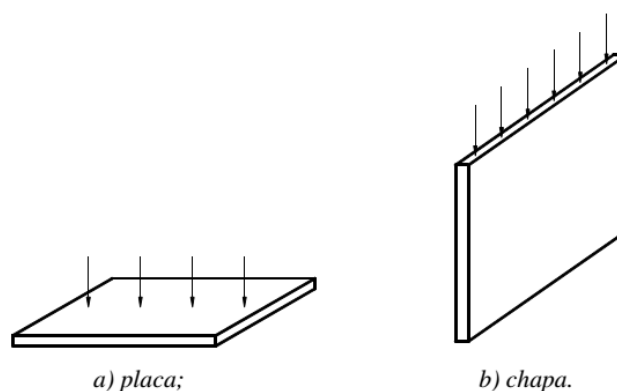


Figura 17: Elementos de Placa e de Chapa
Fonte: Bastos (2016)

O elemento de casca ou *shell*, conforme Martha (1994), apresentado na Figura 18, também é caracterizado por uma dimensão muito menor do que as dimensões de sua superfície média, a espessura.

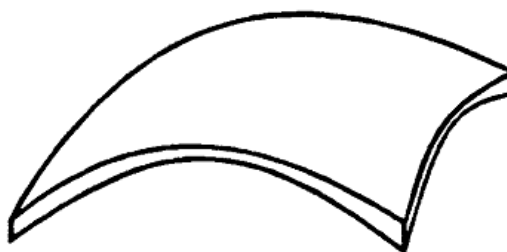


Figura 18: Elemento de Casca
Fonte: Martha (1994)

Silva (2006) explica que o elemento plano de casca resulta da soma do elemento de membrana e do elemento de placa fina (Kirchhoff), possuindo assim, seis graus de liberdade (o número de movimentos rígidos possíveis e

independentes que um corpo pode executar) em cada nó, três translações e três rotações, conforme Figura 19. (KALIL, 2017)

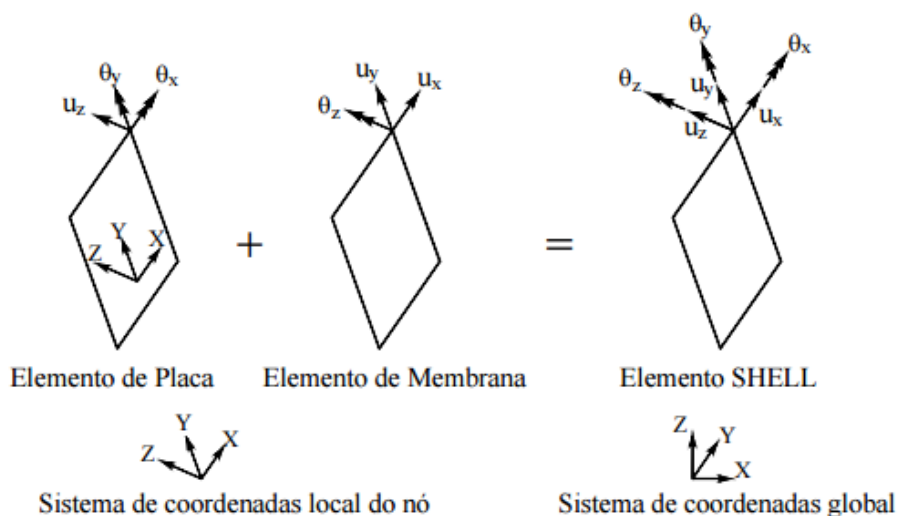


Figura 19: - Graus de liberdade de um nó do elemento *shell*
Fonte: Silva (2006).

A Figura 20, apresenta a configuração do elemento quadrilátero de casca ou *shell* utilizado pelo *software* SAP2000. Esse tipo de elemento possui ainda um sistema de coordenadas local, com três direções, onde a direção 3 é perpendicular ao plano e as direções 1 e 2 estão contidas nele.

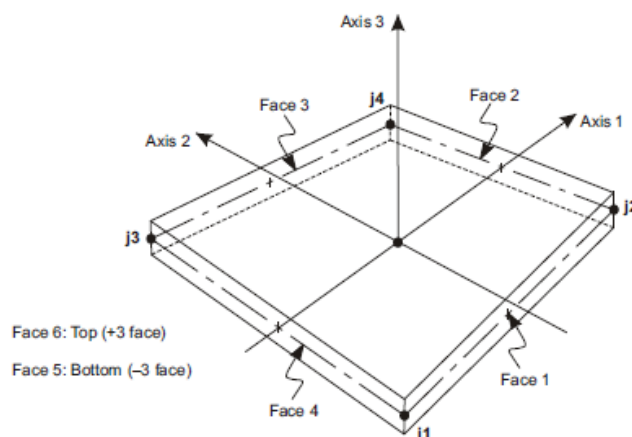


Figura 20: Sistema de coordenadas local de um elemento de *shell*
Fonte: CSI (2017).

Finalmente, os esforços internos, por unidade de comprimento, do elemento de *shell* são os seguintes:

- F11 e F22, forças normais;
- F12, força de cisalhamento;

- M11 e M22, momentos fletores;
- M12, momento de torção.

2.5 SOFTWARE SAP2000

Segundo a empresa CSI (2016), desenvolvedora do *software*, o SAP2000 é um programa de elementos finitos, com interface gráfica tridimensional, preparado para realizar, de forma totalmente integrada, a modelagem, análise e dimensionamento do mais variado conjunto de problemas de engenharia de estruturas.

O SAP2000 é um *software* dinâmico que possibilita a modelagem de elementos de variados materiais, tipos e formas. Aliado a disso, é possível realizar o dimensionamento de estruturas de concreto armado e protendido, estruturas metálicas, estruturas de alumínio e estruturas enformadas a frio, tendo disponíveis para isso, vários códigos, entre eles os europeus, americanos, canadenses, turcos, indianos e chineses. (SCI, 2016)

O CSI (2016) destaca, ainda, que as diversas ferramentas de análise e processos desenvolvidos pelo programa permitem a consideração de grandes deslocamentos em cada etapa da estrutura, a análise do comportamento catenária em cabos, a não linearidade dos materiais (rótulas *fiber*) e dos objetos de área não lineares (*layered shell*), a análise de curvatura ou colapso progressivo, entre outros. As análises não lineares podem ser estáticas e/ou em função do tempo, com opções para análise dinâmica FNA (*Fast Nonlinear Analysis*), temporais (*time-history*) e por integração direta.

Quanto à modelagem, o SAP2000 permite a visualização dos modelos físico ou analítico do elemento em análise. As Figuras 21 e 22 apresentam uma exemplificação da visualização dos modelos.

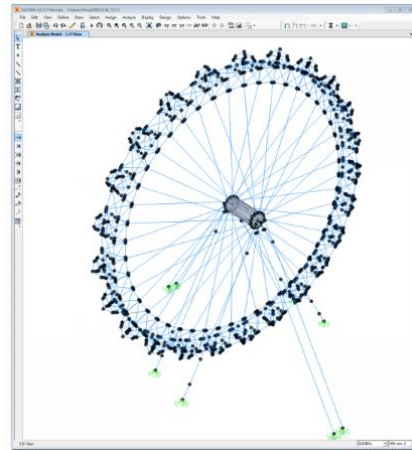


Figura 21: Visualização de um modelo analítico
Fonte: CSI (2016)

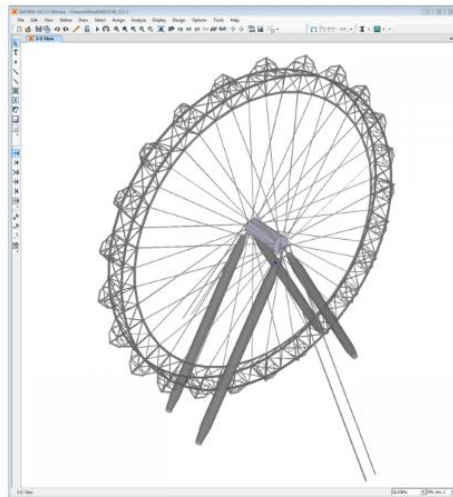


Figura 22: Visualização de um modelo físico
Fonte: CSI (2016)

Finalmente, é possível realizar a modelagem de acordo o tipo de elemento finito que o usuário deseja. Nas Figuras 23, 24 e 25 são apresentados exemplos de modelagens em elementos de viga, de *shell* e de sólidos, respectivamente.

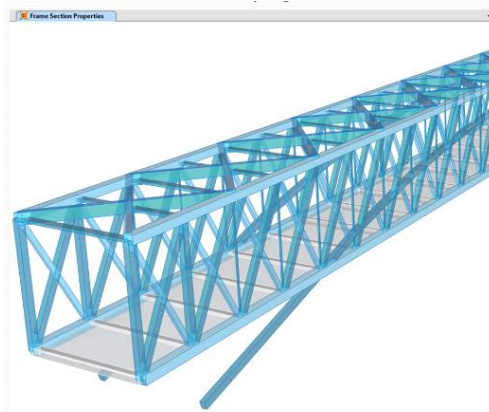


Figura 23: Modelo com elementos de barra

Fonte: CSI (2016)

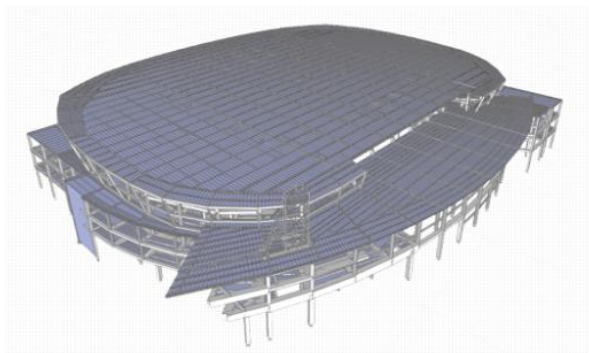


Figura 24: Modelo com elementos de *shell*

Fonte: CSI (2016)

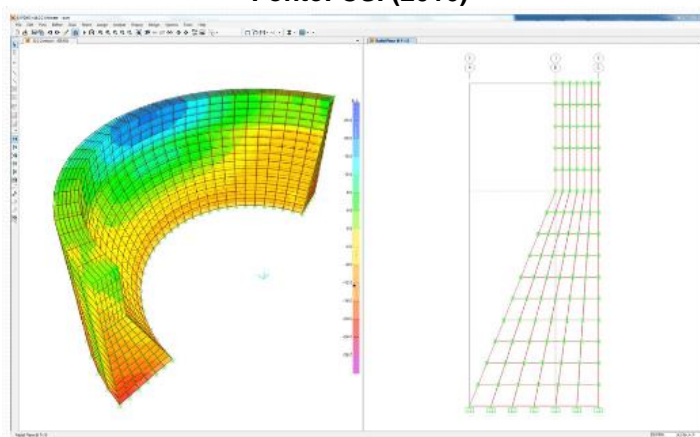


Figura 25: Modelo com elementos sólidos

Fonte: CSI (2016)

2.6 ALTERAÇÕES DA NORMA ABNT NBR 6118

A ABNT NBR 6118 é a principal norma brasileira de projetos de estruturas em concreto armado, tendo sua primeira versão publicada em 1978 como NB1 – Projeto e execução de obras de concreto armado: Procedimento e, substituída em 1980 pela ABNT NBR 6118 – Projeto e execução de obras de concreto armado: Procedimento, válida a partir de novembro do mesmo ano.

A evolução da tecnologia e dos meios de pesquisa fez com que essa norma fosse revisada no ano de 2003 e passasse a ser chamada de ABNT NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto: Procedimento. Silva (2008) salienta que essa mudança conceitual é de grande importância, pois a partir de 2003 a norma passou a tratar somente do dimensionamento, deixando a execução para ser tratada separadamente na ABNT NBR 14931:2003. No ano de 2007 a norma

passou por nova atualização, sendo 2014 o ano de sua última versão, que passou a vigorar no mês de maio do referido ano.

Faz-se necessário salientar que o grande impacto dessas atualizações se deu no ano de 2003, pois a revisão ocorreu vinte e cinco anos após a publicação da primeira versão da norma. Esse impacto se deu por conta do desenvolvimento de métodos de cálculo mais precisos e sofisticados proporcionados, principalmente, pelo uso de ferramentas computacionais.

Magalhães (2006) destaca que “a norma brasileira precisava, então, agregar a seu texto alguns novos conceitos, mudando a abordagem que era feita anteriormente, onde os elementos eram analisados praticamente de forma isolada para uma análise global da estrutura”. Além disso, houve ainda avanços na tecnologia dos materiais, que possibilitou a fabricação de concreto com classes de resistências maiores do que as, até então, consideradas na norma antiga.

De acordo com Silva (2008) as alterações da ABNT NBR 6118/2003 podiam ser combinadas em três segmentos referentes às etapas de projeto: definição de critérios de qualidade e durabilidade, análise estrutural e dimensionamento. Essas variáveis são dependentes entre si, sendo que a definição do critério inicial da durabilidade interfere diretamente no dimensionamento.

Quanto à definição dos critérios de qualidade e durabilidade, a versão de 1980 recomendava apenas que,

Quando o concreto for usado em ambiente reconhecidamente agressivo, deverão ser tomados cuidados especiais em relação à escolha dos materiais constituintes, respeitando-se o mínimo consumo de cimento e o máximo valor da razão água/cimento compatíveis com a boa durabilidade do concreto. (ABNT, NBR 6118, 1980, p. 35)

A respeito disso, Magalhães (2006) constata que essas recomendações eram insuficientes na tentativa de garantir uma boa qualidade e durabilidade às estruturas de concreto, pois se adotava concreto de baixa resistência estrutural, aliado ao fato de não ser feita nenhuma recomendação quanto aos limites para a relação água/cimento e também quanto aos cobrimentos mínimos para as armaduras. Por conta disso, a revisão de 2003 acrescentou à norma três capítulos que tratam da durabilidade das estruturas.

O capítulo 5 trata dos requisitos gerais de qualidade e é subdividido em três partes, sendo a primeira referente aos requisitos de qualidade da estrutura, a segunda aos requisitos de qualidade do projeto e a terceira referente à avaliação da conformidade do projeto.

O capítulo 6 apresenta as diretrizes para a durabilidade das estruturas de concreto, sendo dividido em quatro itens. O primeiro item trata das exigências de durabilidade, destacando que,

As estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizado em projeto conservem suas segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o período correspondente à sua vida útil. (ABNT, NBR 6118, 2003, p. 13)

No item seguinte é definido o conceito de vida útil de projeto e suas aplicações. O terceiro item apresenta os mecanismos de envelhecimento e deterioração das estruturas e o quarto incorpora o conceito de agressividade ambiental, que se relaciona às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas e que deve ser classificada de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1: Classes de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha Industrial	Grande
IV	Muito Forte	Industrial Respingos de maré	Elevado

Fonte: ABNT NBR 6118/2003

O capítulo 7 apresenta uma série de critérios de projeto que visam a durabilidade, dentre os principais está a preocupação com a qualidade do concreto de cobertura. A ABNT NBR 6118/2003 afirma que devem ser realizados ensaios comprobatórios de desempenho da durabilidade da estrutura frente ao tipo e nível de agressividade ambiental previsto em projeto para poder-se estabelecer os parâmetros mínimos a serem atendidos. No entanto, na falta destes e devido à existência de uma forte correspondência entre a relação

água/cimento, a resistência à compressão do concreto e sua durabilidade, permite-se adotar os requisitos mínimos expressos na Tabela 2.

Tabela 2: Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto

Concreto	Tipo	Classe de agressividade			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

Fonte: ABNT NBR 6118/2003.

Além da correspondência apresentada acima, a norma também define, conforme mostra a Tabela 3, os valores mínimos de cobrimento nominal das estruturas em função da classe de agressividade e do elemento a ser dimensionado.

Tabela 3: Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10\text{mm}$

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
Cobrimento nominal (mm)					
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto Protendido	Todos	30	35	45	55

Fonte: ABNT NBR 6118/2003.

Com a atualização no ano de 2014 essa tabela sofreu uma alteração, que foi a incorporação dos elementos estruturais em contato com o solo, cujos valores podem ser observados na Tabela 4.

Tabela 4: Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c = 10\text{mm}$

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
Cobrimento nominal (mm)					
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo		30	40	50
Concreto Protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga/Pilar	30	35	45	55

Fonte: ABNT NBR 6118/2014.

No que se diz respeito às propriedades dos materiais, o valor mínimo da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) passou de 9 MPa, na versão de 1980, para 20 MPa, na versão de 2003. Quanto ao módulo de elasticidade do concreto, considerado na norma módulo de deformação tangente inicial (E_{ci}), as recomendações são as seguintes:

- Para a ABNT NBR 6118/1978:

$$E_c = 6600 \cdot (f_{ck} + 3,5)^{1/2} \quad (2.10)$$

$$E_{cs} = 0,9 \cdot E_c \quad (2.11)$$

- Para a ABNT NBR 6118/2003:

$$E_{ci} = 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (2.12)$$

$$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci} \quad (2.13)$$

- Para a ABNT NBR 6118/2014:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} \text{ para } f_{ck} \text{ de 20 MPa a 50 MPa} \quad (2.14)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)^{1/3}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 55 a 90 MPa} \quad (2.15)$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (2.16)$$

Sendo

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$$

α_E = depende do tipo de rocha do agregado

E_{cs} = módulo de deformação secante

A versão de 2014 da norma apresenta valores arredondados de módulo de elasticidade, que podem ser utilizados no projeto estrutural, como pode ser observado na Tabela 5.

Tabela 5: Valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto (considerando o uso de granito como agregado graúdo)

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C60	C70	C80	C90
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40	42	43	45	47
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	47
α_i	0,85	0,86	0,88	0,89	0,9	0,91	0,93	0,95	0,98	1,00	1,00

Fonte: ABNT NBR 6118/2014.

Finalmente, preocupada com a garantia da ductilidade nas vigas, principalmente nas zonas de apoio, a ABNT NBR 6118/2003 incorporou ao seu texto limites para a posição da linha neutra. Esses limites são calculados através da relação x/d (x = posição da linha neutra e d = altura útil da viga) e, quanto menor seu valor, maior a ductilidade da peça. Os limites são os seguintes:

- $x/d \leq 0,50$ para concretos com $f_{ck} \leq 35$ MPa; ou
- $x/d \leq 0,40$ para concretos com $f_{ck} > 35$ MPa.

Esses limites foram alterados na revisão do ano de 2014 se tornando mais conservadores. Os limites vigentes atualmente são:

- $x/d \leq 0,45$ para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa; ou
- $x/d \leq 0,35$ para concretos com $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$ MPa.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

O presente trabalho se classifica, quanto aos procedimentos técnicos adotados, como exploratório. Tendo em vista que seu objetivo geral é estudar os critérios de análise estrutural e dimensionamento de escadas em concreto armado, analisando as diferenças para uma escada em cascata considerando os critérios de dimensionamento antigos e atuais da norma ABNT NBR 6118, a pesquisa assume a forma de levantamento bibliográfico juntamente com um estudo de caso, pois será avaliado o projeto da escada construída no Bloco B da UTFPR – *Campus* Pato Branco.

Quanto ao método de abordagem, a pesquisa se classifica como quantitativa/qualitativa, pois ao mesmo tempo que apresenta resultados em grandezas numéricas, faz-se uma análise das mesmas quanto à sua aplicabilidade e quanto à sua eficiência. Para a análise do dimensionamento estrutural de uma escada tipo cascata é necessário primeiramente obter resultados numéricos através de dois tipos de dimensionamento e posteriormente, para avaliar qual o método mais eficiente e preciso, é necessário entender e explicar o porquê desses resultados. Além disso, para avaliar os impactos das mudanças na ABNT NBR 6118 no dimensionamento estrutural desse tipo de elemento são necessários a obtenção de valores numéricos.

A forma como foi conduzida a execução do trabalho é apresentada na Figura 26.

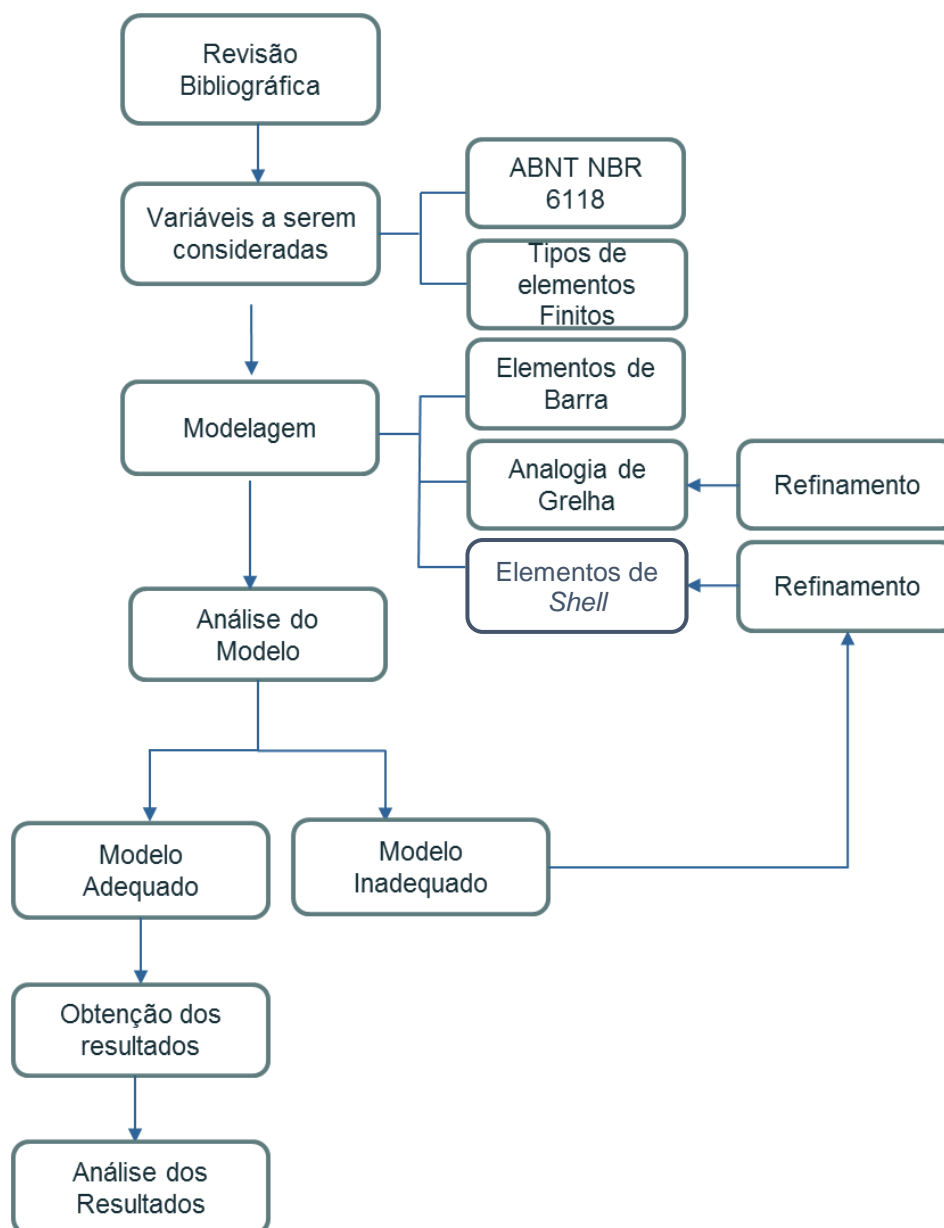


Figura 26: Etapas de realização da pesquisa
Fonte: Autoria própria (2017)

Na revisão bibliográfica foram estudadas as variáveis a serem consideradas para o desenvolvimento da pesquisa. Essas variáveis nortearam as modelagens realizadas, nas quais foram utilizados três tipos de elementos finitos: Elementos de Barra, Analogia de Grelha e Elementos de *Shell*. Na análise dos dois últimos tipos de elementos, foi necessário fazer um refinamento através da convergência das malhas, pois, conforme Martha (1994), os programas de elementos finitos trabalham com a malha fornecida pelo usuário, recaindo sobre ele a tarefa de subdividir o domínio em elementos menores, até que seja atingida uma acurácia satisfatória.

3.1 MÉTODO DA PESQUISA

Foram realizados estudos preliminares de modelagem, através de um exemplo didático, retirado do livro *Staircases - Structural Analysis and Design* (BANGASH, 1999), com o objetivo de analisar o comportamento de um modelo simplificado de uma escada em cascata. Nesses estudos, foram apresentadas quatro modelagens desta escada, as quais foram: solução analítica, solução através do SAP2000 como barra única central, como grelha de barras e como casca plana (ou *shell*). Para os modelos de barra única central e grelha de barras foram efetuadas duas variações de carregamento: concentrado e distribuído por unidade de metro, para o modelo de *shell* o carregamento utilizado foi o distribuído por unidade de metro quadrado.

Após a obtenção dos resultados, os mesmos foram analisados e pôde-se definir o modelo mais adequado, tendo em vista a precisão dos resultados e o gasto computacional, quantificado através do tempo que o *software* leva para analisar a estrutura. Com base nos estudos preliminares, e empregando-se o modelo mais apropriado, partiu-se para a etapa seguinte, que consiste na solução da escada em cascata do bloco B da UTFPR – *Campus* Pato Branco, uma escada de dois lances e com maior grau de complexidade, conforme apresenta a Foto 1, o que permitiu a conclusão dos objetivos propostos na pesquisa.

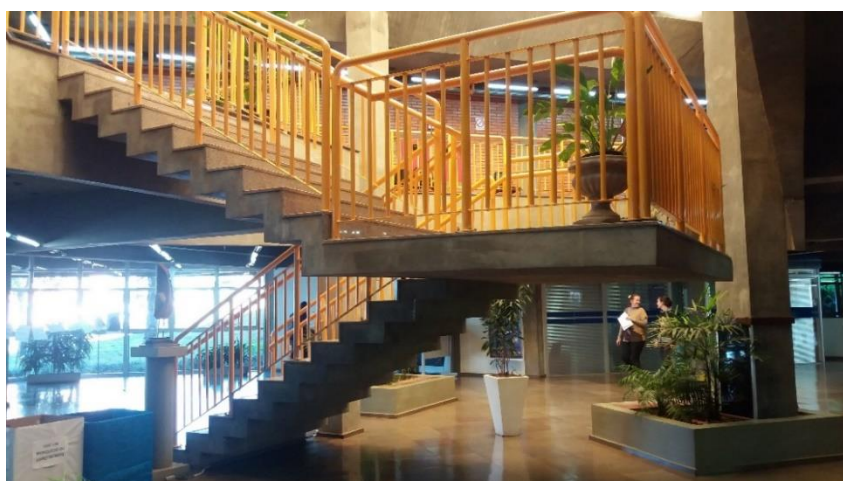


Foto 1: Escada do bloco B
Fonte: Autoria própria (2017).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 ESTUDOS PRELIMINARES: EXEMPLO DO LIVRO *STAIRCASES - STRUCTURAL ANALYSIS AND DESIGN*

Como estudo preliminar de modelagem, foi utilizado o exemplo didático nº 3.4, retirado do livro *Staircases - Structural Analysis and Design* (BANGASH, 1999), cuja solução analítica é apresentada a seguir.

Calcule o momento nas extremidades de uma escada. Usando os seguintes dados:

$$P = 2.58 \text{ kN}$$

$a = 12$, número par de pisos.

$$L_1 = 0,279 \text{ m}$$

$$I_{L_1} = 853 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$h_1 = 0,178 \text{ m}$$

$$I_{h_1} = 1667 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

Solução analítica apresentada por Bangash, 1999:

Escada em cascata

Consultando a tabela 3.7:

Coeficientes	N. de pisos $ds = a$								
	3	5	7	9	11	13	15	17	19
C_1	1,50	2,50	3,50	4,50	5,50	6,50	7,50	8,50	9,50
C_2	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00
C_3	0,50	1,50	3,00	5,00	7,50	10,50	14,00	18,00	22,50
C_4	0,00	1,00	4,00	10,00	20,00	35,00	56,00	84,00	120,00

Coeficientes	N. de pisos $ds = a$								
	2	4	6	8	10	12	14	16	18
C_1	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00
C_2	0,50	1,50	2,50	3,50	4,50	5,50	6,50	7,50	8,50
C_3	0,25	1,00	2,25	4,00	6,25	9,00	12,25	16,00	20,25
C_4	0,00	0,50	2,50	7,00	15,00	27,50	45,50	70,00	102,00

Para $a = 12$, os coeficientes são:

$$C_1 = 6.0; C_2 = 5.5; C_3 = 9.0; C_4 = 27.50$$

$$m_0 = PL_1 \frac{C_3 + (1+\hat{k})C_4}{C_1 + C_2\hat{k}}$$

$$\hat{k} = \frac{h_1}{L_1} \times \frac{I_{L_1}}{I_{h_1}} = \frac{0.178}{0.279} \times \frac{853 \times 10^{-7}}{1667 \times 10^{-7}} \Rightarrow \hat{k} = 0.3265$$

$$m_0 = 2.58 \times 0.279 \frac{9.0 + (1 + 0.3265) \times 27.50}{6.0 + 5.5 \times 0.3265}$$

$$m_0 = 0.71982 \left(\frac{45.47875}{7.79575} \right) = 4.2 \text{ kN m}$$

$$X_A = M_A = X_B = M_B$$

$$X_B = M_B = 2C_3PL_1 - m_0 = (2 \times 9 \times 2.58 \times 0.279) - 4.2 \approx 8,757 \text{ kN m}$$

Com o intuito de unificar as unidades utilizadas, converteu-se esse valor de momento em um momento distribuído por unidade de metro, chegando-se ao resultado final de **$M_A = M_B = 2.551,0 \text{ kgf.m/m}$** .

4.1.1 Propriedades dos Materiais

Antes de se iniciar as modelagens é necessário fazer uma análise das propriedades dos materiais utilizados. Tais propriedades já foram apresentadas anteriormente, no entanto, é importante compreender que elas variam de acordo com as normas atuantes em cada país. A solução analítica do exemplo didático estudado baseia-se em um livro internacional, que utiliza para os seus cálculos, as recomendações das normas americanas vigentes na época, por conta disso para as modelagens foram utilizadas as propriedades apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6: Propriedades dos materiais

Módulo de Elasticidade (E)	20 GPa ¹
Coefficiente de Poisson (ν)	0,15 a 0,2 ²
Classe do concreto (f_{ck})	3000 ou 4000 psi ³
Módulo de Elasticidade transversal (G)	6,894 GPa

Fonte: autoria própria (2017)

¹ ACI318.

² Especificações da ASTM 1995.

³ Especificações da AISC 1995.

4.1.2 Estudo de Modelagem 1: Elementos de Barras

O primeiro modelo a ser estudado, conforme mostra as Figuras 27 e 28, foi feito de acordo com a representação indicada no livro em questão e pelos autores apresentados no referencial bibliográfico. Dessa forma, modelou-se uma viga de eixo não reto, bi engastada, e com as propriedades geométricas indicadas no exemplo. Para esse modelo, foi variado o tipo de carregamento, com a finalidade de verificar a coerência dos resultados obtidos.

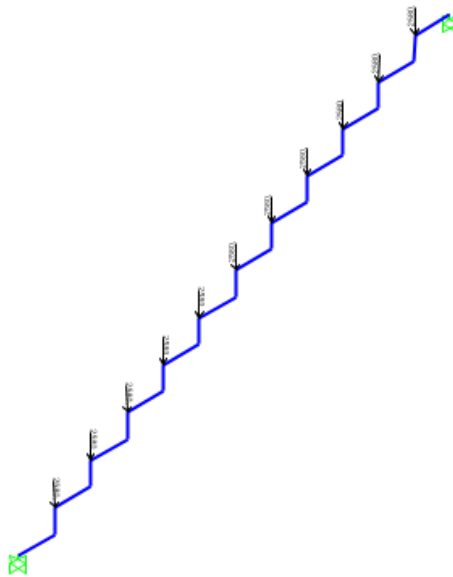


Figura 27: Viga de eixo não reto: Carregamento pontual
Fonte: Autoria própria (2017).

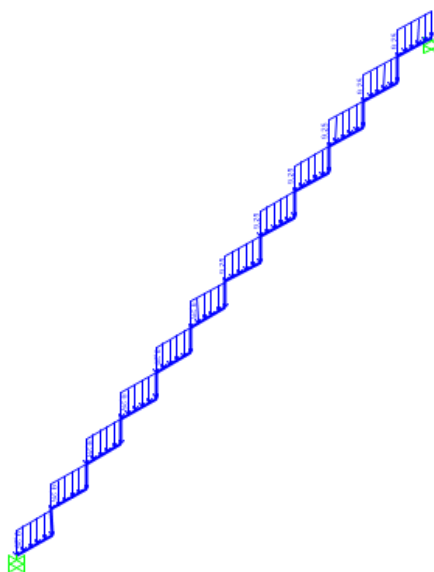


Figura 28: Viga de eixo não reto: Carregamento distribuído
Fonte: Autoria própria (2017).

Os resultados obtidos para os momentos nos apoios A e B são apresentados na Tabela 7, bem como as diferenças percentuais obtidas, em relação ao resultado do livro.

Carregamento	MA=MB (kgf.m/m)	Percentual em relação ao resultado do livro
Pontual	-2.585,7	1,36 %
Distribuído	-2.594,0	1,69%
Livro	-2.551,0	----

Fonte: autoria própria (2017).

4.1.3 Estudo de Modelagem 2: Analogia de Grelha

Como o exemplo apresentando no livro indica uma escada com largura igual a 35 cm e pensando nas normas brasileiras e nas edificações reais, modelou-se uma escada com largura de 1,20 metros, o mínimo recomendado pela ABNT NBR 9077:2001 – Saídas de emergência em edifícios. Para esse caso modelou-se a escada utilizando a analogia de grelha e também elementos de *shell* (apresentado no item 4.5). Com intuito de verificar a coerência dos resultados foram realizados quatro refinamentos na malha da grelha, constituída por elementos retangulares e apresentados nas Figuras 29, 30, 31 e 32.

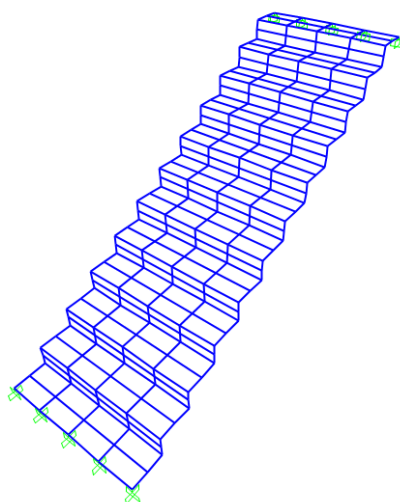


Figura 29: Malha 01, Pisos: 30 x 13,95 cm. Espelhos: 30 x 8,9 cm
Fonte: Autoria própria (2017).

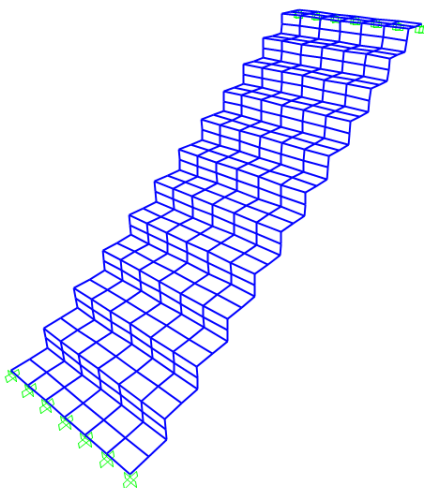


Figura 30: Malha 02, Pisos: 20 x 13,95 cm. Espelhos: 20 x 8,9 cm
Fonte: Autoria própria (2017).

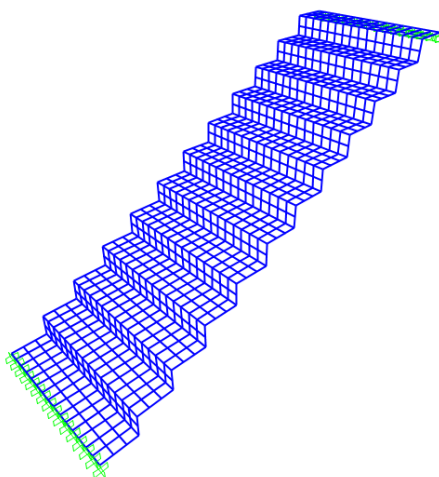


Figura 31: Malha 03, Pisos: 8,0 x 9,3 cm. Espelhos: 8,0 x 8,9 cm
Fonte: Autoria própria (2017).

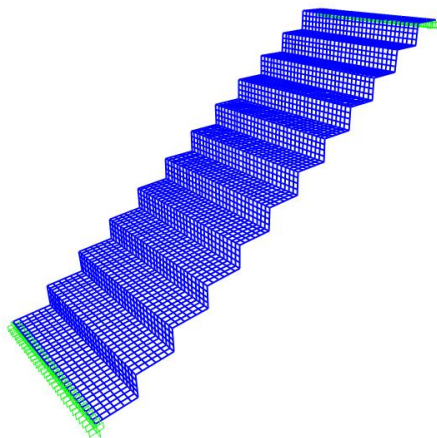


Figura 32: Malha 04, Pisos: 4,0 x 4,65 cm. Espelhos: 4,0 x 4,45 cm
Fonte: Autoria própria (2017).

Para essa modelagem foram definidos dois tipos de carregamentos, o primeiro, segundo recomenda Stramandinoli (2003), representado como cargas distribuídas ao longo das barras da grelha, conforme valores apresentados na Tabela 8.

Tabela 8: Valores de carregamento x Malha da grelha

Malha	Carga distribuída (kgf/m)			
	Barras Longitudinais		Barras transversais	
	De contorno	Centrais	De contorno	Centrais
Malha 01	94,0	187,9	202,1	404,1
Malha 02	94,0	187,9	134,7	269,4
Malha 03	62,6	125,3	53,9	107,8
Malha 04	31,3	62,6	26,9	53,9

Fonte: Aatoria própria (2017).

A Figura 33 apresenta o carregamento distribuído ao longo das barras, para a Malha 01.

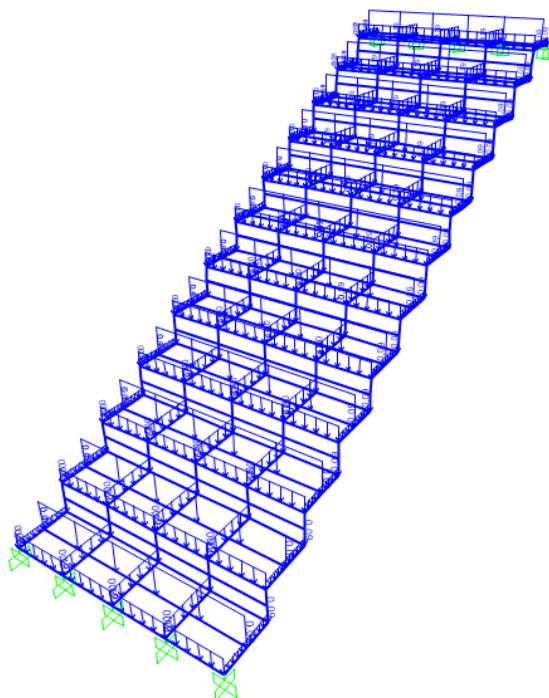


Figura 33: Carregamento distribuído ao longo das barras
Fonte: Aatoria própria (2017).

Para esses carregamentos foram encontrados os valores de momentos nos apoios apresentados na Tabela 9.

Tabela 9: Momentos nos apoios analogia de grelha – Caso 01

Malha	MA=MB (kgf.m/m)
Malha 01	-3.427,40
Malha 02	-2.300,70
Malha 03	-2.499,38
Malha 04	-2.727,75

Fonte: autoria própria (2017).

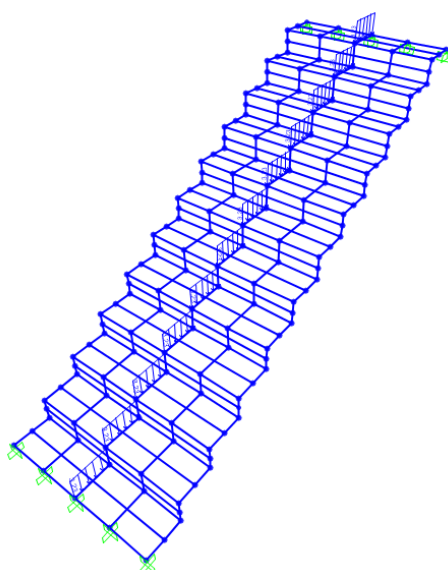
A partir da análise dos resultados, concluiu-se que os resultados entre a malha 02 e 03 convergiram, sendo os resultados da malha 03 mais próximos à solução analítica do problema, conforme Tabela 10.

Tabela 10: Diferença percentual dos resultados entre malhas

Malhas	Diferença percentual
Malhas 01 e 02	32,87%
Malhas 02 e 03	8,64%
Malhas 03 e 04	9,14%

Fonte: Autoria própria (2017).

O segundo caso foi considerando o carregamento distribuído de 3.233,00 kgf/m aplicado no centro da escada, pois essa situação se assemelha ao uso da estrutura pelos usuários, responsáveis por parte da sobrecarga de utilização da estrutura. A Figura 34 apresenta esse tipo de carregamento, para a Malha 01.

**Figura 34: Carregamento distribuído no centro da escada.**

Fonte: autoria própria (2017).

A Tabela 11 apresenta os resultados encontrados para esse caso.

Tabela 11: Momentos nos apoios analogia de grelha – Caso 02

Malha	MA=MB (kgf.m/m)
Malha 01	-3.679,90
Malha 02	-2.775,00
Malha 03	-2.963,75
Malha 04	-3.642,25

Fonte: autoria própria (2017).

Também para esse modelo os resultados entre as malhas 02 e 03 convergiram, conforme pode ser observado na Tabela 12.

Tabela 12: Diferença percentual dos resultados entre malhas

Malhas	Diferença percentual
Malhas 01 e 02	24,59%
Malhas 02 e 03	6,37%
Malhas 03 e 04	18,63%

Fonte: Autoria própria (2017).

O fato de o valor da malha 04 não ter convergido com os demais não é incomum, pois em alguns casos um refinamento muito pequeno pode levar a resultados equivocados, conforme confirma Stramandinoli (2003) que em um estudo de lajes maciças, a malha mais refinada apresentou os piores resultados quando confrontados com os resultados da teoria da elasticidade, daí a importância de outros modelos para a comparação.

Embora a diferença nos valores de momento fletor obtidos entre as malhas foi expressiva, a distribuição dos momentos ao longo da escada foi semelhante entre todas as malhas adotadas, conforme pode ser observado na Figura 35.

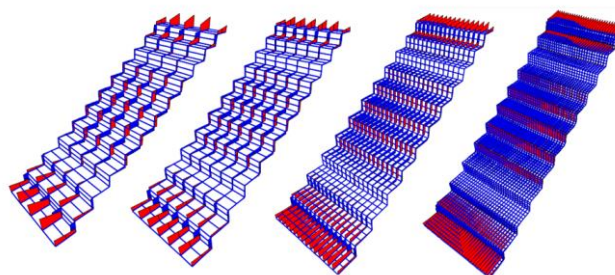


Figura 35: Diagramas de momento fletor nas malhas adotadas.

Fonte: Autoria própria (2017).

4.1.4 Estudo de Modelagem 3: Elementos de *Shell*

Para a modelagem como elementos de *shell* foram utilizadas quatro malhas, com o objetivo de se obter uma convergência dos resultados e dessa forma garantir que eles estejam corretos. As malhas foram as mesmas utilizadas na modelagem da analogia de grelha, conforme Figuras 36 a 39, com o intuito de comparar se os resultados apresentados pelos dois modelos são satisfatórios e dessa forma definir qual melhor representa o comportamento da estrutura real, levando em consideração precisão e gasto computacional.

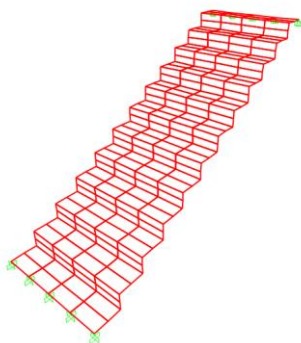


Figura 36: Malha 01, Pisos: 30 x 13,95 cm. Espelhos: 30 x 8,9 cm
Fonte: Autoria própria (2017).

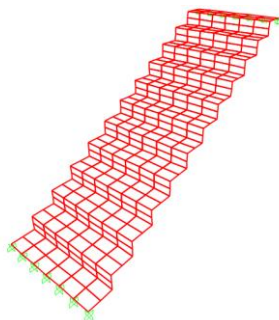


Figura 37: Malha 02, Pisos: 20 x 13,95 cm. Espelhos: 20 x 8,9 cm
Fonte: Autoria própria (2017).

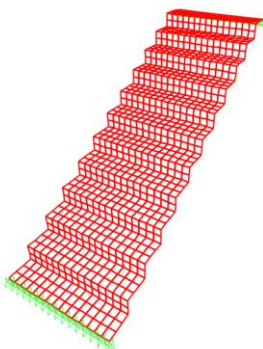


Figura 38: Malha 03, Pisos: 8,0 x 9,3 cm. Espelhos: 8,0 x 8,9 cm
Fonte: Autoria própria (2017).

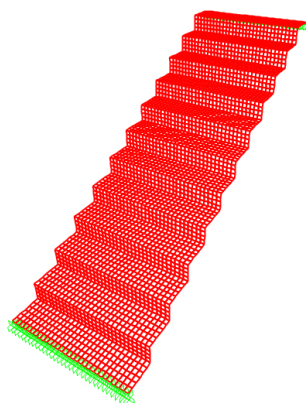


Figura 39: Malha 04, Pisos: 4,0 x 4,65 cm. Espelhos: 4,0 x 4,45 cm
Fonte: Aatoria própria (2017).

Os resultados para o valor do momento encontrado nos apoios são apresentados na Tabela 13.

Tabela 13: Momentos nos apoios: Elementos de *Shell*

Malha	MA=MB (kgf.m/m)
Malha 01	2.728,27
Malha 02	2.713,22
Malha 03	2.660,73
Malha 04	2.661,90

Fonte: Aatoria própria (2017).

A Tabela 14 apresenta as diferenças percentuais entre malhas.

Tabela 14: Diferenças percentuais entre malhas

Malhas	Diferença percentual
Malhas 01 e 02	0,55 %
Malhas 02 e 03	1,93 %
Malhas 03 e 04	0,04 %

Fonte: Aatoria própria (2017).

Observando a Tabela 14, percebe-se a pouca diferença entre os valores obtidos entre as quatro malhas do modelo. No entanto, como a diferença entre a malha 03 e 04 foi mínima, considerou-se o resultado da malha 03 para efeito das análises.

Para facilitar a comparação entre os resultados obtidos nos diferentes tipos de modelagens, a Tabela 15 apresenta os valores de momento fletor nos apoios, destacando que $MA = MB$.

Tabela 15: Comparação entre momentos $MA = MB$ (kgf.m/m), nos apoios, com diferentes tipos de modelagens

Livro	Elementos de Barra		Analogia de Grelha		Elementos de <i>Shell</i>
	Cargas Pontuais	Cargas distribuídas	Cargas distribuídas	Carga Centralizada	
-2.551,00	-2.585,70	-2.594,00	-2.499,38	-2.963,75	-2.660,73

Fonte: Autoria própria (2017).

A tabela 16 apresenta as diferenças percentuais entre os resultados obtido nas modelagens e a solução analítica apresentada por Bangash (1999):

Tabela 16: Diferença percentual entre momentos $MA = MB$ (kgf.m/m), nos apoios, entre as modelagens e a solução analítica

Livro	Elementos de Barra		Analogia de Grelha		Elementos de <i>Shell</i>
	Cargas Pontuais	Cargas distribuídas	Cargas distribuídas	Carga Centralizada	
--	1,34%	1,66%	2,02%	13,93%	4,12%

Fonte: Autoria própria (2017).

As divergências entre os valores já eram esperadas, principalmente quando se compara os resultados das modelagens por analogia de grelha e elementos de *shell*, isso porque segundo Castro (2017):

A grande diferença entre estes dois tipos de elementos estruturais está relacionada com o carácter bidimensional do comportamento das lajes. Trata-se de uma estrutura laminar, em que não é possível dissociar o comportamento numa dada direção como o que se passa na outra. Já as grelhas são peças lineares, com um comportamento uni-dimensional. (CASTRO, 2017, p.3)

Além disso, Carvalho (1994) destaca que mesmo para um espaçamento muito pequeno da malha essa divergência ainda irá ocorrer. Isso porque o efeito do coeficiente de Poisson se faz sentir de forma diferenciada nas duas teorias.

O'Brien e Keogh (1999) afirmam que a analogia de grelhas é apenas uma aproximação da estrutura real, e como a grelha é formulada sem a consideração da natureza da laje, essa aproximação pode ser relativamente imprecisa. Mesmo sendo tomados os devidos cuidados, algumas imprecisões inerentes à grelha

ainda existirão. Um dos motivos dessa inacurácia é a descontinuidade no valor do momento no encontro entre um elemento transversal e um longitudinal.

A magnitude dessa descontinuidade pode ser reduzida escolhendo uma grelha com malha mais refinada. Uma descontinuidade excessivamente grande nos momentos indica uma grelha cuja malha é muito grosseira, e requer a adição de mais barras. O oposto disso não é necessariamente verdadeiro, pois outros fatores podem ter um efeito. (O'BRIEN e KEOGH, 1999, p.181)

Levando-se em consideração os modelos estudados, pôde-se definir a modelagem com elementos de *shell* como o modelo mais adequado para esse tipo de estrutura, devido ao fato da precisão dos resultados e da pouca diferença de gasto computacional em comparação com a analogia de grelhas, por se tratar de um elemento único e isolado. A modelagem como viga de eixo não reto também apresenta um resultado satisfatório. No entanto, quando se partir para a modelagem da escada com dois lances e um patamar, esta simplificação se torna inadequada e desnecessária, visto que o software permite a modelagem de lajes com facilidade e eficiência.

4.2 ESTUDO DE CASO: ESCADA EM CASCATA DO BLOCO B DA UTFPR CAMPUS PATO BRANCO

Com base nos resultados apresentados nos estudos preliminares de modelagem, optou-se por modelar a escada do bloco B da UTFPR utilizando elementos de *shell*, por se tratar do modelo mais apropriado. Com o objetivo de se verificar a coerência dos resultados, buscou-se encontrar uma solução analítica para o problema através de um modelo simplificado no *software* Ftool (Martha, 2002), programa educacional para análise estrutural.

A solução analítica foi realizada considerando a escada como um pórtico em duas dimensões, com os carregamentos, apresentados adiante, distribuídos linearmente ao longo das barras, conforme apresentado na Figura 40. Quanto à geometria da escada, foram considerados os valores reais, obtidos através do projeto da estrutura disponibilizado.

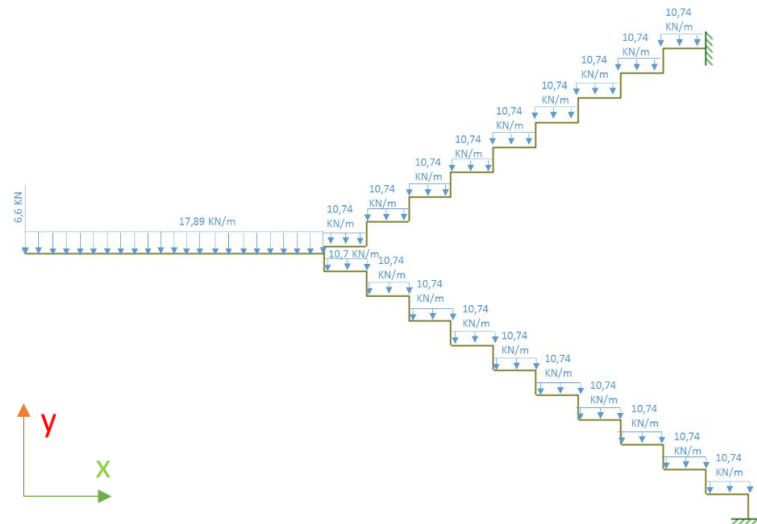


Figura 40: Carregamentos do modelo simplificado
Fonte: Autoria própria (2017).

A Figura 41, apresenta o diagrama de momento fletor obtido através dessa consideração de modelo.

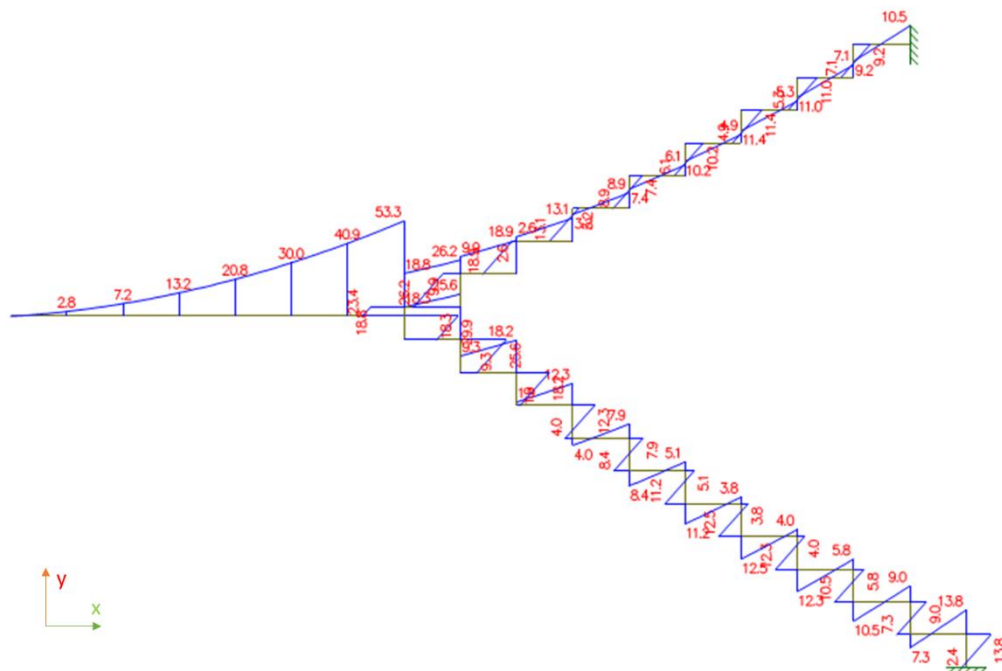


Figura 41: Diagrama de momento fletor do modelo simplificado
Fonte: Autoria própria (2017).

O máximo momento obtido foi $M_{\text{máx}(-)} = 53,3 \text{ kN.m}$. Convertendo esse valor para $= 1.583,92 \text{ Kgf.m/m}$ atuando no encontro entre o patamar e os lances.

$$\frac{53.300 \text{ N.m} \times 9,80665 \frac{\text{kgf}}{\text{N}}}{3,3 \text{ m}} = 1.583,92 \text{ kgf.m/m} \quad (4.1)$$

4.2.1 Dimensionamento: Critérios ABNT NBR 6118:2014

Antes de realizar as modelagens em elementos finitos, efetuou-se o pré-dimensionamento da escada. Para isso, foi considerado todos os seus elementos (lances e patamar) como sendo lajes maciças de concreto armado. O primeiro passo foi a classificação quanto a classe de agressividade ambiental conforme a ABNT NBR 6118: 2014, para o caso em estudo foram encontradas as classificações apresentadas na Tabela 17.

Tabela 17: Classificação quanto à agressividade ambiental

Classe de Agressividade Ambiental (CAA)	Agressividade Ambiente	
II	Moderada	Urbano

Fonte: Autoria própria (2017).

Após a classificação quanto à agressividade ambiental, determinou-se o cobrimento mínimo das armaduras e a classe de resistência do concreto a ser utilizado no projeto, cujos valores foram:

- 25 mm para o cobrimento;
- Concreto com resistência característica de 25 MPa – C25.

Para o pré-dimensionamento de lajes em balanço, Pinheiro (2007) sugere o uso do critério adotado pela ABNT NBR 6118:1980, definido pela equação 4.1, a seguir.

$$d_{est} = \frac{l_x}{\Psi_2 \Psi_3} \quad (4.2)$$

Onde:

l_x = menor vão da laje

ψ_2 e ψ_3 = coeficientes que dependem da vinculação e do tipo de aço.

No entanto, as tabelas não apresentam o caso de vinculação encontrada no projeto e por conta disso, adotou-se como altura inicial o mínimo determinado pela ABNT NBR 6118:2014 para lajes em balanço que é igual a 10 cm.

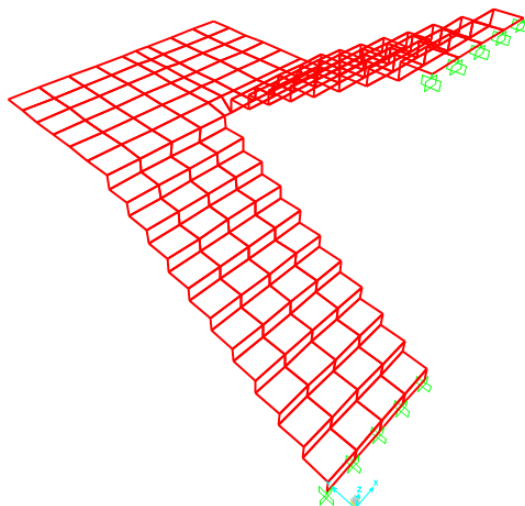
Com a altura inicial definida, partiu-se para o levantamento das cargas. A ABNT NBR 6120:1980 determina os valores das cargas, permanentes e variáveis, a serem consideradas nos cálculos de estruturas que, para o caso em estudo são as seguintes:

- Ações permanentes
 - Peso próprio concreto armado: 25 KN/m³.
 - Revestimento de contrapiso: 0,21 KN/m² (Argamassa de cimento e areia com 21 KN/m³x0,01 metros de espessura);
 - Revestimento de piso: 0,70 KN/m² (Granito com 28 KN/m³ x 0,025 metros de espessura).

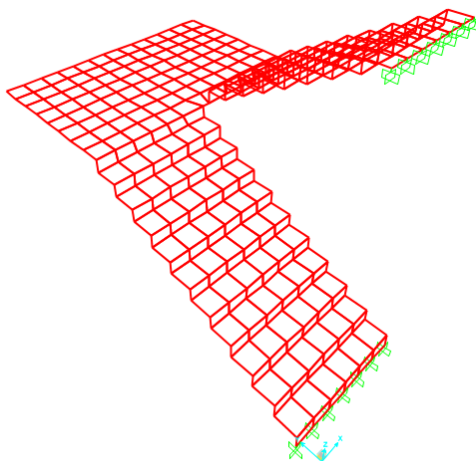
Além dessas cargas permanentes, o item 2.2.1.5 da ABNT NBR 6120:1980 indica que ao longo dos parapeitos e balcões devem ser consideradas aplicadas uma carga horizontal de 0,8 kN/m na altura do corrimão e uma carga vertical mínima de 2 kN/m.

- Ações variáveis
 - Sobrecarga de utilização: 3 KN/m² (Escadas com acesso ao público).

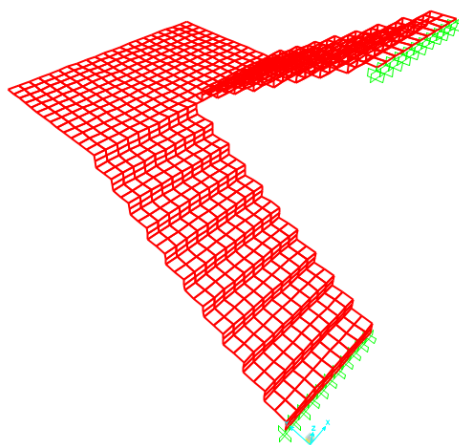
Para realizar as modelagens foram necessários 5 refinamentos de malha, apresentados nas Figuras 42 a 46, com dimensões em centímetros, até a convergência dos resultados.



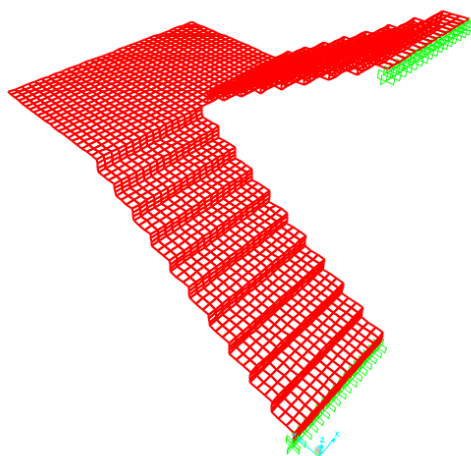
**Figura 42: Malha 01, Pisos: 30 x 40. Espelhos: 17,5 x 40. Patamar: 36,67 x 35.
Fonte: Autoria própria (2017).**



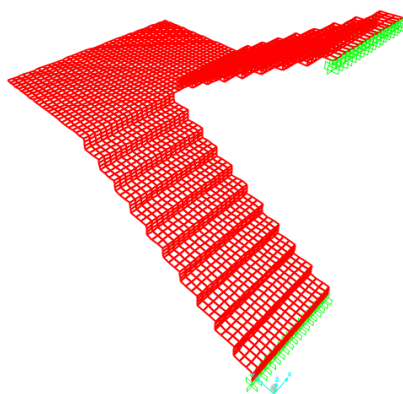
**Figura 43: Malha 02, Pisos: 30 x 26,67. Espelhos: 17,5 x 26,67. Patamar: 25,38 x 26,25.
Fonte: Autoria própria (2017).**



**Figura 44: Malha 03, Pisos: 15 x 16. Espelhos: 8,75 x 16 cm. Patamar: 15,71 x 16,15.
Fonte: Autoria própria (2017).**

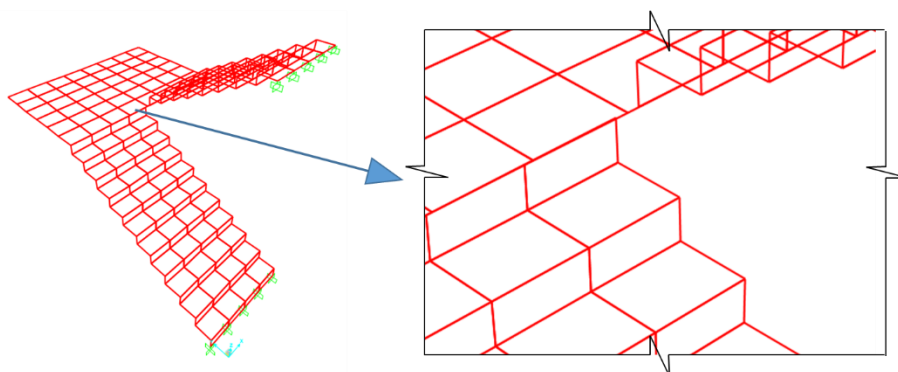


**Figura 45: Malha 04, Pisos: 15 x 10. Espelhos: 8,75 x 10. Patamar: 10 x 10.
Fonte: Autoria própria (2017).**



**Figura 46: Malha 05, Pisos: 10 x 8,89. Espelhos: 5,83 x 8,89. Patamar: 8,92 x 8,75.
Fonte: Autoria própria (2017).**

Como as malhas no SAP2000 são geradas manualmente, descontinuidades nos encontros patamar/lance foram identificadas, onde se pode observar que os nós do piso não se encontram com os nós dos espelhos conforme apresentado na Figura 47, que foi extraída da malha 01.



**Figura 47: Descontinuidades na malha 01.
Fonte: Autoria própria (2017).**

O recurso utilizado para excluir essas descontinuidades foi o comando *Edit* → *Edit Joints* → *Merge Joints...*, que permite unir os nós das malhas e dessa forma unificá-los. No caso das malhas menos refinadas, como a malha 01, foi necessário refiná-la em uma parte do modelo para que a exclusão das descontinuidades fosse possível. Esse refinamento produz malhas não uniformes, como pode ser observado na Figura 48, onde a região do patamar que se encontra entre os lances da escada apresenta elementos de *shell* menores que os demais.

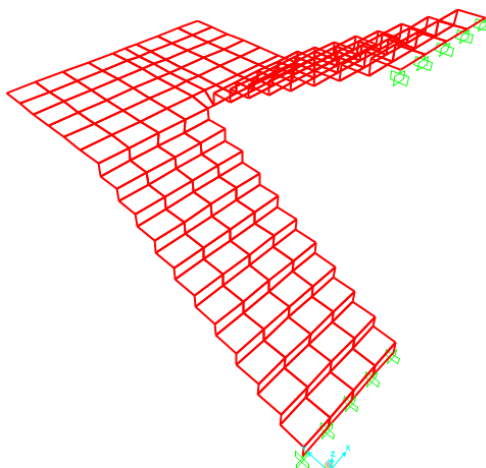


Figura 48: Não uniformidade da malha 01.
Fonte: Autoria própria (2017).

Os valores de momentos extremos (m_x e m_y) obtidos no SAP2000 encontram-se na Tabela 18.

Tabela 18: Valores de momento fletor máximo.

Malha	m_x		m_y	
	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo
Malha 01	1.203,20	-5.149,42	4.528,61	-4.538,12
Malha 02	1.139,79	-5.632,89	5.264,34	-5.323,96
Malha 03	775,59	-5.378,13	6.837,16	-6.837,33
Malha 04	743,98	-5.193,97	8.184,22	-8.055,04
Malha 05	823,09	-5.228,39	8.579,19	-8.575,66

Fonte: Autoria própria (2017).

Comparando-se as diferenças percentuais, os resultados da malha 04 convergiram e por conta disso, foram os considerados para efeito de projeto. A Figura 49 apresenta os diagramas encontrados, sendo possível perceber uma concentração de momentos em uma pequena parte da estrutura, nas direções x e y .

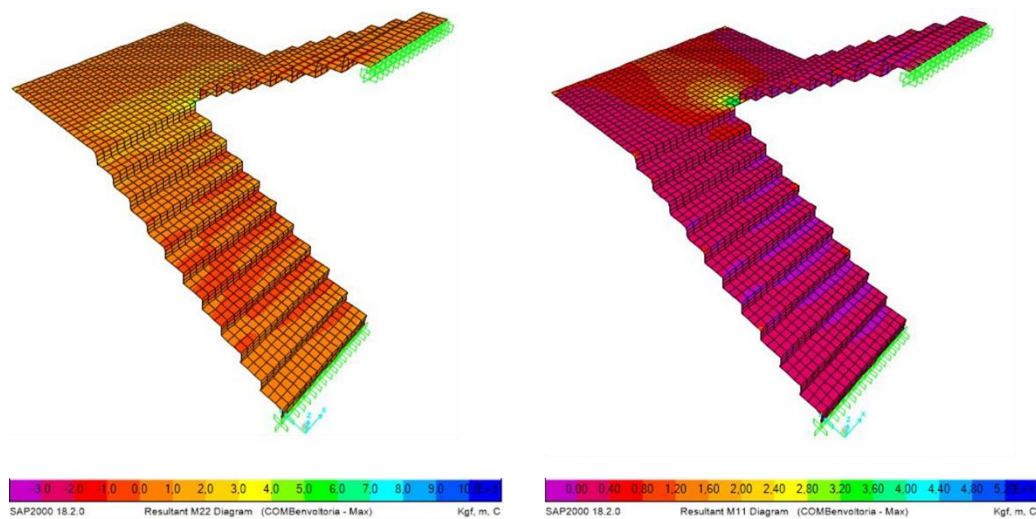


Figura 49: Diagramas de momento fletor nas direções y e x, respectivamente.
Fonte: Autoria própria (2017).

Para a validação dos resultados, em relação à solução analítica, foram utilizados os valores de momentos no eixo da estrutura e na direção y. As conclusões encontram-se na Tabela 19.

Tabela 19: Valores de momento fletor

Consideração	Momentos my (kgf.m/m)		
	Apoio Inferior	Borda Patamar/Lance inferior	Apoio Superior
Solução Analítica	879,51	1.583,92	669,19
Modelagem = eixo dos lances	648,06	1162,33	502,85
Modelagem = 1/4 do vão	732,21	1489,00	653,66

Fonte: Autoria própria (2017).

Pode-se observar que os valores obtidos na modelagem que mais se aproximam da solução analítica estão localizados a $\frac{1}{4}$ do vão dos lances do centro para a extremidade externa, conforme Figura 50.

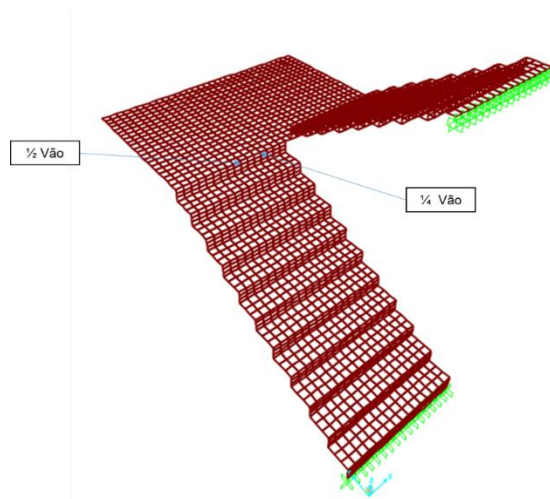


Figura 50: Localização dos momentos a 1/2 e 1/4 do vão da escada
Fonte: Autoria própria (2017).

Após a validação dos resultados, partiu-se para o dimensionamento da estrutura. Por uma simplificação de projeto, optou-se por não considerar os valores máximos de momentos, visto que eles são oriundos de uma concentração em uma pequena região da estrutura, conforme pode ser observado na Figura 51.

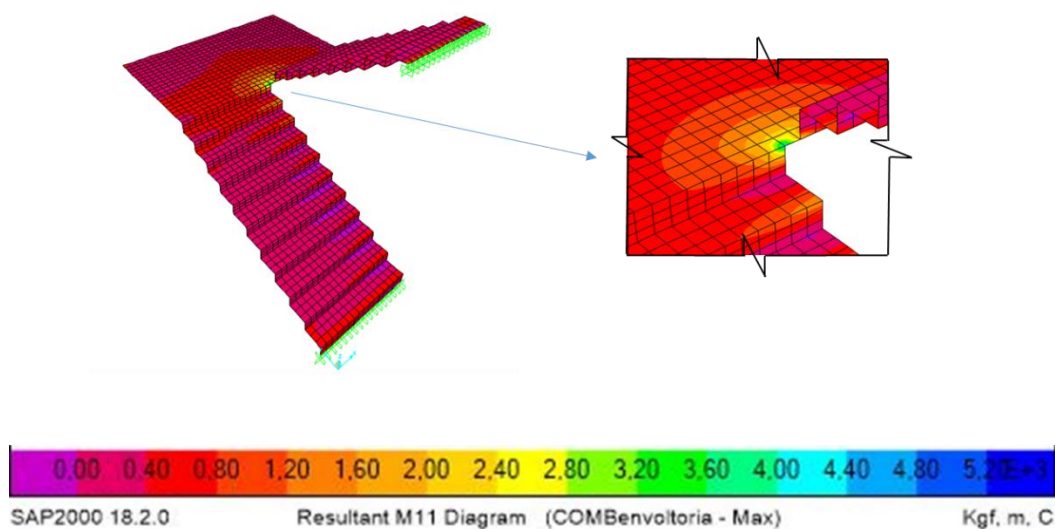


Figura 51: Momento máximo concentrado em uma pequena região do patamar
Fonte: Autoria própria (2017).

Esses valores máximos foram utilizados para o cálculo de reforços das armaduras nessa região de concentração de momento máximo, e podem ser observados na Tabela 20.

Tabela 20: Valores máximos de momento para h=10 cm
Momentos máximos (kgf.m/m)

mx	my	mx'	my'
743,98	8.184,22	-5.193,97	-8.055,04

Fonte: Aatoria própria (2017).

Por conta disso, os resultados considerados para o dimensionamento, são os apresentados na Tabela 21.

Tabela 21: Valores de momento considerados para o dimensionamento
Momentos máximos (kgf.m/m)

mx	my	mx'	my'
743,98	2.499,65	-3.038,65	-4.747,96

Fonte: Aatoria própria (2017).

O dimensionamento foi realizado considerando os elementos como lajes, para isso utilizou-se as recomendações de Pinheiro (2007), com as considerações da ABNT NBR 6118/2014. Para os valores de momento acima citados, a altura $h = 10$ cm não foi suficiente, sendo a altura mínima encontrada de $h = 15,2$ cm. Adotou-se então, uma altura $h=16$ cm e, sendo extraídos os novos valores, e apresentados na Tabela 22.

Tabela 22: Valores máximos de momento para h=16 cm
Momentos máximos (kgf.m/m)

mx	my	mx'	my'
753,62	9.105,61	-5.350,72	-9.264,65

Fonte: Aatoria própria (2017).

Para se realizar o dimensionamento, também não foram considerados os valores de momento extremos, oriundos da região de concentração de momentos, sendo considerados os valores apresentados na Tabela 23. As Figuras 52 e 53 apresentam as *shells* de onde foram excluídos os momentos, na direção x e y, respectivamente.

Tabela 23: Valores de momento considerados para o dimensionamento

Momentos máximos (kgf.m/m)			
mx	my	mx'	my'
683,41	2.000,14	-2.521,50	-2.485,16

Fonte: Autoria própria (2017).

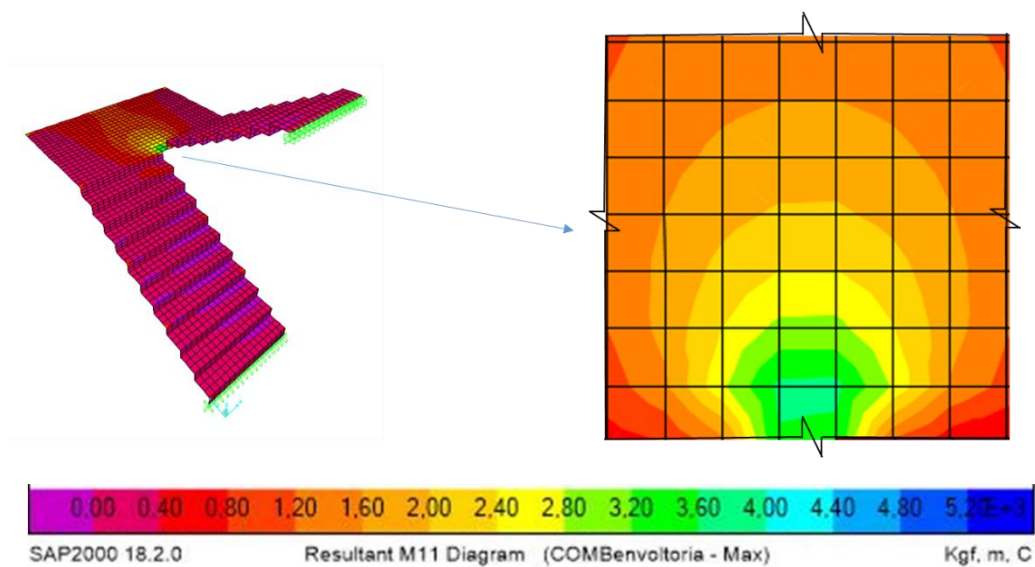


Figura 52: *Shells* não consideradas no diagrama de momento fletor na direção x.
Fonte: Autoria própria (2017).

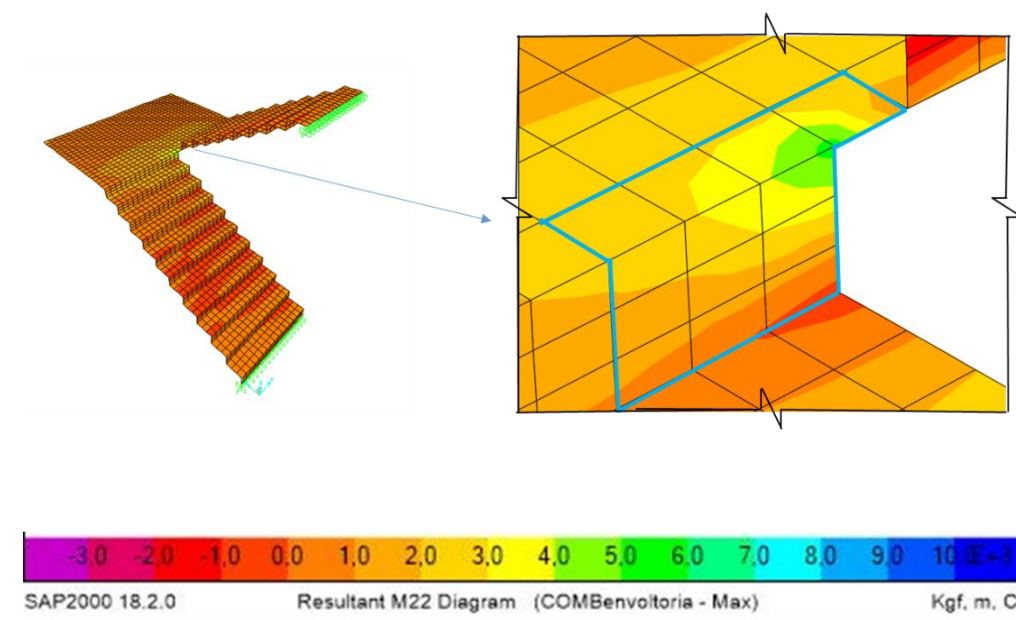


Figura 53: *Shells* não consideradas no diagrama de momento fletor na direção y.
Fonte: Autoria própria (2017).

Com os novos valores de momento, a altura necessária seria inferior a 16 cm, no entanto optou-se por mantê-la, por questões estéticas, visto que uma

altura inferior a isso não seria suficiente nas regiões de reforço. Partindo desses valores de momentos, dimensionou-se a área de aço necessária para suportar os esforços de tração. Os valores obtidos para as armaduras positivas e negativas são apresentados nas Tabelas 24 e 25, respectivamente.

Tabela 24: Dimensionamento das armaduras positivas

Direção	Momentos Fletores				Arm. simples	Arm. Mín. e máxima		Total
	M_k (kgf.m)	M_d (kgf.m)	KMD	Domínio	A_s (cm ² /m)	$A_{s,min}$ (cm ² /m)	$A_{s,max}$ (cm ² /m)	$A_{s,TRAÇÃO}$ (cm ² /m)
mx	683,41	957	0,037	Dom. 2	1,88	1,61	64,00	1,88
my	2.000,14	2.800	0,109	Dom. 2	5,77	1,61	64,00	5,77

Fonte: Autoria própria (2017).

Tabela 25: Dimensionamento das armaduras negativas

Direção	Momentos Fletores				Arm. simples	Arm. Mín. e máxima		Total
	M_k (kgf.m)	M_d (kgf.m)	KMD	Domínio	A_s (cm ² /m)	$A_{s,min}$ (cm ² /m)	$A_{s,max}$ (cm ² /m)	$A_{s,TRAÇÃO}$ (cm ² /m)
m'x	2.521,50	3.530	0,117	Dom. 2	6,76	1,61	64,00	6,76
m'y	2.485,16	3.479	0,115	Dom. 2	6,66	1,61	64,00	6,66

Fonte: Autoria própria (2017).

As barras escolhidas estão detalhadas nas Tabelas 26 e 27.

Tabela 26: Barras escolhidas para as armaduras positivas

ARMADURAS POSITIVAS			
Direção	Área de aço (cm ² /m)	Barras Escolhidas	Área Efetiva (cm ² /m)
mx	1,88	Φ 6,3 c/ 16 cm	1,95
my	5,77	Φ 10,0 c/13 cm	6,04

Fonte: Autoria própria (2017).

Tabela 27: Barras escolhidas para as armaduras negativas

ARMADURAS NEGATIVAS			
Direção	Área de Aço (cm ² /m)	Barras Escolhidas	Área Efetiva (cm ² /m)
m'x	6,76	Φ 10,0 c/11 cm	7,14
m'y	6,66	Φ 10,0 c/11 cm	7,14

Fonte: Autoria própria (2017).

A Tabela 28 apresenta o detalhamento da armadura positiva.

Tabela 28: Detalhamento das armaduras positivas

ARMADURAS POSITIVAS								
Posição	Bitola (mm)	Qtd.	Gancho Esquerdo (cm)	Trecho reto (cm)	Gancho Direito (cm)	Comp. Final (cm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
N1	6,3	25	11	155	11	177	44,25	10,84
N2	10,0	11	-	1192	-	1192	131,12	80,90
N3	6,3	13	11	325	11	347	45,11	11,05
N4	6,3	20	11	155	11	177	35,40	8,67
N5	10,0	11	-	989	-	989	108,79	67,12

Fonte: Autoria própria (2017).

A distribuição das barras na seção pode ser verificada nas Figuras 54, 55 e 56.

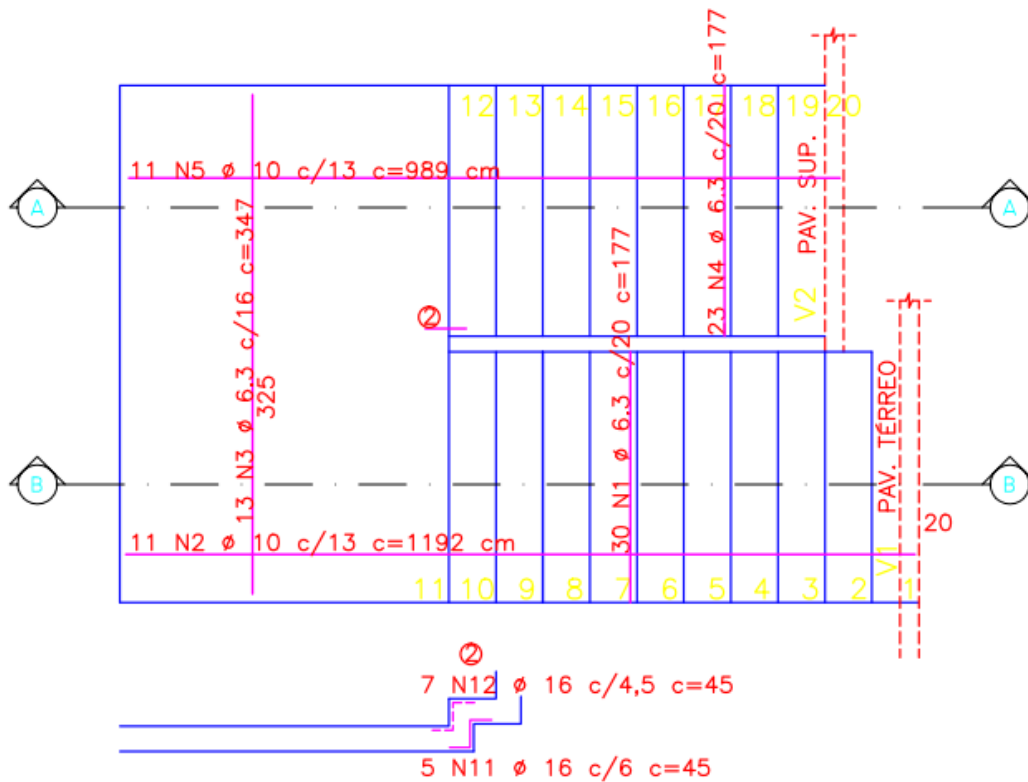


Figura 54: Distribuição das armaduras positivas
Fonte: Autoria própria (2017).

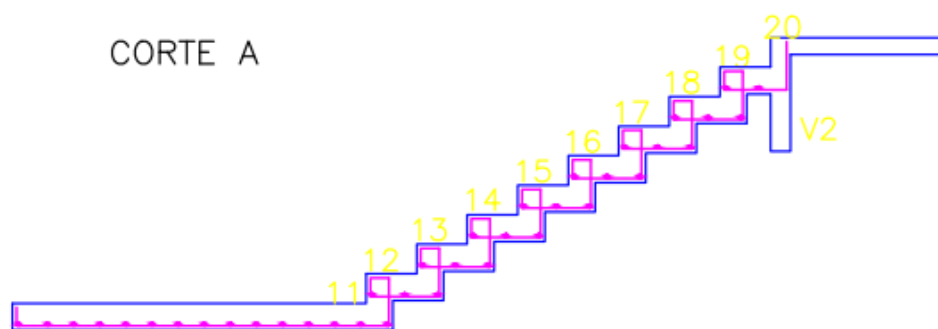


Figura 55: Distribuição das armaduras positivas no lance superior e patamar
Fonte: Autoria própria (2017).

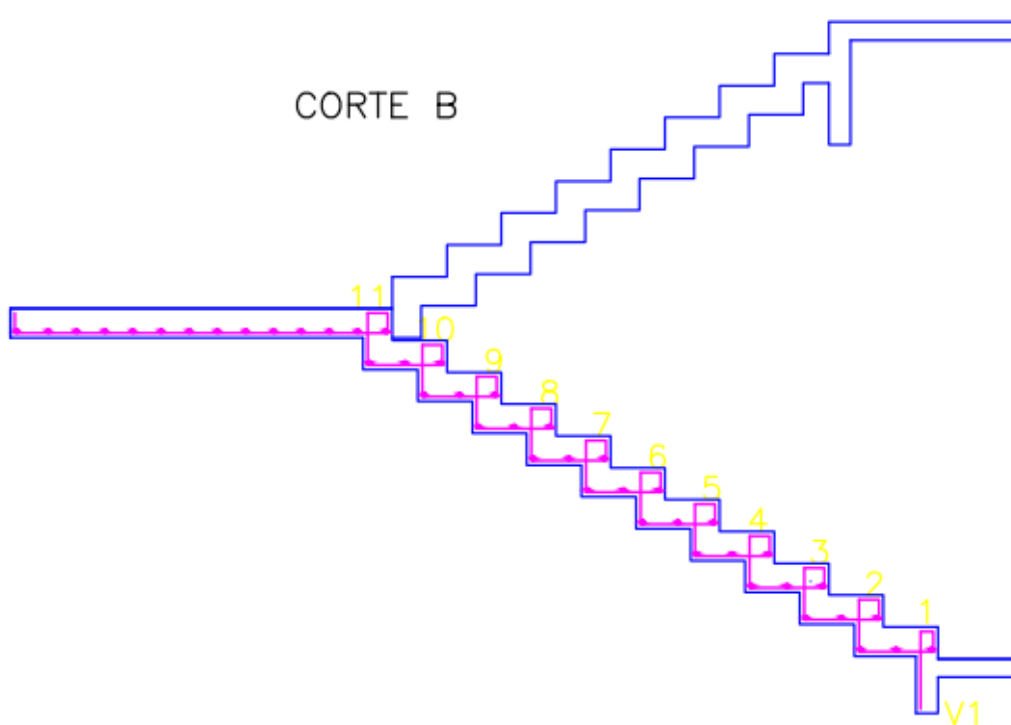


Figura 56: Distribuição das armaduras positivas no lance inferior e patamar
Fonte: Autoria própria (2017).

O detalhamento das armaduras negativas se encontra na Tabela 29.

Tabela 29: Detalhamento das armaduras negativas

ARMADURAS NEGATIVAS								
Posição	Bitola (mm)	Qtd.	Gancho Esquerdo (cm)	Trecho reto (cm)	Gancho Direito (cm)	Comp. Final (cm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
N6	10,0	14	-	1181	-	1181	165,34	102,01
N7	10,0	14	-	1005	-	1005	140,70	86,81
N8	10,0	37	11	155	11	177	65,49	40,41
N9	10,0	18	11	325	11	347	62,46	38,54
N10	10,0	29	11	155	11	177	51,33	31,67

Fonte: Autoria própria (2017).

A distribuição das barras na seção pode ser verificada nas Figuras 57, 58 e 59.

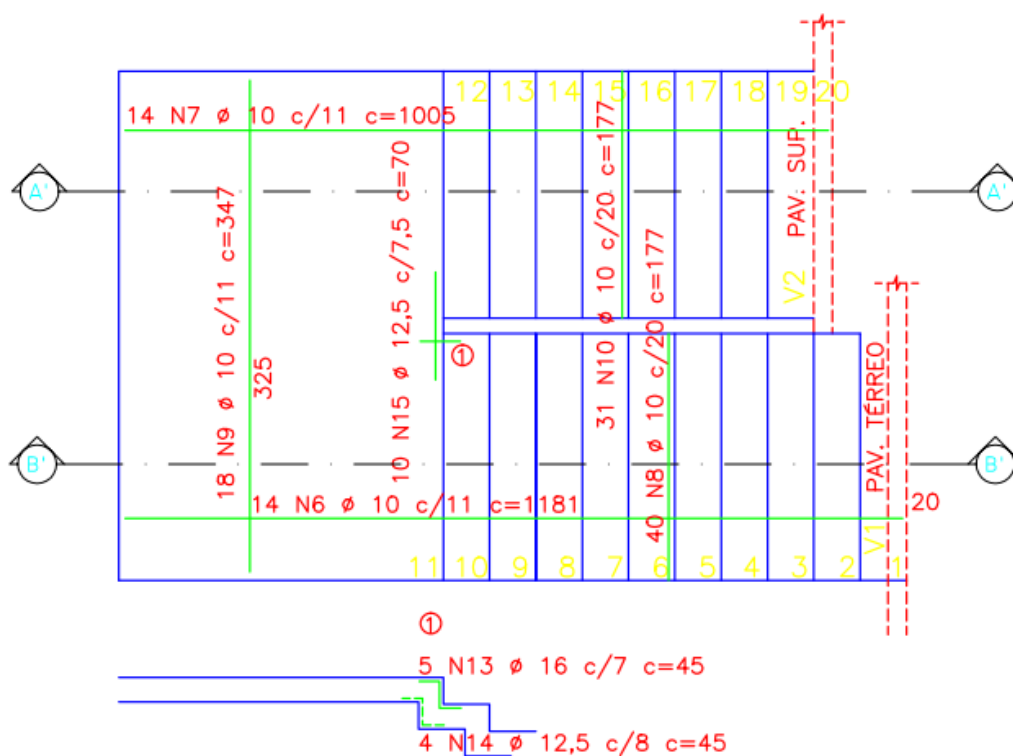


Figura 57: Distribuição das armaduras negativas
Fonte: Autoria própria (2017).

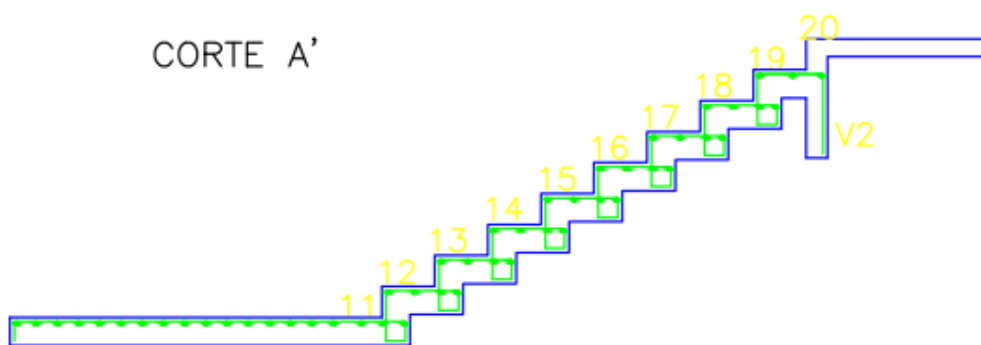


Figura 58: Distribuição das armaduras negativas no lance superior e patamar
Fonte: Autoria própria (2017).

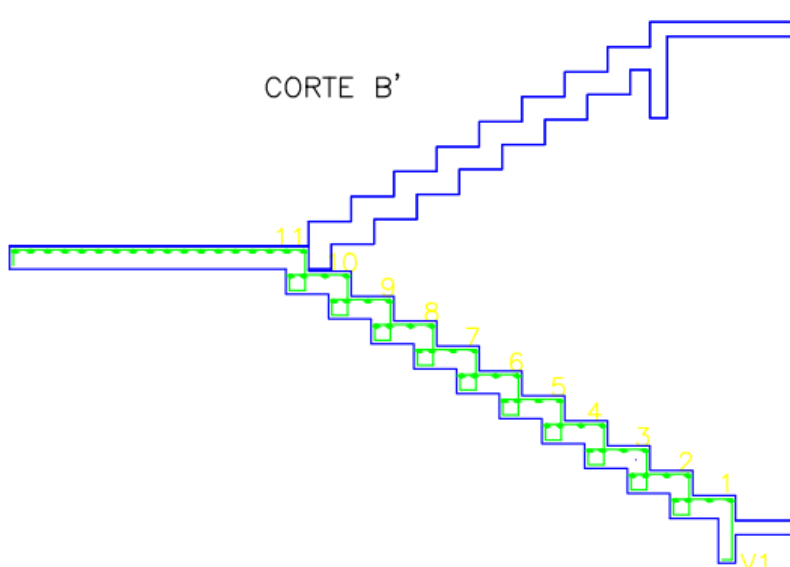


Figura 59: Distribuição das armaduras negativas no lance inferior e patamar
Fonte: Autoria própria (2017).

Para as armaduras de reforço da região com concentração de momentos, optou-se pela consideração de armadura dupla, para manter a mesma altura $h = 16$ cm em toda a estrutura, o que é esteticamente preferível. As Tabelas 30 e 31 apresentam os valores de área de aço e as bitolas escolhidas.

Tabela 30: Dimensionamento das armaduras positivas de reforço

ARMADURAS POSITIVAS				
Direção	Posição	Área de aço (cm²/m)	Barras Escolhidas	Área Efetiva (cm²/m)
my	As Tração	31,62	Φ 16,0 c/ 6,0 cm	33,52
	As Compr.	41,98	Φ 16,0 c/ 4,5 cm	46,91

Fonte: Autoria própria (2017).

Tabela 31: Dimensionamento das armaduras negativas de reforço

ARMADURAS NEGATIVAS				
Direção	Posição	Área de aço (cm²/m)	Barras Escolhidas	Área Efetiva (cm²/m)
m'y	As Tração	28,73	Φ 16,0 c/ 7,0 cm	28,73
	As Compr.	15,21	Φ 12,5 c/ 8,0 cm	15,34
m'x	As Tração	16,14	Φ 12,5 c/ 7,5 cm	16,36

Fonte: Autoria própria (2017).

A Tabela 32 apresenta o detalhamento das armaduras de reforço.

Tabela 32: Detalhamento das armaduras de reforço

Posição	Bitola (mm)	Qtd.	Gancho Esquerdo (cm)	Trecho reto (cm)	Gancho Direito (cm)	Comp. Final (cm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
N11	16,0	5	-	45	-	45	2,25	3,55
N12	16,0	7	-	45	-	45	3,15	4,79
N13	16,0	5	-	45	-	45	2,25	3,55
N14	12,5	4	-	45	-	45	1,80	1,73
N15	12,5	10	-	70	-	70	7,0	6,74

Fonte: Autoria própria (2017).

Somando o peso das armaduras, encontrou-se um total de 498,58 kg e, aplicando uma margem de 10% nesse valor, obteve-se a quantidade total de aço de 548,44 kg.

4.2.2 Dimensionamento: Critérios ABNT NBR 6118:1978

Para realizar o dimensionamento segundo os critérios da versão de 1978 da NBR 6118, utilizaram-se os valores de momento obtidos na primeira modelagem com $h = 10$ cm. A grande diferença entre os critérios se deve ao fato de que a versão de 1978 exige um cobrimento mínimo de 10 mm da armadura e a resistência característica do concreto (f_{ck}) de 15 MPa.

Mesmo com a exigência de um cobrimento mínimo abaixo dos valores recomendados pela versão da norma de 2014, a altura mínima da laje encontrada foi de $h = 17,3$ cm. Esse fato se deve à baixa resistência do concreto, já que a mesma é inversamente proporcional à altura útil da laje.

Por conta dessa altura mínima, foi modelada uma laje com altura $h = 18$ cm, os resultados obtidos encontram-se na Tabela 33.

Tabela 33: Valores máximos de momento para h=18 cm
Momentos máximos (kgf.m/m)

mx	my	mx'	my'
800,03	9.678,29	-5.452,50	-9.687,70

Fonte: Autoria própria (2017).

Para o dimensionamento das armaduras, a exclusão dos momentos máximos oriundos da região de concentração também foi utilizada. Os valores finais obtidos são apresentados na Tabela 34.

Tabela 34: Valores de momento considerados para o dimensionamento
Momentos máximos (kgf.m/m)

mx	my	mx'	my'
687,46	2.427,07	-1541,94	-2.666,57

Fonte: Autoria própria (2017).

Esses valores de momento proporcionam uma altura mínima menor que 18 cm. No entanto, optou-se por definir a altura com 18 cm, por conta das armaduras de reforço a serem calculadas para a região de concentração de momentos.

As áreas de aço obtidas para resistir aos esforços acima citados, encontram-se nas Tabelas 35 e 36, para momentos positivos e negativos, respectivamente.

Tabela 35: Dimensionamento das armaduras positivas

Direção	Momentos Fletores				Arm. simples	Arm. Mín. e máxima		Total
	M_k (kgf.m)	M_d (kgf.m)	KMD	Domínio	As (cm²/m)	As,min (cm²/m)	As,max (cm²/m)	A_{s,TRAÇÃO} (cm²/m)
mx	687,46	962	0,037	Dom. 2	1,46	1,81	72,00	1,46
my	2.427,07	3.3398	0,132	Dom. 3	5,52	1,81	72,00	5,52

Fonte: Autoria própria (2017).

Tabela 36: Dimensionamento das armaduras negativas

Direção	Momentos Fletores				Arm. simples	Arm. Mín. e máxima		Total
	M_k (kgf.m)	M_d (kgf.m)	KMD	Domínio	As (cm²/m)	As,min (cm²/m)	As,max (cm²/m)	A_{s,TRAÇÃO} (cm²/m)
m'x	1.541,94	2.159	0,074	Dom. 2	3,16	1,81	72,00	3,16
m'y	2.666,57	3.733	0,128	Dom. 2	3,44	1,81	72,00	5,68

Fonte: Autoria própria (2017).

As barras escolhidas estão detalhadas nas Tabelas 37 e 38.

Tabela 37: Barras escolhidas para as armaduras positivas

ARMADURAS POSITIVAS			
Direção	Área de aço (cm²/m)	Barras Escolhidas	Área efetiva (cm²/m)
Mx	1,46	Φ6,3 c/ 20 cm	1,56
My	5,52	Φ10,0 c/14 cm	5,61

Fonte: Autoria própria (2017).

Tabela 38: Barras escolhidas para as armaduras negativas

ARMADURAS NEGATIVAS			
Direção	Área de Aço (cm²/m)	Barras Escolhidas	Área Efetiva (cm²/m)
m'x	3,16	Φ8,0 c/15 cm	3,35
m'y	5,68	Φ10,0 c/13 cm	6,04

Fonte: Autoria própria (2017).

As Tabelas 39 e 40 apresentam o detalhamento da armadura.

Tabela 39: Detalhamento das armaduras positivas

ARMADURAS POSITIVAS								
Posição	Bitola (mm)	Qtd.	Gancho Esquerdo (cm)	Trecho reto (cm)	Gancho Direito (cm)	Comp. Final (cm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
N1	6,3	20	11	155	11	177	35,40	8,67
N2	10,0	11	-	1192	-	1192	131,12	80,90
N3	6,3	11	11	325	11	347	38,17	9,35
N4	6,3	16	11	155	11	177	28,32	6,94
N5	10,0	11	-	989	-	989	108,79	67,12

Fonte: Autoria própria (2017).

Tabela 40: Detalhamento das armaduras negativas

ARMADURAS NEGATIVAS								
Posição	Bitola (mm)	Qtd.	Gancho Esquerdo (cm)	Trecho reto (cm)	Gancho Direito (cm)	Comp. Final (cm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
N6	10,0	11	-	1181	-	1181	129,91	80,15
N7	10,0	11	-	1005	-	1005	110,55	68,21
N8	8,0	27	11	155	11	177	47,79	18,88
N9	8,0	13	11	325	11	347	45,11	17,82
N10	8,0	21	11	155	11	177	37,17	14,68

Fonte: Autoria própria (2017).

Para as armaduras de reforço da região com concentração de momentos, mesmo com a manutenção da altura $h = 18$ cm, em algumas direções foi necessário o uso de armadura dupla, preferível por questões estéticas. As Tabelas 41 e 42 apresentam as áreas de aço calculadas e as bitolas escolhidas.

Tabela 41: Dimensionamento das armaduras positivas de reforço

ARMADURAS POSITIVAS				
Direção	Posição	Área de aço (cm ² /m)	Barras Escolhidas	Área Efetiva (cm ² /m)
My	As tração	26,73	Φ16,0 c/ 7,5 cm	26,81
	As compr.	18,02	Φ12,5 c/ 6,5 cm	18,88

Fonte: Autoria própria (2017).

Tabela 42: Dimensionamento das armaduras negativas de reforço

ARMADURAS NEGATIVAS				
Direção	Posição	Área de aço (cm ² /m)	Barras Escolhidas	Área Efetiva (cm ² /m)
m'y	As Tração	25,49	Φ 16,0 c/ 7,5 cm	26,81
	As Compr.	7,20	Φ 10,0 c/ 10 cm	7,85
m'x	As Tração	14,25	Φ 12,5 c/ 8,5 cm	14,44

Fonte: Autoria própria (2017).

Na Tabela 43 encontra-se o detalhamento das armaduras de reforço.

Tabela 43: Detalhamento das armaduras de reforço

Posição	Bitola (mm)	Qtd.	Gancho Esquerdo (cm)	Trecho reto (cm)	Gancho Direito (cm)	Comp. Final (cm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
N11	16,0	4	-	45	-	45	1,80	2,84
N12	12,5	4	-	45	-	45	1,80	1,73
N13	16,0	4	-	45	-	45	1,80	2,84
N14	10,0	3	-	45	-	45	1,35	0,83
N15	12,5	8	-	70	-	70	5,60	5,39

Fonte: Autoria própria (2017).

Somando-se o peso das armaduras, encontrou-se um total de 386,37 kg. Aplicando-se uma margem de 10% nesse valor, obteve-se a quantidade total de aço de 425,01 kg.

4.2.3 Critérios NBR 6118/2014 x NBR 6118/1978

Ao se comparar os resultados obtidos no dimensionamento da mesma estrutura utilizando critérios diferentes é possível notar que o maior impacto nos resultados se deve à classe de resistência do concreto utilizado.

A influência do f_{ck} do concreto se deve ao fato de este ser inversamente proporcional ao braço de alavanca (z) das forças internas. Essa relação é deduzida através dos diagramas de deformações e tensões em seções retangulares solicitadas, para flexão simples, apresentados na Figura 60.

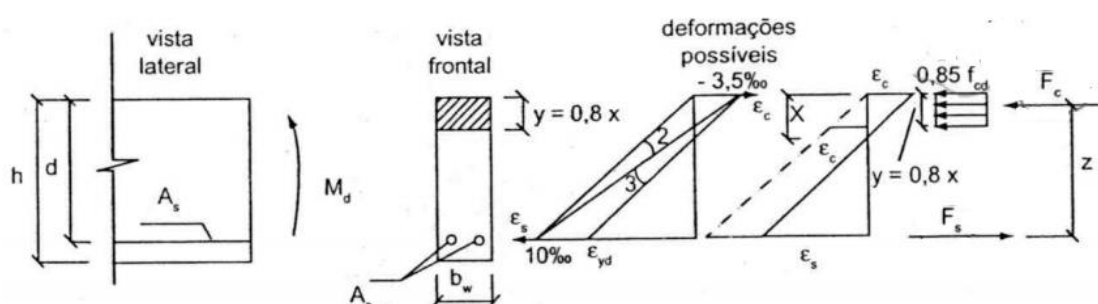


Figura 60: Diagramas tensão / deformação
Fonte: Carvalho (2017)

Pelas equações de equilíbrio, têm-se que o momento das forças internas em relação ao centro de gravidade das armaduras deve ser igual ao momento externo de cálculo, conforme equação 4.3.

$$\sum M = M_d \rightarrow M_d = F_c \cdot z \quad (4.3)$$

Sendo F_c dado pela equação 4.3.

$$F_c = (0,85 \cdot f_{cd}) \cdot (b_w) \cdot (0,8 \cdot x) \quad (4.4)$$

Substituindo a equação (4.3) em (4.2):

$$M_d = (0,85 \cdot f_{cd}) \cdot (b_w) \cdot (0,8 \cdot x) \cdot z \quad (4.5)$$

Portanto, quanto menor o f_{cd} maior o braço de alavanca, conseqüentemente maior a área resistente de concreto e, menor área de aço necessária.

A Tabela 44 apresenta os valores obtidos para os dois dimensionamentos.

Tabela 44: Consumo de materiais considerando diferentes critérios de dimensionamento

Versão da ABNT NBR 6118	f_{ck} (MPa)	Aço CA-50 (kg)	Altura da escada (cm)	Volume de concreto (m ³)
1978	15	425,01	18	3,74
2014	25	548,44	16	3,34

Fonte: Autoria própria (2017).

Comparando-se a altura obtida segundo os requisitos atuais, igual a 16 cm, com o valor obtido através do critério antigo, igual a 18 cm, têm-se uma variação de 11,11%, com valores de f_{ck} diferentes.

4.2.4 Critério NBR 6118/2014 x Projeto real

Ao se comparar os resultados obtidos entre o projeto real da estrutura, disponibilizado pela UTFPR – *campus* Pato Branco, com o projeto desenvolvido no estudo de caso, utilizando as considerações da ABN NBR 6118/2014, foi possível identificar que a variação da quantidade de aço foi pequena. A maior diferença ficou a cargo da altura do projeto real, 12 cm, para a altura encontrada através dos estudos apresentados no presente trabalho, 16 cm, conforme Tabela 45.

Tabela 45: Diferença no consumo de materiais entre o projeto real e o projeto desenvolvido

Projeto	F_{ck} (MPa)	Aço CA-50 (kg)	Altura da escada (cm)	Volume de concreto (m ³)
Real	15	583,00	12	2,31
desenvolvido no estudo de caso	25	548,44	16	3,34

Fonte: Autoria própria (2017).

Apesar de em projeto constar a altura de 12 cm, a estrutura real foi executada com aproximadamente 17 cm de altura. Dessa forma, os projetos acabam se tornando bastante semelhantes apesar dos diferentes métodos e ferramentas utilizados para sua concepção.

A área de aço obtida segundo os requisitos atuais teve uma variação de apenas 5,96% a mais, em relação ao projeto real. A altura que é de 12 cm no projeto real, mas que foi executada com 17 cm, teve uma variação de 5,88% a menos, segundo os requisitos atuais. O consumo de concreto, em contrapartida, teve uma variação de 5,23% a menos, comparando-se o volume da estrutura executada com o volume obtido nesse estudo.

O grande diferencial do uso de um modelo em elementos de *shell* para cálculo de uma estrutura complexa, se dá pelo fato de o projetista ter mais liberdade para conceber seu projeto de armaduras. A possibilidade de analisar zonas de concentração de esforços e decidir qual a melhor forma de se trabalhar com elas é uma das vantagens desse tipo de modelo.

Finalmente, na tabela 46 é possível observar as diferenças percentuais entre os consumos de materiais, onde o maior impacto se deve ao f_{ck} do concreto. Como a altura de projeto é 25% inferior à altura do estudo desenvolvido, conseqüentemente o consumo de concreto é menor para esse caso.

Tabela 46: Diferença percentual no consumo de materiais entre o projeto real e o projeto desenvolvido

F_{ck}	Aço CA-50	Altura da escada	Volume de concreto
40%	5,93%	25%	30,8%

Fonte: Aatoria própria (2017).

5 CONCLUSÃO

O estudo realizado neste trabalho teve por objetivo avaliar os critérios de análise estrutural e dimensionamento de escadas em cascata feitas de concreto armado. Para isso, em uma primeira etapa, buscou-se definir qual modelo melhor representa a situação real da estrutura, fazendo isso com soluções simplificadas, através de elementos de barras e com soluções mais complexas, através de elementos de *shell*.

É necessário destacar a importância de se ter uma solução analítica para comparação de resultados, por mais simplificada que seja, pois é ela que norteia a interpretação e a validação dos valores obtidos nos modelos.

A modelagem utilizando elementos de *shell* se mostrou mais precisa e mais eficiente em detrimento das demais, visto que o tempo de cálculo utilizado pelo programa em muito pouco se diferenciava dos modelos mais simplificados. Outra vantagem desse modelo é a possibilidade de identificação das zonas de concentração de momento, que permite ao projetista maior dinâmica em relação às escolhas de projeto.

No modelo proposto, a estratégia desenvolvida foi de ser conservador em relação aos valores de momentos máximos escolhidos para o dimensionamento da estrutura, devido ao fato de que os valores ainda se encontravam dentro da zona de concentração de tensão. Essa escolha foi realizada visando garantir a segurança do projeto, pois o mesmo se trata de uma estrutura complexa.

Na comparação entre os resultados considerando os critérios antigos e atuais da ABNT NBR 6118 foi possível notar que o maior impacto das mudanças em relação ao dimensionamento se deve ao aumento da resistência característica do concreto, que exige uma menor área resistente de concreto e conseqüentemente um aumento na área de aço. Por conta disso, o dimensionamento atual resulta em uma estrutura com uma altura menor e com mais área de aço e ocorre o inverso quando se utiliza os critérios antigos.

Quanto ao cobrimento mínimo das armaduras, percebeu-se que sua influência no dimensionamento é pequena, visto que a sua função é a proteção das armaduras contra os agentes agressivos do ambiente em que a estrutura se encontra.

Outro ponto importante é a comparação entre os resultados obtidos e o projeto real da estrutura. Mesmo com a limitação de recursos computacionais para dimensionamento realizado na época, o projeto real executado se assemelha em alguns aspectos ao projeto desenvolvido por meio das modelagens.

Por fim, chegou-se à conclusão que a modelagem por elementos de *shell* é a mais indicada para análise de estruturas complexas, pois permite visualização mais detalhada dos seus esforços e suas zonas mais solicitadas. E que o maior impacto das alterações na ABNT NBR 6118 no dimensionamento dessas estruturas se deve ao aumento do f_{ck} do concreto, gerando estruturas com menor seção transversal.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NB-1**: Projeto e Execução de Obras em Concreto Armado: Procedimento. 1978.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado: Procedimento. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9077**: Saídas de emergência em edifícios, 2001.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010, v.4.

BANGASH, M. Y. H.; BANGASH, T. **Staircases - Structural Analysis and Design**. Netherlands: A. A. Balkema, 1999.

BASTOS, P. S. Notas de aula (Universidade Estadual Paulista). São Paulo, 2016.

BONO, G. F. F. **Modelos Constitutivos para Análise Tridimensional de Estruturas de concreto Armado Através do Método dos Elementos Finitos**.

Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

CAMPOS FILHO, A. **Projeto de Escadas de Concreto Armado**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

CARVALHO, R. C.; FARIA, A. **Escadas de Edifícios de Concreto Armado**.

COL DEBELLA, L. B. **Estudo da Analogia de Grelha no Cálculo de Lajes Maciças de Concreto Armado**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2015.

COOK, R. D. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. 4. ed. Danvers, MA: John Wiley & Sons, 2002.

GIONGO, J. S.; MELGES, J. L. P.; PINHEIRO, L. M. **Concreto Armado: Escadas**. Notas de aula (Universidade de São Paulo). São Carlos, 1997.

KALIL, S. B.; LEGGERINE, M. R. Notas de Aula: Resistência dos Materiais E. (Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul). 2017.

MAGALHÃES, C. W. F. DE S. **Análise comparativa do custo da estrutura de edifícios de concreto armado quando projetados pela NBR-6118:2003 e NBR-6118:1978**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Católica de Pernambuco, Recife, 2006.

MARTHA, L. F. **Método dos Elementos Finitos** Notas de Aula. Rio de Janeiro: PUC, 1994.

MARTHA, L. F. **Métodos Básicos da Análise de Estruturas**. Rio de Janeiro: PUC, 2010.

MARTHA, L.F. **FTOOL - Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas**, Versão Educacional 2.11 para Windows, Tecgraf, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, RJ. 2002.

O'BRIEN, E. J.; KEOGH, D. L. **Bridge Deck Analysis**. Londres: E & FN Spon, 1999.

OLIVEIRA, M. G. D.; OLIVEIRA, J. C. A. O. **Utilização de Métodos Numéricos no Dimensionamento de Estruturas de Edifícios em Concreto Armado.** Universidade Católica de Goiás, Goiás. 2017.

ROCHA, A. M. **Concreto Armado.** 21. ed. São Paulo: Nobel, 1987. v. 3.

SILVA, F.J.B. **Análise comparativa pelo método dos Elementos Finitos de modelos tridimensionais de um edifício alto em concreto armado com sistema estrutural tubular e núcleo central.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

SILVA, R. R. DA. **Impacto das Mudanças na Norma NBR 6118 no Dimensionamento de Estruturas em Concreto Armado de Edifícios.** Trabalho de Diplomação (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas.** São Paulo: Edusp, 2003.

STRAMANDINOLI, J. S. B. **Contribuições à Análise de Lajes Nervuradas por Analogia de Grelha.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Florianópolis, 2003.