UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

MARIA ROSANA SOARES
GUATAÇARA DOS SANTOS JUNIOR

CADERNO PEDAGÓGICO

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM: UMA PERSPECTIVA À LUZ DOS FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

PONTA GROSSA
2012

MARIA ROSANA SOARES

GUATAÇARA DOS SANTOS JUNIOR

CADERNO PEDAGÓGICO

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM: UMA PERSPECTIVA À LUZ DOS FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Produto da dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Ciência e Tecnologia, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Ponta Grossa. Área de Concentração: Ciência, Tecnologia e Ensino. Linha de Pesquisa: Fundamentos e Metodologias para o Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior.

PONTA GROSSA

2012

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FOTOGRAFIAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O presente Caderno Pedagógico é resultado de estudo efetuado por meio do trabalho de conclusão do curso de Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Ponta Grossa (UTFPR-PG), desenvolvido pela docente Maria Rosana Soares, sob a orientação do professor Guataçara dos Santos Junior. Este material pedagógico foi idealizado para servir de apoio aos professores interessados em trabalhar com a Modelagem no ensino e aprendizagem de Matemática e de outras áreas do conhecimento também. Este Caderno propõe uma prática de uma proposta de Modelagem Matemática, a qual foi aplicada com os sujeitos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática (2011), na disciplina de Introdução à Modelagem Matemática, pela Universidade Estadual do Norte do Paraná, campus Jacarezinho (UENP-CJ).

A partir da proposta de Modelagem Matemática desenvolvida com os futuros professores, elaborou-se este Caderno Pedagógico cujo objetivo é oferecer aos professores, universitários e pesquisadores subsídios bibliográficos e práticos para desenvolver a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.

Caro professor(a), para ter uma referência no planejamento das atividades da prática de Modelagem Matemática para ser realizada em sala de aula, nesta aplicação com os futuros professores de Matemática existiu a seguinte organização:

- As atividades de Modelagem Matemática foram desenvolvidas em horário regular de aulas no período noturno, fez uso de duas horas-aula semanais em média, contou com a presença de 23 alunos aproximadamente;

- Apresentou um total de seis etapas de atividades, nas quais utilizou 26 horas-aula regulares e 6 horas-aula sendo desenvolvimento extraclasse e orientação por e-mail. Em todas essas etapas os participantes organizaram-se em grupos, e receberam materiais impressos para proporcionar maior envolvimento e discussões nas aulas.

Nas atividades propostas deste Caderno Pedagógico são apresentadas como a Modelagem Matemática vem sendo discutida e trabalhada no ensino e aprendizagem segundo algumas concepções da literatura da Educação Matemática, e como se podem desenvolver atividades de Modelagem em sala de aula. Com a finalidade de oferecer este material aos profissionais do ensino, buscou-se orientálos para o desenvolvimento da Modelagem por meio dos recursos como calculadora e computador.

Nesse sentido, o(a) professor(a) tem a possibilidade entender alguns dos principais elementos exigidos no processo da Modelagem Matemática. Para tanto, será apresentado orientações sobre: ***Escolha do Tema; Apresentação do Tema; Levantamento e Seleção de dados; Formulação do Problema; Resolução do Problema: modelo matemático e validação; e Análise da Atividade Desenvolvida.*** Desse modo, será propiciado o(a) professor(a) a reflexão e compreensão do processo da Modelagem Matemática ao enfatizar sobre: o que se pretende pesquisar e investigar; a importância do tema escolhido; o que se pretende desenvolver; o que se pretende investigar e resolver; obter a solução do problema e pode-se investigar sua aceitação ou não; refletir e apresentar algumas considerações da atividade desenvolvida. Essa dinâmica do desenvolvimento Modelagem proporciona explorar e entender ferramentas e recursos matemáticos como calculadora e software *Microsoft Office Excel* ao organizar informações e dados em tabelas e gráficos, e construção e análises dos mesmos nas atividades dessa natureza.

Este Caderno Pedagógico tem por relevância mostrar a importância da Modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem, assim como estimular e possibilitar aos professores, universitários e pesquisadores a desenvolverem a Modelagem Matemática em sala de aula.

Vale destacar que, devido às contribuições obtidas para o processo de ensino e aprendizagem com a proposta de Modelagem aplicada na formação dos professores, sugere-se que essa proposta pode ser desenvolvida em diferentes cursos e diversos níveis de ensino.

Os professores que desejarem maior aprofundamento na leitura, reflexão e compreensão sobre a Modelagem Matemática, a dissertação que originou esse material pedagógico se encontra disponível ao acesso público na biblioteca on-line do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Ponta Grossa, do presente mestrado.

2 ESTRUTURA DAS AULAS: APLICAÇÃO DA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Este Caderno Pedagógico compreende-se em etapas que podem ser desenvolvidas em horário regular de aulas, em diferentes cursos e níveis de ensino. Para tanto, em cada atividade ilustrada será apresentada a seguinte sequência: ***tema; durabilidade; objetivos; assuntos abordados; recursos instrucionais; motivação; dinâmica da aula; público alvo; desenvolvimento e considerações da atividade; e referências das atividades – no final deste trabalho***. Vale esclarecer que as atividades propostas em cada etapa podem ser modificadas de acordo com realidade escolar, nível de escolaridade, ou seja, podem-se fazer modificações conforme as precisões e necessidades da clientela. Para isso, cabe ao docente observar, analisar e tomar iniciativas para efetuar a prática docente necessária e satisfatória.

Para compreender o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática buscou-se orientar sobre sua importância, como fazer seu processo com ou sem uso do Excel explicando sobre: ***Resolução do Problema – Modelo Matemático e Validação: Definir as variáveis; Tabular os dados; Tipo do Gráfico; Organizar a área do gráfico; Formatar o eixo X; Inserir caixa de texto; Formatar o eixo Y; Inserir título no gráfico; Traçar a linha do gráfico; Obter o modelo matemático (representação matemática); Formatar os pontos do gráfico; e Solução do problema*.** Além disso, procurou-se orientar também sobre como fazer a validação do modelo matemático sem o uso do Excel, ou seja, analisar se a representação matemática obtida é satisfatória. O(a) professor(a) pode conduzir os alunos em seu processo de ensino e aprendizagem a fazerem a validação no Excel também, para isso é necessário criar fórmulas.

Para desenvolver esta proposta de Modelagem Matemática o(a) professor(a) pode orientar os participantes se subdividiram em grupos em todas as aulas para a realização da mesma. Isso possibilita maior envolvimento e discussões dos alunos, visto que o professor atua como mediador e orientador em todo processo de ensino e aprendizagem.

A organização das atividades deste Caderno Pedagógico foi ordenada do seguinte modo:

APLICAÇÃO DA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA	
Atividades de Modelagem Matemática	**Da 1ª à 5ª etapa objetiva orientar e capacitar os alunos e professores a:**
Primeira Etapa: *Modelagem Matemática: Algumas raízes no Brasil*	Refletirem sobre o início da Modelagem Matemática no Brasil
Segunda Etapa: *Modelo Matemático e sua essência no Processo da Modelagem*	Refletirem sobre modelo, modelo matemático e algumas contribuições demonstradas por meio do processo da Modelagem.
Terceira Etapa: *Modelagem Matemática: Algumas Concepções*	Refletirem sobre em que consiste a Modelagem Matemática na concepção de alguns pesquisadores.
Quarta Etapa: *Modelagem Matemática: Algumas Possibilidades no Ensino*	Refletirem sobre como desenvolver a Modelagem Matemática no ensino.
Quinta Etapa: Modelagem Matemática: à luz de seus trabalhos	Refletirem sobre alguns trabalhos desenvolvidos de Modelagem Matemática.
Sexta Etapa: *Aplicação das "Atividades de Modelagem Matemática – dengue"*	Esta etapa objetivou: • Orientar e capacitar os alunos e professores a refletirem sobre questões ambientais, em especial sobre a dengue; • Desenvolver atividades de Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem, e proporcionar sua compreensão.

Quadro 1 – Organização para a Aplicação da Proposta de Modelagem Matemática
Fonte: Autores

A duração da proposta de Modelagem é apresentada no quadro a seguir:

ALGUNS ELEMENTOS PARA A APLICAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA	
Etapas	**Duração Aproximadamente da Aplicação da Modelagem**
Primeira até Quinta	2 horas-aula (h/a) cada etapa – em torno de 100 minutos;
Sexta	O desenvolvimento da Modelagem Matemática totalizou 22h/a: • Aulas regulares – 16 h/a total; • Extraclasse e orientação por e-mail – 6 h/a total.

Quadro 2 – Alguns Elementos para a Aplicação da Proposta de Modelagem Matemática
Fonte: Autores

O desenvolvimento deste caderno pedagógico sobre Modelagem Matemática se encaminha conforme descrito nas etapas a seguir.

3 ATIVIDADES: APLICAÇÃO DA PROPOSTA DE MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Primeira Etapa: Modelagem Matemática: Algumas Raízes no Brasil

ATIVIDADE 1 – COMO INICIOU A MODELAGEM MATEMÁTICA NO BRASIL?

Tema: Como iniciou a Modelagem Matemática no Brasil?

Durabilidade: Em torno de duas horas-aula.

Objetivos: Orientar e capacitar os alunos e professores a refletirem sobre o início da Modelagem Matemática no Brasil.

Assuntos Abordados: A Modelagem Matemática no cenário nacional.

Recursos Instrucionais: Slides; materiais impressos; e/ou giz e lousa.

Motivação: Apresentar aos alunos elementos que lhes permitirão refletir sobre a finalidade da Modelagem a ser inserida no ensino brasileiro. Expor uma questão principal que norteará a aula: "Com que finalidade a Modelagem Matemática começou a ser trabalhada no ensino?".

Dinâmica da Aula: Aula expositiva, indagações e discussões em grupo.

Público Alvo: Universitários, professores e pesquisadores.

Desenvolvimento e Considerações da Atividade:

A Modelagem Matemática tem sido proposta como um dos ambientes de aprendizagem possíveis para a Educação Matemática. Esse assunto tem despertado a atenção de professores e pesquisadores nas últimas décadas, tanto no cenário internacional quanto no nacional (NISS, 2001). Em 1986, Maria Cândida Müller, estudante do curso de Mestrado em Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e orientada pelo professor Dr. Lafayette de Moraes, defendeu o primeiro trabalho no campo da Modelagem Matemática "Modelos matemáticos no ensino da matemática" (FIORENTINI, 1996). O processo da Modelagem e os modelos matemáticos já vêm sendo discutidos nas pesquisas com a finalidade de analisar sua aplicabilidade e importância para o ensino e aprendizagem.

Em palestra intitulada “Modelagem Matemática: um conceito que pode ajudar o professor”, a qual foi ministrada por Biembengut (2009a), esta destaca que a "Matemática-História da Modelagem Matemática no Ensino Brasileiro", explicando as várias ideias que surgiram no século 20, na tentativa de aproximar a Matemática com o dia a dia do estudante. Na década de 1960, pesquisadores da Dinamarca e da Holanda iniciaram uma discussão que fundamentava a Modelagem Matemática como ferramenta de ensino, essas discussões foram trazidas para o Brasil por matemáticos que participavam desses congressos. Nesse sentido, a Modelagem Matemática na educação é recente, visto que nas últimas três décadas vêm ganhando “espaço” em diversos países, nas discussões sobre ensino e aprendizagem, com posicionamentos a favor e contra de sua utilização como estratégia de ensino (BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p. 7). A Modelagem Matemática é uma das tendências de ensino difundida por vários pesquisadores que buscavam evidenciar a Educação Matemática ao abordar a Matemática presente no dia a dia dos alunos.

No Brasil, a história da Modelagem é registrada por diversos pesquisadores:

> A Modelagem Matemática na educação brasileira tem como referência fundamental pessoas, no impulso e na consolidação da modelagem na Educação Matemática, tais como: Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D’ Ambrosio, Rodney Carlos Bassanezi, João Frederico Meyer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. (BIEMBENGUT, 2009b, p. 1).

Nas décadas de 1970 e 1980, Ubiratan D’Ambrosio representou a comunidade internacional de Educação Matemática e promoveu cursos coordenando projetos na Universidade de Campinas (UNICAMP) que contribuíram para a formação de grupos em Matemática Aplicada, Biomatemática e em Modelagem (ROZAL, 2007, p. 30). A Modelagem no Brasil foi discutida e iniciada por vários professores que começaram a desenvolver nos cursos de Matemática e de outras áreas também.

Na visão de Burak (2008, p.2) a difusão da Modelagem como alternativa de ensino teve seu início da seguinte forma:

> A Faculdade Estadual de Guarapuava, atualmente UNICENTRO, em 1983 começou a difusão dessa alternativa para o ensino de Matemática, com cursos de especialização para professores de Matemática. A forma de trabalho procurava romper a maneira usual de se ensinar Matemática conteúdo teórico e exercícios de aplicação.

Nesse sentido, os primeiros trabalhos desenvolvidos com a Modelagem Matemática tinham por finalidade suprir a prática educativa no Ensino Fundamental que procurava salientar as situações e ideias matemáticas por meio de regras e memorização, assim como de uma maneira mecânica e sem aplicação com a vida prática. A Modelagem Matemática na educação básica teve seu início na década de 1980:

> O trabalho com a Modelagem Matemática, enquanto uma alternativa para o ensino de Matemática no ensino fundamental e médio iniciou-se em 1985, pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), campus de Rio Claro-SP. Assim, se optou em apresentar uma proposta para o trabalho com a Modelagem Matemática na 5ª série, hoje 6º ano de ensino, o qual se constatava um ponto de nível de ensino como trabalho de dissertação (BURAK, 2008, p.3).

Com essas iniciativas nacionais, a Modelagem começou a se desenvolver por meio de aplicação de trabalhos e projetos em escolas, universidades e também sob a elaboração e apresentação de periódicos, monografias, dissertações e teses, em eventos, revistas, livros, fóruns e congressos.

Para efeito de esclarecimento tem-se uma tomada geral da aula apresentada:

O início da Modelagem Matemática no Brasil pode-se inferir que esse assunto tem despertado o interesse dos docentes e pesquisadores nas últimas décadas. Em 1960, a mesma começou a ser discutida pelos pesquisadores da Dinamarca e da Holanda como ferramenta de ensino. No Brasil, o movimento da Modelagem foi iniciado no final dos anos 1970 e início dos anos 1980 por alguns pesquisadores como Barreto, D’ Ambrosio e Bassanezi pela UNICAMP. Além disso, em 1983, a Modelagem começou a ser enfocada como alternativa para o ensino de Matemática nos cursos de especialização pela Faculdade Estadual de Guarapuava, atual UNICENTRO. Em 1985, a Modelagem foi desenvolvida como uma alternativa para o ensino de Matemática no ensino fundamental e médio, pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), campus de Rio Claro-SP. Observa-se, portanto, que o movimento da Modelagem possibilitou verificar como ensinar Matemática de um modo mais eficiente, assim como refletir e investigar sobre a prática de Modelagem Matemática nos contextos escolares.

3.2 Segunda Etapa: Modelo Matemático e sua Essência no Processo da Modelagem

ATIVIDADE 2 – QUE CONTRIBUIÇÕES FORAM DEMONSTRADAS POR MEIO DO PROCESSO DA MODELAGEM MATEMÁTICA?

Tema: Que contribuições foram demonstradas por meio do processo da Modelagem Matemática?

Durabilidade: Em torno de duas horas-aula.

Objetivos: Orientar e capacitar os alunos e professores a refletirem sobre modelo, modelo matemático e algumas contribuições demonstradas por meio do processo da Modelagem.

Assuntos Abordados: Modelo; modelo matemático; essência do processo de Modelagem.

Recursos Instrucionais: Slides; materiais impressos; e/ou giz e lousa.

Motivação: Apresentar aos estudantes elementos que lhes permitirão refletir sobre as diferenças entre modelo e modelo matemático, entre modelagem e modelo matemático. Além disso, reconhecer algumas contribuições mostradas pelos pesquisadores da Civilização Grega e do período do Renascimento, nas quais exploravam e desenvolviam problemas e modelos matemáticos por meio do processo de Modelagem. Expor uma questão principal que norteará a aula: “Os modelos e os modelos matemáticos se encontravam nos problemas práticos da Civilização Grega e no período do Renascimento?”.

Dinâmica da Aula: Aula expositiva, indagações e discussões em grupo.

Público Alvo: Universitários, professores e pesquisadores.

Desenvolvimento e Considerações da Atividade:

O modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções (GRANGER, 1969). Na concepção de Biembengut e Hein (2007, p.11), Modelagem suscita a imagem de um escultor trabalhando com argila, produzindo um objeto, esse objeto é um modelo. O escultor munido de material como a argila, técnica, intuição e criatividade, faz seu modelo que representa algo, seja este real ou imaginário.

Nesse sentido, ao fazer uma representação com alguma aproximação da realidade, determinado objeto, imagem, assunto, ideia concreta, algo intuitivo, algo comparativo, pensamento, fenômeno, situações reais, sistema, problema real e reprodução da mente para definição e compreensão dos conceitos, esses podem receber o nome de **modelo**. Assim, os modelos apresentam aproximações ou similaridades com a realidade, serve de referência para as situações e problemas, para padrões de observações e pesquisas podendo obter novas formas e conclusões. Esses permitem expressar algo conhecido ou imaginário, reproduzir a mente para definição de conceitos, assim como fazer representações das situações da realidade. A forma como as modificações ocorrem nos modelos é a simplificação do mundo real ou alguma forma conveniente de trabalhar com este mundo, suas características essenciais precisam ser iguais ou semelhantes da situação real.

A própria noção de modelo está presente em quase todas as áreas: Arte, Moda, Arquitetura, História, Economia, Literatura, Matemática. Aliás, a história da Ciência é testemunha disso! (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p.11). A criação de modelos para interpretar os fenômenos naturais e sociais é inerente ao ser humano. Tudo a nossa volta é baseado em modelos como o próprio universo. Nesse sentido, no entendimento de Zuffi (2001) o conceito de função é um exemplo disso, isto porque uma função é uma lei a qual para cada elemento de um conjunto existe um correspondente que é exatamente a realidade do outro. Desde 2000 a.C. já havia a ideia de função quando o homem fazia cálculos com tabelas sexagesimais de quadrado e raízes quadradas. No dia a dia, há muitas situações que envolvem função que pode ser entendida e resolvida utilizando problemas reais.

Biembengut (2004, p.20-21) explica que os interesses dos egípcios e dos babilônios, na visão dos historiadores, se limitavam a problemas de ordem prática, os quais se destacaram no século 06 a.C. com a Civilização Grega. As contribuições mais importantes foram deixadas por mestres como Tales de Mileto, Pitágoras, Platão, Eudóxio, Arquimedes, Erastótenes, dentre outros, os quais concebiam o processo de Modelagem como mostra a seguir:

- Tales de Mileto (639-568 a.C.) surpreendeu os egípcios, demonstrando-lhes como a semelhança do triângulo permite calcular a altura de qualquer pirâmide a partir de sua sombra;
- Pitágoras (530 a.C.) considerado o pai da música, demonstrou por meio de modelo que o Universo era proporcionalmente harmônico e que diferenças qualitativas seriam reduzidas a diferenças quantitativas, o que levou à criação de uma teoria matemática na música;
- Platão (428-347 a.C.) elaborou um modelo simples, supondo movimentos circulares e uniformes de nossos planetas, no qual a Terra era o centro do universo. Coube a seu discípulo Eudóxio (408-355 a.C.) registrar suas ideias, elaborando por meio de um modelo geométrico, a representação dos fenômenos celestes, onde a Terra ocupava a posição central do universo e arrastava as estrelas e os planetas em movimentos concêntricos;
- Euclides (300 a.C.) reuniu os feitos ou conhecimentos geométricos de seus antecessores e organizou-os em uma forma lógica de preposições. A exatidão, a beleza e o raciocínio geométrico apresentado nos “Elementos” constituem um modelo clássico de organização formal da Matemática, encontrado ainda hoje no método axiomático;
- Arquimedes (287-212 a.C.) foi um dos primeiros a combinar as deduções matemáticas com os resultados da experiência, ou seja, aplicou as ideias matemáticas em um modelo real o que permitiu descobrir as leis fundamentais da estática, especialmente o princípio da alavanca, sintetizado no lema: *Deem-me um ponto de apoio e eu levantarei a Terra;*
- Erastóstenes de Cirene (276-194 a.C.) ao observar que no mesmo dia, em dois lugares distintos, o Sol refletia-se diversamente, utilizou-se de uma estaca para calcular e mostrar que a circunferência da Terra era de aproximadamente 40.000 km. Medições feitas com modernos equipamentos determinam que a medida seja de 40.075 km.

Esses exemplos descrevem-se algumas contribuições deixadas pela civilização grega utilizando, nos quais exploravam e desenvolviam problemas e modelos matemáticos por meio do processo de Modelagem. A autora Biembengut (2004, p.21-22) comenta também que no período do Renascimento grandes cientistas e pensadores como Leonardo da Vinci, Nicolau Copérnico, Galileu Galilei, René Descartes e Isaac Newton com o mesmo objetivo de identificar os modelos e o processo de Modelagem Matemática realizaram alguns feitos, citados a seguir:

- ✓ Leonardo da Vinci (1452-1547) entre tantos outros trabalhos inventou um modelo de helicóptero e paraquedas;
- ✓ Nicolau Copérnico (1473-1547) considerou o Sol como o centro dos movimentos de todos os planetas, atribuindo-lhes uma rotação em torno do seu eixo;
- ✓ Galileu Galilei (1564-1642) propôs um método cuja essência é a união da indução com a dedução por meio de uma hipótese. Esse método, empregado por seus discípulos diretos e indiretos, ampliou-se gradualmente, conduzindo a descobertas na Física, Química e Biologia;
- ✓ René Descartes (1596-1650) reconheceu a relação entre equações e lugares geométricos de pontos. Assim, a álgebra tornou-se aplicável aos problemas geométricos;
- ✓ Isaac Newton (1642-1727) criou o fundamento de mecânica do céu e da Terra.

Vivemos em um mundo onde o responsável pelo seu crescimento e desenvolvimento é o próprio homem, isto feito com a contribuição da Matemática, pois a mesma está presente em inúmeras situações do dia a dia. Desse modo, por meio dela, a sociedade foi construindo-se e modificando-se de acordo com as transformações e necessidades de adaptações, visto que os conceitos matemáticos partem de algum interesse, contribuição e importância para a humanidade em geral.

Os modelos matemáticos podem ser expressos por meio de equações algébricas, gráficos, programas computacionais, fórmulas, representações geométricas, tabelas, diagramas, e a expressão encontrada é que leva à solução do problema (BIEMBENGUT, 2004). Bassanezi (2009, p. 20), por sua vez, chama de “modelo matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”.

Nesse enfoque, o que permite investigar e analisar uma situação da realidade, na qual busca fazer a formulação e resolução de problemas para linguagem matemática procurando solucionar ou deduzir o problema formulado, e proporcionando aos alunos atribuição de sentidos e construção de significados, denomina-se de **modelo matemático**. Esse pode ser entendido como solução do problema da atividade de Modelagem, ou seja, a representação matemática que pode ser expressa por meio de conjunto símbolos, estruturas e relações matemáticas como gráficos, tabelas, funções, sistemas, equações, diagramas, figuras geométricas, representações estatísticas, expressões matemáticas e por outros elementos matemáticos e recursos computacionais.

Na concepção de Bassanezi (2009, p.38) as atividades são mais importantes que os modelos obtidos no processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sociocultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática. Vale ressaltar que no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, há discussões sobre as questões envolvidas, resposta para o problema ou como encontrar um modelo matemático, porém o essencial é que o ambiente de aprendizagem propicie condições ao aluno de autonomia. Nessa ótica, observa-se que o termo modelo matemático é utilizado de diversas formas, assume significados diferenciados, procura levar em consideração a finalidade de sua utilização, importância e contribuição para os alunos e conforme a área em que se trabalha.

A partir de um tema proposto, pode-se obter ou não um modelo matemático como acrescenta Barbosa (2001b, p.36):

> Modelagem na Educação Matemática, por vezes, não conduz à construção de modelos [...]. À medida que não compreendo atividades de Modelagem contendo encaminhamentos e fins a priori, sustento que os alunos podem investigar matematicamente uma dada situação, sem necessariamente construir um modelo matemático. O importante - assim julgo - não é a construção do modelo em si, mas o processo de indagação e investigação, que pode, ou não, envolver a formulação de um modelo matemático propriamente dito.

O processo para obter um modelo pode contribuir para um aprendizado diferenciado, e diversas vezes as atividades de Modelagem Matemática em Educação Matemática não priorizam construção de modelo matemático, porém sim, aprender matemática enfatizando formas de investigação e averiguar o objeto de estudo no contexto social. Portanto, observa-se que a elaboração de modelos pode ser ou não necessariamente formulados no processo de Modelagem. Isso irá depender dos objetivos que propor e área em que for trabalhar.

Para efeito de esclarecimento tem-se uma tomada geral da aula apresentada:

O modelo matemático e sua essência no processo da Modelagem pode-se inferir que procurou conceber o que se entende por modelo e modelo matemático. Além disso, buscou-se enfatizar algumas contribuições deixadas por meio do processo de Modelagem, na qual se observou que a aplicação do modelo matemático não é algo novo, pois sua contribuição já encontrava desde o século 6 a.C. com as pesquisas e demonstrações de diversos pesquisadores da Civilização Grega como Tales de Mileto (639-568 a.C.), Erastóstenes de Cirene (276-194 a.C.) e Arquimedes (287-212 a.C.). No período do Renascimento, os modelos e o processo de Modelagem Matemática permitiram a realização de inúmeros feitos por cientistas como Leonardo da Vinci (1452-1547), Galileu Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1642-1727).

Observa-se que os termos modelo e modelo matemático são utilizados de diversas formas pelos autores, assumem significados diferenciados, buscam levar em consideração a finalidade da utilização e construção de modelos matemáticos conforme o objetivo que tem e a área em que trabalha. Nas atividades de Modelagem em Educação Matemática, o fundamental é realizar processos de experimentação, investigação e indagação Matemática, que busca formular ou não um modelo matemático, visto que esta estratégia objetiva essencialmente motivar e atrair os participantes para trabalharem de natureza prática e real no ensino de Matemática. Logo, nas atividades de Modelagem Matemática em Educação Matemática a elaboração do modelo matemático pode ser ou não necessariamente formulados no processo de Modelagem.

3.3 Terceira Etapa: Modelagem Matemática: Algumas Concepções

ATIVIDADE 3 – O QUE É MODELAGEM MATEMÁTICA?

Tema: O que é Modelagem Matemática?

Durabilidade: Em torno de duas horas-aula.

Objetivos: Orientar e capacitar os alunos e professores a refletirem sobre em que consiste a Modelagem Matemática na concepção de alguns pesquisadores.

Assuntos Abordados: Concepções sobre a Modelagem Matemática.

Recursos Instrucionais: Slides; materiais impressos; e/ou giz e lousa.

Motivação: Apresentar aos alunos elementos que lhes permitirão refletir sobre em que consiste a Modelagem Matemática no entendimento de alguns pesquisadores do assunto. Expor uma questão principal que norteará a aula: "A Modelagem Matemática assume o mesmo significado para diferentes pesquisadores?".

Dinâmica da Aula: Aula expositiva, indagações e discussões em grupo.

Público Alvo: Universitários, professores e pesquisadores.

Desenvolvimento e Considerações da Atividade:

No modelo tradicional de ensino, os aprendizes assumem um papel de ouvintes cuja principal função é decorar o conteúdo que o professor transmite de modo um tanto superficial devido ao tempo que é pouco e também pela metodologia do sistema de ensino. Por outro lado, a Modelagem Matemática busca caminhos mais significativos e prazerosos para os estudantes incentivando-os a descobrirem o porquê de aprender Matemática.

Nesse aspecto, Biembengut (1990, p.14), assegura que "a ideia de Modelagem sempre esteve presente na criação das teorias científicas e, em especial, na criação das teorias matemáticas". O termo 'modelagem matemática' como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema, já se desenvolvia desde o início do século 20 na literatura de Engenharia e Ciências Econômicas (BIEMBENGUT, 2009b, p.1). Nesse enfoque, pode-se dizer que a

Modelagem faz parte do berço das Ciências, portanto não se apresentou apenas nas reformas das últimas décadas para a Educação Matemática, pois faz parte do desenvolvimento científico e tecnológico desde os primeiros tempos de vida do homem.

Na concepção de Almeida e Ferruzzi (2009, p.04) o termo 'modelagem matemática' refere-se à busca de uma representação matemática para um objeto ou fenômeno que pode ser matemático ou não; e trata-se de um procedimento criativo e interpretativo que estabelece uma estrutura matemática e incorpora as características do objeto ou fenômeno que se pretende representar. Almeida e Brito (2005, p.487) a definem como uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático. A Modelagem Matemática permite conceber uma representação matemática por meio de símbolos, estruturas e relações matemáticas de acordo com as características de uma situação da realidade, na qual se cria, explora e resolve problemas.

De acordo com Bassanezi (2009, p.24) a Modelagem é como a arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções precisam ser interpretadas na linguagem usual. Esse autor explica que sua eficiência se dá a partir do momento que se conscientiza que está sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (BASSANEZI, 2009, p.24). Segundo esse autor a Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos (BASSANEZI, 2009, p.24). Entende-se que a Modelagem Matemática é um processo de ensino e aprendizagem que propicia a elaboração de modelos matemáticos desde os mais simples até os mais sofisticados. Assim, nota-se que esses últimos exigem maior conhecimento matemático para sua aplicação e compreensão, visto que os modelos sempre estarão sujeitos às validações, análises, reflexões e modificações.

Nessa perspectiva, vale destacar a concepção de Caldeira (2009, p.43):

> A epistemologia que sustenta os pressupostos da Modelagem Matemática, como concepção de educação matemática é aquela em que os conhecimentos estão sendo construídos pelos homens de acordo com seus interesses, sociais, políticos, econômicos e culturais, denominados aqui de construtivistas, estabelecendo para essa construção determinadas regras ou convenções.

A Modelagem Matemática tem por natureza o conhecimento construtivista, e busca processo de aquisição e limites, assim como a relação do objeto do conhecimento acerca do mundo social e cultural. Para tanto, a Modelagem não pode ser compreendida maneira ordenada e sistemática de agir para atingir determinados objetivos.

Na concepção de Scheffer (1999, p. 15), mostrar a importância da Matemática não somente como ciência voltada para si mesma, porém como instrumento para a compreensão e possível modificação da realidade, eis o verdadeiro sentido do que se convencionou chamar Modelagem Matemática. A Modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas aonde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado (BASSANEZI, 2009, p.38).

Scheffer (1999, p.11) esclarece a Modelagem como estratégia de ensino:

> A Modelagem Matemática, enquanto estratégia para o ensino matemático em um ambiente contextualizado desempenha uma função fundamental na Educação Matemática, pois representa uma perspectiva que inclui as vivências sociais e escolares, construção e consolidação do conhecimento, o que possibilita aprendizagens significativas.

A Modelagem Matemática é a estratégia de ensino e aprendizagem que proporciona investigar, problematizar e transformar as situações da realidade em representação matemática, ou seja, em modelo matemático. Essa estratégia propicia representar os fenômenos naturais e problemas do dia a dia em modelo matemático. Embora esse processo não tenha por finalidade única obter um modelo que faça uma representação total da realidade, porém sim estruturar e aplicar os assuntos abordados tanto da Matemática quanto de outras áreas do conhecimento.

No entendimento de Bassanezi (2009, p.177), a utilização da Modelagem como uma estratégia de ensino e aprendizagem é um dos caminhos para tornar os cursos de Matemática, em qualquer nível, mais atraente e agradável. Nesse sentido, pode-se dizer que no trabalho com a Modelagem, há uma cooperação entre os membros do grupo, o qual favorece o desenvolvimento da autoconfiança, habilidades e competências gerais dos alunos, assim como a responsabilidade pelo processo e estruturação da Modelagem.

Nessa perspectiva, a Modelagem pode ser trabalhada em sala de aula como uma estratégia de ensino e aprendizagem ao desenvolver uma abordagem dinâmica das situações reais ou de outras Ciências por intermédio da Matemática.

A Modelagem Matemática evidencia a importância da integração de situações provenientes do cotidiano e de outras áreas do conhecimento na sala de aula com o propósito de "instrumentalizar" os alunos a intervirem na sua realidade (OLIVEIRA; BARBOSA, 2007, p.01). Segundo Barbosa (2001b, p.05), a Modelagem Matemática pode ser entendida por:

> [...]. Uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade.

Nessa concepção, os problemas surgem das situações da realidade e são trazidos para a sala de aula, investigados, desenvolvidos, discutidos e modelados aplicando a Matemática de acordo com temas reais com o objetivo de transformá-la.

De forma simplificada, a Modelagem Matemática, consiste em uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática, já que como princípio, parte sempre do interesse do grupo, cujas ações, na sua maioria, estão nele fundadas ou a ele se voltam (BURAK; BRANDT, 2010, p.65-66). D'Ambrosio (1986), salienta que:

> A Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino e aprendizagem que se inicia por meio de uma situação, tema, e sobre este se desenvolve questões na tentativa de serem respondidas mediante o uso das ferramentas matemáticas e de pesquisa sobre o tema. Busca-se explicar, entender, manejar uma porção de realidade em uma linguagem matemática.

Essa metodologia de ensino implica ir além de questões matemáticas, uma vez que os problemas que afetam diretamente ou indiretamente a sociedade. Assim, os problemas podem ser explorados em sala de aula permitindo trabalhar de uma forma interdisciplinar, multidisciplinar ou transdisciplinar, ou seja, relacionando-os nas pesquisas em geral e investigando-os no contexto do objeto de estudo.

Notadamente, são diversos os pesquisadores que defendem a Modelagem Matemática como um processo que envolve a elaboração de modelos matemáticos gerando um estudo de situações reais em representação matemática que propicie novos conhecimentos. Convém esclarecer que há diferentes concepções para a Modelagem Matemática, e vale realçar que cabe ao professor identificar e analisar essas concepções para direcioná-las a um estudo mais coerente para a realidade dos aprendizes.

Observa-se, portanto, que as concepções dos autores variam, uns defendem a Modelagem como sendo uma representação em linguagem matemática, o qual resulta em um modelo matemático e estando sujeito à validação. Outros a compreendem como a construção de modelos matemáticos, novas ideias e descobertas, podendo contribuir para a compreensão dos problemas sociais. Assim, a Modelagem vem sendo discutida e entendida como metodologia, estratégia ou ferramenta de ensino.

Para efeito de esclarecimento tem-se uma tomada geral da aula apresentada:

A Modelagem Matemática, algumas concepções, procurou-se ressaltar o pensamento de vários pesquisadores em relação ao entendimento e conceito de Modelagem Matemática, o que proporcionou uma reflexão em alguns aspectos em relação à mesma. Apesar das evidências de que a Modelagem Matemática foi e ainda é desenvolvida a partir das necessidades humanas, no processo educativo predomina uma postura formal assumida por grande parte dos educadores, onde aceita-a somente dentro do terreno da Matemática. Cada vez mais fica evidente a necessidade de integração entre as questões científicas, tecnológicas e sociais das diversas áreas do conhecimento nos sistemas educacionais.

Observa-se que é de suma importância reconhecer que as atividades didáticas precisam favorecer para a construção do conhecimento, isso feito com a utilização de alternativas metodológicas ou pedagógicas de pesquisa da Educação Matemática que auxiliem o estudante a observar, interpretar, pesquisar, discutir e investigar a realidade. Vale destacar que é essencial não só entender o sentido da Modelagem, mas, sobretudo procurar estar intimamente ligado nas formas de sua utilização em sala de aula diante das realidades escolares. Nota-se, portanto, que a utilização da Modelagem Matemática no ensino de Matemática exige que os educadores revejam suas concepções, procurando conhecer suas características. Enfim, ao abordar a Modelagem em sala de aula é fundamental refletir sobre suas concepções, fundamentos, aplicações e implicações na aprendizagem, a fim de que se possa optar por posturas condizentes para essa perspectiva epistemológica, respeitando as relações entre os atos de ensinar e aprender.

3.4 Quarta Etapa: Modelagem Matemática: Algumas Possibilidades no Ensino

ATIVIDADE 4 – COMO DESENVOLVER A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO?

Tema: Como desenvolver a Modelagem Matemática no ensino?

Durabilidade: Em torno de duas horas-aula.

Objetivos: Orientar e capacitar os alunos e professores a refletirem sobre como desenvolver a Modelagem Matemática no ensino.

Assuntos Abordados: Algumas das possibilidades para desenvolver as atividades de Modelagem Matemática em sala de aula.

Recursos Instrucionais: Slides; materiais impressos; e/ou giz e lousa.

Motivação: Apresentar aos estudantes elementos que lhes permitirão refletir sobre a importância de como utilizar a Modelagem Matemática no ambiente de ensino no entendimento de alguns pesquisadores do assunto. Expor uma questão principal que norteará a aula: "Que possibilidades a Modelagem Matemática possui para ser trabalhada em sala de aula?".

Dinâmica da Aula: Aula expositiva, indagações e discussões em grupo.

Público Alvo: Universitários, professores e pesquisadores.

Desenvolvimento e Considerações da Atividade:

A partir de alguns pressupostos, convencionou-se discutir a Modelagem Matemática e suas possibilidades no ensino. Isso feito tendo como suporte teórico textos e trabalhos de pesquisadores da área como Barbosa (2004), Bassanezi (2009), Klüber e Burak (2007) e Biembengut e Hein (2007).

Barbosa (2004b, p.76) ao analisar os estudos de Modelagem Matemática para serem abordados em sala de aula classifica-os em três formas distintas:

Caso 1: O professor apresenta um problema devidamente relatado com dados qualitativos e quantitativos cabendo aos alunos à investigação. Neste contexto, os alunos não precisam se deslocar para coletar dados, logo a atividade não é de natureza extensa.

Caso 2: Os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar e têm que se deslocar para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos se responsabilizam pela condução das tarefas.

Caso 3: Trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas 'não matemáticos', que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos.

Os processos de Modelagem são classificados de acordo com cada caso como explica Barbosa (2004b, p.77):

	Caso 1	**Caso 2**	**Caso 3**
Formulação do Problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de Dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Quadro 03 – Tarefas no Processo de Modelagem Matemática
Fonte: Barbosa (2004b, p.77)

Entende-se que, no caso 1 o professor faz a descrição de um problema com as informações necessárias para o desenvolvimento da resolução, e solicita aos alunos a investigação deste processo. O trabalho se inicia a partir de um problema real oferecido pelo professor. O caso 2 o professor traz um problema para ser investigado, e é necessário buscar dados fora de sala de aula e cabe aos alunos a coleta das informações necessárias, assim como sua resolução, ou seja, tornam-se organizadores do processo de Modelagem. No último caso, os alunos formulam e resolvem o problema por meio de temas não matemáticos, isto é, por meio de desenvolvimento de projetos de outras áreas do conhecimento, se tornando também responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações problemas. Nesse sentido, observa-se que a escolha do tema pode ser definida tanto por parte do professor, como dos alunos ou ainda em conjunto, pois é essencial a mediação do professor na elaboração do processo das atividades de Modelagem.

O processo de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática corresponde a várias etapas no entendimento de Bassanezi (2009, p.26-31), este dispõe de alguns procedimentos para aplicar a Modelagem como estratégia de ensino. Esse autor salienta que o processo envolve etapas sucessivas como a ***Experimentação; Abstração; Resolução; Validação; Modificação e Aplicação.*** Segundo Bassanezi (2009, p. 26) a Modelagem Matemática de uma situação ou problema real, precisa seguir uma sequência de etapas, apresentada simplificadamente no esquema da figura a seguir:

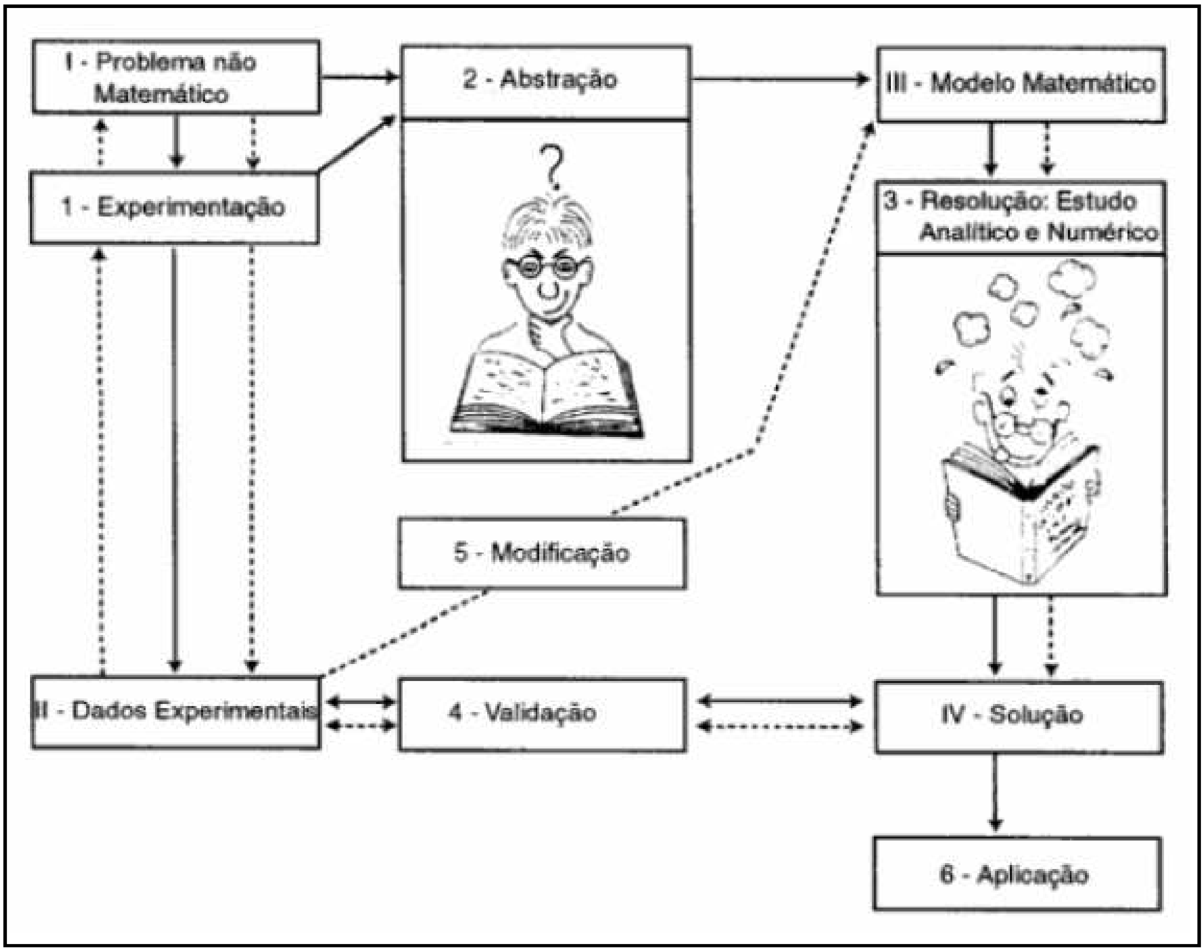


Figura 1 – Esquema de uma Modelagem Matemática
Fonte: Bassanezi (2009, p.27)

As setas contínuas indicam a primeira aproximação, e as setas pontilhadas indicam a busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado o que torna o processo da Modelagem dinâmico (BASSANEZI, 2009, p.27).

A Modelagem Matemática encontra-se representada de diversos modos na literatura da Educação Matemática e com argumentos diversificados pelos pesquisadores, quanto à forma de concebê-la no ambiente de ensino. Klüber e Burak (2007, p.2-4) sugerem para o encaminhamento do trabalho de Modelagem Matemática em sala de aula cinco etapas como a ***Escolha do Tema; Pesquisa Exploratória; Levantamento dos Problemas; Resolução dos Problemas e o Desenvolvimento do Conteúdo Matemático no Contexto do Tema; e Análise Crítica das Soluções.*** Na concepção desses autores o assunto a pesquisar parte de preferência de temas de interesse dos alunos procurando desenvolver aspectos formativos e busca de soluções. Desse modo, direciona-se ao ensino e aprendizagem dos alunos orientando-os e motivando-os para romper paradigmas no sistema de ensino.

Biembengut e Hein (2007, p.13-15) ressaltam três procedimentos para inserir a Modelagem Matemática em sala de aula como ***Inteiração; Matematização e Modelo Matemático.*** Nesse enfoque, no processo de Modelagem há uma interação que permite representar uma situação da realidade por meio da Matemática, e nos procedimentos envolvidos há uma necessidade de representar um modelo matemático envolvendo o desenvolvimento do conteúdo programático.

Para efeito de esclarecimento tem-se uma tomada geral da aula apresentada:

A Modelagem Matemática, algumas possibilidades no ensino, observa-se que são várias as formas para desenvolver atividades dessa natureza em sala de aula, assim cabe ao professor ou pesquisador verificar o melhor procedimento para inserir a Modelagem no ensino conforme sua clientela e objetivo a ser atingido.

Portanto, pode-se inferir que desenvolver atividades de Modelagem com os aprendizes pode ser de grande utilidade, pois, os conceitos matemáticos surgem de situações concretas, levando o aluno ao interesse e valorização pela Matemática. Desse modo, depois de várias reflexões, nota-se que a Modelagem Matemática possibilita contribuir para a formação dos cidadãos e nas suas decisões cotidianas.

3.5 Quinta Etapa: Modelagem Matemática: à Luz de seus Trabalhos

ATIVIDADE 5 – MODELAGEM MATEMÁTICA: ALGUMAS APLICAÇÕES

Tema: Modelagem Matemática: Algumas Aplicações.

Durabilidade: Em torno de duas horas-aula.

Objetivos: Orientar e capacitar os alunos e professores a refletirem sobre alguns trabalhos desenvolvidos de Modelagem Matemática.

Assuntos Abordados: Trabalhos de Modelagem Matemática desenvolvidos no ensino.

Recursos Instrucionais: Slides; materiais impressos; e/ou giz e lousa.

Motivação: Apresentar aos alunos elementos que lhes permitirão refletir sobre a importância de reconhecer a Modelagem Matemática e suas aplicações na concepção de alguns pesquisadores do assunto. Expor uma questão principal que norteará a aula: "De que modo reconhecer uma atividade de Modelagem Matemática?".

Dinâmica da Aula: Aula expositiva, indagações e discussões em grupo.

Público Alvo: Universitários, professores e pesquisadores.

Desenvolvimento e Considerações da Atividade:

O objetivo desta atividade consiste em apresentar alguns trabalhos de Modelagem desenvolvidos no ensino e destacar a utilização desta estratégia pedagógica. Com esse intuito, registra-se a seguir alguns trabalhos de Modelagem desenvolvidos por Ferruzzi (2003), Santos (2008) e Silva (2010), sucessivamente:

APLICAÇÃO 1: ***A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia***

A pesquisa de mestrado de Ferruzzi (2003) se direcionou para *"A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo*

Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia". Essa pesquisa tinha por objetivo investigar a Modelagem Matemática como uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia em Eletrotécnica, período matutino, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Cornélio Procópio (UTFPR) sendo desenvolvida com 22 alunos (entre18 e 30 anos).

Definição do Problema de Modelagem e Resolução

Segundo Ferruzzi (2003), em sua pesquisa se desenvolveram algumas atividades de Modelagem, uma delas foi sobre circuito elétrico. Assim, foram indagadas algumas questões: Se existe alguma relação entre a tensão, a corrente e a resistência de um material, qual é esta relação? Qual é o modelo matemático que descreve esta relação? Depois disso, a formulação do problema matemático foi realizada pelos alunos de forma conjunta com a professora: determinar um modelo matemático que descreva o comportamento da corrente que flui em um circuito, em relação à tensão aplicada e ao resistor do equipamento.

Ferruzzi (2003) explica as variáveis para a resolução do problema:
I = corrente medida em Ampères (A)
U = tensão aplicada, medida em Volts (V)

Tabela 1 – Dados Observados Referentes ao Ferro de Passar Roupas

U – Tensão Aplicada	I – Corrente
00	0,00
05	0,35
10	0,70
20	1,45
30	2,13
40	2,84
50	3,60
60	4,31
70	5,00
80	5,73
120	8,50

Fonte: Ferruzzi (2003)

Pode-se verificar a seguir a tendência dos dados observados:

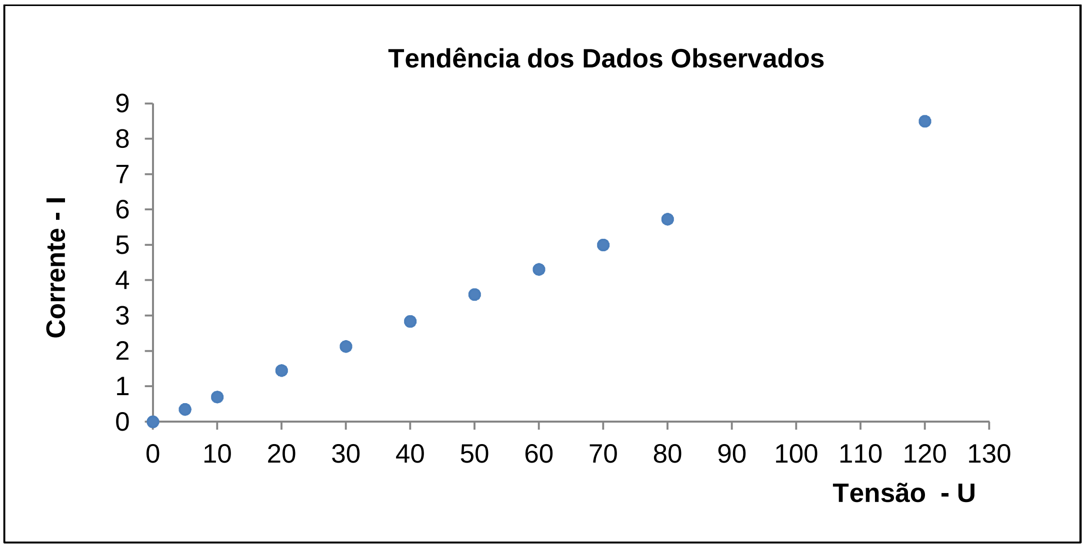


Figura 2 – Tendência dos Dados Observados
Fonte: Ferruzzi (2003)

Em seguida, cada grupo apresentou seu resultado para os colegas, ou seja, modelo matemático:

Grupo 1: $I(U) = 0{,}32U$ (1)

Grupo 2: $I(U) = 0{,}43U$ (2)

Grupo 3: $I(U) = 0{,}011U$ (3)

Grupo 4: $I(U) = 0{,}07U$ (4)

Generalizando esses modelos: $I(U) = k \times U$, onde k é uma constante específica para cada aparelho. Ferruzzi (2003) explica que o grupo 4 de seu trabalho obteve o valor do resistor do ferro de passar roupas sendo de $R = 14.29\,\Omega$. Estabelecendo a relação entre a constante *k* e o valor do resistor de cada aparelho, o referido grupo obteve os seguintes resultados:

$k = 0{,}07 = \frac{7}{100} = \frac{1}{14{,}29}$ como $R = 14{,}29$ temos: $k = \frac{1}{R}$ (5)

Agora, substituindo-a na expressão $I(U) = k \times U$ seus alunos encontraram a expressão $I(U) = \frac{1}{R}U$ que é o modelo matemático que expressa o comportamento da corrente em relação à resistência deste aparelho e à tensão aplicada. Esse modelo é conhecido na literatura como Lei de OHM. O modelo particular encontrado foi:

$$I(U) = \frac{1}{14{,}29}U \qquad (6)$$

Tabela 2 – Validação do Modelo Encontrado para Lei de OHM

U – Tensão Aplicada	I – Corrente	I encontrada no modelo	% de erro
00	0,00	0,0000	0,00000%
05	0,35	0,3499	0,02999%
10	0,70	0,6998	0,05998%
20	1,45	1,3996	3,47723%
30	2,13	2,0994	1,43802%
40	2,84	2,7992	1,43802%
50	3,60	3,4990	2,80694%
60	4,31	4,1987	2,58143%
70	5,00	4,8985	2,02939%
80	5,73	5,5983	2,29807%
120	8,50	8,3975	1,20611%

Fonte: Ferruzzi (2003)

Ao comparar os resultados obtidos com os dados experimentais, nota-se que o erro encontrado é pequeno. Assim, considera-se o modelo encontrado uma boa aproximação da realidade (FERRUZZI, 2003).

APLICAÇÃO 2: ***Modelagem Matemática e Alunos em Estado de Dependência na Disciplina Cálculo I***

Silva (2010) em seu trabalho de mestrado enfatizou a “Modelagem Matemática e Alunos em Estado de Dependência na Disciplina Cálculo I” que tinha por objetivo investigar o ambiente de aprendizagem gerado pela Modelagem Matemática para os alunos em estado de dependência nos aspectos da compreensão e das dificuldades de aprendizagem no ensino de Cálculo I. Esse trabalho foi desenvolvido com alunos que ingressaram em 2006 e em 2007 no curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA).

Definição do Problema de Modelagem e Resolução

Segundo Silva (2010) os temas escolhidos para investigação foram variados, a saber: crescimento populacional da cidade de Belém; venda de *chopes*; crescimento populacional brasileiro desde o ano de 1930 até 1990; taxa de crescimento de usuários de celular no Brasil; venda de bombons caseiros; conta de energia; a venda de televisão de uma loja do Município de Irituia; dentre outros. Nessa etapa, cabia a seus alunos coletar os dados e escolher as variáveis dos diferentes temas. Assim, apresenta-se uma das atividades desenvolvidas pelos seus alunos isso feito com os dados coletados por eles conforme mostra a tabela:

Tabela 3 – Dados coletados da distribuição percentual de crianças que frequentam estabelecimentos de educação no Brasil da dupla Y e AC

Idade	Número de Crianças
0	0,40
1	0,60
2	4,30
3	10,2
4	19,2
5	26,4
6	38,9

Fonte: Silva (2010)

Silva (2010) explica que usando os dados da tabela que relacionava as variáveis escolhidas para cada tema investigado, foi possível encontrar um modelo empírico e uma representação gráfica por meio do *Excel* como mostra a figura:

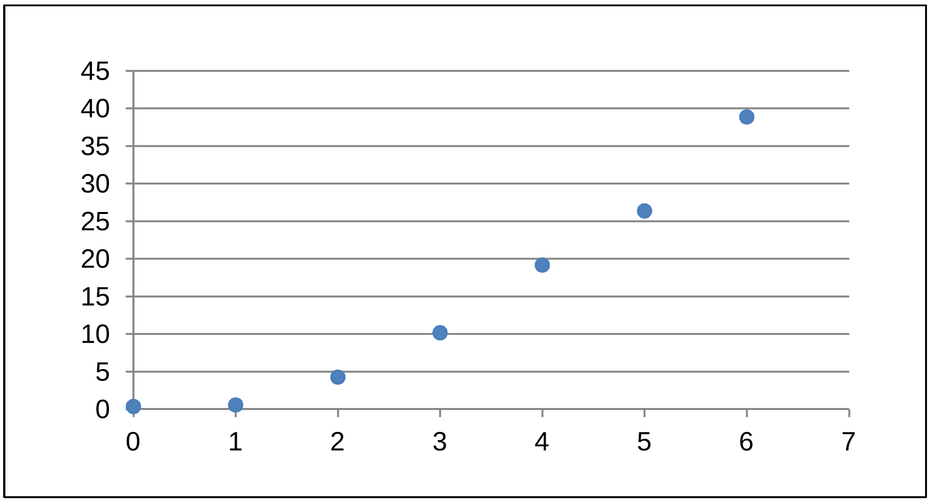


Figura 3 – Modelo Matemático da distribuição de crianças que frequentam estabelecimentos de educação da dupla Y e AC
Fonte: **Silva (2010)**

O primeiro modelo encontrado nessa aplicação foi uma representação gráfica, na qual os pontos se aproximavam. No entender de Silva (2010), com o auxílio do software Excel foi possível determinar outro modelo, neste caso a função do registro da dupla Y e AC aproximando-se dos pontos plotados:

$$y = -0{,}061x^3 + 1{,}564\,x^2 - 0{,}807x + 0{,}223 \qquad (7)$$

Depois disso, seus alunos validaram o modelo matemático encontrado por meio dos conhecimentos básicos de Cálculo I (SILVA, 2010).

APLICAÇÃO 3: ***Modelagem Matemática e tecnologias de informação e comunicação: o uso que os alunos fazem do computador em atividades de Modelagem***

A pesquisa de mestrado de Santos (2008) abordou a “Modelagem Matemática e tecnologias de informação e comunicação: o uso que os alunos fazem do computador em atividades de Modelagem” que tinha por finalidade abordar e discutir a relação entre Modelagem Matemática e as possibilidades do uso do computador no processo de ensino e aprendizagem mediante abordagens de situações problemas com referência na realidade. Esse trabalho foi desenvolvido com alunos do 2º ano do curso de Licenciatura em Matemática que cursavam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II no período de 13/04/2007 a 10/08/2007 pela Universidade Estadual de Londrina-PR.

Definição do Problema de Modelagem e Resolução

A definição do problema foi “Plantando grama em um jardim” que objetivou calcular sua área a fim de que a quantidade de grama comprada fosse a mais próxima possível do tamanho do jardim de uma casa. Desse modo, se tratou de uma situação real e o jardim em questão é o da casa conforme mostra a seguir:

Fotografia 1 – Jardim de uma Casa
Fonte: Santos (2008)

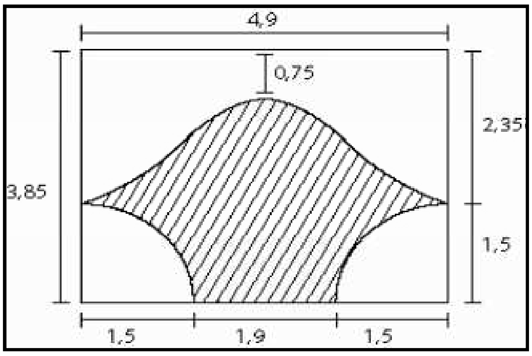


Figura 4 – Esquema com Dimensões do Jardim
Fonte: Santos (2008)

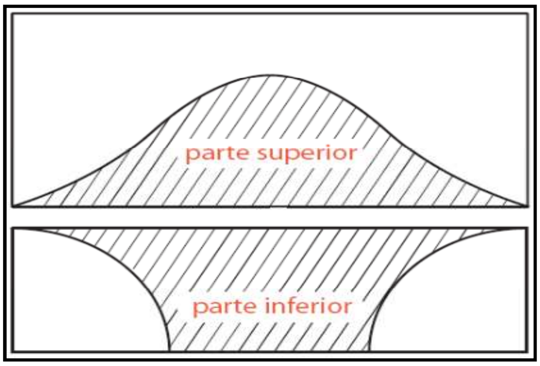


Figura 5 – Como algumas duplas realizaram os cálculos da área
Fonte: Santos (2008)

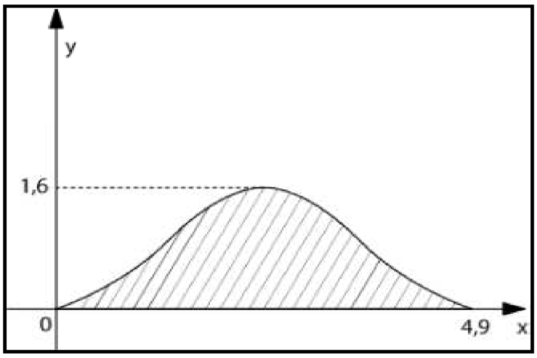


Figura 6 – Parte superior do jardim representada no plano cartesiano
Fonte: Santos (2008)

Nesse caso, a área da parte superior foi obtida por meio da integral definida, a qual permitiu calcular a área abaixo da curva; a área da parte inferior foi obtida calculando a área de um retângulo menos a de dois quartos de círculo; a área total foi obtida por meio da adição das áreas das duas partes:

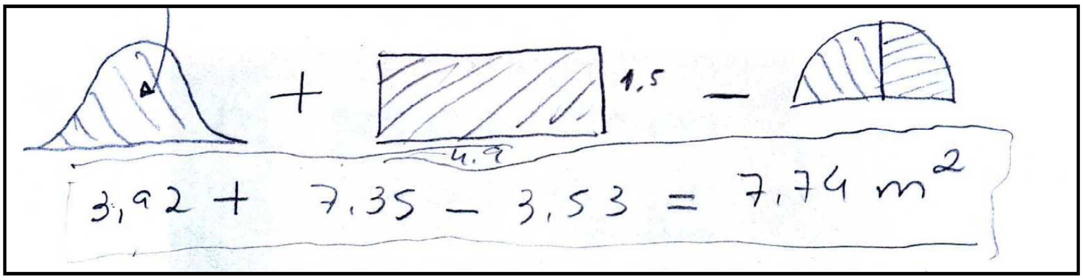


Figura 7 – Calculando a Área em Partes
Fonte: Santos (2008)

Os seus alunos encontraram obtiveram o seguinte modelo:

y = 2,3 + 0,8 × sen (1,28*x* – 1,57) (8)

Santos (2008) explica que a parte inferior corresponde a um retângulo de dimensões 1,5m x 4,9m, menos a metade de um círculo cujo raio *r* é 1,5m. Assim, a área total do jardim foi obtida da seguinte forma:

- área do retângulo: 1,5 m× 4,9 m = 7,35 m^2

- área dos quartos de círculo: $\frac{\pi . r^2}{2} = \frac{\pi .(1{,}5)^2}{2} \cong 3{,}53$ m^2

- área do jardim: 3,92 m^2 + 7,35 m^2 – 3,53 m^2 = 7,74 m^2

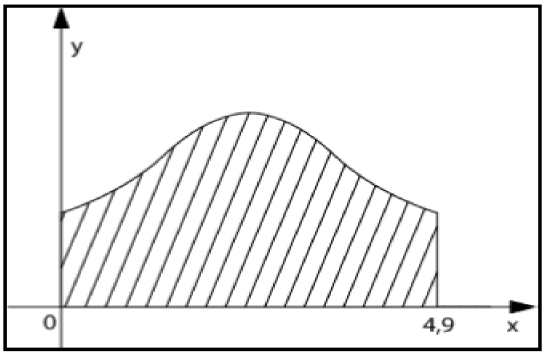


Figura 8 – Representação da Área a ser Calculada
Fonte: Santos (2008)

Nessa aplicação três, foi considerado que o modelo matemático encontrado por meio da área da parte superior aplicando a integral definida foi de:

y = 2,3 + 0,8 × sen (1,28*x* – 1,57) (9)

$\int_0^{4,9} [2{,}3 + 0{,}8.\operatorname{sen}(1{,}28x - 1{,}57)]dx \cong 11{,}27\ m^2$ (10)

Desse resultado, foi subtraída a área dos quartos de círculo (3,5m^2), obtendo a área total 11,27m^2 – 3,5m^2 = 7,77m^2. Por fim, foi calculado o custo da cotação da grama de acordo com a área obtida. Em média, são cobrados R$ 4,00 pelo metro quadrado da grama, do tipo esmeralda, colocada (grama e mão de obra), assim o custo da área da grama do jardim foi: 7,77 × 4 = 31,08, ou seja, aproximadamente, 31 reais (SANTOS, 2008).

Para efeito de esclarecimento tem-se uma tomada geral da aula apresentada:

Com a Modelagem Matemática e suas aplicações pode-se inferir que a mesma possibilita reconhecer o papel sociocultural da Matemática, desenvolver reflexões e habilidades para investigar e trabalhar a Modelagem nas atividades profissionais e acadêmicas. Logo, a compreensão do desenvolvimento da Modelagem Matemática por intermédio dessas atividades apresentadas tem por objetivo estimular sua utilização como mais uma alternativa pedagógica para o ensino de Matemática e de outras áreas.

3.6 Sexta Etapa: Atividades de Modelagem Matemática

ATIVIDADE 6 – ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: DENGUE

Tema: Como desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática?

Durabilidade: Em torno de 22 horas-aula; (16 h/a aulas regulares) e (6 h/a extraclasse e orientação por e-mail).

Objetivos:

- Orientar e capacitar os alunos e professores a refletir sobre questões ambientais em especial, à dengue;
- Desenvolver atividades de Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem, e proporcionar sua compreensão.

Assuntos Abordados: Atividades de Modelagem Matemática no ensino.

Recursos Instrucionais: Software *Microsoft Office Excel* e/ou calculadoras; slides, materiais impressos, giz e/ou lousa.

Motivação: Apresentar aos estudantes elementos que lhes permitirão refletir sobre a importância de reconhecer o processo prático e experimental da Modelagem

Matemática ao desenvolver atividades dessa natureza. Expor a questão principal que norteará a aula: "Qual é a importância de desenvolver e compreender as atividades de Modelagem Matemática para o ensino e aprendizagem?".

Dinâmica da Aula: Aula expositiva; prática e experimental; indagações e discussões em grupo.

Público Alvo: Universitários, professores e pesquisadores.

Desenvolvimento e Considerações da Atividade:

A presente atividade tem como referenciais Bassanezi (2009), e Barbosa (1999), (2001a) e (2003). Em síntese, as atividades propostas se encaminham de acordo com as seguintes etapas de Modelagem Matemática:

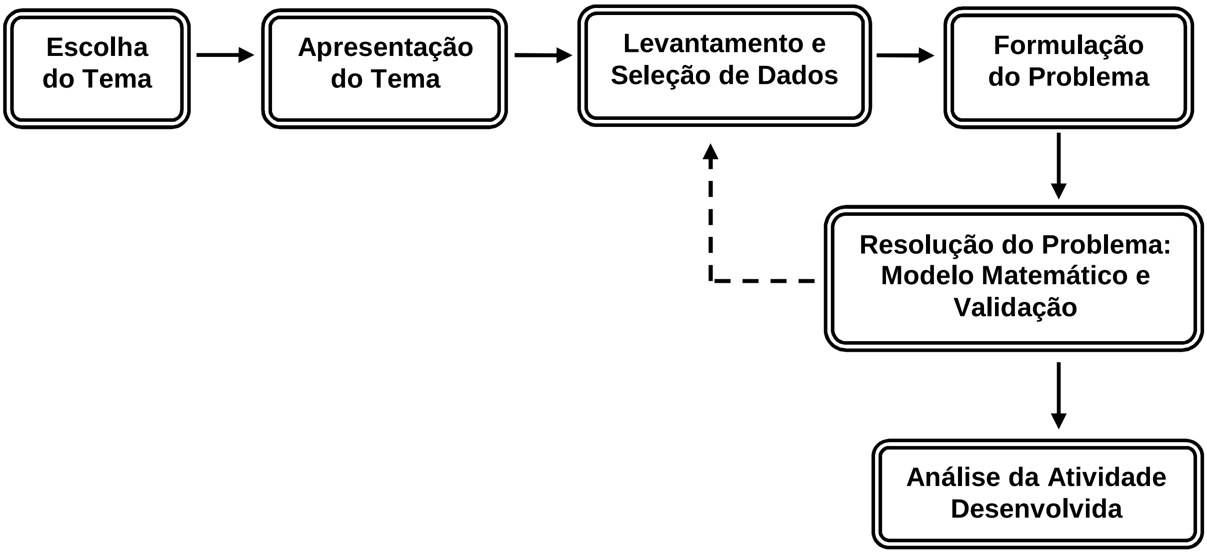


Figura 9 – Dinâmica para Desenvolver o Processo de Modelagem Matemática
Fonte: Soares (2012, p.160)

As setas pontilhadas significam que se caso a resolução do problema não for considerada aceitável diante do desenvolvimento da Modelagem Matemática, ou seja, se não for considerada satisfatória ou eficiente para resolver o problema formulado pode-se retomar a pesquisa no levantamento e seleção de dados para efetuar modificações cabíveis (SOARES, p. 160).

3.6.1 Atividades de Modelagem Matemática: Dengue

Soares (2012, p.161-213) em sua pesquisa de mestrado esclarece a seguinte dinâmica para desenvolver o processo de Modelagem Matemática indicados a seguir:

- **<u>1ª Etapa – Escolha do Tema:</u>** É o que se pretende pesquisar e investigar. O tema a definir busca analisar uma situação da realidade, na qual se faz a formulação de problema, posteriormente. O tema escolhido envolve alguma área da humanidade como a saúde, meio ambiente, esporte, agricultura, agropecuária, agricultura, engenharia, fenômeno, economia, política, comércio, indústria, educação, ensino, ciência, tecnologia, sociedade, universo, e outras áreas. Assim, inicialmente, o tema definido não apresentará conexão direta com a Matemática. Desse modo, é importante que o professor ou alunos agrupados escolham um tema que desperte interesse e motivação, seja fácil de obter informações e dados, e também para depois fazer a formulação e resolução de problemas.

Inicialmente, para desenvolver a atividade de Modelagem Matemática, o(a) professor(a) pode solicitar aos alunos agrupados para que escolham algum tema do interesse social e grupal para desenvolver a atividade de Modelagem, ou o(a) professor(a) pode selecionar o tema e apresentar a turma.

A escolha do tema nesta atividade de Modelagem foi efetuada pelos futuros professores de Matemática, assim os grupos apresentaram os seguintes temas: ***dengue; saúde: a problemática dos fumantes; culinária; área do esporte e futebol***. Desse modo, depois de discutir e selecionar um desses temas analisando sua importância para desenvolver a atividade de Modelagem cujo tema seja direcionado ao meio social e da clientela, isto é, dengue, a seguir tem-se a apresentação do tema para desenvolver atividades de Modelagem Matemática.

- **<u>2ª Etapa – Apresentação do Tema:</u>** É enfatizar a importância do tema escolhido. Essa apresentação busca refletir e discutir sobre a relevância do tema proporcionando aos alunos o envolvimento e valorização para o assunto escolhido, pois quanto maior o interesse e interação melhor serão os resultados da prática.

Para isso, é necessário pesquisar e investigar textos e trabalhos da área escolhida por meio de pesquisas bibliográficas em bibliotecas física e/ou on-line, livros, revistas, jornais, pesquisas de campo e/ou entrevistas, e outros. Isso pode ser organizado pelo professor ou alunos agrupados sendo conciso ou abrangente dependendo da natureza do tema e a disponibilidade que se tem.

Na presente atividade de Modelagem, a apresentação do tema foi organizada pela presente pesquisadora e apresentada aos alunos em sala de aula para reflexões e discussões, a qual pode ser analisada e interpretada a seguir:

A matéria “dengue-sintomas” divulgada pelo Ministério da Saúde (2011) explica alguns fatores a respeito da dengue e suas consequências. A dengue é uma doença febril aguda causada por um vírus de evolução benigna e seu principal vetor é o mosquito Aedes aegypti que se desenvolve em áreas tropicais e subtropicais. O vírus causador da doença possui quatro sorotipos: DEN-1, DEN-2, DEN-3 e DEN-4. A infecção por um deles dá proteção permanente para o mesmo sorotipo e imunidade parcial e temporária contra os outros três.

Características Físicas do Aedes Aegypti e sua Picada – Fonte: Ministério da Saúde (2011)

O mosquito Aedes mede menos de um centímetro, tem aparência inofensiva, cor café ou preta e listras brancas no corpo e nas pernas. Costuma picar nas primeiras horas da manhã e nas últimas da tarde, evitando o sol forte, mas, mesmo nas horas quentes, ele pode atacar a sombra, dentro ou fora de casa. Há suspeitas de que alguns ataquem durante a noite. Muitas vezes, o indivíduo não percebe a picada, pois no momento não dói e nem coça.

Fotografia 2 – Mosquito Aedes Aegypti
Fonte: Ministério da Saúde (2011)

Há algumas medidas para evitar a picada do Aedes aegypti fazendo uso de: **Mosquiteiros:** Cobrir as camas e outras áreas de repouso durante o dia e noite;

Espirais ou vaporizadores elétricos: Usa-se ao amanhecer e/ou no final da tarde;
Mosquiteiros: Cobrir as camas e outras áreas de repouso durante o dia e noite;
Repelentes: Podem ser aplicados no corpo, mas com precauções devido à sensibilidade da pele;
Telas: Usa-se em portas e janelas contra a entrada de mosquitos nas casas.

Reprodução do Mosquito e Modo de Vida – Fonte: Ministério da Saúde (2011)

A fêmea coloca os ovos em condições adequadas (lugar quente e úmido) e em 48 horas o embrião se desenvolve, e os ovos que carregam esse embrião podem suportar até um ano a seca e serem transportados por longas distâncias, grudados nas bordas dos recipientes. Essa é uma das razões para a difícil erradicação do mosquito, pois para passar da fase do ovo até a fase adulta, o Aedes demora em média dez dias. Assim, os mosquitos acasalam no primeiro ou segundo dia após se tornarem adultos. Depois deste acasalamento, as fêmeas passam a se alimentar de sangue picando as pessoas que possuem as proteínas necessárias para o desenvolvimento dos ovos.

Há algumas medidas para eliminação dos locais de reprodução do Aedes:
Tampar os grandes depósitos de água: A boa vedação de tampas em recipientes como caixas d'água, tanques, tinas, poços e fossas impedirão que os mosquitos depositem seus ovos;
Remover o lixo: O acúmulo de lixo e resto de substância em volta das casas podem servir como excelente meio de coleta de água de chuva;
Fazer controle químico: Existem larvicidas seguros e fáceis de usar que podem ser colocados nos recipientes de água para matar as larvas em desenvolvimento;
Limpar os recipientes de água: Não basta apenas trocar a água do vaso de planta, é preciso lavar as laterais e as bordas do recipiente com bucha, pois nesses locais os ovos se transformam em larvas.

Transmissão – Fonte: Ministério da Saúde (2011)

Segundo a matéria “dengue-sintomas”, divulgada pelo Ministério da Saúde (2011), a transmissão da doença pela picada do mosquito raramente ocorre em temperaturas inferior a 16° C, pois a mais propícia gira em torno de 30° a 32° C. Observa-se a seguir o ciclo e o modo de transmissão do Aedes:
Ciclo de Transmissão: A fêmea do mosquito deposita seus ovos em recipientes com água. Ao saírem dos ovos, as larvas vivem na água por cerca de uma semana.

Após esse período, tornam-se mosquitos adultos, prontos para picar em pessoas. O Aedes procria em velocidade prodigiosa e estando adulto vive em média 45 dias.

Modo de Transmissão: A dengue não é transmitida de pessoa para pessoa, e seu principal vetor é o mosquito Aedes aegypti que, após um período de 10 a 14 dias, contados depois de picar alguém contaminado, pode transportar o vírus da dengue durante toda a sua vida. Após a picada do mosquito, os sintomas se manifestam a partir do terceiro dia, e o tempo médio do ciclo é de 5 a 6 dias. O intervalo entre a picada e a manifestação da doença chama-se período de incubação, e é depois deste período que aparecem os sintomas: dengue clássica ou dengue hemorrágica.

Sintomas e Tratamentos – Fonte: Ministério da Saúde (2011)

A picada do mosquito pode apresentar os sintomas de dengue clássica ou dengue hemorrágica. Segundo o Ministério da Saúde (2011) cerca de 5% das pessoas com dengue hemorrágica morrem, uma vez que esta pode levar a pessoa à morte em até 24 horas. As diferenças da dengue clássica e hemorrágica, e seu tratamento podem ser observados na figura:

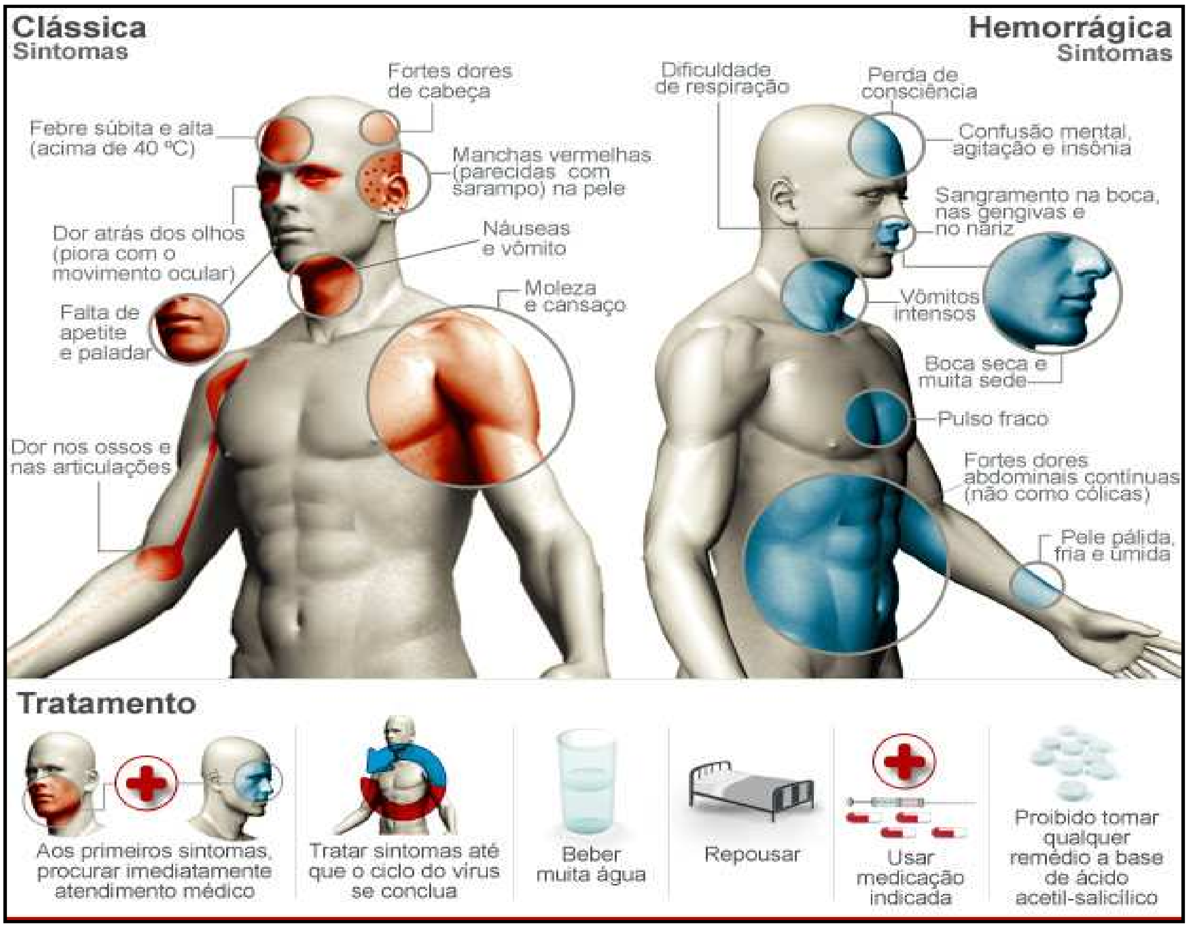


Figura 10 – Sintomas de Dengue Clássica e Hemorrágica, e Tratamento
Fonte: G1-Globo (2011)

A dengue clássica raramente mata, pois seus sintomas são controlados com menos dificuldades, enquanto que dengue hemorrágica seu quadro clínico se agrava rapidamente, apresentando sinais de insuficiência circulatória e choque, podendo levar a morte.

A matéria “dengue-sintomas” publicada pelo Ministério da Saúde (2011) explica que a reidratação oral é uma medida importante e precisa ser realizada durante todo o período de duração da doença e, principalmente, da febre. O tratamento da dengue é de suporte, ou seja, alívio dos sintomas, reposição de líquidos perdidos e manutenção da atividade sanguínea. A pessoa precisa manter-se em repouso, beber muito líquido (inclusive soro caseiro) e só usar medicamentos prescritos pelo médico, para aliviar as dores e a febre.

Ao observar o primeiro sintoma é necessário buscar orientação médica mais próxima, e todo tratamento só deve ser feito sob orientação médica.

Prevenção – Fonte: Ministério da Saúde (2011)

Segundo matéria “dengue-prevenção”, divulgada pelo Ministério da Saúde (2011), esclarece que o grande problema para combater o mosquito Aedes aegypti é que sua reprodução ocorre em qualquer recipiente utilizado para armazenar água, tanto em áreas sombrias como ensolaradas, tais como: caixas d'água; barris; tambores; garrafas; latas; pneus; panelas; vidros; potes; pratos e vasos de plantas ou flores; tanques; cisternas (reservatório de água); calhas de telhados; bandejas; bacias; drenos de escoamento; caneletas; blocos de cimento; urnas de cemitério; folhas de plantas; tocos e bambus; buracos de árvores e muitos outros onde a água da chuva é coletada ou armazenada. Assim, a figura a seguir ilustra algumas medidas simples que podem combater a dengue:

Figura 11 – Medidas simples que você pode combater a Dengue
Fonte: UOL (2011)

Diante dessas reflexões, pode-se dizer que há algumas medidas de profilaxia, ou seja, fatores essenciais para controlar ou acabar com a dengue:

Qualidade e quantidade da água: Um eficiente tratamento da água e sua disponibilidade à população são importantes para a prevenção da dengue. A falta d'água força as pessoas a armazená-la em recipientes, que podem tornar-se criadouros para os mosquitos transmissores;

Coleta de lixo: A coleta regular de lixo também reduz os possíveis criadouros de mosquitos;

Inspeção domiciliar para controle da reprodução de mosquitos: Visitas domiciliares determinam se está havendo reprodução de mosquitos dentro e em volta das casas. Os inspetores de saúde podem orientar aos moradores sobre os meios para impedir a reprodução dos mosquitos;

Campanhas de educação em saúde: É necessário informar às comunidades sobre a dengue, bem como as medidas adequadas para combatê-la;

Preparação para emergências: No caso de disseminação da dengue, as comunidades e municípios precisam adotar medidas preparatórias para a proteção contra surtos da doença, principalmente a hemorrágica. Os planos de ação devem ser formulados e implantados em conjunto pelas autoridades sanitárias nacionais, estaduais e locais;

Campanhas de remoção de lixo: As atividades de remoção de lixo têm efeitos duradouros e amplos, não apenas sobre o mosquito da dengue como também sobre moscas, roedores e baratas;

Campanhas escolares: A participação das escolas no processo de promoção da saúde e de uma comunidade sem dengue é de grande importância. Os estudantes podem participar ativamente das campanhas de limpeza e informação, levando para sua família e seus vizinhos as mensagens educativas recebidas. Inicialmente, participam limpando a própria escola, posteriormente, adota a mesma iniciativa em suas casas e arredores.

Para efeito de esclarecimento tem-se uma tomada geral da aula apresentada:

A dengue pode desencadear epidemias gerando problemas para a saúde pública, uma vez que seu principal vetor é o mosquito Aedes aegypti que procria rapidamente podendo aparecer os sintomas da dengue clássica ou da dengue hemorrágica, essa última pode levar o paciente a óbito. Portanto, pode-se dizer que as regiões subtropicais, ou seja, com temperaturas elevadas, favorece o desenvolvimento e propagação do Aedes, assim é fundamental a sua prevenção, pois para controlar ou acabar com a dengue é necessário a colaboração de todos. Não será apenas culpando os órgãos administrativos que se pode encontrar a solução, assim é importante que cada cidadão faça a sua parte.

- **3ª Etapa – Levantamento e Seleção de Dados:** É o que se pretende desenvolver. Para isso, pesquisa-se fazendo um levantamento de dados qualitativos e quantitativos sobre o tema escolhido. Posteriormente, analisa-se a coleta de dados obtida por meio da seleção, isto é, a simplificação dos dados mais importantes e eliminação dos menos relevantes (variáveis), a identificação das possíveis investigações para os problemas a serem resolvidos (hipóteses), e a organização e tabulação dos dados, se for necessário.. Isso pode ser feito pelo professor ou alunos agrupados, assim é fundamental analisar o envolvimento e motivação dos sujeitos para fazer este processo e a preparação docente para essa orientação.

Depois de discutir sobre a importância do tema selecionado para a atividade de Modelagem, o(a) professor(a) ou alunos agrupados precisam fazer uma pesquisa buscando dados sobre o tema escolhido para a Modelagem. Assim, é feito o levantamento e seleção de dados, no qual os dados obtidos precisam ser organizados, por exemplo, em tabelas.

Nesta atividade de Modelagem, o levantamento e seleção de dados foram realizados pela pesquisadora e foi apresentado aos alunos devidamente relatado do seguinte modo:

A Secretaria de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde (2011) registrou o total de casos notificados de dengue no país da semana epidemiológica de 1 a 26 de 2011, isto é, balanço de dengue feito entre 2 de janeiro de 2011 e 2 de julho de 2011 (6 meses). Isso está de acordo com as regiões do país como mostra a tabela:

Tabela 4 – Casos Notificados de Dengue por Regiões (2011)

Semana Epidemiológica	Norte	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-oeste
1. Janeiro	23968	13426	19453	5588	9595
2. Fevereiro	34704	24421	43558	13562	10563
3. Março	32859	48181	87991	21884	13056
4. Abril	10218	39410	106255	11243	10202
5. Maio	6186	24988	71457	4525	6846
6. Junho	2776	6871	9593	128	2159
Total	**110711**	**157297**	**338307**	**56930**	**52421**

Fonte: Ministério da Saúde (2011)

A Secretaria de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde (2011) também registrou o total de casos graves confirmados por dengue no país e o total de óbitos confirmados por dengue no país, sendo ambos da semana epidemiológica de 1 a 26 de 2011, como mostra sucessivamente, as tabelas a seguir:

Tabela 5 – Casos Graves Confirmados de Dengue por Regiões (2011)

Regiões	Casos Graves Confirmados por Dengue
1. Norte	769
2. Nordeste	1767
3. Sudeste	4719
4. Sul	301
5. Centro-oeste	542
Total	**8098**

Fonte: Ministério da Saúde (2011)

Tabela 6 – Óbitos Confirmados de Dengue por Regiões (2011)

Regiões	Óbitos Confirmados por Dengue
1. Norte	40
2. Nordeste	100
3. Sudeste	142
4. Sul	13
5. Centro-oeste	13
Total	**308**

Fonte: Ministério da Saúde (2011)

Diante disso, formulam-se problemas, os quais serão destacados a seguir.

- **4ª Etapa – Formulação do Problema:** É o que se pretende investigar e resolver. Para isso, com o levantamento e seleção dos dados sobre o tema escolhido se definem problemas para fazer sua resolução, ou seja, os problemas são elaborados por meio dos dados que envolvam situações da realidade sendo de modo simples e fácil de entendimento. Aqui, elaboram-se perguntas com problematizações que tenham alguma relação com o tema selecionado, variáveis envolvidas e/ou hipóteses levantadas, as quais podem ser realizadas pelo professor ou alunos agrupados. Assim, é essencial refletir sobre as relações existentes apresentadas nos dados organizados, as possibilidades para problematizar e fazer sua resolução, posteriormente.

Nesta atividade de Modelagem, a formulação dos problemas foi elaborada pelos futuros professores. Para fazer esta atividade de Modelagem, os docentes podem orientar os alunos procurando fazer com que eles consigam perceber e compreender as relações existentes entre o período da semana epidemiológica de 2011 com os casos notificados de dengue nas regiões do país; entre as regiões do país com os casos graves confirmados por dengue e entre as regiões do país com os óbitos confirmados por dengue.

Com o levantamento e seleção de dados, de acordo com a tabela 4, pode-se fazer a formulação do problema para os Casos Notificados de Dengue por Regiões (2011) do seguinte modo:

- **Formulação do Problema 1:** *Que modelo matemático representa a relação entre a semana epidemiológica e o número de casos notificados de dengue para a região Norte?*
- **Formulação do Problema 2:** *Qual é a relação entre a semana epidemiológica e os casos notificados de dengue para a região Nordeste? Que modelo matemático representa essa relação?*
- **Formulação do Problema 3:** *Qual é a relação entre a semana epidemiológica e os casos notificados de dengue para a região Sudeste? Que modelo matemático representa essa relação?*
- **Formulação do Problema 4:** *Qual é a relação existente entre a semana epidemiológica e a região Sul do país? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*
- **Formulação do Problema 5:** *Qual é a relação que há entre os casos notificados da semana epidemiológica e a região Centro-oeste? Que modelo matemático pode descrever essa relação?*
- **Formulação do Problema 6:** *Qual é a relação que há entre a semana epidemiológica e a proporção de mortes para a região Centro-oeste? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*
- **Formulação do Problema 7:** *Qual é a relação entre a região Centro-oeste e a proporção de mortes? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*

Com esse encaminhamento, de acordo com a tabela 5, pode-se fazer a formulação do problema para os Casos Graves Confirmados de Dengue por Regiões (2011) da seguinte maneira:

- **<u>Formulação do Problema 8:</u>** *Que modelo matemático representa a relação entre as regiões brasileiras e os casos graves confirmados por dengue?*

Observa-se que o problema 8 pode ser feito também do seguinte modo:

- *Qual é a relação entre as regiões brasileiras e os casos graves confirmados por dengue? Que modelo matemático representa essa relação?*
- *Qual é a relação entre as regiões do país e os casos graves confirmados por dengue? Que modelo matemático representa essa relação?*
- *Qual é a relação existente entre as regiões do país e os casos graves confirmados por dengue? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*

- **<u>Formulação do Problema 9:</u>** *Qual é a relação entre as regiões do país e a proporção dos casos graves por dengue? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*
- **<u>Formulação do Problema 10:</u>** *Qual é a relação entre os casos graves por dengue e a proporção destes casos? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*

Por fim, de acordo com a tabela 6, pode-se fazer a formulação do problema para os Óbitos Confirmados de Dengue por Regiões (2011) da seguinte forma:

- **<u>Formulação do Problema 11:</u>** *Qual é a relação entre as regiões brasileiras e os óbitos confirmados por dengue? Que modelo matemático representa essa relação?*

Nota-se que o problema 11 pode ser feito também como segue:

- *Que modelo matemático representa a relação entre as regiões brasileiras e os óbitos confirmados por dengue?*
- *Qual é a relação entre as regiões do país e os óbitos confirmados por dengue? Que modelo matemático representa essa relação?*
- *Qual é a relação matemática presente entre as regiões brasileiras e o número de casos de óbitos confirmados por dengue?*

- **<u>Formulação do Problema 12:</u>** *Qual é a relação entre as regiões do país e a proporção dos óbitos por dengue? Que modelo matemático pode representar essa relação?*

❖ **Formulação do Problema 13:** *Qual é a relação entre os óbitos por dengue e a proporção destes casos? Que modelo matemático pode representar essa relação?*

Com a formulação do problema o(a) professor(a) orienta os alunos para fazerem a resolução do problema que permite transformar uma situação real para linguagem matemática buscando solucionar ou deduzir o problema formulado.

5ª Etapa – Resolução do Problema - Modelo Matemático e Validação: É obter a solução do problema e permite investigar sua aceitação ou não. Com as ferramentas e recursos matemáticos, e/ou computacional os alunos fazem a resolução do problema. *Modelo Matemático* – busca solucionar ou deduzir o problema formulado em representação matemática, e em seu desenvolvimento analisam-se as hipóteses de resolução, definem-se as variáveis independentes e dependentes, e símbolos adequados para elas. A solução do problema, ou seja, a representação matemática pode ser expressa por meio de conjunto símbolos, estruturas e relações matemáticas como gráficos, tabelas, funções, sistemas, equações, diagramas, figuras geométricas, representações estatísticas, expressões matemáticas e por outros elementos matemáticos e recursos computacionais. *Validação do Modelo Matemático* – pode-se fazer ou não conforme a finalidade do objeto de estudo, porém é de suma importância, pois possibilita investigar a relevância ou não do modelo matemático obtido ao compará-lo com os dados reais. Quando o modelo matemático não for considerado válido, ou seja, não tiver aproximações da situação real que o originou, pode-se reiniciar o processo a partir do levantamento e seleção de dados para fazer ajustes na coleta de dados e/ou modificações nesse desenvolvimento.

Na resolução do problema o(a) professor(a) busca incentivar os estudantes para desenvolver, investigar e entender a resolução do problema. A seguir, serão descritas como obter as soluções para os problemas dos Casos Notificados de Dengue por Região (2011):

Formulação do Problema 1:

- *Que modelo matemático representa a relação entre a semana epidemiológica e o número de casos notificados de dengue para a região Norte?*

Para obter a resposta para este problema e aos demais, ou seja, para fazer a resolução do problema, o(a) professor(a) pode observar o desenvolvimento da Modelagem dos casos notificados de dengue para a região Norte. De acordo com as descrições sobre a orientação para a obtenção do modelo matemático no Excel, estas podem assumir diferentes encaminhamentos em sala de aula:

<u>Orientação para a Resolução do Problema no Excel: Modelo Matemático para os Casos Notificados de Dengue para a Região Norte</u>

Resolução do Problema – Modelo Matemático:

1) <u>Definir as Variáveis:</u> Colocar nomes nas variáveis dependente Y e independente X, e apresentar símbolos para as mesmas. **Veja:**

Variável independente X = Semana Epidemiológica – SE

Variável dependente Y = Total de Casos Notificados – T

2) <u>Tabular os Dados:</u> Digitar em cada coluna os dados das variáveis na planilha de cálculo do *Microsoft Office Excel.* **Veja:**

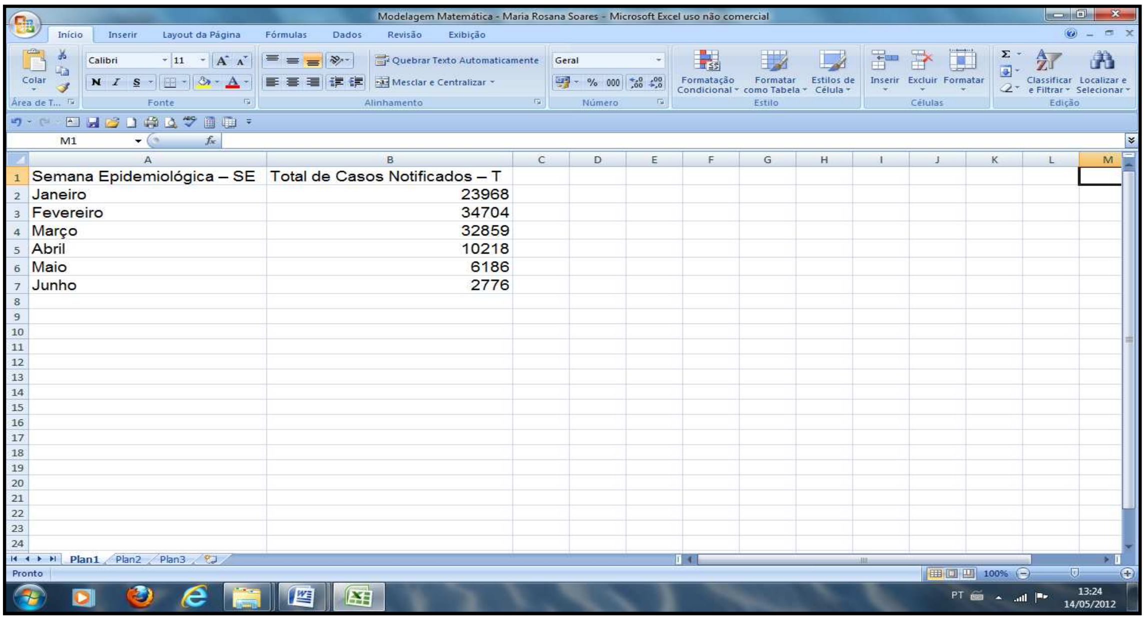


Figura 12 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Tabulando os Dados
Fonte: Autores

O levantamento e seleção de dados são inseridos na planilha de cálculo do Excel, verifica-se que nesta situação se refere à tabela 4, casos notificados de dengue para a região Norte. Nota-se que é trabalhada somente uma região do país de cada vez, ou seja, é organizado e inserido na planilha apenas um assunto por vez buscando facilitar o trabalho docente e a sua compreensão.

3) <u>Tipo do Gráfico:</u> Com os dados selecionados, escolha a opção “inserir”, gráfico de “dispersão” conhecido como gráfico XY, e seleciona o primeiro tipo de gráfico que está a esquerda. **Veja:**

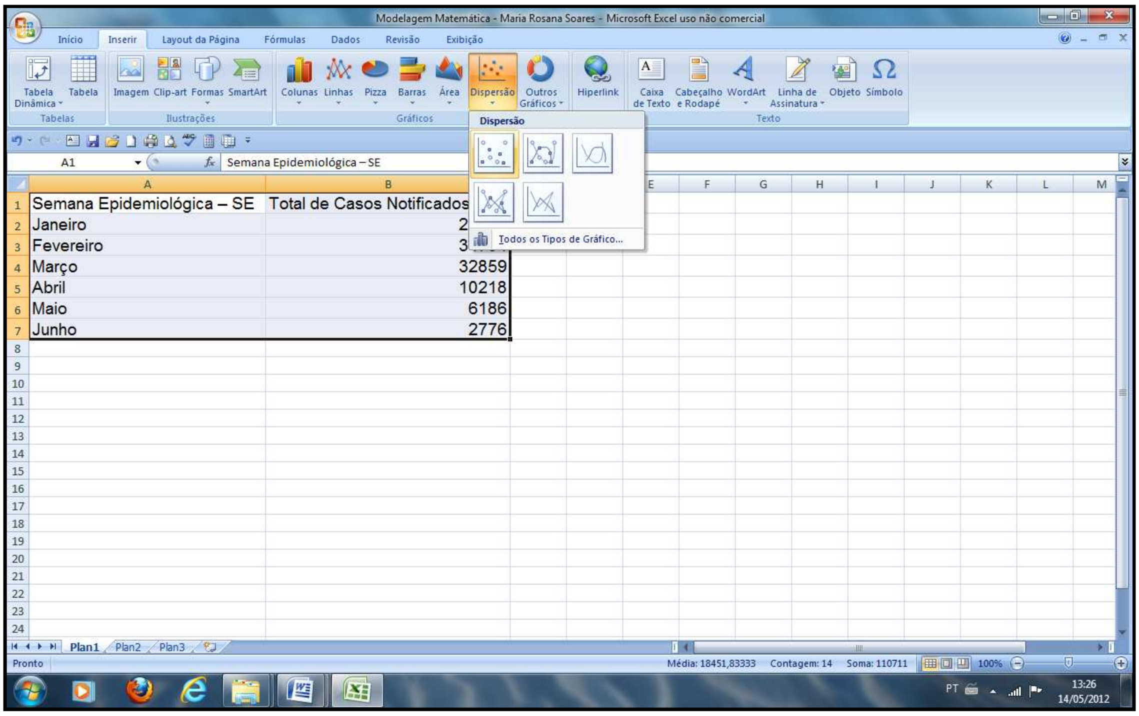


Figura 13 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Tipo do Gráfico
Fonte: Autores

Que resultou do seguinte modo:

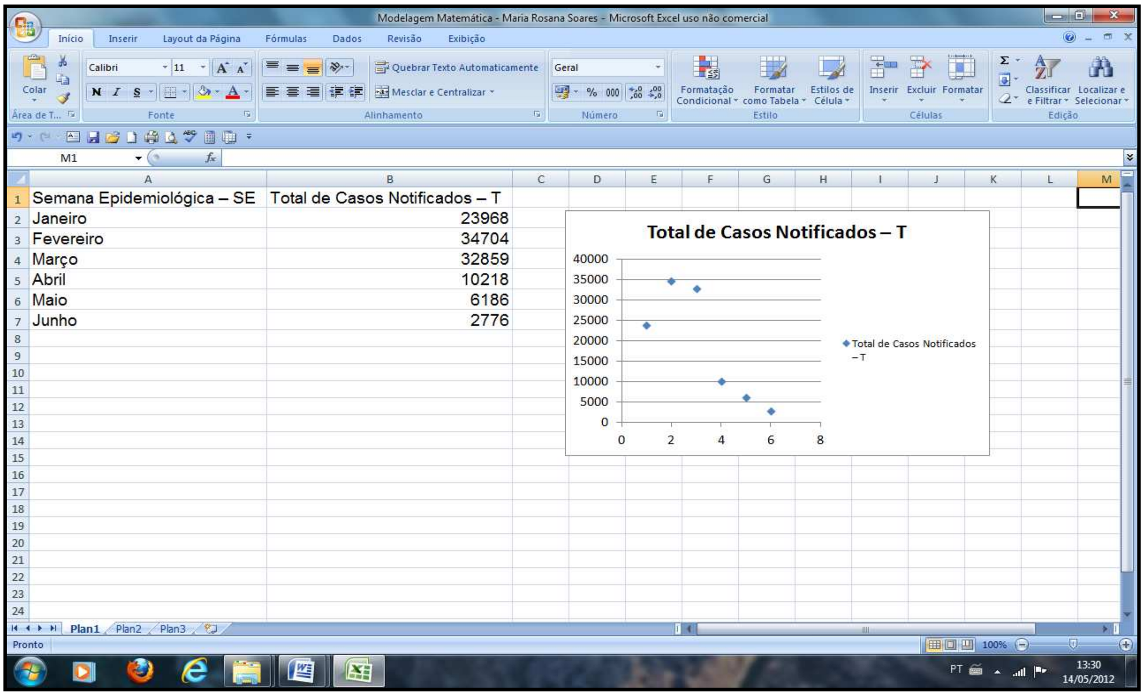


Figura 14 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Inserindo os pontos no gráfico
Fonte: Autores

4) <u>Organizar a Área do Gráfico:</u> Para ter melhor visualização no gráfico, pode excluir a "caixa de texto" que está a direita, para isso selecione a caixa e "delete". Depois disso, selecionar os "eixo X" e "eixo Y" para aumentar a fonte (tamanho). **Veja:**

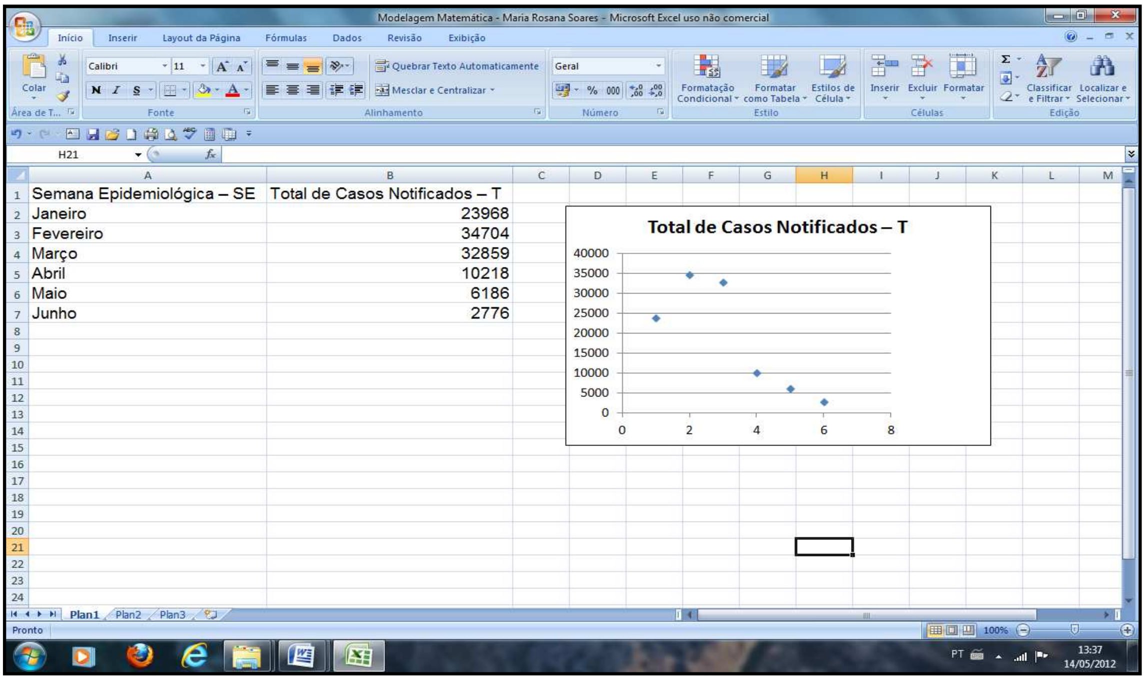


Figura 15 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Organizando a área do gráfico
Fonte: Autores

5) <u>Formatar o Eixo X:</u> Se for necessário, clicar em cima do eixo X com o botão auxiliar do mouse (botão direito) e selecionar "formatar eixo", "opções de eixo", "unidade principal", "fixo" e digitar "1", e por fim "fechar". **Veja:**

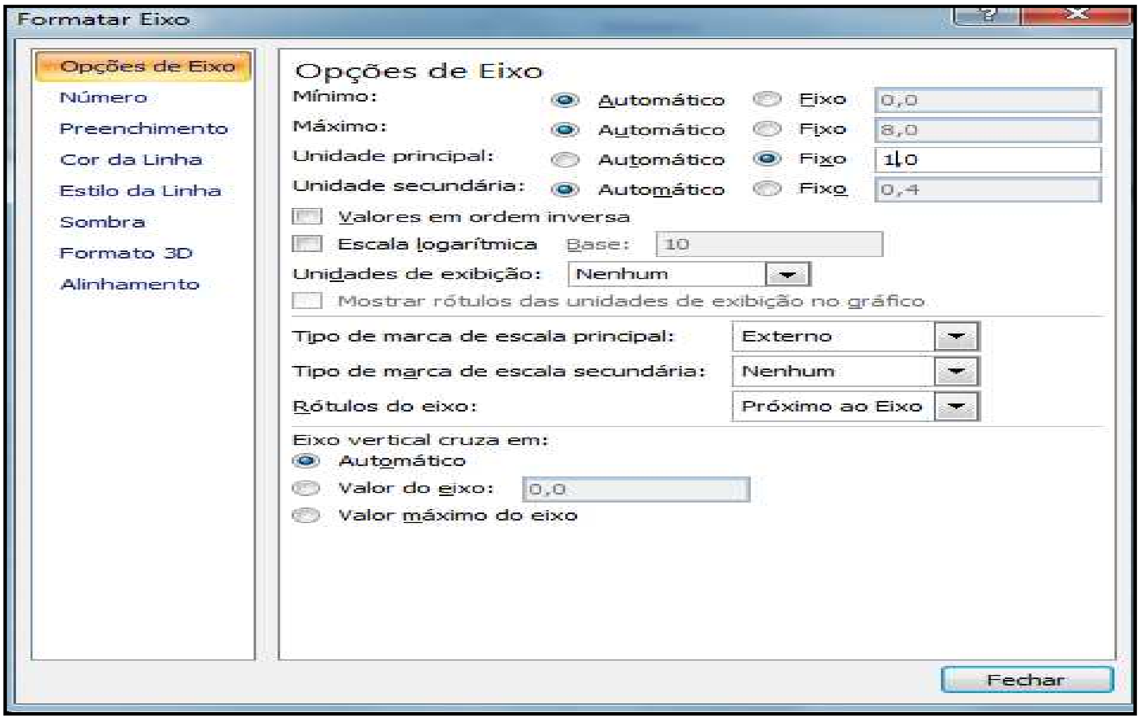


Figura 16 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Formatando o eixo X
Fonte: Autores

Que resultou da seguinte maneira:

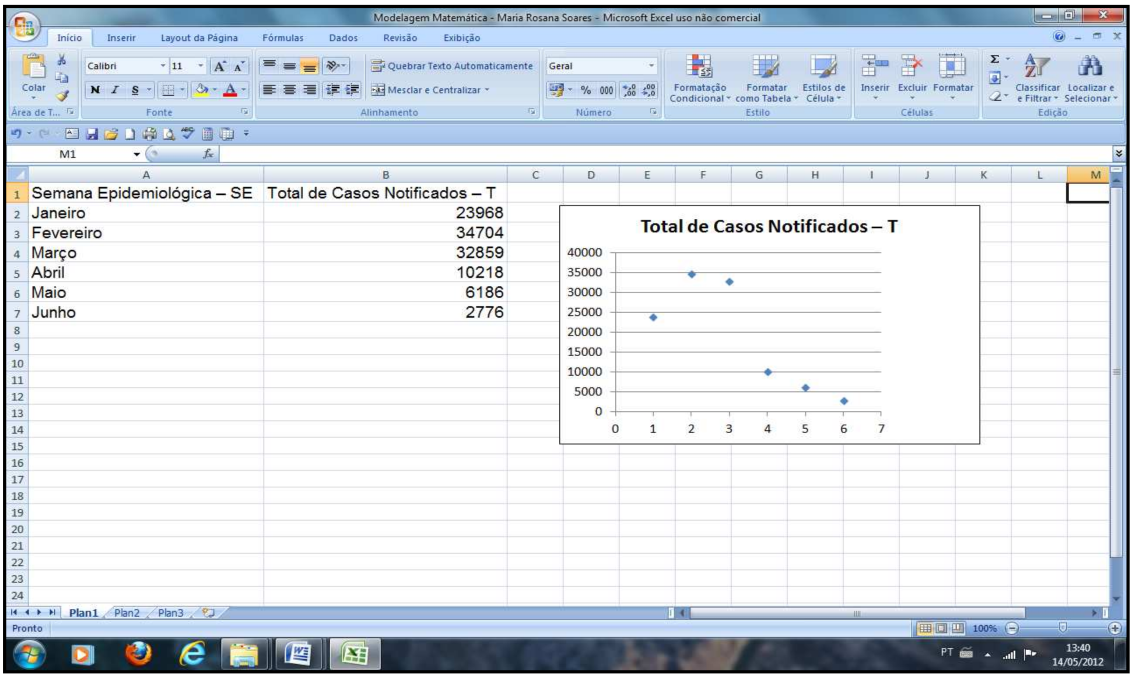


Figura 17 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Eixo X formatado
Fonte: Autores

6) <u>Inserir Caixa de Texto:</u> Selecionar as opções "inserir" e "caixa de texto" para inseri-la no gráfico e digitar os nomes que foram escolhidos para as variáveis X e Y no primeiro item "definir as variáveis" desta orientação para a resolução do problema. Se for necessário, pode fazer modificações aqui e também no primeiro item, e depois são feitas algumas configurações e ajustes na área do gráfico. **Veja:**

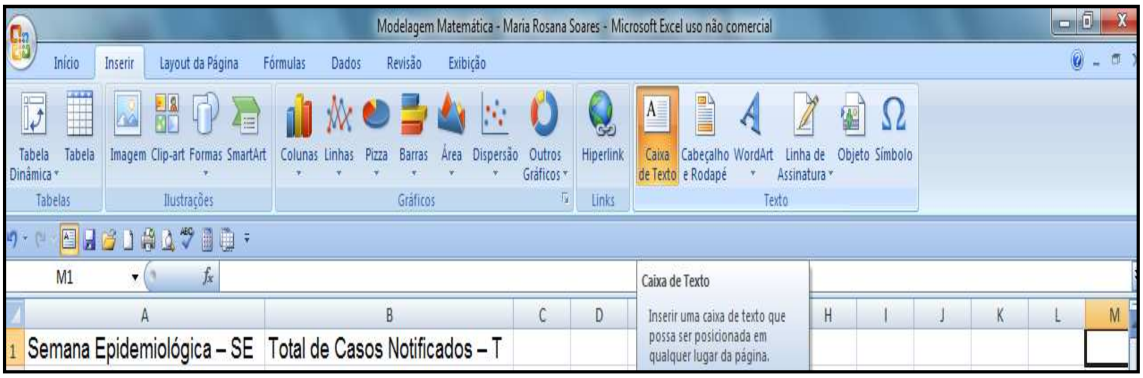


Figura 18 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Inserindo a caixa de texto
Fonte: Autores

Que resultou do modo a seguir:

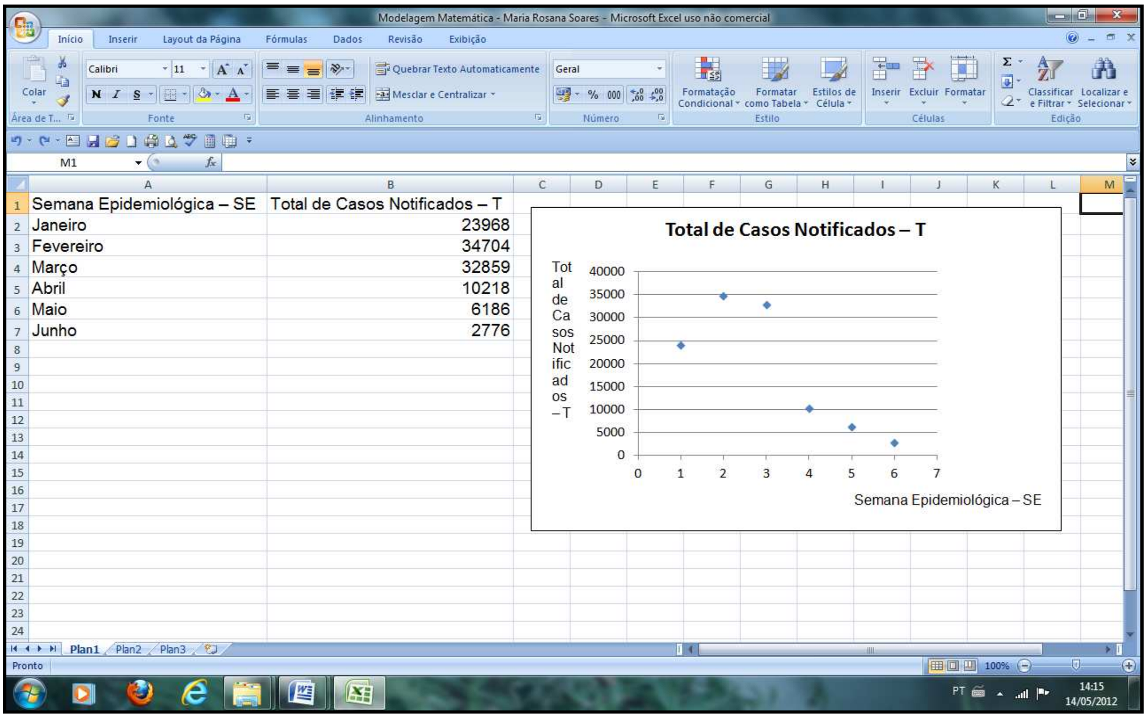


Figura 19 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Inserindo os nomes das variáveis X e Y na caixa de texto
Fonte: Autores

7) <u>Formatar o Eixo Y:</u> Para ter melhor visualização do eixo Y seleciona-o e escolha a opção "girar o texto para cima". **Veja:**

Figura 20 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Formatando o eixo Y
Fonte: Autores

8) <u>Inserir Título no Gráfico:</u> Observa-se que o título está com o mesmo nome do eixo Y. É necessário modificar o "título no gráfico" deixando claro a que ele se refere, sendo de acordo com o tema escolhido para a atividade de Modelagem e as variáveis envolvidas que foram definidas para os eixos X e Y. **Veja:**

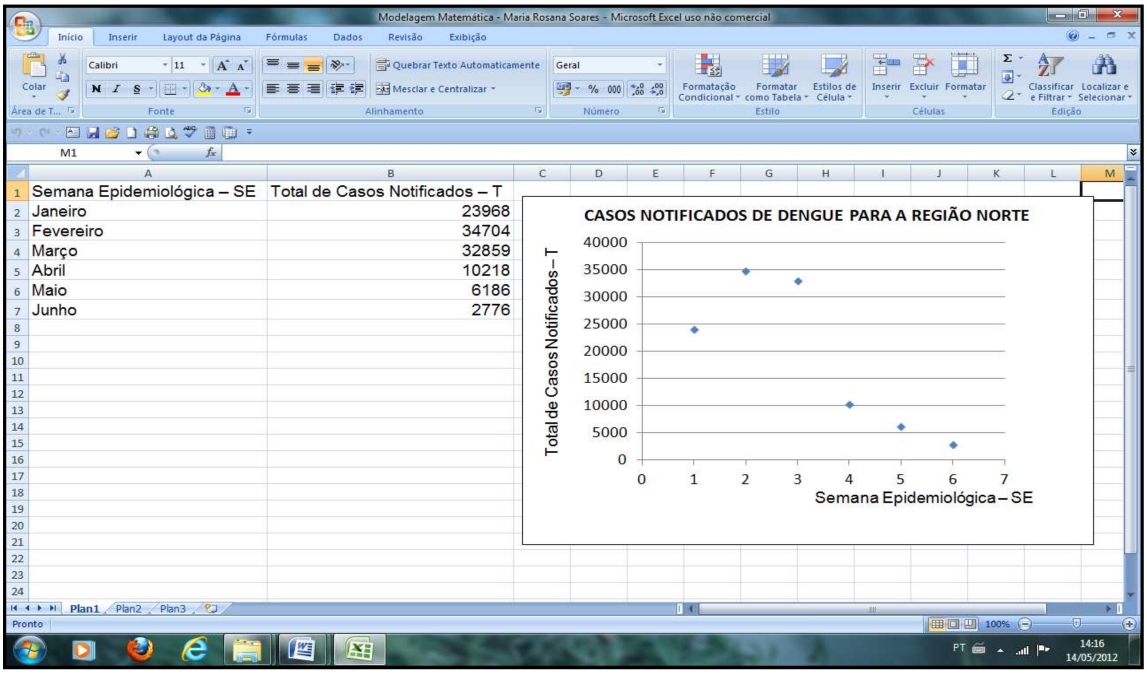


Figura 21 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Inserindo o título no gráfico
Fonte: Autores

9) Traçar a Linha do Gráfico: Clicar somente em “um dos pontos do gráfico” (todos ficarão selecionados), sobre um ponto, clicar com o botão auxiliar do mouse em “adicionar linha de tendência” e apresentará “formatar linha de tendência” e “opções de linha de tendência”. Ao abrir a janela de “opções de linha de tendência”, clique nas opções “exibir equação no gráfico” e “exibir valor de R-quadrado no gráfico” para deixá-las ativadas. **Veja:**

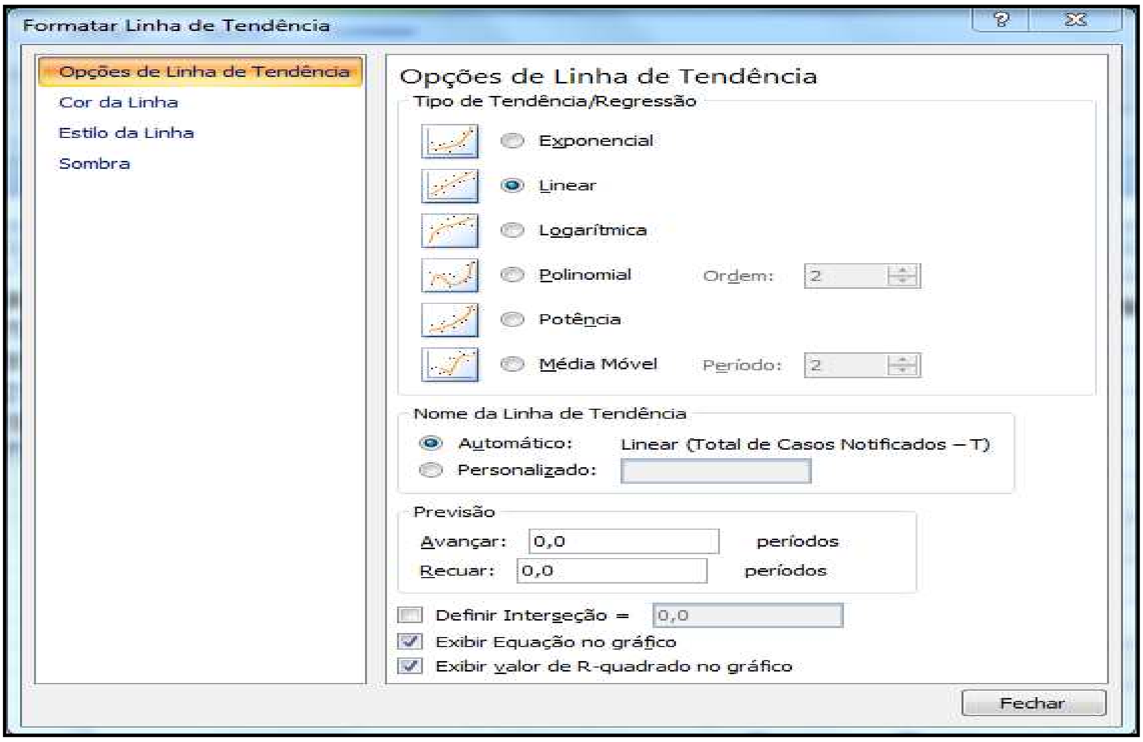


Figura 22 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Linha de tendência do gráfico
Fonte: Autores

Nota-se que a equação e o R-quadrado (R^2) serão exibidos na própria área do gráfico (meio do gráfico). R^2 representa o coeficiente de determinação para o modelo, assim $R^2 = 1$ (ou quanto mais próximo de um) significa que o modelo matemático obtido possui boa aproximação com a realidade, ou seja, com os dados reais.

10) Obter o Modelo Matemático – Representação Matemática: Com as opções de linha de tendência sendo exponencial, linear, logarítmica, polinomial (permite mexer na ordem – grau do polinômio), potência ou média móvel, precisa-se analisar qual dessas linhas é a que passa em todos os pontos do gráfico ou na maioria. Simultaneamente, observa-se no gráfico qual é a linha de tendência que apresenta $R^2 = 1$ (ou mais próximo de um). **Veja:**

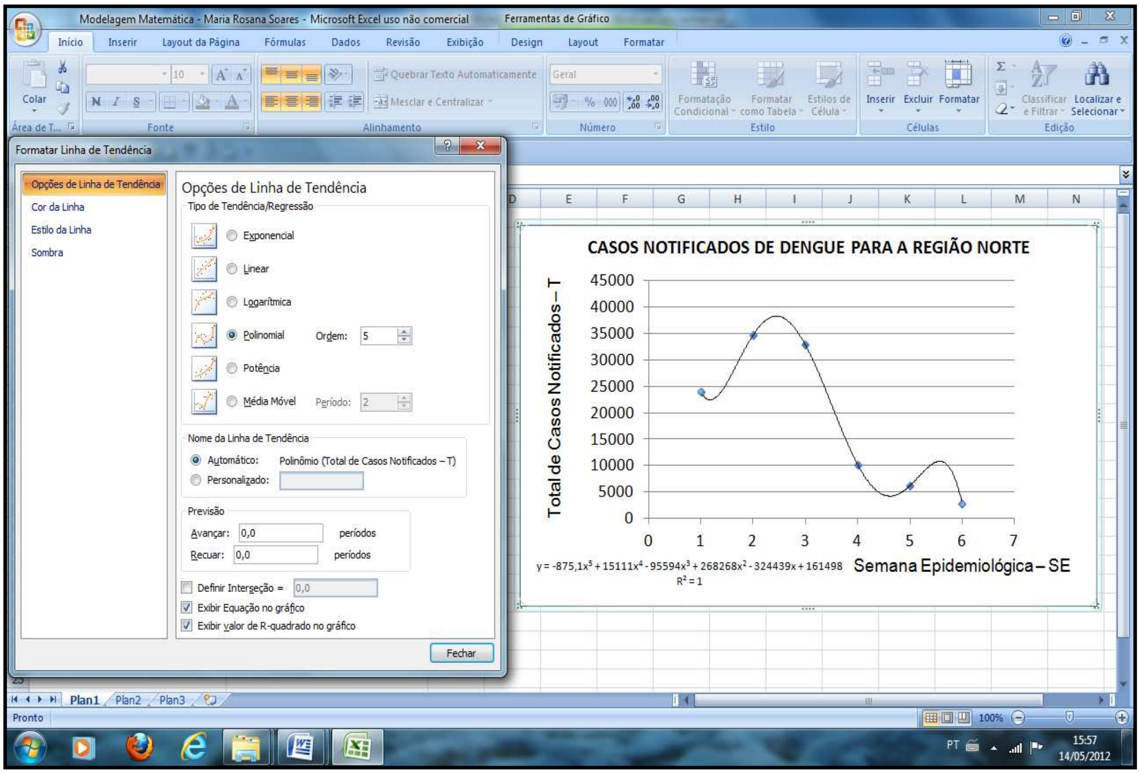


Figura 23 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Obtenção do modelo matemático
Fonte: Autores

Ao fazer esta atividade, o(a) professor(a) pode orientar aos alunos para mexerem na ordem do polinômio, e logo irão notar que essa linha irá apresentar $R^2 = 1$, isto significa que a expressão obtida irá apresentar boa aproximação com os dados que originou este modelo matemático, ou seja, o polinômio obtido.

11) <u>Formatar os Pontos do Gráfico:</u> Clicar somente em “um dos pontos do gráfico” (todos ficarão selecionados), sobre um ponto, clicar com o botão auxiliar do mouse em “formatar série de dados”, “opção de marcador” e escolher o tipo do marcador sendo “interno” (desenho mais redondo) considerando o tamanho em torno de 4 à 6. **Veja:**

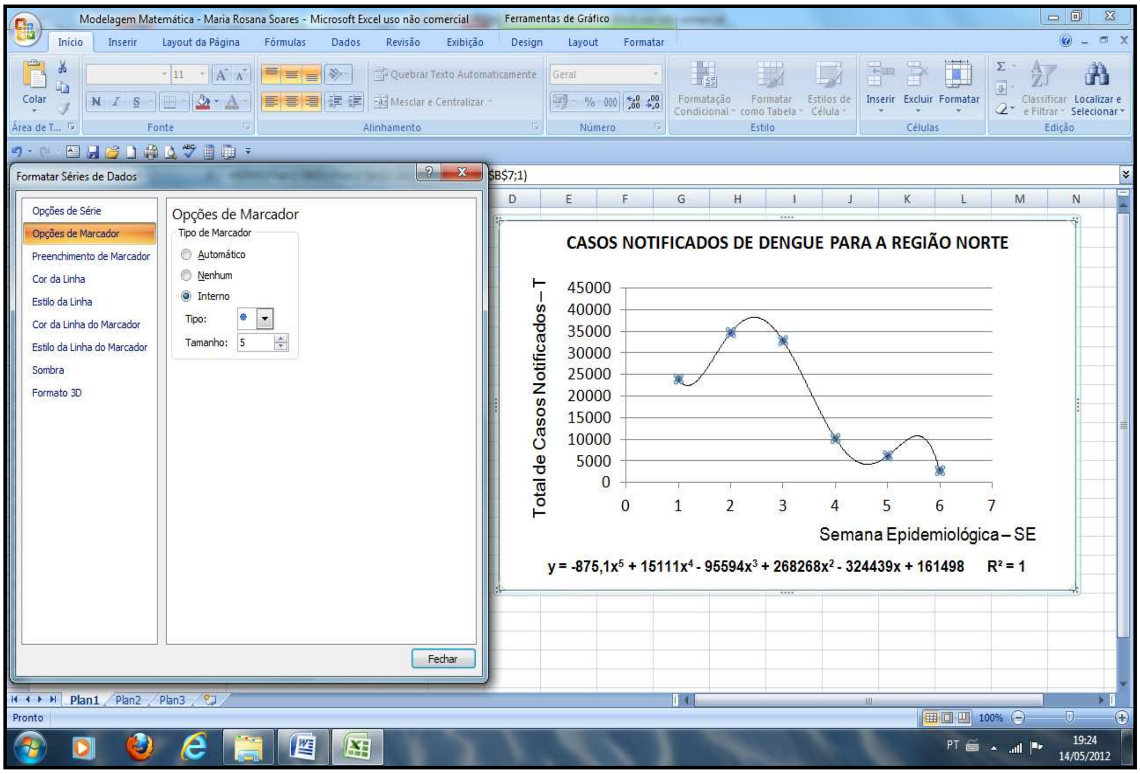


Figura 24 – Resolução do Problema para os Casos Notificados de Dengue: Formatando os pontos do gráfico
Fonte: Autores

Neste desenvolvimento o(a) professor(a) pode orientar aos participantes que podem escolher o tamanho para o ponto do gráfico sendo em torno de 4, 5 ou 6. Para formatar a equação, se for necessário, pode-se copiar esta representação matemática obtida e colá-la em uma caixa de texto dentro do gráfico, daí exclui a equação anterior, a qual é a mesma. A caixa de texto é mais fácil para formatá-la, deixar no tamanho horizontalmente desejado e mais prática para se trabalhar com os alunos. Por fim, para formatar a área do gráfico, caixa de texto ou o gráfico completo, primeiro clica no local desejado procurando aumentá-lo ou diminuí-lo por meio das setas como (⇔ , ⇕ , ↖↘ , ↙↗) , as quais são formadas nas extremidades do objeto selecionado.

12) <u>Solução do Problema:</u> O modelo matemático obtido representa a solução problema, e todo desenvolvimento da Modelagem Matemática é valorizado para a compreensão da resolução do problema e ao ensino e aprendizagem. **Veja:**

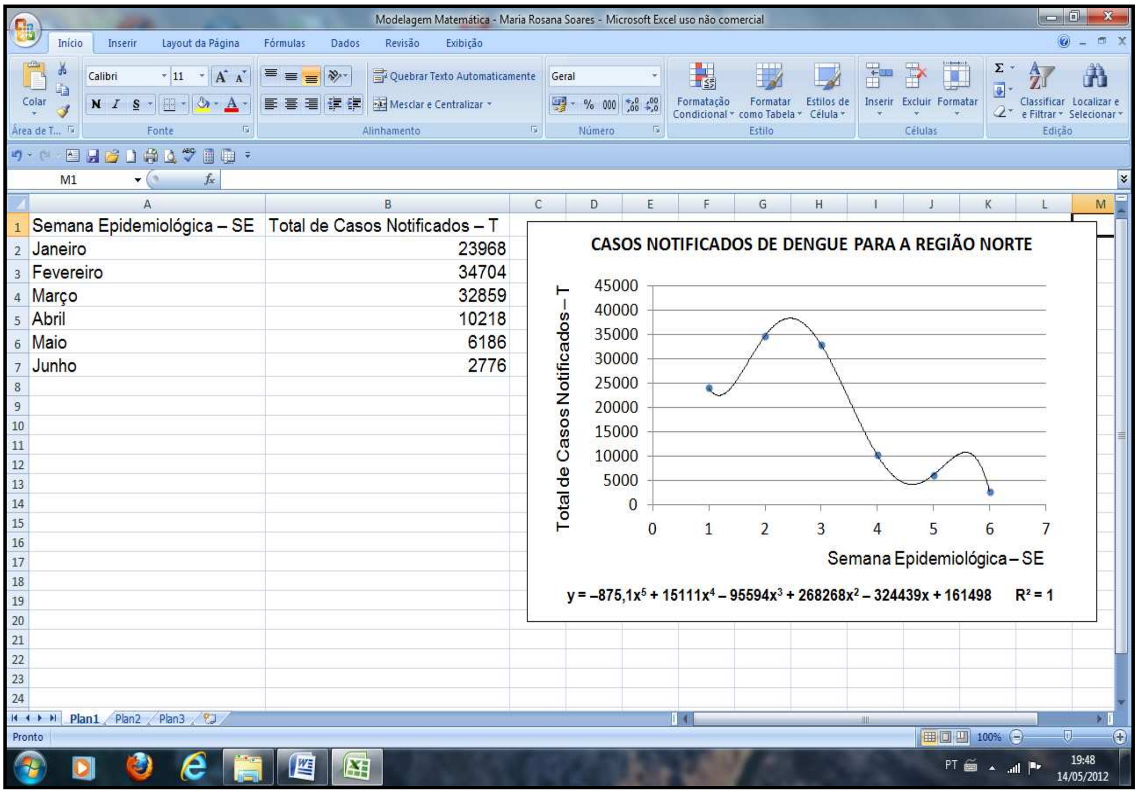


Figura 25 – Modelagem Matemática para os Casos Notificados de Dengue: Solução do Problema
Fonte: Autores

Com essas considerações apresentadas para a obtenção do modelo matemático no Excel, o(a) professor(a) pode se embasar nessas orientações para desenvolver atividades de Modelagem sobre os Casos Notificados de Dengue por Região (2011); Casos Graves Confirmados de Dengue por Regiões (2011); Óbitos Confirmados de Dengue por Regiões (2011) e outras atividades de Modelagem no ensino.

De acordo com essas orientações apresentadas, pode-se obter o seguinte modelo matemático para os casos notificados de dengue para a região Norte:

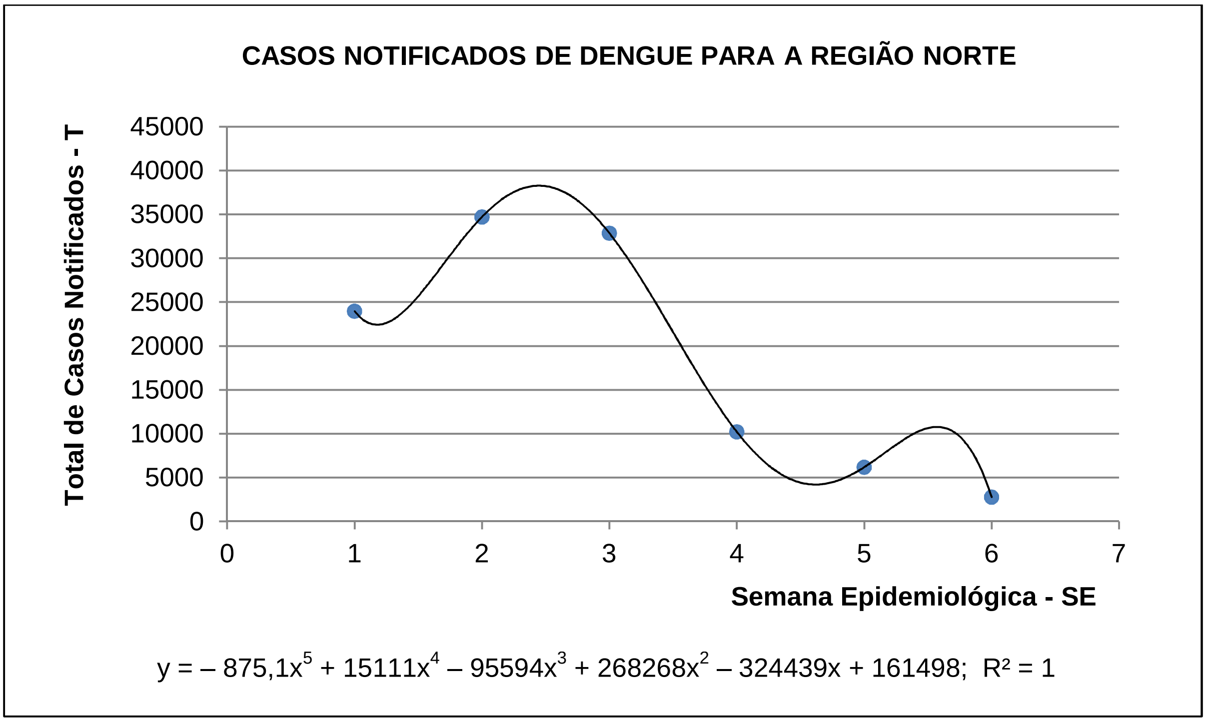


Figura 26 – Modelo Matemático para a Região Norte: Casos Notificados de Dengue
Fonte: Autores

O modelo matemático obtido para a região Norte é uma função polinomial de quinto grau com R-quadrado (R^2) igual a um:

$$\mathbf{y = -875{,}1x^5 + 15111x^4 - 95594x^3 + 268268x^2 - 324439x + 161498} \qquad (11)$$

Neste momento, o(a) professor(a) precisa entender que esse modelo matemático busca responder a pergunta do problema ao demonstrar a relação que há entre a semana epidemiológica e o número de casos notificados de dengue para a região Norte, assim como o papel sociocultural da Matemática em situações problemas do cotidiano. Depois disso, é necessário analisar se essa função obtida é satisfatória ou não, ou seja, se a solução do problema é válida ou não.

Para efeito de esclarecimento, tem-se a orientação para a validação do modelo matemático obtido para os casos notificados de dengue para a região Norte, visto que este desenvolvimento pode adquirir diversos encaminhamentos ao utilizar a calculadora e/ou Excel:

Orientação para a Resolução do Problema: Validação do Modelo Matemático Obtido para os Casos Notificados de Dengue para a Região Norte

As validações podem ser desenvolvidas sem ou com o uso do computador.

Resolução do Problema – Validação do Modelo Matemático:

- Validação do 1º mês da semana epidemiológica, janeiro de 2011, logo x = 1:

$y = -875{,}1\,x^5 + 15111\,x^4 - 95594\,x^3 + 268268\,x^2 - 324439\,x + 161498$

$y = -875{,}1 + 15111 - 95594 + 268268 - 324439 + 161498$

$y = 23968{,}9$

l Erro do modelo l = l casos notificados de dengue em janeiro – casos notificados de dengue obtidos pelo modelo l = l 23968 – 23968,9 l = 0,9

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{\text{total de casos notificados da região Norte}}{\text{erro do modelo}}$

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{110711}{0{,}9}$ Logo, $x \cong 0{,}00081\%$

- Validação do 2º mês da semana epidemiológica, fevereiro de 2011, logo x = 2:

$y = -875{,}1x^5 + 15111x^4 - 95594x^3 + 268268x^2 - 324439x + 161498$

$y = -28003{,}2 + 241776 - 764752 + 1073072 - 648878 + 161498$

$y = 34712{,}8$

l Erro do modelo l = l casos notificados de dengue em fevereiro – casos notificados de dengue obtidos pelo modelo l **= l** 34704 – 34712,8 **l** = 8,8

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{110711}{8{,}8}$ Logo, $x \cong 0{,}00795\%$

- Validação do 3º mês da semana epidemiológica, março de 2011, logo x = 3:

$y = -875{,}1\,x^5 + 15111\,x^4 - 95594\,x^3 + 268268\,x^2 - 324439\,x + 161498$

$y = -212649{,}3 + 1223991 - 2581038 + 2414412 - 973317 + 161498$

$y = 32896{,}7$

l Erro do modelo l = l casos notificados de dengue em março – casos notificados de dengue obtidos pelo modelo l **= l** 32859 – 32896,7 **l** = 37,7

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{110711}{37{,}7}$ Logo, $x \cong 0{,}03405\%$

- Validação do 4º mês da semana epidemiológica, abril de 2011, logo x = 4:

$y = -875{,}1\ x^5 + 15111\ x^4 - 95594\ x^3 + 268268\ x^2 - 324439\ x + 161498$

$y = -896102{,}4 + 3868416 - 6118016 + 4292288 - 1297756 + 161498$

$y = 10327{,}6$

l Erro do modelo l = l casos notificados de dengue em abril – casos notificados de dengue obtidos pelo modelo l **= l** 10218 – 10327,6 **l** = 109,6

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{110711}{109{,}6}$ Logo, x ≅ 0,099%

- Validação do 5º mês da semana epidemiológica, maio de 2011, logo x = 5:

$y = -875{,}1\ x^5 + 15111\ x^4 - 95594\ x^3 + 268268\ x^2 - 324439\ x + 161498$

$y = -2734687{,}5 + 9444375 - 11949250 + 6706700 - 1622195 + 161498$

$y = 6440{,}5$

l Erro do modelo l = l casos notificados de dengue em maio – casos notificados de dengue obtidos pelo modelo l **= l** 6186 – 6440,5 **l** = 254,5

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{110711}{254{,}5}$ Logo, x ≅ 0,22988%

- Validação do 6º mês da semana epidemiológica, junho de 2011, logo x = 6:

$y = -875{,}1\ x^5 + 15111\ x^4 - 95594\ x^3 + 268268\ x^2 - 324439\ x + 161498$

$y = -6804777{,}6 + 19583856 - 20648304 + 9657648 - 1946634 + 161498$

$y = 3286{,}4$

l Erro do modelo l = l casos notificados de dengue em junho – casos notificados de dengue obtidos pelo modelo l **=** l 2776 – 3286,4 l = 510,4

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{110711}{510{,}4}$ Logo, x ≅ 0,46102%

A validação do erro geral do modelo matemático obtido para a região Norte pode ser feita do seguinte modo:

l Erro Geral do modelo l = l total dos casos notificados de dengue da região Norte – total dos casos notificados desta região obtido pelo modelo l **=** l 110711 – 111632,9 l = 921,9

Erro geral do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{\text{total de casos notificados da região Norte}}{\text{erro geral do modelo}}$

Erro geral do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{110711}{921{,}9}$ Logo, x ≅ 0,8327086%

A presente validação para a região Norte pode ser feita no Excel e/ou calculadora e organizada do seguinte modo:

Tabela 7 – Validação do Modelo Matemático para a Região Norte: Casos Notificados de Dengue

Número – N	Semana Epidemiológica – SE	Total de Casos Notificados – T	T obtido no Modelo	Erro do Modelo	Erro do Modelo (%)
1	Janeiro	23968	23968,9	0,9	0,00081%
2	Fevereiro	34704	34712,8	8,8	0,00795%
3	Março	32859	32896,7	37,7	0,03405%
4	Abril	10218	10327,6	109,6	0,09900%
5	Maio	6186	6440,5	254,5	0,22988%
6	Junho	2776	3286,4	510,4	0,46102%
------	**Total**	**110711**	**111632,9**	**921,9**	**0,8327086%**

Fonte: Autores

A validação do modelo matemático obtido para a Região Norte tem-se ao comparar os resultados obtidos dos casos notificados de dengue com os dados experimentais. Desse modo, verifica-se que o erro estimado para esse modelo é pequeno, pois é abaixo de 0,47% enquanto que a margem estimada para o erro geral é inferior a 0,84%. Assim, pode-se considerar que a função polinomial obtida possui boa aproximação com os casos notificados de dengue para essa região.

Com essas considerações apresentadas para a validação do modelo matemático, o(a) professor(a) pode se fundamentar nessas informações para fazer a validação das atividades de Modelagem sobre os Casos Notificados de Dengue por Região (2011), Casos Graves Confirmados de Dengue por Regiões (2011) e Óbitos Confirmados de Dengue por Regiões (2011).

A seguir, tem-se o problema 2 e o modelo matemático desenvolvido para a região Nordeste:

<u>Formulação do Problema 2:</u>

- *Qual é a relação entre a semana epidemiológica e os casos notificados de dengue para a região Nordeste? Que modelo matemático representa essa relação?*

Na sequência, tem-se a solução do problema obtida para a região Nordeste:

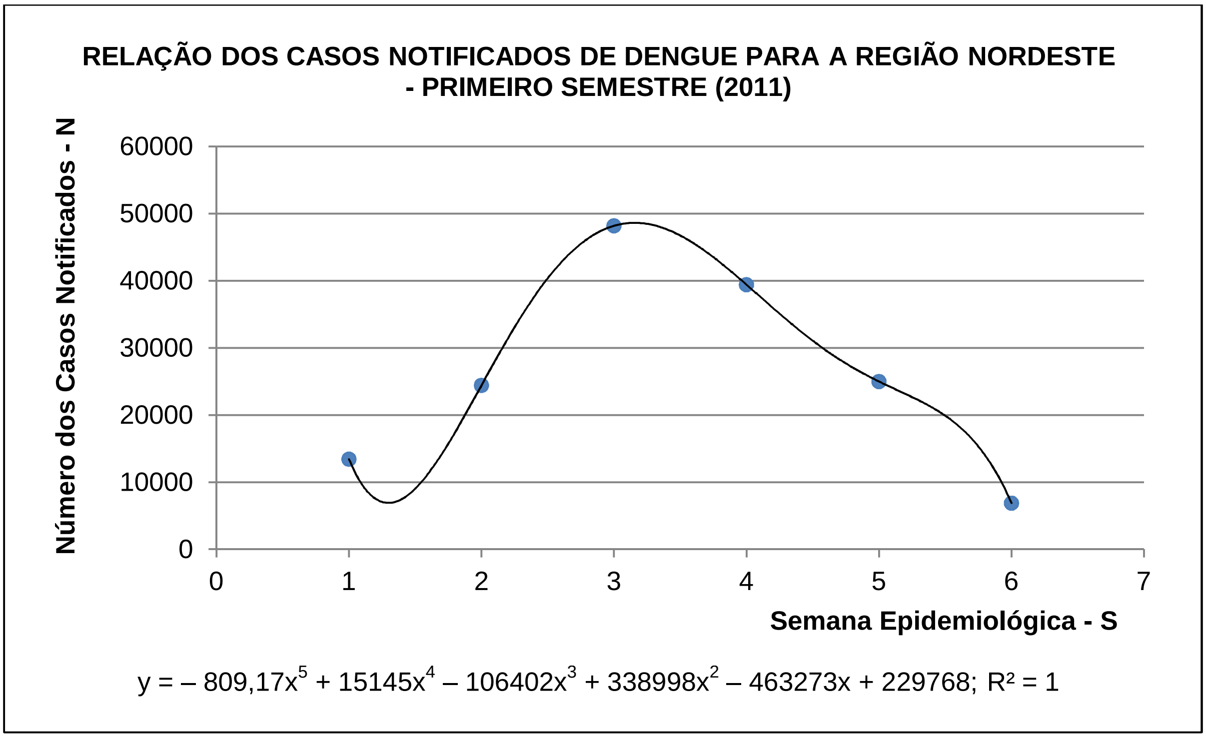


Figura 27 – Modelo Matemático para a Região Nordeste: Casos Notificados de Dengue
Fonte: Autores

A solução do problema obtida para a região Nordeste é uma função polinomial de quinto grau:

$$\mathbf{y = -809{,}17x^5 + 15145x^4 - 106402x^3 + 338998x^2 - 463273x + 229768} \qquad (12)$$

Com essa função faz-se a validação por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 8 – Validação do Modelo Matemático para a Região Nordeste: Casos Notificados de Dengue

Semana Epidemiológica – S	Número de Casos Notificados – N	N obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
1. Janeiro	13426	13426,83	0,83	0,0005%
2. Fevereiro	24421	24424,56	3,56	0,0023%
3. Março	48181	48193,69	12,69	0,0081%
4. Abril	39410	39445,92	35,92	0,0228%
5. Maio	24988	25071,75	83,75	0,0532%
6. Junho	6871	7040,08	169,08	0,1075%
Total	**157297**	**157602,83**	**305,83**	**0,19443%**

Fonte: Autores

A validação da solução do problema encontrada para a Região Nordeste tem-se ao analisar a similaridade entre os resultados obtidos dos casos notificados de dengue e os dados observados. Percebe-se que o erro estimado para essa solução é aceitável, pois é inferior a 0,11% e o erro geral estimado é em torno de 0,2%, assim pode-se dizer que o modelo matemático obtido apresenta aproximações com a realidade.

Na sequência, destaca-se a formulação do problema 3 e o modelo matemático desenvolvido para a região Sudeste:

Formulação do Problema 3:

- *Qual é a relação entre a semana epidemiológica e os casos notificados de dengue para a região Sudeste? Que modelo matemático representa essa relação?*

Para tanto, tem-se a representação matemática obtida para a região Sudeste:

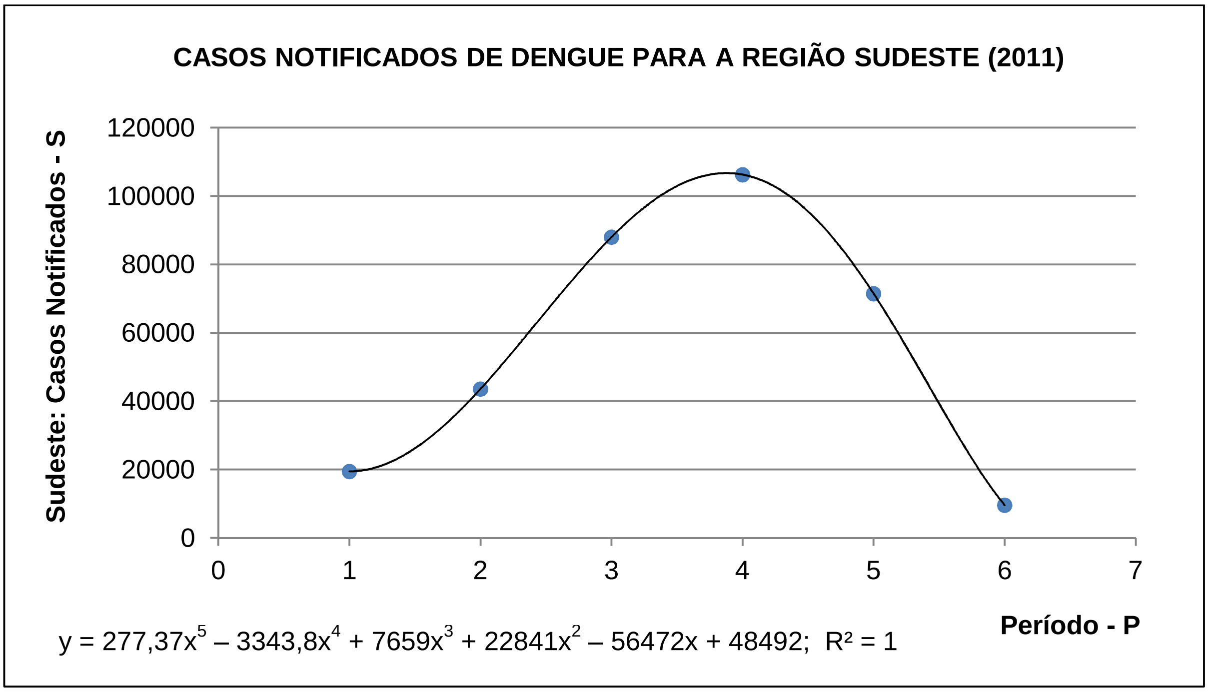


Figura 28 – Modelo Matemático para a Região Sudeste: Casos Notificados de Dengue
Fonte: Autores

A representação matemática obtida para a região Sudeste é uma função polinomial de quinto grau:

$$y = 277{,}37x^5 - 3343{,}8x^4 + 7659x^3 + 22841x^2 - 56472x + 48492 \quad (13)$$

A validação à região Sudeste faz-se por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 9 – Validação do Modelo Matemático para a Região Sudeste: Casos Notificados de Dengue

Período – P	Sudeste: Casos Notificados – S	S obtido no Modelo	Erro do Modelo	Erro do Modelo (%)
1. Janeiro	19453	19453,57	0,57	0,00016849%
2. Fevereiro	43558	43559,04	1,04	0,00030741%
3. Março	87991	87991,11	0,11	0,00003251%
4. Abril	106255	106250,08	4,92	0,00145430%
5. Maio	71457	71438,25	18,75	0,00554230%
6. Junho	9593	9544,32	48,68	0,01438930%
Total	**338307**	**338236,37**	**74,07**	**0,02189431%**

Fonte: Autores

A validação da representação matemática obtida para a Região Sudeste tem-se ao verificar a semelhança entre os resultados obtidos dos casos notificados de dengue e os dados reais. Observa-se que o erro estimado para essa representação é abaixo de 0,02% e o erro geral estimado é em torno de 0,03%, assim a solução do problema obtida satisfaz o problema em estudo, pois o erro percentual é considerado plausível.

Em seguida, tem-se o problema 4 e o modelo matemático desenvolvido para a região Sul:

<u>Formulação do Problema 4:</u>

- *Qual é a relação existente entre a semana epidemiológica e a região Sul do país? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*

Para compreender esse problema, observa-se a relação matemática obtida para a região Sul:

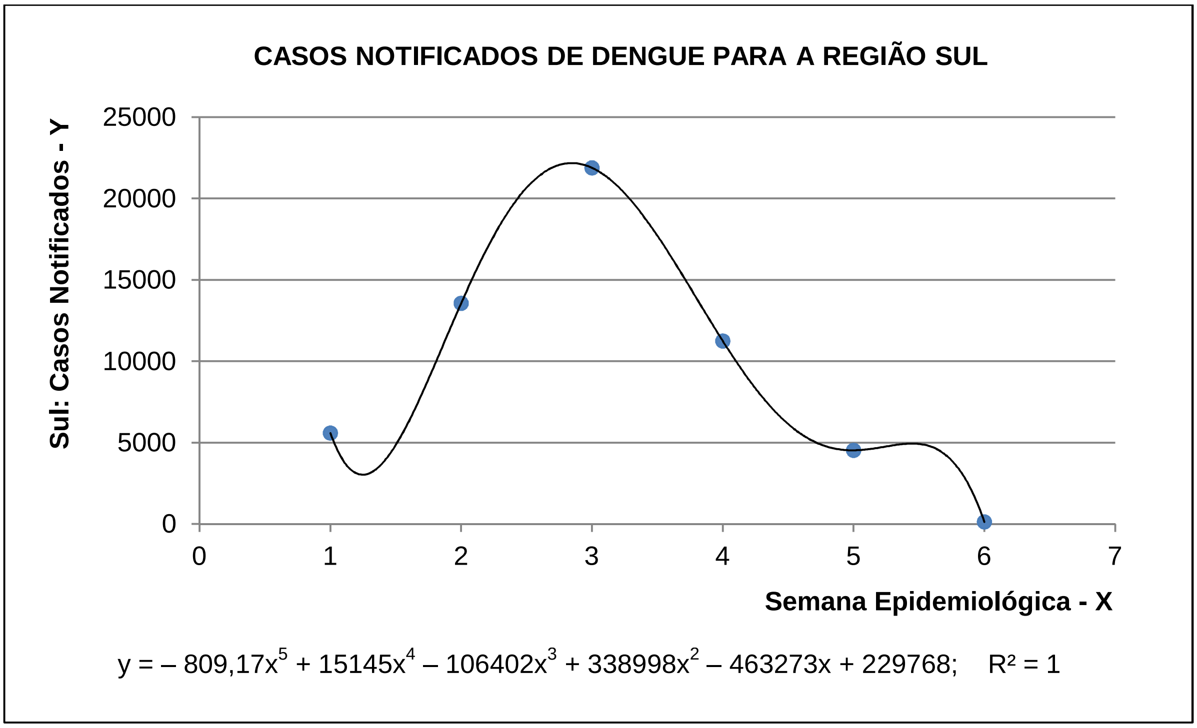


Figura 29 – Modelo Matemático para a Região Sul: Casos Notificados de Dengue
Fonte: Autores

A relação matemática obtida para a região Sul é uma função polinomial de quinto grau:

$$\mathbf{y = -809{,}17x^5 + 15145x^4 - 106402x^3 + 338998x^2 - 463273x + 229768} \qquad (14)$$

Com esse modelo, é precisa-se analisar sua aproximação com os dados reais por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 10 – Validação do Modelo Matemático para a Região Sul: Casos Notificados de Dengue

Semana Epidemiológica – X	Sul: Casos Notificados – Y	Y obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo	Erro do Modelo (%)
1. Janeiro	5588	5588,29	0,29	0,000509398%
2. Fevereiro	13562	13564,28	2,28	0,004004918%
3. Março	21884,47	21894,47	10,47	0,018391006%
4. Abril	11243	11275,96	32,96	0,057895661%
5. Maio	4525	4606,25	81,25	0,142719129%
6. Junho	128	298,04	170,04	0,298682593%
Total	**56930**	**57227,29**	**297,29**	**0,522202705%**

Fonte: Autores

A validação da relação matemática obtida para a Região Sul tem-se ao observar a proximidade entre os resultados obtidos dos casos notificados de dengue e os dados de origem. Desse modo, o erro estimado para essa relação é válido, pois é inferior a 0,3% enquanto que o erro geral estimado é de aproximadamente 0,53%, assim pode-se considerar que a função polinomial obtida evidencia similaridades com os dados reais.

A seguir, apresenta-se formulação do problema 5 e o modelo matemático desenvolvido para a região Centro-oeste:

<u>Formulação do Problema 5:</u>

- *Qual é a relação que há entre os casos notificados da semana epidemiológica e a região Centro-oeste? Que modelo matemático pode descrever essa relação?*

Com a finalidade de responder esta pergunta tem-se o modelo matemático obtido para a região Centro-oeste:

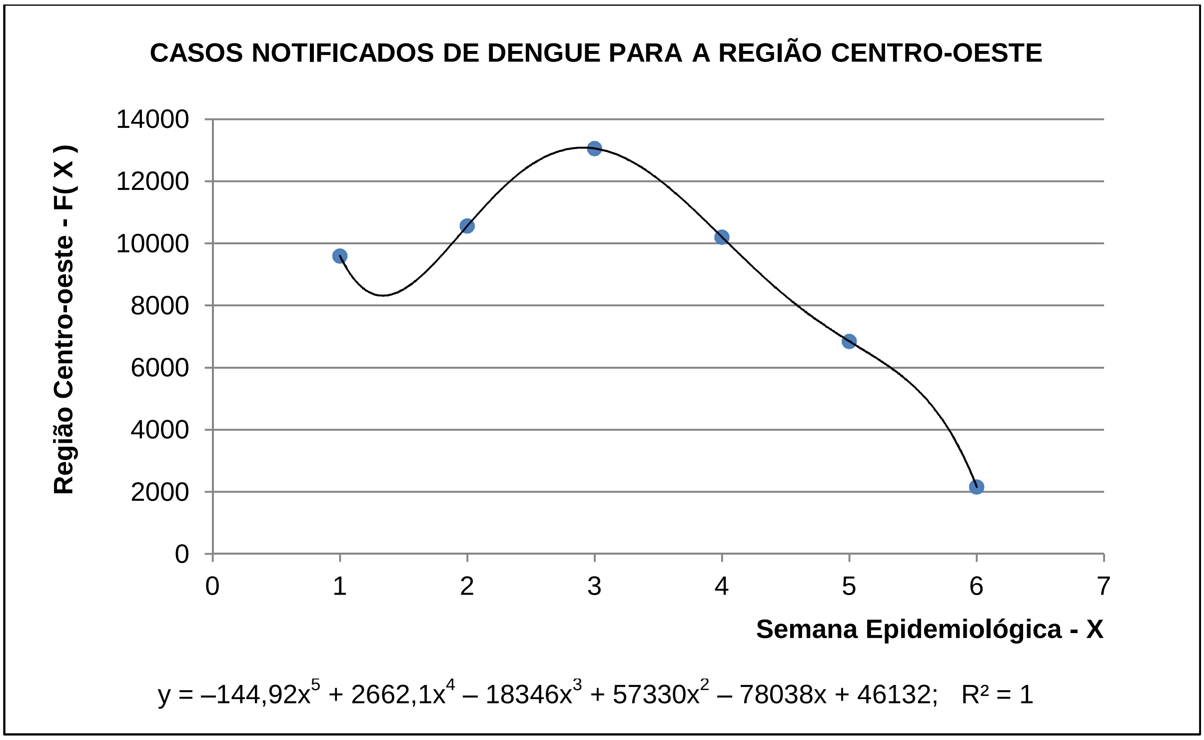


Figura 30 – Modelo Matemático para a Região Centro-oeste: Casos Notificados de Dengue
Fonte: Autores

O modelo obtido para essa região é uma função polinomial de quinto grau:

$$\mathbf{y = -144{,}92x^5 + 2662{,}1x^4 - 18346x^3 + 57330x^2 - 78038x + 46132} \qquad (15)$$

A validação desse modelo é feita por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 11 – Validação do Modelo Matemático para a Região Centro-oeste: Casos Notificados de Dengue

Semana Epidemiológica – X	Região Centro-oeste – F(X)	F(X) obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
1. Janeiro	9595	9595,18	0,18	0,000343374%
2. Fevereiro	10563	10564,16	1,16	0,002212854%
3. Março	13056	13060,54	4,54	0,008660651%
4. Abril	10202	10215,52	13,52	0,025791191%
5. Maio	6846	6879,5	33,5	0,063905687%
6. Junho	2159	2231,68	72,68	0,138646726%
Total	**52421**	**52546,58**	**125,58**	**0,239560481%**

Fonte: Autores

A validação da expressão matemática obtida para a região Centro-oeste tem-se ao comparar os dados comuns entre os resultados obtidos dos casos notificados de dengue e dados experimentais. Assim, o erro estimado para essa expressão é considerado admissível, pois é abaixo de 0,14% e o erro geral estimado é em torno de 0,24%, logo, o modelo matemático obtido demonstra proximidades satisfatórias com os dados de origem.

A seguir, têm-se a formulação do problema 6 para a proporção de mortes em relação à região Centro-oeste.

<u>Formulação do Problema 6:</u>

- *Qual é a relação que há entre a semana epidemiológica e a proporção de mortes para a região Centro-oeste? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*

Para entender esse problema, tem-se o seguinte modelo matemático:

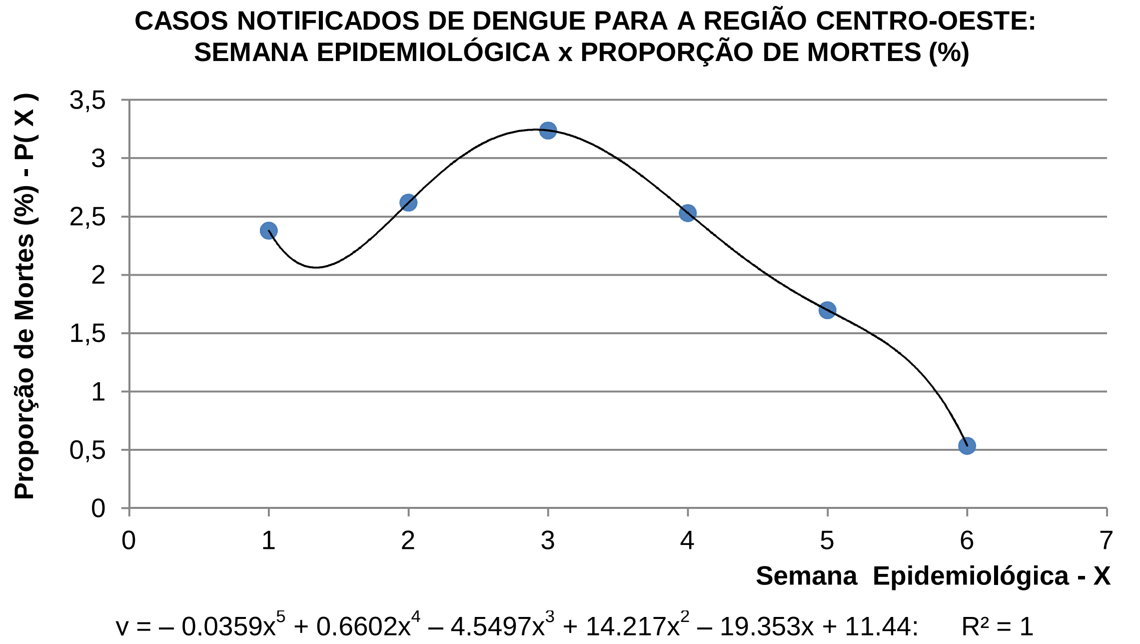


Figura 31 – Modelo Matemático: Semana Epidemiológica da Região Centro-oeste x Proporção de Mortes (%)
Fonte: Autores

O modelo matemático obtido é uma função polinomial de quinto grau:

$$\mathbf{y = -0{,}0359x^5 + 0{,}6602x^4 - 4{,}5497x^3 + 14{,}217x^2 - 19{,}353x + 11{,}44} \qquad (16)$$

Com essa solução obtida faz-se a validação por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 12 – Validação do Modelo Matemático: Semana Epidemiológica da Região Centro-oeste x Proporção de Mortes (%)

Semana Epidemiológica – X	Proporção de Mortes (%) – P(X)	P(X) obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
1. Janeiro	2,379485321%	2,3786	0,000885321	0,00681016%
2. Fevereiro	2,619541787%	2,6188	0,000741787	0,005706051%
3. Março	3,237786383%	3,2446	0,006813617	0,052412436%
4. Abril	2,530016596%	2,5688	0,038783404	0,298333874%
5. Maio	1,697754717%	1,825	0,127245283	0,978809872%
6. Junho	0,535415196%	0,8596	0,324184804	2,49372926%
Total	**13**	**13,4954**	**0,4954**	**3,810769231%**

Fonte: Autores

A validação do modelo matemático obtido para a relação entre a semana epidemiológica e a proporção de mortes tem-se ao analisar a similaridade entre os resultados obtidos dos casos notificados de dengue e os dados observados. Nota-se que o erro estimado para esse modelo é abaixo de 2,5% e a margem estimada para o erro geral é inferior a 3,82%. Então, pode-se dizer que a solução do problema obtida expõe aproximações que satisfazem esses casos notificados.

Na sequência, tem-se o problema 7 procurando ressaltar a relação entre os casos notificados para a região Centro-oeste e a proporção de mortes.

<u>Formulação do Problema 7:</u>

- *Qual é a relação entre a região Centro-oeste e a proporção de mortes? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*

Observa-se a solução obtida para esse problema:

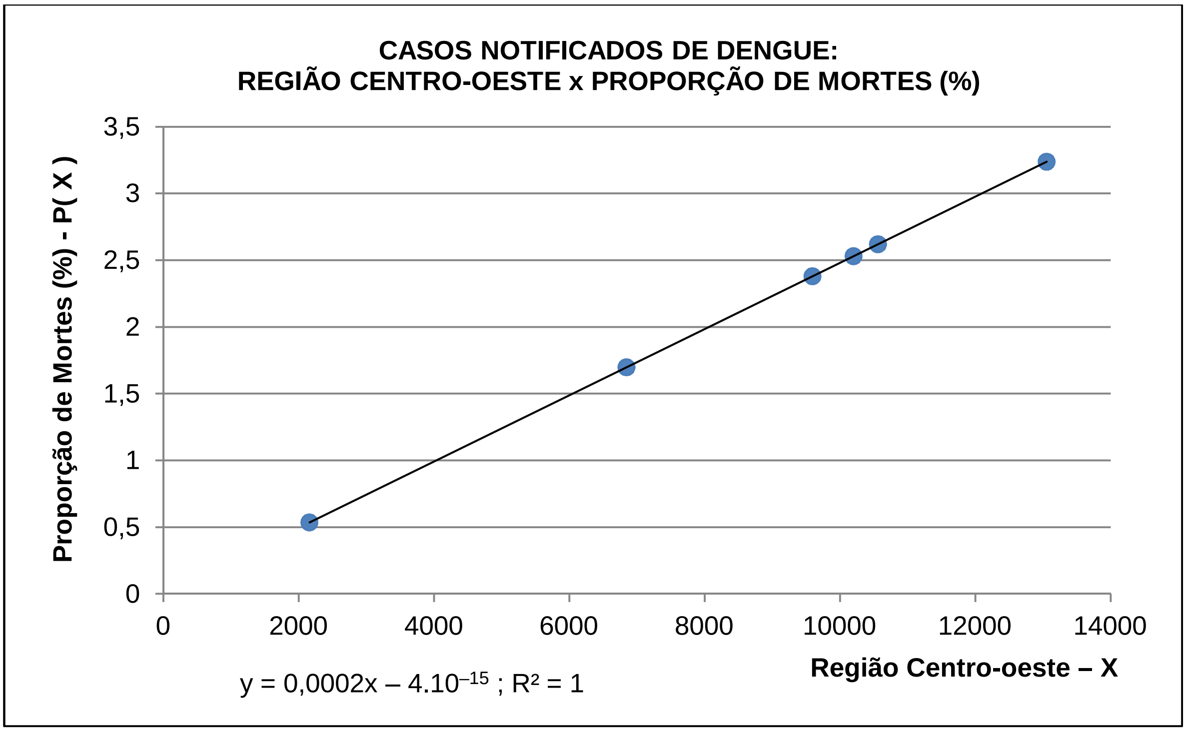


Figura 32 – Modelo Matemático: Região Centro-oeste x Proporção de Mortes (%)
Fonte: Autores

A solução do problema obtida no Excel, ou seja, a função polinomial de primeiro grau é uma função linear, isto é, y = 0,0002x – 4E – 15, a qual equivale a:

$$\mathbf{y = 0,0002x - 4.10^{-15}} \qquad (17)$$

A validação desse modelo é feita por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 13 – Validação do Modelo Matemático: Região Centro-oeste x Proporção de Mortes (%)

Região Centro-oeste – X	Proporção de Mortes (%) – P(X)	P(X) obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
9595	2,379485321%	1,919	0,460485321	0,000878437%
10563	2,619541787%	2,1126	0,506941787	0,000967059%
13056	3,237786383%	2,6112	0,626586383	0,001195297%
10202	2,530016596%	2,0404	0,489616596	0,000934009%
6846	1,697754717%	1,3692	0,328554717	0,000626762%
2159	0,535415196%	0,4318	0,103615196	0,00019766%
52421	**13**	**10,4842**	**2,5158**	**0,004799222%**

Fonte: Autores

A validação da solução do problema obtida para esses casos notificados de dengue tem-se ao verificar a semelhança entre os resultados obtidos e os dados reais. Logo, observa-se que o erro estimado para essa solução é abaixo de 0,001% e o erro geral estimado é em torno de 0,004%, isso demonstra que a função linear obtida responde o problema formulado, pois o erro percentual é aceitável.

Ao desenvolver essas atividades de Modelagem apresentadas, os participantes desta irão notar que todos os modelos matemáticos obtidos para os casos notificados de dengue apresentaram $R^2=1$, isto é, coeficiente de determinação do modelo igual a um. Desse modo, pode-se inferir que apresentam proximidades com dados reais tornando-os válidos para as soluções dos problemas.

Na sequência, tem-se o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática para os Casos Graves Confirmados de Dengue por Região (2011), de acordo com a tabela 5, os problemas 8, 9 e 10:

<u>Formulação do Problema 8:</u>

- *Que modelo matemático representa a relação entre as regiões brasileiras e os casos graves confirmados por dengue?*

A seguir, serão descritas como obter soluções para os problemas dos Casos Graves Confirmados de Dengue por Região (2011):

Orientação para a Resolução do Problema no Excel: Modelo Matemático para os Casos Graves Confirmados por Dengue

Resolução do Problema – Modelo Matemático:

1) Definir as Variáveis: Colocar nomes nas variáveis dependente Y e independente X, e apresentar símbolos para as mesmas. **Veja:**

Variável independente X = Regiões – R

Variável dependente Y = Total de Casos Graves – T

2) Tabular os Dados: Digitar em cada coluna os dados das variáveis na planilha de cálculo do *Microsoft Office Excel.* **Veja:**

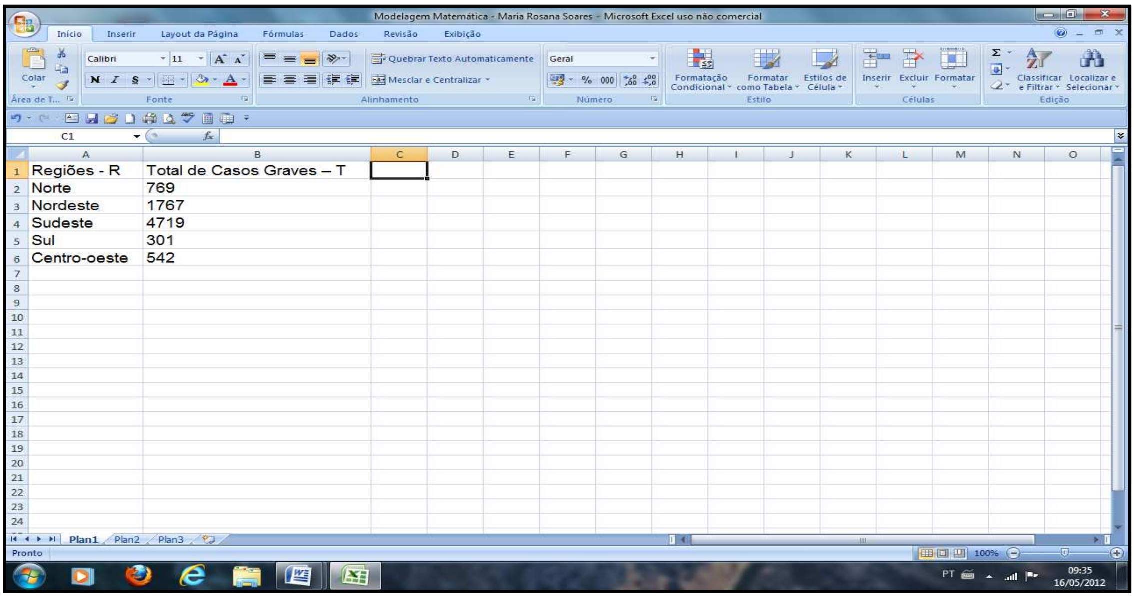


Figura 33 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Tabulando os Dados
Fonte: Autores

O levantamento e seleção de dados são inseridos na planilha de cálculo do Excel, visto que é trabalhado somente um assunto por vez para facilitar sua organização na planilha e entendimento do assunto abordado.

3) <u>Tipo do Gráfico:</u> Com os dados selecionados, escolha a opção "inserir", gráfico de "dispersão" conhecido como gráfico XY, e seleciona o primeiro tipo de gráfico que está a esquerda. **Veja:**

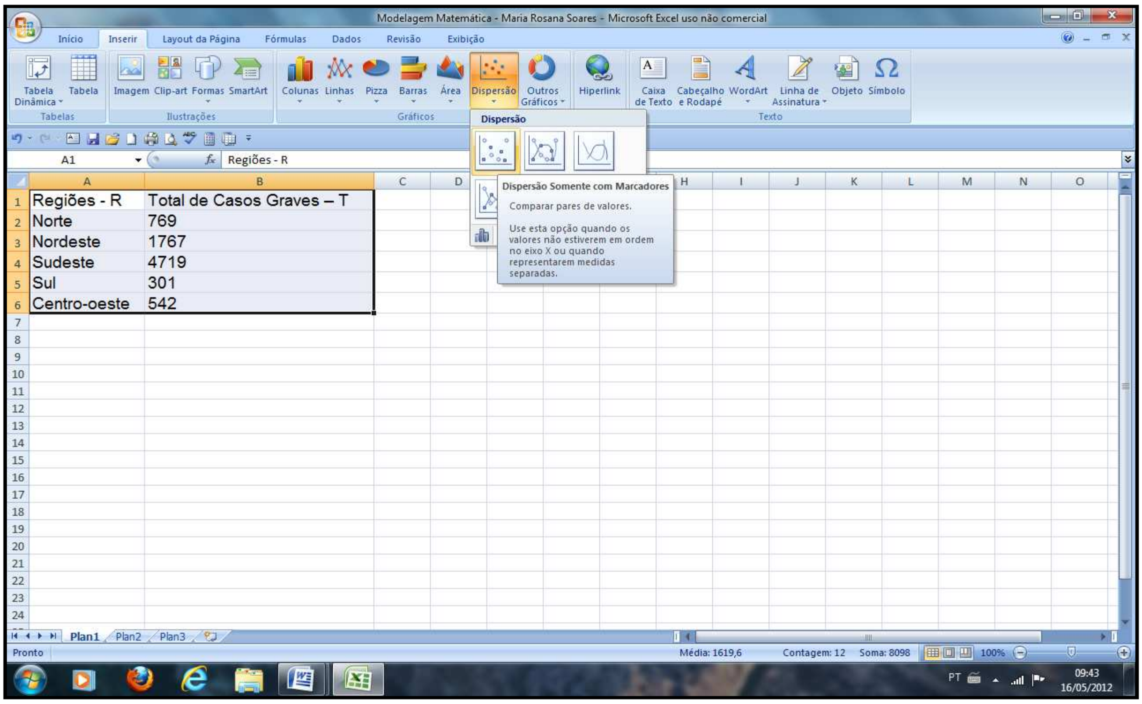


Figura 34 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Tipo do Gráfico
Fonte: Autores

Que resultou do seguinte modo:

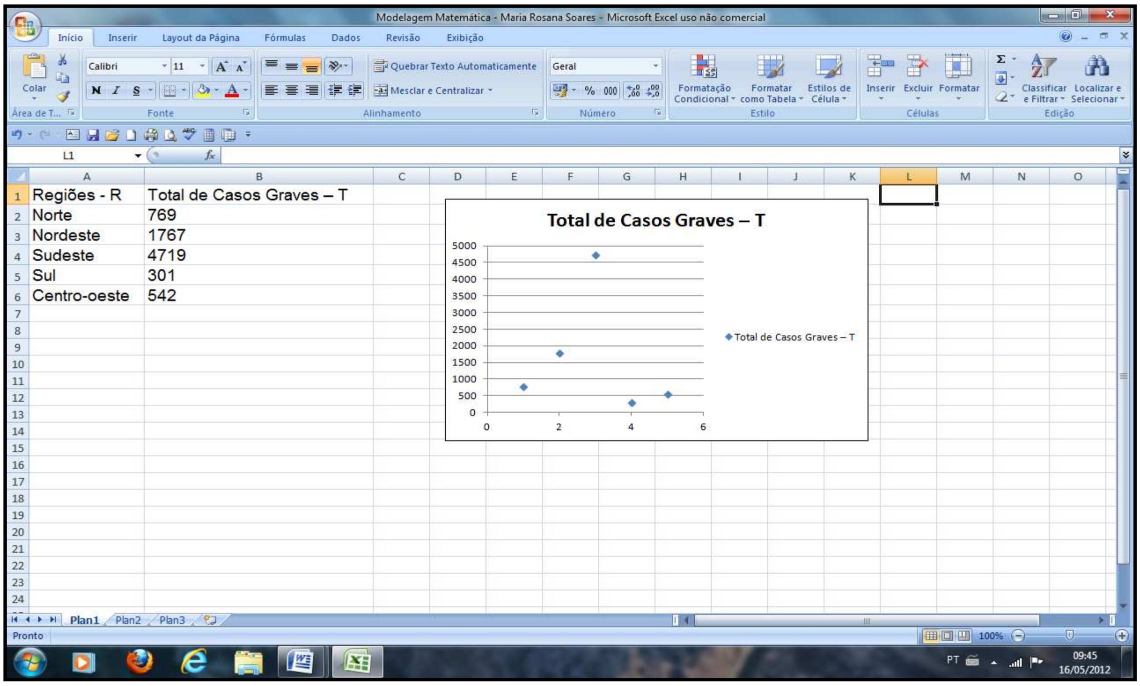


Figura 35 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Inserindo os pontos no gráfico
Fonte: Autores

4) <u>Organizar a Área do Gráfico:</u> Para ter melhor visualização no gráfico, pode excluir a "caixa de texto" que está a direita, para isso selecione a caixa e "delete". Depois disso, selecionar os "eixo X" e "eixo Y" para aumentar a fonte (tamanho). **Veja:**

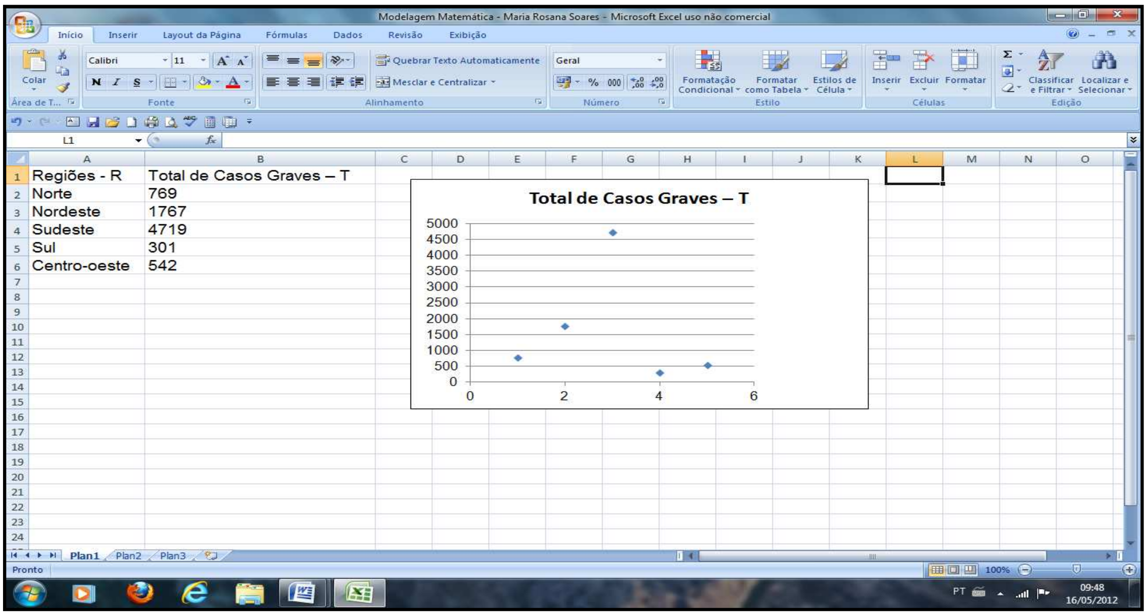


Figura 36 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Organizando a área do gráfico
Fonte: Autores

5) <u>Formatar o Eixo X:</u> Se for necessário, clicar em cima do eixo X com o botão auxiliar do mouse (botão direito) e selecionar "formatar eixo", "opções de eixo", "unidade principal", "fixo" e digitar "1", e por fim "fechar". **Veja:**

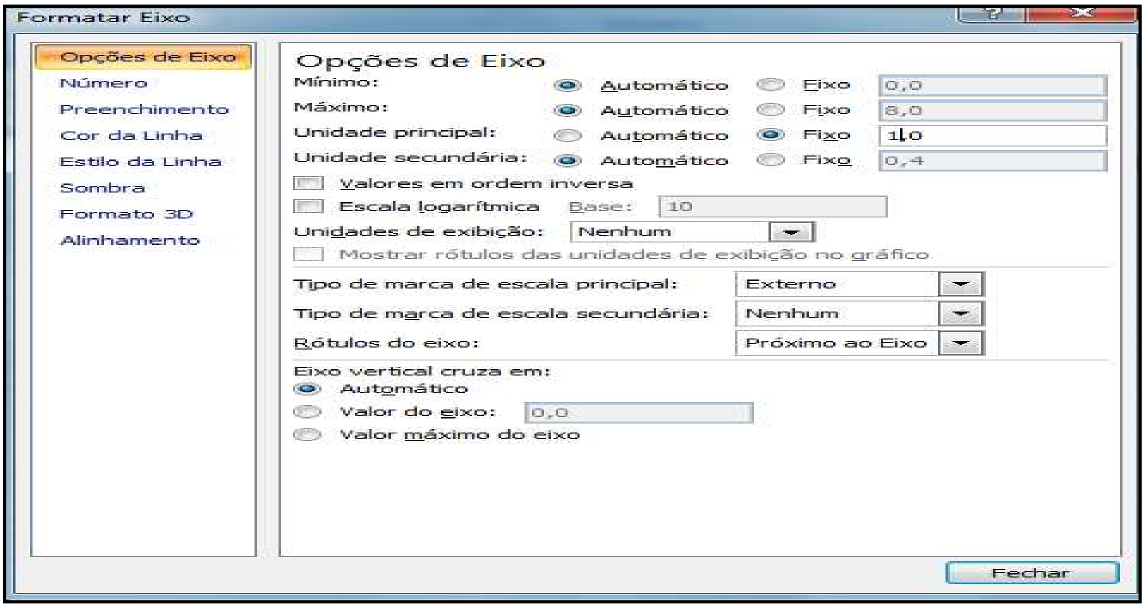


Figura 37 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Formatando o eixo X
Fonte: Autores

Que resultou da seguinte maneira:

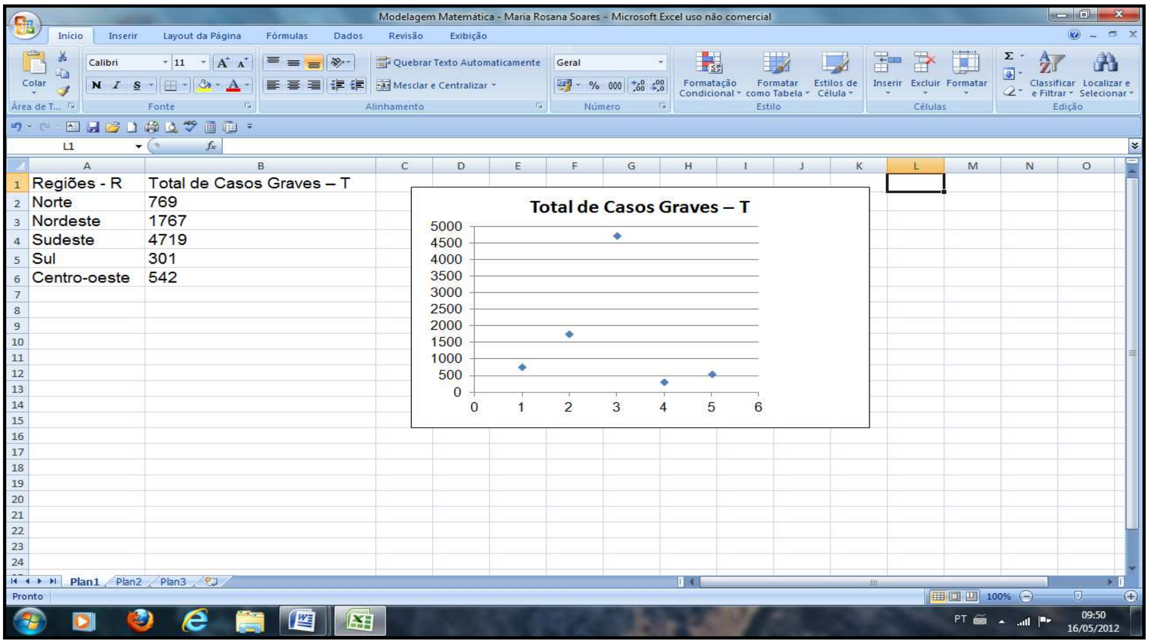


Figura 38 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Eixo X formatado
Fonte: Autores

6) **<u>Inserir Caixa de Texto:</u>** Selecionar as opções "inserir" e "caixa de texto" para inseri-la no gráfico e digitar os nomes que foram escolhidos para as variáveis X e Y no primeiro item "definir as variáveis" desta orientação para a resolução do problema. Se for necessário, pode fazer modificações aqui e também no primeiro item, e depois são feitas algumas configurações e ajustes na área do gráfico. **Veja:**

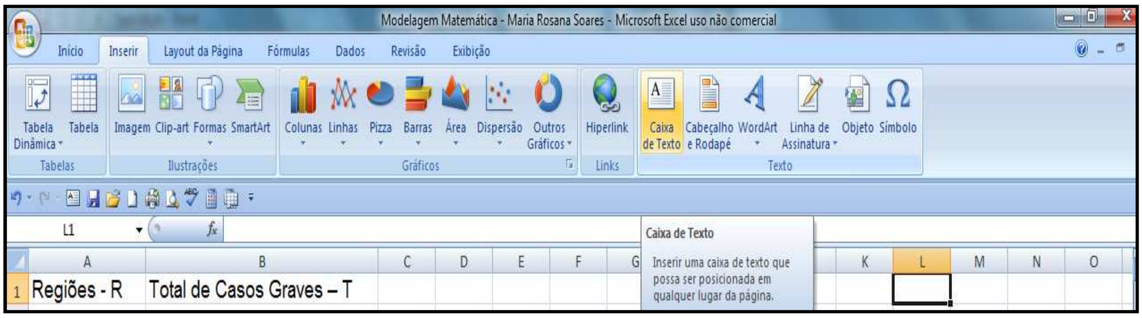


Figura 39 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Inserindo a caixa de texto
Fonte: Autores

Que resultou do modo a seguir:

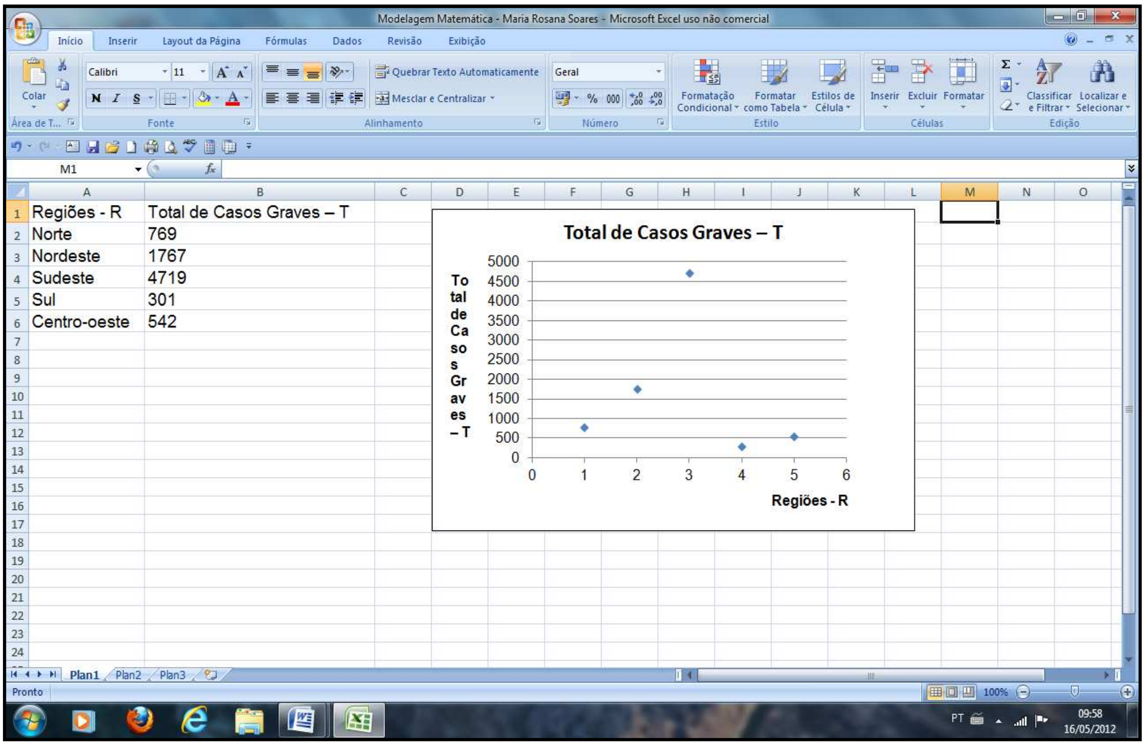


Figura 40 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Inserindo os nomes das variáveis X e Y na caixa de texto
Fonte: Autores

7) <u>Formatar o Eixo Y:</u> Para ter melhor visualização do eixo Y seleciona-o e escolha a opção "girar o texto para cima". **Veja:**

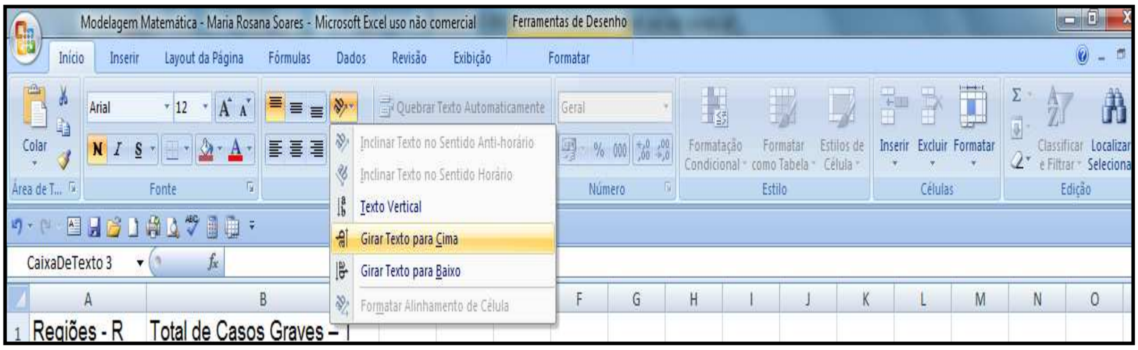


Figura 41 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Formatando o eixo Y
Fonte: Autores

8) <u>Inserir Título no Gráfico:</u> Observa-se que o título está com o mesmo nome do eixo Y. É necessário modificar o "título no gráfico" deixando claro a que ele se refere, sendo de acordo com o tema escolhido para a atividade de Modelagem e as variáveis envolvidas que foram definidas para os eixos X e Y. **Veja:**

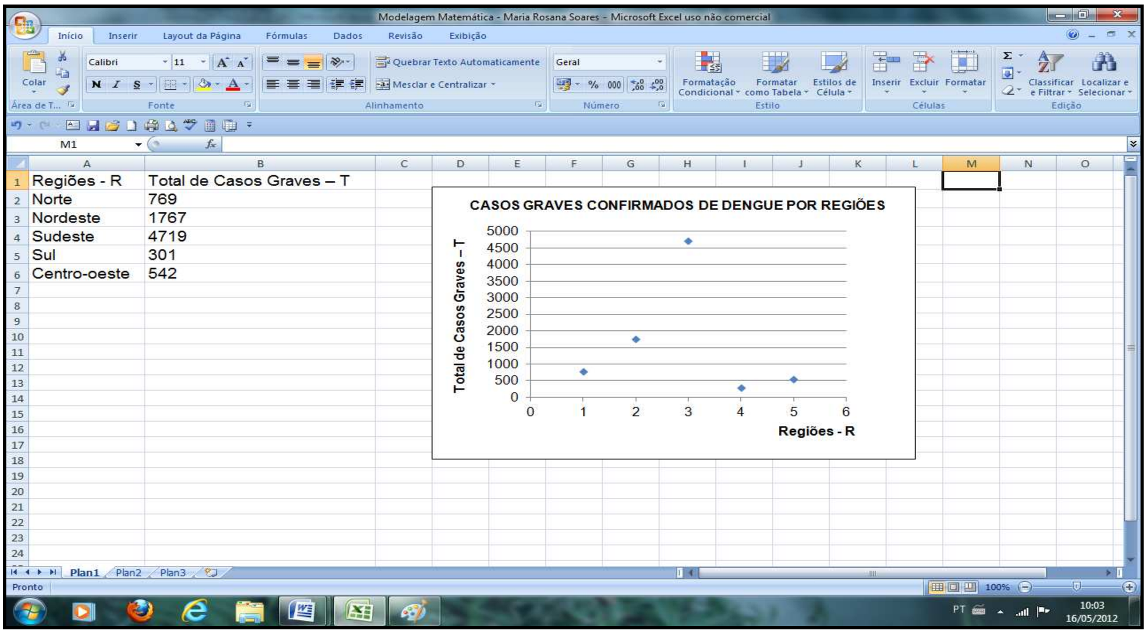


Figura 42 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Inserindo o título no gráfico
Fonte: Autores

9) **<u>Traçar a Linha do Gráfico:</u>** Clicar somente em "um dos pontos do gráfico" (todos ficarão selecionados), sobre um ponto, clicar com o botão auxiliar do mouse em "adicionar linha de tendência" e apresentará "formatar linha de tendência" e "opções de linha de tendência". Ao abrir a janela de "opções de linha de tendência", clique nas opções "exibir equação no gráfico" e "exibir valor de R-quadrado no gráfico" para deixá-las ativadas. **Veja:**

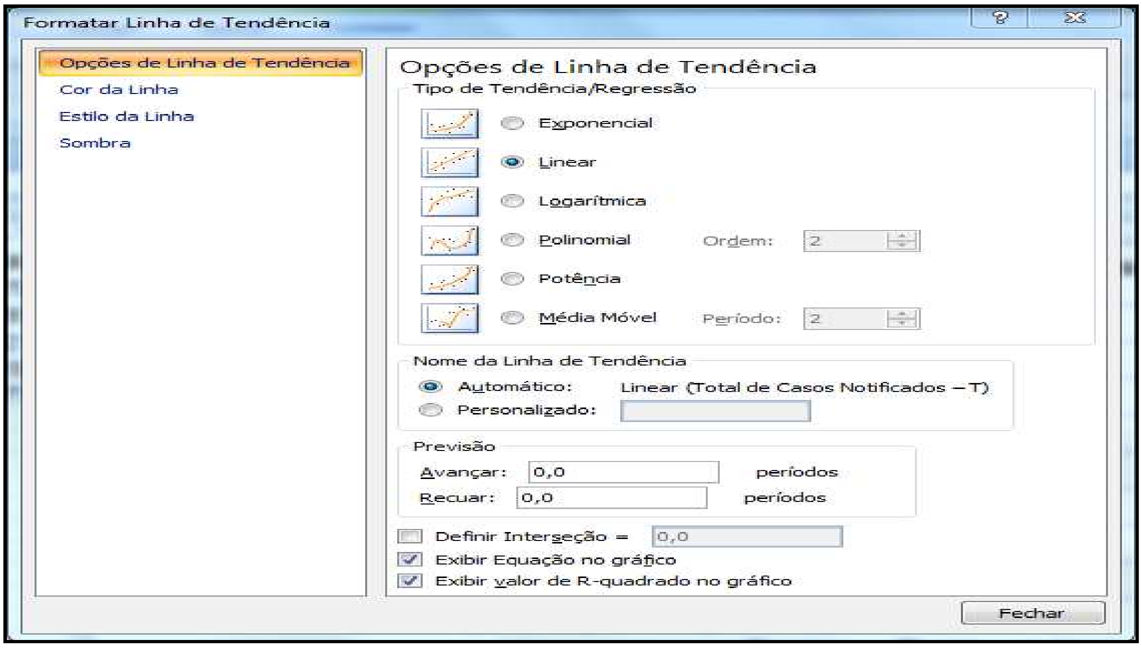


Figura 43 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Linha de tendência do gráfico
Fonte: Autores

A equação e o R-quadrado (R^2) serão exibidos na própria área do gráfico (meio do gráfico) sendo que é necessário entender o significado do R^2, o qual já foi explicado nesta orientação.

10) <u>Obter o Modelo Matemático – Representação Matemática:</u> Com as opções de linha de tendência sendo exponencial, linear, logarítmica, polinomial (permite mexer na ordem – grau do polinômio), potência ou média móvel, precisa-se analisar qual dessas linhas é a que passa em todos os pontos do gráfico ou na maioria. Simultaneamente, observa-se no gráfico qual é a linha de tendência que apresenta R^2 = 1 (ou mais próximo de um). **Veja:**

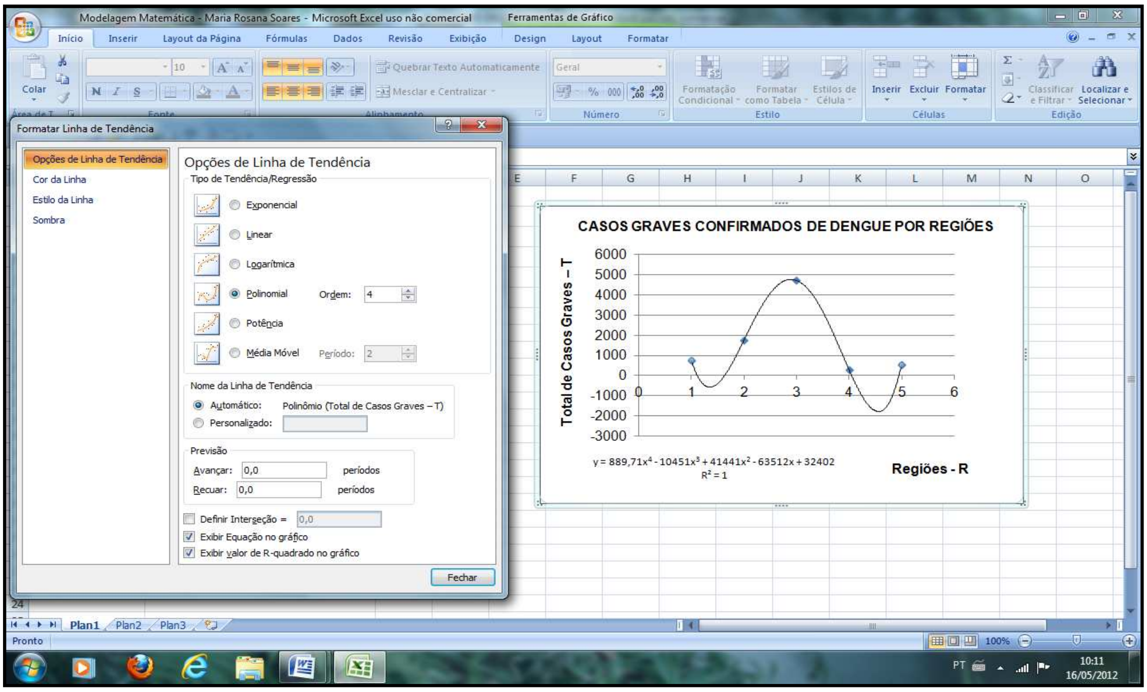


Figura 44 – Resolução do Problema para os Casos graves por dengue: Obtenção do modelo matemático
Fonte: Autores

Nesse momento, o(a) professor(a) pode orientar aos alunos para mexerem na ordem do polinômio para perceber que esta linha irá apresentar R^2 = 1, ao obter o polinômio de quarta ordem (quarto grau), o qual é o modelo matemático.

11) <u>Formatar os Pontos do Gráfico:</u> Clicar somente em “um dos pontos do gráfico” (todos ficarão selecionados), sobre um ponto, clicar com o botão auxiliar do mouse em “formatar série de dados”, “opção de marcador” e escolher o tipo do marcador sendo “interno” (desenho mais redondo) considerando o tamanho em torno de 4 à 6. **Veja:**

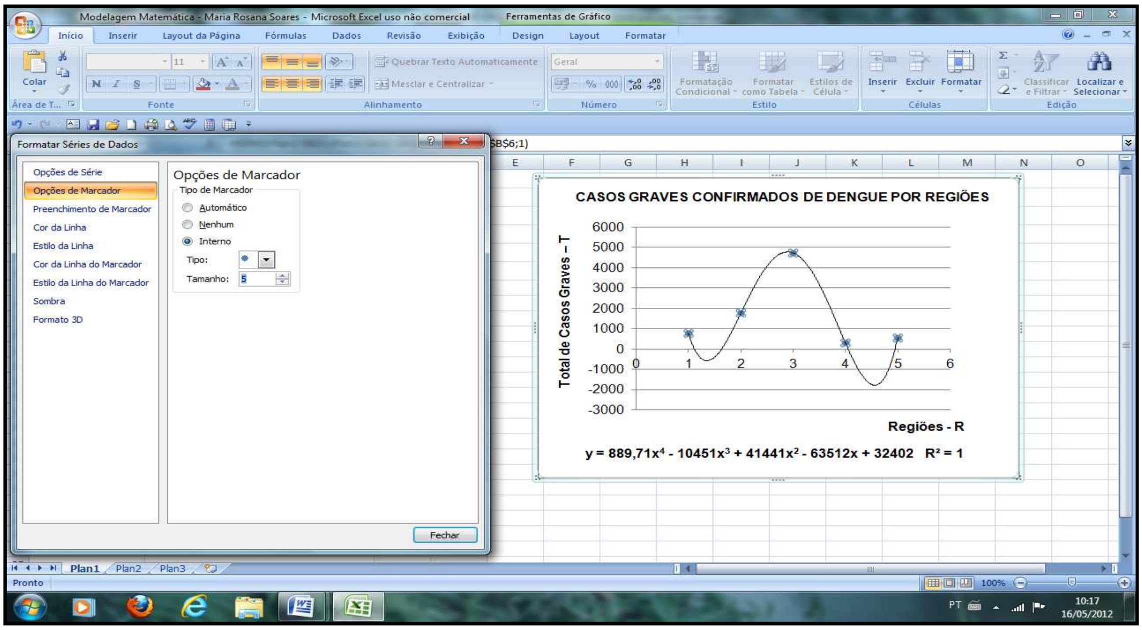


Figura 45 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Formatando os pontos do gráfico
Fonte: Autores

Nesta etapa, é importante escolher o tamanho ideal para o ponto do gráfico, inserir e formatar caixa de texto dentro do gráfico (se for necessário) e formatar a área do gráfico, os quais já foram orientados.

12) **<u>Solução do Problema:</u>** O modelo matemático obtido representa a solução problema, e todo desenvolvimento da Modelagem Matemática é valorizado para a compreensão da resolução do problema e ao ensino e aprendizagem. **Veja:**

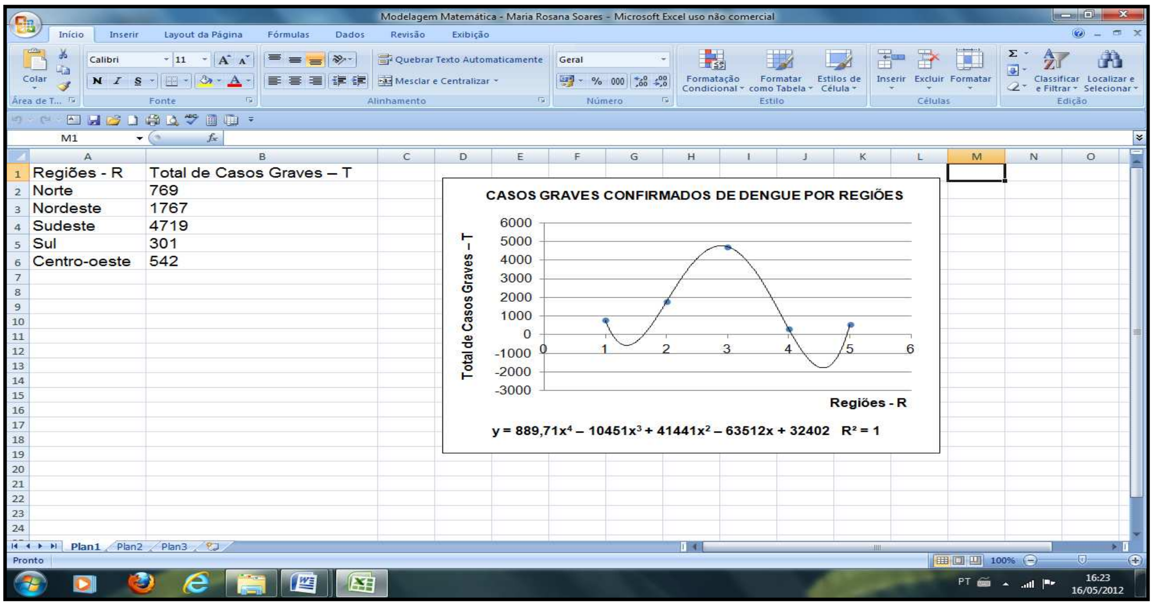


Figura 46 – Resolução do Problema para os Casos Graves por Dengue: Solução do Problema
Fonte: Autores

A partir dessas considerações, para a obtenção do modelo matemático no Excel, o(a) professor(a) pode se fundamentar nessas orientações para desenvolver as demais atividades de Modelagem e elaborar novas aplicações para aplicá-las em sala de aula.

Para compreender esse problema, segue a representação matemática obtida para os casos graves por dengue:

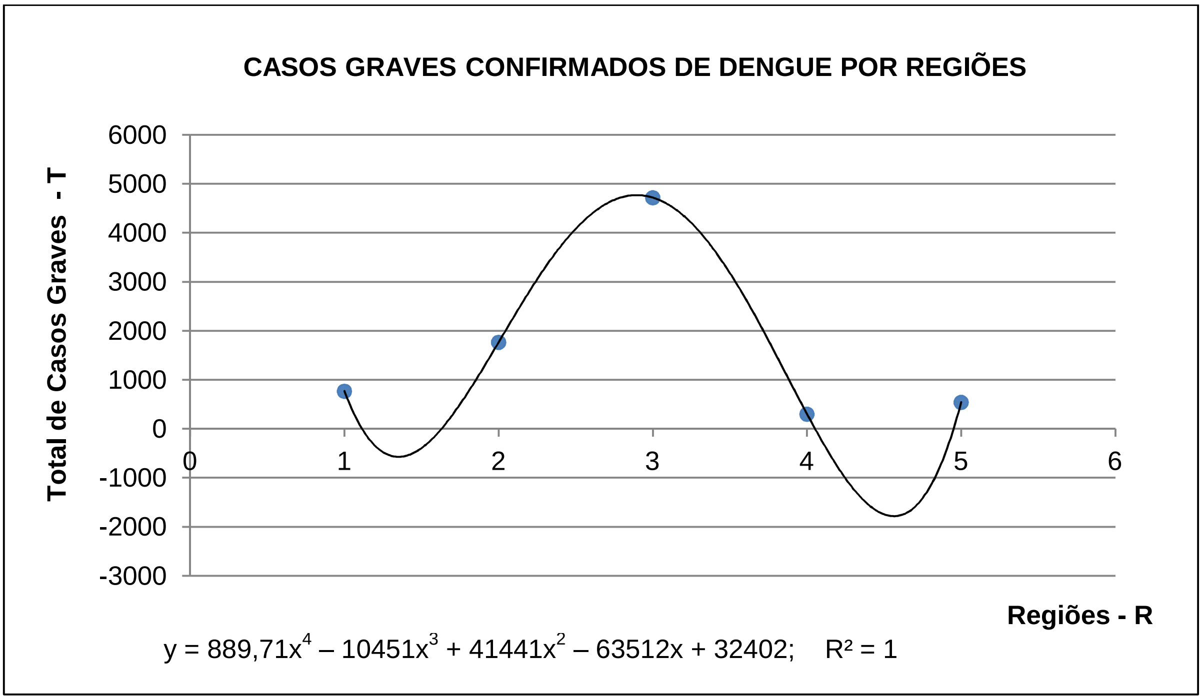


Figura 47 – Modelo Matemático para os Casos Graves Confirmados de Dengue por Região
Fonte: Autores

A representação matemática obtida para os casos graves confirmados de dengue por regiões do país é uma função polinomial de quarto grau:

$$\mathbf{y = 889{,}71x^4 - 10451x^3 + 41441x^2 - 63512x + 32402} \qquad (18)$$

Após obter esse modelo matemático é analisado se ele pode ser aceito, ou seja, se a solução do problema é válida. Para efeito de compreensão, tem-se a orientação para a validação do modelo matemático obtido para os casos graves confirmados por dengue, visto que as seguintes descrições podem ser feitas de diferentes modos ao utilizar a calculadora e/ou Excel:

Orientação para a Resolução do Problema: Validação do Modelo Matemático Obtido para os Casos Graves Confirmados por Dengue

As validações podem ser desenvolvidas sem ou com o uso do computador.

Resolução do Problema – Validação do Modelo Matemático:

- Validação da região Norte, 1ª região de casos graves, logo x = 1:

$y = 889{,}71\ x^4 – 10451\ x^3 + 41441\ x^2 – 63512\ x + 32402$

$y = 889{,}71 – 10451 + 41441 – 63512 + 32402$

$y = 769{,}71$

l **Erro do modelo l =** l casos graves confirmados por dengue para a região Norte – casos graves desta região obtidos pelo modelo l = l 769,71 – 769 l = 0,71

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{\mathrm{x}} = \frac{\text{total de casos graves confirmados por dengue no país}}{\text{erro do modelo}}$

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{\mathrm{x}} = \frac{8098}{0{,}71}$ Logo, x ≅ 0,00877%

- Validação da região Nordeste, 2ª região de casos graves, logo x = 2:

$y = 889{,}71\ x^4 – 10451\ x^3 + 41441\ x^2 – 63512\ x + 32402$

$y = 14235{,}36 – 83608 + 165764 – 127024 + 32402$

$y = 1769{,}36$

l **Erro do modelo l =** l casos graves confirmados por dengue para a região Nordeste – casos graves desta região obtidos pelo modelo l = l 1767 – 1769,36 l = 2,36

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{\mathrm{x}} = \frac{8098}{2{,}36}$ Logo, x ≅ 0,02914%

- Validação da região Sudeste, 3ª região de casos graves, logo x = 3:

$y = 889{,}71\ x^4 – 10451\ x^3 + 41441\ x^2 – 63512\ x + 32402$

$y = 72066{,}51 – 282177 + 372969 – 190536 + 32402$

$y = 4724{,}51$

l **Erro do modelo l =** l casos graves confirmados por dengue para a região Sudeste – casos graves desta região obtidos pelo modelo l = l 4719 – 4724,51 l = 5,51

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{\mathrm{x}} = \frac{8098}{5{,}51}$ Logo, x ≅ 0,06804%

- Validação da região Sul, 4ª região de casos graves, logo x = 4:

$y = 889{,}71\ x^4 - 10451\ x^3 + 41441\ x^2 - 63512\ x + 32402$

$y = 227765{,}76 - 668864 + 663056 - 254048 + 32402$

$y = 311{,}76$

l Erro do modelo l = l casos graves confirmados por dengue para a região Sul – casos graves desta região obtidos pelo modelo l = l 301 – 311,76 l = 10,76

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{8098}{10{,}76}$ Logo, $x \cong 0{,}13287\%$

- Validação da região Centro-oeste, 5ª região de casos graves, logo x = 5:

$y = 889{,}71\ x^4 - 10451\ x^3 + 41441\ x^2 - 63512\ x + 32402$

$y = 556068{,}75 - 1306375 + 1036025 - 317560 + 32402$

$y = 560{,}75$

l Erro do modelo l = l casos graves confirmados por dengue para a região Centro-oeste – casos graves desta região obtidos pelo modelo l = l 542 – 560,75 l = 18,75

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{8098}{18{,}75}$ Logo, $x \cong 0{,}23154\%$

A validação do erro geral do modelo matemático obtido para os casos graves confirmados por dengue no país pode ser feita da seguinte maneira:

l Erro Geral do modelo l = l total dos casos graves confirmados por dengue – total dos casos graves obtido pelo modelo l **=** l 8098 – 8136,09 l = 38,09

Erro geral do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{\text{total de casos graves confirmados por dengue no país}}{\text{erro geral do modelo}}$

Erro geral do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{8098}{38{,}09}$ Logo, $x \cong 0{,}47036\%$

A partir dessas orientações, os professores podem notar que para fazer as próximas validações sobre casos graves por dengue é possível adotar essas mesmas ideias apresentadas, assim como fazer outros desenvolvimentos, e obtendo a mesma solução ou aproximada.

A validação do modelo obtido para o problema 6 pode ser feita por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 14 – Validação do Modelo Matemático para os Casos Graves Confirmados de Dengue por Região

Número – N	Regiões – R	Total de Casos Graves – T	T obtido no Modelo	Erro do Modelo	Erro do Modelo (%)
1	Norte	769	769,71	0,71	0,00877%
2	Nordeste	1767	1769,36	2,36	0,02914%
3	Sudeste	4719	4724,51	5,51	0,06804%
4	Sul	301	311,76	10,76	0,13287%
5	Centro-oeste	542	560,75	18,75	0,23154%
------	**Total**	**8098**	**136,09**	**38,09**	**0,47036%**

Fonte: Autores

A validação da representação matemática obtida para os casos graves por dengue tem-se ao observar a proximidade entre os resultados obtidos desses casos e os dados de origem. Desse modo, o erro estimado é satisfatório, pois é inferior a 0,25% e o erro geral estimado é cerca de 0,48%. Assim, pode-se inferir que o modelo matemático obtido mostra boa aproximação para esses casos graves sendo em diferentes regiões do país.

A seguir, tem-se o problema 9 e o modelo matemático desenvolvido para os casos graves por dengue:

<u>Formulação do Problema 9:</u>

- *Qual é a relação entre as regiões do país e a proporção dos casos graves por dengue? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*

Para responder essa pergunta, tem-se a relação matemática obtida para os casos graves por dengue:

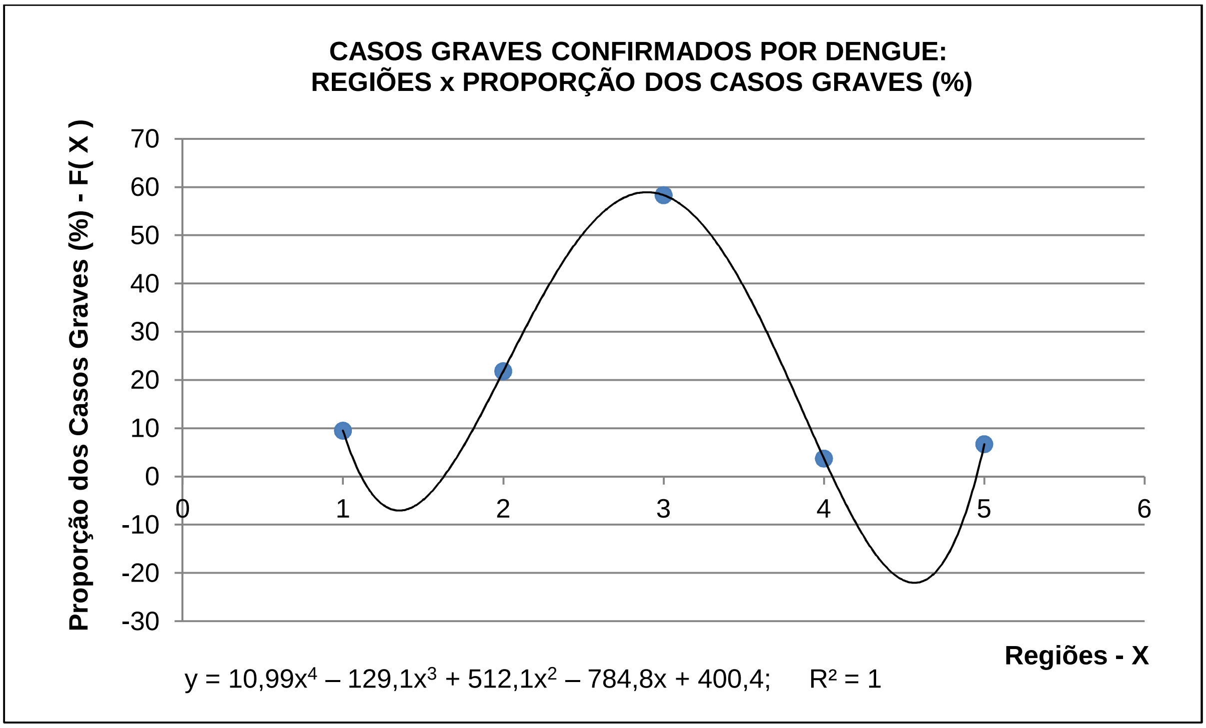


Figura 48 – Modelo Matemático: Regiões x Proporção dos Casos Graves (%)
Fonte: Autores

A relação matemática é uma função polinomial de quarto grau:

$$y = 10{,}99x^4 - 129{,}1x^3 + 512{,}1x^2 - 784{,}8x + 400{,}4 \qquad (19)$$

A validação desse modelo é feita por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 15 – Validação do Modelo Matemático: Regiões x Proporção dos Casos Graves (%)

Regiões – R	Proporção dos Casos Graves (%) – F(X)	F(X) obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
1. Norte	9,50321305%	9,59	0,08678695	0,001072503%
2. Nordeste	21,83638161%	22,24	0,403618389	0,004987869%
3. Sudeste	58,31685615%	59,39	1,073143846	0,013261788%
4. Sul	3,719723183%	5,84	2,120276817	0,026202136%
5. Centro-oeste	6,697973307%	400,4	393,7020267	4,865324106%
Total	**100,0741473%**	**497,46**	**397,3858527**	**4,910848402%**

Fonte: Autores

A validação do modelo matemático encontrado para a relação entre as regiões e a proporção dos casos tem-se ao comparar os resultados obtidos dos casos graves por dengue com os dados observados. Nota-se que o erro estimado para esse modelo é abaixo de 4,87% e a margem estimada para o erro geral é inferior a 4,92%. Então, pode-se dizer que a relação matemática obtida apresenta aspectos semelhantes com os dados reais tornando-a adequada para a solução do problema.

A seguir, tem-se o problema 10 que busca mostrar a relação entre os casos graves por dengue e a proporção destes casos:

<u>Formulação do Problema 10:</u>

- *Qual é a relação entre os casos graves por dengue e a proporção destes casos? Que modelo matemático pode expressar essa relação?*

Para obter essa resposta, analisa-se a seguinte expressão matemática:

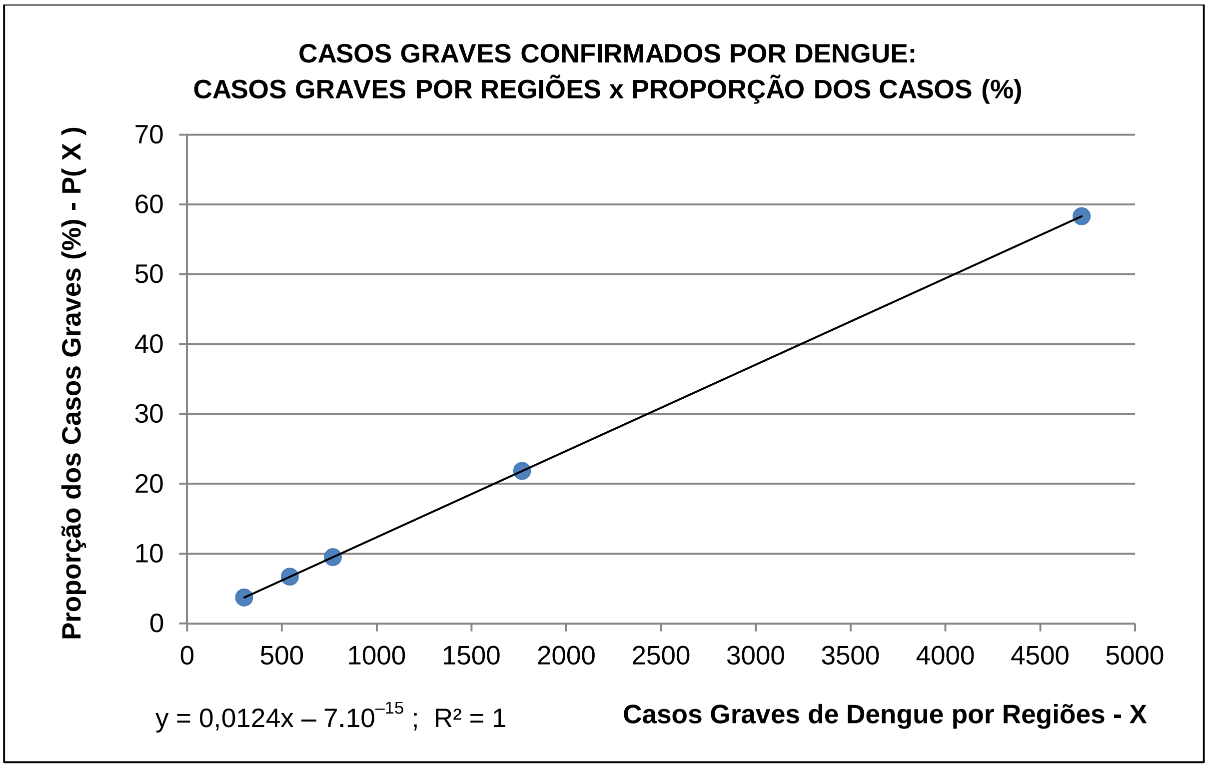


Figura 49 – Modelo Matemático: Casos Graves de Dengue por Regiões x Proporção dos Casos Graves (%)
Fonte: Autores

A expressão matemática obtida no Excel, ou seja, a função polinomial de primeiro grau é uma função linear, isto é, y = 0,0124x – 7E – 15, a qual equivale a:

$$\mathbf{y = 0{,}0124x - 7.10^{-15}} \qquad (20)$$

Verifica-se a aceitação desse modelo por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 16 – Validação do Modelo Matemático: Casos Graves de Dengue por Regiões x Proporção dos Casos Graves (%)

Casos Graves de Dengue por Regiões – X	Proporção dos Casos Graves (%) – P (X)	P (X) obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
Norte: 769	9,50321305%	9,5356	0,03238695	0,032362954%
Nordeste: 1767	21,83638161%	21,9108	0,074418389	0,07436325%
Sudeste: 4719	58,31685615%	58,5156	0,198743846	0,198596592%
Sul: 301	3,719723183%	3,7324	0,012676817	0,012667424%
Centro-oeste: 542	6,697973307%	6,7208	0,022826693	0,02280978%
Total: 8092	**100,0741473%**	**100,3408**	**0,266652694**	**0,266455125%**

Fonte: Autores

A validação da expressão matemática obtida para a relação entre as regiões e a proporção dos casos tem-se ao analisar a similaridade entre os resultados obtidos dos casos graves por dengue e os dados experimentais. Logo, verifica-se que o erro estimado para essa expressão é inferior a 0,03% e o erro geral estimado é de aproximadamente 0,26%, assim pode-se considerar a aceitação da função linear obtida diante da problematização.

Ao trabalhar com essas atividades de Modelagem, os participantes desta irão perceber que todos os modelos matemáticos obtidos para os casos graves confirmados por dengue apresentaram $R^2 = 1$, isto é, coeficiente de determinação do modelo igual a um. Assim, pode-se inferir que apresentam aproximações com os dados de origem tornando-os aceitáveis para as soluções dos problemas.

Na sequência, tem-se o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática para os Óbitos Confirmados de Dengue por Região (2011), de acordo com a tabela 6, os problemas 11, 12 e 13:

<u>Formulação do Problema 11:</u>

- *Qual é a relação entre as regiões brasileiras e os óbitos confirmados por dengue? Que modelo matemático representa essa relação?*

Para obter a solução do problema observa-se a resolução do problema para os óbitos confirmados por dengue, o qual pode ser feito de diferentes modos:

<u>Orientação para a Resolução do Problema no Excel: Modelo Matemático Obtido para os Óbitos Confirmados por Dengue</u>

Resolução do Problema – Modelo Matemático:

1) <u>Definir as Variáveis:</u> Colocar nomes nas variáveis dependente Y e independente X, e apresentar símbolos para as mesmas. **Veja:**

Variável independente X = Semana Epidemiológica – S

Variável dependente Y = Óbitos – O

2) <u>Tabular os Dados:</u> Digitar em cada coluna os dados das variáveis na planilha de cálculo do *Microsoft Office Excel.* **Veja:**

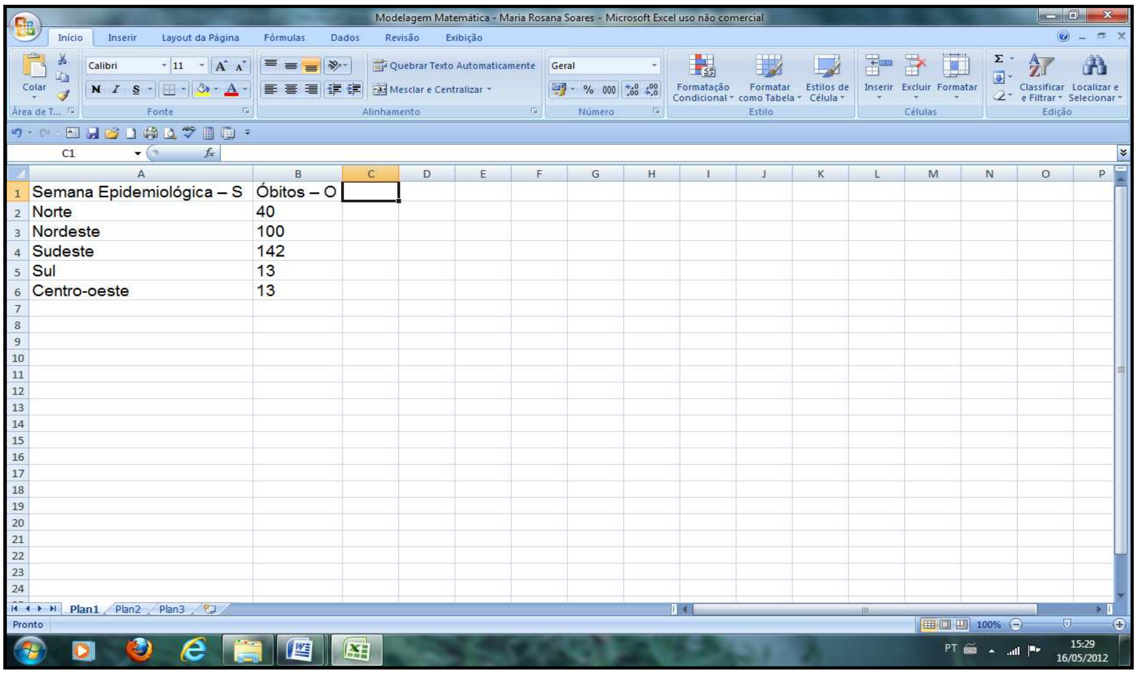


Figura 50 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Tabulando os Dados
Fonte: Autores

Para efeito de esclarecimento, o levantamento e seleção de dados são colocados na planilha de cálculo do Excel, no qual aborda apenas um tópico por vez para facilitar sua organização na planilha e compreensão do objeto de estudo.

3) <u>Tipo do Gráfico:</u> Com os dados selecionados, escolha a opção "inserir", gráfico de "dispersão" conhecido como gráfico XY, e seleciona o primeiro tipo de gráfico que está a esquerda. **Veja:**

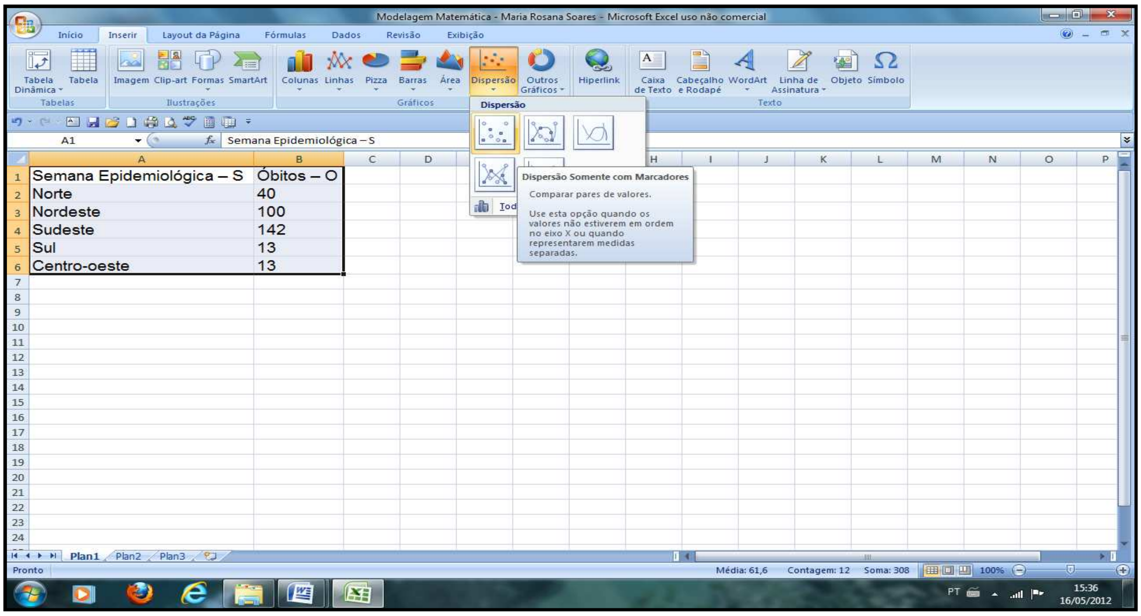


Figura 51 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Tipo do Gráfico
Fonte: Autores

Que resultou do seguinte modo:

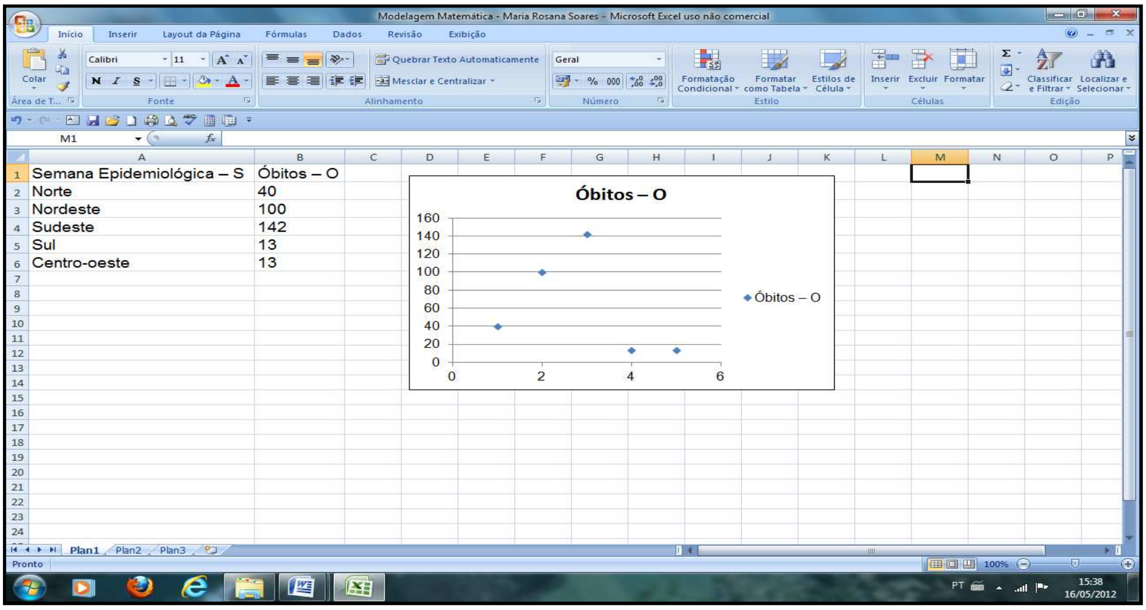


Figura 52 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Inserindo os pontos no gráfico
Fonte: Autores

4) <u>Organizar a Área do Gráfico:</u> Para ter melhor visualização no gráfico, pode excluir a "caixa de texto" que está a direita, para isso selecione a caixa e "delete". Depois disso, selecionar os "eixo X" e "eixo Y" para aumentar a fonte (tamanho). **Veja:**

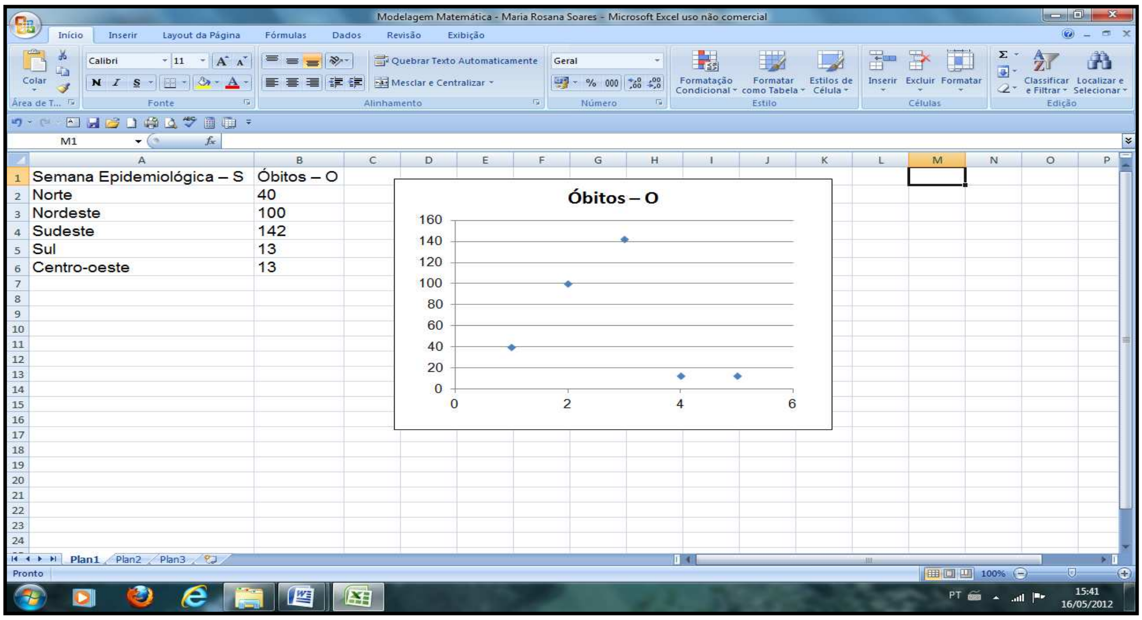


Figura 53 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Organizando a área do gráfico
Fonte: Autores

5) <u>Formatar o Eixo X:</u> Se for necessário, clicar em cima do eixo X com o botão auxiliar do mouse (botão direito) e selecionar "formatar eixo", "opções de eixo", "unidade principal", "fixo" e digitar "1", e por fim "fechar". **Veja:**

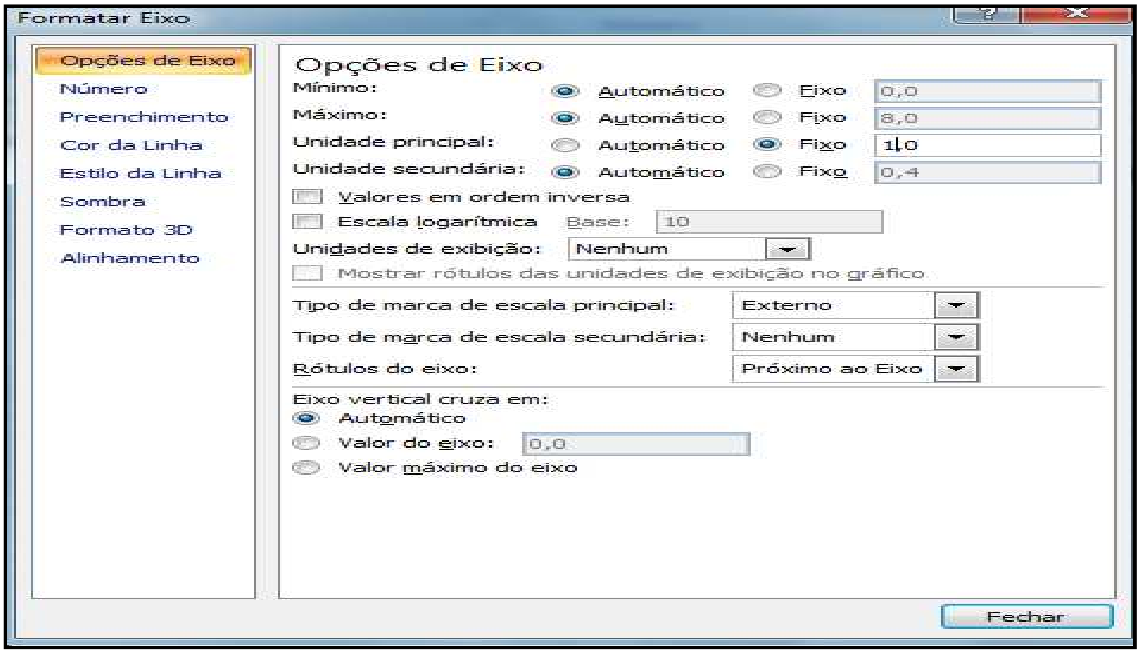


Figura 54 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Formatando o eixo X
Fonte: Autores

Que resultou da seguinte maneira:

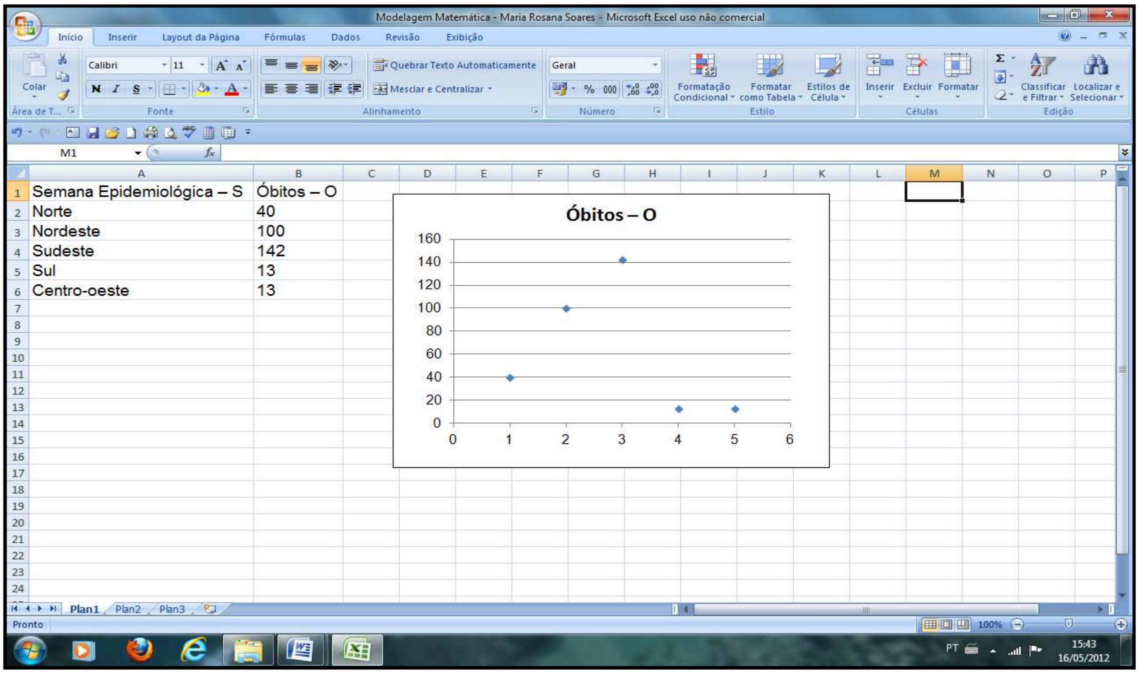


Figura 55 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Eixo X formatado
Fonte: Autores

6) **<u>Inserir Caixa de Texto:</u>** Selecionar as opções “inserir” e “caixa de texto” para inseri-la no gráfico e digitar os nomes que foram escolhidos para as variáveis X e Y no primeiro item “definir as variáveis” desta orientação para a resolução do problema. Se for necessário, pode fazer modificações aqui e também no primeiro item, e depois são feitas algumas configurações e ajustes na área do gráfico. **Veja:**

Figura 56 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Inserindo a caixa de texto
Fonte: Autores

Que resultou do modo a seguir:

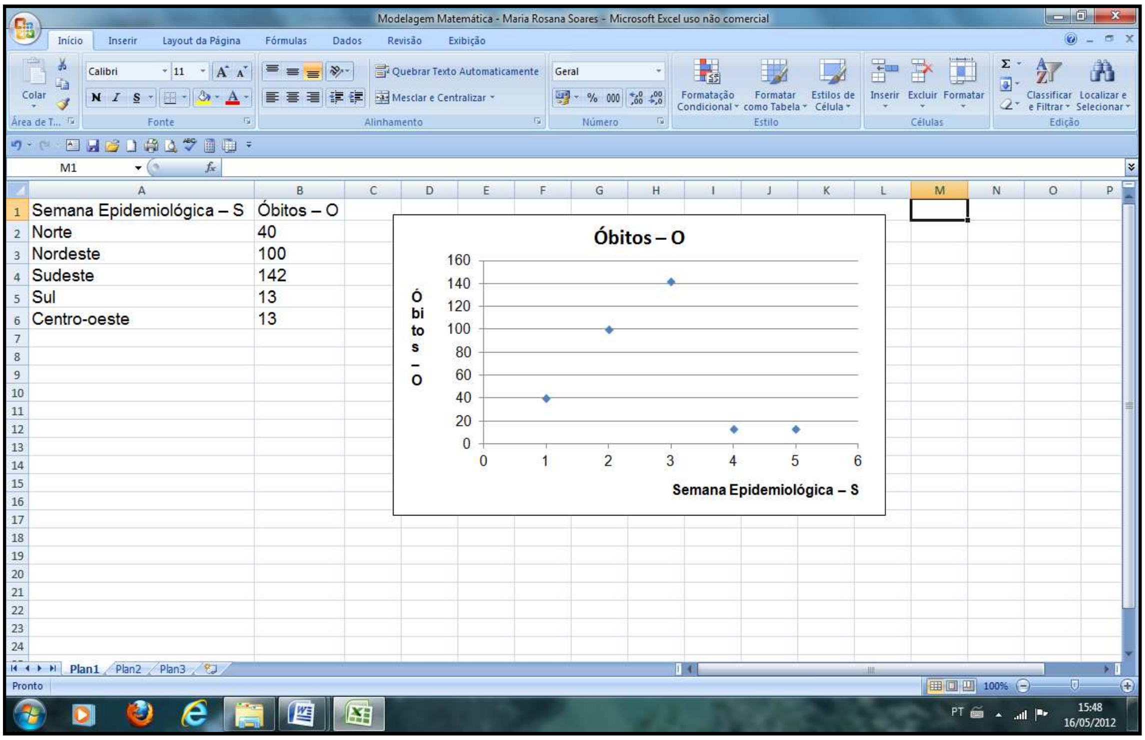


Figura 57 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Inserindo os nomes das variáveis X e Y na caixa de texto
Fonte: Autores

7) <u>Formatar o Eixo Y:</u> Para ter melhor visualização do eixo Y seleciona-o e escolha a opção "girar o texto para cima". **Veja:**

Figura 58 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Formatando o eixo Y
Fonte: Autores

8) <u>Inserir Título no Gráfico:</u> Observa-se que o título está com o mesmo nome do eixo Y. É necessário modificar o "título no gráfico" deixando claro a que ele se refere, sendo de acordo com o tema escolhido para a atividade de Modelagem e as variáveis envolvidas que foram definidas para os eixos X e Y. **Veja:**

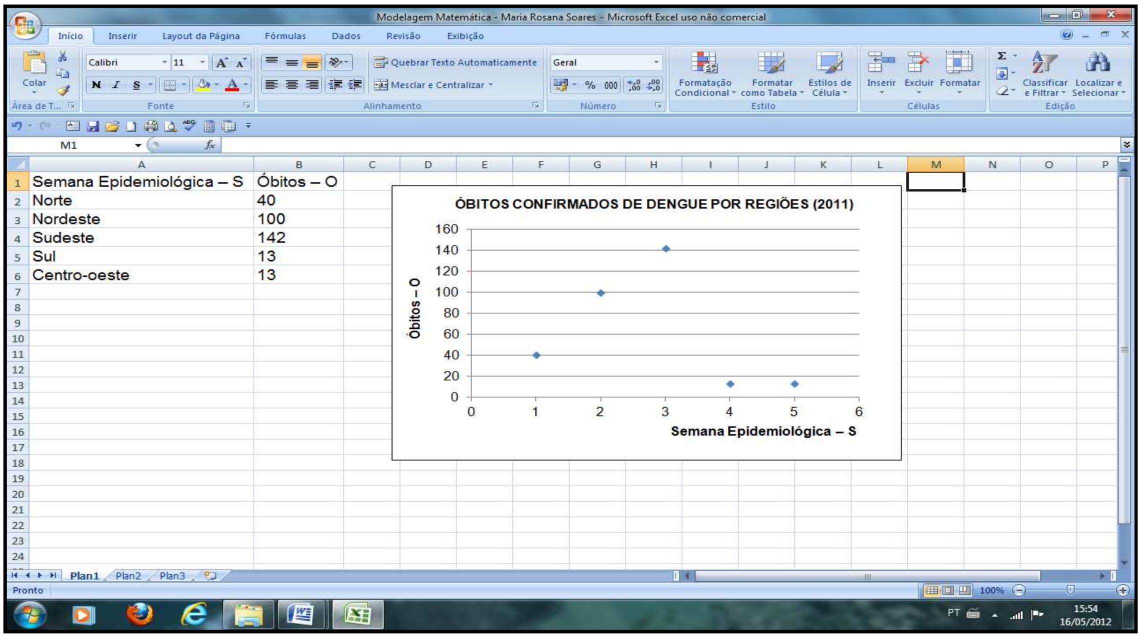


Figura 59 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Inserindo o título no gráfico
Fonte: Autores

9) <u>Traçar a Linha do Gráfico:</u> Clicar somente em "um dos pontos do gráfico" (todos ficarão selecionados), sobre um ponto, clicar com o botão auxiliar do mouse em "adicionar linha de tendência" e apresentará "formatar linha de tendência" e "opções de linha de tendência". Ao abrir a janela de "opções de linha de tendência", clique nas opções "exibir equação no gráfico" e "exibir valor de R-quadrado no gráfico" para deixá-las ativadas. **Veja:**

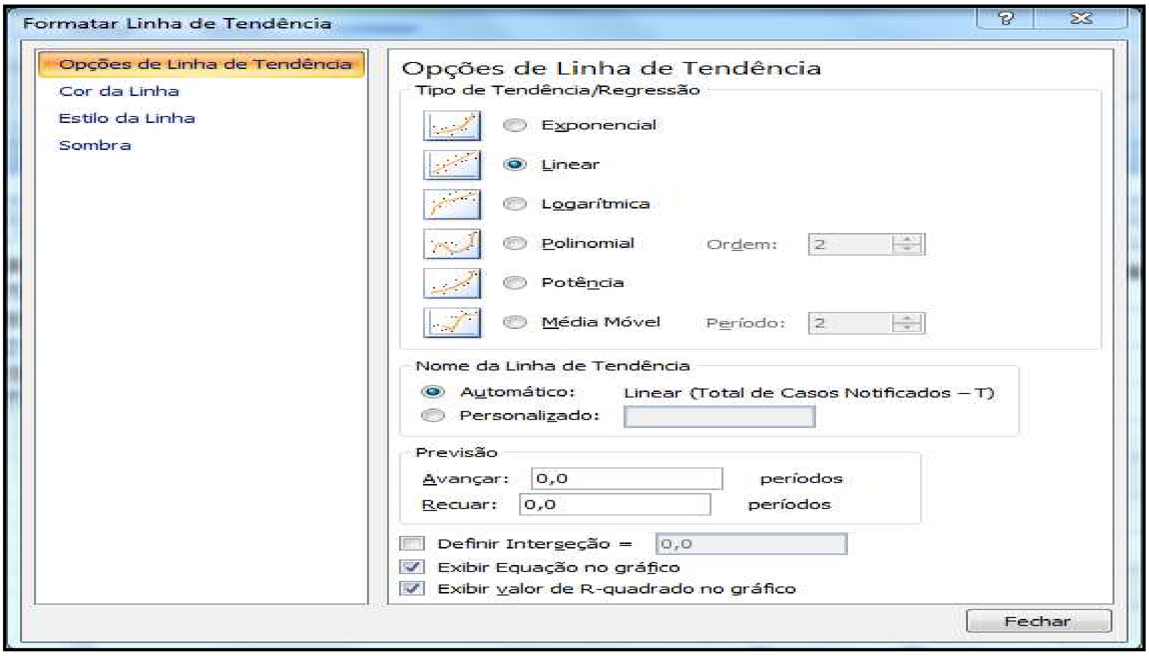


Figura 60 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Linha de tendência do gráfico
Fonte: Autores

A equação e o R-quadrado (R^2) serão apresentados na própria área do gráfico (meio do gráfico), e observa-se que é importante saber o significado do R^2, o qual já foi explicado.

10) <u>Obter o Modelo Matemático – Representação Matemática:</u> Com as opções de linha de tendência sendo exponencial, linear, logarítmica, polinomial (permite mexer na ordem – grau do polinômio), potência ou média móvel, precisa-se analisar qual dessas linhas é a que passa em todos os pontos do gráfico ou na maioria. Simultaneamente, observa-se no gráfico qual é a linha de tendência que apresenta $R^2 = 1$ (ou mais próximo de um). **Veja:**

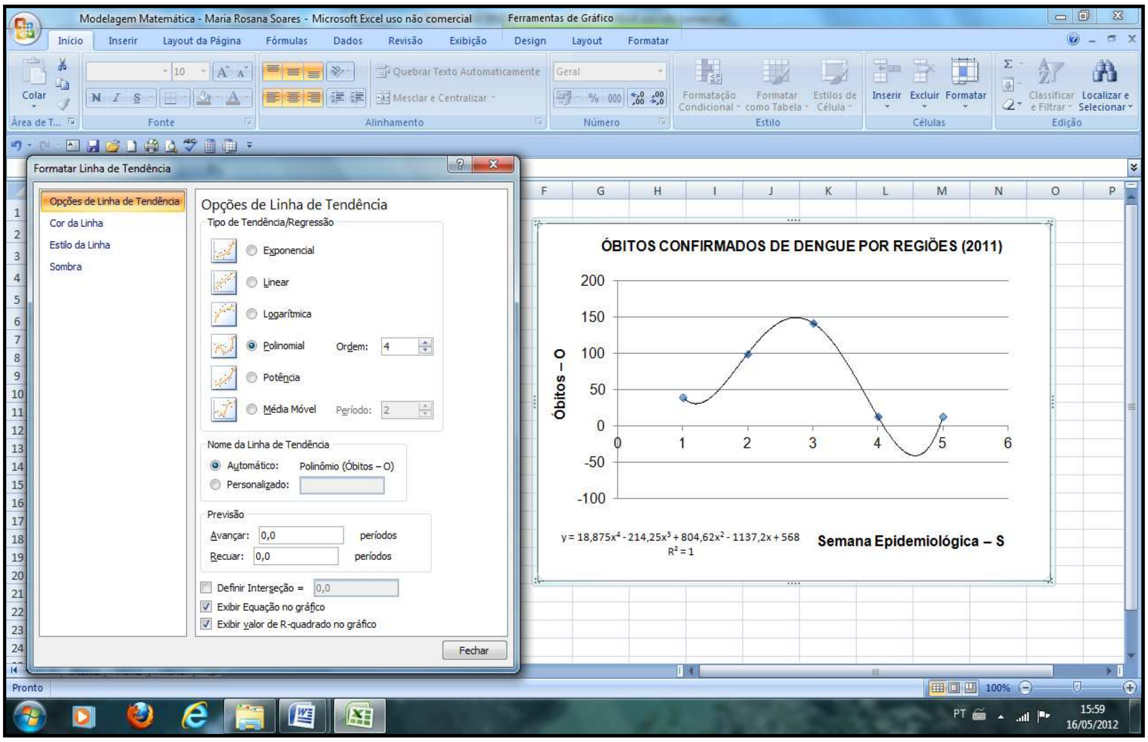


Figura 61 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Obtenção do modelo matemático
Fonte: Autores

Os professores podem orientar os alunos para modificar a ordem do polinômio. Isso permite reconhecer que esta linha irá apresentar $R^2 = 1$ ao identificar que o polinômio é de quarta ordem (quarto grau), o qual é a representação matemática para o problema.

11) <u>Formatar os Pontos do Gráfico:</u> Clicar somente em "um dos pontos do gráfico" (todos ficarão selecionados), sobre um ponto, clicar com o botão auxiliar do mouse em "formatar série de dados", "opção de marcador" e escolher o tipo do marcador sendo "interno" (desenho mais redondo) considerando o tamanho em torno de 4 à 6. **Veja:**

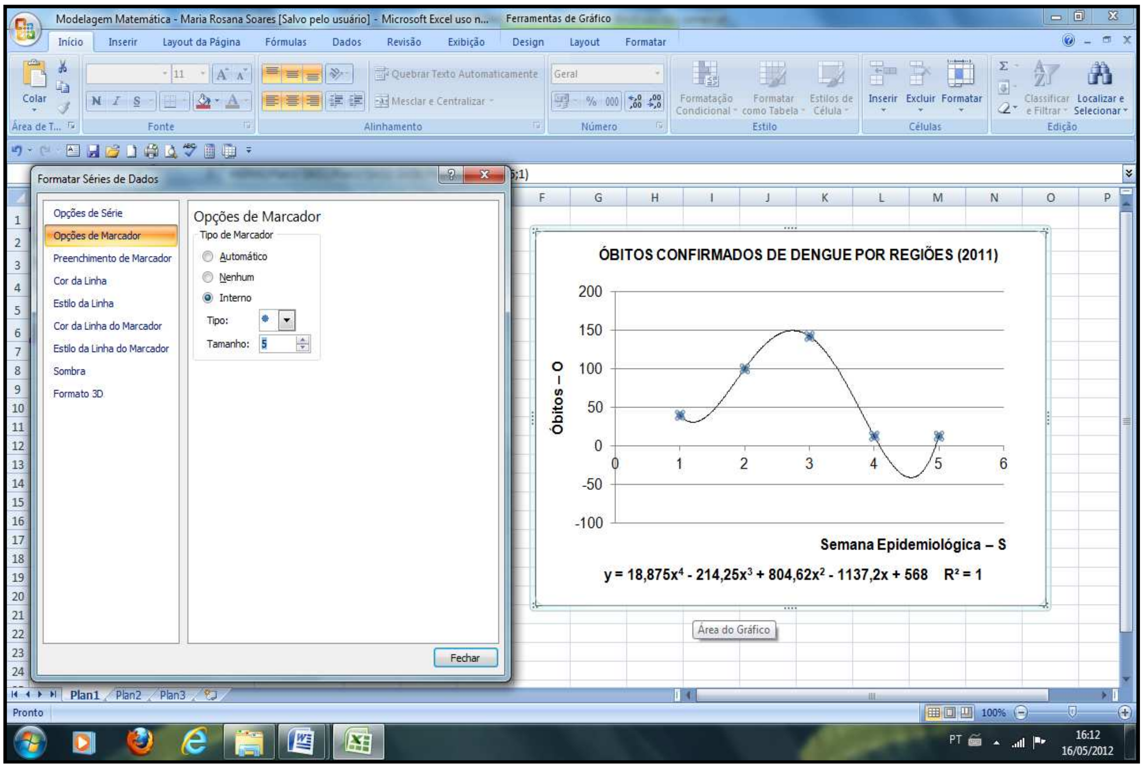


Figura 62 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Formatando os pontos do gráfico
Fonte: Autores

Neste momento, é fundamental analisar o tamanho ideal para o ponto do gráfico, inserir e formatar a caixa de texto dentro do gráfico (se for necessário) e formatar a área do gráfico também, os quais já foram orientados.

12) <u>Solução do Problema:</u> O modelo matemático obtido representa a solução problema, e todo desenvolvimento da Modelagem Matemática é valorizado para a compreensão da resolução do problema e ao ensino e aprendizagem. **Veja:**

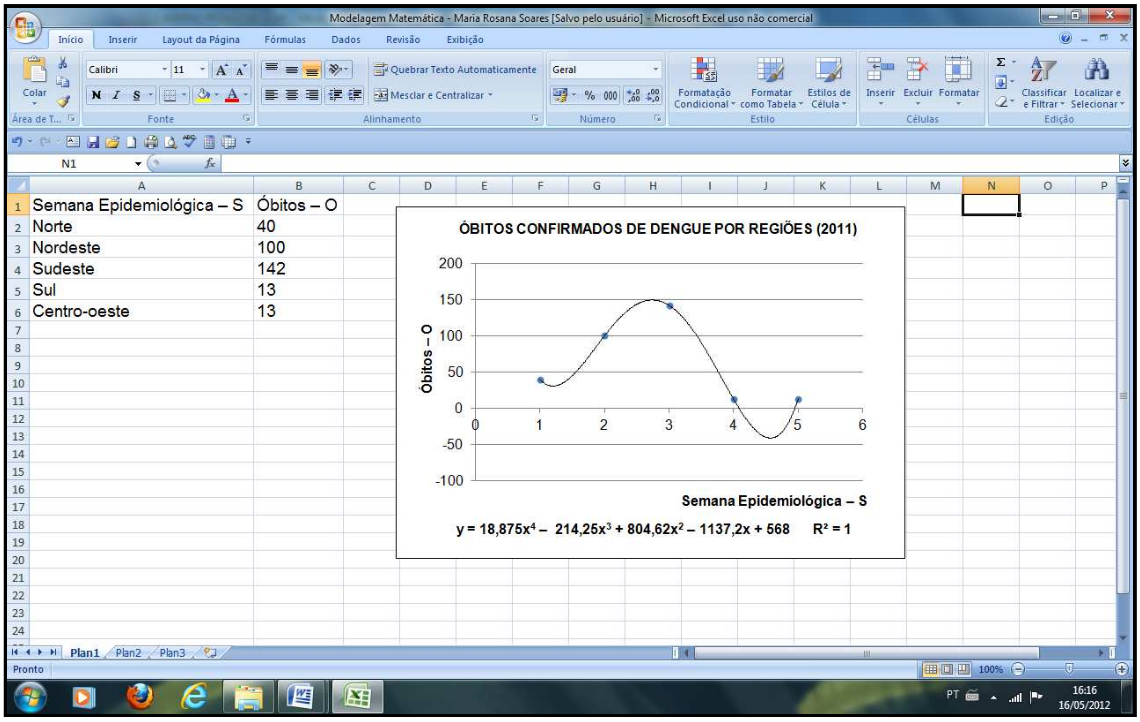
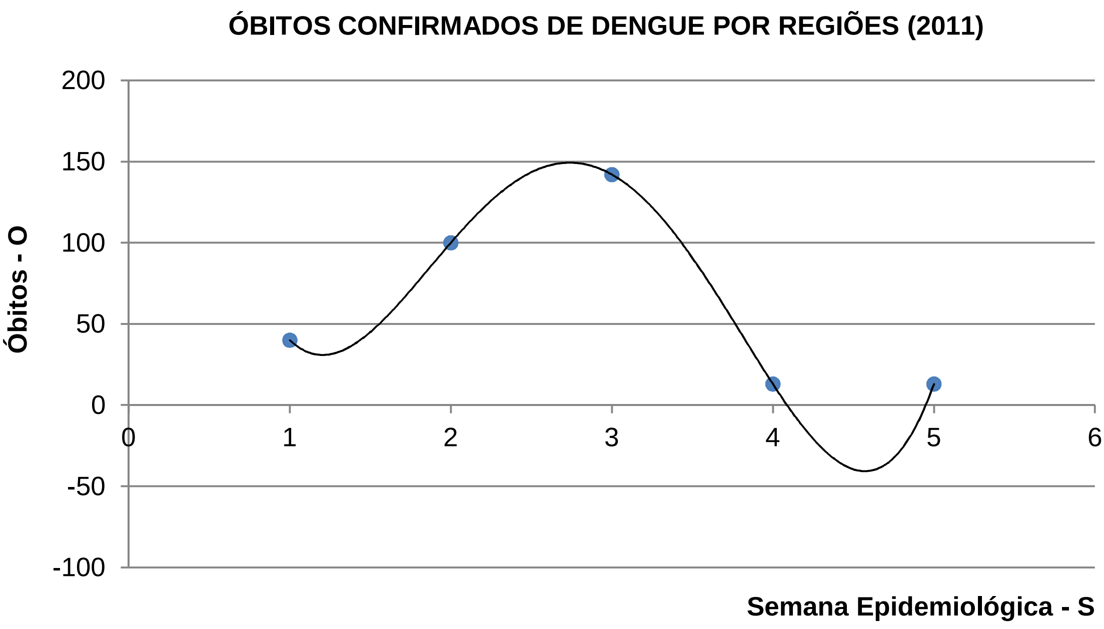


Figura 63 – Resolução do Problema para os Óbitos por Dengue: Solução do Problema
Fonte: Autora

De acordo com as orientações apresentadas, pode-se obter o seguinte modelo matemático para os casos óbitos por dengue:



$y = 18{,}875x^4 - 214{,}25x^3 + 804{,}62x^2 - 1137{,}2x + 568$; $R^2 = 1$

Figura 64 – Modelo Matemático para os Óbitos Confirmados de Dengue por Regiões
Fonte: Autores

O modelo matemático obtido é uma função polinomial do quarto grau para os óbitos confirmados de dengue por regiões do país:

$$\mathbf{y = 18{,}875x^4 - 214{,}25x^3 + 804{,}62x^2 - 1137{,}2x + 568} \qquad (21)$$

A seguir, tem-se a orientação para a validação do modelo matemático que pode ser feita de diferentes maneiras ao utilizar a calculadora e/ou Excel:

Orientação para a Resolução do Problema: Validação do Modelo Matemático Obtido para os Óbitos Confirmados por Dengue

As validações podem ser desenvolvidas sem ou com o uso do computador.

Resolução do Problema – Validação do Modelo Matemático:

- Validação da região Norte, 1ª região de óbitos, logo x = 1:

$y = 18{,}875\ x^4 - 214{,}25\ x^3 + 804{,}62\ x^2 - 1137{,}2\ x + 568$

$y = 18{,}875 - 214{,}25 + 804{,}62 - 1137{,}2 + 568$

$y = 40{,}045$

l Erro do modelo l = l óbitos confirmados por dengue para a região Norte – óbitos por dengue desta região obtidos pelo modelo l = l 40 – 40,045 l = 0,045

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{\mathrm{x}} = \frac{\text{total de óbitos confirmados por dengue no país}}{\text{erro do modelo}}$

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{\mathrm{x}} = \frac{308}{0{,}045}$ Logo, $x \cong 0{,}0146\%$

- Validação da região Nordeste, 2ª região de óbitos, logo x = 2:

$y = 18{,}875\ x^4 - 214{,}25\ x^3 + 804{,}62\ x^2 - 1137{,}2\ x + 568$

$y = 302 - 1714 + 3218{,}48 - 2274{,}4 + 568$

$y = 100{,}08$

l Erro do modelo l = l óbitos confirmados por dengue para a região Nordeste – óbitos por dengue desta região obtidos pelo modelo l = l 100 – 100,08 l = 0,08

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{\mathrm{x}} = \frac{308}{0{,}08}$ Logo, $x \cong 0{,}026\%$

- Validação da região Sudeste, 3ª região de óbitos, logo x = 3:

$y = 18{,}875\ x^4 - 214{,}25\ x^3 + 804{,}62\ x^2 - 1137{,}2\ x + 568$

$y = 1528{,}875 - 5784{,}75 + 7241{,}58 - 3411{,}6 + 568$

$y = 142{,}105$

l Erro do modelo l = l óbitos confirmados por dengue para a região Sudeste – óbitos por dengue desta região obtidos pelo modelo l = l 142 – 142,105 l = 0,105

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{308}{0{,}105}$ Logo, $x \cong 0{,}0341\%$

- Validação da região Sul, 4ª região de óbitos, logo x = 4:

$y = 18{,}875\ x^4 - 214{,}25\ x^3 + 804{,}62\ x^2 - 1137{,}2\ x + 568$

$y = 4832 - 13712 + 12873{,}92 - 4548{,}8 + 568$

$y = 13{,}12$

l Erro do modelo l = l óbitos confirmados por dengue para a região Sul – óbitos por dengue desta região obtidos pelo modelo l = l 13 – 13,12 l = 0,12

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{308}{0{,}12}$ Logo, $x \cong 0{,}039\%$

- Validação da região Centro-oeste, 5ª região de óbitos, logo x = 5:

$y = 18{,}875\ x^4 - 214{,}25\ x^3 + 804{,}62\ x^2 - 1137{,}2\ x + 568$

$y = 11796{,}875 - 26781{,}25 + 20115{,}5 - 5686 + 568$

$y = 13{,}125$

l Erro do modelo l = l óbitos confirmados por dengue para a região Centro-oeste – óbitos por dengue desta região obtidos pelo modelo l = l 13 – 13,125 l = 0,125

Erro do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{308}{0{,}125}$ Logo, $x \cong 0{,}0406\%$

A validação do erro geral do modelo matemático obtido para os óbitos confirmados por dengue no país pode ser feita do seguinte modo:

l Erro Geral do modelo l = l total dos óbitos confirmados por dengue – total dos óbitos por dengue obtido pelo modelo l **=** l 308 – 308,475 l = 0,475

Erro geral do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{\text{total de óbitos confirmados por dengue no país}}{\text{erro geral do modelo}}$

Erro geral do modelo (%): $\frac{100\%}{x} = \frac{308}{0{,}475}$ Logo, $x \cong 0{,}1542\%$

Observa-se que para fazer as próximas validações sobre os óbitos confirmados por dengue pode-se adotar essas mesmas ideias apresentadas anteriormente, bem como fazer outros processos e resoluções.

A validação do modelo obtido para o problema 8 pode ser feita por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 17 – Validação do Modelo Matemático para os Óbitos Confirmados de Dengue por Regiões

Regiões – R	Legenda para R	Óbitos – O	O encontrado no Modelo	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
1	1. Norte	40	40,045	0,045	0,0146%
2	2. Nordeste	100	100,08	0,08	0,0260%
3	3. Sudeste	142	142,105	0,105	0,0341%
4	4. Sul	13	13,12	0,12	0,0390%
5	5. Centro-oeste	13	13,125	0,125	0,0406%
------	**Total**	**308**	**308,475**	**0,475**	**0,1542%**

Fonte: Grupo 2

A validação do modelo matemático obtido para os óbitos confirmados por dengue tem-se ao verificar a semelhança entre os resultados obtidos destes casos e os dados reais. Dessa forma, o erro estimado desse modelo é inferior a 0,05% e o erro geral estimado é de aproximadamente 0,16%. Com isso, pode-se inferir que a relação matemática obtida é satisfatória para o problema formulado, pois o erro é considerado pequeno.

Nesse sentido, a seguir tem-se o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática para os Óbitos Confirmados de Dengue por Região (2011), de acordo com a tabela 6, o problema 12:

<u>Formulação do Problema 12:</u>

- *Qual é a relação entre as regiões do país e a proporção dos óbitos por dengue? Que modelo matemático pode representar essa relação?*

Para compreender essa pergunta, analisa-se a representação matemática:

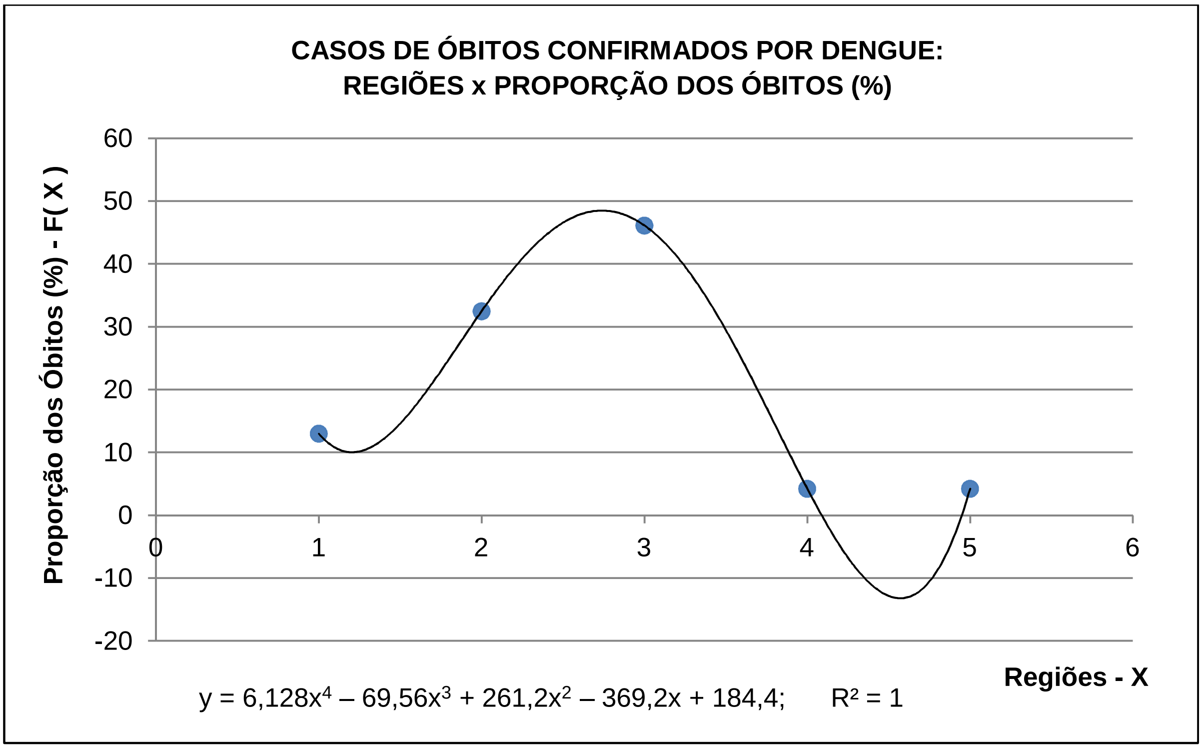


Figura 65 – Modelo Matemático: Regiões x Proporção dos Óbitos (%)
Fonte: Grupo 5

A representação matemática é uma função polinomial de quarto grau:

$$\mathbf{y = 6{,}128x^4 - 69{,}56x^3 + 261{,}2x^2 - 369{,}2x + 184{,}4} \qquad (22)$$

A validação dessa solução é feita por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 18 – Validação do Modelo Matemático: Regiões x Proporção dos Óbitos (%)

Regiões – X	Proporção dos Óbitos (%) – F(X)	F(X) obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
1. Norte	12,98701299%	12,968	0,019012987	0,006173048%
2. Nordeste	32,46753247%	32,368	0,099532468	0,032315736%
3. Sudeste	46,1038961%	45,848	0,255896104	0,083083151%
4. Sul	4,220779221%	3,728	0,492779221	0,159993253%
5. Centro-oeste	4,220779221%	3,4	0,820779221	0,26648676%
Total	**100%**	**98,312**	**1,688**	**0,548051948%**

Fonte: Autores

A validação da representação matemática obtida para a relação entre as regiões e a proporção dos óbitos tem-se ao observar a proximidade entre os resultados obtidos dos óbitos confirmados por dengue e os dados de origem. Percebe-se que o erro estimado dessa representação é abaixo de 0,27% e a margem estimada para o erro geral é inferior a 0,55%. Isso proporciona dizer que o modelo matemático obtido apresenta aproximações com as situações do cotidiano investigada.

A seguir, tem-se a solução do último problema, ou seja, do problema 13 que busca obter a relação entre para os óbitos por regiões e a proporção destes casos.

<u>Formulação do Problema 13:</u>

- *Qual é a relação entre os óbitos por dengue e a proporção destes casos? Que modelo matemático pode representar essa relação*?

Para investigar essa pergunta, tem-se a solução do problema obtida para os óbitos por dengue:

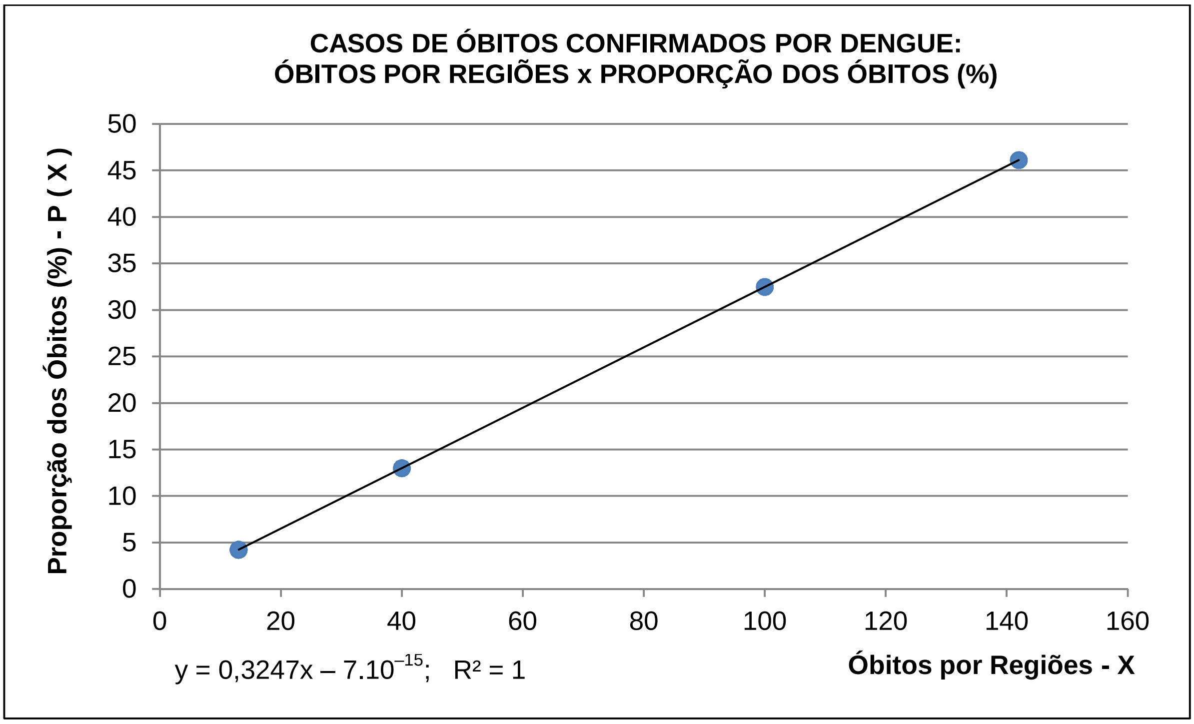


Figura 66 – Modelo Matemático: Óbitos por Regiões x Proporção dos Óbitos (%)
Fonte: Autores

A solução do problema obtida no Excel, ou seja, a função polinomial de primeiro grau é uma função linear, isto é, y = 0,0124x – 7E – 15, a qual equivale a:

$$\mathbf{y = 0{,}3247x - 7.10^{-15}} \quad (23)$$

A validação desse modelo matemático é desenvolvida por meio do Excel e/ou calculadora:

Tabela 19 – Validação do Modelo Matemático: Óbitos por Regiões x Proporção dos Óbitos (%)

Óbitos por Regiões – X	Proporção dos Óbitos (%) – P (X)	P (X) obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
Norte: 40	12,98701299%	12,96	0,027012987	0,00877045%
Nordeste: 100	32,46753247%	32,47	0,002467532	0,000801147%
Sudeste: 142	46,1038961%	46,008	0,095896104	0,031135099%
Sul: 13	4,220779221%	4,212	0,008779221	0,002850396%
Centro-oeste: 13	4,220779221%	4,212	0,008779221	0,002850396%
Total: 308	**100%**	**99,862**	**0,142935065**	**0,046407489%**

Fonte: Autores

A validação do modelo matemático obtido para os casos de dengue tem-se ao comparar os resultados obtidos dos óbitos confirmados por dengue com os dados observados. Nota-se que o erro estimado para essa solução não é elevado, pois é abaixo de 0,04% e o erro geral estimado é inferior a 0,05%. Isso permite inferir que a relação matemática obtida apresenta proximidades com dados reais tornando-a válida para a solução do problema.

Com esse desenvolvimento percebe-se que todos os modelos matemáticos encontrados para os óbitos confirmados por dengue apresentaram $R^2 = 1$, isto é, coeficiente de determinação do modelo igual a um. Dessa forma, pode-se observar que são satisfatórios, pois mostram as soluções mais adequadas para os problemas formulados.

Após obter o modelo matemático e fazer sua validação, tem-se a análise da atividade desenvolvida.

- **<u>6ª Etapa – Análise da Atividade Desenvolvida:</u>** É refletir e apresentar algumas considerações sobre a atividade desenvolvida. Os alunos fazem esta análise que pode ser descrita e/ou apresentada oralmente por meio dos trabalhos, relatórios ou seminários. Aqui, é analisado sobre os resultados obtidos na resolução do problema; a aplicação do modelo matemático na sociedade; a importância de investigar e aprender a Matemática por meio da Modelagem; os conceitos matemáticos trabalhados; as vantagens e/ou dificuldades que obtiveram com a prática aplicada; entre outros. Essa análise permite estimular o espírito crítico, reflexivo, ativo e inovador.

Nesse momento, os professores podem orientar os alunos subdivididos em grupos a descreverem e/ou apresentarem suas opiniões sobre as atividades desenvolvidas de Modelagem Matemática e a importância dessas atividades para o ensino e aprendizagem. Ao fazer uso do *Microsoft Office Excel*, o(a) professor(a) pode solicitar aos alunos que descrevam neste software essa análise e destaquem algumas considerações sobre a mesma. Depois disso, os grupos efetuam a apresentação oral do trabalho para a turma e ao docente, e/ou fazem discussões por meio de seminários ou apresentam relatórios ao docente.

Vale registrar que nesta aplicação de Modelagem com os futuros professores, cada grupo descreveu um relatório para a análise da atividade desenvolvida de Modelagem Matemática no *Microsoft Office Excel* e destacou algumas considerações para a mesma. Depois disso, todos os grupos efetuaram a apresentação oral do trabalho para a turma e a presente professora.

Para efeito de esclarecimento, ressalta-se a seguir os conceitos matemáticos desenvolvidos nas atividades de Modelagem Matemática.

Conceitos Matemáticos Desenvolvidos nas Atividades de Modelagem

As atividades de Modelagem Matemática sobre dengue possibilitou desenvolver e enfatizar os seguintes conceitos matemáticos:

Conceitos Matemáticos Desenvolvidos nas Atividades de Modelagem	
Conceitos Básicos	**O que foi desenvolvido nas atividades**
Números Naturais	Operações com números inteiros.
Números Racionais	Operações com números decimais.
Números Irracionais	Número "e" – Noções do número de Euler.
Conjuntos Numéricos	Intervalos.
Funções	• Domínio função – Variável independente – x; • Funções polinomiais: 1º, 4º e 5º grau; • Função linear; • Função crescente; • Gráfico das funções polinomiais: 1º, 4º e 5º grau; • Imagem da função – Variável dependente – y; • Máximo e mínimo da função.
Grandezas Proporcionais	• Grandezas diretamente proporcionais; • Regra de três simples.
Matemática Financeira	Porcentagem.
Matrizes	Representação genérica da matriz – número de casos de dengue tabulados.
Módulo	Módulo de um número real.
Polinômios	• Expressões algébricas; • Equações polinomiais ou algébricas; • Valor numérico de um polinômio.
Potência	Potência de um número real com expoente natural ou inteiro negativo.
Razão e Proporção	• Aplicações de razão e proporção; • Propriedade fundamental da proporção.
Geometria Analítica	• Coeficiente angular e linear da reta; • Distância entre dois pontos da reta; • Ponto médio da reta; • Sistema Cartesiano Ortogonal: – Plano cartesiano e seus quadrantes; – Par ordenado, e coordenada; – Reta x (eixo das abscissas) e reta y (eixo das ordenadas); – Intersecção das retas x e y (origem).
Estatística	• Análise, interpretação e compreensão dos dados; • Construção e análise de tabelas e gráficos no Excel; • Erro estimado – modelo matemático para os casos de dengue; • Formulação de problemas; • Identificação das possíveis investigações dos problemas (hipóteses); • Levantamento e seleção de dados; • Organização de informações e dados em tabelas e gráficos no Excel; • Simplificação das informações e dados (variáveis).

Quadro 4 – Conceitos Matemáticos Desenvolvidos nas Atividades de Modelagem Matemática
Fonte: Autores

A seguir, têm-se algumas considerações deste caderno pedagógico.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente Caderno Pedagógico possibilita o reconhecimento, aplicabilidade e compreensão da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem ao discutir sobre e a partir da Modelagem Matemática no ensino. Esse material proporciona subsídios bibliográficos e práticos aos professores, universitários e pesquisadores para desenvolverem esta estratégia pedagógica em sala de aula.

A Matemática é considerada uma das áreas do conhecimento mais complexa na visão de muitos estudantes independente do nível do ensino. Desse modo, percebe-se a importância dos professores possuírem postura ativa, crítica, reflexiva e autônoma no processo de ensino e aprendizagem para orientar e motivar os alunos a desenvolverem a criatividade, habilidades, competências e novas concepções sobre a Matemática. Para tanto, é essencial procurar estudar, analisar e entender alguns meios como didáticas, estratégias e alternativas para o ensino e aprendizagem de Matemática para aplicá-las na prática docente diante das experiências e modificações de ensino, pessoais, culturais e sociais, entre tais alternativas tem-se a Modelagem Matemática, a qual não se pode dizer que é a melhor.

Vale registrar que é fundamental não só entender o sentido dessa estratégia de ensino, assim como procurar estar intimamente ligado nas formas de sua utilização em sala de aula diante das realidades escolares. Assim, a Modelagem no ensino exige que os professores revejam suas concepções procurando conhecer suas características, refletir sobre sua evolução histórica, seus fundamentos, e suas implicações na aprendizagem, a fim que possam optar por posturas condizentes com esta perspectiva epistemológica, respeitando as relações entre os atos de ensinar e aprender.

Com a aplicação desta proposta de Modelagem Matemática observa-se que o ensino e aprendizagem pode se tornar mais motivador e inovador tanto ao docente quanto para os discentes ativando o raciocínio lógico dentro da Matemática e compreendendo melhor o papel desta na sociedade. Isso permite transformar o espaço escolar numa aula prática e experimental valorizando o conhecimento que o aluno já possui, visto que ninguém é totalmente leigo em relação à Matemática.

A proposta de Modelagem Matemática desenvolvida pode proporcionar contribuições aos professores para sua atuação profissional, em relação ao entendimento e uso da Modelagem Matemática como mais uma alternativa para ensino e aprendizagem. Desse modo, é essencial que possam estar preparados e estimulados para pesquisar, investigar, problematizar, matematizar e buscar soluções para os problemas da área da área da saúde, meio ambiente, esporte, agricultura, agropecuária, agricultura, engenharia, fenômeno, economia, política, comércio, indústria, educação, ensino, ciência, tecnologia, sociedade, universo, e outras áreas.

Enfim, o presente Caderno Pedagógico pode contribuir significativamente para o(a) professor(a) ao refletir e entender sobre e a partir da Modelagem Matemática, compreender o desenvolvimento das atividades dessa natureza e como utilizá-la no ensino proporcionando adquirir espírito crítico, reflexivo e inovador para esta prática. Nota-se, portanto, que o reconhecimento e o entendimento do papel da Matemática presente em situações cotidianas podem possibilitar aos professores encorajamento, motivação e interação para trabalharem a Modelagem como estratégia pedagógica no ensino Matemática, assim como em diferentes cursos e diversos níveis de ensino.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle De; BRITO, Dirceu dos Santos. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação.** v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005. Disponível em: <http://www2.fc.unesp.br/cienciaeeducacao/viewarticle.php?id=175&layout=abstrac>. Acesso em: 15 jan. 2011.

_______. FERRUZZI, Elaine Cristina. Uma Aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia.** Blumenau, v.2, n.2, p.117-134, jul. 2009. Disponível em: <http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista/numero_2_2009/lourdes.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2011.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na Sala de Aula. **Perspectiva.** Erechim-RS, v.27, n. 98, junho, 2003. Disponível em: <http://www.uefs.br/nupemm/perspectiva.pdf>. Acesso em: 09 mar. 2012.

_______. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores.** 2001a. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Júlio de Mesquita Filho de Rio Claro, UNESP, Rio Claro-SP, 2001a.

_______. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico.** REUNIÃO ANUAL DA ANPED. Caxambu. Anais. Rio Janeiro: ANPED, n.24, 2001b. 1 CD-ROM. Disponível em: <http://www.uefs.br/nupemm/anped2001.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2011.

_______. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati.** n.4, 2004b, p. 73-80.

_______. O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática? **Zetetiké.** Campinas, UNICAMP, v. 7, n. 11, 1999. p. 67-85, Disponível em: <http://www.fae.unicamp.br/zetetike/viewissue.php?id=27>. Acesso em: 17 jan. 2011.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.** 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática.** 2. ed. Blumenau: FURB, 2004.

_______. **Modelagem Matemática como Método de Ensino e aprendizagem de Matemática em Cursos de 1º e 2º Graus.** 1990. 210f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Júlio de Mesquita Filho de Rio Claro, UNESP, Rio Claro, 1990.

_______. **Modelagem Matemática: um conceito que pode ajudar o professor.** 14 mar. 2009a. Disponível em: <http://linguagemmatematica.com/>. Acesso em: 18 jan. 2011.

_______. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia.** Blumenau, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009b. Disponível em: <http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista/numero_2_2009/mariasalett.pdf>. Acesso em: 11 jan. 2011.

_______. HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino.** 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

_______. **Modelagem Matemática no Ensino.** 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007.

BRASIL, Ministério da Saúde. **Balanço Dengue.** Semana Epidemiológica 1 a 26 de 2011. Secretaria de Vigilância em Saúde. Coordenação Geral do Programa Nacional de Controle da Dengue. Brasília: Portal da Saúde, 2011. Disponível em: <http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/informe_dengue_072011.pdf>. Acesso em: 12 jul. 2011.

_______. **Dengue: sintomas.** Brasília: Portal da Saúde, 2011. Disponível em: <http://portal.saude.gov.br/portal/saude/visualizar_texto.cfm?idtxt=23620&janela=1>. Acesso em: 12 jul. 2011.

_______. **Dengue: prevenção.** Brasília: Portal da Saúde, 2011. Disponível em: <http://portal.saude.gov.br/portal/saude/visualizar_texto.cfm?idtxt=23624&janela=1>. Acesso em: 20 jul. 2011.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: experiências vividas.** Universidade Estadual do Centro-oeste de Guarapuava-Pr. Universidade Estadual de Ponta Grossa-Pr. 2008, p.16. Disponível em: <http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/artigo/1-2008-11-02-17-12-43.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2011

_______. BRANDT, Célia Finck Modelagem Matemática e Representações Semióticas: contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Zetetiké.** Campinas, UNICAMP, v. 18, n. 33, jan/jun–2010. Disponível em: <http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewarticle.php?id=478&layout=abstract>. Acesso em: 03 jan. 2011.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática: um outro olhar. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia.** Blumenau, v.2, n.2, p.33-54, jul. 2009. Disponível em: <http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista/numero_2_2009/ademir.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2011.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação: reflexões sobre educação matemática.** Campinas: Sammus, 1986.

FERRUZZI, Elaine Cristina. **A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia.** 2003. 163f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2003.

FIORENTINI. Dário. Brazilian research in mathematical modelling. ICME, 1996. INTERNATIONAL CONFERENCE IN MATHEMATICAL EDUCATION GT.1. 8. Sevilha, Espanha, 1996. p.20.

GRANGER, G.G. **A Razão.** Difusão Européia do Livro. 2. ed. São Paulo: 1969.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: pontos que justificam sua utilização no ensino.** IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte: UNI-BH, p 1-19. Disponível em: <http://www.dionisioburak.com.br/IX%20ENEM%20-%20tiago.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2011.

LIMA, Sandro. Mortes por dengue caem 44% no 1º semestre de 2011 em relação a 2010. **Ciência e Saúde.** Brasília, 06 jul. 2011, 16h34. G1-Globo. Disponível em: <http://g1.globo.com/ciencia-e-saude/noticia/2011/07/dengue-causou-310-mortes-no-1-semestre-deste-ano-no-pais.html>. Acesso em: 11 jul. 2011.

NISS, Mogens. **Issues and problems of research on the teaching and learning of applications and modelling.** J. F. MATOS et. al. Modelling and Mathematics Education. Chichester: Ellis Horwood, 2001. p. 72-88.

OLIVEIRA, Andreia Maria Pereira de; BARBOSA, Jonei Cerqueira. A primeira experiência de modelagem matemática e a tensão do "próximo passo". In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. **Anais Eletrônicos.** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CD-ROM.

PIMENTEL, Carolina. **Dengue é um dos principais problemas de saúde pública no Brasil, segundo revista inglesa.** PREVENÇÃO, SINTOMAS, TIPOS DE VÍRUS, TRATAMENTOS. UOL. Brasília, 09 maio 2011, 19h57. UOL. Disponível em: <http://noticias.uol.com.br/ultnot/cienciaesaude/ultimas-noticias/2011/05/09/dengue-e-um-dos-principais-problemas-de-saude-publica-no-brasil-segundo-revista-inglesa.jhtm>. Acesso em: 10 jul. 2011.

ROZAL, Edilene Farias. **Modelagem Matemática e os Temas Transversais na Educação de Jovens e Adultos.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico – NPADC. Universidade Federal do Pará, UFPA, Belém, 2007. Disponível em: <http://www.ufpa.br/ppgecm/media/Dissertacao_Edilene%20Farias%20Rozal.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2011.

SANTOS, Fábio Vieira Dos. **Modelagem Matemática e tecnologias de informação e comunicação: o uso que os alunos fazem do computador em atividades de Modelagem.** 2008. 197f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2008.

SCHEFFER, Nilce Fátima. Modelagem matemática: uma abordagem para o ensino aprendizagem da matemática. **Educação Matemática em Revista.** Porto Alegre-RS, n.1, mai.1999, p.11-16.

SILVA, Antonia Edna Rodrigues. **Modelagem Matemática e Alunos em Estado de Dependência na Disciplina Cálculo I.** 2010. 130f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico – NPADC, Universidade Federal do Pará, UFPA, Belém, 2010.

SOARES, Maria Rosana. **Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem: uma perspectiva à luz dos futuros professores de matemática.** 2012. 312f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Ponta Grossa, 2012.

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. **Normas para Elaboração de Trabalhos Acadêmicos.** Disponível em: <http://www3.utfpr.edu.br/dibib/normas-para-elaboracao-de-trabalhos-academicos/normas_trabalhos_utfpr.pdf>. Acesso em: 05 maio. 2012.

ZUFFI, Edna Moura. Conceito de Função. **Educação Matemática em Revista.** n. 9, p. 10-16, 2001.

APÊNDICE A – Levantamento e Seleção de Dados para a Aplicação das Atividades de Modelagem Matemática sobre Dengue

A Secretaria de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde (2011) registrou o total de casos notificados de dengue no país da semana epidemiológica de 1 a 26 de 2011, isto é, balanço de dengue feito entre 2 de janeiro de 2011 e 2 de julho de 2011 (6 meses). Isso está de acordo com as regiões do país como mostra a tabela:

Tabela 1 – Casos Notificados de Dengue por Regiões (2011)

Semana Epidemiológica	Norte	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-oeste
1. Janeiro	23968	13426	19453	5588	9595
2. Fevereiro	34704	24421	43558	13562	10563
3. Março	32859	48181	87991	21884	13056
4. Abril	10218	39410	106255	11243	10202
5. Maio	6186	24988	71457	4525	6846
6. Junho	2776	6871	9593	128	2159
Total	**110711**	**157297**	**338307**	**56930**	**52421**

Fonte: Ministério da Saúde (2011)

A Secretaria de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde (2011) também registrou o total de casos graves confirmados por dengue no país e o total de óbitos confirmados por dengue no país, sendo ambos da semana epidemiológica de 1 a 26 de 2011, como mostra sucessivamente, as tabelas a seguir:

Tabela 2 – Casos Graves Confirmados de Dengue por Regiões (2011)

Regiões	Casos Graves Confirmados por Dengue
1. Norte	769
2. Nordeste	1767
3. Sudeste	4719
4. Sul	301
5. Centro-oeste	542
Total	**8098**

Fonte: Ministério da Saúde (2011)

Tabela 3 – Óbitos Confirmados de Dengue por Regiões (2011)

Regiões	Óbitos Confirmados por Dengue
1. Norte	40
2. Nordeste	100
3. Sudeste	142
4. Sul	13
5. Centro-oeste	13
Total	**308**

Fonte: Ministério da Saúde (2011)