

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE MATERIAIS**

JAIRO VINÍCIUS LAVARDA

**CONVECÇÃO NATURAL DE FLUIDOS DE LEI DE POTÊNCIA E DE
BINGHAM EM CAVIDADE FECHADA PREENCHIDA COM MEIO
HETEROGÊNEO**

DISSERTAÇÃO

**CURITIBA
2015**

JAIRO VINÍCIUS LAVARDA

**CONVECÇÃO NATURAL DE FLUIDOS DE LEI DE POTÊNCIA E DE
BINGHAM EM CAVIDADE FECHADA PREENCHIDA COM MEIO
HETEROGÊNEO**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Área de Concentração em Engenharia Térmica, do Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Câmpus de Curitiba, da UTFPR.

Orientador: Prof. Admilson T. Franco, Dr.

Coorientador: Prof. Silvio L. M. Junqueira, Dr.

Coorientador: Prof. José L. Lage, PhD.

CURITIBA

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

L396c Lavarda, Jairo Vinicius
2015 Convecção natural de fluidos de lei de potência e de Bingham em cavidade fechada preenchida com meio heterogêneo / Jairo Vinicius Lavarda.-- 2015.
128 f.: il.; 30 cm

Texto em português, com resumo em inglês.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Curitiba, 2015.
Bibliografia: f. 111-114.

1. Calor - Convecção natural. 2. Calor - Transmissão.
3. Fluidos newtonianos. 4. Fluidos não-newtonianos.
5. Fluidodinâmica computacional. 6. Materiais porosos - Dinâmica dos fluidos. 7. Modelos matemáticos. 8. Simulação (Computadores). 9. Engenharia térmica. 10. Engenharia mecânica - Dissertações. I. Franco, Admilson Teixeira, orient. II. Junqueira, Silvio Luiz de Mello, coorient. III. Lage, José L., coorient. IV. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais. V. Título.

CDD 22 -- 620.1

Biblioteca Central da UTFPR, Câmpus Curitiba

TERMO DE APROVAÇÃO

JAIRO VINÍCIUS LAVARDA

CONVECÇÃO NATURAL DE FLUIDOS DE LEI DE POTÊNCIA E DE BINGHAM EM CAVIDADE FECHADA PREENCHIDA COM MEIO HETEROGÊNEO

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração em Engenharia de Ciências Térmicas e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

Prof. Paulo César Borges, Dr.
Coordenador do Programa

Banca Examinadora

Prof. Admilson T. Franco, Dr.
UTFPR

Prof. Marcelo M. Ganzarolli, Dr.
UNICAMP

Profa. Viviana Cocco Mariani, Dra.
PUC-PR

Prof. Cezar O. R. Negrão, Ph.D.
UTFPR

Prof. Silvio L. M. Junqueira, Dr.
UTFPR

Curitiba, 20 março de 2015

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Laídes Carlos Lavarda e Santa Terezinha Falcade Lavarda por todo o apoio dado desde a escolha da área até esta etapa final, oferecendo suporte nos momentos difíceis e compartilhando da minha alegria nos momentos felizes.

Aos meus irmãos, Fábio Luciano Lavarda e Marcos Dinís Lavarda, pelas conversas e ideias que tivemos juntos desde a infância, as quais me influenciaram muito na escolha do caminho da engenharia e do mestrado.

À minha noiva, Tabatta Cristina Fritzen da Silva, pelo companheirismo, pela motivação durante os momentos difíceis e descontração nos momentos de lazer que tivemos durante esse período, os quais foram fundamentais para manter o equilíbrio em minha vida.

Aos meus colegas de disciplinas e de inúmeros cafés, Marcos Vinicius Barbosa e Romulo Luis de Paiva Rodrigues, pelas conversas e discussões tanto sobre as dificuldades encontradas no desenvolvimento do trabalho quanto de assuntos diversos.

Ao professor Admilson Teixeira Franco, meu orientador, pelos esforços no desenvolvimento deste trabalho ao longo do mestrado, com paciência para as correções e sugestões, que auxiliaram, e muito, minha formação de mestre.

Aos outros professores e colegas que contribuíram para a realização deste mestrado.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro.

*“Querem que vos ensine o modo
de chegar à ciência verdadeira?
Aquilo que se sabe, saber que se sabe;
aquilo que não se sabe, saber que não se sabe;
na verdade é este o saber.”
(Confúcio)*

RESUMO

LAVARDA, Jairo Vinícius. Convecção natural de fluidos de lei de Potência e de Bingham em cavidade fechada preenchida com meio heterogêneo. 2015. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2015.

Vários estudos numéricos investigaram cavidades fechadas sob o efeito da convecção natural preenchidas com fluidos newtonianos generalizados (FNG) nos últimos anos pelas aplicações diretas em trocadores de calor compactos, no resfriamento de sistemas eletrônicos e na engenharia de polímeros. Neste trabalho é realizada a investigação numérica do processo de convecção natural de fluidos de lei de Potência e de Bingham em cavidades fechadas, aquecidas lateralmente e preenchidas com meios heterogêneos e bloco centrado. O meio heterogêneo é constituído de blocos sólidos, quadrados, desconectados e condutores de calor. Como parâmetros são utilizados a faixa de Rayleigh de 10^4 à 10^7 , índice de potência n de 0,6 à 1,6, número de Bingham de 0,5 até Bi_{max} , sendo investigado da influência do número de Prandtl para cada modelo de fluido. Nas cavidades com meio heterogêneo são utilizadas as quantidades de blocos de 9, 16, 36 e 64, mantendo-se a razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido $\kappa = 1$. Para as cavidades com bloco centrado, são utilizados os tamanhos adimensionais de 0,1 à 0,9 com $\kappa = 0,1; 1$ e 10. A modelagem matemática é realizada pelas equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia. As simulações são conduzidas no programa comercial ANSYS FLUENT[®]. Inicialmente são resolvidos problemas com fluidos newtonianos em cavidade limpa, seguida de cavidade preenchida com meio heterogêneo e posteriormente bloco centrado para validação da metodologia de solução. Na segunda etapa é realizada o estudo com os modelos de fluidos de lei de Potência e de Bingham seguindo a mesma sequência. Os resultados são apresentados na forma de linhas de corrente, isothermas e pelo número de Nusselt médio na parede quente. De maneira geral, a transferência de calor na cavidade é regida pelo número de Rayleigh, tamanho e condutividade térmica dos blocos, pelo índice de potência para o modelo de lei de Potência e do número de Bingham para o modelo de Bingham. O número de Prandtl tem grande influência nos dois modelos de fluidos. O meio heterogêneo reduz a transferência de calor na cavidade quando interfere na camada limite térmica para ambos os fluidos, sendo feita uma previsão analítica para o fluido de lei de Potência. Para bloco centrado, a interferência na camada limite com fluido de lei de Potência também foi prevista analiticamente. A transferência de calor aumentou com bloco de baixa condutividade térmica e pouca interferência e com bloco de alta condutividade térmica e grande interferência, para ambos os fluidos.

Palavras-chave: Convecção natural, meio heterogêneo, fluido de lei de Potência, fluido de Bingham, dinâmica de fluidos computacional.

ABSTRACT

LAVARDA, Jairo Vinícius. Natural convection of power-law and Bingham fluids in square enclosure filled with heterogeneous medium. 2015. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2015.

Many studies have been carried out in square enclosures with generalized Newtonian fluids with natural convection in past few years for directly applications in compact heat exchangers, cooling of electronics systems and polymeric engineering. The natural convection in square enclosures with differently heated sidewalls, filled with power-law and Bingham fluids in addition with heterogeneous medium and centered block are analyzed in this study. The heterogeneous medium are solid, square, disconnected and conducting blocks. The parameters used are the Rayleigh number in the range $10^4 - 10^7$, power index n range of 0,6 - 1,6, Bingham number range of 0,5 - Bi_{max} , being the influence of Prandtl number investigated for each fluid model. The number of blocks for heterogeneous medium are 9, 16, 36 and 64, keeping constant solid to fluid conductive ratio, $\kappa = 1$. For enclosures with centered block are used the non-dimensional block size from 0,1 to 0,9, with solid to fluid conductive ratio in range $\kappa = 0,1; 1$ and 10. Mathematical modeling is done by mass, momentum and energy balance equations. The solution of equations have been numerically solved in ANSYS FLUENT[®] software. Firstly, numerical solutions for validation with Newtonian fluids in clean enclosures are conducted, followed by enclosures with heterogeneous medium and centered block. Subsequently, numerical solutions of power-law and Bingham fluids with same enclosures configurations are conducted. The results are reported in the form of streamlines, isotherms and average Nusselt number at hot wall. In general, the heat transfer process in enclosure is governed by Rayleigh number, size and thermal conductivity of the blocks, power index n for power-law fluid and Bingham number for Bingham fluid. Both fluid models are very sensitive with Prandtl number changes. Heterogeneous medium decrease heat transfer in enclosure when affects thermal boundary layer for both fluid models. One analytical prediction was made for power-law fluid. An increase in heat transfer occurs with low thermal conductivity block and few interference and with high thermal conductivity block and great interference, for both fluids.

Key-words: Natural convection, heterogeneous medium, power-law fluid, Bingham fluid, computational fluid dynamics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Representação esquemática do escoamento de fluido numa cavidade fechada com gradiente horizontal de temperatura.	20
Figura 1.2 – Rocha porosa real e modelo representativo simplificado.	21
Figura 2.1 – Representação esquemática do comportamento da tensão nos fluidos em função da taxa de cisalhamento.	26
Figura 2.2 – Volume elementar representativo (r.e.v.).	28
Figura 2.3 – Representação simplificado de um meio poroso pela abordagem heterogênea.	29
Figura 3.1 – Geometria e condições de contorno das cavidades estudadas.	43
Figura 3.2 – Geometria e condições de contorno adimensionais das cavidades estudadas.	49
Figura 3.3 – Condições de contorno adimensionais nas interfaces.	49
Figura 4.1 – Malha computacional para a discretização das equações.	57
Figura 4.2 – Malha de velocidades adiantada em relação a malha original.	57
Figura 4.3 – Esquema unidimensional para discretização com o <i>QUICK</i>	59
Figura 4.4 – Diagrama de blocos do método <i>SIMPLEC</i>	60
Figura 4.5 – Comportamento do modelo de regularização de bi-viscosidade.	62
Figura 5.1 – Diferenças entre uma malha grosseira e uma refinada.	63
Figura 5.2 – (a) Linhas de corrente e (b) isothermas para a faixa de $Ra = 10^3 - 10^8$ com $Pr = 0,71$	65
Figura 5.3 – Linhas de corrente e isothermas para cavidade com bloco centrado.	67
Figura 5.4 – Linhas de corrente para cavidade com $N = 9, 16, 36$ e 64 blocos.	69
Figura 5.5 – Linhas de corrente para cavidade com $N = 9, 16, 36$ e 64 blocos.	70
Figura 6.1 – Esboço do desenvolvimento das camadas limites numa parede aquecida.	72
Figura 6.2 – Variação do Nu_{av} com o Pr , para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$ e $n = 0,6$	75
Figura 6.3 – (a) linhas de corrente e (b) isothermas, para vários Pr com $Ra = 10^6$ e $n = 0,6$	76
Figura 6.4 – Perfil de velocidade e temperatura ao longo da cavidade para diferentes Pr , com $Ra = 10^6$ e $n = 0,6$	77
Figura 6.5 – Linhas de corrente para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$ e $n = 0,6, 1,0$ e $1,6$	78
Figura 6.6 – Isothermas para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$, com $n = 0,6, 1,0$ e $1,6$	79
Figura 6.7 – Linhas de corrente para $Ra = 10^6$ e $Ra = 10^7$, $n = 0,6, 1,0$ e $1,6$	81
Figura 6.8 – Perfis de velocidade adimensional de $Ra = 10^6$ e $Ra = 10^7$ para $n = 0,6; 1,0$ e $1,6$ em $y = 0,5$	82
Figura 6.9 – Isothermas para $Ra = 10^6$ e $Ra = 10^7$, $n = 0,6, 1,0$ e $1,6$	83

Figura 6.10–Previsão de interferência na camada limite em função de N	85
Figura 6.11–Influência da quantidade de blocos no Nu_{av} para vários Ra e n	86
Figura 6.12–Linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e 10^6 com $\kappa = 1$ e vários D	87
Figura 6.13–Velocidade adimensional para $Ra = 10^4$ e 10^6 , $n = 0,6 - 1,6$ em $y = 0,5$	88
Figura 6.14–Previsão de interferência na camada limite em função de D	90
Figura 6.15–Influência de κ nas (a) linhas de corrente e (b) isotermas para $Ra = 10^5$, $n = 0,6, 1,0$ e $1,6$ com $D = 0,7$	91
Figura 6.16–Variação do Nu_{av} em função do tamanho do bloco D , para vários n	92
Figura 7.1 – Esboço do desenvolvimento das camadas limites numa parede aquecida.	96
Figura 7.2 – Linhas de corrente com regiões aparentemente não cisalhadas (em cinza) e isotermas para $Ra = 10^6$, $Pr = 1$ e $Bi = 7$	99
Figura 7.3 – Linhas de corrente com RANC (em cinza) e isotermas para $Ra = 10^5$	100
Figura 7.4 – Linhas de corrente com RANC (em cinza) e isotermas para $Ra = 10^7$	101
Figura 7.5 – Linhas de corrente e isotermas para $Ra = 10^6$, com $f = 0,1$ e $0,3$	103
Figura 7.6 – Linhas de corrente e isotermas para $Ra = 10^7$, com $f = 0,1$ e $0,3$	103
Figura 7.7 – Perfis de velocidade adimensional de $Ra = 10^6$ e 10^7 para $f = 0,1$ em $y = 0,5$	104
Figura 7.8 – Variações do Nu_{av} em função de Ra , para $f = 0,1$	104
Figura 7.9 – Influência do tamanho do bloco nas linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e $Ra = 10^6$ com $\kappa = 1$	105
Figura 7.10–Perfis de velocidade adimensional de $Ra = 10^4$ e $Ra = 10^6$ para $f = 0,1$; $0,5$ e $0,9$ em $y = 0,5$	106
Figura 7.11–Influência de κ nas linhas de corrente e isotermas para $Ra = 10^7$ e $D = 0,7$	107
Figura 7.12–Variação do Nu_{av} em função do tamanho do bloco D , para vários n	108
Figura A.1 – Regiões das malhas não-uniformes em cavidade com meio heterogêneo.	118

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Parâmetros para adimensionalização das equações de balanço.	48
Tabela 3.2 – Relações de tensão e velocidade para cada modelo de fluido.	48
Tabela 4.1 – Coeficientes das equações de balanço em função do modelo de fluido. .	56
Tabela 5.1 – Comparação do Nu_{av} para o refino de malha com $Pr = 0,71$	64
Tabela 5.2 – Variação do Nu_{av} com os VC para a faixa $Ra = 10^3 - 10^8$, com $Pr = 0,71$.	64
Tabela 5.3 – Comparação do Nu_{av} com a literatura em cavidade limpa com $Pr = 0,71$.	65
Tabela 5.4 – Comparação com a literatura do Nu_{av} em cavidade limpa, para $Pr = 1$.	66
Tabela 5.5 – Comparação dos valores de Nu_{av} com a literatura para cavidade com bloco centrado e $Pr = 0,71$	66
Tabela 5.6 – Testes de malha com vários blocos para $Ra = 10^6$ e 10^7 , com $Pr = 1$. .	68
Tabela 5.7 – Comparação dos valores de Nu_{av} com a literatura para cavidade com meio heterogêneo e $Pr = 1$	68
Tabela 6.1 – Parâmetros das malhas não-uniformes escolhidas para as simulações em cavidade limpa.	72
Tabela 6.2 – Valores de Pr em função de Ra e n utilizados nas simulações com FLP.	76
Tabela 6.3 – Comparação dos valores de Nu_{av} com a literatura, para vários Ra e n . .	80
Tabela 6.4 – Quantidade mínima de blocos que provocam a interferência na camada limite.	84
Tabela 6.5 – Tamanho mínimo do bloco centrado para causar interferência na camada limite.	89
Tabela 7.1 – Parâmetros das malhas escolhidas para as simulações em cavidade limpa.	95
Tabela 7.2 – Valores de Bi_{max} em função de Ra e Pr	98
Tabela 7.3 – Comparação do Nu_{av} com a literatura disponível, para vários Ra e Bi . .	100
Tabela 7.4 – Valores de Bi que são utilizados nas simulações.	102
Tabela A.1 – Variação do Nu_{av} com a quantidade de VC para cavidade limpa.	116
Tabela A.2 – Variação do Nu_{av} com o tamanho do primeiro VC para $Ra = 10^7$	116
Tabela A.3 – Variação do Nu_{av} com r , para $\Delta x_1 = 0,001$ com a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$.	117
Tabela A.4 – Influência do aumento do Pr no Nu_{av}	117
Tabela A.5 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 64$. . .	118
Tabela A.6 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 36$. . .	119
Tabela A.7 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 16$. . .	119
Tabela A.8 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 9$	119
Tabela A.9 – Resultados de Nu_{av} para cavidade com meio heterogêneo.	120
Tabela A.10 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,1$. .	120
Tabela A.11 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,3$. .	121
Tabela A.12 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,5$. .	121

Tabela A.13–Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,7$	121
Tabela A.14–Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,9$	121
Tabela A.15–Resultados de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado.	122
Tabela B.1 – Variação do Nu_{av} com a quantidade de VC para cavidade limpa.	123
Tabela B.2 – Variação do Nu_{av} em função do r com $\Delta x_1 = 0,001$ para $Ra = 10^4 - 10^7$	123
Tabela B.3 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 64$	124
Tabela B.4 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 36$	124
Tabela B.5 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 16$	124
Tabela B.6 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 9$	125
Tabela B.7 – Resultados de Nu_{av} para cavidade com meio heterogêneo.	125
Tabela B.8 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,1$	126
Tabela B.9 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,3$	126
Tabela B.10–Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,5$	126
Tabela B.11–Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,7$	127
Tabela B.12–Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,9$	127
Tabela B.13–Resultados de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado.	128

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AUR	<i>Apparently unyielded regions</i>
CE	Conservação da energia
CM	Conservação da massa
CQM	Conservação da quantidade de movimento
DFC	Dinâmica de fluidos computacional
DP	Diferença percentual, [Eq. 3.48]
EF	Escoamento do fluido
FB	Fluido de Bingham
FLP	Fluido de lei de Potência
FN	Fluido newtoniano
FNN	Fluido não newtoniano
FNG	Fluido newtoniano generalizado
MB	Modelo de Bingham
MLP	Modelo de lei de Potência
MR	Modelo de regularização
<i>PRESTO!</i>	<i>Pressure Staggering Option</i>
<i>QUICK</i>	<i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics</i>
RANC	Regiões aparentemente não cisalhadas
<i>SIMPLEC</i>	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation Consistent</i>
VC	Volumes de controle
TC	Transferência de calor

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Razão de aspecto da cavidade, H/L	[–]
A_{ϑ}	Área da face normal ao fluxo	[m^2]
$a_{i,j}$	Coefficiente do nó principal	[–]
a_{nb}	Coefficiente dos nós vizinhos	[–]
Bi	Número de Bingham, [Eq. 3.36]	[–]
Bi_{max}	Número de Bingham máximo, [Eq. 7.10 e Tabela 7.2]	[–]
b	Linearização do termo fonte	[]
c_p	Calor específico a pressão constante	[J/kgK]
D	Tamanho adimensional do bloco, [d/H e Eq. 5.2]	[–]
d	Tamanho do bloco	[m]
f	Fração de Bi_{max} , [Eq. 7.11]	[–]
Gr	Número de Grashoff	[–]
\vec{g}	Aceleração da gravidade	[m/s^2]
H	Altura da cavidade	[m]
$h(x)$	Coefficiente local de transferência de calor	[W/m^2K]
\bar{h}	Coefficiente médio de transferência de calor	[W/m^2K]
$J_{i\varphi}$	Fluxo convectivo mais difusivo da variável φ , [Tabela 4.1]	[]
k	Condutividade térmica	[W/mK]
L	Comprimento da cavidade	[m]
L_c	Comprimento característico	[m]
m	Índice de consistência	[$Pa.s^n$]
Nu_x	Número de Nusselt local, [Eq. 3.41]	[–]
Nu_{av}	Número de Nusselt médio, [Eq. 3.43]	[–]
N	Número de blocos	[–]

N_{min}	Número mínimo de blocos	[–]
n	Índice de potência do modelo de lei de Potência	[–]
Pr	Número de Prandtl, [Eq. 3.27]	[–]
Pr_p	Número de Prandtl para modelo de lei de Potência, [Eq. 3.31]	[–]
P	Pressão adimensional, [Tabela 3.1]	[–]
p	Pressão	[Pa]
$p_{i,j}$	Pressão no nó principal	[Pa]
q''_{av}	Fluxo de calor médio	[W/m ²]
q'''	Taxa de geração volumétrica de calor	[W/m ³]
Ra	Número de Rayleigh, [Eq. 3.26]	[–]
Ra_{max}	Número de Rayleigh máximo, [Eq. 6.13]	[–]
Ra_{ef}	Número de Rayleigh efetivo	[–]
Ra_p	Número de Rayleigh para modelo de lei de Potência, [Eq. 3.30]	[–]
r	Fator de refino	[–]
S_c	Escala estimada para camada limite térmica	[–]
S_φ	Termos fontes, [Tabela 4.1]	[]
T	Temperatura	[K]
T_C	Temperatura da parede fria na cavidade	[K]
T_H	Temperatura da parede quente na cavidade	[K]
T_s	Temperatura da superfície de interesse	[K]
T_∞	Temperatura de referência	[K]
t	Tempo	[s]
Δx_1	Tamanho no primeiro volume de controle	[m]
Δx_{max}	Tamanho do maior volume de controle na região indicada	[m]
U	Componente horizontal adimensional da velocidade	[–]
U_R	Escala da velocidade característica	[–]
u	Componente horizontal dimensional da velocidade	[m/s]

\vec{V}	Vetor velocidade	$[m/s]$
V	Componente vertical adimensional da velocidade	$[-]$
v	Componente vertical dimensional da velocidade	$[m/s]$
\vec{v}_n	Vetor unitário normal a superfície	$[-]$
X	Coordenada espacial horizontal adimensional	$[-]$
x	Coordenada espacial horizontal dimensional	$[m]$
Y	Coordenada espacial vertical adimensional	$[-]$
y	Coordenada espacial vertical dimensional	$[m]$

Letras gregas

α	Difusividade térmica	$[m^2/s]$
β	Coeficiente de expansão volumétrico, [Eq. 3.11]	$[1/K]$
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento	$[s^{-1}]$
$\dot{\gamma}_{ij}$	Tensor de taxa de cisalhamento	$[s^{-1}]$
δ	Distância entre blocos	$[m]$
δ_h	Camada limite hidrodinâmica	$[m]$
δ_p	Distância entre a parede e o bloco	$[m]$
δ_t	Camada limite térmica	$[m]$
η	Viscosidade aparente, [Eq. 2.3 e Eq. 2.4]	$[Pa.s]$
θ	Temperatura adimensional, [Tabela 3.1]	$[-]$
Θ	Ângulo de inclinação da cavidade	$[^\circ]$
ϑ	Volume de um VC	$[m^3]$
κ	Razão entre a condutividade do sólido e do fluido, [Eq. 3.40]	$[-]$
λ_{cal}	Valor calculado	$[-]$
λ_{ref}	Valor de referência	$[-]$
μ	Viscosidade dinâmica	$[Pa.s]$
μ_B	Viscosidade do modelo de regularização	$[Pa.s]$
μ_0	Viscosidade plástica do material	$[Pa.s]$

ν	Viscosidade cinemática	$[m^2/s]$
ρ	Massa específica	$[kg/m^3]$
T_{ij}	Tensor de tensões viscoso adimensional, [Eq. 3.34]	$[-]$
τ_0	Tensão limite de escoamento	$[Pa]$
τ_{ij}	Tensão de cisalhamento da componente ij	$[Pa]$
Φ	Função dissipação viscosa	$[-]$
ϕ	Porosidade	$[-]$
φ	Variável intensiva, [Eq. 4.1]	$[-]$
ψ	Função corrente adimensional, [Eq. 3.46]	$[-]$
∇	Operador nabla	$[-]$

Superscritos

$()^T$	Transposta
$()^\varphi$	Relacionado a variável φ

Subscritos

$()_{av}$	Valor médio
$()_{cal}$	Valor calculado
$()_{ef}$	Efetivo
$()_f$	Fração fluida
$()_{ij}$	Relacionado as coordenadas x e y
$()_{i,j}$	Nó principal
$()_{max}$	Valor máximo
$()_{min}$	Valor mínimo
$()_{nb}$	Nó vizinho
$()_{ref}$	Valor de referência
$()_s$	Fração sólida
$()_\varphi$	Relacionado a variável φ
$()_x$	Valor local

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Convecção natural	20
1.2	Meio poroso	21
1.3	Fluidos newtonianos generalizados	22
1.4	Objetivos	22
1.5	Justificativa	23
1.6	Organização do trabalho	24
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	25
2.1	Modelos para os fluidos	25
2.2	Conceito sobre meios porosos	27
2.2.1	Abordagem homogênea	27
2.2.2	Abordagem heterogênea	29
2.3	Definição dos números adimensionais	30
2.4	Revisão bibliográfica	31
2.4.1	Cavidade limpa ou meio heterogêneo com fluidos newtonianos	31
2.4.2	Cavidade limpa com fluidos newtonianos generalizados	35
2.4.3	Corpos sólidos imersos em fluido newtoniano generalizado	37
2.5	Síntese do Capítulo 2	38
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	43
3.1	Geometrias e condições de contorno das cavidades	43
3.2	Equações de balanço	44
3.2.1	Equação de conservação da massa	44
3.2.2	Equação de conservação da quantidade de movimento	44
3.2.3	Equação da conservação da energia	45
3.3	Hipóteses simplificadoras	45
3.4	Equações simplificadas	46
3.5	Parâmetros de adimensionalização	47
3.6	Condições de contorno adimensionais	49
3.7	Equações adimensionais	50
3.7.1	Conservação da massa	50
3.7.2	Conservação de quantidade de movimento	50
3.7.3	Conservação da energia	52
3.7.3.1	Domínio fluido	52

3.7.3.2	Domínio sólido	52
3.8	Número de Nusselt médio	53
3.9	Linhas de corrente	53
3.10	Diferença percentual	54
3.11	Síntese do Capítulo 3	54
4	MODELAGEM NUMÉRICA	55
4.1	Discretização espacial	55
4.1.1	Integração da equação global	55
4.1.2	Método dos Volumes Finitos	56
4.1.3	Aproximação das equações de conservação	57
4.1.4	Equação global discretizada	58
4.2	Esquemas de interpolação	58
4.3	Acoplamento pressão-velocidade	59
4.4	Critério de convergência e termo fonte	61
4.5	Regularização do modelo de Bingham	61
4.6	Síntese do Capítulo 4	62
5	VALIDAÇÃO NUMÉRICA	63
5.1	Cavidade limpa	63
5.2	Cavidades com bloco centrado	66
5.3	Cavidades com meio heterogêneo	67
5.4	Síntese do Capítulo 5	70
6	FLUIDO DE LEI DE POTÊNCIA	71
6.1	Cavidade limpa	71
6.1.1	Testes de malha	71
6.1.2	Análise de escala	72
6.1.3	Influência do valor de Pr no Nu_{av}	74
6.1.4	Validação da metodologia com cavidades limpas	77
6.2	Cavidades com meio heterogêneo	80
6.2.1	Efeitos causados pelo meio heterogêneo	80
6.2.2	Interferência na camada limite	83
6.3	Cavidade com bloco centrado	86
6.3.1	Efeitos do tamanho do bloco	87
6.3.2	Interferência na camada limite	89
6.3.3	Efeitos da relação de condutividade térmica	90
6.3.4	Efeitos combinados de Ra , n , D e κ	92
6.4	Consolidação dos resultados	93
7	FLUIDO DE BINGHAM	95

7.1	Cavidade limpa	95
7.1.1	Testes de malha	95
7.1.2	Análise de escala	96
7.1.3	Influência do valor de Pr no Bi	97
7.1.4	Viscosidade plástica do modelo de regularização	98
7.1.5	Validação da metodologia para cavidades limpas	99
7.1.6	Normalização dos valores de Bi	101
7.2	Cavidade com meio heterogêneo	102
7.3	Cavidade com bloco centrado	105
7.3.1	Efeitos do tamanho do bloco	105
7.4	Efeitos da condutividade térmica	107
7.4.1	Efeitos combinados de Ra , f , D e κ	108
7.5	Consolidação dos resultados	109
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	110
8.1	Conclusões	110
8.2	Sugestões para trabalhos futuros	111
	REFERÊNCIAS	112
	APÊNDICE A – FLUIDO DE LEI DE POTÊNCIA	116
A.1	Testes de malha em cavidade limpa	116
A.2	Influência do valor de Pr sobre o Nu_{av}	117
A.3	Testes de malha em cavidade com meio heterogêneo	118
A.4	Resultados de Nu_{av} para cavidade com meio heterogêneo	119
A.5	Testes de malha em cavidade com bloco centrado	120
A.6	Resultados de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado	121
	APÊNDICE B – FLUIDO DE BINGHAM	123
B.1	Testes de malha em cavidade limpa	123
B.2	Testes de malha em cavidade com meio heterogêneo	124
B.3	Resultados de Nu_{av} para cavidade com meio heterogêneo	125
B.4	Teste de malha em cavidade com bloco centrado	126
B.5	Resultados de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado	127

1 INTRODUÇÃO

1.1 Convecção natural

A transferência de calor causada pelo fenômeno de convecção natural aparece em sistemas nos quais haja um gradiente de temperatura entre o fluido adjacente a uma superfície sólida. A diferença de temperatura entre os componentes propicia um gradiente de massa específica no fluido que está adjacente as superfícies do sólido, gerando e mantendo o escoamento através da ação do campo gravitacional (BEJAN, 2004). Então, pode-se dizer que a convecção natural é facilmente observada na natureza, tornando-se um problema fundamental.

O estudo de problemas fundamentais busca, essencialmente, compreender um fenômeno através de simplificações e idealizações do que foi observado, a fim de serem identificados os parâmetros e processos envolvidos. A partir dos estudos de problemas fundamentais, muitas aplicações diretas ou indiretas da convecção natural se tornam possíveis na engenharia, podendo-se citar: controle ambiental, processamento de alimentos e materiais, sistemas geotérmicos, painéis solares, projetos otimizados de fornos, trocadores de calor e resfriamento de reatores nucleares, entre outros (MERRIKH; LAGE, 2005). O setor industrial também pode se beneficiar utilizando a convecção natural no arrefecimento de equipamentos, o que reduz os custos operacionais, além de não gerar ruídos e vibrações como ocorre com a utilização da convecção forçada.

A convecção natural pode ser classificada como externa ou interna. A convecção interna apresenta, além de características semelhantes com a externa, muitas interações complexas entre o volume finito de fluido e as paredes que o confinam (BEJAN, 2004). A Fig. 1.1

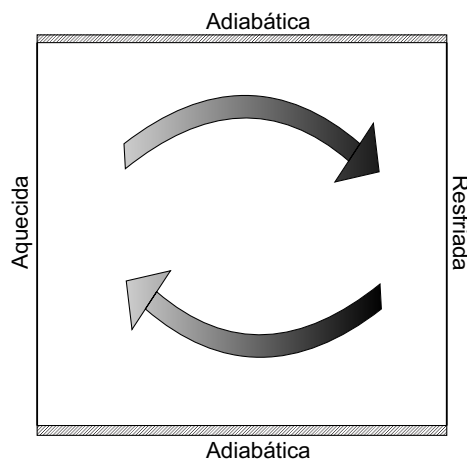


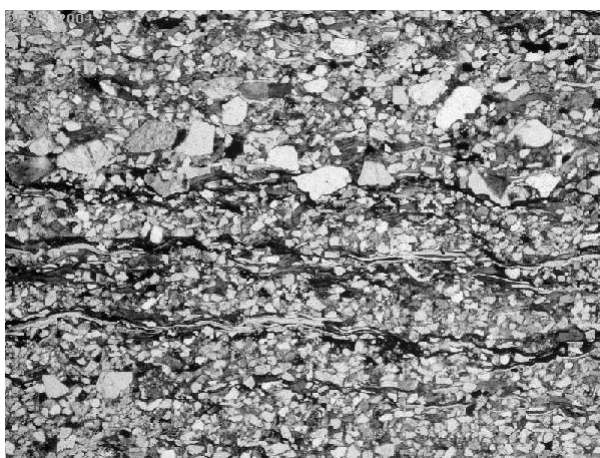
Figura 1.1 – Representação esquemática do escoamento de fluido numa cavidade fechada com gradiente horizontal de temperatura.

apresenta esquematicamente a convecção interna em uma cavidade fechada, com as setas indicando o sentido do escoamento do fluido devido ao gradiente horizontal de temperatura. A cavidade fechada aquecida lateralmente é um problema clássico na literatura sobre convecção natural (BEJAN, 2004), sendo que muitos estudos foram conduzidos no passado com a configuração apresentada para compreender melhor o fenômeno e os padrões que são desenvolvidos no escoamento do fluido e na transferência de calor.

1.2 Meio poroso

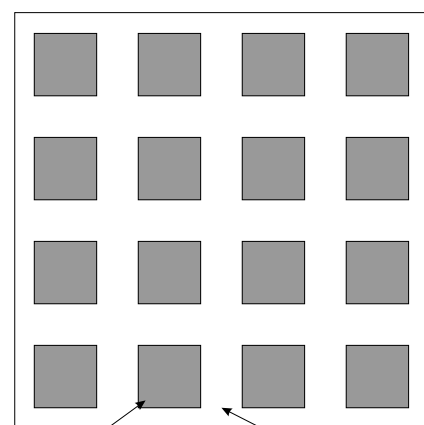
Define-se meio poroso como uma matriz, geralmente sólida, com espaços vazios (poros) no interior, pelos quais ocorre o escoamento de um ou mais fluidos (NIELD; BEJAN, 2006). O estudo de fenômenos de transporte em meios porosos é fundamental para o desenvolvimento e melhoria de várias aplicações ou processos, tais como a filtragem, em reatores catalíticos, a respiração humana, transporte de contaminantes no solo, exploração e extração de óleo e gás, armazenamento de grãos, estocagem de materiais, entre outros (MERRIKH; LAGE, 2005).

Existem duas abordagens distintas para estudar um meio poroso: a abordagem *heterogênea*, que trata os constituintes de maneira separada, pois é possível distinguir as interfaces entre os constituintes; e a abordagem *homogênea*, que representa o material como um único constituinte, pois as interfaces não são visíveis. No equacionamento matemático, a primeira abordagem utiliza equações separadas para o sólido e o fluido, enquanto que na segunda é necessária a utilização de um volume elementar representativo para descrever as características médias dos componentes ao longo do material. A distribuição e o tamanho dos poros em materiais reais é bastante complexa, dada a irregularidade e aleatoriedade que estão dispostos ao longo da matriz, como pode ser visto na Fig. 1.2(a).



(a) Rocha vulcânica.

Fonte: Nield e Bejan (2006)



Sólido

Poros

(b) Representação de um meio heterogêneo.

Figura 1.2 – Rocha porosa real e modelo representativo simplificado.

Assim, uma idealização para se representar simplificada um meio poroso real é utilizando blocos sólidos e desconectados para gerar a matriz e os poros, mostrado na Fig. 1.2(b). A representação simplificada torna possível a solução das equações utilizadas para descrever o meio poroso, buscando representar as características presentes no material, tais como a porosidade.

1.3 Fluidos newtonianos generalizados

Uma das grandes distinções feitas na literatura é quanto ao tipo de fluido em análise. Basicamente, pode-se dividir os fluidos em newtonianos (FN) e não newtonianos (FNN). Os FN possuem propriedades que dependem somente da temperatura, as quais muitas vezes apresentam variações tão modestas que são tratadas como constantes. Em contrapartida, as propriedades dos FNN dependem da temperatura, da variação e do histórico da taxa de cisalhamento, do histórico de aquecimento/resfriamento, além de alguns fluidos apresentarem características viscoelásticas (*i.e.* apresentam recuperação parcial elástica da deformação após cessado o cisalhamento) (CHHABRA; RICHARDSON, 2008).

Muitos fluidos conhecidos e utilizados rotineiramente são ou apresentam características de FNN, podendo-se citar alguns exemplos na indústria no transporte de sedimentos (esgoto, lama), misturas multifásicas (emulsões óleo-água, dispersão gás-líquido, espumas), engenharia de polímeros, indústria petrolífera, sistemas de resfriamento de componentes eletrônicos e trocadores de calor compactos (MATIN; POP; KHANCHEZAR, 2013); além de vários outros utilizados diariamente como cosméticos, produtos de higiene pessoal, fármacos, tintas, fluidos biológicos (sangue, saliva), alimentos (geleias, sopas), entre outros (XU; LIAO, 2009).

Dentre as propriedades do fluido, a que exerce a maior influência é a viscosidade, a qual altera significativamente os padrões de escoamento e da transferência de calor (BIRD; ARMSTRONG; HASSAGER, 1987). Das três grandes classes de FNN (apresentadas na seção 2.1), uma importante é a classe dos fluidos newtonianos generalizados (FNG), nos quais a viscosidade depende somente da temperatura e da variação da taxa de cisalhamento. Os modelos mais utilizados pela literatura e na indústria são o de lei de Potência (MLP) e o de Bingham (MB). A representação matemática dos FNG é tão simples que é possível obter soluções analíticas para alguns problemas, tais como a taxa volumétrica dentro de tubulações e a transferência de calor e de massa (BIRD; ARMSTRONG; HASSAGER, 1987).

1.4 Objetivos

Neste trabalho é realizada a investigação numérica do processo de transferência de calor por convecção natural de fluidos de lei de Potência e de Bingham em cavidades fechadas

preenchidas com meio heterogêneo. O meio heterogêneo é constituído de blocos sólidos, desconectados, quadrados e condutores de calor. É imposto um gradiente de temperatura horizontal na cavidade, mantendo-se as paredes horizontais adiabáticas.

É realizado um estudo da variação dos parâmetros que afetam o processo de convecção natural, tais como o número de Rayleigh, o de Prandtl, a quantidade de blocos com a porosidade fixa, além do tamanho do bloco centrado com diferentes razões entre as condutividades térmicas do sólido e do fluido. É feito a variados do índice de potência e do número de Bingham, para os respectivos modelos. A transferência de calor é quantificada pelo número de Nusselt médio na parede quente, sendo comparado, quando possível, com a literatura disponível. Para auxiliar na interpretação dos resultados e ilustrar as alterações ocorridas nos padrões de escoamento são geradas linhas de corrente e isotermas.

1.5 Justificativa

Um dos grandes pilares da engenharia sempre foi a contínua busca por ganhos de eficiência dos sistemas que são desenvolvidos. Na área das ciências térmica são estudadas formas de melhorar os sistemas através da análise da influência da geometria e das condições operacionais nas quais o sistema térmico está inserido. Após o início e estabelecimento da dinâmica de fluidos computacional (DFC), houve uma aumento exponencial na melhoria dos sistemas térmicos proporcionado pela ferramenta computacional na análise do escoamento do fluido e na transferência de calor (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). O setor industrial também tem grande interesse na melhoria da eficiência dos sistemas térmicos, uma vez que pode-se diminuir os custos de operação e a quantidade de material utilizado na fabricação dos componentes.

Quase a totalidade dos sistemas térmicos exige algum tipo de resfriamento para o correto funcionamento. Usualmente, o resfriamento é feito por trocadores de calor acoplados a um sistema ativo de convecção, tal como um motor elétrico com uma hélice, consumindo energia, além de gerar ruídos e vibrações. Quando é utilizado FN para o resfriamento, a quantidade de calor transferida por convecção natural é menor que por convecção forçada, sendo a substituição do fluido a solução mais simples para aumentar a transferência de calor (MATIN; POP; KHANCHEZAR, 2013), sem alterar nenhum componente do sistema. Um exemplo é a utilização de fluidos pseudoplásticos (modelo de lei de Potência) para aumentar a quantidade de calor que pode ser transferida (devido ao aumento do escoamento do fluido proporcionado pela redução da viscosidade), possibilitando a eliminação do sistema ativo de resfriamento, além de reduzir o custo de operação do sistema.

A partir da revisão bibliográfica apresentada no Capítulo 2 nota-se que há poucos estudos na literatura que utilizam a convecção natural em cavidades fechadas preenchidas utilizando MLP ou MB. Uma número ainda menor de estudos utilizaram um corpo sólido (quadrado ou círculo) no interior da cavidade, porém nenhum estudo disponível utilizou um

meio heterogêneo numa cavidade. Assim, o presente trabalho tem por objetivo preencher a lacuna existente na literatura especializada utilizando meio heterogêneo numa cavidade fechada preenchida com modelo de lei de Potência e de Bingham. Por se tratar de um estudo inédito, espera-se que os resultados gerados sejam pertinentes para as áreas de convecção natural, de meio heterogêneo e de fluidos newtonianos generalizados.

1.6 Organização do trabalho

O conteúdo do presente estudo está dividido em 8 Capítulos. No Capítulo 2 é apresentado o equacionamento matemático para o comportamento da viscosidade do modelo de lei de Potência e de Bingham. Em seguida, são apresentados e definidos os números adimensionais de Rayleigh, Prandtl, Nusselt e Bingham. Posteriormente é apresentada uma revisão bibliográfica sucinta sobre a convecção natural em cavidades fechadas, limpas ou com meio heterogêneo, preenchidas com fluidos newtonianos ou fluidos newtonianos generalizados.

No Capítulo 3 apresenta-se a geometria da cavidade, as condições de contorno, as hipóteses simplificadoras e as equações de balanço em notação vetorial, simplificadas e adimensionalizadas.

No Capítulo 4 descreve-se a metodologia numérica empregada na solução das equações de balanço, além de uma breve descrição da metodologia utilizada pelo programa comercial ANSYS FLUENT®.

No Capítulo 5 é feita a validação numérica da metodologia de solução utilizando fluidos newtonianos, através da comparação dos resultados de Nusselt médio com a literatura, em cavidade limpa, com meio heterogêneo e com bloco centrado.

No Capítulo 6 são apresentadas as simulações com modelo de lei de Potência, sendo feita a comparação dos resultados em cavidade limpa com a literatura disponível, seguido dos resultados e das discussões em cavidades com meio heterogêneo e com bloco centrado.

No Capítulo 7 são apresentadas as simulações com modelo de Bingham, inicialmente sendo feita a comparação com a literatura em cavidade limpa, com a posterior apresentação e discussão dos resultados obtidos em cavidades com meio heterogêneo e bloco centrado.

Por fim, no Capítulo 8 são feitas as considerações finais sobre o estudo, no Apêndice A e no Apêndice B são apresentados para o modelo de lei de Potência e para o modelo de Bingham, respectivamente, os testes de malha, os valores de Nusselt médio obtidos nos testes e nas simulações, além dos parâmetros utilizados para a geração das malhas utilizadas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos utilizados ao longo do estudo. Primeiramente são apresentados os modelos de fluidos newtonianos (FN) e fluidos newtonianos generalizados (FNG), juntamente com as definições dos números adimensionais que estão presentes em todo o estudo. Posteriormente é apresentada uma revisão bibliográfica sobre convecção natural em cavidades fechadas.

2.1 Modelos para os fluidos

A lei de Newton da viscosidade para fluidos newtonianos relaciona as tensões de cisalhamento com a taxa de cisalhamento, através da viscosidade do fluido, da seguinte forma (BIRD; ARMSTRONG; HASSAGER, 1987):

$$\tau_{ij} = \mu \dot{\gamma}_{ij}, \quad (2.1)$$

sendo τ_{ij} a componente i, j do tensor de tensões, μ , a viscosidade dinâmica do fluido e $\dot{\gamma}_{ij}$, as componentes do tensor de taxa de cisalhamento, dado por $\dot{\gamma}_{ij} = [\nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T]$, sendo \vec{V} o vetor velocidade. A viscosidade dos fluidos newtonianos é independente das tensões de cisalhamento e da taxa de cisalhamento, sendo dependente do fluido e das condições de temperatura e pressão impostas.

Os fluidos que não seguem a relação linear proposta por Newton são classificados como fluidos não newtonianos (FNN). Pode-se classificar os FNN em três subdivisões gerais (CHHABRA; RICHARDSON, 2008):

- **fluidos newtonianos generalizados (FNG):** são fluidos nos quais a taxa de cisalhamento em qualquer ponto ao longo do fluido é determinada pelo valor da tensão de cisalhamento atuando no mesmo ponto independentemente do tempo; também são chamados de “independentes do tempo”, “puramente viscosos” e “inelásticos”;
- **dependentes do tempo:** são fluidos nos quais a relação entre tensão de cisalhamento e taxa de cisalhamento depende da duração do cisalhamento e do histórico cinemático (efeito memória);
- **viscoelásticos:** substâncias que exibem comportamento de fluidos ideais e sólidos elásticos, apresentando recuperação parcial elástica depois de cessada a deformação.

Os esquemas de classificação são arbitrários, sendo que a maioria dos materiais reais possuem a combinação de duas ou até três tipos de classificação. Normalmente, é possível

identificar uma característica dominante, sendo assumida como base para a classificação do fluido (CHHABRA; RICHARDSON, 2008). A Fig. 2.1 apresenta o comportamento típico dos modelos de FNG que são utilizados neste estudo, sendo detalhados na sequência.

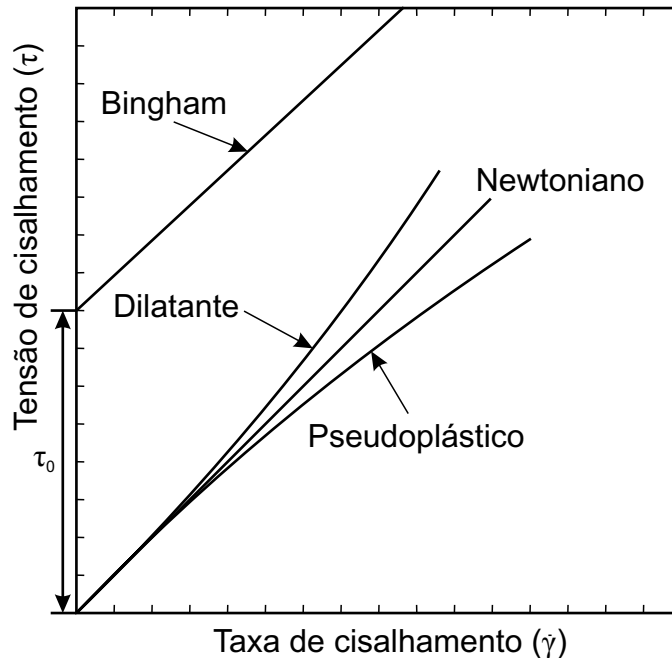


Figura 2.1 – Representação esquemática do comportamento da tensão nos fluidos em função da taxa de cisalhamento.

A expressão geral para representar a classe de FNG vem dos FN, substituindo a viscosidade dinâmica pela “viscosidade aparente”, $\eta(\dot{\gamma}_{ij})$, que varia com a taxa de cisalhamento, resultando na seguinte expressão para o tensor de tensões:

$$\tau_{ij} = \eta(\dot{\gamma}_{ij})\dot{\gamma}_{ij}. \quad (2.2)$$

No presente trabalho são empregados os dois ajustes para o comportamento da viscosidade mais utilizados na literatura (BIRD; ARMSTRONG; HASSAGER, 1987): o de lei de Potência e o de Bingham.

- **Modelo de lei de Potência:**

É o modelo mais conhecido e amplamente utilizado na engenharia pela quantidade de problemas de escoamento que foram solucionados analiticamente (BIRD; ARMSTRONG; HASSAGER, 1987). A viscosidade aparente do modelo é dada por:

$$\eta = m\dot{\gamma}_{ij}^{n-1}, \quad (2.3)$$

sendo m o índice de consistência e n o índice de potência. O comportamento do fluido é definido pelo valor de n , da seguinte forma:

$$\text{Se } \begin{cases} n < 1 \rightarrow \text{efeito } \textit{shear-thinning} \text{ ou } \textit{pseudoplástico}: \text{redução da viscosidade com } \dot{\gamma}_{ij}; \\ n = 1 \rightarrow \text{comportamento newtoniano}: \text{recupera-se a Eq. 2.1 com } m = \mu; \\ n > 1 \rightarrow \text{efeito } \textit{shear-thickening} \text{ ou } \textit{dilatante}: \text{aumento da viscosidade com } \dot{\gamma}_{ij}. \end{cases}$$

- **Modelo de Bingham:**

Fluidos viscoplásticos possuem características sólidas enquanto a tensão que é aplicada, τ_{ij} , for menor do que a tensão limite de escoamento do fluido, τ_0 . Dentre os modelos existentes para descrever o comportamento viscoplástico, o modelo de Bingham é o mais simples e amplamente utilizado, sendo definido como (CHHABRA; RICHARDSON, 2008):

$$\begin{cases} \eta \rightarrow \infty & (\tau_{ij} \leq \tau_0), \\ \eta = \mu_0 + \tau_0/|\dot{\gamma}_{ij}| & (\tau_{ij} \geq \tau_0), \end{cases} \quad (2.4)$$

sendo $|\dot{\gamma}_{ij}|$ a segunda invariante do $\dot{\gamma}$ (BIRD; ARMSTRONG; HASSAGER, 1987). No modelo, a viscosidade aparente do fluido tende ao infinito, pois não haverá escoamento enquanto a tensão limite não for superada. A partir do momento no qual superou-se a tensão limite, o comportamento da tensão do fluido se dá por uma relação linear da mesma forma que os fluidos newtonianos.

2.2 Conceito sobre meios porosos

Os meios porosos são definidos como matrizes, geralmente sólidas e com pequenas deformações, com espaços vazios interconectados (poros) no interior dos quais ocorre o escoamento de pelo menos um fluido. Como a distribuição dos poros nos meios reais é complexa, uma representação precisa da geometria do meio poroso se torna difícil. Assim, aproximações geométricas são feitas para tornar o estudo do meio o mais próximo do real. As aproximações mais difundidas pela literatura são as abordagens homogênea e heterogênea.

2.2.1 Abordagem homogênea

A abordagem *homogênea, poro-contínua* ou *macroscópica* considera as fases sólida e fluida como um único constituinte, sendo utilizadas equações médias para representar o meio poroso. A palavra homogênea indica que apenas uma fase é considerada; poro-contínua reflete a técnica de escala utilizada; macroscópica é associada a aplicação do operador volume médio nas equações de balanço (BRAGA; DE LEMOS, 2005a).

Existem dois modos para se obter a média dos volumes e as áreas dos poros (NIELD; BEJAN, 2006): *espacial* e *estatístico*. Na aproximação espacial uma variável macroscópica

é definida sobre um volume elementar representativo (*representative elementary volume* - r.e.v.), resultando no valor médio da variável, sendo independente do tamanho do volume elementar. A escala do volume elementar representativo é muito maior do que a escala do poro, mas consideravelmente menor do que a escala do domínio de escoamento (Fig. 2.2).

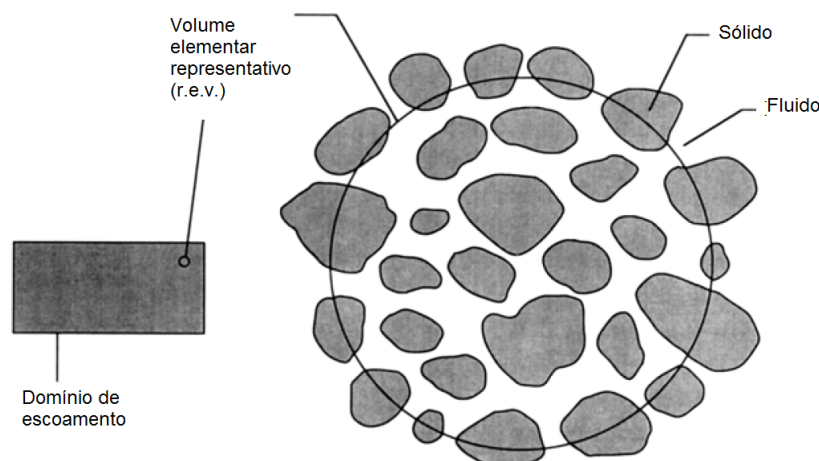


Figura 2.2 – Volume elementar representativo (r.e.v.).
Adaptado de: Nield e Bejan (2006)

Na aproximação estatística a média é feita sobre um possível conjunto estrutural de poros que são macroscopicamente equivalentes. A dificuldade está relacionada com a informação sobre o conjunto dos poros, que usualmente é baseada em uma única amostra, e só é possível se for assumido homogeneidade estatística. Duas definições associadas utilizadas para definir um meio poroso são a porosidade e a permeabilidade.

- **Porosidade:**

A porosidade, ϕ , em um meio é definida como a fração ocupada pelos espaços vazios ou fluido, V_f , no volume total do material, V_T . Então, pode-se escrever:

$$\phi = \frac{V_f}{V_T}. \quad (2.5)$$

Para um meio poroso isotrópico, a porosidade superficial (fração de área de vazios, A_f , e área total A_T) pode ser considerada igual a porosidade se os espaços vazios estiverem conectados (NIELD; BEJAN, 2006). Assim,

$$\phi = \frac{A_f}{A_T}. \quad (2.6)$$

- **Permeabilidade:**

A permeabilidade, K_p , outro conceito fundamental para meios porosos, é definida como a facilidade que o fluido possui em percorrer um meio poroso. Para o escoamento laminar,

incompressível e a baixa velocidade de um fluido através de um meio poroso homogêneo e isotrópico, a expressão para a permeabilidade é dada por (BEJAN, 2004):

$$K_p = -\frac{\mu}{\nabla p} \vec{V}, \quad (2.7)$$

sendo K_p a constante de permeabilidade de Darcy ou viscosa, ∇p o gradiente de pressão, μ a viscosidade dinâmica do fluido e \vec{V} o vetor velocidade. A Eq. 2.7 é conhecida como Lei de Darcy para a permeabilidade. É amplamente utilizada pela simplicidade da formulação e por separar a influência do fluido (μ), do escoamento (\vec{V}) e do meio poroso (K_p).

O coeficiente K_p é uma constante empírica determinada somente pela geometria do meio poroso. A teoria de Carman-Kozeny propôs uma equação para a permeabilidade de um leito de esferas, dado por (KAVIANY, 1995):

$$K_p = \frac{1}{180} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} d_c^2, \quad (2.8)$$

sendo d_c o diâmetro característico das esferas. Os autores Nakayama e Kuwahara (1999) obtiveram uma relação para a permeabilidade considerando o comprimento característico de blocos quadrados, resultando em:

$$K_p = \frac{1}{120} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} d_c^2. \quad (2.9)$$

2.2.2 Abordagem heterogênea

A abordagem *heterogênea*, *contínua* ou *microscópica* considera os domínios sólido e fluido separados, sendo aplicadas as equações de balanço separadamente para cada constituinte. A palavra heterogênea enfatiza as duas fases consideradas; contínua expressa a ideia de continuidade dos dois meios (sólida e fluida); microscópica identifica o uso das equações de balanço localmente (BRAGA; DE LEMOS, 2005a). A Fig. 2.3 ilustra um meio heterogêneo simplificado, representado por blocos sólido, quadrados, desconectados e condutores de calor.

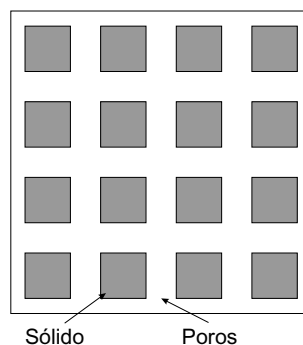


Figura 2.3 – Representação simplificado de um meio poroso pela abordagem heterogênea.

Além das diferenças apresentadas entre as duas abordagens, nota-se que na heterogênea o “zoom” dado sobre o meio poroso é maior que na homogênea, melhorando a visualização das nuances do material. A abordagem heterogênea é adotada neste trabalho.

2.3 Definição dos números adimensionais

Muitos dos parâmetros que são apresentados nos estudos sobre transferência de calor e mecânica dos fluidos são adimensionais. Os números adimensionais são utilizados para caracterizar o tipo do escoamento ou a intensidade da transferência de calor, relacionando as propriedades do fluido e as condições geométricas nas quais o fenômeno ocorre. Além disso, são extremamente úteis para comparação entre diferentes experimentos ou simulações que apresentem o mesmo valor dos números adimensionais.

Em estudos de convecção natural, o número de Rayleigh, Ra , é o responsável por quantificar a intensidade da convecção natural atuante, definindo como (BEJAN, 2004):

$$Ra = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu\alpha}, \quad (2.10)$$

sendo g a aceleração da gravidade, β o coeficiente de expansão volumétrica, T_s a temperatura da superfície de interesse, T_∞ a temperatura de referência, L_c o comprimento característico, ν a viscosidade cinemática e α a difusividade térmica. A interpretação física usual dada ao Ra é a razão entre as forças de empuxo e as viscosas. Para a convecção natural em cavidades fechadas com fluidos newtonianos, valores de $Ra \leq 10^8$ estão no regime laminar, a faixa de transição ocorre com $Ra \approx 10^9$, sendo valores de $Ra \approx 10^{10}$ ou maiores no regime turbulento (INCROPERA *et al.*, 2008).

Outro número adimensional extremamente importante é o número de Prandtl, Pr , definido como:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad (2.11)$$

representando a razão entre a difusividade de quantidade de movimento, ν , e a difusividade térmica, α . Para exemplificar, metais líquidos como o mercúrio possuem valores de $Pr \approx 0,015$; para o ar, o $Pr \approx 0,7$ e para a água, o $Pr \approx 7$. Para óleos e líquidos de alta viscosidade, a faixa de valores é de $Pr = 10^2 - 10^4$ (INCROPERA *et al.*, 2008).

Para se quantificar a transferência de calor proveniente da convecção do fluido, utiliza-se o número de Nusselt, Nu , sendo definido como a razão entre a transferência de calor convectiva e a puramente condutiva (INCROPERA *et al.*, 2008). Quanto maior for o Nu , maior será a transferência de calor por convecção. A definição do adimensional é:

$$Nu = \frac{h(x)L_c}{k_f}, \quad (2.12)$$

sendo $h(x)$ o coeficiente de transferência de calor local e k_f a condutividade térmica do fluido. Usualmente, é utilizado o número de Nusselt médio, Nu_{av} , calculado ao longo da superfície que está sob estudo pela integração do coeficiente $h(x)$ na superfície, para ser quantificada a transferência de calor global. Na seção 3.8 é apresentado e obtido o número de Nusselt médio, Nu_{av} .

Outro número adimensional necessário no presente estudo é o número de Bingham, Bi , para caracterizar o fluido de Bingham utilizado na segunda parte do estudo. O número é interpretado fisicamente como a razão entre a tensão limite de escoamento do fluido, τ_0 , e as tensões viscosas (TURAN; CHAKRABORTY; POOLE, 2010):

$$Bi = \frac{\tau_0 L_c}{\mu_0 U_R}. \quad (2.13)$$

sendo U_R a escala de velocidade característica. A forma do número de Bingham utilizada no presente trabalho é obtida a partir da adimensionalização das equações de balanço de quantidade de movimento para o modelo, como pode ser visto na seção 3.7.2.

2.4 Revisão bibliográfica

Apresenta-se nesta seção a revisão bibliográfica feita sobre convecção natural, em um primeiro momento utilizando fluidos newtonianos em cavidades limpas e com meio heterogêneo e no segundo momento utilizando fluidos newtonianos generalizados em cavidades limpas e corpos sólidos. Buscou-se nesses trabalhos um melhor entendimento do fenômeno físico que será abordado no presente estudo, através dos parâmetros relevantes e dos resultados obtidos pelos autores.

2.4.1 Cavidade limpa ou meio heterogêneo com fluidos newtonianos

Um dos trabalhos numéricos fundamentais com cavidades limpas sob o efeito da convecção natural foi feito por De Vahl Davis (1968), o qual estudou e comparou os resultados obtidos com dados experimentais e previsões teóricas. O principal resultado obtido pelo autor foi que aumentando-se o valor de Pr a solução numérica se torna mais estável e para $Pr \geq 10$ há pouca variação nos valores de Nu_{av} .

Outro trabalho relevante com cavidades limpas foi feito por Hortmann, Peric e Scheuerer (1990), no qual foram utilizadas várias malhas com diferentes refinamentos, esclarecendo muitas questões sobre o processo de refino de malha para o autor do estudo, além dos resultados obtidos serem utilizados na validação da metodologia do presente estudo.

Um dos primeiros estudos sobre convecção natural com cavidade aquecida lateralmente contendo um bloco centrado de tamanho variável e condutor de calor foi feita por House, Beckermann e Smith (1990). A análise revelou que o escoamento de fluido e a transferência de calor são governados pelos números de Ra , Pr , pelo tamanho e pela condutividade

térmica do bloco. O estudo também mostra que existe um tamanho ótimo de bloco no qual é possível aumentar a transferência de calor, em comparação com a cavidade limpa. Quando blocos maiores são inseridos na cavidade, a condutividade térmica influencia a transferência de calor. Para blocos menores, pouca influência é percebida, pois ocupam a região estagnada de fluido no centro da cavidade.

Utilizando uma configuração semelhante, porém com o bloco centrado gerando calor, os autores Oh, Ha e Kim (1997) estudaram a influência causada pela diferença de temperatura entre as paredes da cavidade e a criada pelo bloco, sobre os padrões de escoamento do fluido e da transferência de calor. Conforme aumentou-se a geração de calor, o escoamento do fluido que era dominado pela diferença de temperaturas da cavidade, começou a ser dominado pela temperatura da fonte de calor. Também foi notado que para Ra maiores, a geração de calor necessária era muito maior para a fonte de calor dominar o escoamento.

No estudo feito por Merrikh e Mohamad (2001) sobre meio heterogêneo, seis blocos condutores de calor dentro de uma cavidade com razão de aspecto $A > 1$ (com $A = H/L$) foram utilizados para esclarecer os efeitos que a localização dos blocos causam no escoamento do fluido e na transferência de calor. Os resultados obtidos mostraram que blocos com condutividade térmica baixa ($\kappa < 1$, sendo κ a razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido, dada por $\kappa = k_s/k_f$) dentro da camada limite térmica reduzem a transferência de calor. Quando os mesmos blocos foram afastados das paredes, a transferência de calor aumentou (em comparação com a cavidade limpa). Por fim, blocos de alta condutividade térmica ($\kappa > 10$) colocados dentro da camada limite aumentaram a transferência de calor. Os autores ainda comentam que valores de $Pr \geq 0,71$ tem pouca influência sobre os resultados de Nu_{av} .

Para investigar as influências causadas na transferência de calor, os autores Merrikh e Lage (2005) utilizaram as quantidades de $N = 9; 16; 36; 64; 144$ blocos, razões de condutividade $\kappa = 0,1; 1; 10; 100$, mantendo constante $Pr = 1$ e a porosidade $\phi = 0,64$ (razão entre o volume ocupado pelo fluido e o volume total da cavidade). Os resultados mostraram que aumentando-se o número de blocos, o escoamento preferencial do fluido que ocorria entre as paredes ativas e a primeira coluna de blocos (primeiro canal), migrou para escoar entre a primeira e segunda coluna (segundo canal), causando uma redução acentuada na transferência de calor. A migração do escoamento foi mais evidente para $Ra \leq 10^6$. Uma relação foi obtida para a quantidade mínima de blocos, N_{min} , na qual a transição do escoamento preferencial passava do primeiro para o segundo canal. Notou-se que para $N > N_{min}$, a transferência de calor aumentava com o aumento de κ , enquanto que para $N < N_{min}$, a transferência de calor era maior quanto menor o κ , aumentando inversamente proporcional ao Ra . Foi concluído que quando os blocos estão muito próximos das paredes, há interferência nas camadas limites hidrodinâmica e térmica, dificultando o escoamento do fluido.

Utilizando os mesmos parâmetros, porém variando a porosidade $\phi = 0,36; 0,51;$

0,64; 0,75; 0,84 e a razão de aspecto da cavidade, os autores Junqueira *et al.* (2013) notaram que os efeitos do aumento da razão de aspecto da cavidade ($A = H/L$) só foram perceptíveis com muitos blocos na cavidade ou com Ra baixos. Para Ra altos, conforme A foi aumentado, os valores de Nu_{av} também aumentaram até atingir um máximo, decrescendo posteriormente. O aumento da ϕ aumentou Nu_{av} quando havia poucos blocos na cavidade, pois N_{min} aumenta com ϕ . A condutividade térmica dos blocos aumentou levemente o Nu_{av} quando interferiram nas camadas limites e possuíam valores elevados.

Para investigar os efeitos que a forma dos blocos causam no Nu_{av} , os autores Braga e De Lemos (2005b) utilizaram blocos quadrados e circulares, condutores de calor, variando o número de sólidos em $N = 1; 4; 16; 64$. Notou-se que os valores de Nu_{av} para as geometrias circulares foram ligeiramente inferiores ao Nu_{av} das geometrias quadradas, sendo explicado como uma possível agitação extra que as bordas das geometrias quadradas causam no fluido, aumentando a transferência de calor global.

Os estudos apresentados até este momento distribuíram uniformemente os blocos na cavidade ou utilizaram um bloco centrado. No estudo dos autores Kumar De e Dalal (2006), uma investigação numérica foi feita sobre a influência que a posição vertical do bloco causa no escoamento do fluido e na transferência de calor em cavidades altas ($A > 1$) e rasas ($A < 1$). Dois casos foram utilizadas no bloco: 1. temperatura constante, T_H ; 2. fluxo de calor constante; as paredes verticais da cavidade foram mantidas à temperatura inferior à do bloco, T_C . As conclusões apontam que o caso 1 é mais eficiente na transferência de calor em comparação ao caso 2. A posição do bloco não apresentou um papel importante no caso 1 para o Nusselt local, Nu_x (calculado na parede lateral e no bloco) e para o Nu_{av} (calculado somente na parede lateral). Ainda para o caso 1, foram notadas mudanças globais na transferência de calor conforme A diminuía e o Ra aumentava. As cavidades altas apresentaram escoamento multicelular para todos os Ra e a variação da posição vertical do bloco mudou o Nu_x devido canais delgados disponíveis para o fluido escoar.

Uma investigação transiente foi feita por Lee e Ha (2006) numa cavidade aquecida por baixo e resfriada por cima, com um bloco condutor e gerador de calor no centro. A partir dos resultados, notou-se que valores pequenos de geração de calor não afetavam os padrões da transferência de calor e do escoamento do fluido, sendo governados pelas temperaturas da cavidade e atingindo o regime permanente em pouco tempo. Para valores de geração de calor maiores, os padrões de escoamento do fluido e da transferência de calor se tornaram instáveis, resultando em valores de Nu_{av} com padrões caóticos e dependentes do tempo, apresentando grandes oscilações. A condutividade do bloco somente influenciou os resultados quando a geração de calor era pequena, a razão de condutividade térmica era $\kappa > 10$ e com $Ra \leq 10^4$.

Também utilizando um bloco gerando calor no centro da cavidade, os autores Zhao, Tang e Liu (2006) estudaram dois casos: 1. fluxo de calor constante numa parede lateral com a outra mantida à temperatura constante; 2. fluxo de calor constante na parede inferior

com a superior mantida à temperatura constante. Além da grande contribuição que este estudo fornece quanto às escalas de velocidade recomendadas para diferentes condições de contorno e de escoamento, algumas estratégias de solução foram apresentadas para as mudanças abruptas da condutividade do fluido para o sólido e para a região que está o sólido, elucidando e contribuindo para um melhor entendimento do tratamento numérico do problema proposto.

Os autores Bhave, Narasimhan e Rees (2006) estudaram os efeitos que um bloco adiabático posicionado no centro da cavidade causava nas linhas de corrente e isotermas, variando o tamanho do bloco. Foi encontrado para cada Ra e Pr um tamanho ótimo de bloco (basicamente o mesmo que a região estagnada de fluido na cavidade limpa) que aumenta a transferência de calor em até 10%. Para blocos maiores do que o tamanho ótimo, a transferência de calor era reduzida de forma mais acentuada. Por fim, correlações para o tamanho ótimo do bloco foram apresentadas em função do Ra e Pr estudados.

Os estudos apresentados até este ponto da revisão consideraram as equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia separadamente para o sólido e para o fluido, pois é possível visualizar as interfaces entre os dois constituintes, caracterizando a abordagem *heterogênea*. Outra abordagem para tratar de meios porosos é chamada de *homogênea*, pois assume a fração sólida e a líquida como única, utilizando um volume elementar representativo para caracterizar o material.

Um estudo comparando as abordagens *heterogênea* e *homogênea* foi feito por Merrikh, Lage e Mohamad (2005), utilizando 16 blocos mantidos a temperatura quente numa cavidade com todas as paredes a temperatura fria. As discrepâncias entre os modelos variaram de 0,3% até 50%, sendo observadas principalmente no Nu_{av} nas paredes horizontais. Os efeitos oscilatórios e transientes no escoamento apresentados pela abordagem *heterogênea* não foram visualizados na solução *homogênea*, sendo um dos motivos das discrepâncias encontradas. Vale ressaltar ainda que, para o caso investigado, os autores comentam que a abordagem *homogênea* deve ser evitada para: $Ra \leq 10^5$ e $\phi \geq 0,5$; $Ra \geq 10^6$ e $\phi < 0,5$; e é inapropriada para as faixas: $Ra = 10^6$ e $\phi \geq 0,9$; $Ra = 10^7$ e $\phi \geq 0,8$.

Outra comparação entre as abordagens *heterogênea* e *homogênea* foi feita por Braga e De Lemos (2005a) com uma quantidade fixa de sólido condutor de calor no interior da cavidade. Realizando simulações com os regimes laminar e turbulento, notou-se que a abordagem *homogênea* falhou em prever o Nu_{av} , quando comparado com abordagem *heterogênea*. Então, um ajuste foi proposto pelos autores para corrigir o Nu_{av} da abordagem *homogênea* através do Ra que era simulado. Para a solução em regime turbulento, os dois modelos apresentaram valores elevados de Nu_{av} , sendo o modelo *homogêneo* mais sensível à inclusão da turbulência.

Buscando uma representação melhor de um meio poroso, os autores Pourshaghagh, Hakkaki-Fard e Mahdavi-Nejad (2007) implementaram um algoritmo que posicionava aleatoriamente pequenos blocos dentro da cavidade. Dos dois casos simulados, o caso de

interesse do presente estudo era uma cavidade com gradiente de temperatura horizontal e as paredes verticais adiabáticas. Os autores notaram que para as mesmas condições de Ra e Pr , a abordagem heterogênea resultou no $Nu_{av} = 1$, enquanto que pela abordagem homogênea foram obtidos valores de $Nu_{av} > 1$, caracterizando o regime convectivo e apresentando mais uma diferença nos resultados entre as abordagens.

Até este ponto, foram apresentados trabalhos que analisaram o escoamento do fluido e a transferência de calor em cavidades limpas e com meio heterogêneo, preenchidas com fluidos newtonianos, para introduzir os princípios que descrevem a convecção natural em cavidades. Na próxima seção serão apresentados trabalhos que estudaram os fluidos newtonianos generalizados em cavidades limpas.

2.4.2 Cavidade limpa com fluidos newtonianos generalizados

A partir das últimas décadas, o interesse pela convecção natural em cavidades preenchidas com fluido newtoniano generalizado tem aumentado, porém ainda são limitadas as publicações encontradas (TURAN *et al.*, 2011a), mesmo se comparada com fluidos newtonianos a algum tempo (OSTRACH, 1988). Dentre os trabalhos disponíveis na literatura, os modelos mais utilizados de fluido newtoniano generalizado são o modelo *de lei de Potência* e o *modelo de Bingham*. O de lei de Potência (MLP) é utilizado extensivamente na literatura pela relativa facilidade de soluções analíticas, além de ser amplamente aplicável na engenharia. Também há interesse no modelo de Bingham (MB), pois além de possuir soluções analíticas, é facilmente encontrado em aplicações industriais e é o modelo mais utilizado dos que incorporam uma tensão limite de escoamento.

Um estudo qualitativo utilizando o modelo Sutterby (BIRD; ARMSTRONG; HASSAGER, 1987) para descrever o comportamento transiente de um fluido pseudoplástico dentro de uma cavidade fechada, aquecida por baixo e resfriada por cima, foi feito por Ohta *et al.* (2002). A partir dos resultados, foi notado que a transferência de calor era maior do que nos fluido newtoniano quando vórtices estáveis se formam, pois a viscosidade aparente decresceu próxima às paredes ativas, aumentando a intensidade do escoamento do fluido. Também foi notado que as mudanças locais de viscosidade podem resultar em campos de escoamento mais complexos, principalmente quando o fluido possui propriedades pseudoplásticas acentuadas.

Utilizando o modelo de lei de Potência, o estudo de Kim, Hyun e Kwak (2003) em cavidades aquecidas lateralmente foi feito para obter-se um melhor entendimento sobre o regime transiente e permanente do escoamento. Notou-se pelos resultados das simulações que conforme n diminuía, a convecção aumentava, para os mesmos valores de Ra e Pr . As propriedades reológicas tiveram influência significativa nos regimes transiente e permanente, tornando-se mais nítidas quando era aumentado o Ra e diminuído o Pr .

O estudo analítico-numérico feito por Lamsaadi, Naimi e Hasnaoui (2006) utilizou cavidades altas ($A > 1$) e rasas ($A < 1$) aquecidas por baixo, com as paredes laterais adiabáticas,

preenchidas com fluido de lei de Potência. Foi notado que as características do escoamento do fluido e da transferência de calor apresentaram pouca variação para cavidades com $A < 1$ e $Pr \geq 100$, concluindo que para fluidos com elevados Pr a convecção natural é controlada pelo Ra e n . Comparado o fluido pseudoplástico com o newtoniano, houve um aumento no módulo máximo das linhas de corrente e da transferência de calor.

Nos estudos com modelo de lei de Potência de Turan *et al.* (2011a) e Turan *et al.* (2011b) foram utilizadas cavidades com as paredes horizontais adiabáticas, sendo nas verticais: 1. imposto um gradiente horizontal de temperatura; 2. fluxo de calor constante. A partir dos resultados, notou-se pelos valores de Nu_{av} que: era ligeiramente menor para o caso 2 em comparação com o 1 (mantendo fixo os valores de Ra , Pr e n); aumentava com o aumento de Ra , tanto para o fluido newtoniano (referência) quanto para o fluido de lei de Potência; diminuía com o aumento do n , chegando próximo à unidade; era ligeiramente afetado pelo aumento de Pr para os dois fluidos, com Ra e n fixos.

No estudo de cavidades com fluxo de calor nas paredes horizontais dos autores Turan *et al.* (2013) foi feita a comparação dos resultados quando o fluxo de calor ocorria nas paredes verticais (TURAN *et al.*, 2011b). Notou-se que para $Ra = 10^5$, o Nu_{av} era menor no caso com fluxo na horizontal do que com fluxo na vertical, para fluidos pseudoplásticos. Para o fluido newtoniano e o dilatante, as duas configurações produziram valores próximos. Quando $Ra = 10^3$, o Nu_{av} era maior na configuração com fluxo na horizontal para fluido newtoniano e pseudoplásticos, porém era menor para fluidos dilatantes.

Estudando cavidades aquecidas por baixo, inclinadas, com diferentes razões de aspecto e utilizando o modelo de lei de Potência, os autores Khezzar, Siginer e Vinogradov (2012) buscaram a dependência do Nu_{av} com os parâmetros utilizados. Os resultados para a posição vertical indicaram que os fluidos pseudoplásticos aumentaram o Nu_{av} em comparação com o fluido newtoniano. Esse aumento é dependente do Ra , Pr , A e n . Quanto menor o índice n , maior o Nu_{av} para os mesmos Ra , Pr e A , ocorrendo o inverso para os fluidos dilatantes.

Utilizando uma equação senoidal para gerar as paredes verticais, uma aquecida e a outra resfriada, os autores Cho *et al.* (2013) estudaram a convecção natural nesta cavidade utilizando o modelo de lei de Potência. Os resultados mostraram que para $Ra > 10^3$, o Nu_{av} aumentava significativamente com a diminuição n . Quando o regime dominante era o condutivo, o Nu_{av} permaneceu aproximadamente constante com o aumento do Ra , ao passo que no convectivo, o Nu_{av} aumentava juntamente com o Ra . Por fim, notou-se que o Nu_{av} pode ser otimizado através da escolha dos comprimentos de onda e da amplitude da função senoidal das paredes, dependendo do número de Ra utilizado.

A revisão feita por Mitsoulis (2007) apresenta várias aplicações industriais que utilizam fluidos viscoplásticos estudadas por diferentes autores da literatura. Também são apresentados os modelos de regularização para a solução numérica do modelo de Bingham. Pode-se notar ainda que não foram incorporados estudos sobre a convecção natural nesta revisão,

indicando uma lacuna sobre este tema na literatura.

Outro trabalho com foco no método de solução do modelo de Bingham foi feito por Vola, Boscardin e Latché (2003). No estudo, um método numérico foi proposto para calcular escoamentos em regime transiente sem a utilização dos métodos de regularização normalmente implementados. De forma geral, as análises feitas pelos autores agregam mais conhecimentos qualitativos do que quantitativos ao presente trabalho.

No estudo conduzido pelos autores Turan, Chakraborty e Poole (2010) utilizando o modelo de Bingham numa cavidade com gradiente horizontal de temperatura foi feito para apresentar os efeitos que fluidos viscoplásticos causam no escoamento do fluido e na transferência de calor quando comparado com fluido newtoniano. Os resultados apresentaram um aumento do Nu_{av} com Ra para o modelo de Bingham, porém para o mesmo Ra nominal os resultados para o fluido de Bingham (FB) foram menores do que o fluido newtoniano. Conforme aumentou-se o Bi , o valor de Nu_{av} obtido diminuiu, até tornar-se unitário. Houve um aumento do Nu_{av} com o aumento do Pr para valores baixos do Bi .

Nesta seção foram apresentados trabalhos que analisaram o escoamento do fluido e a transferência de calor em cavidades limpas contendo fluido newtoniano generalizado. Pela revisão sucinta apresentada, nota-se que a quantidade de trabalhos que utilizaram o modelo de lei de Potência é muito maior do que os que utilizaram o modelo de Bingham. No entendimento do autor, a diferença na quantidade de publicações entre os dois modelos está nas dificuldades inerentes na implementação do modelo de Bingham para a solução numérica, sendo mais fácil encontrar trabalhos que utilizam métodos alternativos de solução aos modelos de regularização do que visando analisar os efeitos causados no escoamento do fluido e na transferência de calor. Na próxima seção estão os trabalhos que estudaram os fluidos newtonianos generalizados com algum corpo sólido imerso no fluido.

2.4.3 Corpos sólidos imersos em fluido newtoniano generalizado

Os autores Marin, Pop e Khanchezar (2013) estudaram a convecção natural numa cavidade preenchida com fluido de lei de Potência e mantida à temperatura fria e um bloco com três diferentes posições verticais mantido à temperatura quente. Os resultados indicaram que conforme aumentou-se n , o Nu_{av} diminuiu independentemente dos valores dos outros parâmetros, se tornando mais evidente com $Ra \geq 10^5$. O efeito do Pr na transferência de calor é negligenciável, exceto para fluidos pseudoplásticos com $Ra \geq 10^5$. Os efeitos do tamanho do bloco e da posição foram significativos no escoamento do fluido e na transferência de calor, porém a posição não teve influência na tendência do Nu_{av} com Ra e n .

Outro estudo em cavidades preenchida com fluido de lei de Potência e com um bloco centrado, inclinado e com três posições verticais diferentes foi feito por Sairamu e Chhabra (2013). As condições de contorno do bloco foram: 1. temperatura quente; 2. fluxo de calor.

Na posição centrada, notou-se nos resultados que duas células se formaram no escoamento, uma acima do plano do bloco e outra abaixo, enquanto nas posições superior e inferior somente uma célula foi observada. Para algumas posições e n , o Nu_x e Nu_{av} aumentaram tanto com o Gr quanto com o Pr .

Os autores Prhashanna e Chhabra (2010) estudaram os efeitos que fluido de lei de Potência quiescente exercia na transferência de calor numa esfera aquecida. Pelos resultados, notaram que a transferência de calor aumentou três vezes para o caso pseudoplástico, enquanto que no caso dilatante houve uma redução da ordem de 30 – 40%, ambos comparados com o fluido newtoniano de referência. De modo geral, quanto maior o Gr ou Pr , maior foi a transferência de calor em fluidos pseudoplásticos, ocorrendo o oposto para fluidos dilatantes.

Substituindo a esfera por um quadrado, os autores Sasmal e Chhabra (2012) investigaram os efeitos da variação da inclinação do quadrado num fluido de lei de Potência quiescente. Os resultados apresentaram a dependência do Nu_x e Nu_{av} com o Gr para qualquer valor de n . Mantendo Pr fixo, o índice n tinha pouca influência nos Nu_x e Nu_{av} para valores baixos de Gr e acentuada para elevados valores de Gr . Para o caso pseudoplástico, o aumento na transferência de calor, quantificado pelo Nu_{av} , foi de até 100% em relação a um fluido newtoniano, enquanto que para os casos dilatantes a redução foi de 20 – 30%.

O trabalho de Sairamu, Nirmalkar e Chhabra (2013) foi o único encontrado que utilizou uma cavidade, preenchidas com fluido de Bingham e as paredes mantidas a temperatura fria, contendo uma geometria circular centrada com diferentes tamanhos, mantida à temperatura quente. Os resultados apontaram um decréscimo do Nu_x e Nu_{av} conforme o número de Bingham era aumentado até um valor limite (Bi_{max}), passando para o regime puramente condutivo. Também foi notado que conforme era diminuído o diâmetro da geometria, os valores máximos de Nu_{av} e Bi_{max} aumentavam.

Nesta seção, foram apresentados estudos sobre a convecção natural com corpos sólidos imersos em fluidos newtonianos generalizados, com ou sem cavidade. Se comparados a quantidade de publicações com a de fluido newtoniano, nota-se que há várias lacunas a serem exploradas para que se possa criar uma base consolidada de conhecimento sobre este assunto.

2.5 Síntese do Capítulo 2

Inicialmente, foram introduzidos os conceitos fundamentais sobre os modelos de fluidos que serão utilizados no decorrer do presente trabalho, os quais são fluido newtoniano, fluido de lei de Potência e fluido de Bingham. Também foram apresentados e antecipados alguns dos fenômenos que os fluidos descrevem (*i.e.* efeitos pseudoplásticos e dilatantes). Em seguida, foram apresentados os números adimensionais necessários para o entendimento

adequado dos artigos revisados.

Posteriormente, uma revisão bibliográfica sucinta foi iniciada com fluidos newtonianos preenchendo cavidades limpas, com bloco centrado e com meio heterogêneo. Na sequência foram apresentados os artigos revisados sobre cavidades limpas preenchidas com fluidos newtonianos generalizados, sendo encerrado o capítulo por artigos que utilizaram um corpo sólido imerso em fluidos newtonianos generalizados, com ou sem cavidade. No Quadro 1 estão as ideias principais apresentadas e discutidas nos artigos mais importantes na revisão bibliográfica sobre fluido newtoniano e no Quadro 2 sobre fluidos newtonianos generalizados.

Quadro 1 – Síntese dos artigos com FN em cavidades limpas ou meio heterogêneo.

Autor	Config. da cavidade	Principais resultados
De Vahl Davis (1968)	aquecida lateralmente, limpa	Pr estabiliza a solução numérica; não tem efeito no Nu_{av} para $Pr \geq 10$.
House <i>et al.</i> (1990)	aquecida lateralmente, bloco centrado condutor de calor	O tamanho e condutividade do bloco alteram o escoamento do fluido e a transferência de calor; Há um tamanho ótimo do bloco que aumenta a transferência de calor comparado com cavidade limpa.
Merrickh e Mohamad (2001)	alta, aquecida lateralmente, meio heterogêneo	Aumentaram a transferência de calor: blocos com $\kappa < 1$ afastados das paredes; blocos com $\kappa > 1$ próximos as paredes; $Pr \geq 0,71$ tem pouca influência nos resultados.
Merrickh e Lage (2005)	aquecida lateralmente, meio heterogêneo	Expressão de N_{min} para prever a interferência nas camadas limites; para $N > N_{min}$, a transferência de calor aumenta com o aumento de κ ; para $N < N_{min}$, transferência de calor aumenta com a diminuição de κ .
Junqueira <i>et al.</i> (2013)	altas e rasas, aquecida lateralmente, meio heterogêneo	Aumentando a razão de aspecto, Nu_{av} aumentou até um limite, decrescendo em seguida; o aumento da porosidade aumenta Nu_{av} quando $N < N_{min}$; os blocos aumentam o Nu_{av} quando interferem na camada limite e tem alta condutividade.

(continua)

(continuação)

Autor	Config. da cavidade	Principais resultados
Braga e De Lemos (2005b)	aquecida lateralmente, blocos quadrados e circulares	Na comparação entre os tipos, o Nu_{av} dos círculos era ligeiramente menor que dos quadrados devido à efeitos de borda dos quadrados.
Bhave, Narasimhan e Rees (2006)	aquecida lateralmente, bloco centrado adiabático	Blocos com tamanho da região estagnada de fluido (ótimo) aumentam a transferência de calor em até 10%.
Merrikh, Lage e Mohamad (2005)	paredes resfriadas, meio heterogêneo aquecido	Comparação das abordagens homogênea e heterogênea; homogênea apresentou discrepâncias de 0,3% - 50%; a homogênea não capturou variações que a heterogênea apresentou.
Braga e De Lemos (2005a)	aquecida lateralmente, meio heterogêneo	Abordagem homogênea falhou em prever o Nu_{av} quando comparada com a heterogênea.

Quadro 2 – Síntese dos artigos com FNG em cavidades limpas corpo centrado.

Autor	Config. da cavidade	Fluido	Principais resultados
Kim, Hyun e Kwak (2003)	aquecida lateralmente, limpa	FLP	O índice n tem grande influência no escoamento do fluido e na transferência de calor, sendo mais evidente para altos Ra e baixos Pr .
Turan <i>et al.</i> (2011a) e Turan <i>et al.</i> (2011b)	aquecida lateralmente; fluxo de calor constante, limpa	FLP	A cavidade com temperatura constante resultou em Nu_{av} maior do que com fluxo de calor constante; Nu_{av} diminuí com o aumento de n ; Pr tem influência nos resultados, até um valor limite.
Cho <i>et al.</i> (2013)	aquecida lateralmente, paredes verticais criadas por uma função senoidal	FLP	Nu_{av} pode ser otimizado pela escolha do comprimento e amplitude da função senoidal.

(continua)

(continuação)

Autor	Config. da cavidade	Fluido	Principais resultados
Vola, Boscardin e Latché (2003)	aquecida lateralmente, limpa	FB	Estudo qualitativo para métodos alternativos aos de regularização da descontinuidade do modelo de Bingham.
Turan, Chakraborty e Poole (2010)	aquecida lateralmente, limpa	FB	O aumento dos valores do número de Bingham até o Bingham máximo diminuíram o Nu_{av} até se tornar unitário; o Pr tem influência sobre valores baixos do número de Bingham.
Matin, Pop e Khanchezar (2013)	resfriada, bloco aquecido com posição vertical e tamanho variáveis	FLP	Aumentando o índice n diminui-se consideravelmente o Nu_{av} ; O Pr só tem efeito para fluidos pseudoplásticos; Tamanho e posição do bloco influenciam o escoamento do fluido e da transferência de calor; a posição do bloco não tem influência sobre o valor de Nu_{av} .
Prhashanna e Chhabra (2010)	meio quiescente, esfera aquecida	FLP	Casos pseudoplásticos aumentaram três vezes a transferência de calor, enquanto que dilatante reduziram de 30% - 40%, comparado com fluido newtoniano.
Sasmal e Chhabra (2012)	meio quiescente, quadrado inclinado aquecido	FLP	Casos pseudoplásticos aumentaram até 100% a transferência de calor, enquanto dilatantes diminuíram de 20% - 30%, comparados com fluido newtoniano.
Sairamu, Nirmalkar e Chhabra (2013)	resfriada, esfera aquecida	FB	Nu_{av} diminuiu conforme aumentou-se o número de Bingham até atingir um valor máximo, tornando-se unitário; o valor máximo do número de Bingham também é função do tamanho da esfera.

Assim, pode-se fazer alguns apontamentos e observações sobre a convecção natural:

- como pôde ser visto, o número de Nusselt é altamente influenciado pelo número de Rayleigh, tanto para fluidos newtonianos quanto para fluidos newtonianos generalizados, em cavidades limpas ou com corpos sólidos no interior;
- o número de Prandtl também tem influência sobre o número de Nusselt até certo limite, no qual valores maiores do número de Prandtl não resultam em alterações no

número de Nusselt. Contudo, o limite de influência do número de Prandtl depende do número de Rayleigh utilizados e dos parâmetros do fluido (como o índice de potência n e o número de Bingham);

- c) a inserção de blocos nas cavidades altera os padrões do escoamento do fluido e da transferência de calor, podendo aumentar ou atenuar os padrões pela dimensão, quantidade, condutividade térmica e distribuição dos blocos pela cavidade;
- d) a razão de aspecto da cavidade também altera os padrões do escoamento do fluido e da transferência de calor, podendo intensificá-los ou atenuá-los de acordo com as condições de contorno;
- e) utilizando fluidos newtonianos generalizados pode-se notar que nos casos pseudo-plásticos ($n < 1$) há uma diminuição da viscosidade aparente do fluido, enquanto que para os casos dilatantes ($n > 1$) há um aumento da viscosidade, ambos comparados ao caso newtoniano ($n = 1$);
- f) pela quantidade de publicações utilizando o modelo de lei de Potência, nota-se que é o mais utilizado dentre os escolhidos neste trabalho, devido a simplicidade matemática apresentada e por descrever o comportamento do escoamento de muitos fluidos utilizados na indústria;
- g) aparecendo em menor quantidade estão os estudos com modelo de Bingham, também descrevendo o comportamento de alguns fluidos utilizados na indústria. Além disso, a simplicidade do modelo faz com que seja utilizado na literatura em soluções analíticas e numéricas;
- h) grande parte dos estudos revisados utilizaram a análise de escala para prever e antecipar os resultados que seriam obtidos nas simulações, motivando, assim, a utilização da prática no presente trabalho a fim de auxiliar no entendimento das variáveis envolvidas nos fenômenos e guiar as observações necessárias sobre os resultados.

Com base na revisão bibliográfica apresentada, nota-se que há poucos estudos na literatura sobre convecção natural em cavidades preenchidas com fluidos newtonianos generalizados com um corpo centrado, não sendo encontrado estudos utilizando meio heterogêneo.

Desta forma, o presente trabalho visa a utilização de cavidades fechadas preenchidas com fluidos newtonianos generalizados, representados pelo modelo de lei de Potência e pelo modelo de Bingham, utilizando três configurações distintas de cavidade: 1. limpa, para comparação dos resultados e validação numérica; 2. com meio heterogêneo, utilizando blocos igualmente espaçados pela cavidade com a mesma condutividade térmica do fluido; 3. com bloco centrado de vários tamanhos e diferentes condutividades térmicas. Assim, o presente trabalho visa ocupar a lacuna na literatura especializada sobre o assunto de convecção natural, devido ao caráter inédito contido nos objetivos do trabalho.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática utilizada para descrever o problema de convecção natural em cavidades fechadas. Apresenta-se a geometria da cavidade limpa e com meio heterogêneo, as condições de contorno do problema, as equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia, além das hipóteses simplificadoras, as quais reduzem a complexidade das equações mantendo o significado físico do fenômeno. Ainda são apresentados os parâmetros de adimensionalização, as equações de balanço adimensionalizadas com os números de Rayleigh e Prandtl para cada modelo, além do número de Bingham para o respectivo modelo. Por fim, o número de Nusselt médio, a equação para as linhas de corrente e da diferença percentual são apresentadas.

3.1 Geometrias e condições de contorno das cavidades

Apresenta-se na Fig. 3.1 a geometria e as condições de contorno que são utilizadas nas simulações para a cavidade limpa, com meio heterogêneo e bloco centrado. Em todas as cavidades as paredes verticais serão mantidas a temperatura constante T_H e T_C , sendo $T_H > T_C$, enquanto as paredes horizontais são adiabáticas. A cavidade com meio heterogêneo, apresentada na Fig. 3.1(b), é preenchida com blocos sólidos, desconectados, condutores de calor e igualmente espaçados pela distância δ . A porosidade, definida como a razão entre o volume ocupado pelo fluido e o volume total da cavidade, é mantida fixa em todas as simulações com meio heterogêneo em $\phi = 0,64$, sendo alterado o tamanho (d), a partir da quantidade de blocos (N) na cavidade, pela expressão $d = [(1 - \phi)/N]^{0,5}$. A razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido é unitária para serem visualizadas as alterações causadas pela obstrução ao escoamento. Para a cavidade com bloco centrado, apresentada na Fig. 3.1(c), o tamanho adimensional do bloco e a razão entre a condutividade

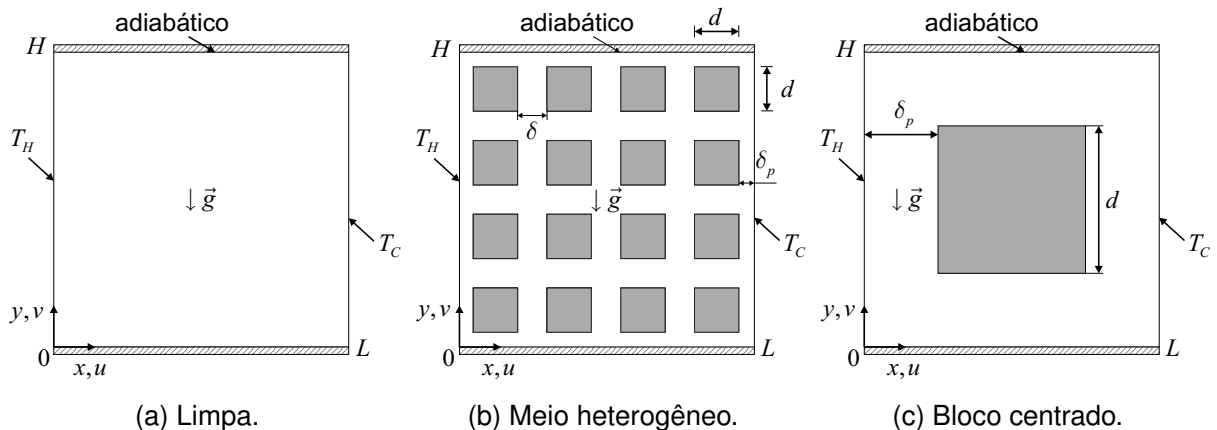


Figura 3.1 – Geometria e condições de contorno das cavidades estudadas.

térmica do sólido e do fluido são variados. Na Fig. 3.1, u e v são as componentes da velocidade nas direções x e y , respectivamente, H a altura e L o comprimento da cavidade, sendo $H = L$, e \vec{g} a aceleração da gravidade.

3.2 Equações de balanço

As equações de balanço que descrevem o problema de convecção natural proposta são as equações da conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia em coordenadas cartesianas. Como o presente estudo usará a abordagem heterogênea, as equações de balanço são aplicadas separadamente para o sólido e para o fluido.

3.2.1 Equação de conservação da massa

Em um volume de controle diferencial, a quantidade de massa que entra menos a que sai deve ser igual a zero. Desta forma, pode-se escrever a equação em notação vetorial como (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2002):

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho_f \vec{V}) = 0, \quad (3.1)$$

sendo ρ_f a massa específica do fluido, ∇ , o operador vetorial e \vec{V} , o vetor velocidade. Os dois últimos mencionados são definidos como:

$$\nabla = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} \delta_x + \frac{\partial(\cdot)}{\partial y} \delta_y + \frac{\partial(\cdot)}{\partial z} \delta_z, \quad \vec{V} = u \delta_x + v \delta_y + w \delta_z,$$

sendo δ_x , δ_y e δ_z os vetores unitários nas direções x , y e z , respectivamente, da mesma forma para as componentes das velocidades u , v e w .

3.2.2 Equação de conservação da quantidade de movimento

Como resultado da aplicação da segunda lei de Newton a um volume de controle diferencial de fluido, tem-se a equação de conservação da quantidade de movimento. A segunda lei de Newton enuncia que a soma das forças externas atuantes no volume de controle devem ser iguais à taxa líquida da quantidade de movimento que deixa o volume de controle (INCROPERA *et al.*, 2008). Os tipos de forças externas que atuam no volume de controle são as forças de corpo e as de superfície. No presente estudo, a força de corpo atuante é a gravidade e as forças de superfície são a pressão estática e as tensões viscosas. A forma vetorial das equações da quantidade de movimento é (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2002):

$$\rho_f \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla p + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \rho_f \vec{g}, \quad (3.2)$$

na qual p é a pressão estática, D/Dt é o operador derivada total, definindo como:

$$\frac{D(\cdot)}{Dt} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + u \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} + v \frac{\partial(\cdot)}{\partial y} + w \frac{\partial(\cdot)}{\partial z},$$

e τ_{ij} é o tensor de tensões proveniente de cada modelo de fluido que será utilizado, definido como:

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix}.$$

3.2.3 Equação da conservação da energia

A equação da conservação da energia é a aplicação da primeira lei da Termodinâmica a um volume de controle diferencial, a qual enuncia que a taxa de energia acumulada no volume de controle é igual à transferência líquida de energia pelo escoamento e por condução, acrescida da geração interna de calor, menos o trabalho líquido realizado pelo fluido (BEJAN, 2004). Escrevendo de forma vetorial:

$$(\rho c_p)_f \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k_f \nabla T) + q''' + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi, \quad (3.3)$$

sendo c_p , é o calor específico à pressão constante, k_f , é a condutividade térmica do fluido, T , é a temperatura no volume de controle, q''' , é a geração interna de energia, β , é o coeficiente de expansão volumétrico, Dp/Dt , é a derivada total da pressão e Φ , é a função de dissipação viscosa.

3.3 Hipóteses simplificadoras

As hipóteses simplificadoras utilizadas na modelagem matemática para a solução são:

- a) escoamento em regime permanente, $\partial(\cdot)/\partial t = 0$;
- b) escoamento bidimensional $\partial(\cdot)/\partial z = 0$, $w = 0$;
- c) escoamento laminar e monofásico;
- d) fluido incompressível, exceto no termo de empuxo para a equação do movimento em y , na qual é utilizada a aproximação de Boussinesq-Oberbeck;
- e) propriedades independentes da temperatura (ρ , μ , k , c_p , β);
- f) força gravitacional atua somente na direção y ($g_y = -g$, $g_x = 0$);
- g) a radiação e a dissipação viscosa são desprezíveis, $\Phi = 0$;
- h) não há fonte de geração de calor, $q''' = 0$;

3.4 Equações simplificadas

Aplicando-se as hipóteses simplificadoras na Eq. 3.1, na Eq. 3.2 e na Eq. 3.3, obtém-se:

- **Conservação da massa:**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3.4)$$

- **Conservação da quantidade de movimento:**

As equações nas direções x e y são, respectivamente:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right), \quad (3.5)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) - \frac{\rho}{\rho_0} g, \quad (3.6)$$

As componentes direcionais de tensão de cisalhamento são provenientes dos tensores de tensão relacionados diretamente com cada modelo de fluido que será utilizado. Na Eq. 3.6, pode-se decompor a pressão estática em pressão hidrostática, p_h , e pressão dinâmica, p_d , ou seja:

$$p = p_h + p_d. \quad (3.7)$$

Somando os termos de pressão e força de campo gravitacional na Eq. 3.6, tem-se:

$$-\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \right) = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial p_d}{\partial y} + \frac{dp_h}{dy} + \rho g \right). \quad (3.8)$$

O termo de pressão hidrostática pode ser calculado por $dp_h/dy = -\rho_0 g$, ficando:

$$-\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g \right) = -\frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial p_d}{\partial y} + g(\rho - \rho_0) \right]. \quad (3.9)$$

Assim, o termo $g(\rho - \rho_0)$ que surge na equação corresponde a força de empuxo, sendo ρ_0 a massa específica do fluido calculada no estado de referência. No presente trabalho o estado de referência é assumido como a temperatura da parede fria da cavidade, T_C .

Para se calcular o termo de empuxo é utilizada a aproximação de Boussinesq-Oberbeck, a qual assume que a massa específica do fluido varia linearmente com a temperatura somente nas regiões próximas as paredes ativas, não alterando a equação de balanço de massa. No estudo de (ZHONG; YANG; LLOYD, 1985) foi verificado que a aproximação é

valida para $\Delta T < 0, 1T_H$, sendo definido neste estudo $\Delta T = 1\text{K}$. A aproximação é definida como:

$$(\rho - \rho_0) = \rho_0 \beta (T - T_C), \quad (3.10)$$

sendo β , o coeficiente de expansão volumétrico, calculado a pressão constante como:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p. \quad (3.11)$$

Pelas hipóteses assumidas na simplificação das equações, β pode ser assumido como $\beta = 1/T_C$, onde T_C está em K (Kelvin). Substituindo a Eq. 3.10 na Eq. 3.6, a forma final da equação da quantidade de movimento na direção vertical se torna:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_d}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) + g\beta(T - T_C). \quad (3.12)$$

- **Conservação da energia:**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_f \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (3.13)$$

sendo $\alpha_f = k_f / (\rho c_p)_f$ a difusividade térmica do fluido. Para o domínio sólido, a equação da energia apresenta a seguinte forma (sendo k_s a condutividade térmica do sólido):

$$0 = k_s \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (3.14)$$

3.5 Parâmetros de adimensionalização

As equações de balanço que foram simplificadas precisam ser adimensionalizadas para se identificar os parâmetros que descrevem o fenômeno, além de tornarem os resultados facilmente comparáveis com outros trabalhos. Os parâmetros de adimensionalização devem ser escolhidos não só com o intuito de indicar os aspectos físicos envolvidos no problema, mas também visando a interpretação das razões entre os parâmetros como forças que competem entre si durante o escoamento (ZHAO; TANG; LIU, 2006), tais como as forças viscosas, forças de empuxo, etc. Para obter-se as escalas apropriadas, as variáveis devem ser normalizadas, ou seja, torná-las unitárias. Para tal, deve-se utilizar as seguintes escalas (OSTRACH, 1988):

$$U, V = \frac{u, v}{U_R}, \quad (3.15)$$

$$X, Y = \frac{x, y}{H}, \tag{3.16}$$

$$\theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}, \tag{3.17}$$

$$P = \frac{p}{\rho U_R^2}, \tag{3.18}$$

sendo U_R uma velocidade de referência que deve ser adotada dependendo das condições da transferência de calor. A velocidade característica para fluido newtoniano e fluido de lei de Potência adotada é $U_R = \alpha/H$, a qual foi utilizada no trabalho de Merrikh e Lage (2005) para fluido newtoniano e no de Turan *et al.* (2011a) para fluido de lei de Potência. Para fluido de Bingham, os autores Sairamu, Nirmalkar e Chhabra (2013) e os autores Turan, Chakraborty e Poole (2010) utilizaram a escala de velocidade $U_R = \sqrt{g\beta\Delta TH}$, sendo também adotada. Na Tabela 3.1 são apresentados os parâmetros adimensionais utilizados.

Tabela 3.1 – Parâmetros para adimensionalização das equações de balanço.

Parâmetro	FN / FLP	FB
Velocidades	$U = uH/\alpha_f$ $V = vH/\alpha_f$	$U = u/\sqrt{g\beta\Delta TH}$ $V = v/\sqrt{g\beta\Delta TH}$
Pressão	$P = pH^2/\rho_f\alpha_f^2$	$P = p/\rho g\beta\Delta TH$
Coordenadas espaciais	$X = x/H, Y = y/H$	
Temperatura	$\theta = (T - T_C)/(T_H - T_C)$	

sendo $\Delta T = T_H - T_C$

Como as equações de conservação de quantidade de movimento, Eq. 3.5 e Eq. 3.12, foram apresentadas em função das tensões de cisalhamento, na Tabela 3.2 estão as relações entre as tensões direcionais (i para x e j para y), a viscosidade e as velocidades para cada modelo de fluido, os quais são substituídos nas equações simplificadas para serem adimensionalizadas.

Tabela 3.2 – Relações de tensão e velocidade para cada modelo de fluido.

Modelo de fluido	Relação de viscosidade
FN	$\tau_{ij} = \mu\dot{\gamma}_{ij}$
FLP	$\tau_{ij} = m\dot{\gamma}_{ij}^n$
FB	$\tau_{ij} = \tau_0 + \mu_0(\dot{\gamma}_{ij})$

3.6 Condições de contorno adimensionais

Na Fig. 3.2(a) são apresentadas as condições de contorno adimensionais para a cavidade limpa, na Fig. 3.2(b) para a cavidade com meio heterogêneo e na Fig. 3.2(c) para cavidade com bloco centrado.

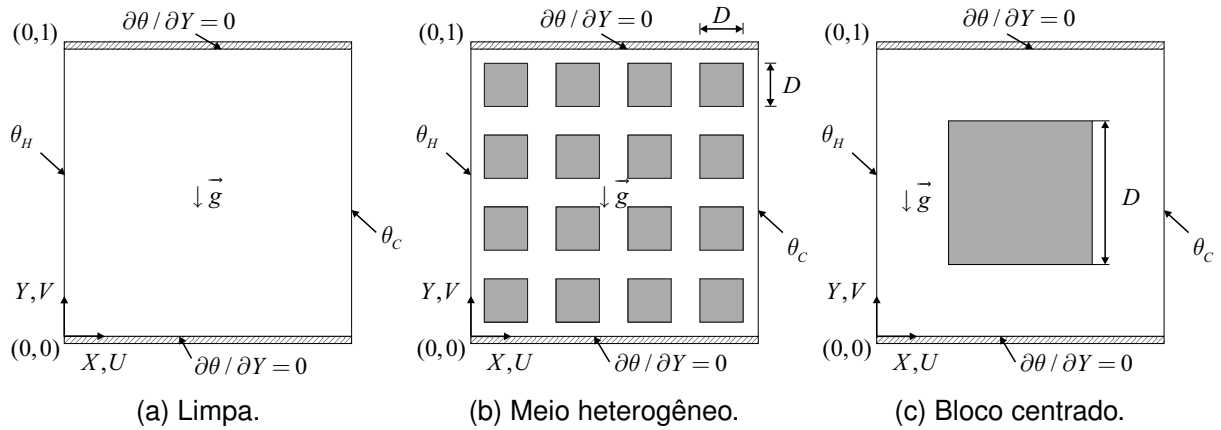


Figura 3.2 – Geometria e condições de contorno adimensionais das cavidades estudadas.

Na Fig. 3.3 são apresentadas as condições de contorno nas interfaces (detalhe) para a cavidade com meio heterogêneo e com bloco centrado.

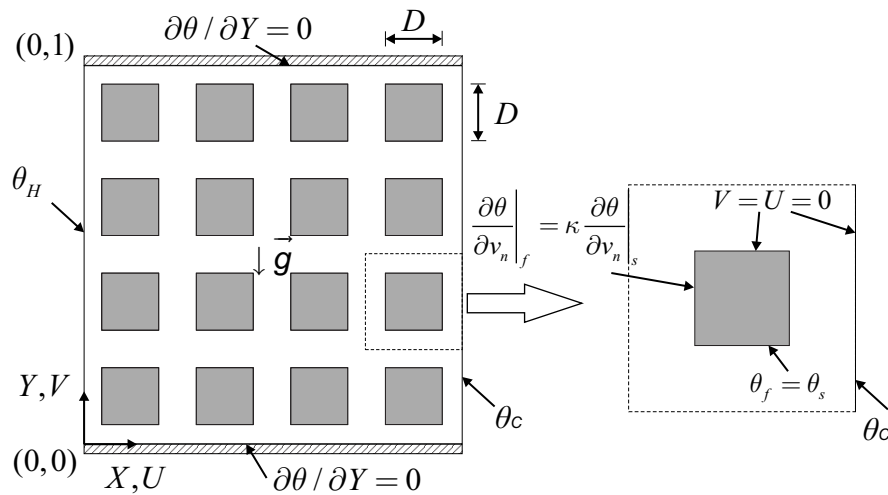


Figura 3.3 – Condições de contorno adimensionais nas interfaces.

As condições de contorno adimensionais impostas às cavidades são:

$$\text{para } X = 0 : \quad U = V = 0, \quad \theta = 1, \tag{3.19}$$

$$\text{para } X = 1 : \quad U = V = 0, \quad \theta = 0, \tag{3.20}$$

$$\text{para } Y = 0 \text{ e } Y = 1 : \frac{\partial \theta}{\partial Y} = U = V = 0. \quad (3.21)$$

Para as interfaces sólido-fluido as seguintes condições de contorno são utilizadas:

$$U = V = 0; \quad \theta|_f = \theta|_s; \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial v_n} \right|_f = \kappa \left. \frac{\partial \theta}{\partial v_n} \right|_s, \quad (3.22)$$

sendo \vec{v}_n o vetor na direção normal para cada interface.

3.7 Equações adimensionais

Para se obter as equações de conservação adimensionalizadas é feita a substituição das tensões de cisalhamento, apresentadas na Tabela 3.2, e dos parâmetros adimensionais, apresentados na Tabela 3.1, nas equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia para cada modelo de fluido utilizado.

3.7.1 Conservação da massa

Para os três modelos de fluidos a equação de balanço de massa adimensional é:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = 0. \quad (3.23)$$

3.7.2 Conservação de quantidade de movimento

Para os três modelos de fluidos são utilizadas a Eq. 3.5 e a Eq. 3.12, sendo substituído as relações para cada modelo.

- **Fluido newtoniano**

As equações de conservação de quantidade de movimento nas direções x e y são, respectivamente (MERRIKH; LAGE, 2005):

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right), \quad (3.24)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + RaPr\theta. \quad (3.25)$$

Os parâmetros adimensionais que surgem nas equações foram definidos e brevemente explicados na seção 2.3, sendo adota $\Delta T = T_H - T_C$.

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\alpha_f}, \quad (3.26)$$

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}. \quad (3.27)$$

• Fluido de lei de Potência

As equações adimensionalizadas para as direções x e y são, respectivamente:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr_p \left\{ 2 \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\eta}{m} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{\eta}{m} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] \right\}, \quad (3.28)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr_p \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{\eta}{m} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\eta}{m} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right\} + Ra_p Pr_p \theta, \quad (3.29)$$

sendo η a viscosidade aparente do modelo de lei de Potência, apresentado na seção 2.1 e definido na Eq. 2.3, e os parâmetros adimensionais dados por (MATIN; POP; KHANCHEZAR, 2013):

$$Ra_p = \frac{g\beta\Delta TH^{2n+1}}{\alpha_f^n m / \rho_f}, \quad (3.30)$$

$$Pr_p = \frac{mH^{2-2n}}{\rho_f \alpha_f^{2-n}}. \quad (3.31)$$

Os números adimensionais para fluido de lei de Potência possuem algumas diferenças em relação aos números adimensionais apresentados para o fluido newtoniano pelo fato das variáveis envolvidas serem alteradas pelas propriedades do fluido (m e n), que variam com a taxa de cisalhamento imposta, $\dot{\gamma}$. Nota-se que se forem utilizados os parâmetros $n = 1$ e $m = \mu$ recupera-se as equações para fluidos newtonianos.

• Fluido de Bingham

As equações para as direções x e y são, respectivamente (SAIRAMU; NIRMALKAR; CHHABRA, 2013):

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial X} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial Y} \right), \quad (3.32)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial X} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial Y} \right) + \theta. \quad (3.33)$$

Os números adimensionais Ra e Pr que aparecem nas equações são os mesmos definidos na Eq. 3.26 e na Eq. 3.27, respectivamente. A relação entre a tensão de cisalhamento e as componentes da velocidade apresentada na Tabela 3.2 é válida quando há escoamento

no volume de controle, ou seja, se a tensão de cisalhamento aplicada excedeu a tensão limite de escoamento. Para a equação adimensionalizada, também é necessário um tensor de tensões viscoso adimensional, T_{ij} , apresentado na Eq. 3.34.

$$T_{ij} = (1 + Bi/|\dot{\gamma}_{ij}|)\dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad |T_{ij}| > Bi, \quad (3.34)$$

$$|\dot{\gamma}_{ij}| = 0 \quad \text{para} \quad |T_{ij}| \leq Bi, \quad (3.35)$$

A escala selecionada para a velocidade de referência, U_R , foi escolhida justamente para que a tensão de cisalhamento no fluido tivesse relação direta com o número de Bingham (Bi), definido por:

$$Bi = \frac{\tau_0}{\mu_0} \sqrt{\frac{H}{g\beta\Delta T}}, \quad (3.36)$$

sendo $\Delta T = T_H - T_C$. O número de Bi surge nas equações de quantidade de movimento quando é feita a adimensionalização das tensões de cisalhamento. Assim, quando a tensão de cisalhamento no fluido for maior que o valor de Bi simulado, Eq. 3.34, o escoamento do fluido ocorre em função da taxa de cisalhamento. Quando a tensão for menor que Bi , Eq. 3.35, não haverá escoamento do fluido.

3.7.3 Conservação da energia

A adimensionalização da Eq. 3.13 é feita com as escalas indicadas na Tabela 3.1, resultando nas seguintes equações.

3.7.3.1 Domínio fluido

- Fluido newtoniano e modelo de lei de Potência:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}. \quad (3.37)$$

- Modelo de Bingham:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{Ra} Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right). \quad (3.38)$$

3.7.3.2 Domínio sólido

$$0 = \kappa \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right). \quad (3.39)$$

sendo κ a relação adimensional de condutividade térmica sólido-fluido, definida por:

$$\kappa = \frac{k_s}{k_f}. \quad (3.40)$$

3.8 Número de Nusselt médio

A transferência de calor na cavidade é quantificada pelo número de Nusselt médio, Nu_{av} , na parede quente. Partindo-se da definição do número de Nusselt local apresentada na Eq. 2.12, utilizando $L_c = H$:

$$Nu_x = \frac{h(x)H}{k_f}. \quad (3.41)$$

sendo $h(x)$ o coeficiente local de transferência de calor por convecção. Assim, para obter-se o Nu_{av} , inicialmente é feita a integração do coeficiente de transferência de calor local, $h(x)$, por toda a extensão da parede:

$$\bar{h} = \frac{1}{H} \int_0^H h(x) dx. \quad (3.42)$$

Então, utilizando a definição $\bar{h} = q''_{av}/(T_H - T_C)$, sendo q''_{av} o fluxo de calor médio na parede quente calculado por $q''_{av} = -k_f(\partial T/\partial x)_{av,h}$, chega-se em:

$$Nu_{av} = \frac{\bar{h}H}{k_f} = \left(\frac{H}{T_H - T_C} \right) \left[\frac{1}{H} \int_0^H - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} dy \right]. \quad (3.43)$$

Adimensionalizando a Eq. 3.43, obtém-se a forma final:

$$Nu_{av} = - \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0} dY. \quad (3.44)$$

3.9 Linhas de corrente

Em problemas de convecção é importante a visualização do escoamento do fluido nas regiões de interesse. Para casos bidimensionais, usualmente define-se a função corrente $\Psi(x, y)$ como (BEJAN, 2004):

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = - \frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (3.45)$$

No presente trabalho é utilizada a forma adimensional das relações de Ψ com as

componentes da velocidade, obtendo a forma:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X}, \quad (3.46)$$

a qual deve ser integrada para se obter as linhas de corrente, da seguinte forma:

$$\psi = \psi_{i,j} = \psi_{i,j-1} + \int_0^1 U dY = \psi_{i-1,j} + \int_0^1 -V dX, \quad (3.47)$$

sendo $\psi_{i,j-1}$ o valor da função corrente no volume de controle abaixo e $\psi_{i-1,j}$ o valor da função corrente no volume de controle a esquerda.

3.10 Diferença percentual

Define-se aqui a expressão da diferença percentual relativa (DP) que será utilizada na comparação entre os valores obtidos nas simulações numéricas, λ_{cal} , com os valores da literatura, λ_{ref} , da seguinte maneira:

$$DP = \left| \frac{\lambda_{ref} - \lambda_{cal}}{\lambda_{ref}} \right| \cdot 100\%. \quad (3.48)$$

3.11 Síntese do Capítulo 3

Ao longo do presente capítulo foi apresentado a base matemática que é utilizada na dissertação. Inicialmente, apresentou-se a geometria das cavidades limpa, com meio heterogêneo e com bloco centrado, juntamente com as condições de contorno. Em seguida, foram apresentadas as equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia e as hipóteses simplificadoras. Os parâmetros de adimensionalização também foram introduzidos e utilizados nas equações de balanço simplificadas, sendo as equações apresentadas separadamente para cada modelo de fluido. Por fim, apresentou-se o número de Nusselt médio, as linhas de corrente e a diferença percentual.

4 MODELAGEM NUMÉRICA

Neste capítulo é realizado o tratamento numérico das equações de conservação obtidas no Capítulo 3. O Método dos Volumes Finitos (MVF) (PATANKAR, 1980) é utilizado para a discretização espacial das equações de transporte e a malha deslocada, sendo obtidas as equações linearizadas. Também são apresentados os esquemas convectivos e de interpolação utilizados, além de uma breve descrição da metodologia empregada no programa comercial ANSYS FLUENT[®] que é utilizado para a obtenção da solução numérica.

4.1 Discretização espacial

A discretização espacial das equações de balanço é realizada pelo Métodos dos Volumes Finitos (MVF) (PATANKAR, 1980). O método consiste em dividir o espaço de interesse num número finito de volumes de controle. Em cada volume é realizado a integração da equação diferencial, assumindo um perfil da variável de interesse, φ , de acordo com os princípios de conservação. A priori, quanto maior o número de pontos envolvidos na discretização espacial, maior é a aproximação obtida do valor real da variável, sendo o tempo computacional gasto para a solução um ponto crucial para o refino da malha.

4.1.1 Integração da equação global

A forma mais geral das equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia consiste em parcelas dependentes do tempo, advectivas, difusivas e de termos fonte, podendo ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \varphi) = \nabla \cdot J_{i\varphi} + S_{\varphi}, \quad (4.1)$$

sendo ρ a massa específica, t o tempo, \vec{V} o vetor velocidade, φ um componente do vetor velocidade ou um escalar, $J_{i\varphi}$ o transporte difusivo da propriedade física associada a variável φ e S_{φ} os termos fonte. Na Tabela 4.1 são apresentados os coeficientes que devem ser substituídos na Eq. 4.1 para se obter as equações de conservação da massa (CM), de quantidade (CQM) de movimento e de energia (CE).

Fazendo-se a integração da Eq. 4.1 num volume de controle ϑ de fronteiras fixas, tem-se:

$$\int_{\vartheta} \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} d\vartheta + \int_{\vartheta} \nabla \cdot (\rho \vec{V} \varphi) d\vartheta = \int_{\vartheta} \nabla \cdot J_{i\varphi} d\vartheta + \int_{\vartheta} S_{\varphi} d\vartheta. \quad (4.2)$$

Tabela 4.1 – Coeficientes das equações de balanço em função do modelo de fluido.

Fluido	Equação	φ	$J_{i\varphi}$	S_φ
Todos	CM	1	0	0
FN	CQM em x	u	$\mu(\partial\dot{\gamma}_{xx}/\partial x + \partial\dot{\gamma}_{yx}/\partial y)$	$-\partial p/\partial x$
	CQM em y	v	$\mu(\partial\dot{\gamma}_{xy}/\partial x + \partial\dot{\gamma}_{yy}/\partial y)$	$\rho_0 g \beta(T_H - T_C) - \partial p/\partial y$
FLP	CQM em x	u	$m(\partial\dot{\gamma}_{xx}/\partial x + \partial\dot{\gamma}_{yx}/\partial y)^n$	$-\partial p/\partial x$
	CQM em y	v	$m(\partial\dot{\gamma}_{xy}/\partial x + \partial\dot{\gamma}_{yy}/\partial y)^n$	$\rho_0 g \beta(T_H - T_C) - \partial p/\partial y$
FB	CQM em x	u	$\tau_0 + \mu_B(\partial\dot{\gamma}_{xx}/\partial x + \partial\dot{\gamma}_{yx}/\partial y)$	$-\partial p/\partial x$
	CQM em y	v	$\tau_0 + \mu_B(\partial\dot{\gamma}_{xy}/\partial x + \partial\dot{\gamma}_{yy}/\partial y)$	$\rho_0 g \beta(T_H - T_C) - \partial p/\partial y$
Todos	CE no fluido	T	$(k_f/c_{p_f})\nabla T$	0
	CE no sólido	T	$(k_f/c_{p_f})\nabla T$	0

sendo $|\dot{\gamma}_{ij}|$ a magnitude de $\dot{\gamma}_{ij}$ e $\dot{\gamma}_{ij} = (\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$

Utilizando o Teorema de Gauss para transformar as integrais dos termos convectivos e difusivos em integrais de superfície e eliminando os termos temporais, tem-se:

$$\int_s (\rho \vec{V} \varphi) \vec{v}_n ds = \int_s J_{i\varphi} \vec{v}_n ds + \int_{\vartheta} S_\varphi d\vartheta, \quad (4.3)$$

sendo \vec{v}_n o vetor unitário normal a superfície s . A Eq. 4.3 representa o balanço da grandeza φ sobre o volume de controle ϑ .

4.1.2 Método dos Volumes Finitos

Pelo Método dos Volumes Finitos (PATANKAR, 1980) divide-se o domínio de cálculo em vários volumes de controles (VC), possuindo em cada centro um único ponto de malha. Na Fig. 4.1 é apresentado a malha computacional utilizada, sendo P o centro do volume de controle principal e os pontos cardeais N, S, E, W, NE, NW, SE, SW todos os centros dos volumes de controles vizinhos. As distâncias representadas por δ são as distâncias entre os centros dos volumes de controle e as distâncias representadas por Δ são as distâncias entre as faces. Todas as malhas utilizadas no presente trabalho são estruturadas e não-uniformes, salvo alguns casos nos quais a malha uniforme obtém resultados semelhantes às respectivas malhas não-uniformes.

Assim, para cada volume de controle é feita a integração como apresentado na seção anterior, sendo assumido um perfil que expressa a variação de φ entre os pontos da malha. O método garante a conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia, em todo o domínio.

Para ser mantido o realismo físico do problema que é solucionado (*i.e.* o escoamento do fluido ser gerado e mantido pelo gradiente de pressão entre dois nós), na Fig. 4.2

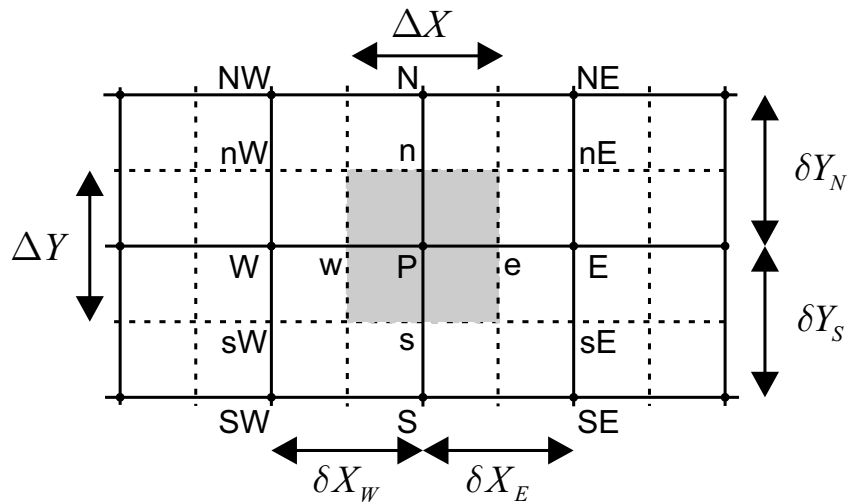


Figura 4.1 – Malha computacional para a discretização das equações.

é apresentada a malha deslocada (*staggered grid*) (PATANKAR, 1980). As pressões e temperaturas são calculadas nos centros dos volumes de controle, por serem grandezas escalares. Já as grandezas vetoriais, como as velocidades, são calculadas nas faces dos volumes de controle, representadas pelas linhas tracejadas, sendo obtida uma estimativa melhor dos termos convectivos com o deslocamento da malha.

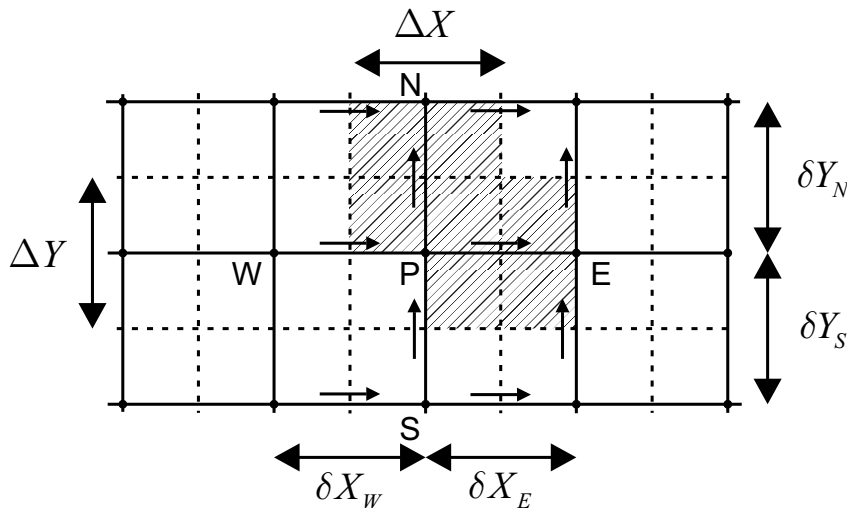


Figura 4.2 – Malha de velocidades adiantada em relação a malha original.

4.1.3 Aproximação das equações de conservação

Admitindo-se um perfil linear para a variável φ para as integrais de volume e de superfície apresentadas na Eq. 4.3, pode-se escrever as integrais para os termos difusivos e convectivos como:

Termo difusivo:

$$\int_s \vec{J}_\varphi \cdot \vec{v}_n ds \cong (A_\vartheta J_\varphi)_e - (A_\vartheta J_\varphi)_w + (A_\vartheta J_\varphi)_n - (A_\vartheta J_\varphi)_s, \quad (4.4)$$

sendo A_ϑ a área da face normal ao fluxo no volume de controle. O fluxo J_φ envolve uma estimativa do gradiente φ na face do volume de controle utilizando um esquema de interpolação, que será tratado na seção 4.2.

Termo convectivo:

$$\int_s (\rho \vec{V} \varphi) ds \cong (A_\vartheta \rho \varphi V)_e - (A_\vartheta \rho \varphi V)_w + (A_\vartheta \rho \varphi V)_n - (A_\vartheta \rho \varphi V)_s, \quad (4.5)$$

sendo V_i a velocidade média na face i do volume de controle.

Termo fonte:

$$\int_\vartheta S_\varphi d\vartheta \cong \vartheta_P S_\varphi, \quad (4.6)$$

sendo o índice P referente ao volume de controle principal.

4.1.4 Equação global discretizada

A Eq. 4.3 pode ser reescrita agora na forma discretizada com as Eqs. 4.4 a 4.6 assumindo a forma:

$$\sum_{i=1}^4 [(A_\vartheta \rho \varphi \vec{V} \cdot \vec{v}_n)_i + (A_\vartheta \vec{J}_\varphi \cdot \vec{v}_n)_i] = \vartheta_P S_\varphi, \quad (4.7)$$

na qual se for substituída as expressões dadas na Tabela 4.1, obtém-se as equações de transporte discretizadas com a forma geral:

$$a_{i,j} \varphi_{i,j} = \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} \varphi_{nb} + (p_{i-1,j} - p_{i,j}) A_{\vartheta i,j} + b_{i,j}, \quad (4.8)$$

sendo $a_{i,j}$, é o coeficiente do nó principal (com propriedades físicas do fluido e de geometria da malha) e a_{nb} , é dos nós vizinhos, $p_{i,j}$, a pressão no nó principal, $p_{i-1,j}$ a pressão no nó anterior (a esquerda ou abaixo), além de b , ser a linearização dos termos fonte.

4.2 Esquemas de interpolação

Os esquemas de interpolação são necessários para expressar o valor de uma variável e de suas derivadas nas faces dos volumes de controle que são utilizados para discretizar

o domínio de interesse (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). No presente trabalho é utilizado o esquema *QUICK* - *Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics* para a interpolação dos termos advectivos das velocidades e da temperatura, sendo o esquema escolhido por fornecer soluções com alta precisão para problemas de convecção-difusão, quando comparado com esquemas de menor ordem (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). O esquema *QUICK* está implementado no programa comercial ANSYS FLUENT®, porém há algumas diferenças para com o *QUICK* tradicional. Na Eq. 4.9 é apresentado como é a forma do esquema *QUICK* utilizado pelo ANSYS FLUENT® (ANSYS, INC., 2012), sendo apresentado na Fig. 4.3 as variáveis envolvidas na formulação do esquema.

$$\varphi_e = \Gamma \left[\frac{S_d}{S_c + S_d} \varphi_P + \frac{S_c}{S_c + S_d} \varphi_E \right] + (1 - \Gamma) \left[\frac{S_u + 2S_c}{S_u + S_c} \varphi_P - \frac{S_c}{S_u + S_c} \varphi_W \right]. \quad (4.9)$$

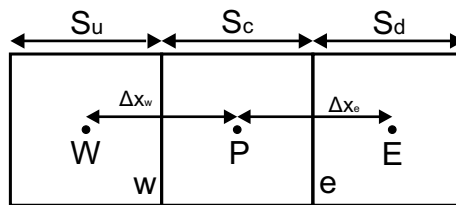


Figura 4.3 – Esquema unidimensional para discretização com o *QUICK*.

Para obter-se o esquema tradicional *QUICK* na Eq. 4.9 é necessário utilizar $\Gamma = 1/8$. Porém, no guia do usuário do ANSYS FLUENT® o valor de Γ que é utilizado na solução do problema é calculado através de uma equação que não é apresentada no manual, tendo o intuito de obter o melhor valor de Γ para evitar a introdução de problemas numéricos (ANSYS, INC., 2012).

O esquema de interpolação da pressão recomendado para problemas de convecção natural é o *PRESTO!* - *Pressure Staggering Option* (ANDERSSON *et al.*, 2011). Este esquema utiliza a equação discretizada da continuidade para calcular o campo de pressão numa malha que está geometricamente deslocada em relação a malha original, sendo os novos centros dos volumes de controle da malha deslocada coincidentes com as faces da malha original, tornando os valores das pressões nas faces dos volumes de controle conhecidos.

4.3 Acoplamento pressão-velocidade

Para solucionar o problema do acoplamento pressão-velocidade é utilizado o método *SIMPLEC* (*SIMPLE-Consistent*) de Van Doormaal e Raithby (1984), o qual é derivado do método *SIMPLE* (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) de Patankar e Spalding (1972). O método *SIMPLE* consiste em estimar um campo inicial de pressão e velocidade para solucionar as equações de balanço de quantidade de movimento. Se o

campo de pressão estimado não estiver correto, as velocidades não satisfazem a equação de balanço de massa. Então, é solucionada a equação de correção da pressão e são recalculados os campos de pressão e de velocidade. A partir dos campos corrigidos, calcula-se as outras equações de transporte. Para finalizar a iteração, compara-se os resultados da iteração atual com a anterior e é verificada a convergência. Se for menor do que o valor estabelecido, o processo de solução é finalizado. Senão, os valores obtidos de pressão, velocidade e nas outras equações de transporte são utilizados na iteração seguinte.

O método *SIMPLEC* segue os mesmos passos do *SIMPLE*, se diferenciando na manipulação das equações de balanço de quantidade de movimento. No *SIMPLEC*, apresentado num diagrama de blocos na Fig. 4.4, as equações de correção das velocidades omitem os termos menos significativos, acelerando o processo de convergência. Assim, é utilizado o método *SIMPLEC* com base nas recomendações de Andersson *et al.* (2011) pelo forte

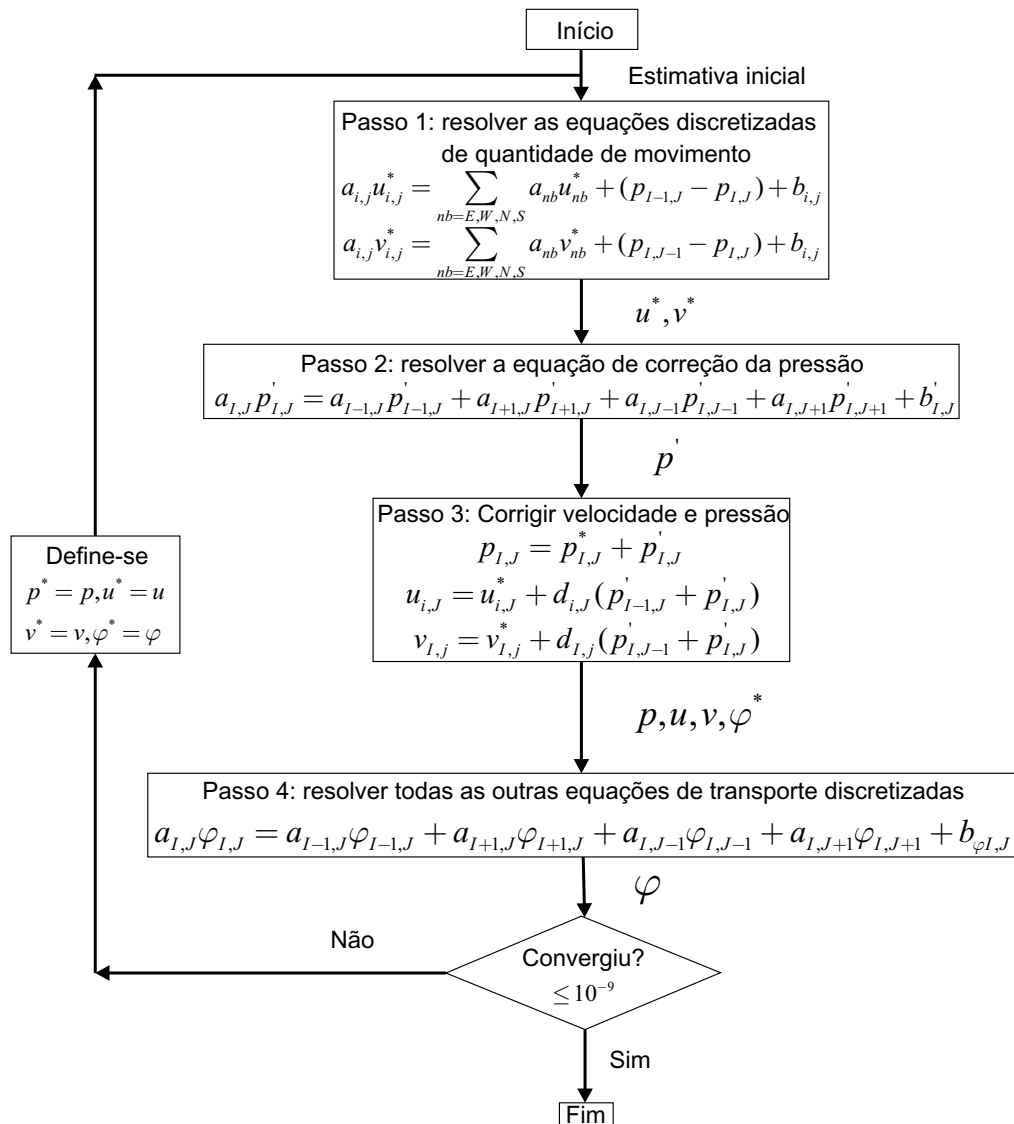


Figura 4.4 – Diagrama de blocos do método *SIMPLEC*.

acoplamento entre as equação de balanço de quantidade de movimento e de temperatura.

Outro fator crucial para a escolha do método *SIMPLEC* ao invés do *SIMPLE* foram alguns testes realizados utilizando os dois métodos de solução, nos quais obteve-se uma maior velocidade de convergência com o método *SIMPLEC*.

4.4 Critério de convergência e termo fonte

A equação utilizada para ser verificada a convergência pelo programa comercial ANSYS FLUENT[®] é apresentado na Eq. 4.10 (ANSYS, INC., 2012):

$$R^{\varphi} = \frac{\sum_P \left| \sum_v a_v \varphi_v + S_C - a_P \varphi_P \right|}{\sum_P |a_P \varphi_P|}, \quad (4.10)$$

sendo a_P o coeficiente do volume de controle principal, a_{nb} os coeficientes dos volumes de controle vizinhos ao volume principal e S_C a contribuição da parcela constante do termo fonte. A solução é assumida como convergida quando o resíduo local entre duas iterações consecutivas para a equação de balanço de quantidade de movimento é menor do que 10^{-9} , sendo adotado pelas simulações serem feitas com ponto flutuante de precisão dupla, a qual utiliza valores com 16 dígitos significativos. Também há a recomendação do manual do ANSYS FLUENT[®] para ser utilizado ponto flutuante de precisão dupla quando são feitas simulações de convecção natural em cavidade fechada.

4.5 Regularização do modelo de Bingham

Como pôde ser visto na Eq. 2.4, o modelo de Bingham apresenta uma descontinuidade entre as duas funções de viscosidade aparente, o qual causa dificuldades computacionais na solução numérica. Para contornar o problema, a literatura indica algumas equações constitutivas que regularizam a descontinuidade, fazendo com que o modelo de Bingham seja descrito por uma única equação.

A equação de regularização da bi-viscosidade, apresentada no trabalho de O'donovan e Tanner (1984), utiliza uma viscosidade elevada, μ_B , para a região em que não ocorre o escoamento do fluido, até que a taxa de cisalhamento crítica, $\dot{\gamma}_c = \tau_0 / \mu_B$, seja superada. Em seguida, a viscosidade segue uma relação linear para a região de escoamento.

$$\tau_{ij} = \mu_B \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad |\dot{\gamma}_{ij}| \leq \frac{\tau_0}{\mu_B}, \quad (4.11)$$

$$\tau_{ij} = \tau_0 + \mu \left[\dot{\gamma}_{ij} - \frac{\tau_0}{\mu_B} \right] \quad \text{para} \quad |\dot{\gamma}_{ij}| > \frac{\tau_0}{\mu_B}, \quad (4.12)$$

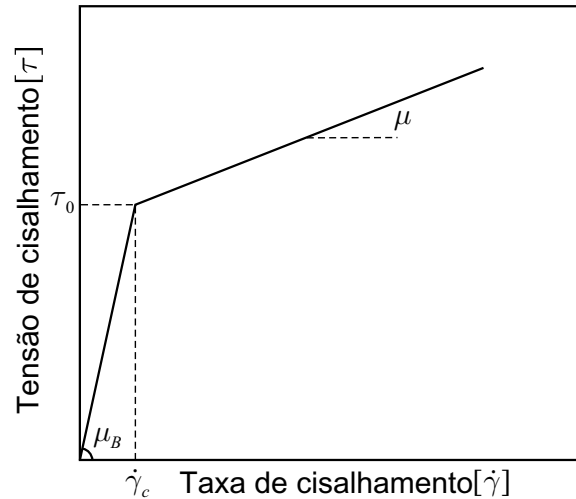


Figura 4.5 – Comportamento do modelo de regularização de bi-viscosidade.

A Fig. 4.5 exemplifica o comportamento descrito da viscosidade em função da taxa de cisalhamento. No estudo dos autores Beverly e Tanner (1989), boas aproximações foram obtidas pelo modelo de bi-viscosidade quando foi utilizado $\mu_B \geq 1000\mu$.

4.6 Síntese do Capítulo 4

No presente capítulo foi apresentada a modelagem numérica para a solução das equações de balanço, sendo apresentada o método de discretização utilizado, o tratamento dos valores (escalares e vetoriais) nas malhas, os esquemas de interpolação dos termos advectivos, o método de solução para o acoplamento pressão-velocidade, o critério de convergência e a equação de regularização para o modelo de Bingham

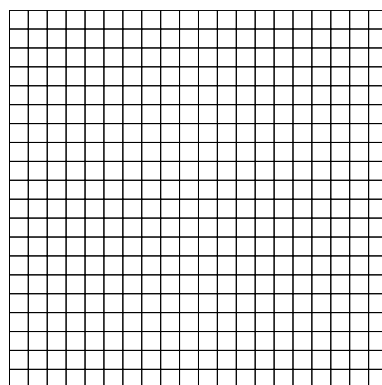
5 VALIDAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo são apresentadas as simulações numéricas para cavidade fechada contendo fluido newtoniano. Estas simulações são utilizadas como validação da metodologia de solução através da comparação dos resultados obtidos com a literatura disponível. Inicialmente são apresentados os testes de malha e as simulações feitas em cavidade limpa, todas com malhas uniformes, juntamente com os valores de Nu_{av} , linhas de corrente e isotermas. Posteriormente são apresentadas as simulações feitas com cavidades com um bloco centrado e com meio heterogêneo.

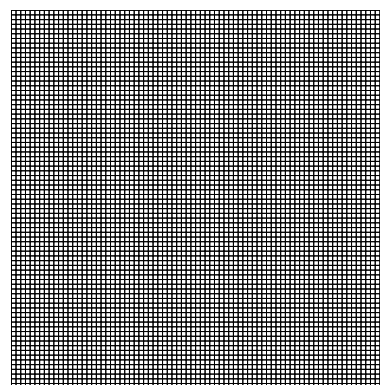
5.1 Cavidade limpa

O trabalho se inicia pelos testes de malha uniforme. No estudo de Hortmann, Peric e Scheuerer (1990), as simulações foram configuradas levando em consideração os parâmetros dimensionais do fluido (viscosidade μ , difusividade térmica, α , e condutividade térmica, κ) juntamente com os números adimensionais que descrevem o fenômeno (Ra e Pr). Então, calculava-se as dimensões da cavidade para cada conjunto de números adimensionais e parâmetros do fluido, resultando em várias cavidades com diferentes geometrias. Devido aos blocos inseridos na cavidade, no presente estudo as simulações são feitas utilizando a forma adimensional. A geometria e as condições de contorno adimensionais para a cavidade limpa foram apresentadas na Fig. 3.2(a).

Assim são iniciados os testes de malhas com malhas uniformes bastante grosseiras, sendo aumentado a quantidade de volumes de controle (VC) e calculando a diferença percentual (DP), Eq. 3.48, entre os valores de Nu_{av} até apresentarem variações desprezíveis entre duas malhas consecutivas ($\leq 0,5\%$). Na Fig. 5.1(a) é apresentado um segmento da malha uniforme com 20x20 VC enquanto que na Fig. 5.1(b) da malha de 80x80 VC.



(a) Malha com 20x20 VC .



(b) Malha com 80x80 VC .

Figura 5.1 – Diferenças entre uma malha grosseira e uma refinada.

Nota-se que a malha com mais volumes de controle tem maior exatidão para calcular a dinâmica do fluido quando comparada à malha grosseira, sendo mais custosa computacionalmente. Por isso, quando a variação de Nu_{av} é praticamente desprezível entre malhas consecutivas, escolhe-se a malha com menor quantidade de volumes de controle.

Na Tabela 5.1 está a comparação entre os valores de Nu_{av} obtidos para cada uma das malhas por Hortmann, Peric e Scheuerer (1990) e os do presente trabalho. Nota-se para as malhas grosseiras (≤ 20 VC) que a diferença percentual (DP) é maior entre os resultados. A medida que a malha vai sendo refinada (≥ 40 VC), percebe-se a redução da DP entre os dois estudos, resultando em valores desprezíveis. Isto se deve tanto pelos métodos de solução utilizados nos dois estudos quanto a dificuldade das malhas grosseiras de capturarem de forma precisa as camadas limites. A partir dos dados e das DPs apresentados na Tabela 5.1, a metodologia empregada nas simulações é validada.

Tabela 5.1 – Comparação do Nu_{av} para o refino de malha com $Pr = 0,71$.

Malha	$Ra = 10^5$			$Ra = 10^6$		
	[HPS]	[P]	DP (%)	[HPS]	[P]	DP (%)
10x10	5,508	5,286	4,03	8,461	7,850	7,22
20x20	4,903	4,884	0,38	10,598	10,417	1,70
40x40	4,617	4,618	0,03	9,422	9,423	0,01
80x80	4,545	4,546	0,02	8,977	8,879	0,02
160x160	4,528	4,528	0,01	8,863	8,865	0,02
320x320	4,523	4,524	0,02	8,835	8,835	0,01

[HPS] Hortmann, Peric e Scheuerer (1990), [P] presente estudo

Na Tabela 5.2 são apresentados os valores de Nu_{av} para as malhas de 160x160 e 320x320 VC, para a faixa de $Ra = 10^3 - 10^8$ e $Pr = 0,71$. Para valores de $Ra \leq 10^5$, nota-se que as DPs são desprezíveis, tornando-se mais acentuadas para $Ra \geq 10^6$. Como o aumento do Ra intensifica o gradiente de temperatura na cavidade, as forças de empuxo que agem sobre as camadas de fluido próximas às paredes ativas são maiores, diminuindo, assim, a espessura da camada limite. Desta forma, escolhe-se a malha de 320x320 VC, pois a DP entre as malhas para $Ra \geq 10^7$ é maior que o critério adotado ($\leq 0,5\%$).

Tabela 5.2 – Variação do Nu_{av} com os VC para a faixa $Ra = 10^3 - 10^8$, com $Pr = 0,71$.

Ra	Malha 160x160	Malha 320x320	DP (%)
10^3	1,118	1,118	0
10^4	2,246	2,245	0,05
10^5	4,528	4,524	0,09
10^6	8,865	8,835	0,34
10^7	16,754	16,582	1,04
10^8	31,442	30,486	3,14

Na Fig. 5.2 são apresentadas as simulações feitas para a faixa $Ra = 10^3 - 10^8$ e $Pr = 0,71$, com a malha de 320×320 volumes de controle. Nota-se que com o aumento do Ra o processo advectivo se intensifica, sendo visto pela concentração das linhas de corrente próximas às paredes ativas, uma vez que as camadas limites se tornam mais delgadas. Para as isotermas, nota-se a estratificação das linhas pela cavidade, passando de um padrão majoritariamente vertical para um praticamente horizontal.

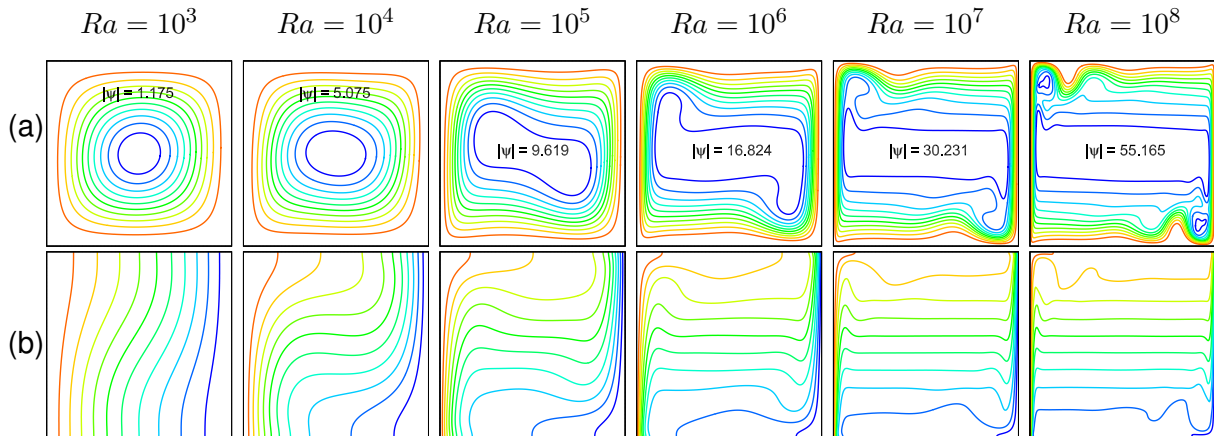


Figura 5.2 – (a) Linhas de corrente e (b) isotermas para a faixa de $Ra = 10^3 - 10^8$ com $Pr = 0,71$.

Na Tabela 5.3 são apresentados os valores do Nu_{av} de vários estudos da literatura com as mesmas condições de contorno da cavidade utilizada no presente estudo. Para cada caso de Ra , nota-se que os valores de Nu_{av} são bem próximos, validando a metodologia de solução utilizada.

Tabela 5.3 – Comparação do Nu_{av} com a literatura em cavidade limpa com $Pr = 0,71$.

Ra	De Vahl Davis (1983)	House <i>et al.</i> (1990)	Hortmann <i>et al.</i> (1990)	Kalita <i>et al.</i> (2001)	De Lai <i>et al.</i> (2008)	[Presente]
10^3	1,118	1,118	-	1,118	-	1,118
10^4	2,243	2,254	2,244	2,245	2,245	2,245
10^5	4,519	4,561	4,523	4,522	4,523	4,524
10^6	8,800	8,923	8,835	8,829	8,835	8,835
10^7	-	-	-	16,520	16,582	16,582
10^8	-	-	-	-	30,444	30,486

Na Tabela 5.4 são apresentados os valores de Nu_{av} para $Pr = 1$ com outros estudos da literatura para a validação dos casos de $Ra = 10^8$. Nota-se que os resultados obtidos são bastante coerentes com a literatura, reforçando a validade da metodologia utilizada. Vale ressaltar que foram encontrados problemas durante as simulações para $Ra \geq 10^7$, as quais apresentam grandes instabilidades numéricas e difícil convergência pelos elevados gradientes de velocidade e temperatura presentes nas paredes ativas.

Tabela 5.4 – Comparação com a literatura do Nu_{av} em cavidade limpa, para $Pr = 1$.

Ra	Lage e Bejan (1991) ¹	Merrickh e Lage (2005)	Braga e De Lemos (2005a)	De Lai <i>et al.</i> (2008)	[presente]
10^3	-	-	-	-	1, 118
10^4	-	2, 244	2, 249	2, 257	2, 257
10^5	4, 900	4, 536	4, 575	4, 602	4, 602
10^6	9, 200	8, 860	8, 918	8, 991	8, 985
10^7	17, 900	16, 625	16, 725	16, 928	16, 884
10^8	31, 800	31, 200	30, 642	31, 386	31, 138

¹ obtida por uma solução analítica.

5.2 Cavidades com bloco centrado

As simulações em cavidades contendo blocos são iniciadas com um bloco centrado e condutor de calor com a geometria e as condições de contorno apresentados na Fig. 3.1(c). A cavidade com bloco centrado tornou-se amplamente utilizada após os autores House, Beckermann e Smith (1990) terem conduzido um estudo detalhado sobre a influência que o tamanho e a condutividade térmica do bloco provocam no escoamento do fluido e na transferência de calor.

Para as simulações são utilizados $Ra = 10^5$ e 10^6 , $Pr = 0,71$, tamanho adimensional do bloco, $D = d/H = 0,5$ e $0,9$ e razão de condutividades térmicas, $\kappa = 0,2$ e 5 . É utilizado uma malha uniforme de 320×320 VC para todos os casos. Os resultados de Nu_{av} juntamente com uma síntese dos resultados de alguns estudos são apresentados na Tabela 5.5. Pode-se notar as pequenas variações entre os valores de Nu_{av} , validando a metodologia utilizada.

Tabela 5.5 – Comparação dos valores de Nu_{av} com a literatura para cavidade com bloco centrado e $Pr = 0,71$.

Ra	D	κ	Zhao <i>et al.</i> (2007)	Lee <i>et al.</i> (2006)	Bhave <i>et al.</i> (2006)	Merrickh e Lage (2005)	House <i>et al.</i> (1990)	De Lai <i>et al.</i> (2008)	[P]
10^5	0,5	0,2	4,554	4,631	4,645	4,605	4,624	4,625	4,625
		5,0	4,062	4,324	4,338	4,280	4,324	4,320	4,320
10^6	0,9	0,2	-	-	2,326	2,352	2,402	2,415	2,417
		5,0	-	-	-	-	3,868	3,810	3,810

[P] presente estudo

Na Fig. 5.3 são apresentadas as linhas de corrente e as isotermas para todos os casos da Tabela 5.5. Comparando as linhas de corrente para $Ra = 10^5$ é possível observar que o aumento de κ faz com que as linhas apresentem uma leve alteração na parte inferior esquerda e superior direita da cavidade.

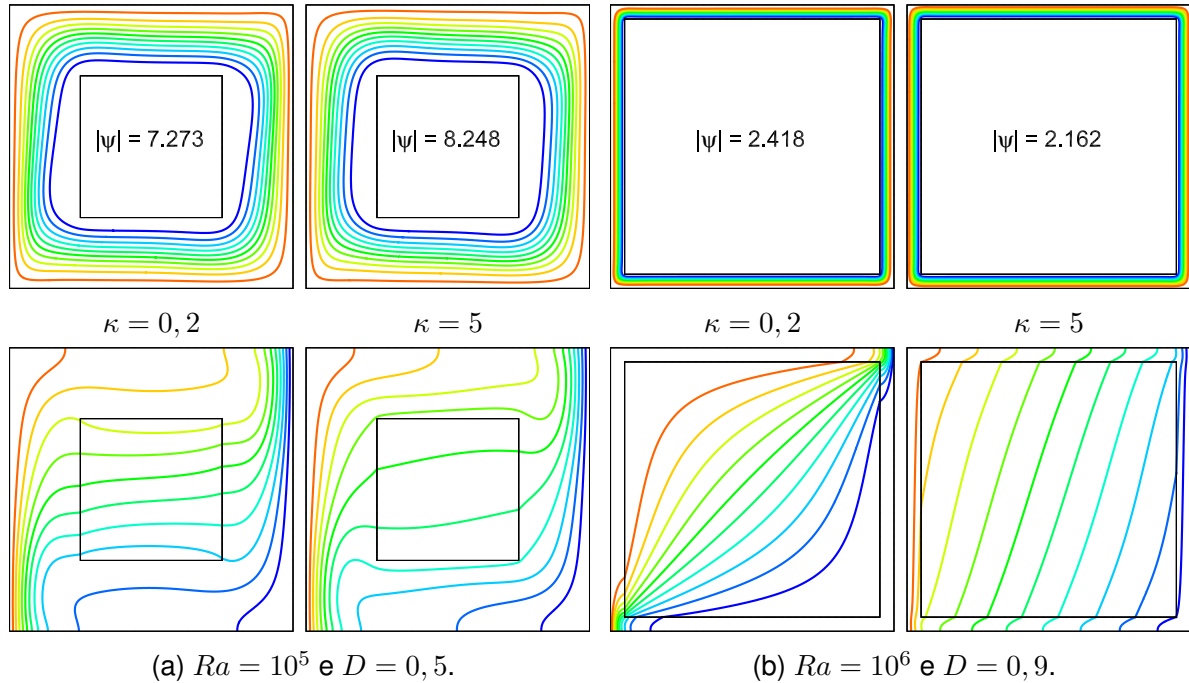


Figura 5.3 – Linhas de corrente e isothermas para cavidade com bloco centrado.

Para $Ra = 10^6$, as alterações não são perceptíveis pelo pequeno canal que existe entre o bloco e a parede para o fluido escoar. Observando, agora, as isothermas, nota-se que a mudança de κ faz com que a parcela de calor transferido pelo bloco aumente consideravelmente. A influência do bloco também é visível pela variação do Nu_{av} com o aumento de κ .

5.3 Cavidades com meio heterogêneo

Para o meio heterogêneo, pode-se definir a porosidade em função do número de blocos, N , e do comprimento característico dos blocos, d , (a partir da definição dada a porosidade, na seção 2.2) resultando em:

$$\phi = 1 - N \left(\frac{d}{H} \right)^2. \tag{5.1}$$

Como a porosidade é mantida constante nas simulações conduzidas com meio heterogêneo em $\phi = 0,64$, é necessário calcular o tamanho adimensional dos blocos, D . Substituindo, então, $D = d/H$ na Eq. 5.1 e resolvendo para D , tem-se:

$$D = [(1 - \phi)/N]^{0,5}, \tag{5.2}$$

sendo $(1 - \phi)$ a fração de sólido no interior da cavidade. Na Fig. 3.1(b) foram apresentas as condições de contorno e a disposição dos blocos na cavidade para $N = 16$. As simulações

feitas nesta seção são baseadas no estudo de Merrikh e Lage (2005) no qual os autores variaram amplamente todos os parâmetros, mantendo a porosidade fixa. Assim, para serem realizadas as comparações são simulados os casos de $N = 9, 16, 36$ e 64 blocos, para $Ra = 10^6$ e 10^7 , com $Pr = 1$ e $\kappa = 1$.

Alguns testes com malhas uniformes também são realizados e os valores de Nu_{av} obtidos são apresentados na Tabela 5.6. Nos testes são utilizados somente malhas de 240×240 e 300×300 VC, exceto para $N = 64$ blocos, nos quais a malha utilizada foi de 320×320 VC para que as faces dos volumes de controle coincidam com as superfícies dos blocos, a fim de evitar que algum volume de controle englobe sólido e líquido.

Tabela 5.6 – Testes de malha com vários blocos para $Ra = 10^6$ e 10^7 , com $Pr = 1$.

N	$Ra = 10^6$			$Ra = 10^7$		
	240x240	300x300	DP (%)	240x240	300x300	DP (%)
9	6,262	6,247	0,24	16,066	16,026	0,25
16	4,363	4,340	0,53	15,263	15,216	0,31
36	2,654	2,637	0,64	11,995	11,906	0,75
64	2,208	2,187 ¹	0,96	8,116	7,974 ¹	1,78

¹ Malha de 320×320 .

Assim, são utilizadas as malhas mais refinadas para as simulações com meio heterogêneo, sendo apresentados na Tabela 5.7 os resultados de Nu_{av} obtidos, juntamente com resultados disponíveis na literatura. Observa-se que as variações entre os valores são pequenos em todos os casos simulados, validando a metodologia de solução.

Tabela 5.7 – Comparação dos valores de Nu_{av} com a literatura para cavidade com meio heterogêneo e $Pr = 1$.

Ra	N	Merrikh e Lage (2005)	De Lai <i>et al.</i> (2008)	[Presente]
10^6	9	6,164	6,255	6,247
	16	4,274	4,347	4,340
	36	2,626	2,643	2,637
	64	2,223	2,192	2,187
10^7	9	16,087	16,019	16,026
	16	15,258	15,208	15,216
	36	11,798	11,895	11,906
	64	8,094	7,947	7,974

Na Fig. 5.4 são apresentadas as linhas de corrente e na Fig. 5.5 as isotermas para os oito casos simulados. Observando a Fig. 5.4, nota-se com o aumento de N que o escoamento preferencial do fluido entre os canais verticais migra do primeiro canal (parede ativa e primeira coluna de blocos) para o segundo canal (entre a segunda e terceira colunas).

O escoamento preferencial é visto pela concentração das linhas de corrente nos canais mencionados.

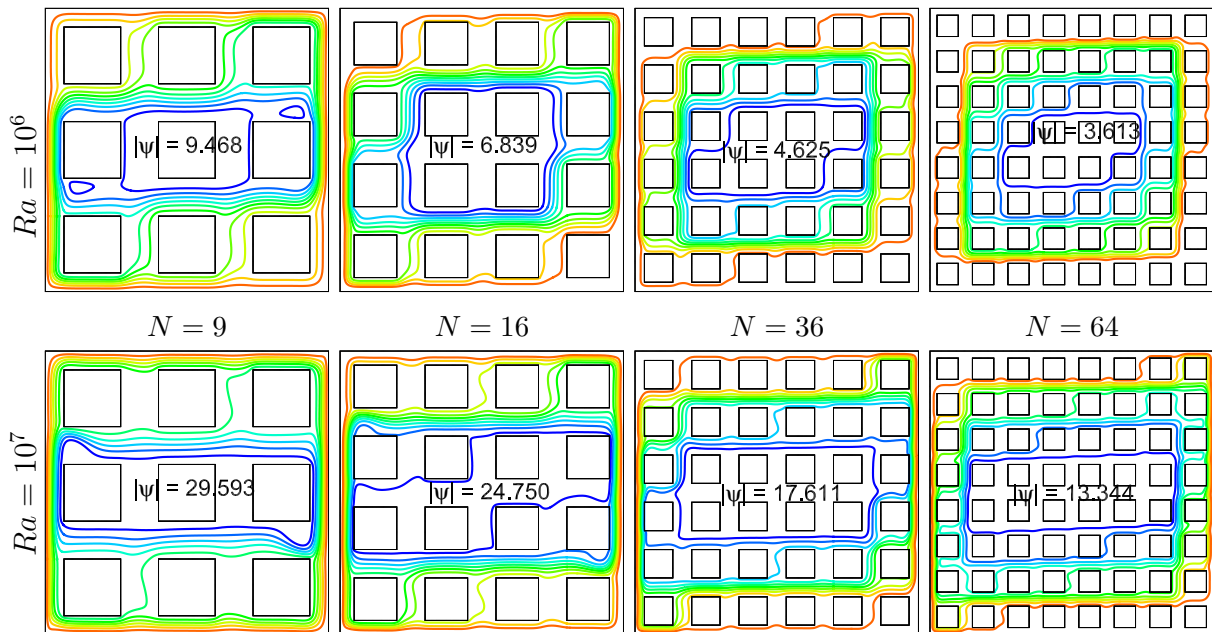


Figura 5.4 – Linhas de corrente para cavidade com $N = 9, 16, 36$ e 64 blocos.

Uma consequência da migração é vista na Tabela 5.7 pela redução mais acentuada do Nu_{av} conforme N aumenta. Contudo, para que a migração ocorra é necessário uma quantidade mínima de blocos e/ou um valor máximo de Ra . Pode-se atestar a afirmação através da comparação das linhas de corrente entre $Ra = 10^6$ com $N = 16$ e $Ra = 10^7$ com $N = 36$, nas quais a concentração das linhas de corrente no segundo canal são equivalentes.

Avaliando as alterações nas isotermas, apresentadas na Fig. 5.5, nota-se que o aumento de N faz com que as linhas se distribuam mais uniformemente pelo centro da cavidade, para o mesmo Ra .

Ainda é possível notar que o gradiente de temperatura próximo as paredes ativas (aquecida ou resfriada) fica menor conforme N aumenta (*i.e.* há menor concentração de isotermas). Para o aumento do Ra , com N fixo, nota-se que as isotermas se tornam mais horizontais e o gradiente de temperatura próximo as paredes ativas se torna maior, assim como visto em cavidade limpa.

Pode ser visto para $Ra = 10^7$ e $N = 64$ que a proximidade dos blocos das paredes ativas faz com que as isotermas se distribuam na primeira coluna de blocos, indicando que o escoamento do fluido está concentrado na região, ao invés de ocorrer no primeiro canal. Por fim, também é possível notar que há um valor máximo de blocos que podem ser inseridos na cavidade sem alterar significativamente os padrões da isotermas.

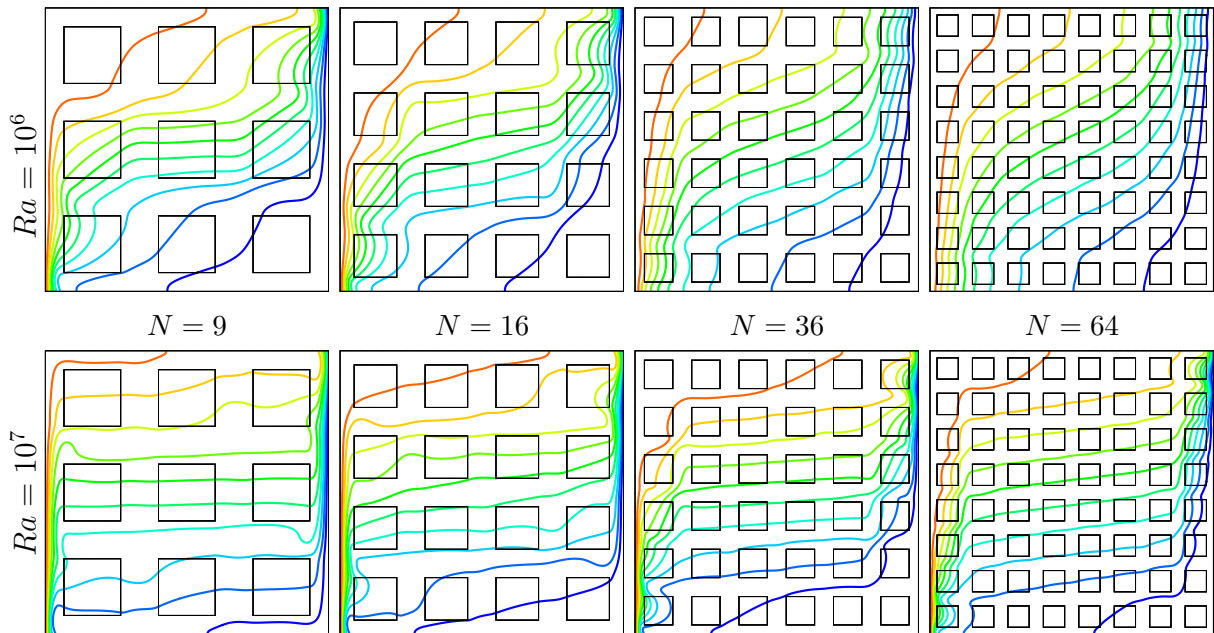


Figura 5.5 – Linhas de corrente para cavidade com $N = 9, 16, 36$ e 64 blocos.

5.4 Síntese do Capítulo 5

As simulações realizadas nesta seção foram feitas para a validação da metodologia empregada na solução das equações discretizadas. Ao longo da seção, notou-se que os valores de Nu_{av} foram coerentes com os da literatura. Após conduzir as simulações com cavidades limpas, com bloco centrado e com meio heterogêneo, preenchidas com fluido newtoniano e sob o efeito da convecção natural, juntamente com as linhas de corrente e isotermas apresentadas, algumas considerações podem ser feitas:

- para todas as simulações realizadas, notou-se que o aumento do número de Ra também aumenta a transferência de calor, visto pelo aumento do Nu_{av} , pela concentração das linhas de corrente e pelo aumento do gradiente de temperatura nas paredes ativas;
- a partir das simulações com o bloco centrado, pode-se notar que o bloco altera significativamente os padrões de escoamento do fluido quando o tamanho do bloco é maior que a região de fluido estagnada no centro da cavidade limpa;
- a razão de condutividade térmica do sólido e do fluido pode aumentar a transferência de calor na cavidade quando $\kappa > 1$ e o bloco é maior que a região estagnada ou quando $\kappa < 1$ e o bloco é menor ou igual à região estagnada de fluido;
- quando é utilizado meio heterogêneo, a interferência causada é significativa a partir de determinado N , fazendo com que o Nu_{av} seja reduzido drasticamente conforme N aumenta além do limite;

6 FLUIDO DE LEI DE POTÊNCIA

No presente capítulo são apresentadas as simulações em cavidades limpas e com meio heterogêneo preenchidas com fluidos de Lei de Potência (FLP). Utilizando cavidades limpas, os testes foram iniciados por malhas uniformes, sendo seguidos por testes de malhas não-uniformes. Com as malhas escolhidas, verificou-se a influência que os valores de Pr causam no Nu_{av} e escolheu-se o valor que possibilita a convergência das simulações mais rapidamente. Então, foi feita a verificação dos resultados com a literatura disponível e são apresentadas as linhas de corrente e isothermas obtidas. Em seguida, são apresentados os resultados para cavidade com meio heterogêneo e bloco centrado com os devidos comentários, além das considerações finais.

6.1 Cavidade limpa

Nesta seção são apresentados os testes de malhas, a influência do Pr no Nu_{av} e os resultados obtidos nas simulações com cavidades limpas. Os testes são iniciados com malhas uniformes para se obter a quantidade de volumes de controle (VC) necessária para a simulação de cada Ra . Compara-se os valores de Nu_{av} de malhas consecutivas até que a diferença, calculada pela Eq. 3.48, seja $\leq 0,5\%$. Então, escolhe-se a malha com menor quantidade de volumes de controle para os testes de refino. Em seguida, é feita a variação do primeiro volume de controle (Δx_1) e do fator de refino (r) (*i.e.* progressão geométrica para criação dos volumes de controle), sendo definida as malhas não-uniformes para as simulações. Posteriormente é feita a variação do Pr para verificar-se a influência causada no Nu_{av} . Por fim, são feitas as simulações em cavidades limpas, os resultados obtidos são comparados com a literatura disponível e são apresentadas as linhas de correntes e isothermas.

6.1.1 Testes de malha

Os primeiros testes em cavidades limpas foram feitos com $Pr \leq 1$, a fim de se comparar os resultados com o dos fluidos newtonianos. Entretanto, não houve convergência nas simulações, pois o Nu_{av} na parede quente apresentava valores aleatórios, não estabilizando após longos períodos de simulação. Então, foram feitos testes adicionais para verificar-se qual o menor valor de Pr , em função do Ra , para o qual as simulações convergiam. Os valores obtidos inicialmente foram $Pr = 1000$ para $Ra = 10^7$ e $Pr = 100$ para $Ra = 10^4$, 10^5 e 10^6 , todos com $n = 0,6$. Os testes de variação do Nu_{av} com o Pr e as explicações físicas sobre a não convergência estão descritos na subseção 6.1.3, juntamente com os valores de Pr selecionados para todas as simulações com modelo de lei de Potência.

Com os parâmetros mencionados são feitos os testes de malha uniforme e não-uniforme, sendo apresentados os detalhes e o procedimento seguido no Apêndice A.1, juntamente com os resultados numéricos obtidos. Na Tabela 6.1 são apresentados os parâmetros das malhas que são utilizadas nas simulações de cavidade limpa.

Tabela 6.1 – Parâmetros das malhas não-uniformes escolhidas para as simulações em cavidade limpa.

Ra	VC	Δx_1	r
10^7	300x300		1,5
10^6	200x200	0,001	1,3
10^5	150x150		1,2
10^4	100x100		1,1

6.1.2 Análise de escala

Uma breve análise de escala é realizada para auxiliar no entendimento e antecipar os efeitos do Ra , Pr e do índice n . Utilizando como base a análise feita por Turan *et al.* (2011a) e a Fig. 6.1 que apresenta uma parede aquecida a temperatura quente, T_H , além das camadas limite térmica e hidrodinâmica (apresentadas a seguir) que se desenvolvem adjacentes a parede.

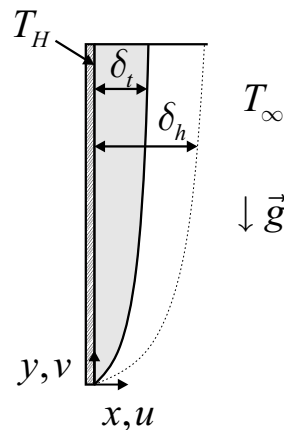


Figura 6.1 – Esboço do desenvolvimento das camadas limites numa parede aquecida.

Pode-se estimar o fluxo de calor na parede quente, q'' , da seguinte forma:

$$q'' \sim k \frac{\Delta T}{\delta_t} \sim h \Delta T, \quad (6.1)$$

substituindo no número de Nu chega-se em:

$$Nu = \frac{hH}{k} \sim \frac{H}{\delta_t} \quad \text{ou} \quad Nu \sim \frac{H}{\delta_h} f_2(Ra, Pr, n), \quad (6.2)$$

sendo δ_t a espessura da camada limite térmica e δ_h a espessura da camada limite hidrodinâmica, relacionadas por $\delta_h/\delta_t \sim f_2(Ra, Pr, n)$, onde $f_2(Ra, Pr, n)$ é uma função de Ra , Pr e do índice n , a qual aumenta com o aumento do Pr (TURAN *et al.*, 2011a).

Considerando, agora, o balanço entre as forças inerciais e as viscosas na direção vertical, pode-se estimar a ordem da espessura da camada limite hidrodinâmica da seguinte forma:

$$\rho \frac{U_R^2}{H} \sim \frac{\tau}{\delta_h}, \quad (6.3)$$

sendo U_R a escala da velocidade característica. Para os fluidos que seguem modelo de lei de Potência pode-se estimar a tensão de cisalhamento como $\tau \sim m(U_R/\delta_h)^n$. Substituindo na Eq. 6.3, obtém-se:

$$\rho \frac{U_R^2}{H} \sim m \frac{U_R^n}{\delta_h^{n+1}}, \quad (6.4)$$

que, resolvendo para δ_h , chega-se em:

$$\delta_h \sim \left(\frac{m H U_R^{n-2}}{\rho} \right)^{\frac{1}{n+1}}. \quad (6.5)$$

O escoamento do fluido em processos de convecção natural é causado pelas forças de empuxo, então, faz-se o equilíbrio entre as forças inerciais e de empuxo,

$$\frac{U_R^2}{H} \sim g\beta\Delta T, \quad (6.6)$$

sendo $\Delta T = T_H - T_C$. Assim, chega-se na escala da velocidade característica:

$$U_R \sim \sqrt{g\beta\Delta TH}, \quad (6.7)$$

substituindo na Eq. 6.5, obtém-se a espessura da camada limite hidrodinâmica:

$$\delta_h \sim \left[\frac{m H (g\beta\Delta TH)^{n/2-1}}{\rho} \right]^{\frac{1}{n+1}} \sim \frac{H}{(Ra_p^{2-n} Pr_p^{-n})^{\frac{1}{2(n+1)}}}, \quad (6.8)$$

sendo Ra_p e Pr_p apresentados na Eq. 3.30 e na Eq. 3.31, respectivamente. Com essa escala, pode-se obter uma expressão para a espessura da camada limite térmica, sendo o menor valor (min) entre a altura da cavidade, H , e os outros parâmetros presentes:

$$\begin{aligned}\delta_t &\sim \min \left[H, \frac{1}{f_2(Ra, Pr, n)} \left(\frac{mH(g\beta\Delta TH)^{n/2-1}}{\rho} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right], \\ &\sim \min \left[H, \frac{1}{f_2(Ra, Pr, n)} \frac{H}{(Ra_p^{2-n} Pr_p^{-n})^{\frac{1}{2(n+1)}}} \right].\end{aligned}\quad (6.9)$$

A expressão obtida na Eq. 6.9 indica que a espessura da camada limite térmica terá a mesma ordem de grandeza da cavidade, H , para valores elevados do índice n . Além disso, para dados valores de Ra e Pr as espessuras das camadas limites térmica e hidrodinâmica diminuirão com a redução do índice n , pois a viscosidade aparente do fluido diminui com n . A Eq. 6.9 ainda sugere que o aumento do valor de Ra irá diminuir a espessura de δ_t , a qual aumentará a transferência de calor.

6.1.3 Influência do valor de Pr no Nu_{av}

Inicialmente, as simulações com fluidos de lei de Potência foram conduzidas com a faixa de valores de $Ra = 10^4 - 10^8$, $Pr = 0,71$ e $n = 0,6$. Conforme aumentou-se o Ra , foi notado que as simulações não convergiam e o Nu_{av} apresentava valores numéricos instáveis e não periódicos. Para auxiliar nas explicações físicas parte-se da viscosidade aparente efetiva, a qual pode ser estimada pela análise de escala como:

$$\mu_e \sim m(U_R/\delta_h)^{n-1}. \quad (6.10)$$

Substituindo U_R (Eq. 6.7) e δ_h (Eq. 6.8) na Eq. 6.10, obtém-se:

$$\mu_e \sim \rho \left(\frac{m}{\rho} \right)^{\frac{2}{n+1}} \frac{(g\beta\Delta TH)^{\frac{3(n-1)}{2(n+1)}}}{H^{(n-1)/(n+1)}}, \quad (6.11)$$

Nota-se pela Eq. 6.11 que a viscosidade é altamente influenciada pelo índice n . Pode-se supor, então, que durante o escoamento do fluido na cavidade, as mudanças na viscosidade alteram o valor de Ra que de fato está sendo simulado. Assim, pode-se estimar um número de Rayleigh efetivo, Ra_e , utilizando μ_e , como:

$$Ra_e = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T H^3}{\mu_e^2} \frac{\mu_e c_p}{k} \sim Ra^{\frac{5-n}{2n+2}} Pr^{\frac{1-n}{2n+2}}. \quad (6.12)$$

Conforme o índice n diminui, para o mesmo Pr , o Ra_e que está sendo simulado é muito maior do que o Ra definido para a simulação, o que inviabiliza a solução, pois o modelo laminar não tem a capacidade de resolver o campo de velocidade gerada do fluido, sendo necessário definir um valor máximo de Ra para que o modelo laminar possa solucionar os campos de velocidade e temperatura.

Após conduzirem inúmeras simulações, os autores Turan *et al.* (2011a) obtiveram uma relação matemática para o Rayleigh máximo Ra_{max} , apresentada na Eq. 6.13, a fim de manter o escoamento do fluido no “regime permanente laminar” e garantir a solução numérica.

$$Ra < Ra_{max} = \left[10^7 Pr^{\frac{3n+1}{2n+2}} \right]^{\frac{2n+2}{5-n}}. \quad (6.13)$$

A partir da Eq. 6.13, nota-se que aumentando o valor de Pr pode-se fazer com que o Ra simulado permaneça dentro dos limites possíveis de solução. Assim, alguns testes são feitos para avaliar a influência do aumento dos valores de Pr no Nu_{av} , utilizando a faixa de $Pr = 10 - 5 \cdot 10^4$, para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$ com $n = 0,6$. Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 6.2, sendo os casos com $Ra > Ra_{max}$ omitidos pela não convergência. Os detalhes e os valores numéricos dos testes estão no Apêndice A.2.

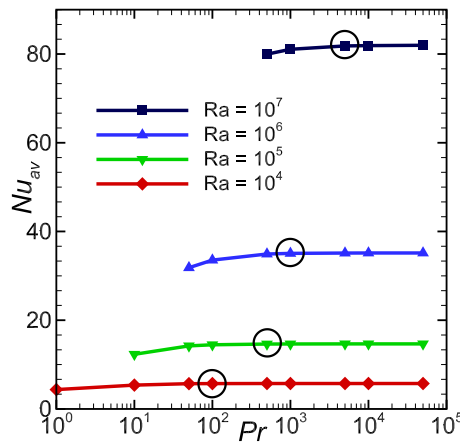


Figura 6.2 – Variação do Nu_{av} com o Pr , para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$ e $n = 0,6$.

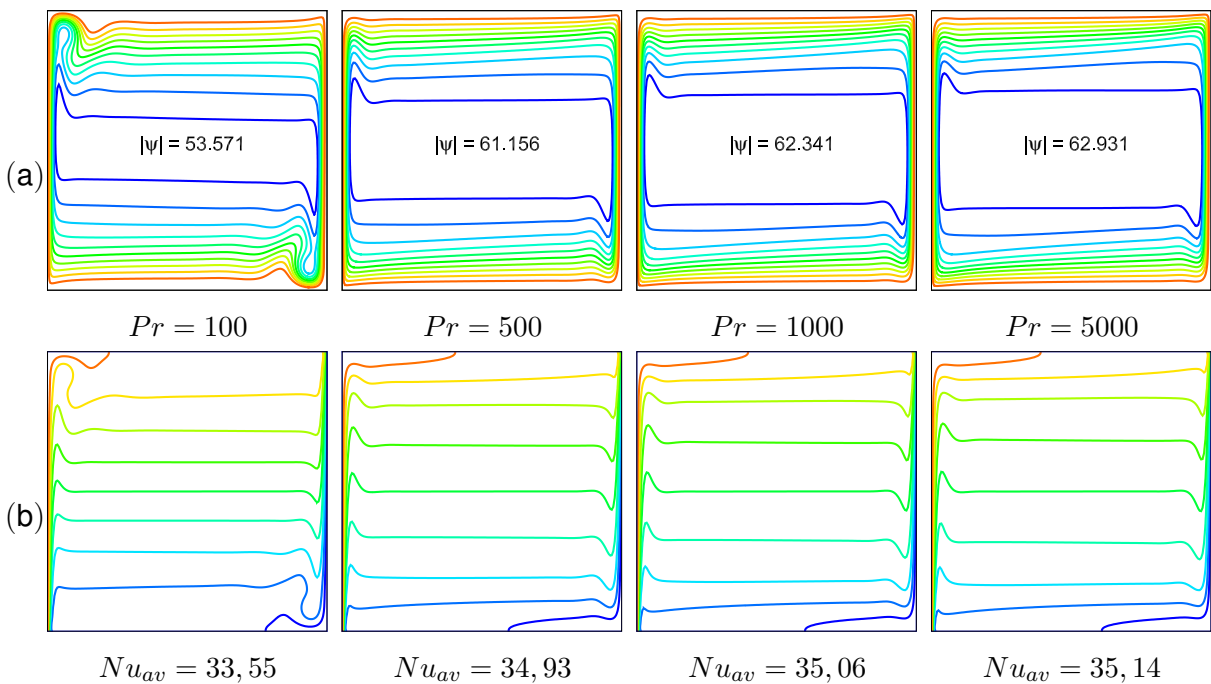
Nota-se com o aumento do Pr que os valores de Nu_{av} variam de forma assintótica para cada Ra . Assim, escolhe-se os valores de Pr que estão no início da tendência de estabilização dos valores de Nu_{av} (indicados pelos círculos pretos) para serem utilizados nas simulações, pois: 1. valores menores de Pr convergem mais rapidamente que valores maiores; 2. os valores do Nu_{av} no início da estabilização são praticamente iguais aos valores finais.

Na Tabela 6.2 são apresentados os valores de Pr que serão utilizados nas simulações com fluido de lei de Potência, para cada Ra e n . Os valores escolhidos para $n = 0,8$ foram os mesmos selecionados para $n = 0,6$ em todos os casos. Para $Ra = 10^4$ e 10^5 com $n = 1$, os valores de Pr foram escolhidos com base nos resultados de Turan *et al.* (2011a), sendo utilizados os mesmos para $n = 1,2$ e $1,6$. Para $Ra = 10^6$ e 10^7 com $n = 1$, alguns testes adicionais foram feitos, também apresentados no Apêndice A.2, sendo o mesmo valor de Pr adotado para $n = 1,2$ e $1,6$.

Tabela 6.2 – Valores de Pr em função de Ra e n utilizados nas simulações com FLP.

Ra	n				
	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6
10^7	5000	5000	10	10	10
10^6	1000	1000	10	10	10
10^5	500	500	10	10	10
10^4	100	100	10	10	10

A Fig. 6.3 ilustra as alterações nas linhas de corrente e nas isothermas causadas pelo aumento do Pr , para $Ra = 10^6$ e $n = 0,6$. Pode-se notar que a recirculação na extremidade superior esquerda (e inferior direita) da cavidade para $Pr = 100$ desaparece para $Pr \geq 500$, além do módulo das linhas de corrente apresentarem uma tendência de se tornarem constantes, indicando a estabilização causada no escoamento do fluido. Também é possível visualizar a estabilização de forma similar nas isothermas. Pode-se notar ainda que os valores de Nu_{av} apresentam variações cada vez menores, assim como indicado na Fig. 6.2, convergindo de forma assintótica.

Figura 6.3 – (a) linhas de corrente e (b) isothermas, para vários Pr com $Ra = 10^6$ e $n = 0,6$.

Na Fig. 6.4 pode-se notar que o perfil adimensional de velocidade vertical e de temperatura na cavidade para todos os casos apresentam diferenças desprezíveis, indicando que as alterações causadas pelo aumento do Pr tem influência na estabilização da solução numérica (tornando possível a solução pelo modelo laminar) sem causar alterações significativas nos resultados.

Quando é utilizado $Pr \gg 1$, a espessura da camada limite hidrodinâmica é muito maior

do que a espessura da camada limite térmica, fazendo com que alterações do valor de Pr modifique principalmente o balanço entre as forças viscosas e de empuxo, de forma que a transferência de calor na camada limite térmica seja pouco afetada (TURAN *et al.*, 2011a). Assim, a fraca dependência do Nu_{av} com valores elevados de Pr é pela pequena variação induzida na camada limite térmica.

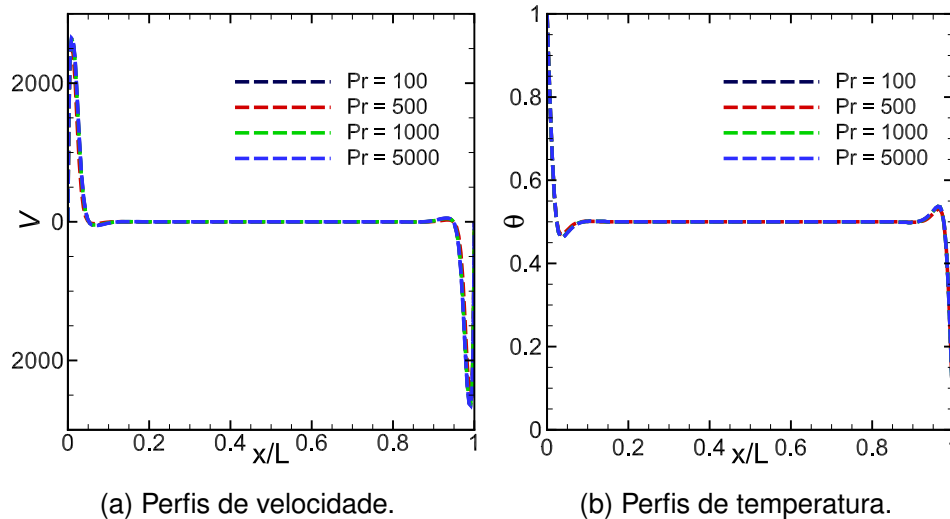


Figura 6.4 – Perfil de velocidade e temperatura ao longo da cavidade para diferentes Pr , com $Ra = 10^6$ e $n = 0,6$.

Pode-se concluir, então, que as simulações feitas no início do capítulo com valores de $Ra \geq 10^5$, $Pr \leq 1$ e $n = 0,6$ não convergiram pelo conjunto de três fatores: 1. a viscosidade do fluido para $Pr \approx 1$ é relativamente baixa, uma vez que é comparável ao Pr dos gases; 2. o Ra_e que é simulado, dado o índice n , é muito maior do que o Ra induzido na cavidade, intensificando o escoamento do fluido; 3. como a solução das equações de balanço utilizadas no presente trabalho é feita pelo modelo laminar, quando o Ra_e está além do limite dado pela Eq. 6.13 qualquer tentativa de solução através do método laminar não é possível, sendo o principal fator da não convergência das simulações realizadas.

6.1.4 Validação da metodologia com cavidades limpas

Utilizando como referência $n = 1$ e comparado os resultados para o mesmo valor de Ra , na Fig. 6.5 é possível visualizar o adensamento das linhas de corrente nas paredes verticais com a diminuição do índice n , além dos módulos das linhas de corrente também aumentarem consideravelmente.

Como visto na Eq. 6.12, para dados valores de Ra e Pr , a diminuição do índice n aumenta significativamente o Ra_e , indicando que as forças de empuxo se tornam muito maiores do que as forças viscosas devido às características pseudoplásticas apresentadas por fluidos com $n < 1$. Para fluidos dilatantes, $n > 1$, nota-se que as linhas de corrente se distribuem mais uniformemente pela cavidade, havendo escoamento na região central (não

vista para fluidos pseudoplásticos), sendo decorrente da inversão da intensidade das forças, pois para índices $n > 1$ as forças viscosas são muito maiores do que as forças de empuxo, fazendo com que o Ra_e atuante seja reduzido drasticamente.

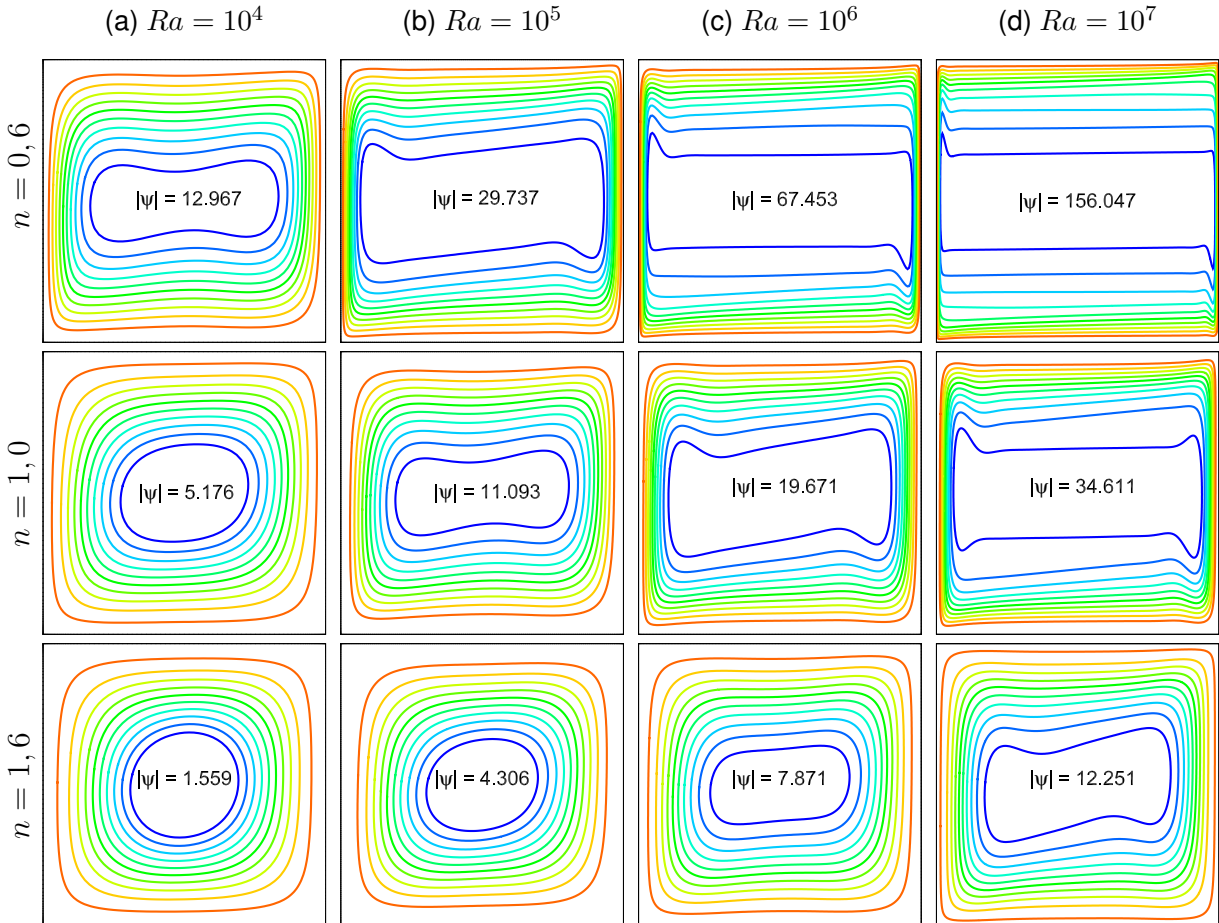


Figura 6.5 – Linhas de corrente para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$ e $n = 0, 6, 1, 0$ e $1, 6$.

As alterações causadas pela variação do índice n também são vistas nas isothermas, apresentadas na Fig. 6.6. A redução do índice n , para o mesmo Ra , faz com que a distribuição da isothermas pela cavidade se torna preferencialmente horizontal. Pode-se notar ainda que a porção de fluido que fica aquecida (resfriada) próxima a parede ativa diminui com a redução de n , indicando também um aumento da advecção na região. Para o caso dilatante, há um aumento na viscosidade aparente do fluido, amenizando a advecção na cavidade e fazendo com que as isothermas apresentem uma distribuição preferencialmente vertical, indicando a redução no transporte convectivo pela cavidade.

Percebe-se os efeitos da variação do Ra na Fig. 6.5 pela distribuição das linhas de corrente, as quais se adensam nas paredes ativas conforme o valor de Ra é aumentado, para o mesmo índice n . O efeito também foi visualizado nas simulações com fluido newtoniano e era esperado. Para as isothermas, na Fig. 6.6, as variações nos gradientes de temperatura na cavidade passam de preferencialmente horizontais para preferencialmente verticais, conforme o Ra aumenta.

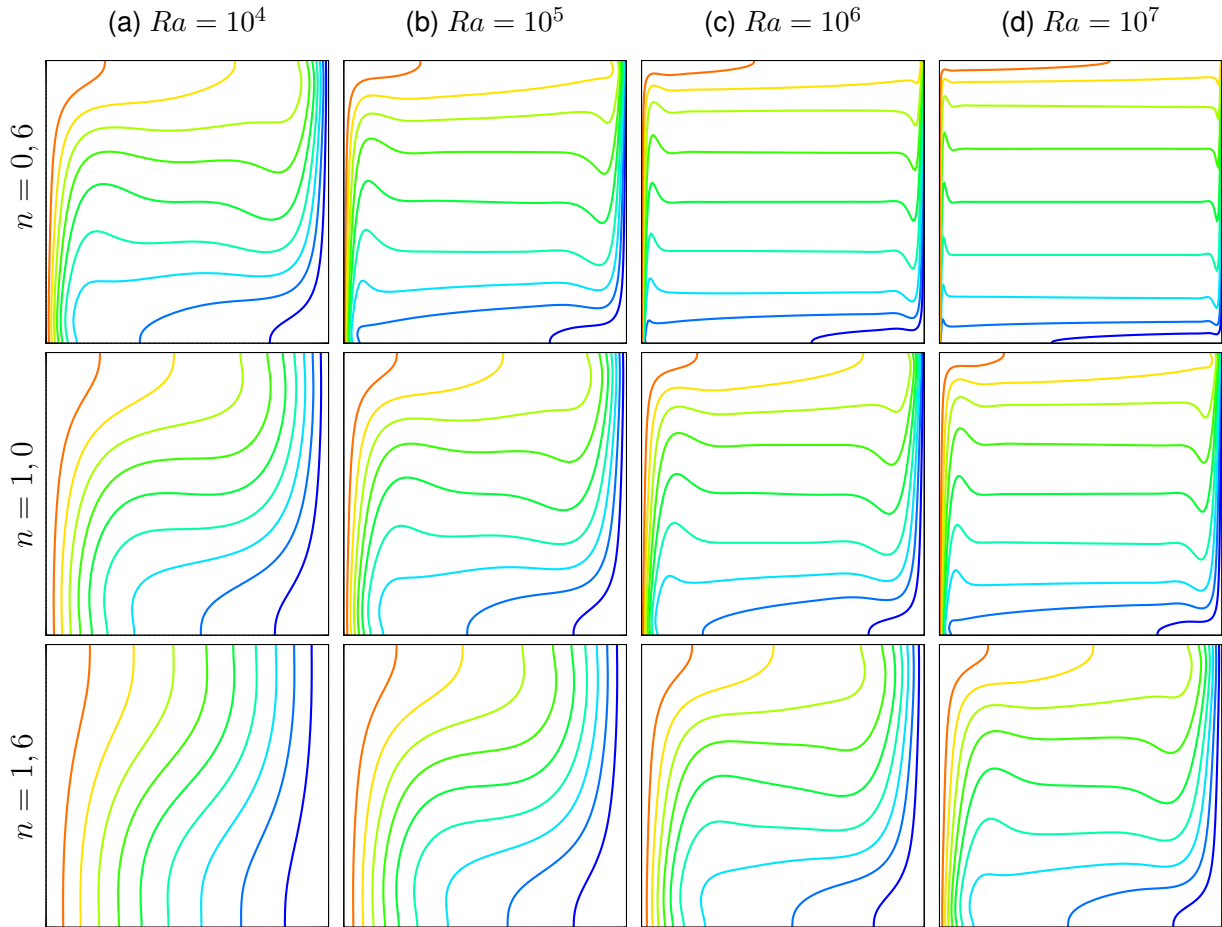


Figura 6.6 – Isotermas para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$, com $n = 0,6, 1,0$ e $1,6$.

Quando se visualiza a variação de Ra e n ao mesmo tempo, nota-se que os efeitos combinados do fluido pseudoplástico ($n < 1$) com valores elevados de Ra ($\geq 10^6$) apresentam padrões fortemente convectivos, sendo vistos pelas espessuras delgadas das camadas limites. De forma inversa, fluido dilatante ($n > 1$) com valores baixos de Ra ($\leq 10^5$), reduzem acentuadamente a advecção na cavidade, sendo visto pelas alterações presentes nos padrões das linhas de corrente e das isothermas. Nota-se, assim, que é possível abranger uma faixa ampla de viscosidade dentro do fluido de lei de Potência.

Na Tabela 6.3 estão os valores numéricos de Nu_{av} obtidos no presente trabalho e os valores referentes ao estudo de Turan *et al.* (2011a) para comparação. Os resultados de Nu_{av} para os casos de $Ra = 10^7$ apresentados são os obtidos no presente estudo, pois os autores citados não o apresentaram. Pode-se notar que as diferenças entre os valores são pequenos, validando a metodologia e os resultados obtidos. Comparando-se os valores de Nu_{av} para $n = 1$, nota-se o aumento vertiginoso causado pelo efeito pseudoplástico, aumentando a transferência de calor em até 370%. Para os casos dilatantes as reduções na transferência de calor chegaram a 70%, reafirmando a sensibilidade que a transferência de calor tem com a viscosidade do fluido.

Tabela 6.3 – Comparação dos valores de Nu_{av} com a literatura, para vários Ra e n .

Ra	n					
	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	
10^4	5,74	3,36	2,28	1,69	1,18	[T]
	5,719	3,357	2,274	1,688	1,182	[P]
10^5	14,76	7,64	4,74	3,29	1,93	[T]
	14,631	7,621	4,727	3,275	1,927	[P]
10^6	35,72	16,36	9,26	6,04	3,24	[T]
	35,057	16,207	9,240	6,015	3,233	[P]
10^7	81,821	33,342	17,377	10,626	5,242	[P]

[T] Turan *et al.* (2011a), [P] presente estudo

6.2 Cavidades com meio heterogêneo

Os resultados apresentados até o momento foram utilizados para a validação numérica da metodologia de solução utilizando fluido de lei de Potência. A partir de agora são apresentados os resultados da contribuição inédita que é feita no presente trabalho. Na seção subsequente estão as simulações feitas em cavidades preenchidas com meio heterogêneo, o qual é representado por blocos quadrados, desconectados, condutores de calor e igualmente espaçados alocados no interior da cavidade.

Os parâmetros utilizados nas simulações são $N = 9, 16, 36$ e 64 blocos, porosidade constante $\phi = 0,64$, razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido $\kappa = k_s/k_f = 1$, faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$, faixa de $n = 0,6 - 1,6$ e os valores de Pr apresentados na Tabela 6.2 para cada Ra e n indicados. Os parâmetros de geração das malhas não-uniformes utilizadas são apresentados no Apêndice A.3 e os valores de Nu_{av} obtidos na Tabela A.9.

6.2.1 Efeitos causados pelo meio heterogêneo

Conforme aumenta-se a quantidade de blocos na cavidade, nota-se que há uma aproximação dos blocos das paredes ativas, como pode ser comparado na Fig. 6.7 entre os casos com 9 e com 36 blocos. Em alguns casos, a aproximação dos blocos das paredes ativas faz com que os caminhos preferencias de escoamento do fluido migrem para o interior da cavidade, passando do primeiro canal (entre a parede ativa e a primeira coluna de blocos) para o segundo canal (entre a primeira e a segunda coluna de blocos), sendo visto pela concentração das linhas de corrente nos canais mencionados.

A migração ocorre devido à resistência adicional imposta pelos blocos ao escoamento do fluido próximo às paredes ativas, fazendo com que passe para o segundo canal por possuir menor resistência. Nota-se, também, nas configurações que ocorre a migração a diminuição na concentração das linhas de corrente nas extremidades superior esquerda e inferior direita, conforme a quantidade de blocos aumenta.

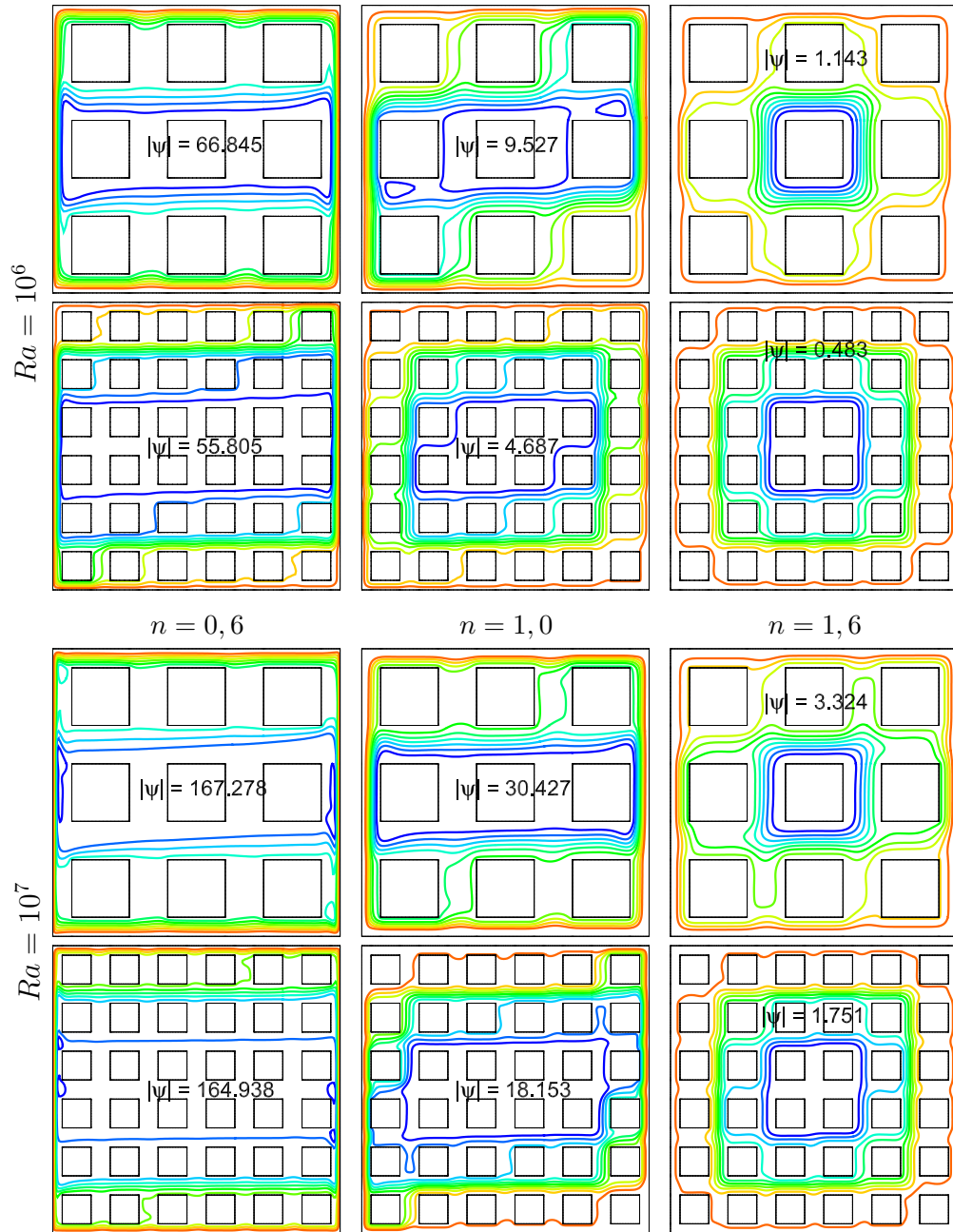


Figura 6.7 – Linhas de corrente para $Ra = 10^6$ e $Ra = 10^7$, $n = 0, 6, 1, 0$ e $1, 6$.

Na Fig. 6.8 são apresentados os perfis de velocidade adimensional vertical dos casos na Fig. 6.7. Observa-se para todos os casos pseudoplásticos ($n = 0, 6$) apresentados que não ocorre a interferência na camada limite, sendo visto pequenas variações nos picos de velocidade. Para os casos de $Ra = 10^6$, $n = 1, 0$ com $N = 36$ e $n = 1, 6$ com $N = 9$, os picos de velocidade no primeiro e no segundo canais tem magnitudes próximas, indicando que a migração do escoamento entre os canais já está ocorrendo. Para $Ra = 10^7$, $n = 1, 6$ com $N = 9$ nota-se a migração ocorrendo pela aumento do pico de velocidade no segundo canal. Nota-se nos casos de $Ra = 10^6$ e $Ra = 10^7$, ambos com $n = 1, 6$ e $N = 36$, que o pico de velocidade do segundo canal é maior que do primeiro, indicando a migração do caminho preferencial de escoamento para o interior da cavidade. Quando são observados

os perfis de velocidade das cavidades limpas ($N = 0$), pode-se notar em alguns casos que o perfil próximo as paredes ativas ocupa uma extensão maior que a disponível no primeiro canal, indicando antecipadamente a ocorrência da interferência.

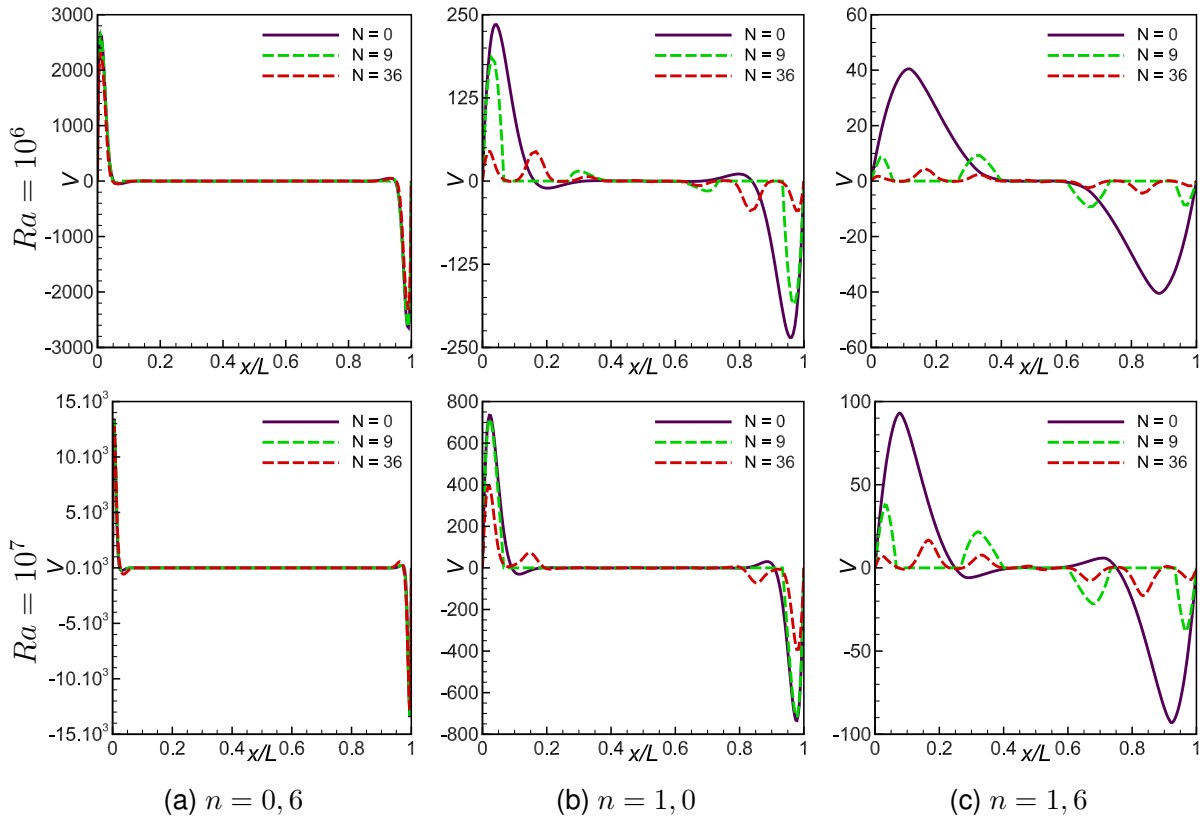


Figura 6.8 – Perfis de velocidade adimensional de $Ra = 10^6$ e $Ra = 10^7$ para $n = 0, 6; 1, 0$ e $1, 6$ em $y = 0, 5$.

Para as isotermas apresentadas na Fig. 6.9, nota-se pequenas mudanças nas linhas nos casos que não ocorre a migração do escoamento ($n = 0, 6$), mantendo basicamente o mesmo padrão de disposição pela cavidade com o aumento de N . Para os casos com $n = 1$, o aumento da quantidade de blocos faz com que as linhas comecem a se concentrar no interior da cavidade, sendo as ondulações próximas às paredes ativas a indicação da migração do fluido entre os canais. Para os casos dilatantes ($n = 1, 6$), o aumento da quantidade de blocos atenua ainda mais a fraca advecção na cavidade, sendo visto pelas isotermas tenderem ao limite de condução pura (*i.e.* se tornarem verticais e espaçadas uniformemente).

Quando o fluido é pseudoplástico ($n = 0, 6$), nota-se que as linhas de corrente e as isotermas permanecem adjacentes às paredes ativas, mesmo com o aumento da quantidade de blocos, indicando que não ocorre a migração do escoamento do fluido e que há um gradiente de temperatura acentuado na região. Em contrapartida, para os casos dilatantes ($n = 1, 6$), mesmo a quantidade mínima de blocos utilizada faz com que o escoamento do fluido permaneça preferencialmente no segundo canal devido aos pequenos gradientes de temperatura próximo às paredes ativas, vistos nas isotermas. Os efeitos vistos para

$Ra = 10^6$ ocorrem de maneira similar para $Ra = 10^7$, sendo a variação do índice n responsável pelas maiores alterações nos padrões de escoamento e da transferência de calor na cavidade, como eram esperado. Os valores de Nu_{av} são apresentados na Fig. 6.10.

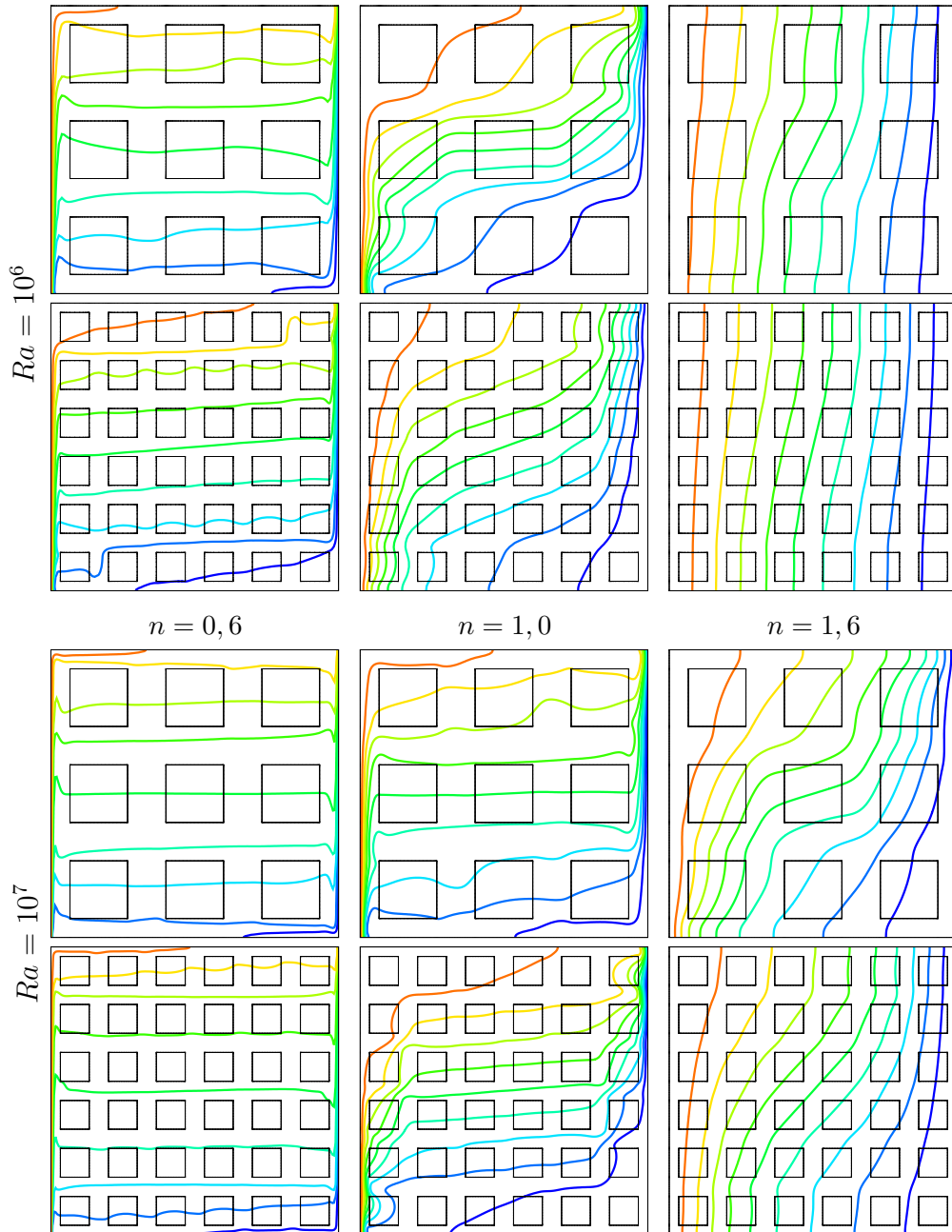


Figura 6.9 – Isotermas para $Ra = 10^6$ e $Ra = 10^7$, $n = 0, 6, 1, 0$ e $1, 6$.

6.2.2 Interferência na camada limite

Como pôde ser visto na Fig. 6.7, algumas configurações não apresentaram a migração do escoamento do primeiro para o segundo canal. Usualmente chamado de fenômeno de interferência na camada limite, a migração do escoamento ocorre quando a distância entre os blocos e a parede ativa é menor do que a região ocupada pela camada limite.

Como foi previsto pela análise de escala na subseção 6.1.2, a espessura da camada limite é dependente do Ra , Pr e do índice n que são simulados, fazendo com que a relação matemática para a interferência seja função de N , Ra , Pr e n . Contudo, os valores elevados de Pr que foram adotados nas simulações tem pouca influência sobre o escoamento do fluido e na transferência de calor, como foi discutido na subseção 6.1.3.

A interferência na camada limite pode ser prevista analiticamente pela comparação da escala estimada da camada limite num canal aquecido, S_c , com o espaço existente entre a primeira coluna de blocos e a parede, δ_p . Para fluidos newtonianos com $Pr \geq 1$ e uma parede aquecida, a escala mais apropriada para a camada limite é $S_c/2 \cong Ra^{-1/4}$ (MERRIKH; LAGE, 2005). A relação apresentada não considera a influência do índice n na formação da camada limite, pois foi proposta para fluidos newtonianos. Assim, a partir dos estudos de Acrivos (1960) e Ng e Hartnett (1986) obtém-se a relação da espessura da camada limite para fluido de lei de Potência, a qual adaptada para uma parede aquecida num canal, se torna: $S_c/2 \cong Ra^{-1/(3n+1)}$. Nota-se que a nova expressão para a espessura da camada limite se torna a expressão para fluidos newtonianos quando é feito $n = 1$.

A distância disponível no primeiro canal pode ser calculada em função da quantidade e tamanho dos blocos por: $\delta_p = (1 - DN^{1/2})/(2N^{1/2})$ (MERRIKH; LAGE, 2005). Utilizando o comprimento adimensional dos blocos (Eq. 5.2) na relação anterior, obtém-se $\delta_p = [1 - (1 - \phi)^{1/2}]/(2N^{1/2})$. A interferência ocorrerá quando a camada limite se tornar maior do que o tamanho do primeiro canal, $S_c > \delta_p$. Resolvendo a relação de δ_p para N e substituindo o valor de $\phi = 0,64$, obtém-se a quantidade mínima aproximada de blocos, N_{min} :

$$N_{min} \approx 0,01Ra^{\frac{2}{3n+1}}, \quad (6.14)$$

Na Tabela 6.4 são apresentadas as quantidades mínimas de blocos, N_{min} , que devem ser inseridos na cavidade para que ocorra a interferência na camada limite. Os valores extremamente altos, destacadas em negrito, são resultado do efeito do índice n no escoamento do fluido, criando camadas limites delgadas. Para os casos destacados em itálico, espera-se que haja a interferência para quantidades de blocos próximas às estimadas. Para os demais casos, a interferência ocorrerá em todos os casos, uma vez que o N_{min} é inferior a menor quantidade de blocos das simulações.

Tabela 6.4 – Quantidade mínima de blocos que provocam a interferência na camada limite.

Ra	n				
	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6
10^4	7	2	1	1	0
10^5	<i>37</i>	9	3	1	1
10^6	193	<i>34</i>	10	4	1
10^7	1000	131	<i>32</i>	11	3

Na Fig. 6.10 estão todos os resultados de Nu_{av} em função de N para cada Ra e índice n , além da curva de previsão feita pela Eq. 6.14. Após ocorrer a intersecção da linha tracejada com as linhas de cada Ra , nota-se que o aumento de N reduz mais acentuada o Nu_{av} dos casos abaixo da linha de previsão ($N > N_{min}$) comparativamente com os casos acima, como esperado. A redução é ainda maior quando a interferência ocorre para $N \approx 9$. Mesmo nos casos que não ocorre a interferência na camada limite, uma leve redução no Nu_{av} é vista pela resistência adicional causada ao escoamento do fluido pelos blocos inseridos na cavidade.

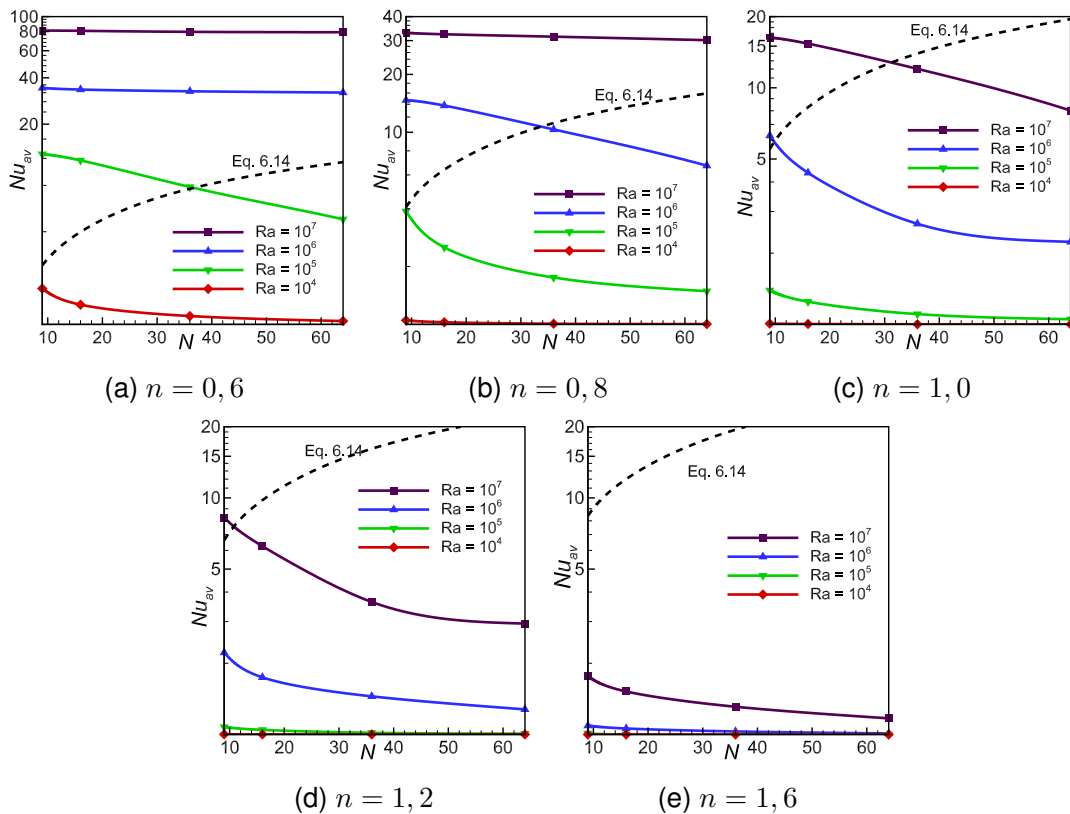


Figura 6.10 – Previsão de interferência na camada limite em função de N .

Na Fig. 6.11 são apresentados os valores de Nu_{av} normalizados pelo $Nu_{av,n=1}$ (Nu_{av} do índice $n = 1$ com a mesma configuração) para cada Ra . Observando inicialmente o caso de $Ra = 10^4$ na Fig. 6.11(a), nota-se que para $n = 0,6$ a variação de Nu_{av} com o aumento de N é acentuada, pois a interferência ocorre para $N \approx 9$. Para os demais índices ($n \geq 0,8$), a quantidade de $N = 9$ blocos já causa grande interferência, resultando em valores de $Nu_{av} \approx 1$.

Na Fig. 6.11(b), para $Ra = 10^5$, as variações de Nu_{av} também são perceptíveis para $n = 0,6$, uma vez que não ocorre interferência na camada limite para $N = 9$ e $N = 16$, como pode ser visto na Fig. 6.10(a). O pico para $N = 16$ decorre da queda acentuada do Nu_{av} para $n = 1,0$ e da leve redução para $n = 0,6$. Para os índices $n \geq 0,8$ ocorre a interferência na camada limite para todas as quantidades de blocos, fazendo com que os valores de Nu_{av} sejam aproximadamente constantes.

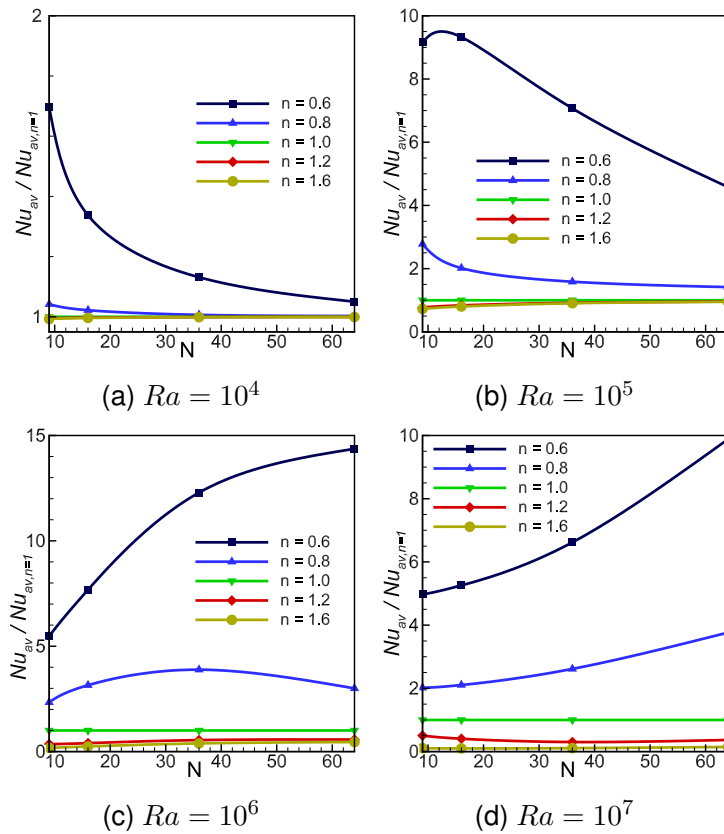


Figura 6.11 – Influência da quantidade de blocos no Nu_{av} para vários Ra e n .

Para $Ra = 10^6$, na Fig. 6.11(c), a curva de normalização do Nu_{av} do índice $n = 0,6$ aumenta com o aumento de N devido à redução que os valores de Nu_{av} apresentaram para o índice $n = 1,0$. Para o índice $n = 0,8$, o aumento da curva de normalização ocorre pelos efeitos da interferência surgirem somente com $N = 36$ enquanto que para o índice $n = 1,0$ surgem com $N = 9$. Para $N = 64$ e índice $n = 0,8$, a diminuição do Nu_{av} ocorre pela acentuada redução para $n = 0,8$ e a pequena redução para $n = 1,0$.

Por fim, na Fig. 6.11(d) para $Ra = 10^7$, nota-se que para os índices $n = 0,6$ e $n = 0,8$ os valores normalizados de Nu_{av} somente aumentam, pois não ocorre interferência na camada limite para nenhuma quantidade de blocos, como pode ser visto na Fig. 6.10(a) e na Fig. 6.10(b). Para os demais casos não comentados, os valores de Nu_{av} são próximos, e até inferiores, aos do índice $n = 1,0$ devido a grande interferência presente na camada limite.

6.3 Cavidade com bloco centrado

Nesta seção são apresentados os resultados e as discussões sobre cavidades com um bloco centrado. Como parâmetros para as simulações, são utilizadas os tamanhos adimensionais do bloco, $D = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7$ e $0,9$, a razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido, $\kappa = 0,1; 1,0$ e 10 , a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$, a faixa de índices $n = 0,6$

- 1, 6 e os valores de Pr indicados na Tabela 6.2. Os testes de malhas seguiram a mesma sequência das seções anteriores, sendo apresentados os parâmetros utilizados na geração das malhas não-uniformes no Apêndice A.5. Todos os resultados de Nu_{av} obtidos são apresentados na Tabela A.15.

6.3.1 Efeitos do tamanho do bloco

Para ser observada as alterações causadas pelo tamanho do bloco no escoamento do fluido, na Fig. 6.12 são apresentados os tamanhos $D = 0, 1; 0, 5$ e $0, 9$, para $Ra = 10^4$ e $Ra = 10^6$, índices $n = 0, 6; 1, 0$ e $1, 6$, todos com $\kappa = 1$ para não causar influência. Como pode ser visto para os casos com $D = 0, 1$, as linhas de corrente não apresentam alterações perceptíveis em relação a cavidade limpa (Fig. 6.5), uma vez que a região de fluido estagnada para a condição limpa é igual ou maior do que o tamanho do bloco, até mesmo para o caso menos advectivo ($Ra = 10^4$ e $n = 1, 6$).

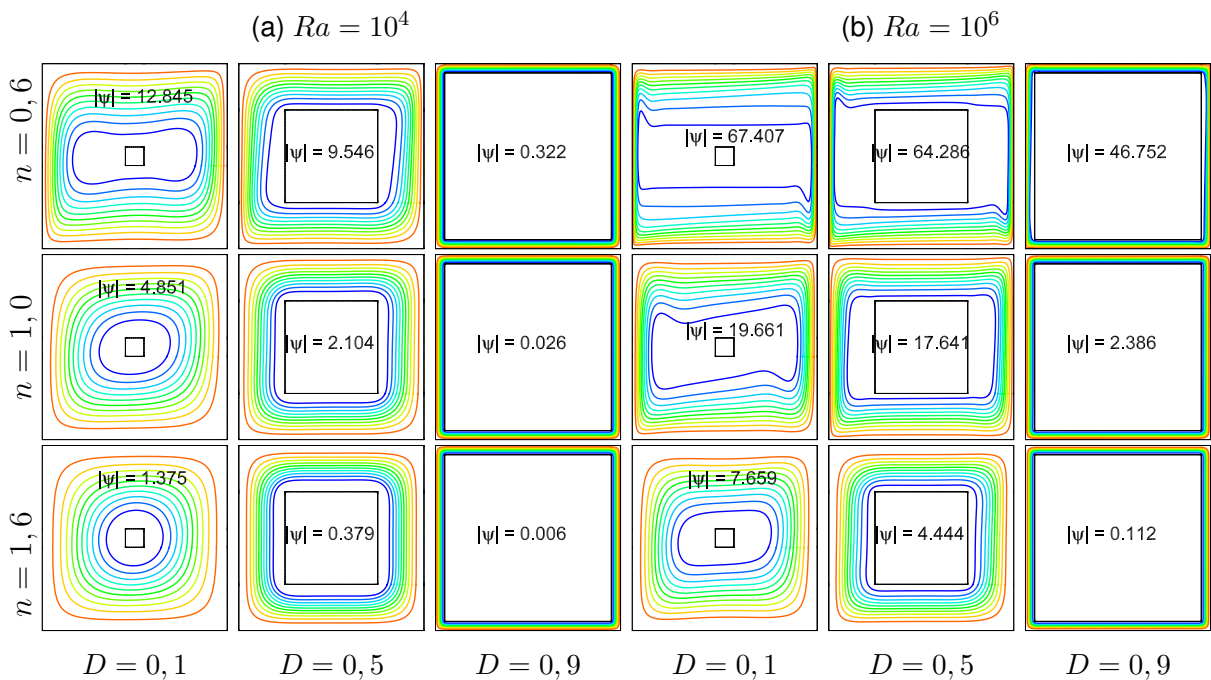


Figura 6.12 – Linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e 10^6 com $\kappa = 1$ e vários D .

Pode-se observar as alterações causadas com o bloco $D = 0, 5$ nos casos pseudo-plásticos ($n = 0, 6$) pelas pequenas alterações nas linhas de corrente na direção vertical (*i.e.* acima e abaixo do bloco), não sendo vistas na direção horizontal (*i.e.* a esquerda e a direita do bloco) a qual interfere nas camadas limites. Os padrões observados ainda são semelhantes aos da cavidade limpa. Nos casos com índice $n \geq 1$ para $Ra = 10^4$, as linhas de corrente são alteradas pela dimensão do bloco, criando um padrão de linhas uniformemente distribuído pela cavidade. O mesmo padrão é observado para $Ra = 10^6$ com $n = 1, 6$.

Para o bloco $D = 0,9$, somente o caso de $Ra = 10^6$ e $n = 0,6$ apresenta leves alterações no padrão das linhas de corrente, comparativamente com outros Ra e n para o mesmo D . As diferenças nas linhas de corrente podem ser visualizadas pelos perfis de velocidade adimensional, na Fig. 6.13, para a cavidade limpa e com bloco centrado.

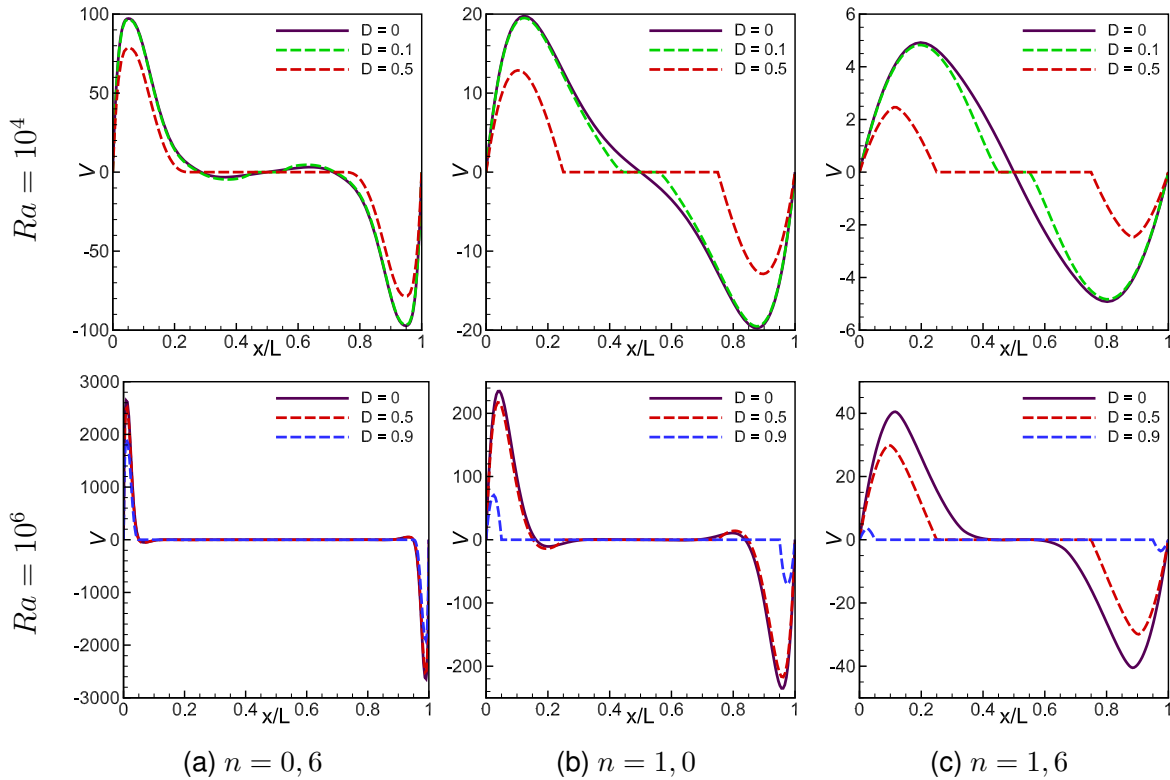


Figura 6.13 – Velocidade adimensional para $Ra = 10^4$ e 10^6 , $n = 0,6 - 1,6$ em $y = 0,5$.

Observando os perfis para $D = 0,5$ dos casos $Ra = 10^4$ com $n = 0,6$ e $Ra = 10^6$ com $n = 1,0$, é possível notar que a dimensão do bloco começa a interferir no escoamento do fluido, visto as pequenas variações nos perfis de velocidade em relação à cavidade limpa ($D = 0$). Para o caso com $D = 0,9$, $Ra = 10^6$ e $n = 0,6$ nota-se que o escoamento do fluido também é levemente influenciada pelas grandes dimensões do bloco, visto a pequena redução do pico de velocidade. Nos casos de $n \leq 1$ para $Ra = 10^4$ e $n = 1,6$ para $Ra = 10^6$, a extensão dos perfis de velocidade para a cavidade limpa ocupam até a região central, indicando que blocos com $D \approx 0,3$ causam interferência nas camadas limites.

Os tamanhos de bloco que apresentaram muita interferência na camada limite ($D = 0,9$ para $Ra = 10^4$) ou praticamente nenhuma ($D = 0,1$ para $Ra = 10^6$) foram omitidos por conveniência. A partir dos perfis de velocidade e das linhas de corrente, nota-se que também ocorre o fenômeno de interferência na camada limite em alguns casos. Assim, na seção subsequente são feitas as previsões de interferência em função de D , Ra e n .

6.3.2 Interferência na camada limite

Da mesma forma que foi feito na subseção 6.2.2, pode-se estimar o tamanho mínimo do bloco, D_{min} , que causa interferência na camada limite. Partindo-se da estimativa da espessura da camada limite previamente apresentada: $S_c/2 \cong Ra^{-1/(3n+1)}$, e da distância disponível para a formação da camada, que no caso de um bloco centrado é dada por: $\delta_p = (1 - D)/2$, sabe-se que a interferência ocorre quando $S_c > \delta_p$. Resolvendo para D , chega-se em:

$$D_{min} = 1 - 4Ra^{\frac{-1}{3n+1}}, \quad (6.15)$$

Na Tabela 6.5 são apresentados os tamanhos mínimos do bloco centrado para causar interferência na camada limite. Nota-se que em todos os casos com índice $n \leq 1$ ocorrerá pouca interferência na camada limite para blocos com $D \leq 0,6$, pois o efeito pseudoplástico faz com que as camadas limites sejam bastante delgadas, sendo necessário um bloco grande para causar interferência. Para os casos dilatantes $n \leq 1,2$, nota-se a concorrência entre os efeitos dilatantes do fluido, o qual aumenta a viscosidade do fluido e conseqüentemente a espessura da camada limite, e o aumento do Ra , o qual diminui a espessura da camada, tornam o tamanho do bloco fortemente dependente do Ra .

Tabela 6.5 – Tamanho mínimo do bloco centrado para causar interferência na camada limite.

Ra	n				
	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6
10^4	0,85	0,73	0,60	0,46	0,18
10^5	0,93	0,86	0,78	0,67	0,45
10^6	0,97	0,93	0,87	0,80	0,63
10^7	0,99	0,97	0,93	0,88	0,75

Na Fig. 6.14 são apresentados todos os resultados de Nu_{av} em função de D para cada índice n , com $\kappa = 1$, e as curvas de previsão de interferência feitas pela Eq. 6.15. Para o índice $n = 0,6$, nota-se que blocos com dimensão $D \approx 0,8$ causam interferência na camada limite para $Ra = 10^4$, sendo visto pela redução acentuada do Nu_{av} entre $D = 0,7$ e $D = 0,9$. Para $n = 0,8$ o mesmo padrão de redução é visto para $Ra = 10^5$. Ainda para $n = 0,8$, o caso de $Ra = 10^4$ começa a apresentar redução no Nu_{av} pela resistência extra causada pelo bloco.

Para os casos newtonianos, a redução acentuada do Nu_{av} é vista para $Ra = 10^6$ e 10^5 com $D \approx 0,8$, enquanto que o caso de $Ra = 10^7$ há apenas uma leve redução no valor. Para $Ra = 10^4$ uma leve redução é vista a partir de $D = 0,3$ pelo aumento da resistência ao escoamento do fluido. Quando a curva de Nu_{av} cruza a linha tracejada a redução se torna mais acentuada.

Para $n = 1, 2$, o mesmo efeito pode ser visto para $Ra = 10^5$ enquanto que para $Ra = 10^6$ e 10^7 a redução só é vista quando ocorre a interferência na camada limite. Para $n = 1, 6$ nota-se o aumento da resistência ao escoamento do fluido aparecem em todos os Ra , sendo novamente visto a redução acentuada quando as curvas de Nu_{av} cruzam a linha tracejada.

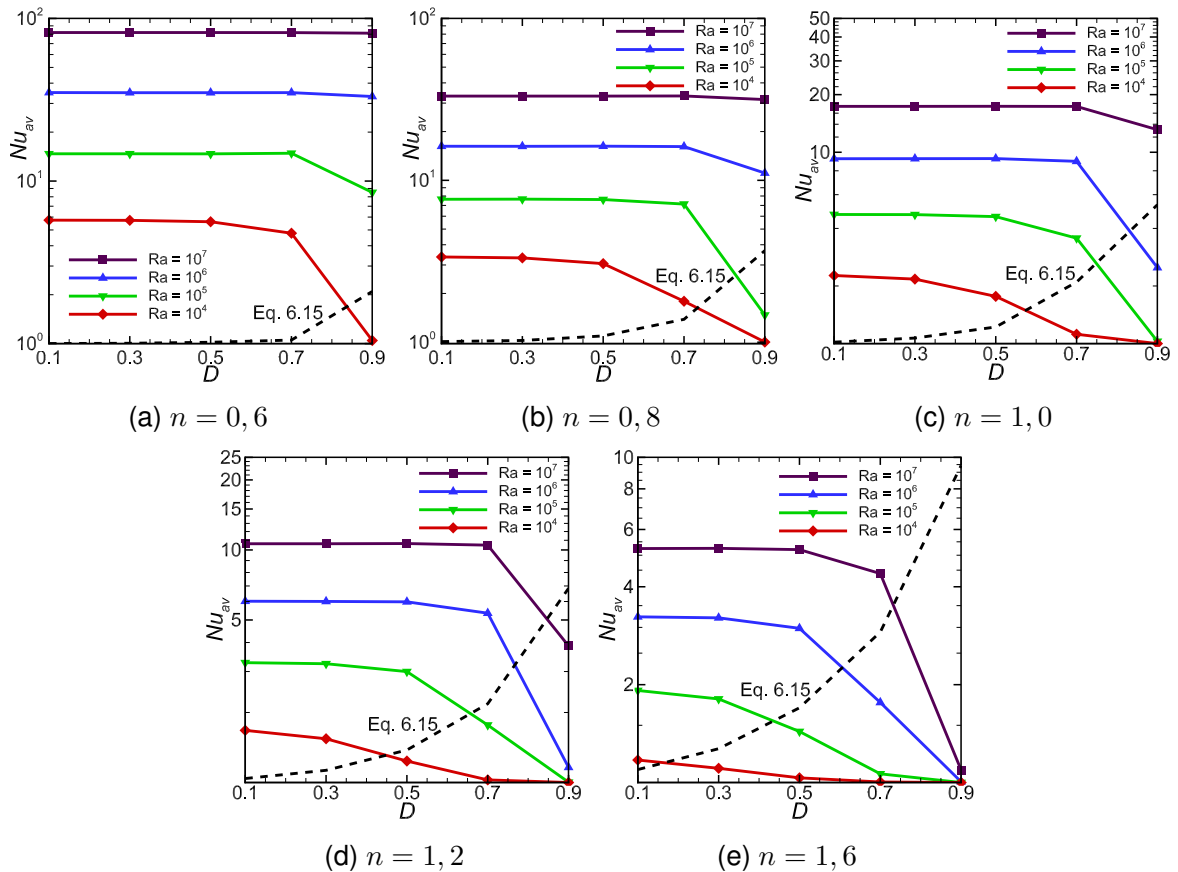


Figura 6.14 – Previsão de interferência na camada limite em função de D .

6.3.3 Efeitos da relação de condutividade térmica

Após ser avaliado a influência que o tamanho do bloco causa no escoamento do fluido e na transferência de calor, na Fig. 6.15 é apresentada a influência da razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido, κ , nas linhas de corrente e nas isothermas para $Ra = 10^5$, índice $n = 0, 6, 1, 0$ e $1, 6$, $\kappa = 0, 1, 1$ e 10 , todas com $D = 0, 7$.

Observando as alterações nas isothermas, apresentadas na Fig. 6.15(b), nota-se que tanto κ quanto o índice n influenciam a distribuição das linhas pela cavidade. Com relação ao índice n , os casos pseudoplásticos mantêm as isothermas preferencialmente horizontais, enquanto que para os casos dilatantes tornam-se praticamente verticais (condução pura), assim como visto nas cavidades limpa e com meio heterogêneo. Conforme κ é aumentado torna-se evidente as alterações no espaçamento das isothermas através do bloco.

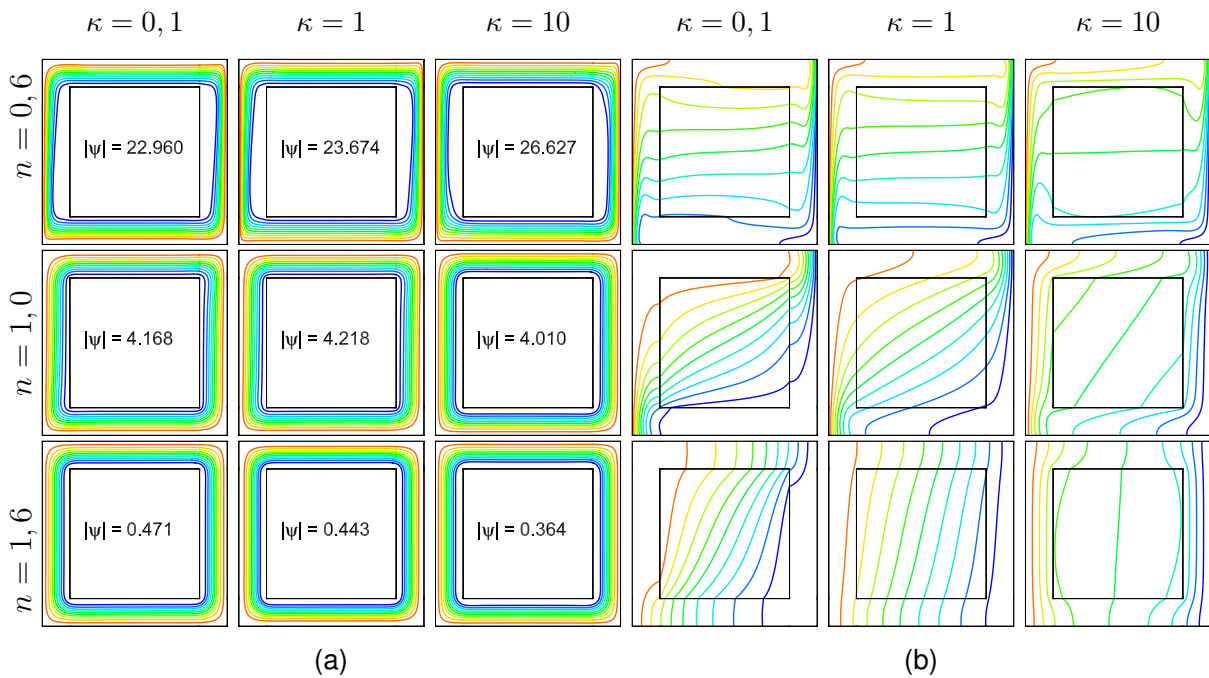


Figura 6.15 – Influência de κ nas (a) linhas de corrente e (b) isothermas para $Ra = 10^5$, $n = 0,6, 1,0$ e $1,6$ com $D = 0,7$.

Para $\kappa = 10$, o calor que está sendo transportado pela parcela quente do fluido na parte superior da cavidade é conduzido através do bloco para a parcela fria que está escoando na parte inferior, aquecendo-a antes de atingir a parede quente o que reduz a troca de calor efetiva entre as paredes ativas. Este efeito é denominado pela literatura de *short circuit* ou curto circuito (HOUSE; BECKERMANN; SMITH, 1990). Quando $\kappa = 0, 1$, o efeito curto circuito não ocorre, pois a condutividade térmica do bloco auxilia no isolamento das parcelas superior e inferior de fluido, fazendo com que a transferência do calor entre as paredes ativas seja feita de forma mais eficiente.

Para as linhas de corrente apresentadas na Fig. 6.15(a), nota-se nos casos com índice $n = 0,6$ que na região inferior esquerda e superior direita (cantos do bloco) para $\kappa = 10$ há um menor espaçamento entre as linhas de corrente e as paredes verticais do bloco, quando comparada com as linhas de $\kappa = 0, 1$ e 1 . Segundo House, Beckermann e Smith (1990), a variação vista ocorre pela maior quantidade de movimento que o escoamento do fluido possui, pois a parcela de fluido que está escoando horizontalmente na cavidade recebe menos calor através do bloco para $\kappa \leq 1$ do que para $\kappa = 10$. Como ocorre o efeito curto circuito para $\kappa = 10$, a diferença de temperatura entre o fluido que está deixando a passagem horizontal e a parede quente é menor, diminuindo a força de empuxo e fazendo com que as linhas de corrente sejam menos concentradas.

Nas linhas de corrente para $n \geq 1$, há um padrão de escoamento muito semelhante entre todos os casos, pois para $Ra = 10^5$ e $n \geq 1$ o tamanho do bloco para causar interferência na camada limite é $D \approx 0,7$.

6.3.4 Efeitos combinados de Ra , n , D e κ

Na Fig. 6.16 são apresentados todos os resultados de Nu_{av} em função de D para cada Ra e índice n . Os círculos presentes em cada figura indicam os casos nos quais ocorre o efeito curto circuito, sendo possível notar o leve acréscimo do Nu_{av} para $\kappa = 0, 1$ em relação a $\kappa \geq 1$.

Observando os efeitos combinados de Ra , n , D e κ de forma global, nota-se que a real influência da condutividade térmica depende diretamente do tamanho do bloco e do índice n que são utilizados. O efeito curto circuito também indica quando as interações entre o bloco e o fluido começam a ocorrer, uma vez que surgem quando há a interferência na camada limite. Para $D > D_{min}$, nota-se que todas as curvas de Nu_{av} apresentam tendências assintóticas para os valores de condução pura.

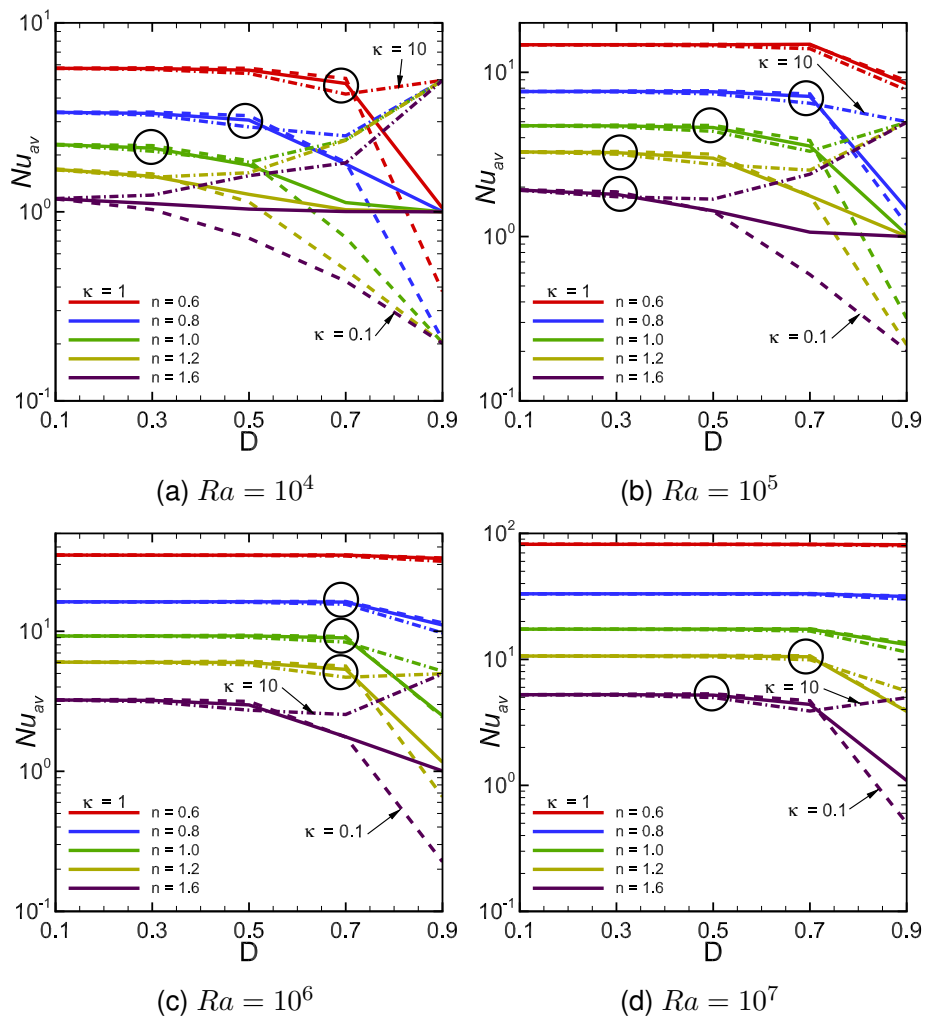


Figura 6.16 – Variação do Nu_{av} em função do tamanho do bloco D , para vários n .

6.4 Consolidação dos resultados

No decorrer deste capítulo foram conduzidas simulações utilizando fluido de Lei de potência em cavidade limpa para validação da metodologia de solução, sendo seguidas das simulações em cavidades com meio heterogêneo e com bloco centrado condutor de calor, as quais são inéditas na literatura. A partir dos resultados obtidos, algumas considerações podem ser feitas:

- a) as malhas utilizadas para as simulações foram geradas com quantidade de volumes de controle próximas as malhas utilizadas para fluidos newtonianos, pois eram malhas não-uniformes. Assim, pôde-se reforçar a ideia de que a concentração de volumes de controle nas regiões de interesse é extremamente vantajosa computacionalmente, além de aumentar a precisão aos resultados;
- b) a análise de escala feita antecipou alguns efeitos que ocorreram quando determinado valor do índice n ou do Ra eram utilizados, sendo extremamente útil para a obtenção da viscosidade efetiva e, conseqüentemente, do Rayleigh efetivo, o qual balizou os valores de Pr que poderiam ser adotados nas simulações;
- c) as mudanças nos padrões do escoamento do fluido e nos valores de Nu_{av} com a variação do Pr eram esperadas por serem vistas em estudos da literatura com fluidos newtonianos. Contudo, algo inesperado foi a não convergência das simulações com $Pr \leq 100$. Possivelmente o modelo laminar não conseguiu solucionar o campo de escoamento que foi gerado pela redução acentuada da viscosidade causada pelo efeito pseudoplástico. As limitações impostas pelo programa ANSYS FLUENT® impediram uma investigação do escoamento no regime turbulento, para comparação dos resultados obtidos;
- d) após a validação numérica, as simulações com meio heterogêneo apresentaram alguns resultados esperados, tais como os padrões de escoamento do fluido para $Ra \geq 10^6$ serem poucos influenciados pelo meio heterogêneo, devido à pequena espessura das camadas limites, e às grandes alterações vistas para $Ra \leq 10^5$;
- e) a influência do índice n nos padrões de escoamento do fluido e das isothermas também era esperada para o meio heterogêneo, visto os resultados obtidos na validação numérica com cavidade limpa;
- f) utilizando a previsão de espessura da camada limite para fluido de lei de Potência e a distância disponíveis entre a parede ativa e os blocos, pôde-se estimar com boa precisão quando ocorreu a interferência na camada limite pelos blocos;
- g) para o bloco centrado, notou-se que as dimensões do bloco só influenciaram os padrões de escoamento quando eram maiores do que a região estagnada de fluido para a mesma condição com cavidade limpa, sendo dependente do índice n e do Ra utilizados;

- h) também foi prevista com boa precisão quando a interferência na camada limite ocorreria para os casos com bloco centrado;
- i) as alterações causados pela variação da razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido nos padrões de escoamento e de transferência de calor só foram notadas quando o efeito curto circuito ocorreu. Quando foram utilizados blocos maiores dos que causavam o efeito, os valores de Nu_{av} tenderam assintoticamente aos valores de condução pura.

7 FLUIDO DE BINGHAM

Neste capítulo são apresentadas as simulações feitas em cavidades limpa, com meio heterogêneo e com bloco centrado utilizando fluidos viscoplásticos, representado pelo modelo de Bingham. As simulações são iniciadas pelos testes de malha uniforme em cavidades limpas, seguidas dos testes de malhas não-uniformes. Em seguida é feita a validação dos resultados de Nu_{av} pela comparação com a literatura disponível, também sendo apresentadas as linhas de corrente e isothermas obtidas. Posteriormente são feitos os testes de malha para cavidades com meio heterogêneo e com bloco centrado sendo apresentados os resultados de Nu_{av} , linhas de corrente e isothermas obtidas, além das considerações finais do capítulo.

7.1 Cavidade limpa

Nesta seção são apresentados os testes de malha, a influência dos valores de Pr no Nu_{av} e os resultados obtidos com cavidades limpas. Inicialmente são feitos os testes de malha seguindo a mesma metodologia do Capítulo 6. Em seguida, é realizada a comparação dos resultados de Nu_{av} da cavidade limpa com a literatura disponível, sendo apresentadas as linhas de corrente e as isothermas. Ao final da seção, simulações adicionais são feitas com algumas frações do Bi_{max} para cada Ra , a fim de serem comparados os resultados com as cavidades com meio heterogêneo e bloco centrado.

7.1.1 Testes de malha

Inicialmente, são feitos os testes com malhas uniformes para a escolha da quantidade necessária de volumes de controle (VC), sendo realizados os testes com malhas não-uniformes em seguida. Na Tabela 7.1 estão os parâmetros das malhas escolhidas para as simulações. Todos os detalhes dos testes e os valores de Nu_{av} obtidos estão no Apêndice B.1.

Tabela 7.1 – Parâmetros das malhas escolhidas para as simulações em cavidade limpa.

Ra	VC	Δx_1	r
10^7	160x160		1, 2
10^6	120x120	0,001	1, 2
10^5	80x80		1, 2
10^4	40x40		1, 3

7.1.2 Análise de escala

Nesta seção, uma breve análise de escala é feita para antecipar alguns efeitos do escoamento do fluido de Bingham. É utilizado como base a análise feita por Turan, Chakraborty e Poole (2010) e a Fig. 7.1, que apresenta uma parede aquecida a T_H , com as camadas limite térmica e hidrodinâmica (apresentadas a seguir) que se desenvolvem adjacentes a parede.

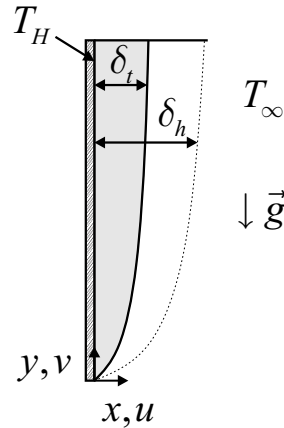


Figura 7.1 – Esboço do desenvolvimento das camadas limites numa parede aquecida.

Pode-se estimar o fluxo de calor na parede quente, q'' , como:

$$q'' \sim k \frac{\Delta T}{\delta_t} \sim h \Delta T, \quad (7.1)$$

substituindo no número de Nu (Eq. 3.41):

$$Nu = \frac{hH}{k} \sim \frac{H}{\delta_t} \quad \text{ou} \quad Nu \sim \frac{H}{\delta_h} f_2(Ra, Pr, Bi), \quad (7.2)$$

sendo δ_t a espessura da camada limite térmica e δ_h a espessura da camada limite hidrodinâmica, relacionadas por $\delta_h/\delta_t \sim f_2(Ra, Pr, Bi)$, onde $f_2(Ra, Pr, Bi)$ é uma função de Ra , Pr e Bi , a qual aumenta com o aumento do Pr (TURAN; CHAKRABORTY; POOLE, 2010).

Para se estimar a espessura da camada limite hidrodinâmica é feito o balanço entre as forças inerciais e viscosas na direção vertical, assim:

$$\rho \frac{U_R^2}{H} \sim \frac{\tau}{\delta_h}, \quad (7.3)$$

sendo U_R a escala da velocidade característica. Para o modelo de Bingham, a tensão de cisalhamento, apresentada na Tabela 3.2, pode ser estimada como: $\tau \sim \tau_0 + \mu U_R/\delta_h$, que na Eq. 7.3 se torna:

$$\rho \frac{U_R^2}{H} \sim \left[\tau_0 + \mu \frac{U_R}{\delta_h} \right] \frac{1}{\delta_h}. \quad (7.4)$$

Resolvendo a Eq. 7.4 para δ_h chega-se em:

$$\delta_h \sim \frac{1}{2} \frac{\tau_0 H}{\rho U_R^2} + \frac{1}{2} \frac{H}{\rho U_R^2} \sqrt{\tau_0^2 + 4\rho \frac{U_R^3}{H} \mu}. \quad (7.5)$$

Fazendo, agora, o equilíbrio entre as forças inerciais e de empuxo na camada limite, tem-se:

$$\frac{U_R^2}{H} \sim g\beta\Delta T, \quad (7.6)$$

resultando na escala da velocidade característica:

$$U_R \sim \sqrt{g\beta\Delta TH}. \quad (7.7)$$

Substituindo a escala da velocidade característica na Eq. 7.5 pode-se chegar em:

$$\delta_h \sim \frac{\mu/\rho}{\sqrt{g\beta\Delta TH}} \left[\frac{Bi}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bi^2 + 4 \left(\frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right], \quad (7.8)$$

sendo Ra e Bi apresentados na Eq. 3.26 e Eq. 3.36, repetindo-se por conveniência:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu\alpha}, \quad Bi = \frac{\tau_0}{\mu} \sqrt{\frac{H}{g\beta\Delta T}}.$$

A partir da escala da camada limite hidrodinâmica, Eq. 7.8, pode-se obter a espessura da camada limite térmica:

$$\delta_t \sim \min \left[H, \frac{HPr^{1/2}}{f_2(Bi, Pr)Ra^{1/2}} \left[\frac{Bi}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{Bi^2 + 4 \left(\frac{Ra}{Pr} \right)^{1/2}} \right] \right], \quad (7.9)$$

a qual será o menor valor (min) entre a altura da cavidade, H , e os outros parâmetros apresentados na Eq. 7.9. Pode-se notar que conforme o número de Bi aumenta, a camada limite térmica se torna da ordem de grandeza da dimensão da cavidade e o fluido de Bingham se comporta como um sólido. Também é visto que um aumento no Ra diminui a espessura da camada limite, aumentando a transferência de calor nas paredes ativas.

7.1.3 Influência do valor de Pr no Bi

Conduzindo algumas simulações preliminares, notou-se que conforme foi aumentado o número de Bi os valores de Nu_{av} diminuíram até tornarem-se unitários. Após uma busca na literatura, encontrou-se no trabalho de Turan, Chakraborty e Poole (2010) uma correlação derivada dos resultados numéricos para o número de Bingham máximo, Bi_{max} , a qual é

utilizada para prever qual o valor de Bi que faz o $Nu_{av} \approx 1$ (limite de condução). A relação, apresentada na Eq. 7.10, foi proposta para as faixas de $Ra = 10^4 - 10^6$ e para a faixa de $Pr = 0,1 - 100$.

$$Bi_{max} = 0,019Ra^{0,56}Pr^{-0,46}. \quad (7.10)$$

A partir da Eq. 7.10, pode-se construir a Tabela 7.2 para ser verificado a influência do valor de Pr sobre o valor máximo de Bi . Os valores de Bi_{max} para $Ra = 10^7$ foram obtidos pela extrapolação da Eq. 7.10, sendo valores aproximados. Nota-se que o aumento do Pr reflete diretamente na diminuição do Bi_{max} , reduzindo a faixa de valores de Bi que podem ser utilizados até que Nu_{av} se torne unitário. Assim, opta-se pela utilização de $Pr = 1$ para todas as simulações conduzidas com fluido de Bingham.

Tabela 7.2 – Valores de Bi_{max} em função de Ra e Pr .

Pr	Ra			
	10^4	10^5	10^6	10^7
0,1	10	35	126	456
1,0	3	12	44	158
10	1	4	15	55

7.1.4 Viscosidade plástica do modelo de regularização

Como foi apresentado na seção 2.1, o fluido de Bingham possui uma tensão limite de escoamento mínima, τ_0 , que deve ser superada para que o escoamento se inicie. Quando a tensão de cisalhamento resultante no fluido é menor do que a tensão limite de escoamento ($|\tau| < \tau_0$), o fluido se comporta como um sólido.

Para tratar a descontinuidade presente no modelo de Bingham é comum na literatura utilizar um modelo de regularização (MR) (MITSOULIS, 2007). No presente estudo é adotado o modelo de bi-viscosidade proposto pelos autores O'donovan e Tanner (1984), o qual foi apresentado na seção 4.5. Para a utilização do modelo de bi-viscosidade é necessário obter o valor da viscosidade plástica do modelo de regularização (μ_B) que representa a região sólida do modelo de Bingham.

Na Fig. 7.2 são apresentadas as linhas de corrente com as regiões não cisalhadas ($\tau < \tau_0$) apresentadas em cinza e as isothermas para a faixa de $\mu_B = 500\mu - 10^4\mu$, sendo utilizado para as simulações $Ra = 10^6$, $Pr = 1$ e $Bi = 7$. Nota-se com o aumento de μ_B que as variações nas linhas de corrente, nas isothermas e nos valores de Nu_{av} são desprezíveis. Contudo, devido ao modelo de regularização, as regiões aonde a tensão limite de escoamento não é superada apresentam comportamento de um fluido de alta viscosidade, ao invés de um sólido, possuindo velocidades extremamente baixas. No estudo

dos autores Mitsoulis e Zisis (2001), as regiões não cisalhadas foram denominadas de *AUR*, do inglês *apparently unyielded regions*, ou regiões aparentemente não cisalhadas (RANCs).

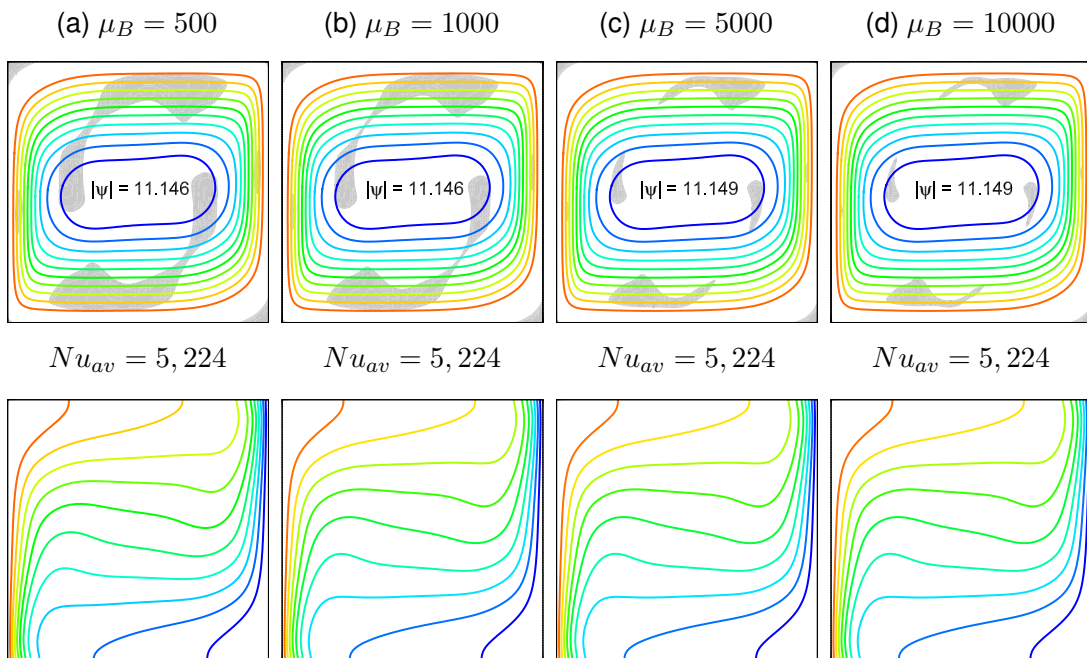


Figura 7.2 – Linhas de corrente com regiões aparentemente não cisalhadas (em cinza) e isothermas para $Ra = 10^6$, $Pr = 1$ e $Bi = 7$.

Como é visto na Fig. 7.2 e pelos comentários dos autores Turan, Chakraborty e Poole (2010), o aumento de μ_B altera significativamente as RANCs no centro da cavidade, mas tem pouca influência nos cantos superior esquerdo e inferior direito. No trabalho citado, foi adotado $\mu_B = 10^4 \mu$. Boas representações do modelo de Bingham também foram obtidas pelos autores Beverly e Tanner (1989) quando utilizaram $\mu_B \geq 10^3 \mu$, assim como foi apresentado e comentando na seção 4.5 do presente trabalho. Desta forma, para ser comparado os resultados obtidos no presente estudo com os do trabalho de Turan, Chakraborty e Poole (2010) é adotado para todas as simulações realizadas com fluido de Bingham o valor de $\mu_B = 10^4 \mu_0$.

7.1.5 Validação da metodologia para cavidades limpas

Para a validação da metodologia numérica é utilizado a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$, $Pr = 1$ e alguns valores de Bi simulados pelos autores Turan, Chakraborty e Poole (2010). Para $Ra = 10^7$, buscou-se manter uma proporção semelhante a observada entre os valores de Bi nos outros Ra , uma vez que os autores citados não realizaram simulações numéricas com $Ra = 10^7$.

Na Tabela 7.3 são apresentados os valores de Nu_{av} obtidos nas simulações e os valores disponíveis na literatura. Nota-se que todos os valores de Nu_{av} são bem próximos, validando a metodologia empregada na solução. Para o caso de $Ra = 10^7$, nota-se que o valor de

Nu_{av} para $Bi = 158$ se torna aproximadamente unitário, indicando que a extrapolação feita na Eq. 7.10 permitiu estimar de forma satisfatória o valor.

Tabela 7.3 – Comparação do Nu_{av} com a literatura disponível, para vários Ra e Bi .

$Ra = 10^4$			$Ra = 10^5$			$Ra = 10^6$			$Ra = 10^7$	
Bi	[P]	[T]	Bi	[P]	[T]	Bi	[P]	[T]	Bi	[P]
1,0	1,667	1,70	2,0	3,456	3,47	7,0	5,223	5,24	30	5,134
1,5	1,384	1,43	4,0	2,466	2,48	15	2,704	2,73	45	3,137
2,0	1,117	1,20	6,0	1,759	1,76	20	1,929	1,95	80	1,536
2,5	1,002	1,06	8,0	1,109	1,24	30	1,043	1,04	110	1,091
3,0	1,000	1,00	10	1,000	1,00	40	1,001	1,00	158	1,048

[P] presente estudo, [T] Turan, Chakraborty e Poole (2010)

Nas linhas de corrente apresentadas na Fig. 7.3, para $Ra = 10^5$, e na Fig. 7.4, para $Ra = 10^7$, é possível notar que conforme o valor de Bi é aumentado as linhas se distribuem mais uniformemente pela cavidade em ambos os casos, formando padrões semelhantes. Observando os casos de $Bi = 0, 5$, nota-se que a tensão limite de escoamento é facilmente superada pelas forças de empuxo induzidas na cavidade, pois não existem RANCs, as linhas de corrente estão próximas às paredes ativas com pequenas diferenças em relação as simulações com fluido newtoniano. Pode-se observar, ainda, que os módulos das linhas de corrente diminuem consideravelmente com o aumento do Bi para ambos os Ra , tornando-se desprezíveis quando $Bi = Bi_{max}$. Como comentando anteriormente, as linhas de correntes existem nas RANCs devido ao modelo de regularização e não pelo modelo de Bingham.

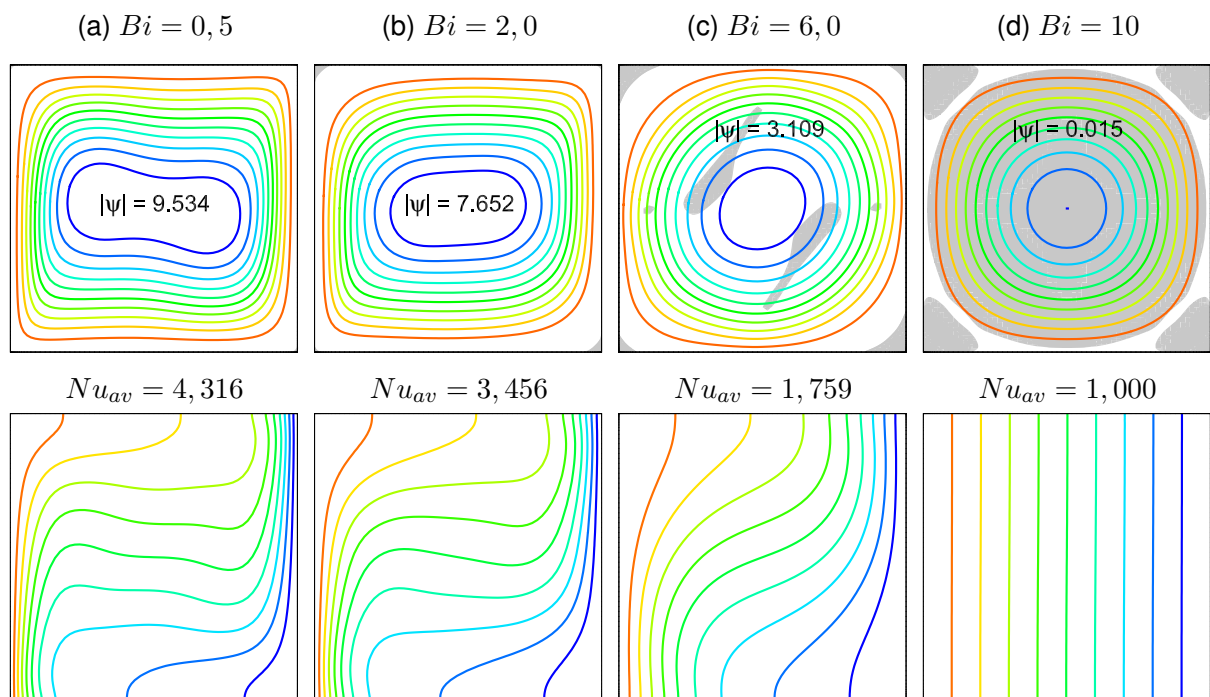


Figura 7.3 – Linhas de corrente com RANC (em cinza) e isothermas para $Ra = 10^5$.

Conforme aumenta-se o Bi , o escoamento do fluido pela cavidade é atenuado pelo aumento na viscosidade aparente do fluido, fazendo com que a transferência de calor ocorra predominantemente por condução. A afirmação é vista pela diminuição dos valores de Nu_{av} e pela tendência das isothermas se tornarem paralelas às paredes ativas. Esses resultados foram antecipado pela análise de escala, na qual o aumento da espessura da camada limite térmica é decorrente do aumento de Bi (Eq. 7.9).

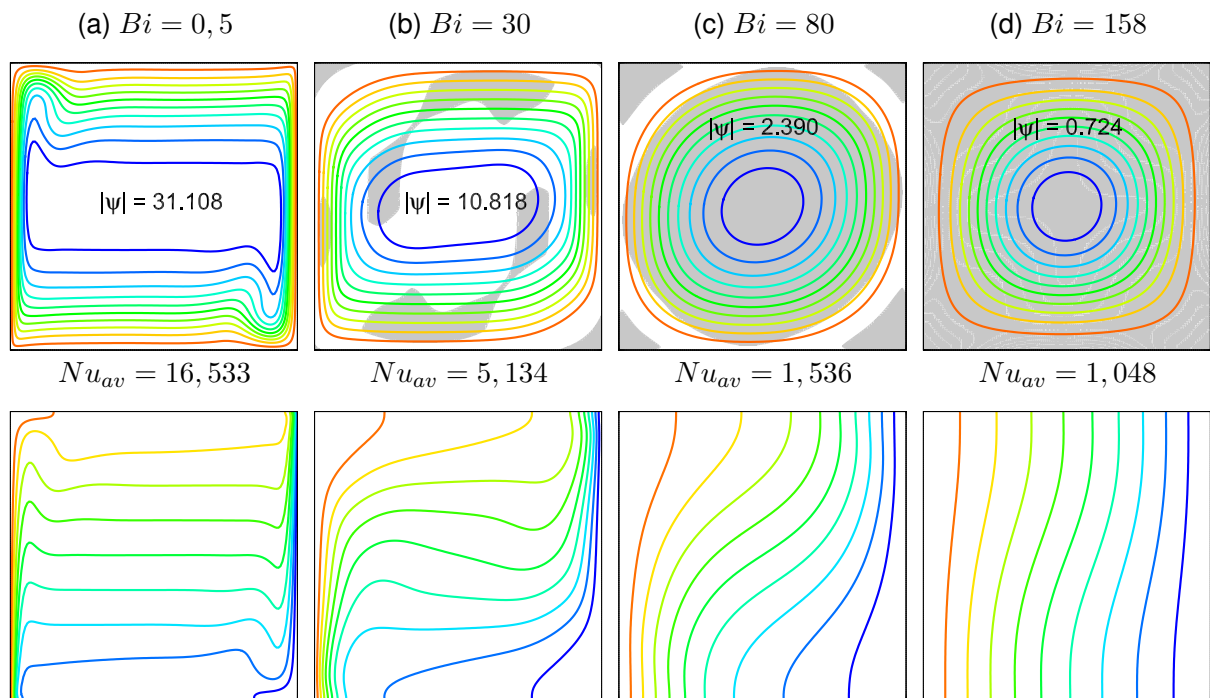


Figura 7.4 – Linhas de corrente com RANC (em cinza) e isothermas para $Ra = 10^7$.

7.1.6 Normalização dos valores de Bi

Como visto na seção anterior, a faixa de valores de Bi varia de acordo com o Ra e o Pr utilizados. Assim, uma normalização dos valores de Bi que são simulados é feita na forma de frações do Bi_{max} , para cada Ra , da seguinte forma:

$$Bi = f Bi_{max}, \tag{7.11}$$

sendo f uma constante que varia entre 0 e 1 e os valores de Bi_{max} destacados na Tabela 7.2. O fracionamento do Bi_{max} é proposto para as simulações subsequentes pelas semelhanças vistas nas linhas de corrente e nas isothermas entre $Ra = 10^5$ e 10^7 , na Fig. 7.3 e Fig. 7.4, quando comparados os casos de Bi com frações semelhantes aos respectivos Bi_{max} (i.e. $Bi = 2,0$ para $Ra = 10^5$ e $Bi = 30$ para $Ra = 10^7$).

Assim, na Tabela 7.4 são apresentadas as frações f e os valores resultantes de Bi que são utilizados nas simulações. Para ser comparado os resultados entre a cavidade limpa e as cavidades com meio heterogêneo e bloco centrado, algumas simulações adicionais são

feitas utilizando a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$ e os valores de f presentes na Tabela 7.4 para os respectivos Ra .

Tabela 7.4 – Valores de Bi que são utilizados nas simulações.

f	Ra			
	10^4	10^5	10^6	10^7
0,1	0,3	1,2	4,4	15,8
0,3	1,0	3,6	13,1	47,4
0,5	1,7	6,0	21,8	79,0
0,7	2,3	8,4	30,5	110,6
0,9	3,0	10,8	39,2	142,2

7.2 Cavidade com meio heterogêneo

Os resultados obtidos até o presente momento foram utilizados para a validação da metodologia numérica na solução do modelo de Bingham. A partir desta seção são apresentados os resultados da contribuição inédita feita no presente trabalho. Inicialmente, são feitas as simulações em cavidades com meio heterogêneo, representados por blocos quadrados, desconectados, condutores de calor e igualmente espaçados pela cavidade.

Para as simulações são utilizados as quantidades de $N = 9, 16, 36$ e 64 blocos, mantendo-se a porosidade constante em $\phi = 0,64$, utilizando a razão de condutividade térmica $\kappa = k_s/k_f = 1,0$, a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$ e $Pr = 1$. Os parâmetros para geração das malhas não-uniformes utilizadas são apresentados no Apêndice B.2 e os valores de Nu_{av} obtidos nas simulações na Tabela B.7. Na Fig. 7.5 são apresentadas as linhas de corrente e as isotermas para $Ra = 10^6$ e na Fig. 7.6 para $Ra = 10^7$, ambas com $f = 0,1$ e $0,3$ e para $N = 9$ e 16 .

Avaliando as linhas de corrente para $f = 0,1$, nota-se na Fig. 7.5 que o aumento de N faz com que ocorra a migração do escoamento preferencial do fluido para o segundo canal vertical e na Fig. 7.6 nota-se pequenas alterações no padrão das linhas de corrente. Contudo, para $f = 0,3$ as alterações causadas pela quantidade de blocos não são perceptíveis, pois o aumento do Bi juntamente com o meio heterogêneo impedem o escoamento do fluido, resultando no padrão de linhas de corrente provenientes do modelo de regularização.

Observando as isotermas nota-se para $f = 0,1$ que o aumento de N reduz a concentração das linhas no centro da cavidade, indicando que os gradientes de temperatura se distribuem mais uniformemente. Pode-se notar, ainda, a influência do escoamento do fluido nas isotermas, visto pelas ondulações nas linhas nos canais aonde está o escoamento preferencial do fluido. Para $f \leq 0,3$, as isotermas apresentam o mesmo padrão de disposição pela cavidade (condução pura).

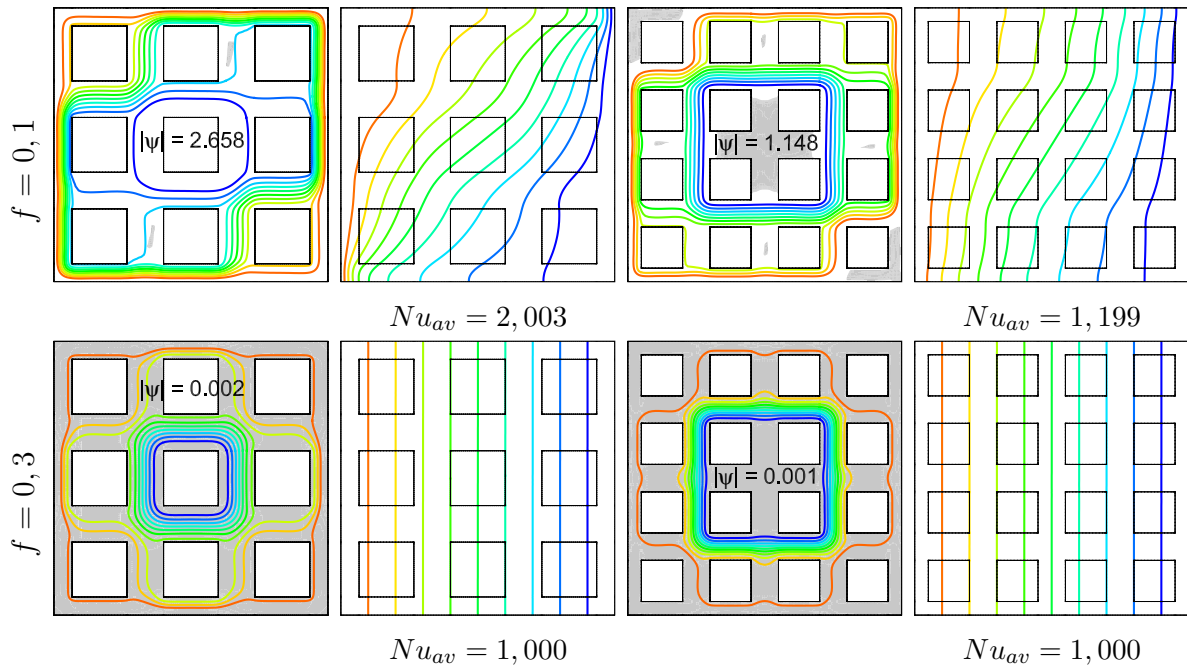


Figura 7.5 – Linhas de corrente e isothermas para $Ra = 10^6$, com $f = 0, 1$ e $0, 3$.

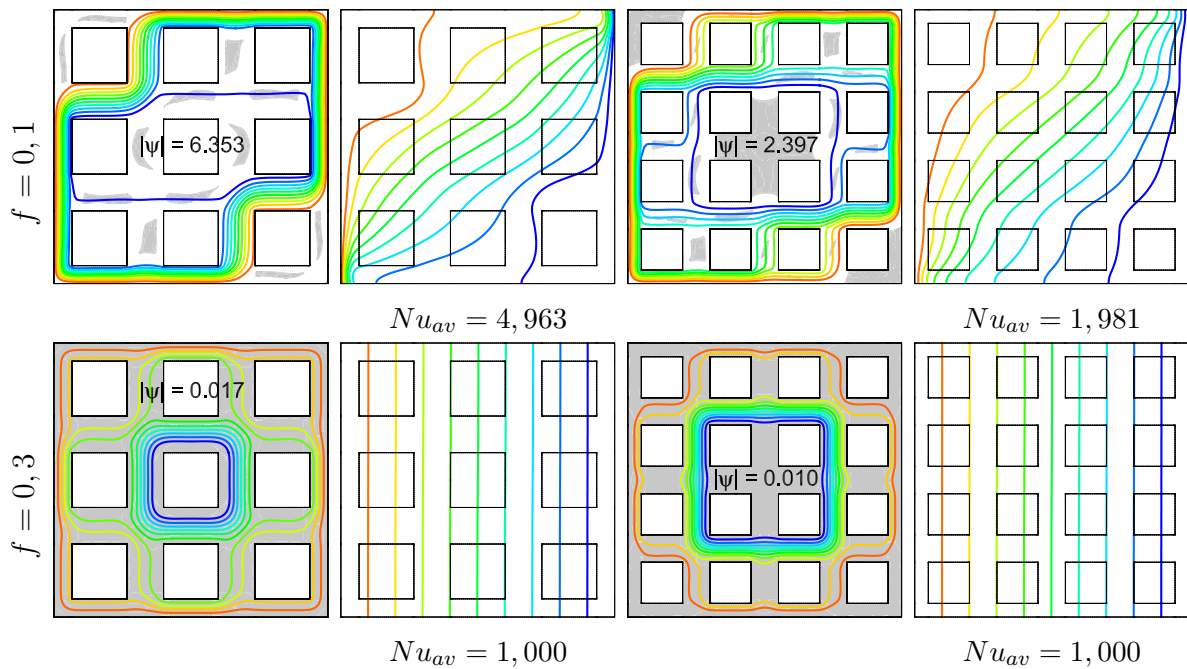


Figura 7.6 – Linhas de corrente e isothermas para $Ra = 10^7$, com $f = 0, 1$ e $0, 3$.

Na Fig. 7.7 são apresentados os perfis de velocidade adimensional para os dois casos de Ra apresentados. Nota-se que a inserção de blocos na cavidade (de $N = 0$ para $N = 9$) faz com que os picos de velocidade nas paredes ativas sejam reduzidos pela metade. Observando o aumento de $N = 9$ para $N = 16$, nota-se que os picos de velocidade são reduzidos novamente, além do pico de velocidade do segundo canal ser da mesma ordem do que o pico do primeiro para $Ra = 10^6$, indicando a migração. Pode-se notar, ainda, que a extensão ocupada pelo perfil próximo as paredes ativas é maior do que a distância

disponível no primeiro canal, indicando antecipadamente a interferência na camada limite.

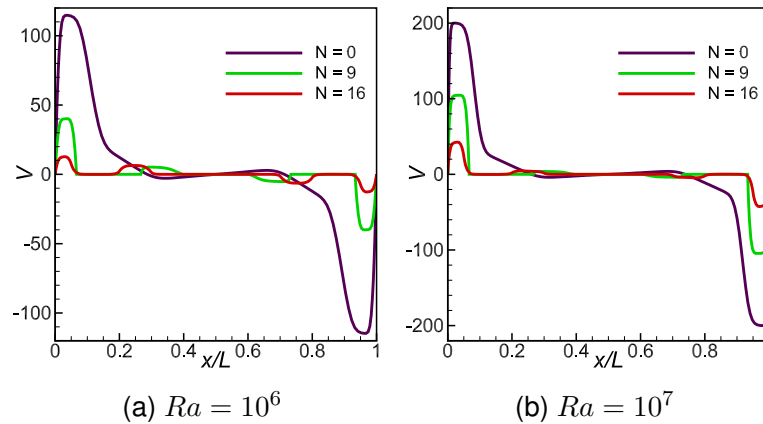


Figura 7.7 – Perfis de velocidade adimensional de $Ra = 10^6$ e 10^7 para $f = 0, 1$ em $y = 0, 5$.

Na Fig. 7.8 são apresentados os valores de Nu_{av} para $f = 0, 1$ em função do Ra , para todos os N simulados. Nota-se que os valores de Nu_{av} são unitários para todos os casos com $N = 64$ e quase todos com $N = 36$. Para $N \leq 16$, os valores de $Ra \geq 10^6$ tem influência sobre os valores de Nu_{av} , indicando que superaram as restrições impostas pelo fluido de Bingham e pelo meio heterogêneo.

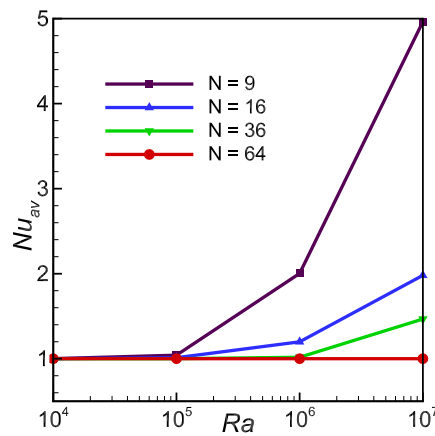


Figura 7.8 – Variações do Nu_{av} em função de Ra , para $f = 0, 1$.

Os casos omitidos nas figuras e nos gráficos possuem os mesmos padrões das linhas de corrente e das isothermas vistos para $f = 0, 3$, além de todos os valores de Nu_{av} serem unitários (Tabela B.7). De maneira geral, até mesmo os casos que geram forças de empuxo relativamente maiores ($Ra \geq 10^6$) sofrem influência do caso menos restritivo (*i.e.* $N = 9$ e $f = 0, 1$), apresentando valores de Nu_{av} e do módulo das linhas de corrente relativamente baixos, quando comparados com fluidos newtonianos.

Buscando-se na literatura alguma expressão para a espessura da camada limite envolvendo os parâmetros de escoamento, tais como Ra e Bi , nada foi encontrado. Assim, a previsão de interferência da camada limite não será feita para fluido de Bingham por haver poucos estudos disponíveis na literatura para comparação com possíveis resultados.

7.3 Cavidade com bloco centrado

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos com cavidade com bloco centrado. Como parâmetros para as simulações são utilizados os valores adimensionais do bloco $D = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7$ e $0,9$, razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido, $\kappa = 0,1; 1,0$ e 10 , faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$, $Pr = 1,0$ e os valores de f apresentados na Tabela 7.4. Os testes de malha seguiram a mesma sequência feita em todo o estudo, sendo apresentados os parâmetros de geração das malhas não-uniformes no Apêndice B.4. Todos os valores de Nu_{av} são apresentados na Tabela B.13.

7.3.1 Efeitos do tamanho do bloco

Na Fig. 7.9 são apresentadas as linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e 10^6 , com as frações $f = 0,1; 0,5$ e $0,9$, para os tamanhos adimensionais do bloco $D = 0,1; 0,5$ e $0,9$, para $\kappa = 1$ e $Pr = 1$. Observando os casos com $D = 0,1$ e $f = 0,1$, nota-se que as dimensões do bloco tem pouca influência nas linhas de corrente para ambos os casos de Ra , pois a região de fluido estagnada no centro da cavidade é maior do que as dimensões do bloco. Observado os casos com $f \geq 0,5$ para $D = 0,1$, nota-se que as linhas de corrente se distribuem uniformemente pela cavidade, indicando a baixa advecção.

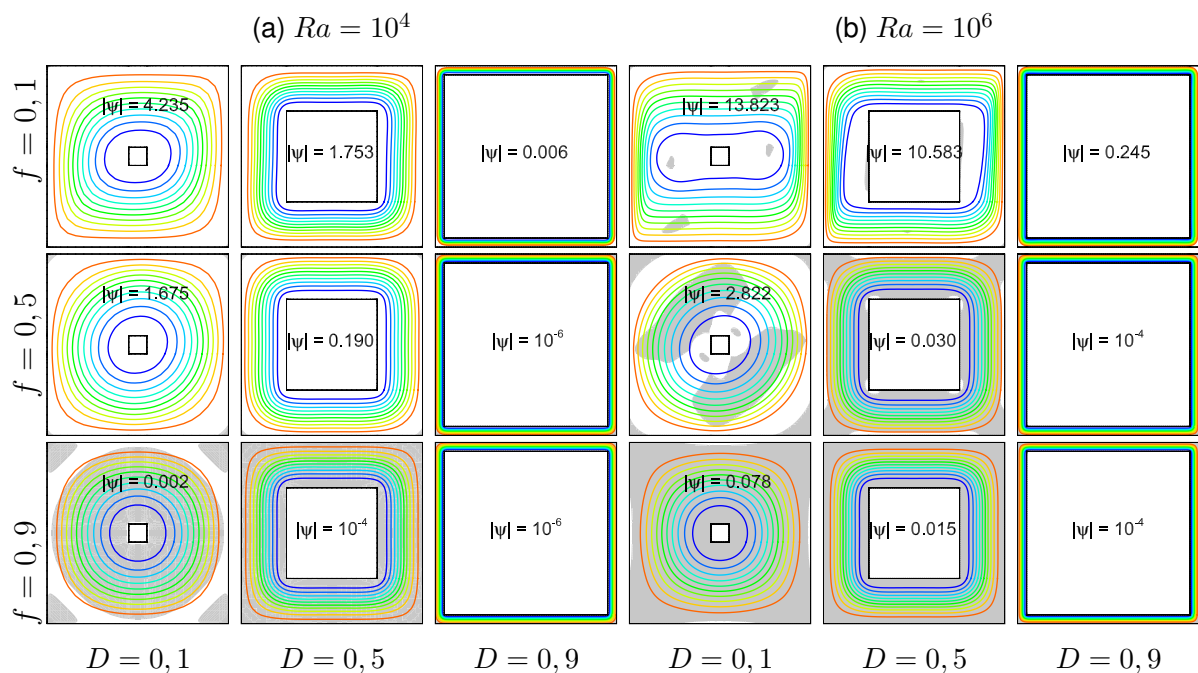


Figura 7.9 – Influência do tamanho do bloco nas linhas de corrente para $Ra = 10^4$ e $Ra = 10^6$ com $\kappa = 1$.

Observando os casos com $D = 0,5$ e $f = 0,1$, nota-se para $Ra = 10^6$ que a interferência ocorre nas linhas de corrente na direção vertical (*i.e.* acima e abaixo do bloco), não sendo vistas na direção horizontal (*i.e.* a esquerda e a direita do bloco) a qual interfere nas camadas limites. Para todos os casos de $Ra = 10^4$ as linhas de corrente se distribuem uniformemente

pela cavidade. Quando são avaliados os efeitos do aumento de f , todos os casos de D e Ra apresentam diminuição da advecção na cavidade, visto pela distribuição uniforme das linhas de corrente pela cavidade.

Observando a Fig. 7.10, nota-se em todos os casos que os perfis de velocidade de $D = 0,1$ são semelhantes aos respectivos perfis das cavidades limpas ($D = 0$). Para os casos com $D = 0,5$, nota-se para $Ra = 10^4$ com $f = 0,1$ que o pico de velocidade é reduzido pela metade, sendo visto também pela distribuição uniforme das linhas de corrente. Para $f = 0,5$, nota-se redução acentuada do do pico de velocidade além de um achatamento do perfil. Para $f = 0,9$, os perfis de velocidade só existem devido ao modelo de regularização, além dos valores da velocidade adimensional serem extremamente baixos, quando comparados com os outros casos para o mesmo Ra .

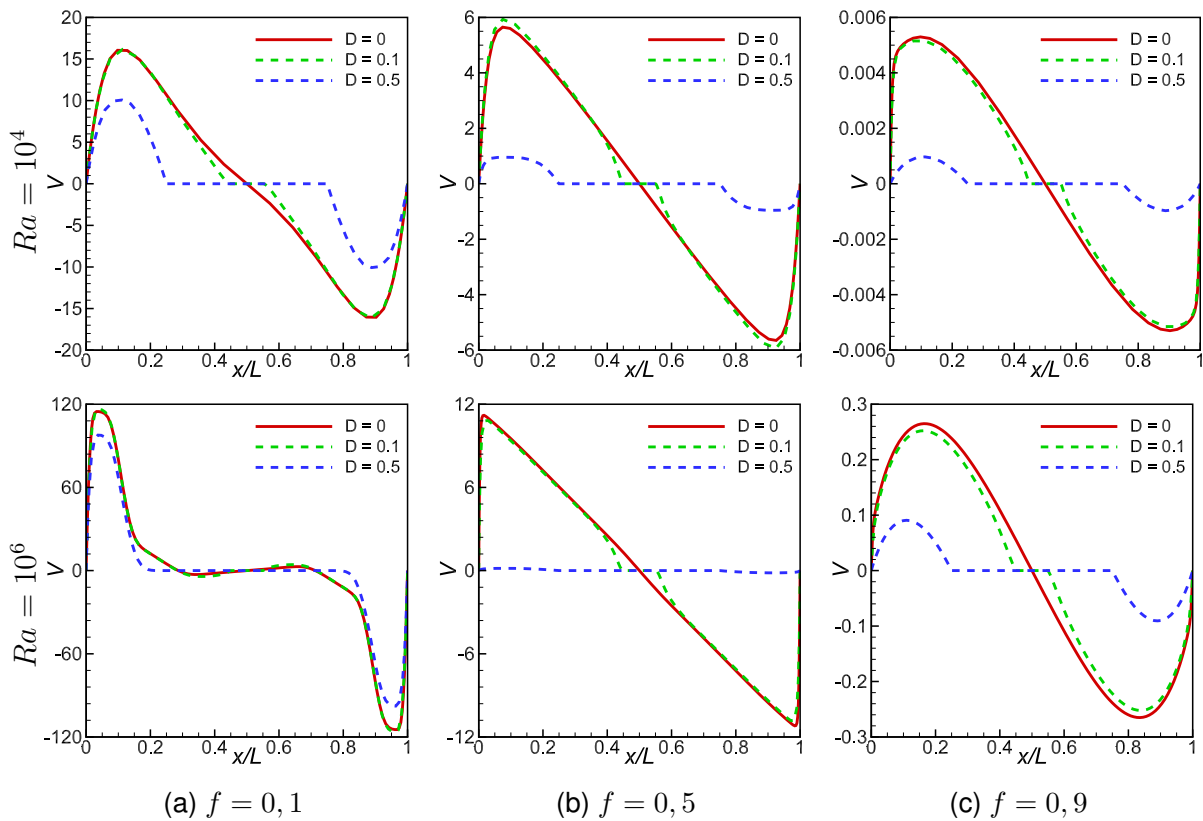


Figura 7.10 – Perfis de velocidade adimensional de $Ra = 10^4$ e $Ra = 10^6$ para $f = 0, 1; 0, 5$ e $0, 9$ em $y = 0, 5$.

Para os casos com $D = 0, 5$ e $Ra = 10^6$, pequenas alterações no perfil de velocidade adimensional são vistos para $f = 0, 1$. Para $f = 0, 5$, a redução é tão acentuada, quando comparada com $D = 0, 1$, que a velocidade é desprezível. Para $f = 0, 9$, os perfis de velocidade só existem pela utilização do modelo de regularização. Em todas as figuras foram omitidas os perfis de velocidade para $D = 0, 9$, pois a magnitude da velocidade adimensional é tão pequena em comparação com os outros D que seriam vistas como retas horizontais em $V = 0$.

7.4 Efeitos da condutividade térmica

Os efeitos causados nas linhas de corrente e nas isothermas pela mudança da razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido com os valores $\kappa = 0, 1; 1$ e 10 são vistos na Fig. 7.11, sendo apresentados para $Ra = 10^7$, tamanho adimensional do bloco $D = 0, 7$ e para as frações de $f = 0, 1; 0, 5$ e $0, 9$.

Observando de maneira geral as alterações nas isothermas apresentadas, nota-se que tanto κ quanto f influenciam na distribuição das linhas pela cavidade, tendo a condução pura para $f \geq 0, 5$. Porém, a medida que κ é aumentado o padrão das isothermas pela cavidade é ditado pela condutividade térmica do bloco.

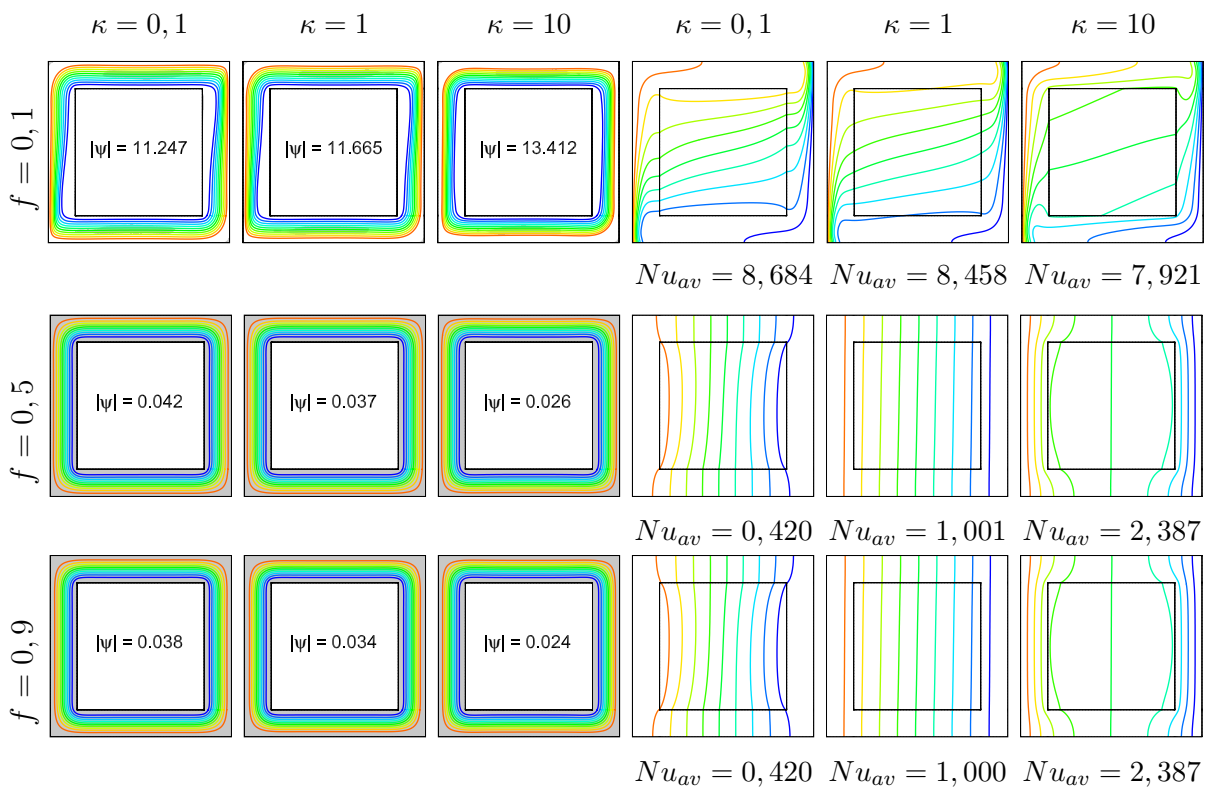


Figura 7.11 – Influência de κ nas linhas de corrente e isothermas para $Ra = 10^7$ e $D = 0, 7$.

Nota-se que as mudanças nos resultados para $f = 0, 1$ entre as condutividades $\kappa = 0, 1$ e 1 são praticamente desprezíveis, tanto para o padrão quanto para o módulo das linhas de corrente, além de apresentarem praticamente a mesma disposição das isothermas pela cavidade. Para $\kappa = 10$, o efeito curto circuito aparece (como comentado na subseção 6.3.3), fazendo com que o calor que está sendo transportado pela parcela quente do fluido na parte superior da cavidade seja conduzido através do bloco para a parcela fria na parte inferior, reduzindo a troca de calor efetiva entre as paredes ativas.

Observando as linhas de corrente para o caso $f = 0, 1$ e $\kappa = 10$, nota-se na região inferior esquerda e superior direita entre o bloco e as paredes ativas que há um espaçamento menor, quando comparada com as linhas de $\kappa \leq 1$. Como visto na subseção 6.3.3, o efeito ocorre pela maior quantidade de movimento que o fluido escoando horizontalmente na

cavidade possui para $\kappa \leq 1$, pois recebe menos calor através do bloco, chegando a parede ativa com menor (maior) temperatura, resultando em forças de empuxo maiores. Pelas forças de empuxo serem maiores, as linhas de corrente se concentram próximas a parede ativa pelo maior gradiente de velocidade.

Quando são observadas as linhas de corrente e as isotermas para $f \geq 0,5$, os padrões de escoamento são semelhante em todos os casos, visto o aumento da viscosidade aparente do fluido causado pelo aumento do Bi , além das isotermas apresentarem os mesmos padrões de espaçamento pela cavidade ditados por κ .

7.4.1 Efeitos combinados de Ra , f , D e κ

Todos os resultados de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado, são apresentados na Fig. 7.12 em função de D , para cada Ra e f . Observando os efeitos combinados de todos os parâmetros, nota-se que a influência de κ está diretamente ligada a D e a f . A partir da ocorrência do efeito curto circuito (círculos pretos) os valores de Nu_{av} tendem assintoticamente aos valores de Nu_{av} da condução pura.

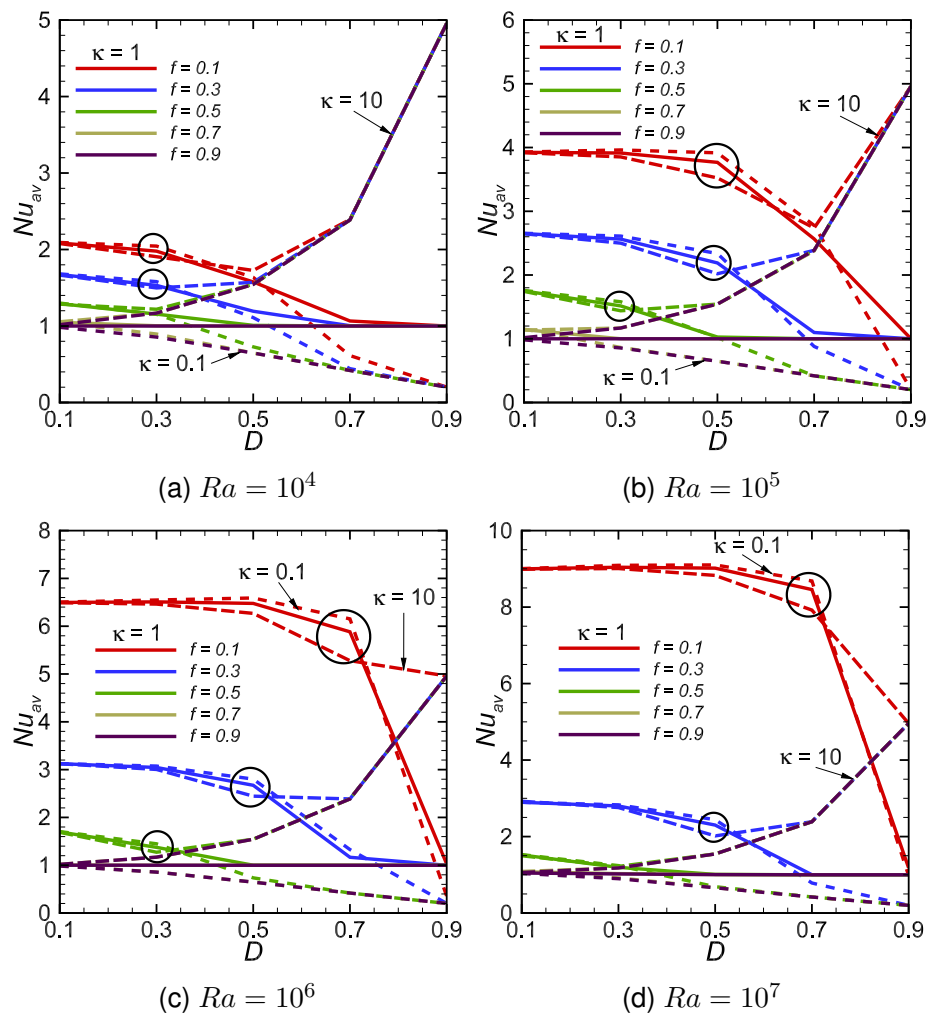


Figura 7.12 – Variação do Nu_{av} em função do tamanho do bloco D , para vários n .

7.5 Consolidação dos resultados

Iniciando com os testes de malha, neste capítulo foram realizadas simulações com fluido de Bingham em cavidade limpa, para a validação da metodologia, sendo seguidas das simulações em cavidade com meio heterogêneo e com bloco centrado condutor de calor, sendo as contribuições inéditas do presente trabalho deste capítulo. Assim, algumas considerações finais podem ser feitas:

- a) a influência que o valor de Pr teve sobre os resultados eram conhecidas de alguns estudos da literatura, limitando fortemente os valores de Bi que poderiam ser utilizados, para cada Ra , até que o valor de Nu_{av} se tornasse aproximadamente unitário;
- b) a partir do modelo de regularização, pode-se notar que as regiões aparentemente não cisalhadas apresentaram grandes variações de tamanho, e algumas variações na posição, com o aumento da viscosidade plástica do modelo, ou seja, eram bastante sensíveis à escolha do parâmetro citado, limitando algumas comparações que poderia ser feitas com diferentes Bi , Ra , N e D ;
- c) após a validação da metodologia com cavidade limpa, foi feita a normalização dos valores de Bi que seriam simulados como frações do Bi_{max} , para que comparações com as simulações subsequentes fossem feitas, não sendo visto em estudos da literatura;
- d) contudo, quando foram realizadas as simulações com meio heterogêneo, notou-se que as frações $f \leq 0,3$ necessitam de valores intermediários, pois as alterações no escoamento do fluido só foram vistas para $f = 0,1$, ao passo que valores maiores de f não havia escoamento do fluido;
- e) para as simulações com bloco centrado, quando o tamanho do bloco era menor do que a região estagnada de fluido para a mesma configuração em cavidade limpa, poucas alterações nos padrões de escoamento e transferência foram vistos, sendo sempre limitados pelos valores de Bi e Ra que eram utilizados;
- f) quando a razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido foi alterada, os padrões de escoamento do fluido foram alterados a partir do tamanho do bloco que causou o efeito curto circuito. Para blocos maiores, os valores de Nu_{av} tenderam assintoticamente ao valor da condução pura na cavidade;
- g) nas figuras dos efeitos combinados, poucas alterações foram vistas para $f \geq 0,7$ em todos os casos, reforçando a ideia da divisão dos valores de Bi devem se concentrar em $f \leq 0,3$.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

8.1 Conclusões

No presente trabalho foi realizado um estudo numérico em cavidades limpa, com meio heterogêneo e com bloco centrado, utilizando dois modelos de fluidos newtonianos generalizados, de lei de Potência e de Bingham, a fim de serem obtidos os valores da transferência de calor na cavidade, pelo Nu_{av} na parede quente, e pela visualização dos padrões de escoamento do fluido na cavidade, pelas linhas de corrente e isotermas.

Todas as simulações foram conduzidas para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$. Para o meio heterogêneo foram utilizadas as quantidades de blocos $N = 9, 16, 36$ e 64 e para o bloco centrado os tamanhos adimensionais na faixa de $D = 0,1 - 0,9$. Para o modelo de lei de Potência foi utilizado a faixa do índice $n = 0,6 - 1,6$, e para o modelo de Bingham a faixa de frações do Bi_{max} de $f = 0,1 - 0,9$. Os valores de Pr utilizados para o modelo de lei de Potência dependeram do índice n e do Ra utilizados, enquanto que para o modelo de Bingham foi fixado $Pr = 1$ para todos os casos. O Método dos Volume Finitos foi utilizado na discretização das equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia, sendo solucionadas com programa comercial ANSYS FLUENT®.

A partir dos resultados com fluido de lei de Potência notou-se que o processo de transferência de calor na cavidade é governada pelo número de Ra e pelo índice n . Na tentativa inicial de obter soluções com valores de $Pr \approx 1$, as simulações não convergiram. Após simulações extras e uma busca na literatura para encontrar os motivos da não convergência, adotou-se os valores de Pr baseados nos resultados de Nu_{av} . Para índices $n \leq 0,8$ eram dependentes do Ra e para $n \geq 1,0$ eram todos iguais a $Pr = 10$. Os valores de Pr foram selecionados, pois valores maiores apresentaram pouca influência sobre o Nu_{av} , as linhas de corrente e as isotermas.

Para a cavidade com meio heterogêneo, pode-se notar que a influência dos blocos na transferência de calor e nos padrões de escoamento está diretamente ligada à proximidade com as paredes ativas. Quando ocorreu a interferência nas camadas limites pelos blocos, houve a migração do escoamento preferencial do fluido do primeiro para o segundo canal pela menor resistência imposta ao escoamento. Uma correlação para o número mínimo de blocos (N_{min}) em função de Ra e do índice n foi obtida, apresentando boa concordância com os resultados das simulações realizadas.

Para a cavidade com bloco centrado o fenômeno da interferência também foi visto. Uma correlação para o tamanho mínimo do bloco (D_{min}) foi proposta, apresentando boa concordância com os resultados obtidos. A mudança de razão da condutividade térmica entre o sólido e o fluido apresentou alterações nos padrões de escoamento e de transferência

quando o tamanho do bloco interferiu na camada limite térmica. A o mesmo tamanho de bloco foi visto o efeito curto circuito, no qual a baixa condutividade térmica do bloco auxiliou na transferência de calor pela cavidade, enquanto a alta condutividade diminuiu.

A partir das simulações com modelo de Bingham notou-se que a transferência de calor é governada pelo número de Ra e pelo número de Bi . O aumento dos valores de Pr diminuíram consideravelmente o valor de Bi_{max} que poderia ser simulado, no qual o $Nu_{av} \approx 1$. Pelas as simulações feitas variando a viscosidade plástica do modelo de regularização, notou-se a grande influência sobre as regiões aparentemente não cisalhadas, sendo adotado o valor de $\mu_B = 10^4$ para as simulações, por recomendação da literatura. Após ser feita a validação numérica e ser observado alguns padrões semelhantes para diferentes Ra , cinco frações do Bi_{max} , para cada Ra , foram propostas para serem utilizadas nas simulações com meio heterogêneo e com bloco centrado, buscando uma padronização dos valores para comparações.

Dos resultados obtidos com meio heterogêneo notou-se que para $f = 0, 1$ ainda existia escoamento de fluido na cavidade. Para os casos com $f \geq 0, 3$, todos os valores de Nu_{av} se tornaram unitários e o escoamento do fluido pela cavidade não era real, existindo somente devido ao modelo de regularização. Notou-se, assim, que as frações de Bi_{max} para as simulações abrangeram toda a faixa de Bi disponível para cada Ra , porém a advecção do fluido só ocorreu para valores baixos de Bi (*i.e.* frações $f \leq 0, 3$). As previsões de interferência da camada limite não foram feitas pela limitada quantidade de estudos na literatura com modelo de Bingham e por não ser encontrado nenhuma previsão analítica para a espessura da camada limite.

Quando foi utilizado bloco centrado, notou-se que bloco com $D = 0, 1$ causam poucas alterações nos padrões de escoamento até $f = 0, 5$. Quando o bloco tinha o tamanho $D \geq 0, 5$, somente os casos com $f = 0, 1$ apresentaram pequenas alterações. A variação da razão entre a condutividade térmica do sólido e do fluido aumentaram a transferência de calor para bloco com baixa condutividade térmica e pequena interferência na camada limite e, posteriormente, blocos maiores com alta condutividade térmica.

8.2 Sugestões para trabalhos futuros

- a) utilizar o modelo turbulento para a obtenção da solução com valor de $Pr \leq 100$ para fluido de Lei de potência;
- b) obter correlação para Nu_{av} ;
- c) utilizar modelo tridimensional;
- d) incluir mais frações de Bi_{max} para a faixa de $f \leq 0, 3$ ou propor divisão melhor;
- e) gerar linhas de fluxo de calor (*heatlines*);
- f) colocar fontes de geração de calor.

REFERÊNCIAS

- ACRIVOS, A. A theoretical analysis of laminar natural convection heat transfer to non-newtonian fluids. *A.1.Ch.E. Journal*, v. 6, n. 4, p. 584–590, Dezembro 1960.
- ANDERSSON, B.; ANDERSSON, R.; HÅKANSSON, L.; MORTENSEN, M.; SUDIYO, R.; WACHEM, B. van. *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. [S.I.]: Cambridge University Press, 2011. ISBN 9781139505567.
- ANSYS, INC. *ANSYS FLUENT - Theory Guide v14.5*. USA, 2012.
- BEJAN, A. *Convection Heat Transfer*. 3. ed. Estados Unidos da América: John Wiley & Sons, 2004.
- BEVERLY, C. R.; TANNER, R. I. Numerical analysis of extrudate swell in viscoelastic materials with yield stress. *Journal of Rheology*, v. 33, p. 989–1009, 1989.
- BHAVE, P.; NARASIMHAN, A.; REES, D. A. S. Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: optimal block size and Prandtl number effect. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, p. 3807–3818, 2006.
- BIRD, R.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. *Dynamics of Polymeric Liquids: Fluid Mechanics*. 2. ed. Nova York: Wiley-Interscience, 1987. v. 1.
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Transport Phenomena*. 2. ed. [S.I.]: John Wiley & Sons, 2002.
- BRAGA, E. J.; DE LEMOS, M. J. S. Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, p. 4748–4765, 2005.
- BRAGA, E. J.; DE LEMOS, M. J. S. Laminar natural convection in cavities filled with circular and square rods. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 32, p. 1289–1297, 2005.
- CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. *Non-newtonian flow in the process industries: fundamentals and engineering applications*. 2. ed. Londres: Butterworth-Heinemann, 2008.
- CHO, C.-C.; CHEN, C.-L.; HWANG, J.-J.; CHEN, C.-K. Natural convection heat transfer performance of non-newtonian Power-law fluids enclosed in cavity with complex-wavy surfaces. *Journal of Heat Transfer*, v. 136, n. 1, p. In Press, disponível online em Outubro de 2013.
- DE LAI, F. C.; JUNQUEIRA, S. L. M.; FRANCO, A. T.; LAGE, J. L. Natural convection through enclosed disconnected solid blocks. In: *The 12th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences*. Belo Horizonte, MG: ABCM, 2008.
- DE VAHL DAVIS, G. Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 11, p. 1675–1693, 1968.

- HORTMANN, M.; PERIC, M.; SCHEUERER, G. Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: bench-mark solutions. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v. 11, p. 189–207, 1990.
- HOUSE, J. M.; BECKERMANN, C.; SMITH, T. F. Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure. *Numerical Heat Transfer, Part A*, v. 18, n. 2, p. 213–225, 1990.
- INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S. *Fundamentos de Transferência de Calor e Massa*. 6. ed. Rio de Janeiro: John Wiley & Sons, 2008.
- JUNQUEIRA, S. L. M.; DE LAI, F. C.; FRANCO, A. T.; LAGE, J. L. Numerical investigation of natural convection in heterogeneous rectangular enclosures. *Heat Transfer Engineering*, v. 34, n. 5-6, p. 460–469, 2013.
- KALITA, J. C.; DALAL, D. C.; DASS, A. K. Fully compact higher-order computation of steady-state natural convection in a square cavity. *Physical Review E*, v. 64, p. 066703, 2001.
- KAVIANY, M. *Principles of Heat Transfer in Porous Media*. 2. ed. Nova York: Springer, 1995.
- KHEZZAR, L.; SIGINER, D.; VINOGRADOV, I. Natural convection of Power-law fluids in inclined cavities. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 53, p. 8–17, 2012.
- KIM, G. B.; HYUN, J. M.; KWAK, H. S. Transient buoyant convection of a Power-law non-newtonian fluid in an enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 46, p. 3605–3617, 2003.
- KUMAR DE, A.; DALAL, A. A numerical study of natural convection around a square, horizontal, heated cylinder placed in an enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, p. 4608–4623, 2006.
- LAGE, J.; BEJAN, A. The ra–pr domain of laminar natural convection in an enclosure heated from the side. *Numerical Heat Transfer, Part A*, v. 19, p. 21–41, 1991.
- LAMSAADI, M.; NAIMI, M.; HASNAOUI, M. Natural convection heat transfer in shallow horizontal rectangular enclosures uniformly heated from the side and filled with non-newtonian Power-law fluids. *Energy Conversion and Management*, v. 47, p. 2535–2551, 2006.
- LEE, J. R.; HA, M. Y. Numerical simulation of natural convection in a horizontal enclosure with a heat-generating conducting body. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, p. 2684–2702, 2006.
- MATIN, M. H.; POP, I.; KHANCHEZAR, S. Natural convection of Power-law fluid between two-square eccentric duct annuli. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 197, p. 11–23, 2013.
- MERRIKH, A. A.; LAGE, J. L. Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, p. 1361–1372, 2005.
- MERRIKH, A. A.; LAGE, J. L.; MOHAMAD, A. A. Natural convection in nonhomogeneous heat-generating media: comparison of continuum and porous-continuum models. *Journal of Porous Media*, v. 8, n. 2, p. 149–163, 2005.

- MERRIKH, A. A.; MOHAMAD, A. A. Blockage effect in natural convection in differentially heat enclosures. *Enhanced Heat Transfer*, v. 8, p. 55–72, 2001.
- MITSOULIS, E. Flows of viscoplastic materials: models and computations. In: *In Rheology Reviews 2007. British Society of Rheology*. [S.l.: s.n.], 2007.
- MITSOULIS, E.; ZISIS, T. Flow of Bingham plastics in a lid-driven square cavity. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 101, p. 173–180, 2001.
- NAKAYAMA, A.; KUWAHARA, F. A macroscopic turbulence model for flow in a porous medium. *Journal of Fluids Engineering*, v. 121, n. 4, p. 427–433, 1999.
- NG, M. L.; HARTNETT, J. Natural convection in Power-law fluids. *Int. Comm. Heat Mass-transfer*, v. 13, n. 1, p. 115–120, 1986.
- NIELD, D. A.; BEJAN, A. *Convection in Porous Media*. 3. ed. Nova York: Springer Science + Business Media, Inc., 2006.
- O'DONOVAN, E. J.; TANNER, R. I. Numerical study of the Bingham squeeze film problem. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 15, p. 75–83, 1984.
- OH, J. Y.; HA, M. Y.; KIM, K. C. Numerical study of heat transfer and flow of natural convection in an enclosure with a heat-generating conducting body. *Numerical Heat Transfer, Part A*, v. 31, p. 289–303, 1997.
- OHTA, M.; OHTA, M.; AKIYOSHI, M.; OBATA, E. A numerical study on natural convective heat transfer of pseudoplastic fluids in a square cavity. *Numerical Heat Transfer, Part A*, v. 41, p. 357–372, 2002.
- OSTRACH, S. Natural convection in enclosures. *Journal of Heat Transfer*, v. 110, p. 1175–1190, 1988.
- PATANKAR, S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Nova York: Taylor & Francis, 1980.
- PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 15, n. 10, p. 1787–1806, 1972.
- POURSHAGHAGHY, A.; HAKKAKI-FARD, A.; MAHDAVI-NEJAD, A. Direct simulation of natural convection in square porous enclosure. *Energy Conversion and Management*, v. 48, p. 1579–1589, 2007.
- PRHASHANNA, A.; CHHABRA, R. P. Free convection in Power-law fluids from a heated sphere. *Chemical Engineering Science*, v. 65, p. 6190–6205, 2010.
- SAIRAMU, M.; CHHABRA, R. Natural convection in power-law fluids from a tilted square in an enclosure. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 56, p. 319–339, 2013.
- SAIRAMU, M.; NIRMALKAR, N.; CHHABRA, R. Natural convection from a circular cylinder in confined Bingham plastic fluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 60, p. 567–581, 2013.

- SASMAL, C.; CHHABRA, R. P. Effect of orientation on laminar natural convection from a heated square cylinder in power-law liquids. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 57, p. 112–125, 2012.
- TURAN, O.; CHAKRABORTY, N.; POOLE, R. J. Laminar natural convection of Bingham fluids in a square enclosure with differentially heated side walls. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 165, p. 901–913, 2010.
- TURAN, O.; LAI, J.; POOLE, R. J.; CHAKRABORTY, N. Laminar natural convection of power-law fluids in a square enclosure submitted from below to a uniform heat flux density. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 199, p. 80–95, 2013.
- TURAN, O.; SACHDEVA, A.; CHAKRABORTY, N.; POOLE, R. J. Laminar natural convection of power-law fluids in a square enclosure with differentially heated side walls subjected to constant temperatures. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 166, p. 1049–1063, 2011.
- TURAN, O.; SACHDEVA, A.; POOLE, R. J.; CHAKRABORTY, N. Laminar natural convection of power-law fluids in a square enclosure with differentially heated sidewalls subjected to constant wall heat flux. *Journal of Heat Transfer*, v. 134, p. 122504–122504–15, 2011.
- VAN DOORMAAL, J. P.; RAITHBY, G. D. Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer: An International Journal of Computation and Methodology*, v. 7:2, p. 147–163, 1984.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An Introduction To Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. 2. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2007.
- VOLA, D.; BOSCARDIN, L.; LATCHÉ, J. Laminar unsteady flows of Bingham fluids: a numerical strategy and some benchmark results. *Journal of Computational Physics*, v. 187, p. 441–456, 2003.
- XU, H.; LIAO, S.-J. Laminar flow and heat transfer in the boundary-layer of non-newtonian fluids over a stretching flat sheet. *Computers and Mathematics with Applications*, v. 57, p. 1425–1431, 2009.
- ZHAO, F.-Y.; LIU, D.; TANG, G.-F. Application issues of the streamline, heatline and massline for conjugate heat and mass transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 50, p. 320–334, 2007.
- ZHAO, F.-Y.; TANG, G.-F.; LIU, D. Conjugate natural convection in enclosures with external and internal heat sources. *International Journal of Engineering Science*, v. 44, p. 148–165, 2006.
- ZHONG, Z. Y.; YANG, K. T.; LLOYD, J. R. Variable property effects in laminar natural convection in a square enclosure. *Journal of Heat Transfer*, v. 107, p. 133–138, 1985.

APÊNDICE A – FLUIDO DE LEI DE POTÊNCIA

A.1 Testes de malha em cavidade limpa

Na Tabela A.1 estão os resultados obtidos nos testes com malhas uniformes utilizando como parâmetros $Pr = 1000$ para $Ra = 10^7$ e $Pr = 100$ para a faixa de $Ra = 10^6 - 10^4$, todos com índice $n = 0,6$. A influência do valor de Pr sobre o Nu_{av} é apresentada na Apêndice A.2. A escolha das malhas uniformes é feita pela diferença percentual (Eq. 3.48) entre os valores de Nu_{av} de duas malhas consecutivas até $DP \leq 0,5\%$. São selecionadas (negrito) as malhas com menor quantidade de volumes de controle (VC) para cada Ra .

Tabela A.1 – Variação do Nu_{av} com a quantidade de VC para cavidade limpa.

Malha	Ra			
	10^4	10^5	10^6	10^7
50x50	5,818	15,355	34,076	46,351
100x100	5,754	14,737	35,915	75,812
150x150	5,737	14,630	34,713	86,972
200x200	-	14,582	34,278	87,682
250x250	-	-	34,098	86,156
300x300	-	-	-	84,937
400x400	-	-	-	83,457
500x500	-	-	-	82,786
600x600	-	-	-	82,434

Posteriormente são feitos os testes de variação do primeiro VC (Δx_1) para $Ra = 10^7$ e $n = 0,6$, por ser o caso mais instável entre os simulados, com os resultados apresentados na Tabela A.2. Os testes são realizados fixando os valores de Δx_1 e anotando os fatores de refino (r) resultantes. Então, seleciona-se a malha com a menor DP em relação a malha

Tabela A.2 – Variação do Nu_{av} com o tamanho do primeiro VC para $Ra = 10^7$.

Δx_1	r	Nu_{av}
$3,33 \cdot 10^{-3}$	1,000	84,940
$2,00 \cdot 10^{-3}$	1,671	82,496
$1,00 \cdot 10^{-3}$	3,349	84,791
$5,00 \cdot 10^{-4}$	6,705	89,128
$2,50 \cdot 10^{-4}$	13,416	94,078

uniforme (primeira linha da tabela) para que a influência do Δx_1 seja mínima. A partir dos resultados é selecionado $\Delta x_1 = 0,001\text{mm}$ e é adotado para os demais casos com fluido de lei de Potência. Os testes de variação do r são feitos com a quantidade de VC destacados na Tabela A.1. Os resultados de Nu_{av} destacados na Tabela A.3 são dos r selecionados.

Tabela A.3 – Variação do Nu_{av} com r , para $\Delta x_1 = 0,001$ com a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$.

r	Ra			
	10^4	10^5	10^6	10^7
1,05	5,721	14,495	33,716	81,872
1,1	5,719	14,489	33,699	81,797
1,2	5,721	14,472	33,612	81,569
1,3	5,731	14,493	33,552	81,273
1,4	5,740	14,520	33,564	81,148
1,5	5,748	14,547	33,622	81,070
1,6	5,754	14,575	33,696	81,290
1,7	5,756	14,590	33,769	81,458
2,0	5,764	14,640	33,949	81,862

A.2 Influência do valor de Pr sobre o Nu_{av}

A Tabela A.4 apresenta as variações do Nu_{av} em função do aumento do Pr para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$ e $n = 0,6$. Nota-se a tendência assintótica dos valores de Nu_{av} para cada Ra , havendo pouca variação nos valores além dos destacados, sendo os valores selecionados para as simulações com cada Ra . Também são apresentados alguns testes adicionais para $Ra = 10^6$ e 10^7 com $n = 1$, a fim de verificar-se a convergência assintótica dos valores de Nu_{av} .

Tabela A.4 – Influência do aumento do Pr no Nu_{av} .

Pr	Ra					
	10^4	10^5	10^6	10^7	10^6	10^7
1	4,355	-	-	-	8,987	16,867
10	5,379	12,318	-	-	9,240	17,377
50	5,694	14,213	31,833	-	9,244	17,389
100	5,719	14,472	33,552	-	9,244	17,389
500	5,733	14,631	34,926	79,968	-	-
1000	5,735	14,644	35,057	81,070	-	-
5000	5,736	14,653	35,144	81,821	-	-
10000	5,736	14,654	35,153	81,901	-	-
50000	5,736	14,655	35,160	81,961	-	-
$n = 0,6$					$n = 1,0$	

A.3 Testes de malha em cavidade com meio heterogêneo

Para os testes de malha em cavidades com meio heterogêneo também são utilizados a quantidade de volumes de controle indicada na Tabela A.1 e $\Delta x_1 = 0,001\text{mm}$. Os testes são iniciados com $N = 64$ e $n = 0,6$ para cada Ra , utilizando o valor de Pr indicado na Tabela 6.2. Na Tabela A.5 estão os parâmetros utilizados para geração das malhas para $N = 64$, na Tabela A.6 para $N = 36$, na Tabela A.7 para $N = 16$ e na Tabela A.8 para $N = 9$. Os critérios de escolha de cada malha são a velocidade de convergência juntamente com a menor DP do Nu_{av} entre malhas consecutivas, sempre escolhendo a malha com menor quantidade de volumes de controle. Na Fig. A.1(a) é apresentado um detalhe da cavidade indicando a localização das regiões δ , d e $\delta_p = \delta/2$, os quais estão presentes nas tabelas que seguem. Na Fig. A.1(b) é apresentada a mesma região da cavidade com malha não-uniforme.

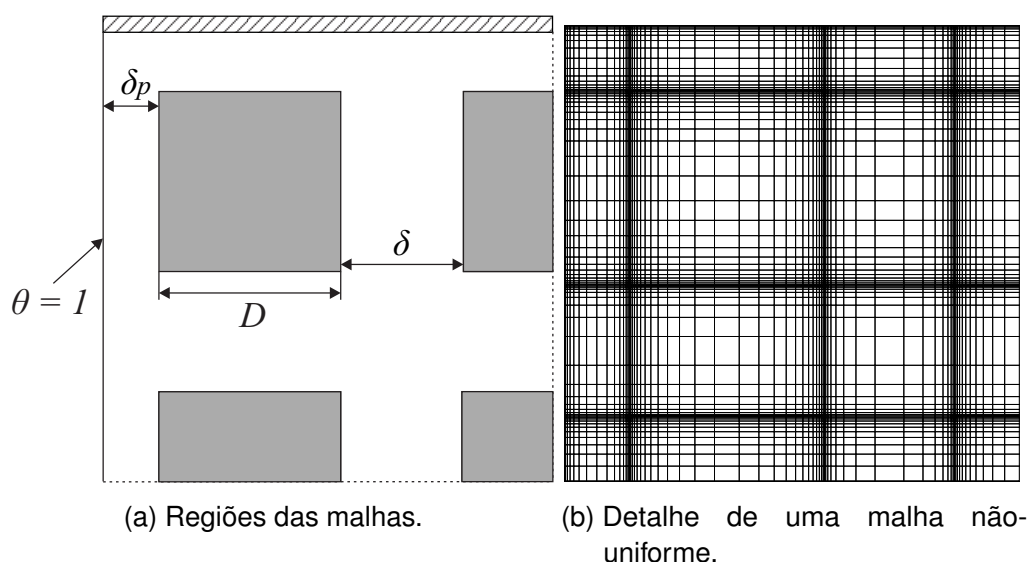


Figura A.1 – Regiões das malhas não-uniformes em cavidade com meio heterogêneo.

Tabela A.5 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 64$.

Ra	δ_p			d			δ			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,679	9	0,0047	1,000	9	0,0083	1,000	6	0,0083	132
10^5	1,103	16	0,0021	2,130	10	0,0202	2,100	9	0,0165	175
10^6	1,600	9	0,0065	1,555	14	0,0138	2,100	9	0,0165	193
10^7	1,660	9	0,0050	1,350	21	0,0051	1,250	18	0,0052	312

Tabela A.6 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 36$.

Ra	δ_p			d			δ			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,000	15	0,0022	2,100	12	0,0166	1,705	12	0,0143	162
10^5	1,000	15	0,0022	1,655	14	0,0202	1,445	15	0,0121	189
10^6	1,630	10	0,0070	1,505	16	0,0173	1,705	12	0,0143	176
10^7	1,748	10	0,0060	1,549	24	0,0052	1,686	16	0,0058	244

Tabela A.7 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 16$.

Ra	δ_p			d			δ			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,195	20	0,0046	1,800	14	0,0337	2,400	10	0,0270	126
10^5	1,195	20	0,0046	1,380	21	0,0234	1,740	13	0,0277	163
10^6	1,420	14	0,0079	1,280	25	0,0190	1,565	15	0,0221	173
10^7	1,654	14	0,0050	1,494	36	0,0048	1,574	24	0,0051	244

Tabela A.8 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 9$.

Ra	δ_p			d			δ			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,000	17	0,0039	1,480	20	0,0311	1,590	16	0,0249	126
10^5	1,000	17	0,0039	1,240	30	0,0195	1,395	20	0,0186	164
10^6	1,345	17	0,0103	1,180	36	0,0135	1,285	24	0,0149	190
10^7	1,638	17	0,0052	1,431	50	0,0044	1,551	30	0,0052	244

A.4 Resultados de Nu_{av} para cavidade com meio heterogêneo

Na Tabela A.9 são apresentados os resultados de Nu_{av} para cavidade preenchida com meio heterogêneo. Os valores destacados em negrito são da cavidade limpa ($N = 0$). Utilizando um computador servidor com 24 núcleos de 2.8 GHz (Intel® Xeon®, modelo X5660) e realizando as simulações com 4 núcleos em paralelo, as simulações rápidas consumiram 5 minutos, enquanto as demoradas 10 horas.

Tabela A.9 – Resultados de Nu_{av} para cavidade com meio heterogêneo.

Ra	N	n				
		0,6	0,8	1,0	1,2	1,6
	0	5,72	3,36	2,27	1,69	1,18
10^4	9	1,709	1,050	1,007	1,002	1,000
	16	1,343	1,026	1,004	1,001	1,000
	36	1,133	1,008	1,001	1,000	1,000
	64	1,051	1,003	1,001	1,000	1,000
	0	14,63	7,62	4,73	3,28	1,93
10^5	9	12,760	3,875	1,393	1,075	1,006
	16	11,629	2,516	1,247	1,046	1,004
	36	7,814	1,754	1,105	1,017	1,001
	64	4,818	1,489	1,051	1,008	1,001
	0	35,06	16,21	9,24	6,01	3,23
10^6	9	34,389	14,691	6,280	2,219	1,089
	16	33,567	13,769	4,372	1,744	1,061
	36	32,710	10,345	2,662	1,449	1,026
	64	32,089	6,702	2,233	1,277	1,014
	0	81,82	33,34	17,38	10,63	5,24
10^7	9	81,099	32,947	16,309	8,262	1,761
	16	80,818	32,362	15,372	6,251	1,520
	36	79,598	31,447	12,024	3,632	1,308
	64	79,131	30,154	8,012	2,943	1,174

A.5 Testes de malha em cavidade com bloco centrado

Os testes de malha não-uniforme para cavidade com bloco centrado também utilizam os valores indicados na Tabela A.1, $\Delta x_1 = 0,001\text{mm}$ e os valores de Pr indicados na Tabela 6.2 em todos os casos. As regiões δ_p e d são as mesmas indicadas na Fig. A.1, exceto δ que não existe. Os parâmetros de geração das malhas para $D = 0,1$ estão na Tabela A.10, para $D = 0,3$ na Tabela A.11, para $D = 0,5$ na Tabela A.12, para $D = 0,7$ na Tabela A.13 e para $D = 0,9$ na Tabela A.14.

Tabela A.10 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,1$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,500	55	0,0095	1,500	18	0,0097	128
10^5	1,500	70	0,0071	1,500	20	0,0074	160
10^6	1,470	80	0,0060	1,500	22	0,0061	182
10^7	1,350	100	0,0048	1,350	27	0,0047	227

Tabela A.11 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,3$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,450	45	0,0094	1,400	40	0,0097	130
10^5	1,500	55	0,0072	1,350	50	0,0072	160
10^6	1,450	60	0,0065	1,350	55	0,0063	175
10^7	1,350	80	0,0047	1,350	65	0,0051	225

Tabela A.12 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,5$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,450	35	0,0093	1,400	62	0,0094	132
10^5	1,400	42	0,0072	1,350	77	0,0073	161
10^6	1,450	45	0,0065	1,350	85	0,0065	175
10^7	1,350	60	0,0046	1,350	110	0,0048	230

Tabela A.13 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,7$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,450	25	0,0087	1,400	85	0,0092	135
10^5	1,450	28	0,0071	1,350	105	0,0072	161
10^6	1,450	30	0,0063	1,350	115	0,0065	175
10^7	1,350	40	0,0043	1,350	150	0,0049	230

Tabela A.14 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,9$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,600	13	0,0063	1,500	130	0,0073	156
10^5	1,450	14	0,0066	1,350	140	0,0068	168
10^6	1,450	16	0,0053	1,40	160	0,0059	192
10^7	1,350	19	0,0043	1,350	200	0,0049	238

A.6 Resultados de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado

Na Tabela A.15 são apresentados todos os resultados obtidos de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado.

Tabela A.15 – Resultados de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado.

Ra	$n \setminus \kappa$	$D = 0,1$			$D = 0,3$			$D = 0,5$			$D = 0,7$			$D = 0,9$		
		0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10
10^4	0,6	5,751	5,745	5,739	5,786	5,731	5,661	5,750	5,618	5,395	5,082	4,777	4,199	0,380	1,044	4,962
	0,8	3,365	3,360	3,355	3,370	3,317	3,250	3,227	3,058	2,812	1,827	1,790	2,521	0,211	1,002	4,960
	1,0	2,275	2,269	2,262	2,240	2,173	2,092	1,864	1,765	1,830	0,732	1,119	2,403	0,203	1,000	4,959
	1,2	1,685	1,676	1,667	1,589	1,542	1,523	1,127	1,237	1,611	0,494	1,026	2,391	0,202	1,000	4,959
	1,6	1,171	1,173	1,176	1,029	1,106	1,226	0,725	1,034	1,553	0,429	1,004	1,815	0,202	1,000	4,959
10^5	0,6	14,710	14,707	14,703	14,738	14,710	14,665	14,800	14,701	14,486	14,663	14,821	13,912	8,879	8,511	7,784
	0,8	7,642	7,639	7,636	7,690	7,649	7,593	7,730	7,609	7,389	7,386	7,133	6,478	1,179	1,471	5,004
	1,0	4,735	4,730	4,725	4,771	4,719	4,656	4,748	4,609	4,370	3,839	3,556	3,305	0,318	1,028	4,962
	1,2	3,279	3,277	3,268	3,295	3,242	3,174	3,173	2,999	2,754	1,775	1,767	2,536	0,219	1,004	4,960
	1,6	1,927	1,919	1,911	1,872	1,807	1,747	1,425	1,435	1,689	0,587	1,063	2,397	0,203	1,000	4,960
10^6	0,6	35,013	35,010	35,006	34,962	34,938	34,885	35,006	34,948	34,766	35,116	34,978	34,445	33,371	33,105	31,607
	0,8	16,236	16,233	16,229	16,251	16,226	16,182	16,333	16,249	16,066	16,334	16,162	15,608	11,490	11,087	9,731
	1,0	9,251	9,248	9,244	9,288	9,255	9,206	9,375	9,263	9,045	9,179	8,964	8,373	2,436	2,495	5,187
	1,2	6,021	6,018	6,014	6,070	6,007	5,969	6,107	5,982	5,765	5,642	5,346	4,695	0,659	1,162	4,975
	1,6	3,238	3,233	3,227	3,263	3,209	3,140	3,156	2,980	2,732	1,758	1,763	2,546	0,226	1,005	4,960
10^7	0,6	81,897	81,895	81,892	81,911	81,893	81,840	81,943	81,892	81,687	81,960	81,862	81,358	81,338	81,114	79,631
	0,8	33,146	33,144	33,141	33,167	33,147	33,105	33,206	33,149	32,982	33,342	33,204	32,701	31,824	31,556	30,044
	1,0	17,369	17,366	17,362	17,392	17,367	17,317	17,455	17,379	17,192	17,519	17,348	16,791	13,531	13,116	11,430
	1,2	10,633	10,630	10,626	10,659	10,631	10,585	10,753	10,653	10,455	10,686	10,486	9,922	3,936	3,865	5,594
	1,6	5,247	5,243	5,239	5,295	5,251	5,193	5,332	5,203	4,979	4,699	4,391	3,892	0,501	1,093	4,969

APÊNDICE B – FLUIDO DE BINGHAM

B.1 Testes de malha em cavidade limpa

Os testes de malha são iniciados por malhas uniformes para a faixa de $Ra = 10^4 - 10^7$ com $Pr = 1$ e $Bi = 0,5$, sendo apresentado na Tabela B.1 os valores de Nu_{av} obtidos nas simulações. Para a escolha da quantidade de volumes de controle é calculada a DP (Eq. 3.48 entre malhas consecutivas até $DP \leq 0,5\%$. Os resultados de Nu_{av} destacados são das quantidades selecionados para os testes de malha não-uniformes.

Tabela B.1 – Variação do Nu_{av} com a quantidade de VC para cavidade limpa.

Malha	Ra			
	10^4	10^5	10^6	10^7
20x20	2,007	4,595	10,125	15,968
40x40	1,988	4,394	9,213	19,271
80x80	1,981	4,340	8,826	17,422
120x120	-	4,330	8,752	16,944
160x160	-	-	8,726	16,760
200x200	-	-	-	16,698

Para os testes de malha não-uniforme é mantido $\Delta x_1 = 0,001\text{mm}$, como feito em todo o estudo, e varia-se amplamente o r . Os resultados obtidos são apresentados na Tabela B.2, sendo destacados os r selecionados.

Tabela B.2 – Variação do Nu_{av} em função do r com $\Delta x_1 = 0,001$ para $Ra = 10^4 - 10^7$.

r	Ra			
	10^4	10^5	10^6	10^7
1,05	1,967	4,318	8,691	16,564
1,1	1,967	4,318	8,687	16,555
1,2	1,967	4,316	8,683	16,533
1,3	1,962	4,322	8,693	16,548
1,4	1,974	4,327	8,703	16,571
1,5	1,980	4,329	8,710	16,592
1,6	1,982	4,331	8,715	16,616
1,7	1,984	4,333	8,721	16,622
2,0	1,987	4,336	8,729	16,654

B.2 Testes de malha em cavidade com meio heterogêneo

Para os testes de malha não-uniforme são utilizados os VC indicado na Tabela B.1 e $\Delta x_1 = 0,001\text{mm}$ para todos os casos. Os testes são iniciados com $N = 64$, $Bi = 0,5$ e $Pr = 1,0$ para cada Ra . Na Tabela B.3 estão os parâmetros das malhas de $N = 64$, na Tabela B.4 de $N = 36$, na Tabela B.5 de $N = 16$ e na Tabela B.6 de $N = 9$. Os critérios de escolha de cada malha são a velocidade de convergência com a menor DP do Nu_{av} entre malhas consecutivas, sempre escolhendo a malha com menor quantidade de VC. Na Fig. A.1(a) foi apresentado um detalhe da cavidade com a localização das regiões δ , d e $\delta_p = \delta/2$, as quais estão presentes nas tabelas que seguem, e na Fig. A.1(b) foi apresentado a mesma região da cavidade com a malha não-uniforme.

Tabela B.3 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 64$.

Ra	δ_p			d			δ			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,000	2	0,0125	1,000	6	0,0125	1,000	4	0,0125	80
10^5	1,000	3	0,0083	1,000	9	0,0083	1,000	6	0,0083	120
10^6	1,410	12	0,0027	2,250	10	0,0178	2,140	9	0,0150	167
10^7	1,410	12	0,0027	2,023	12	0,011	2,000	10	0,0100	190

Tabela B.4 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 36$.

Ra	δ_p			d			δ			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,000	3	0,0125	1,000	8	0,0125	1,000	5	0,0125	80
10^5	1,000	4	0,0083	1,000	12	0,0083	1,000	8	0,0083	120
10^6	1,503	13	0,0034	2,183	12	0,0158	2,178	10	0,0151	148
10^7	1,503	13	0,0034	1,881	16	0,0092	2,056	11	0,0116	177

Tabela B.5 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 16$.

Ra	δ_p			d			δ			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,000	4	0,0125	1,000	12	0,0125	1,000	8	0,0125	80
10^5	1,000	6	0,0083	1,000	18	0,0083	1,000	12	0,0083	120
10^6	1,654	14	0,0050	1,965	18	0,0121	1,880	16	0,0092	148
10^7	1,654	14	0,0050	1,737	24	0,0080	1,700	20	0,0066	184

Tabela B.6 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $N = 9$.

Ra	δ_p			d			δ			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,000	5	0,0125	1,000	16	0,0125	1,000	11	0,0125	80
10^5	1,000	8	0,0083	1,000	24	0,0083	1,000	16	0,0083	120
10^6	1,640	17	0,0052	1,853	24	0,0109	1,865	19	0,0098	144
10^7	1,664	17	0,0052	1,660	32	0,0075	1,660	25	0,0067	180

B.3 Resultados de Nu_{av} para cavidade com meio heterogêneo

Na Tabela B.7 são apresentados os resultados de Nu_{av} obtidos nas simulações com cavidade preenchida com meio heterogêneo, sendo destacados em negrito os valores da cavidade limpa ($N = 0$).

Tabela B.7 – Resultados de Nu_{av} para cavidade com meio heterogêneo.

Ra	N	f				
		0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
10^4	0	2,080	1,667	1,276	1,019	1,000
	9	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000
	16	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	36	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	64	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10^5	0	3,912	2,642	1,759	1,153	1,000
	9	1,042	1,000	1,000	1,000	1,000
	16	1,012	1,000	1,000	1,000	1,000
	36	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	64	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10^6	0	6,478	3,133	1,730	1,017	1,001
	9	2,003	1,000	1,000	1,000	1,000
	16	1,199	1,000	1,000	1,000	1,000
	36	1,018	1,000	1,000	1,000	1,000
	64	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10^7	0	9,007	2,933	1,557	1,090	1,051
	9	4,963	1,000	1,000	1,000	1,000
	16	1,981	1,000	1,000	1,000	1,000
	36	1,467	1,000	1,000	1,000	1,000
	64	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Utilizando um computador servidor com 24 núcleos de 2.8 GHz (Intel® Xeon®, modelo X5660) e realizando as simulações com 4 núcleos em paralelo, as simulações rápidas consumiram 20 minutos, enquanto as demoradas 12 horas.

B.4 Teste de malha em cavidade com bloco centrado

Os testes de malha não-uniforme para cavidade com bloco centrado utilizam os valores indicados na Tabela B.1, $\Delta x_1 = 0,001\text{mm}$ e $Pr = 1,0$. As regiões δ_p e d são as mesmas indicadas na Fig. A.1, exceto δ que não existe. Os parâmetros de geração das malhas para $D = 0,1$ estão na Tabela B.8, para $D = 0,3$ na Tabela B.9, para $D = 0,5$ na Tabela B.10, para $D = 0,7$ na Tabela B.11 e para $D = 0,9$ na Tabela B.12.

Tabela B.8 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,1$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,500	25	0,0447	3,200	9	0,0296	59
10^5	1,740	45	0,0117	1,500	17	0,0119	107
10^6	1,683	50	0,0103	1,500	17	0,0119	117
10^7	1,592	60	0,0084	1,500	19	0,0083	139

Tabela B.9 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,3$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,500	25	0,0286	1,600	22	0,0268	72
10^5	1,650	35	0,0127	1,600	30	0,0137	100
10^6	1,720	40	0,0104	1,600	35	0,0108	115
10^7	1,600	50	0,0080	1,600	40	0,0089	140

Tabela B.10 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,5$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,550	21	0,0265	1,550	30	0,0273	72
10^5	1,600	28	0,0123	1,600	47	0,0128	103
10^6	1,600	31	0,0105	1,600	55	0,0105	117
10^7	1,600	37	0,0081	1,600	68	0,0082	142

Tabela B.11 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,7$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,550	17	0,0325	1,550	35	0,0307	69
10^5	1,600	20	0,0122	1,600	64	0,0125	104
10^6	1,600	21	0,0108	1,600	75	0,0103	117
10^7	1,600	25	0,0079	1,600	90	0,0084	140

Tabela B.12 – Parâmetros das malhas não-uniformes para cavidades com $D = 0,9$.

Ra	δ_p			d			Total VC
	r	VC	Δx_{max}	r	VC	Δx_{max}	
10^4	1,000	4	0,0125	1,000	72	0,0125	80
10^5	1,700	11	0,0123	1,500	80	0,0127	102
10^6	1,500	13	0,0084	1,500	95	0,0103	121
10^7	1,500	13	0,0084	1,500	110	0,0088	136

B.5 Resultados de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado

Na Tabela B.13 são apresentados todos os resultados obtidos de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado.

Tabela B.13 – Resultados de Nu_{av} para cavidade com bloco centrado.

Ra	$f \setminus \kappa$	$D = 0,1$			$D = 0,3$			$D = 0,5$			$D = 0,7$			$D = 0,9$		
		0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10	0,1	1,0	10
10^4	0,1	2,092	2,085	2,078	2,045	1,979	1,906	1,636	1,576	1,727	0,614	1,066	2,393	0,202	1,000	4,956
	0,3	1,682	1,674	1,665	1,580	1,531	1,498	1,110	1,193	1,571	0,442	1,004	2,386	0,201	1,000	4,956
	0,5	1,300	1,292	1,286	1,153	1,156	1,219	0,727	1,009	1,543	0,419	1,000	2,386	0,201	1,000	4,956
	0,7	1,045	1,049	1,055	0,985	1,003	1,168	0,647	1,000	1,543	0,419	1,000	2,386	0,201	1,000	4,956
	0,9	0,983	1,000	1,017	0,855	1,000	1,168	0,647	1,000	1,543	0,419	1,000	2,386	0,201	1,000	4,956
10^5	0,1	3,930	3,924	3,918	3,962	3,914	3,852	3,917	3,767	3,523	2,778	2,567	2,737	0,208	1,001	4,969
	0,3	2,654	2,651	2,648	2,611	2,563	2,500	2,337	2,190	2,019	0,879	1,099	2,387	0,202	1,000	4,959
	0,5	1,758	1,751	1,743	1,580	1,515	1,439	1,018	1,027	1,544	0,419	1,000	2,387	0,202	1,000	4,959
	0,7	1,152	1,144	1,137	0,864	1,000	1,169	0,647	1,000	1,544	0,419	1,000	2,387	0,202	1,000	4,959
	0,9	0,983	1,000	1,017	0,855	1,000	1,169	0,647	1,000	1,544	0,419	1,000	2,387	0,202	1,000	4,959
10^6	0,1	6,505	6,497	6,491	6,548	6,508	6,462	6,590	6,477	6,268	6,154	5,833	5,279	0,353	1,026	4,959
	0,3	3,126	3,125	3,123	3,075	3,046	3,004	2,802	2,673	2,445	1,328	1,167	2,387	0,202	1,000	4,959
	0,5	1,704	1,697	1,689	1,449	1,374	1,273	0,736	1,000	1,544	0,419	1,000	2,387	2,202	1,000	4,959
	0,7	0,992	1,004	1,020	0,857	1,001	1,169	0,648	1,000	1,544	0,419	1,000	2,387	0,202	1,000	4,959
	0,9	0,984	1,001	1,018	0,856	1,000	1,169	0,648	1,000	1,544	0,419	1,000	2,387	0,202	1,000	4,959
10^7	0,1	9,007	8,998	8,990	9,092	9,042	9,007	9,103	9,018	8,828	8,684	8,458	7,921	0,980	1,181	4,959
	0,3	2,896	2,896	2,923	2,829	2,800	2,759	2,440	2,301	2,017	0,785	1,001	2,387	0,202	1,000	4,959
	0,5	1,517	1,519	1,498	1,241	1,194	1,220	0,689	1,010	1,546	0,420	1,000	2,387	0,202	1,000	4,959
	0,7	1,074	1,081	1,087	0,921	1,031	1,182	0,664	1,006	1,545	0,420	1,000	2,387	0,202	1,000	4,959
	0,9	1,035	1,047	1,059	0,899	1,023	1,179	0,662	1,005	1,545	0,420	1,000	2,387	0,202	1,000	4,959