

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

MATHEUS FERNANDO MORO

**O PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS APLICADO NA OTIMIZAÇÃO
DE ROTAS USADAS NA COLETA DE LIXO RECICLÁVEL: UM
ESTUDO DE CASO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

MEDIANEIRA

2014

MATHEUS FERNANDO MORO

**O PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS APLICADO NA OTIMIZAÇÃO
DE ROTAS USADAS NA COLETA DE LIXO RECICLÁVEL: UM
ESTUDO DE CASO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Campus Medianeira, como requisito parcial à obtenção do título de bacharel em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Ms. Levi Lopes Teixeira

MEDIANEIRA

2014



TERMO DE APROVAÇÃO

O PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS APLICADO NA OTIMIZAÇÃO DE ROTAS
DE COLETA DE LIXO RECICLÁVEL: UM ESTUDO DE CASO

Por

MATHEUS FERNANDO MORO

Este trabalho de conclusão de curso (TCC) foi apresentado às 14h45min do dia 29 de janeiro de 2014, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia no curso superior de Engenharia de Produção, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Medianeira. O candidato foi argüido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Levi Lopes Teixeira
(Orientador)

Prof. Neron Alípio C. Berghauser
(UTFPR)

Prof. Edson H. Pereira Junior
(UTFPR)

Visto da Coordenação:

Prof. Neron Alípio C. Berghauser
Coordenador do Curso de Engenharia
de Produção

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso-.

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

Aos meus pais e minha irmã que sempre me apoiaram nesta etapa da minha vida e participaram dessa conquista.

Ao meu orientador, Ms. Levi Lopes Teixeira, pelo incentivo, apoio e competência para orientar este trabalho no qual teve participação significativa.

A Associação Atlética Acadêmica de Engenharia XVIII de Março, que foi a responsável por eu ter permanecido neste curso, quando pensava em desistir. Ter feito parte da Atlética foi e é, até hoje, a decisão mais acertada da minha vida. Foram incontáveis horas de reunião, noites mal ou nem dormidas, muito trabalho, muito suor, muitas lágrimas, muita entrega, mas que renderam incontáveis horas de riso, de aprendizado, de amizade, de experiências trocadas e adquiridas, de amigos para a vida inteira, de muita dedicação, muito empenho, muito carinho e muito amor pela Atlética e pela UTFPR Medianeira, PRA SEMPRE PORCO!

A todos os meus amigos, os verdadeiros. Você tem que ter amigos verdadeiros, e eu tenho certeza que sou um dos verdadeiros amigos. No decorrer do curso foram varias dificuldades enfrentadas, tanto na vida profissional, pessoal e acadêmica, por nós presenciado. Algumas vezes a vontade de desistir foi grande, mas a força de vontade e as palavras de incentivos, e muitas vezes nós mesmos satirizando a nossa situação, nos ajudaram a transpor alguns obstáculos. Existem varias situações não só na vida acadêmica, que você tem que convocar seus amigos, para que todos juntos possam lhe ajudar. É muito gratificante quando você percebe que tem alguém pra te ajudar, pra estar do seu lado. Obrigado, por estarem do meu lado nas piores e mais engraçadas ocasiões, vocês foram os responsáveis por momentos sensacionais no decorrer desses anos.

“ A felicidade só é real quando compartilhada.”

Christopher McCandless

MORO, Matheus Fernando. **O PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS APLICADO NA OTIMIZAÇÃO DE ROTAS USADAS NA COLETA DE LIXO RECICLÁVEL: UM ESTUDO DE CASO**. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

RESUMO

O Problema do Carteiro Chinês caracteriza-se pela roteirização de arcos e tem como objetivo a cobertura de arcos de um grafo, criando uma rota que passe ao menos uma vez em cada um destes arcos. Nesta pesquisa, o algoritmo do Problema do Carteiro Chinês foi aplicado na área urbana da cidade de Matelândia/PR, para otimizar a rota percorrida pelo caminhão de coleta de resíduos sólidos recicláveis. O estudo foi dividido em três partes: segunda-feira, terça-feira e quarta-feira, pois cada dia o caminhão faz uma rota diferente. Por meio do resultado do algoritmo do Carteiro Chinês utilizou-se do algoritmo de Fleury para encontrar a rota de cada um dos dias. A utilização destes algoritmos forneceu uma solução satisfatória para o problema de geração de rotas na coleta de resíduos sólidos recicláveis. Na área onde o Algoritmo do Carteiro Chinês foi aplicado, obteve-se um ganho aproximado de 23,45%, 33,12% e 40,13% para segunda, terça e quarta-feira respectivamente.

Palavras-chave: Problema do Carteiro Chinês. Roteirização. Coleta de lixo reciclável.

MORO, Matheus Fernando. **THE CHINESE POSTMAN PROBLEM APPLIED USED IN OPTIMIZATION OF ROUTES RECYCLED TRASH COLLECTION: A CASE STUDY**. 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

ABSTRACT

The Chinese Postman Problem is characterized as all the routing in the arcs graph which creates at least one route that passes through all arcs at least once. In this research, the algorithm of the Chinese Postman Problem was applied in the urban region of Matelandia/PR as a way to optimize the route of a truck collecting recyclable solid waste. The study was divided in three parts based on different weekdays: Mondays, Tuesdays and Wednesdays; because each day had a different route. Using the results generated by the Chinese Postman Problem's algorithm, the Fleury Algorithm found one route for each day. The utilization of these algorithms provided a good solution for the problem of route generation for collecting recyclable solid waste. In the study region where the Chinese Postman was applied, the gains were approximately 23,45%, 33,12% and 40,13% for Mondays, Tuesdays and Wednesdays respectively.

Keywords: Chinese Postman Problem. Route. Recyclable waste collection.

LISTA DE FIGURAS

FIGURAS

Figura 1: Mapa do Paraná, Matelândia em Destaque	9
Figura 2: Mapa do Município de Matelândia.....	10
Figura 3: Rota do Caminhão de Coleta de Resíduos Recicláveis na Segunda Feira	12
Figura 4: Rota do Caminhão de Coleta de Resíduos Recicláveis na Terça Feira.....	13
Figura 5: Rota do Caminhão de Coleta de Resíduos Recicláveis na Quarta Feira ...	14
Figura 6: Pontes de Königsberg	19
Figura 7: Grafo e Circuito Euleriano	20
Figura 8: Cadastro dos nós de Segunda-feira.....	30
Figura 9: Cadastro dos nós de Terça-feira.....	46
Figura 10: Cadastro dos nós de Quarta-feira.	46
Figura 11: Matriz Distância - Segunda-feira	48
Figura 12: Matriz de Adjacências - Segunda-feira.....	50

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

QUADROS

Quadro 1: Cronograma de Coleta de Resíduos Sólidos Recicláveis	12
Quadro 2: Rota de Segunda-feira	32
Quadro 3: Rota de Terça-feira.....	33
Quadro 4: Rota de Quarta-feira.....	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Distâncias percorridas em cada dia de coleta	14
Tabela 2: Comparação entre as distâncias otimizadas e atuais.....	33

LISTA DE SIGLAS

IBAM	Instituto Brasileiro de Administração Municipal
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
PCC	Problema do Carteiro Chinês
PCCND	Problema do Carteiro Chinês não Direcionado
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PMM	Prefeitura Municipal de Matelândia
SMAMADE	Secretaria Municipal de Agricultura, Meio Ambiente e Desenvolvimento Econômico de Matelândia/PR

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	6
1.1 OBJETIVOS.....	7
1.1.1 Objetivo Geral.....	7
1.1.2 Objetivos Específicos.....	7
1.2 JUSTIFICATIVA.....	8
2 A COLETA DE RESÍDOS SÓLIDOS NO MUNICÍPIO DE MATELÂNDIA.....	9
2.1 CARACTERIZAÇÃO DO MUNICÍPIO DE MATELÂNDIA.....	9
2.2 COLETA DE RESÍDUOS SÓLIDOS RECICLÁVEIS.....	11
2.3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA A SER ESTUDADO.....	12
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	15
3.1 GRAFO.....	15
3.2 PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE ARCOS.....	17
3.3 GRAFOS DE EULER.....	18
3.4 CIRCUITOS EULERIANOS.....	19
3.4.1 Demonstração de um Circuito Euleriano (Prova).....	20
3.5 PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS.....	21
3.6 PROBLEMAS ANÁLOGOS.....	22
4 METODOLOGIA.....	24
4.1 MÉTODO MATEMÁTICO.....	25
4.2 ALGORITMO DE CONSTRUÇÃO DE ROTA.....	26
4.3 TIPO DE PESQUISA.....	27
4.4 OBTENÇÃO DOS DADOS.....	29
4.5 TECNOLOGIAS UTILIZADAS.....	31
5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	31
5.1 DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL.....	32
5.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	33
6 CONCLUSÕES.....	35
7 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	37
REFERÊNCIAS.....	38
ANEXO A.....	42
APÊNDICE A.....	45
APÊNDICE B.....	47
APÊNDICE C.....	49
APÊNDICE D.....	51

1 INTRODUÇÃO

A coleta de lixo no Brasil é uma tarefa de responsabilidade das prefeituras municipais, executada normalmente e diariamente na grande maioria das cidades brasileiras. Dados de 2008 produzidos pelo IBGE indicam que 98% dos domicílios das zonas urbanas têm serviço de coleta de lixo, enquanto que apenas 23% dos domicílios são atendidos na zona rural. O lixo coletado no Brasil em 2010 alcançou a taxa média de 306 kg/hab/ano, ou seja, o Brasil produz aproximadamente 160 000 toneladas de lixo por dia, segundo IBGE (2012).

Estas marcas surpreendentes colocam o Brasil entre os maiores produtores de lixo do mundo, com dispêndio elevadíssimo da ordem de R\$ 4 bilhões por ano. O custo da coleta somente com equipamentos e pessoal indica ser aproximadamente 50% deste total (IBAM, 2001).

Com o crescimento da população e o conseqüente acréscimo do consumo de bens de alimentação *per capita* e de acordo com o Censo Demográfico do IBGE de 2000, 81% da população brasileira concentra-se em áreas urbanas, ocasionando um crescente aumento do volume de resíduos produzido, apresentando assim a importância do gerenciamento de resíduos em áreas urbanas.

A preocupação por parte do poder público está intimamente vinculada à aceitação da administração municipal por parte da população. Os serviços de limpeza absorvem entre 7% e 15% dos recursos de um orçamento municipal, dos quais 50% são destinados exclusivamente à coleta e ao transporte de resíduos. Certamente, a sua otimização leva a uma economia significativa dos recursos públicos (CARVALHO, 2001).

Segundo Sousa e Rangel (2009) uma empresa de coleta de resíduos residenciais precisa elaborar um método operacional que satisfaça as necessidades da população, mas que também respeite o limite de custos suportado pela empresa. Neste contexto, a pesquisa operacional e a logística, apesar de terem muito a contribuir, no Brasil ainda há resistências em empregar suas técnicas amplamente nos mais diversos setores da cadeia de produção (ARAUJO, 2008). Parte disso deve-se ao fato de que, às vezes, os cálculos são complexos e difíceis de serem formulados, com o agravante de que há situações em que mesmo conseguindo formular corretamente o problema, a parte computacional pode demandar muito esforço, pois

os carros de coleta de resíduos residenciais devem ser distribuídos ao longo da cidade e ao longo da semana de forma que nenhuma região deixe de ser atendida por um espaço de tempo muito longo. Algumas regiões se mostram mais importantes do que outras sejam porque produzem maiores quantidades de lixo ou porque têm maiores valores urbanísticos, e estas precisam ser priorizadas. Eventos constantes como feiras também podem influenciar bastante na dinâmica da coleta de lixo.

Buscou-se para o desenvolvimento deste trabalho a otimização das rotas de coletas de resíduos recicláveis da cidade de Matelândia, localizada no oeste do Paraná. A coleta é feita de segunda a sábado e cada dia tem uma rota diferente portanto resultando em seis estudos diferentes a fim de utilizar o problema do carteiro chinês para minimizar o percurso do caminhão que faz a coleta.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é minimizar a rota da coleta de lixo reciclável na cidade de Matelândia, localizada no oeste do estado do Paraná, aplicando o problema do carteiro chinês, para assim achar uma alternativa na diminuição do gasto que a administração municipal tem com o transporte de resíduos de lixo reciclável na área urbana da cidade.

1.1.2 Objetivos Específicos

- a) Explorar o problema de coleta dos resíduos sólidos recicláveis urbanos na cidade de Matelândia/PR, utilizando dados reais;
- b) Aplicar os conceitos do Problema do Carteiro Chinês nas rotas de coleta de lixo reciclável urbanos na cidade de Matelândia/PR;
- c) Identificar modelos matemáticos que resolvam o Problema do Carteiro Chinês;
- d) Analisar e comparar os resultados obtidos com a otimização em relação ao aplicado atualmente pela SMAMADE.

1.2 JUSTIFICATIVA

O transporte de cargas no Brasil é feito majoritariamente por meio de caminhões, entretanto, apenas 5% das grandes empresas de transporte rodoviário utilizam sistemas de informação como roteirizadores, segundo pesquisa realizada em 2006 pela Confederação Nacional de Transportes.

A dificuldade para se definir o trajeto a ser realizado pelo caminhão de coleta incide diretamente no custo da coleta dos resíduos sólidos para os cofres públicos. Portanto, a definição de uma rota que minimize esse trajeto se faz fundamental para reduzir o custo operacional total com esta função.

Levando em consideração o montante de gastos que os municípios têm em relação à coleta e o transporte dos resíduos sólidos urbanos, a presente pesquisa visa minimizar a rota percorrida pelo caminhão de coleta de lixo reciclável no município de Matelândia/PR. Otimizar essa atividade acarretaria em uma possível diminuição na fadiga dos lixeiros, traria economia de combustível e conseqüentemente uma diminuição nos gastos do governo municipal ligados a coleta de lixo no município. O trabalho torna-se oportuno ao introduzir e apresentar soluções de problemas de roteirização que podem ser utilizados para a otimização dessa situação.

2 A COLETA DE RESÍDOS SÓLIDOS NO MUNICÍPIO DE MATELÂNDIA

2.1 CARACTERIZAÇÃO DO MUNICÍPIO DE MATELÂNDIA

A cidade de Matelândia/PR está localizada geograficamente a 25 ° 14' 27" de latitude Sul com interseção com o meridiano 53° 59' 45" de longitude Oeste, conforme destaque na Figura 1. Situa-se a uma distancia rodoviária de 574 km de Curitiba, capital do Estado, e a 1487 km de Brasília, Distrito Federal. O município de Matelândia está localizado na região oeste do estado do Paraná e encontra-se no Terceiro Planalto e possui uma área total de 639,746km², desses 338,1km², ou seja, 51% encontram-se dentro do Parque Nacional do Iguaçu (PMM, 2013).



Figura 1: Mapa do Paraná, Matelândia em Destaque
Fonte: ABREU (2006)

Na Figura 2, é mostrado o mapa do município de Matelândia/PR, onde se pode notar sua área urbana, destacada em azul. De acordo com os dados do IBGE, na recontagem do senso 2010 a população total do município de Matelândia era de 16078 habitantes, sendo a população urbana de 11613 e da área rural de 4465 habitantes, representando 72,2% e 27,8% respectivamente (IBGE, 2010).

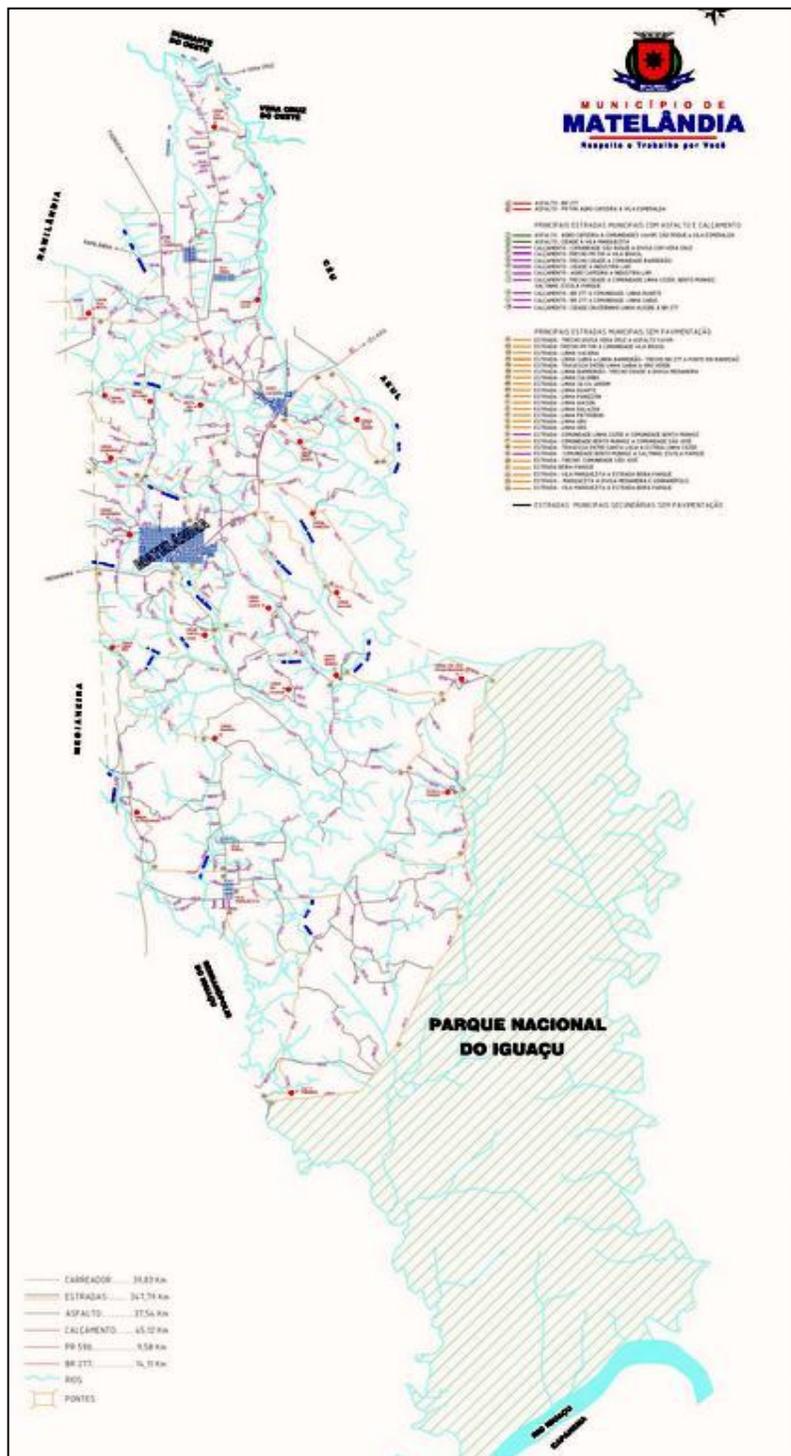


Figura 2: Mapa do Município de Matelândia.
Fonte: PMM (2013)

2.2 COLETA DE RESÍDUOS SÓLIDOS RECICLÁVEIS

Matelândia com seus 16078 habitantes (IBGE, 2010) gera aproximadamente 14,5 toneladas de lixo diariamente, ou seja 0,9 kg/hab/dia. Destas 14,5 toneladas; 8,7 toneladas são materiais recicláveis, porém, atualmente apenas 0,9 toneladas estão sendo recicladas. O restante é disposto no aterro sanitário misturado com o lixo orgânico (SMAMADE, 2013).

Os 900 kg de lixo que são reciclados por dia são levados para o barracão de triagem que é o local onde os Agentes Ambientais separam os materiais recicláveis em papel, vidro, metal e plástico, enfardam e os comercializam. O local de triagem é composto por um barracão de 297 m², com baias para a colocação dos materiais recicláveis previamente separados, prensa e balança para a comercialização desses materiais recolhidos no perímetro urbano e rural no Município de Matelândia (SMAMADE, 2008). Este barracão sofreu um incêndio em Janeiro de 2013 e a PMM cedeu outro barracão provisório, localizado no parque de exposições da cidade, para os agentes ambientais continuarem o trabalho até que outro centro de triagem seja construído.

A coleta dos resíduos na cidade de Matelândia é efetuada por meio de um caminhão coletor-compactador de uma empresa terceirizada contratada pela própria prefeitura. A coleta é diferenciada para os diversos tipos de resíduos, sendo que os caminhões coletam somente os resíduos domiciliares e comerciais. Para os outros tipos de resíduos, tais como de saúde, industrial, agrotóxicos, oficinas e postos de combustíveis, há uma legislação específica do CONAMA para cada tipo de material, onde o gerador é responsável pela sua destinação.

Esse serviço é realizado de segunda-feira a sábado, sendo oferecido diariamente na área central devido ao grande número de residências e comércio dos diferentes ramos. Nos bairros a coleta é realizada apenas uma vez por semana exceto no bairro mais populoso, o São Cristovão, no qual a coleta é feita duas vezes por semana. A coleta também é realizada nas duas Áreas Industriais, uma vez por semana e em três distritos do município. No Quadro 1 pode-se observar o dia em que é feita a coleta em cada local.

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
Centro J. Guairacá Vila Pinto	Centro Vila Nova	Centro Vila Sapo S. Cristovão	Centro A. Ind. II Vila Rural* Vila Esmerada* Agrocafeeira	Centro S. Cristovão Vila Pazza A. Ind. I	Centro Marquezita*
					*A cada 15 dias

Quadro 1: Cronograma de Coleta de Resíduos Sólidos Recicláveis
Fonte: SMAMADE (2013)

2.3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA A SER ESTUDADO

Para o desenvolvimento da presente pesquisa será levada em conta apenas os dias que o caminhão percorre somente o período urbano, ou seja, segunda-feira, terça-feira e quarta-feira. Assim a pesquisa foi dividida em 3 estudos diferentes, um para cada dia da semana, de segunda a quarta. Com essa divisão será encontrado uma rota ótima para cada dia. Nas Figuras 3, 4 e 5 pode-se verificar a rota para cada dia da semana a ser estudado. No primeiro caso, na segunda feira (Figura 3) o caminhão percorre o centro, Jardim Tropical, Jardim Guairacá e Vila Pinto.

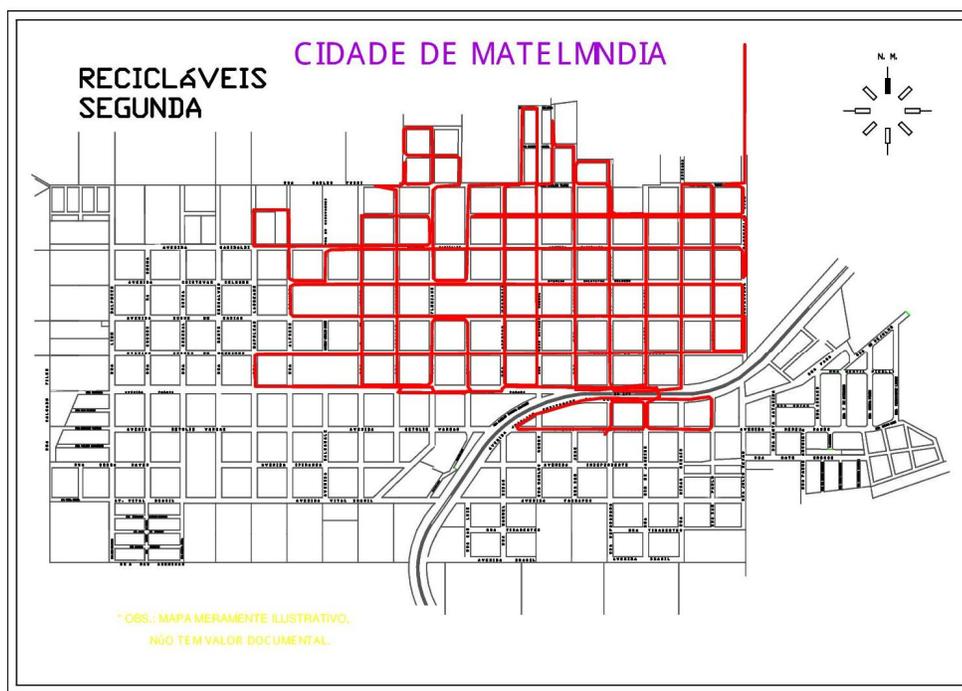


Figura 3: Rota do Caminhão de Coleta de Resíduos Recicláveis na Segunda Feira
Fonte: SMAMADE (2013)

No segundo estudo, caso da terça feira, o caminhão faz a coleta no centro e na Vila Nova este percurso pode ser observado na Figura 4. No caso 3, quarta feira (Figura 5), o caminhão faz a rota no centro, Vila Sapo e o bairro São Cristovão.

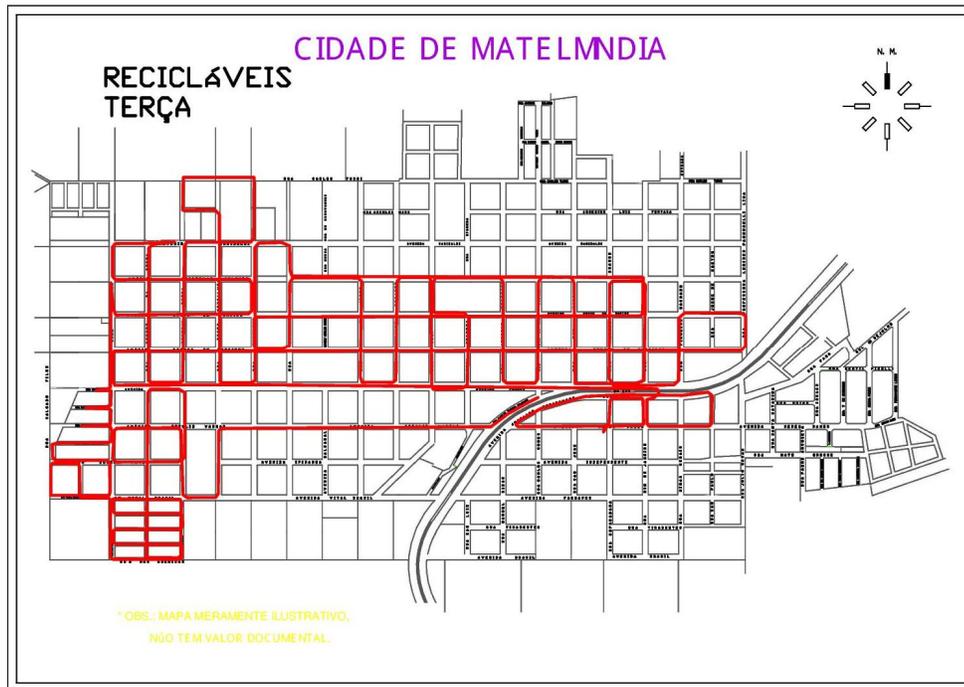


Figura 4: Rota do Caminhão de Coleta de Resíduos Recicláveis na Terça Feira.
Fonte: SMAMADE (2013).

A coleta dos resíduos sólidos é baseada no fluxo diário de lixo produzido pela população da cidade estudada, sendo que se devem levar em consideração, variáveis como o tempo de duração das coletas, a quantidade de quilômetros percorridos, o número de viagens necessárias para que toda a cidade seja atendida, e o número de caminhões que se faz necessário para atender a demanda, neste caso somente um caminhão, e quantos funcionários que serão designados para atender às funções (KONOWALENKO, 2012).

Este trabalho leva-se em consideração somente o número de viagens, ou seja, a distância que ele percorre fazendo essas rotas.

O objetivo da prefeitura é organizar as rotas de forma a minimizar o número de viagens que o caminhão terá que percorrer e também que ele se possível não passe duas vezes na mesma quadra, problema observado todos os dias de coleta.

Atualmente, nenhum método tem sido adotado para definir o trajeto a ser percorrido pelo caminhão de coleta, a responsabilidade é dos funcionários, que com

base no seu conhecimento e experiência, buscam a melhor e possivelmente a menor rota possível.

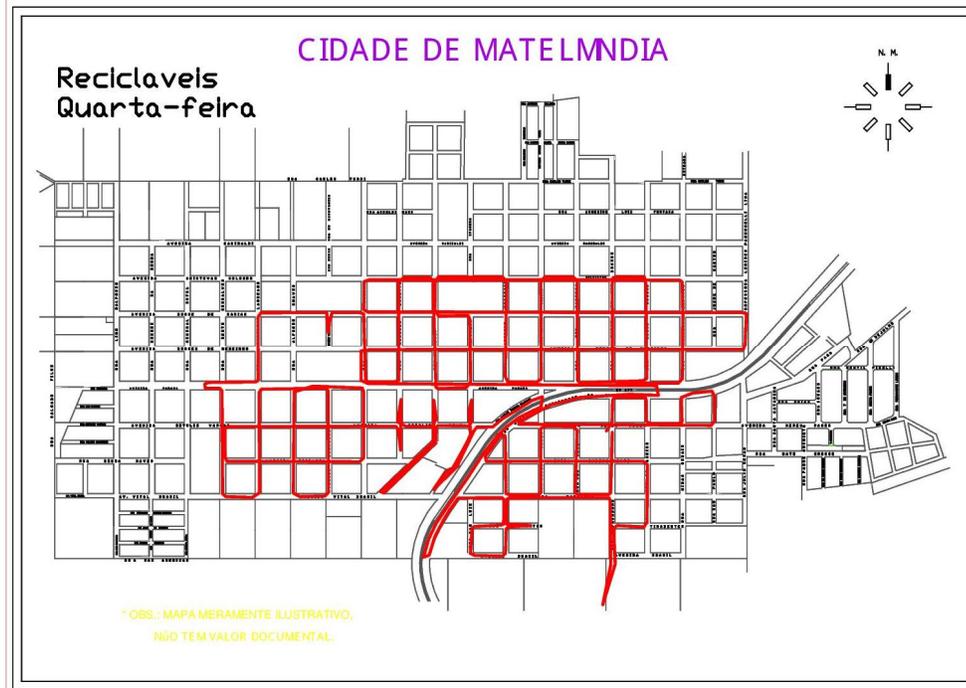


Figura 5: Rota do Caminhão de Coleta de Resíduos Recicláveis na Quarta Feira
Fonte: SMAMADE (2013)

Na Tabela 1 podem-se visualizar as distâncias percorridas pelo caminhão em cada um dos estudos, de segunda a quarta-feira.

Tabela 1: Distâncias percorridas em cada dia de coleta

Dia da Semana	Km rodado
Segunda	35,26
Terça	44,89
Quarta	40,38
Média	40,17

Fonte: SMAMADE (2013)

Esses trajetos foram realizados no mês de Abril de 2013. Os trajetos tem em média 40Km cada, essas distâncias foram calculadas através do GPS no caminhão e depois com o auxílio do programa *GPS TrackMaker*, foi medida de um ponto inicial de coleta até o posterior retorno ao mesmo ponto, no caso este ponto seria a garagem onde o caminhão fica.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para a compreensão da pesquisa é necessário um conhecimento do PCC e para isso é preciso um pré-estudo sobre grafo, grafo de Euler e circuito euleriano. Estes termos serão abordados nesse capítulo e depois de compreendidos, será exposto alguns problemas análogos a esta pesquisa no item 3.6.

3.1 GRAFO

Grande parte das definições e termos relacionados à Teoria de Grafos, usada nesse trabalho é clássico e pode ser encontrado em vários trabalhos de roteamento de arcos, como por exemplo, na pesquisa de Konowalenko (2012) e também no livro de Arenales *et. al.* (2007). Entretanto, serão definidos os termos usados com maior frequência no decorrer do trabalho, ou que não são considerados como sendo padrões.

Uma rede é representada por um grafo $G = (N, A, E)$, em que $N = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ representa o conjunto de nós (ou vértices), $A = (a_1 + a_2 + \dots + a_r)$ o conjunto de arcos (com direcionamento) e $E = (e_1 + e_2 + \dots + e_m)$ o conjunto de arestas (sem direcionamento). A cardinalidade de cada um desses conjuntos é representada por $n = |N|$, $r = |A|$ e $m = |E|$ respectivamente o conjunto, definido por $L \cup E$, pode ter a denominação de *links* do grafo. Portanto, um *link* $l \in L$ pode ser um arco, ou uma aresta.

Um *link* pode ser descrito pelo par de nós (x_i, y_j) que indicam seus nós terminais. Quando se trata de uma aresta, a ordem de nós terminais, nesta notação, é irrelevante. Porém, no caso de arcos a ordem é do nó inicial para o final. Sempre que for conveniente, é possível considerar uma aresta (x_i, y_j) como um par de arcos contrariamente orientados (x_i, y_j) e (y_j, x_i) . Dois nós conectados por um *link* são chamados de adjacentes. A cada *link* (x_i, y_j) de um grafo pode ser associado um custo D_{ij} . Uma matriz $D = [d_{ij}]$, é a matriz de custos associada ao grafo, onde o custo do *link* $(x_i, y_j) \in L$ e $d_{ij} = \infty$ se $(x_i, y_j) \notin L$.

Se $E = \emptyset$ então G é um grafo orientado; se $A = \emptyset$, ele é um grafo não-orientado; e se $E \neq \emptyset$ e $A \neq \emptyset$, o grafo é denominado de grafo misto. Quando uma malha urbana ou uma rede rodoviária é representada por um grafo, os arcos

representam os trechos de ruas de mão única e as arestas, os de mão dupla. Os nós são os cruzamentos entre as ruas. Todavia, um grafo é uma estrutura mais genérica do que uma malha urbana.

Um grafo completo é um grafo orientado (ou não-orientado) em que para quaisquer nós $x_i \in N$ e $x_j \in N$ e o arco $(x_i, y_j) \in A$ ou a aresta $(x_i, y_j) \in E$. Em um grafo não-orientado, para cada nó x_i define-se o grau $g(x_i)$ como o número de arestas que incidem no nó x_i . Quando o grafo é orientado, define-se como o grau de entrada, $g_e(x_i)$, o número de arcos cujos nós finais são o nó x_i . Analogamente, o grau de saída $g_s(x_i)$, é o número de arcos, cujos nós iniciais são o nó x_i . É trivial verificar que a soma de graus de entrada de todos os nós de um grafo é igual a soma dos graus de saída.

Um caminho é uma sequência de *links*, respeitando sua orientação, onde o nó final de um arco ou aresta é o inicial do próximo. Desta forma um caminho $C(x_i, x_j)$ começa em um nó x_i e termina em x_j , onde x_i e x_j não são necessariamente adjacentes. Considera-se x_i e x_j como sendo os nós inicial e final do caminho, respectivamente, e conectados nesta ordem pelo caminho. Uma cadeia é uma sequência de *links*, também ligando dois nós não necessariamente adjacentes, sem considerar-se a orientação dos arcos.

Um circuito é um caminho em que o nó inicial coincide com o nó final. Um grafo é dito fortemente conexo, se para qualquer par ordenado de nós x_i, x_j , existe pelo menos um caminho que conecta x_i a x_j . Essa definição implica que num grafo fortemente conexo, dois nós quaisquer são mutuamente acessíveis. Um grafo é dito conexo, ou fracamente conexo, se para qualquer par de nós (x_i, x_j) existe pelo menos uma cadeia que conecta x_i a x_j . Se pelo menos para um par de nós, tal cadeia não existe, então o grafo é dito desconexo.

Dado um grafo $G=(N,L)$, um grafo parcial G_p de G é o grafo (N, L_p) com $L_p \subset L$. Portanto, um grafo parcial é um grafo com o mesmo número de nós, porém com apenas um subconjunto próprio de *links* do grafo original. Um subgrafo G_s de G é o grafo (N_s, L_s) com $N_s \subset N$ e $L_s = \{(x_i, x_j) | (x_i, x_j) \in L, x_i \in N_s, x_j \in N_s\}$. Portanto, um subgrafo é um grafo contendo um subconjunto de nós, porém com todos os *links* que conectam estes nós no grafo original.

Num grafo $G=(N,L)$, um componente é definido como um subgrafo $K=(N_k, L_k)$, em que é conexo e não existe nenhum *link* (x_i, x_j) tal que $x_i \in N_k$ e $x_j \in N/N_s$. Se G é

conexo, então ele é formado por um único componente; um grafo desconexo é formado por mais de um componente.

Um circuito que passa por todos os nós de um grafo, sem que repita o mesmo nó mais de uma vez, é denominado de Circuito Hamiltoniano. Nem todo grafo contém um circuito hamiltoniano; porém quando possui, é chamado de Grafo Hamiltoniano.

Um circuito que passa por todos os *links* de um grafo, sem que repita o mesmo *link* mais de uma vez, é denominado de Circuito Euleriano. Também, nem todo grafo contém um circuito euleriano, e quando possui, ele é chamado de Grafo Euleriano, ou Grafo Unicursal. Um circuito que passa por todos os *links* de um grafo, pelo menos uma vez, é denominado de Circuito de Carteiro. Todo grafo fortemente conexo contém um circuito de carteiro.

3.2 PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE ARCOS

Segundo Goldbarg (2000), os problemas de roteamento, em geral, podem ser classificados em duas grandes classes: Roteamento em Grafos e Roteamento de Veículos propriamente dito.

A classe geral dos problemas de Roteamento de Grafos é ainda constituída pelas subclasses: Problema de Roteamento de Nós (associados aos ciclos Hamiltonianos) e Problemas de Roteamento de Arcos (associados aos ciclos Eulerianos).

Dentre as subclasses, apresentadas por Goldbarg (2000), o problema de coleta de resíduos sólidos recicláveis se caracteriza como um problema de roteamento de arcos, por necessitar a formação de um ciclo Euleriano, onde o caminhão de coleta deve passar por todos os arcos uma única vez.

Segundo Smiderle (2001), os problemas de cobertura de arcos determinam um caminho mínimo através de uma rede tal que todos os arcos sejam atravessados uma única vez. Este problema, conhecido na literatura como o Problema do Carteiro Chinês (PCC), tem muitas aplicações como, por exemplo, problemas do setor público incluindo varredura de ruas, coleta de lixo, roteamento de carteiros, inspeção de linhas de água, eletricidade ou gás, dentre outros.

Grandes quantias não somente em dinheiro, mas também em tempo são gastas a cada ano por governos e empresas privadas no planejamento e execução destas operações.

3.3 GRAFOS DE EULER

Uma trilha no grafo G é chamada trilha de *Euler* se ela incluir toda aresta desse grafo G . Denomina-se *tour* um passeio fechado em G que inclui toda aresta de G pelo menos uma vez. O *tour de Euler* em G é um *tour* que inclui cada aresta de G exatamente uma vez. Assim, um *tour* de Euler é uma trilha de Euler fechada. O grafo G é chamado *grafo de Euler* se tiver um *tour* de Euler. Seja G um grafo cujo grau de todo vértice é pelo menos dois. Então contém um ciclo. Somente se o grau de todo vértice de G for par, o grafo conexo G é um grafo de Euler.

Seja G um grafo conexo e sejam i e j vértices distintos em G . Então existe uma trilha de Euler em G de i e j a j e i se e somente se os graus de i e de j forem ímpares e os graus de todos os outros vértices em G , pares.

De acordo com Nicoletti e Hruschka Jr. (2006) o nome Euler para esse tipo especial de trilhas, *tour* e grafo deve-se ao matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783), que foi a primeira pessoa a resolver um problema conhecido como “As Pontes de Königsberg”. Tal problema consiste em saber se um indivíduo pode, a partir de um determinado ponto, passar em cada uma das sete pontes exatamente uma vez e voltar ao ponto de origem. A Figura 8 mostra um mapa do trecho da cidade de Königsberg, mostrando o rio Pregel e as sete pontes.

Euler equacionou o problema a ser resolvido com o seguinte questionamento: “É possível percorrer o diagrama a partir de qualquer um dos pontos A, B, C ou D, usando os arcos apenas uma vez, e voltar ao ponto de início?” A resposta foi não, pois o grafo não contém a trilha de Euler e não há possibilidade de percorrer as sete pontes apenas uma vez voltando ao ponto de partida.

O Problema das Pontes de Königsberg inspirou o estudo do problema do carteiro, em que o objetivo é determinar um caminho de comprimento mínimo cobrindo cada arco ao menos uma vez. O problema foi relatado de forma simplificada por Guan (1962) *apud* Paes (2004): “Um carteiro tem de cobrir sua rota e depois retornar ao

Posto de Correio. O problema é encontrar a menor distância a ser percorrida pelo carteiro”.

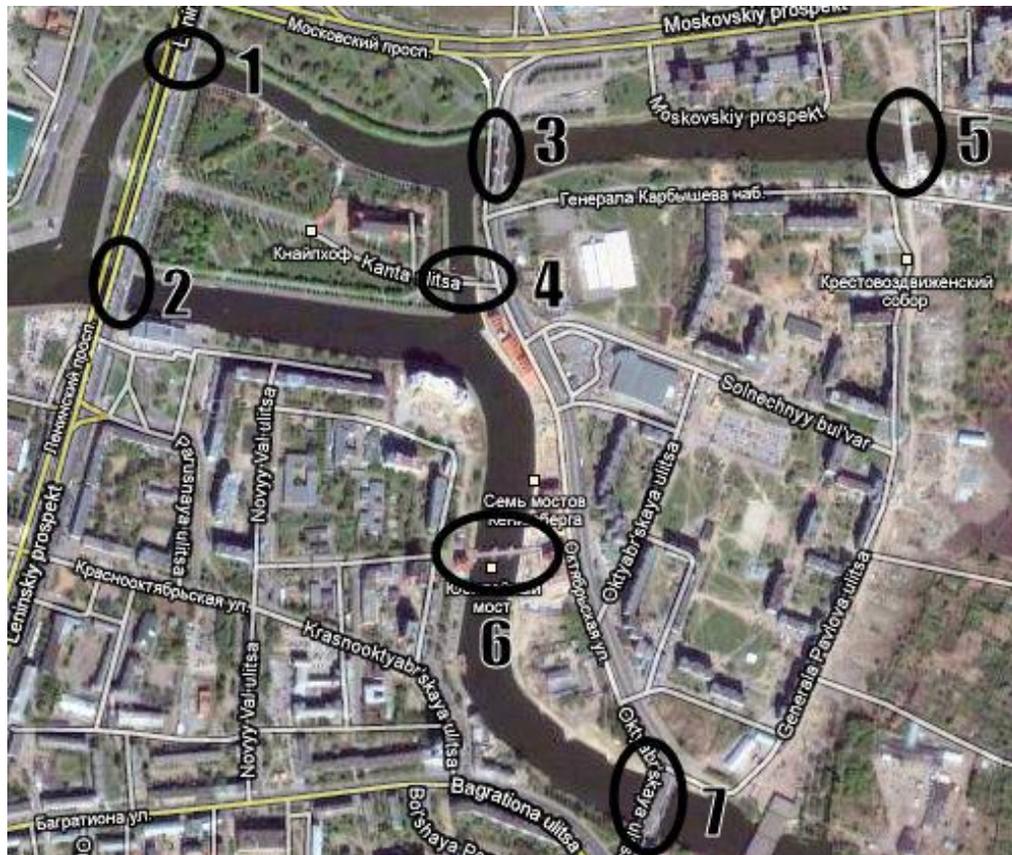


Figura 6: Pontes de Königsberg
Fonte: MAIA (2005)

3.4 CIRCUITOS EULERIANOS

Supondo um grafo não orientado $G(N, A)$, fortemente conexo, um circuito que contém todas as arestas do grafo, sem que repita a mesma aresta mais de uma vez, é denominado de Circuito Euleriano. E como foi analisado por Sherafat (2004), nem todo grafo contém um circuito euleriano; quando possui, ele é chamado de grafo euleriano, ou grafo unicursal. O teorema básico sobre a existência de um circuito euleriano, em um grafo não orientado, é o seguinte:

TEOREMA – *Um grafo fortemente conexo $G(N, A)$ contém um circuito euleriano, se, e somente se, o grafo não tem nenhum nó de grau ímpar.*

3.4.1 Demonstração de um Circuito Euleriano (Prova)

Suponha que o grafo seja euleriano (Figura 9a). Então G possui um circuito (passeio fechado) euleriano (Figura 9b). Se contarmos para cada nó, a entrada e saída dele, ao final de todo percurso teremos um conjunto de números pares. Suponha agora que temos um grafo G onde todos os seus nós têm grau par.

Escolha um nó i qualquer e comece a percorrê-lo sem repetir arestas, até não existirem arestas a serem percorridas, a partir do vértice corrente. Como todos os nós têm grau par então o último nó alcançado é o nó i . Se o circuito C contiver todas as arestas de G então a demonstração está concluída, caso contrário existirão arestas não percorridas.

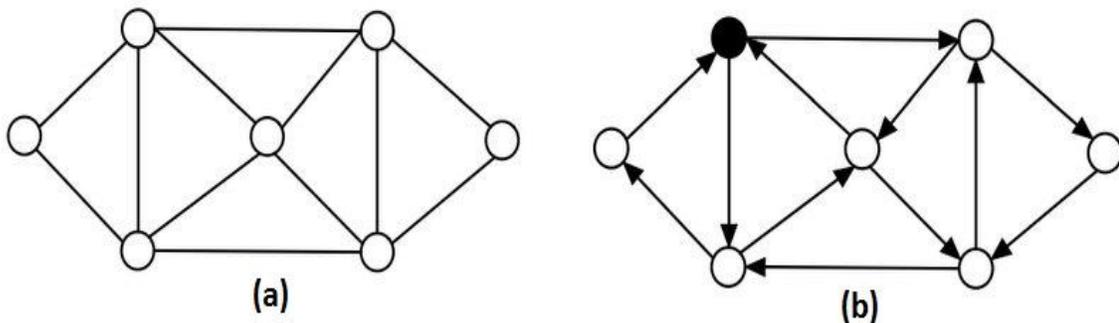


Figura 7: Grafo e Circuito Euleriano
Fonte: PRESTES, (20--)

Como o grafo é conexo então existe um caminho entre qualquer par de vértices. Logo, existe algum caminho entre algum vértice do circuito até uma aresta q não incluída em C . Imagine que este caminho seja formado pela aresta (j,k) , onde j pertence ao circuito C e k pertence a aresta q . Se isto ocorrer deve-se percorrer o grafo a partir de j visitando todas as novas arestas sem acessar nenhuma aresta em C . Este novo circuito C' pode ser unido ao circuito C formando um único circuito.

Agora basta percorrer C a partir de j e quando retornar a j começar a percorrer C' . Repete-se este processo até que todas as arestas tenham sido visitadas. No final teremos um único circuito formado pela união de vários circuitos. O circuito resultante é chamado euleriano, assim como o grafo.

3.5 PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS

Segundo Goldberg (2000), um dos mais antigos problemas da teoria de grafos é o da determinação de um percurso sobre um grafo G que contenha toda aresta de G exatamente uma vez (KARP, 1975). Tal circuito é denominado de Euleriano, pelo fato de Euler ter sido o primeiro a reportar um estudo sobre a sua determinação, no ano de 1736, como descrito acima.

O PCC é um problema de otimização que tem como objetivo cobrir com um percurso (ou *tour*) todos os arcos do grafo, minimizando a distância total percorrida. O percurso do carteiro distingui-se do circuito (ou ciclo) Euleriano por nele ser permitida, se necessário, a repetição de arestas. Claramente no caso do grafo possuir circuitos Eulerianos, tais circuitos solucionam o problema. O PCC é um exemplo de um problema de roteamento que admite solução em tempo polinomial (EDMONDS e JOHNSON, 1973).

Desde sua aparição na moderna literatura, o problema do carteiro chinês vem ganhando muita atenção de pesquisadores que tratam de logística, principalmente ligados à logística urbana.

A classificação variada dos diversos tipos de problemas de percursos em arcos, abrevia-se no interesse deste trabalho, as principais abordagens do Problema do Carteiro Chinês (EISELT *et al.*, 1995i) são:

1. **Problema do Carteiro Chinês Não Direcionado (PCCND)**, onde se deseja gerar um percurso de custo mínimo sobre um grafo $G = (V, E)$, valorado e conexo, a partir de um vértice $v_0 \in V$, origem. Exemplo: Cidades somente com ruas de mão dupla.
2. **Problema do Carteiro Chinês Direcionado (PCCD)**, onde se deseja gerar um percurso de custo mínimo sobre um grafo $G = (V, A)$, valorado e fortemente conexo (f -conexo), a partir de um vértice $v_0 \in V$, origem. Exemplo: Cidades somente com ruas de mão única.
3. **Problema do Carteiro Chinês Misto (PCCM)**, onde se deseja gerar um percurso de custo mínimo sobre um grafo $G = (V, E, A)$, valorado e fortemente conexo (f -conexo), a partir de um vértice $v_0 \in V$, origem. Exemplo: Cidades com ruas de mão dupla e mão única.

Basicamente, os problemas resumem-se em transformar o grafo original em um grafo euleriano para cada uma das versões do carteiro chinês.

3.6 PROBLEMAS ANÁLOGOS

Serão abordados neste item alguns trabalhos, entre artigos, dissertações e teses, relacionados a otimização de rotas de coleta de lixo, principalmente resolvido pelo método do Carteiro Chinês, utilizando de modelos exatos, heurísticas e metaheurísticas.

Detofeno (2009) apresenta uma metodologia para o problema de cobertura de arcos via solução aproximada, para otimizar a rota do serviço de coleta de resíduos sólidos urbanos na cidade de Joinville/SC. Utilizou uma combinação de técnicas da área de Pesquisa Operacional, como a heurística de Teitz e Bart para a obtenção das p -medianas necessárias, onde foram designados os pontos a cada mediana por meio do algoritmo de Gillet e Johnson, que foi adaptado pelo autor. O Algoritmo do Carteiro Chinês foi utilizado para se obter o roteamento em cada grupo de atendimento. O autor verificou resultados satisfatórios, obtendo um ganho aproximado de 7,83%.

Apaydin e Gonullu (2007) propuseram um estudo para a otimização da rota de coleta de resíduos domiciliares na cidade de Trabzon, Turquia. A cidade possui aproximadamente 185.000 habitantes. As rotas foram geradas por um sistema de informações geográficas, onde foram cadastrados 777 pontos na cidade. Quando foram obtidas as rotas otimizadas, essas foram comparadas as rotas originais, resultando em um ganho de 24,7% nas distâncias e 44,3% no tempo da coleta dos resíduos sólidos.

Rigonatti e Souza (2011) propuseram explicar e discutir os aspectos práticos de utilização de modelos matemáticos computacionais para a resolução de problemas de roteirização de veículos de coleta de resíduos sólidos domésticos, aplicados à região de Pinheiros na cidade de São Paulo. Foi proposto otimizar as rotas em uso com a utilização do modelo do carteiro chinês, verificando o quanto divergem em relação à situação ótima. O trabalho foi dividido em três estudos de rotas e cada rota obteve resultados positivos de 1,89%, 17,94% e 30,1% menores que as rotas em uso, foi utilizado o aplicativo solver do software Excel para obterem os resultados.

Konowalenko (2012) aplicou Problema do Carteiro Chinês na área central da cidade de Irati/PR, região representada por um grafo caracterizado como misto, pois possui ruas de mão única e também ruas de mão dupla. Um primeiro estudo foi otimizar a rota percorrida pelo caminhão de coleta de resíduos sólidos. Nesta parte,

foi aplicado o caso Misto e para a resolução utilizou-se modelos de programação Linear Inteira. Considerando-se ainda a mesma região da cidade, porém sem levar em conta as orientações das ruas, buscou-se também uma solução para do Problema do Carteiro Chinês Não Orientado. Os resultados encontrados foram para a construção da rota para os varredores de ruas, entregadores de correspondências, ou outros serviços que exijam coberturas de arcos e que possam ser executados por funcionários percorrendo as ruas à pé, ou seja, sem o uso de veículos. Para este último caso foi utilizado uma heurística. Os resultados obtidos foram satisfatórios, visto que o melhor valor foi para o problema do grafo misto, através do modelo exato de programação linear inteira, o qual otimizou a rota percorrida pelo caminhão de coleta de resíduos sólidos em 12,67%.

Xavier *et. al.* (2010) em sua pesquisa propõem uma heurística para a minimização do consumo de combustível em rotas de coleta de lixo urbano. O problema caracteriza-se como sendo não-linear, o que dificulta a elaboração de um algoritmo eficaz para sua solução. O autor utilizou técnicas da pesquisa operacional como programação linear, associadas a métodos heurísticos. O método foi validado em um problema-teste e aplicado a uma situação real de cobertura de arcos, onde foi obtida uma redução de 5% no consumo de combustível.

Moro *et. al.* (2013) adaptam o Problema do Caixeiro Viajante para o interior do município de Missal/PR, aplicando-o na otimização de rota para a coleta seletiva de resíduos. São utilizados métodos para resolução do PCV através das heurísticas do Vizinho mais Próximo e Subcircuito Inverso, que são programadas no software *SCILAB® 5.3*. A secretaria responsável estabeleceu quatorze pontos de coleta, o caminhão sai do centro e tem que passar por mais 13 pontos. Por fim o autor compara os resultados obtidos através da metodologia empregada com o da rota estabelecida pela secretaria para coleta de resíduos, concluindo que as vantagens são significativas já que o ganho aproximado é de 20%.

Gomes *et.al.* (2012) apresentaram dois estudos importantes: adequação de modelos do PCC misto a realidade e a coleta de lixo no Jardim Europa. No primeiro estudo, a aplicação do problema do carteiro chinês misto foi considerada, para dimensionar áreas de coleta de lixo na cidade de São Paulo. Neste caso, todos os percursos analisados estavam inviáveis, ou seja, não tinham conexão com a realidade de um circuito euleriano possível de ser feito. Os modelos usados para calcular as rotas ótimas do PCC misto tiveram amplo sucesso nas 12 áreas testadas. A versão

do modelo de Kappauf & Koehler (1979) encontrou a solução ótima em todos os casos das PIs executadas no software LINGO. Já no Xnes, cinco das 12 instâncias não foram resolvidas na otimalidade. Porém as que não foram resolvidas estavam a menos de 0,2% do ótimo. No EXCEL não foi possível encontrar soluções para as instâncias PIs selecionadas, mostrando que o “solver” não se ajusta ao modelo. No segundo estudo, que corria em paralelo com o primeiro, procurou-se entender a coleta de lixo de São Paulo na região do Jardim Europa. Acompanhou-se passo a passo a tarefa de coleta de lixo em duas PIs, com relativo sucesso na primeira e total êxito na segunda. Como resultado pode-se entender as dificuldades da coleta e equacionar as formas possíveis de se fazer melhores roteiros para a coleta de lixo, a partir de planejamentos usando roteirizadores adequados, que consideram todos os aspectos encontrados no campo (especiais de coleta, manobras econômicas, redistribuição de carga de lixo).

4 METODOLOGIA

Neste capítulo são descritos os métodos aplicados na resolução do problema, procedimentos usados na coleta dos dados e caracterização da pesquisa.

4.1 MÉTODO MATEMÁTICO

A cidade de Matelândia possui apenas ruas de mão única então neste trabalho será utilizado o PCCND para determinar a rota mínima de coleta de lixo reciclável no município.

Segundo Goldberg (2000), Kwan Mei-Ko foi o primeiro a relatar PCCND em uma publicação datada de 1962 (MEI-KO, 1962) no periódico "Chinese *Mathematics*". Em virtude de sua origem, o problema ficou denominado como Problema do Carteiro Chinês.

A formulação matemática do PCCND, segundo Bodin *et al.* (1983), é apresentada a seguir:

Minimizar

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n x_{ki} - \sum_{k=1}^n x_{ki} = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (4.2)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1 \quad \forall (i, j) \in A \quad (4.3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ inteiras} \quad (4.4)$$

onde:

x_{ij} = número de vezes em que a aresta (i, j) é percorrido de i para j ;

c_{ij} = comprimento ou o custo da aresta (i, j) .

No modelo matemático proposto, a função objetivo (4.1) minimiza o custo total, ou seja, no caso do trabalho em estudo, a distância total a ser percorrida. As restrições em (4.2) garantem a continuidade da rota, as restrições em (4.3) que nenhuma aresta deixará de ser considerada e, em (4.4), tem-se que as variáveis do problema são não negativas, inteiras.

A solução exata deste problema pode ser obtida em $O(n^3)$ como mostra Papadimitriou e Steiglitz (1992). Edmonds e Johnson (1973) apresentam um interessante algoritmo para a solução do PCC via *matching* (emparelhamento). Pode-se resumir o algoritmo da seguinte forma (GOLDBARG,2000):

INÍCIO

Ler o grafo $G(N, A)$

Se todos os nós em G , o grafo original, possuem grau par então

determinar um ciclo Euleriano em G e Fim.

Organizar um grafo K_n da seguinte forma:

Reunir todos os vértices de grau ímpar no grafo K_n e **associar** a cada par de vértices i e j no grafo, uma aresta (i, j) com peso igual ao caminho mais curto que liga i a j no grafo G .

Determinar o 1-*matching* mínimo em K_n , M^* .

Para cada aresta pertencente a M^* **associar** uma nova aresta em G no caminho mínimo que ela representa, obtendo um grafo G_n .

Determinar a solução do carteiro chinês que é representada por um ciclo Euleriano em G_n .

FIM

4.2 ALGORITMO DE CONSTRUÇÃO DE ROTA

Segunda Feiteira (2007) se G é um grafo euleriano, então qualquer trilha fechada euleriana de G é uma trilha ótima, já que uma trilha fechada euleriana é uma trilha fechada que atravessa cada aresta exatamente uma vez. O Problema do Carteiro Chinês pode ser facilmente resolvido neste caso, já que existe um bom algoritmo para determinar uma trilha fechada euleriana em um grafo euleriano. O algoritmo de Fleury constrói uma trilha fechada euleriana pela escolha de uma aresta a cada passo, sujeita a condição de que uma aresta de corte, do subgrafo aresta induzido pelas arestas que não estão nesta trilha, é escolhida somente se não há outra alternativa.

O algoritmo de Fleury é geralmente usado quando se tem o grafo e assim ele é descrito:

1. Escolher um vértice qualquer para iniciar.
2. Escolher qualquer aresta que saia desse vértice só escolhendo uma aresta que seja um istmo se não houver mais nenhuma.
3. Destruir a aresta utilizada
4. Repetir 2 e 3 até chegar ao vértice inicial.
5. Se não há mais arestas o circuito de Euler está encontrado. Caso ainda haja arestas, recomeçar o circuito a partir de um dos vértices do circuito onde ainda haja arestas incidentes.

Este algoritmo é também de fácil programação em computador, a partir da matriz de adjacência, que é o caso da presente pesquisa. Um programa de computador tem que fazer uma escolha sistemática. Suponha-se que o programa é construído de modo que a aresta escolhida em cada passo é a correspondente à primeira entrada não nula da linha correspondente ao vértice que está a ser considerado no momento. Um exemplo de como o algoritmo de Fleury funciona no computador pode ser visto no Anexo A.

Função Fleury:

$(G = (V,E)$: grafo) : caminho

$G' := G \setminus \{ G' = (V', E') \}$ $v_0 :=$ um vértice de G'

$C := [v_0]$ {Inicialmente, o circuito contém só v_0 } Enquanto E' não vazio

$v_i :=$ último vértice de C Se v_i tem só uma aresta incidente

$a_i :=$ a aresta incidente a v_i em G'

Senão

$a_i :=$ uma aresta incidente a v_i em G' e que não é uma ponte

Retirar a aresta a_i do grafo G' Acrescentar a_i no final de C $v_j :=$ vértice ligado a v_i por a_i

Acrescentar v_j no final de C

Retornar C

4.3 TIPO DE PESQUISA

Segundo Gil (2002) uma pesquisa pode ser classificada de acordo com:

- a) Sua natureza
 - Natureza básica
 - Natureza aplicada

Do ponto de vista da natureza pode ser classificada como pesquisa aplicada, pois o trabalho objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática e é dirigido a solução de um problemas específico, a coleta de lixo reciclável.

- b) Seus objetivos
 - exploratória
 - descritiva
 - explicativa

A pesquisa pode ser classificada como exploratória de acordo com seus objetivos uma vez que visa proporcionar maior intimidade com o problema a fim de torná-lo mais explícito e possibilitar a construção de resultados satisfatórios.

- c) Da sua forma de abordagem
 - Pesquisa quantitativa
 - Pesquisa qualitativa

Como este trabalho tem como base a modelagem computacional que utiliza dados numéricos coletados de um problema real e a modelagem dos dados é feito por softwares adequados, gerando resultados também numéricos, do ponto de vista da forma de abordagem o presente estudo é classificado como pesquisa quantitativa (SILVA; MENEZES, 2001).

- d) Seus procedimentos técnicos
 - Pesquisa bibliográfica
 - Pesquisa documental
 - Pesquisa experimental
 - Pesquisa participante
 - Levantamento
 - Estudo de caso
 - Pesquisa expost-facto
 - Pesquisa ação

O estudo de caso é um método qualitativo que consiste, geralmente, em uma forma de aprofundar uma unidade individual. Ele serve para responder questionamentos que o pesquisador não tem muito controle sobre o fenômeno estudado.

O estudo de caso contribui para compreendermos melhor os fenômenos individuais, os processos organizacionais e políticos da sociedade. É uma ferramenta utilizada para entendermos a forma e os motivos que levaram a determinada decisão. Conforme Yin (2001) o estudo de caso é uma estratégia de pesquisa que compreende um método que abrange tudo em abordagens específicas de coletas e análise de dados. Este método é útil quando o fenômeno a ser estudado é amplo e complexo e não pode ser estudado fora do contexto onde ocorre naturalmente como é o caso do problema do lixo na cidade de Matelândia.

4.4 OBTENÇÃO DOS DADOS

A coleta de dados é uma parte fundamental do processo de simulação, pois o insucesso nesta etapa compromete todo o trabalho. Os dados foram coletados com a ajuda da SMAMADE. Durante um mês um funcionário da secretaria colocou um GPS no caminhão de coleta para que assim pudesse encontrar as rotas do caminhão durante aquele período, pois até então o município não contava com essa informação.

O GPS colocado no caminhão contava com um aplicativo que enviava os dados coletados para um software, o *GPS Tracker*®. Este software permite adicionar mapas, de arquivo do software *AutoCad*®, então em cima desses mapas, alinhados com os dados puderam ver as rotas durante cada dia da semana. Porém o software *GPS Tracker*® somente mostra a rota onde o caminhão passou a cada dia, mas não fornece a distância entre os nós (esquinas), para obter isso foi preciso cadastrar cada esquina com um número e retirar as distâncias entre os nós através do *Google Earth*, como pode ser observado na Figura 8 para os nós de referentes à Segunda-feira, no Apêndice A é possível observar o cadastro dos pontos da terça-feira e quarta-feira.

O *Google Earth* é um aplicativo desenvolvido e distribuído pela empresa que leva a logomarca *Google*, cuja função é disponibilizar um modelo tridimensional do globo terrestre. Este modelo é construído a partir da captura de imagens via satélite, obtidas de diversos ângulos de visão, imagens aéreas (através de aeronaves) e sistemas de

4.5 TECNOLOGIAS UTILIZADAS

Os algoritmos propostos foram implementados em um notebook Intel(R) Pentium B950 @2.1GHz, com 2 GB de RAM.

As rotas utilizadas pela SMAMADE foram obtidas através do software *GPS Tracker*.

Os dados necessários para a implementação dos problemas, ou seja, o cadastro e as distâncias entre os nós/esquinas foram obtidos no software *Google Earth 6.0.0 Beta*.

As matrizes distâncias, que foram obtidas através dos dados do Google Earth, foram construídas no software *Excel*.

O algoritmo do PCCND para encontrar a matriz de adjacência de cada grafo foi implementado no software *LINGO®* (APÊNDICE 2).

O algoritmo de construção de rotas, Algoritmo de Fleury, para a resolução do percurso do Carteiro Chinês, foi implementado no software *Scilab 5.2.2*.

Os grafos analisados na pesquisa para o caso do Problema do Carteiro Chinês são compostos por 123 nós/esquinas na segunda feira, 117 nós na terça feira e 101 nós na quarta feira.

5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL E ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1 DESENVOLVIMENTO COMPUTACIONAL

O algoritmo do Carteiro Chinês para redes não direcionadas foi desenvolvido com o objetivo de resolver o problema de cobertura de arcos (ruas de mão dupla), para o percurso de rotas que não dependam da utilização de veículos, como por exemplo, varredores de ruas, carteiros, medidores e entregadores de faturas de água e energia, entre outros ou no caso da presente pesquisa, pequena cidade que somente possui ruas de mão duplas e assim o algoritmo pode ser empregado para resolver problemas com utilização de veículos.

Primeiramente, o problema do Carteiro Chinês Não direcionado foi modelado e enviado ao software *LINGO®* para a resolução, assim tendo como resultado uma matriz de adjacências. A partir do resultado obtido no *LINGO®* encontrou-se a rota para cada aplicação usando-se o algoritmo de Fleury, implementado no software *Scilab 5.2.2*. Os resultados foram organizados em quadros para melhor visualização das rotas para cada dia em estudo. A rota referente ao primeiro estudo de caso, segunda-feira, pode ser observada no Quadro 2.

Segunda-feira - Distância = 26996,6 metros																		
58	17	18	9	34	35	36	47	46	45	35	10	9	34	44	45	35	36	37
38	39	12	13	40	39	38	48	49	37	11	10	19	18	59	60	19	20	21
12	11	20	61	60	74	75	61	62	21	22	23	64	63	64	65	24	23	29
42	41	50	51	52	43	30	29	42	51	54	53	52	43	42	41	40	12	22
63	62	76	75	89	90	91	105	104	105	106	107	93	79	78	77	91	92	106
107	108	109	110	111	97	96	95	94	108	94	80	66	25	24	30	31	25	26
27	28	33	32	27	68	67	26	67	66	65	79	80	66	67	68	81	82	80
94	93	92	78	77	76	90	104	103	102	88	87	73	72	58	59	73	74	88
89	103	102	101	100	101	87	86	85	71	70	69	83	84	70	56	15	6	7
4	3	2	1	2	5	6	3	2	5	14	55	56	57	71	72	86	100	114
113	112	116	117	118	119	120	121	122	123	115	123	122	121	120	119	118	114	100
99	98	85	84	70	69	55	14	15	16	7	8	9	8	17	16	57	58	

Quadro 2: Rota de Segunda-feira

Fonte: Autor (2014)

No Quadro 3 pode-se observar a rota de terça-feira, com uma distância aproximadamente 30km.

Terça-feira - Distância = 30023,6 metros

38	39	24	23	8	63	79	78	77	81	82	83	84	80	83	80	79	22	21
20	19	18	17	18	33	34	19	73	18	72	71	70	71	16	17	32	31	30
15	14	29	28	13	12	11	26	25	10	11	66	67	12	27	26	41	42	41
40	39	40	25	24	9	10	65	64	65	66	67	68	13	14	69	68	69	70
15	16	31	45	44	30	29	43	42	27	28	29	43	44	45	46	32	33	47
53	52	46	52	53	54	48	47	53	52	46	52	53	54	48	47	53	60	61
59	58	54	55	56	57	51	50	49	55	56	50	36	21	20	35	34	48	49
35	36	37	22	76	75	74	91	98	97	96	93	92	93	96	95	100	99	94
95	100	101	96	97	102	101	104	107	108	109	112	115	114	113	110	107	104	105
106	103	106	109	112	111	114	113	110	111	108	105	102	103	116	117	118	117	116
103	98	91	90	89	88	90	75	76	85	76	86	87	86	76	21	75	20	74
19	74	73	72	63	8	7	6	5	2	1	2	3	4	7	62	79	82	79
63	64	9	8	23	38	37	38											

Quadro 3: Rota de Terça-feira.

Fonte: Autor (2014)

A rota de quarta-feira pode ser observada no Quadro 4, neste dia o caminhão percorrerá aproximadamente 24km com a rota otimizada.

Quarta-feira - Distância = 24174 metros																		
2	13	14	15	16	29	28	39	40	41	42	41	30	31	42	51	66	51	40
18	19	20	21	34	33	32	19	7	6	17	18	19	7	8	20	33	44	43
32	31	9	21	34	45	44	53	52	43	42	51	52	59	67	59	60	53	54
55	46	45	54	61	62	68	69	63	62	55	56	63	64	65	58	65	71	70
64	57	48	49	50	49	58	57	56	47	46	47	48	35	23	22	21	9	29
30	17	16	5	6	5	4	3	4	15	28	27	26	13	2	1	12	25	36
37	74	74	72	76	77	73	77	78	74	75	79	80	81	86	91	92	96	95
96	98	99	97	96	92	87	86	81	82	88	100	88	87	82	75	79	80	85
86	91	90	89	90	85	84	83	93	94	101	94	89	84	79	78	74	37	26
13	12	11	10	24	25	26	37	38	39	38	27	14	3	2				

Quadro 4: Rota de Quarta-feira

Fonte: Autor (2014)

5.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos para a modelagem do PCCCD foram organizados na Tabela 2, para melhor visualização e interpretação dos resultados é feita uma comparação com a rota atual empregada pela SMAMADE.

Tabela 2: Comparação entre as distâncias otimizadas e atuais.

Dia de semana	Distância otimizada (m)	Distância Atual (m)	Economia (%)
Segunda	26991,6	35260,0	23,45
Terça	30023,6	44890,0	33,12

Quarta	24174,0	40380,0	40,13
Média	27063,1	40176,67	32,64

Fonte: Autor (2013)

Esse resultado foi bastante expressivo por que geralmente os municípios pequenos não possui qualquer instrumento de controle de rotas para as coletas de lixos, como é o caso do município em estudo, o motorista tinha o conhecimento que precisava passar em tais quadras, mas não tinha nenhuma rota específica pra seguir e então ele passava inúmeras vezes em algumas quadras, sem a necessidade.

Por meio do PCC, aperfeiçoa-se a rota para passar o mínimo de vezes em cada quadra, apenas algumas quadras tiveram que ser percorridas mais que uma vez.

Analisando as rotas, na segunda-feira o caminhão sai do nó/esquina 58, na terça-feira sai do nó 38 e na quarta-feira do nó 2, esses três nós representam a mesma esquina, que é onde fica a garagem na qual o caminhão fica guardado.

Na segunda-feira e terça-feira o caminhão é obrigado a ir mais que uma vez no barracão de coleta de lixo, que é representando na Figura 8 pelo número 1, isso se deve que no final de semana a um acúmulo de lixo que só é recolhido nos primeiros dias da semana e também por que nos dois primeiros dias da semana o caminhão percorre regiões maiores que na quarta-feira, assim o caminhão tem sua capacidade preenchida antes de terminar a rota do dia, tendo que ir até o barracão duas vezes nestes dias.

Através da Tabela 2 pode-se perceber um resultado bastante significativo com o uso do PCC para otimizar as rotas dos três estudos.

Na Segunda-feira, a otimização resultou na economia de 23,45% da rota, resultando em 8269 metros a menos que a rota atual empregada para este dia. Na Terça-feira a economia foi de 33,12%, equivalente a 14867 metros. Na Quarta-feira o resultado foi ainda mais surpreendente, chegou a uma economia de 40,13%, cerca de 16206 metros a menos que a rota percorrida pela SMAMADE para este dia.

Analisando semanalmente o estudo pode-se verificar um resultado bastante expressivo, atualmente o caminhão faz 120530 metros nos três dias de estudo, por meio da otimização via PCC essa distância fica em 81189,2 metros, um ganho de 32,64% com uma diferença de aproximadamente 39340 metros.

Mensalmente o resultado fica ainda mais plausível, levando em conta que cada mês tem quatro semanas e que o caminhão faz 120,53 km por semana, durante

o mês o caminhão faz 482,12 km, aproximadamente. Usando a otimização por meio do PCC, o caminhão faz 81,190 km por semana, ou seja, 324,76 km por mês, uma diferença de 157,36 km.

Anualmente é que pode ser percebido um grande valor, se no mês o caminhão faz 482,12 km e cada ano tem 12 meses, anualmente, o caminhão faz 5785,44 km utilizando a rota atual, porém, através do resultado do algoritmo PCC, a rota anual otimizada cai para 3897,12 km, uma diferença de 1888,32 km. Essa distância é aproximadamente equivalente a que o caminhão percorre por quatro meses, ou seja, aplicando as rotas otimizadas a SMAMADE estaria economizando quatro meses de trabalho, diminuindo as distâncias percorridas, otimizando o tempo de coleta de lixo e consequentemente a diminuição da fadiga dos funcionários e economia de combustível do caminhão.

6 CONCLUSÕES

Considerando os resultados encontrados pode-se dizer que o objetivo dessa pesquisa foi em sua totalidade alcançado, pois a metodologia desenvolvida foi implementada e foram obtidos resultados adequados na otimização das rotas do caminhão de coleta de resíduos sólidos nos três dias de estudos.

Verificou-se que a empresa necessita, além de um procedimento otimizado, também tecnológico (por exemplo, a instalação de GPS nos veículos com uso diário) na coleta de resíduos sólidos, que oriente e acompanhe o trajeto de saída, o percurso para o barracão e o retorno do caminhão à garagem. Com a implantação do Algoritmo do Carteiro Chinês, pôde-se obter um ganho aproximado de 23,45% na rota de segunda-feira, 33,12% na rota de terça-feira e 40,13% na rota de quarta feira (tabela 2) em relação ao percurso total gasto atualmente.

O comparativo com os dados da coleta de resíduos sólidos, fornecidos pela SMAMADE, com os resultados alcançados, mostrou que as técnicas da área de Pesquisa Operacional utilizadas são uma alternativa para a redução das distâncias.

A problemática da coleta de resíduos sólidos deve ser encarada de maneira multidisciplinar pelas conotações sócio econômico culturais e de políticas sustentáveis necessárias. Portanto, as propostas técnicas de meios que levem a uma redução nos custos operacionais devem ser consideradas. Além disso, deverá estar preparada para acompanhar o dinamismo das cidades, pois, ao mesmo tempo em que as cidades crescem, em população e extensão, passam constantemente por modificações de suas redes viárias. Para atender a esta dinâmica, os setores responsáveis por estes serviços necessitam de respostas rápidas e confiáveis. Ao final, o que se espera é um serviço de maior qualidade para a população e que ao mesmo tempo onere menos o orçamento do município.

Se as metodologias desenvolvidas forem aplicadas à cidade de Matelândia/PR, pode-se conseguir uma redução nos custos, o que pode gerar uma economia significativa para a prefeitura do município. Menor distância percorrida pelo caminhão de coleta de resíduos sólidos proporciona redução na manutenção e despesas com combustível dos veículos.

Com a otimização é possível também uma melhor alocação do pessoal, podendo inclusive reduzir o número de funcionários, envolvidos nessas atividades podendo dessa forma direcioná-los para outras competências.

7 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

- a) Explorar e minimizar a rota do caminhão de lixo reciclável na cidade de Matelândia/PR nos outros três dias: quinta-feira, sexta-feira e sábado;

- b) Aplicar o método das p-medianas para otimizar a coleta e formar novas regiões de coletas que se adaptem otimizarão o processo;
- c) Aplicar esse estudo para varredores de ruas, entregadores de correspondências, ou outros serviços que exijam coberturas de arcos e que possam ser executados por funcionários percorrendo as ruas à pé, ou seja, sem o uso de veículos.

REFERÊNCIAS

ABREU, R. L. de. **Map locator of Paraná's Matelândia city**. Disponível em: <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parana_MesoMicroMunicip.svg>. Acesso em 10 de Agosto de 2013.

APAYDIN, O.; GONULLU, M. T.; **Route optimization for solid waste collection: Trabzon (Turkey) case study**. Global NEST Journal, V.9, nº1, Istanbul-Turkey, 2007.

ARAÚJO, C. E. G. **Algoritmos genéticos híbridos sem delimitadores de rotas para problemas de roteirização de veículos**. 2008. 77 f. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia de Transportes da Escola Politécnica, USP, São Paulo, 2008.

ARENALES, Marcos Nereu et al. **Pesquisa operacional**. Rio de Janeiro, RJ: Elsevier, 2007. xvii, 523 p. (Coleção CAMPUS-ABEPRO. Engenharia de produção.) ISBN 9788535214543.

BELTRAMI, E. J.; BODIN, L. D.; **Networks and Vehicle Routing for Municipal Waste Collection**. Networks 4, 65-94, 1974.

CARVALHO, L. E. X. **Desenvolvimento de solução integrada de sistemas de limpeza urbana em ambientes SIG**. 2001 Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia de Produção, UFRJ, Rio de Janeiro, 2001.

DETOFENO, T. C. **Otimização de rotas e coleta de resíduos sólidos urbanos, utilizando técnicas de Pesquisa Operacional**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Área: Programação Matemática, UFPR, Curitiba, 2009.

EDMONDS, J., JOHNSON, E. L., **Matching, Euler Tours and the Chinese Postman Problem**, Math. Program. 5, 1973.

FEITEIRA, Rui Gabriel Curião. **Grafos para todos sobre o desenvolvimento da Teoria de Grafos**. 2007. 50 f. Apostila (Graduação em Matemática) – UNIVERSIDADE DE ALGARVE, FARO – PORTUGAL, 2007.

GIL, Antônio C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo. Atlas, 2002. 176 p.
GOLDBARG, M. C. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2ª Edição – Rio de Janeiro, 2005.

GOMES, M. J. N.; COELHO Jr., W. R.; PALHANO, A. W. C.; COUTINHO, E. F.; CASTRO, G. A.; GOMES, F. J. N.; BARCELLOS, G. C.; RESENDE, B. F.; PEREIRA, L. W. L.; **O Problema do Carteiro Chinês, Algoritmos Exatos e um Ambiente MVI**

para Análise de suas Instâncias: Sistema XNÊS. Revista Pesquisa Operacional, v.29, nº2, maio a agosto de 2009.

GUAN, M. K., **On the Windy Postman Problem.** Discrete Appl. math. 9, 1984.

IBAM - Manual Gerenciamento Integrado de Resíduos Sólidos. Secretaria Especial do Desenvolvimento Urbano – SEDU, 2001, Governo Federal.

Disponível em: < <http://www.resol.com.br/cartilha4/manual.pdf>> Acesso em 10 de Julho de 2013.

IBGE Domicílios – Domicílios particulares ocupados, por situação e localização da área, segundo os municípios, 2010. Disponível em:

<<http://www.censo2010.ibge.gov.br/sinopse/index.php?dados=212&uf=41>> Acesso em 10 de Julho de 2013.

KARP, R.M. **On the Computacional Complexity of Combinatorial Problems.** Networks 5, p. 45-68, 1975.

KONOWALENKO, Flávia. **Problema do carteiro chinês não-orientado e misto para a otimização de rotas na cidade de Irati/PR.** Dissertação (Mestrado).

Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Área: Programação Matemática, UFPR, Curitiba, 2012.

MAIA, Mauro – **As pontes de Königsberg.** Disponível em:

<<http://cognosco.blogs.sapo.pt/45217.html>> Acesso em: 08 de Agosto de 2013.

MATELÂNDIA, Prefeitura Municipal. **Mapas do Município.** Disponível em: < <http://www.matelandia.pr.gov.br/?p=mapas>>. Acesso em 11 de Agosto de 2013.

MATELÂNDIA, Prefeitura Municipal. **Secretaria de Agricultura, Meio Ambiente e Desenvolvimento Econômico: Coleta Seletiva,** 2013.

MORO, M. F.; SCHROEDER, W. ; JESUS, G.C. de. **Otimização da rota ótima de coleta seletiva de resíduos na área rural do município de Missal - Paraná, utilizando heurísticas de solução do problema do caixeiro viajante.** In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 2013, Salvador. Anais...Salvador.

NICOLETTI, M. C.; FIGUEIRA, L. B.; HRUSCHKA JR., E. R.; **Transferring neural network based knowledge into an exemplar-based learner, Neural Computing & Applications,** vol. 1, pp. 10-20, 2007.

PAPADIMITRIOU, C.H.; STEIGLITZ, K. **Combinatorial Optimization Algorithms and Complexity**. Prentice-Hall, Nova York, 1992.

PRESTES, Edsom - **Teoria dos Grafos**. Disponível em:
<<http://www.inf.ufrgs.br/~prestes/Courses/Graph%20Theory/GrafosA6.pdf>>. Acesso em 9 de Agosto de 2013.

RIGONATTI, Alexandre ; SOUZA, Larissa D. de. **Otimização de rotas de caminhão de Coleta de Lixo Urbano**. Monografia (Graduação). – Departamento de Engenharia de Produção. ANHEMBI MORUMBI. São Paulo, 2011.

SHERAFAT, H. **Algoritmos Heurísticos de Cobertura de Arcos**. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 2004.

SILVA, Edna L. da; MENEZES, Estera M. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação**. 4 ed, Florianópolis: UFSC, 2005. 138p.

SMIDERLE, A. **Técnicas da Pesquisa Operacional aplicadas a um Problema de Cobertura de Arcos**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (UFPR), Curitiba, PR, 2001.

SOUSA, B. C. S. de ; RANGEL, L. A. D. **Determinação de rota ótima de um caminhão de coleta de resíduos para uma bairro baseado no problema do carteiro chinês**. In: SIMPÓSIO DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO E TECNOLOGIA, 2009, Resende. Anais...Resende.

XAVIER, R.; LISBOA, A.; VIEIRA, D.; SALDANHA, R.; **Heurísticas para modelagem e minimização do consumo de combustível para rotas de coleta de lixo**. XLII SBPO – Bento Gonçalves/RS, 2010.

YIN, Roberto K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 2ª Ed. Porto Alegre. Editora: Bookmam. 2001.

ANEXO A - EXEMPLO DE COMO O ALGORITMO DE FLEURY FUNCIONA NO COMPUTADOR

Segundo Feiteira (2007) tem-se uma matriz de adjacência:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Um programa de computador tem que fazer uma escolha sistemática. Suponha-se que o programa é construído de modo que a aresta escolhida em cada passo é a correspondente à primeira entrada não nula da linha correspondente ao vértice que está a ser considerado no momento. Note-se que retirar a aresta do vértice i para o vértice j corresponde a anular as entradas a_{ij} e a_{ji} da matriz.

Começando no vértice 1, inspeciona-se a primeira linha e encontra-se a primeira entrada não nula correspondente à aresta (1; 2). Faz-se $a_{12} = a_{21} = 0$. Agora se inspeciona a segunda linha. A primeira entrada não nula é a_{23} correspondente à aresta (2; 3). Faz-se $a_{23} = a_{32} = 0$. Inspecciona-se agora a terceira linha. A primeira entrada não nula corresponde à aresta (3; 1). Faz-se $a_{31} = a_{13} = 0$. Neste momento a matriz de adjacência está com esse aspecto:

$$A' = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

O circuito já construído é: 1-2-3-1. Mas agora a primeira linha já não tem nenhuma entrada não nula. Observa-se o circuito construído e procura-se o primeiro vértice que corresponda a uma linha que ainda tenha alguma entrada não nula. Verifica-se que a segunda linha está nessas condições. Reescreve-se o circuito a acabar no vértice 2: 2-3-1-2 e continua-se com o processo. Agora a primeira entrada não nula da linha 2 corresponde à aresta (2; 4). Faz-se $a_{24} = a_{42} = 0$. Na linha 4 a primeira entrada não nula corresponde à aresta (4; 3). Faz-se $a_{43} = a_{34} = 0$. Na linha 3 a primeira entrada não nula corresponde à aresta (3; 5). Faz-se $a_{35} = a_{53} = 0$. Na

linha 5 a primeira entrada não nula corresponde à aresta (5; 2). Faz-se $a_{52} = a_{25} = 0$. Neste momento a matriz de adjacência modificada está com o aspecto:

$$A'' = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

O circuito construído até o momento é: 2-3-1-2-4-3-5-2. Agora a linha correspondente ao vértice 2 já não tem nenhuma entrada não nula. Como se fez antes percorre-se o circuito de modo a terminar num vértice correspondente a uma linha que ainda tenha elementos não nulos: 4-3-5-2-3-1-2-4. Continuando o processo, escolhia-se agora a aresta (4; 5), depois a (5; 6) e finalmente a (6; 4), obtendo-se o circuito de Euler: 4-3-5-2-3-1-2-4-5-6-4. De notar que no fim do processo a matriz A fica nula.

APÊNDICE A: CADASTRO DOS NÓS (PONTOS)

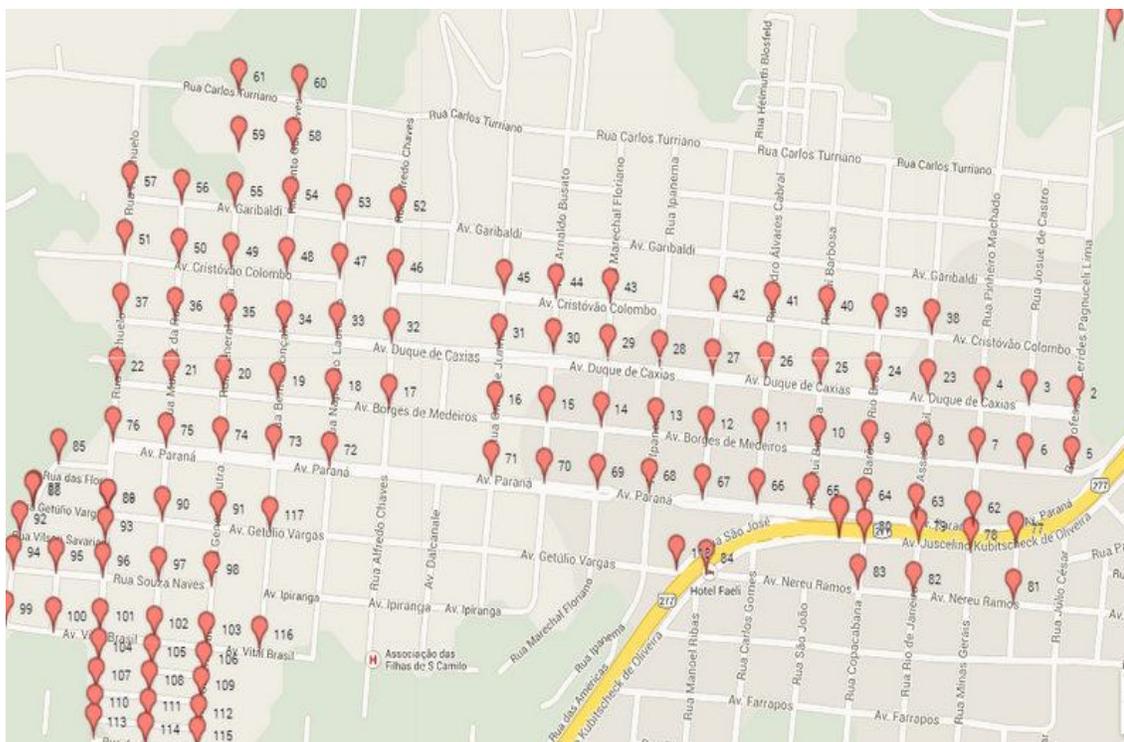


Figura 9: Cadastro dos nós de Terça-feira.
Fonte: Autor (2014)

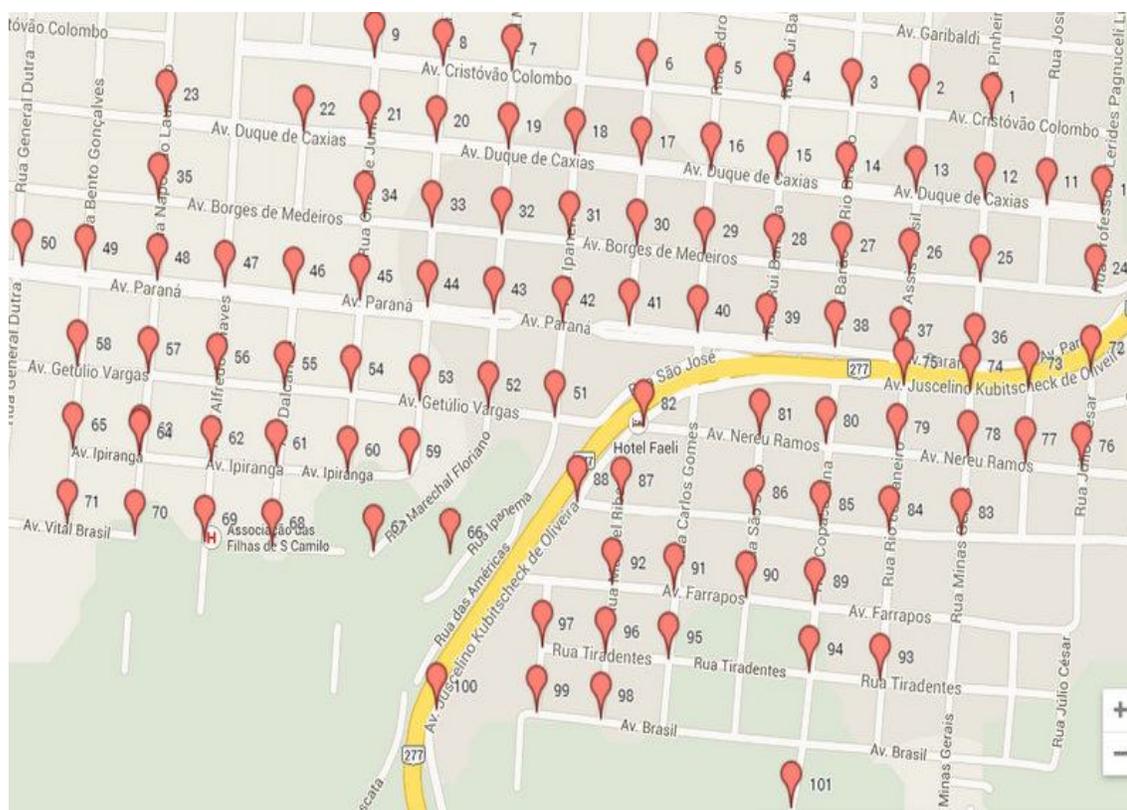


Figura 10: Cadastro dos nós de Quarta-feira.
Fonte: Autor (2014)

APÊNDICE B: PARTE DA MATRIZ DISTÂNCIA DE SEGUNDA-FEIRA

d(i,j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
1	0	565,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	565,6	0	102,5	0	101,3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	102,5	0	113,8	0	102,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	113,8	0	0	0	101,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	101,3	0	0	0	102,1	0	0	0	0	0	0	0	107,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	102,6	0	102,1	0	112,2	0	0	0	0	0	0	0	106,8	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	101,9	0	112,2	0	118,8	0	0	0	0	0	0	0	108,2	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	118,8	0	119,7	0	0	0	0	0	0	0	107,4	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	119,7	0	118,7	0	0	0	0	0	0	0	108,8	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	118,7	0	118,1	0	0	0	0	0	0	0	107,9	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	118,1	0	122,6	0	0	0	0	0	0	0	0	107,3	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122,6	0	117,2	0	0	0	0	0	0	0	0	107,2	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	117,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110,7
14	0	0	0	0	107,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	105,2	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	106,8	0	0	0	0	0	0	0	105,2	0	109,9	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	108,2	0	0	0	0	0	0	0	109,9	0	122	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	107,4	0	0	0	0	0	0	0	122	0	118,1	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	108,8	0	0	0	0	0	0	0	118,1	0	119,2	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	107,9	0	0	0	0	0	0	0	119,2	0	118,2	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	107,3	0	0	0	0	0	0	0	118,2	0	123,4	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	107,2	0	0	0	0	0	0	0	123,4	0	118,8	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110,7	0	0	0	0	0	0	0	0	118,8	0

Figura 11: Matriz Distância - Segunda-feira
Fonte: Autor (2013)

APÊNDICE C: PARTE DA MATRIZ DE ADJACÊNCIAS DE SEGUNDA-FEIRA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Figura 12: Matriz de Adjacências - Segunda-feira
Fonte: Autor (2013)

APÊNDICE D: ALGORITMO DO PCCND DESENVOLVIDO NO *LINGO®* -
SEGUNDA-FEIRA

SETS:

PONTOS /1..123/ ;

ROTAS(PONTOS, PONTOS): d,x;

ENDSETS

DATA:

d=@ole ('PCCSEG.xls' , 'distancias');

ENDDATA

! função objetivo;

MIN = fo;

fo = @SUM(ROTAS(i,j):d(i,j)*x(i,j));

! restrições;

@FOR(PONTOS(k):@SUM(ROTAS(i,k)|d(i,k)#NE#0:x(i,k))=

@SUM(ROTAS(k,j)|d(k,j)#NE#0:x(k,j)));

@FOR(ROTAS(i,j)|d(i,j)#NE#0:x(i,j)+x(j,i)>=1);

@FOR(ROTAS(i,j):@GIN(x(i,j)));

DATA:

@ole ('PCCSEG.xls','fo','x')=fo,x;

ENDDATA

END