



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus de Ponta Grossa



**GUIA PEDAGÓGICO DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA
COM A UTILIZAÇÃO DE CALEIDOCICLOS**

**Saymon Michel Sanches
Professor Doutor Guataçara dos Santos Júnior**

**PONTA GROSSA
FEVEREIRO-2012**

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Semireta partindo de A	06
Figura 2 – Segmento de reta que vai de A até B	06
Figura 3 – Sólido geométrico ABCDEFG	07
Figura 4 – Ângulo $\angle BAC$	08
Figura 5 – Linhas poligonais	08
Figura 6 - Polígono convexo e polígono não convexo.	09
Figura 7 – Nomenclatura dos polígonos	09
Figura 8 – Fórmulas para o cálculo da área dos quadriláteros	10
Figura 9 – Fórmulas para o cálculo da área dos triângulos	11
Figura 10 – Exemplo de simetria axial	12
Figura 11 – Exemplo de simetria rotacional	12
Figura 12 – Molde do caleidociclo quadrado aberto	15
Figura 13 – Caleidociclo quadrado aberto	16
Figura 14 – Triângulo isósceles acutângulo	16
Figura 15 – triângulo isósceles acutângulo de altura L	17
Figura 16 – Molde do caleidociclo hexagonal.....	17
Figura 17 – Caleidociclo Hexagonal	18

SUMÁRIO

1 APRESENTAÇÃO	05
2 REFERENCIAL TEÓRICO	06
2.1 Conceituação dos elementos de geometria abordados nas atividades	06
2.1.1 Definição de ponto, reta e plano	06
2.1.2 Postulados da geometria	06
2.1.3 Conceito de aresta, vértice e face	07
2.1.4 Ângulos	07
2.1.5 Polígonos	08
2.1.6 Simetria	11
2.2 A utilização de materiais manipuláveis no ensino de matemática	13
2.3 Construção dos caleidociclos	15
3 ESTRUTURA DAS AULAS E AVALIAÇÃO	19
4 ROTEIROS	21
5 CONCLUSÃO	28
REFERÊNCIAS	29
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO 1 (PRÉ-TESTE)	30
APÊNDICE B – TEXTOS PARA A CONSTRUÇÃO DO TANGRAM	33
APÊNDICE C – MOLDES DOS CALEIDOCICLOS	36
APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO 2 (PÓS-TESTE)	41

1 APRESENTAÇÃO

O desenvolvimento de atividades diferenciadas para o ensino de matemática, tem se mostrado uma ferramenta interessante para desenvolver nos estudantes características de estudos que os permitam agir com maior autonomia no desenvolvimento de soluções para problemas propostos em sala de aula, possibilitando uma melhor observação nos avanços e dificuldades ocorridos por parte do professor.

Com o propósito de desenvolver atividades para o ensino e aprendizagem de geometria nas séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, foram propostas alguns encaminhamentos desenvolvidos pelo pesquisador com alunos da 2ª série do Ensino Médio e que são apresentadas nesse encarte, possibilitando que professores e pesquisadores o utilizem como fonte de consulta e aplicação em suas aulas.

As atividades propostas servem como sugestão de trabalho podendo ser adaptadas e desenvolvidas pelos docentes em sala de aula da maneira que acharem melhor e como for mais interessante para o desenvolvimento do conhecimento desejado.

O guia pedagógico contém uma breve explanação sobre o conceito de caleidociclos e de propriedades geométricas desenvolvidas pelo professor no decorrer dos encontros ocorridos com os estudantes durante a pesquisa desenvolvida.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Conceituação dos elementos de geometria abordados nas atividades.

2.1.1 Definição de ponto, reta e plano

Os pontos, as retas e os planos são chamados entes primitivos da geometria e portanto, não possuem definição.

Os pontos são nomeados pelas letras maiúsculas A, B, C, D, ...

As retas são nomeadas pelas letras minúsculas a, b, c, d, ...

Os planos são nomeados pelas letras do alfabeto grego α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta), ...

Semireta é o que obtemos quando dividimos uma reta a partir de um ponto fixado, este ponto será a origem da semireta.

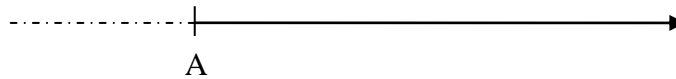


Figura 1 - Semireta partindo de A

Segmento de reta é a região compreendida entre dois pontos marcados na reta incluindo os extremos.

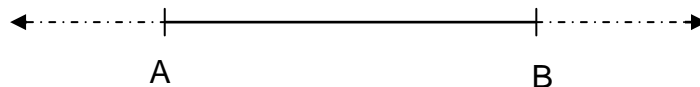


Figura 2 – Segmento de reta que vai de A até B

Toda reta de um plano o divide em dois semiplanos.

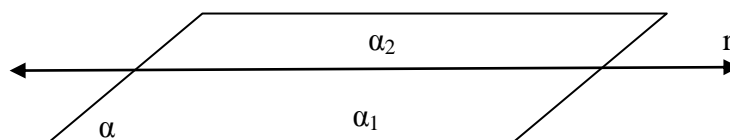


Figura 3 – Representação do conceito de semiplano

2.1.2 Postulados da geometria

1. Em uma reta, bem como no exterior dela, há infinitos pontos.
2. Em um plano, bom como no exterior dele, há infinitos pontos.
3. Dois pontos distintos determinam uma única reta que passa por eles.
4. Pontos colineares pertencem a uma mesma reta.
5. Três pontos delimitam um único plano que os contém.
6. Uma reta que contenha dois pontos distintos de um plano, estará contida no plano.
7. Duas retas são ditas concorrentes de possuírem um único ponto em comum.
8. Por um ponto passam infinitas retas.

2.1.3 Conceito de aresta, vértice e face

Seja o sólido geométrico a seguir:

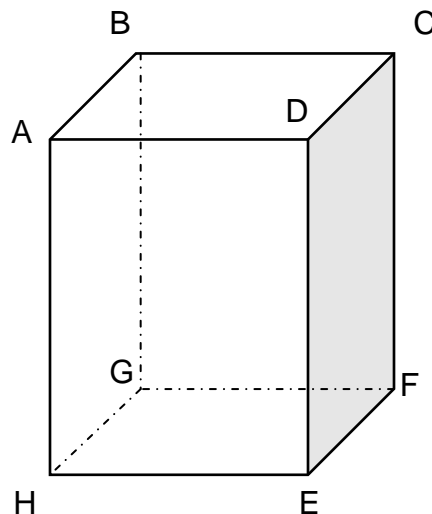


Figura 4 – Sólido geométrico ABCDEFGH

Arestas laterais são os segmentos de reta do prisma que ligam uma base à outra. Na figura são representadas pelos segmentos AH, BG, CF e DE.

Arestas das bases são os segmentos de reta do prisma que formam os polígonos das bases. Na figura são representados pelos segmentos AB, BC, CD, DA, EF, FG, GH, HE.

As bases são polígonos congruentes e que pertencem a planos paralelos, representadas na figura pelas regiões ABCD E EFGH. São nesses planos que estão os extremos que representam as arestas laterais do prisma.

Faces laterais são, na figura, os paralelogramos ABGH, ADEH, CDEF, BCFG.

2.1.4 Ângulos Planos

Um ângulo de vértice A é a região delimitada por duas semirretas fechadas com origem em A.

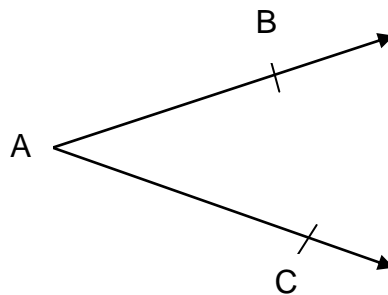


Figura 5 – Ângulo $\angle BAC$

Sendo AB e AC as semiretas, chamamos o ângulo de vértice A de \hat{A} ou $\angle BAC$.

Os valores da medida do ângulo podem ser dados em grau ($^\circ$), radiano (rad) e grau (gr), sendo que existe uma relação de equivalência entre as três escalas de medida: 180° corresponde a 200 gr e também a π rad.

Dois ângulos podem ser classificados em complementares, quando o valor de sua soma é 90° , suplementares quando o resultado da soma for 180° e replementares quando a soma resultar em 360° .

2.1.5 Polígonos

Um polígono pode ser classificado como uma linha poligonal fechada – linha poligonal é toda curva formada apenas por segmentos de reta.



Figura 6 – Linhas poligonais

Os polígonos podem ser convexos e não convexos. Nos polígonos convexos temos que, se dois pontos quaisquer pertencentes a região poligonal, então qualquer segmento que tenha os tais dois pontos como extremidades, estará inteiramente contido no polígono. Pode-se observar também que, nos polígonos convexos, todas as diagonais estão no interior da figura, enquanto nos não convexos existem diagonais que não se encontram totalmente no interior da poligonal.

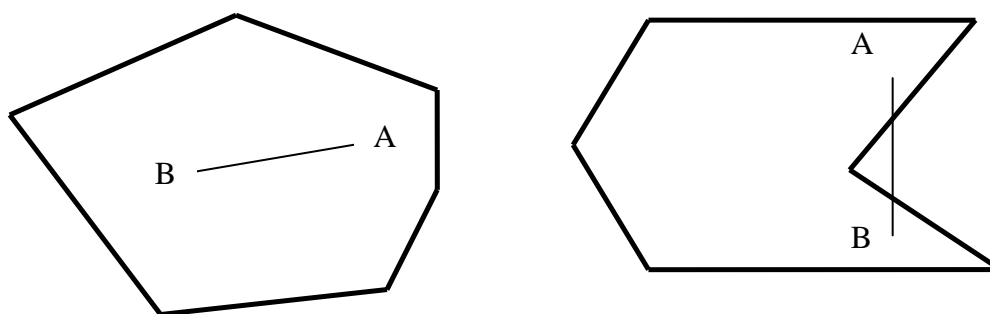


Figura 7 - Polígono convexo e polígono não convexo.

A Nomenclatura dos polígonos é dada de acordo com a quantidade de lados / ângulos / vértices que o mesmo possui (figura 7).

NÚMERO DE LADOS (OU ÂNGULOS)	NOME DO POLÍGONO	
	EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE ÂNGULOS	EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE LADOS
3	triângulo	trilátero
4	quadrângulo	quadrilátero
5	pentágono	pentalátero
6	hexágono	hexalátero
7	heptágono	heptalátero
8	octógono	octolátero
9	eneágono	enealátero
10	decágono	decalátero
11	undecágono	undecalátero
12	dodecágono	dodecalátero
15	pentadecágono	pentadecalátero
20	icoságono	icosalátero

Figura 7 – Nomenclatura dos polígonos

Os polígonos podem ser regulares ou irregulares. É chamado de polígono regular aquele que possui todos os lados com a mesma medida. Polígono irregular, por sua vez, é aquele que não possui todas as arestas com a mesma medida.

O perímetro de um polígono é dado pela soma das medidas de cada um dos segmentos de reta (os lados) que o formam.

A área de uma região poligonal é o espaço (ou superfície) delimitado no plano pelos lados do polígono, e pode ser calculada por relações específicas que caracterizam como podemos ver nas figuras 8 e 9:

Áreas de Figuras Planas - Quadriláteros

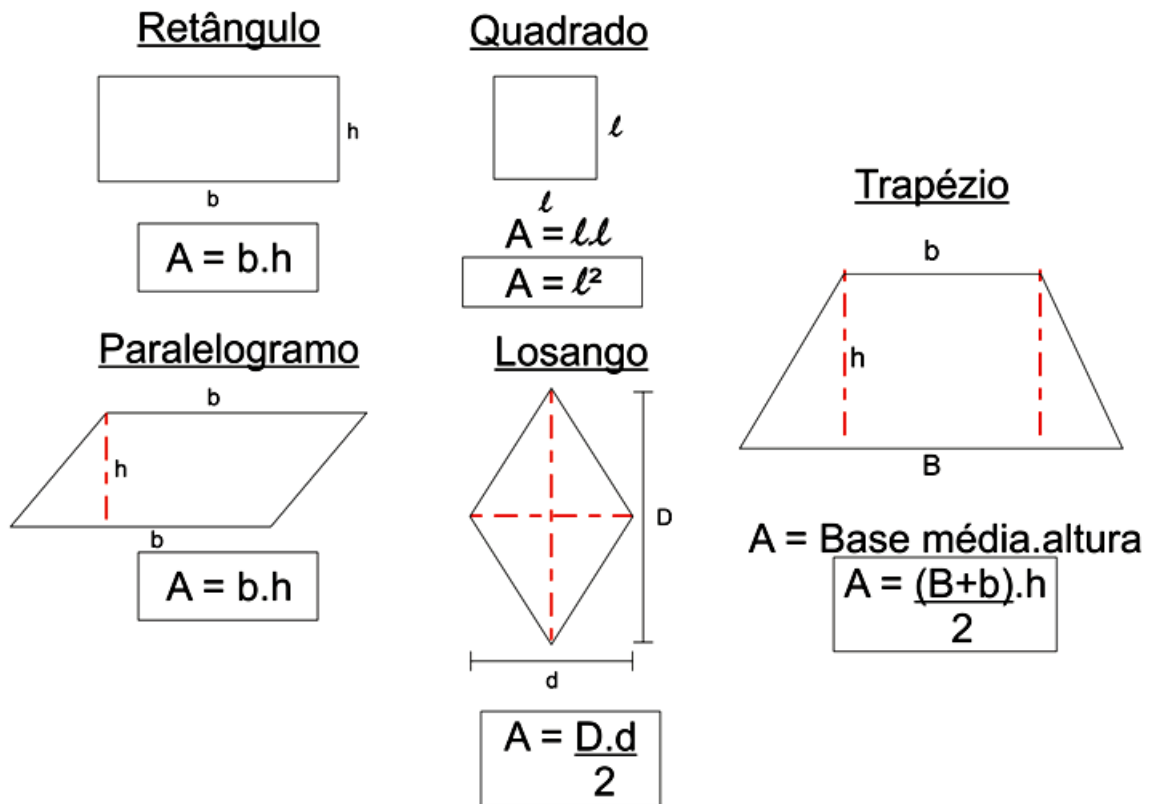
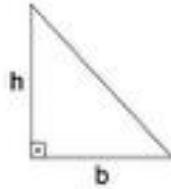


Figura 8 – Fórmulas para o cálculo da área dos quadriláteros.

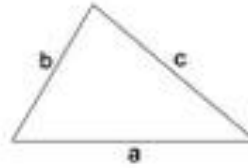
Áreas de Figuras Planas - Triângulos

Fórmula Geral



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

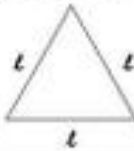
Com perímetro



$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

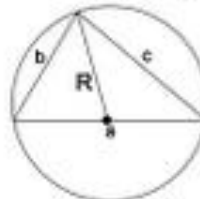
$$p = \text{semiperímetro} = \frac{a+b+c}{2}$$

Triângulo Equilátero

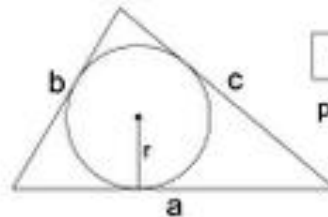


$$A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

Em Função do Raio da Circunferência Inscrita e Circunscrita



$$A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$



$$A = p \cdot r$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Figura 9 – Fórmulas para o cálculo da área dos triângulos.

Existem outras relações existentes para figuras específicas como, por exemplo, o hexágono regular ou o triângulo equilátero.

2.1.6 Simetria

Simetria é por vezes definida como "proporções perfeitas e harmoniosas" ou "uma estrutura que permite que um objeto seja dividido em partes de igual formato e tamanho". Quando pensamos em simetria, provavelmente, pensamos em algum tipo de combinação de todas ou algumas dessas palavras. Isto porque quer em biologia, arquitetura, arte ou geometria, simetrias refletem, de alguma forma, todas estas características.

Uma das primeiras coisas que notamos a respeito de simetrias é que elas podem ser de diferentes tipos. Os dois tipos principais são as simetrias axiais e as simetrias centrais.

Simetria axial: Simetrias axiais ou em relação a retas são aquelas onde pontos, objetos ou partes de objetos são a imagem espelhada um do outro em relação à reta dada, chamada eixo de simetria. O eixo de simetria é a mediatriz do segmento que une os pontos correspondentes(figura 10).



Figura 10 – Exemplo de simetria axial

Simetrias centrais ou rotacionais: são aquelas em que um ponto, objeto ou parte de um objeto pode ser girado em relação a um ponto fixo, central, chamado centro da simetria, de tal maneira que essas partes ou objetos coincidam um com o outro um determinado número de vezes (figura 11).

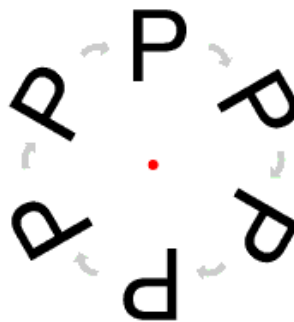


Figura 11 – Exemplo de simetria rotacional

Repare que qualquer reta que passe pelo centro de simetria divide o objeto em duas imagens espelhadas e que o centro de simetria é o ponto médio dos segmentos que unem os pontos correspondentes.

O texto sobre as definições de simetria está disponível em: <http://www.im.ufrj.br/dmm/projeto/projetoc/precalculosala/conteudo/capitulos/cap21s3.html>.

2.2 A utilização de materiais manipuláveis no ensino de matemática.

A utilização de materiais manipuláveis no processo de ensino- aprendizagem de matemática vem sendo explorado em diversos estudos referentes ao desenvolvimento da disciplina nas áreas de álgebra, aritmética e geometria.

Para Turrioni (2004) o material manipulável quando utilizado adequadamente em sala de aula, pode ser um aliado à prática docente pois auxilia e contribui para que o discente tenha um melhor aprendizado dos conteúdos que são abordados por tais materiais além de facilitar a construção de conhecimento, desenvolvendo o raciocínio lógico, crítico e científico. Lorenzato (2006) e Passos (2006) afirmam que o material concreto pode servir como um auxiliador para o desenvolvimento do saber matemático do estudante, de acordo com a forma que o docente conduz os conteúdos, no qual o professor tem a função de mediar a aprendizagem entre teoria/material prático/realidade além de estreitar a relação entre aluno e professor.

O foco principal da atividade proposta por este trabalho é contribuir com ideias que estimulem o desenvolvimento dos conceitos referentes à geometria e a utilização de materiais diversificados no seu ensino.

Segundo Maranhão (1994, p. 35):

Se o aluno puder conhecer um sistema matemático e, mais do que isso, participar da construção desse sistema, terá oportunidade de compreender como se dá a organização do conhecimento da matemática (uma apresentação formal de uma teoria matemática) e conhecer uma forma de seu desenvolvimento (a descoberta de propriedades através de sistemas e não apenas a partir de concretos). Essas formas de desenvolvimento e organização ocorrem em outras ciências.

Levando-se em consideração tal ideia, podem-se apontar a utilização de vários materiais manipuláveis já utilizados em trabalhos acadêmicos anteriores tais como: Geoplanos, Sólidos Geométricos, Caleidoscópios, bem como os softwares educacionais que possibilitam uma visualização dinâmica dos processos de construção geométrica e das relações existentes no contexto da geometria de maneira mais interessante e clara.

Os caleidociclos são círculos 3D de tetraedros(*), sendo unidos por uma de suas arestas, tornando-o especial pelo fato de podermos girá-lo de dentro para fora ou de fora

para dentro mostrando as diferentes faces de cada tetraedro. Existem infinitos tipos de caleidociclos, os quais têm níveis de complexidade diferenciados com relação à construção. Os caleidociclos propiciam uma integração entre o objeto concreto e o desenvolvimento de demonstrações e algebrização dos conceitos geométricos. Cada caleidociclo tem suas particularidades e formas de apresentação, tendo a possibilidade de exploração de vários conceitos referentes ao ensino de geometria na escola básica.

Segundo Schattsneider e Walker (1991, p. 7):

Cada modelo geométrico começa por ser um desenho plano e é o leitor quem vai acordar o modelo para a vida, transformando-o de um desenho bidimensional num objeto tridimensional. Uma vez que é dada “vida” aos modelos, então eles oferecem-lhe muitas surpresas para as mãos e os olhos. O padrão bidimensional dá pouca informação sobre o que pode ver e sentir quando o objeto toma a forma tridimensional.

Tais modelos geométricos têm sua exploração a partir do momento em que se inicia a sua representação gráfica em relação ao conceito de construção geométrica, utilização dos materiais de desenho, conceitos de área, vértice, aresta, face, conceitos relacionados à simetria, medição de ângulos, enfim, propicia uma gama de conhecimentos a serem agregados a conhecimentos prévios formando assim conhecimentos passíveis de serem confrontados com barreiras existentes no cognitivo referente a tal conteúdo. Segundo Demo (p.45): “A finalidade específica de todo material didático é abrir a cabeça, provocar a criatividade, mostrar pistas em termos de argumentação e raciocínio, instigar ao questionamento e a reconstrução”, provocando a criatividade, o aluno vai buscar nesse novo material apresentado, subsídios para desenvolver os conceitos apresentados pelo professor e desenvolver seus próprios conceitos referentes ao estudo de geometria.

Seguindo as propostas de ensino vigentes atualmente, a proposta de utilização dos caleidociclos no ensino de geometria visa propor um novo meio de ensinar geometria que vem agregar reforços ao desenvolvimento de novas perspectivas referentes à utilização de materiais diferenciados para o ensino nas séries finais do ensino fundamental e séries do ensino médio, assim como uma proposta para o ensino de geometria nos bancos universitários buscando integrar as disciplinas de geometria e as metodológicas, tornando tais áreas mais próximas da realidade escolar.

2.1 Construção dos caleidociclos.

Os processos de construção descritos a seguir foram baseados em vários sites disponíveis na internet e na leitura desenvolvida para a escrita do projeto desenvolvido em questão.

1) Caleidociclo quadrado aberto

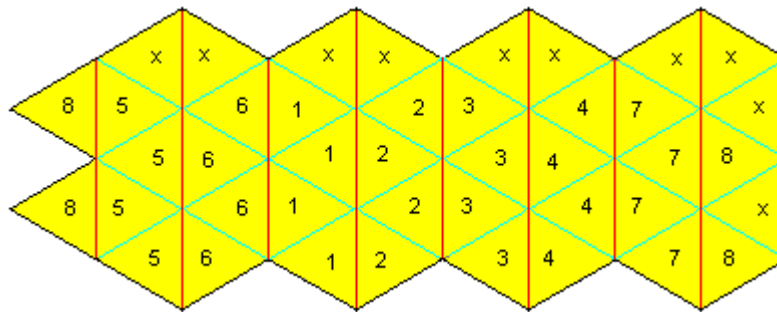


Figura 12 – Molde do caleidociclo quadrado aberto

1) Desenhe o conjunto de triângulos equiláteros com o compasso e uma régua. Enumere como no exemplo para organização dos triângulos que formarão cada tetraedro regular. Os triângulos assinalados com um x indicam áreas onde haverá colagem e sobreposição de triângulos. A medida da aresta de cada triângulo equilátero pode ser de 3 cm.

2) Recorte a malha desenhada.

3) Nos tracejados coloridos realize dobraduras para facilitar a montagem dos tetraedros.

4) Os primeiros tetraedros a serem formados são os marcados com os números 1 e 2, forme os tetraedros colando os triângulos 1 e 2 inferiores sobre os triângulos x e x superiores da mesma coluna.

5) Da mesma forma, execute a montagem com os triângulos 3 e 4, 5 e 6, 7 e 8. Os dois triângulos 8 marcados à esquerda devem ser colados aos dois triângulos x marcados à esquerda.

Após o processo de montagem, sólido geométrico será o mostrado na figura abaixo:

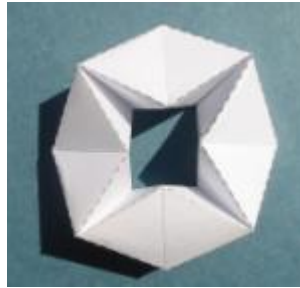


Figura 13 – Caleidociclo quadrado aberto

2) Caleidociclo Hexagonal

Primeiramente trabalha-se com triângulos isósceles e não com equiláteros. Para a construção dos triângulos isósceles, parte-se do pressuposto que serão formados tetraedros com todas as faces iguais, utilizando-se nesse caso somente triângulos isósceles acutângulos.

Para construção do triângulo descrito no parágrafo anterior poderão ser seguidos os seguintes passos:

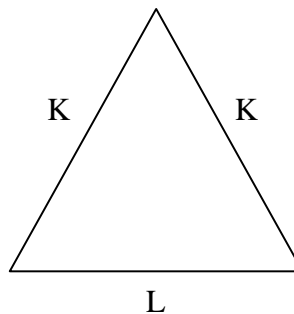


Figura 14 – Triângulo isósceles acutângulo

Ao se traçar a altura do triângulo referente à base L teremos a divisão da figura em dois triângulos retângulos com a hipotenusa medindo K e catetos medindo L e $L/2$ como na figura abaixo, devendo observar o detalhe de que a medida da altura também deve ser L :

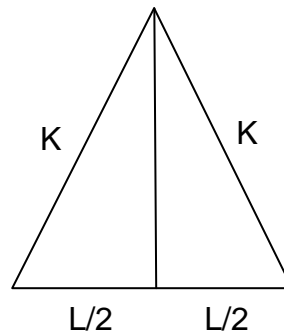


Figura 15 – triângulo isósceles acutângulo de altura L

Após a divisão do triângulo original em dois triângulos retângulos podemos aplicar a relação de Pitágoras de modo a relacionar as medidas de L e K da seguinte forma:

Teorema de Pitágoras: $(\text{Hipotenusa})^2 = (\text{Cateto } 1)^2 + (\text{Cateto } 2)^2$

Neste caso temos K sendo a hipotenusa já que é a aresta oposta ao ângulo reto gerador do triângulo retângulo e L e L/2, Cateteo 1 e cateto 2, respectivamente. Logo:

$$K^2 = L^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \quad \therefore \quad K^2 = L^2 + \frac{L^2}{4} \quad \therefore \quad K^2 = \frac{4L^2 + L^2}{4} \quad \therefore$$

$$K^2 = \frac{5L^2}{4} \quad \therefore \quad K = \sqrt{\frac{5L^2}{4}} \quad \therefore \quad \boxed{K = \frac{L \cdot \sqrt{5}}{2}}$$

A relação encontrada pelo desenvolvimento da relação de Pitágoras aplicada à tal triângulo nos permite relacionar as medidas que os lados do triângulo devem ter.

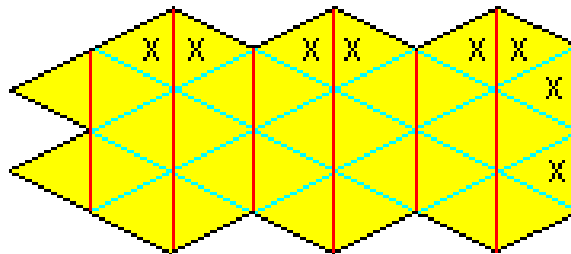


Figura 16 – Molde do caleidociclo hexagonal

A montagem do molde apresentado acima se processa da mesma maneira que a descrita para o caleidociclo anterior diferenciando-se tão somente pelo fato de que no caleidociclo anterior os triângulos da malha eram do tipo equilátero, caso especial de triângulo isósceles. Após a montagem, a figura deve apresentar o seguinte aspecto;



Figura 17 – Caleidociclo Hexagonal

3 ESTRUTURA DAS AULAS E AVALIAÇÃO

O projeto foi aplicado com os alunos matriculados regularmente na segunda série do Ensino Médio do Colégio e Faculdade Modelo, em Curitiba-PR. Neste trabalho os alunos conheceram e utilizaram os caleidociclos, que serviram de método para o desenvolvimento de alguns conceitos geométricos importantes para o aprendizado de geometria plana e espacial nas séries da educação básica.

Todos os vinte e quatro alunos da turma 2A, única turma da série na escola, foram convidados a participar da pesquisa durante quatro sextas-feiras dos meses de Junho, Julho e Agosto de 2011 no período vespertino, para a realização das atividades da oficina que acontecia nas dependências do colégio, mais especificamente na sala de artes e multimídia e, no çlaboratório de informática.

No início das atividades os alunos receberam a tarefa de elencar todos os elementos de geometria que recordavam das séries anteriores, para que se pudesse conhecer o perfil de cada participante da oficina e o seu conhecimento dos conceitos e elementos geométricos.

No decorrer das atividades foram registradas por meio de fotos, anotações feitas pelo professor das falas dos alunos e os questionários respondidos, a participação dos estudantes, seus anseios, dúvidas, posicionamentos e o quanto estavam envolvidos no desenvolvimento das atividades. Todas as observações levavam o professor a avaliar o todo da efetiva participação dos estudantes no processo de construção do conhecimento que estava acontecendo nos encontros.

A atividade foi desenvolvida em dezesseis horas, sendo um encontro semanal de quatro horas, durante o período de quatro semanas. O primeiro contato aconteceu na sala de aula quando da explicação do projeto e da importância da participação dos indivíduos nas atividades. Os estudantes foram orientados que se tratava de uma pesquisa e que não tinham avaliações formais da escola nas atividades e sim, do pesquisador para o desenvolvimento da pesquisa.

A partir daí partiu-se para os encontra nas oficinas que foram, como citado anteriormente, divididas em quatro encontros:

Primeiro encontro:

Apresentação da oficina e diagnósticos iniciais referentes ao conhecimento geométrico que os alunos possuem. / Entrevista diagnóstica inicial./ Retomada dos conceitos iniciais referentes ao estudo de geometria. / Discussão referente as atividades desenvolvidas durante o encontro. / Definição de conceitos referentes ao estudo de desenho geométrico. / Desenvolvimento da pesquisa dos materiais manipuláveis utilizados em sala com maior frequência no ensino de geometria. / Formação das equipes. / Execução por parte do professor de uma apresentação base para o início dos trabalhos da oficina.

Segundo encontro:

Elaboração das apresentações e construção dos materiais escolhidos por cada uma das equipes. / Apresentação dos trabalhos. / Conclusão da etapa pelo professor com a explanação referente aos materiais apresentados e demonstração de outros meios possíveis de sua utilização.

Terceiro encontro:

Início do segundo momento, leitura e discussão do texto relacionado aos caleidociclos de M. C. Escher. / Construção do caleidociclo hexagonal. / Conceitos referentes à triângulos, poliedros e eixos de simetria. / Construção do caleidociclo quadrado aberto e fechado. / Conceitos referentes à geometria de posição e polígonos. / Construção do caleidociclo cubo invertido. / Conceitos referentes a prismas e pirâmides.

Quarto encontro:

Construção do caleidociclo contorcido e semi-fechado. / Conceitos referentes a geometria plana. / Discussão sobre o material elaborado e pesquisa de outros caleidociclos existentes. / Aplicações dos conceitos de simetria na decoração dos materiais elaborados utilizando como base as idéias de M. C. Escher. / Apresentação dos resultados e aplicação da avaliação diagnóstica para referência e conclusão do projeto.

4 ROTEIROS

OFICINA DE CALEIDOCICLOS

Cada encontro pode ser trabalhado em conjunto ou em separado de acordo com a necessidade e a proposta adotada por cada professor.

Encontro 1

Duração: 4 HORAS (PODENDO SER REDUZIDA OU ADAPTADA CONFORME A NECESSIDADE DO PROFESSOR)

Objetivos:

- Resgatar os conhecimentos de geometria que os alunos possuem.
- Desenvolver conceitos geométricos diversos.

Conteúdos trabalhados:

- Simetria
- Conceitos geométricos assinalados pelos alunos no Brain Storm.

Materiais utilizados:

- Papel A4
- Projetor de multmídia.
- Vídeos sobre simetria.

Desenvolvimento da atividade:

1º MOMENTO: BRAIN STORM – TEMPESTADE DE IDEIAS FASES 1 E 2

- Solicitar aos participantes que representem na folha de papel A4 recebida, todos os conceitos relacionados a geometria que conseguirem se lembrar (Brain Storm Fase 1).

- Realizar a leitura (ou observação) da construção do Brain Storm com os estudantes, tomando o cuidado de pontuar e esclarecer possíveis equívocos ocorridos na composição da atividade e, aproveitar para trabalhar de maneira pontual os conceitos geométricos ocorridos no Brain Storm.

- Verificar, juntamente com os alunos no espaço escolar, em quais locais é possível a observação de conceitos geométricos, realizando a explanação e discussão de cada um e ressaltar a importância de se aprender e utilizar tais elementos na vida cotidiana.

- Solicitar aos participantes que representem em outra folha de papel A4, todos os conceitos relacionados a geometria que conseguirem se lembrar após o trabalho de observação realizado (Brain Storm Fase 2).

- Realizar a leitura (ou observação) do Brain Storm com os estudantes, tomando o cuidado de pontuar e esclarecer possíveis equívocos ocorridos na composição da atividade, aproveitando para trabalhar de maneira pontual os conceitos geométricos ocorridos no Brain Storm. Verificar também quais conceitos novos surgiram em cada material após a realização da visualização dos ambientes escolares.

- Aplicar e avaliar o questionário diagnóstico para traçar um perfil do grupo quanto a conhecimentos diversos em geometria e também traçar um perfil dos estudantes relacionado a seus conhecimentos e gostos pelo assunto (Sugestão de questionário no Apêndice A).

Encontro 2

Duração: 4 HORAS (PODENDO SER REDUZIDA OU ADAPTADA CONFORME A NECESSIDADE DO PROFESSOR)

Objetivos:

Utilizar materiais manipuláveis para o desenvolvimento dos conceitos de área e perímetro.

Desenvolver conhecimento de conceitos geométricos através da elaboração de materiais manipuláveis.

Agregar possibilidades alternativas para o desenvolvimento de atividades no ensino de geometria.

Conteúdos trabalhados:

Figuras poligonais e composições.

Elementos dos polígonos: aresta, vértice e diagonal.

Área.

Perímetro.

Propriedades dos prismas.

Materiais utilizados:

- Tangram.

- Geoplano.

- Caleidoscópio.

- Computadores do laboratório de informática.

- Quadrinhos de papel sulfite de 10 x 10 cm.

Desenvolvimento da atividade:

- Apresentar para os estudantes os materiais manipuláveis Tangram, Geoplano e caleidoscópio, ressaltando suas características e trabalhando com as propriedades dos polígonos e suas possibilidades para o desenvolvimento de conceitos geométricos diversos (Perímetro, Área, representação e elementos dos polígonos, elementos e características dos prismas).

- Realizar a construção do Tangram a partir de um método estabelecido (ver sugestão no Apêndice B).

- Pedir para que os alunos elaborem uma apresentação sobre um dos materiais apresentados, ressaltando suas características e propondo sugestões de aplicação do material para o desenvolvimento de conteúdos da geometria.

- Finalizar o encontro com o resgate das informações trabalhadas, solicitando aos estudantes que busquem mais informações sobre os materiais manipuláveis para o aprendizado de matemática.

Encontro 3

Duração: 4 HORAS (PODENDO SER REDUZIDA OU FRACIONADA CONFORME A NECESSIDADE DO PROFESSOR)

Objetivos:

Apresentar os caleidociclos como material para o aprendizado de geometria.

Construir os caleidociclos, a partir de moldes prontos, destacando as propriedades geométricas existentes no material.

Conteúdos trabalhados:

Pirâmides.

Prismas.

Geometria de posição.

Materiais utilizados:

- Moldes dos caleidociclos impressos em papel sulfite (Sugestões no APÊNDICE C)

- Lápis de cor.

- Tesoura.

- Cola.

Desenvolvimento da atividade:

- Iniciar o encontro no laboratório de informática, solicitando que os alunos pesquisem sobre os caleidociclos e, em especial sobre o trabalho de Mauritiu Cornéliu Escher com a utilização do material, ressaltando sobre a importância e a forte relação entre matemática e arte existente no material a ser abordado.

- Mostrar para os estudantes os caleidociclos já previamente montados, para que conheçam e manipulem o material.

- Entregar os moldes para os alunos (sugestão: dar um molde com a estampa já impressa e um molde com o caleidociclo liso para o estudante exercitar a criatividade na decoração) e proceder com todo o passo a passo para a montagem do material.

- Elaborar questionamentos sobre os elementos geométricos presentes no material durante o processo de construção dos manipuláveis.

Encontro 4

Duração: 4 HORAS (PODENDO SER REDUZIDA OU FRACIONADA CONFORME A NECESSIDADE DO PROFESSOR)

Objetivos:

Elaborar modelos de caleidociclos.

Desenvolver conhecimento de conceitos geométricos através da elaboração de materiais manipuláveis.

Agregar possibilidades alternativas para o desenvolvimento de atividades no ensino de geometria.

Conteúdos trabalhados:

Geometria de posição.

Prismas.

Pirâmides.

Construção e classificação dos triângulos.

Materiais utilizados:

- Cartolina branca.
- Régua.
- Compasso.
- Lápis de cor.
- Materiais providenciados pelos alunos.

Desenvolvimento da atividade:

- Realizar com os alunos o processo de elaboração do molde do caleidociclo, passo a passo, mostrando as etapas de traçado do material. Enfatizar a importância de se realizar o

traçado do material com a maior precisão possível, pois a imprecisão das medidas pode ocasionar imperfeições no material.

- Auxiliar os alunos no traçado dos elementos geométricos presentes no material, aproveitando para relembrar propriedades geométricas importantes.

- Pedir para que os alunos tragam materiais diversos para a decoração do material, durante o encontro que antecede esta atividade.

- Aplicar e analisar o questionário pós-oficina (APÊNDICE D) juntamente com os estudantes, para a verificação dos conhecimentos adquiridos no decorrer dos encontros.

5 CONCLUSÃO

A atividade desenvolvida com os alunos possibilita a organização de um ambiente onde os alunos têm a possibilidade de utilizar os caleidociclos como meio de aprendizagem dos conceitos geométricos e o desenvolvimento de percepções da geometria com a utilização de uma metodologia diferenciada. As facilidades e dificuldades dos estudantes puderam ser percebidas no decorrer das atividades, sendo observadas e pontuadas em cada momento da ocorrência das mesmas.

Percebeu-se que a utilização dos materiais manipuláveis para o ensino de matemática e de geometria em particular nesse projeto, possibilitou que o processo de ensino e aprendizagem de geometria se tornasse mais dinâmico e interessante para o estudante, que participava da construção do conhecimento em cada momento da realização das atividades, visualizando de maneira concreta a formação de conceitos e elementos geométricos.

A utilização de metodologias diferenciadas para o ensino de matemática nos permite pensar num processo de ensino que estimule o aluno a participar efetivamente do processo de construção do conhecimento, formulando suas próprias respostas para os problemas propostos, tendo a oportunidade de acertar e errar sem ter a predeterminação de uma resposta errada, elaborando hipóteses e construindo respostas através da utilização do material.

A oficina de caleidociclos permitiu aos estudantes visualizar a geometria de uma maneira diferente da qual estavam acostumados a trabalhar no contexto convencional da sala de aula, realizando atividades e exercícios de uma forma que não era a habitual utilizada pelo professor. Observando e analisando as atividades realizadas em cada encontro, os estudantes puderam perceber o quanto a geometria está presente no dia a dia deles e como ela influi no desenvolvimento de várias situações da realidade.

A utilização dos caleidociclos como estratégia de ensino e aprendizagem de geometria para os alunos da segunda série do ensino médio, proporcionou um ambiente diferenciado de aprendizado, fazendo com que os estudantes desenvolvessem os conceitos de geometria de maneira menos tradicional e com maior possibilidade de observar novos horizontes para o processo de ensino e aprendizagem em geometria.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. F., CAVALCANTI, L. B. **Ensino de matemática e educação ambiental**. Disponível em: <http://www.fe.unicamp.br/formar/revista/N003/pdf/ENFOCO%20%20-%20Texto%20AndreLialda%20ok.pdf> acesso em 21/11/2011.

GUELLI, C.; IEZZI, G.; DOLCE, O. **Fundamentos da Matemática Elementar**, volume 10. São Paulo: Atual, 1993.

GUELLI, C.; IEZZI, G.; DOLCE. **Fundamentos da Matemática Elementar**, volume 9. São Paulo: Atual, 1993.

MOISE, E., DOWNS, F. **Geometria Moderna**, volume 1. São Paulo: Edgard Blücher, 1975.

MOISE, E., DOWNS, F. **Geometria Moderna**, volume 2. São Paulo: Edgard Blücher, 1975.

IEZZI, G., DOLCE, O., MACHADO, A. **Matemática e realidade**. Volume único. São Paulo: Atual, 1998.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004, p.175. Dissertação de Mestrado. UNESP, Rio Claro.

DANTE, L. R.. **Matemática: Contexto Aplicações**. Volume Único. São Paulo: Ática, 2000.

PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores associados, 2006.

LORENZATO, S. A. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores associados, 2006.

MARANHÃO, M. C. S. de A. **Matemática**. São Paulo: Cortez, 1994.

WALKER, W., SCHATTSCHEIDER, D. **Caleidociclos de M. C. Escher**. São Paulo: Taschen do Brasil, 1997.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO 1 (PRÉ-TESTE)

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

Parte 01

01) Você gosta de geometria? Justifique.

02) Você entende os conteúdos de geometria? Por quê?

03) No seu dia a dia, em quais momentos você observa a presença da geometria? Exemplifique.

04) Nos momentos em que você não está na escola você utiliza a geometria? Em quais momentos?

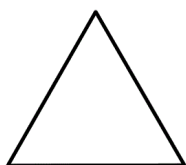
05) Dos conteúdos de geometria que você já estudou, destaque aquele(s) em que você teve mais facilidade. Por que esse conteúdo é mais fácil para você?

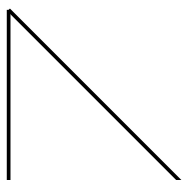
06) Dos conteúdos de geometria que você já estudou, destaque aquele(s) em que você teve mais dificuldade. Por que esse conteúdo foi mais difícil para você?

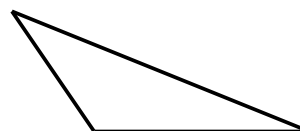
Parte 02

07) Você lembra quando se fala em simetria ou figuras que apresentam eixo de simetria? Exemplifique, caso se lembre de tal significado.

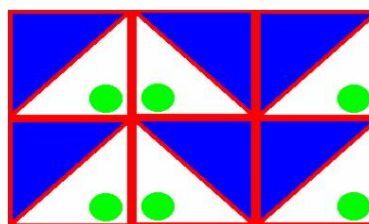
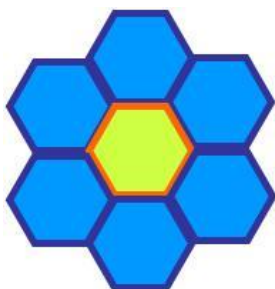
08) Assinale qual dos triângulos a seguir é Equilátero, Isósceles e Escaleno.



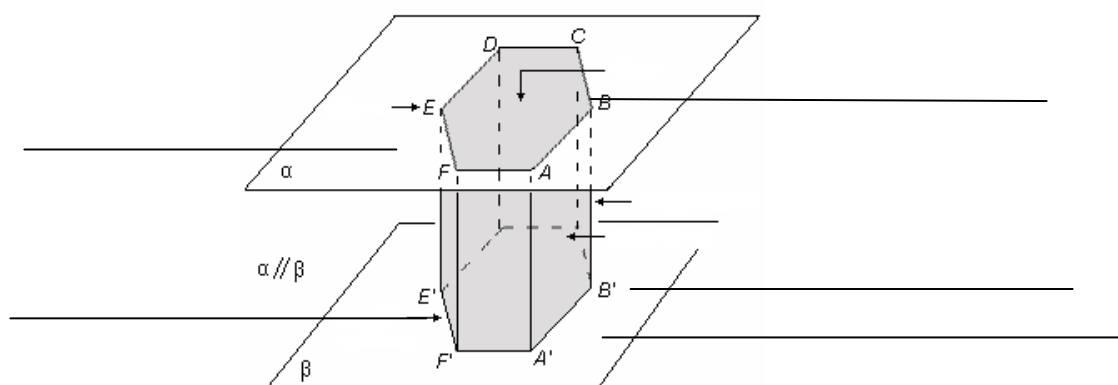




09) Destaque pelo menos um eixo de simetria das figuras a seguir:



10) Descreva as partes do sólido geométrico a seguir.



11) Explique em poucas palavras o processo que ocorre no interior de um caleidoscópio.

12) O que você espera da oficina de caleidociclos?

APÊNDICE B – TEXTOS PARA A CONSTRUÇÃO DO TANGRAM

TEXTO 1

Uma das lendas mais contadas é a de que o monge Tai-Jin chamou a sua sala um de seus discípulos, Lao-Tan, para uma grande missão e lhe entregou uma placa de porcelana, um pote de tinta e um pincel, com a missão de percorrer o mundo, registrando na placa tudo que seus olhos de mais belo encontrassem. Magicamente a placa de porcelana se quebrou em sete pedaços de formas geométricas. Bastante preocupado, Lao-Tan ajoelhou-se e tentou recolher o que restava. Quando começou a juntar as peças e variar as posições dadas a elas, percebeu que, a cada tentativa, surgiam figuras diferentes que podiam representar tudo de mais belo que existe no mundo.

TEXTO 2

Era uma vez um ser humano que era muito quadrado.

De tão inconformado com sua quadradice, entrou em crise e começou a olhar-se sob outros ângulos. Na tentativa de compreender-se melhor, fez um movimento de voltar-se para si mesmo. E descobriu que poderia transformar-se em dois triângulos. Ficou muito feliz com essa transformação.

E percebeu que, ao dividir-se em dois triângulos, separou seu corpo de sua cabeça. Então, resolveu que, para compreender o mundo e a si mesmo, ele deveria dividir sua cabeça entre a razão e a emoção e criou mais dois triângulos.

Ao dobrar seu o corpo pela cintura, descobriu que poderia criar um novo triângulo. Mas o que chamou sua atenção foi o que restou dessa transformação: agora ele tinha um barquinho, que poderia levá-lo para longe, muito longe, aonde ele nunca havia ido antes, em toda a sua vida de quadradice.

E navegou, navegou, até que bateu em um rochedo e partiu-se ao meio.

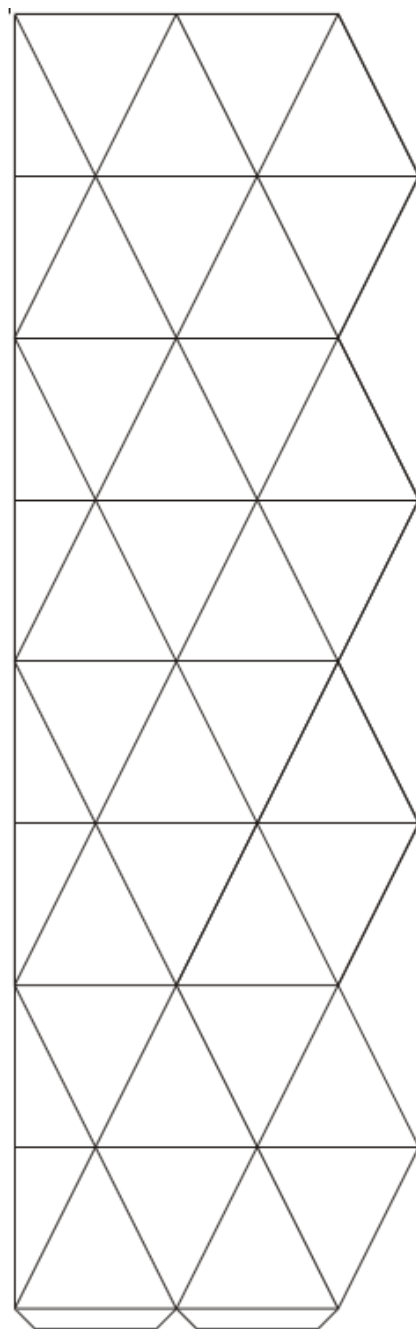
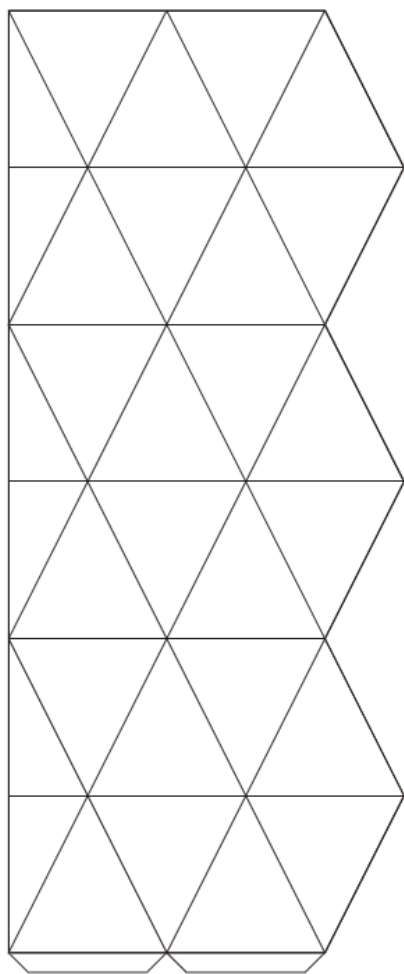
Mas não desanimou: ao ver-se quebrado, percebeu que havia encontrado um par de sapatos.

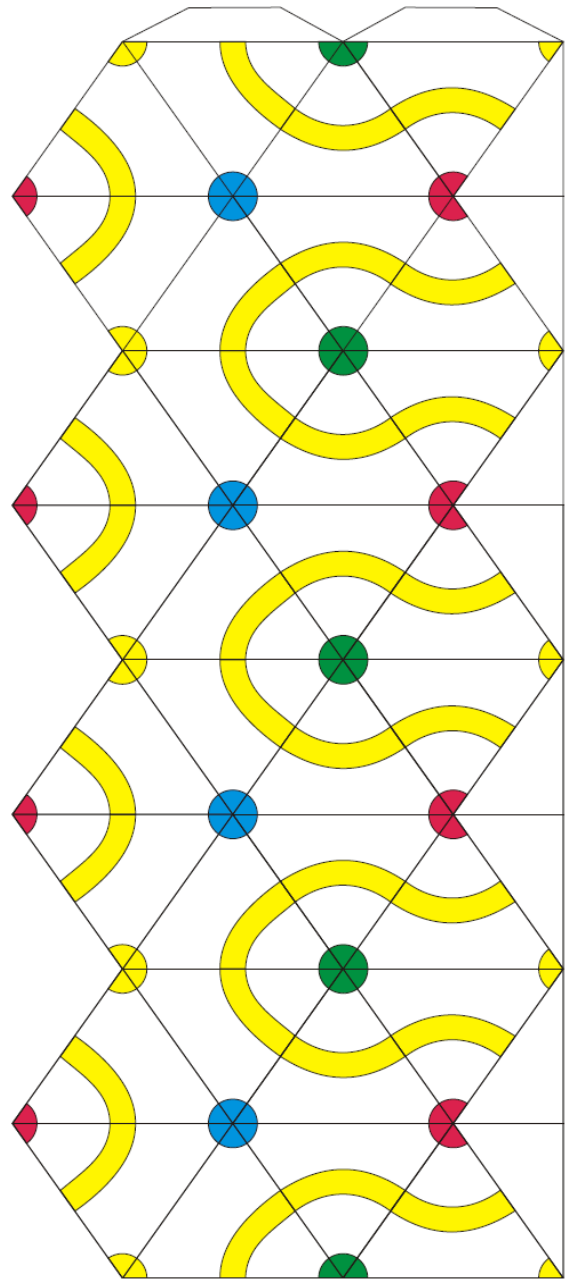
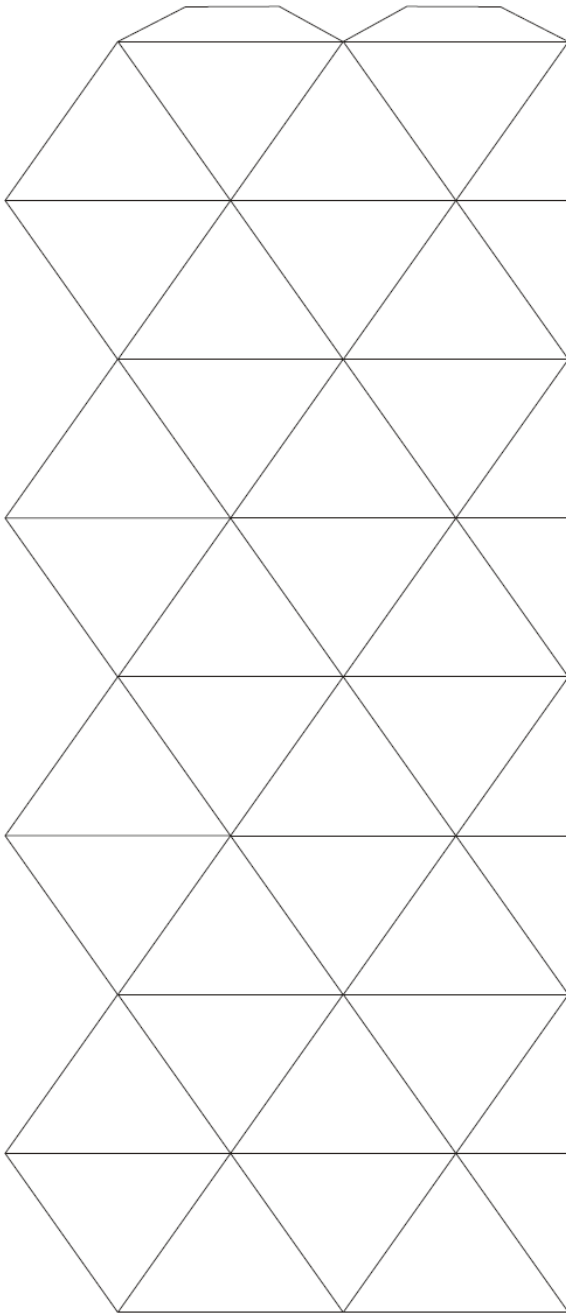
E decidiu: um dos pés do sapato iria pensar pela emoção, e o outro, pela razão. Aquele que era seguido pela emoção acabou sendo um pouco precipitado e quebrou a ponta do sapato: e ele descobriu que seu pé se dividiu em um triângulo e um quadrado.

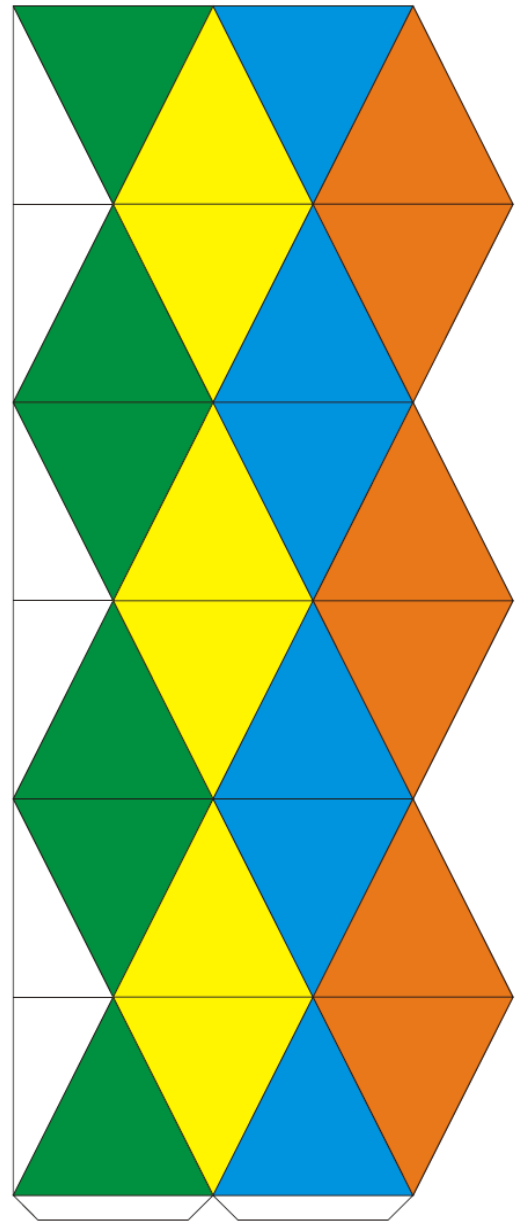
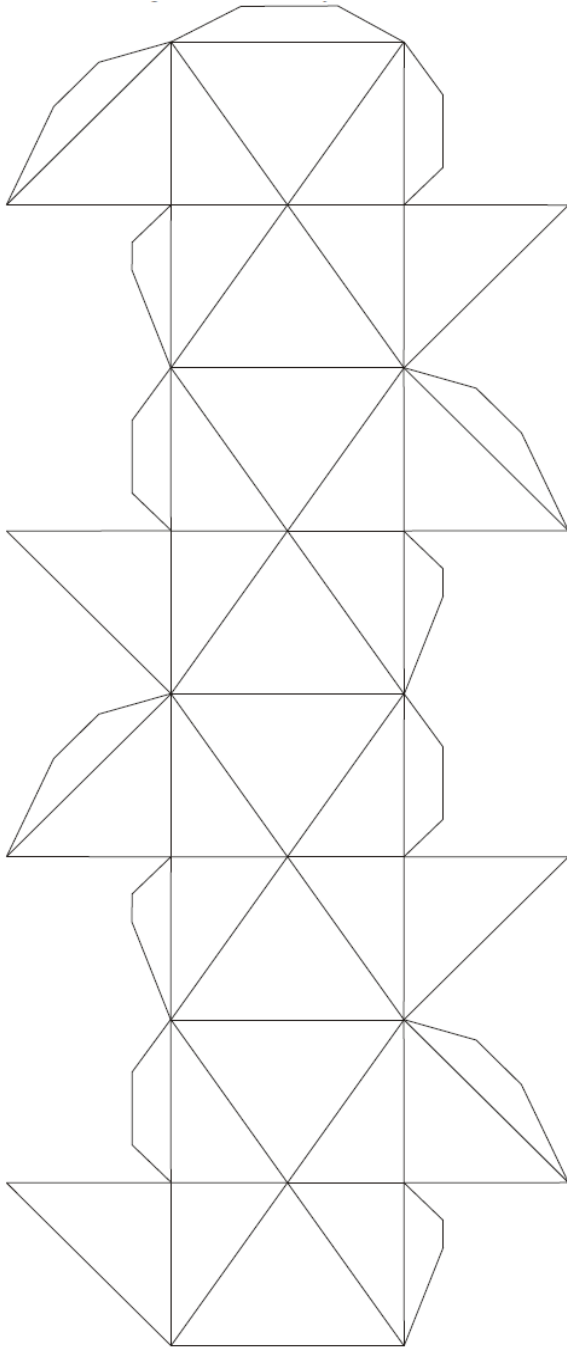
O outro pé, que era regido pela razão, ficou muito preocupado e retraído. E, por ficar sem reação por tanta precaução, acabou quebrando seu calcanhar. Depois de toda essa viagem em busca pelo conhecimento de si mesmo, o homem quadrado descobriu que nunca havia deixado de ser quadrado, mas que poderia transformar-se a partir do conhecimento que ele havia construído durante sua vida: sua essência era a mesma, mas agora os novos conhecimentos enriqueceram sua compreensão do mundo e dos outros seres humanos ao seu redor.

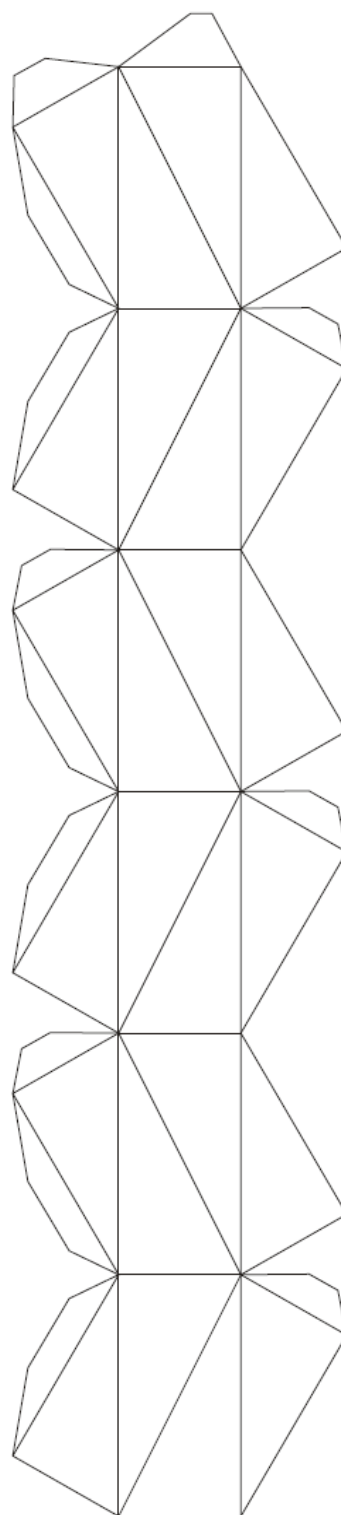
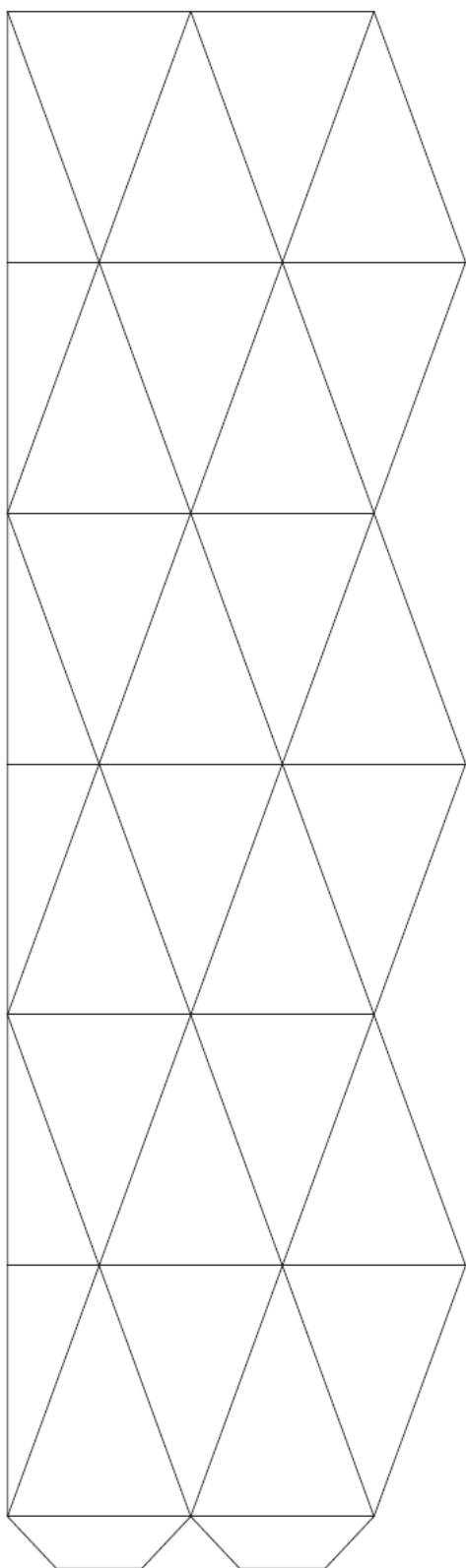
E, ao voltar a ser quadrado, teve dificuldade para encontrar sua forma original, porque nunca mais voltaria a ser a simples soma das partes: sua capacidade de dividir-se em vários formatos o havia tornado em um ser múltiplo e cheio de novos sentidos.

APÊNDICE C – MOLDES DOS CALEIDOCICLOS









APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO 2 (PÓS-TESTE)

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

01) Quais conhecimentos você adquiriu durante as oficinas de caleidociclos?

02) Na sua opinião, qual(is) a(s) diferença entre o ambiente da sala de aula e o ambiente em que foram realizadas as atividades da oficina?

03) O que mais você gostou de todas as atividades realizadas durante o período da oficina?

04) Houve alguma atividade que você não gostou de realizar?

05) Descreva, em poucas palavras, o que você achou de participar das oficinas de caleidociclos.