

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA**

KLÜNGER ARTHUR ÉSTER BECK

**VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DA EQUAÇÃO DE HAZEN-DUPUIT-
DARCY (HDD) MODIFICADA PARA MEIOS POROSOS FINOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

GUARAPUAVA

2015

KLÜNGER ARTHUR ÉSTER BECK

**VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DA EQUAÇÃO DE HAZEN-DUPUIT-
DARCY (HDD) MODIFICADA PARA MEIOS POROSOS FINOS**

Trabalho de Conclusão de Curso como requisito à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Christian Naaktgeboren

Co-orientadora: Prof. Dra. Raquel da Cunha Ribeiro da Silva

GUARAPUVA

2015



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Guarapuava
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Coordenação de Engenharia Mecânica
Engenharia Mecânica



TERMO DE APROVAÇÃO

**VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DA EQUAÇÃO DE HAZEN-DUPOUIT-DARCY (HDD)
MODIFICADA PARA MEIOS POROSOS FINOS**

POR

KLÜNGER ARTHUR ÉSTER BECK

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em 26 de junho de 2015 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Dr. Christian Naaktgeboren
Prof. Orientador

Dra. Raquel da Cunha Ribeiro da Silva
Co-orientadora

Dr. Antônio Carlos Amaro de Faria Júnior
Membro titular

Msc. Luciano Zart Olanyk
Coordenador do curso de Engenharia Mecânica

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

À Deus, a minha família, amigos e toda as pessoas que contribuíram com meu crescimento pessoal e profissional.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar os meus sinceros agradecimentos a todos aqueles que me ajudaram, incentivaram e torceram por mim ao longo destes anos.

Um agradecimento especial àquele a quem os céticos chamam de inspiração e os crédulos chamam de Deus, por todas as providências realizadas em minha vida.

Aos meus pais (in memorian), com todo meu amor e gratidão, por tudo que fizeram por mim ao longo de minha vida.

Às minhas irmãs, que são meus exemplos de vida e perseverança.

A toda minha família, pela torcida e incentivo permanentes.

Ao Pró-Reitor de Graduação e Educação Profissional (PROGRAD), Prof. Maurício Alves Mendes, e ao Diretor de Graduações (DIRGRAD), Prof. Álvaro P. de Alencar Neto pelas contribuições administrativas relativas à Mobilidade Estudantil Intercâmpus ao longo do curso.

Aos professores Carlos Alberto Dallabona e Eliane Betazzi Bizerril Seleme pelas orientações acadêmicas no processo de Mobilidade Estudantil Intercâmpus.

À Diretora de Gestão Acadêmica (SEGEA), Prof. Maria Lucia Valenga pelas contribuições relativas a gestão acadêmica.

À Secretaria de Bacharelados e Licenciaturas (SELIB), a Diretoria de Graduação e Educação Profissional do Câmpus Guarapuava (DIRGRAD-GP), ao Departamento de Engenharia Mecânica (DAMEC-CT), a Coordenação de Engenharia Mecânica (COEME-GP), aos Departamentos de Registro Acadêmico dos Câmpus Curitiba (DERAC-CT) e Guarapuava (DERAC-GP).

Ao Diretor Geral do Câmpus Guarapuava, Prof. João Paulo Aires pelo incentivo e apoio na conclusão de meus estudos.

À Diretora de Graduação e Educação Profissional - Câmpus Guarapuava, Prof. Ana Lúcia Ferreira pelas orientações acadêmicas e apoio profissional.

Ao meu orientador, Prof. Christian Naaktgeboren pelo qual eu tenho a mais alta estima, agradeço por toda ajuda, empenho e confiança depositados neste trabalho.

À minha co-orientadora, Prof. Raquel da Cunha Ribeiro da Silva que contribui significativamente com este trabalho, e sempre proferiu palavras de confiança e

incentivo para conclusão deste trabalho, e com sua sabedoria me auxiliou nesta trajetória final.

Ao professor Fábio Martins, coordenador do Curso de Engenharia Mecânica pelo apoio e colaboração ao longo de minha jornada acadêmica neste curso.

Aos professores David Lira Nunez e Arthur Hirata Bertachi pela convivência profissional.

Ao meu colega de trabalho e amigo, Lucas Franco Wrege pela contribuição nos laboratórios do curso de Engenharia Mecânica e Tecnologia em Manutenção Industrial.

Aos docentes e técnicos administrativos pelo apoio e agradável convivência.

Aos meus colegas de sala.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização deste trabalho.

"Donne au sage, et il deviendra plus sage;
Instruis le juste, et il augmentera son
savoir." (Proverbes 9:9)

RESUMO

BECK, Klünger Arthur Éster. Validação Experimental da Equação de Hazen-Dupuit-Darcy (HDD) modificada para Meios Porosos Finos. 52 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Guarapuava, 2014.

A equação clássica para a perda de carga dos escoamentos através de meios porosos dada por Hazen-Dupuit-Darcy, ou simplesmente equação HDD correlaciona a perda de carga por unidade de comprimento de um escoamento no interior de um meio poroso caracterizado pelas quantidades K e C , respectivamente conhecidas como a permeabilidade e o coeficiente de forma do meio. Sendo escrita em termos de perda de carga por unidade de comprimento, a equação HDD é de difícil aplicação ou até mesmo ambígua em toda a classe de meios porosos finos, nos quais outros efeitos de perda de pressão são de importância comparável ou maior do que a perda de pressão por permeabilidade e forma do interior do meio poroso. Tendo isto em vista, Naaktgeboren et. al. (2012) propuseram modificações na equação de HDD, pelas quais a permeabilidade e coeficiente de forma modificados são definidos por termos que dependem do comprimento do meio poroso e por termos de entrada e saída que não dependem do comprimento do meio, através de um estudo numérico em geometria simples e regime de escoamento laminar. O presente trabalho tem como objetivo validar as modificações na equação HDD propostas por Naaktgeboren et. al. através de dados experimentais publicados por Baril et. al (2008) por meio de uma modelagem utilizando o método de mínimos quadrados. A análise mostra que a modificação da equação HDD proposta por Naaktgeboren et al. (2012) é válida para o conjunto de dados experimentais utilizado. Além disso, valores esperados da permeabilidade e coeficiente de forma do interior do meio poroso podem ser recuperados através de medições de queda de pressão de um meio poroso de espessura variável.

Palavras-chave: Perda de Carga, Meios Porosos Finos, Equação HDD modificada, Modelo de Validação, Modelagem de Dados.

ABSTRACT

BECK, Klünger Arthur ester. Experimental validation of the equation Hazen-Dupuit-Darcy (HDD) modified to Thin Porous Media. 52 f. Work Completion of course – Course of Mechanical Engineering, Federal Technological University of Paraná. Guarapuava, 2015.

The classical pressure-drop equation for porous media flow—the Hazen-Dupuit Darcy equation, or simply HDD—relates the pressure-drop per unit of porous medium length of an isothermal, incompressible, porous medium saturating, Newtonian fluid flow in terms of the two constitutive quantities K and C it defines, which are known as the permeability and the form coefficient of the porous medium, respectively. It has been noted that the HDD equation becomes ambiguous for cases in which the pressure-drop caused by the porous medium no longer bears relation with the porous medium length, such as for the entire class of porous media that are sufficiently thin in the flow direction. To account for pressure-drops on this class of porous media, a modified HDD equation was proposed by Naaktgeboren et al. (2012) based on numerical results of laminar flow through porous media of simplified (collapsed) porous medium geometry and vanishing length. The proposed modified HDD equation is written in terms of modified K and C parameters, namely, K_m and C_m , that are themselves composed of a linear combination of two pressure-drop terms, one being dependent and the other, independent of porous medium length. This work attempts validating the modification of the HDD equation introduced by Naaktgeboren et al. (2012) with experimentally measured pressure-drops of air flowing across porous metallic foams of various lengths due to Baril et al. (2008) by means of least squares data modeling. The analysis shows that the modification of the HDD equation proposed by Naaktgeboren et al. (2012) is valid for the analysed experimental dataset. Moreover, expected values of bulk, Darcian porous medium permeability and form coefficients can be recovered from the variable length porous media pressure-drop measurements.

Keywords: Pressure-Drop, Thin Porous Media, Modified HDD Equation, Model Validation, Data Modeling.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

- Figura 1 – Cópia do esboço original do aparelho experimental de Darcy.....13
- Figura 2 – Perda de Carga por unidade de comprimento $\Delta P/e$ [Pa/mm] versus espessura e [mm] em diferentes velocidades para o material NC2733.....18
- Figura 3 – Perda de Carga por unidade de comprimento $\Delta P/e$ [Pa/mm] versus espessura e [mm] em diferentes velocidades para o material NCX1116.....19
- Figura 4 – Esquema ilustrativo de um escoamento contendo uma região com meio poroso de espessura e [m] desenvolvido ao longo de um tubo.....23
- Figura 5 – Esquema ilustrativo indicando as regiões de entrada e saída no escoamento desenvolvido ao longo de um tubo de espessura e [m].....24
- Figura 6 – Efeito do diâmetro do poro d [mm] em função da queda de pressão por unidade de comprimento $\Delta P/e$ [Pa/mm] para espessuras de (a) espessura $e = 5$ mm e (b) espessura $e = 10$ mm.....24
- Figura 7 – Queda de Pressão por unidade de comprimento $\Delta P/e$ [Pa/m] versus velocidade média \bar{u} [m/s] para amostras metálicas Ni70-1A3 e Ni60-1A2.....25
- Figura 8 – (a) Coeficiente de Permeabilidade K [m²] e (b) Coeficiente de Forma C [m⁻¹] em função do diâmetro do poro d [mm].....26
- Figura 9 – Permeabilidade versus diâmetro do poro d [mm] para espessuras de (a) espessura $e = 5$ mm e (b) espessura $e = 10$ mm.....27
- Figura 10 – Queda de Pressão por unidade comprimento $\Delta P/e$ em [%] versus diâmetro do poro d [mm] para demonstrar o comportamento dos termos $\frac{\mu}{K}\bar{u}$ e $\rho C\bar{u}^2$, linear e quadrático respectivamente.....27
- Figura 11 – Coeficiente adimensional de permeabilidade κ [-] em função da porosidade ϕ [%].....28
- Figura 12 – Coeficiente adimensional de forma χ [-] em função da porosidade ϕ [%].....29
- Figura 13 – Esquema demonstrativo em da espessura e [m] como sendo a distância entre os tomadores de pressão A e B (medição no interior do MP).....30

Figura 14 – Esquema de uma matriz porosa rígida contendo espaços vazios (poro) e espaços preenchidos com material (sólido) para verificar a porosidade absoluta ϕ [%].....	31
Figura 15 – Amostra de espuma metálica NCX1116.....	33
Figura 16 – Esquema do SETUP utilizado pelo Baril et. al. (2008).....	34
Figura 17 – Coeficientes b_0 e b_1 em função da espessura e [m] para esponja metálica NC2733.....	39
Figura 18 – Coeficientes b_0 e b_1 em função da espessura e [m] para esponja metálica NCX1116.....	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Caracterização dos Meios Porosos – Espumas Metálicas NC 2733 e NCX 1116.....	33
Tabela 2 - Valores de Perda de Carga por unidade de comprimento ($\Delta P/e$) em função da espessura (e) do meio poroso para NC2733.....	35
Tabela 3 - Valores de Perda de Carga por unidade de comprimento ($\Delta P/e$) em função da espessura (e) do meio poroso para NCX1116.....	36
Tabela 4 – Coeficientes calculados de b_0 e b_1 para espumas metálicas NC2733 e NCX 1116.....	37
Tabela 5 – Valores dos coeficientes calculados de $a_0, a_1, a_2, a_3, K, \kappa, C$ e χ para as esponjas metálicas tipo NC2733 e NCX1116.....	38

LISTA DE SIMBOLOS

a_0	Coeficiente constante de permeabilidade modificada [$Pa \cdot s/m^2$]
a_1	Coeficiente hiperbólico de permeabilidade modificada [$Pa \cdot s/m$]
a_2	Coeficiente constante de forma modificada [$Pa \cdot s^2/m^3$]
a_3	Coeficiente hiperbólico de forma modificada [$Pa \cdot s^2/m^2$]
b_0	Coeficiente linear de perda de carga [$Pa \cdot s/m^2$]
b_1	Coeficiente quadrático de perda de carga [$Pa \cdot s^2/m^3$]
C	Coeficiente de Forma [m^{-1}]
C_m	Coeficiente de Forma modificado [m^{-1}]
d	Diâmetro do poro [m]
ρ	Densidade do fluido [kg/m^3]
e	Espessura ou distância [m]
K	Coeficiente de permeabilidade [m^2]
K_m	Coeficiente de permeabilidade modificado [m^2]
l	Comprimento linear do tubo [m]
Δp	Perda de Carga [Pa]
Δp_r	Queda de Pressão de Restrição [Pa]
Δp_c	Queda de Pressão relativa ao núcleo (cerne) [Pa]
Δp_i	Queda de Pressão relativa a entrada [Pa]
Δp_o	Queda de Pressão relativa a saída [Pa]
P_e	Pressão de entrada [Pa]
P_s	Pressão de saída [Pa]
κ	Coeficiente adimensional de permeabilidade [-]
χ	Coeficiente adimensional de forma [-]
ϕ	Porosidade absoluta do meio poroso [%]
p	Pressão [Pa]
Re	Número de Reynolds [-]
T	Temperatura [$^{\circ}C$]
\bar{u}	Velocidade média do fluido no sentido axial (x) [m/s]
V_P	Volume do poro [m^3]
V_T	Volume Total [m^3]
V_S	Volume com material solido [m^3]
μ	Viscosidade dinâmica [$Pa \cdot s$]

LISTA DE NOMECLATURA

HDD	Hazen – Dupuit – Darcy
MP	Meio Poroso (Porous Medium)

LISTA DE ACRÔNIMOS

COEME	Coordenação de Engenharia Mecânica
CT	Câmpus Curitiba
DAMEC	Departamento de Engenharia Mecânica
DERAC	Departamento de Registros Acadêmicos
DIRGRAD	Diretoria de Graduação e Educação Profissional
GP	Câmpus Guarapuava
PROGRAD	Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
SEGEA	Secretaria de Gestão Acadêmica
SELIB	Secretaria de Bacharelados e Licenciaturas
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 PROBLEMA DE PESQUISA.....	20
3 OBJETIVOS.....	21
4 JUSTIFICATIVA.....	22
5 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
6 METODOLOGIA	33
7 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	37
8 CONCLUSÃO	41
REFERÊNCIAS.....	42
APÊNDICE A – ARTIGO COMPLETO REFERENTE AO RESUMO ACEITO PARA O COBEM 2015 RELACIONADO A ESTE TRABALHO DE CONCLUSÃO.....	44

1 INTRODUÇÃO

O escoamento de fluidos em meios desordenados heterogêneos é de grande interesse científico e tecnológico, visto que a compreensão desse processo é de fundamental importância para aplicações na indústria Automotiva, Construção Civil, Ambiental, Aeroespacial e Petroquímica (KAVIANY, 1995; SASHIMI, 1995). Transporte em meios desordenados heterogêneos é uma área de pesquisa de Darcy (DARCY, 1856).

Henry Philibert Gaspard Darcy, engenheiro francês, investigou o fluxo de água através de camadas de areia e observou através de resultados experimentais fig. 1, que o escoamento da água através de uma coluna de areia saturada é proporcional à diferença de pressão hidráulica nos extremos da coluna e inversamente proporcional ao comprimento da coluna, conforme mostrado na figura 1.

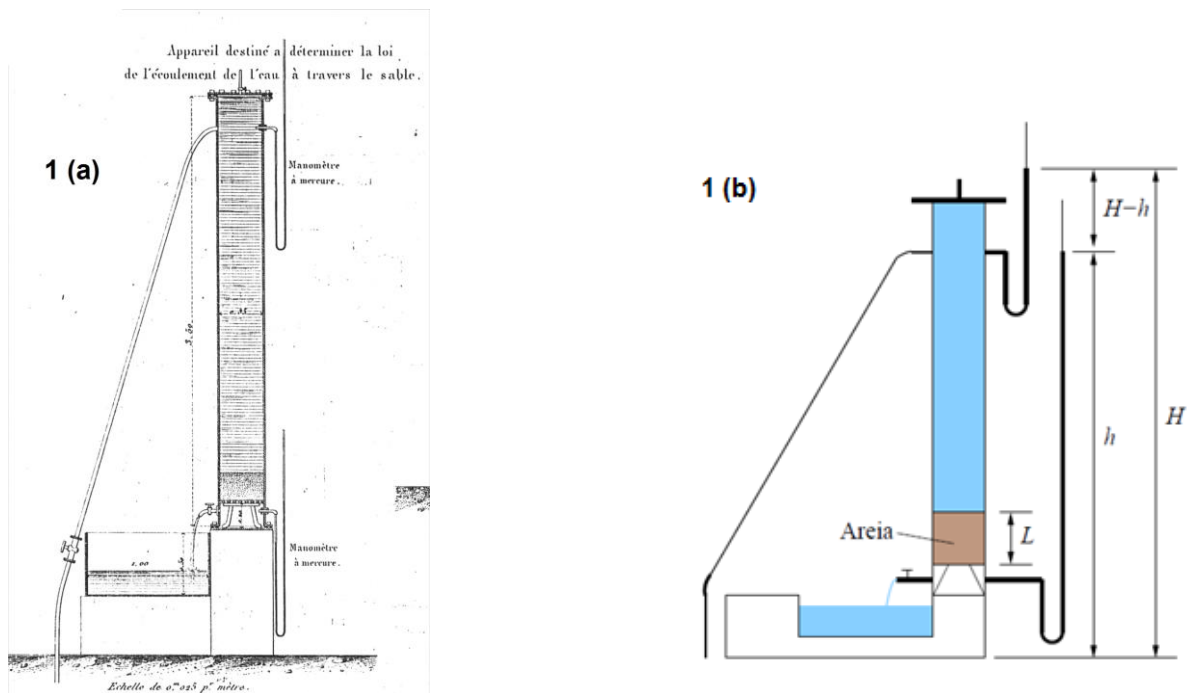


Figura 1 – Cópia do esboço original do aparelho experimental de Darcy (1a). Esquema ilustrativo do aparato experimental de Darcy (1b). Fonte: DARCY (1856)

O estudo tem ramificações importantes em vários campos da ciência, incluindo mecânica dos fluidos, fenômenos de transporte, materiais compósitos, reologia, hidrologia, geofísica, física de polímeros, física estatística, físico-química, ciência dos materiais, biotecnologia, tecnologia colóide de petróleo. Dessa forma é de grande importância o estudo da passagem de um líquido por meios desordenados heterogêneos.

Uma subclasse de materiais heterogêneos desordenados são os meios porosos. Entende-se por meio poroso uma fase sólida contínua que contém muitos espaços vazios, ou poros, em seu interior. São exemplos as esponjas, tecidos, papel, areia, tijolos e filtros, entre outros. Os meios que os poros não tem ligação entre si podem ser classificados como sendo impermeáveis ao escoamento de fluidos, já os poros interconectados como permeáveis (NEVERS, 1991).

Progresso na solução destes problemas também possibilitaria o avanço em alguns problemas fundamentais da física teórica como por exemplo: histerese, metaestabilidade ou sistemas de não-equilíbrio, a teoria de umectação, a classificação dos sistemas desordenados ou heterogeneidade macroscópica.

Por isso, com a finalidade de definir corretamente os parâmetros K e C , Coeficiente de Permeabilidade e Coeficiente de Arrasto respectivamente os autores Khayargoli et. al. (2004) realizaram um estudo para ter uma compreensão da permeabilidade dos meios porosos para diferentes faixa de velocidade visando compreender o fenômeno e atender diversas aplicações industriais. Para isso, utilizaram o modelo de Hazen-Dupuit-Darcy (HDD) para a modelagem dos dados.

Medraj et. al. (2007) verificaram que os resultados de dados experimentais estão de acordo com o com modelo quadrático proposto por Hazen-Dupuit-Darcy (HDD), e que a queda de pressão medida através de espumas metálicas com diferentes gamas de velocidade usando ar como fluido de trabalho apresentam valores de K e C diferentes devido a microestrutura das espumas metálicas.

Para espumas com geometria simples, a permeabilidade K tem um aumento proporcional com o diâmetro do poro d , e o coeficiente de forma C diminuiu proporcionalmente. Entretanto, para espumas de geometria complexa ocorreu o oposto seguindo a literatura (Medraj. et. al. (2007)).

Os autores Baril et. al. (2008) também realizaram estudos ligados ao escoamento de meios porosos, em que avaliaram a validade da equação de HDD (Hazen-Dupuit-Darcy) para espumas metálicas de diferentes espessuras e com

diferentes diâmetros de poro verificando-se que a queda de pressão não é uma função linear da espessura do material, e que as diferenças de pressão normalizadas para as espumas de espessura diferente podem ser explicadas pelos efeitos de entrada/saída no escoamento de meios porosos.

Para projetos de equipamentos que envolvam escoamento em meios porosos, é necessário um conhecimento de como a perda de carga por unidade de comprimento (Δ_p/e) varia em função da diferença de velocidade média (\bar{u}) a jusante e a montante do meio (Khayargoli et. al. (2004), Medraj et. al. (2007), Baril et. al. (2008) e Naaktgeboren et. al. (2012). A perda de carga por unidade de comprimento pode-se determinar através de uma grandeza física que represente a resistência do meio poroso ao escoamento. Esta resistência pode ser expressa de diversas maneiras, como por exemplo pelo fator de atrito ou pela permeabilidade (K) de Darcy (DARCY, 1856).

O escoamento de um fluido viscoso através de um meio poroso é um problema relevante em muitos campos da engenharia e tem muitas aplicações práticas. Modelar matematicamente o problema de MP, conhecer expressões que permitam prever a relação entre a vazão em um meio poroso e a queda de pressão para o fluido, associada à resistência ao escoamento de MP é extremamente importante, e uma das formas é através de métodos experimentais. A equação (1) de Hazen-Dupuit-Darcy (HDD) é descrita abaixo:

$$\frac{\Delta_p}{e} = \frac{\mu}{K} \bar{u} + \rho C \bar{u}^2 \quad (1)$$

Onde Δ_p/e é a queda de pressão por unidade de comprimento [Pa/m], μ é a viscosidade dinâmica do fluido [$Pa \cdot s$], K é o coeficiente de permeabilidade do meio poroso [m^2], \bar{u} é a velocidade média de escoamento do meio poroso na direção axial [m/s], ρ é a densidade do fluido [kg/m^3], e o C é o coeficiente de forma [m^{-1}].

A equação de Hazen-Dupuit-Darcy (HDD), fornece a queda de pressão por unidade de comprimento de meio poroso, considerando a soma de dois termos, um de ordem linear e o outro de ordem quadrática (NAAKTGEBOREN et. al., 2012). Entretanto, esta equação não leva em conta os efeitos de entrada e saída que são muito importantes em meios porosos finos. Deste modo Naaktgeboren et. al. (2012) propuseram uma modificação da equação para ser utilizada quando os efeitos de

entrada e saída não podem ser negligenciados. A equação proposta foi a equação HDD modificada (Hazen-Dupuit-Darcy), em que, considera um K e C modificados, estes representam as contribuições (efeitos) de perda de perda de pressão da entrada e de saída. A equação é definida da seguinte forma:

$$\frac{\Delta p}{e} = \frac{\Delta p_r + \Delta p_c}{e} = \frac{\mu}{K_m} \bar{u} + \rho C_m \bar{u}^2 \quad (2)$$

Deste modo os coeficientes K e C modificados consideram os efeitos relativos das perdas de pressão na entrada e saída. Na qual a queda de pressão total de restrição (Δp_r) pelo meio poroso pode ser definida como sendo a soma das parcelas de entrada (Δp_i) e da saída (Δp_o), ou seja:

$$\Delta p_r = \Delta p_i + \Delta p_o \quad (3)$$

Em que, a queda de pressão total Δp foi definida como sendo a soma das parcelas de entrada (Δp_i), do centro (núcleo) (Δp_c) e da saída (Δp_o), ou seja:

$$\Delta p_r = \Delta p_i + \Delta p_c + \Delta p_o \quad (4)$$

A queda de pressão imposta pela restrição, ou seja, Δp_r , pode ser determinada numericamente assumindo que o fluxo seja constante e duas dimensões (no caso de placas paralelas) ou com simetria axial (no caso de um tubo circular). Para um fluido newtoniano com propriedades constantes e uniformes (NAAKTGEBOREN et. al., 2012).

Na prática, K e C são determinados a partir de medições de Δp , e , e \bar{u} uma vez que as propriedades do fluido μ e ρ são conhecidos. Então podemos encontrar K_m e C_m a partir da equação abaixo:

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K} + \frac{\kappa}{ed} \quad C_m = C + \frac{\chi}{e} \quad (5)$$

onde K_m e C_m são coeficientes modificados de permeabilidade e forma respectivamente. E os autores (NAAKTGEBOREN et al., 2012) definiram κ e χ como sendo:

$$\kappa(\phi) = \frac{\lambda_1(1 - \phi^{\lambda_2})^{\lambda_3}}{\phi} \quad \chi(\phi) = \frac{\lambda_4(1 - \phi)^{\lambda_5}}{\phi^{\lambda_6}} \quad (6)$$

Outra grande complicação é a definição do comprimento e , já que a literatura considera diferentes interpretações (Naaktgeboren et. al. (2012)). O estudo original de Darcy (DARCY, 1856) foi realizada com as tomadas de pressão colocados do lado de fora do meio poroso (sem uma distância especificada a partir do meio de entrada e saída), entretanto, experiências contemporâneas são normalmente realizados com tomadas de pressão colocada dentro ou fora da região meio poroso, tornando assim, a posição das tomadas de pressão relevantes para o estudo BARIL et al., (2008a) e BARIL et al., (2008b) conceituam e como sendo o comprimento médio do meio poroso, já NARASIMHAN, A., LAGE, J.L. (2001) traz que o e é a distância do tubo, ou seja, a distância entre as tomadas de pressão.

Neste trabalho considera-se a distância e com sendo a espessura do meio poroso, quando as tomadas estiverem colocadas fora do meio poroso, e como sendo a distância entre as tomadas de pressão para os casos em que as tomadas de pressão estiverem colocadas no interior do meio poroso, ou seja, o comprimento e é a própria distância entre estas tomadas de pressão.

Na equação HDD modificada, os coeficientes de κ e χ são funções da permeabilidade do meio poroso, obtidos por isolamento da queda de pressão do núcleo, e estes coeficientes caracterizam as contribuições de perda de pressão de entrada e saída. Estes coeficientes modificados são fornecidos considerando meios porosos muito finos, em que a queda de pressão total de restrição (Δp_r) pelo meio poroso fino pode ser definida como sendo a soma das parcelas de entrada Δp_i e da saída Δp_o , em que, desprezamos a perda de carga relativa ao interior, haja vista, que o comprimento de e é muito pequeno.

Com base em dados publicados por Baril et. al (2008) desenvolveu uma modelagem matemática para o fluxo de fluidos em meios porosos homogêneos e isotrópicos, em que foram encontrados os parâmetros K e C , bem como os valores de κ e χ , que são correlacionados aos coeficientes modificados de permeabilidade e de

forma respectivamente para dois tipos de meios porosos com diâmetros de poro diferentes, mas com porosidades semelhantes. O primeiro MP foi uma espuma metálica NC 2773 com diâmetro do poro $d = 0,6 \text{ mm}$ e o segundo MP foi uma espuma metálica NCX1116 com diâmetro de poro $d = 1,4 \text{ mm}$, e ambas com porosidade $\phi = 0,89 \%$. Os dados de perda de carga por unidade de comprimento $\Delta p/e$ versus espessura e em diferentes velocidades para os materiais NC2733 e NCX1116 foram obtidos em regime turbulento pelos autores Bariel et. al. (2008), entretanto, com a modelagem matemática é possível determinar a curva de tendência para todo o fenômeno.

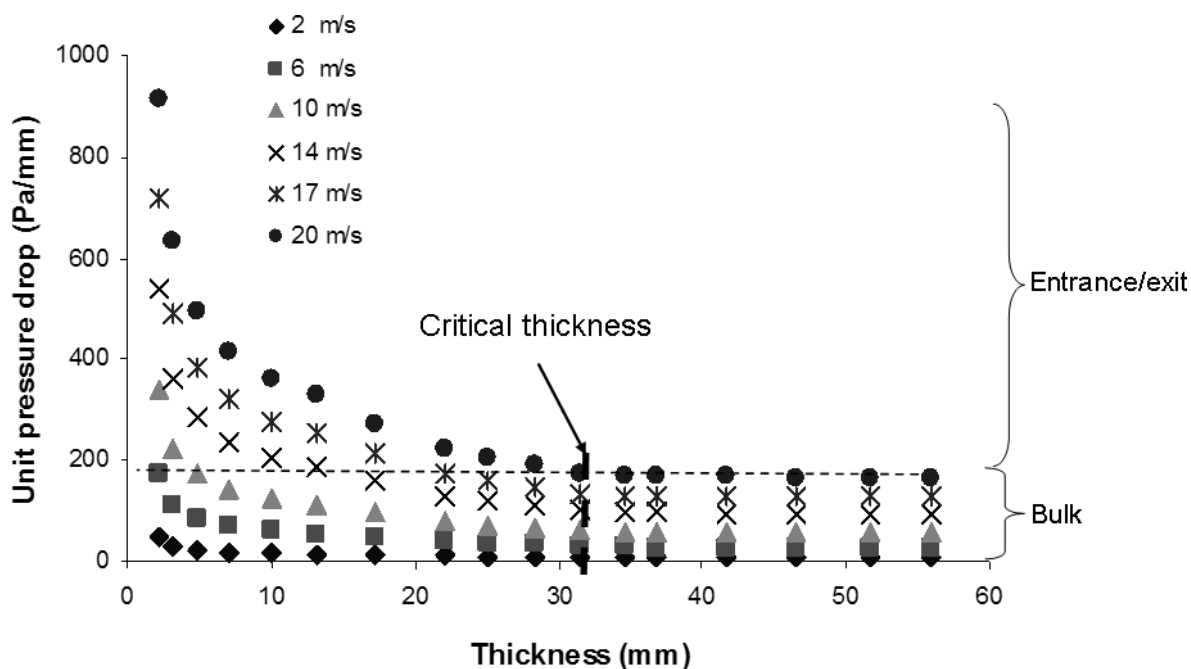


Figura 2 – Perda de Carga por unidade de comprimento $\Delta p/e$ [Pa/mm] versus espessura e [mm] em diferentes velocidades para o material NC2733.

Fonte: Bariel et. al. (2008)

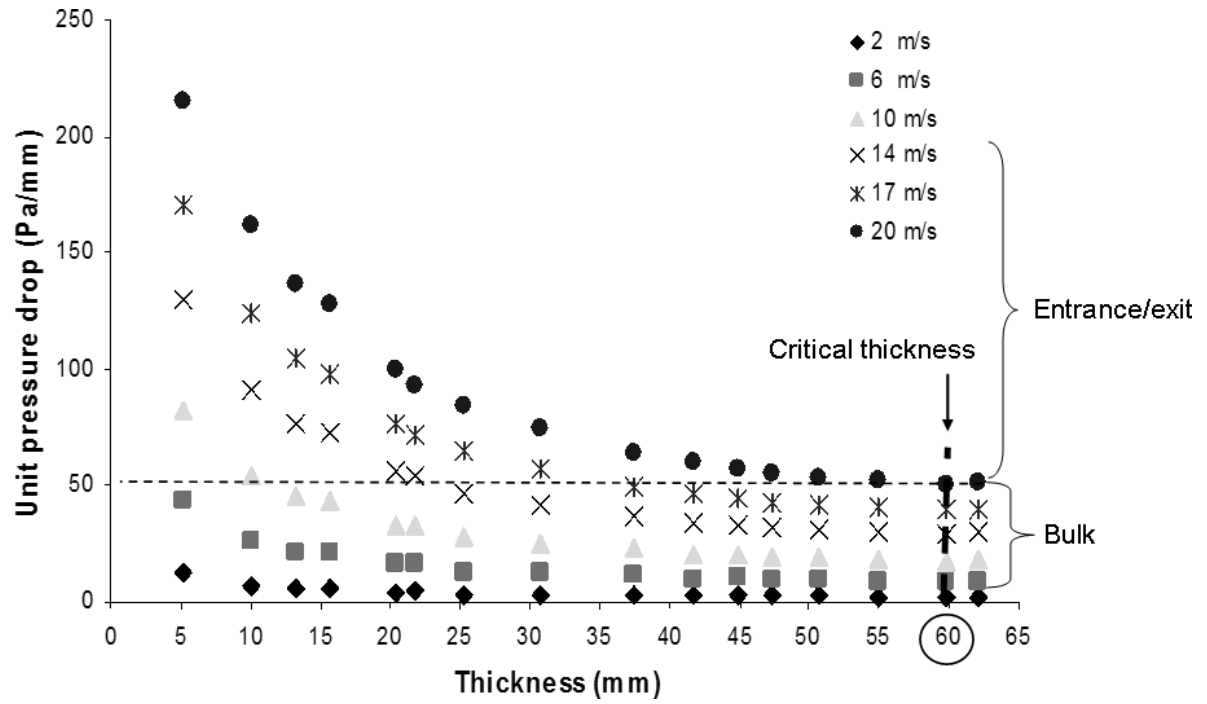


Figura 3 – Perda de Carga por unidade de comprimento $\Delta p/e$ [Pa/mm] versus espessura e [mm] em diferentes velocidades para o material NCX1116.
 Fonte: Baril et. al. (2008)

2 PROBLEMA DE PESQUISA

Com base na revisão da literatura, a seguinte pergunta, que motiva este trabalho, emerge naturalmente.

As modificações da eq. HDD modificada proposta por (NAAKTGEBOREN et. Al., 2012) para contabilizar os efeitos de entrada e saída com os parâmetros modificados de K_m e C_m (coeficiente de permeabilidade e coeficiente de forma respectivamente) foram validados experimentalmente com um meio poroso (MP) de geometria complexa em regimes de escoamento laminar?

Para dar resposta a esta questão investigativa pretende-se neste trabalho medir as perdas de carga em escoamento de um fluido newtoniano e incompressível em regime permanente e isotérmico com baixo a moderados números de Reynolds, Re , através de um meio poroso de morfologia fixa e comprimento variável, buscando sua caracterização em termos de permeabilidade e coeficiente de forma, K e C , para os casos de meios longos e dos respectivos parâmetros K_m e C_m modificados para meios finos.

3 OBJETIVOS

Os objetivos serão divididos em geral e específicos.

3.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo geral estudar o efeito da perda de carga Δ_p/e no escoamento de fluidos em meios porosos, e validar experimentalmente o modelo modificado proposto por NAAKTGEBOREN et. al. (2012) para duas morfologias de meio poroso em regime turbulento.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar pesquisa bibliográfica;
- Extrair dados da pesquisa bibliográfica;
- Realizar a análise dos dados do artigo Baril et. al. (2008) e modelagem matemática utilizando o método de mínimos quadrados para obter os Coeficientes K_m , C_m , κ e χ ;
- Análise e validação da equação modificada proposta pelos autores Naaktgeboren et. al. (2012);
- Comparar K , C , κ e χ com valores publicados por Naaktgeboren et. al. (2012).

4 JUSTIFICATIVA

O estudo de escoamento de fluidos em meios porosos é um enorme desafio, e o mesmo tem grande importância na análise de problemas práticos de engenharia, principalmente no campo da mecânica dos fluidos, no que diz respeito a simuladores de reservatórios que compreende o estudo do escoamento de fluidos em meios porosos. Portanto, é de grande importância científica e tecnológica para o nosso país analisar problemas deste gênero. Pode-se dividir de forma simplificada a contribuição deste trabalho em duas vertentes, a contribuição teórica e a prática. Na contribuição teórica após realizar o trabalho tem-se uma avaliação experimental do modelo HDD modificado proposto pelos autores Naaktgeboren et. al. (2012).

Com relação a contribuição prática obtém-se uma forma de contabilizar os efeitos de entrada e saída para projetos envolvendo escoamento em meios porosos permeáveis.

5 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Após a realização de um estudo bibliográfico sobre os conceitos fundamentais de escoamento de fluidos, partiu-se para o estudo dos princípios físicos, matemáticos e experimentais que regem o escoamento de fluidos em meios porosos.

A modelagem matemática do escoamento laminar de fluidos em meios porosos é baseada na solução de equações diferenciais, a partir da qual são obtidas soluções para as diversas situações. A equação diferencial (Eq. Difusividade Hidráulica) é deduzida a partir da associação de três equações básicas:

- Lei de Darcy, que descreve a relação do fluxo com o gradiente de pressão;
- Equação da continuidade, que descreve a conservação de massa;
- Equação de estado que tanto pode ser uma lei dos gases como a equação da compressibilidade para o caso de líquidos (NAAKTGEBOREN et. al., 2012).

A figura 4 ilustra um escoamento desenvolvido através de um tubo de seção circular com uma restrição imposta, nota-se que, tem uma pressão inicial de entrada (P_e), uma pressão de saída (P_s) menor, principalmente devido aos efeitos da perda de carga devido as paredes do tubo, e também devido à restrição.

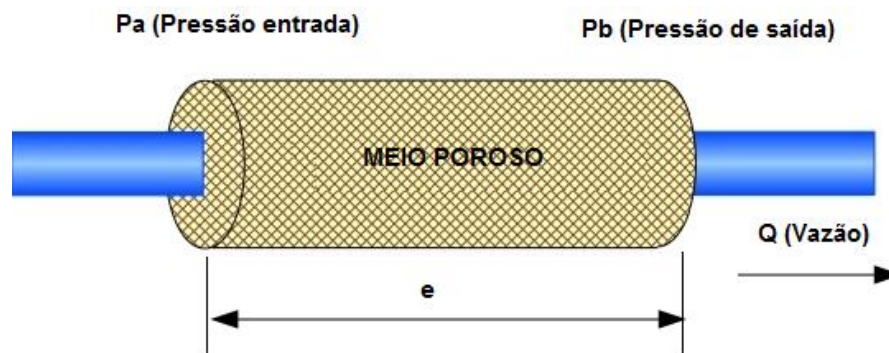


Figura 4 – Esquema ilustrativo de um escoamento contendo uma região com meio poroso de espessura e [m] desenvolvido ao longo do tubo.

Em que, a queda de pressão por unidade de comprimento Δ_p/e [Pa/m] depende principalmente do comprimento l [m], da velocidade \bar{u} [m/s] e do diâmetro do poro d [m] para meios porosos longos, e para meios porosos finos, a perda de carga é basicamente constituída pela restrição provocado pelos efeitos de entrada e saída do fluido conforme ilustra a fig. 5 do esquema abaixo.

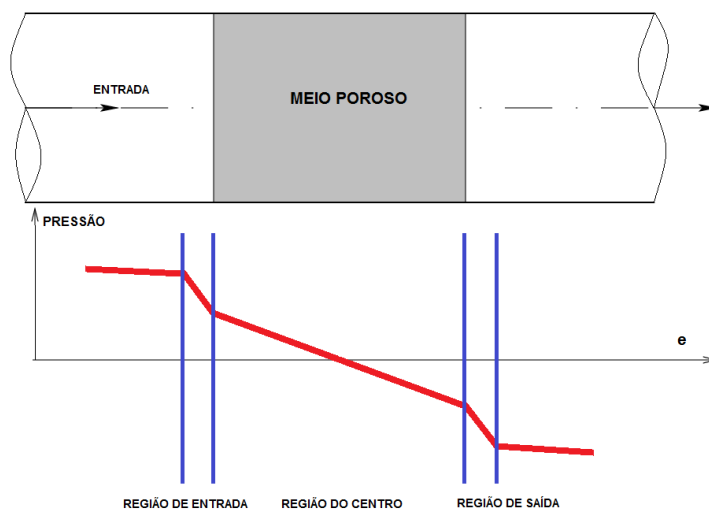


Figura 5 – Esquema ilustrativo indicando as regiões de entrada e saída no escoamento desenvolvido ao longo de um tubo de espessura e [m].
Fonte: O autor

Khayargoli et. al. (2004) e Medraj et. al. (2004) mostraram que a perda de carga por unidade de comprimento $\Delta p/e$ é proporcional ao aumento da velocidade média (\bar{u}) conforme mostra as fig. 6 e 7.

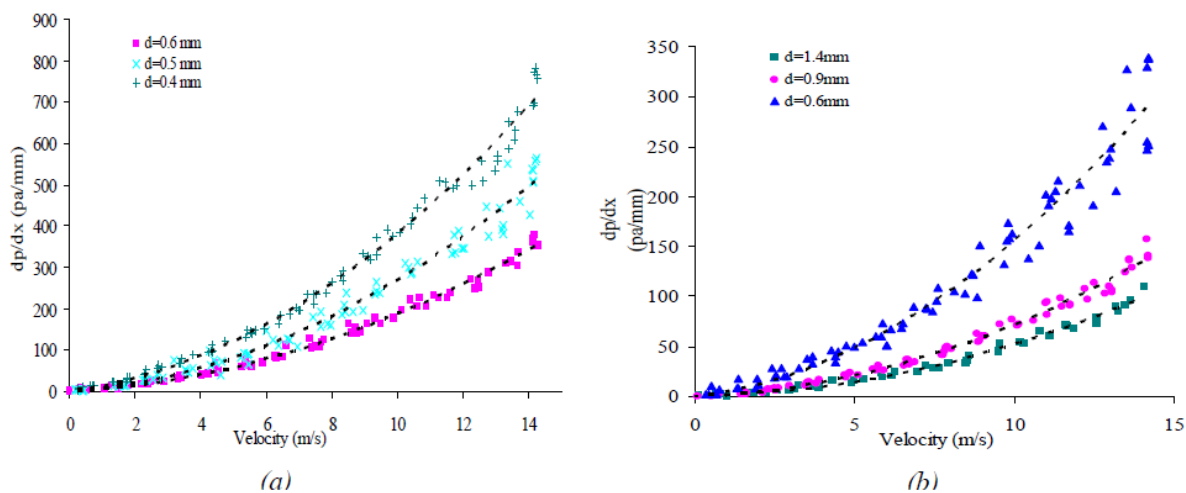


Figura 6 – Efeito do diâmetro do poro d [mm] em função da queda de pressão por unidade de comprimento $\Delta p/e$ [Pa/mm] para espessuras de (a) 5 mm e (b) 10 mm.
Fonte: Khayargoli et. al. com adaptações (2004).

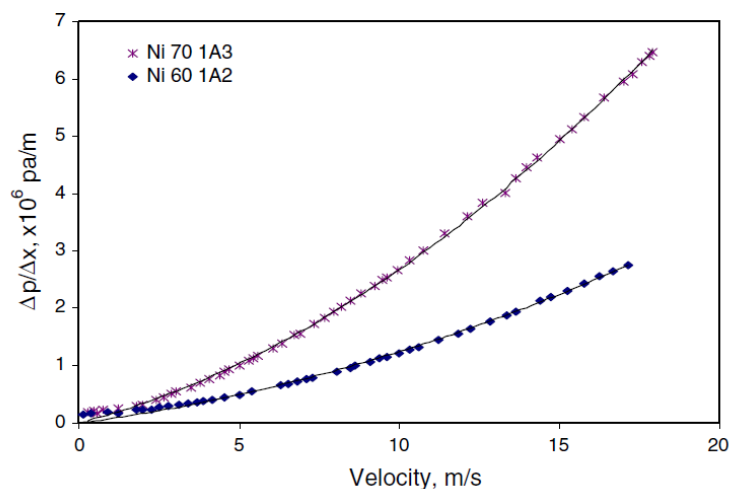


Figura 7 – Queda de Pressão por unidade de comprimento $\Delta p/e$ [Pa/m] versus velocidade média \bar{u} [m/s] para amostras metálicas Ni70-1A3 e Ni60-1A2.

Fonte: Medraj et. al. (2007).

Outra característica que pode influir na perda de carga é a porosidade ϕ de um material poroso, ou seja, um material contendo poros (vazios ou espaços ditos ocos). A porção esquelética do material é frequentemente chamada "matriz" ou "estrutura". O material esquelético é normalmente um sólido, mas estruturas como espumas são frequentemente analisadas usando-se conceitos de meios porosos.

Um meio poroso pode ser caracterizado por sua permeabilidade, resistência à tração, condutividade elétrica, entre outras, mas para o nosso trabalho será analisada sua permeabilidade e porosidade.

A permeabilidade K [m^2] é uma das duas propriedades hidráulicas necessárias para caracterizar o fluxo de um fluido através de um meio poroso, a outra que é o coeficiente de forma C (m^{-1}) que será visto mais à frente. A determinação experimental de K e de C estão envolvidas com efeitos secundários indesejáveis, que aumentam as incertezas na sua determinação (NAAKTGEBOREN et. al., 2012).

Conforme visto anteriormente Darcy (1856) observou que existia uma relação direta entre a vazão que atravessava uma amostra porosa e a diferença de carga hidráulica associada, encontrando uma dependência diretamente proporcional à permeabilidade do meio poroso, K , e inversamente proporcional com a viscosidade do fluido, μ ($Pa \cdot s$) (DARCY, 1856).

O modelo de Hazen-Dupuit-Darcy HDD, ou popularmente conhecida como a equação de Darcy-Forchheimer, é aplicada em escoamento isotérmico de um fluido incompressível e newtoniano (NAAKTGEBOREN et. al., 2012).

A Equação 1, de Hazen-Dupuit-Darcy (HDD) fornece a queda de pressão por unidade de comprimento do meio poroso, considerando a soma de dois termos, um de ordem linear e o outro de ordem quadrática (NAAKTGEBOREN et. Al., 2012). Onde Δp é a queda de pressão (Pa), e comprimento linear (m), μ é a viscosidade dinâmica do fluido (Pa · s), K é o coeficiente de permeabilidade do meio poroso [m^2], \bar{u} é a velocidade média de escoamento do meio poroso na direção axial [m/s], ρ é a densidade do fluido [kg/m^3], e C é o Coeficiente de Forma [m^{-1}].

Khayargoli et. at. (2004) e Medraj et. al. (2004) reportaram em seus trabalhos que o coeficiente de permeabilidade (K) cresce de forma proporcional com o aumento do diâmetro do poro (d), ao passo que o coeficiente decresce com o aumento do diâmetro do poro conforme fig. 8, 9 e 10.

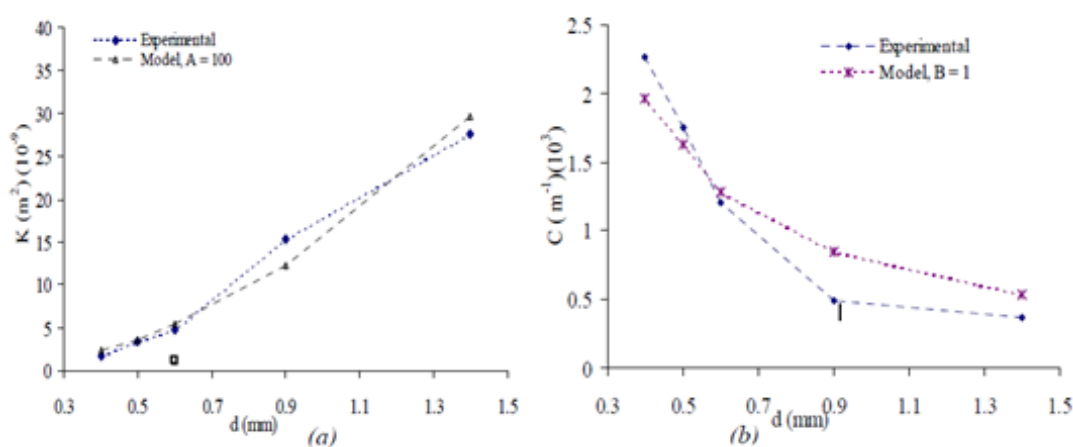


Figura 8 – (a) Coeficiente de Permeabilidade $K [m^2]$ e (b) Coeficiente de Forma $C [m^{-1}]$ em função do diâmetro do poro $d [mm]$.

Fonte: Khayargoli et. al. com adaptações (2004).

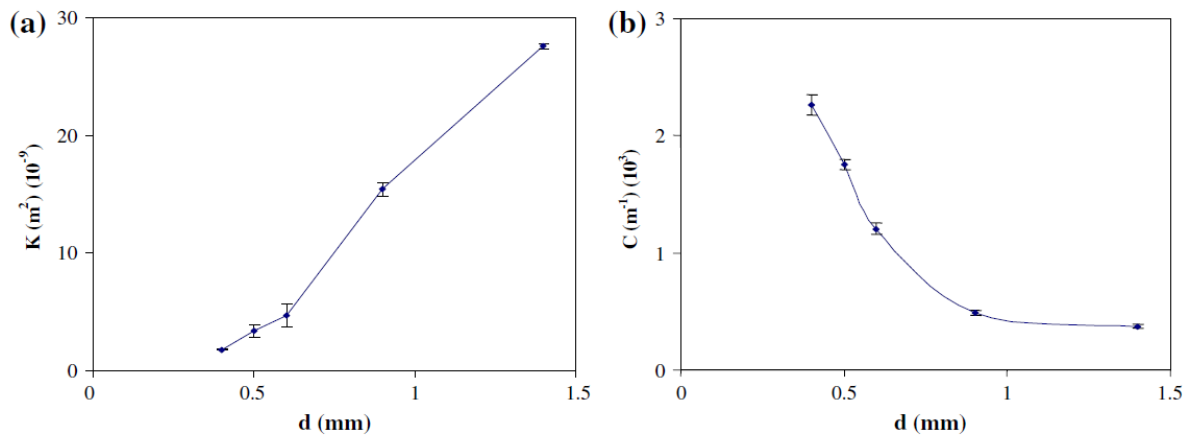


Figura 9 – Permeabilidade versus diâmetro do poro d [mm] para espessuras de (a) espessura $e = 5$ mm e (b) espessura $e = 10$ mm.

Fonte: Medraj et. al. com adaptações (2007).

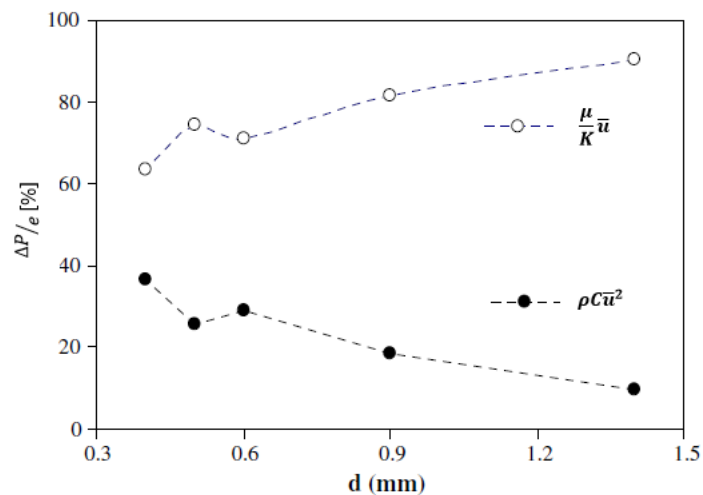


Figura 10 – Queda de Pressão por unidade comprimento $\Delta p/e$ em [%] versus diâmetro do poro d [mm] para demonstrar o comportamento dos termos $\frac{\mu}{K}\bar{u}$ e $\rho C\bar{u}^2$, linear e quadrático respectivamente.

Fonte: Medraj et. al. com adaptações (2004).

Entretanto, esta equação não leva em conta os efeitos de entrada e saída que são muito importantes em meios porosos finos. Esta equação serve apenas para a perda de carga em escoamentos através de meios porosos longos, pois a equação dada inicialmente por Hazen-Dupuit-Darcy, ou simplesmente equação HDD, correlaciona a perda de carga por unidade de comprimento de um escoamento no interior de um meio poroso caracterizado pelos coeficientes K e C , conhecidos como a permeabilidade e o coeficiente de forma do meio poroso. Sendo escrita em termos

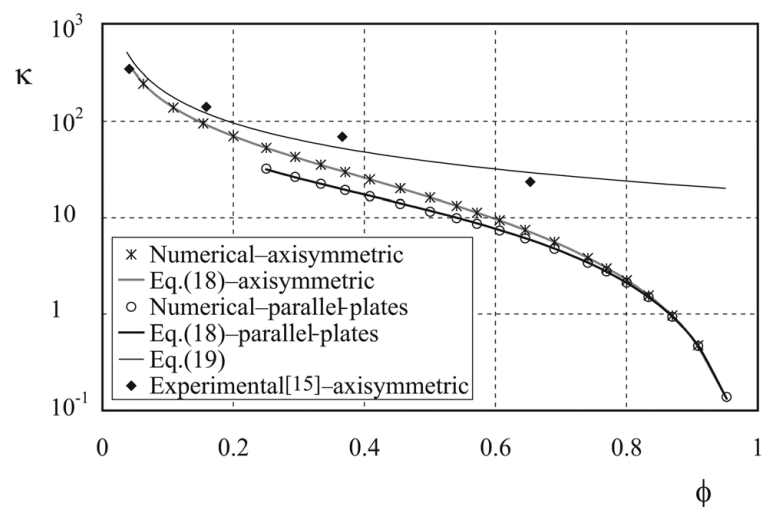
de perda de carga por unidade de comprimento, a equação HDD é de difícil aplicação ou até mesmo ambígua em toda a classe de meios porosos finos, nos quais outros efeitos de perda de pressão são de importância comparável ou maior do que a perda de pressão por permeabilidade e forma do interior do meio poroso.

Pensando nisto, NAAKTGEBOREN et. al. (2012) propuseram uma modificação da equação para ser utilizada quando os efeitos de entrada e saída não podem ser negligenciados, sendo importante contabilizar estes efeitos de entrada e saída.

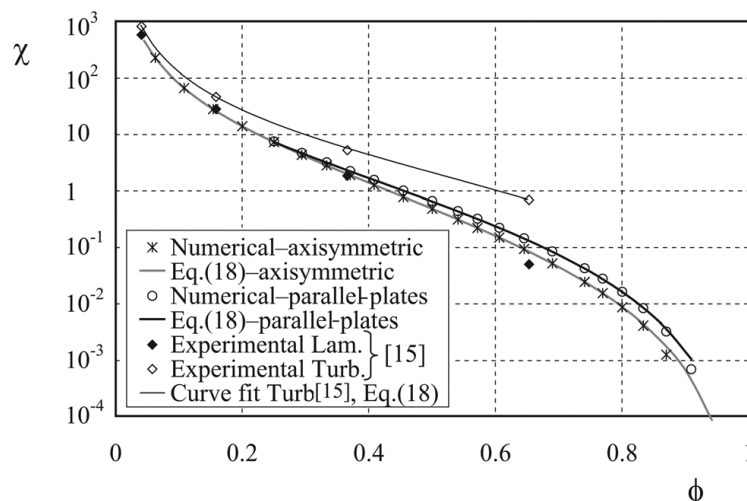
A equação 2 proposta pode ser nominada de equação HDD modificada (Hazen-Dupuit-Darcy), em que, considera um K e C modificados, os quais levam em consideração as contribuições (efeitos) de perda de pressão da entrada e de saída. A equação passa a ser:

$$\frac{\Delta p}{e} = \frac{\mu}{K_m} \bar{u} + \rho C_m \bar{u}^2 \quad (7)$$

A equação HDD modificada define K_m e C_m válidos para MP de qualquer comprimento em função dos parâmetros κ e χ . Através das fig. 11 e 12 pode-se ver a variação destes coeficientes em função da porosidade ϕ [%]. A equação HDD modificada visa contabilizar os efeitos de entrada e saída no escoamento de meios porosos (NAAKTGEBOREN et. al., 2012).



**Figura 11 – Coeficiente adimensional de permeabilidade κ [–] em função da porosidade ϕ [%].
Fonte: Naaktgeboren et. al. (2012).**



**Figura 12 – Coeficiente adimensional de forma χ [-] em função da porosidade ϕ [%].
Fonte: Naaktgeboren et. al. (2012).**

Em meios porosos muito finos, a equação de Hazen-Dupuit-Darcy não é mais aplicável porque a queda de pressão não pode ser encontrada numa base por unidade de comprimento quando Δp_r domina, de modo que um K e C modificados tornam-se necessários para levar em conta as contribuições das perdas de pressão na entrada e saída. Na qual as perdas de pressão total de restrição (Δp_r) pelo meio poroso foi definida como sendo a soma das parcelas de entrada Δp_i e da saída Δp_o , conforme equação (3). E a queda de pressão total Δp foi definida como sendo a soma das parcelas de entrada (Δp_i), do centro (núcleo) (Δp_c) e da saída (Δp_o), conforme equação (4).

Com isso, a queda de pressão imposta pela restrição, ou seja, Δp_r , pode ser determinada numericamente assumindo que o fluxo seja constante e duas dimensões (no caso de placas paralelas) ou com simetria axial (no caso de um tubo circular). Para um fluido newtoniano com propriedades constantes e uniformes (LAGE, 2000).

Para placas paralelas, e para escoamento laminar circular (tubo circular) de um fluido incompressível com propriedades físicas constantes, na região plenamente desenvolvida, as equações de continuidade e quantidade de movimento em coordenadas cilíndricas já são conhecidas.

Na prática, K e C são determinados a partir de regressão matemática com várias medições de Δp , em função da velocidade e espessura do MP.

Em que, pode-se variar o Re através da variação da vazão (Q) uma vez que as propriedades do fluido μ e ρ são conhecidos. A definição do comprimento e , já que a literatura considera diferentes interpretações. O estudo original de Darcy (DARCY,

1856) foi realizada com as tomadas de pressão colocados do lado de fora do meio poroso figura 1 (sem uma distância especificada a partir do meio de entrada e saída).

Entretanto, experiências contemporâneas são normalmente realizadas com tomadas de pressão colocada dentro da região meio poroso (fig. 13), para meios porosos com espessura consideráveis, e fora para MP com espessuras muito finas, entretanto, não se tem uma definição clara desta distância. Baril et. al. (2008) e Naaktgeboren et. al. (2012) conceituam e como sendo o comprimento médio do meio poroso entre as tomadas de pressão.

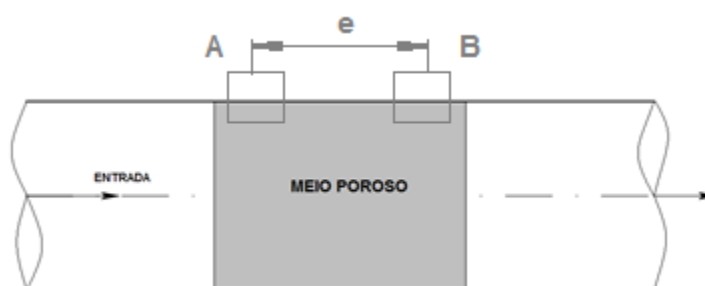


Figura 13 – Esquema demonstrativo em da espessura e [m] como sendo a distância entre os tomadores de pressão A e B (medição no interior do MP).

Fonte: O autor

Neste trabalho considera-se a distância e com sendo a espessura medida no meio poroso, em que as tomadas estão colocadas no interior do meio poroso, ou seja, o comprimento e [m] é a própria distância (A e B) entre as tomadas de pressão.

Com estes valores de pressão é possível obter a diferença de pressão, ou seja, o $\Delta p/e$ [Pa/m] em função das diferentes velocidades média no sentido axial \bar{u} [m/s] do tubo.

Na equação HDD modificada, os coeficientes de K e C são funções do meio poroso e permeabilidade, obtidos por isolamento da queda de pressão do núcleo, e estes coeficientes caracterizam as contribuições de perda de pressão de entrada e saída. Já os coeficientes de K_m e C_m são fornecidos considerando meios porosos muito finos, a queda de pressão total considerada é apenas a de restrição (Δp_r) pelo meio poroso fino, que pode ser definida como sendo a soma das parcelas de entrada Δp_i e da saída Δp_o , em que, subtraí a perda de carga relativa ao interior.

LAGE et. al. (2005), realizou uma simulação numérica, o que permitiu considerar a distância e como sendo exatamente zero, ou seja, a queda de pressão no interior passou a ser zero, sendo que isto somente foi possível por ser realizado

numericamente. Neste trabalho, o valor considerado na modelagem matemática foi a espessura e medida entre as tomadas de pressão.

Nota-se que à medida que aumenta a espessura do MP, Δp_r diminui, como é esperado, em que, é importante notar a evolução linear de Δp quando a mesma possui escoamento em MP longos. Além disto, a variação Δp_r torna quadrática com o segundo termo quando considera a perda de carga devido a entrada/saída. Como mencionado este comportamento confirma a analogia entre o fluxo através da restrição e o fluxo de um meio poroso como mostrado na equação 2.

Assume-se neste trabalho fluido sendo incompressível e newtoniano, enquanto o constituinte sólido, que representa a matriz porosa, é rígido, homogêneo e isotrópico e encontra-se em repouso, de tal forma que o escoamento se dê apenas por meio dos poros. Define-se, então, a porosidade ϕ [%] como parâmetro físico que mede a relação entre o volume total dos poros V_p [m^3], e o volume total da esponja metálica V_T [m^3].

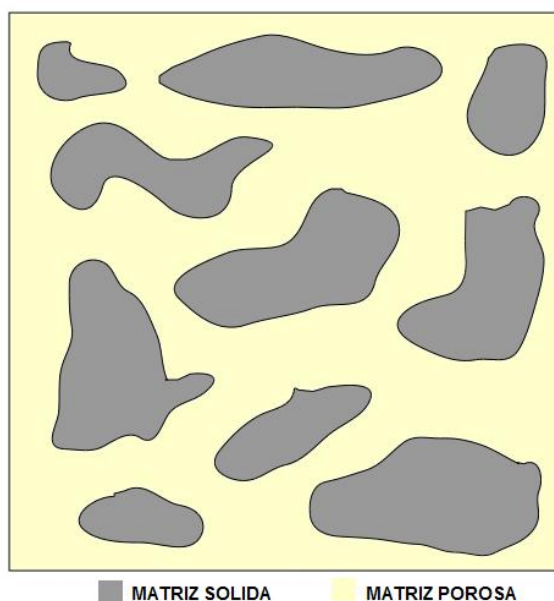


Figura 14 – Esquema de uma matriz porosa rígida contendo espaços vazios (poro) e espaços preenchidos com material (sólido) para verificar a porosidade absoluta ϕ [%].

Fonte: O autor.

Sendo definida como a razão entre estes volumes conforme a equação abaixo:

$$\phi \text{ [%]} = V_p / V_T \quad (8)$$

Encontrados os valores de κ e χ pode-se encontrar K_m e C_m em função da espessura. Analogamente pode-se encontrar os valores de K e C , em que, será preciso apenas da medição de Δ_p/e em função da espessura e do MP. Com isso, tem-se os valores de coeficientes de permeabilidade e de forma originais, bem como os coeficientes modificados. Podendo assim, ser determinada a perda de carga puramente Darcyana relativa ao interior do MP, bem como as perdas de carga relativas a entrada/saída.

6 METODOLOGIA

Para determinar as propriedades definidas por uma equação constitutiva, como K e C , tem de se conceber experimentos específicos para isolar o efeito da propriedade desejada de outros efeitos. Este trabalho visa obter os coeficientes K e C , bem como os coeficientes κ e χ , para validar o modelo proposto por NAAKTGEBOREN et. al. (2012).

Através de dados experimentais publicados, com um SETUP definido foi realizado um trabalho de modelagem matemática, em que constituiu em extrair os dados da perda de carga por unidade de comprimento Δ_p/e [Pa/mm] em função da espessura e (mm) de dois meios porosos conforme descritos na tabela 2, e demonstrado a forma geométrica da esponja NCX1116 na fig. 15.

Tabela 1 - Caracterização dos Meios Porosos – Espumas Metálicas NC 2733 e NCX 1116.

Esponja Metálica		PROPRIEDADES DO MATERIAL		
Grade	d [mm]	ϕ [%]	e [$10^{-3}m$]	\bar{u} [m/s]
NC 2733	0.6	89	0 – 56	2 – 20
NCX 1116	1.4	89	0 – 62.13	2 – 20

Fonte: BARIL et. al. (2008)

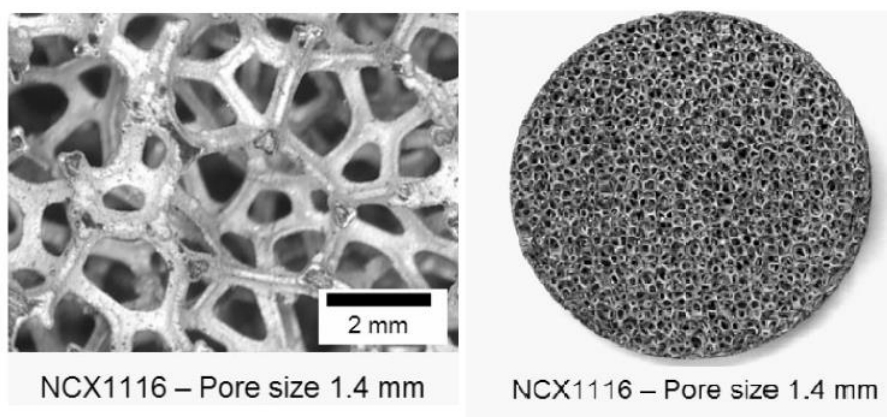


Figura 15 – Amostra de espuma metálica NCX1116.

Fonte: Baril et. al. com adaptações (2008).

Os dados de queda de pressão por unidade de comprimento foram normalizados em função da velocidade média de acordo com cada espessura medida. O Coeficiente de Permeabilidade (K) e de forma (C) foram determinados para cada

amostra utilizando todos os dados para as diferentes faixas de velocidade em que os autores Baril et. al. variaram de 2 à 20 m/s .

A viscosidade dinâmica e a densidade do ar foram consideradas como sendo $\mu = 1,84 \times 10^{-5} Pa \cdot s$ e $\rho = 1,19 kg/m^3$, respectivamente considerando a temperatura de 30°C (FOX, 2010).

Os dados experimentais foram realizados utilizando um SETUP de acordo com a fig. 07, e utilizou-se os seguintes procedimentos descritos na publicação.

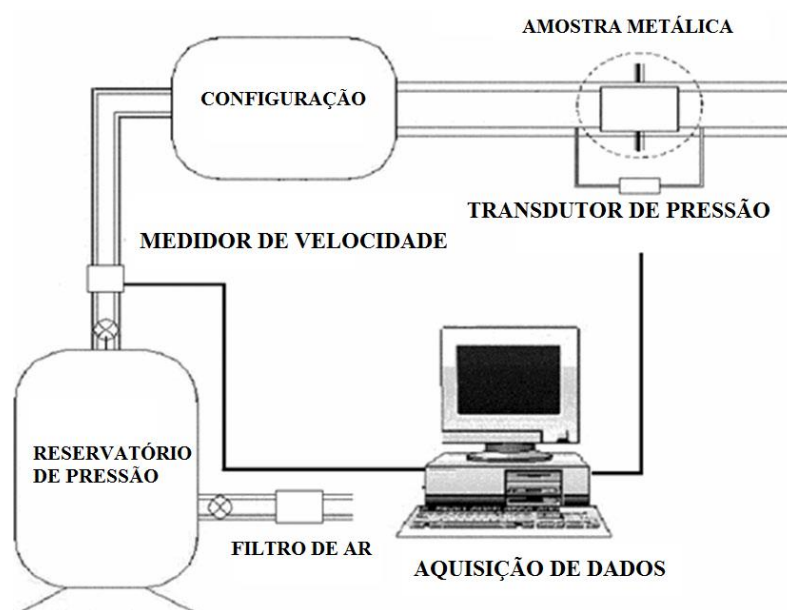


Figura 16 – Esquema do SETUP experimental utilizado pelo Baril et. al. (2008).
Fonte: BARIL et. al. com adaptações (2008)

Os dados coletados da queda de pressão por unidade de comprimento em função da espessura são demonstrados nas tabelas 1 e 2.

No passo seguinte estes dados foram normalizados em função da velocidade, e realizou a plotagem destes dados de perda de carga por unidade de comprimento em função da velocidade, obtendo uma função $g(u) = b_0 \bar{u} + b_1 \bar{u}^2$, os coeficientes b_0 e b_1 que são μ/K_m e ρC_m respectivamente.

Comparando a equações 1 e 9 percebe que os coeficientes são os mesmos.

$$g(u) = b_0 \bar{u} + b_1 \bar{u}^2 \quad (9)$$

Para cada curva de dados (tabelas 2 e 3) com os valores de Perda de Carga por unidade de comprimento (Δ_p/e) em função da espessura (e) do meio poroso

NC2733 e NCX1116 foi calculado os coeficientes b_0 e b_1 através regressão utilizando o método mínimos quadrados, que serão apresentados posteriormente na seção de resultados.

Calculado os coeficientes b_0 e b_1 para ambos os materiais foi plotado os gráficos para validar o modelo proposto pelos autores Naaktgeboren et. al. (2012), e visualizar que os pontos experimentais dos autores Baril et. al. (2008) são descritos pela equação HDD modificada, e comprova-se uma região constante resultante do termo linear, e outra região não linear que varia de acordo com o termo quadrático da equação.

Tabela 2 – Valores de Perda de Carga por unidade de comprimento ($\Delta p/e$) em função da espessura (e) do meio poroso para NC2733.

Espessura (mm)	$\Delta p/e$ [10^3 Pa/m]					
	v = 2 (m/s)	v = 6 (m/s)	v = 10 (m/s)	v = 14 (m/s)	v = 17 (m/s)	v = 20 (m/s)
2,15	919,2	717,9	536,8	333,3	178,2	45,4
3,11	636,4	488,5	361,5	216,4	114,7	28,1
4,81	496,4	381,7	287,9	165,2	86,6	20,2
7,06	417,7	320,3	234,5	134,9	71,4	15,1
10,0	361,5	274,9	203,5	116,9	63,5	15,1
13,1	331,2	251,8	186,1	104,6	53,4	13,0
17,1	272,0	213,6	158,0	91,6	48,3	13,0
22,1	223,7	173,2	127,0	71,4	40,4	10,1
25,1	206,3	158,0	119,8	61,3	33,2	7,9
28,4	193,4	145,0	109,7	58,4	33,2	7,9
31,6	175,3	132,0	101,7	56,3	30,3	7,9
34,7	170,3	127,0	96,7	51,2	28,1	5,0
36,8	170,3	127,0	96,7	51,2	25,2	5,0
41,7	170,3	127,0	91,6	51,2	25,2	5,0
46,6	165,2	127,0	91,6	51,2	25,2	5,0
51,7	165,2	127,0	91,6	51,2	25,2	5,0
56,0	165,2	127,0	91,6	51,2	25,2	5,0

Fonte: Baril et. al. com adaptações – (2008)

Tabela 3 – Valores de Perda de Carga por unidade de comprimento ($\Delta p/e$) em função da espessura (e) do meio poroso para NCX1116.

Espessura (mm)	$\Delta p/e$ [10^3 Pa/m]					
	v = 2 (m/s)	v = 6 (m/s)	v = 10 (m/s)	v = 14 (m/s)	v = 17 (m/s)	v = 20 (m/s)
5,12	215700	170500	130000	81060	43890	12810
10,0	162700	123900	91140	53340	26700	6720
13,2	137300	104370	76650	44520	21630	5460
15,6	128300	97860	72870	42210	21630	5460
20,4	100000	77280	56070	31710	16590	3990
21,7	93450	71600	54390	31710	16590	5040
25,3	85050	65100	46620	26670	12810	2730
30,7	74970	57330	41580	23940	12810	2730
37,5	64470	49560	37170	22260	12180	2730
41,8	60480	46620	33810	18900	10080	2730
44,9	58380	44520	32760	18900	11130	2730
47,3	55650	42840	32130	18270	10080	2730
50,8	53970	41580	31080	18270	10080	2730
55,0	52700	40530	30030	16590	9450	1680
59,9	50600	39480	28980	15540	8820	1680
62,1	51660	40110	30030	17220	8820	1680

Fonte: Baril et. al. com adaptações – (2008)

Com os valores dos coeficientes b_0 e b_1 modelados matematicamente foi possível encontrar a função $h(e) = a_n + a_{n+1}/e$ para os coeficientes b_0 e b_1 , que por inspeção podem ser considerados $h_0(e) = a_0 + a_1/e = \mu/K_m$ para b_0 e $h_1(e) = a_2 + a_3/e = \rho C_m$ para b_1 , em que por comparação o resultados destas equações são iguais a μ/K_m e ρC_m respectivamente.

Após realizada a modelagem matemática para determinar os coeficientes a_0 , a_1 , a_2 e a_3 , foram utilizados valores tabelados do Ar à pressão Atmosférica ($T = 30$ °C) de $\mu = 1,86 \cdot 10^{-5}$ Pa · s e $\rho = 1,17$ kg/m³ conforme literatura (FOX, 2010).

Em que os coeficientes K_m e C_m podem obtidos através da equação (10) que considera K e C mais uma parcela não linear que tem em seus termos os coeficientes κ e χ (NAAKTGEBOREN et. al., 2012).

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K} + \frac{\kappa}{ed} \quad C_m = C + \frac{\chi}{e} \quad (10)$$

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção do trabalho será apresentada os resultados numéricos obtidos através modelagem matemática descrita nos capítulos anteriores.

Conforme descrito na metodologia abaixo são apresentados os valores dos coeficientes b_0 e b_1 calculados para ambos os materiais NC2733 e NCX 1116.

Tabela 4 – Coeficientes calculados de b_0 e b_1 para espumas metálicas NC2733 e NCX 1116.

Material NC2733			Material NCX 1116		
Espessura (mm)	b_0	b_1	Espessura (mm)	b_0	b_1
2,15	21280	1231	5,12	5665	256,2
3,11	12260	973,3	10,0	2689	271,7
4,81	9312	776,8	13,2	2144	235,9
7,06	6937	697,9	15,6	2236	208,6
10,0	6219	589,8	20,4	1592	171,3
13,1	5105	572,8	21,7	1872	139,5
17,1	5363	415,7	25,3	1151	155,8
22,1	3960	362,1	30,7	1196	127,5
25,1	3063	366,0	37,5	1334	93,9
28,4	2967	333,3	41,8	947,0	104,2
31,6	3113	281,1	44,9	1076	91,3
34,7	2449	302,0	47,3	1060	86,1
36,8	2237	314,0	50,8	1093	79,9
41,7	1979	325,3	55,0	888,7	87,6
46,6	2266	302,0	59,9	817,1	86,7
51,7	2266	302,0	62,1	949,2	82,4
56,0	2266	302,0	-	-	-

Fonte: O autor (2015)

Obtido os coeficientes b_0 e b_1 e realizando uma modelagem de dados utilizando uma função $f(x) = Cte + 1/e$ é possível determinar os coeficientes a_0 , a_1 , a_2 e a_3 . Realizando uma análise dimensional pode-se obter as unidades de a_0 [$Pa \cdot s/m^2$], de a_1 [$Pa \cdot s/m$], de a_2 [$Pa \cdot s^2/m^3$] e de a_3 [$Pa \cdot s^2/m^2$], e demonstrar que os coeficientes κ e χ são adimensionais. Por comparação tem-se que $a_0 = \mu/K$, $a_1 = \mu\kappa/d$, $a_2 = \rho C$ e $a_3 = \rho\chi$.

Tabela 5 – Valores dos coeficientes calculados de a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , K , κ , C e χ para as esponjas metálicas tipo NC2733 e NCX1116.

Denominação	MEIO POROSO	
	NC 2733	NCX 1116
Coeficientes		
$a_0 = \mu/K$	1679	433,9
$a_1 = \mu K/d$	39	25,80
$a_2 = \rho C$	280,6	83,50
$a_3 = \rho \chi$	2,207	1,230
K	1,0956E-08	4,2868 E-08
κ	1272	1942
C	235,8	71,43
χ	1,854	1,052

Fonte: O autor (2015)

Analisando os resultados de Baril et. al. (2008) indicados nas figuras 2 e 3 constatou-se que a região livre dos efeitos de entrada/saída não foi considerada corretamente, ou seja, nota-se na modelagem matemática que apesar de parecer estabilizado o fenômeno da perda de carga por unidade de comprimento, o mesmo ainda não tinha alcançado o seu valor assintótico, igual ao coeficiente a_0 . Isto pode ter ocorrido proveniente da observação visual que o fenômeno estava estabilizado, como mostra nas ultimas 3 (três) medições que o valor de b_0 foi constante, e assumiu o valor de $b_0 = 2266 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ para o material NC2733, entretanto, o valor de $a_0 = 1679 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ mostra que ainda haveria uma região de influência dos efeitos de entrada/saída que o referido autor não considerou. Isto também ocorre na análise do material NCX1116, em que, os valores de $b_0 = 949,2 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ é superior ao valor de $a_0 = 433,9 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^2$. O que denota claramente que ainda existe uma região de influência dos efeitos de entrada/saída no escoamento, e que, não foram considerados.

A grande disparidade dos resultados provavelmente deve-se à falta de testes com amostras significativamente mais longas ou com tomadores de pressão colocados no interior do meio poroso.

Outro ponto analisado foram os valores de κ , em que para uma porosidade $\phi = 0.89 \%$ ficaram acima dos valores simulados (fig. 8), $\kappa = 1272$ e $\kappa = 1942$ para os materiais NC2733 e NC2733 respectivamente, isto se deve ao fato da forma do meio poroso ser diferente da simulada. A forma avaliada possui uma estrutura homogênea e tridimensional em forma contínua, mostrando uma perda de carga relativa ao arrasto

maior em relação ao escoamento simulado (fig. 11) com placas paralelas que representa apenas um plano.

Com relação aos valores χ , em que para uma porosidade $\phi = 0.89\%$ também ficaram acima dos valores simulados (fig. 9), $\chi = 1,85$ e $\chi = 1,05$ para os materiais NC2733 e NC2733 respectivamente, isto se deve ao fato da forma do meio poroso ser diferente da simulada. A forma avaliada possui uma estrutura homogênea e tridimensional em forma contínua, mostrando uma perda de carga relativa a forma maior que o escoamento simulado com placas paralelas que representa apenas um plano.

A modelagem matemática dos dados mostraram que os efeitos de entrada/saída pode ser descrita pelo modelo proposto pelos autores Naaktgeboren et. al. (2012) conforme pode ser verificado através das figuras 17 e 18.

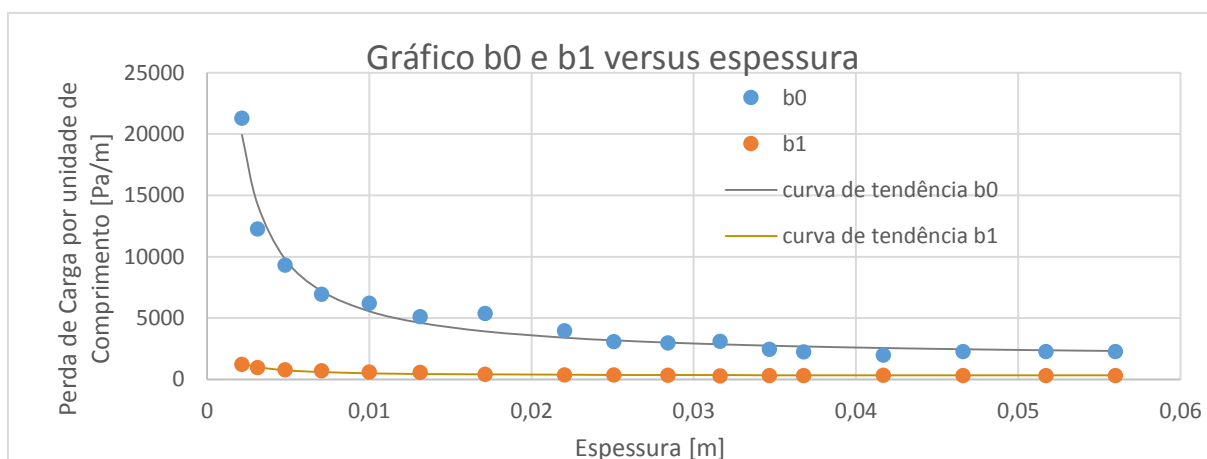


Figura 17 – Coeficientes b_0 e b_1 em função da espessura e [m] para esponja metálica NC2733. Fonte: O autor (2015)

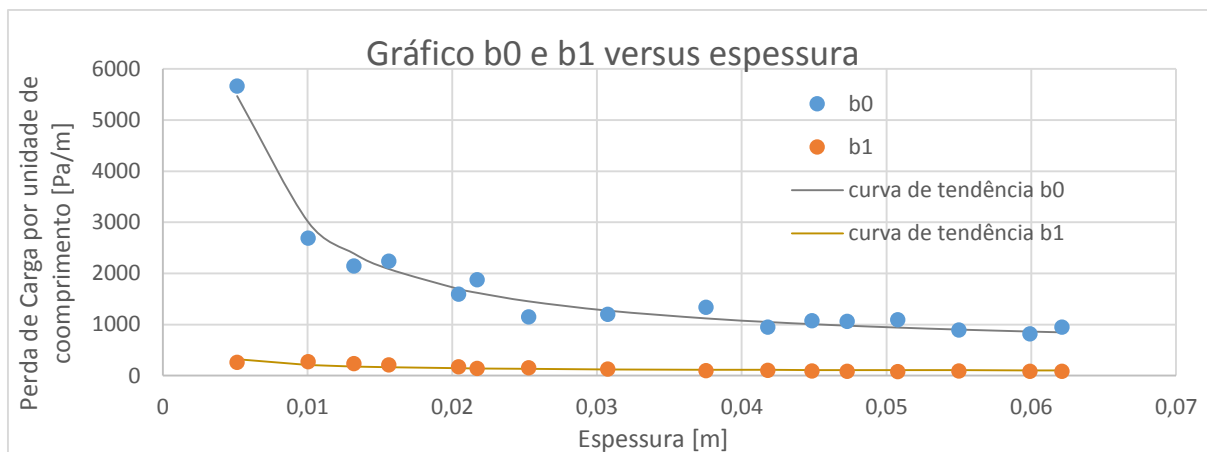


Figura 18 – Coeficientes b_0 e b_1 em função da espessura e [m] para esponja metálica NCX1116. Fonte: O autor (2015)

Para as condições utilizadas no presente trabalho, a contribuição de entrada/saída foi proporcionalmente maior com velocidades maiores, e diminuiu a medida que reduziu as velocidades.

8 CONCLUSÃO

O presente trabalho além de estudou o efeito da perda de carga no escoamento de fluidos em meios porosos, e validou a equação modificada de Hazen-Dupuit-Darcy proposta por Naaktgeboren et. al. (2012) através de dados experimentais publicados na literatura.

Além da validação desta equação, o trabalho obteve um protocolo para determinação das perdas de carga verdadeiramente Darcyianas (interior do meio poroso), e a contribuição dos efeitos de entrada e saída em escoamentos de meios porosos finos.

Em geral para meios porosos finos, a contribuição dos efeitos de pressão de entrada/saída não pode ser desprezada, pois é significativamente maior do que a contribuição do interior do material poroso. Entretanto, quando o comprimento do meio poroso é muito grande, a contribuição dos efeitos de entrada/saída é inversamente significativa, e dependendo das aplicações pode ser desprezada.

Em geral os efeitos de entrada/saída devem ser levados em consideração sempre que as tomadas de pressão forem posicionadas fora do meio poroso.

Sugere-se para trabalhos futuros que as medições de perda de carga em função do comprimento sejam feitas com amostras significativamente mais longas com tomadas de pressão localizadas fora do meio poroso e com tomadas de pressão no interior do MP buscando a comprovação do valor assintótico de $a_0 = \mu/K = 1679 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ e $a_0 = \mu/K = 2266 \text{ Pa} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ para amostras NC2733 e NCX116 respectivamente.

Outra sugestão de trabalho futuros é realizar experimentos com materiais de permeabilidade diferente, e variando a viscosidade dinâmica do fluido (μ) para confirmar a natureza desses efeitos.

REFERÊNCIAS

- ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, FEDSM2005, v. 2005, p. 635–641, 2005.
- BARIL, E. et al. Experimental demonstration of entrance/exit effects on the permeability measurements of porous materials. *Advanced Engineering Materials*, v. 10, n. 9, p. 889–894, 2008.
- BARIL, E. et al. Experimental demonstration of entrance/exit effects on the permeability measurements of porous materials. *Advanced Engineering Materials*, WILEY-VCH Verlag, v. 10, n. 9, p. 889–894, 2008. ISSN 1527-2648.
- DARCY, H. P. G. "les fontaines publiques de la ville de dijon: Exposition et application des principes a suivre et des formules a employer dans les questions de distribution d'eau". Victor Dalmont, Paris, 1856.
- DUPUIT, A. J. *Annales des mines. Mémoires de la commission d'expériences et de recherches sur le mouvement des eaux dans les canaux ouverts et à travers les terrains perméables*. Victor Dalmont, Paris, 1863.
- FOX, R. W. *Introdução dos Fluidos*. 7 ed. ed. [S.l.: s.n.], 2010.
- KAVIANY, M. *Principles of Heat Transfer in Porous Media*, Springer-Verlag, New York, 1995.
- KHAYARGOLI, P.; LOYA, V.; LEFEBVRE, L. P.; MEDRAJ, M. The impact of microstructure on the permeability of metal foams. *CSME* 2004.
- LAGE, J.; ANTOHE, B. Darcy's experiments and the deviation to nonlinear flow regime. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, v. 122, n. 3, p. 619–625, 2000.
- LAGE, J.; KRUEGER, P.; NARASIMHAN, A. Protocol for measuring permeability and form coefficient of porous media. *Physics of Fluids*, v. 17, n. 8, p. 1–4, 2005.
- MASSARANI, G. *Fluidodinca em Sistemas Particulados*. [S.l.]: E-papers, 2 ed, 2002.
- MEDRAJ, M; BARIL, E.; LOYA, V; LEFEBVRE, L. P. The effect of microstructure on the permeability of metallic foams. *J Mater Sci*, 2007.
- MORAIS, A. F. et al. Non-newtonian fluid flow through three-dimensional disordered porous media. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 103, p. 194502, Nov 2009.
- NAAKTGEBOREN, C.; KRUEGER, P.; LAGE, J. The effect of inlet and exit pressure-drop on the determination of porous media permeability and form coefficient. *Proceedings of the American Society of Mechanical Engineers Fluids Engineering Division Summer Conference*, v. 1 PART A, p. 195–201, 2005.

NAAKTGEBOREN, C.; KRUEGER, P.; LAGE, J. Inlet and outlet pressure-drop effects on the determination of permeability and form coefficient of a porous medium. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, v. 134, n. 5, 2012.

NAAKTGEBOREN, C.; KRUEGER, P.; LAGE, J. The effect of inlet and exit pressure-drop on the determination of porous media permeability and form coefficient. *Proceedings of 2005*.

NARASIMHAN, A.; LAGE, J. Modified hazen-dupuit-darcy model for forced convection of a fluid with temperature-dependent viscosity. *Journal of Heat Transfer*, v. 123, n. 1, p. 31–38, 2001.

NEVERS, N. *Fluid mechanics for chemical engineers*. New York: McGraw-Hill, Inc; 1991.

SASHIMI, M. Flow phenomena in rocks—from continuum models to fractals, percolation, cellular automata, and simulated annealing *Rev. Mod. Phys.* 65 1393–534, 1993.

STRACK, O., *Groundwater Mechanics*, Prentice-Hall, 1989.

LIGGET and LIGGET, *The Boundary Integral Equation Method for Porous Media*.

PRESS. H. Press, FLANNERY. Brian P, TEUKOLSKY. Saul A, VETTERLING. William T. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing, Second Edition Hardcover*. ISBN-13: 978-0521431088. Edition: 2nd. 1992.

WECLAS, M. *Strategy for intelligent internal combustion engine with homogeneous combustion in cylinder*. Nurnberg: Georg-Simon-Ohm-Fachhochschule, Nr. 26, April 2004.

APÊNDICE A – Artigo completo referente ao resumo aceito para o COBEM 2015
relacionado a este trabalho de conclusão

VALIDATION OF THE MODIFIED HDD EQUATION FOR THIN POROUS MEDIA BASED ON EXPERIMENTAL RESULTS

Klünge Arthur Éster Beck
Dra. Raquel da Cunha Ribeiro da Silva
Christian Naaktgeboren, PhD

Federal University of Technology, Paraná, Guarapuava Campus
NaaktgeborenC@utfpr.edu.br

Abstract. *The classical pressure-drop equation for porous media flow—the Hazen-Dupuit-Darcy equation, or simply HDD—relates the pressure-drop per unit of porous medium length of an isothermal, incompressible, porous medium saturating, Newtonian fluid flow in terms of the two constitutive quantities K and C it defines, which are known as the permeability and the form coefficient of the porous medium, respectively. It has been noted that the HDD equation becomes ambiguous for cases in which the pressure-drop caused by the porous medium no longer bears relation with the porous medium length, such as for the entire class of porous media that are sufficiently thin in the flow direction. To account for pressure-drops on this class of porous media, a modified HDD equation was proposed by Naaktgeboren et al. (2012) based on numerical results of laminar flow through porous media of simplified (collapsed) porous medium geometry and vanishing length. The proposed modified HDD equation is written in terms of modified K and C parameters, namely, K_m and C_m , that are themselves composed of a linear combination of two pressure-drop terms, one being dependent and the other, independent of porous medium length. This work attempts validating the modification of the HDD equation introduced by Naaktgeboren et al. (2012) with experimentally measured pressure-drops of air flowing across porous metallic foams of various lengths due to Baril et al. (2008) by means of least squares data modeling. The analysis shows that the modification of the HDD equation proposed by Naaktgeboren et al. (2012) is valid for the chosen experimental data-set. Moreover, expected values of Darcian, porous medium core permeability and form coefficients can be recovered from the thin porous media pressure-drop measurements and the data model hither employed.*

Keywords: *Pressure-Drop, Thin Porous Media, Modified HDD Equation, Model Validation, Data Modeling*

1. INTRODUCTION

Pressure-drop predictions for saturated porous medium flows of an isothermal, incompressible, Newtonian fluid are usually made by the classical Hazen-Dupuit-Darcy (HDD) equation, also known as the Darcy-Forchheimer equation (Lage, 1998), namely

$$\frac{\Delta P}{e} = \frac{\mu}{K} \bar{u} + \rho C \bar{u}^2, \quad (1)$$

where ΔP is the pressure-drop in Pa, e is a length in m, μ is the fluid kinetic viscosity in Pa·s, \bar{u} is the average fluid velocity in m/s, given by the ratio $\bar{u} = Q/A$ of volumetric flow rate, Q , in m³/s, and the (usually clear) flow passage area, A , in m²; and K and C are the two porous medium constitutive parameters defined by the HDD equation known as the porous medium permeability and form coefficient, respectively. The units of K and C are m² and m⁻¹, respectively.

According to the classical HDD equation, complete saturated porous medium hydraulic characterization is done by determining K and C , which is usually done experimentally by means of measurements of Q , A , ΔP , and e , once fluid properties are known (Antohe *et al.*, 1997; Narasimhan and Lage, 2003, 2004; Nield *et al.*, 1999).

When experiments are carried out such that the pressure taps are placed within the porous medium, ΔP is taken as the measured pressure-drop, while e , is taken as the distance between the pressure taps. On the other hand, when experiment setups have the pressure taps placed outside the porous medium, ΔP maintains its meaning as the measured pressure-drop, while e is reinterpreted to mean the enclosed porous medium length.

One can expect that placing the pressure taps outside the porous medium actually captures pressure-drop effects due to (i) flow adjustments necessary to enter the porous medium, (ii) porous medium flow, and (iii) flow adjustments upon exiting the porous medium, i.e., $\Delta P_{(i)} + \Delta P_{(ii)} + \Delta P_{(iii)}$. Only contribution (ii) entails a clear, unambiguous pressure-drop per unit of porous medium length relation— $\Delta P_{(ii)}/e$ follows the HDD model and is *not* a function of e . Conversely, while contributions (i) and (iii) may develop along certain clear fluid and porous medium lengths (Naaktgeboren *et al.*, 2004), they are, in fact, generally unrelated to porous medium length. Moreover, they are expected to exist for porous media of *any* length and appear on measurements whenever pressure taps are placed outside the porous medium. Their lack of porous medium e dependence causes $(\Delta P_{(i)} + \Delta P_{(iii)})/e$ to be likely proportional to $1/e$.

Whenever porous media core pressure-drop contribution *overwhelms* entrance and exit effects, $\Delta P_{(ii)} \gg (\Delta P_{(i)} + \Delta P_{(iii)})$, one can argue that $(\Delta P_{(i)} + \Delta P_{(iii)})/e$ becomes negligible in comparison with $\Delta P_{(ii)}/e$; however, since the degree of porous medium core pressure-drop dominance is linearly proportional to e , such porous media must be *overwhelmingly long*. Therefore, the issue being discussed narrows down the application of the classical HDD equation only to porous media core pressure-drops—the ones measured by placing pressure taps inside the core of the porous medium—or by overwhelmingly long porous media, despite being usually associated with “thin” porous media.

Naaktgeboren *et al.* (2005, 2012) have pointed out that the original Darcy experiment (Darcy, 1856) has been carried out with the pressure taps located outside the porous medium, and modern experimental studies are commonly carried out with either pressure tap configuration, as if porous medium core pressure-drop is always assumed to dominate over entrance and exit effects. They have investigated the aspect of a minimum porous medium length beyond which the core contribution becomes the largest one; thus, at that length, the inlet and exit effects pressure-drop effects would *match* the porous medium core pressure-drop effects—thus allowing investigators to apply their own definitions of porous medium core pressure-drop “dominance”—a concept that can be application dependent, for instance, by means of maximum allowed uncertainty, or just simply arbitrary.

Baril *et al.* (2008) have carried out an experimental validation study of the existence of porous medium entrance and exit pressure-drop effects with air flow through porous metallic foam samples of various lengths and placing pressure taps outside the porous samples. They have indeed observed the presence of inlet and exit pressure-drop contributions that in some cases were larger than the total pressure-drop imposed by the porous medium core. In their study, they have also defined and determined a critical porous medium thickness, beyond which the entrance and exit pressure-drop were judged insignificant, and have determined this thickness to be proportional to the specimen pore size, for the tested samples, and gave the figure of 50 times the pore size for the critical thickness of the tested specimens. No entrance and exit pressure-drop model equation was presented or dealt with by Baril *et al.* (2008) for the dependence of $\Delta P/e$ in terms of the porous medium length.

In the works of Naaktgeboren *et al.* (2005, 2012), a model equation was proposed in terms of a modification to the classic HDD equation as to account for porous medium to clear fluid entrance and exit pressure-drop effects. Modifications to the classical HDD equations have been proposed whenever novel physical effects are contemplated. For instance, Narasimhan and Lage (2001) have proposed a modification so as to account for fluid viscosity non-uniformities arising from wall heating interactions. Despite being always present and not accounted for by the classical HDD equation, the porous medium entrance and exit pressure-drop effect for an incompressible, Newtonian, saturated porous medium flow of uniform fluid properties have been only recently yielded a modification to the HDD equation, which is of the form

$$\frac{\Delta P}{e} = \frac{\Delta P_c + \Delta P_r}{e} = \frac{\mu}{K_m} \bar{u} + \rho C_m \bar{u}^2, \quad (2)$$

where ΔP_r is the inlet and exit (restriction) pressure-drop contributions, in Pa, ΔP_c is the porous medium core pressure-drop contribution—now ΔP is unambiguously the overall flow pressure drop, due to the presence of the porous medium, measured by pressure taps placed outside the porous medium, and e is unambiguously the porous medium length (no longer the distance between pressure taps)— K_m is the modified (overall) permeability, in m^2 , and C_m is the modified (overall) form coefficient, in m^{-1} , given by

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K} + \frac{\kappa}{ed}, \quad \text{and} \quad C_m = C + \frac{\chi}{e}, \quad (3)$$

where ed/κ is an inlet and exit (restriction) permeability, κ being the dimensionless restriction viscous-drag coefficient, and d being the average porous medium pore size, in m; and χ/e is an inlet and exit (restriction) form coefficient, χ being the dimensionless restriction form-drag coefficient.

From Eqs. (2) and (3), one has:

$$\Delta P = \Delta P_c + \Delta P_r = e \left(\frac{\mu}{K} \bar{u} + \rho C \bar{u}^2 \right) + \left(\frac{\mu \kappa}{d} \bar{u} + \rho \chi \bar{u}^2 \right), \quad (4)$$

which explicitly gives the total pressure drop, ΔP , as the sum of core porous medium contributions, ΔP_c , which are linearly related to porous medium length e in a classical, HDD manner, and inlet/exit contributions, ΔP_r , which bears no relation to porous medium length—note the absence of e in the second parenthesis term—while keeping HDD-like features, such as the linear and quadratic dependence on average flow velocity, each velocity term defining its own constitutive parameter.

In spite of the consistency with the original HDD equation, which can be recovered from the modified equation by setting $\kappa = \chi = 0$, and the alignment with the theoretical expectations, in the sense that the pressure-drop is split between a component that does depend on the porous medium length in an HDD fashion (the core one), and on another component that does not depend on the porous medium length (the inlet/exit one), the model was only tested in the original works of Naaktgeboren *et al.* (2005, 2012) (i) numerically, (ii) for wall-bounded, laminar, two-dimensional and steady flow,

and (iii) on a very simplified porous medium geometry, obtained by not only collapsing the porous medium in the flow direction, but also by grouping together all the pores into a single, larger center pore, yielding thus a slotted or perforated infinitely thin plate geometry with equivalent void surface fraction as a given porous medium. The proposed modified HDD model has thus never been validated by experiments.

Owing the lack of experimental validation, this work aims at validating the modified HDD pressure-drop model equation proposed by Naaktgeboren *et al.* (2005, 2012), with experimental data of Baril *et al.* (2008).

2. EXPERIMENTAL RESULTS FROM LITERATURE

Baril *et al.* (2008) have performed pressure-drop measurement experiments with metallic Ni-Cr open cell foams (NC 2733, and NCX1116, RECEMAT International), whose geometrical characteristics and test parameters are listed on Tab. 1. Figures 1 and 2 are Baril's test results for the NC 2733 and NCX1116 foam specimens, respectively.

Table 1. Geometrical characteristics and test parameters for the tested Ni-Cr foams. Compiled from Baril *et al.* (2008).

Grade	d (mm)	ϕ (%)	e range (mm)	\bar{u} range (m/s)
NC 2733	0.6	89	2–56	2–20
NCX1116	1.4	89	2–63	2–20

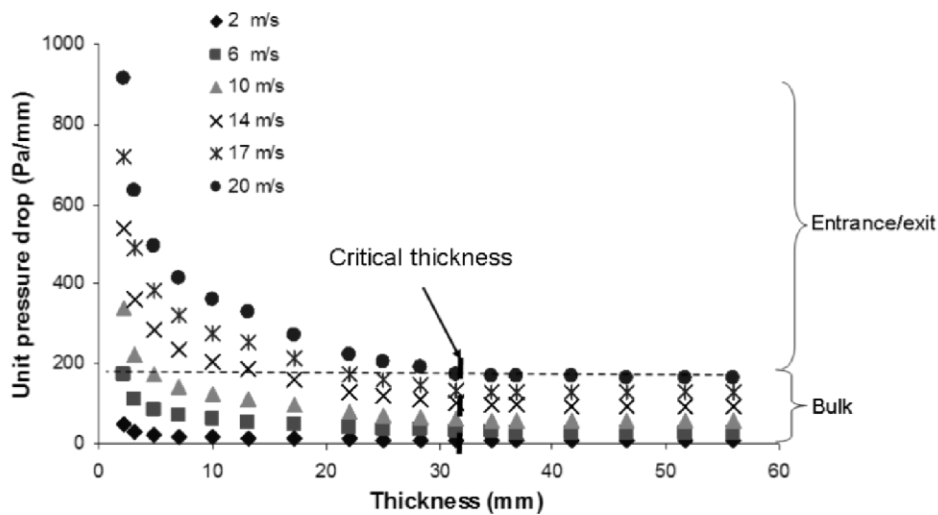


Figure 1. Pressure-drop per unit of porous medium length for the NC 2733 foams. Source: Baril *et al.* (2008).

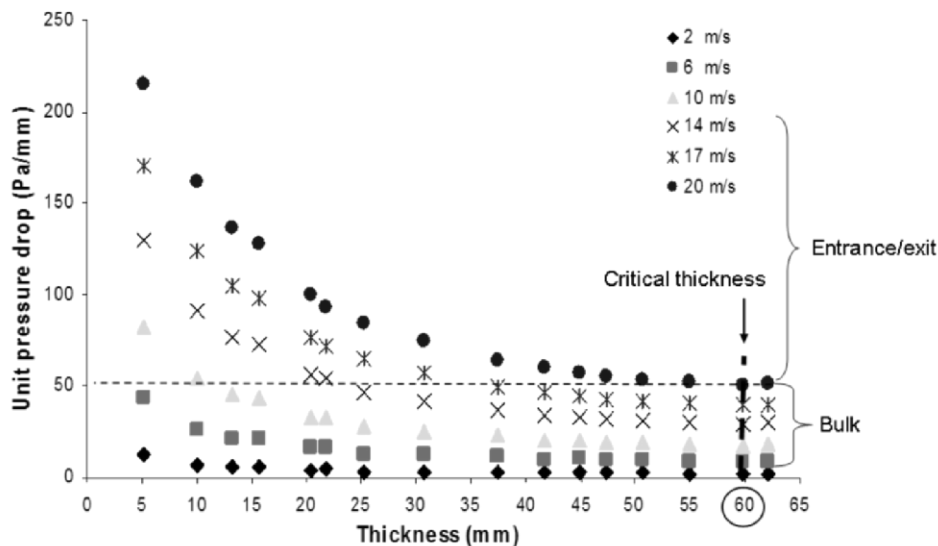


Figure 2. Pressure-drop per unit of porous medium length for the NCX1116 foams. Source: Baril *et al.* (2008).

Figure 1 shows $\Delta P/e$ versus e for pressure taps placed outside each porous medium tested for several values of mean flow velocity \bar{u} evaluated by volumetric flow rate and clear flow passage area. According to the classical HDD equation, one is expected to observe no variation of $\Delta P/e$ with increasing e ; however, the experimental data shows that this is not so, especially for lower values of e , but this seems to be the case for higher values of e , indicated in the figures by the so-called critical thickness. Since the pressure taps were placed outside each porous medium, the excess pressure drop per unit of porous medium length must come from entrance and exit effects, since those, not being related to the porous medium length, must scale as $1/e$.

3. MODIFIED HDD MODEL VALIDATION

Numerical values of $\Delta P/e$ and e were recovered from Figs. 1 and 2 by recording each marker's centroid location in pixel coordinates and applying a linear transformation based on the horizontal and vertical axis scales of each figure. No uncertainty information was taken from the experimental data owing to the lack of error bars in Figs. 1 and 2.

The modified HDD model for thin porous media, Eq. (4), clearly states that both porous medium core and inlet/exit pressure-drop contributions have components that scale linearly and quadratically with the average flow velocity \bar{u} . Since pressure taps were placed outside each porous medium tested, one expects inlet/exit pressure-drop effects to be present in the measurements; therefore, the \bar{u} pressure-drop dependence is verified by regrouping the data by average velocity while keeping the thickness constant within each group. In the bounds of the data points of such groups, one is expected to see only the HDD relation between $\Delta P/e$ and \bar{u} , since porous medium thickness is kept constant.

The linear and quadratic coefficients can be found by least squares by modeling each thickness data set i with

$$g_i(\bar{u}) = b_0^i \bar{u} + b_1^i \bar{u}^2. \quad (5)$$

Sample Eq. (5) curve-fit results are depicted on Fig. 3 for the NC 2733 and NCX1116 foams. A very good agreement between the model and experimental data is observed for every thickness data set i . Since inlet/exit pressure-drop effects are present in the underlying experimental data, the agreement *validates* the \bar{u} dependence of the entrance/exit pressure-drop effects set forth by the modified HDD model equation.

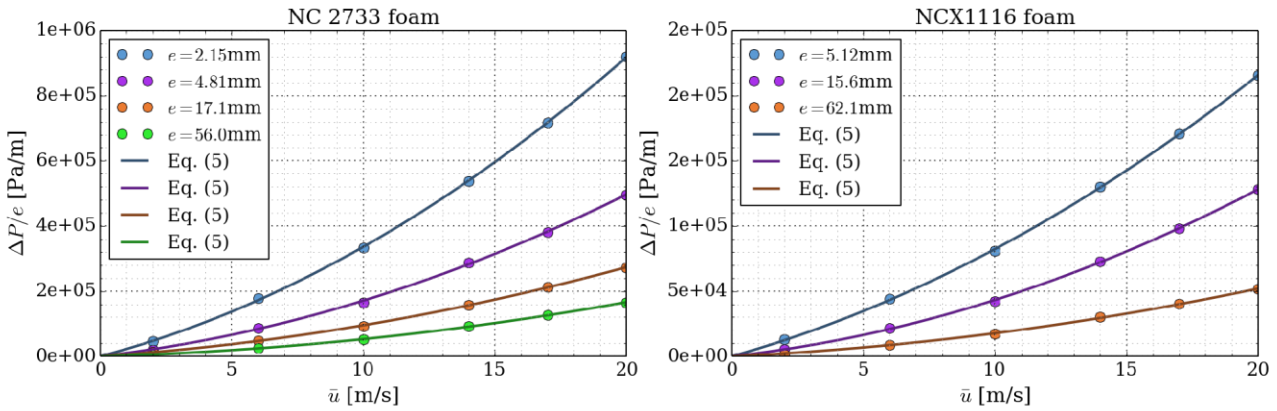


Figure 3. Experimental (circles) and curve-fit (solid lines) results of $\Delta P/e$ versus \bar{u} for the NC 2733 foam (left) and the NCX1116 foam (right) for selected porous medium length e . The modeled linear and quadratic \bar{u} dependence correlates very well with the data, even with significant inlet/exit pressure-drop effects (shorter e results).

In one hand, values of b_0^i and b_1^i obtained by modeling the data regrouped by velocities correspond to the *constant* μ/K and ρC terms of the HDD model equation, respectively. On the other hand, when using the HDD model modified for thin porous media, values of b_0^i and b_1^i correspond to the groups

$$b_0^i = \frac{\mu}{K_m} = \frac{\mu}{K} + \frac{\mu\kappa}{ed}, \quad \text{and} \quad b_1^i = \rho C_m = \rho C + \frac{\rho X}{e}, \quad (6)$$

which have an explicit e dependence, scaled as $1/e$, that is set forth by Eq. (6).

Table 2 presents the obtained b_0^i and b_1^i values by fitting the experimental pressure-drop data with Eq. (5), which correspond to the μ/K and ρC values one would obtain when applying the HDD equation for the tested porous media without the knowledge of entrance/exit pressure-drop effects and placing the pressure taps outside the porous medium.

It is worth noting that b_0^i values for the NC 2733 foams cover a full order of magnitude, since this foam was tested for very thin configurations. This realization underlines the importance of properly accounting for porous media entrance/exit pressure-drop effects in the determination of bulk porous medium hydraulic parameters, while placing pressure taps outside the porous sample.

Table 2. Curve-fitted $b_{0,1}^i$ values for both Ni-Cr foams.

NC 2733 foam			NCX1116 foam		
e^i (mm)	b_0^i (Pa·s/m ²)	b_1^i (Pa·s ² /m ³)	e^i (mm)	b_0^i (Pa·s/m ²)	b_1^i (Pa·s ² /m ³)
2.15	21280	1231	5.12	5665	256.2
3.11	12260	973.3	10.0	2689	271.7
4.81	9312	776.8	13.2	2144	235.9
7.06	6937	697.9	15.6	2236	208.6
10.0	6219	589.8	20.4	1592	171.3
13.1	5105	572.8	21.7	1872	139.5
17.1	5363	415.7	25.3	1151	155.8
22.1	3960	362.1	30.7	1196	127.5
25.1	3063	366.0	37.5	1334	93.9
28.4	2967	333.3	41.8	947.0	104.2
31.6	3113	281.1	44.9	1076	91.3
34.7	2449	302.0	47.2	1060	86.1
36.8	2237	314.0	50.8	1093	79.9
41.7	1979	325.3	55.0	888.7	87.6
46.6	2266	302.0	59.9	817.1	86.7
51.7	2266	302.0	62.1	949.2	82.4
56.0	2266	302.0	—	—	—

Equation (6) suggest the $b_{0,1}^i$ data to be modeled by the following function basis:

$$b_0(e) = a_0 + \frac{a_1}{e}, \quad \text{and} \quad b_1(e) = a_2 + \frac{a_3}{e}. \quad (7)$$

Upon inspection of Eqs. (6) and (7), one immediately recognizes:

$$a_0 = \frac{\mu}{K}, \quad \text{and} \quad a_1 = \frac{\mu\kappa}{d}, \quad \text{and} \quad a_2 = \rho C, \quad \text{and} \quad a_3 = \rho\chi. \quad (8)$$

Moreover, if Eq. (7) is able of well representing the experimental data, then the modified HDD equation, Eq. (2), is valid for the underlying porous medium types (metallic foam). This can be verified by the Fig. 4 for the NC 2733 foam and by the Fig. 5 for the NCX1116 foam.

4. MODEL VALIDATION

Figures 4 and 5 show good agreements between the modified HDD model equation and the experimentally obtained b_0^i and b_1^i data for the entire range of tested e , which suggests that the modified HDD model should be *valid* also for metallic foam porous media types.

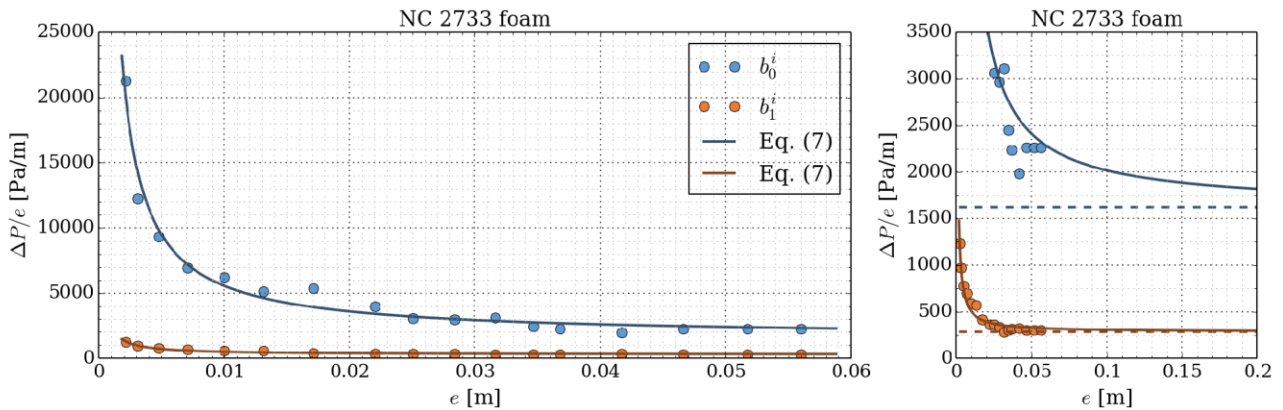


Figure 4. Plots of $b_0^i(e)$ and $b_1^i(e)$ for the NC 2733 foam (circles) so that $b_0^i \bar{u} + b_1^i \bar{u}^2$ fits the i -th experimental $\Delta P/e_i$ data. Lines correspond to the modified HDD model. The left plot is scaled to the entire data set. The right plot zooms in on higher e values, showing model extrapolation and the $\Delta P/e$ value asymptotic in e with dashed lines.

The validity of the modified HDD model, Eq. (2), entails interesting consequences, the first being the possibility of determining the bulk porous medium hydraulic parameters K and C , even when only thin porous medium samples are available for pressure-drop experimentation, by a similar curve-fitting procedure described in this work.

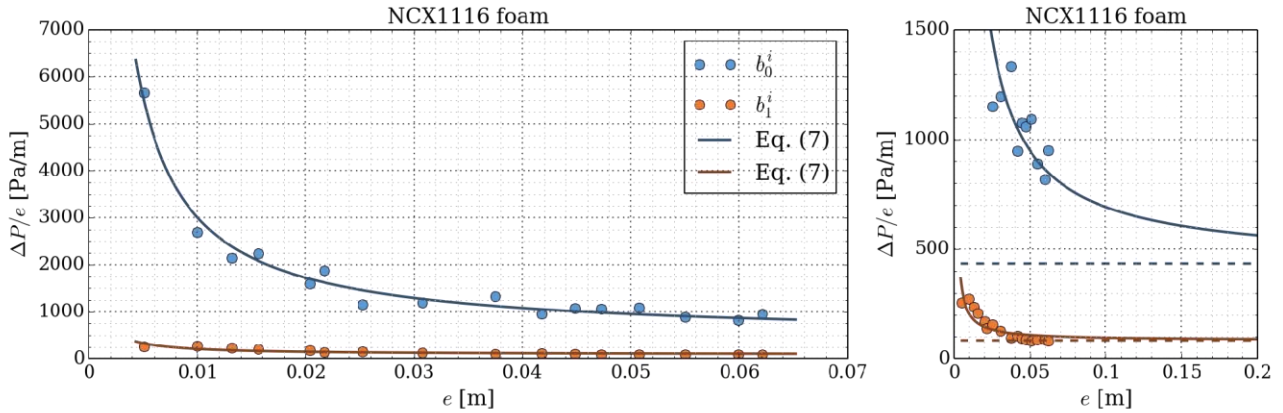


Figure 5. Plots of $b_0^i(e)$ and $b_1^i(e)$ for the NCX1116 foam (circles) so that $b_0^i \bar{u} + b_1^i \bar{u}^2$ fits the i -th experimental $\Delta P/e_i$ data. Lines correspond to the modified HDD model. The left plot is scaled to the entire data set. The right plot zooms in on higher e values, showing model extrapolation and the $\Delta P/e$ value asymptotic in e with dashed lines.

Table 3 lists curve-fitted values of a_0 , a_1 , a_2 , and a_3 and the corresponding porous medium hydraulic parameters K , C , κ , and χ values obtained by plugging in the fluid properties in the a_i definitions.

Table 3. Modified HDD model hydraulic parameter values for the NC 2733 and NCX1116 foams.

Parameter	NC 2733	NCX1116
$a_0 = \mu/K$	1623.5	433.89
$a_1 = \mu\kappa/d$	39.415	25.798
$a_2 = \rho C$	284.20	83.501
$a_3 = \rho\chi$	2.1776	1.2302
K (m ²)	1.1456×10^{-8}	4.2868×10^{-8}
C (m ⁻¹)	243.11	71.430
κ	1271.5	1941.8
χ	1.8628	1.0524

5. DISCUSSION

Porous metallic foam pressure-drop measurements with pressure taps located outside the porous samples due to Baril *et al.* (2008) validate the modified HDD equation proposed by Naaktgeboren *et al.* (2005, 2012).

The validation began by the confirmation of the \bar{u} dependence on the ΔP data, for porous foam samples of increasing flow direction lengths e ; hence, in the presence of various entrance and exit to porous medium core pressure-drop effect ratios. If ΔP_r was not, in fact, the sum of linear and quadratic average flow velocity pressure-drop contributions, as modeled by Eq. (2), then one wouldn't be able to represent the experimental data as closely by the modified HDD model as what is depicted in Fig. 3.

It can be said that pressure-drop resulting from flow adjustments upon entering and leaving either a perforated slot or plate, (Naaktgeboren *et al.*, 2012), or metallic foam types of porous medium very positively follow a $c_0 \bar{u} + c_1 \bar{u}^2$ relationship, as laid out by the modified HDD model equation. Since these two porous medium geometries are broadly different from each other, it is less doubtful that this relationship might be valid porous medium geometries whose core configurations obey the HDD law.

Since entrance and exit pressure-drop follow a relationship with respect to flow velocity of the same mathematical kind as the porous medium core does, they silently modify K and C values whenever the HDD equation is applied in association with pressure taps placed outside porous media. This feature helps explaining why it took so long for them to be noticed.

The modified HDD model validation proceeded by the verification of the functional forms of $1/K_m$ and C_m with respect to porous medium length e , which the modified HDD equation establishes as being $c_0 + c_1/e$, c_0 and c_1 being constants, according to Eq. (3), or, conversely, as Eq. (7).

Figs. 4 and 5 shows that the modified HDD model captures the data trend, closely following the experimentally fitted $b_0 = \mu/K_m$ and $b_1 = \rho C_m$ coefficient data for the entire range of tested porous medium lengths, e . This assertion fully validates the modified HDD model of Naaktgeboren *et al.* (2012) for porous metallic foams, which in turn was obtained numerically from slotted and perforated infinitesimally thin plates. Since these porous medium geometries are vastly different from each other, it is less doubtful that this relationship might be valid porous medium geometries whose core configurations obey the HDD law.

5.1 The concept of “critical thickness”

Is there a particular porous medium length (or thickness) that causes pressure taps placed outside the porous medium *not* to measure entrance and exit pressure-drop effects?

The modified HDD model makes no specific prediction of a critical porous medium thickness, beyond which the inlet/exit pressure-drop effects would cease to exist, according to Eqs. (2) and (3). Therefore, in this sense, there is no such critical porous medium thickness.

Conversely, it would be of practical interest to have a simple critical thickness rule, in terms of a given number of pore diameters worth of porous medium length, that would guarantee that porous medium K and C values could be accurately determined by the HDD equation associated with pressure-drop measurements made with pressure taps placed outside the porous medium—such as the 50 pore rule given by Baril *et al.* (2008).

This sort of concept is inherently problematic, since different accuracy requirements would lead to vastly different values of the so called critical thickness, as reducing the accuracy requirement by a factor of 10, would necessarily lead to a new critical thickness that is 10 times larger than one based on the original accuracy requirement.

Another problem with embracing a critical thickness concept is that it risks being understood in such a way as to make entrance and exit effects completely nonexistent for sufficiently long porous media, which is in contradiction with placing pressure taps outside the porous medium—recall from earlier discussion that these pressure-drop contributions are always present.

Figures 1 and 2 precisely depict this misconception. In them, the authors divide the $\Delta P/e$ ordinates in two regions, namely, “Entrance/exit,” and “Bulk,” thus indicating that a *null* entrance/exit pressure-drop regime has been reached within the short, finite porous medium thickness tested.

Even under the assumptions of (a) a consensus in the determination of the K and C accuracy factor and (b) the establishment of an adequate conceptual understanding of what a critical thickness would mean; the validation of the modified HDD model poses additional problems to the determination of a critical thickness that is proportional to the pore size. Let $\mathbb{A} \ll 1$ be the dimensionless accuracy factor, such that $\Delta P_c = \Delta P_r/\mathbb{A}$ for the critical thickness $e_{cr} = h_{cr}d$, h_{cr} being the number of average pores with size d —for Baril *et al.* (2008), $h_{cr} \approx 50$.

From Eq. (4), making $\Delta P_c = \Delta P_r/\mathbb{A}$ reveals that e_{cr} , and also h_{cr} , are at least functions of the average flow velocity \bar{u} , and might be functions of pore size d :

$$e_{cr}(\bar{u}, d) = \frac{1}{\mathbb{A}} \cdot \frac{\mu\kappa/d + \rho\chi\bar{u}}{\mu/K + \rho C\bar{u}} = \frac{1}{\mathbb{A}} \cdot \frac{a_1 + a_3\bar{u}}{a_0 + a_2\bar{u}} \quad \text{and} \quad h_{cr}(\bar{u}, d) = \frac{1}{\mathbb{A}} \cdot \frac{\mu\kappa + d\rho\chi\bar{u}}{d^2(\mu/K + \rho C\bar{u})} = \frac{1}{\mathbb{A}} \cdot \frac{a_1 + a_3\bar{u}}{d(a_0 + a_2\bar{u})}. \quad (9)$$

The \bar{u} dependence is sure, for very low flow average velocities, $\mathbb{A}e_{cr}$ approaches a_1/a_0 —the linear porous medium bulk and inlet/exit pressure-drop terms dominate the quadratic ones—while for high average flow velocities, $\mathbb{A}e_{c,min}$ approaches a_3/a_2 —the quadratic bulk and boundary pressure-drop terms dominate the linear ones. In general, one expects $a_1/a_0 \neq a_3/a_2$, making e_{cr} and h_{cr} at least a function of average flow velocity in general.

Further studies need to be made as to determine whether $h_{cr}(\bar{u}, d)$ collapses into $h_{cr}(\bar{u})$ only, say, by inlet and exit pressure-drop effects being linearly dependent upon pore size.

Even with the possibility of h_{cr} not being a function of pore size, the concept of a critical porous medium thickness beyond which entrance and exit pressure-drop effects become negligible (a) inherits the arbitrariness hidden in the “negligible” term, also shown by the \mathbb{A} term on Eq. (9), (b) risks causing misconceptions about entrance and exit effects on longer porous media, and (c) is at least flow velocity dependent, thus hindering attempts to find a general critical thickness value for porous media.

Therefore, the modified HDD model for pressure taps placed outside the porous medium is a stronger, more consistent approach to porous medium characterization than attempting defining a so called critical thickness.

5.2 Are entrance and exit pressure-drop effects easily negligible?

Equation (9) along with the values of Tab. 3, allow for the determination of the accuracy factor used by Baril *et al.* (2008), yielding $\mathbb{A} = 0.3548$ for the NC 2733 foam and $\mathbb{A} = 0.3993$ for the NCX1116 foam, which are inconsistent and also seem to be very inadequate as \mathbb{A} must be $\ll 1$. Moreover, adopting $\mathbb{A} = 0.01$, which will make core pressure-drop 100 times the entrance and exit ones, yield $e_{cr} = 1.135$ m ($h_{cr} = 1892$ pore sizes) for the NC 2733 foam and $e_{cr} = 2.396$ m ($h_{cr} = 1711$ pore sizes) for the NCX1116 foam, both for $\bar{u} = 20$ m/s. If $\bar{u} = 2$ m/s, then figures change

significantly to $e_{cr} = 1.997$ m for the NC 2733 foam and $e_{cr} = 4.702$ m for the NCX1116 foam.

The quite moderate values of Λ (indirectly) adopted by Baril *et al.* (2008) might have stemmed from the apparent stabilization of the experimental pressure-drop data, encouraged by the illusion caused by the scale used in Figs. 1 and 2, the inherent presence of uncertainties in the measurements, that could have obscured a continuing descending trend with increasing porous medium length of the data, and lack of tests done with radically longer foam samples or with pressure taps located within the porous foams, which could have read a pressure-drop per unit of porous medium length value that the modified HDD model now predicts to be much lower than the ones observed for the lengthiest tested foams.

In fact, the modified HDD model states that the *relative* importance of the inlet/exit effects compared with the core ones decays proportionally as $1/e$. The right plots of Figs. 4 and 5 illustrate that a $1/e$ type of decay can actually be *very slow*. In fact, it is a well known mathematical fact that the harmonic series, $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n$, is a sum of terms that decay slowly enough to cause the series to actually *diverge*.

The right subplots on Figs. 5 and 4 allow for no visual asymptote on the b_0 data, which are confirmed by the position of the dashed lines, which are the mathematical model asymptote. Thus, Figs. 5 and 4 show that the modeled asymptote can be quite different than a value obtained by visual inspection.

The porous medium bulk parameters are related to the asymptotic values $a_0 = \mu/K$, and $a_2 = \rho C$, as laid out by Eq. (8). Table 3, for instance, lists $a_0 = 1623.5$, and $a_2 = 284.20$ for the NC 2733 foam, but $\Delta P/e$ versus \bar{u} fits for e greater than the indicated critical thickness—the b_0 and b_1 data of Tab. 2 for higher e_i values—yield $\mu/K = 2266$, and $\rho C = 302.0$, therefore underestimating K by 28.4% and overestimating C by 6.3%. A similar calculation for the NCX1116 foam finds that, using the indicated critical thickness $\Delta P/e$ versus \bar{u} data underestimates K by 46.9% and overestimates C by 3.8%. This is consistent with the quite moderate values found for Λ , and lead to very different values of K and C with respect to the ones given by the modified HDD model.

Finally, not only the bulk K and C parameters can be determined by the procedure outlined in this work, but also κ and χ , thus completing the modified HDD model. The determination of the four porous medium hydraulic parameters, K , C , κ , and χ , allows for total porous medium pressure-drop characterization—the total pressure drop introduced by having the porous medium placed in a flow circuit, as a function of the porous medium length.

6. REFERENCES

- Antohe, B.V., Lage, J.L., Price, D.C. and Weber, R.M., 1997. “Experimental determination of permeability and inertia coefficients of mechanically compressed aluminum porous matrices”. *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 119, pp. 404–412.
- Baril, E., Mostafid, A., Lefebvre, L.P. and Medraj, M., 2008. “Experimental demonstration of entrance/exit effects on the permeability measurements of porous materials.” *Advanced Engineering Materials*, Vol. 10, No. 9, pp. 889–894. doi:10.1002/adem.200800142.
- Darcy, H.P.G., 1856. *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Victor Dalmont, Paris.
- Lage, J.L., 1998. *The Fundamental Theory of Flow Through Permeable Media From Darcy to Turbulence*. Pergamon, Oxford, UK.
- Naaktgeboren, C., Krueger, P.S. and Lage, J.L., 2004. “Limitations of Darcys law in light of inlet and exit pressure-drops”. In *ICAPM – International Conference on Porous Media and Applications*. Évora, Portugal.
- Naaktgeboren, C., Krueger, P.S. and Lage, J.L., 2005. “The effect of inlet and exit pressure-drop on the determination of porous media permeability and form coefficient”. In *2005 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting and Exhibition*. ASME, ASME, Houston, TX, USA, number FEDSM2005-77190 in Proceedings of FEDSM2005, pp. 1–7.
- Naaktgeboren, C., Krueger, P.S. and Lage, J.L., 2012. “Inlet and outlet pressure-drop effects on the determination of permeability and form coefficient of a porous medium”. *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 134, pp. 051209–1–8. doi: 10.1115/1.4006614.
- Narasimhan, A. and Lage, J.L., 2003. “Temperature-dependent viscosity effects on the thermohydraulics of heated porous-medium channel flows”. *J. Porous Media*, Vol. 6, No. 3, pp. 149–158. doi:10.1615/JPorMedia.v6.i3.10.
- Narasimhan, A. and Lage, J.L., 2004. “Predicting inlet temperature effects on the pressure-drop of heated porous medium channel flows using the m-hdd model”. *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 126, No. 2, pp. 301–303. doi:10.1115/1.1667526.
- Narasimhan, A. and Lage, J.L., 2001. “Modified hazen-dupuit-darcy model for forced convection of a fluid with temperature-dependent viscosity”. *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 123, No. 1, pp. 31–38. doi:10.1115/1.1332778.
- Nield, D.A., Porneala, D.C. and Lage, J.L., 1999. “A theoretical study, with experimental verification, of the temperature-dependent viscosity effect on the forced convection through a porous medium channel”. *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 121, No. 2, pp. 500–503. doi:10.1115/1.2826011.

7. RESPONSIBILITY NOTICE

The authors are the only responsible for the printed material included in this paper.