



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**CAMPUS DE CURITIBA**  
**DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**  
**E DE MATERIAIS – PPGEM**

**HANS MALDONADO NINAHUANCA**

**CARACTERIZAÇÃO DO ESCOAMENTO NA CÂMARA DE**  
**EXPANSÃO DE UM SEPARADOR CICLÔNICO**

**ORIENTADOR: PROF. RIGOBERTO E. M. MORALES, DR.**

**CO-ORIENTADOR: PROF. FLÁVIO NEVES JR., DR.**

**CURITIBA**  
**SETEMBRO-2014**

**HANS MALDONADO NINAHUANCA**

**CARACTERIZAÇÃO DO ESCOAMENTO NA CÂMARA DE  
EXPANSÃO DE UM SEPARADOR CICLÔNICO**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Área de Ciências Térmicas, do Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus de Curitiba, da UTFPR.

Orientador: Prof. Rigoberto E. M. Morales, Dr.

Co-Orientador: Prof. Flávio Neves Jr., Dr.

**CURITIBA**

**SETEMBRO-2014**

## TERMO DE APROVAÇÃO

HANS MALDONADO NINAHUANCA

# CARACTERIZAÇÃO DO ESCOAMENTO NA CÂMARA DE EXPANSÃO DE UM SEPARADOR CICLÔNICO

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração em Engenharia de Ciências Térmicas, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

---

Prof. Paulo César Borges, Dr.  
Coordenador do Programa

### Banca Examinadora

---

Prof. Rigoberto E. M. Morales, Dr.  
PPGEM/UTFPR

---

Prof. César José Deschamps, Dr.  
POLO/UFSC

---

Valdir Estevam, Dr.  
E&P-ENGP/PETROBRAS

---

Prof. Admilson Teixeira Franco, Dr.  
PPGEM/UTFPR

---

Prof. Flávio Neves Jr., Dr.  
CPGEI/UTFPR

Curitiba, 19 de Setembro de 2014.

Dedico este trabalho à minha  
querida filha Thalia.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pelas oportunidades que me foram dadas na vida.

Aos meus queridos pais Roberto e Soledad, por sempre ter me apoiado em todos os meus projetos e por serem meu motor e estímulo para não desistir e me superar continuamente. Aos meus irmãos Elmer e Jefferson por me motivar a alcançar novos objetivos e por serem também meus melhores amigos.

Ao Professor Rigoberto, meu orientador, pela constante ajuda e correção de cada etapa da elaboração de esta dissertação. Agradeço também a oportunidade e a confiança em mim para a realização de este trabalho.

Ao Henrique Stel, pelo imenso suporte no estudo numérico e pela ajuda com correções realizadas ao texto e à estrutura do trabalho, agradeço também todas as sugestões e os bons momentos de discussão e análise do problema que com certeza acrescentaram muito os conteúdos deste trabalho.

Ao Reinaldo Justiniano, por toda a ajuda e o grande tempo dedicado à instalação do circuito experimental, ao desenvolvimento dos sensores resistivos e de forma geral no apoio para a tomada de todas as medidas experimentais. Ao Cesar Ofuchi pela ajuda com a parte eletrônica dos sensores de ultrassom e ao Henrique Eidt pelo apoio nas simulações numéricas.

À PETROBRAS, à UTFPR e ao LACIT pelo apoio financeiro e incentivo à pesquisa. Aos membros do Laboratório de Ciências Térmicas pela amizade e as sugestões na elaboração de este trabalho.

*“Soy el mejor ejemplo de que  
el hombre es imperfecto”.*

Warrior, RS.

Maldonado Ninahuanca, Hans. **CARACTERIZAÇÃO DO ESCOAMENTO NA CÂMARA DE EXPANSÃO DE UM SEPARADOR CICLÔNICO**, 2014, Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 198p.

## RESUMO

O presente trabalho aborda o estudo do escoamento líquido-gás na câmara de expansão típica de um separador ciclônico cilíndrico. Para entender o funcionamento do separador, analisa-se primeiro, o campo de velocidades da fase líquida dentro do equipamento. A análise é realizada em função de simulações numéricas e medições experimentais. Em função dos resultados é desenvolvido um modelo para o cálculo da velocidade e a espessura do escoamento de líquido ao longo do separador. O modelo desenvolvido apresenta resultados com boa precisão para uma ampla faixa de condições de operação e dimensões do separador. Na segunda etapa, uma formulação para o seguimento de bolhas é acoplada no modelo monofásico, com a finalidade de avaliar, de modo teórico, a separação de bolhas de um meio líquido contínuo. O estudo de escoamento bifásico permite identificar o comprimento ótimo do separador para garantir a separação das bolhas e também permite entender a influência das condições de operação sobre o processo de separação. Os resultados alcançados devem contribuir para o estado da arte no assunto e fornecer a engenheiros que atuam na área uma ferramenta relativamente simples para o dimensionamento desse tipo de separadores.

**Palavras-chave:** Separador, Ciclônico, Líquido-Gás, Numérico, Experimental, Modelo.

Maldonado Ninahuanca, Hans. **CHARACTERISTICS OF FLUID FLOW IN THE EXPANSION CHAMBER OF A CYCLONE SEPARATOR**, 2014, MSc Thesis – Postgraduate Program in Mechanical and Materials Engineering, Federal University of Technology – Paraná, Curitiba, 198p.

## **ABSTRACT**

This work approaches the study of gas-liquid flow in the expansion chamber of a typical cylindrical cyclonic separator. To understand its operation, first is analyzed the velocity field of the liquid phase inside the equipment. The analysis is based on numerical simulations and experimental measurements. From the results, is developed a model that determines the velocity and the thickness of the liquid film flow along the separator. The model developed produces results with good accuracy for a wide range of operating conditions and dimensions of the separator. In the second step, a formulation for bubble tracking is coupled in the single phase model, in order to evaluate its theoretical separation from a continuous liquid medium. The study of two-phase flow identifies the optimum length of the separator to separate bubbles and also allows understand the influence of operating conditions on the separation process. The results achieved should contribute to the state of the art in the subject and provide engineers working in the area a relatively simple tool for the design of these separators.

**Keywords:** Separator, hydrocyclone, Liquid-Gas, Numerical, Experimental, Model.



## SUMÁRIO

RESUMO.....	vii
ABSTRACT .....	viii
SUMÁRIO.....	ix
LISTA DE FIGURAS.....	xii
LISTA DE TABELAS .....	xviii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xix
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	xxiii
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>24</b>
1.1 Separador VASPS.....	25
1.2 Descrição do problema.....	27
1.3 OBJETIVOS.....	30
1.4 JUSTIFICATIVA .....	31
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>32</b>
2.1 Trabalhos relacionados ao conceito de hidrociclone implantado em GLCC's.....	32
2.2 Estudos anteriores sobre a câmara de expansão do separador VASPS .....	34
2.2.1 Modelagem do filme líquido na câmara de expansão.....	34
2.2.2 Modelagem numérica da câmara de expansão .....	36
<b>3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL.....</b>	<b>39</b>
3.1 Descrição do circuito experimental .....	39
3.1.1 Câmara de expansão e bocal.....	40
3.1.2 Medidor de vazão, bomba e inversor de frequência .....	42
3.1.3 Controle da vazão.....	43
3.2 Metodologia Experimental .....	44
3.2.1 Medição da Espessura Média do Filme .....	45
3.2.2 Medição da velocidade do escoamento .....	46
3.2.3 Medição da altura de elevação.....	48
3.3 Incertezas de medição .....	52
3.3.1 Incerteza da medição da espessura do filme líquido .....	52
3.3.2 Incerteza da medição das velocidades .....	53
3.3.3 Incerteza da medição da altura de elevação do líquido.....	54
<b>4 ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO NA CÂMARA DE EXPANSÃO DO VASPS .....</b>	<b>56</b>
4.1 Modelagem matemática .....	56
4.1.1 Modelo de dois fluidos.....	57
4.2 Geometria e malha .....	58
4.2.1 Teste de malha.....	60
4.3 Escopo do estudo.....	63
4.3.1 Faixa de estudo do $Fr_{of}^2$ .....	63
4.3.2 Faixa de estudo do $Re_{of}$ .....	64
4.3.3 Simulações numéricas realizadas .....	66
4.4 Validação dos resultados numéricos.....	67
4.4.1 Componente tangencial da velocidade .....	68

4.4.2	Componente axial da velocidade .....	70
4.4.3	Inclinação das linhas de corrente do escoamento .....	72
4.4.4	Espessura do filme de líquido .....	74
4.4.5	Altura de elevação do nível de líquido .....	76
4.5	Resultados numéricos .....	78
4.5.1	Componente tangencial de velocidade sobre uma linha de corrente média .....	82
4.5.2	Velocidade axial da linha de corrente média .....	83
4.5.3	Espessura média do filme .....	85
4.5.4	Altura média de elevação .....	87
<b>5</b>	<b>MODELAGEM ALGÉBRICA DO ESCOAMENTO DO FILME DE LÍQUIDO .....</b>	<b>89</b>
5.1	Balanço de forças .....	89
5.2	Tensão de cisalhamento na parede $\tau_w$ .....	91
5.2.1	Tensão de cisalhamento no regime turbulento .....	91
5.2.2	Tensão de cisalhamento no regime laminar .....	92
5.2.3	Tensão de cisalhamento no regime de transição .....	95
5.3	Forças devido ao espalhamento na câmara de expansão .....	95
5.4	Espessura do filme na linha de corrente média .....	101
5.4.1	Espessura final do filme líquido .....	104
5.5	Calibração dos coeficientes $K_t$ e $K_z$ .....	106
5.6	Considerações finais do modelo .....	110
5.7	Resultados do modelo .....	112
5.7.1	Resultados para separador em escala reduzida sem variação do diâmetro do bocal ...	113
5.7.2	Resultados para separador em escala reduzida com variação do diâmetro do bocal ...	125
5.7.3	Resultados para separador em escala maior .....	130
<b>6</b>	<b>MODELAGEM ALGÉBRICA PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO .....</b>	<b>139</b>
6.1	Análise da trajetória de bolha .....	139
6.2	Forças que atuam sobre uma bolha .....	140
6.2.1	Força de empuxo .....	141
6.2.2	Força centrífuga .....	144
6.2.3	Força de arrasto .....	144
6.2.4	Forças adicionais .....	147
6.2.5	Balanço de forças .....	148
6.3	Resultados da trajetória de bolhas .....	150
6.3.1	Velocidade radial da bolha ( $V_{br}$ ) .....	151
6.3.2	Comprimento necessário para separar uma bolha ( $Z_{separação}$ ) .....	153
6.3.3	Diâmetro mínimo de bolha que pode ser separada ( $\phi_{b\_min}$ ) .....	156
6.3.4	Eficiência de separação .....	158
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>164</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>167</b>
	<b>APÊNDICE A – MODELOS MATEMÁTICOS .....</b>	<b>171</b>
A.1	Transferência de quantidade de movimento na interface .....	171
A.1.1	Força de arrasto .....	171
A.2	Modelo de turbulência .....	172
A.2.1	Modelo de turbulência $k - \varepsilon$ .....	173

A.2.2 Modelo de turbulência $k - \omega$ .....	174
A.2.3 Modelo de turbulência SST .....	175
A.3 Modelo de transição $\gamma - \theta$ .....	176
A.3.1 Uso do modelo de transição .....	176
<b>APÊNDICE B – MÉTODO DE VOLUMES FINITOS BASEADO EM ELEMENTOS FINITOS .....</b>	<b>180</b>
B.1 Discretização da conservação da massa .....	181
B.2 Esquema compressivo .....	182
B.3 Discretização do balanço da quantidade de movimento .....	182
B.4 Sistema de coordenadas generalizadas .....	183
B.5 Resultado dos modelos na solução da interface líquido-gás .....	185
<b>APÊNDICE C – ALGORITMO DE CÁLCULO DO MODELO.....</b>	<b>187</b>
<b>APÊNDICE D – CÁLCULO DAS INCERTEZAS DE MEDIÇÃO NAS SIMULAÇÕES EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>193</b>
D.1 Incerteza da medição da espessura do filme líquido .....	193
D.2 Incerteza da medição da velocidade do escoamento .....	195
D.3 Incerteza da medição da altura de elevação do nível de líquido .....	197

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1. Esquema de funcionamento do separador ciclônico GLCC. ....	25
Figura 1-2. Representação esquemática do separador VASPS. ....	26
Figura 1-3. Esquema do problema estudado: câmara de expansão com gás livre no interior e escoamento monofásico líquido na entrada. ....	28
Figura 1-4. (a) Representação esquemática do transporte do líquido para a saída do gás (LCO). (b) Inundação na câmara de expansão do separador. ....	29
Figura 3-1. Esquema do circuito experimental. ....	39
Figura 3-2. Dimensões do bocal e da câmara de expansão da bancada experimental. ....	41
Figura 3-3 Bocal de 15 mm de diâmetro. ....	41
Figura 3-4 Medidor de vazão do tipo Coriolis. ....	42
Figura 3-5. (a) Bomba. (b) Inversor de frequência. ....	42
Figura 3-6. Programa para controle da vazão. ....	43
Figura 3-7. Resultado do controle da vazão. ....	43
Figura 3-8. Esquema da câmara de expansão experimental e as regiões de medição. ....	44
Figura 3-9. Sinal da resposta do ultrassom. ....	46
Figura 3-10. Trajetória de partículas adicionadas no escoamento. ....	47
Figura 3-11. (a) Esquema do sensor resistivo. (b) Circuito equivalente do sistema de medição. ....	48
Figura 3-12. Sinal de excitação e sinal de resposta. ....	49
Figura 3-13. Fonte da voltagem de excitação. ....	50
Figura 3-14. Programa para o processamento do sinal de retorno V2. ....	50
Figura 3-15. Curvas de calibração dos sensores. ....	51
Figura 4-1. Ilustração do escoamento do filme de líquido na câmara de expansão. ....	56
Figura 4-2. Geometria do domínio numérico. ....	59
Figura 4-3. Malha numérica estruturada. ....	60
Figura 4-4. Direções em que foi testado o aumento de elementos da malha. ....	62
Figura 4-5. Esquema dos diâmetros de bocal estudados. ....	63

Figura 4-6. Comportamento do filme acima do bocal com a variação da viscosidade. (a) Baixa viscosidade com ocorrência de LCO. (b) Alta viscosidade com ocorrência do bloqueio do espaço anular.....	64
Figura 4-7. Faixa de cobertura de condições operacionais do presente estudo, em comparação com o estudo de Morandin (1999), dados da Petrobras (2012) e o estudo de Ofuchi (2012). .....	65
Figura 4-8. Localização da linha frontal para validação da espessura e velocidade e localização angular das medições para validação da altura de elevação. ....	67
Figura 4-9. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a componente tangencial de velocidade em ao longo do separador. Gráficos correspondentes às vazões de (a) 1 kg/s, (b) 1,25 kg/s e (c) 1,5 kg/s. ....	69
Figura 4-10. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a componente axial de velocidade ao longo do separador. Gráficos correspondentes às vazões de (a) 1 kg/s, (b) 1,25 kg/s e (c) 1,5 kg/s. ....	71
Figura 4-11. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a inclinação das linhas de corrente ao longo do separador. Gráficos correspondentes às vazões de (a) 1 kg/s, (b) 1,25 kg/s e (c) 1,5 kg/s. ....	73
Figura 4-12. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a espessura do filme de líquido ao longo do separador. Gráficos correspondentes às vazões de (a) 1 kg/s, (b) 1,25 kg/s e (c) 1,5 kg/s.....	75
Figura 4-13. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a altura de elevação do líquido acima do bocal. Gráficos correspondentes às vazões de (a) 1 kg/s, (b) 1,25 kg/s e (c) 1,5 kg/s. ....	77
Figura 4-14 Comportamento das linhas de corrente. ....	79
Figura 4-15. Componentes da velocidade do escoamento sobre uma partícula fluida na câmara de expansão. ....	80
Figura 4-16. Comportamento da componente tangencial de velocidade ao longo de várias linhas de corrente. ....	81
Figura 4-17. Comportamento da componente axial de velocidade ao longo de várias linhas de corrente. ....	81
Figura 4-18. Velocidade tangencial da linha de corrente média. ....	83
Figura 4-19. Ilustração de um plano com seção transversal do filme de líquido, para uma posição “Z” da câmara de expansão. ....	83

Figura 4-20 Velocidade axial da linha de corrente média. ....	85
Figura 4-21. Espessura média do filme de líquido como função da posição axial na câmara, para vários números de Froude.....	86
Figura 5-1. Balanço de forças num elemento fluido na parede da câmara de expansão.....	89
Figura 5-2. Perfil de velocidade para o regime laminar do escoamento numa linha de corrente. ....	93
Figura 5-3. Efeito das forças de espalhamento sobre o elemento fluido. ....	96
Figura 5-4. Efeito da força de espalhamento na componente tangencial de velocidade. ....	97
Figura 5-5. Efeito da força de espalhamento na componente axial de velocidade...	97
Figura 5-6. Variação da espessura crítica com respeito à espessura final, em função do número de Froude. ....	99
Figura 5-7. Ilustração, obtida a partir dos resultados numéricos, da espessura do filme de líquido no plano de entrada (a) e em planos distantes do bocal (b)...	101
Figura 5-8. Resultados numéricos para a espessura média na seção transversal da câmara (linha sólida) e estimativa da espessura na linha de corrente média (linha tracejada). *Os resultados numéricos se referem aos obtidos via ANSYS-CFX e apresentados no Capítulo 4. ....	102
Figura 5-9. Comportamento do coeficiente $K_z$ em função de $Fr_{Qf}^2$ e $Re_{\delta f}$ . Curvas correspondentes ao bocal de 15 mm de diâmetro. ....	107
Figura 5-10. Comportamento do coeficiente $K_t$ em função de $Fr_{Qf}^2$ e $Re_{\delta f}$ .....	108
Figura 5-11. Resultados do modelo para a velocidade axial ao longo da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento. ....	114
Figura 5-12. Resultados do modelo para a velocidade tangencial ao longo da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.....	117
Figura 5-13. Linha de corrente média construída a partir dos resultados para as componentes axial e tangencial da velocidade. ....	118

Figura 5-14. Resultados do modelo para o ângulo de inclinação da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento. ....	120
Figura 5-15. Resultados do modelo para a estimativa da espessura na linha de corrente média e resultados do modelo para a espessura média do líquido na seção transversal. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.....	124
Figura 5-16. Resultados do modelo em função do diâmetro do bocal para a velocidade axial ao longo da linha de corrente média.....	126
Figura 5-17. Resultados do modelo em função do diâmetro do bocal para a velocidade tangencial ao longo da linha de corrente média.....	127
Figura 5-18. Resultados do modelo em função do diâmetro do bocal para o ângulo de inclinação da linha de corrente média. ....	128
Figura 5-19. Resultados do modelo em função do diâmetro do bocal para a estimativa da espessura na linha de corrente média e para a espessura média do líquido na seção transversal.....	129
Figura 5-20. Resultados do modelo para a velocidade axial ao longo da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento. ....	131
Figura 5-21. Resultados do modelo para a velocidade tangencial ao longo da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.....	133
Figura 5-22. Resultados do modelo para o ângulo de inclinação da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento. ....	135
Figura 5-23. Resultados do modelo para a estimativa da espessura na linha de corrente média e resultados do modelo para a espessura média do líquido na seção transversal. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.....	137
Figura 6-1. Esquema do filme líquido na linha de corrente média.....	140
Figura 6-2. Análise bidimensional da trajetória de uma bolha em um filme de líquido ao longo da linha de corrente média. ....	140
Figura 6-3. Força de empuxo devido à gravidade. ....	141

Figura 6-4. Velocidade tangencial do escoamento em função da posição no filme. .....	142
Figura 6-5. Forças de arrasto sobre a bolha.....	144
Figura 6-6. Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds sobre a partícula.....	147
Figura 6-7. Balanço de forças numa bolha. ....	149
Figura 6-8. Trajetória de três bolhas no filme líquido ( $Re_{\delta f} = 2000$ , $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ , $\phi_{câmara} = 0,762$ m, $\phi_{bocal} = 0,0762$ m e $\phi_{bolha} = 1$ mm).....	151
Figura 6-9. Velocidade radial da bolha em função da posição radial e do número de Reynolds ( $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ , $\phi_{câmara} = 0,762$ m, $\phi_{bocal} = 0,0762$ m e $\phi_{bolha} = 1$ mm)...	152
Figura 6-10. Velocidade radial da bolha em função da posição radial e do número de Froude ( $Re_{\delta f} = 2000$ , $\phi_{câmara} = 0,762$ m, $\phi_{bocal} = 0,0762$ m e $\phi_{bolha} = 1$ mm). ...	153
Figura 6-11. Comprimento mínimo do separador em função do diâmetro da bolha e do Reynolds ( $Fr_{Qf}^2 = 0,5$ , $\phi_{câmara} = 0,762$ m e $\phi_{bocal} = 0,0762$ m). ....	154
Figura 6-12. Comprimento mínimo do separador em função do diâmetro da bolha e do Froude ( $Re_{\delta f} = 2000$ , $\phi_{câmara} = 0,762$ m e $\phi_{bocal} = 0,0762$ m). ....	154
Figura 6-13. Comprimento mínimo do separador em função do diâmetro do bocal e do diâmetro da bolha ( $Re_{\delta f} = 2000$ , $Fr_{Qf}^2 = 0,5$ e $\phi_{câmara} = 0,762$ m).....	155
Figura 6-14. Trajetória de uma bolha pequena que não pode ser separada. ....	156
Figura 6-15. Variação do menor diâmetro de bolha possível de se separar, em função dos números de Reynolds e Froude ( $\phi_{câmara} = 0,762$ m e $\phi_{bocal} = 0,0762$ m ).....	157
Figura 6-16. Variação do menor diâmetro de bolha possível de se separar, em função do diâmetro do bocal ( $Fr_{Qf}^2 = 0,5$ e $\phi_{câmara} = 0,762$ m).....	158
Figura 6-17. Trajetória da bolha de maior dificuldade de separação.....	159
Figura 6-18. Eficiência de separação em função do diâmetro do bocal ( $Re_{\delta f} = 2000$ , $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ , $\phi_{bocal} = 0,0762$ m e $\phi_{câmara} = 0,762$ m).....	160
Figura 6-19. Eficiência de separação em função do número de Reynolds ( $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ , $\phi_{bolha} = 0,5$ mm, $\phi_{bocal} = 0,0762$ m e $\phi_{câmara} = 0,762$ m). ....	161



Figura 6-20. Eficiência de separação em função do número de Froude ( $Re_{\delta f} = 2000$ ,

$\phi_{bolha} = 0,5mm$ ,  $\phi_{bocal} = 0,0762$  m e  $\phi_{câmara} = 0,762$  m). ..... 162

Figura 6-21. Eficiência de separação em função do diâmetro do bocal ( $Re_{\delta f} = 2000$ ,

$Fr_{Qf}^2 = 0,05$ ,  $\phi_{bolha} = 0,5mm$  e  $\phi_{câmara} = 0,762$  m). ..... 162

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 4-1. Resultados do aumento na quantidade de elementos	62
Tabela 4-2. Faixa de estudo do número de Froude em função do diâmetro do bocal.	64
Tabela 4-3. Grade de simulações numéricas.	66
Tabela 4-4. Grade de simulações numéricas em separadores de dimensões maiores.	66
Tabela 4-5. Casos simulados para a comparação com as medidas experimentais.	68

## LISTA DE SÍMBOLOS

	Descrição	Unidade
$A$	Área	$[m^2]$
$A_{12}$	Densidade de área interfacial	-
$D$	Diâmetro	$[m]$
$\delta$	Espessura do filme	$[m]$
$g$	Aceleração da gravidade	$[m \cdot s^{-2}]$
$\mathbf{g}$	Vetor gravidade	$[m \cdot s^{-2}]$
$h$	Altura do nível de líquido	$[m]$
$\psi$	Função da força de espalhamento	$[N]$
$K$	Coefficiente da força de espalhamento	-
$\hat{v}$	Vetor velocidade média ponderada no tempo	$[m \cdot s^{-1}]$
$V$	Velocidade média do perfil de velocidade	$[m \cdot s^{-1}]$
$Vol$	Volume	$[m^3]$
$r$	Posição radial no filme medido a partir da parede	$[m]$
$Q$	Vazão	$[m^3 \cdot s^{-1}]$
$p$	Pressão	$[Pa]$
$\alpha$	Fração volumétrica	-
$\beta$	Ângulo da linha de corrente com referencia à horizontal	$[^\circ]$
$Re$	Número de Reynolds	-
$Fr$	Número de Froude	-
$F$	Força	$[N]$
$f$	Fator de atrito	-
$\rho$	Massa específica	$[kg \cdot m^{-3}]$

$\mu$	Viscosidade dinâmica	$[Pa \cdot s]$
$\nu$	Viscosidade cinemática	$[m^2 \cdot s^{-1}]$
$\dot{m}$	Fluxo mássico	$[kg \cdot s^{-1}]$
$m$	Massa	$[kg]$
$\bar{n}$	Vetor unitário na direção normal	-
$\Gamma$	Transferência de massa na interface	$[kg \cdot s^{-1}]$
$\mathbf{M}$	Transferência de quantidade de movimento na interface	$[kg \cdot m \cdot s^{-1}]$
$\bar{\mathbf{T}}$	Tensor de tensão viscoso	$[Pa]$
$\mathbf{T}^T$	Tensor de tensão de Reynolds	$[Pa]$
$\tau$	Tensão de cisalhamento	$[Pa]$
$y^+$	Distância adimensional na malha numérica	-
$t$	Tempo	$[s]$
$a$	Densidade de área interfacial	$[m^{-1}]$
$R$	Raio da câmara de expansão	$[m]$
$\phi$	Diâmetro	$[m]$
$c$	Velocidade do som	$[m \cdot s^{-1}]$
$fps$	Velocidade de aquisição da câmera	$[s^{-1}]$
$V1$	Voltagem de excitação	$[V]$
$V2$	Voltagem de medição	$[V]$
$d$	Distância entre fios resistivos	$[m]$
$e$	Espessura dos fios resistivos	$[m]$
$R_{ee}$	Resistencia elétrica	$[\Omega]$
$L$	Comprimento de um condutor	$[m]$
$fp$	Função de ponderação	-
$k_{comp}$	Coefficiente para compressão da interface	-

$k$	Energia cinética turbulenta	$[m^2 \cdot s^{-2}]$
$\varepsilon$	Taxa de dissipação de energia turbulenta	$[m^2 \cdot s^{-3}]$
$\omega$	Frequência turbulenta	$[s^{-1}]$
$\gamma$	Intermitência turbulenta	-
$\tilde{Re}_{\theta t}$	Número de Reynolds do começo da transição	-
$\mu_t$	Viscosidade turbulenta	$[Pa \cdot s]$
$\delta_{ij}$	Tensor delta de Kronecker	-
$F_1$	Função de ponderação do modelo SST	-
$C_\mu, \sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	Constantes de fechamento do modelo $\kappa - \varepsilon$	-
$\alpha_1, \beta^t, \beta_{w1}, \sigma_{k1}, \sigma_{w1}$	Constantes de fechamento do modelo $\kappa - \omega$	-
$\beta_k, \sigma_{\omega 2}$	Constantes de fechamento do modelo SST	-
$\sigma_\gamma, C_{\gamma 2}, \sigma_{\theta t}$	Constantes de fechamento do modelo $\gamma - \theta$	-

### Subscritos

$L$	Líquido
$G$	Gás
$b$	Bolha
$t$	Componente tangencial
$z$	Componente axial
$l$	Direção da linha de corrente
$r$	Direção radial
$T$	Seção transversal da câmara de expansão
$e$	Espalhamento do líquido
$el$	Elemento fluido
$cr$	Crítico
$st$	<i>Standard</i>
$k$	Fase
$D$	Arrasto
$cvc$	Centro do volume de controle

<i>ip</i>	Ponto de integração
<i>up</i>	<i>Upwind</i>
<i>f</i>	Condição final de escoamento estável
<i>R</i>	Resistividade
<i>w</i>	Parede
<i>in</i>	Interface
<i>TT</i>	Limite entre regime turbulento e regime de transição
<i>TL</i>	Limite entre regime laminar e regime de transição
<i>C</i>	Centrífugo
<i>E</i>	Empuxo
<i>cam</i>	Câmara de alta velocidade
<i>curv</i>	Curvatura
<i>min</i>	Mínimo
<i>ctrl</i>	Controle

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GLCC	<i>Gas/Liquid Cylindrical Cyclone</i>
LACIT	<i>Laboratório de Ciências Térmicas</i>
UTFPR	<i>Universidade Tecnológica Federal do Paraná</i>
VASPS	<i>Vertical Annular Separation and Pumping System</i>
BP	<i>British Petroleum</i>
LCO	<i>Liquid Carry Over</i>
GCU	<i>Gas Carry Under</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
BP	<i>British Petroleum</i>
PID	<i>Proportional-Integral-Derivative</i>
SST	<i>Shear Stress Transport</i>

## 1 INTRODUÇÃO

O petróleo extraído nos poços marítimos (*offshore*) se encontra geralmente misturado com água e gás. Diversas vantagens técnicas motivam a separação das fases ainda no leito marinho. Por exemplo, uma bomba centrífuga pode ser instalada para trabalhar de forma mais eficiente no transporte do petróleo separado. Além disso, o transporte das fases para a plataforma por dutos distintos evita a ocorrência de problemas típicos em escoamento multifásico, como o escoamento intermitente e a dificuldade em controlar e prever condições operacionais de uma forma precisa. Além disso, a separação torna mais fácil a medição das correntes individuais, resultando numa melhor gestão do reservatório.

Essa separação é feita principalmente com a utilização de separadores por gravidade, que são grandes, pesados e caros para se instalar, operar e manter. Além disso, nenhuma melhora significativa nessa tecnologia foi relatada ao longo dos últimos anos.

A necessidade de diminuir os custos de equipamento tem motivado a investigação sobre técnicas novas e compactas de separação. Uma dessas alternativas é a separação por meio de campos centrífugos. Separadores centrífugos têm importantes vantagens quando comparados com técnicas de separação convencional por gravidade e, segundo Nebrensky et al. (1980), as características principais são: menor área de instalação (cerca de 25% menor), redução do peso total de equipamentos (da ordem de 70 a 85%), maior eficiência (tempo de separação aproximadamente cinco vezes menor) e, além disso, são de fácil instalação e operação. Portanto, vem ganhando espaço como uma alternativa tecnicamente atraente na produção de petróleo em alto mar, onde facilidade de instalação e eficiência são fatores críticos.

Atualmente, o conceito de hidrociclone está aplicado, basicamente, na concepção de dois sistemas de separação submarina: o Separador Ciclônico Líquido-Gás (GLCC – “*Gas-Liquid Cylindrical Cyclone*”) e o Sistema de Bombeamento e Separação Anular Vertical (VASPS – “*Vertical Annular Separation and Pumping System*”). Ambos são muito semelhantes geometricamente e conceitualmente, mas apresentam, na prática, diferenças fundamentais quanto à dinâmica efetiva de separação.



O GLCC resultou de um desenvolvimento conjunto entre a *Chevron Petroleum Technology* e a Universidade de Tulsa. Uma representação esquemática do funcionamento do GLCC é mostrada na Figura 1-1. A separação nesse equipamento ocorre devido à imposição de um campo centrífugo intenso, sendo especialmente indicado para aplicações que necessitam de separação parcial, como pré-separação em medidores multifásicos. Kouba *et al.* (1995), Kouba e Shoham (1996) e Marti *et al.* (1996) descreveram o projeto conceitual e aplicações.

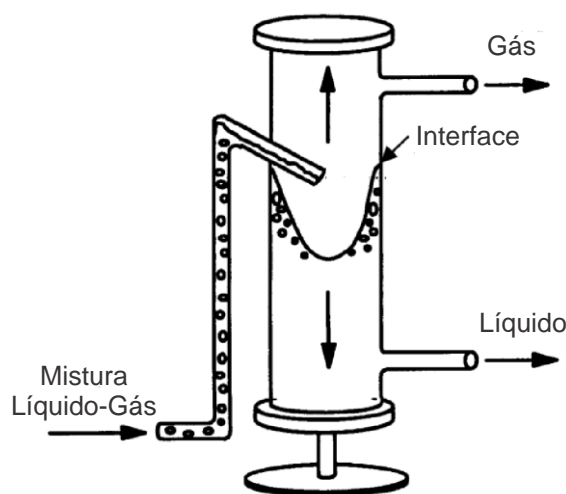


Figura 1-1. Esquema de funcionamento do separador ciclônico GLCC.

Estudos anteriores relacionados a separadores ciclônicos líquido-gás se concentraram no conceito do separador GLCC. O separador VASPS, entretanto, é um hidrociclone com dimensões muito maiores e um mecanismo de separação diferente do GLCC, de tal forma que os modelos matemáticos desenvolvidos para a dinâmica do escoamento no GLCC não podem ser aplicados para realizar cálculos no VASPS. Estudos relacionados ao VASPS, por sua vez, são escassos, sendo clara a necessidade de se investigar esse tipo de separador levando-se em conta suas características particulares descritas a seguir.

### 1.1 Separador VASPS

O VASPS é um conceito inovador inventado pela *British Petroleum* (BP) e desenvolvido pela *Agip*, *Mobil* e *Petrobras*. A Figura 1-2 apresenta um esquema do

VASPS trabalhando em condições normais de funcionamento. O equipamento engloba, de maneira geral, não somente a separação das fases, mas também o sistema de distribuição e bombeio. O campo centrífugo no equipamento é menor que no GLCC, mas a separação é fortemente promovida pelo escoamento na parede do separador. Seu projeto é especificamente voltado para a aplicação submarina, e a descrição do princípio de funcionamento pode ser encontrada em Gregory (1989), em relatórios da BP (1990) e em Entress *et al.* (1991).

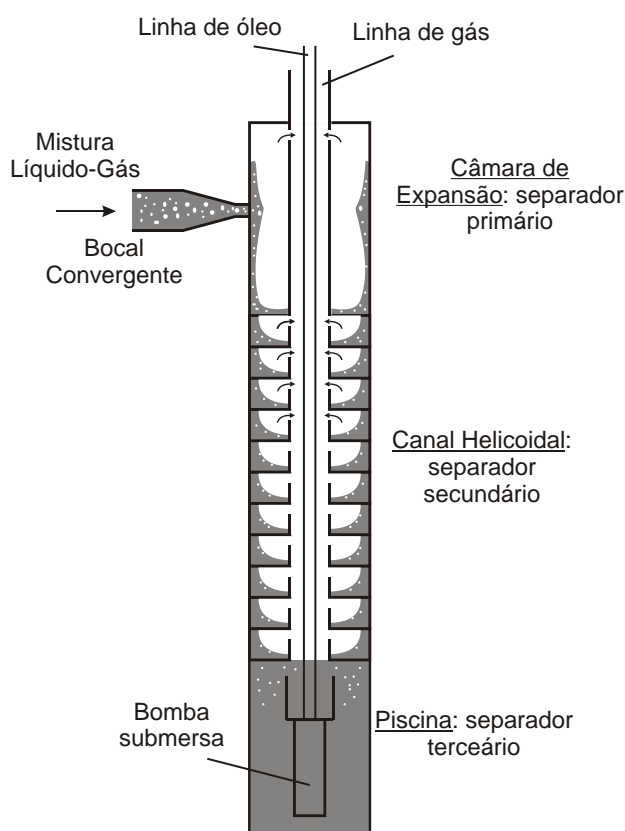


Figura 1-2. Representação esquemática do separador VASPS.

O desempenho global do separador depende do desempenho de cada uma das seguintes três componentes da separação: câmara de expansão, canal helicoidal e a piscina. No separador primário, o bocal acelera a mistura gás-líquido na direção tangencial à parede da câmara de expansão. Essa mistura começa a escoar ao longo e junto da parede, formando uma película de líquido com bolhas dispersas. A ação do campo centrífugo faz com que as bolhas, cuja fase gasosa tem

massa específica muito menor que a do líquido, tendam a se mover radialmente em direção ao centro, eventualmente chegando à interface líquido-gás. Assim, à medida que o filme escoar, mais gás é separado e adicionado ao núcleo gasoso no interior. A separação principal ocorre nessa primeira etapa, que de acordo com resultados experimentais é responsável por separar cerca de 70% do gás proveniente da entrada (Rosa et al. 2001), embora inúmeras variáveis causem variações significativas nessa taxa de separação.

No separador secundário, o líquido acrescido das poucas bolhas dispersas não separadas é direcionado em um movimento helicoidal como um escoamento de canal aberto. As forças que atuam no movimento são a gravitacional, um campo centrífugo moderado e a tensão de cisalhamento na parede. Como não há forte campo centrífugo nesse trecho, a separação ocorre mais lentamente que na primeira etapa, exigindo um canal helicoidal significativamente longo. O gás separado é retirado por aberturas na parte superior interna da hélice.

Por fim, a mistura atinge o fundo do separador, formando uma piscina de líquido. Nessa terceira e última etapa de separação, as bolhas restantes no escoamento são separadas por gravidade e o líquido é direcionado para a linha de sucção da bomba.

Nota-se que, apesar de se basear em um conceito físico relativamente simples, etapas distintas de separação estão interligadas, o que exige um dimensionamento cuidadoso para um bom funcionamento em conjunto. Sendo a câmara de expansão a etapa inicial e principal responsável pela separação, o desenvolvimento de uma modelagem para o cálculo da velocidade do escoamento em seu interior poderia auxiliar muito em seu dimensionamento. Além disso, o controle do escoamento durante o funcionamento do separador depende totalmente do conhecimento da dinâmica da mistura dentro da câmara de expansão em função das diversas variáveis às quais o separador pode estar submetido.

## **1.2 Descrição do problema**

O escoamento para uma condição típica de operação na câmara de expansão do sistema de separação VASPS está ilustrado na Figura 1-3. O domínio é composto por um bocal de entrada horizontal, posicionado tangencialmente a uma

câmara de expansão compreendida como um espaço anular grande formado entre dois tubos cilíndricos verticais.

O foco do estudo está voltado à dinâmica do líquido na câmara de expansão. Para esse fim, uma metodologia numérica baseada em dinâmica dos fluidos computacional e uma bancada experimental foram desenvolvidas para investigar a formação e o movimento de um filme de líquido na geometria estudada.

Na entrada do separador é assumido escoamento de líquido sem gás como mostra a Figura 1-3.

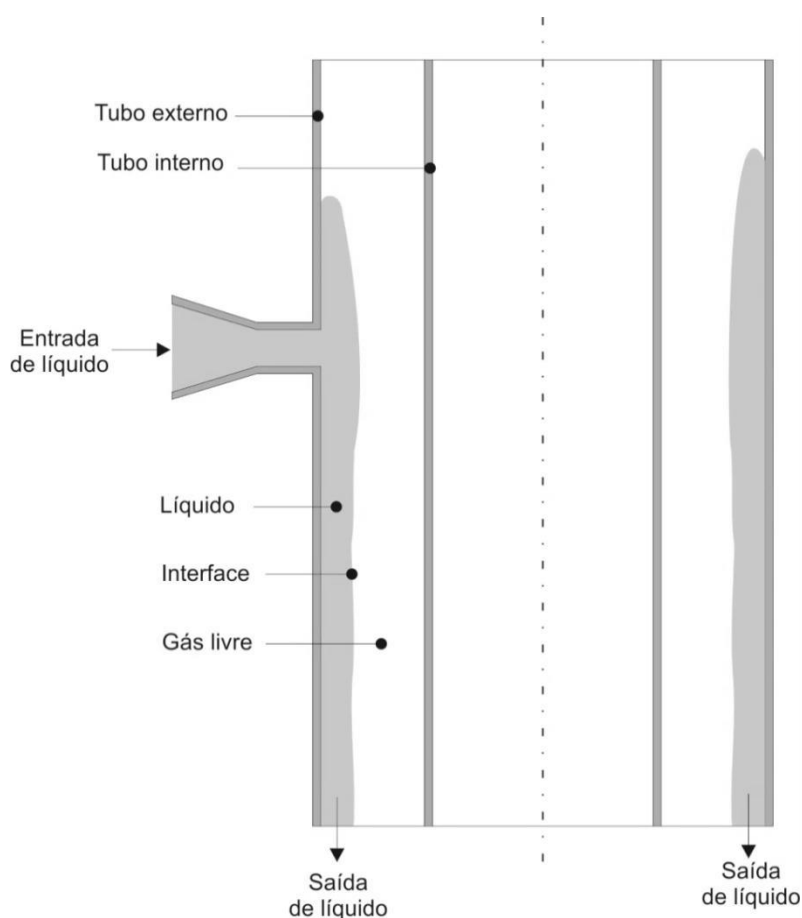


Figura 1-3. Esquema do problema estudado: câmara de expansão com gás livre no interior e escoamento monofásico líquido na entrada.

A fim de se analisar o comportamento da fase líquida no equipamento, variáveis como o campo de velocidade do filme de líquido e sua espessura devem ser investigados em função de diversas condições operacionais, o que é base fundamental para outros estudos mais complexos como a dinâmica de separação de bolhas. Variáveis decorrentes da análise do campo de velocidade, como a evolução

do ângulo das linhas de corrente na parede do separador e o tempo médio de residência do fluido na câmara de expansão, são fundamentalmente dominadas pelo movimento da fase líquida e são importantes para o controle do funcionamento do equipamento.

Além disso, não somente a dinâmica do líquido é importante, mas também as condições operacionais suportadas pelo separador. É importante ter em conta que a operação da câmara de expansão é afetada por fenômenos físicos que de certa forma limitam a operação do equipamento. Entre esses fenômenos, os principais correspondem ao transporte de líquido para a saída de gás (LCO ou “*Liquid Carry Over*”) e à inundação do espaço anular, os quais são ilustrados na Figura 1-4.

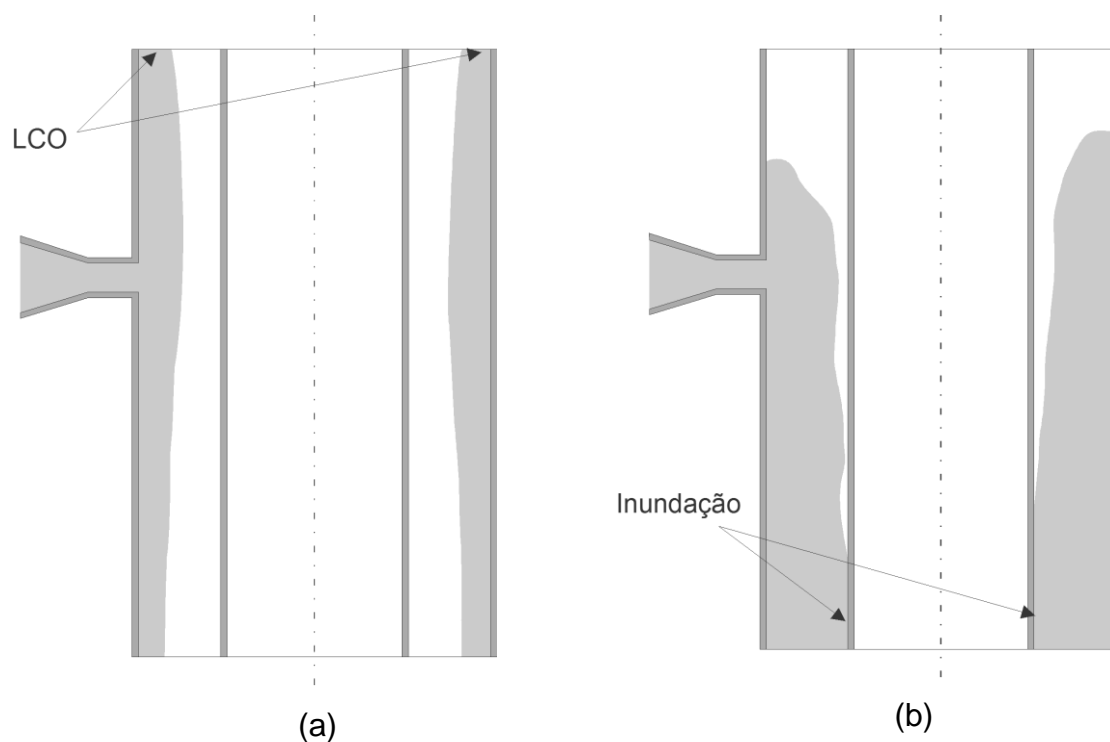


Figura 1-4. (a) Representação esquemática do transporte do líquido para a saída do gás (LCO). (b) Inundação na câmara de expansão do separador.

O LCO é uma condição de operação inadequada na qual o líquido alcança a parte superior do hidrociclone e escapa pelas saídas usadas para a extração do gás separado, como esquematizado na Figura 1-4(a). Em geral, essa condição ocorre quando a velocidade do líquido na saída do bocal é demasiadamente elevada ou a

altura da câmara acima do bocal não foi adequadamente dimensionada para tal condição.

A inundação, representada esquematicamente na Figura 1-4(b), é caracterizada por um espessamento excessivo do filme de líquido no espaço anular da câmara de expansão. Este fenômeno é produzido por vazões de líquido acima da capacidade do separador ou pela inundação do canal helicoidal devido a um desequilíbrio entre a produção do separador e a solicitação de líquido na saída. Nessas condições, o espaço anular no interior da câmara de expansão é bloqueado, a operação torna-se instável (com flutuações de pressão e de nível, por exemplo), o líquido se acumula na câmara e o processo de separação centrífuga se descaracteriza.

### **1.3 OBJETIVOS**

Com base no problema proposto, o presente trabalho tem por objetivo o estudo teórico, numérico e experimental da dinâmica do líquido ao longo da câmara de expansão do separador ciclônico tipo VASPS. As metodologias numérica e experimental utilizam-se como base para compreensão e apoio para o desenvolvimento de um modelo para escoamento monofásico que permita o cálculo simples, rápido e preciso de propriedades hidrodinâmicas na câmara, especificamente as componentes da velocidade e a espessura do filme de líquido. Uma formulação teórica para a trajetória de bolhas complementa o modelo, a fim de realizar um estudo de escoamento bifásico e predizer de modo aproximado a as regiões onde ocorre a separação de líquido-gás.

Como produto, espera-se que os fenômenos analisados por meio das metodologias numérica e experimental e o modelo desenvolvido sirvam como ferramentas para uma maior compreensão e auxílio no dimensionamento e desenvolvimento de separadores ciclônicos e que de alguma forma, os conceitos aqui descritos possam ser aproveitados em problemas semelhantes.

## 1.4 JUSTIFICATIVA

A separação de escoamentos bifásicos líquido-gás é um processo importante na extração de petróleo. Esta separação é realizada para melhorar o transporte e medição das fases, atenuar o escoamento intermitente e aumentar a vida útil das bombas e outros equipamentos envolvidos no processo.

O separador ciclônico tipo VASPS é um ótimo equipamento para a separação nesses cenários por suas características descritas nas seções anteriores. Entretanto, do ponto de vista de desenvolvimento, esse sistema de separação constitui uma tecnologia ainda emergente em relação ao grau de conhecimento das variáveis que influenciam na separação. Pouca informação está disponível na literatura e ainda não foram realizadas investigações que abordem de forma extensa o comportamento do escoamento em diversas configurações geométricas e condições de trabalho.

A câmara de expansão do VASPS é o foco do presente estudo por ser a responsável pela maior parte da separação. A metodologia para o estudo da dinâmica do escoamento na câmara de expansão se divide em duas etapas: escoamento monofásico de líquido e escoamento bifásico líquido-gás. A primeira etapa é orientada ao estudo do campo de velocidades e da espessura do líquido, devido a que somente com esses resultados é possível iniciar a segunda etapa onde se busca estudar a dinâmica das bolhas de gás presentes no líquido.

O trabalho, em conjunto, busca promover o desenvolvimento de ferramentas confiáveis que permitam prever a dinâmica do escoamento e o processo de separação para diversas geometrias e condições de operação.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, serão apresentados estudos sobre a câmara de expansão do VASPS, a qual possui ainda uma tecnologia de separação emergente. Também será mostrada uma revisão de trabalhos sobre o GLCC, já que mesmo com diferentes características de funcionamento possui um maior desenvolvimento e fornece conceitos importantes sobre a separação centrífuga.

### 2.1 Trabalhos relacionados ao conceito de hidrociclone implantado em GLCC's

O separador GLCC foi desenvolvido pela empresa petrolífera *Chevron* em parceria com a Universidade de Tulsa. A maioria dos trabalhos sobre GLCC que estão disponíveis na literatura foram desenvolvidos nessa universidade.

Kouba et al. (1995) apresentaram modelos mecanicistas que descrevem o comportamento da fase líquida no GLCC. Os autores determinaram, com um modelo simples, o movimento de uma bolha de gás, a fim de estudar sua trajetória. Baseados nesse trabalho, Marti et al. (1996) apresentaram uma primeira tentativa de desenvolver um modelo mecanicista para prever a ocorrência do fenômeno onde uma parte do gás é arrastada para a saída do líquido (GCU ou “*Gas Carry Under*”). O modelo prediz a interface gás-líquido próximo da entrada do GLCC, que em conjunto com a análise da trajetória de bolha, permite estimar a eficiência de separação em função do tamanho da bolha.

Erdal et al. (1996) fizeram simulações computacionais de fluxo monofásico e bifásico em diversas configurações de GLCC. As simulações foram comparadas com dados experimentais sobre os perfis da velocidade tangencial. Todas as simulações foram feitas assumindo-se escoamento turbulento, usando o modelo  $k-\varepsilon$  padrão. As simulações mostram que a relação da velocidade tangencial na entrada com a velocidade média axial tem um efeito significativo na eficiência de separação e no GCU. Um valor alto dessa razão resulta em um forte fluxo de rotação que aumenta a separação, enquanto que um valor baixo provoca uma deterioração forte da velocidade tangencial, o que pode causar o GCU.



Erdal et al. (1998) conduziram simulações para investigar a formação da interface livre no campo de escoamento. Perfis de velocidade para escoamento monofásico e bifásico foram comparados. Os resultados indicam que os perfis de velocidade simulados são similares. Imagens da interface livre foram obtidas em testes experimentais e comparadas com as simulações de CFD, e uma boa concordância foi obtida entre as observações e as previsões.

Shoham e Kouba (1998) estudaram configurações geométricas para a entrada do GLCC em busca de melhorias na eficiência de separação. Os autores também mostraram as características das simulações em escoamento monofásico e bifásico, fornecendo detalhes sobre o campo de velocidade e a distribuição da fração de vazio. Os autores concluíram que a combinação de CFD com a modelagem mecanicista fornece uma abordagem realista para a obtenção de ferramentas úteis para o projeto e previsões de desempenho.

Mantilla (1998), através da inclusão das forças de empuxo e de arrasto na direção axial do separador, melhorou o modelo de trajetória de bolha proposto por Marti et al. (1996). Mediante uma análise de sensibilidade indicou que o perfil de velocidade tangencial não é tão importante como o perfil de velocidade axial para prever a tendência correta da trajetória da bolha.

Erdal (2001) realizou medições locais e simulações de CFD para ajudar na compreensão do escoamento no interior do GLCC, e desenvolveu correlações para prever as componentes axial e tangencial de velocidade através de modelos mecanicistas. O autor também fez uma análise da trajetória de bolha para quantificar os efeitos dos parâmetros importantes no GCU, que incluem o tamanho da bolha, o comprimento do separador, a viscosidade, o número de Reynolds e a velocidade tangencial na entrada. Os resultados da trajetória da bolha indicam que existe uma proporção ótima entre a longitude abaixo do bocal e o diâmetro do separador,  $L/D$ , para além da qual a eficiência de separação não aumenta significativamente.

Adebare (2006), através de dados experimentais em função das vazões de líquido e gás, encontrou as condições de vazão na entrada para o início da ocorrência de LCO. Uvwo (2004) investigou uma expansão na faixa de vazões de trabalho do GLCC variando o diâmetro do bocal. Demonstrou que, através de uma escolha adequada da área do bocal, pode-se diminuir a taxa de GCU e, portanto, expandir a faixa operacional do separador.

Em outros trabalhos específicos, Wang (2000) desenvolveu um sistema para controlar o nível de líquido no GLCC e Kolla (2007) fez um estudo da iniciação do LCO em um GLCC para escoamento trifásico.

Os trabalhos referentes ao GLCC descritos nesta seção formam uma base de informação que ajuda, em certo grau, no entendimento do hidrociclone de uma forma geral. Para o estudo do VASPS, aproveitou-se, de certa forma, a metodologia usada pelos autores no estudo do GLCC para abordagem do problema, especificamente a análise de fenômenos que limitam o funcionamento do separador e a modelagem mecanicista para a trajetória de bolhas.

## **2.2 Estudos anteriores sobre a câmara de expansão do separador VASPS**

Nesta seção serão detalhados os estudos referentes à câmara de expansão do VASPS, o qual, como explicado anteriormente, é uma tecnologia emergente e não possui uma extensa literatura a respeito. Os primeiros trabalhos apresentados se concentraram na análise do filme de líquido, que é formado pelo espalhamento do escoamento devido à força centrífuga dentro da câmara de expansão. Estudos posteriores tiveram a simulação numérica como ferramenta principal para a análise do escoamento.

### **2.2.1 Modelagem do filme líquido na câmara de expansão**

Os primeiros estudos para entender a dinâmica do escoamento no VASPS foram centrados na análise do escoamento se desenvolvendo como um filme líquido, com tentativas de solução analítica para essa condição.

O escoamento de um filme líquido é um caso especial no qual a tensão de cisalhamento na parede e a viscosidade são determinantes na solução. Levich (1962) realizou estudos experimentais sobre esse tipo de escoamentos em paredes verticais e inclinadas, identificando três diferentes regimes de fluxo de acordo com o número de Reynolds baseado na espessura do filme,  $Re_\delta$ :

$$Re_{\delta} = \frac{\rho V \delta}{\mu} \quad (2.1)$$

onde  $V$  é a velocidade média do filme de líquido,  $\delta$  é a espessura,  $\rho$  é a densidade e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica.

- Para números de Reynolds de filme,  $Re_{\delta}$ , que não excedam 20 a 30, o comportamento característico é de um domínio das forças viscosas, permanecendo a espessura constante ao longo do escoamento.
- Para  $Re_{\delta} > 30 - 50$ , aparece o chamado regime em ondas, caracterizado pela superposição do movimento de ondas sobre o movimento do filme.
- Para  $Re_{\delta} \geq 1500$ , ocorre a transição para o regime de escoamento turbulento; observa-se uma complexa estrutura interfacial composta por ondas de tamanhos e amplitudes caóticas.

Segundo Malamatenios et al. (1994), considerando-se que a força de cisalhamento na parede é a única responsável pelo balanço da força gravitacional do filme, a espessura do filme líquido tende para um valor mínimo até atingir o estado de escoamento completamente desenvolvido.

Na análise da solução analítica do filme líquido, as equações do movimento são simplificadas substancialmente devido à espessura do filme ser pequena. Por exemplo, todas as derivadas da velocidade ao longo da espessura do filme são grandes comparadas com aquelas ao longo do filme, o que corresponde à condição de camada limite. Entretanto, as tentativas de solução analítica das equações resultantes se mostraram sem sucesso. Uma prática muito usada é considerar somente a espessura média do filme e as equações são resolvidas em termos médios.

Morandin (1999) realizou uma modelagem do filme líquido em uma câmara de expansão cilíndrica geometricamente similar à utilizada no separador VASPS. Para tal, utilizou equações de camada limite na forma integral para termos médios num sistema de coordenadas cilíndricas, sob a hipótese de escoamento desenvolvido na direção tangencial. A espessura do filme líquido e o ângulo de inclinação do

escoamento foram as variáveis de interesse na modelagem. O autor demonstrou que essas variáveis podem ser muito bem relacionadas por parâmetros adimensionais se avaliados em uma condição limite atingida na qual o filme escoou pela parede da câmara com velocidade puramente axial e completamente desenvolvida. Os parâmetros adimensionais usados foram o número de Reynolds do filme na condição limite,  $Re_{\delta f}$ , e o quadrado do número de Froude também nessa condição,  $Fr_{Qf}^2$ :

$$Re_{\delta f} = \frac{Q_L}{2\pi R\nu} \quad (2.2)$$

$$Fr_{Qf}^2 = \frac{\left(\frac{Q_L}{R^2}\right)^2}{gR} \quad (2.3)$$

onde  $Q_L$  é a vazão de líquido na entrada,  $R$  é o raio da câmara de expansão,  $\nu$  é a viscosidade cinemática do líquido e  $g$  é a gravidade.

Rosa et al. (2001) conduziram um estudo experimental da câmara de expansão do separador VASPS através de testes em modelos de escala reduzida. Foram descritos os princípios operacionais do separador ciclônico e identificadas suas restrições operacionais. Apresentaram modelos mecanicistas para a dinâmica do escoamento e a separação das fases. Observou-se que o equilíbrio entre as forças geradas pelo gradiente de pressão radial e a gravidade é a principal responsável pela elevação do líquido acima da linha de centro do bocal, onde a inércia e as forças viscosas desempenham um papel secundário. Os autores verificaram a capacidade do seu modelo mecanicista com testes de campo realizados com separadores de dimensões reais.

## 2.2.2 Modelagem numérica da câmara de expansão

A fim de se obterem maiores detalhes do complexo comportamento do escoamento dentro da câmara de expansão, estudos recentes foram desenvolvidos a partir de resultados numéricos. Nesta seção, esses trabalhos são apresentados.

Sant'anna (2010) realizou simulações numéricas utilizando uma geometria equivalente à estudada experimentalmente por Morandin (1999) e as mesmas vazões e fluidos de teste. A comparação dos resultados para espessura de filme e inclinação de linha de corrente mostrou uma boa concordância, mesmo com a grande complexidade de modelagem desses escoamentos. O autor também realizou simulações envolvendo escoamento bifásico na entrada, assumindo uma mistura de líquido-gás com padrão de bolhas dispersas. O autor concluiu que o comportamento do escoamento, mesmo com a presença de gás, é dominado pela vazão de líquido.

Ofuchi (2012) realizou um estudo numérico do escoamento na câmara de expansão do separador VASPS. Estudou a influência da vazão e viscosidade do líquido sobre alguns parâmetros que caracterizam o escoamento na câmara de expansão. Os parâmetros estudados foram a altura de elevação do filme líquido na parede da câmara, o tempo médio de residência do escoamento no equipamento, o ângulo de inclinação das linhas de corrente na saída da câmara e a espessura média do filme de líquido na saída da câmara. De acordo com as tendências observadas, foram propostas correlações para esses parâmetros em função dos grupos adimensionais relevantes  $Re_{\delta f}$  e  $Fr_{Qf}^2$ .

A importância da revisão feita neste capítulo reside em compreender o estado da arte no desenvolvimento da câmara de expansão do separador VASPS. Os trabalhos descritos apresentam resultados com limitações que restringem seu uso para a previsão da dinâmica do escoamento ao longo da câmara de expansão e não podem ser usados fora das faixas operacionais em que foram testadas. O modelo de Morandin (1998), por exemplo, só é capaz de resolver as velocidades e a espessura do filme em regiões distantes do bocal de entrada, pois se baseia em condições de axissimetria do filme de líquido. Além disso, o modelo de Morandin (1998) necessita de dados experimentais como condições de contorno na solução. Já o estudo de Ofuchi (2012) foi puramente numérico e teve como foco apenas a área de saída do separador, sem fornecer informações sobre o escoamento fora dessa região.

Portanto, com o objetivo de resolver a dinâmica do escoamento numa forma geral e independente de dados adicionais, este trabalho propõe um modelo capaz de resolver as componentes tangencial e axial de velocidade e a espessura do filme para qualquer posição da câmara de expansão. O modelo busca atender uma ampla

faixa de aplicações para o tipo de separador ciclônico estudado em função da vazão na entrada, propriedades físicas do líquido, o diâmetro da câmara e o diâmetro do bocal de entrada.

O modelo que será apresentado neste trabalho depende de coeficientes que foram calibrados com os resultados numéricos. Por sua vez, a modelagem numérica, sendo a base do desenvolvimento deste trabalho, foi validada com informação obtida experimentalmente. No capítulo que se segue é apresentada a metodologia usada para a obtenção dos dados experimentais.

### 3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Neste capítulo será apresentada a bancada experimental e o procedimento empregado para a medição das variáveis de interesse. Essas variáveis são a espessura de filme, as componentes axial e tangencial do líquido e a altura de elevação do líquido acima do bocal. O objetivo da utilização dos dados experimentais, como afirmado brevemente no capítulo anterior, não é realizar uma extensa análise qualitativa ou quantitativa das variáveis, e sim validar o modelo numérico, sendo que os resultados numéricos servirão de base para análises mais completas e para alimentar o modelo mecanicista proposto.

#### 3.1 Descrição do circuito experimental

Para realizar os ensaios, foi construído um circuito experimental nas instalações do Laboratório de Ciências Térmicas (LACIT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Uma representação esquemática do circuito é mostrada na Figura 3-1.

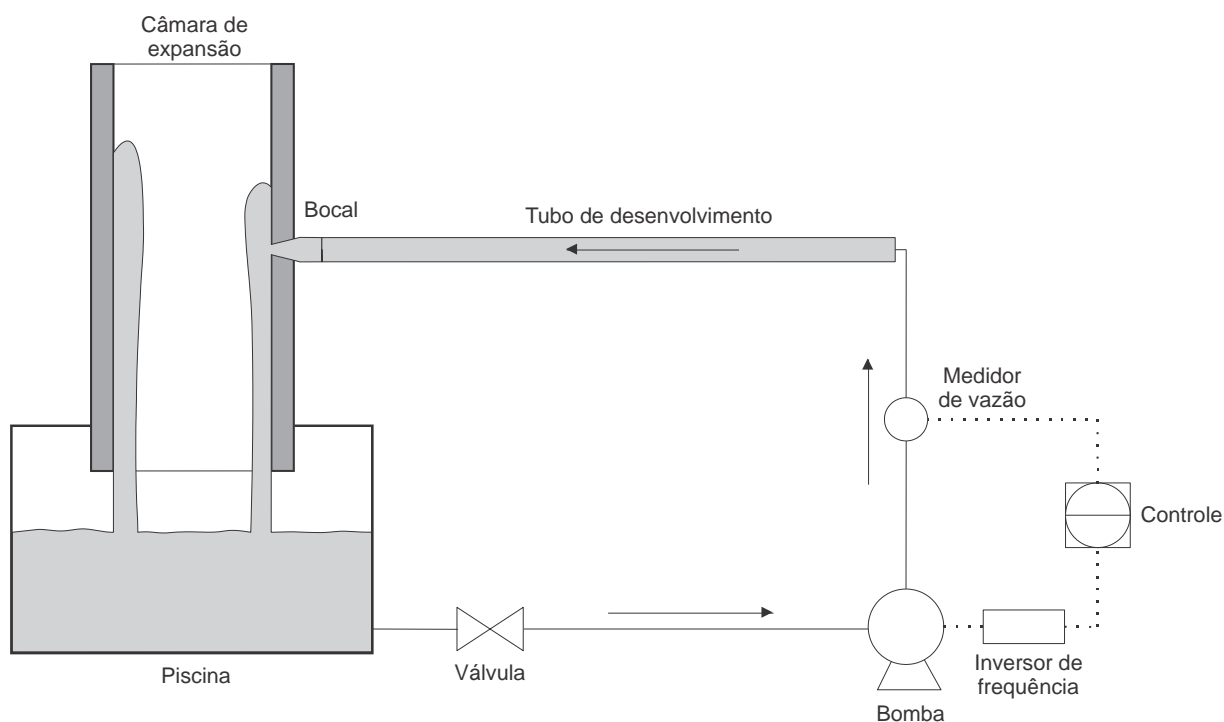


Figura 3-1. Esquema do circuito experimental.

No circuito experimental, a bomba centrífuga impulsiona o líquido para um tubo liso de 26 mm de diâmetro onde está instalado um medidor do tipo Coriolis para monitorar a vazão do líquido. O sistema de controle recebe informações do medidor e atua sobre o inversor de frequência da bomba. O objetivo é impor a vazão desejada pelo circuito de modo rápido sem a necessidade de regulação de válvulas. Um tubo reto de acrílico de 26 mm de diâmetro e comprimento igual a 100 diâmetros é inserido à jusante do medidor para garantir escoamento completamente desenvolvido na entrada do bocal. O bocal, por sua vez, é convergente, com a finalidade de acelerar o fluido na entrada da câmara de expansão. Tal entrada é disposta cuidadosamente de forma tangencial à câmara para proporcionar, por um lado, um espalhamento da corrente de líquido nas paredes da câmara e, por outro, o campo centrífugo característico do hidrociclone. Nessas condições, forma-se um filme de líquido que escorre em movimento combinado centrífugo e gravitacional sobre as paredes da câmara, descendo até o fundo do separador e sendo coletado em uma piscina de líquido. Esse reservatório é grande o suficiente para que o movimento do líquido proveniente da câmara se amortea de tal sorte que o líquido continue a circular pela tubulação de retorno à bomba sem flutuações excessivas de nível.

A simulação experimental serve como uma ferramenta muito interessante para um melhor entendimento do fenômeno, não só devido às medições, mas também pela observação da maneira como o escoamento se desenvolve pelo separador. Para esse fim, a câmara de expansão e o bocal foram fabricados em acrílico. Detalhes desses e dos demais equipamentos são descritos nas subseções que se seguem.

### 3.1.1 Câmara de expansão e bocal

A câmara de expansão é um tubo de acrílico de seção circular de 142 mm de diâmetro interno, 5 mm de espessura de parede e 2,5 m de comprimento. O bocal tangencial localiza-se 1 m abaixo do tampo superior da câmara. Os diâmetros da câmara e do bocal são respectivamente  $\phi_{câmara}=142$  mm e  $\phi_{bocal}=15$  mm, e foram escolhidos mantendo as mesmas proporções de um separador real (Petrobras,



2012). Na Figura 3-2, apresenta-se o acoplamento entre a câmara e o bocal. A peça vermelha representa o bocal que foi fabricado em acrílico para promover a visualização do escoamento. Foram fabricados quatro bocais com os diâmetros de 12, 15, 18 e 21 mm. Os bocais são intercambiáveis e, mesmo sendo de diferentes diâmetros internos, foram projetados para sempre encaixar na direção tangencial à parede interna do separador, como mostra a Figura 3-2. A Figura 3-3 mostra uma foto do bocal de 15 mm de diâmetro.

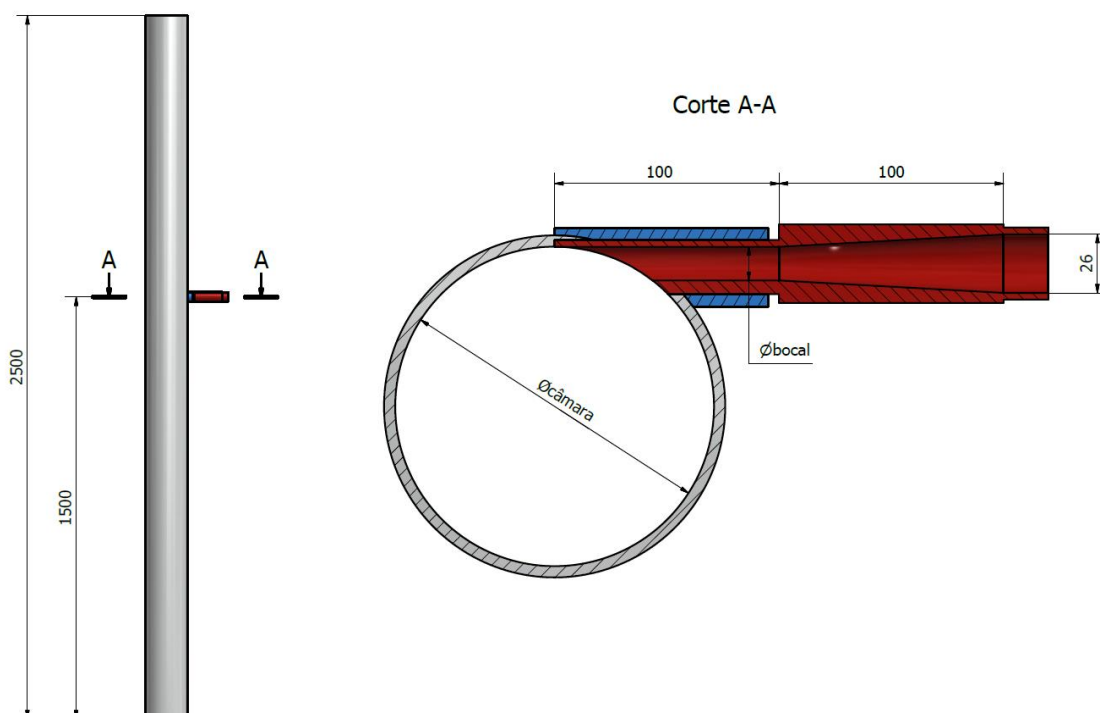


Figura 3-2. Dimensões do bocal e da câmara de expansão da bancada experimental.



Figura 3-3 Bocal de 15 mm de diâmetro.

### 3.1.2 Medidor de vazão, bomba e inversor de frequência

O medidor de vazão usado é do tipo Coriolis da marca MICRO MOTION e do modelo F050S. Possui capacidade de medição de vazões mássicas entre 0,003 e 1,5 kg/s. A Figura 3-4 mostra uma imagem do medidor.



Figura 3-4 Medidor de vazão do tipo Coriolis.

Acoplado à piscina, uma bomba 3 HP impulsiona o líquido para o circuito. A vazão do líquido desejada é controlada através da rotação da bomba. A rotação, por sua vez, é controlada por um inversor de frequência que alterna a frequência de rotação entre 3 e 60 Hz. A Figura 3-5 mostra imagens da bomba e o inversor de frequência utilizado.

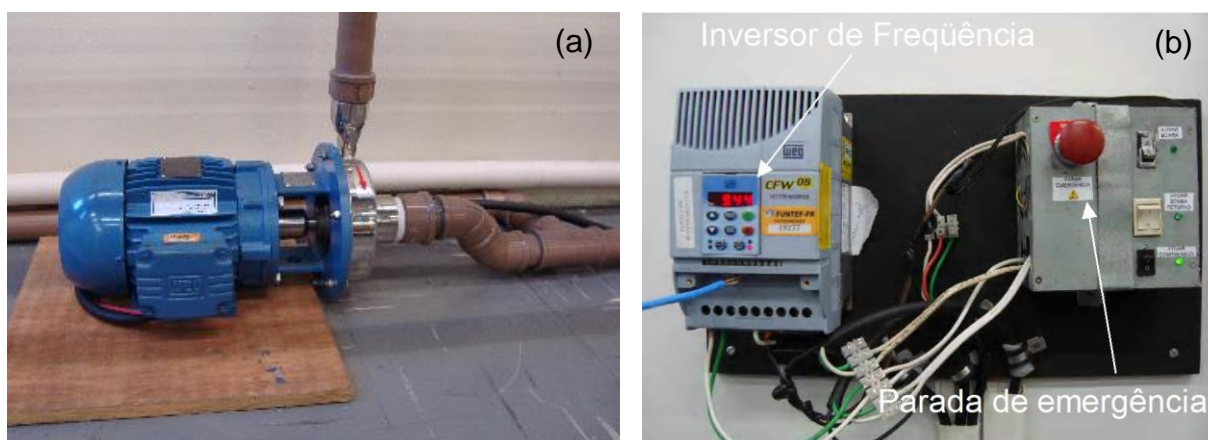


Figura 3-5. (a) Bomba. (b) Inversor de frequência.

### 3.1.3 Controle da vazão

O medidor de vazão fornece um sinal de saída digital. Esse sinal é recebido por um programa em LabVIEW (National Instruments) onde é realizado o controle da vazão. Este controle é encarregado de ajustar o inversor de frequência para conseguir a vazão requerida. O ajuste é realizado mediante um controle PID (controle proporcional integral e derivativo). A Figura 3-6 mostra o programa para o controle da vazão.

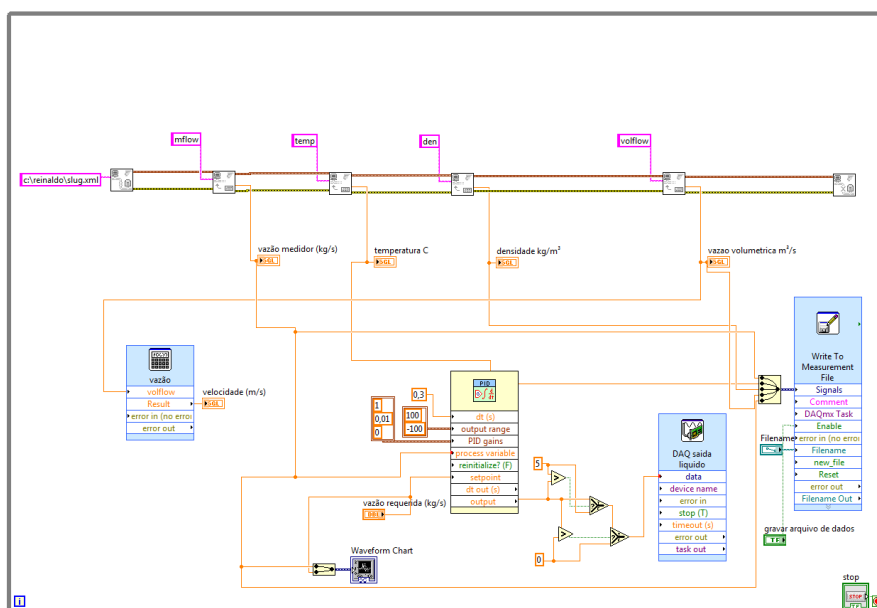


Figura 3-6. Programa para controle da vazão.

A Figura 3-6 mostra que a vazão medida e a vazão requerida ingressam num algoritmo PID, o qual se encarrega de atuar sobre o inversor de frequência até atingir a vazão requerida pelo usuário como se mostra na Figura 3-7.

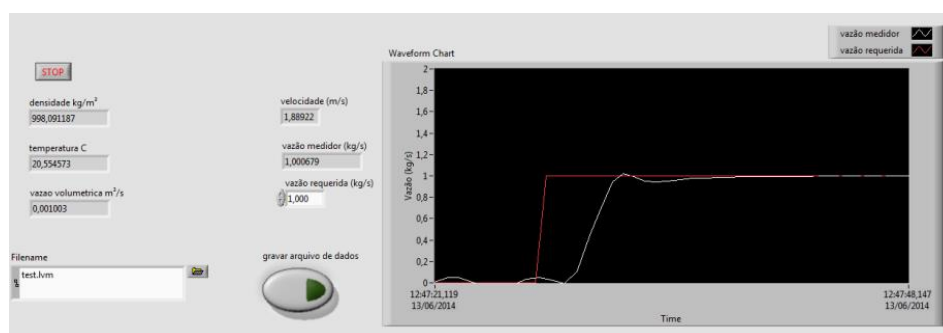


Figura 3-7. Resultado do controle da vazão.

### 3.2 Metodologia Experimental

Na bancada experimental, foram medidas a espessura, a velocidade e a altura de elevação do filme de líquido. A espessura e a velocidade foram medidas de maneira local, isto é, em pontos definidos sobre a câmara de expansão. A Figura 3-8 mostra esquematicamente a localização da linha onde foram realizadas estas duas medições. A espessura do filme foi medida com sensores de ultrassom e a velocidade do escoamento foi obtida com uma câmera de alta velocidade. No caso da altura de elevação do líquido, a medição foi realizada com quatro sensores resistivos fixos na parede do separador e na disposição mostrada na Figura 3-8.

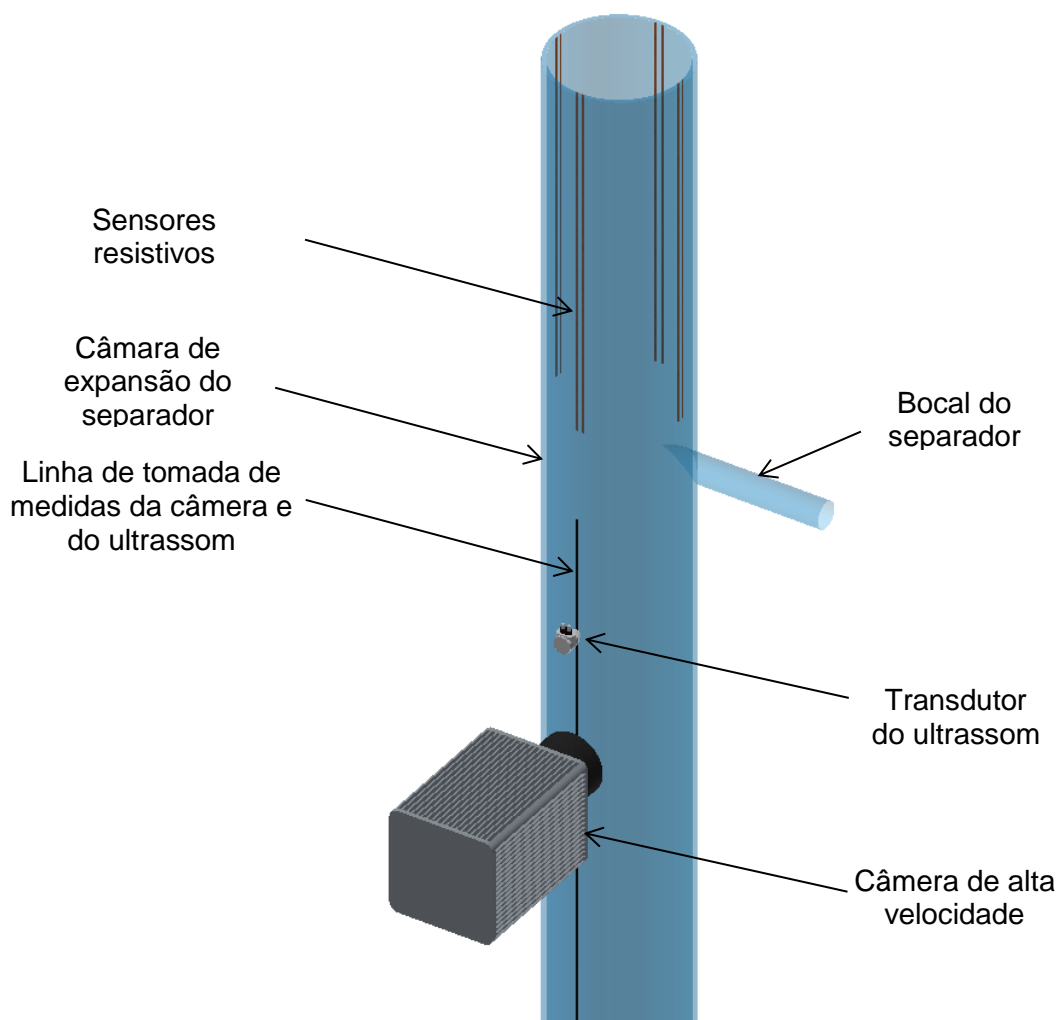


Figura 3-8. Esquema da câmara de expansão experimental e as regiões de medição.

Os métodos usados para estas medições da espessura, velocidade e altura de elevação do escoamento são detalhados a seguir.

### 3.2.1 Medição da Espessura Média do Filme

A espessura do filme de líquido foi medida com a técnica de ultrassom no princípio pulso–eco. Esta técnica se baseia na medição do tempo de trânsito de um pulso sonoro desde sua emissão (pulso) até seu retorno (eco). Operando nesse princípio, o equipamento de ultrassom utiliza um único sensor de efeito piezelétrico como emissor e receptor.

No processo de medição da espessura, o pulso sonoro tem uma primeira reflexão na interface formada pela parede interna do tubo e o filme líquido. Em seguida, o sinal se reflete na interface líquido-gás. Os consecutivos intervalos de tempo entre as emissões e reflexões (todas as que eventualmente ocorrerem) são medidos. Conhecendo-se a velocidade de propagação da onda sonora no meio líquido, a espessura do filme é calculada.

A Figura 3-9 ilustra o processo de medição da espessura, apresentando a intensidade do sinal de resposta em função do tempo durante a medida. Podem ser observados três picos: o primeiro refere-se ao disparo inicial do sensor; o segundo é a reflexão na interface da parede da câmara e o filme líquido, cuja intensidade é menor devido às perdas na parede; o último pico, ainda de menor intensidade, caracteriza a segunda reflexão dada na interface líquido-gás. Este último pico flutua dinamicamente no sinal de resposta, dada a estrutura interfacial em ondas do escoamento.

Portanto a espessura do filme,  $\delta$ , é calculada em função da velocidade do som no meio líquido,  $c$ , e o tempo transcorrido,  $t_\delta$ , no qual o som atravessou duas vezes a espessura do filme, ou seja, na emissão e na volta até o transdutor:

$$\delta = c \left( \frac{t_\delta}{2} \right) \quad (3.1)$$

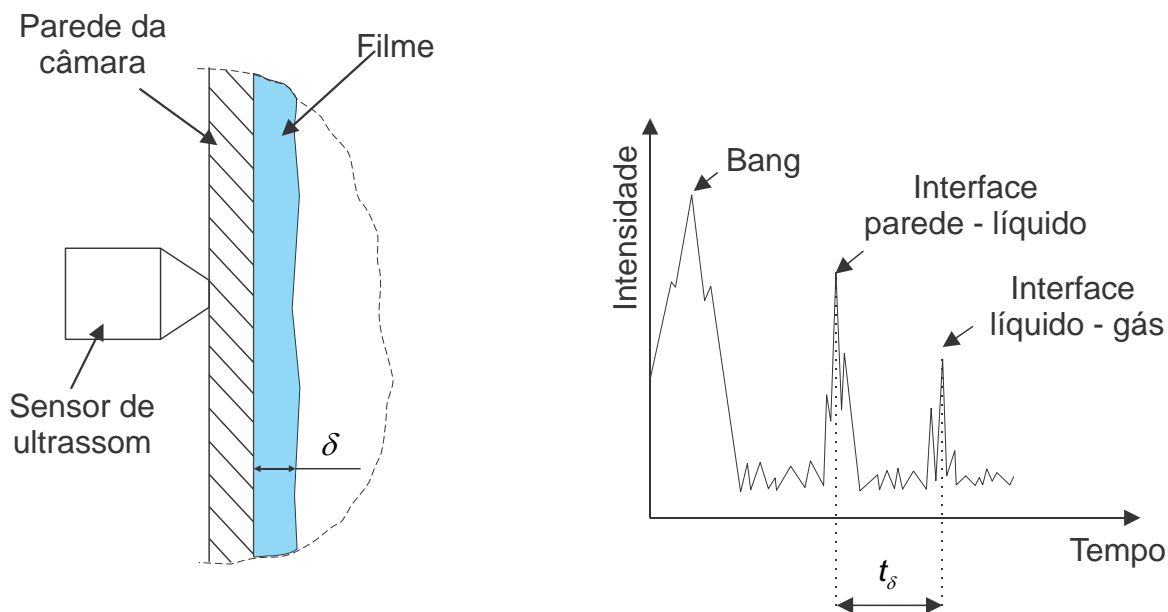


Figura 3-9. Sinal da resposta do ultrassom.

### 3.2.2 Medição da velocidade do escoamento

A velocidade foi medida a partir das imagens obtidas com uma câmera de alta velocidade. As imagens foram processadas num programa para tratamento de imagens desenvolvido em Matlab. A metodologia usada foi o seguimento de partículas adicionadas no escoamento. Foram usadas partículas com uma densidade próxima à densidade do líquido ( $\rho_{particula} = 1,07 \text{ kg/m}^3$ ), o que permite assumir que a diferença de velocidade entre as partículas e o líquido é desprezível.

A Figura 3-10 mostra três imagens consecutivas onde é possível identificar o movimento de cada partícula. O deslocamento da partícula pode ser calculado localizando sua posição absoluta  $(x, z)$  em cada imagem. Enquanto, o tempo transcorrido entre as imagens,  $t_{cam}$ , é calculado em função da velocidade de aquisição da câmera, isto é, a quantidade de imagens que a câmera captura num segundo (*fps – frames per second*).

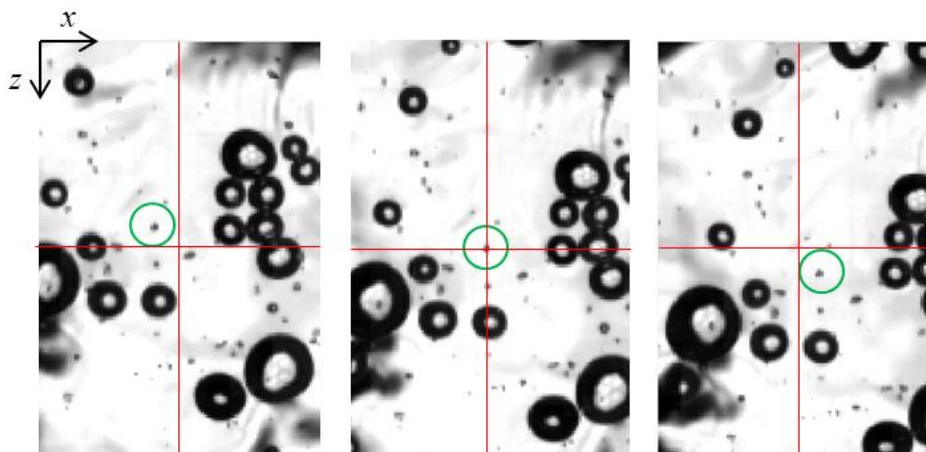


Figura 3-10. Trajetória de partículas adicionadas no escoamento.

A partir das imagens, a velocidades axial e tangencial do escoamento podem ser calculadas pelas seguintes equações:

$$V_t = \frac{(x_2 - x_1)}{t_{cam}} \quad (3.2)$$

$$V_z = \frac{(z_2 - z_1)}{t_{cam}} \quad (3.3)$$

onde os sub-índices 1 e 2 se referem às duas imagens consecutivas usadas para o cálculo.

A velocidade calculada para diferentes partículas no mesmo ponto de medição é diferente. Isso ocorre porque cada partícula que se encontra no mesmo ponto de medição, não necessariamente se encontra na mesma posição radial no filme, ou seja, no instante de medição pode se encontrar mais perto da parede ou mais perto da interface, onde devido às ondas, à turbulência e o perfil de velocidade do líquido, cada partícula indica diferentes velocidades. Portanto, é necessário monitorar muitas partículas que passam pelo mesmo ponto de interesse e assim aproximar a velocidade média do escoamento à média da velocidade das partículas.

### 3.2.3 Medição da altura de elevação

A altura de elevação foi medida em função da resistência elétrica do líquido. A Figura 3-11(a) mostra um esquema do sistema de medição usado. Cada sensor consta de dois fios condutivos introduzidos no líquido. Um fio recebe a voltagem  $V_1$ , a eletricidade atravessa o meio líquido e chega ao segundo fio onde a voltagem  $V_2$  é monitorada.

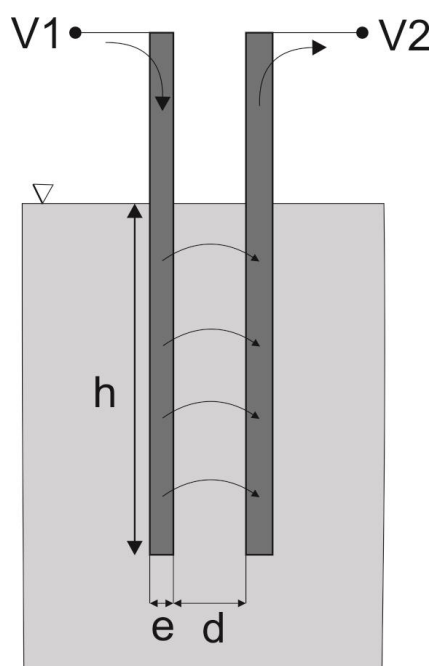


Figura 3-11. (a) Esquema do sensor resistivo. (b) Circuito equivalente do sistema de medição.

A voltagem  $V_2$  depende da voltagem  $V_1$  e da resistência do líquido entre os fios. Para calcular o valor da resistência,  $R_{ee}$ , que oferece um material específico, aplica-se a Eq. (3.4), onde  $\rho_R$  é a resistividade,  $L$  é o comprimento e  $S$  é a área do material:

$$R_{ee} = \rho_R \frac{L}{S} \quad (3.4)$$



Usando essa equação, a resistência do líquido entre os fios,  $Ree_L$ , será dada pela Eq. (3.5), onde  $\rho_R$  é a resistividade do líquido,  $d$  é a distância entre os fios,  $e$  é a espessura dos fios e  $h$  é o comprimento submerso no líquido.

$$Ree_L = \rho_R \frac{d}{eh} \quad (3.5)$$

De acordo com a Eq. (3.5), a resistência do líquido entre os fios dependerá somente da altura  $h$ , por que os outros parâmetros são constantes. Portanto, a voltagem de saída  $V_2$  será uma função da voltagem  $V_1$  e da altura do líquido  $h$ .

A voltagem de excitação  $V_1$  foi gerada com uma fonte bipolar de  $\pm 5$  V de amplitude e frequência de 1,5 kHz. O sinal de resposta da medição,  $V_2$ , é senoidal. Os sinais  $V_1$  e  $V_2$  são mostrados na Figura 3-12.

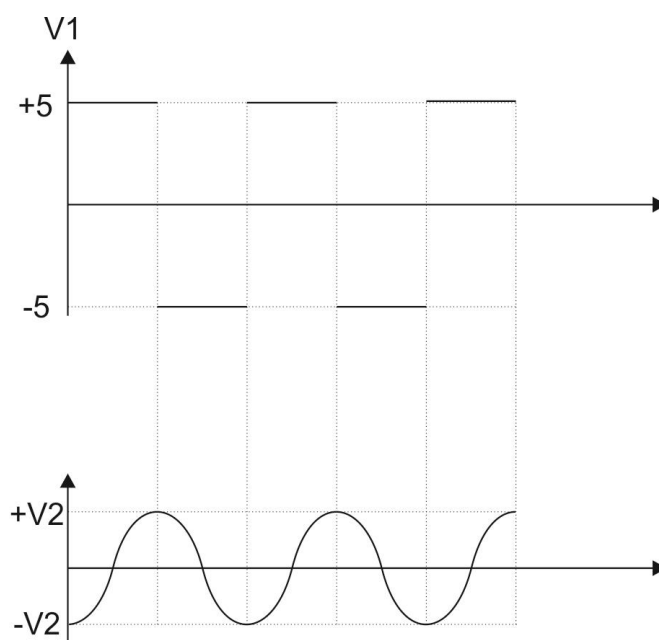


Figura 3-12. Sinal de excitação e sinal de resposta.

O sinal  $V_1$  é gerado pela placa mostrada na Figura 3-13. Esta placa também recebe o sinal de resposta  $V_2$ . Utilizando-se um conversor da marca National Instruments modelo PCI 6229, esse sinal analógico é convertido em digital para ser processado em LabVIEW.

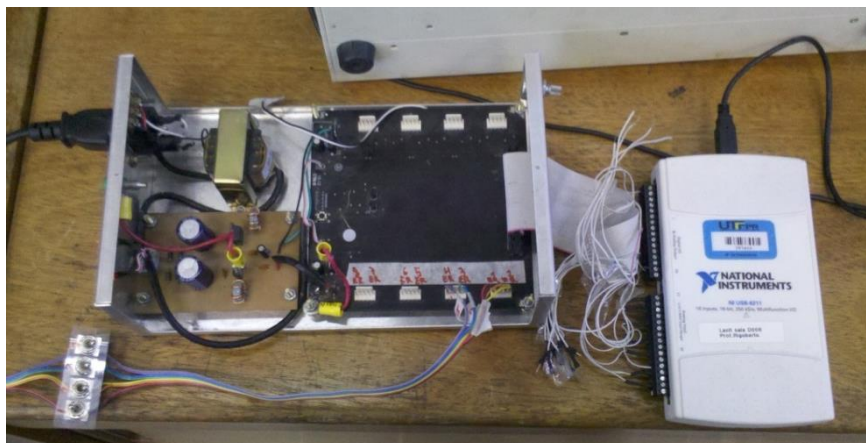


Figura 3-13. Fonte da voltagem de excitação.

O programa criado em LabVIEW é mostrado na Figura 3-14. Esse programa tem a função de calcular os picos do sinal senoidal de resposta, isto é, o valor de  $V_2$ . O programa possui processos estatísticos e filtros para reduzir os ruídos do sinal.

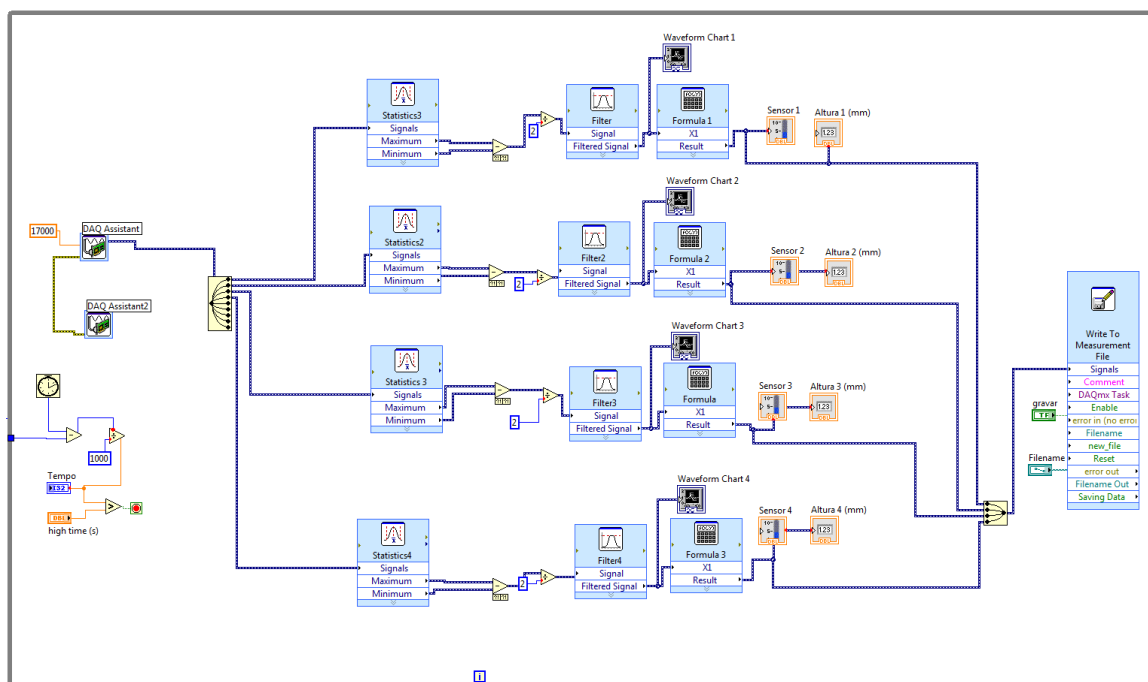


Figura 3-14. Programa para o processamento do sinal de retorno  $V_2$ .

Com o programa apresentado na Figura 3-14 foram realizadas medições para encontrar a relação entre a voltagem  $V_2$  e a correspondente altura do líquido no

sensor. Essas calibrações foram obtidas para cada sensor independentemente e são mostradas na Figura 3-15.

Os dados indicam que existe uma relação linear entre a voltagem e a altura do líquido. Implantando-se as equações de cada sensor no programa mostrado na Figura 3-14, a medição da altura de elevação do líquido fica automatizada e pode ser monitorada em tempo real.

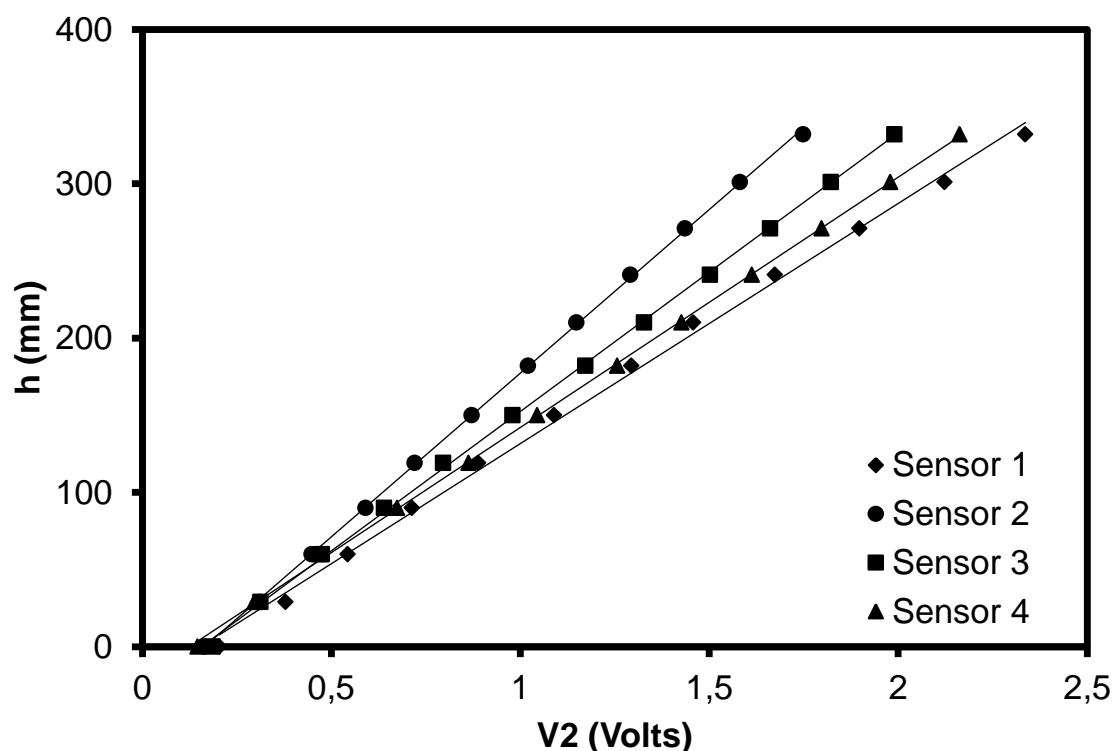


Figura 3-15. Curvas de calibração dos sensores.

As correlações lineares obtidas entre a voltagem medida no sensor e a altura de elevação do nível de líquido na câmara de expansão para cada sensor são:

$$h_{\text{sensor1}} = 155,65(V2_{\text{sensor1}}) - 23,955 \quad (3.6)$$

$$h_{\text{sensor2}} = 212,07(V2_{\text{sensor2}}) - 34,799 \quad (3.7)$$

$$h_{\text{sensor3}} = 180,54(V2_{\text{sensor3}}) - 28,125 \quad (3.8)$$

$$h_{\text{sensor4}} = 162,27(V2_{\text{sensor4}}) - 20,264 \quad (3.9)$$

onde a  $h$  é a altura do nível de líquido acima do bocal em milímetros e  $V_2$  é a voltagem medida no sensor em Volts.

Neste capítulo foi apresentada a metodologia experimental que será usada para a validação da modelagem numérica, ou seja, os resultados experimentais serão usados apenas para verificar o grau de precisão dos resultados numéricos. Uma vez realizada essa verificação, o presente trabalho desenvolve um estudo numérico para uma ampla faixa de operação do separador. De acordo com o exposto, no próximo Capítulo será mostrada a modelagem numérica e validação dos resultados numéricos.

### 3.3 Incertezas de medição

Uma análise de incerteza de medição dos resultados experimentais obtidos no presente trabalho foi conduzida com base na metodologia de Kline e McClintock (1953). De acordo com os autores, o erro de uma medida individual é resultado da incerteza de medição dos equipamentos utilizados para se calcular cada uma das variáveis envolvidas. A seguir são mostradas as equações para o cálculo de incertezas na medição da espessura, velocidade e nível de elevação do escoamento no separador.

#### 3.3.1 Incerteza da medição da espessura do filme líquido

A equação (3.1) mostra que a espessura do escoamento é função da velocidade do som  $c$  e do tempo de retorno do eco  $t_\delta$ , portanto, a incerteza individual de uma determinada medição de espessura,  $inc(\delta)$ , é dada por:

$$inc(\delta) = \frac{\partial(\delta)}{\partial c} inc(c) + \frac{\partial(\delta)}{\partial t_\delta} inc(t_\delta) \quad (3.10)$$

onde  $inc(c)$  e  $inc(t_\delta)$  são as incertezas de medição da velocidade do som e do tempo de retorno do eco respectivamente. Substituindo-se a Eq. (3.1) na Eq. (3.10), a expressão para  $inc(\delta)$  assume a forma:

$$inc(\delta) = \left| \frac{t_\delta}{2} inc(c) \right| + \left| \frac{c}{2} inc(t_\delta) \right| \quad (3.11)$$

A velocidade do som na água a 25 °C foi considerada igual a 1493 m/s sendo assumida uma incerteza de  $inc(c) = 10$  m/s. Por outro lado, o transdutor de ultrassom usado tem uma taxa de amostragem de 40 MHz, isto é, o tempo entre cada amostragem é de  $1/(40 \cdot 10^6)$  segundos, sendo essa a incerteza de medição do tempo de retorno dos ecos:  $inc(t_\delta) = 1/(40 \cdot 10^6)$  s.

As incertezas de medição da espessura do escoamento para todos os pontos experimentais avaliados são apresentadas na seção D.1 do Apêndice D.

### 3.3.2 Incerteza da medição das velocidades

A equação (3.2) mostra que a velocidade tangencial do escoamento é função do deslocamento da partícula nessa direção,  $\Delta x$ , e do tempo transcorrido entre as imagens,  $t_{cam}$ , portanto, a incerteza de uma medição da velocidade tangencial,  $inc(V_t)$ , é dada por:

$$inc(V_t) = \frac{\partial(V_t)}{\partial \Delta x} inc(\Delta x) + \frac{\partial(V_t)}{\partial t_{cam}} inc(t_{cam}) \quad (3.12)$$

onde  $inc(\Delta x)$  e  $inc(t_{cam})$  são as incertezas de medição do deslocamento da partícula e do tempo transcorrido entre as imagens respectivamente. Substituindo-se a Eq. (3.2) na Eq. (3.12), a expressão para  $inc(V_t)$  assume a forma:

$$inc(V_t) = \left| \frac{1}{\Delta x} inc(\Delta x) \right| + \left| \frac{-\Delta x}{t_{cam}^{-2}} inc(t_{cam}) \right| \quad (3.13)$$

De igual modo se obtém a equação para a incerteza de medição da velocidade axial,  $inc(V_z)$ :

$$inc(V_z) = \left| \frac{1}{\Delta z} inc(\Delta z) \right| + \left| \frac{-\Delta z}{t_{cam}^{-2}} inc(t_{cam}) \right| \quad (3.14)$$

A posição de uma partícula é medida em função da posição do pixel que ela ocupa na imagem. Sabendo que 10 mm de uma dimensão real correspondem a 182 pixels nas imagens adquiridas, então cada pixel mede 10/182 mm, portanto, o deslocamento das partículas é medido com essa incerteza:  $inc(\Delta x) = inc(\Delta z) = 10/182$  mm.

Com a câmera de alta velocidade foram obtidas 10.000 imagens por segundo, portanto, a unidade de tempo entre imagens consecutivas é de 1/10.000 s., sendo essa a incerteza de medição do tempo transcorrido entre as imagens:  $inc(t_{cam}) = 1/10.000$  s.

As incertezas de medição das componentes da velocidade do escoamento para todos os pontos experimentais avaliados são apresentas na seção D.2 do Apêndice D.

### 3.3.3 Incerteza da medição da altura de elevação do líquido

A equação (3.6) mostra que a altura de elevação do nível de líquido é função da voltagem nos fios do sensor resistivo,  $V2_{sensor1}$ , portanto, a incerteza de medição da altura de elevação,  $inc(h_{sensor1})$ , é dada por:

$$inc(h_{sensor1}) = \frac{\partial(h_{sensor1})}{\partial V2_{sensor1}} inc(V2_{sensor1}) \quad (3.15)$$

onde  $inc(V2_{sensor1})$  é a incerteza de medição da voltagem no sensor resistivo. Substituindo-se a Eq. (3.6) na Eq. (3.15), a expressão para  $inc(h_{sensor1})$  assume a forma:

$$inc(h_{sensor1}) = |155,65 inc(V2_{sensor1})| \quad (3.16)$$

De igual modo se obtém as equações para a incerteza de medição da altura de elevação nos outros sensores:

$$inc(h_{sensor2}) = |212,07 inc(V2_{sensor2})| \quad (3.17)$$

$$inc(h_{sensor3}) = |180,54 inc(V2_{sensor3})| \quad (3.18)$$

$$inc(h_{sensor4}) = |162,27 inc(V2_{sensor4})| \quad (3.19)$$

A placa de aquisição usada para medir a voltagem tem 16 bits para o range de medição de -5 V até 5 V, onde a mínima unidade de medição é 0,00015 V, sendo esse valor a incerteza de medição da voltagem em cada sensor resistivo:  $inc(V2_{sensor1}) = inc(V2_{sensor2}) = inc(V2_{sensor3}) = inc(V2_{sensor4}) = 0,00015 \text{ V}$ .

As incertezas de medição da altura de elevação do escoamento para todos os pontos experimentais avaliados são apresentadas na seção D.3 do Apêndice D.

## 4 ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO NA CÂMARA DE EXPANSÃO DO VASPS

Neste capítulo, será apresentada a simulação numérica do escoamento do líquido no interior da câmara de expansão do VASPS. Serão mostrados os resultados numéricos e sua validação com os dados experimentais. Também será discutido o cálculo da corrente principal do líquido, a qual define em termos médios a dinâmica do escoamento.

### 4.1 Modelagem matemática

A Figura 4-1 mostra que o problema em estudo, mesmo sendo dirigido para resolver a dinâmica do líquido no separador, é fundamentalmente um problema de escoamento bifásico, no qual uma interface divide fases contínuas de líquido e gás. Portanto, é necessário resolver as duas fases: líquida e gasosa.

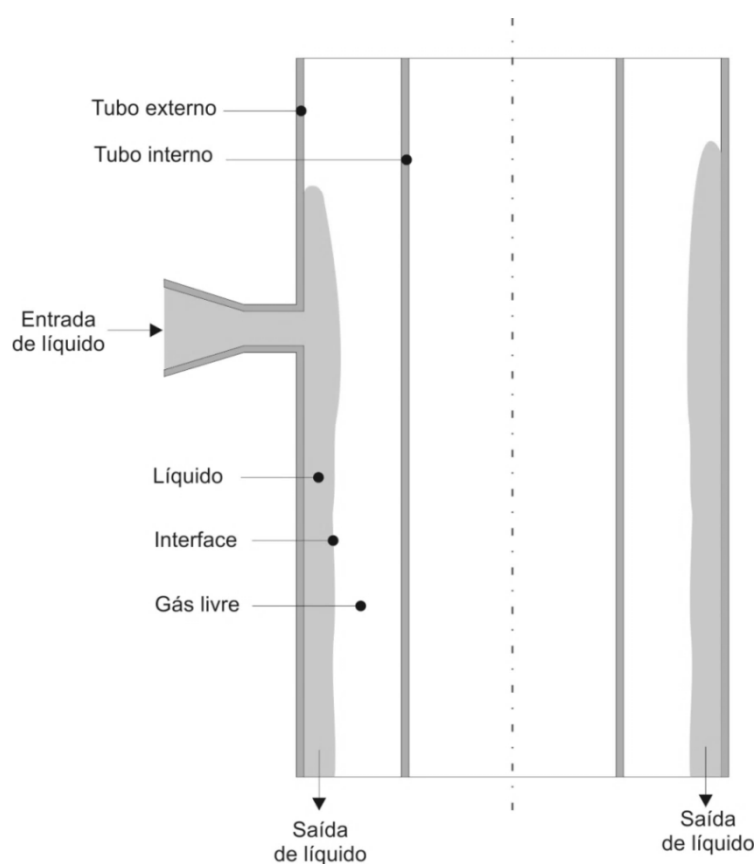


Figura 4-1. Ilustração do escoamento do filme de líquido na câmara de expansão.



Os campos de escoamento das fases líquida e gasosa são resolvidos usando o modelo de dois fluidos, a qual é apresentada a seguir.

#### **4.1.1 Modelo de dois fluidos**

O modelo de dois fluidos (Ishii [1975], Ishii e Mishima [1984]) é um dos mais utilizados atualmente para a modelagem de escoamento multifásico. Esse modelo considera um referencial inercial para cada uma das fases, dito como referencial euleriano. Sua abordagem é não-homogênea, ou seja, considera a solução do campo de velocidade para cada uma das fases presentes, levando-se em conta as interações interfaciais entre elas.

O modelo de dois fluidos é derivado através de um processo de média sobre as equações de balanço de massa e de quantidade de movimento, onde as fases são consideradas matematicamente como meios contínuos e interpenetrantes. A aplicação de médias a escoamentos bifásicos busca descrever o posicionamento médio ou a probabilidade de existência das fases envolvidas em um determinado ponto do escoamento, de tal forma que, sendo as fases consideradas como contínuas e interpenetrantes, elas podem ocupar, na média, um mesmo ponto no espaço. Em virtude desse posicionamento médio, são então levantadas correlações e equações constitutivas que descrevam, na média, as trocas de massa e quantidade de movimento entre as fases (Paladino, 2005).

O processo de média pode ser realizado no tempo, no espaço, sobre um volume, sobre uma área, etc. Para a maioria dos casos, obtém-se uma menor complexidade trabalhando-se em função de médias temporais, sendo essa abordagem geralmente a utilizada no modelo de dois fluidos. As equações desse modelo são apresentadas a seguir.

##### **4.1.1.1. Equação da continuidade**

A equação da continuidade do modelo de dois fluidos é mostrada na Eq. (4.1). Essa equação é aplicada para cada uma das fases, onde  $k$  se refere à fase ( $k = 1$  para líquido e  $k = 2$  para gás).

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \hat{\mathbf{v}}_k) = \Gamma_k \quad (4.1)$$

onde  $\alpha_k$  é a fração volumétrica,  $\rho_k$  é a massa específica e  $\hat{\mathbf{v}}_k$  é a velocidade média no tempo e  $\Gamma_k$  representa transferência de massa entre as fases, que no presente estudo não é considerada.

#### 4.1.1.2. Equação do balanço de quantidade de movimento

A equação do balanço da quantidade de movimento também é aplicada para cada uma das fases como mostra a Eq. (4.2).

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \hat{\mathbf{v}}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \hat{\mathbf{v}}_k \hat{\mathbf{v}}_k) = -\nabla (\alpha_k p_k) + \nabla \cdot [\alpha_k (\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}}_k + \boldsymbol{\tau}_k^T)] + \alpha_k \rho_k \mathbf{g}_k + \mathbf{M}_k \quad (4.2)$$

onde  $\mathbf{M}_k$  é a transferência de quantidade de movimento entre as fases,  $p_k$  é a pressão,  $\mathbf{g}_k$  é a gravidade,  $\bar{\bar{\boldsymbol{\tau}}}_k$  é o tensor tensão viscoso e  $\boldsymbol{\tau}_k^T$  é o tensor tensão de Reynolds devido à turbulência.

A força de interação líquido-gás na interface,  $\mathbf{M}_k$ , é calculada em com o modelo para a força de arrasto no caso de superfície livre. O tensor tensão de Reynolds,  $\boldsymbol{\tau}_k^T$ , é resolvido com o modelo SST (Menter, 1994). O regime do escoamento é identificado automaticamente com o modelo de transição  $\gamma-\theta$  (Menter et al., 2004). Detalhes sobre as forças interfaciais, o modelo de turbulência e o modelo de transição utilizado são apresentados no Apêndice A.

## 4.2 Geometria e malha

O domínio numérico do estudo é mostrado na Figura 4-2. Esta geometria tem as mesmas dimensões do separador utilizado na bancada experimental.

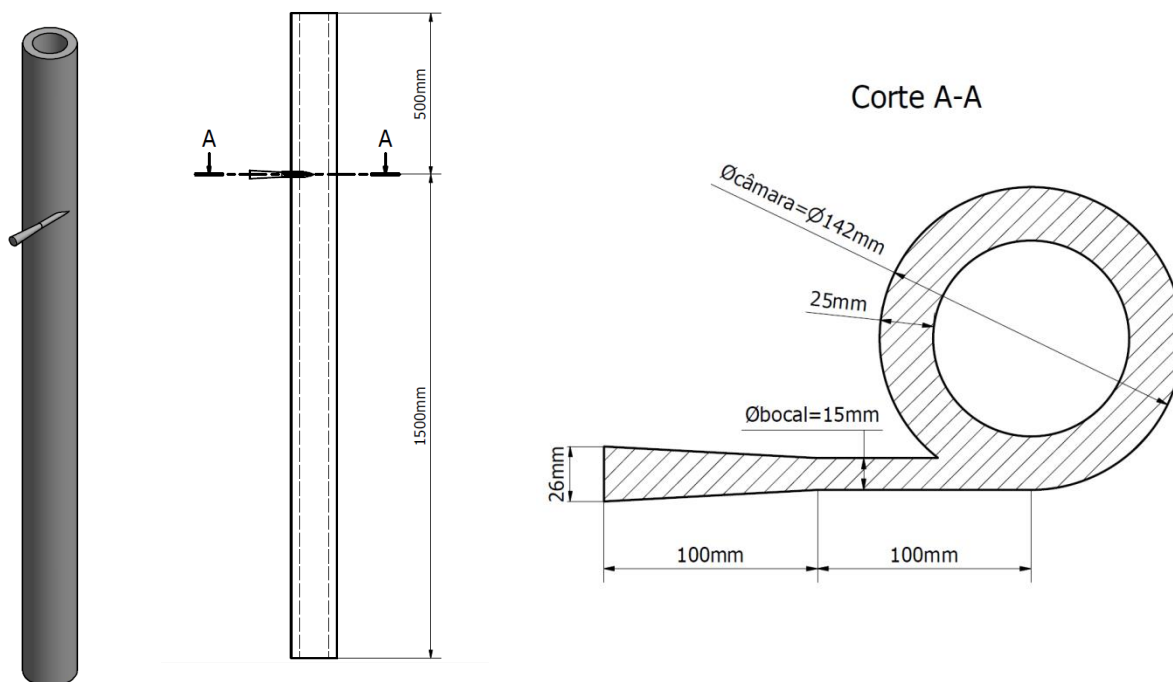


Figura 4-2. Geometria do domínio numérico.

Para a solução numérica, o domínio fluido mostrado na Figura 4-2 é dividido em pequenos volumes de controle, isto é, a criação de uma malha de discretização espacial. As equações da modelagem matemática são linearizadas e integradas no tempo e no espaço para cada um dos volumes de controle, obtendo-se assim, um sistema algébrico de equações que podem ser resolvidas de maneira iterativa. Para o presente estudo foi usado o programa comercial ANSYS CFX, o qual utiliza o método de discretização de Volumes Finitos baseado em Elementos Finitos, que é apresentado no Apêndice B.

Em problemas de camada limite, o refino de malha na parede é absolutamente fundamental para a aplicação mais exata das leis de parede. Nesses casos a boa prática recomenda sempre o uso de malhas estruturadas (Maliska, 2004). Para a geometria utilizada, foi possível desenvolver uma malha estruturada de elementos hexaédricos, como mostrado na Figura 4-3. O programa computacional ICEM CFD foi utilizado para esse fim. A utilização de malha estruturada não somente proporciona uma maior qualidade geral da malha devido à ortogonalidade dos elementos em grande parte da geometria, mas também permite maior controle do refino de malha próximo às paredes da câmara, onde se desenvolve o filme de líquido.

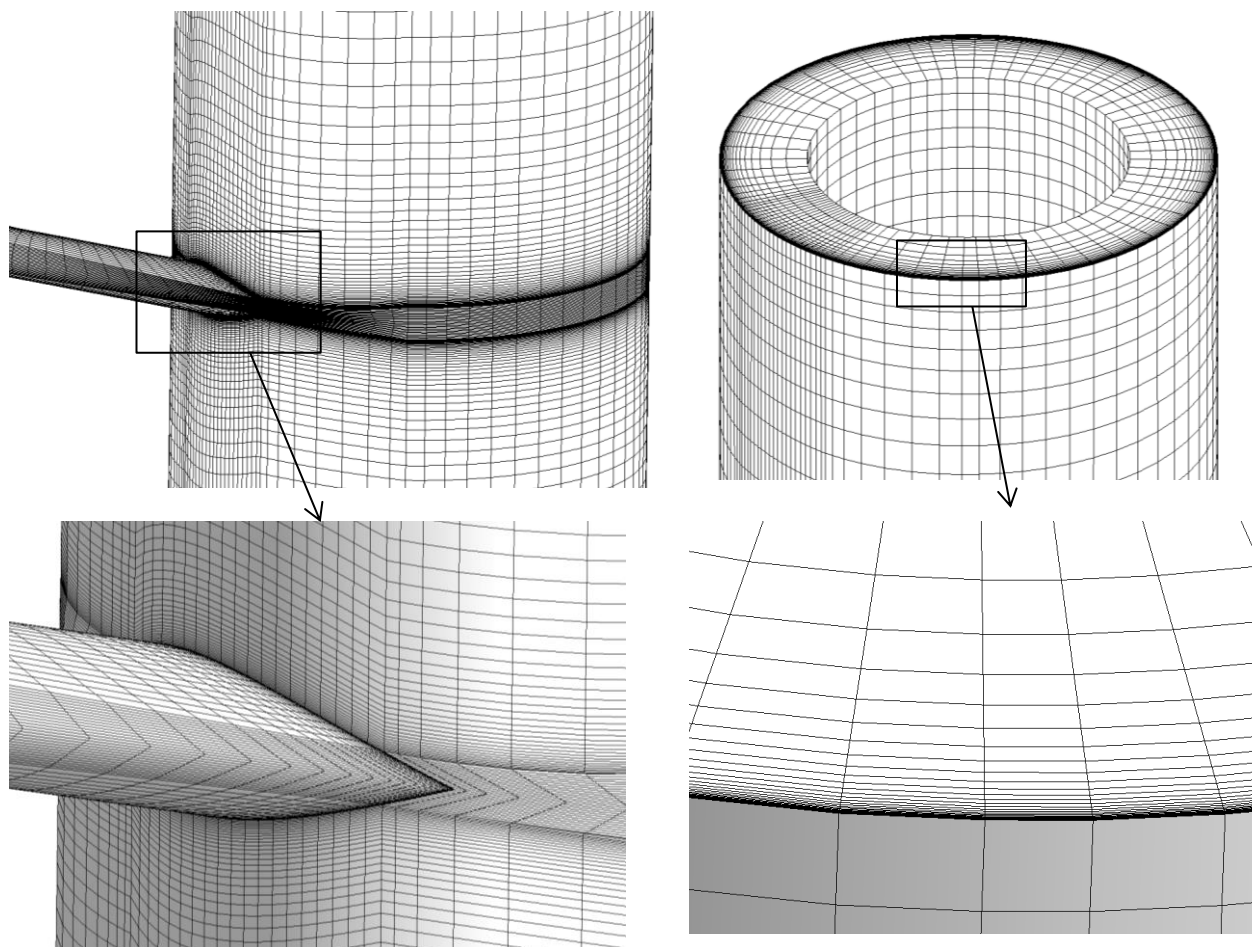


Figura 4-3. Malha numérica estruturada.

Observa-se na Figura 4-3 que na região de entrada, que compreende o bocal e a zona de transição entre bocal e câmara, foi criada uma maior concentração de elementos, com a finalidade de evitar a perda de informações na brusca e complicada transição entre o bocal tangencial e a câmara cilíndrica. No espaço anular, sobre a parede do tubo externo, também foi realizado um processo de refinamento da malha para concentrar pontos de cálculo sobre o delgado filme de líquido.

#### 4.2.1 Teste de malha

A malha mostrada na Figura 4-3 tem cerca de 500.000 elementos. Em relação à essa malha, foram realizados testes modificando-se o tamanho e a quantidade dos

elementos segundo os requerimentos dos modelos usados e a convergência das soluções.

A localização do primeiro nó da malha a partir da parede mais próxima pode ser medida em função da distância adimensional  $y^+$ . O modelo de turbulência usado requer que os elementos na parede da câmara de expansão sejam suficientemente pequenos para garantir que a variável adimensional  $y^+$  seja menor que 2 (ANSYS, 2010). Esse valor é calculado numericamente em função da distância do primeiro ponto de cálculo relativo à parede, e o requisito descrito permite um cálculo mais detalhado do escoamento junto à parede.

O valor de  $y^+$  é calculado em função da tensão de cisalhamento sobre a parede, portanto dependente da vazão e da viscosidade do líquido. Assumiu-se, em função dessas condições, o caso mais crítico simulado no trabalho:  $Q_L = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  e  $\mu = 0,9 \text{ cp}$ . Essas condições críticas exigem o maior refinamento de parede em toda a faixa de condições estudadas. Concluiu-se que para elementos com 0,0125 mm de espessura sobre as paredes, o valor médio de  $y^+$  em todo o domínio foi de 3,8. Esse valor não segue rigorosamente o requisito de  $y^+ \approx 2$ , porém ainda pertence à subcamada laminar ( $y^+ < 5$ ) e se refere ao caso mais crítico da série, de tal sorte que os demais casos simulados sejam englobados pela exigência do modelo. Além disso, observou-se que maiores refinamentos comprometiam tanto a qualidade da malha (em função do surgimento de elementos negativos e razões de aspecto muito elevadas) quanto a convergência das simulações, portanto esse refinamento na parede foi mantido no desenvolvimento do estudo.

Uma vez realizada a análise do refinamento na parede, foi estudada a sensibilidade dos resultados em função da quantidade de elementos da malha. A malha de referência, de cerca de 500.000 elementos, foi elevada para aproximadamente um milhão de elementos em três testes distintos, sendo tal aumento realizado em três direções em separado: axial, radial e tangencial como se mostra na Figura 4-4. Assim, um eventual aumento no número de nós computacionais ficaria concentrado em regiões de verdadeira influência na solução, sem elevação da malha proporcionalmente em todas as direções. Os resultados dos testes realizados nas três direções são mostrados na Tabela 4-1.

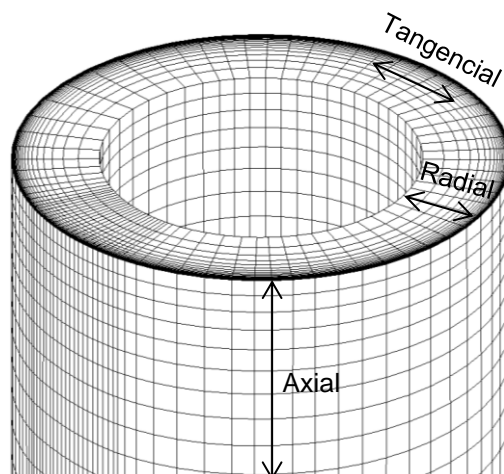


Figura 4-4. Direções em que foi testado o aumento de elementos da malha.

Tabela 4-1. Resultados do aumento na quantidade de elementos

Variável monitorada	Malha inicial	Aumento radial	Aumento angular	Aumento axial
Ângulo médio da corrente na saída (°)	69,8	69,7	69,9	69,9
Espessura média na saída (mm)	2,55	2,54	2,53	2,55
Altura média da elevação do líquido (mm)	165	165	165	164
Tempo de permanência na câmara (s)	1,35	1,37	1,35	1,30

O tempo de processamento observado para a malha inicial de 500.000 elementos é cerca de 20 horas usando um processador Intel Core i7 de 3,20 GHz e memória RAM de 12,0 GB. O tempo de processamento das três malhas refinadas é de cerca de 50 horas, o aumento de tempo ocorre porque o maior número de elementos exige mais tempo computacional em cada iteração e normalmente também requer um maior número de iterações para que se atinja um dado critério de convergência. Entretanto, a Tabela 4-1 mostra que usar malhas refinadas nas três direções estudadas não causa influência significativa nos resultados das variáveis monitoradas no trabalho. Pelos motivos citados, no presente estudo foi usada a malha de 500.000 elementos onde para a dimensão dos volumes foi usando uma progressão geométrica hiperbólica na direção normal à parede com elementos que crescem desde o valor mínimo de 0,0125 mm na parede do tubo externo até 6 mm na parede do tubo interno.

### 4.3 Escopo do estudo

O estudo foi desenvolvido procurando abordar a maior faixa de operação do separador usado neste trabalho. Espera-se, com isso, coletar informação sobre a dinâmica do escoamento não apenas para condições padrão de operação, mas também para regimes de escoamento distintos e situações limite de operação, como a ocorrência de LCO. Uma vez que o separador foi reduzido em escala, é conveniente identificar cada condição de operação em função dos números adimensionais de  $Fr_{Qf}^2$  e  $Re_{\delta f}$  (Morandin, 1998). A seguir se mostra a obtenção da faixa de estudo desses números.

#### 4.3.1 Faixa de estudo do $Fr_{Qf}^2$

O número de Froude,  $Fr_{Qf}^2$ , é dependente da vazão do líquido. Neste trabalho foram realizados testes experimentais com água e foi observado que a vazão mínima necessária para formar um filme contínuo em toda a parede da câmara de expansão é de aproximadamente 1 kg/s. Essa vazão representa um valor de  $Fr_{Qf}^2 = 0,056$ . O estudo foi fixado no valor mínimo do  $Fr_{Qf}^2$  igual a 0,05. Já o valor máximo assumido para esse parâmetro foi fixado em função da ocorrência do fenômeno de LCO na câmara de expansão, limite este testado numericamente. Entretanto, essa condição depende do diâmetro do bocal. Os bocais estudados são de 12, 15, 18 e 21 mm como se mostra na Figura 4-5.

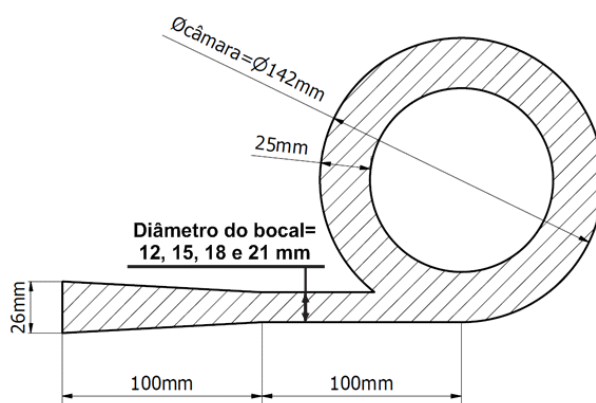


Figura 4-5. Esquema dos diâmetros de bocal estudados.

A Tabela 4-2 mostra em função do diâmetro do bocal, os valores de Froude para as condições limite de funcionamento ótimo do separador. Esses valores foram obtidos de testes preliminares e de arredondamentos assumidos por conveniência.

Tabela 4-2. Faixa de estudo do número de Froude em função do diâmetro do bocal.

$\phi_{\text{bocal}}$	$Fr_{Qf}^2$ Mínimo	$Fr_{Qf}^2$ Máximo
12 mm	0,05	0,75
15 mm	0,05	1,25
18 mm	0,05	1,50
21 mm	0,05	1,75

#### 4.3.2 Faixa de estudo do $Re_{\delta f}$

O cálculo de  $Re_{\delta f}$  depende da vazão e da viscosidade do fluido. Os limites de  $Re_{\delta f}$  foram definidos por meio de testes numéricos. Esses testes foram realizados em paralelo com os testes para as vazões máximas que serviram para definir os valores máximos de  $Fr_{Qf}^2$ . Foi observado que a diminuição da viscosidade gera aumentos na altura de elevação do nível de líquido que favorecem a ocorrência do fenômeno de LCO. Por outro lado, o aumento da viscosidade gera um espessamento do filme líquido acima do bocal, bloqueando o espaço anular da câmara. Essas duas limitações encontradas são ilustradas na Figura 4-6.

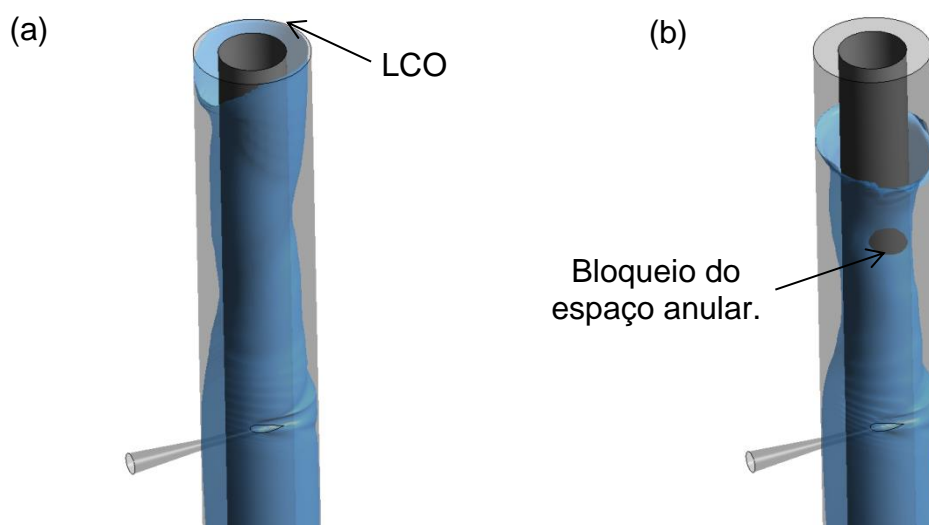


Figura 4-6. Comportamento do filme acima do bocal. (a) Baixa viscosidade produz LCO. (b) Alta viscosidade produz bloqueio do espaço anular.



Com o intuito de limitar o estudo em função dos fenômenos mostrados na Figura 4-6, foi identificada a faixa de estudo de  $500 \leq Re_{\delta f} \leq 10.000$ .

A Figura 4-7 mostra uma comparação entre os limites do presente trabalho e os limites dos trabalhos anteriores realizados por Morandin (1999) e Ofuchi (2012). Também se mostra a comparação com uma condição real de produção de petróleo (Petrobras, 2012).

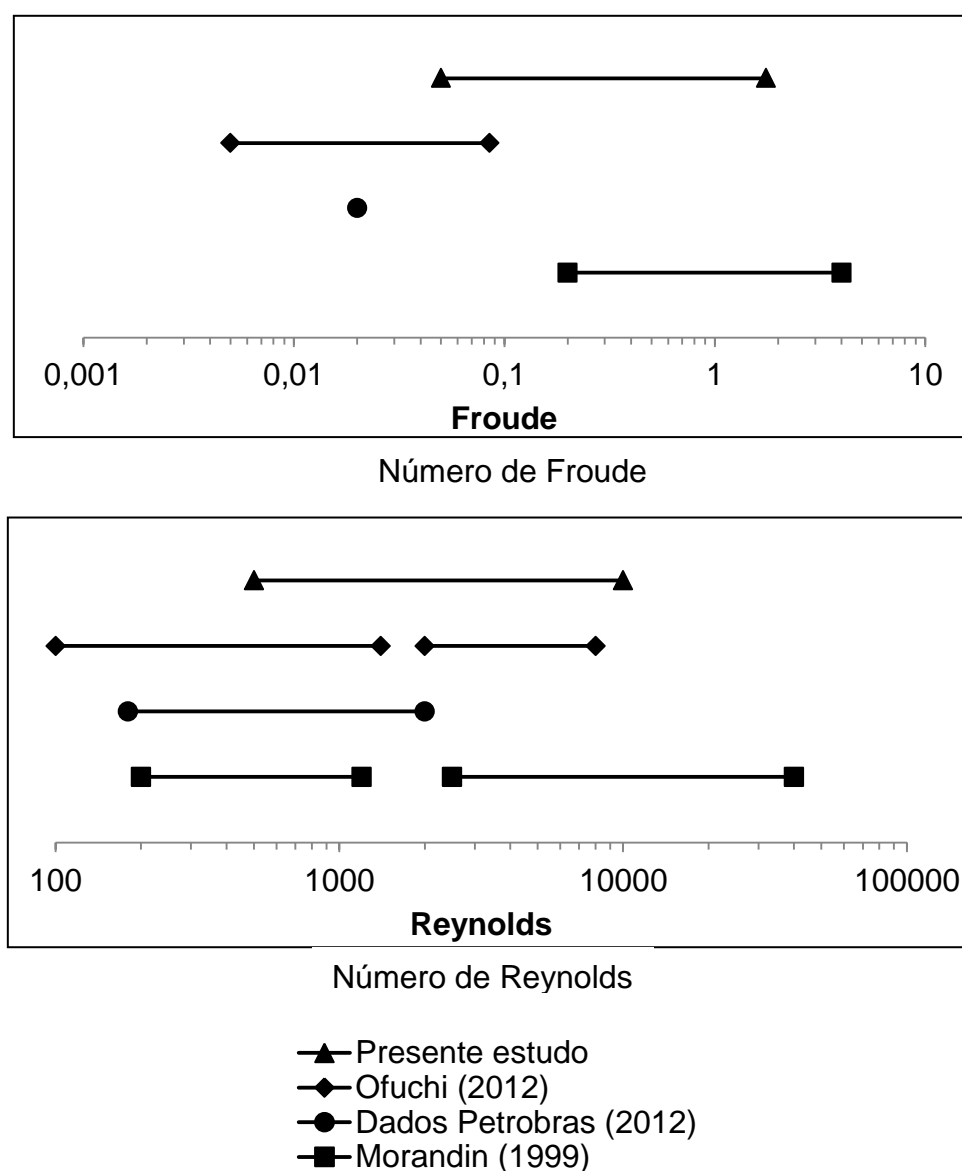


Figura 4-7. Faixa de cobertura de condições operacionais do presente estudo, em comparação com o estudo de Morandin (1999), dados da Petrobras (2012) e o estudo de Ofuchi (2012).

### 4.3.3 Simulações numéricas realizadas

Neste estudo foram realizadas as simulações numéricas segundo a grade mostrada na Tabela 4-3. Para cada diâmetro do bocal mostrado foram simuladas todas as combinações de  $Fr_{Qf}^2$  e  $Re_{\delta f}$  correspondentes, resultando em um total de 290 casos simulados.

Tabela 4-3. Grade de simulações numéricas.

$\phi_{bocal} = 12mm$		$\phi_{bocal} = 15mm$		$\phi_{bocal} = 18mm$		$\phi_{bocal} = 21mm$	
$Fr_{Qf}^2$	$Re_{\delta f}$	$Fr_{Qf}^2$	$Re_{\delta f}$	$Fr_{Qf}^2$	$Re_{\delta f}$	$Fr_{Qf}^2$	$Re_{\delta f}$
0,05	10000	0,05	10000	0,05	10000	0,05	10000
0,10	7500	0,10	7500	0,10	7500	0,10	7500
0,25	5000	0,25	5000	0,25	5000	0,25	5000
0,50	3000	0,50	3000	0,50	3000	0,50	3000
0,75	2000	0,75	2000	0,75	2000	0,75	2000
-	1750	1,00	1750	1,00	1750	1,00	1750
-	1500	1,25	1500	1,25	1500	1,25	1500
-	1250	-	1250	1,50	1250	1,50	1250
-	1000	-	1000	-	1000	1,75	1000
-	500	-	500	-	500	-	500

Tabela 4-4. Grade de simulações numéricas em separadores de dimensões maiores.

$\phi_{bocal} = 75mm$ $\phi_{câmara} = 710mm$		$\phi_{bocal} = 150mm$ $\phi_{câmara} = 1420mm$	
$Fr_{Qf}^2$	$Re_{\delta f}$	$Fr_{Qf}^2$	$Re_{\delta f}$
0,05	10000	0,05	10000
0,10	7500	0,10	7500
0,25	5000	0,25	5000
0,50	3000	0,50	3000
0,75	2000	0,75	2000
1,00	1750	1,00	1750
1,25	1500	1,25	1500
-	1250	-	1250
-	1000	-	1000
-	500	-	500

A grade de simulações mostradas na Tabela 4-3 corresponde à geometria estudada neste trabalho:  $\phi_{câmara} = 142$  mm e  $\phi_{bocal} = 12, 15, 18$  e  $21$  mm. No entanto, também

foram simuladas geometrias com dimensões maiores a fim de abranger separadores com dimensões reais a ser instalados pela Petrobras. A Tabela 4-4 mostra as geometrias e a grade de simulações para esses casos, resultando um total de 140 casos adicionais.

#### 4.4 Validação dos resultados numéricos

A validação dos resultados numéricos foi realizada com a medição experimental da velocidade do escoamento, da espessura do filme de líquido e da altura de elevação do nível de líquido na parede da câmara acima do bocal. A espessura e as componentes da velocidade do escoamento foram medidas sobre a linha frontal do separador como se mostra na Figura 4-8. A altura de elevação foi medida com quatro sensores dispostos simetricamente na parte superior do separador, posicionados nos ângulos de 0, 90, 180 e 270° segundo o sentido mostrado na Figura 4-8.

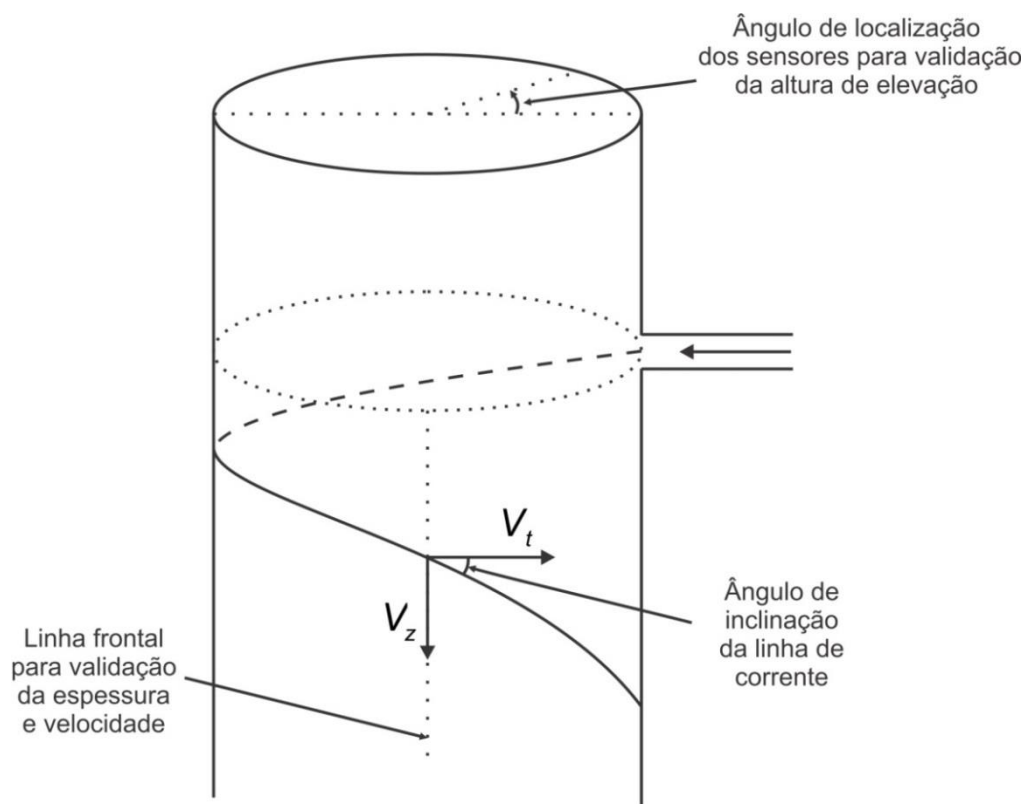


Figura 4-8. Localização da linha frontal para validação da espessura e velocidade e localização angular das medições para validação da altura de elevação.

O processo de validação foi realizado utilizando-se água como fluido de trabalho. A Tabela 4-5 mostra as simulações realizadas especificamente para a comparação com os resultados experimentais.

Tabela 4-5. Casos simulados para a comparação com as medidas experimentais.

$\phi_{bocal} = 15mm$	
$\phi_{câmara} = 142mm$	
$\dot{m}$ (kg/s)	$\mu$ (cP)
1,00	1
1,25	1
1,50	1

A Tabela 4-5 mostra que foram testadas três vazões mássicas. As comparações entre esses resultados numéricos e as medidas experimentais são mostradas a seguir.

#### 4.4.1 Componente tangencial da velocidade

A Figura 4-9 mostra os resultados obtidos para a componente tangencial de velocidade como função da distância abaixo do bocal de entrada, para as três vazões medidas. Os resultados mostram que a velocidade tangencial tem um valor elevado na entrada da câmara em função do movimento centrífugo forçado pelo posicionamento do bocal. Entretanto, a magnitude da componente cai rapidamente ao longo do separador, tendendo a zero conforme o líquido escorre pela câmara. Em outras palavras, o escoamento descendente do fluido é tal que o movimento do filme tende a ser puramente axial para distâncias suficientemente longas abaixo do bocal.

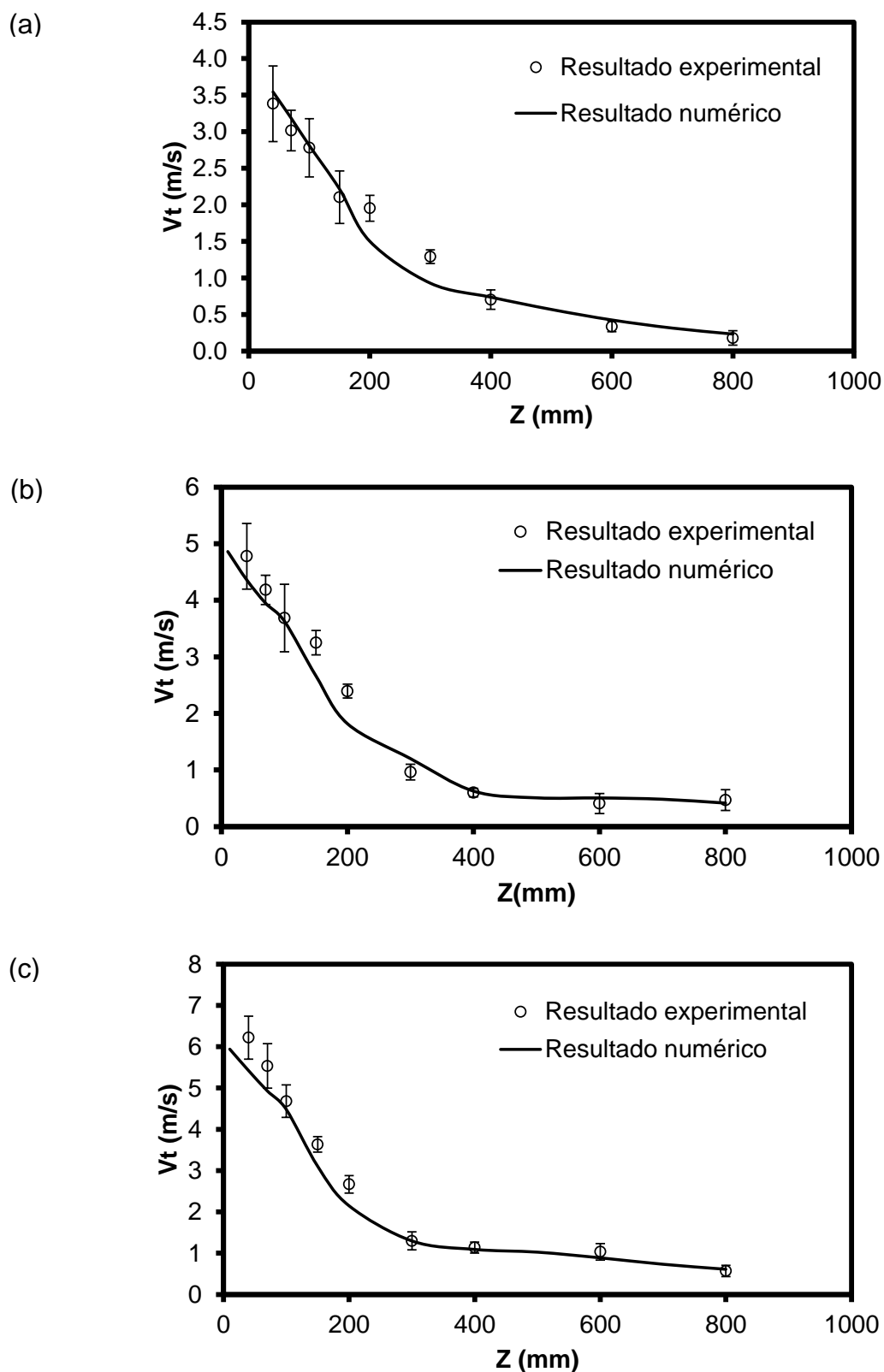


Figura 4-9. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a componente tangencial de velocidade em ao longo do separador. Gráficos correspondentes às vazões de (a) 1 kg/s, (b) 1,25 kg/s e (c) 1,5 kg/s.

A Figura 4-9 apresenta uma comparação entre a velocidade tangencial numérica e experimental. As barras verticais sobre os dados experimentais indicam o desvio padrão de todas as medições realizadas para cada ponto (neste estudo foram tomadas 20 medições em cada ponto). Os valores máximos obtidos no desvio padrão das medições experimentais são observados para regiões próximas ao bocal, onde a velocidade e a turbulência do escoamento são maiores. Os valores máximos obtidos nessas regiões foram 0,52, 0,58 e 0,54 para as vazões 1, 1,25 e 1,5 kg/s respectivamente.

Em geral, o modelo numérico mostrou boa concordância com os resultados experimentais. Os maiores desvios percentuais foram observados para a posições axiais  $200\text{mm} < Z < 300\text{mm}$  abaixo do bocal, nessas regiões os maiores valores obtidos foram 23,1, 24,1 e 19,5 % para as vazões 1, 1,25 e 1,5 kg/s respectivamente. Considerando uma média aritmética dos desvios individuais entre os dados numéricos e experimentais para todos os pontos investigados, desvios médios próximos de 10 % são encontrados para as três vazões estudadas.

#### **4.4.2 Componente axial da velocidade**

A Figura 4-10 mostra os resultados obtidos para a componente axial da velocidade como função da distância abaixo do bocal de entrada, para as três vazões medidas. Os resultados mostram que a velocidade axial na entrada da câmara é nula devido ao posicionamento horizontal do bocal de entrada. Entretanto, o espalhamento do líquido nas paredes da câmara faz com que a velocidade axial cresça rapidamente numa região muito próxima ao bocal, alcançando um pico ainda antes da marca de  $Z = 200\text{ mm}$ . A componente axial passa então a diminuir em função da atuação da tensão de cisalhamento contra o espalhamento brusco de fluido, tendendo ao equilíbrio para posições mais distantes da entrada.

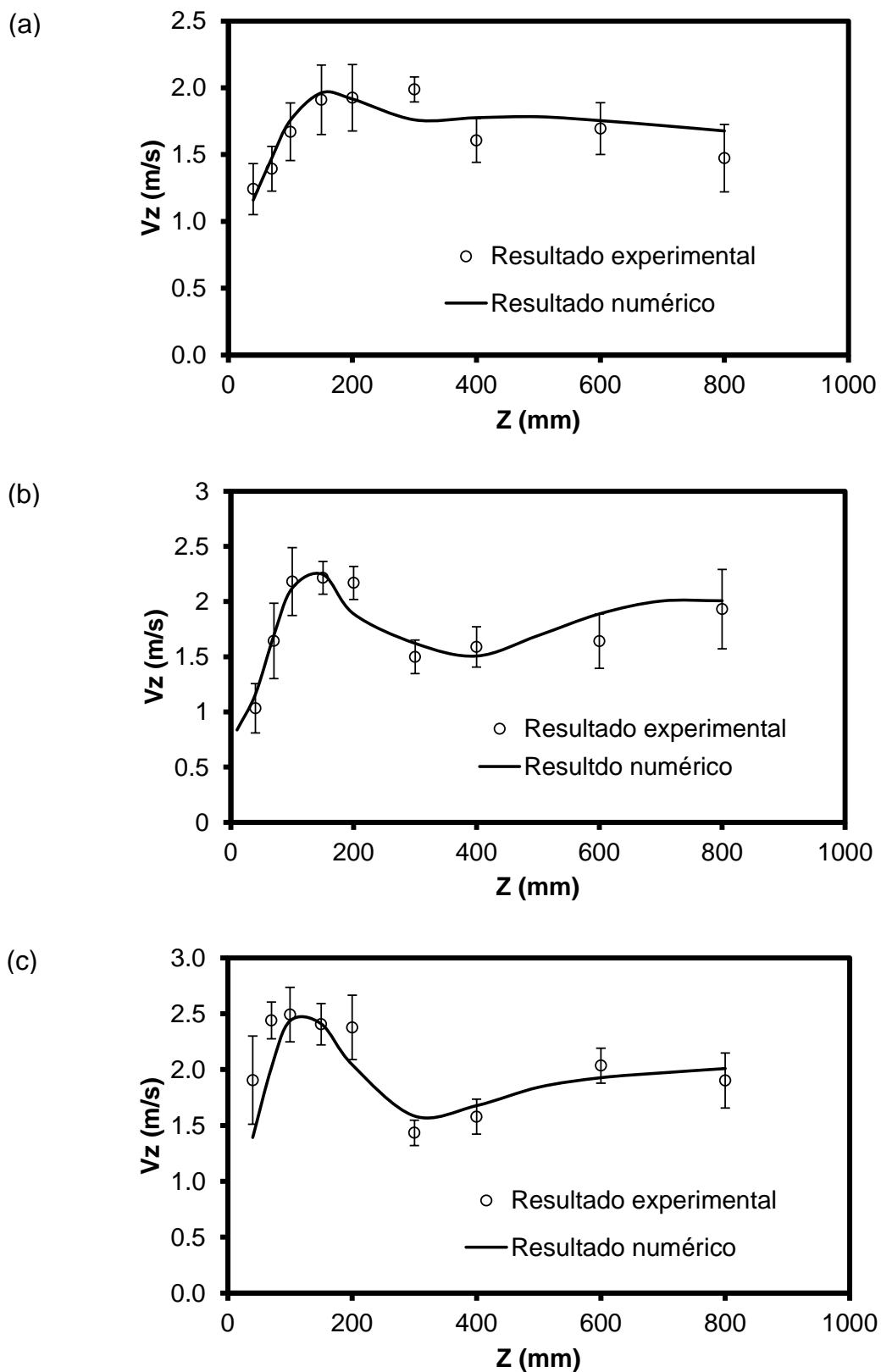


Figura 4-10. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a componente axial de velocidade ao longo do separador. Gráficos correspondentes às vazões de (a)  $1 \text{ kg/s}$ , (b)  $1,25 \text{ kg/s}$  e (c)  $1,5 \text{ kg/s}$ .

A Figura 4-9 apresenta uma comparação entre a velocidade axial numérica e experimental. As barras verticais sobre os dados experimentais indicam o desvio padrão de todas as medições realizadas para cada ponto (neste estudo foram tomadas 20 medições em cada ponto). Os valores máximos obtidos no desvio padrão foram 0,25, 0,35 e 0,39 para as vazões de 1, 1,25 e 1,5 kg/s respectivamente.

O comportamento da velocidade axial é relativamente mais complexo do que o observado para a velocidade tangencial, mas os resultados numéricos também seguiram bem a tendência observada experimentalmente. Os maiores desvios percentuais obtidos foram 13,8, 15,1 e 26,9 % para as vazões 1, 1,25 e 1,5 kg/s respectivamente. Considerando uma média aritmética dos desvios individuais entre os dados numéricos e experimentais para todos os pontos investigados, desvios médios próximos de 8 % são encontrados para as três vazões estudadas.

#### **4.4.3 Inclinação das linhas de corrente do escoamento**

A Figura 4-11 apresenta os resultados do ângulo de inclinação das linhas de corrente do escoamento ao longo da câmara de expansão. Os resultados mostram que o ângulo do escoamento aumenta rapidamente e tende para o valor de 90 graus, o qual corresponderia ao escoamento que não tem velocidade tangencial e por tanto, sem campo centrífugo.

Os resultados numéricos e experimentais não mostram grandes diferenças já que o valor do ângulo, não foi medido, mas foi calculado diretamente dos resultados das componentes tangencial e axial da velocidade, as quais individualmente já apresentaram boa concordância.



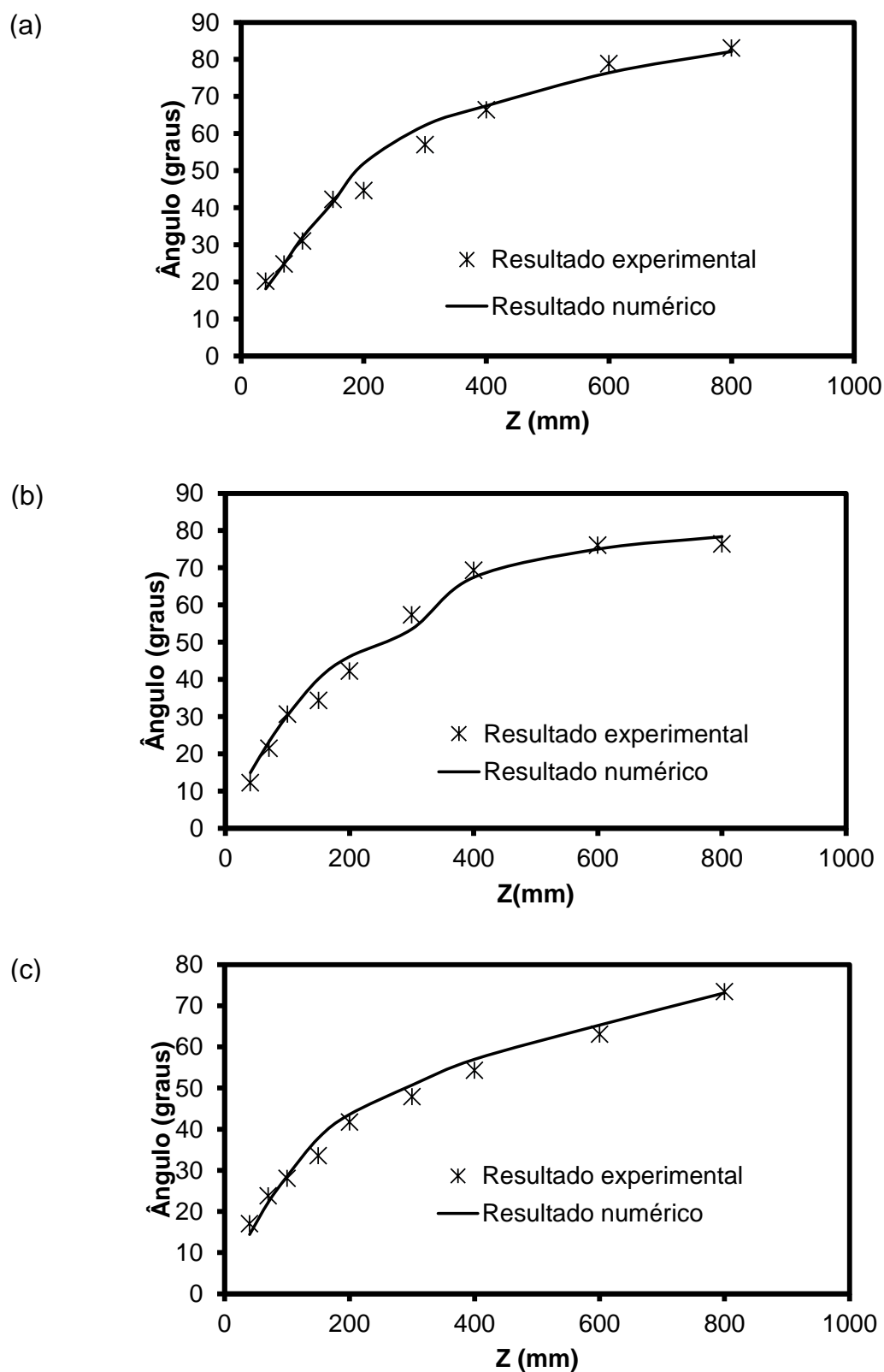


Figura 4-11. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a inclinação das linhas de corrente ao longo do separador. Gráficos correspondentes às vazões de (a) 1 kg/s, (b) 1,25 kg/s e (c) 1,5 kg/s.

#### 4.4.4 Espessura do filme de líquido

A Figura 4-12 mostra a comparação entre os resultados numéricos e experimentais para a espessura do filme de líquido em diferentes pontos do separador, para as três vazões medidas. Nota-se que, com o aumento da vazão, os dados experimentais e numéricos tendem a uma melhor concordância. Isso ocorre porque para vazões baixas o filme de líquido é muito fino e a técnica experimental fica sujeita a grandes incertezas de medição. Com o aumento da vazão, entretanto, a espessura do filme é maior e as incertezas de medição afetam as medidas em menor proporção.

A presença de múltiplos ecos do ultrassom na parede da câmara foi a maior dificuldade na medição da espessura. Esses ecos retornam para o transdutor em períodos de tempo aleatórios, misturando-se com os ecos de interesse para a medição, que são os da superfície livre. Quanto mais fino o filme, mais se sobrepõem os ecos da parede e da interface, sendo complicada a separação de cada sinal no processamento.

Além disso, alguns picos nos valores de espessura obtidos experimentalmente se desviam muito dos dados numéricos, mas não indicam necessariamente medições incorretas. Esses picos podem ser observados nos dados experimentais para as três vazões estudadas, e provavelmente estão relacionados a ondas na superfície do filme de líquido que não podem ser capturadas numericamente. Isso ocorre porque as simulações numéricas são realizadas considerando-se um regime estacionário de funcionamento do separador, no qual ondas locais e aleatórias não são previstas.

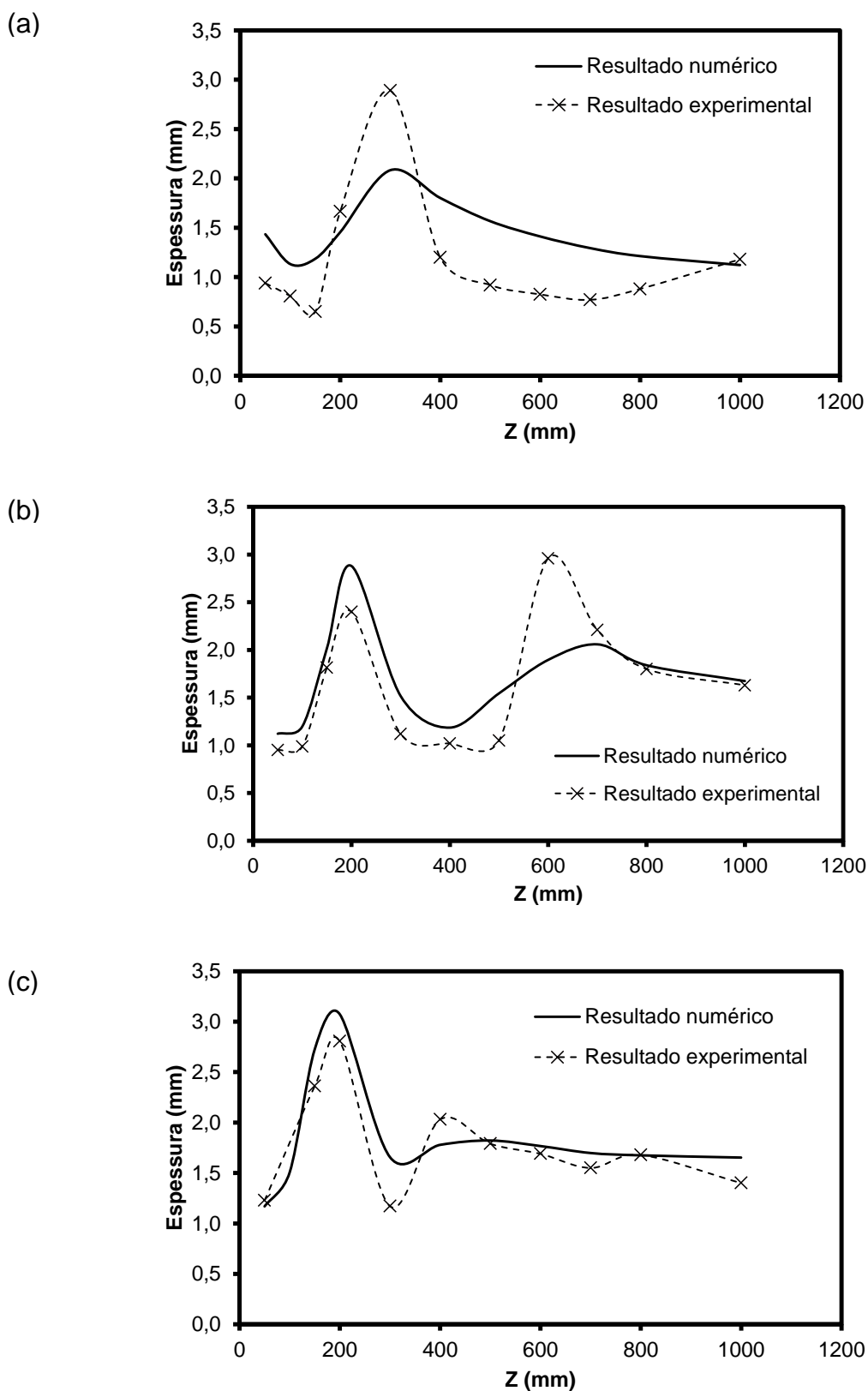


Figura 4-12. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a espessura do filme de líquido ao longo do separador. Gráficos correspondentes às vazões de (a) 1 kg/s, (b) 1,25 kg/s e (c) 1,5 kg/s.

Levando-se em conta os entraves discutidos acima a fim de uma comparação qualitativa, a tendência prevista pelo modelo numérico concorda com a observada experimentalmente, especialmente para vazões mais altas. Portanto, para os fins do presente estudo, onde a espessura é processada em termos médios, entende-se que a modelagem numérica oferece informações razoavelmente confiáveis sobre a espessura do filme.

#### **4.4.5 Altura de elevação do nível de líquido**

A altura de elevação do líquido acima de bocal de entrada foi o parâmetro de maior dificuldade de medição por ser muito influenciado pela flutuação aleatória do nível de líquido em função de ondas na interface. Os pontos máximo e mínimo da altura de elevação em função dessas flutuações foram os únicos valores possíveis de serem capturados visualmente. Esses valores são mostrados na Figura 4-13 juntamente com as medições do sensor resistivo em comparação com os resultados numéricos.

Quanto ao comportamento do nível de líquido, nota-se, em primeiro lugar, que a altura de elevação cresce com o aumento da vazão. Esse resultado era esperado, uma vez que a maior inércia obtida com uma maior vazão gera um maior espalhamento de líquido, que tenderá a alcançar uma altura máxima maior sobre a parede da câmara, acima do bocal. O comportamento ao redor da câmara cilíndrica, por sua vez, mostra que a forma do nível de líquido é sinuosa e assimétrica, e tem relação com o posicionamento tangencial do bocal de entrada.

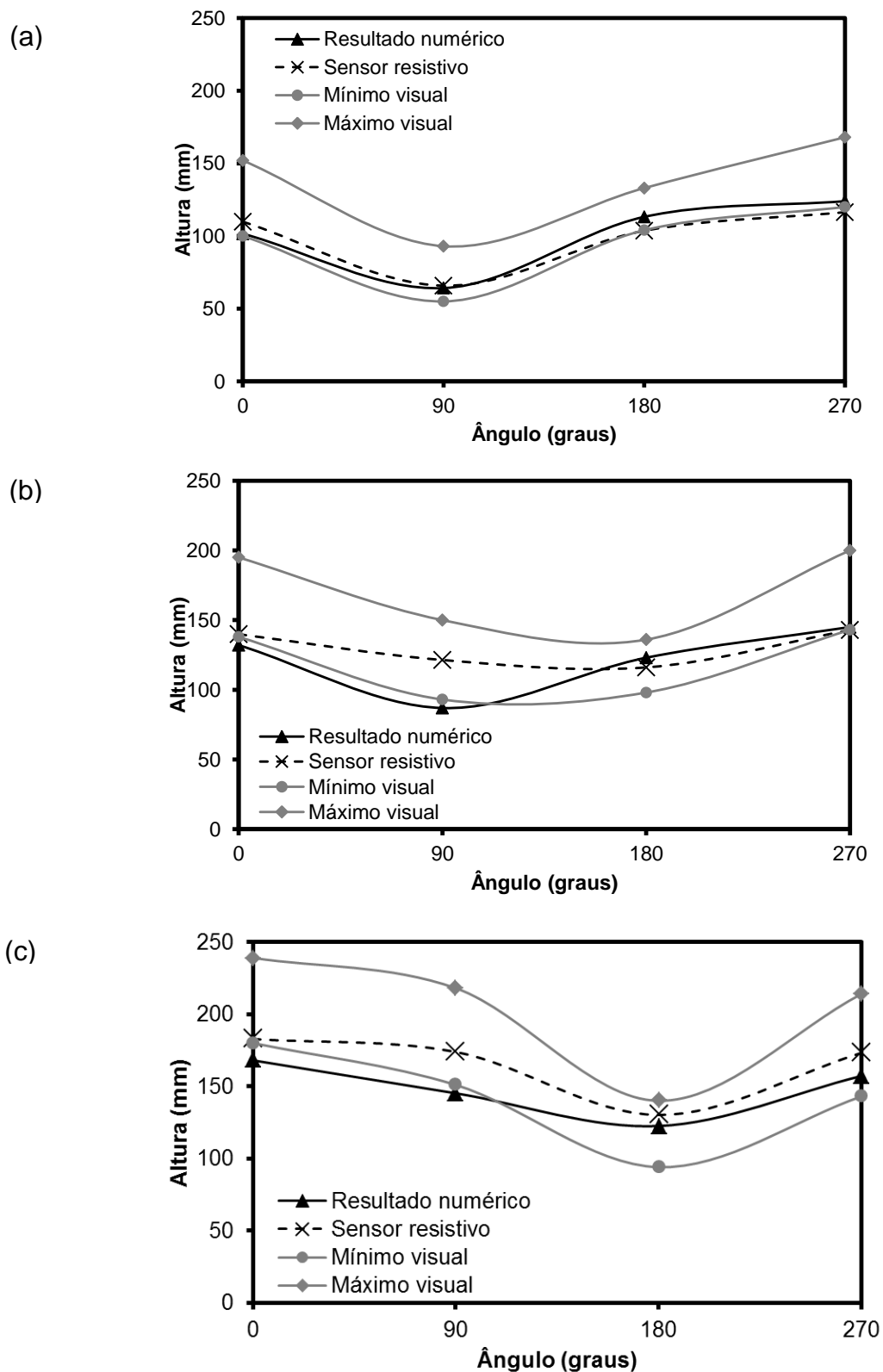


Figura 4-13. Comparação dos resultados numéricos e experimentais para a altura de elevação do líquido acima do bocal. Gráficos correspondentes às vazões de (a) 1 kg/s, (b) 1,25 kg/s e (c) 1,5 kg/s.

Os resultados numéricos mostraram maior concordância com os pontos mínimos capturados visualmente. Isto ocorre porque os pontos máximos são flutuações ou picos instantâneos que não são resolvidos pelo modelo numérico. Além disso, essas flutuações de nível observadas na bancada experimental são influenciadas pela vazão, a qual, mesmo com um sistema de controle, possui pequenas variações relacionadas ao funcionamento da bancada experimental e da impossibilidade da manutenção de uma vazão absolutamente constante.

Pode-se observar, também, que os resultados dos sensores resistivos se encontram compreendidos entre os limites visuais do nível mínimo e máximo. Isso ocorre por que os sensores resistivos realizam uma medição contínua da altura de elevação, onde os picos máximos também são ponderados, e o resultado final é uma média de medições durante um período de amostragem. Em termos da comparação quantitativa, os melhores resultados foram obtidos para a menor vazão medida, para a qual as flutuações da bancada são menores.

Os resultados mostrados nesta seção indicam que o modelo numérico é capaz de descrever bem as tendências observadas para a física do problema. Entende-se, pela comparação dos dados numéricos e experimentais, que os resultados fornecidos nas simulações numéricas são satisfatórios para todas as vazões, principalmente quando se leva em conta as incertezas de medição e as dificuldades em se comparar dados influenciados por fenômenos de flutuação e ondas, discutidos anteriormente. Isso garantiu que a modelagem numérica fosse utilizada como uma ferramenta confiável para fornecer dados para o modelo que será desenvolvido no capítulo 5.

#### **4.5 Resultados numéricos**

A análise do escoamento na câmara de expansão é complexa porque o bocal espalha o líquido sobre a parede da câmara de uma forma assimétrica em relação a qualquer ponto de referência que possa ser escolhido para sua análise. A assimetria está presente no campo de velocidades e na distribuição da espessura do líquido, a qual é grande perto do bocal e tende a diminuir conforme o líquido escoar no separador.

Devido a essa complexidade, o escoamento é analisado neste trabalho em função de uma única linha de corrente, a qual parte do bocal e desce pelo separador representando o comportamento médio do escoamento. Essa corrente principal foi identificada a partir do seguimento e estudo de várias linhas de corrente.

A Figura 4-14 mostra uma ilustração do escoamento no separador resolvido numericamente para um caso particular, onde são mostradas algumas linhas de corrente que serão usadas na análise e identificação da corrente principal. Cada uma de essas linhas têm origem na metade inferior do bocal de entrada, como ilustrado, para garantir que as linhas de corrente representassem a parcela de líquido que desce na câmara de expansão. Essas linhas foram designadas como S1, S2, S3 e S4 como se mostra na Figura 4-14.

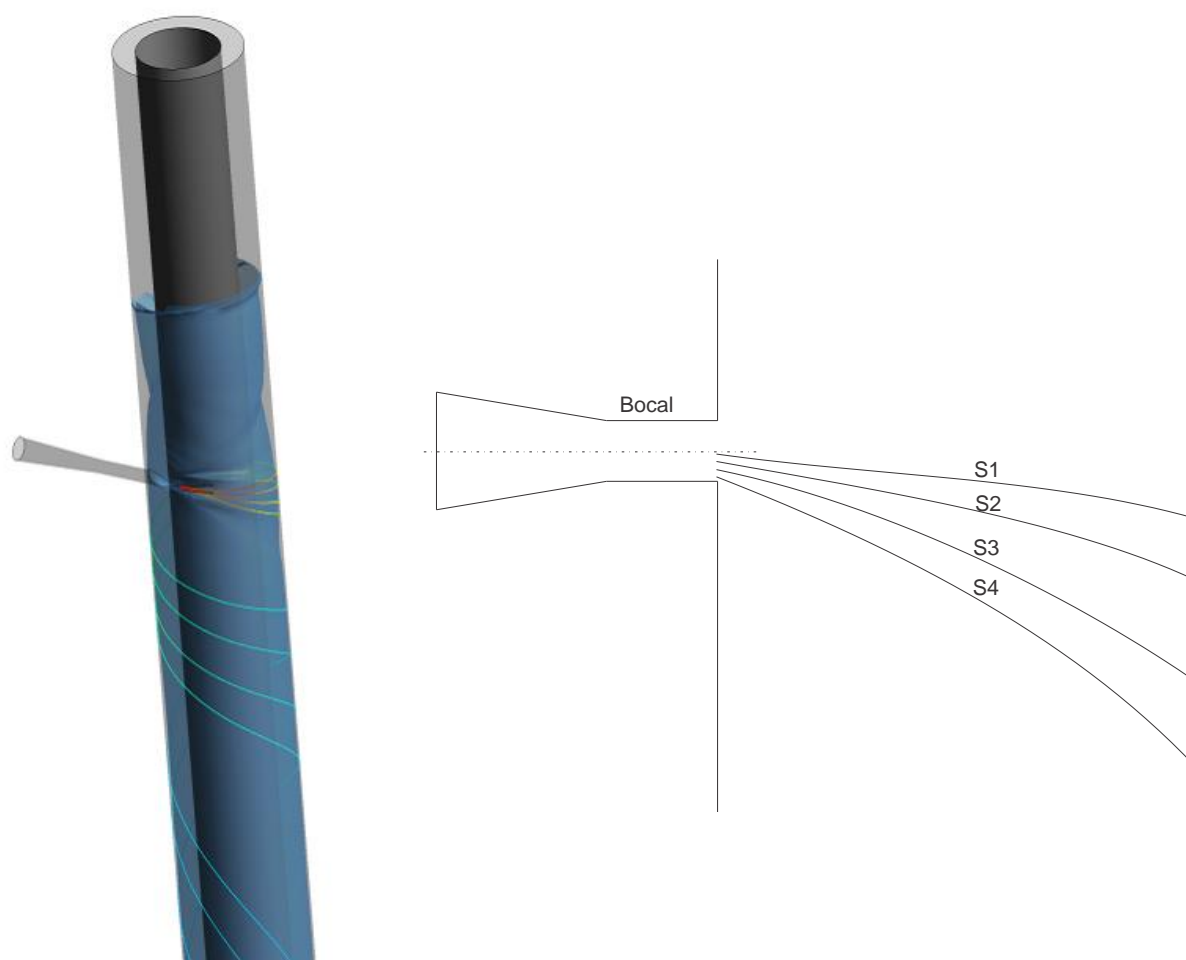


Figura 4-14 Comportamento das linhas de corrente.

Nota-se que as linhas de corrente seguem trajetórias muito distintas dependendo do ponto de origem. A obtenção de formulações gerais para descrever a trajetória, as velocidades e a espessura de filme sobre cada uma dessas linhas de corrente é uma tarefa extremamente complexa. Entretanto, é possível idealizar uma linha de corrente “média” sobre as trajetórias das diferentes linhas de corrente partindo do bocal, o que simplifica o estudo.

A Figura 4-15 esquematiza a distribuição de componentes tangencial, axial e radial,  $V_t$ ,  $V_z$  e  $V_r$  respectivamente, atuando numa partícula fluida em movimento descendente em uma geometria circular, como a do separador. Assumindo-se que a componente radial possa ser desprezível uma vez que o filme de líquido esteja formado, pode-se restringir a análise para as componentes axial e tangencial.

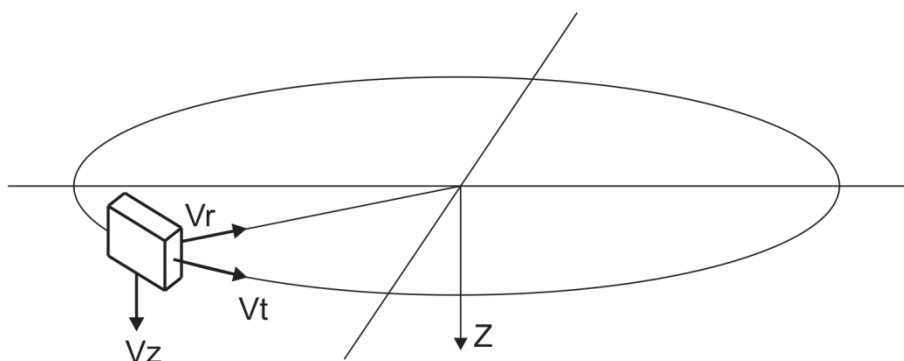


Figura 4-15. Componentes da velocidade do escoamento sobre uma partícula fluida na câmara de expansão.

A Figura 4-16 mostra o cálculo da componente tangencial de velocidade ao longo de cada uma das linhas de corrente mostradas na Figura 4-14. Nota-se que a magnitude dessa componente experimenta uma rápida diminuição perto do bocal de entrada, devido ao espalhamento do líquido na parede da câmara de expansão. Observa-se que analisado o comportamento dessa componente em função do tempo, são obtidos resultados similares para todas as linhas de corrente.



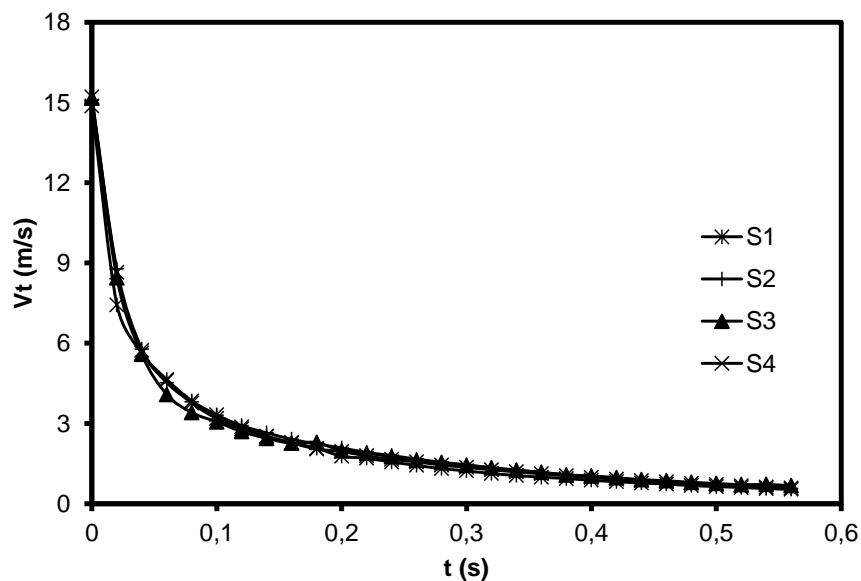


Figura 4-16. Comportamento da componente tangencial de velocidade ao longo de várias linhas de corrente.

A Figura 4-17 mostra a análise da velocidade axial sobre as diferentes linhas de corrente. A tendência geral mostrada por todas, indica um rápido aumento perto do bocal de entrada devido ao espalhamento do líquido na parede da câmara de expansão. Os resultados mostram que o comportamento da velocidade axial é diferente para cada linha de corrente.

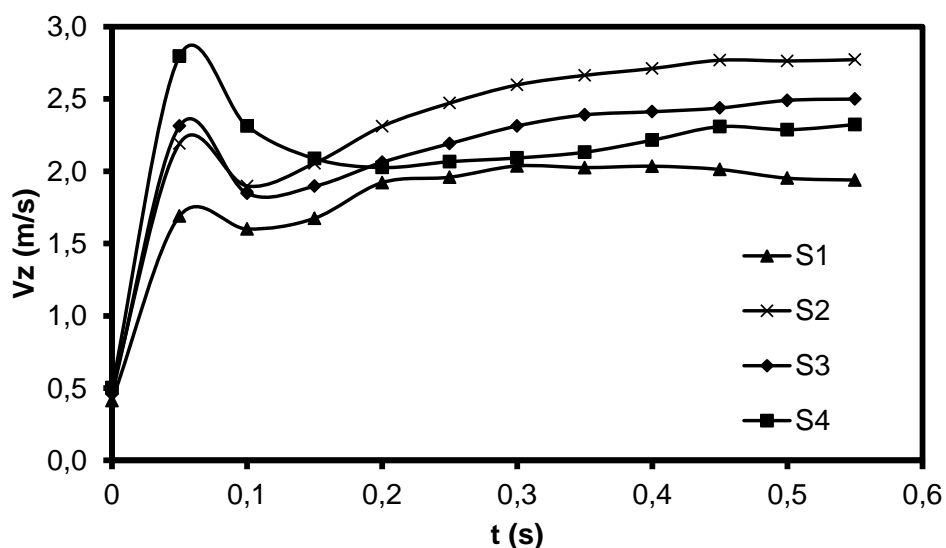


Figura 4-17. Comportamento da componente axial de velocidade ao longo de várias linhas de corrente.

Não bastasse a grande variação do comportamento da velocidade axial sobre cada linha de corrente, o estudo de linhas de correntes individuais não oferece uma informação global da operação do separador. Para realizar um estudo apropriado da dinâmica do escoamento como um todo, propõe-se uma metodologia para extrair dados numéricos sobre uma linha de corrente virtual média, a qual representa o conjunto de todas as linhas de corrente. A obtenção das componentes axial e tangencial da velocidade ao longo da linha de corrente média é detalhado a seguir.

#### 4.5.1 Componente tangencial de velocidade sobre uma linha de corrente média

A Figura 4-16 mostrou que a diferença das magnitudes de velocidade tangencial sobre diferentes linhas de corrente é mínima. Logo, assume-se que a velocidade tangencial da linha de corrente média,  $\bar{V}_t$ , pode ser obtida diretamente de uma linha de corrente:

$$\bar{V}_t = V_{t\_linha\_selecionada} \quad (4.3)$$

onde  $V_{t\_linha\_selecionada}$  é a velocidade tangencial obtida numericamente para uma linha de corrente individual, considerando-se que qualquer uma possa ser selecionada, desde que seja estudada em função do tempo.

A Figura 4-18 mostra resultados numéricos para a velocidade tangencial da linha de corrente média. As curvas foram obtidas para diferentes condições operacionais em função do número de Froude imposto pela vazão do líquido. As curvas mostram que com o aumento da vazão, a linha de corrente média tem maior velocidade tangencial na entrada.

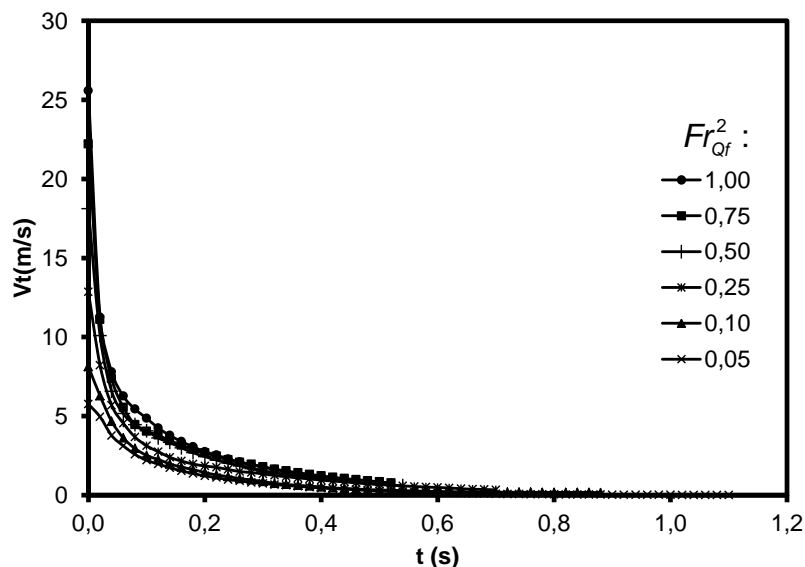


Figura 4-18. Velocidade tangencial da linha de corrente média.

#### 4.5.2 Velocidade axial da linha de corrente média

Devido à maior complexidade na análise da componente axial de velocidade, é necessário realizar um processo de média sobre os resultados numéricos para encontrar um comportamento representativo dessa componente. Uma forma encontrada consistiu em se assumir médias de velocidade sobre o filme de líquido, plano a plano, ao longo do separador, como ilustrado na Figura 4-19. Dessa forma, em cada plano, a velocidade axial média passa a representar a média da magnitude de velocidade axial de todas as linhas de corrente que passam pelo filme de líquido.

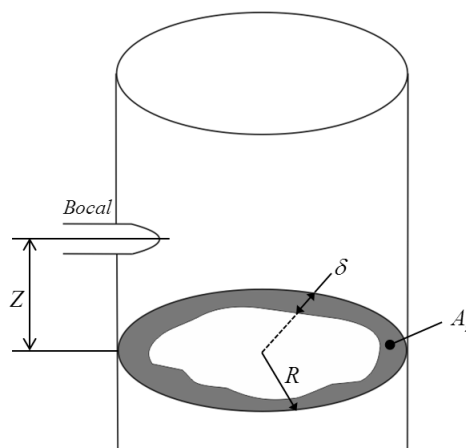


Figura 4-19. Ilustração de um plano com seção transversal do filme de líquido, para uma posição “Z” da câmara de expansão.

A Figura 4-19 representa de forma ilustrativa uma seção transversal do filme do líquido em uma posição geral  $Z$  da câmara, onde  $R$  é o raio da câmara,  $\delta$  é a espessura do filme líquido e  $A_z$  é a área do filme no corte que corresponde àquela posição. A velocidade axial da linha de corrente média,  $\bar{V}_z$ , é calculada em cada plano segundo a Eq. (4.4):

$$\bar{V}_z = \frac{1}{A_z} \int_{A_z} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dA_z \quad (4.4)$$

onde  $\vec{V}$  é o campo de velocidade no plano de  $A_z$  e  $\vec{n}$  é um vetor unitário na direção do eixo  $Z$ .

Usando a Eq. (4.4) para o cálculo da velocidade axial média na solução numérica, a integral da velocidade sobre áreas diferenciais é calculada de forma aproximada através de uma somatória sobre elementos finitos como mostra a Eq. (4.5).

$$\bar{V}_z = \frac{\sum (V_z \Delta A_z)}{\sum (\Delta A_z)} \quad (4.5)$$

A Figura 4-20 mostra resultados numéricos para a velocidade axial da linha de corrente média, os quais foram obtidos usando a metodologia acima. O cálculo foi realizado para diferentes valores da intensidade do escoamento na entrada,  $Fr_{Qr}^2$ . Observa-se que o escoamento começa com velocidade axial nula na entrada e, devido ao espalhamento do líquido na câmara de expansão, a velocidade axial aumenta rapidamente perto do bocal. Para regiões afastadas do bocal, onde as únicas forças que atuam sobre o escoamento são a gravidade e a força de cisalhamento na parede, a velocidade axial tende para um valor estável devido ao equilíbrio entre essas forças. Observa-se que com o aumento da vazão, o escoamento obtém uma maior aceleração axial perto da entrada. Para altas vazões, a velocidade axial pode atingir picos que superam a velocidade final de equilíbrio.

A Figura 4-20 mostra um ponto de referência, designado como  $Z_1$ , onde ocorrem os picos de máxima velocidade axial para altas vazões de líquido na entrada. Essa posição é importante para o estudo do comportamento da espessura do filme na linha de corrente média, o qual será mostrado no Capítulo 5.

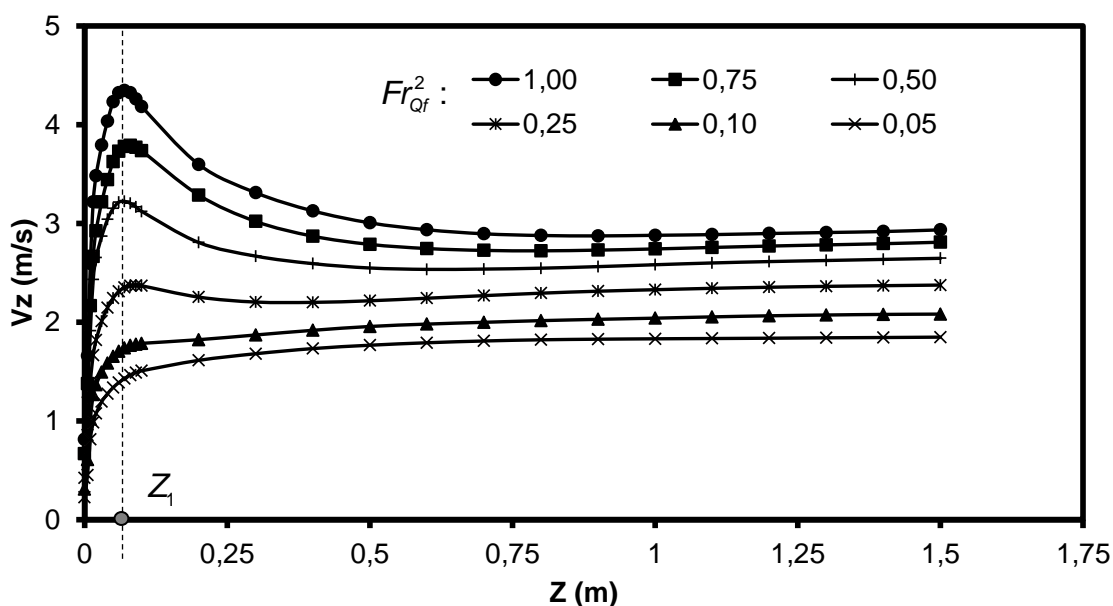


Figura 4-20 Velocidade axial da linha de corrente média.

#### 4.5.3 Espessura média do filme

Localizar-se um posicionamento para uma linha de corrente média diretamente nos resultados numéricos, para então se obter a espessura de filme ao longo dela, representa uma grande dificuldade. Entretanto, pode-se utilizar um processo de médias plano a plano, similar ao usado para a velocidade axial, como forma de se calcular a espessura média da seção transversal do filme de líquido em um dado ponto.

A espessura média do filme na seção transversal,  $\delta_T$ , é calculada igualando-se a área do filme de forma irregular obtido da solução numérica,  $A_z$ , como ilustrado na Fig. 4-19, à área de uma coroa circular uniforme, tal que:

$$A_z = \pi(R)^2 - \pi(R - \delta_T)^2 \quad (4.6)$$

$$\delta_T = R \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{A_z}{\pi R^2}} \right) \quad (4.7)$$

Usando-se a Eq. (4.7), são obtidos resultados para a espessura média de filme em função da posição axial na câmara de expansão para diferentes condições de vazão mássica. A Figura 4-21 mostra esses resultados, onde se observa que a espessura do escoamento diminui bruscamente perto do bocal indicando que o espalhamento do líquido e a formação do filme fino na câmara de expansão ocorrem de forma muito rápida. Para regiões afastadas do bocal, a espessura do filme líquido tende para um valor final,  $\delta_f$ , alcançado quando o escoamento se torna puramente axial e desce com velocidade axial constante devido ao balanço entre a gravidade e a tensão de cisalhamento. Com o aumento da vazão na entrada, pode-se observar que a espessura do filme é maior em qualquer ponto da câmara de expansão. Quando a vazão na entrada é grande, o escoamento acelera tão rápido que a espessura do filme pode diminuir até atingir um valor menor que a espessura estável final.

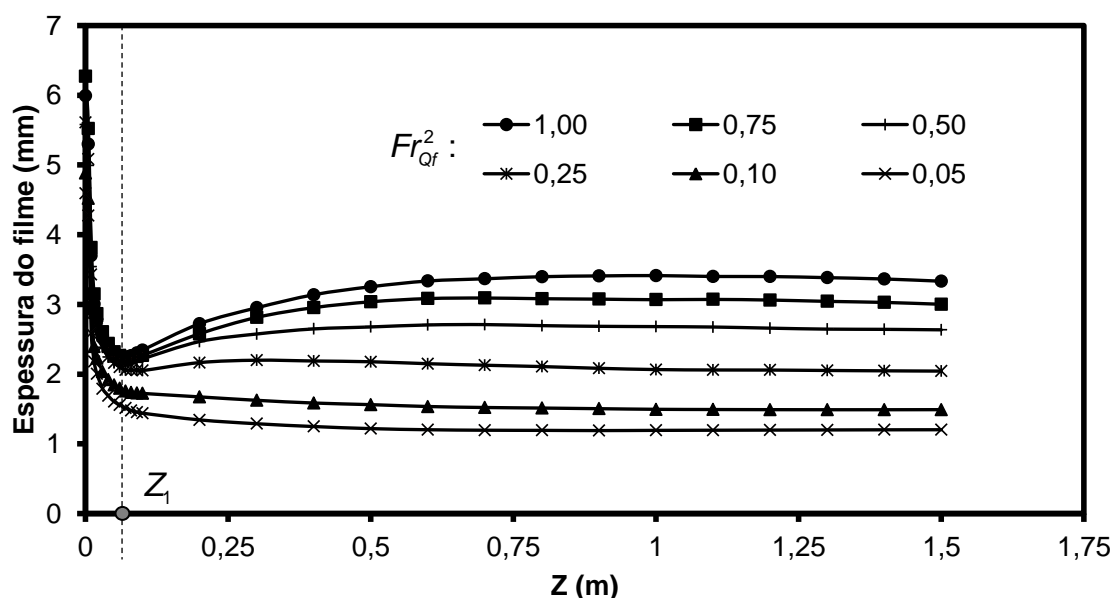


Figura 4-21. Espessura média do filme de líquido como função da posição axial na câmara, para vários números de Froude.

Assim como indicado na Figura 4-20, a Figura 4-21 também mostra a posição de referência  $Z_1$ , que para altas vazões mássicas corresponde à mínima espessura do filme ao longo do separador. Designa-se, neste trabalho, a espessura do filme na posição  $Z_1$  como uma espessura crítica,  $\delta_{cr}$ . Os valores de  $Z_1$  e  $\delta_{cr}$  foram coletados diretamente dos resultados numéricos e foram interpolados para todas as condições estudadas, chegando-se as seguintes correlações:

$$\frac{\delta_{cr}}{R} = 1,25(\text{Re}_{\delta f})^{-0,0756} (Fr_{Qf}^2)^{-0,1182} \left( \frac{\phi_{bocal}}{\phi_{câmara}} \right)^{1,327} [1 - e^{fe}] \quad (4.8)$$

$$fe = -0,1375(\text{Re}_{\delta f})^{0,0118} (Fr_{Qf}^2)^{0,6072} \left( \frac{\phi_{bocal}}{\phi_{câmara}} \right)^{-1,3799} \quad (4.9)$$

$$Z_1 = 9,3333 \left( \frac{\phi_{bocal}}{2} \right) \quad (4.10)$$

As Equações de (4.8) a (4.10) permitem calcular a espessura crítica em função das condições determinadas por  $\text{Re}_{\delta f}$  e  $Fr_{Qf}^2$ , e da geometria do separador. A Equação (4.10) mostra que a posição  $Z_1$  é função apenas do diâmetro do bocal, o que significa que somente depende da intensidade do escoamento na transição entre o bocal e a câmara de expansão.

#### 4.5.4 Altura média de elevação

O valor médio da altura de elevação é calculado diretamente dos resultados numéricos com a seguinte equação:

$$\bar{h} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h_\theta d\theta \quad (4.11)$$

onde  $h_\theta$  é a altura do nível de líquido que corresponde à posição angular  $\theta$  na câmara de expansão.

Os resultados foram interpolados para todas as condições estudadas, obtendo-se a seguinte equação:

Para regime turbulento ( $Re_\delta \geq 1500$ ):

$$\frac{\bar{h}}{\phi_{câmara}} = 0,30141(Re_{\delta f})^{0,0653} (Fr_{Qf}^2)^{0,4783} \left( \frac{\phi_{bocal}}{\phi_{câmara}} \right)^{-0,7349} \quad (4.12)$$

Para regime de transição e laminar ( $Re_\delta < 1500$ ):

$$\frac{\bar{h}}{\phi_{câmara}} = 0,19014(Re_{\delta f})^{0,1265} (Fr_{Qf}^2)^{0,459} \left( \frac{\phi_{bocal}}{\phi_{câmara}} \right)^{-0,7261} \quad (4.13)$$

No presente capítulo foi apresentado o estudo numérico da dinâmica da fase líquida dentro da câmara de expansão. As variáveis de interesse como a velocidade do escoamento, a espessura do filme e a altura de elevação do nível de líquido foram estudados em termos médios a fim de conseguir valores representativos de essas variáveis para cada condição de operação do separador.

No estudo do campo de velocidade do escoamento foi identificada uma única linha de corrente, a qual representa para cada condição de operação, as características e o comportamento médio de todo o escoamento dentro do separador. Devido à importância da linha de corrente média no entendimento da dinâmica do escoamento neste tipo de equipamentos, no próximo capítulo será proposta uma formulação matemática que permita calcular de forma direta as componentes da velocidade do escoamento e a espessura do filme ao longo dessa linha de corrente representativa.



## 5 MODELAGEM ALGÉBRICA DO ESCOAMENTO DO FILME DE LÍQUIDO

Neste capítulo, propõe-se um método para calcular a velocidade tangencial, a velocidade axial e a espessura do filme de líquido escoando ao longo de uma linha de corrente média, como discutido no capítulo anterior. As equações têm como base a análise direta da física do problema, porém alguns coeficientes que calibram o modelo são extraídos a partir dos resultados das simulações numéricas apresentadas no capítulo anterior. Essa formulação é aplicável a uma ampla faixa de condições de vazão, de propriedades físicas do líquido e de dimensões do separador.

### 5.1 Balanço de forças

A Figura 5-1 apresenta esquematicamente o balanço de forças atuando num elemento fluido sobre a parede da câmara de expansão. As forças que atuam sobre este elemento são: a força de cisalhamento na parede,  $F_w$ , a força de gravidade, e as forças decorrentes do espalhamento forçado de líquido promovido na entrada do separador, tanto na direção tangencial como na axial,  $F_{et}$  e  $F_{ez}$ , respectivamente.

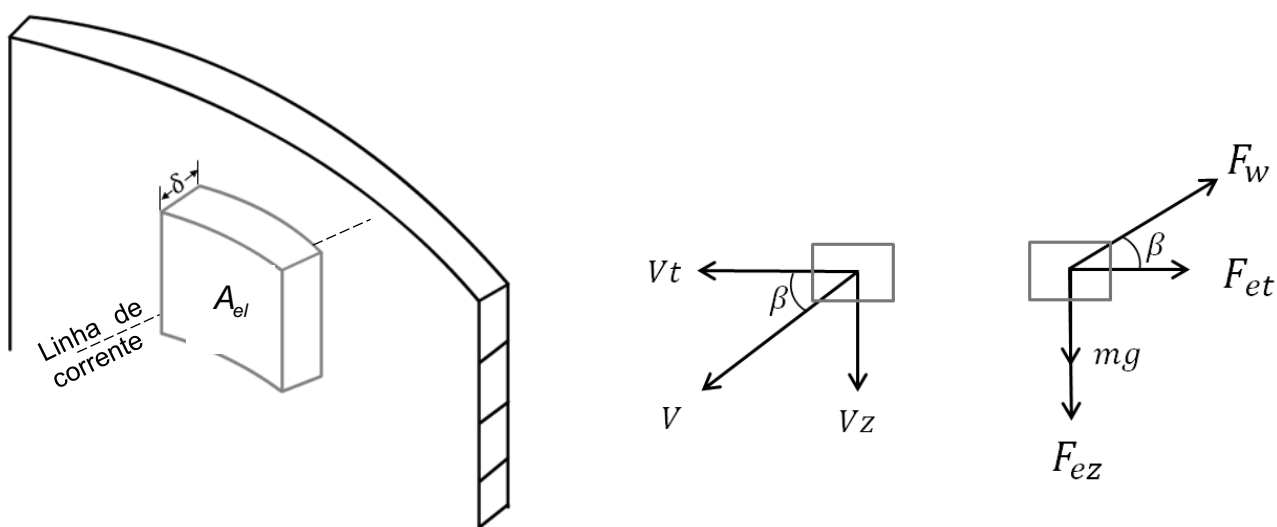


Figura 5-1. Balanço de forças num elemento fluido na parede da câmara de expansão.

Na Figura 5-1,  $A_{el}$  é a área de contato do elemento fluido com a parede da câmara. A velocidade,  $V$ , e a força na parede,  $F_w$ , estão na mesma direção, mas possuem sentidos opostos, ambos formando um ângulo  $\beta$  com a horizontal.

Da Figura 5-1, obtém-se as seguintes relações para as velocidades:

$$V = V_t / \cos \beta = -V_z / \text{sen} \beta \quad (5.1)$$

$$V = \sqrt{V_t^2 + V_z^2} \quad (5.2)$$

Usando-se o balanço de forças, aplica-se a segunda lei de Newton nas direções tangencial e axial para o elemento fluido:

$$(m_{el}) \frac{dV_t}{dt} = -F_w \cos \beta - F_{et} \quad (5.3)$$

$$(m_{el}) \frac{dV_z}{dt} = (m_{el})g - F_w \text{sen} \beta + F_{ez} \quad (5.4)$$

onde  $m_{el}$  é a massa do elemento fluido e pode ser calculada em função do volume do elemento e da massa específica:

$$m_{el} = \rho(A_{el})(\delta) \quad (5.5)$$

A força de cisalhamento na parede é calculada em função da tensão de cisalhamento na parede:

$$F_w = \tau_w(A_{el}) \quad (5.6)$$

Substituindo as Eqs. (5.5) e (5.6) nas Eqs. (5.3) e (5.4):

$$\frac{dV_t}{dt} = -\frac{\tau_w \cos \beta}{\rho \delta} - \frac{F_{et}}{m_{el}} \quad (5.7)$$

$$\frac{dV_z}{dt} = g - \frac{\tau_w \sin \beta}{\rho \delta} + \frac{F_{ez}}{m_{el}} \quad (5.8)$$

As Equações (5.7) e (5.8) representam a variação com respeito ao tempo da velocidade tangencial e da velocidade axial, respectivamente. A formulação para o cálculo da tensão de cisalhamento, as forças devido ao espalhamento do líquido e o método para o cálculo da espessura do elemento fluido serão discutidas a seguir.

## 5.2 Tensão de cisalhamento na parede $\tau_w$

O cálculo da tensão de cisalhamento na parede depende do regime de escoamento. Como exposto nos capítulos anteriores, o escoamento no separador ingressa com uma alta velocidade e o regime no bocal é sempre turbulento. Na câmara de expansão, entretanto, a vazão perde velocidade devido ao aumento abrupto do diâmetro, e a disposição tangencial do bocal produz o espalhamento do fluido. Para casos em que a vazão é muito alta, o escoamento do filme formado mantém regime turbulento em toda a câmara mesmo com toda a redução de velocidade. Em outros casos, a desaceleração do escoamento ao longo da câmara é maior e, em regiões afastadas do bocal, o escoamento passa para o regime de transição, ou até mesmo, para o regime laminar.

Uma vez que a tensão de cisalhamento é muito influenciada pelo regime de escoamento, é importante o uso de equações apropriadas para cada um dos regimes locais do filme.

### 5.2.1 Tensão de cisalhamento no regime turbulento

Para o regime turbulento, a lei de Potência de Blasius para canais (White, 1974), estabelece que o fator de atrito na parede,  $f$ , é dado pela seguinte equação:

$$f = 0,24Re_{\delta}^{-0,25} \quad 1500 < Re_{\delta} < 10^5 \quad (5.9)$$

A Eq. (5.9) pode ser usada para calcular o fator de atrito na parede devido ao escoamento de um filme no regime turbulento (Morandin 1999). Por sua vez, a tensão de cisalhamento na parede pode ser calculada a partir do fator de atrito, aplicando a equação de Darcy:

$$\tau_w = \frac{f\rho V^2}{8} \quad (5.10)$$

Portanto, substituindo-se a Eq. (5.9) na Eq. (5.10), obtém-se a tensão de cisalhamento na parede para o regime turbulento:

$$\tau_{w(\text{Turbulento})} = \frac{0,24Re_{\delta}^{-0,25}\delta V^2}{8} = \frac{0,24}{8}\rho^{0,75}\mu^{0,25}V^{1,75}\delta^{-0,25} \quad (5.11)$$

### 5.2.2 Tensão de cisalhamento no regime laminar

Para avaliar a tensão de cisalhamento na parede em regime laminar, considera-se um perfil de velocidade no filme como mostrado na Figura 5-2. Na ilustração, mostra-se a velocidade do filme líquido sobre um ponto específico da linha de corrente de interesse. O perfil de velocidade,  $V(r)$ , é representado como uma função da posição radial no filme, onde  $V_{in}$  é o valor da velocidade na interface e  $V$  é a velocidade média desse perfil.

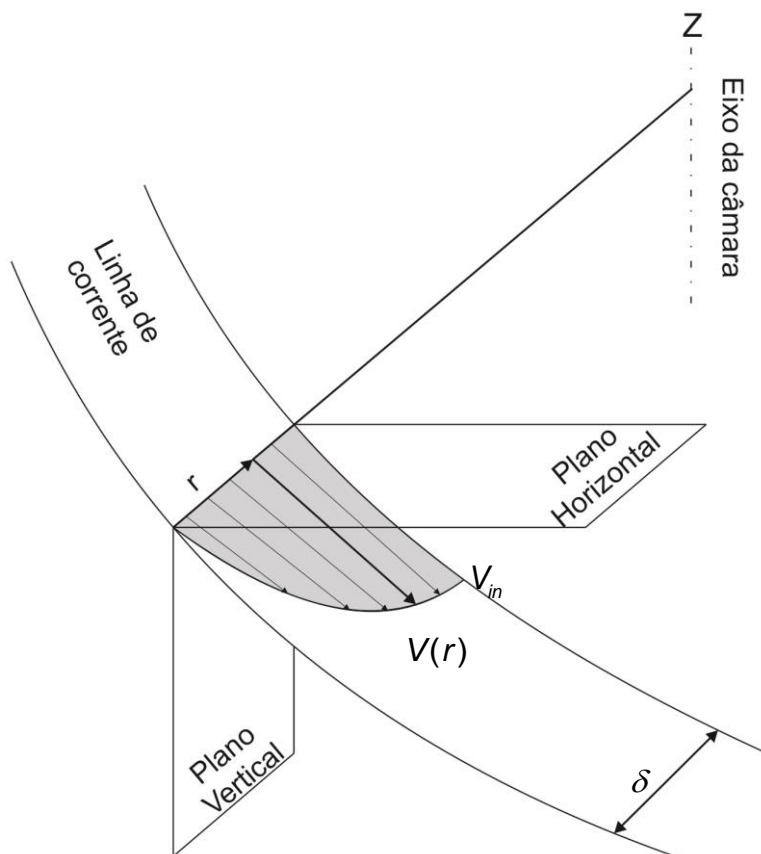


Figura 5-2. Perfil de velocidade para o regime laminar do escoamento numa linha de corrente.

Uma hipótese razoável para o perfil de velocidade no regime laminar é um polinômio (Fox et al., 2003):

$$V(r) = a_1 + b_1 r + c_1 r^2 \quad (5.12)$$

Para resolver as constantes  $a_1$ ,  $b_1$  e  $c_1$ , são usadas as seguintes condições de contorno:

- Condição de não-deslizamento na parede:  $V(r)|_{r=0} = 0$ .
- Velocidade máxima na interface:  $V(r)|_{r=\delta} = V_{in}$ .
- Não há tensão de cisalhamento na interface:  $\partial V(r)/\partial r|_{r=\delta} = 0$ .

Então, a Eq. (5.12) fica:

$$V(r) = 2V_{in} \left( \frac{r}{\delta} \right) - V_{in} \left( \frac{r}{\delta} \right)^2 \quad (5.13)$$

A velocidade média do perfil de velocidade é obtida integrando-se a Eq. (5.13) sobre a espessura:

$$V = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} V(r) dr \quad (5.14)$$

Resolvendo-se a Eq. (5.14), encontra-se uma relação entre a velocidade média e a velocidade na interface:

$$V_{in} = \frac{3V}{2} \quad (5.15)$$

Substituindo-se a Eq. (5.15) na Eq. (5.13), obtém-se o perfil de velocidade do filme em função da velocidade média:

$$V(r) = 3V \left( \frac{r}{\delta} \right) - \frac{3V}{2} \left( \frac{r}{\delta} \right)^2 \quad (5.16)$$

Da Eq. (5.16), pode-se calcular a tensão de cisalhamento na parede assumindo um fluido newtoniano:

$$\tau_{w(Laminar)} = \mu \left. \frac{\partial V(r)}{\partial r} \right|_{r=0} = \frac{3\mu V}{\delta} \quad (5.17)$$

### 5.2.3 Tensão de cisalhamento no regime de transição

Para o cálculo da tensão de cisalhamento na parede no regime de transição, faz-se uma ponderação entre as tensões do regime turbulento e laminar:

$$\tau_{w(\text{Transição})} = \tau_{w(\text{Laminar})} (fp) + \tau_{w(\text{Turbulento})} (1 - fp) \quad (5.18)$$

Para a função de ponderação,  $fp$ , é proposta a seguinte equação baseada no Reynolds local do filme,  $Re_\delta$ :

$$fp = \left( \frac{Re_{\delta[TT]} - Re_\delta}{Re_{\delta[TT]} - Re_{\delta[TL]}} \right)^2 \quad (5.19)$$

Na Eq. (5.19),  $Re_{\delta[TT]} = 1500$  representa o limite entre os regimes de transição e turbulento (Levich, 1962).  $Re_{\delta[TL]} = 500$  é o limite entre os regimes de transição e laminar, onde o valor de 500 foi obtido testando-se a equação com os resultados numéricos para toda a faixa de estudo. As regiões na câmara com regime de transição são produto da desaceleração do escoamento que ingressou com regime turbulento e, desta maneira, no regime de transição o escoamento ainda mantém fortes características turbulentas. Pode-se observar que o fator de ponderação proposto é uma relação entre o número de Reynolds local do filme e os números de Reynolds nas transições entre os regimes, sendo que essa relação elevada ao quadrado representa a maior presença turbulenta e menor presença laminar no regime de transição.

### 5.3 Forças devido ao espalhamento na câmara de expansão

O líquido ingressa na forma de um jato de parede no separador, e a curvatura da câmara gera uma força centrífuga,  $F_c$ , no escoamento que atua pressionando o fluido contra a parede e produzindo o espalhamento do filme. A força centrífuga

deforma o elemento fluido, como mostrado esquematicamente na Figura 5-3, onde  $t_2$  é um instante de tempo posterior a  $t_1$  e as deformações do elemento fluido nesse período de tempo são  $\Delta r$ ,  $\Delta z$  e  $\Delta t$  nas direções radial, axial e tangencial respectivamente.

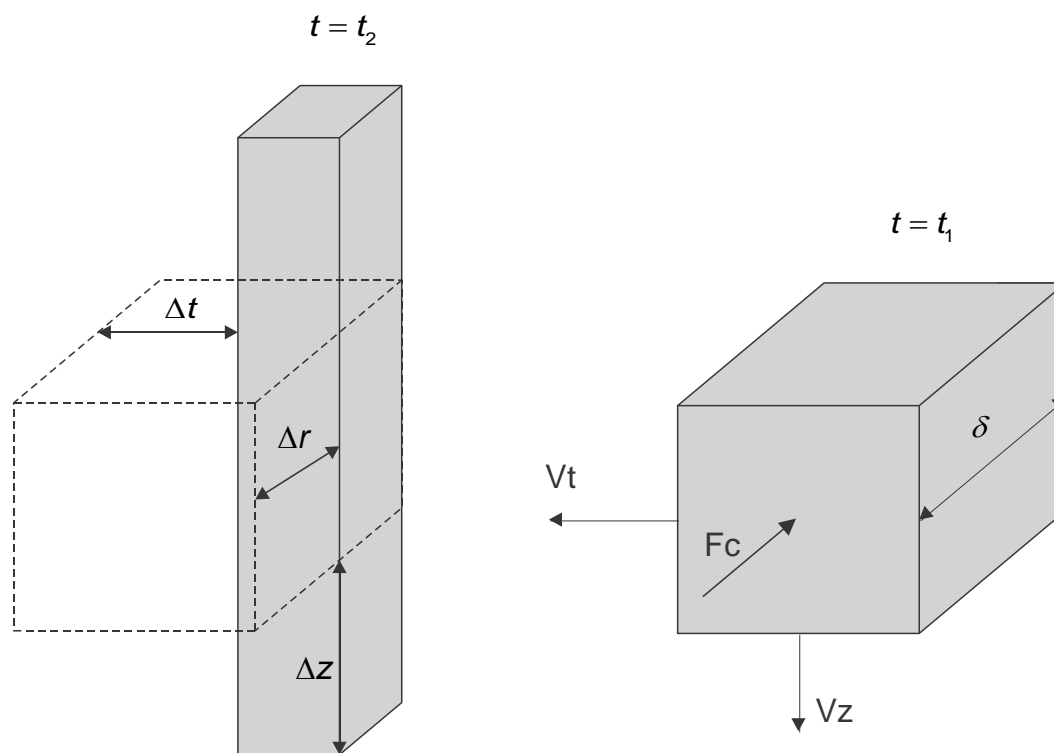


Figura 5-3. Efeito das forças de espalhamento sobre o elemento fluido.

Pode-se observar que a deformação radial do elemento produz a diminuição da espessura do filme. A deformação axial produz um aumento da velocidade axial, enquanto que a deformação tangencial produz uma diminuição da velocidade tangencial. Essas acelerações produzidas pela deformação do fluido serão modeladas através de duas forças, uma para a direção axial e outra para a direção tangencial,  $F_{ez}$  e  $F_{et}$  respectivamente, as quais são denominadas “forças de espalhamento” neste trabalho. Em termos práticos, essas forças atuam sobre o escoamento através de dois mecanismos, tendendo a desacelerar o fluido na direção tangencial e a acelerá-lo na direção axial.



As Figuras 5-4 e 5-5 a seguir mostram, através das linhas tracejadas, a solução algébrica do movimento do líquido sem a consideração das forças de espalhamento, enquanto que as sólidas, obtidas dos resultados numéricos, indicam a enorme influência dessa força na dinâmica do líquido. Essa diferença existe porque desconsiderar a força de espalhamento significa desprezar a deformação e a aceleração do elemento fluido nas direções tangencial e axial.

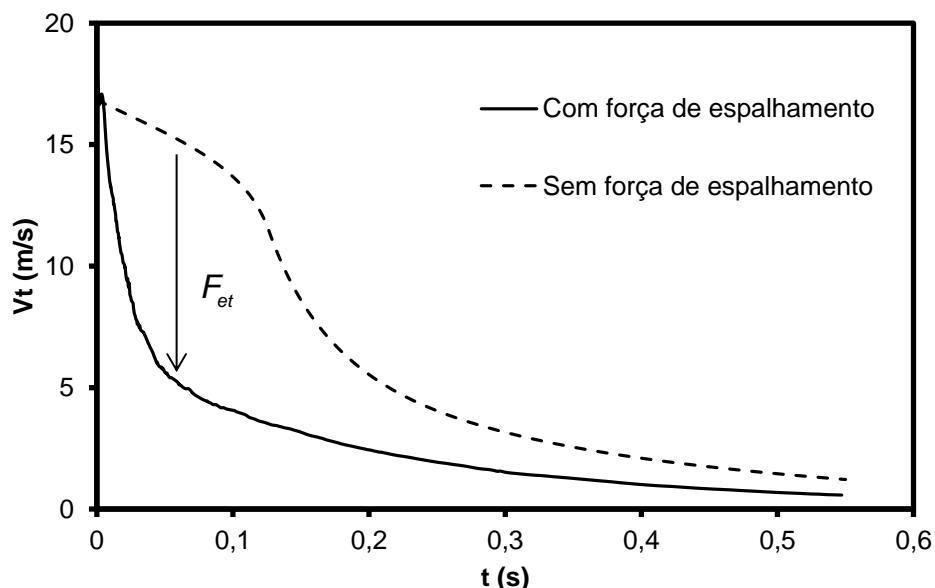


Figura 5-4. Efeito da força de espalhamento na componente tangencial de velocidade.

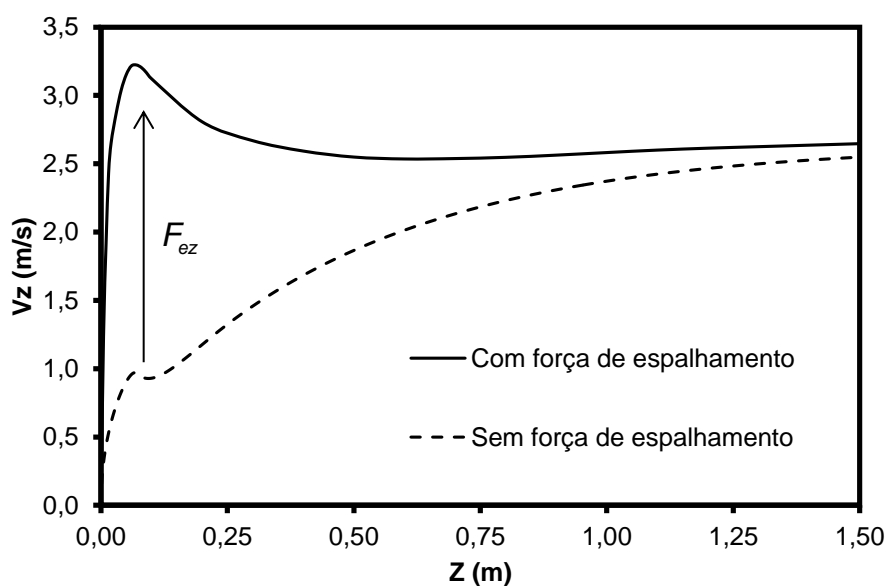


Figura 5-5. Efeito da força de espalhamento na componente axial de velocidade.

Para a solução das equações de movimento do elemento fluido, Eqs. (5.3) e (5.4), é necessário desenvolver um modelo que avalie essas forças de espalhamento,  $F_{et}$  e  $F_{ez}$ , levando-se em consideração as causas físicas associadas ao fenômeno.

A causa da força de espalhamento decorre, em primeiro lugar, da força centrífuga imposta pelo posicionamento tangencial do bocal. A força centrífuga sobre o elemento fluido,  $F_c$ , será calculada pela Eq. (5.20), onde  $V_t$  é a componente tangencial da velocidade:

$$F_c = \frac{(m_{el})V_t^2}{(\phi_{câmara} / 2)} \quad (5.20)$$

As forças de espalhamento sobre o elemento fluido também são influenciadas pela espessura local do filme. Os resultados numéricos mostraram que essas forças têm maior intensidade perto do bocal nas regiões onde a espessura do filme é maior que a espessura final, enquanto que as forças de espalhamento tendem a ser nulas para regiões afastadas do bocal onde o filme tende para sua espessura final,  $\delta_f$ . Na expressão proposta para a modelagem dessas forças, foi incluída a espessura adimensional do filme,  $\delta/\delta_f$ , como um fator que pondera a influência da força centrífuga. A força centrífuga ponderada pela espessura,  $F'_c$ , é obtida multiplicando a Eq. (5.20) pela espessura adimensional:

$$F'_c = \left[ \frac{(m_{el})V_t^2}{(\phi_{câmara} / 2)} \right] \left[ \frac{\delta}{\delta_f} \right] \quad (5.21)$$

No estudo de diversas condições de operação do separador, foi observado que a força de espalhamento não depende somente da espessura local do filme, mas também dependeria do comportamento da espessura do filme ao longo do separador. Na Figura 5-6 mostram-se dois comportamentos diferentes da espessura em função da vazão: para vazão baixa, a espessura crítica é maior que a espessura

final,  $\delta_{cr1} > \delta_{f1}$ , enquanto para vazões altas, a espessura crítica é menor que a espessura final,  $\delta_{cr2} < \delta_{f2}$ .

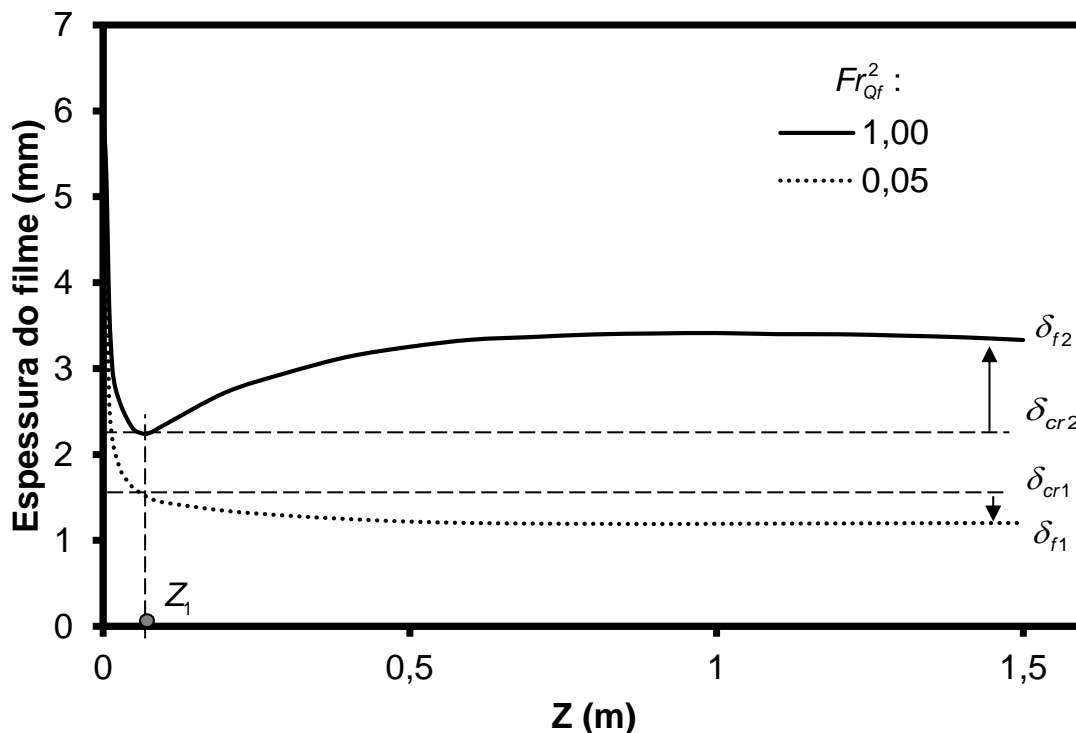


Figura 5-6. Variação da espessura crítica com respeito à espessura final, em função do número de Froude.

Segundo os dois diferentes comportamentos da espessura do filme mostrados na Figura 5-6, observa-se que quando a vazão é elevada ( $Fr_{Qf}^2 = 1$ ), a espessura do filme atinge rapidamente um pico mínimo que se encontra abaixo de sua espessura final. No ponto identificado como  $Z_1$ , pode-se observar que as forças viscosas conseguem ser maiores que as forças de espalhamento e desaceleram o escoamento produzindo um engrossamento rápido do filme. No caso de baixa vazão ( $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ ), observa-se o contrário, onde a força de espalhamento é predominante ao longo do separador. Note-se que nessa discussão não foi mencionada a força de gravidade porque tem uma menor intensidade perto do bocal comparado com as forças de espalhamento e as forças viscosas. Pode-se identificar então, que para altas vazões existe uma forte presença das forças viscosas, as quais dependendo da geometria do separador começam a ser predominantes a partir do ponto

identificado como  $Z_1$ . Portanto, a força de espalhamento resultante é menor quanto menor for a espessura crítica em relação à espessura final,  $\delta_{cr}/\delta_f$ . Essa relação pode ser inserida também como uma segunda ponderação da intensidade da força centrífuga para avaliar a força de espalhamento.

Reunindo-se as influências expostas em uma única correlação, obtém-se a Equação (5.22), que traduz matematicamente o conjunto de causas que promovem o espalhamento do fluido na câmara de expansão:

$$\psi = F'_c \left( \frac{\delta_{cr}}{\delta_f} \right) = \left( \frac{(m_{el})V_t^2}{(\phi_{câmara}/2)} \right) \left( \frac{\delta}{\delta_f} \right) \left( \frac{\delta_{cr}}{\delta_f} \right) \quad (5.22)$$

O valor exato da intensidade da força devido ao espalhamento nas direções axial e tangencial foi assumido como sendo proporcional à função  $\psi$ , onde  $K_z$  e  $K_t$  são coeficientes:

$$F_{ez} = K_z(\psi) \quad (5.23)$$

$$F_{et} = K_t(\psi) \quad (5.24)$$

As equações de movimento do elemento fluido, Eqs. (5.7) e (5.8), ficam:

$$\frac{dV_t}{dt} = -\frac{\tau_w \cos \beta}{\rho \delta} - K_t \left( \frac{V_t^2}{(\phi_{câmara}/2)} \right) \left( \frac{\delta}{\delta_f} \right) \left( \frac{\delta_{cr}}{\delta_f} \right) \quad (5.25)$$

$$\frac{dV_z}{dt} = g - \frac{\tau_w \sin \beta}{\rho \delta} + K_z \left( \frac{V_t^2}{(\phi_{câmara}/2)} \right) \left( \frac{\delta}{\delta_f} \right) \left( \frac{\delta_{cr}}{\delta_f} \right) \quad (5.26)$$

Nota-se que a solução dessas duas equações requer o conhecimento da espessura ao longo da linha de corrente média,  $\delta$ , e o valor dos coeficientes  $K_z$  e  $K_t$ . A seguir será mostrado um método para calcular essa espessura e depois será mostrado o cálculo dos coeficientes  $K_z$  e  $K_t$ .

#### 5.4 Espessura do filme na linha de corrente média

Na modelagem desenvolvida neste trabalho, não se resolve a equação da continuidade, portanto a espessura do elemento fluido é uma variável não resolvida. Entretanto, a dinâmica do elemento fluido depende da espessura do filme. As equações de movimento, Eqs. (5.25) e (5.26), mostraram essa dependência. Portanto, para resolver a dinâmica do escoamento na linha de corrente média, é necessário um método para calcular, ou pelo menos prever de modo aproximado, o comportamento da espessura nessa trajetória.

É importante lembrar que a espessura obtida dos resultados das simulações numéricas é uma espessura média na seção transversal da câmara, em função da posição axial abaixo do bocal. Entretanto, o presente modelo requer a espessura na linha de corrente média, a qual é diferente porque não é axissimétrica para regiões próximas ao bocal devido à rápida diminuição da espessura.

Portanto a espessura da linha de corrente média não será considerada como axissimétrica em regiões da câmara perto ao bocal de entrada. A partir da posição  $Z_1$ , que é onde ocorre a espessura crítica, o filme de líquido se torna mais uniforme ao redor da câmara de expansão, e os resultados numéricos indicam que é uma boa aproximação considerar o escoamento como axissimétrico, como mostra a

Figura 5-7:

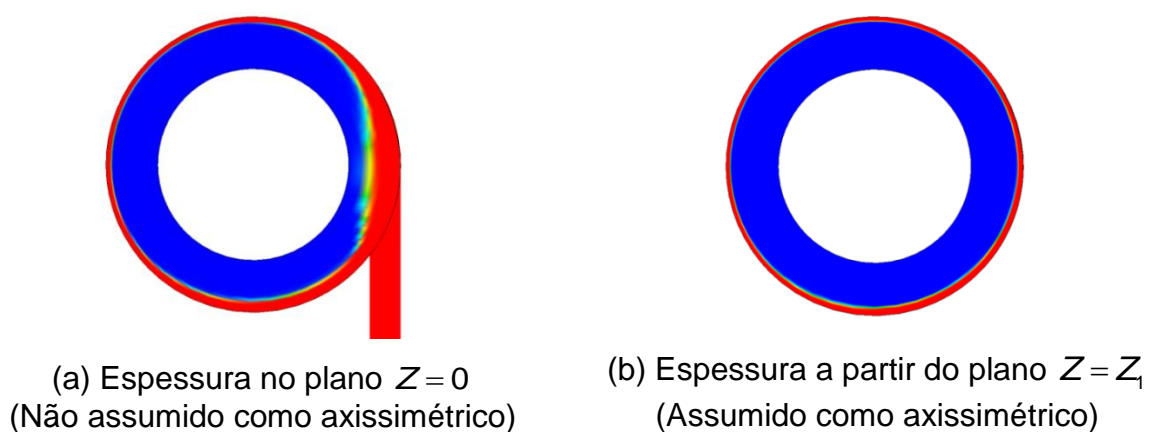


Figura 5-7. Ilustração, obtida a partir dos resultados numéricos, da espessura do filme de líquido no plano de entrada (a) e em planos distantes do bocal (b).

A Figura 5-8 mostra duas curvas, sendo a linha sólida um exemplo dos resultados numéricos para a espessura média na seção transversal, e a linha tracejada o método proposto neste trabalho para estimar a espessura na linha de corrente média em função dos limites observados nos resultados numéricos.

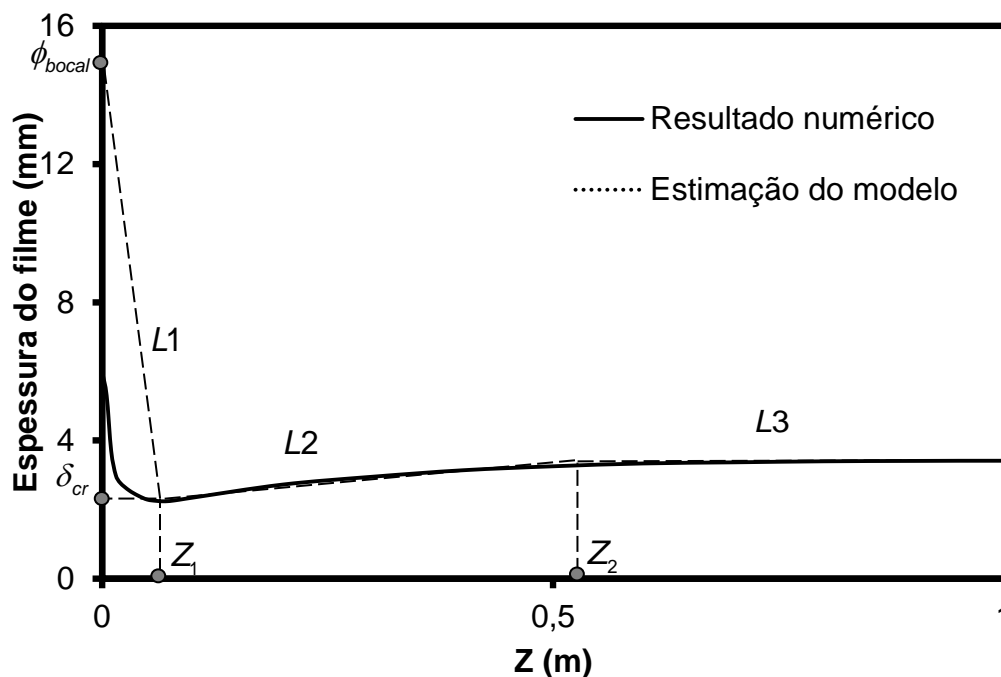


Figura 5-8. Resultados numéricos para a espessura média na seção transversal da câmara (linha sólida) e estimativa da espessura na linha de corrente média (linha tracejada). \*Os resultados numéricos se referem aos obtidos via ANSYS-CFX e apresentados no Capítulo 4.

A Fig. 5-8 mostra uma grande diferença entre as duas curvas perto do bocal, devido ao fato que a espessura não é axissimétrica nessa região, como já explicado na Fig. 5-7.

A estimativa da espessura foi dividida em três segmentos retos denotados como L1, L2 e L3. A posição  $Z_1$  corresponde à espessura crítica, e a posição  $Z_2$  representa o ponto a partir do qual a espessura se torna praticamente constante e, para fins de aproximação, igual à espessura final. A formulação de cada um dos segmentos é descrita abaixo:

- Para o segmento L1, assume-se que a espessura do líquido na entrada é igual ao diâmetro do bocal, e que a espessura na posição  $Z_1$  é igual à espessura crítica obtida através dos resultados numéricos,  $\delta_{Z=0} = \phi_{bocal}$  e  $\delta_{Z=Z_1} = \delta_{cr}$ , respectivamente. Portanto, a equação de L1 fica:

$$\delta = \delta_{cr} + (\phi_{bocal} - \delta_{cr}) \left( \frac{Z_1 - Z}{Z_1} \right) \quad (5.27)$$

- Para o segmento L2, foi criada a posição  $Z_2$ , onde se considera que a espessura atinge seu valor final. Foi assumido que a posição  $Z_2$  pode ser calculada em função de  $Z_1$  e da diferença entre a espessura final e a espessura crítica:

$$Z_2 = Z_1 + n |\delta_f - \delta_{cr}| \quad (5.28)$$

onde  $n$  é uma constante. Encontrou-se que, de acordo com os resultados numéricos,  $n = 400$  proporciona um bom ajuste ao modelo. O segmento L2 tem as seguintes condições:  $\delta_{Z=Z_1} = \delta_{cr}$  e  $\delta_{Z=Z_2} = \delta_{final}$ . Portanto, a equação para a L2 fica:

$$\delta = \delta_{cr} + (\delta_f - \delta_{cr}) \left( \frac{Z - Z_1}{Z_2 - Z_1} \right) \quad (5.29)$$

- O segmento L3 é uma reta horizontal onde a espessura é igual à espessura final. Portanto, a equação para a L3 fica:

$$\delta = \delta_f \quad (5.30)$$

Como visto no capítulo anterior, os valores da espessura crítica  $\delta_{cr}$  e a posição  $Z_1$  são obtidos diretamente das simulações numéricas. Por outro lado, o valor da espessura final  $\delta_f$  tem solução analítica, como será demonstrado a seguir.

#### 5.4.1 Espessura final do filme líquido

A espessura final é atingida quando o escoamento na câmara de expansão perde influência da força centrífuga e passa a ser dominado pela aceleração gravitacional. A rigor, essa situação somente deveria ocorrer para comprimentos de desenvolvimento grandes o suficiente para que a tensão de cisalhamento na parede seja capaz de equilibrar a força gravitacional, fazendo com que a velocidade axial e a espessura do filme se mantenham constantes. Nessa condição, a velocidade do escoamento é puramente axial, e a área que atravessa é uma coroa circular tal que:

$$A_f = \pi\phi_{câmara}\delta_f \quad (5.31)$$

A velocidade do escoamento que atravessa essa coroa circular,  $V_f$ , pode ser calculada a partir da vazão mássica,  $\dot{m}$ , no separador:

$$V_f = \frac{\dot{m}}{\rho A_f} = \frac{\dot{m}}{\rho(\pi\phi_{câmara}\delta_f)} \quad (5.32)$$

A seguinte equação expressa o equilíbrio da força gravitacional com a força de cisalhamento na parede para um elemento fluido que atingiu a espessura e velocidade final:

$$\delta_f = \frac{\tau_w}{\rho g} \quad (5.33)$$



Como descrito anteriormente, a tensão de cisalhamento na parede depende do regime de escoamento. Para calcular a espessura final no regime laminar, usa-se a Eq. (5.17) na Eq. (5.33), resultando:

$$\delta_f = \frac{\left( \frac{3\mu V_f}{\delta_f} \right)}{\rho g} = \frac{3\mu \left( \frac{\dot{m}}{\rho(\pi\phi_{\text{câmara}}\delta_f)} \right)}{\rho g} \quad (5.34)$$

Da Eq. (5.34), resolvendo para a espessura final:

$$\delta_{f(\text{Laminar})} = \left( \frac{3\mu\dot{m}}{\pi\phi_{\text{câmara}}\rho^2 g} \right)^{1/3} \quad (5.35)$$

Para calcular a espessura final no regime turbulento, usa-se a Eq. (5.11) na Eq. (5.33):

$$\delta_f = \frac{\left( \frac{0.24}{8} \rho^{0.75} \mu^{0.25} V_f^{1.75} \delta_f^{-0.25} \right)}{\rho g} = \frac{\left( \frac{0.24}{8} \rho^{0.75} \mu^{0.25} \left( \frac{\dot{m}}{\rho(\pi\phi_{\text{câmara}}\delta_f)} \right)^{1.75} \delta_f^{-0.25} \right)}{\rho g} \quad (5.36)$$

Da Eq. (5.36), resolvendo para a espessura final:

$$\delta_{f(\text{Turbulento})} = \left( \frac{0,24\mu^{0.25}\dot{m}^{1.75}}{8(\pi\phi_{\text{câmara}})^{1.75}\rho^2 g} \right)^{1/3} \quad (5.37)$$

De modo semelhante, para calcular a espessura final no regime de transição, usa-se a Eq. (5.18) na Eq. (5.33):

$$\delta_f = \left( \frac{\tau_{w(\text{Laminar})}}{\rho g} \right) (fp) + \left( \frac{\tau_{w(\text{Turbulento})}}{\rho g} \right) (1-fp) \quad (5.38)$$

$$\delta_{f(\text{Transição})} = \delta_{f(\text{Laminar})} (fp) + \delta_{f(\text{Turbulento})} (1 - fp) \quad (5.39)$$

onde a função de ponderação,  $fp$ , para esta condição final, fica:

$$fp = \left( \frac{1500 - \frac{\rho \left( \frac{\dot{m}}{\rho (\pi \phi_{\text{câmara}} \delta_f)} \right) \delta_f}{\mu}}{1500 - 500} \right)^2 = \left( \frac{1500 - \frac{\dot{m}}{\pi \phi_{\text{câmara}} \mu}}{1000} \right)^2 \quad (5.40)$$

Com a formulação apresentada nesta seção, é possível calcular a espessura do escoamento ao longo da linha de corrente média, a qual é de interesse para a solução das equações de movimento e assim calcular as componentes axial e tangencial da velocidade do escoamento ao longo dessa linha de corrente média. Entretanto, a solução dessas equações de movimento depende do valor dos dois coeficientes  $K_t$  e  $K_z$ . A determinação desses coeficientes é apresentada a seguir.

### 5.5 Calibração dos coeficientes $K_t$ e $K_z$

A formulação proposta neste trabalho para resolver as componentes axial e tangencial do escoamento ao longo da linha de corrente média foi apresentada nas Eqs. (5.25) e (5.26), e são reescritas nesta seção para descrever o processo de obtenção dos coeficientes  $K_t$  e  $K_z$  :

$$\frac{\partial V_t}{\partial t} = -\frac{\tau_w \cos \beta}{\rho \delta} - K_t \left( \frac{V_t^2}{(\phi_{\text{câmara}} / 2)} \right) \left( \frac{\delta}{\delta_f} \right) \left( \frac{\delta_{cr}}{\delta_f} \right) \quad (5.41)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} = g - \frac{\tau_w \sin \beta}{\rho \delta} + K_z \left( \frac{V_t^2}{(\phi_{\text{câmara}} / 2)} \right) \left( \frac{\delta}{\delta_f} \right) \left( \frac{\delta_{cr}}{\delta_f} \right) \quad (5.42)$$

Para resolver essas equações de movimento, é necessário conhecer o valor dos coeficientes  $K_t$  e  $K_z$ . Portanto, esses coeficientes serão calibrados com ajuda dos resultados da grade de simulações numéricas estudadas.

A fim de descobrir os valores de  $K_t$  e  $K_z$  para diversas condições de operação, as equações (5.41) e (5.42) foram integradas numericamente com o método de Euler. Uma vez integrados, os valores das componentes axial e tangencial do escoamento,  $V_t$  e  $V_z$ , foram fornecidos por os resultados numéricos, como os que foram apresentados na Seção 4.5 deste trabalho. Assim, para o bocal de 15 mm de diâmetro e para diversas condições de  $Fr_Q^2$  e  $Re_{\delta f}$ , os coeficientes  $K_t$  e  $K_z$  foram encontrados e são mostrados nas Figuras 5-9 e 5-10.

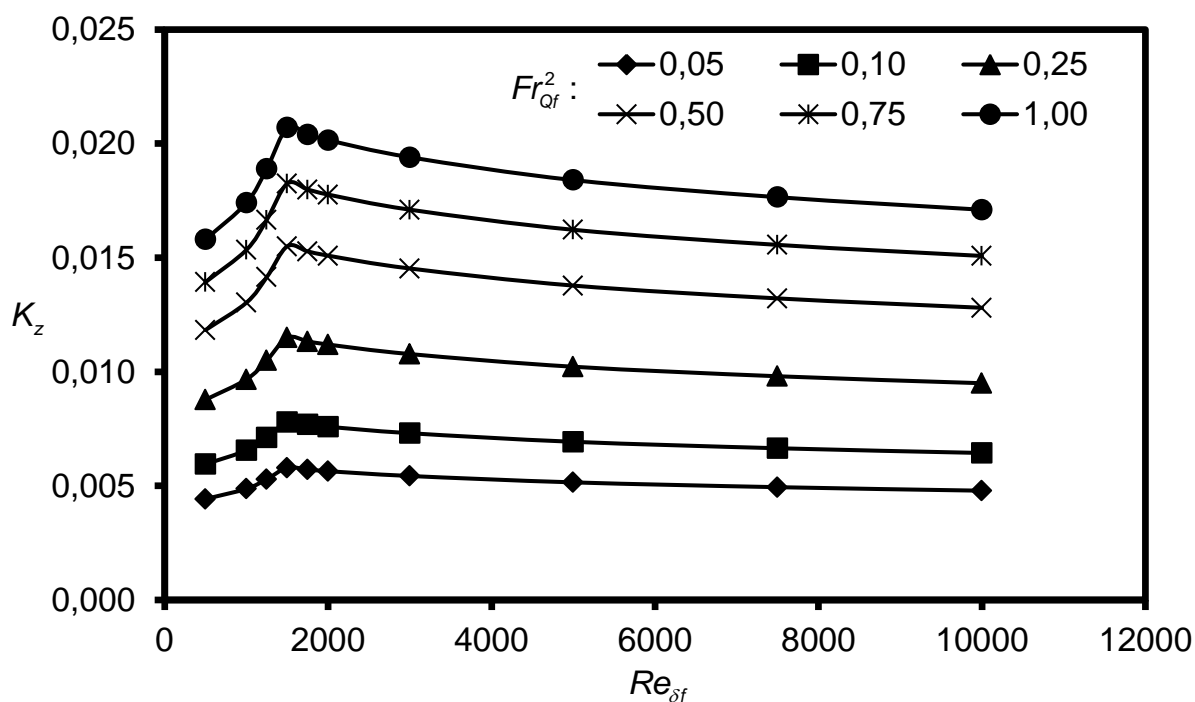


Figura 5-9. Comportamento do coeficiente  $K_z$  em função de  $Fr_Q^2$  e  $Re_{\delta f}$ . Curvas correspondentes ao bocal de 15 mm de diâmetro.

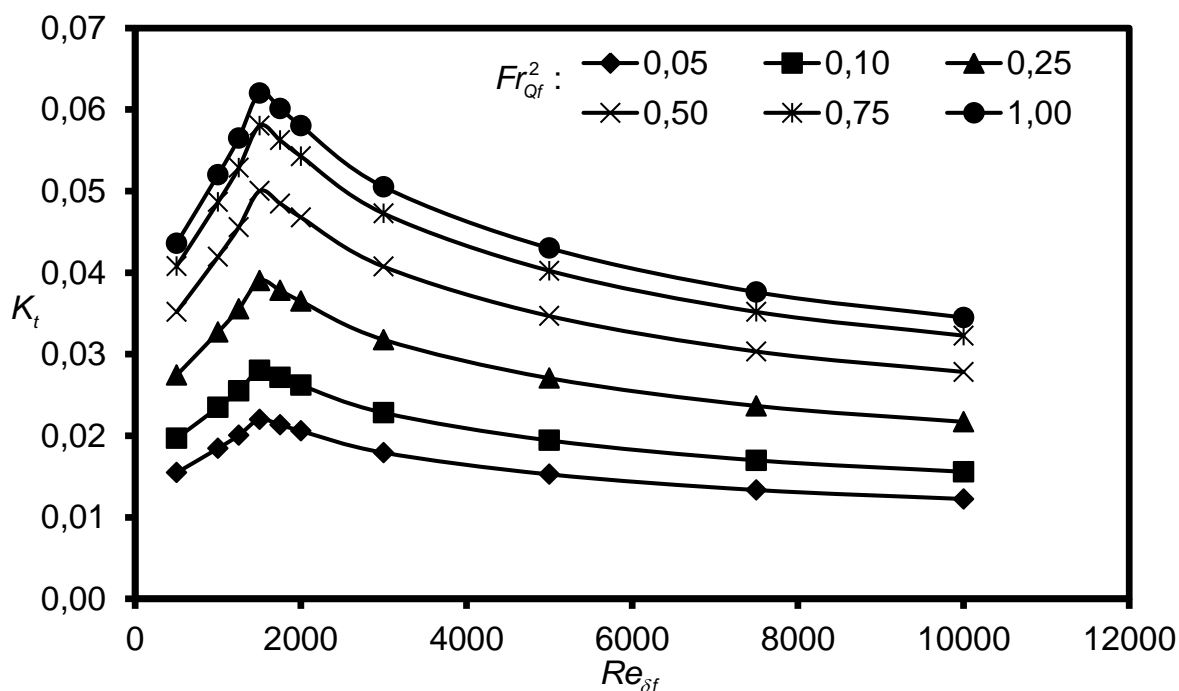


Figura 5-10. Comportamento do coeficiente  $K_t$  em função de  $Fr_{Qf}^2$  e  $Re_{\delta f}$ .

As Figs. 5-9 e 5-10 mostram que os coeficientes  $K_z$  e  $K_t$  têm comportamentos diferentes em função do regime de escoamento. Portanto, formulações separadas devem ser propostas para casos de escoamento turbulento, laminar e de transição. Com a finalidade de se obter um modelo genérico, os dados foram correlacionados através de análises de regressão numérica, e as seguintes equações foram obtidas:

Para regime turbulento ( $Re_{\delta} \geq 1500$ ):

$$K_{z(c142b15)} = 4,3233 \times 10^{-2} \times (Re_{\delta f})^{-0,1004} (Fr_{Qf}^2)^{0,4243} \quad (5.43)$$

$$K_{t(c142b15)} = 6,4842 \times 10^{-1} \times (Re_{\delta f})^{-0,3163} (Fr_{Qf}^2)^{0,3521} \quad (5.44)$$

Para os regimes transição e laminar ( $Re_{\delta} < 1500$ ):

$$K_{z(c142b15)} = 1,0002 \times 10^{-6} \times (0,0033Re_{\delta f}^2 - 1,7Re_{\delta f} + 15818) (Fr_{Qf}^2)^{0,4243} \quad (5.45)$$

$$K_{t(c142b15)} = 1,0207 \times 10^{-6} \times (0,0036Re_{\delta f}^2 + 11,04Re_{\delta f} + 37193) (Fr_{Qf}^2)^{0,3521} \quad (5.46)$$

Os valores de  $K_{z(c142b15)}$  e  $K_{t(c142b15)}$  indicam que essas formulações somente são válidas para calcular os coeficientes  $K_z$  e  $K_t$  no separador de  $\phi_{câmara} = 142mm$  e  $\phi_{bocal} = 15mm$ . Portanto, foram realizados estudos similares variando o diâmetro do bocal na faixa  $12mm < \phi_{bocal} < 21mm$ . Foi encontrando que o valor dos coeficientes  $K_z$  e  $K_t$  aumentam quando o diâmetro do bocal é menor. Essa dependência era esperada porque para bocais pequenos o campo centrífugo gerado no escoamento tende a ser maior, portanto o espalhamento do líquido é maior e os coeficientes  $K_z$  e  $K_t$  que representam esse espalhamento são também maiores. As equações (5.43) a (5.46) foram modificadas obtendo as seguintes equações que podem ser usadas para calcular os coeficientes  $K_z$  e  $K_t$  para qualquer valor do diâmetro do bocal.

Para regime turbulento ( $Re_{\delta} \geq 1500$ ):

$$K_z = 4.5669 \times 10^{-3} \times \frac{(Re_{\delta f})^{-0.1004} (Fr_{Qf}^2)^{0.4243}}{(\phi_{bocal} / \phi_{câmara})} \quad (5.47)$$

$$K_t = 6.8495 \times 10^{-2} \times \frac{(Re_{\delta f})^{-0.3163} (Fr_{Qf}^2)^{0.3521}}{(\phi_{bocal} / \phi_{câmara})} \quad (5.48)$$

Para os regimes transição e laminar ( $Re_{\delta} < 1500$ ):

$$K_z = 1.05655 \times 10^{-7} \times \frac{(0.0033Re_{\delta f}^2 - 1.7Re_{\delta f} + 15818) (Fr_{Qf}^2)^{0.4243}}{(\phi_{bocal} / \phi_{câmara})} \quad (5.49)$$

$$K_t = 1.0782 \times 10^{-7} \times \frac{(0.0036 Re_{\delta f}^2 + 11.04 Re_{\delta f} + 37193) (Fr_{Qf}^2)^{0.3521}}{(\phi_{bocal} / \phi_{câmara})} \quad (5.50)$$

Essas equações permitem calcular o valor dos coeficientes  $K_z$  e  $K_t$  para qualquer separador com  $\phi_{câmara} = 142mm$  e  $12mm < \phi_{bocal} < 21mm$ . A geometria do separador pode ser expressa de forma adimensional com uma relação entre o diâmetro do bocal e o diâmetro da câmara de expansão,  $\phi_{bocal} / \phi_{câmara}$ . Então, segundo a faixa estudada para o diâmetro de bocal, essa relação adimensional se encontra dentro dos limites:  $0,085 < \phi_{bocal} / \phi_{câmara} < 0,148$ .

O modelo foi testado para separadores maiores que possuem essa relação adimensional dentro dos mesmos limites. Foi encontrado que para uma determinada condição de  $Fr_{Qf}^2$  e  $Re_{\delta f}$ , dois separadores que tenham diferentes tamanhos, mas tenham a mesma relação  $\phi_{bocal} / \phi_{câmara}$ , possuem o mesmo valor dos coeficientes  $K_z$  e  $K_t$ . Portanto esses coeficientes se comportam de forma equivalente, quando analisados através de uma base adimensional. Isso garante que não sejam necessárias correlações específicas para os coeficientes  $K_z$  e  $K_t$  para separadores maiores. Pelo exposto, as Eqs. (5.47) a (5.50) podem ser usadas para calcular os coeficientes de um separador com qualquer diâmetro de câmara de expansão e qualquer diâmetro de bocal, sempre que estejam dentro dos limites estudados:  $0,085 < \phi_{bocal} / \phi_{câmara} < 0,148$ .

## 5.6 Considerações finais do modelo

O modelo proposto neste trabalho fica completamente independente de dados adicionais para conseguir resolver a dinâmica do escoamento na linha de corrente média do separador, sendo possível calcular sobre essa linha as componentes axial e tangencial da velocidade e a espessura do filme de líquido. O modelo pode ser usado para resolver separadores cilíndricos que sejam baseados na formação de um filme fino de líquido, como o VASPS. O modelo tem as seguintes limitações com respeito à geometria do separador e as condições do escoamento:

- O modelo deve ser usado para separadores ciclônicos cilíndricos, com bocal também cilíndrico, disposto tangencialmente à câmara e na horizontal.
- Para  $\phi_{bocal}/\phi_{câmara} < 0,085$ ,  $Re_{\delta f} > 10000$  e  $Fr_{Qf}^2 > 1,75$ , o escoamento tem muita intensidade e gera excessiva elevação do líquido sobre a parede da câmara de expansão, saindo assim da faixa coberta pelo estudo numérico. Essas situações não foram extensamente estudadas neste trabalho porque fogem da operação normal do separador, sendo o comportamento da espessura crítica nesses casos diferente da discutida aqui e, portanto, não sendo bem representada pela formulação apresentada na Eq. (4.8).
- Para  $\phi_{bocal}/\phi_{câmara} > 0,148$ ,  $Re_{\delta f} < 500$  e  $Fr_{Qf}^2 < 0,05$ , o escoamento apresenta pouca intensidade e não é suficiente para formar um filme contínuo ao redor da parede da câmara de expansão. Esses casos não são de interesse para a aplicação do tipo de separador estudado, portanto não foram estudados em detalhe. Testes mostraram, entretanto, que soluções do modelo nessas condições proporcionam resultados coerentes com dados numéricos.

O modelo resolve as componentes axial e tangencial da velocidade e também a espessura do filme. Essas variáveis são resolvidas ao longo da linha de corrente média; no entanto, a solução precisa de condições no ponto inicial dessa linha de corrente, ou seja, na entrada. Essas condições de contorno podem ser aproximadas da seguinte forma:

- Velocidade axial nula na entrada devido à orientação horizontal do bocal:

$$V_z|_{z=0} = 0 \quad (5.51)$$

- Velocidade tangencial na entrada igual à velocidade média do escoamento no bocal:

$$V_t|_{z=0} = \frac{Q_L}{\pi (\phi_{bocal}/2)^2} \quad (5.52)$$

- Espessura do filme na entrada igual ao diâmetro do bocal:

$$\delta|_{z=0} = \phi_{bocal} \quad (5.53)$$

Como explicado anteriormente, a espessura calculada no modelo é sobre a linha de corrente média. Após a obtenção dos resultados, o modelo também permite calcular a espessura média na seção transversal da câmara. Considerando a equação da continuidade somente na direção axial, é possível igualar a vazão axial na condição final com a vazão axial em qualquer parte do separador, obtendo-se então:

$$\delta_T = \frac{(V_f)(\delta_f)}{V_z} \quad (5.54)$$

As equações de movimento (5.41) e (5.42) representam o modelo desenvolvido neste capítulo. Essas equações podem ser resolvidas com diferentes algoritmos de integração numérica. No Apêndice C é apresentado um algoritmo para a solução dessas equações usando o método de integração de Euler.

## 5.7 Resultados do modelo

O modelo desenvolvido neste trabalho foi testado em várias geometrias e condições de operação do separador. Mostram-se, em um primeiro momento, resultados para o separador em escala reduzida que foi usado no desenvolvimento deste trabalho analisando resultados sem variação do diâmetro do bocal. Depois serão mostrados resultados focados na variação do diâmetro do bocal. Por último serão mostrados resultados para geometrias maiores em escala real.

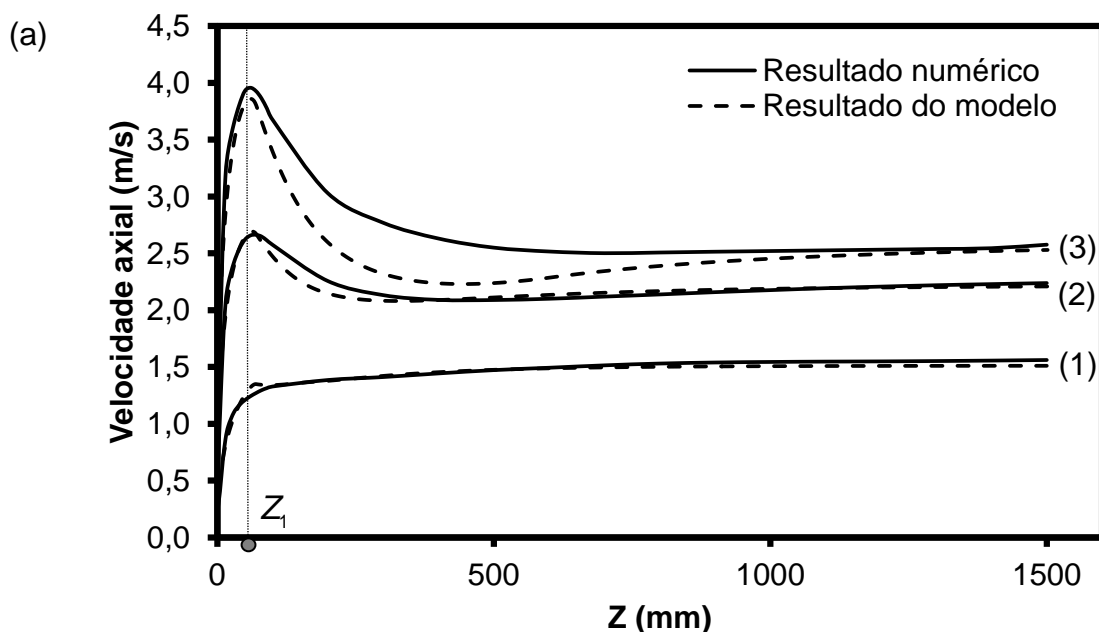


### 5.7.1 Resultados para separador em escala reduzida sem variação do diâmetro do bocal

O separador analisado nesta seção tem a geometria de  $\phi_{\text{bocal}} = 15\text{mm}$  e  $\phi_{\text{câmara}} = 142\text{mm}$ . Os resultados são analisados em função do regime do escoamento. O regime laminar será avaliado para  $Re_{\delta f} = 500$ , o regime de transição para  $Re_{\delta f} = 1250$  e o regime turbulento para  $Re_{\delta f} = 10000$ . Os resultados correspondentes ao regime laminar, de transição e turbulento serão respectivamente indicados nas figuras como (a), (b) e (c).

#### 5.7.1.1. Velocidade axial

A Figura 5-11 mostra resultados para a componente axial de velocidade ao longo da linha de corrente média. A vazão na entrada é avaliada para três valores do número de Froude:  $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ ,  $Fr_{Qf}^2 = 0,5$  e  $Fr_{Qf}^2 = 1,25$ . Essas condições de vazão são respectivamente indicadas nas figuras que se seguem como (1), (2) e (3). O eixo das abscissas corresponde à posição da linha de corrente desde o bocal de entrada ( $Z = 0\text{ mm}$ ) até o fundo do separador ( $Z = 1500\text{ mm}$ ).



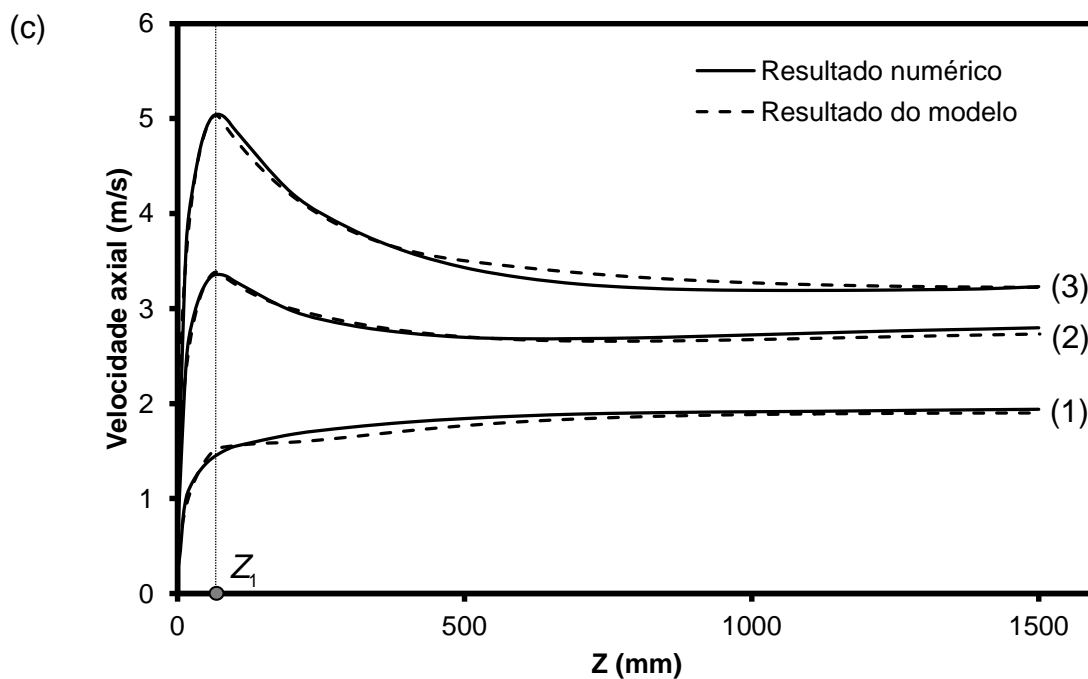
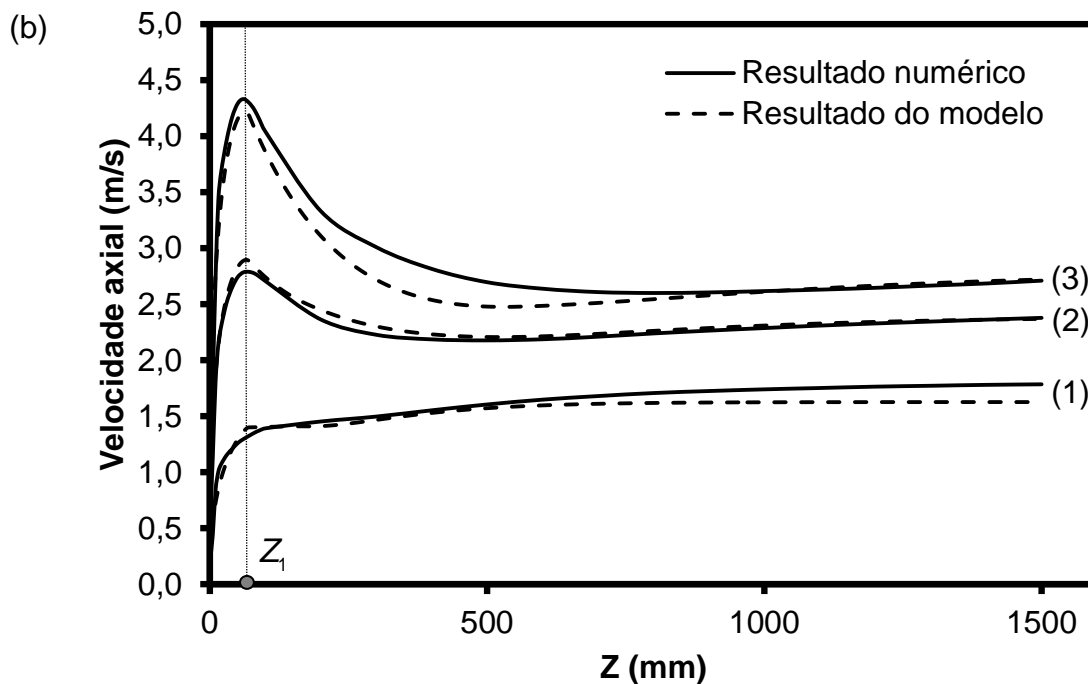


Figura 5-11. Resultados do modelo para a velocidade axial ao longo da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.

Observa-se, em geral, uma boa concordância para os três regimes de escoamento, por toda a extensão do separador. A velocidade axial calculada pelo

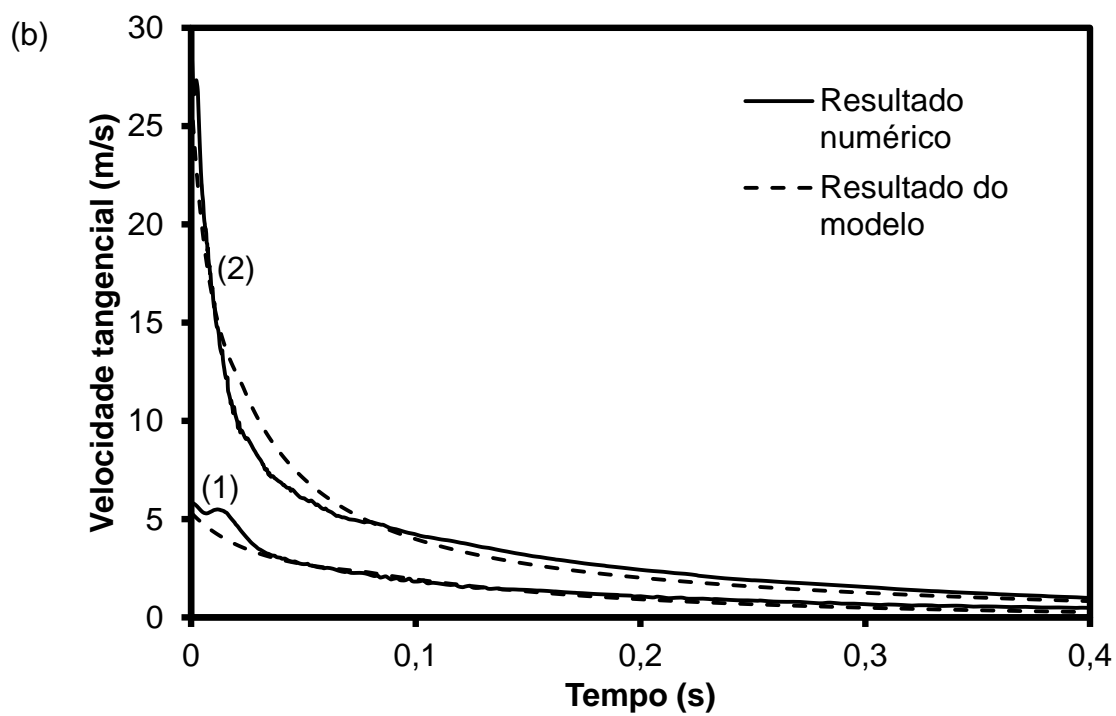
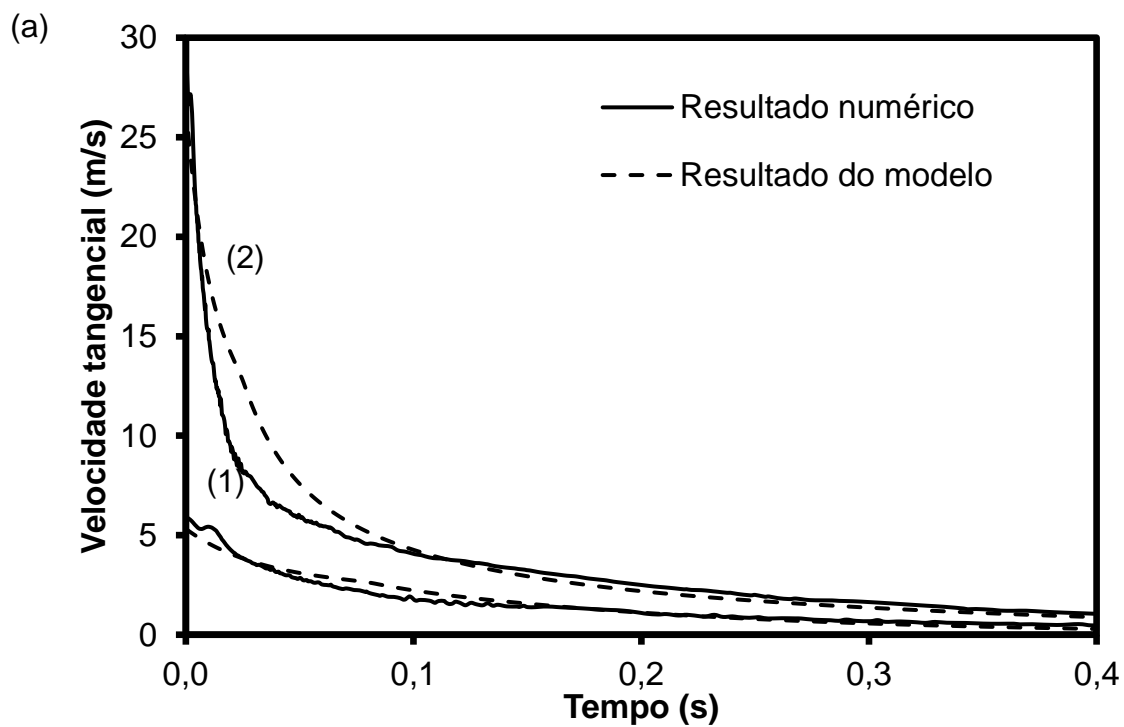
modelo para a posição  $Z_1$  concorda muito bem com os resultados numéricos. Isso indica que as forças de espalhamento, cuja dinâmica não é trivial, são bem representadas pela formulação desenvolvida. Os valores finais calculados no fundo do separador também se aproximam de forma excelente dos resultados numéricos, o que mostra que as expressões utilizadas para a força de cisalhamento são consistentes com a física do problema.

Observa-se, entretanto, que para condições onde a viscosidade e a vazão do líquido são elevadas, o modelo começa a perder precisão nas regiões próximas à entrada, como mostram as curvas de  $Fr_{Qf}^2 = 1,25$  do regime laminar e do regime de transição. Isto ocorre devido ao perfil quadrático de velocidade assumido para o cálculo da tensão de cisalhamento no regime laminar, o qual mostra não calcular de forma ótima a velocidade axial para  $Fr_{Qf}^2 > 1$  quando  $Re_{\delta f} < 1500$ .

#### 5.7.1.2. Velocidade tangencial

A Figura 5-12 mostra comparações semelhantes, agora para a componente tangencial de velocidade. A vazão é avaliada para dois valores do número de Froude:  $Fr_{Qf}^2 = 0,05$  e  $Fr_{Qf}^2 = 1,25$ . Essas condições de vazão serão respectivamente indicadas como (1) e (2) nas figuras que seguem. São avaliadas somente duas vazões para melhorar a visualização dos resultados.

Os resultados mostram uma boa concordância entre o modelo e os resultados numéricos por toda a extensão da linha de corrente média. A diminuição gradual da velocidade tangencial calculada pelo modelo acompanha muito bem a tendência dos resultados numéricos, o que confirma mais uma vez que as expressões usadas para as forças de cisalhamento se mostram consistentes com o problema, ao menos para os propósitos da formulação proposta. Os resultados mostram que a precisão do modelo diminui para condições de viscosidade e vazão elevadas, como mostra a curva (2) do regime laminar. Isto é devido ao perfil quadrático assumido para o regime laminar, o qual também mostra não calcular de forma ótima a velocidade tangencial para  $Fr_{Qf}^2 > 1$  quando  $Re_{\delta f} \leq 500$ .



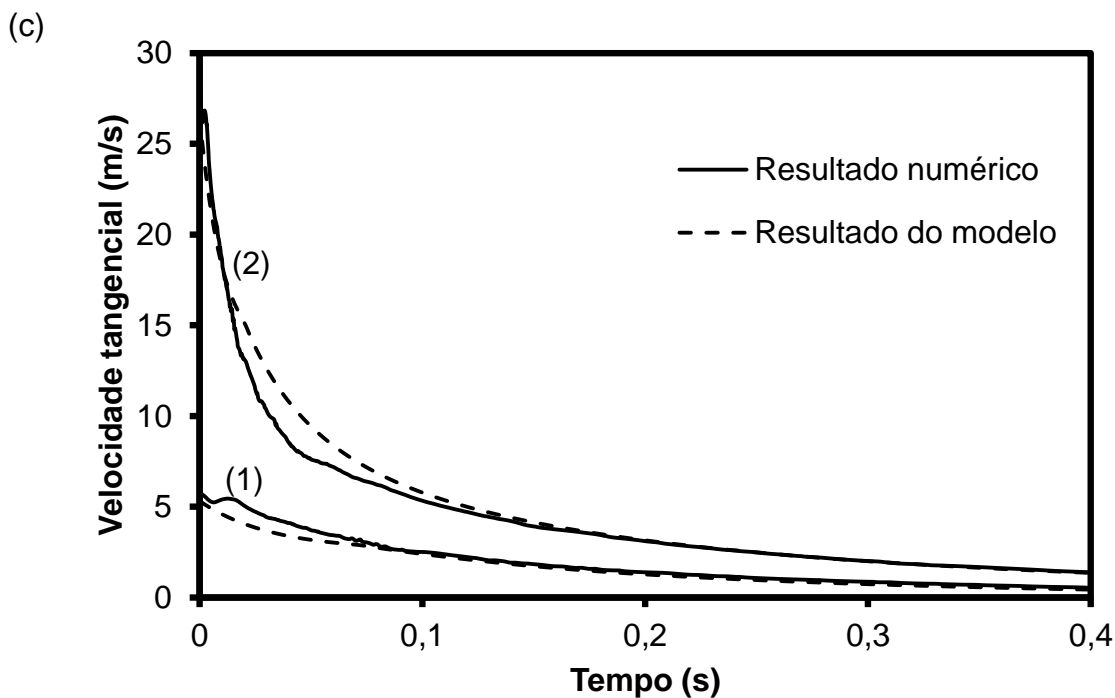


Figura 5-12. Resultados do modelo para a velocidade tangencial ao longo da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.

### 5.7.1.3. Ângulo de inclinação

O ângulo de inclinação da linha de corrente média é calculada a partir dos resultados para a velocidade axial e tangencial. Esse cálculo não pode ser realizado de forma direta porque os resultados da velocidade tangencial foram obtidos em função do tempo e os resultados da velocidade axial foram obtidos em função da posição axial. No entanto, é possível integrar a velocidade axial e obter a posição axial em função do tempo como mostra a seguinte equação:

$$V_z = \frac{\partial z}{\partial t} \quad (5.55)$$

$$\int_0^t \partial t = \int_0^z \frac{\partial z}{V_z} \quad (5.56)$$

A integração foi realizada de forma numérica porque os dados da velocidade são discretos. Para essa integração foi usado o método de Euler e foi obtida a relação entre a posição axial e o tempo. Portanto, com essa relação obtém-se a velocidade axial em função do tempo. Então, uma vez que se têm as velocidades axial e tangencial em função do tempo, é possível construir tridimensionalmente a linha de corrente média como mostra a Figura 5-13.

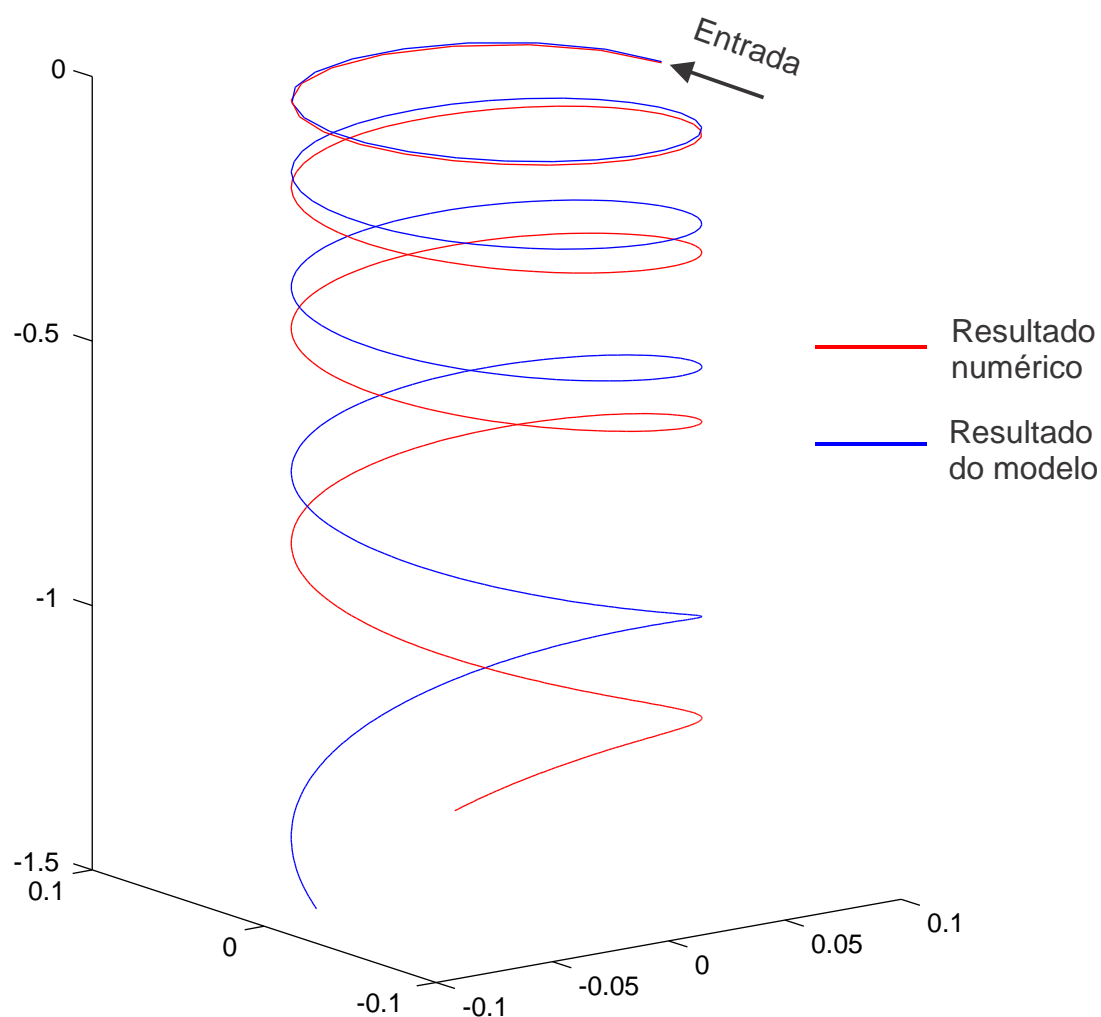


Figura 5-13. Linha de corrente média construída a partir dos resultados para as componentes axial e tangencial da velocidade.

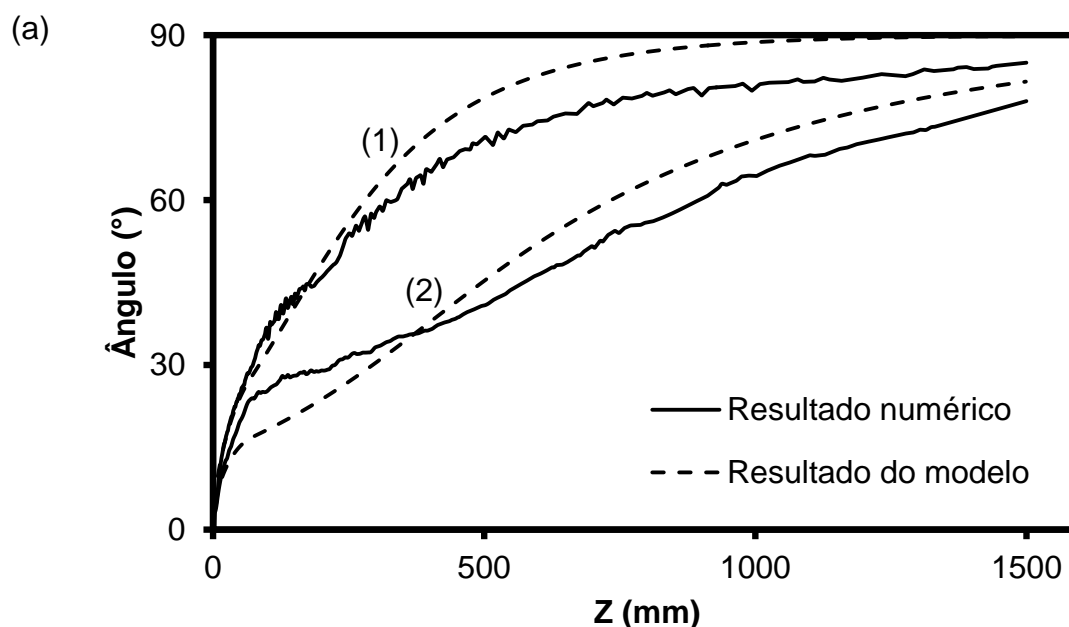
A Figura 5-13 mostra a dificuldade de calcular com precisão a trajetória da linha de corrente média, mesmo quando as componentes da velocidade já tenham mostrado ótimos resultados. A diferença que mostra os resultados do modelo em

relação aos resultados numéricos ocorre porque o cálculo da trajetória é muito influenciado pelo acúmulo contínuo de pequenos erros cometidos nas componentes da velocidade ao longo da linha de corrente, por isso a diferença tende a aumentar para regiões afastadas do bocal.

Uma vez que é criada a trajetória da linha de corrente média, o ângulo de inclinação dessa linha pode ser calculado a partir das componentes axial e tangencial da velocidade:

$$\beta = \text{arctg}\left(\frac{V_z}{V_t}\right) \quad (5.57)$$

Os resultados obtidos para o ângulo da linha de corrente média são mostrados na Figura 5-14. A vazão na entrada é avaliada para dois valores do número de Froude:  $Fr_{Qf}^2 = 0,05$  e  $Fr_{Qf}^2 = 1,25$ . Essas condições de vazão serão respectivamente indicadas como (1) e (2) nas figuras que seguem.



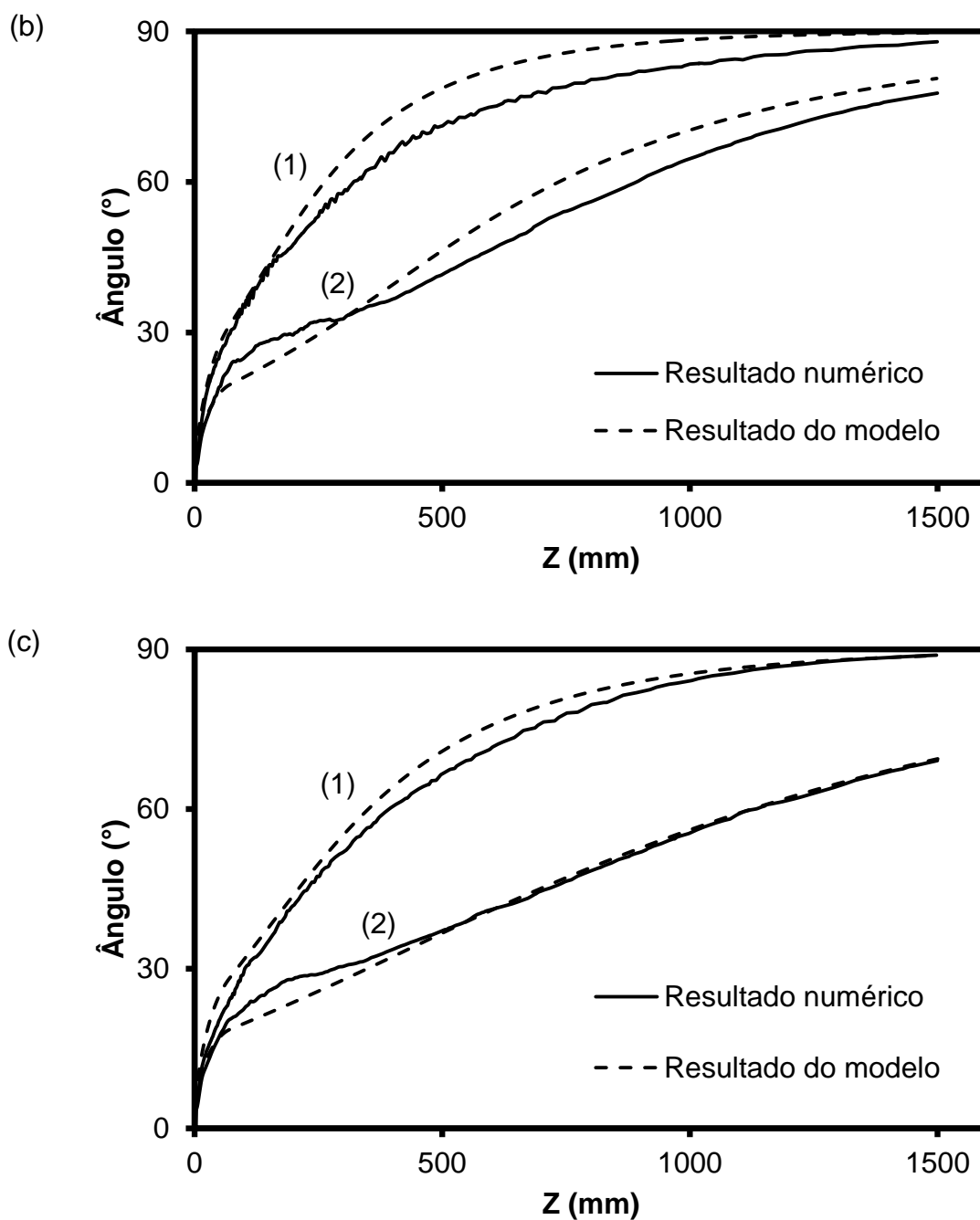


Figura 5-14. Resultados do modelo para o ângulo de inclinação da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.

Os gráficos mostram uma boa concordância entre os resultados do modelo e os resultados numéricos. Observa-se que o ângulo tende para um valor final de 90 graus, que corresponde à condição de movimento puramente axial que ocorreria



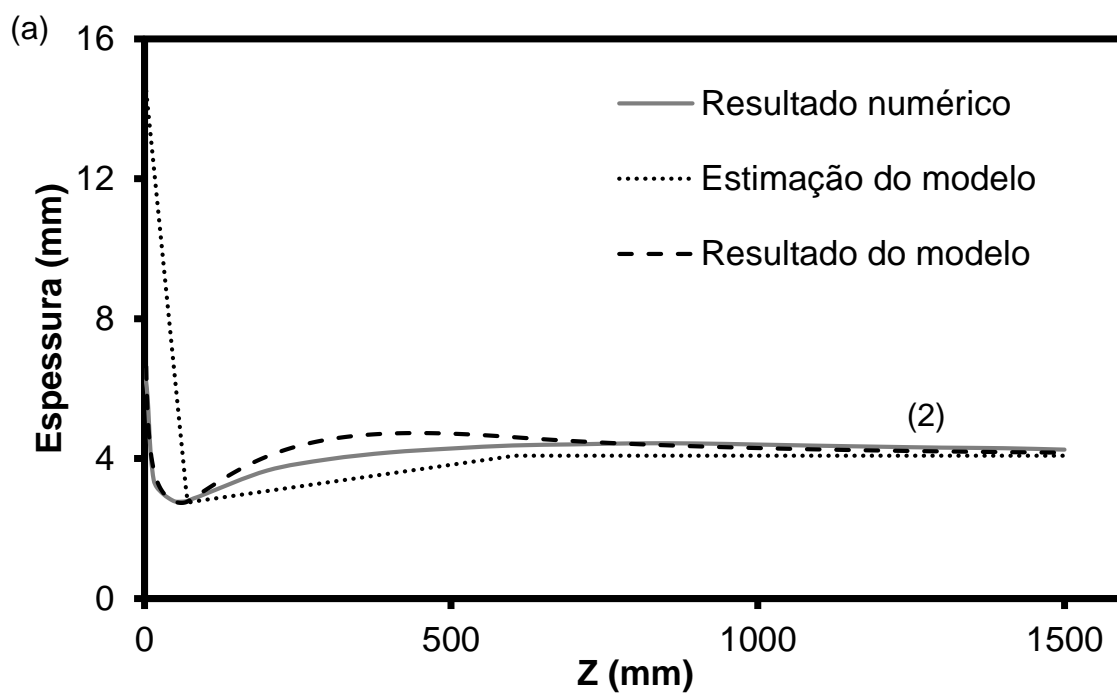
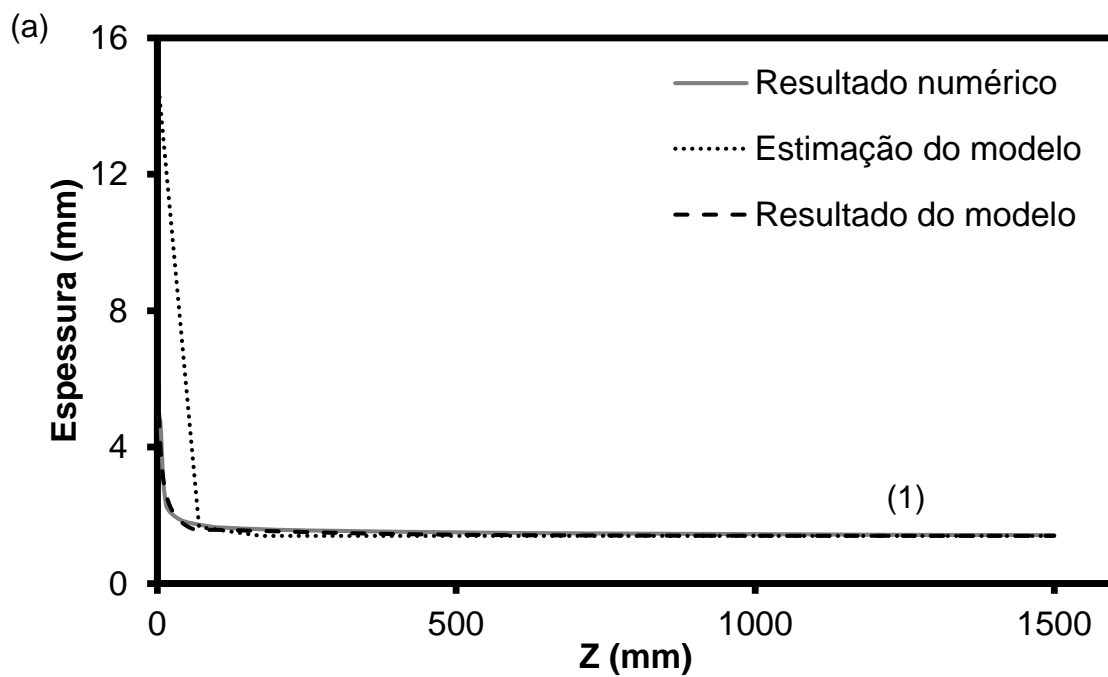
caso a câmara de expansão fosse longa o suficiente. Para baixa vazão o ângulo atinge rapidamente esse valor final devido à menor inércia do escoamento.

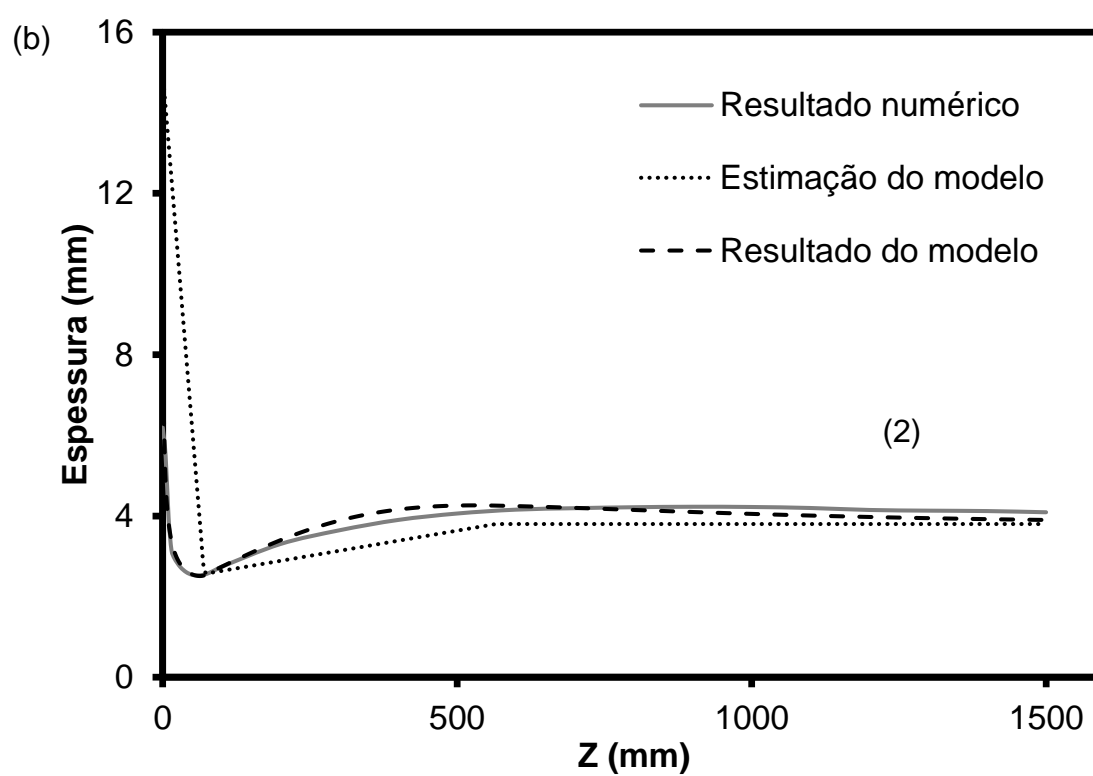
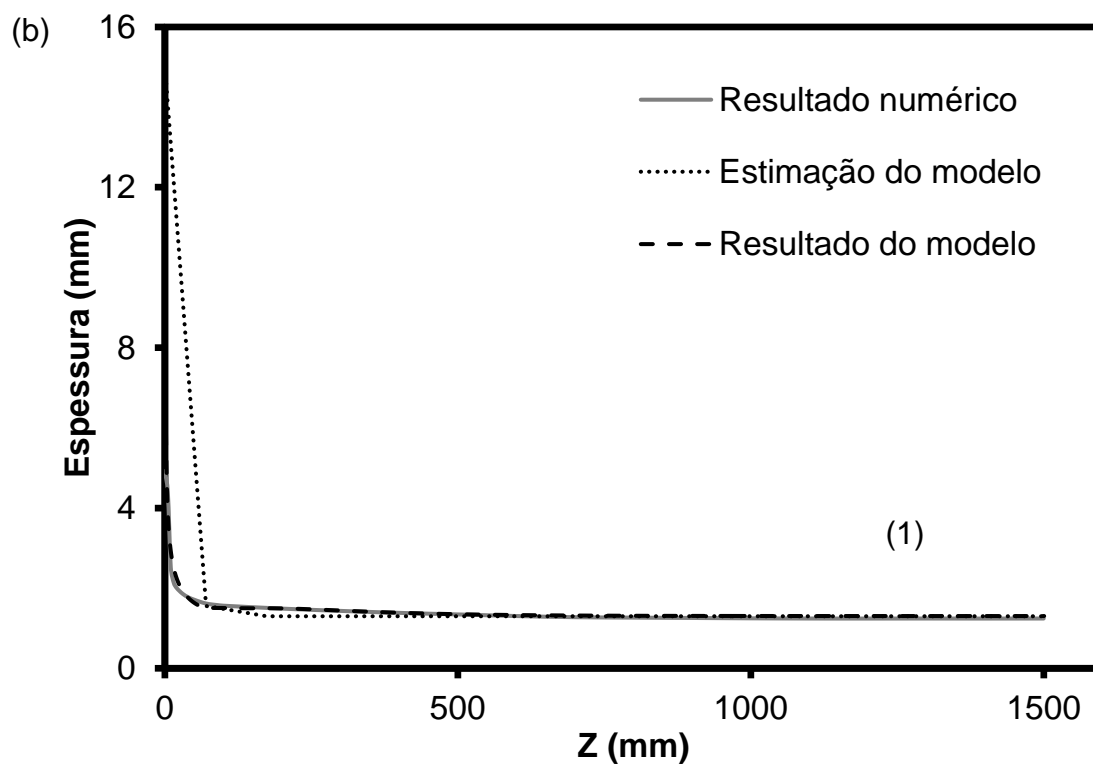
Para os regimes laminar e de transição o modelo não apresenta uma grande precisão devido aos erros cometidos nas componentes axial e tangencial da velocidade. Como discutido anteriormente, esses erros são causados pelo perfil de velocidade assumido para o regime laminar.

Os resultados também indicam que mesmo com os erros que podem ser cometidos no cálculo da trajetória (Figura 5-13), o modelo permite calcular resultados ótimos para o ângulo da linha de corrente em função da posição axial. Portanto, pode-se deduzir que no cálculo da trajetória, os erros são pequenos para a posição axial, sendo maiores só para a posição tangencial.

#### **5.7.1.4. Espessura do filme**

Os resultados obtidos para a espessura do filme são mostrados na Figura 5-15. Mostra-se a comparação de três curvas: resultado numérico, estimativa do modelo e resultado do modelo. Como foi discutido na Seção 5.4, os resultados numéricos e os resultados do modelo representam a espessura média do escoamento na seção transversal do separador, enquanto a estimativa do modelo refere-se à espessura do escoamento somente sobre a linha de corrente média. A vazão na entrada é avaliada para dois valores do número de Froude:  $Fr_{Qf}^2 = 0,05$  e  $Fr_{Qf}^2 = 1,25$ . Essas condições de vazão serão respectivamente indicadas nas figuras que se seguem como (1) e (2).





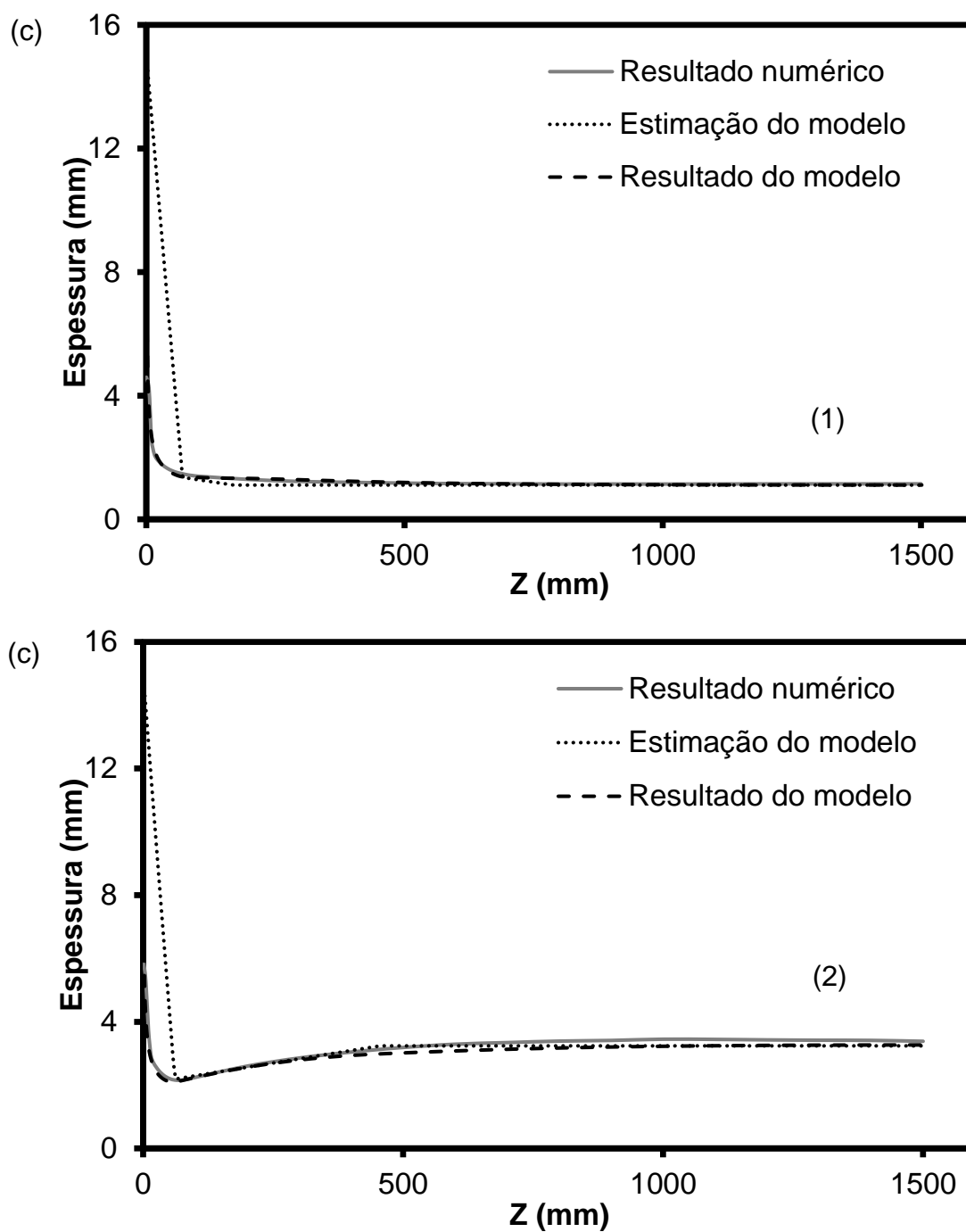


Figura 5-15. Resultados do modelo para a estimativa da espessura na linha de corrente média e resultados do modelo para a espessura média do líquido na seção transversal. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.

A Figura 5-15 mostra a uma boa concordância entre os resultados numéricos e os resultados do modelo, tanto em função da tendência capturada, quanto para a magnitude da espessura crítica e da espessura final do escoamento. Os resultados do modelo perdem um pouco de precisão para altas vazões no regime de transição e no regime laminar. Isso ocorre porque a espessura calculada pelo modelo depende diretamente dos resultados da velocidade axial, a qual apresenta pouca precisão para essas mesmas condições. A estimativa do modelo também perde precisão nessas condições de alta viscosidade e vazão. Isso ocorre devido ao perfil de velocidade assumido para regime laminar o qual não permite calcular com exatidão a espessura final do filme.

### **5.7.2 Resultados para separador em escala reduzida com variação do diâmetro do bocal**

Nesta seção serão analisados os resultados em função do diâmetro do bocal. A câmara de expansão tem 142 mm de diâmetro e os bocais estudados têm 12, 15, 18 e 21 mm de diâmetro, os quais serão respectivamente indicados nas figuras que se seguem como (12mm), (15mm), (18mm) e (21mm). Os resultados nesta seção serão obtidos somente para uma condição de Reynolds e Froude,  $Re_{\delta f} = 5000$  e  $Fr_{Qf}^2 = 0,5$ . Isso é feito porque a variação desses parâmetros já foi analisada na seção anterior (Seção 5.7.1).

#### **5.7.2.1. Velocidade axial**

Os resultados para a velocidade axial ao longo da linha de corrente média são mostrados na Figura 5-16 em função do diâmetro do bocal. As curvas são mostradas somente até a posição axial  $Z = 600mm$  para melhorar a visualização dos resultados perto do bocal, porque para regiões afastadas do bocal todas as curvas convergem num mesmo valor final definido pelos parâmetros  $Re_{\delta f}$  e  $Fr_{Qf}^2$  (Morandin 1999), onde esse valor final não depende do diâmetro do bocal.

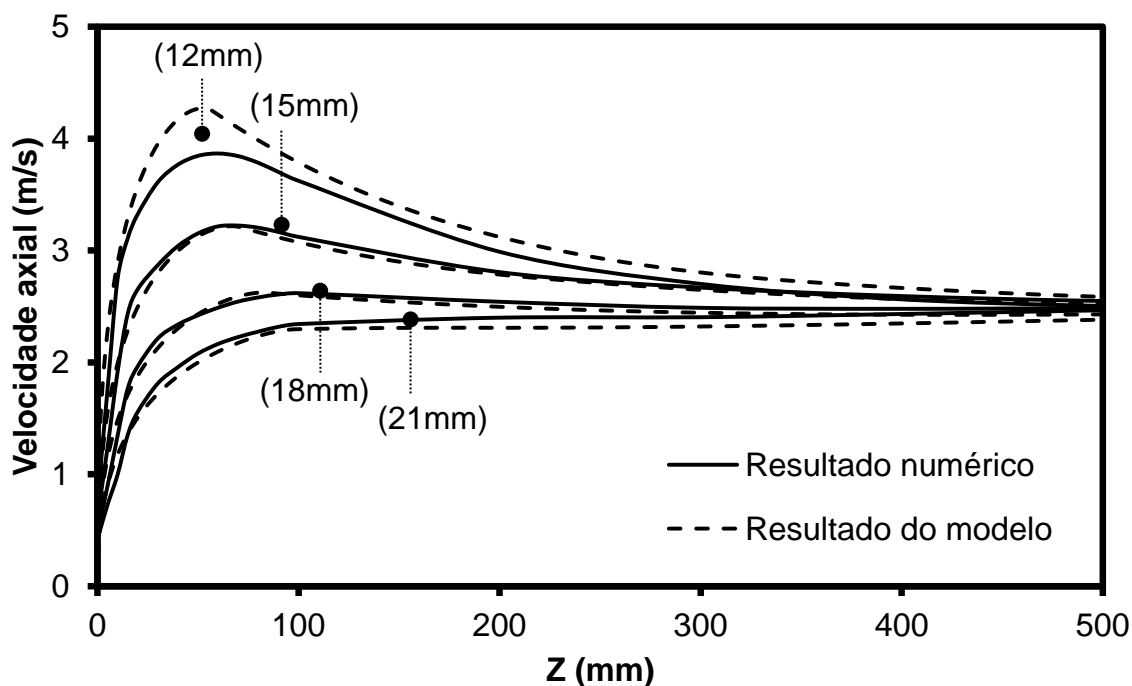


Figura 5-16. Resultados do modelo em função do diâmetro do bocal para a velocidade axial ao longo da linha de corrente média.

A Figura 5-16 mostra que quando o diâmetro do bocal é menor, o escoamento ganha maior velocidade axial perto da entrada. Isso acontece porque para diâmetros menores o escoamento ingressa com maior velocidade ao separador, o qual aumenta a força centrífuga sobre o escoamento e, portanto também aumentam as forças de espalhamento.

As curvas mostram que o modelo perde precisão perto da entrada quando o diâmetro do bocal é pequeno. Isso ocorre porque nessa condição a espessura crítica se comporta de forma diferente, onde a formulação apresentada para seu cálculo, Eq. (4.8), começa a fornecer informações cada vez com menor precisão para diâmetros menores à faixa estudada. O modelo calculará a espessura crítica e proporcionará resultados ótimos sempre que seja usado dentro dos limites estudados:  $0,085 \leq \phi_{bocal} / \phi_{câmara} \leq 0,148$ .

### 5.7.2.2. Velocidade tangencial

A Figura 5-17 mostra os resultados para a velocidade tangencial ao longo da linha de corrente média. Mostra-se o comportamento da velocidade tangencial para o valor mínimo e máximo dos bocais estudados: 12 e 21 mm.

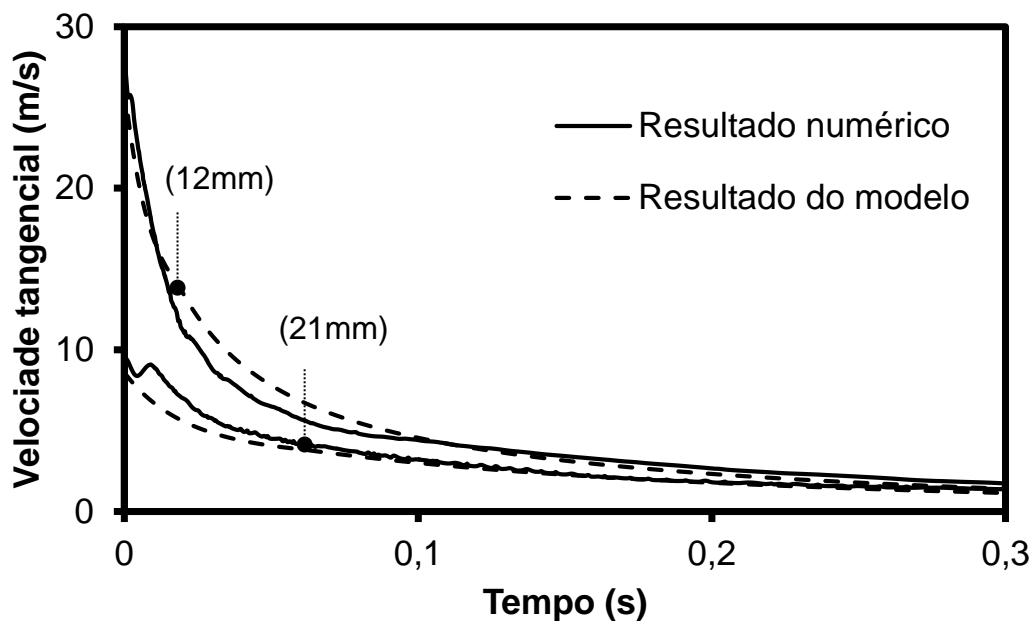


Figura 5-17. Resultados do modelo em função do diâmetro do bocal para a velocidade tangencial ao longo da linha de corrente média.

A Figura 5-17 mostra que o modelo calcula a velocidade tangencial com boa precisão para toda a faixa de bocais estudados. No modelo, a velocidade tangencial na entrada foi assumida igual à velocidade média do escoamento no bocal, e os resultados mostram que essa hipótese fornece resultados muito próximos aos resultados numéricos.

### 5.7.2.3. Ângulo de inclinação

A Figura 5-18 mostra os resultados para o ângulo de inclinação da linha de corrente média ao longo do separador. Mostra-se o comportamento do ângulo de

inclinação para o bocal menor e para o bocal maior da faixa estudada, 12 e 21 mm respectivamente.

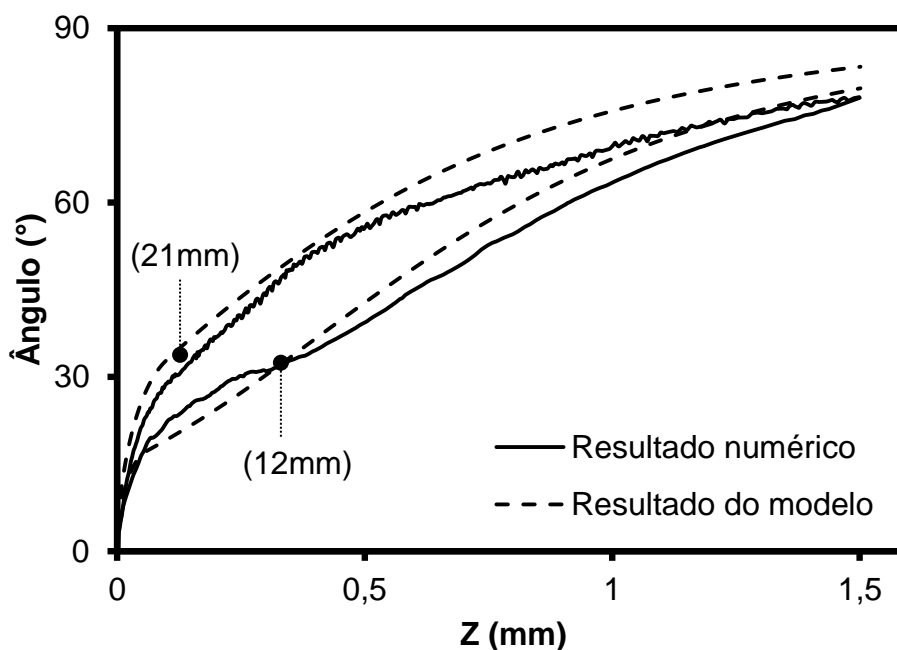


Figura 5-18. Resultados do modelo em função do diâmetro do bocal para o ângulo de inclinação da linha de corrente média.

A Figura 5-18 mostra que com um bocal de maior diâmetro, a inclinação do escoamento ao longo do separador tende com maior rapidez para o valor final de 90, isto é, perde o campo centrífugo num menor tempo porque ingressa com menor velocidade tangencial ao separador. Os resultados do modelo mostram que quando o diâmetro do bocal é maior, o erro no cálculo do ângulo de inclinação aumenta um pouco para regiões afastadas do bocal. Isso ocorre porque para maiores diâmetros do bocal, o escoamento ingressa com menor velocidade na câmara de expansão e seu movimento torna-se instável e difícil de calcular, onde os resultados numéricos mostram flutuações como se observa na Figura 5-18 para o bocal de 21mm.

#### 5.7.2.4. Espessura do filme

A Figura 5-19 mostra os resultados para a espessura do filme ao longo do separador. Mostra-se o comportamento da espessura para o bocal menor e para o



bocal maior da faixa estudada, os quais têm diâmetros de 12 e 21 mm respectivamente.

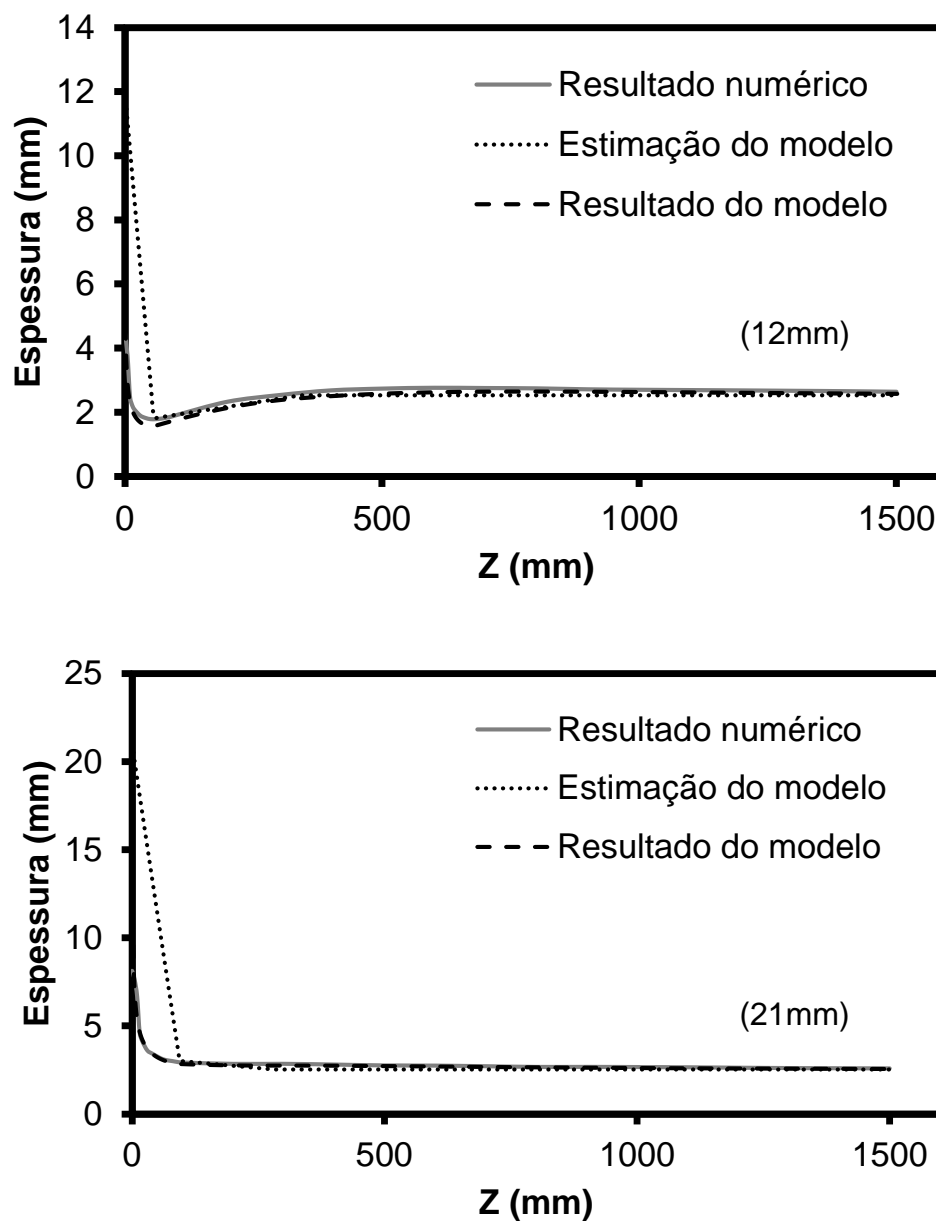


Figura 5-19. Resultados do modelo em função do diâmetro do bocal para a estimativa da espessura na linha de corrente média e para a espessura média do líquido na seção transversal.

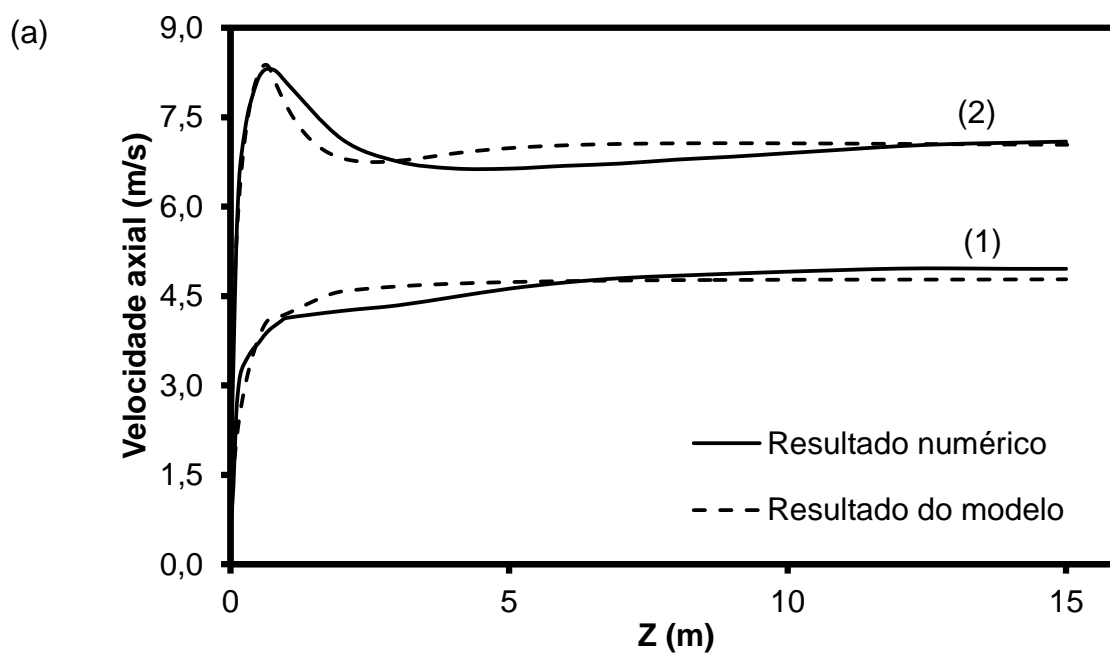
A Figura 5-19 mostra que o modelo fornece resultados ótimos para o cálculo da espessura do filme, onde a precisão do modelo não depende do diâmetro do bocal resolvido.

### 5.7.3 Resultados para separador em escala maior

Nesta seção serão analisados os resultados para um separador de dimensões maiores. A câmara de expansão tem 1420 mm de diâmetro e o bocal 150 mm de diâmetro. Os resultados são analisados em função do regime do escoamento. O regime laminar será avaliado para  $Re_{\delta f} = 500$ , o regime de transição para  $Re_{\delta f} = 1000$  e o regime turbulento para  $Re_{\delta f} = 10000$ . Os resultados correspondentes ao regime laminar, de transição e turbulento, serão respectivamente indicados nas figuras como (a), (b) e (c).

#### 5.7.3.1. Velocidade axial

A Figura 5-20 mostra resultados para a componente axial de velocidade ao longo da linha de corrente média. A vazão na entrada é avaliada para dois valores do número de Froude:  $Fr_{Qf}^2 = 0,05$  e  $Fr_{Qf}^2 = 0,5$ . Essas condições de vazão são respectivamente indicadas nas figuras que se seguem como (1) e (2). O eixo das abscissas corresponde à posição da linha de corrente desde o bocal de entrada ( $Z = 0$  m) até o fundo do separador ( $Z = 15$  m).



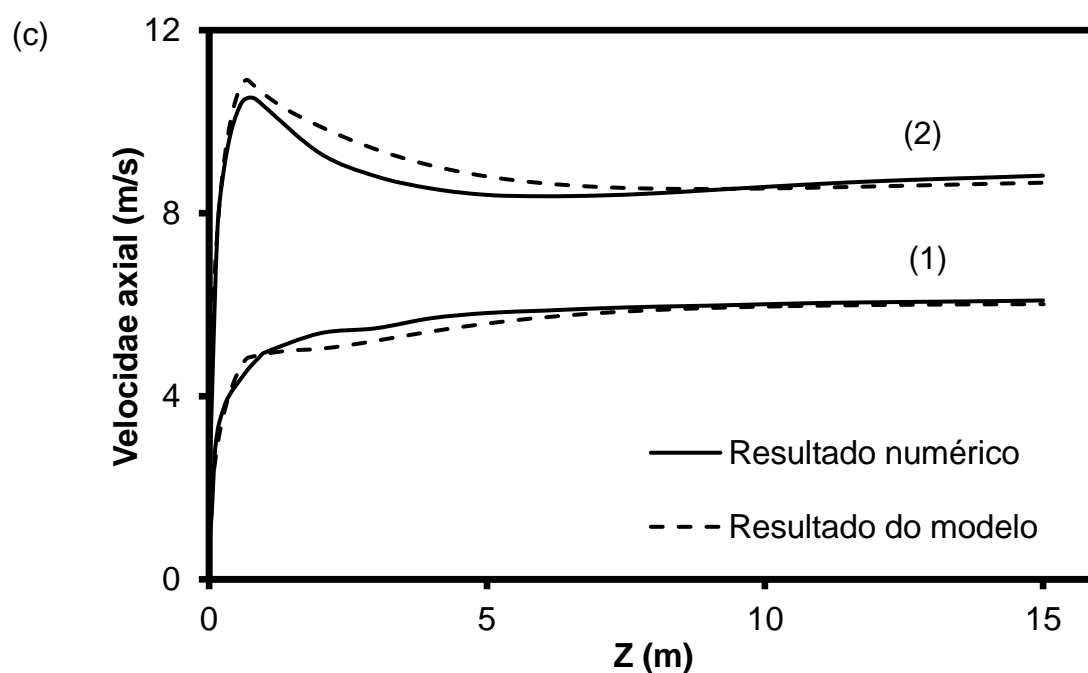
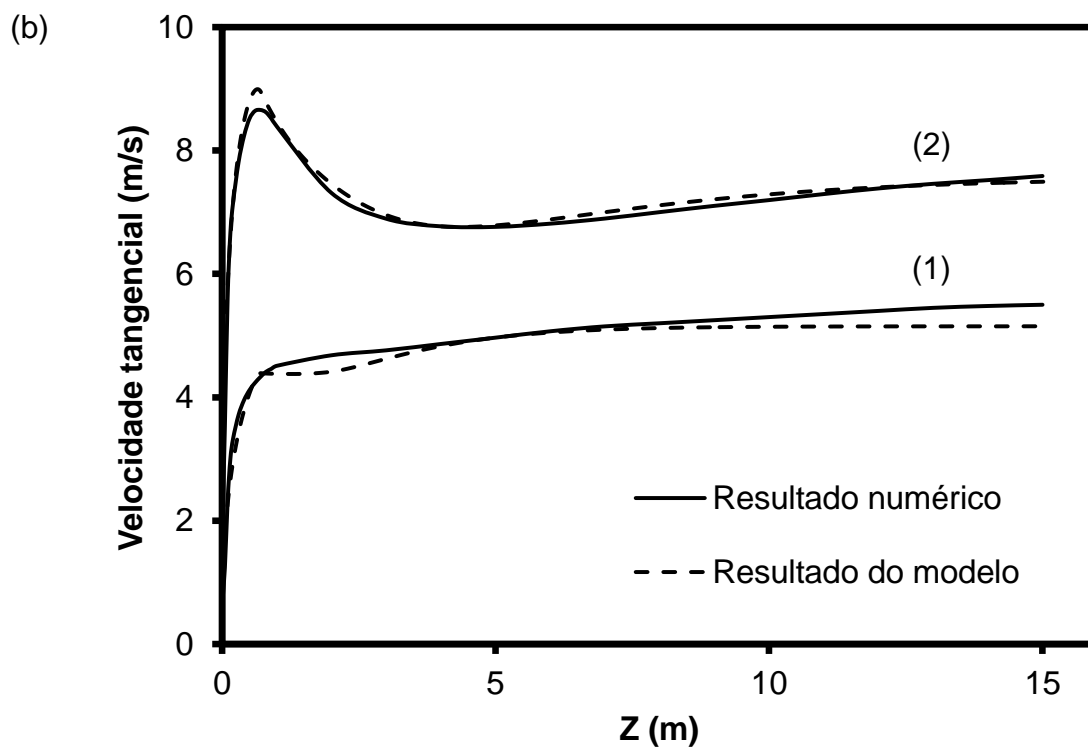


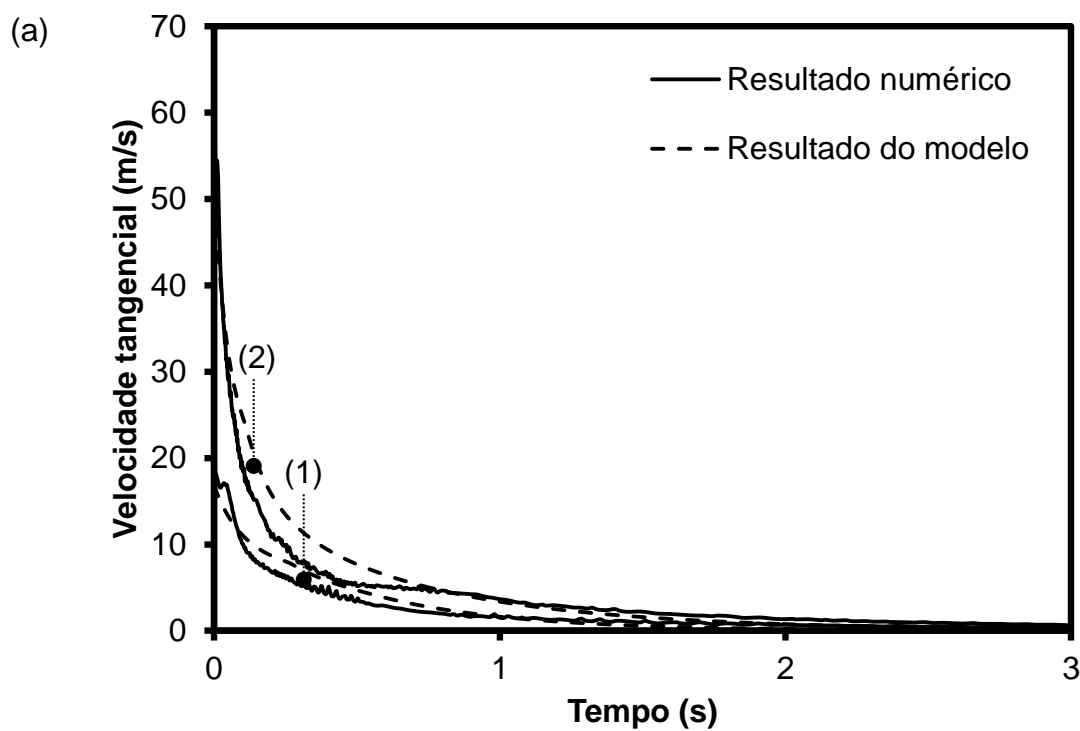
Figura 5-20. Resultados do modelo para a velocidade axial ao longo da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.

Os resultados mostram que a velocidade axial ao longo da linha de corrente média é resolvida com a mesma precisão no separador que possui dimensões 10

vezes maior à geometria estudada. Isso demonstra que a formulação do modelo desenvolvido é válida para separadores de dimensões maiores, sempre que a relação entre o diâmetro do bocal e o diâmetro da câmara fique dentro da faixa estudada:  $0,085 \leq \phi_{\text{bocal}} / \phi_{\text{câmara}} \leq 0,148$ .

### 5.7.3.2. Velocidade tangencial

A Figura 5-21 mostra comparações semelhantes, agora para a componente tangencial de velocidade. A vazão é avaliada para dois valores do número de Froude:  $Fr_{Qf}^2 = 0,05$  e  $Fr_{Qf}^2 = 0,5$ . Essas condições de vazão serão respectivamente indicadas nas figuras que se seguem como (1) e (2).



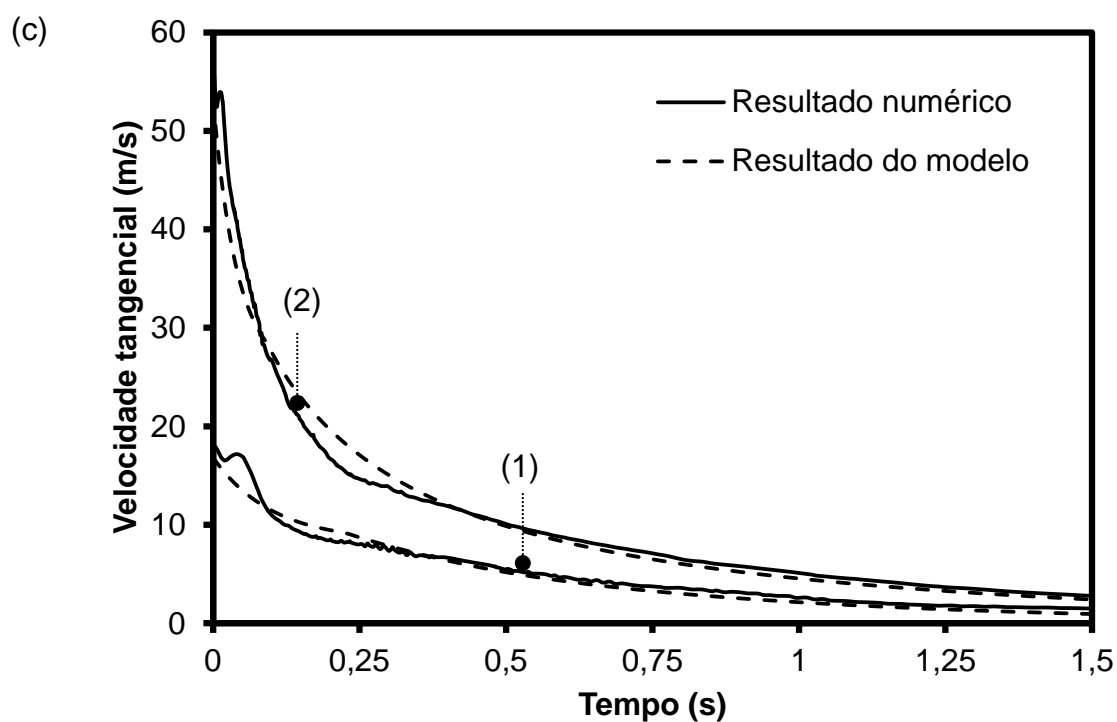
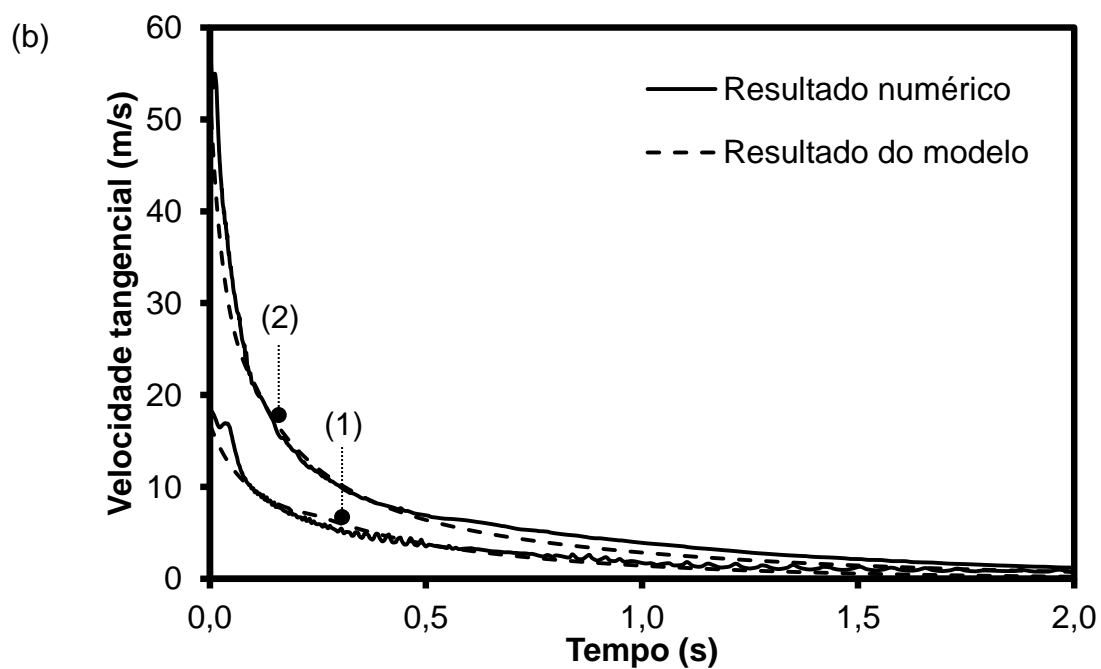


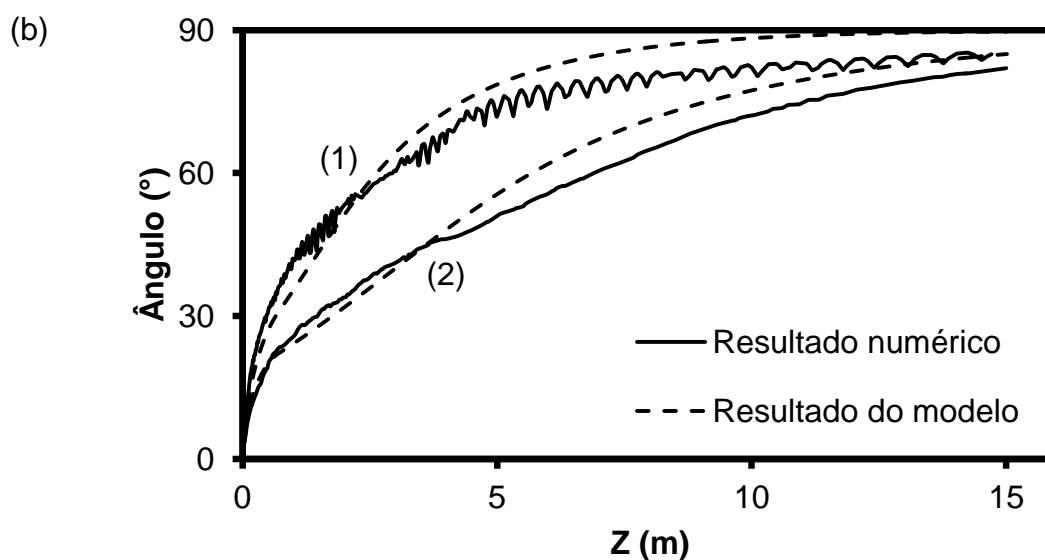
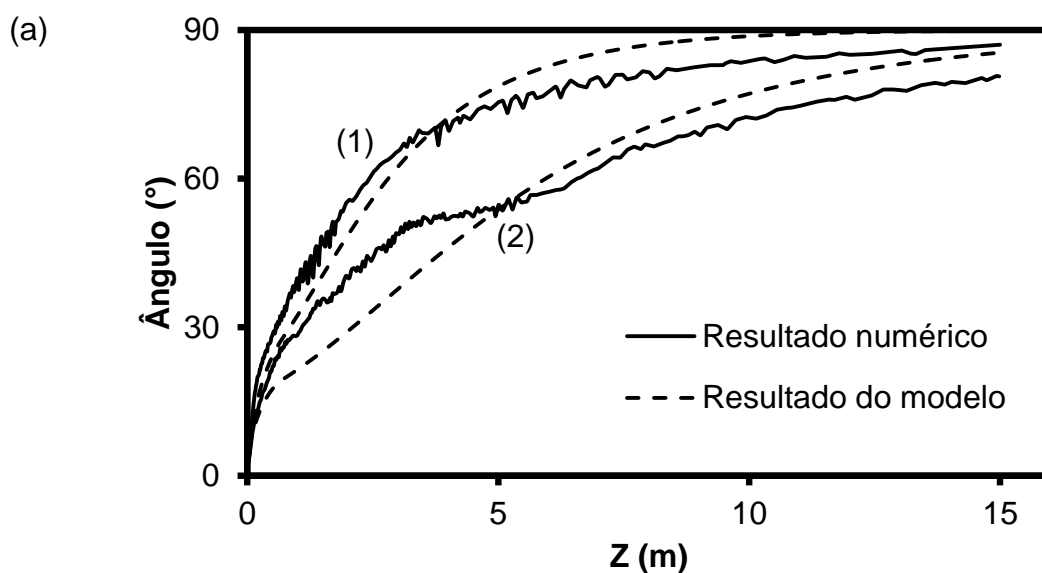
Figura 5-21. Resultados do modelo para a velocidade tangencial ao longo da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.

Os resultados mostram que a velocidade tangencial também é calculada com boa precisão no separador maior. A hipótese assumida no modelo para a velocidade

tangencial na entrada, mostra que fornece resultados muito próximos aos resultados numéricos na entrada.

### 5.7.3.3. Ângulo de inclinação

Os resultados obtidos para o ângulo da linha de corrente média são mostrados na Figura 5-22. A vazão na entrada é avaliada para dois valores do número de Froude:  $Fr_{Qf}^2 = 0,05$  e  $Fr_{Qf}^2 = 0,5$ . Essas condições de vazão serão respectivamente indicadas nas figuras que se seguem como (1) e (2).



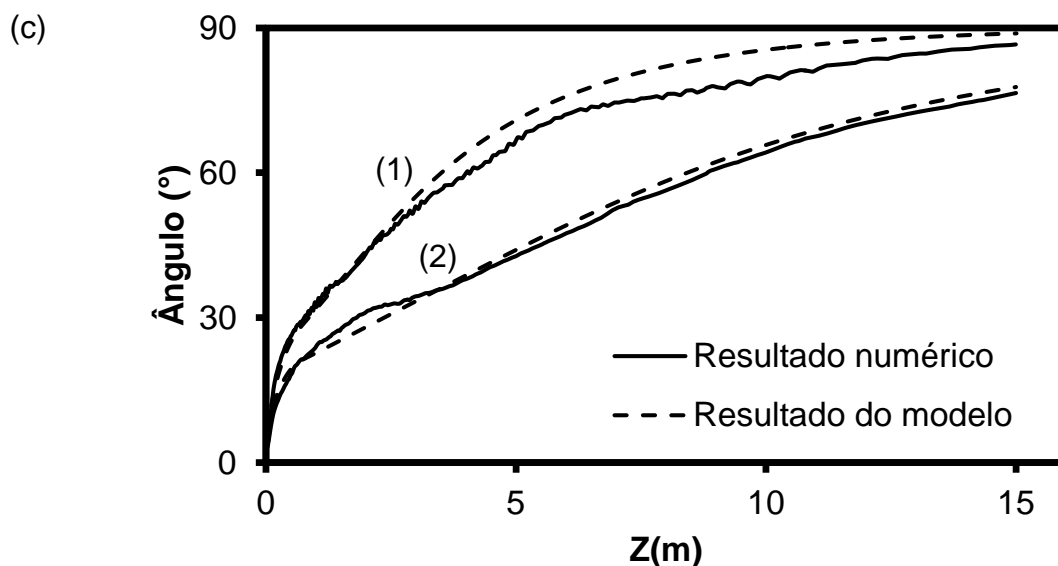


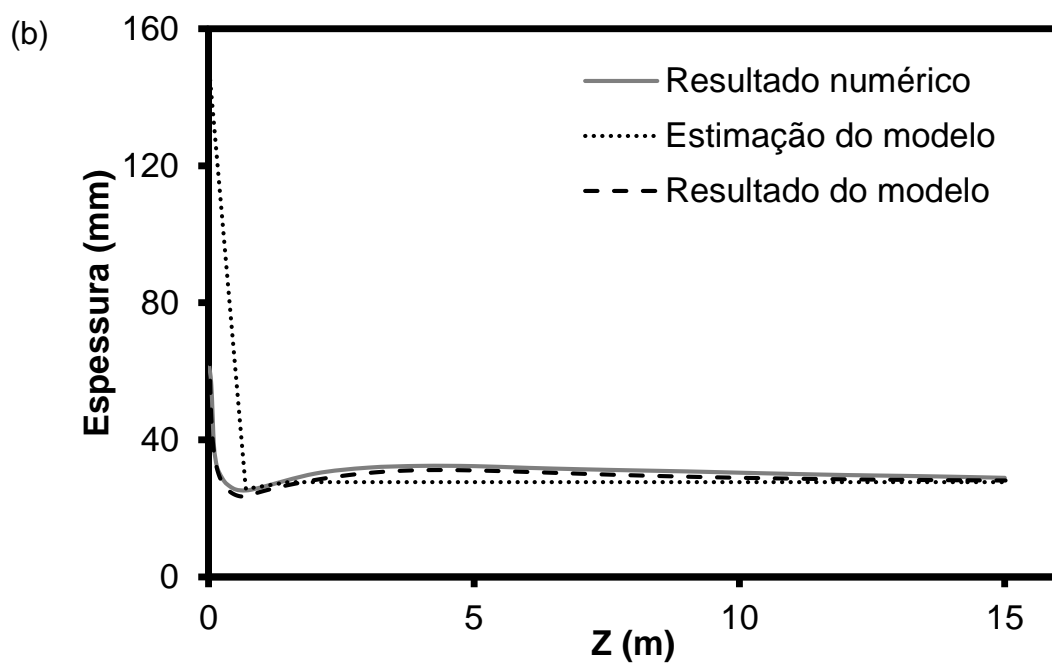
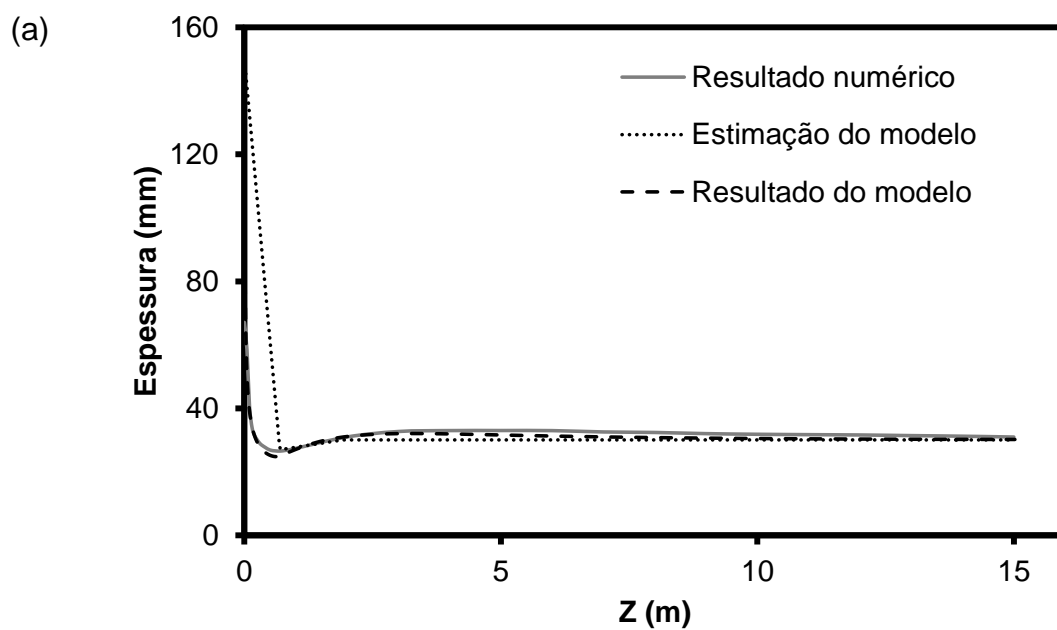
Figura 5-22. Resultados do modelo para o ângulo de inclinação da linha de corrente média. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.

A Figura 5-22 mostra que os resultados do modelo acompanham de forma aproximada a tendência dos resultados numéricos. Os maiores erros cometidos pelo modelo são identificados para baixas vazões em todos os regimes.

#### 5.7.3.4. Espessura do filme

Os resultados obtidos para a espessura do filme são mostrados na Figura 5-23. A vazão na entrada é avaliada para  $Fr_{Qf}^2 = 0,5$  em todos os regimes do escoamento.

A Figura 5-23 mostra que a espessura também é calculada com pouco erro em relação aos resultados numéricos. A vazão é avaliada para um único valor do número de Froude,  $Fr_{Qf}^2 = 0,5$ , porque os resultados do modelo apresentam o mesmo comportamento que já foi discutido anteriormente na Figura 5-15.





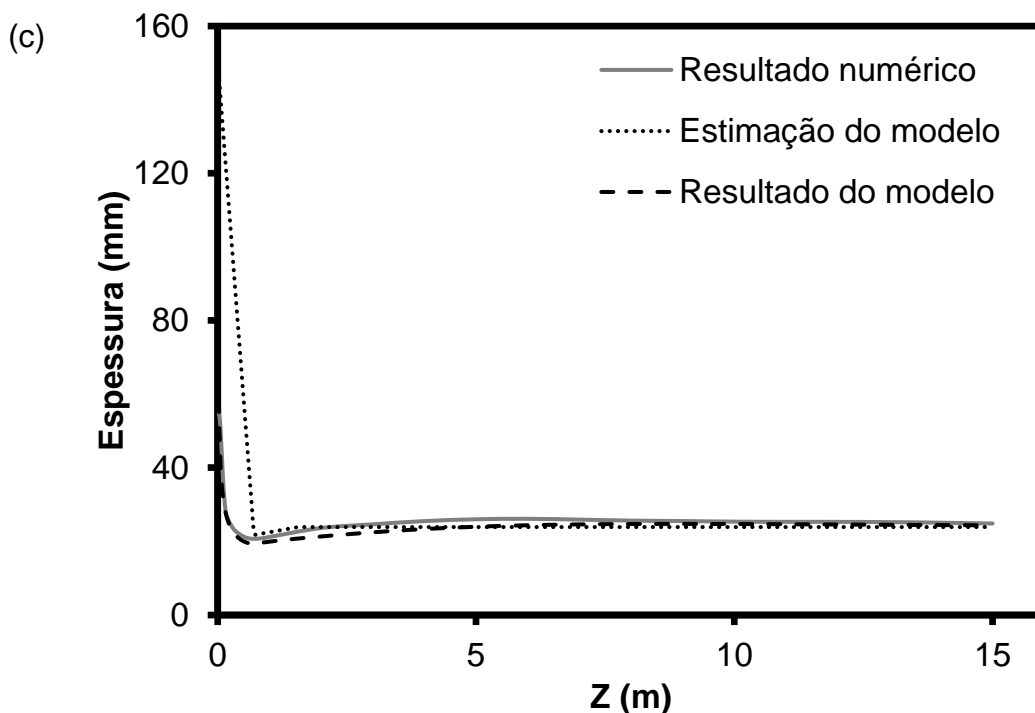


Figura 5-23. Resultados do modelo para a estimativa da espessura na linha de corrente média e resultados do modelo para a espessura média do líquido na seção transversal. Gráficos correspondentes aos regimes (a) laminar, (b) transição e (c) turbulento.

No presente capítulo foi desenvolvido um modelo para o cálculo das componentes da velocidade e a espessura do escoamento na câmara de expansão de um separador ciclônico. Essas variáveis são calculadas ao longo da linha de corrente média do escoamento, a qual é uma linha que representa em termos médios a complexa dinâmica do escoamento dentro do separador.

Os resultados do modelo proposto neste capítulo foram comparados com resultados de simulações numéricas realizadas com o programa comercial ANSYS-CFX e foi demonstrado que o modelo é uma ferramenta confiável para o cálculo de uma ampla faixa de condições de operação e para diferentes dimensões do separador.

Portanto, dentro dos limites estudados ( $500 < Re_{sf} < 10000$ ,  $0,05 < Fr_{Qf}^2 < 1,75$  e  $0,085 < \phi_{bocal} / \phi_{câmara} < 0,148$ ), o modelo permite obter resultados com alta precisão e fornece informações para o melhor entendimento da dinâmica da fase líquida no separador sem precisar de elevados custos computacionais.

O modelo para a fase líquida apresentado no capítulo também permite estudar o comportamento da fase gasosa dentro do meio líquido fazendo análises da trajetória de bolhas e a separação das fases. No próximo capítulo será apresentado esse estudo.

## 6 MODELAGEM ALGÉBRICA PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO

Neste capítulo, é apresentado um estudo da dinâmica do escoamento bifásico líquido-gás dentro do separador ciclônico. As forças que atuam sobre as bolhas serão analisadas para calcular suas trajetórias ao longo da câmara de expansão. O instante e a localização da separação entre a bolha e o filme de líquido serão calculados. Os resultados forneceram informações importantes para o dimensionamento e a estimação de eficiência do separador.

### 6.1 Análise da trajetória de bolha

Para analisar a trajetória de uma bolha através de um meio contínuo que compõe o filme de líquido, utiliza-se uma abordagem lagrangeana. Ela é usada para localizar o ponto onde ocorre a separação da bolha para fora da fase líquida contínua. Com essa informação, pode-se estimar o mínimo comprimento necessário da câmara de expansão que permita a separação das fases.

As bolhas que ingressam no separador podem seguir qualquer linha de corrente, entretanto assume-se neste trabalho que a linha de corrente média do líquido é também a trajetória média seguida pelas bolhas. Uma representação do filme líquido nessa trajetória média é mostrada esquematicamente na Figura 6-1.

Na Figura 6-1, é indicado um sistema de coordenadas  $(l, r)$ , onde  $l$  é tangente à linha de corrente média e  $r$  se situa sobre o filme e aponta na direção radial. A partir dessas coordenadas, é possível reduzir o problema tridimensional para um caso bidimensional, como mostra a Figura 6-2.

Nessa simplificação bidimensional, a velocidade e a espessura do líquido, além de variar em função das condições de funcionamento do separador definidas por  $Re_{\delta f}$ ,  $Fr_{Qf}^2$  e  $\phi_{bocal}/\phi_{câmara}$ , também variam para cada posição nos eixos  $l$  e  $r$ . Essas informações são fornecidas pelo modelo para escoamento monofásico apresentado neste trabalho. Portanto, o estudo da trajetória de bolhas é desenvolvido a partir do escoamento de líquido já resolvido. A dinâmica da bolha dentro do escoamento líquido depende de seu diâmetro,  $\phi_b$ , e das forças que atuam sobre ela.

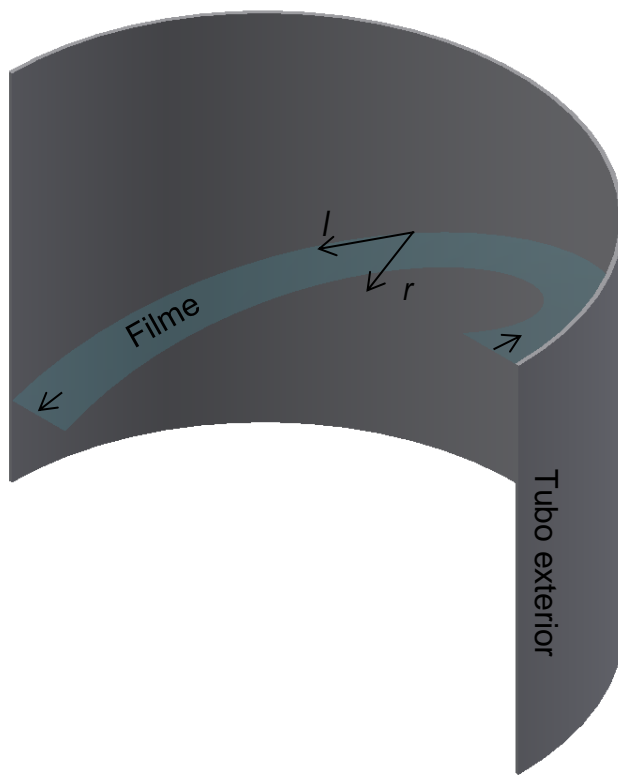


Figura 6-1. Esquema do filme líquido na linha de corrente média.

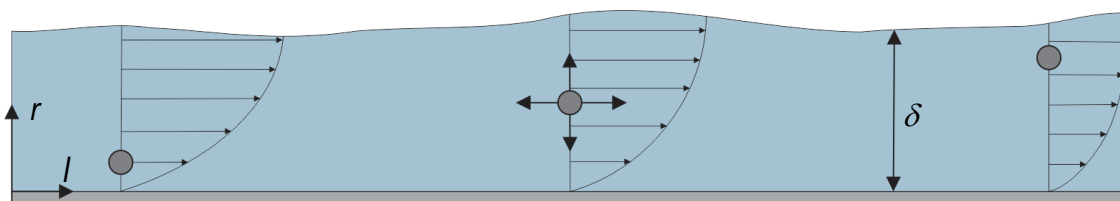


Figura 6-2. Análise bidimensional da trajetória de uma bolha em um filme de líquido ao longo da linha de corrente média.

## 6.2 Forças que atuam sobre uma bolha

As forças que atuam sobre a bolha são a força de arrasto,  $F_D$ , a força de empuxo,  $F_E$ , e a força centrífuga,  $F_C$ . Essas forças serão decompostas nas direções  $l$  e  $r$ , como descrito a seguir.

## 6.2.1 Força de empuxo

A força de empuxo sobre a bolha acontece devido à sua diferença de densidade em relação ao meio líquido. No separador, duas forças de empuxo são geradas separadamente pelo campo gravitacional e pelo campo centrífugo.

### 6.2.1.1 Força de empuxo devido à gravidade

A força de empuxo devido à gravidade,  $F_{EG}$ , atua na direção axial da câmara e pode ser descomposta nas direções normal e tangencial à linha de corrente média,  $F_{EGn}$  e  $F_{EGt}$ , respectivamente, como mostrado na Figura 6-3.

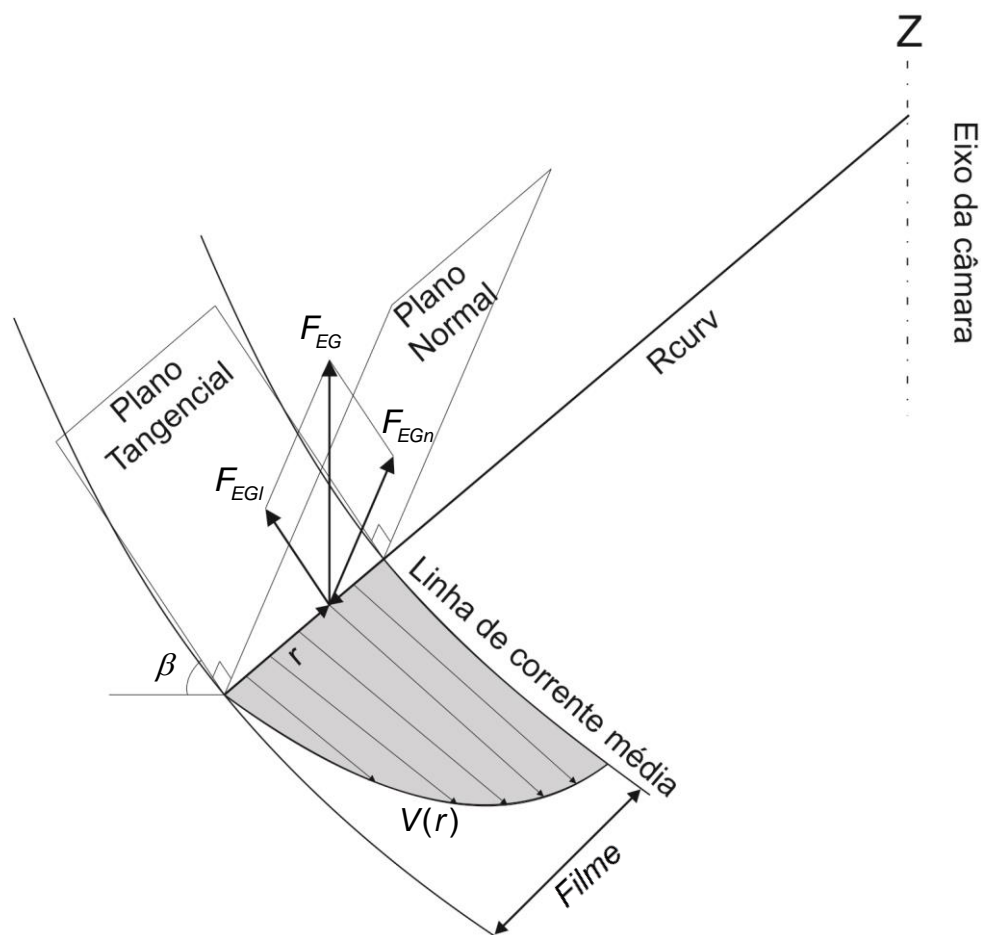


Figura 6-3. Força de empuxo devido à gravidade.

Das duas componentes, a normal,  $F_{EGn}$ , não é considerada em função de uma hipótese de que a bolha não pode se desviar da trajetória da linha de corrente

média. Em outras palavras, assume-se que essa força seja equilibrada por forças do mesmo escoamento que mantêm a bolha dentro da linha de corrente média.

A componente tangencial,  $F_{EGl}$ , é calculada em função do ângulo da linha de corrente,  $\beta$ :

$$F_{EGl} = (F_{EG}) \text{sen}(\beta) = (\rho_L g \text{Vol}_b) \text{sen}(\beta) \quad (6.1)$$

$$\text{Vol}_b = \frac{\pi}{6} \phi_b^3 \quad (6.2)$$

onde  $\phi_b$  e  $\text{Vol}_b$  são o diâmetro e o volume da bolha, respectivamente.

### 6.2.1.2 Força de empuxo devido ao campo centrífugo

A Figura 6-4 mostra esquematicamente a direção e sentido da força de empuxo devido ao campo centrífugo,  $F_{EC}$ .

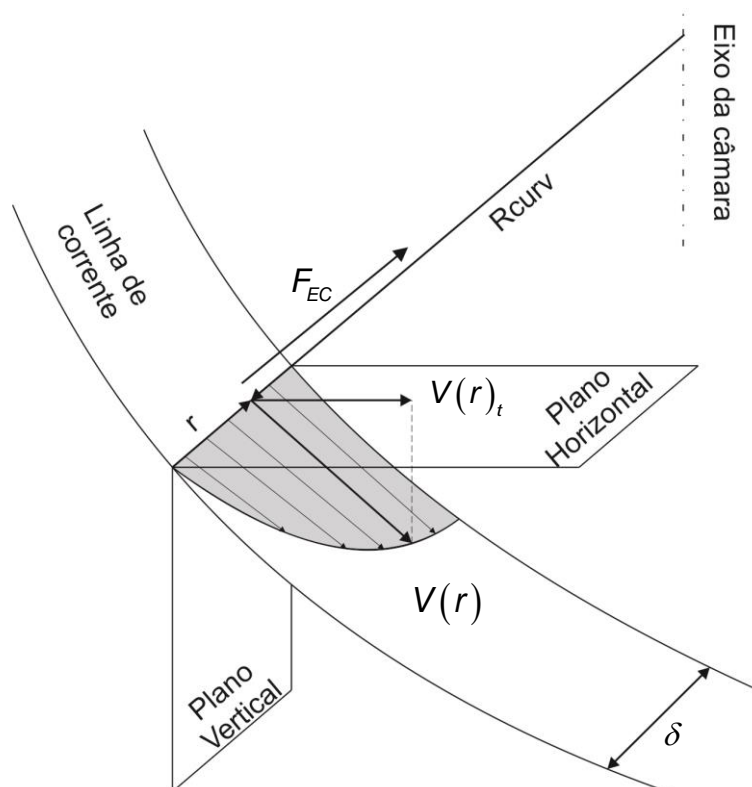


Figura 6-4. Velocidade tangencial do escoamento em função da posição no filme.

A Figura 6-4 mostra que a força de empuxo devido ao campo centrífugo atua na direção radial da câmara de expansão. Essa força depende da aceleração centrífuga do escoamento. A aceleração centrífuga é calculada como sendo  $V(r)_t^2 / R_{curv}$ , onde  $V(r)$  é o perfil de velocidade do escoamento,  $V(r)_t$  é o perfil de velocidade projetado no plano horizontal e  $R_{curv}$  é o raio de curvatura.

A velocidade do escoamento projetado no plano horizontal,  $V(r)_t$ , depende da posição  $r$  no filme e do ângulo de inclinação da linha de corrente:

$$V(r)_t = V(r) \cos(\beta) \quad (6.3)$$

O perfil de velocidade do filme líquido,  $V(r)$ , depende do regime do escoamento. No regime laminar, uma hipótese razoável para o perfil de velocidade é um polinômio de segundo grau (Fox et al., 2003), obtendo-se a Eq. (6.4). No regime de transição é assumido também um polinômio de segundo grau para o perfil de velocidade. No regime turbulento, um perfil de velocidade aceitável para camada limite sobre placa plana lisa é o perfil empírico de lei de potência, um expoente de  $1/7$  é tipicamente usado para modelar o perfil de velocidade turbulento (Fox et al., 2003), resultando na Eq. (6.5).

Perfil de velocidade no regime laminar e transição:

$$V(r) = 3V\left(\frac{r}{\delta}\right) - \frac{3}{2}V\left(\frac{r}{\delta}\right)^2 \quad (6.4)$$

Perfil de velocidade no regime turbulento:

$$V(r) = \frac{8}{7}V\left(\frac{r}{\delta}\right)^{1/7} \quad (6.5)$$

Assim, o empuxo sobre a bolha devido à aceleração centrífuga é calculado por:

$$F_{EC} = \rho_L Vol_b \left( \frac{V(r)_t^2}{R_{curv}} \right) = \rho_L Vol_b \frac{(V(r) \cos \beta)^2}{(R_{câmara} - r)} \quad (6.6)$$

### 6.2.2 Força centrífuga

A força centrífuga aparece devido ao efeito da aceleração centrífuga sobre a massa da bolha. A força centrífuga tem direção radial com sentido para a parede da câmara. Sua expressão é similar à força de empuxo produzida pelo campo centrífugo e tem um valor desprezível comparado com ela:

$$F_C = \rho_G Vol_b \frac{(V(r) \cos \beta)^2}{(R_{câmara} - r)} \quad (6.7)$$

### 6.2.3 Força de arrasto

A força de arrasto sobre a bolha aparece devido à diferença de velocidade entre a bolha e o líquido. A força de arrasto será analisada nas direções  $l$  e  $r$  separadamente, sendo aqui denominadas  $F_{Dl}$  e  $F_{Dr}$ , respectivamente, como se mostra na Figura 6-5.

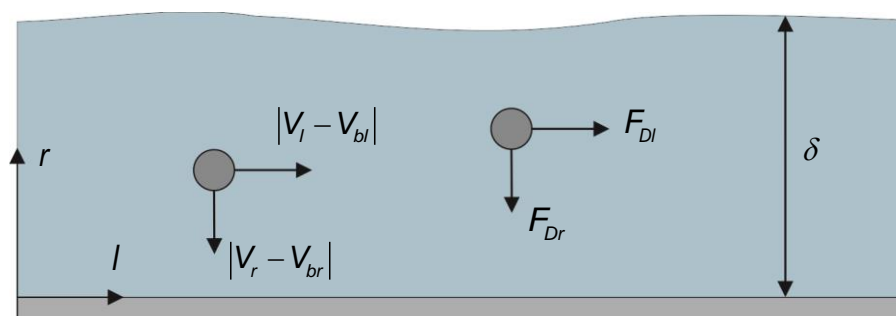


Figura 6-5. Forças de arrasto sobre a bolha.



As componentes da força de arrasto são calculadas por:

$$F_{Dl} = \frac{1}{2} C_{Dl} \rho_L (V_l^2 - V_{bl}^2) A_b \quad (6.8)$$

$$F_{Dr} = \frac{1}{2} C_{Dr} \rho_L (V_r^2 - V_{br}^2) A_b \quad (6.9)$$

$$A_b = \frac{\pi \phi_b^2}{4} \quad (6.10)$$

onde  $C_{Dl}$  e  $C_{Dr}$  são os coeficientes de arrasto nas direções  $l$  e  $r$ ,  $V_l$  e  $V_r$  são as velocidades do líquido em  $l$  e  $r$ , sendo que a  $V_r$  é desprezada,  $V_{bl}$  e  $V_{br}$  são as velocidades da bolha em  $l$  e  $r$ , e  $A_b$  é a área projetada da bolha na direção do arrasto.

### 6.2.3.1. Coeficiente de arrasto

O coeficiente de arrasto depende do número de Reynolds sobre a partícula,  $Re_b$ . No caso de partículas fluidas como as bolhas, o coeficiente de arrasto também depende da deformação que elas experimentam.

Para baixos números de Reynolds (regime viscoso), as bolhas se comportam como esferas sólidas, portanto pode ser usado o coeficiente de arrasto para partículas sólidas (Schiller e Naumann, 1933):

$$C_D(\text{esfera}) = \frac{24}{Re_b} (1 + 0.15 Re_b^{0.687}) \quad (6.11)$$

$$Re_b = \frac{\rho_L (V_L - V_b) \phi_b}{\mu_L} \quad (6.12)$$

Para maiores números de Reynolds, as bolhas se deformam e a tensão superficial,  $\sigma$ , se torna importante. Com o aumento do número de Reynolds, a

bolha ganha forma elipsoidal e, eventualmente, evolui para uma forma de calota esférica. Nesses regimes onde a bolha é deformada, o coeficiente de arrasto é aproximadamente constante e não depende do número de Reynolds, mas depende da forma da bolha. Essa influência pode ser avaliada em função de um número adimensional conhecido como número Eötvös, que mede a relação entre a força gravitacional e a tensão superficial:

$$Eo = \frac{g(\rho_L - \rho_b)\varphi_b^2}{\sigma} \quad (6.13)$$

A Eq. (6.14) pode ser usada para cálculo do coeficiente de arrasto de bolhas com a forma de elipse (Ishii e Zuber, 1979).

$$C_D(\text{elipse}) = \frac{2}{3} Eo^{1/2} \quad (6.14)$$

Com o aumento do número de Reynolds, as bolhas atingem a forma de calota esférica, e nesse caso o coeficiente de arrasto pode ser bem aproximado pela seguinte equação (ANSYS, 2010):

$$C_D(\text{calota}) = \frac{8}{3} \quad (6.15)$$

Alternativamente, o coeficiente de arrasto a usar pode ser identificado de forma automática mediante a seguinte equação (ANSYS, 2010):

$$C_D = \max\left[C_D(\text{esfera}), \min\left[C_D(\text{elipse}), C_D(\text{calota})\right]\right] \quad (6.16)$$

A Figura 6-6 mostra graficamente o comportamento do coeficiente de arrasto assumindo-se as diferentes correlações propostas:

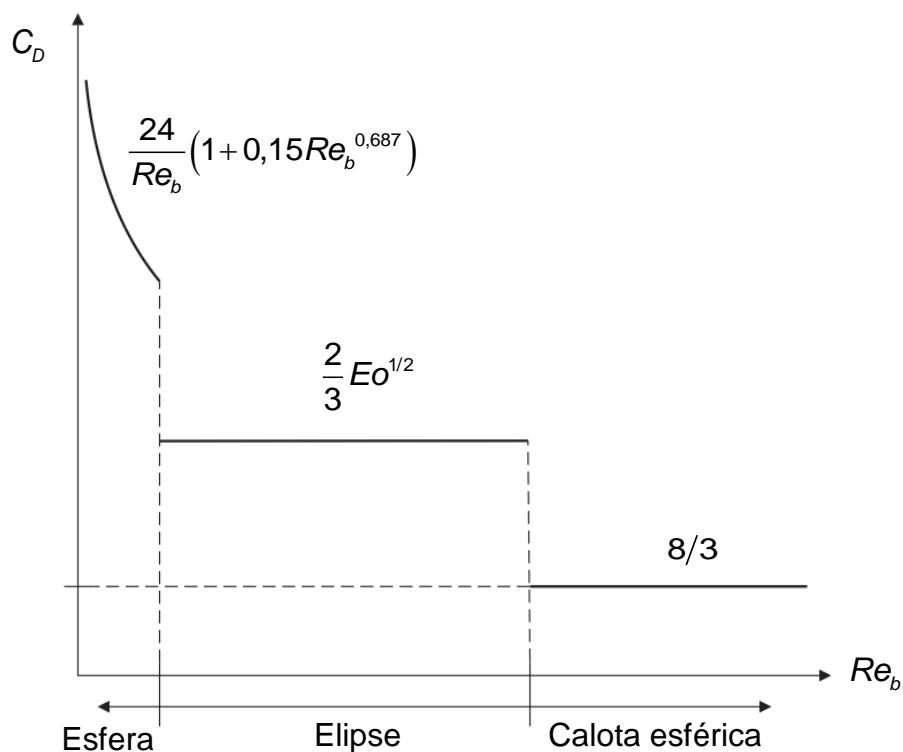


Figura 6-6. Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds sobre a partícula.

#### 6.2.4 Forças adicionais

Sobre a bolha, atuam também diversas forças devido às características do escoamento, como a turbulência e o perfil de velocidade. Essas forças são explicadas a seguir.

- a) Força de sustentação: refere-se à força induzida sobre uma fase dispersa na presença de uma diferença de velocidades na fase contínua, portanto é induzida pelo perfil de velocidade da fase contínua. No caso do separador, onde o escoamento é descendente, as bolhas têm menor velocidade de translação com respeito ao líquido devido à gravidade, gerando uma força de sustentação sobre a bolha em direção à interface que ajuda na separação.
- b) Força de lubrificação na parede: atua somente em regiões muito próximas a superfícies sólidas e tende a empurrar a fase dispersa para fora da parede. O

mecanismo que gera essa força é semelhante ao que produz a força de sustentação, salvo que, muito próximo a superfícies sólidas, as velocidades do escoamento são tão baixas (devido à condição de não deslizamento) que praticamente não há movimento relativo entre as fases gasosa e líquida. Nesse caso, os fortes gradientes de velocidade que ocorrem próximo à parede fazem com que, considerando-se que nesse caso não há movimento relativo da fase gasosa sobre a fase líquida, a pressão sobre a bolha do lado adjacente à superfície sólida seja elevada significativamente, gerando uma força que expulsa as bolhas do contato com a parede.

- c) Força de massa virtual: a força de massa virtual é proporcional à aceleração relativa entre as fases e à densidade da fase contínua. Essa força tem maior influência quando a densidade da fase dispersa é muito menor do que a densidade de fase contínua. Além disso, só é significativa na presença de grandes acelerações, por exemplo, em escoamentos transientes.
- d) Força de dispersão turbulenta: essa força gera a dispersão de regiões com alta concentração de partículas devido às flutuações turbulentas presentes no escoamento. Isso é causado pela ação de vórtices turbulentos que movem as bolhas das regiões de alta para as de baixa concentração.

Embora todas elas influenciem – cada qual em certo grau – na dinâmica da bolha em um meio líquido, elas não serão usadas neste trabalho porque não foram encontradas modelagens para elas para escoamento de filme de líquido com superfície livre. Os modelos existentes para essas forças são normalmente desenvolvidos para escoamento em colunas, tubos e outros tipos de escoamentos internos, sendo que a sua inclusão na presente modelagem poderia levar a resultados pouco confiáveis.

### 6.2.5 Balanço de forças

A Figura 6-7 mostra o resumo, dentre as forças consideradas, que atuam sobre a bolha: as forças de arrasto nas direções  $l$  e  $r$ ,  $F_{Dl}$  e  $F_{Dr}$ , a força de empuxo

devido à força centrífuga,  $F_{EC}$ , a força de empuxo na direção  $l$  devido à gravidade,  $F_{EGl}$ , e a força centrífuga,  $F_C$ .

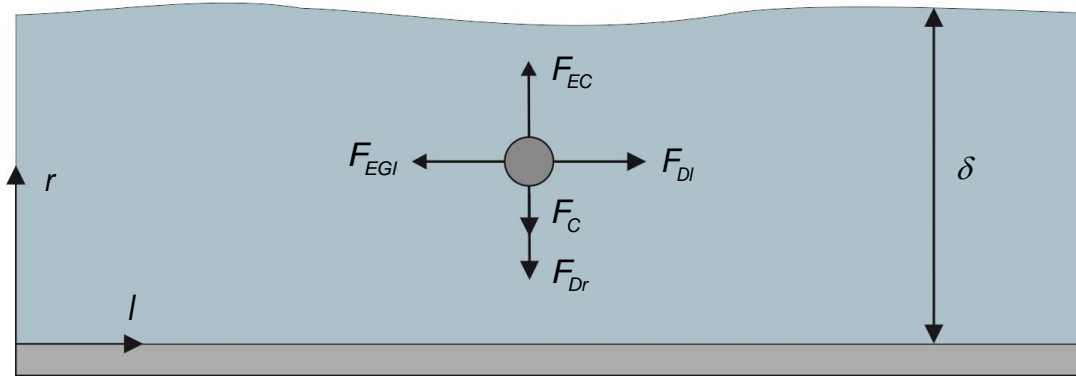


Figura 6-7. Balanço de forças numa bolha.

Aplicando-se a Segunda Lei de Newton nas direções  $l$  e  $r$ :

$$m_b \frac{d(V_{bl})}{dt} = F_{Dl} - F_{EGl} \quad (6.17)$$

$$m_b \frac{d(V_{br})}{dt} = F_{EC} - F_C - F_{Dr} \quad (6.18)$$

As equações (6.17) e (6.18) representam o balanço da quantidade de movimento da bolha. No presente trabalho, faz-se uma simplificação na análise das forças na direção  $l$ , para a qual se assume que a força de arrasto é tal que a bolha se move com a mesma velocidade do líquido nessa direção. Portanto, se torna necessário resolver somente o movimento da bolha na direção  $r$ , cuja formulação é expressa pela Eq. (6.18):

$$m_b \frac{dV_{br}}{dt} = \frac{\pi}{6} \phi_b^3 \frac{(V(r) \cos \beta)^2}{R_{câmara} - r} (\rho_L - \rho_G) - \frac{1}{2} C_D \rho_L (V_{br})^2 \left( \frac{\pi \phi_b^2}{4} \right) \quad (6.19)$$

No movimento radial da bolha, pode-se assumir um equilíbrio local de forças sobre a bolha e, por isso, o termo da aceleração pode ser desprezado (Mantilla, 1998). Dessa forma, a Eq. (6.19) fica:

$$0 = \frac{\pi}{6} \phi_b^3 \frac{(V(r) \cos \beta)^2}{R_{câmara} - r} (\rho_L - \rho_G) - \frac{1}{2} C_D \rho_L (V_{br})^2 \left( \frac{\pi \phi_b^2}{4} \right) \quad (6.20)$$

Resolvendo para a velocidade radial da bolha,  $V_{br}$ :

$$V_{br} = \left[ \frac{4}{3} \frac{\phi_b}{(R_{câmara} - r)} (V(r) \cos \beta)^2 \left( \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_L} \right) \frac{1}{C_D} \right]^{1/2} \quad (6.21)$$

A Eq. (6.21) permite calcular a velocidade instantânea da bolha em função da velocidade do escoamento e a posição da bolha no filme. Os resultados dessa formulação são apresentados na próxima seção.

### 6.3 Resultados da trajetória de bolhas

Os resultados da formulação apresentada neste capítulo permitem calcular a posição da bolha no filme líquido. A bolha se move radialmente para a superfície livre, onde a separação líquido-bolha pode ser identificada quando a posição radial da bolha supera a espessura do filme.

A formulação que foi apresentada neste capítulo será usada para o seguimento de bolhas num separador de dimensões reais (Petrobras, 2012), o qual tem  $\phi_{bocal} = 0,0762m$  e  $\phi_{câmara} = 0,762m$ .

A Figura 6-8 mostra, para um caso particular de  $Re_{\delta f}$  e  $Fr_{Qf}^2$ , a solução da trajetória de três bolhas que partem de diferentes posições do bocal.

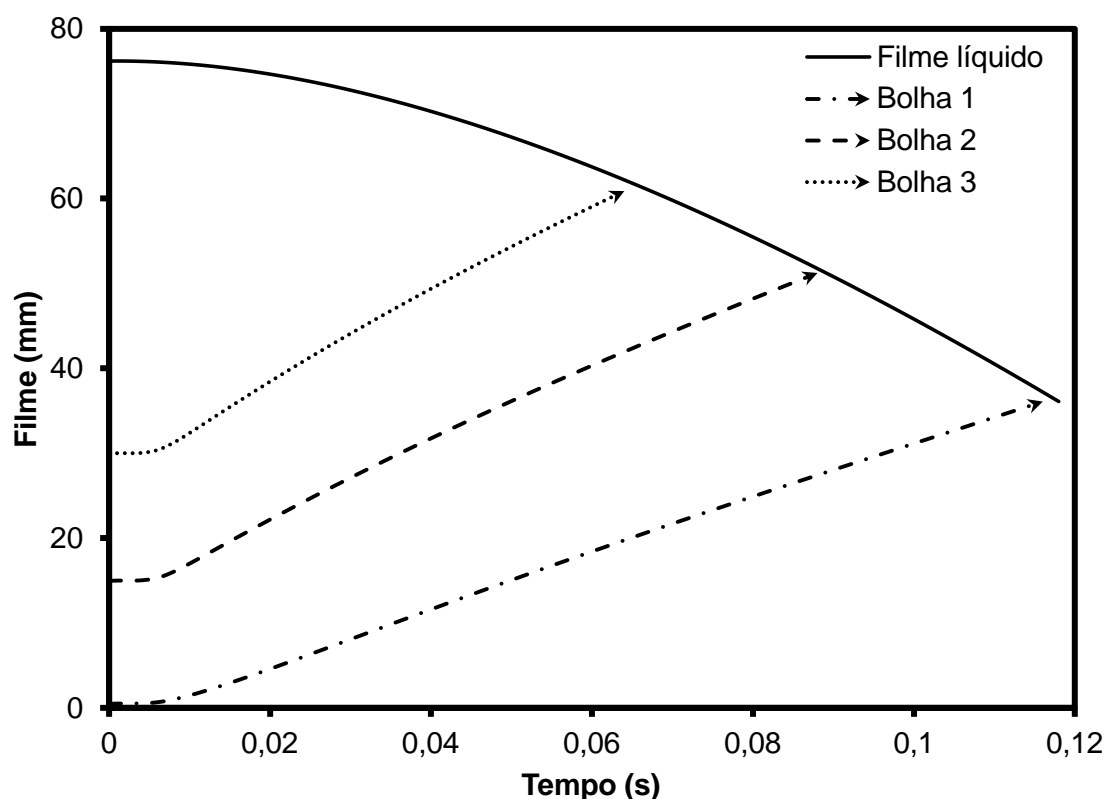


Figura 6-8. Trajetória de três bolhas no filme líquido ( $Re_{\delta f} = 2000$ ,  $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ ,  $\phi_{câmara} = 0,762$  m,  $\phi_{bocal} = 0,0762$  m e  $\phi_{bolha} = 1$  mm).

Os resultados mostram que o tempo necessário para a separação depende da posição inicial da bolha no filme. Isto é, quanto mais perto da parede, mais tempo a bolha necessita para ser separada. Portanto, a análise da separação será realizada para as bolhas com posição inicial próxima à parede por precisar de um tempo de separação maior.

### 6.3.1 Velocidade radial da bolha ( $V_{br}$ )

Devido à força centrífuga, as bolhas se movem radialmente para a interface. Nesse movimento, a velocidade da bolha varia dependendo da posição. A Figura 6-9 mostra a velocidade da bolha em função de sua posição radial no filme. Pode-se observar que quando a viscosidade do líquido é baixa (maior número de Reynolds),

a bolha obtém maior velocidade radial, portanto a separação ocorrerá com maior rapidez.

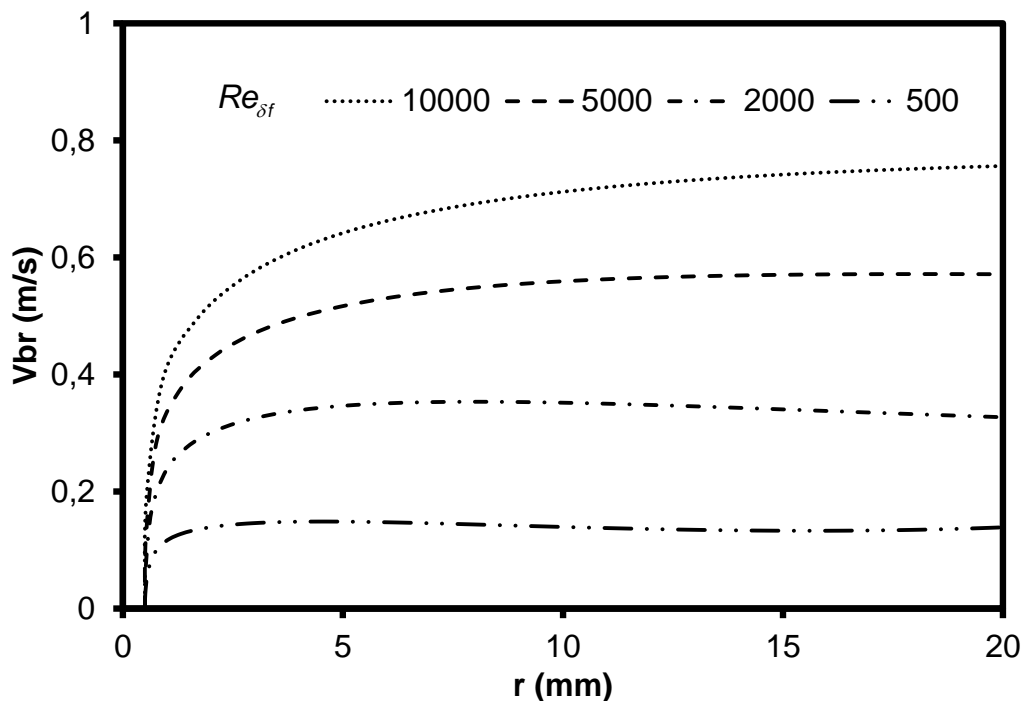


Figura 6-9. Velocidade radial da bolha em função da posição radial e do número de Reynolds ( $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ ,  $\phi_{câmara} = 0,762$  m,  $\phi_{bocal} = 0,0762$  m e  $\phi_{bolha} = 1$  mm).

A Figura 6-10 mostra a velocidade da bolha em função da posição radial no filme e sua variação com respeito ao número de Froude. Os resultados mostram que com aumento da vazão (que, para as condições desse trabalho, representa uma variação direta e proporcional sobre o número de Froude), a velocidade radial da bolha aumenta e o tempo de separação diminui.



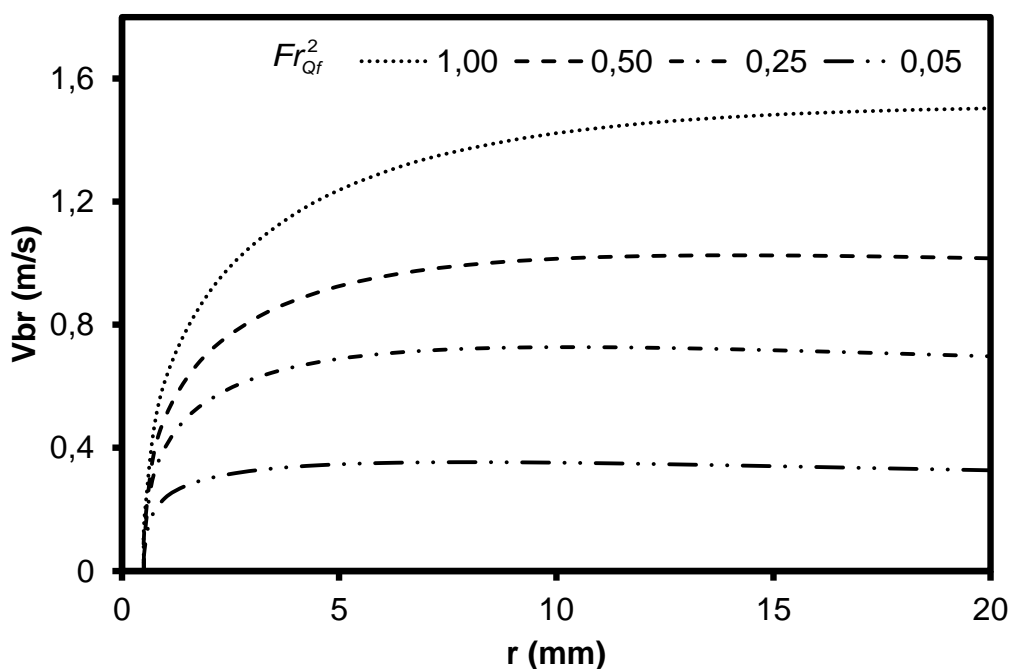


Figura 6-10. Velocidade radial da bolha em função da posição radial e do número de Froude ( $Re_{\delta f} = 2000$ ,  $\phi_{câmara} = 0,762$  m,  $\phi_{bocal} = 0,0762$  m e  $\phi_{bolha} = 1$  mm).

### 6.3.2 Comprimento necessário para separar uma bolha ( $Z_{separação}$ )

A posição axial em que se encontra uma bolha no instante da separação é uma informação importante para dimensionar o comprimento mínimo do separador que garanta um funcionamento eficiente do equipamento. O comprimento descrito é designado como  $Z_{separação}$  neste trabalho.

A Figura 6-11 mostra os resultados de  $Z_{separação}$  em função do diâmetro das bolhas e do número de Reynolds. A Figura 6-12 mostra os resultados de  $Z_{separação}$  em função do diâmetro das bolhas e do número de Froude.

A Figura 6-11 mostra que bolhas com diâmetro maior precisam de um menor tempo de separação. Para bolhas muito grandes, a separação pode ocorrer praticamente de forma instantânea. Por outro lado, para bolhas pequenas, o comprimento necessário do separador aumenta rapidamente. Para bolhas pequenas, a viscosidade do líquido influencia fortemente no comprimento necessário para a separação.

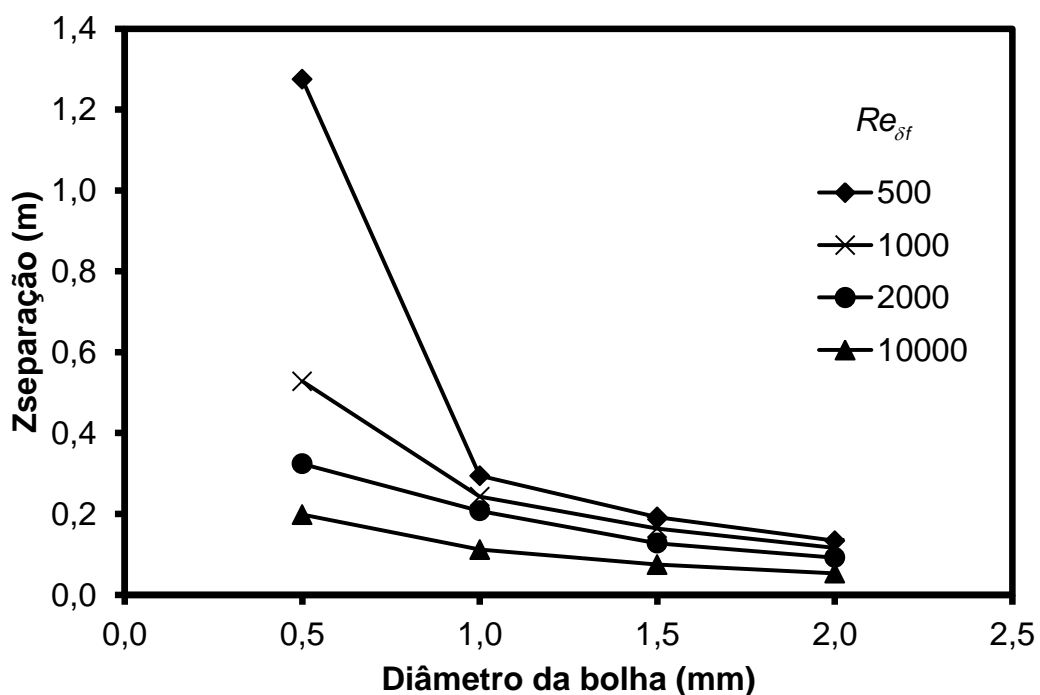


Figura 6-11. Comprimento mínimo do separador em função do diâmetro da bolha e do Reynolds ( $Fr_{Qf}^2 = 0,5$ ,  $\phi_{câmara} = 0,762$  m e  $\phi_{bocal} = 0,0762$  m).

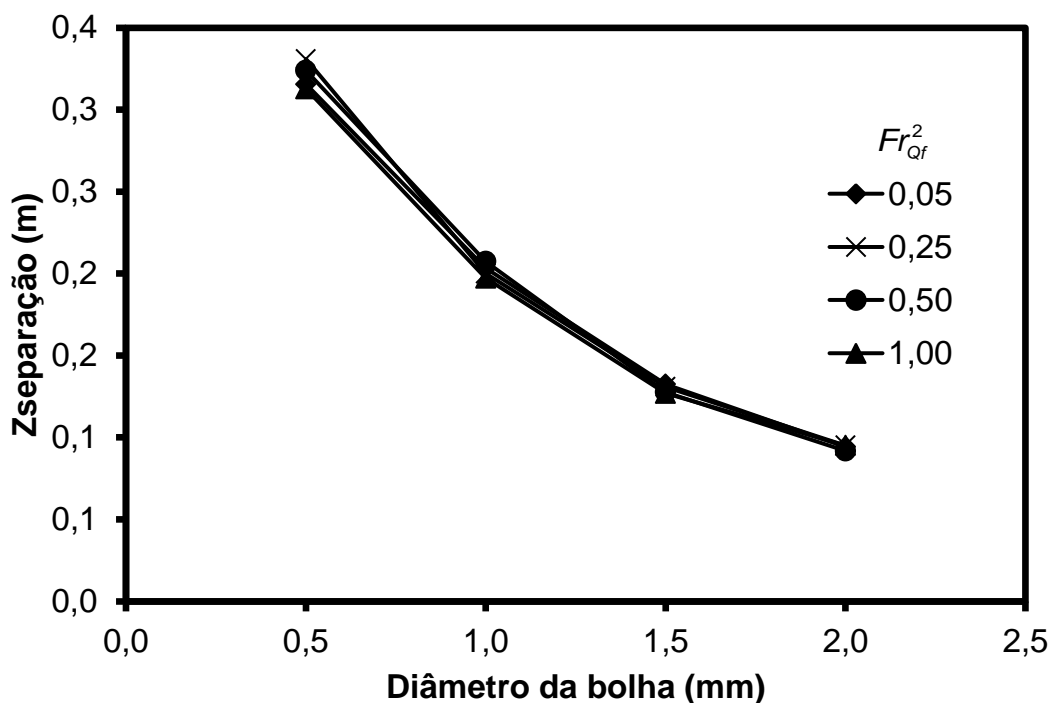


Figura 6-12. Comprimento mínimo do separador em função do diâmetro da bolha e do Froude ( $Re_{\delta f} = 2000$ ,  $\phi_{câmara} = 0,762$  m e  $\phi_{bocal} = 0,0762$  m).

A Figura 6-12 mostra que a vazão (Froude) não influencia significativamente sobre o comprimento mínimo do separador necessário para a separação das bolhas. Isto ocorre porque com o aumento da vazão a velocidade de separação aumenta. No entanto, as bolhas não são separadas muito mais perto do bocal, porque a velocidade do líquido é maior e as bolhas são arrastadas para posições afastadas do bocal num tempo curto.

A Figura 6-13 mostra a influência do diâmetro do bocal sobre a separação. Os resultados indicam que bocais maiores precisam de um separador com um maior comprimento. Isso ocorre porque com o aumento do bocal o escoamento ingressa com menor velocidade ao separador gerando um campo centrífugo menor, portanto a separação é realizada com menor velocidade. Pode-se observar também que se o bocal é muito grande, a separação das bolhas pequenas se torna difícil.

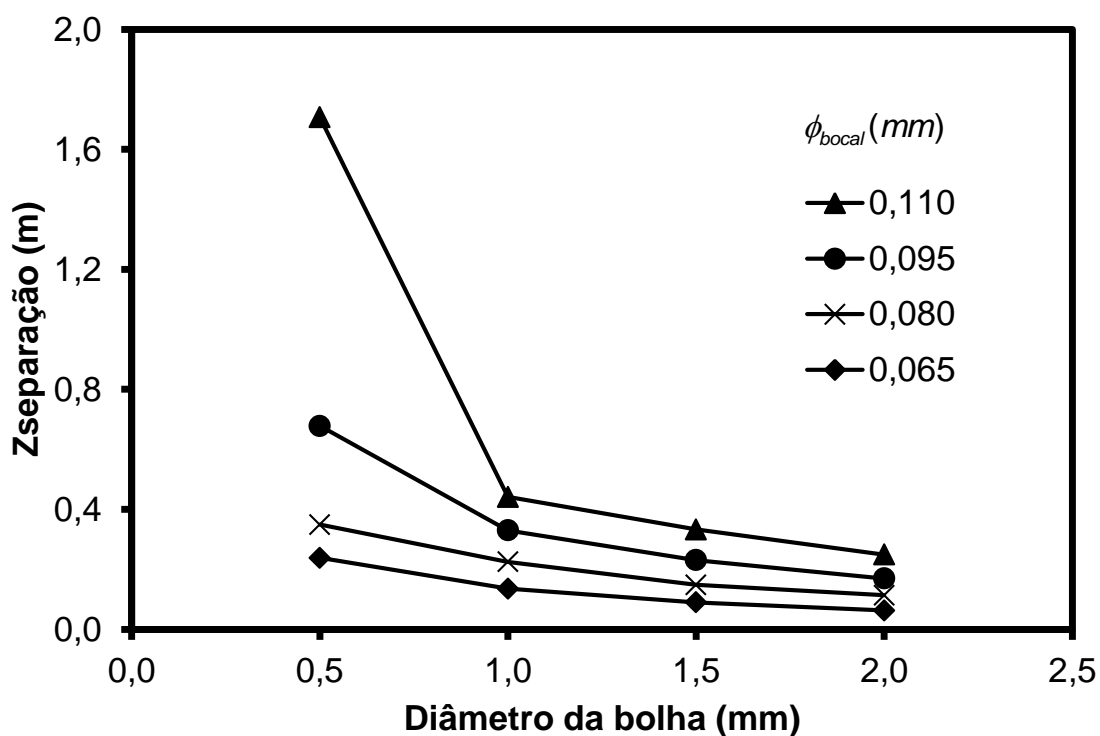


Figura 6-13. Comprimento mínimo do separador em função do diâmetro do bocal e do diâmetro da bolha ( $Re_{\delta f} = 2000$ ,  $Fr_{Qf}^2 = 0,5$  e  $\phi_{câmara} = 0,762$  m).

### 6.3.3 Diâmetro mínimo de bolha que pode ser separada ( $\phi_{b\_min}$ )

Nas Figuras 6-11, 6-12 e 6-13 pode-se observar que para bolhas pequenas a velocidade de separação diminui. O comprimento do separador necessário para a separação aumenta rapidamente com pequenas diminuições no diâmetro da bolha. Se a bolha é tão pequena que ainda permanece no filme líquido quando o escoamento tenha perdido toda sua velocidade tangencial, já não haverá força centrífuga que promova a separação, portanto a bolha não será separada não importa quão comprido seja o separador como se mostra na Figura 6-14.

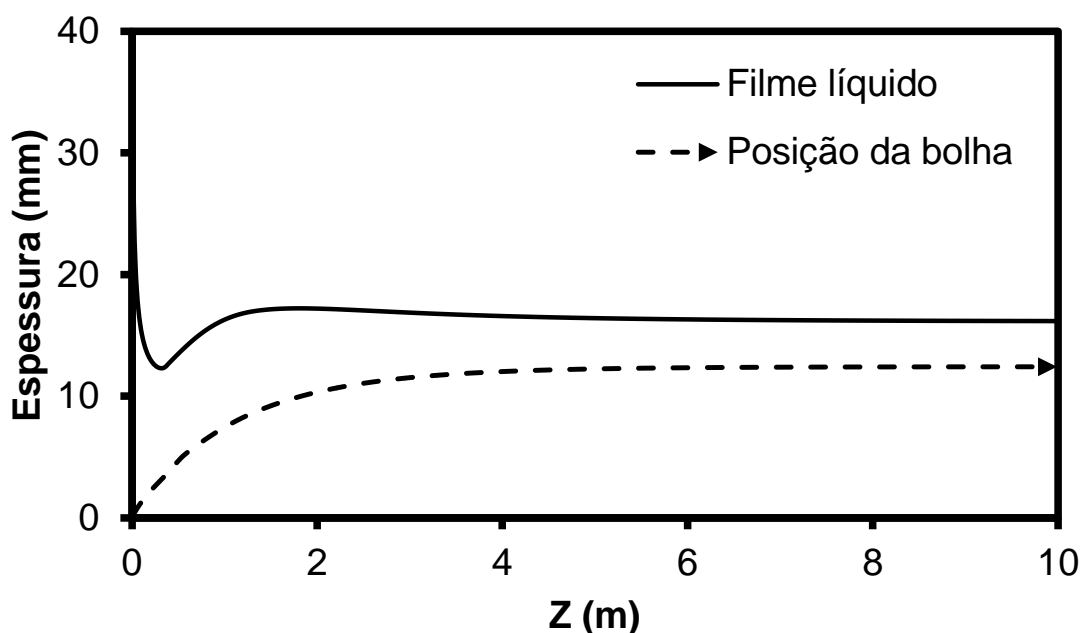


Figura 6-14. Trajetória de uma bolha pequena que não pode ser separada.

O diâmetro mínimo da bolha que pode ser separada do filme será designado neste trabalho como  $\phi_{b\_min}$ . A Figura 6-15 mostra a variação do  $\phi_{b\_min}$  em função dos números de Reynolds e Froude. Os resultados indicam que quando a viscosidade do líquido é menor ( $Re_{\delta f}$  maior), é possível separar bolhas de menor diâmetro devido à menor resistência que o escoamento oferece contra o movimento da bolha. Também se pode observar que o aumento da vazão não permite separar bolhas de menor tamanho. Pelo contrário, com o aumento do número de Froude, o

$\phi_{b\_min}$  aumenta ligeiramente. Isso pode ser explicado pelo espessamento do filme com o aumento da vazão, o qual dificulta a separação das bolhas.

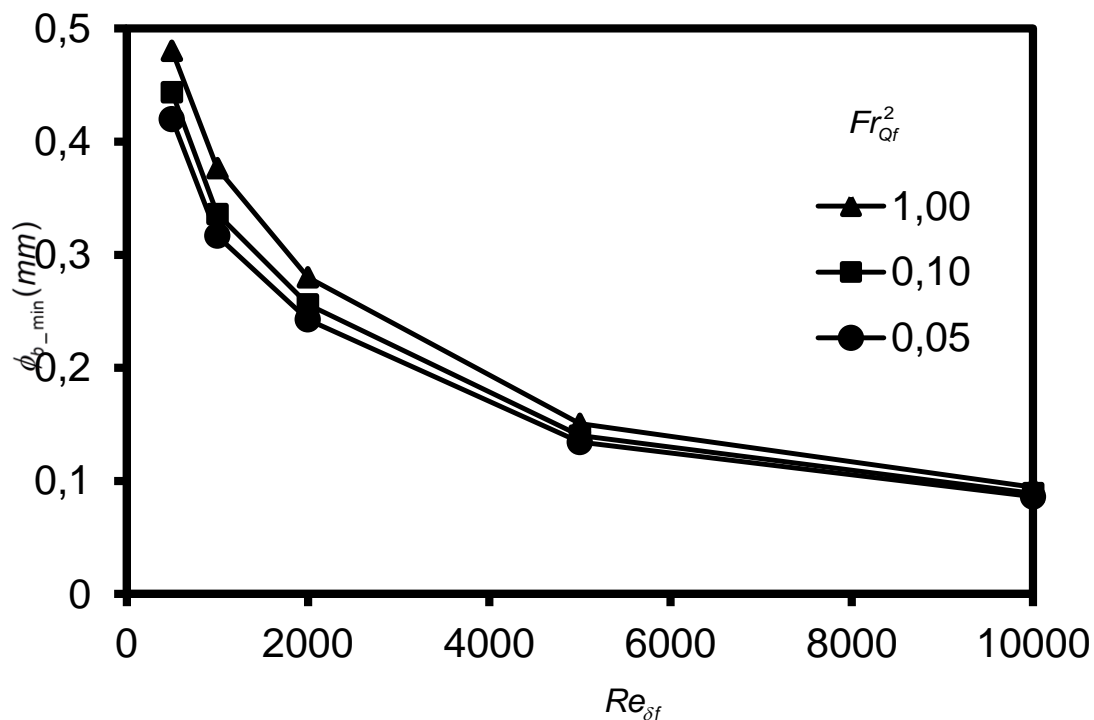


Figura 6-15. Variação do menor diâmetro de bolha possível de se separar, em função dos números de Reynolds e Froude ( $\phi_{câmara} = 0,762$  m e  $\phi_{bocal} = 0,0762$  m).

Na Figura 6-16, apresenta-se a variação de  $\phi_{b\_min}$  em função do diâmetro do bocal. O gráfico mostra que o aumento do diâmetro do bocal reduz a capacidade de separar bolhas pequenas. Isso ocorre porque o aumento do diâmetro do bocal reduz a intensidade do campo centrífugo e, por consequência, a velocidade de separação é menor.

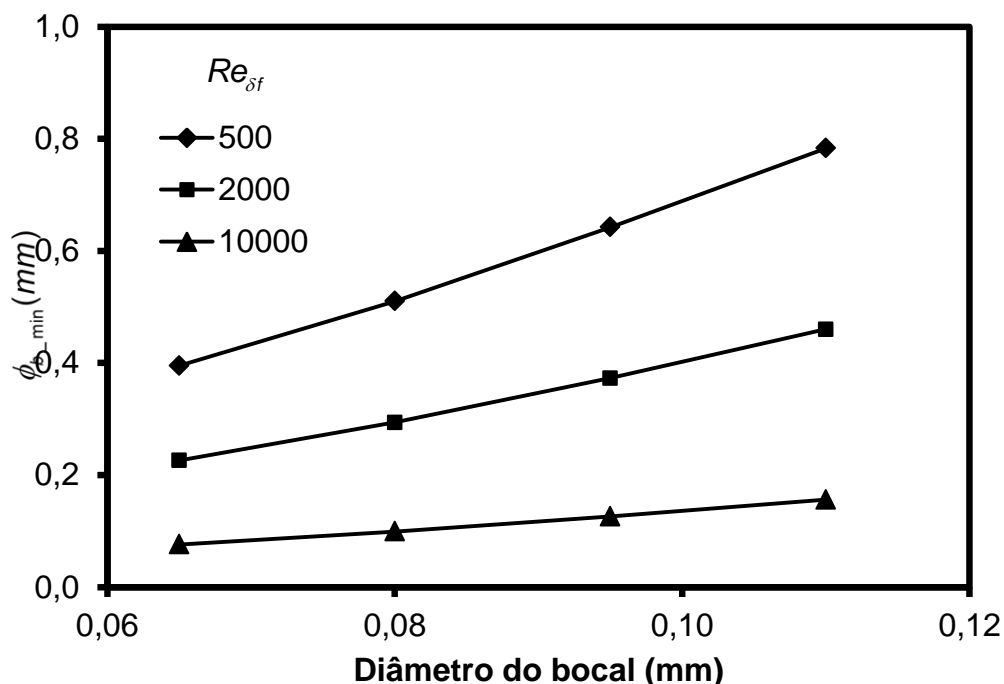


Figura 6-16. Variação do menor diâmetro de bolha possível de se separar, em função do diâmetro do bocal ( $Fr_{Qf}^2 = 0,5$  e  $\phi_{câmara} = 0,762$  m).

### 6.3.4 Eficiência de separação

A previsão da eficiência de separação é importante no dimensionamento do separador. O cálculo da eficiência pode ser realizado em função da posição das bolhas no filme e da trajetória da bolha que se considera no estudo, como se mostra na Figura 6-17. Como mencionado anteriormente, foi assumido que a posição radial inicial da bolha coincide com a parede da câmara. Isso foi feito para que se dimensionasse a separação da bolha para o caso mais crítico, já que a parede é o ponto mais afastado da interface. Pode-se observar que bolhas que ingressam no separador acima da bolha considerada, naturalmente serão separadas num ponto mais próximo do bocal, pois precisam percorrer uma menor distância dentro do líquido para alcançar a interface.

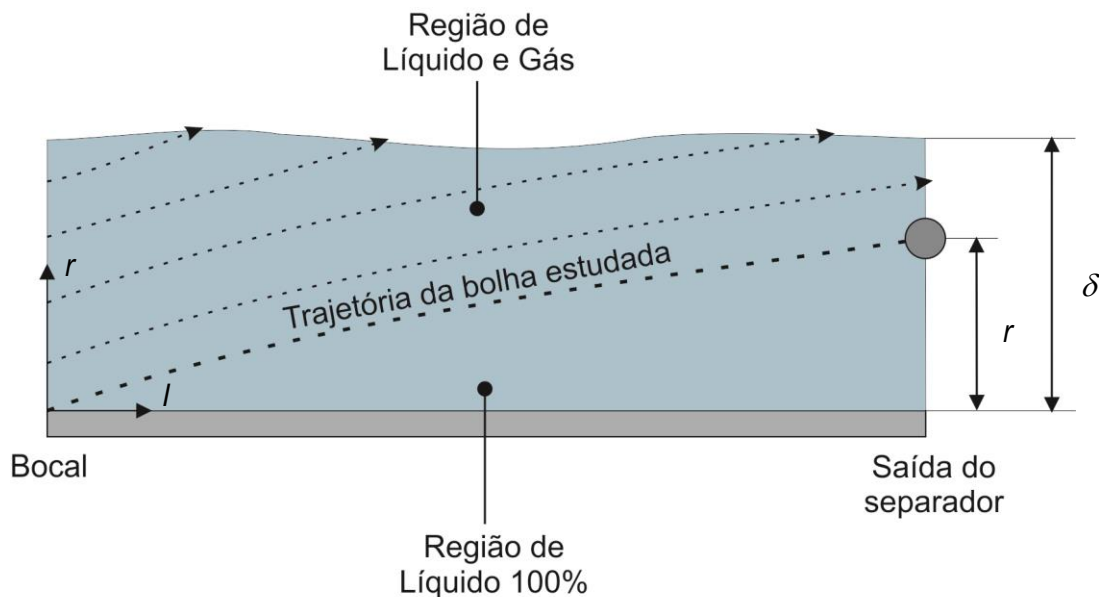


Figura 6-17. Trajetória da bolha de maior dificuldade de separação.

Pode-se observar que na saída do separador, toda a região compreendida entre a bolha estudada e a parede é totalmente ocupada por líquido. Com base nisso, a eficiência de separação pode ser calculada em função da posição da bolha estudada na saída do separador de uma forma proporcional ao filme de líquido, tal que:

$$\eta_{separação} = \left( \frac{r_{saída}}{\delta_{saída}} \right) 100\% \quad (6.22)$$

A Eq. (6.22) indica que se a bolha estudada é separada,  $r_{saída} = \delta_{saída}$ , então todas as demais bolhas também foram separadas, resultando em uma eficiência de 100%. Entretanto, essa equação prevê unicamente a capacidade do separador em separar bolhas ou não, com base na espessura do filme, no comprimento de câmara assumido e no diâmetro da bolha. Essa hipótese foi feita com base numa aproximação teórica de que as bolhas que entram no separador estão homogeneamente distribuídas na seção da entrada. Na prática, a quantidade real de bolhas que ingressam depende da fração de vazio de entrada, do diâmetro dessas bolhas e da distribuição radial delas na entrada, o que não foi estudado neste trabalho.

Na Figura 6-18 mostra-se a eficiência do separador em função do comprimento da câmara de expansão e do diâmetro da bolha. A eficiência de separação aumenta quando a câmara de expansão tem um maior comprimento. Para bolhas grandes, a eficiência atinge rapidamente a taxa de separação máxima (100%). No caso de bolhas muito pequenas não é possível obter uma completa separação somente aumentando-se o comprimento da câmara. Isso ocorre porque existe um diâmetro mínimo para as bolhas que podem ser separadas como foi discutido na Seção 6.3.3.

Também se pode observar que para bolhas pequenas, a eficiência de separação aumenta rapidamente até um ponto ( $Z \approx 0,35m$ ), a partir do qual, o aumento do comprimento da câmara de expansão perde sua forte influência que tem sobre o aumento da eficiência de separação. A quebra observada no comportamento da eficiência ocorre no ponto correspondente à espessura crítica, onde como foi estudada anteriormente, a velocidade axial tem um pico máximo e começa a diminuir enquanto que a espessura do filme começa a aumentar. A diminuição da velocidade do escoamento reduz a velocidade de separação e junto com o espessamento do filme produz essa mudança no comportamento da eficiência de separação.

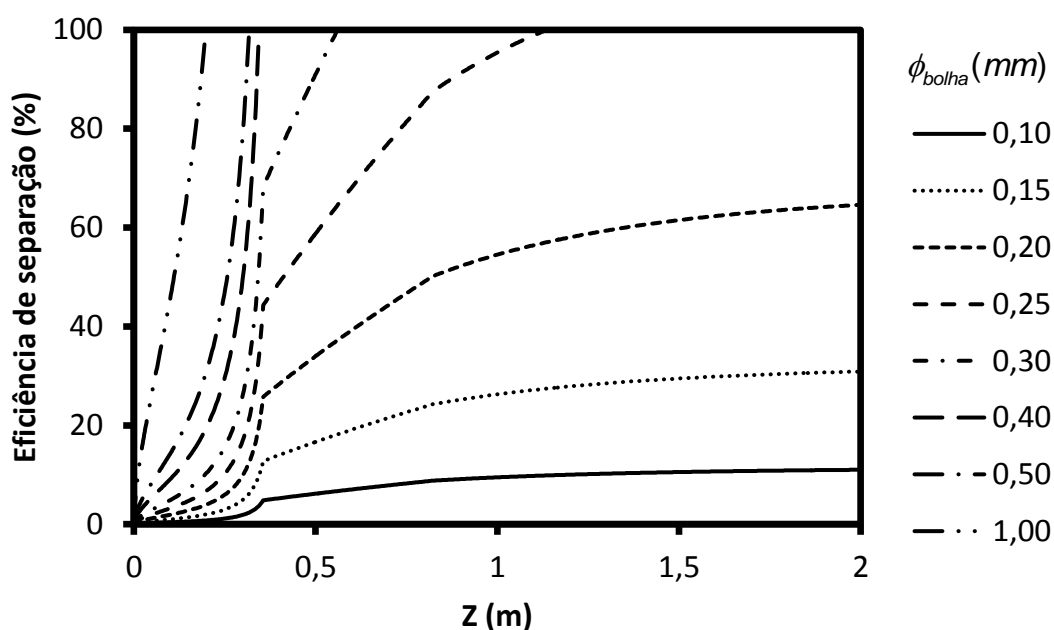


Figura 6-18. Eficiência de separação em função do diâmetro do bocal ( $Re_{\delta f} = 2000$ ,

$$Fr_{Qf}^2 = 0,05, \phi_{bocal} = 0,0762 \text{ m e } \phi_{câmara} = 0,762 \text{ m}).$$



A Figura 6-19 mostra a influência da viscosidade na eficiência de separação. A eficiência diminui com o aumento da viscosidade. Entretanto, para fluidos viscosos, a eficiência pode ser aumentada significativamente com câmaras de expansão mais longas, que proporcionem um maior tempo para que a separação possa acontecer.

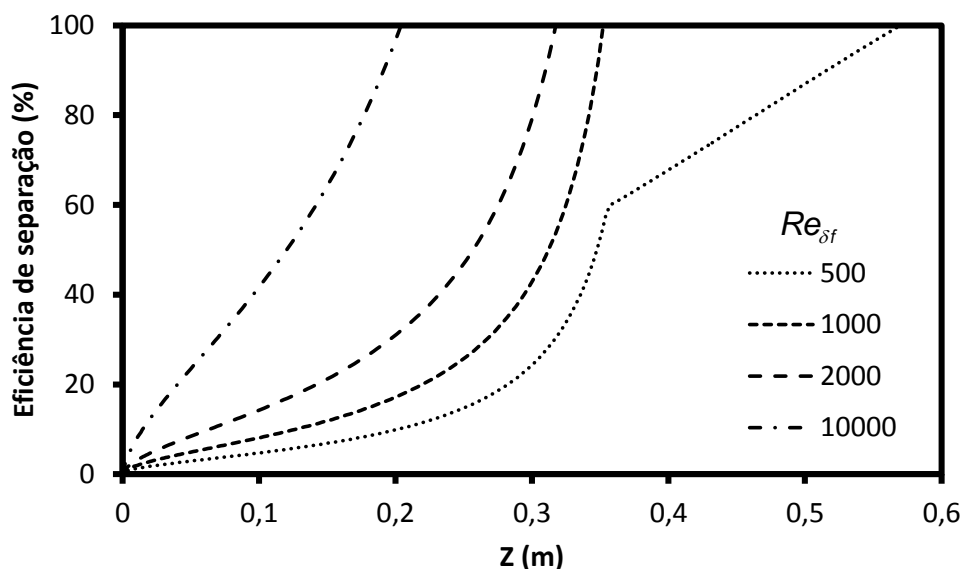


Figura 6-19. Eficiência de separação em função do número de Reynolds ( $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ ,  $\phi_{bolha} = 0,5mm$ ,  $\phi_{bocal} = 0,0762$  m e  $\phi_{câmara} = 0,762$  m).

A Figura 6-20 mostra a influência da vazão na eficiência de separação. Nota-se que o aumento da vazão (ou seja, quanto maior o número de Froude) a eficiência de separação diminui, devido ao engrossamento do filme de líquido com o aumento da vazão, o qual dificulta a separação das bolhas, como foi mostrado na Seção 6.3.3. Entretanto, pode-se observar que essa influência é relativamente pequena para a faixa estudada.

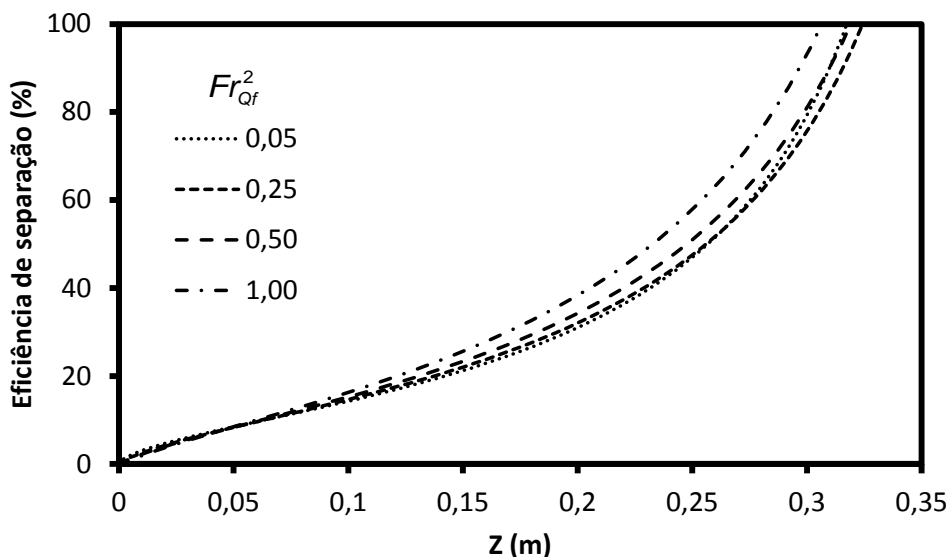


Figura 6-20. Eficiência de separação em função do número de Froude ( $Re_{\delta f} = 2000$ ,  $\phi_{bolha} = 0,5mm$ ,  $\phi_{bocal} = 0,0762$  m e  $\phi_{câmara} = 0,762$  m).

A Figura 6-21 mostra a influência do diâmetro do bocal na eficiência de separação. Para o mesmo comprimento da câmara de expansão, bocais menores tem maior eficiência de separação. Isso ocorre porque, com o aumento do bocal, o escoamento ingressa com menor velocidade no separador, diminuindo-se a intensidade do campo centrífugo e, conseqüentemente, atenuando-se a força resultante sobre a bolha que atua no sentido de transportá-la à interface.

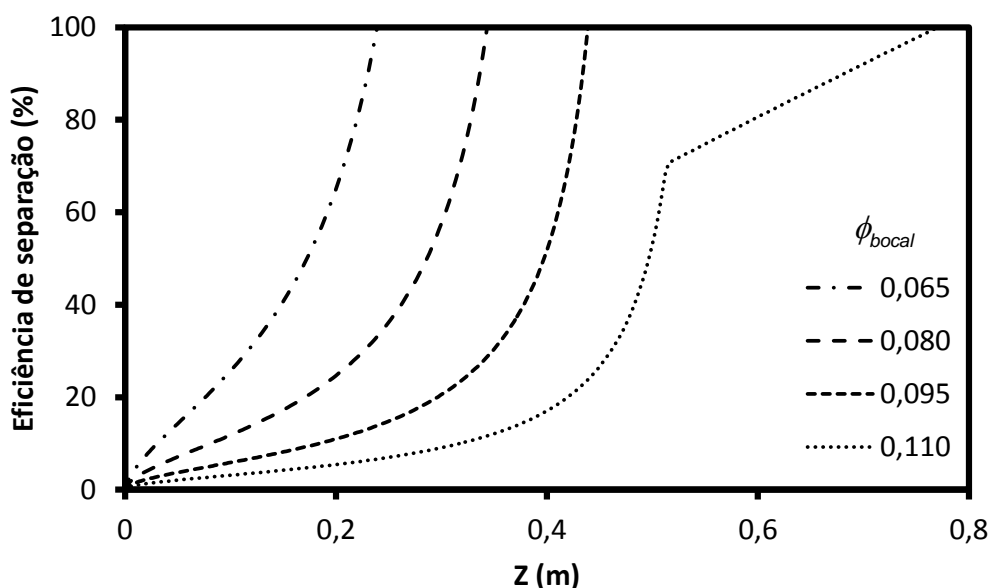


Figura 6-21. Eficiência de separação em função do diâmetro do bocal ( $Re_{\delta f} = 2000$ ,  $Fr_{Qf}^2 = 0,05$ ,  $\phi_{bolha} = 0,5mm$  e  $\phi_{câmara} = 0,762$  m).

O modelo desenvolvido para o escoamento bifásico realiza o seguimento da trajetória de bolhas ao longo do separador. Com esta ferramenta é possível realizar cálculos para o projeto e dimensionamento deste tipo de separadores. O modelo permite identificar o instante e a posição onde ocorre a separação entre a bolha e o filme líquido sendo possível realizar estimativas da eficiência de separação.

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou o estudo do escoamento na câmara de expansão do separador VASPS. O estudo concentrou-se na análise da dinâmica da fase líquida. Medições experimentais foram realizadas para validar os resultados da modelagem numérica. A validação da metodologia numérica permitiu que o estudo fosse desenvolvido baseado nos resultados de simulações numéricas.

Foram realizadas simulações para uma ampla faixa de condições de operação do separador. Também foram estudadas diversas geometrias variando o diâmetro do bocal e o diâmetro da câmara de expansão. O processamento desses resultados mostrou que a dinâmica da fase líquida pode ser bem representada por uma única linha de corrente que engloba o comportamento de todo o escoamento na câmara de expansão, essa linha foi denominada linha de corrente média no trabalho.

A partir dos resultados numéricos, foi desenvolvido um modelo algébrico que determina a velocidade e a espessura do filme líquido ao longo da linha de corrente média. O modelo foi desenvolvido analisando-se as forças que atuam sobre um elemento fluido. No balanço de forças entre o peso do elemento fluido e a força de cisalhamento na parede, foi adicionada uma força que representa o espalhamento brusco do escoamento na entrada à câmara de expansão. Também foi desenvolvida uma formulação para o cálculo dessa força de espalhamento, o qual mostrou ser importante para descrever de forma correta a dinâmica do escoamento no separador.

Os resultados do modelo algébrico mostraram que sua formulação permite realizar cálculos com boa precisão para uma ampla faixa de condições de operação. O modelo desenvolvido também mostrou ser válido para qualquer tamanho do separador sempre que a proporção entre o diâmetro do bocal e o diâmetro da câmara de expansão esteja dentro dos limites estudados.

A estimativa inicial do modelo para calcular a espessura do filme ao longo da linha de corrente média mostrou oferecer uma rápida e precisa solução do modelo. A formulação usada para o cálculo da tensão de cisalhamento na parede mostrou resultados consistentes com os princípios físicos envolvidos no problema. Com a

modelagem desenvolvida neste trabalho, previsões precisas sobre a dinâmica da fase líquida podem ser obtidas com baixo custo computacional.

Após o desenvolvimento do modelo para a fase líquida, foi agregado uma formulação para a análise de trajetória de bolhas. Esse estudo permitiu, em função das condições de operação, identificar o comprimento ótimo do separador para garantir a separação das bolhas. Esse estudo teórico também permitiu entender a influência das distintas variáveis envolvidas no processo de separação.

O presente trabalho apresentou uma análise da dinâmica do escoamento num separador ciclônico líquido-gás. Os resultados alcançados devem contribuir para o estado da arte no assunto e fornecer a engenheiros que atuam na área uma ferramenta relativamente simples para o dimensionamento desse tipo de separadores.

De qualquer forma, muito ainda pode ser estudado para avanços no tema, sendo sugestões para futuros trabalhos os seguintes itens:

- A modelagem desenvolvida neste trabalho serve para linhas de corrente que partem do bocal e descem pra saída do separador. Entretanto, um estudo similar pode ser usado para estudar as linhas de corrente que sobem, e assim, calcular a altura de elevação do nível de líquido com uma modelagem baseada na física do problema. O desafio dessa modelagem, nesse caso, consiste em prever adequadamente a espessura de filme acima do bocal, o que não é trivial, pois depende do efeito de espalhamento do líquido e de situações limitantes, como o bloqueio completo da seção anular acima do bocal, fato observado para algumas situações dentro da faixa estudada.
- O presente estudo pode ser estendido para outros tipos de geometrias, como por exemplo, separadores com bocais inclinados, de seção retangular ou em câmaras de expansão cônicas.
- No caso de escoamento bifásico, são necessários estudos da influência da fração de vazio de entrada na eficiência de separação. Isso inclui avaliações de diferentes distribuições radiais de bolha na seção transversal de entrada do bocal, diâmetros de bolhas, vazões de gás e até mesmo padrões distintos de escoamentos bifásicos líquido-gás.

- A modelagem desenvolvida para escoamento bifásico precisa de um estudo experimental que permita a validação dos resultados mostrados neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

Adebare, A.: “Optimizing the Efficiency of Cylindrical Cyclone Gas/Liquid Separators for Field Applications”, Texas A&M University (2006).

ANSYS, Inc. *ANSYS-CFX® – SOLVER THEORY GUIDE*, 2010

Erdal, F., Shirazi, S., Shoham, O. e Kouba, G.: “CFD Simulation of Single-Phase and Two-Phase Flow in Gas-Liquid Cylindrical Cyclone Separators”, paper SPE 36645 presented at the SPE Annual Technical Conference & Exhibition, Denver, U.S.A. (1996).

Erdal, F., Mantilla, I., Shirazi, S. e Shoham, O.: “Simulation of Free Interface Shape and Complex Two-Phase Flow Behavior in a Gas-Liquid Cylindrical Cyclone Separator”, ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, Washington, U.S.A. (1998).

Erdal, F.: “Local Measurements and Computational Fluid Dynamics Simulations in a Gas liquid Cylindrical Cyclone Separator”, The University of Tulsa (2001).

França, F., Rosa, E., Bannwart, A. e Moura, L.: “Hydrodynamic Studies on a Cyclonic Separator”, The Offshore Technology Conference, Houston Texas (1996).

Ishii, M. e Hibiki, T.: “Thermo-Fluid Dynamics of Two Phase Flow”, France (2005).

Ishii, M. e Zuber, N.: “Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, Droplet or Particulate Flows”, *AIChE J.*, 25, 843-855, 1979.

Kolla, S.: “Liquid Carry-Over in Gas-Liquid Cylindrical Cyclone (GLCC) Compact Separators for Three-Phase Flow”, The University of Tulsa (2007).

Kouba, G., Shoham, O. e Shirazi, S.: "Design And Performance of Gas Liquid Cylindrical Cyclone Separators", Presented at the BHR Group 7th International Conference on "Multiphase 95", Cannes, France (1995).

Launder, B. E.; Spalding, D. B.: "The Numerical Computational Of Turbulent Flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, pp. 269-289 (1974).

Levich, V.G.: Physicochemical Hydrodynamics, New York, USA, Prentice-Hall, p. 669-692 (1962).

Maliska, C. R.: "Transferência De Calor E Mecânica Dos Fluidos Computacional", 2ª edição, editora LTC, Rio de Janeiro (2004).

Mantilla, I.: "Bubble Trajectory Analysis in Gas-Liquid Cylindrical Cyclone Separators", The University of Tulsa (1998).

Marti, O., Erdal, F., Shoham, O., Shirazi, S. e Kouba, G.: "Analysis of Gas Carry-Under in Gas-Liquid Cylindrical Cyclones", paper, University of Tulsa (1996).

Menter, F.R.: "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications", AIAA-Journal., 32(8), pp. 1598 – 1605 (1994).

Menter, F.R., Langtry, R.B., Likki, S.R., Suzen, Y.B., Huang, P.G., and Völker, S.: "A Correlation based Transition Model using Local Variables Part 1- Model Formulation", ASME-GT2004-53452, ASME TURBO EXPO, Vienna, Austria (2004).

Morandin, M.: "Modelagem De Um Filme Líquido Sob A Ação Combinada Dos Campos Centrífugo E Gravitacional De Forças: Hidrociclone", Campinas, Brazil (1999).



Ofuchi, E.: “Análise do Escoamento de Óleo e Gás na Câmara de Expansão do Separador Ciclônico VASPS”, Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil (2012).

Paladino, E.E.: “Estudo de Escoamento Multifásico em Medidores de Vazão do Tipo Pressão Diferencial”, Florianópolis, Brasil (2005).

Petrobras. Contato pessoal (2012).

Rosa, E., França, F. e Ribeiro, G.: “The Cyclone Gas–Liquid Separator: Operation and Mechanistic Modeling”, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Brasil (2001).

Sant'anna, F.: “Simulação Numérica do Escoamento na Câmara de Expansão do Separador Líquido-Gás VASPS”, Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Brasil (2010).

Schiller, L. e Naumann, A.: *VDI Zeits*, 77, p. 318, 1933.

Shoham, O. e Kouba, G.: “State of the Art of Gas/Liquid Cylindrical-Cyclone Compact-Separator Technology”, paper SPE 39600 (1998).

Stel, H., Ofuchi, E., Franco, A., Genaro, J. e Morales, R.: “Numerical Study of the Free Surface Flow in a Centrifugal Gas-Liquid Separator”, *International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE2012*, ASME, Houston, Texas, USA (2012).

Uvwo, I.: “Expanding the Operational Envelope of Compact Cylindrical Cyclone Gas/Liquid Separators Using a Variable Inlet-Slot Configuration”, Texas A&M University (2004).

Wang, S.: "Dynamic Simulation, Experimental Investigation and Control System Design of Gas-Liquid Cylindrical Cyclone Separators", The University of Tulsa (2000).

Wilcox, D. C.: "Turbulence Modeling For CFD", 2<sup>a</sup> Ed. La Canadá, CA, E.U.A.: Editora DCW Industries (1998).

WHITE, F.M.: Viscous Fluid Flow. Mcgraw-Hill, New York, p. 463-490 (1974).

Zwart, P.J., Godin, P.G., Penrose, J. and Rhee, S.H.: "Simulation of unsteady free-surface flow around a ship hull using a fully coupled multi-phase flow method", Journal of Marine Science and Technology, 13, pp. 346-355 (2008).

## APÊNDICE A – MODELOS MATEMÁTICOS

No presente apêndice são apresentados os modelos matemáticos usados para a transferência de quantidade de movimento entre as fases e para a turbulência do escoamento.

### A.1 Transferência de quantidade de movimento na interface

A transferência de quantidade de movimento na interface,  $\mathbf{M}_k$  ocorre devido às forças interfaciais que atuam numa fase devido à interação com outra. A força interfacial total pode surgir de vários efeitos físicos independentes:

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{M}^D + \mathbf{M}^L + \mathbf{M}^{LUB} + \mathbf{M}^{VM} + \mathbf{M}^{TD} \quad (\text{A.1})$$

onde  $\mathbf{M}^D$  é a força de arrasto,  $\mathbf{M}^L$  é a força de sustentação,  $\mathbf{M}^{LUB}$  é a força de lubrificação na parede,  $\mathbf{M}^{VM}$  é a força de massa virtual e  $\mathbf{M}^{TD}$  é a força de dispersão turbulenta. A descrição dessas forças pode ser encontrada seção 6.2.4.

No presente trabalho, as simulações numéricas foram realizadas somente para entender a dinâmica do líquido, isto é, não foi inserido gás dentro do escoamento líquido na entrada do separador e não foram realizados estudos numéricos de separação. Entretanto, mesmo para escoamento puramente líquido na entrada, existe uma interface entre líquido e gás na superfície livre do filme líquido. A interação na interface é modelada com a força de arrasto para superfícies livres, sendo desconsiderada a influência de outras forças.

#### A.1.1 Força de arrasto

O arrasto é uma força que atua sobre um corpo, neste caso a massa de gás presente no núcleo do separador, em contato com um meio fluido que possui diferente velocidade. O arrasto resulta de dois mecanismos: o primeiro é devido à tensão de cisalhamento na superfície, enquanto que o segundo é devido à

distribuição de pressão em todo o corpo, sendo chamado arrasto de forma. A força de arrasto total é expressa convenientemente em termos do coeficiente de arrasto adimensional,  $C_D$ . A seguir é apresentado o modelo da força de arrasto para superfície livre.

$$\mathbf{M}^D = C_D \rho_1 A_{12} |\hat{\mathbf{v}}_1 - \hat{\mathbf{v}}_2| (\hat{\mathbf{v}}_1 - \hat{\mathbf{v}}_2) \quad (\text{A.2})$$

$$A_{12} = |\nabla \alpha_1| \quad (\text{A.3})$$

onde  $A_{12}$  é a densidade de área interfacial, a Eq. (A.3) mostra que na superfície livre essa área é calculada em função da fração volumétrica da fase contínua (ANSYS, 2010).

## A.2 Modelo de turbulência

O escoamento turbulento é caracterizado por ser um escoamento tridimensional, rotacional e irregular. Disso resulta que a solução exata das equações de conservação, em função das irregularidades do escoamento é virtualmente impossível mesmo para casos extremamente simples. Entretanto, modelos matemáticos cuja finalidade é a implantação numérica são encontrados em grande quantidade na literatura e em programas comerciais de CFD.

No presente estudo, o escoamento ingressa no regime turbulento à câmara de expansão. Por tratar-se do escoamento de um filme delgado, a turbulência é resolvida com o modelo de transporte da tensão de cisalhamento, SST (“*Shear Stress Transport*”), que combina o modelo  $k-\omega$  para regiões dentro da camada limite e o modelo  $k-\varepsilon$  para regiões fora da camada limite (Menter, 1994).

O separador também apresenta condições de operação nas quais a turbulência diminui rapidamente ao longo da câmara de expansão e o escoamento pode sair do separador no regime de transição ou até mesmo no regime laminar. Para modelar a transição é usado o modelo  $\gamma-\theta$ . Esse modelo de transição calcula o número de Reynolds local de todo o domínio para identificar as regiões que correspondem ao regime de transição.

A seguir serão apresentados os modelos que foram mencionados. Inicialmente são mostrados os modelos  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  e a combinação deles no modelo SST, em seguida é mostrado o modelo de transição  $\gamma-\theta$ .

### A.2.1 Modelo de turbulência $k-\varepsilon$

O modelo k-ε padrão é o modelo mais utilizado em soluções de problemas de turbulência, pois possui boa precisão e robustez para escoamentos com alto número de Reynolds (Atila et. al, 2006). O modelo consiste na utilização de duas equações diferenciais, uma para a energia cinética turbulenta,  $k$ , e outra para a taxa de dissipação de energia turbulenta,  $\varepsilon$ . Launder e Spalding (1974) propõem as equações para  $k$  e  $\varepsilon$  da seguinte forma:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \mathbf{v}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \mathbf{v}_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (\text{A.5})$$

$$P_k = \mu_t \left( \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \mathbf{v}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial x_j} \quad (\text{A.6})$$

onde  $P_k$  é a produção de turbulência devido a forças viscosas, os valores das constantes  $C_\mu = 0,09$ ,  $\sigma_k = 1,00$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,30$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1,44$  e  $C_{\varepsilon 2} = 1,92$ , representam coeficientes de fechamento que foram obtidos a partir da correlação de dados experimentais.

Este modelo assume que a viscosidade turbulenta está ligada à energia cinética turbulenta e à dissipação turbulenta através da relação:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{A.7})$$

A Eq. (A.8) mostra o cálculo do tensor tensão de Reynolds em função da viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ .

$$\mathbf{T}^T = \mu_t \left( \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{\mathbf{v}}_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A.8})$$

### A.2.2 Modelo de turbulência $k-\omega$

O modelo  $k-\omega$  realiza um tratamento mais adequado da turbulência perto da parede, em comparação como o modelo  $k-\varepsilon$ . Esse modelo consiste na utilização de duas equações diferenciais, uma para a energia cinética turbulenta,  $k$ , e outra para a frequência turbulenta,  $\omega$  (Wilcox, 1986). As equações para  $k$  e  $\omega$  são:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \mathbf{v}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k1}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta^t \rho k \omega \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \hat{\mathbf{v}} \omega) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \nabla \omega \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_{\omega 1} \rho \omega^2 \quad (\text{A.10})$$

onde os valores das constantes são  $\alpha_1 = 5/9$ ,  $\beta^t = 9/100$ ,  $\beta_{\omega 1} = 3/40$ ,  $\sigma_{k1} = 2$  e  $\sigma_{\omega 1} = 2$ , os quais foram obtidos a partir de resultados experimentais

No modelo  $k-\omega$ , a viscosidade turbulenta é calculada em função da energia cinética turbulenta,  $k$ , e a frequência turbulenta,  $\omega$ :

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (\text{A.11})$$

A Eq. (A.12) mostra o cálculo da tensão de cisalhamento turbulenta em função da viscosidade turbulenta,  $\mu_t$  (Komolgorov, 1942).

$$\mathbf{T}^T = \mu_t \left( \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \mathbf{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial \mathbf{v}_k}{\partial x_k} \right) \quad (\text{A.12})$$

onde  $\delta_{ij}$  é tensor delta de Kronecker.

### A.2.3 Modelo de turbulência SST

O modelo SST combina os modelos  $k-\omega$  e  $k-\varepsilon$  (Menter, 1994). O modelo  $k-\omega$  é usado para regiões próximas à parede e o modelo  $k-\varepsilon$  para regiões afastadas da parede. A ponderação do efeito de cada modelo é feita utilizando a seguinte equação:

$$\Phi_3 = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (\text{A.13})$$

onde  $\Phi_3$  é a tensão de cisalhamento turbulenta calculado pelo modelo SST, os termos  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  são as contribuições dos modelos  $k-\omega$  e  $k-\varepsilon$  respectivamente,  $F_1$  é uma função de ponderação que possui valor 1 na parede e valor 0 na região externa à camada limite.

A função  $F_1$  é definida como:

$$F_1 = \tanh(\arg^4) \quad (\text{A.14})$$

$$\arg = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{\kappa}}{\beta_\kappa \omega y}, \frac{500 \mu}{y^2 \omega \rho} \right), \frac{4 \rho \kappa}{CD_\omega \sigma_{\omega 2} y^2} \right] \quad (\text{A.15})$$

$$CD_\omega = \max \left[ 2 \rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x^j} \frac{\partial \omega}{\partial x^j}, 10^{-10} \right] \quad (\text{A.16})$$

onde  $y$  é a distância da parede.  $\beta_k = 9/100$  e  $\sigma_{\omega_2} = 1/0,856$  são constantes.

Para o problema em análise neste trabalho é considerado o modelo de turbulência homogênea, portanto é preciso resolver apenas um campo de turbulência, que é compartilhado pelos dois fluidos.

### A.3 Modelo de transição $\gamma - \theta$

O modelo  $\gamma - \theta$  interage como modelo SST para realizar cálculos no regime de transição. O modelo consiste na utilização de duas equações diferenciais adicionais, uma para a intermitência turbulenta,  $\gamma$ , e outra para o número de Reynolds do começo da transição,  $\tilde{Re}_{\theta t}$  (Menter et al., 2004). As equações para  $\gamma$  e  $\tilde{Re}_{\theta t}$  são:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \mathbf{v}_j \gamma) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] + P_{\gamma 1}(1-\gamma) + P_{\gamma 2}(1-c_{\gamma 2}\gamma) \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial(\rho \tilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \mathbf{v}_j \tilde{Re}_{\theta t}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] + P_{\theta t} \quad (\text{A.18})$$

onde  $P_{\gamma 1}$ ,  $P_{\gamma 2}$  e  $P_{\theta t}$  são fontes características do regime de transição obtidas com correlações empíricas (Menter et al., 2004) e os valores das constantes são  $\sigma_\gamma = 1$ ,  $c_{\gamma 2} = 50$  e  $\sigma_{\theta t} = 2$ .

O modelo de transição  $\gamma - \theta$  calcula o número de Reynolds do começo da transição,  $\tilde{Re}_{\theta t}$ , para cada ponto do domínio resolvido. Se o número de Reynolds local é menor que o Reynolds do começo de transição, então o modelo realiza ponderações no modelo SST para calcular a tensão de cisalhamento adequada.

#### A.3.1 Uso do modelo de transição



O modelo de transição  $\gamma-\theta$  é ainda um modelo em desenvolvimento e nesta seção será realizada uma análise dos resultados que podem ser obtidos usando esse modelo.

A seguir é analisada uma condição de operação que teoricamente possui escoamento laminar na saída e escoamento turbulento na entrada do separador, portanto existem regimes de turbulência, transição e laminar ao longo da câmara de expansão. Para essa condição de operação, os resultados do modelo de transição  $\gamma-\theta$  serão comparados com uma modelagem puramente laminar e com uma modelagem puramente turbulenta a fim de analisar as possíveis vantagens ou limitações de usar o modelo de transição.

A Figura A-1 mostra a comparação dos resultados para a velocidade axial ao longo da linha de corrente média. Observa-se que os modelos laminar ou turbulento fornecem resultados diferentes na saída do separador. O modelo de transição, entretanto mostra um comportamento médio entre esses dois resultados, resolvendo o escoamento como turbulento na entrada, depois tende gradualmente por o regime de transição e na saída do separador calcula o escoamento como laminar, o qual concorda com a física do problema.

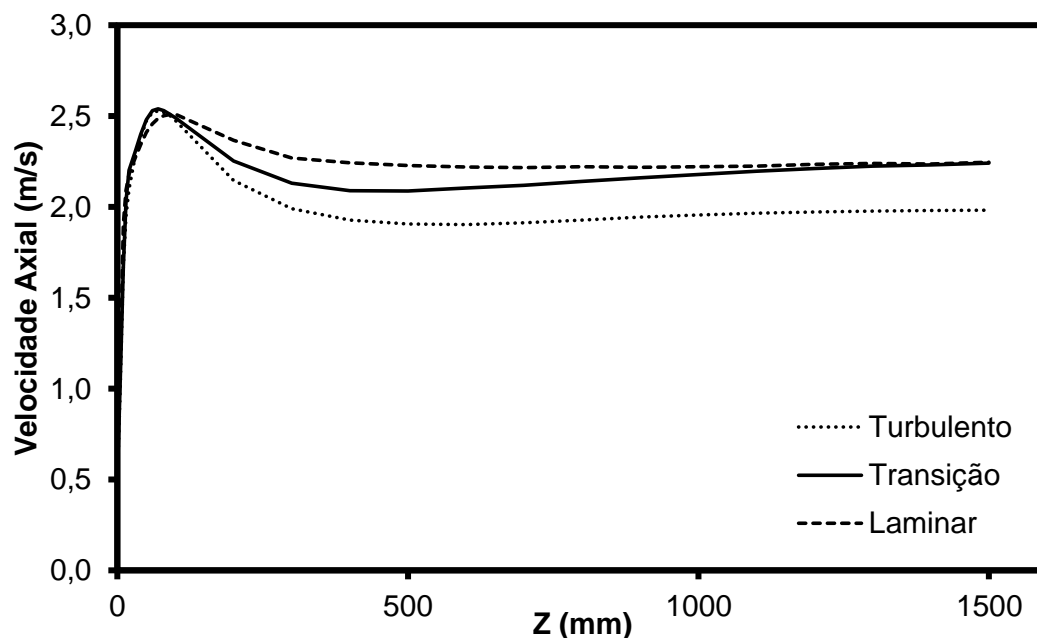


Figura A-1. Velocidade axial na linha de corrente média em caso que pertence ao regime de transição.

A Figura A-2 mostra a comparação dos resultados para a velocidade tangencial ao longo da linha de corrente média. Os resultados dos três modelos não apresentam diferenças significativas para essa componente da velocidade.

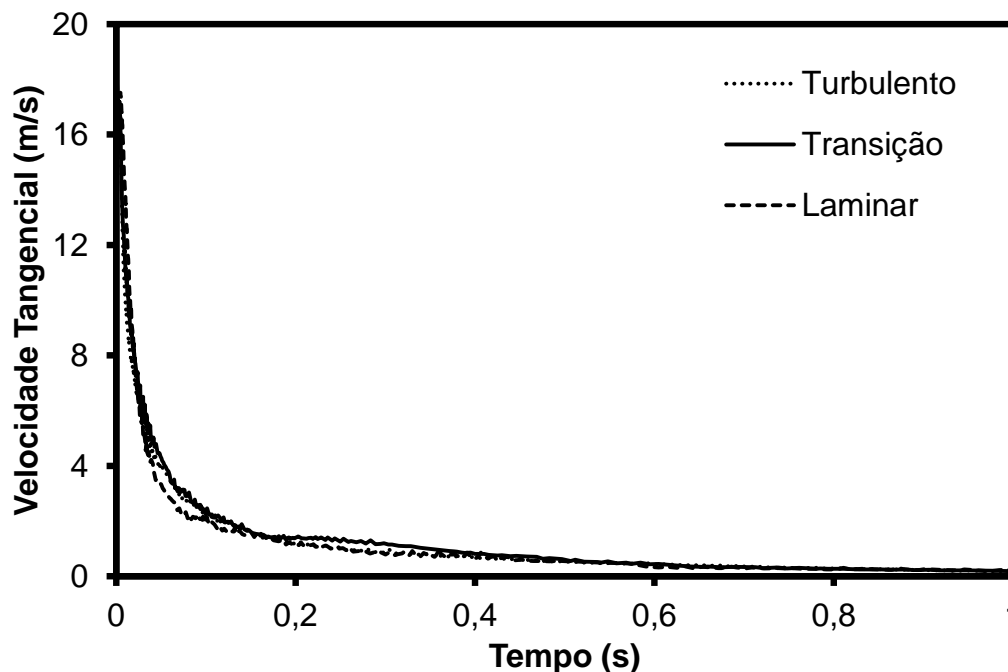


Figura A-2. Velocidade tangencial na linha de corrente média num caso que pertence ao regime de transição.

A Figura A-3 mostra a comparação dos resultados para a espessura do filme de líquido ao longo da linha de corrente média. Observa-se que os modelos laminar e turbulento fornecem resultados diferentes, enquanto que o modelo de transição realiza um cálculo intermédio entre os dois regimes, perto do bocal tem características turbulentas e conforme o escoamento se aproxima à saída, seu comportamento torna-se laminar.

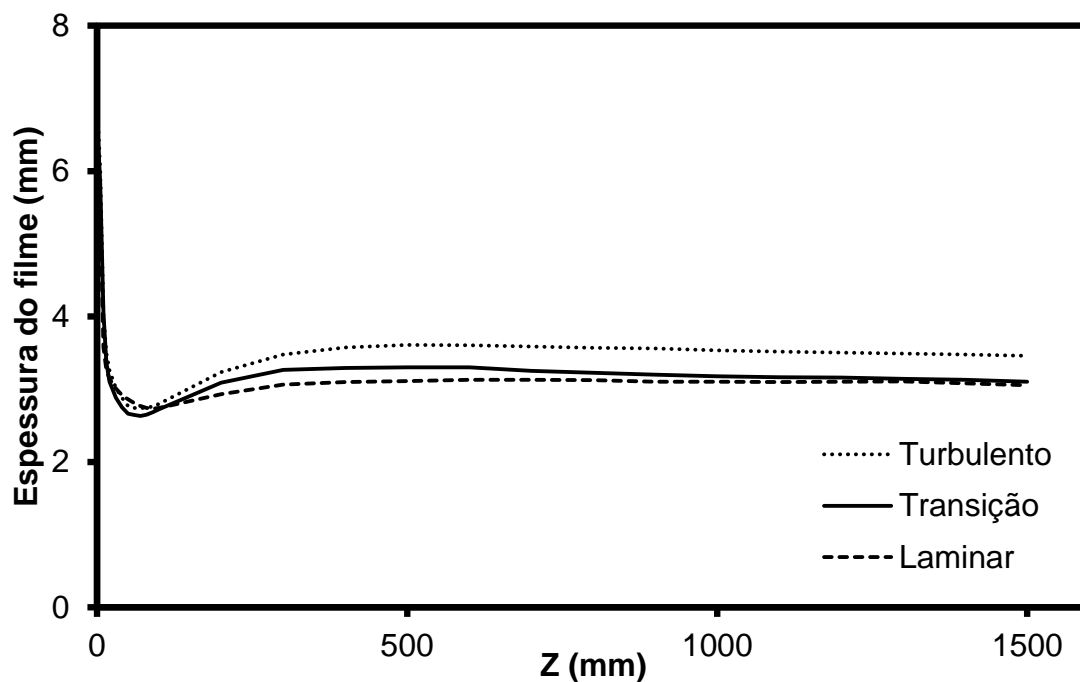


Figura A-3. Espessura do filme de líquido na linha de corrente média num caso que pertence ao regime de transição.

Os resultados do modelo de transição mostraram estar de acordo com a dinâmica do escoamento. O uso desse modelo para casos que envolvam regiões de escoamento com regime de transição torna-se necessário para descrever corretamente o escoamento ao longo do separador. Portanto o uso do modelo de transição  $\gamma - \theta$  fica justificado mesmo sendo um modelo ainda em desenvolvimento.

## APÊNDICE B – MÉTODO DE VOLUMES FINITOS BASEADO EM ELEMENTOS FINITOS

O Método de Volumes Finitos baseado em Elementos Finitos (MVbEF), é um método numérico de volumes finitos, isto é, realiza balanço da conservação de propriedades para cada volume de controle da geometria estudada. O MVbEF não é um método de elementos finitos e, sim, de volumes finitos, e o que é semelhante ao modelo de elemento finitos é apenas a definição dos elementos e as respectivas funções de forma para as interpolações no interior do elemento (Maliska, 2004).

No MVbEF, os volumes de controle são criados em torno de cada vértice dos elementos finitos da malha. Um volume de controle poliédrico é indicado esquematicamente como a região sombreada na Figura B.1.

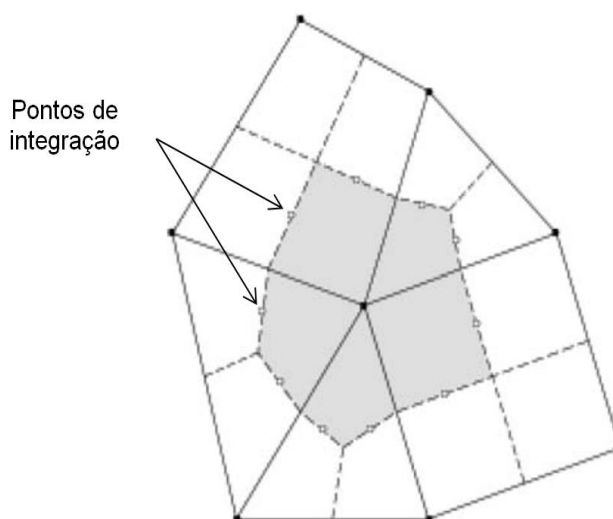


Figura B-1. Volume de controle criado num vértice dos elementos finitos.

Na Figura B-1, as linhas sólidas definem os limites dos elementos finitos, e as linhas tracejadas os limites do volume de controle. As variáveis do problema e as propriedades do fluido são calculadas nos vértices marcados como círculos preenchidos e os fluxos de superfície são avaliados em pontos de integração (ip) localizados entre volumes de controle adjacentes, marcados como círculos abertos.

As equações de conservação são integradas sobre cada volume de controle. As integrais de volume são convertidas em integrais de superfície usando o teorema de divergência de Gauss e a discretização no tempo é realizada de forma implícita.

Na discussão que se segue,  $Vol_{ctrl}$  representa o volume de um volume de controle,  $sc$  é a superfície do volume de controle,  $ip$  são os pontos de integração do volume de controle,  $A_{ip}^i$  é a área da face correspondente a um ponto de integração,  $svc$  é o centro do volume de controle,  $\delta t$  é o intervalo de passo de tempo, e os sobrescritos  $n+1$  e  $n$  significam que a quantidade é avaliada no passo de tempo próximo e atual, respectivamente.

### B.1 Discretização da conservação da massa

Considerando-se que não há transferência de massa entre as fases, a equação da continuidade apresentada no modelo de dois fluidos é simplificada para:

$$\frac{\partial \alpha_k \bar{\rho}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k) = 0 \quad (\text{B.1})$$

A representação discreta da Eq. (B.1) é obtida fazendo a integração no volume de controle.

$$\int_{Vol_{ctrl}} \int_n^{n+1} \frac{\partial \alpha_k \bar{\rho}_k}{\partial t} dt dVol_{ctrl} + \int_{\delta t} \int_{Vol_{ctrl}} \frac{\partial \alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^j}{\partial x^j} dVol_{ctrl} dt = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\int_{Vol_{ctrl}} \left[ (\alpha_k \bar{\rho}_k)_{cvc}^{n+1} - (\alpha_k \bar{\rho}_k)_{cvc}^n \right] dVol_{ctrl} + \int_{\delta t} \left[ \int_{sc} (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^j) \cdot \bar{\mathbf{n}} dS \right] dt = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$Vol_{ctrl} \left[ (\alpha_k \bar{\rho}_k)_{cvc}^{n+1} - (\alpha_k \bar{\rho}_k)_{cvc}^n \right] + \delta t \left[ \sum_{ip} (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^j A_{ip}^j) \right]^{n+1} = 0 \quad (\text{B.4})$$

O termo transiente foi discretizado utilizando-se um esquema de primeira ordem. Esse termo é usado mesmo para problemas não transientes porque atua como um meio de sub-relaxamento da solução atualizada de uma forma física.

## B.2 Esquema compressivo

O esquema compressivo é um método utilizado para obter maior resolução nos resultados numéricos para as interfaces, por meio de uma “compressão da interface” (Zwart, 2008). Nesse método, a fração de volume de cada fase em cada ponto de integração,  $\alpha_{k,ip}$ , é recalculado em termos de valores de vértices vizinhos e tem a forma:

$$\alpha_{k,ip} = \alpha_{k,up} + k_{comp} (\nabla \alpha_k \cdot \vec{R}) \quad (\text{B.5})$$

onde  $\alpha_{k,up}$  é o valor da fração de volume no vértice vizinho,  $\vec{R}$  é o vetor do vértice vizinho para o ponto de integração e  $k_{comp}$  é o coeficiente que permite a compressão da interface para valores maiores do que a unidade,  $k_{comp} > 1$  (ANSYS, 2010).

O esquema não depende de pequenos passos de tempo para obter sua compressibilidade e é igualmente aplicável ao estado estacionário e problemas transientes.

## B.3 Discretização do balanço da quantidade de movimento

O balanço da quantidade de movimento apresentado no modelo de dois fluidos é reescrito na Eq. (B.6):

$$\frac{\partial \alpha_k \bar{\rho}_k \hat{v}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{v}_k \hat{v}_k) = -\nabla (\alpha_k \bar{p}_k) + \nabla \cdot [\alpha_k (\bar{\tau}_k + \tau_k^T)] + \alpha_k \bar{\rho}_k \hat{g}_k + M_k \quad (\text{B.6})$$

A discretização dessa equação é obtida fazendo-se a integração no volume de controle:

$$\begin{aligned}
& \int_{Vol_{ctrl}} \int_n^{n+1} \frac{\partial \alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^i}{\partial t} dt dVol_{ctrl} + \int_{\delta t Vol_{ctrl}} \frac{\partial \alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^i \hat{\mathbf{v}}_k^j}{\partial \mathbf{x}^j} dVol_{ctrl} dt = \\
& = - \int_{\delta t Vol_{ctrl}} \alpha_k \frac{\partial \bar{\rho}_k}{\partial \mathbf{x}^j} dVol_{ctrl} dt + \int_{\delta t Vol_{ctrl}} \alpha_k \bar{\rho}_k \mathbf{g}^i dVol_{ctrl} dt + \\
& + \int_{\delta t Vol_{ctrl}} \nabla \cdot \left( \alpha_k (\bar{\mathbf{T}}_k^{jj} + \mathbf{T}_k^{jjT}) \right) dVol_{ctrl} dt + \int_{\delta t Vol_{ctrl}} \mathbf{M}_k dVol_{ctrl} dt
\end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
& \int_{Vol_{ctrl}} \left[ (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^i)_{cvc}^{n+1} - (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^i)_{cvc}^n \right] dVol_{ctrl} + \int_{\delta t} \left[ \int_{sc} (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^i \hat{\mathbf{v}}_k^j) \cdot \bar{\mathbf{n}} dS \right] dt = \\
& = - \int_{\delta t} \left[ \sum_{ip} (\alpha_k \bar{\rho}_k A^i)_{ip}^{n+1} \right] dt + \int_{\delta t} \left[ Vol_{ctrl} (\alpha_k \bar{\rho}_k \mathbf{g}^i) \right] dt + \\
& + \int_{\delta t} \left[ \int_{sc} (\alpha_k (\bar{\mathbf{T}}_k^{jj} + \mathbf{T}_k^{jjT})) \cdot \bar{\mathbf{n}} dS \right] dt + \int_{\delta t} \left[ Vol_{ctrl} (\mathbf{M}_k^i) \right] dt
\end{aligned} \tag{B.8}$$

$$\begin{aligned}
& Vol_{ctrl} \left[ (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^i)_{cvc}^{n+1} - (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^i)_{cvc}^n \right] + \delta t \left[ \sum_{ip} (\alpha_k \bar{\rho}_k \hat{\mathbf{v}}_k^i \hat{\mathbf{v}}_k^j A^i)_{ip}^{n+1} \right] = \\
& = - \delta t \left[ \sum_{ip} (\alpha_k \bar{\rho}_k A^i)_{ip}^{n+1} \right] + \delta t \left[ Vol_{ctrl} (\alpha_k \bar{\rho}_k \mathbf{g}^i) \right] + \\
& + \delta t \left[ \sum_{ip} (\alpha_k (\bar{\mathbf{T}}_k^{jj} + \mathbf{T}_k^{jjT}) A^i)_{ip}^{n+1} \right] + \delta t \left[ Vol_{ctrl} (\mathbf{M}_k^i) \right]
\end{aligned} \tag{B.9}$$

As equações discretizadas da continuidade e da conservação da quantidade de movimento, Eqs. (B.4) e (B.9), são aplicadas no sistema de coordenadas generalizadas da malha numérica.

#### B.4 Sistema de coordenadas generalizadas

A malha criada para a câmara de expansão é irregular, mesmo tendo um arranjo estruturado, os elementos tem diferentes formas e tamanhos. Entretanto, o sistema de coordenadas original  $(x, y, z)$ , pode ser transformado para um sistema de coordenadas generalizadas  $(\xi, \eta, \gamma)$ , onde a geometria é tratada numericamente

como regular (Maliska, 2004). A Figura B-2 mostra, para duas dimensões, essa transformação de coordenadas.

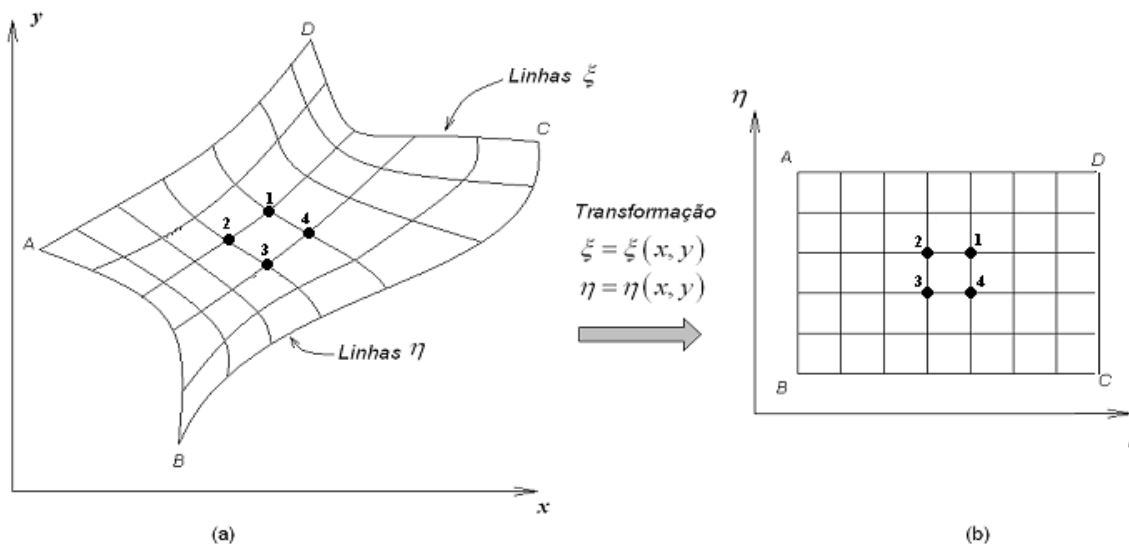


Figura B-2. (a) Malha no sistema de coordenadas original. (b) Malha no sistema de coordenadas generalizadas (Maliska, 2004).

Na Figura B-2, o plano da esquerda representa o plano físico discretizado (geometria real do problema) e o da direita o plano computacional transformado. Pode-se observar como os posicionamentos dos pontos 1, 2, 3 e 4 mudam com a transposição das coordenadas.

As informações sobre a geometria física são fornecidas ao programa computacional através das métricas da transformação  $\xi = \xi(x, y, z)$ ,  $\eta = \eta(x, y, z)$  e  $\gamma = \gamma(x, y, z)$ . A formulação e as técnicas para a geração desse sistema de coordenadas generalizadas se pode encontrar em Maliska (2004).

As equações discretizadas da continuidade e da conservação da quantidade de movimento, Eqs. (B.4) e (B.9), são aplicadas em cada volume de controle do sistema de coordenadas generalizadas, onde as métricas de transformação são encarregadas de fazer as devidas compensações para que, nas equações se tenha sempre os comprimentos reais da geometria física. Por ultimo, o conjunto de equações para cada volume de controle gera um sistema algébrico de equações que podem ser resolvidas de maneira iterativa.



## B.5 Resultado dos modelos na solução da interface líquido-gás

A formulação do modelo de dois fluidos sem adição de outros modelos específicos para tratamento de interface permite calcular, pelo menos de forma aproximada, a interface entre o filme de líquido e o núcleo gasoso do separador. Entretanto, melhoras no cálculo da interface podem ser obtidas usando o modelo de superfície livre e adicionando o esquema compressivo da interface. A formulação dos modelos citados foi apresentada nas seções anteriores.

A Figura B-3 mostra a variação dos resultados obtidos para a interface em função dos modelos usados.

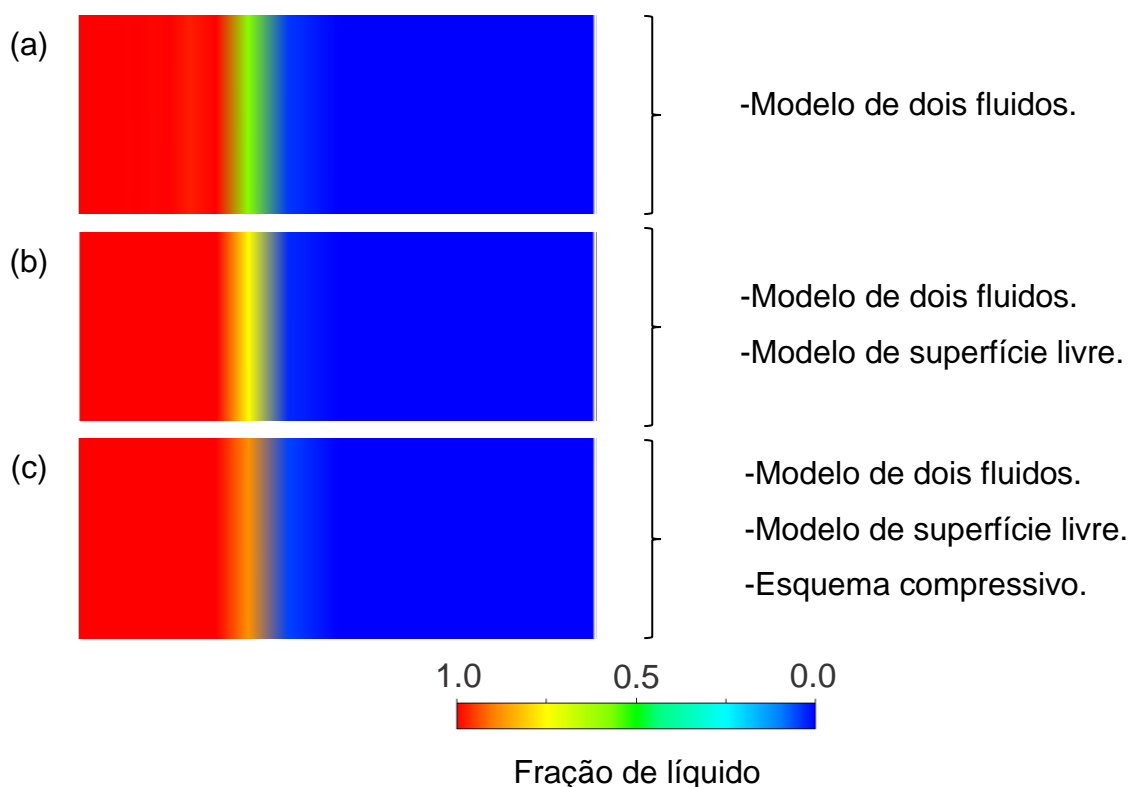


Figura B-3. (a) Solução da interface somente com o modelo de dois fluidos. (b) Solução da interface usando o modelo de superfície livre. (c) Solução da interface usando o esquema compressivo.

Na Figura B-3 pode-se observar que o modelo de dois fluidos resolve a interface de uma forma muito dispersa, isto é, a fração de líquido na interface varia

lenta e gradualmente gerando uma ampla região de probabilidade para a localização da interface líquido-gás. Usando o modelo de superfície livre, a variação da fração de líquido na interface ocorre numa menor região. Entretanto, pode-se observar que o esquema compressivo fornece ainda uma melhor descrição da interface, onde a variação da fração de líquido na interface é mais rápida, além de se conseguir uma redução da espessura numérica da interface.

Os comportamentos da fração de líquido mostrados na Figura B-3 são plotados na Figura B-4. Os resultados mostram que o uso do esquema compressivo reduz a região onde se encontra a interface, da espessura (1) para a espessura (2) como é indicado no gráfico. Isso permite uma maior precisão na identificação da interface e maior confiabilidade nos resultados da espessura do filme de líquido.

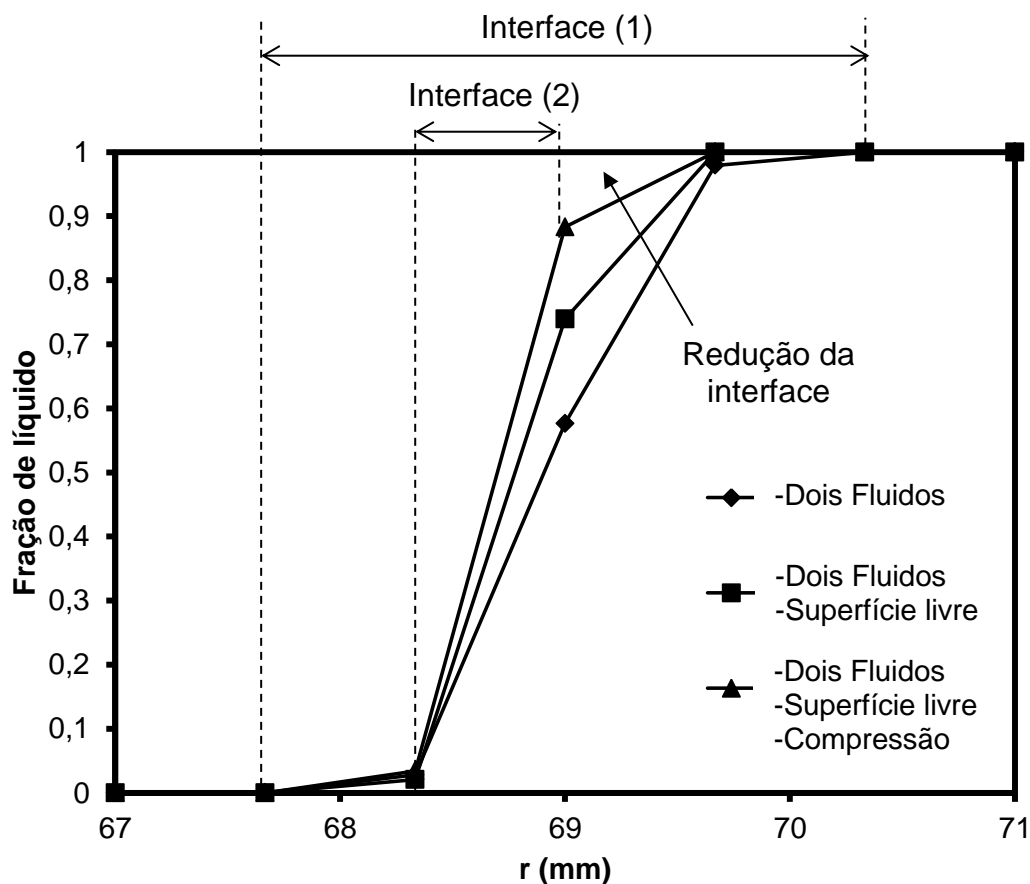
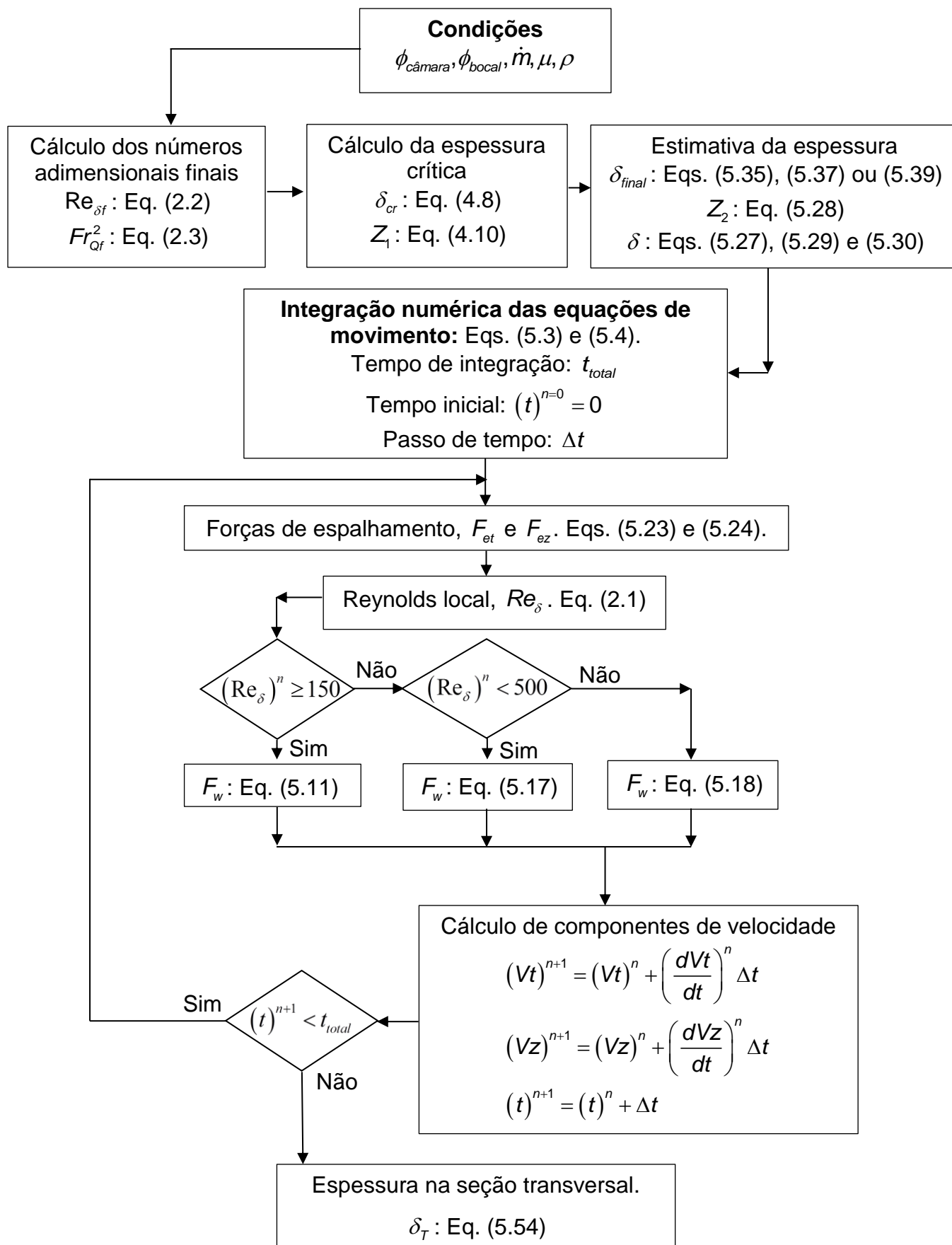


Figura B-4. Redução da espessura da interface como o esquema compressivo.

## APÊNDICE C – ALGORITMO DE CÁLCULO DO MODELO



O algoritmo mostra que primeiro devem ser especificadas as condições de operação da câmara de expansão, isto é, o diâmetro da câmara e do bocal e também a vazão, viscosidade e massa específica do líquido. Com isso é possível determinar os números de Reynolds e de Froude. Com os números adimensionais pode se calcular a espessura crítica y sua posição axial na câmara, os quais permitem realizar a estimativa da espessura do filme ao longo do separador.

As informações que foram calculadas servem para começar com a integração numérica das equações do modelo monofásico proposto neste trabalho. A integração calcula os valores da velocidade do líquido a partir do bocal de entrada e continua realizando os cálculos ao longo da linha de corrente média. As forças de espalhamento e a tensão de cisalhamento na parede são calculadas em função da velocidade, espessura e regime de escoamento correspondente ao ponto de cálculo atual, com isso é possível calcular as componentes da velocidade no próximo instante de tempo. A integração numérica continua até o tempo de integração desejado. Uma vez terminado o cálculo das componentes da velocidade é possível realizar um recálculo da espessura do filme na seção transversal.

A seguir se mostra o código do algoritmo no Matlab:

```

clc
clear
%propiedades fisicas -----
den=997;           %m^3/seg
A=10^(-6);        %m^2   área de contato da particula com a parede
g=9.81;           %m/seg^2
dbocal=0.015;     %m     diâmetro do bocal
dcamara=0.142;    %m     diâmetro da câmara

rbocal=dbocal/2;
R=dcamara/2;      %m

Reynolds=5000;
Froude=0.05;
mm=den*(Froude*g*R^5)^0.5;
visc=mm/(2*3.1416*R*Reynolds);

%dados da bolha
db=(0.1)*10^-3;   %diametro da bolha (m)
denbol=1.2;

```

```

%-----
%espessura na saída em função do Reynolds na saída

Rtl=500;           %Reynolds no limite de transição pra laminar
Rtt=1500;
ReynoldsFinal=mm/(2*3.1416*R*visc);

if ReynoldsFinal>=Rtt
efinal=(0.24/8*((mm/den)/(2*3.1416*R))^(7/4)*(visc/den)^0.25/g)^(1/3);
Vfinal=(mm/den)/(2*3.1416*R*efinal);
end

if (ReynoldsFinal<Rtt)&&(ReynoldsFinal>=Rtl)
    F10=((Rtt-ReynoldsFinal)/(Rtt-Rtl))^2;

efinal=((3*visc*mm/(den*2*3.1416*R*den*g))^(1/3))*F10+((0.24/8*((mm/den)/
(2*3.1416*R))^(7/4)*(visc/den)^0.25/g)^(1/3))*(1-F10);
    Vfinal=(mm/den)/(2*3.1416*R*efinal);
end

if ReynoldsFinal<Rtl
    efinal=(3*visc*mm/(den*2*3.1416*R*den*g))^(1/3);
    Vfinal=(mm/den)/(2*3.1416*R*efinal);
end

%-----

%valores para o calculo aprox da espessura ao longo da câmara
Z1=9.3333*rbocal;
FroudeAsin=-140.0278*(rbocal/R)^2+47.925*(rbocal/R)-2.2875;
if Froude>=FroudeAsin
    emin=(1.25*Reynolds^-0.0756*FroudeAsin^-0.1182*(R/rbocal)^-1.327)*R;
end
if Froude<FroudeAsin
    emin=(1.25*Reynolds^-0.0756*Froude^-0.1182*(R/rbocal)^-1.327*(1-exp(-
0.1375*Reynolds^0.0118*Froude^0.6072*(R/rbocal)^1.3799)))*R;
end

if ReynoldsFinal>=Rtt
    kz=43233*10^-6*Reynolds^-
0.1004*Froude^0.4243*(0.015/dbocal)^1*(dcamara/0.142)^1;
    kt=648420*10^-6*Reynolds^-
0.3163*Froude^0.3521*(0.015/dbocal)^1*(dcamara/0.142)^1;
end

if ReynoldsFinal<Rtt
    kz=10^-6*(0.0033*Reynolds^2-
1.7*Reynolds+15818)/0.9998*Froude^0.4243*(dcamara/dbocal)^1*(0.015/0.142)^1
;
    kt=10^-
6*(0.0036*Reynolds^2+11.04*Reynolds+37193)/0.9797*Froude^0.3521*(dcamara/db
ocal)^1*(0.015/0.142)^1;
end

```

```

%condições numericas -----

tt=2;           %seg    tempo total do analise
n=2000;        %       número de pontos para a integração
h=tt/n;

%condições iniciais -----

vme=mm/(den*3.1416/4*dbocal^2); %velocidade média na entrada
alfa0=(0)*3.1416/180;         %rad

Vt0=vme;           %m/seg
Vz0=0;            %m/seg

t0=0;             %seg
X0=R;            %m
Y0=0;            %m
Z0=0;            %m
teta0=0;
localizar=0;
tempo=0;
it=0;

Vt=zeros(1,n);
Vz=zeros(1,n);
alfa=zeros(1,n);
t=zeros(1,n);
X=zeros(1,n);
Y=zeros(1,n);
Z=zeros(1,n);
teta=zeros(1,n);
V=zeros(1,n-1);
e=zeros(1,n-1);
Reynolds=zeros(1,n-1);
tensao=zeros(1,n-1);
espessuracalculada=zeros(1,n-1);
fff=zeros(1,n-1);

Vt(1,1)=Vt0;
Vz(1,1)=Vz0;
alfa(1,1)=alfa0;
t(1,1)=t0;
X(1,1)=X0;
Y(1,1)=Y0;
Z(1,1)=Z0;
teta(1,1)=teta0;
espessuracalculada(1,1)=dbocal*1000;

Z2=Z1+400*abs(efinal-emin);
ilaminar=0;
calculol=0;

```

```

%-----

for i=1:n-1

%velocidade total em cada instante de tempo
V(1,i)=(Vt(1,i)^2+Vz(1,i)^2)^0.5;

%espessura em cada instante de tempo
if Z(1,i)<=Z1
e(1,i)=emin+(dbocal-emin)*(1-Z(1,i)/Z1);
end
if (Z(1,i)>Z1)&&(Z(1,i)<=Z2)
e(1,i)=emin+(efinal-emin)/(Z2-Z1)*(Z(1,i)-Z1);
end
if Z(1,i)>Z2
e(1,i)=efinal;
end

%massa da partícula analisada
m=A*e(1,i)*den;

%força na parede (tensão*área)
Reynolds(1,i)=den*V(1,i)*e(1,i)/visc;

if Reynolds(1,i)>=Rtt
forcaparede=0.24/8*den^(0.75)*visc^0.25*e(1,i)^(-0.25)*V(1,i)^1.75*A;
end
if Reynolds(1,i)<Rtt&&Reynolds(1,i)>=Rtl
F10=((Rtt-Reynolds(1,i))/(Rtt-Rtl))^2;
forcaparede=(3*visc/e(1,i)*V(1,i)*A)*(F10)+(0.24/8*den^(0.75)*visc^0.25*e(1,i)^(-0.25)*V(1,i)^1.75*A)*(1-F10);
fff(1,i)=F10;
end
if Reynolds(1,i)<Rtl
forcaparede=3*visc/e(1,i)*V(1,i)*A;
end

tensao(1,i)=forcaparede/A;

fcZ=kz*m*Vt(1,i)^2/R*(e(1,i)/efinal)*(emin/efinal);
fcT=kt*m*Vt(1,i)^2/R*(e(1,i)/efinal)*(emin/efinal);

%variação das velocidades
dVt=1/m*(-forcaparede*cos(alfa(1,i))-fcT);
dVz=1/m*(m*g-forcaparede*sin(alfa(1,i))+fcZ);

%velocidades no seguinte instante de tempo
Vt(1,i+1)=Vt(1,i)+h*dVt;
Vz(1,i+1)=Vz(1,i)+h*dVz;
alfa(1,i+1)=atan(Vz(1,i+1)/Vt(1,i+1));
t(1,i+1)=t(1,i)+h;

%transformada para coord cartesianas da posição
teta(1,i+1)=teta(1,i)+Vt(1,i)/R*h;
X(1,i+1)=R*cos(teta(1,i+1));
Y(1,i+1)=R*sin(teta(1,i+1));
Z(1,i+1)=Z(1,i)+Vz(1,i)*h;

```

```
%busca instante de tempo onde o fluido chega à saída
if localizar==0
    if Z(1,i)>=1.5
        localizar=1;
        it=i;
    end
end

%recalculo da espessura média
if i>1
    espessuracalculada(1,i)=Vfinal*efinal/Vz(1,i)*1000;
    if espessuracalculada(1,i)>dbocal*1000
        espessuracalculada(1,i)=dbocal*1000;
    end
end
end

plot(Z,Vz)
```



## APÊNDICE D – CÁLCULO DAS INCERTEZAS DE MEDIÇÃO NAS SIMULAÇÕES EXPERIMENTAIS

Neste apêndice são apresentados os resultados experimentais e o cálculo das incertezas de cada medição. As variáveis estudadas são a espessura do filme de líquido, as componentes de velocidade do escoamento e a altura de elevação do líquido por cima do bocal de entrada. A seguir são mostrados os resultados das incertezas.

### D.1 Incerteza da medição da espessura do filme líquido

As Tabelas de D-1 a D-3 apresentam os resultados obtidos para as incertezas de medição da espessura do escoamento, com base na metodologia descrita na seção 3.3.1. Nas tabelas,  $Z$  representa a posição axial abaixo do bocal na câmara de expansão,  $t_{\delta}$  o tempo de retorno dos ecos do som para o transdutor,  $\delta$  a espessura do escoamento medida com o ultrassom e  $inc(\delta)$  a incerteza de medição da espessura. A última coluna de cada tabela mostra a relação percentual entre a incerteza de medição da espessura,  $inc(\delta)$ , com o valor medido,  $\delta$ .

Observa-se em geral que para baixa vazão mássica do líquido, a espessura do filme é menor e as incertezas percentuais da medição foram maiores. Entretanto, os valores das incertezas percentuais não são grandes, onde tomando uma média aritmética de todas as medições, obtém-se uma incerteza média de 2,12 %.

Tabela D-1. Incerteza de medição experimental da espessura do filme líquido para o caso de vazão mássica de 1 kg/s.

Z [mm]	$t_\delta$ [s]	$\delta$ [mm]	$inc(\delta)$ [mm]	$inc(\delta)$ %
50	1,26E-06	0,94	0,0249	2,66
100	1,08E-06	0,81	0,0241	2,98
150	8,71E-07	0,65	0,0230	3,54
200	2,23E-06	1,67	0,0298	1,79
300	3,87E-06	2,89	0,0380	1,32
400	1,61E-06	1,20	0,0267	2,23
500	1,23E-06	0,92	0,0248	2,70
600	1,11E-06	0,83	0,0242	2,93
700	1,03E-06	0,77	0,0238	3,09
800	1,18E-06	0,88	0,0246	2,79
1000	1,58E-06	1,18	0,0266	2,25

Tabela D-2. Incerteza de medição experimental da espessura do filme líquido para o caso de vazão mássica de 1,25 kg/s.

Z [mm]	$t_\delta$ [s]	$\delta$ [mm]	$inc(\delta)$ [mm]	$inc(\delta)$ %
50	1,27E-06	0,95	0,0250	2,63
100	1,32E-06	0,99	0,0253	2,56
150	2,43E-06	1,81	0,0308	1,70
200	3,22E-06	2,40	0,0347	1,45
300	1,50E-06	1,12	0,0262	2,34
400	1,37E-06	1,02	0,0255	2,50
500	1,41E-06	1,05	0,0257	2,45
600	3,97E-06	2,96	0,0385	1,30
700	2,96E-06	2,21	0,0335	1,51
800	2,41E-06	1,80	0,0307	1,71
1000	2,18E-06	1,63	0,0296	1,81

Tabela D-3. Incerteza de medição experimental da espessura do filme líquido para o caso de vazão mássica de 1,5 kg/s.

Z [mm]	$t_\delta$ [s]	$\delta$ [mm]	$inc(\delta)$ [mm]	$inc(\delta)$ %
50	1,64E-06	1,23	0,0269	2,19
100	2,08E-06	1,55	0,0290	1,87
150	3,16E-06	2,36	0,0345	1,46
200	3,76E-06	2,81	0,0375	1,34
300	1,57E-06	1,17	0,0265	2,26
400	2,72E-06	2,03	0,0323	1,59
500	2,40E-06	1,79	0,0307	1,71
600	2,26E-06	1,69	0,0300	1,77
700	2,08E-06	1,55	0,0290	1,87
800	2,25E-06	1,68	0,0299	1,78
1000	1,88E-06	1,40	0,0280	2,00

## D.2 Incerteza da medição da velocidade do escoamento

As Tabelas de D-4 a D-6 apresentam os resultados obtidos para as incertezas de medição da velocidade do escoamento, com base na metodologia descrita na seção 3.3.2. Nas tabelas, Z representa a posição axial abaixo do bocal na câmara de expansão,  $V_t$  a velocidade tangencial,  $V_z$  a velocidade axial,  $\Delta x$  o deslocamento tangencial da partícula,  $\Delta z$  o deslocamento axial da partícula,  $inc(V_t)$  a incerteza de medição da velocidade tangencial e  $inc(V_z)$  a incerteza de medição da velocidade axial.

Observa-se que as maiores incertezas se encontram nas regiões onde a componente da velocidade do escoamento é maior, isto é, no caso da velocidade tangencial as maiores incertezas estão próximas ao bocal de entrada e no caso da velocidade axial estão na posição axial correspondente à espessura crítica,  $Z_1$  (nas medições  $Z_1 \approx 100$  mm).

Para regiões afastadas do bocal a velocidade tangencial tende para zero, portanto, altos valores de incerteza porcentual na medição da velocidade tangencial são obtidos na saída do separador.

Tabela D-4. Incerteza de medição experimental da espessura do filme líquido para o caso de vazão mássica de 1 kg/s.

Z [mm]	$V_t$ [m/s]	$V_z$ [m/s]	$t_{cam}$ [s]	$\Delta x$ [m]	$\Delta z$ [m]	$inc(V_t)$ [m/s]	$inc(V_z)$ [m/s]	$inc(V_t)$ (%)	$inc(V_z)$ (%)
40	3,38	1,24	0,002	0,00677	0,00248	0,20	0,09	5,81	7,21
70	3,02	1,39	0,002	0,00603	0,00279	0,18	0,10	5,91	6,97
100	2,78	1,67	0,002	0,00556	0,00334	0,17	0,11	5,99	6,64
150	2,10	1,91	0,002	0,00421	0,00382	0,13	0,12	6,31	6,44
200	1,95	1,93	0,002	0,00391	0,00385	0,13	0,12	6,41	6,43
300	1,29	1,99	0,002	0,00258	0,00397	0,09	0,13	7,13	6,38
400	0,70	1,61	0,002	0,00141	0,00321	0,06	0,11	8,91	6,71
600	0,33	1,69	0,002	0,00067	0,00339	0,04	0,11	13,22	6,62
800	0,18	1,47	0,002	0,00036	0,00295	0,04	0,10	20,38	6,86

Tabela D-5. Incerteza de medição experimental da espessura do filme líquido para o caso de vazão mássica de 1,25 kg/s.

Z [mm]	$V_t$ [m/s]	$V_z$ [m/s]	$t_{cam}$ [s]	$\Delta x$ [m]	$\Delta z$ [m]	$inc(V_t)$ [m/s]	$inc(V_z)$ [m/s]	$inc(V_t)$ (%)	$inc(V_z)$ (%)
40	4,78	1,03	0,002	0,00956	0,00206	0,27	0,08	5,57	7,66
70	4,18	1,64	0,002	0,00837	0,00329	0,24	0,11	5,66	6,67
100	3,69	2,18	0,002	0,00737	0,00436	0,21	0,14	5,75	6,26
150	3,25	2,22	0,002	0,00650	0,00443	0,19	0,14	5,85	6,24
200	2,39	2,17	0,002	0,00479	0,00434	0,15	0,14	6,15	6,27
300	0,96	1,50	0,002	0,00192	0,00300	0,08	0,10	7,86	6,83
400	0,60	1,59	0,002	0,00120	0,00318	0,06	0,11	9,58	6,73
600	0,41	1,64	0,002	0,00082	0,00328	0,05	0,11	11,74	6,67
800	0,47	1,93	0,002	0,00094	0,00386	0,05	0,12	10,88	6,42

Tabela D-6. Incerteza de medição experimental da espessura do filme líquido para o caso de vazão mássica de 1,5 kg/s.

Z [mm]	$V_t$ [m/s]	$V_z$ [m/s]	$t_{cam}$ [s]	$\Delta x$ [m]	$\Delta z$ [m]	$inc(V_t)$ [m/s]	$inc(V_z)$ [m/s]	$inc(V_t)$ (%)	$inc(V_z)$ (%)
40	6,22	1,90	0,002	0,01244	0,00381	0,34	0,12	5,44	6,44
70	5,53	2,44	0,002	0,01107	0,00488	0,30	0,15	5,50	6,13
100	4,68	2,49	0,002	0,00936	0,00498	0,26	0,15	5,59	6,10
150	3,63	2,41	0,002	0,00726	0,00481	0,21	0,15	5,76	6,14
200	2,67	2,38	0,002	0,00533	0,00475	0,16	0,15	6,03	6,16
300	1,30	1,43	0,002	0,00259	0,00287	0,09	0,10	7,12	6,92
400	1,14	1,58	0,002	0,00227	0,00316	0,08	0,11	7,42	6,74
600	1,03	2,03	0,002	0,00207	0,00407	0,08	0,13	7,66	6,35
800	0,57	1,90	0,002	0,00113	0,00380	0,06	0,12	9,84	6,44

### D.3 Incerteza da medição da altura de elevação do nível de líquido

As Tabelas de D-7 a D-10 apresentam os resultados obtidos para as incertezas de medição da altura de elevação do escoamento, com base na metodologia descrita na seção 3.3.3. Nas tabelas,  $h$  representa a altura de elevação,  $V_2$  a voltagem monitorada no sensor resistivo e  $inc(h)$  a incerteza de medição da altura de elevação.

Pode-se observar que as incertezas de medição são baixas ( $\leq 5\%$ ) devido à alta precisão da placa de aquisição (0,00015 V) usada para monitorar a voltagem nos sensores resistivos.

Tabela D-7. Incerteza de medição experimental da altura de elevação do líquido para o sensor 1.

$\dot{m}$ [kg/s]	$h_{\text{sensor1}}$ [mm]	$V_{2_{\text{sensor1}}}$ [V]	$inc(h_{\text{sensor1}})$ [mm]	$inc(h_{\text{sensor1}})$ (%)
1,00	109,84	0,8596	0,0233	0,02
1,25	139,86	1,0525	0,0233	0,02
1,50	182,78	1,3282	0,0233	0,01

Tabela D-8. Incerteza de medição experimental da altura de elevação do líquido para o sensor 2.

$\dot{m}$ [kg/s]	$h_{\text{sensor2}}$ [mm]	$V_{2_{\text{sensor2}}}$ [V]	$inc(h_{\text{sensor2}})$ [mm]	$inc(h_{\text{sensor2}})$ (%)
1,00	65,845	0,4746	0,0318	0,05
1,25	121,38	0,7365	0,0318	0,03
1,50	173,82	0,9837	0,0318	0,02

Tabela D-9. Incerteza de medição experimental da altura de elevação do líquido para o sensor 3.

$\dot{m}$ [kg/s]	$h_{\text{sensor3}}$ [mm]	$V_{2_{\text{sensor3}}}$ [V]	$inc(h_{\text{sensor3}})$ [mm]	$inc(h_{\text{sensor3}})$ (%)
1,00	103,62	0,7297	0,0271	0,03
1,25	116,04	0,7985	0,0271	0,02
1,50	130,18	0,8768	0,0271	0,02

Tabela D-10. Incerteza de medição experimental da altura de elevação do líquido para o sensor 4.

$\dot{m}$ [kg/s]	$h_{\text{sensor4}}$ [mm]	$V2_{\text{sensor4}}$ [V]	$inc(h_{\text{sensor4}})$ [mm]	$inc(h_{\text{sensor4}})$ (%)
1,00	116,4	0,8422	0,0243	0,02
1,25	142,81	1,0050	0,0243	0,02
1,50	173,19	1,1922	0,0243	0,01