

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA

CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

VINICIUS RAFAEL PIMENTEL ABRAM

SÍNTESE E ANÁLISE DE MECANISMOS FLEXÍVEIS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2019

VINICIUS RAFAEL PIMENTEL ABRAM

SÍNTESE E ANÁLISE DE MECANISMOS FLEXÍVEIS

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso – TCC2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira

CURITIBA

2019

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa “SÍNTESE E ANÁLISE DE MECANISMOS FLEXÍVEIS”, realizado pelo aluno Vinicius Rafael Pimentel Abram, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Profa. Dra. Ana Paula C. S. Ferreira
UTFPR, DAMEC
Orientadora

Prof. Dr. Márcio Henrique de Avelar Gomes
UTFPR, DAMEC
Avaliador

Prof. Dr. Luciano Zart Olanyk
UTFPR, DAMEC
Avaliador

Curitiba, 27 de junho de 2019.

AGRADECIMENTOS

Agradeço pelo apoio da minha família, principalmente aos meus pais, Márcio e Mônica, que sempre me incentivaram, forneceram uma excelente educação e estiveram ao meu lado ao longo deste período na universidade, e ao meu irmão Fabrício, também estudante de Engenharia Mecânica na UTFPR, pela amizade e companheirismo.

À professora Ana Paula pela orientação na realização deste trabalho, e pela compreensão e paciência com as dificuldades inesperadas ocorridas.

Aos meus colegas de universidade e futuros colegas de profissão por estes anos de convivência e pela ajuda de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

Aos meus amigos de longa data que sempre se fizeram presentes.

RESUMO

ABRAM, Vinicius R. P. **Síntese e Análise de Mecanismos Flexíveis**. 83 f. Trabalho de Conclusão de Curso – TCC2, Bacharelado em Engenharia Mecânica, Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2019.

No contexto de mecanismos, os recentes avanços na área de materiais e a incessante busca pela simplificação da produção resultaram num interesse atual por mecanismos flexíveis. Esses mecanismos apresentam várias vantagens quando comparados a mecanismos tradicionais: número reduzido de partes, fácil montagem, menor custo, potencial para eliminação de folgas, atrito e desgaste. Com essas vantagens em vista, no presente trabalho é detalhado o processo de síntese e análise de um mecanismo flexível capaz de desempenhar a mesma função de um mecanismo rígido existente. Para tal, é utilizado o Modelo de Corpo Pseudo-Rígido (conhecido pela sigla *PRBM*, do inglês *pseudo-rigid body model*), que simplifica a tarefa por permitir a modelagem de um mecanismo flexível como sendo um mecanismo rígido com molas torcionais em suas juntas. O Abaqus, um *software* de elementos finitos, é então utilizado para comparar o mecanismo rígido base, o modelo pseudo-rígido criado e o mecanismo flexível sintetizado. Essa comparação é feita através de simulações e serve para verificar a validade da metodologia desenvolvida e a funcionalidade do mecanismo flexível obtido. Os resultados são discutidos ao final do trabalho.

Palavras-chave: síntese e análise, mecanismos flexíveis, Modelo de Corpo Pseudo-Rígido, elementos finitos, simulação.

ABSTRACT

ABRAM, Vinicius R. P. **Synthesis and Analysis of Compliant Mechanisms**. 83 p. Undergraduate Thesis, Mechanical Engineering, Academic Mechanical Engineering Department, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2019.

When it comes to mechanisms, recent advancements in the field of engineering materials and the continuous drive to simplify production have led to the current interest in compliant mechanisms. These mechanisms have some advantages over traditional ones, such as: reduced number of components, easy assembly, lower costs, potential elimination of backlash, friction and wear. Considering these advantages, the present paper details the synthesis and analysis process of a compliant mechanism able to substitute an existing rigid mechanism. To do so, the authors use the Pseudo-Rigid Body Model (PRBM), which allows modelling a compliant mechanism like a rigid mechanism with torsion springs in its joints, simplifying the process. Then, the starting rigid mechanism, the developed pseudo-rigid model and the synthesized compliant mechanism are analyzed and compared through simulations in the finite elements software, Abaqus. This comparison seeks to validate the methodology used and to guarantee the compliant mechanism's functionality. Lastly, the results are discussed by the author.

Keywords: synthesis and analysis, compliant mechanisms, Pseudo-Rigid Body Model, finite elements, simulation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Armadilha para elefantes do Leste Africano e objetos usados para fazer fogo pelo homem primitivo	17
Figura 2 - Estudo da asa de uma ave	18
Figura 3 - Evidências do uso da balança, do arco e da biga no Egito Antigo.....	19
Figura 4 - Elevador medieval manual e motor a vapor da Revolução Industrial	20
Figura 5 - Motor 1.3 Energy TCe.....	20
Figura 6 - Exemplos de componentes e movimentos de mecanismos rígidos	22
Figura 7 - Estrutura que exemplifica os tipos de junta e sua influência no GDL	23
Figura 8 – Alicate de corte comum (mecanismo rígido)	25
Figura 9 - Alicate monolítico flexível.....	25
Figura 10 - Classificação dos segmentos de um mecanismo flexível	27
Figura 11 - Exemplo de elo estruturalmente secundário e funcionalmente ternário..	27
Figura 12 - Classificação dos elos de um mecanismo flexível	28
Figura 13 - Viga engastada com uma força P aplicada à sua extremidade livre.....	29
Figura 14 - Deflexão resultante do carregamento na viga engastada.....	30
Figura 15 - Viga isotrópica em balanço carregada nos eixos x e y	32
Figura 16 - Enrijecimento por tensão e armazenamento de energia.....	35
Figura 17 - Protótipo de barreira balística flexível inspirada em origami sendo testada	37
Figura 18 – Representação de mecanismo bi-estável funcionando como trava e liberador	38
Figura 19 – Mecanismo flexível com translação triaxial para nanocortes	39
Figura 20 – Esquemático de um gerador eletromagnético associado a um mecanismo flexível	40
Figura 21 – (a) Mecanismo flexível e (b) seu modelo de corpo pseudo-rígido.....	41
Figura 22 – Representação de um pivô flexível de pequeno segmento.....	42
Figura 23 – Modelo de corpo pseudo-rígido de um pivô flexível de pequeno comprimento.....	43
Figura 24 – Comparação entre os ângulos de deflexão.....	44
Figura 25 – (a) Segmento fixo-pinado e (b) seu modelo de corpo pseudo-rígido.....	45
Figura 26 – Erro de trajetória de deflexão entre o segmento fixo-pinado e seu PRBM	46

Figura 27 - Segmento fixo-guiado flexível	48
Figura 28 – Diagrama de metade do segmento fixo-guiado.....	48
Figura 29 - Modelo de corpo pseudo-rígido do segmento fixo-guiado flexível	49
Figura 30 – Mecanismo de Hoeken.....	50
Figura 31 – Mecanismo inteiramente flexível com pivô flexível de pequeno comprimento.....	51
Figura 32 – Mecanismo parcialmente flexível com pivô flexível de pequeno comprimento.....	52
Figura 33 – Mecanismo parcialmente flexível com segmento fixo-pinado	52
Figura 34 – PRBM para o mecanismo parcialmente flexível de segmento fixo-pinado	53
Figura 35 - Pontos de precisão do mecanismo rígido	55
Figura 36 - Mecanismo rígido e suas variáveis	56
Figura 37 - Mecanismo rígido modelado no Abaqus	61
Figura 38 - Conector hinge no mecanismo rígido.....	62
Figura 39 - Restrição coupling no mecanismo rígido	62
Figura 40 - Condições de interação no mecanismo rígido	63
Figura 41 - Malha de elementos finitos do mecanismo rígido	64
Figura 42 - Relação de tamanho entre elos	65
Figura 43 - Mecanismo pseudo-rígido modelado no Abaqus	66
Figura 44 - Condições de interação no mecanismo pseudo-rígido	67
Figura 45 - Malha de elementos finitos do mecanismo pseudo-rígido	68
Figura 46 - Relação de tamanho entre elos	69
Figura 47 - Mecanismo flexível modelado no Abaqus.....	70
Figura 48 - Condições de interação no mecanismo flexível	70
Figura 49 - Malha de elementos finitos do mecanismo flexível	71
Figura 50 - Mecanismo rígido configurado	72
Figura 51 - Posição inicial e final da simulação do mecanismo rígido.....	74
Figura 52 - (a) Gráfico de deslocamento do mecanismo rígido e (b) dados do deslocamento.....	75
Figura 53 - Posição inicial e final da simulação do mecanismo pseudo-rígido.....	75
Figura 54 - (a) Gráfico de deslocamento do mecanismo pseudo-rígido e (b) dados do deslocamento.....	76
Figura 55 - Posição inicial e final da simulação do mecanismo flexível	77

Figura 56 – (a) Gráfico de deslocamento do mecanismo flexível e (b) dados do deslocamento.....	78
Figura 57 - Sobreposição das trajetórias de deslocamento dos mecanismos.....	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados numéricos para K_{Θ} e γ	47
Tabela 2 - Valores de entrada e saída da síntese analítica	60
Tabela 3 - Magnitudes e ângulos das posições do mecanismo	73
Tabela 4 - Coordenadas dos pontos de precisão	73

LISTA DE ABREVIATURAS

BYUCMR	Brigham Young University Compliant Mechanisms Research
CSDL	Laboratório de Desenvolvimento de Sistemas Flexíveis
GDL	Graus de Liberdade
MEF	Método de Elementos Finitos
PML	Laboratório de Mecatrônica de Precisão
PRBM	<i>Pseudo-rigid Body Model</i>
SMR	Modelo de Região Significativa

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Contexto do Tema	14
1.2	Objetivos.....	15
1.3	Caracterização do Problema e Justificativa.....	15
1.4	Conteúdo do Trabalho	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	17
2.1	Conceptualização e Histórico dos Mecanismos	17
2.2	Mecanismos Rígidos	21
2.2.1	Conceitos Básicos	21
2.2.2	Graus de Liberdade (GDL)	22
2.2.3	Síntese de Mecanismos Rígidos	23
2.2.4	Análise de Mecanismos Rígidos.....	24
2.3	Mecanismos Flexíveis	24
2.3.1	Nomenclatura	26
2.3.2	Comportamento dos Mecanismos Flexíveis	28
2.3.2.1	Rigidez, Flexibilidade e Resistência.....	29
2.3.2.2	Fenômenos Adicionais	34
2.4	Estado da Arte.....	36
2.5	Modelo de Corpo Pseudo-Rígido	40
2.5.1	Modelagem de mecanismos flexíveis	41
2.5.1.1	Pivô flexível de pequeno comprimento	41
2.5.1.2	Segmento fixo-pinado	45
2.5.1.3	Segmento fixo-guiado flexível	47
2.6	Síntese de Substituição de Corpo Rígido.....	50
2.7	Modelagem de mecanismos com o Abaqus	53
3	METODOLOGIA	55
3.1	Síntese e análise do mecanismo rígido	55
3.1.1	Síntese analítica de três posições	56
3.1.2	Modelagem do mecanismo rígido no Abaqus.....	61
3.2	Síntese e análise do mecanismo pseudo-rígido.....	64
3.2.1	Modelagem do mecanismo pseudo-rígido no Abaqus.....	65
3.3	Síntese e análise do mecanismo flexível	68
3.3.1	Modelagem do mecanismo flexível no Abaqus	69
4	COMPARAÇÕES DE RESULTADOS.....	72
4.1	Resultados analíticos para o mecanismo rígido	72
4.2	Resultados no software Abaqus para o mecanismo rígido.....	73
4.3	Resultados no software Abaqus para o mecanismo pseudo-rígido.....	75
4.4	Resultados no software Abaqus para o mecanismo flexível.....	77

4.5	Comparação de trajetórias	78
5	CONCLUSÃO	80
	REFERÊNCIAS.....	81

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto do Tema

É inegável que a indústria atual busque maior eficiência onde quer que seja possível alcançá-la. Para isso, dois fatores contribuem para o sucesso dessa busca. O primeiro é o surgimento, ainda no século XX, de diversas filosofias que se encarregam de sistematizar e aperfeiçoar continuamente os processos de produção. O *toyotismo*, por exemplo, que tem a sua definição amplamente conhecida, tem como base a eliminação completa dos desperdícios através da produção de determinado produto de acordo com a sua demanda. Outro conceito que merece destaque é o *Kaizen*, palavra japonesa que significa “mudança para melhor”. De acordo com Fonseca et. al (2016), “é uma ferramenta simples e de fácil aplicação que auxilia os gestores a otimizar seus processos de produção e alcançar os objetivos da empresa”.

O segundo fator é o estado de acelerado avanço tecnológico da humanidade. Desde as primeiras máquinas industriais, desenvolvidas pelo homem durante o século XVIII, como as máquinas a vapor alimentadas por carvão, a busca pela eficiência encontra-se em constante renovação. A História traz a humanidade ao patamar atual, onde o incrível desenvolvimento da área da computação resultou em um crescimento geométrico da capacidade de processamento computacional.

Uma área da engenharia mecânica que se beneficiou dessa busca por maior eficiência, de forma paralela ao avanço tecnológico computacional, foi a de mecanismos. Os mecanismos tradicionais, ditos mecanismos rígidos, comumente são compostos por segmentos rígidos conectados por pinos que possibilitam a transmissão de forças e a execução de movimentos pré-determinados, como uma tesoura, por exemplo. O desenvolvimento desta área se deparou com o objetivo de minimizar custos através da diminuição de peças e facilitação da montagem. Assim, foi criado o conceito de mecanismos flexíveis.

Mecanismos flexíveis podem ser desenvolvidos para desempenhar funções previamente atribuídas a mecanismos rígidos, por meio da deformação elástica de seus segmentos, anteriormente livres de qualquer análise de movimento em função de sua geometria. Justamente por introduzirem o conceito de análise de grandes deflexões estruturais ao estudo de mecanismos, surgiu a necessidade de otimizar os

cálculos necessários para seu desenvolvimento conceitual. Então, a análise computacional, por meio da teoria da análise não-linear de elementos finitos, é empregada no estudo desta nova família de mecanismos.

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é o estudo, com enfoque comparativo, de mecanismos flexíveis que desempenham uma função previamente atribuída a um mecanismo rígido. Para isso, é necessário compreender o comportamento destes dois tipos de mecanismos, tanto pelo método analítico quanto por métodos de simulação por elementos finitos.

Para atingir o objetivo principal, foi escolhido o método de *síntese de substituição*, que permite obter um mecanismo flexível com mesmo desempenho de um mecanismo rígido. Através desta escolha, os objetivos específicos puderam ser definidos. São eles:

- A obtenção do modelo de corpo pseudo-rígido do mecanismo rígido estudado;
- A obtenção do mecanismo flexível equivalente;
- Modelagem do mecanismo flexível equivalente no *software* comercial de elementos finitos;
- Análise de movimento dos três mecanismos então existentes (rígido, pseudo-rígido e flexível), comparando os resultados obtidos.

1.3 Caracterização do Problema e Justificativa

O estudo propõe aprimorar o desenvolvimento em um assunto que possui poucas referências bibliográficas. Além de ser um desafio, é um tema complementar à disciplina de Mecanismos, presente na matriz curricular do curso de Engenharia Mecânica, pois analisa casos de não-linearidades geométricas, enquanto que a disciplina do curso se limita a mecanismos sem deformações (i.e., mecanismos rígidos).

1.4 Conteúdo do Trabalho

O presente trabalho está estruturado em cinco capítulos. No primeiro é apresentada uma contextualização do tema, os objetivos do trabalho, as justificativas para tais objetivos e o resumo do conteúdo em sua totalidade.

O segundo capítulo aborda o referencial teórico pertinente aos objetivos do trabalho, como a síntese de mecanismos e seu comportamento mecânico, através de

equações necessárias para o desenvolvimento do assunto. Além disso, são apresentados o modelo de corpo pseudo-rígido e a síntese de substituição de corpo rígido, que são aplicações que fazem a ponte de conexão entre os conceitos de mecanismos rígidos e flexíveis. Por fim, há uma breve introdução ao *software* comercial Abaqus.

No terceiro capítulo são apresentadas as etapas metodológicas na realização do trabalho, com a explicação sobre a síntese analítica para o desenvolvimento de um mecanismo rígido, além da síntese e modelamento dos mecanismos pseudo-rígido e flexível.

O quarto capítulo possui a comparação de resultados. Gráficos de trajetória de deslocamento dos mecanismos são apresentados e comparados entre si para a validação do método utilizado no trabalho.

No quinto capítulo estão as conclusões do trabalho.

Por fim, estão as referências consultadas para a realização do trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Conceptualização e Histórico dos Mecanismos

Antes de se iniciar uma revisão histórica ou um estudo técnico sobre qualquer tema, se faz necessária uma definição adequada do objeto de estudo. Logo, como o objetivo desse trabalho foi desenvolver um projeto sobre *mecanismos flexíveis*, primeiramente o conceito de *mecanismo* precisou ser entendido para que as particularidades daqueles que *são flexíveis* fossem então exploradas.

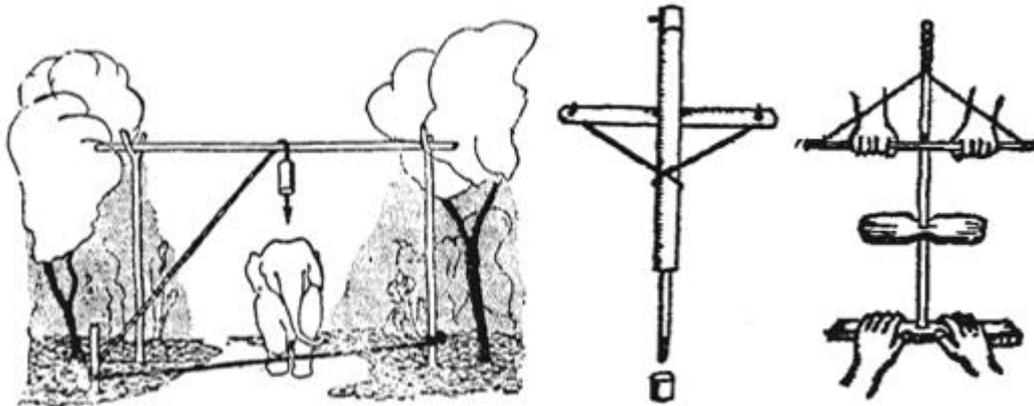
Assim sendo, os autores acham apropriado partir do proposto por Norton (2010), que diz:

“Uma definição útil de mecanismo é ‘um sistema de elementos unidos e organizados para transmitir movimento de uma maneira predeterminada’. A mesma afirmação é empregada para uma definição de máquina adicionando os termos ‘e energia’ após a palavra ‘movimento’”.

Norton (2010) também afirma que uma máquina geralmente contém diversos mecanismos.

Após a definição de mecanismo, se segue um breve histórico sobre o assunto. Tais introduções históricas comumente partem das armadilhas ou dos objetos usados para fazer fogo do homem primitivo (Figura 1).

Figura 1 - Armadilha para elefantes do Leste Africano e objetos usados para fazer fogo pelo homem primitivo

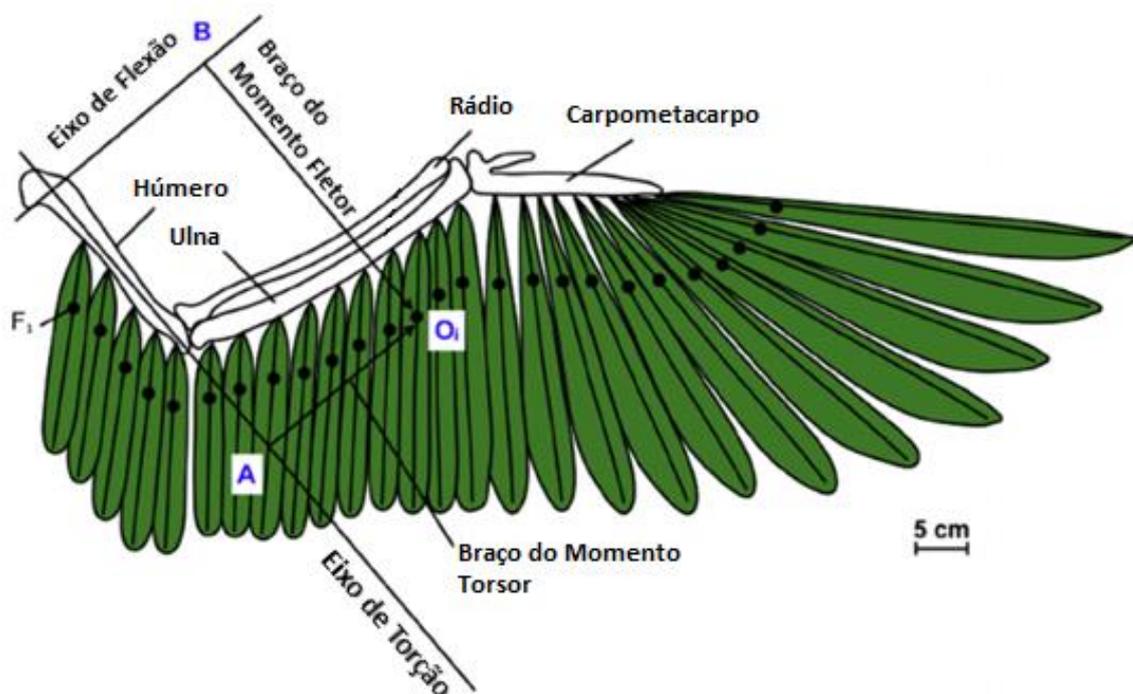


Fonte: Paz et al. (2010)

No entanto, essa abordagem negligencia mecanismos infinitamente mais complicados e ainda mais antigos, apontados muito bem por Paz et al. (2010): tratam-se dos próprios corpos dos homens pré-históricos e das criaturas que os antecederam. Uma vez que Norton (2010) não especifica *mecanismo* como um sistema *feito pelo homem*, essa apreciação das máquinas *vivas* não é nada senão válida.

Tem-se, portanto, a natureza como engenheira de capacidade assombrosa, provendo soluções das mais diversas para uma infinidade de situações-problema. A Figura 2 apresenta o estudo da asa de uma ave, que serve como exemplo de mecanismo natural.

Figura 2 - Estudo da asa de uma ave



Fonte: adaptado de Sullivan et al. (2017)

Tendo considerado tanto os mecanismos naturais existentes desde tempos imemoriais, quanto os mecanismos mais simples dos primeiros homens, pode-se avançar na escala cronológica e perceber a velocidade do desenvolvimento tecnológico humano nos últimos três mil anos.

Várias representações encontradas em antigas estruturas egípcias evidenciam os avanços tecnológicos desse povo, que contribuíram para a longevidade de sua civilização e para a duração das próprias estruturas que conservam sua história. A Figura 3 exemplifica duas dessas representações: uma mostrando a existência da balança e outra ilustrando o uso de máquinas de guerra do período.

Figura 3 - Evidências do uso da balança, do arco e da biga no Egito Antigo

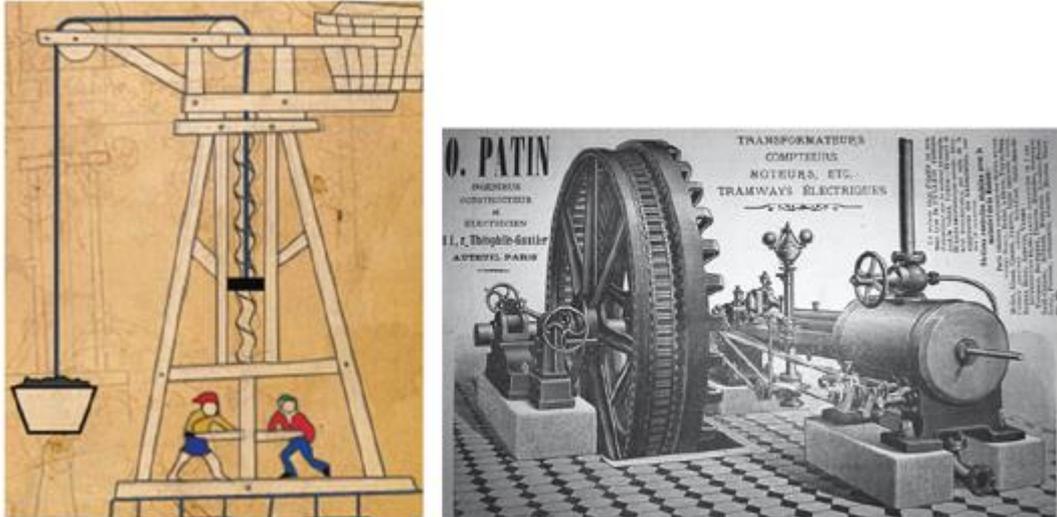


Fonte: Paz et al. (2010)

Os séculos se desenrolam com o desenvolvimento de bombas d'água, moinhos que dependiam das mais diversas forças motrizes e elevadores para variadas finalidades. A Figura 4 apresenta um exemplo de elevador para mineração europeu do século XIII, como representado por Villard de Honnecourt.

O acúmulo de séculos de conhecimento técnico e a combinação de uma ampla gama de fatores culminaram na Revolução Industrial. Essa quebra de paradigmas, essa revolução tanto no campo da engenharia como no campo social, trouxe à luz mecanismos e máquinas que permitiram o aumento exponencial da capacidade produtiva humana e deram início ao processo de automatização de diversos processos existentes. A Figura 4 traz, como exemplo desse período, o emblemático motor a vapor.

Figura 4 - Elevador medieval manual e motor a vapor da Revolução Industrial



Fonte: Paz et al. (2010)

A Revolução Industrial também imprimiu uma velocidade estonteante ao desenvolvimento tecnológico global, que não dá indícios de redução na atualidade.

A criação de campos de conhecimento completamente novos (e.g., eletroeletrônica, computação), o aumento da eficiência e a redução do tamanho de mecanismos e máquinas existentes são alguns dos inúmeros objetivos perseguidos incansavelmente pela comunidade científica. Como resultado de toda essa história, pode-se usar como exemplo os motores dos automóveis atuais (Figura 5): encerram milênios de conhecimento em seus blocos, combinam diversos mecanismos, são produzidos em massa e facilitam diariamente a vida de milhões de pessoas.

Figura 5 - Motor 1.3 Energy TCe



Fonte: Quatro Rodas (2017)

Após essa breve introdução ao conceito e ao histórico dos *mecanismos*, é possível dividir tais sistemas em duas categorias: os *mecanismos rígidos*, mais tradicionais, e os *mecanismos flexíveis*, cujo estudo aprofundado é relativamente recente.

Antes de apresentar as particularidades de cada uma dessas categorias, é importante destacar o perceptível aumento no grau de complexidade relacionado ao desenvolvimento de novos mecanismos. Por essa razão, tornaram-se interessantes algumas simplificações que visam facilitar empreitadas nessa área. Uma delas é a divisão dos estudos sobre movimento, segundo Norton (2010), em cinemática e cinética.

Pode-se definir *cinemática* como o estudo do movimento das partes e do todo mecânico sem se preocupar com as forças atuantes sobre o mecanismo. A *cinética*, por sua vez, estuda precisamente essas forças desconsideradas por sua contraparte.

Essa divisão facilita os processos de *síntese* e *análise* – conceitos definidos nas Seções 2.2.3 e 2.2.4, respectivamente – de mecanismos rígidos, mas sua aplicação é limitada em se tratando de mecanismos flexíveis, uma vez que mobilidade e distribuição de forças são intensamente interdependentes e devem ser tratadas concomitantemente quando do projeto desse tipo de mecanismo (Howell et. al, 2013).

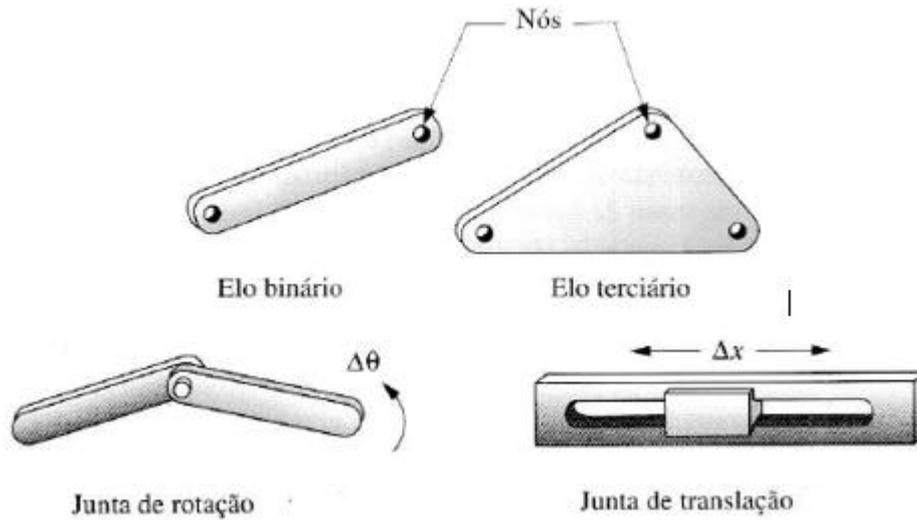
2.2 Mecanismos Rígidos

2.2.1 Conceitos Básicos

De acordo com Norton (2010), os mecanismos rígidos são a classe mais tradicional e corriqueira de mecanismos. São compostos por *elos rígidos* – i.e., não apresentam deformações, deflexões significativas – e por *nós*, que são pontos na estrutura de um elo que permitem sua conexão com outros elos. Essas conexões entre dois ou mais elos são chamadas de *juntas* ou *pares cinemáticos*, e são elas que possibilitam a execução de movimento entre eles (Figura 6).

Ao considerar um mecanismo rígido como um sistema cinemático plano, ele é capaz de realizar os movimentos de rotação pura, de translação pura e, combinando os dois tipos anteriores, de movimento complexo.

Figura 6 - Exemplos de componentes e movimentos de mecanismos rígidos



Fonte: Norton (2010)

2.2.2 Graus de Liberdade (GDL)

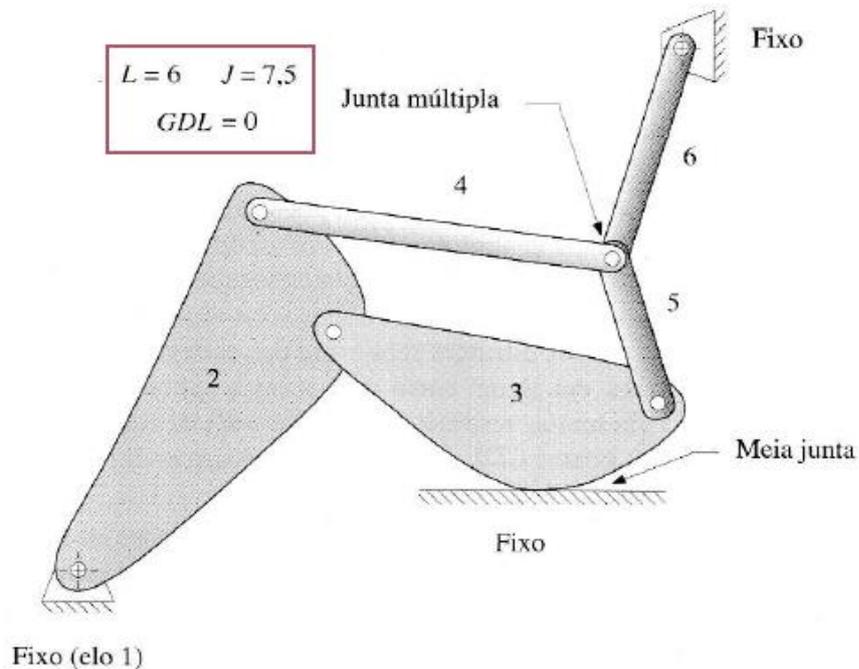
Em se tratando de graus de liberdade, Norton (2010) explica que o número de parâmetros que devem ser definidos para criar uma saída previsível de um sistema mecânico (i.e., conhecer sua posição e movimento) é chamado de número de graus de liberdade desse sistema.

O GDL de um mecanismo depende do número de elos e juntas que o compõem, além do tipo de cada uma dessas juntas. Pela equação de Gruebler:

$$M = 3(L - 1) - 2J \quad (1)$$

onde M é o número de graus de liberdade – também chamado de mobilidade –, L é o número de elos que constituem o mecanismo e J é o número de juntas presentes no mecanismo, sendo que qualquer junta com dois graus de liberdade vale metade da unidade e, por isso, é chamada de meia junta. A Figura 7 exemplifica esse cálculo.

Figura 7 - Estrutura que exemplifica os tipos de junta e sua influência no GDL



Fonte: Norton (2010)

2.2.3 Síntese de Mecanismos Rígidos

Baseando-se em Norton (2010), pode-se dizer que o conjunto de métodos que têm por intuito produzir mecanismos que solucionem situações-problema é chamado de *síntese de mecanismos*.

A síntese de mecanismos pode se dar de diversas maneiras, dispondo de amplo ferramental sobre o qual se apoiar. Divide-se em duas formas principais: a síntese qualitativa e a síntese quantitativa.

Na *síntese qualitativa*, soluções potenciais devem ser divisadas na ausência de passos bem delineados para a satisfação do problema. Isso se traduz num número muito maior de variáveis desconhecidas do que equações descritivas, e requer processos que propiciem interação entre síntese e análise durante todo o desenvolvimento do projeto. A síntese qualitativa engloba a *síntese de tipo*, que tem por objetivo definir o tipo de mecanismo que melhor resolverá determinado problema.

A *síntese quantitativa*, também chamada de *síntese analítica*, pressupõe o conhecimento tanto do tipo de mecanismo que satisfará o problema quanto do algoritmo de síntese desse mecanismo. O número de equações continua sendo menor do que o número de variáveis desconhecidas, mas essa diferença não é tão grande

quanto na síntese qualitativa. Tomando por base soluções existentes para problemas semelhantes e utilizando certa dose de discernimento, valores razoáveis podem ser assumidos para as variáveis desconhecidas e as equações descritivas geram resultados numéricos. Estes resultados podem ser otimizados através da análise contínua do projeto e sucessivas iterações.

Por fim, a *síntese dimensional* de um mecanismo visa determinar as dimensões necessárias de seus elos, para que possa executar o movimento desejado. Essa síntese pode ser desenvolvida tanto qualitativa quanto quantitativamente por métodos gráficos ou analíticos.

2.2.4 Análise de Mecanismos Rígidos

Após a etapa de síntese mecânica, Norton (2010) deixa claro que é imprescindível para o projetista, analisar o mecanismo obtido de maneira a garantir que o sistema não falhe ao desempenhar a função para a qual foi projetado. Analisar um mecanismo envolve, portanto, conhecer as posições sucessivas ocupadas por seus componentes, a velocidade dessa mudança de posições e, por fim, as acelerações adquiridas pelos membros móveis durante o movimento; essa análise cinemática visa dar condições para que se conheçam as forças relacionadas ao sistema e, assim, calcular as tensões, as solicitações sobre ele.

Aqui é possível perceber, novamente, o caráter iterativo de todo o processo de desenvolvimento de mecanismos, uma vez que, para se obter um sistema que suporte as solicitações calculadas, muitas vezes são necessárias alterações no material, geometria e lógica de movimento inicialmente concebidos. Essas alterações obviamente mudam a configuração de tensões do sistema e requerem que todo o procedimento de análise seja refeito. Fica claro aqui, a importância das ferramentas computacionais no avanço da área de projeto mecânico, pois automatizam um trabalho que do contrário seria exaustivo.

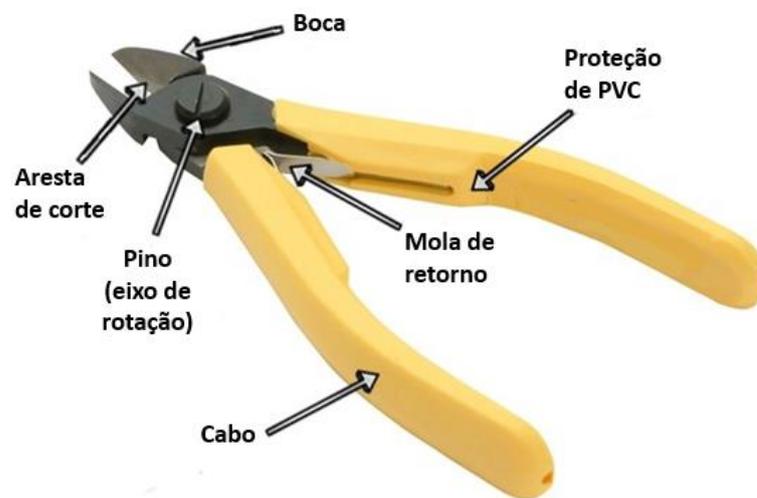
2.3 Mecanismos Flexíveis

Howell (2001) discorre sobre mecanismos flexíveis, dizendo que eles se diferenciam dos mecanismos rígidos por uma característica essencial: seus componentes, como o nome deixa bem claro, têm capacidade de deflexão, um fator determinante para sua mobilidade.

A flexibilidade ocasiona algumas vantagens dessa classe de mecanismo sobre a classe mais tradicional. Por exemplo:

- ◆ Através de um *design* inteligente, esse tipo de mecanismo pode ter um número de partes consideravelmente menor quando comparado a mecanismos rígidos de semelhante ou igual função. Como exemplo, a Figura 8 exibe um alicate de corte comum rígido, no qual podem se identificar pelo menos quatro componentes funcionais. A ele se compara o alicate monolítico flexível, da Figura 9, cujo princípio de funcionamento é o mesmo, mas que tem apenas um componente.

Figura 8 – Alicate de corte comum (mecanismo rígido)



Fonte: adaptado de WD Tools (2018)

Figura 9 - Alicate monolítico flexível



Fonte: Polymakr (2014)

- ◆ A redução do número de partes tende a diminuir custos e tempo de produção e montagem. Além disso, durante o funcionamento, reduz custos com

desgaste e lubrificação, uma vez que existem menos componentes móveis em contato;

- ◆ Minimizando a necessidade de interação entre elementos do mecanismo, limitam-se os pontos do sistema que podem apresentar folga, o que aumenta a precisão de funcionamento e abranda vibração e barulho;
- ◆ Decorrente do citado acima (e dos materiais de que frequentemente são confeccionados), mecanismos flexíveis apresentam peso comparativamente reduzido e são facilmente miniaturizáveis, características que multiplicam os campos de utilização possíveis.

2.3.1 Nomenclatura

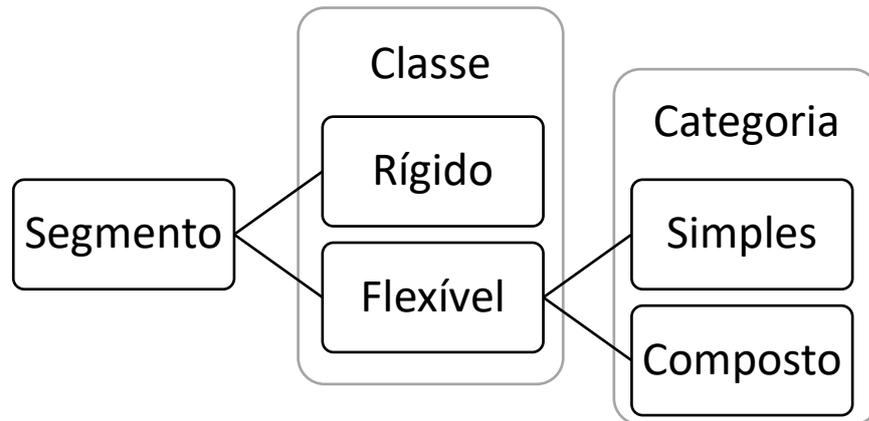
Os termos básicos que ajudam a discutir mecanismos rígidos e flexíveis são os mesmos. Entretanto, a terminologia específica para os mecanismos flexíveis é ligeiramente mais complexa, pois define seus componentes com base em aspectos específicos.

A primeira definição está relacionada à origem da capacidade de movimento do mecanismo: se a mobilidade é obtida *exclusivamente* através da deflexão de seus componentes, então o mecanismo é considerado *completamente flexível*. Caso contrário, se o mecanismo depende de um par cinemático (item 2.2.1), então ele é *parcialmente flexível*.

Assim como os mecanismos rígidos, mecanismos flexíveis são compostos de elos, mas neste caso, os elos subdividem-se em segmentos (Figura 10). De acordo com Howell (2001), os *segmentos* podem ser classificados:

- ◆ Quanto à *classe*, em *rígidos* ou *flexíveis*;
- ◆ Se flexíveis, os segmentos podem pertencer a duas *categorias*: *simples* ou *compostos*. Um segmento simples possui tanto seção transversal, quanto propriedades materiais constantes. Além disso, quando o mecanismo está em repouso, este tipo de segmento permanece reto (i.e., não flexionado). Os segmentos que não se encaixam nessa descrição são considerados compostos.

Figura 10 - Classificação dos segmentos de um mecanismo flexível

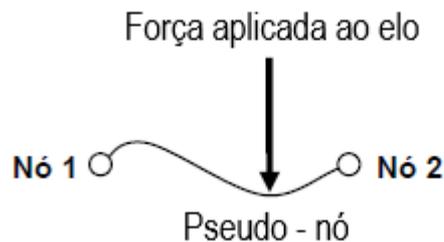


Fonte: autor

Os *elos* são definidos de vários modos (Figura 12):

- ◆ Em função de sua classe: *rígidos* ou *flexíveis*;
- ◆ Em função de seu *tipo estrutural* e de seu *tipo funcional*: A tipificação *estrutural* é feita de maneira análoga à caracterização dos elos nos mecanismos rígidos: um elo com dois nós é chamado de estruturalmente binário e um com três nós de estruturalmente ternário, por exemplo. A tipificação *funcional* é diferente, e leva em conta os chamados *pseudo-nós*. Um *pseudo-nó* é criado quando uma força é aplicada sobre um *elo flexível* em um ponto que não corresponde à localização de um nó comum. Dessa maneira, um elo com dois nós normais e um pseudo-nó é estruturalmente binário, mas funcionalmente ternário (Figura 11);

Figura 11 - Exemplo de elo estruturalmente secundário e funcionalmente ternário



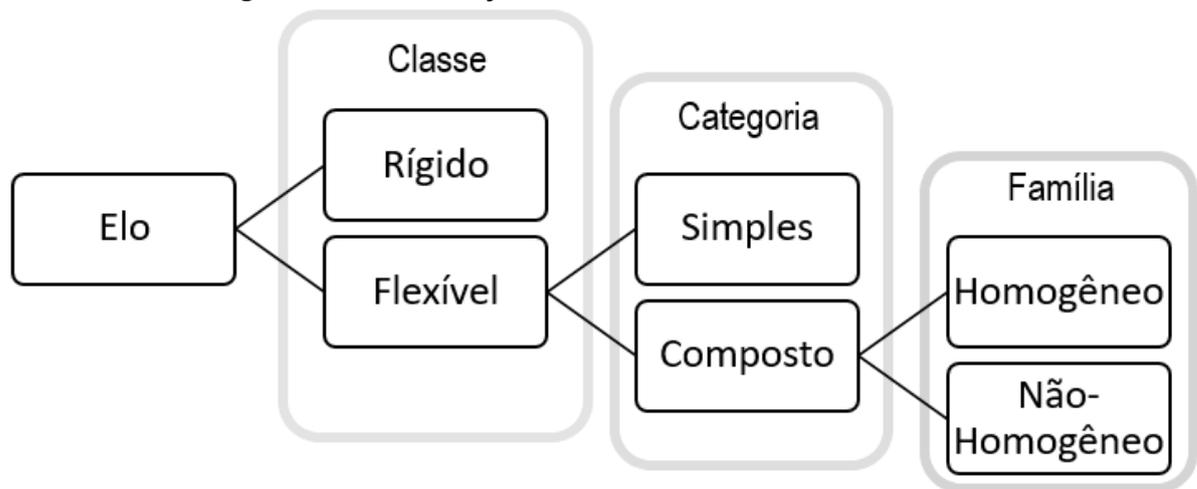
Fonte: Adaptado de Howell (2001)

- ◆ Em função de sua *categoria*: um elo flexível pode ser *simples* ou *composto*. Categorizar um elo como simples significa dizer que ele é constituído apenas

por um segmento flexível simples. Elos compostos são quaisquer elos constituídos de maneira diferente de um elo simples;

- ◆ Em função de sua *família*: um elo composto pode ser *homogêneo* ou *não-homogêneo*. Elos homogêneos são constituídos exclusivamente de segmentos flexíveis ou rígidos, enquanto que elos não-homogêneos apresentam configuração mista nesse quesito.

Figura 12 - Classificação dos elos de um mecanismo flexível



Fonte: autor

2.3.2 Comportamento dos Mecanismos Flexíveis

Howell, Magleby e Olsen (2013) destacam que, como as deflexões nos membros dos mecanismos flexíveis não podem ser ignoradas – uma vez que são elas que caracterizam o funcionamento e a mobilidade dessas máquinas –, estudos na área devem ser embasados pelo conhecimento tanto das propriedades que permitem essas deflexões quanto dos fenômenos que delas decorrem.

Os pontos fundamentais são, portanto:

- ◆ As *propriedades dos materiais* utilizados, especialmente *rigidez, flexibilidade e resistência*;
- ◆ A *geometria* dos componentes dos mecanismos estudados;
- ◆ O *carregamento* e as *condições de contorno correlatas*, aplicados aos componentes já citados;
- ◆ Os possíveis resultados de carregamento, como *fluência, relaxamento de tensão, armazenamento de energia, enrijecimento por tensão* e as *falhas* (sejam elas estáticas ou por fadiga).

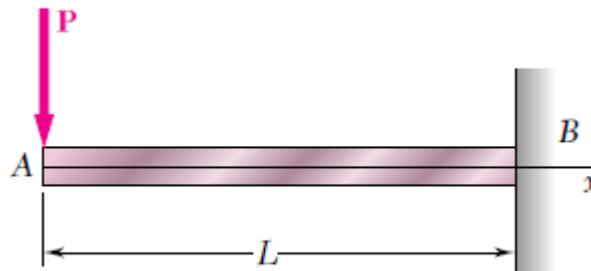
2.3.2.1 Rigidez, Flexibilidade e Resistência

Ao projetar mecanismos flexíveis, frequentemente buscam-se materiais que sejam ao mesmo tempo flexíveis e resistentes. O porquê disso é facilmente compreensível ao estudar os conceitos a seguir.

Howell (2001) afirma que rigidez e flexibilidade são propriedades inversas. Enquanto rigidez pode ser definida como a capacidade de resistência a deformação de um material quando da aplicação de uma força sobre ele, flexibilidade define-se como a capacidade de um material de fletir sob a aplicação de uma carga. Intimamente ligadas, ambas dependem não só do módulo de elasticidade do material, mas também da geometria do membro em estudo.

Uma situação classicamente utilizada para exemplificar essas dependências é a viga engastada com carregamentos aplicados à sua extremidade livre, ou viga em balanço, ilustrada pela Figura 13.

Figura 13 - Viga engastada com uma força P aplicada à sua extremidade livre



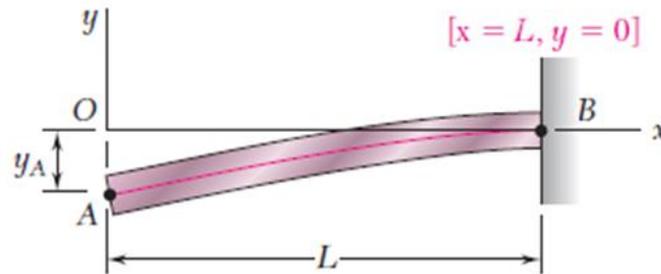
Fonte: Beer (2011)

Quando se analisa uma viga sob carregamento transversal, a curvatura da superfície neutra dessa viga – por “superfície neutra” entende-se uma superfície paralela tanto à face superior quanto à inferior da viga, e para qual a deformação específica e a tensão normal em x são iguais a zero (Beer, 2011) – se relaciona com o momento fletor da seguinte maneira:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI} \quad (2)$$

onde ρ é o raio de curvatura da superfície neutra (a curvatura em si é o inverso desse raio), M é o momento fletor causado pela aplicação de uma carga, E é o módulo de Young (ou módulo de elasticidade) do material e I é o momento de inércia da seção transversal da viga.

Figura 14 - Deflexão resultante do carregamento na viga engastada



Fonte: Beer (2011)

A equação (2) denota que o momento fletor varia com a distância x entre a seção transversal considerada A e o ponto de engaste B (Figura 14). Logo, é com essa mesma distância x que varia a curvatura da superfície neutra da viga.

Além da equação (2), a curvatura em questão também pode ser apresentada como:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

Onde dy/dx e d^2y/dx^2 são as derivadas da função $y(x)$, função que relaciona a *deflexão* em y do ponto escolhido para análise com a coordenada x desse mesmo ponto. Para pequenas deflexões, o quadrado da inclinação dy/dx pouco influi no valor final obtido para a curvatura, e pode ser desprezado. Assim:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (4)$$

Igualando as equações (2) e (4):

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (5)$$

Ou ainda:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M(x) \quad (6)$$

Observando a Figura 14, pode-se dizer que:

$$M(x) = -Px \quad (7)$$

Então tem-se:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Px \quad (8)$$

Integrando em x :

$$EI \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}Px + C_1 \quad (9)$$

No ponto B, que está engastado, a inclinação $dy/dx = 0$ e $x = L$. Aplicando estes valores na equação (9), obtém-se C_1 :

$$C_1 = \frac{1}{2}PL^2 \quad (10)$$

Reaplicando em (9) o valor encontrado para C_1 :

$$EI \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}Px + \frac{1}{2}PL^2 \quad (11)$$

Integrando pela segunda vez:

$$EIy = -\frac{1}{6}Px^2 + \frac{1}{2}PL^2x + C_2 \quad (12)$$

Como no ponto B, $x = L$ e $y = 0$ (pois não há deflexão no engaste), da equação (12) vem que:

$$C_2 = -\frac{1}{3}PL^3 \quad (13)$$

Reaplicando em (12):

$$EIy = -\frac{1}{6}Px^2 + \frac{1}{2}PL^2x - \frac{1}{3}PL^3 \quad (14)$$

Isolando a deflexão y :

$$y = \frac{P}{6EI}(-x^3 + 3L^2x - 2L^3) \quad (15)$$

Assim, a deflexão no ponto A pode ser encontrada usando, na equação (15), $x = 0$:

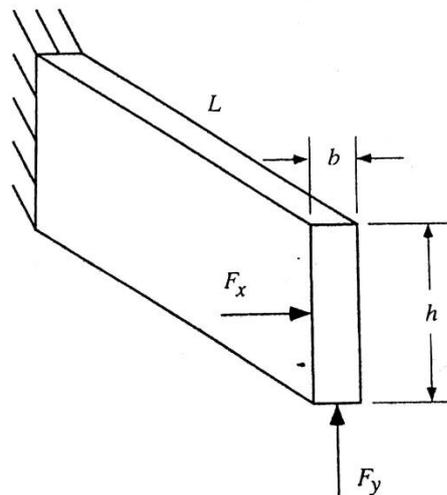
$$y_A = -\frac{PL^3}{3EI} \quad (16)$$

O sinal negativo aparece pelo sentido da força aplicada. Generalizando a equação (16) e utilizando o símbolo mais comum para deflexão (δ), tem-se:

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{ML^2}{3EI} \quad (17)$$

Agora que é conhecida a equação (17) para a deflexão obtida por uma força aplicada à extremidade livre de uma viga em balanço, a influência da geometria na rigidez e na flexibilidade pode ser ilustrada.

Figura 15 - Viga isotrópica em balanço carregada nos eixos x e y



Fonte: Howell (2001)

Considerando a viga isotrópica em balanço da Figura 15, que está carregada em sua extremidade pela força horizontal F_x e pela força vertical F_y , sabe-se que a *tensão de flexão* é representada por:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad (18)$$

onde M é o momento fletor, I é o momento de inércia e c é a distância da superfície neutra até os pontos de aplicação das forças.

É chamada de *tensão de escoamento* (σ_{esc}) a tensão sob a qual o material começa a deformar plasticamente. Num material isotrópico, essa tensão é a mesma em todas as direções. Se a tensão sofrida pelo material é menor do que a tensão de escoamento, o regime no qual a deformação ocorre é o elástico.

Tomando a tensão de escoamento como limite, diz-se que o momento necessário para a gerar é o momento máximo suportado, $M_{m\acute{a}x}$, e a deformação gerada por esse momento é a deflexão máxima, $\delta_{m\acute{a}x}$:

$$\sigma_{esc} = \frac{M_{m\acute{a}x} c}{I} \quad (19)$$

Ou:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{esc} I}{c} \quad (20)$$

Substituindo a equação (20) em (17):

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{esc} L^2}{3Ec} \quad (21)$$

A geometria da viga faz com que:

$$c_x = \frac{b}{2} \quad (22)$$

$$c_y = \frac{h}{2} \quad (23)$$

Assim:

$$\delta_{x_{m\acute{a}x}} = \frac{2 \sigma_{esc} L^2}{3Eb} \quad (24)$$

$$\delta_{y_{m\acute{a}x}} = \frac{2 \sigma_{esc} L^2}{3Eh} \quad (25)$$

$$\delta_{x_{m\acute{a}x}} = \frac{h}{b} \delta_{y_{m\acute{a}x}} \quad (26)$$

Percebe-se, portanto, que em virtude da geometria da viga, a deflexão máxima é maior no eixo x do que no eixo y. Ou seja, a viga é mais flexível (ou menos rígida) em x do que em y.

Pelas equações (24) e (25) também se percebe que:

- ◆ Quanto maior o comprimento L do membro, maior sua flexibilidade;
- ◆ Quanto menor o módulo de elasticidade E do material, maior sua flexibilidade.

Howell (2001) afirma que a resistência é a propriedade que diz respeito à tensão que um material pode suportar sem falhar. Quanto maior ela é, ou seja, quanto mais resistente um material, maiores as tensões que podem ser aplicadas sobre ele antes que falhe. Um material resistente pode ser rígido ou flexível.

Os tipos de falhas devem ser estudados, uma vez que o conceito de resistência está intimamente ligado a eles. As falhas podem ocorrer sob carregamentos constantes (falhas estáticas) ou carregamentos variáveis (falhas por fadiga). Todas as análises sobre o assunto consideram que um material falha quando o Coeficiente de Segurança encontrado para a aplicação estudada é menor do que um ($C.S. < 1$).

2.3.2.2 Fenômenos Adicionais

Howell (2001) elenca alguns outros fenômenos pertinentes ao estudo de mecanismos flexíveis.

Fluência: é o fenômeno de deformação permanente pelo qual um material passa quando se encontra sob a atuação contínua de tensões durante um longo período de tempo. Esse fenômeno geralmente se intensifica com o aumento da temperatura à qual o material está exposto.

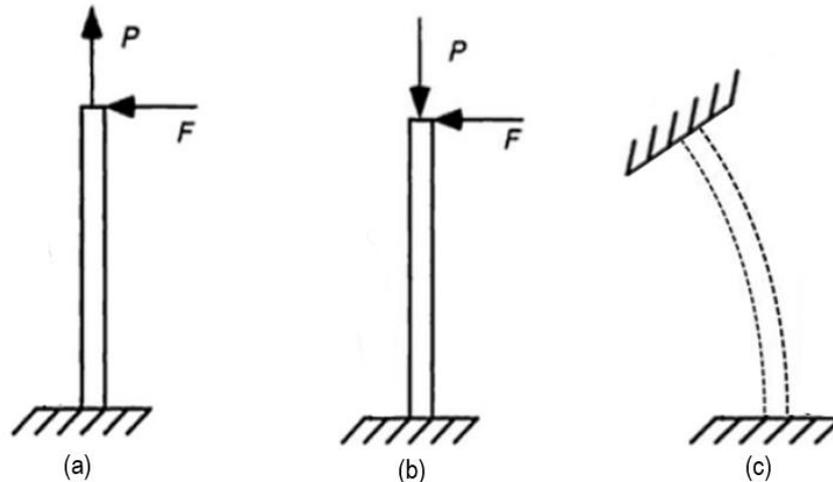
Relaxamento de tensão: é o fenômeno de redução das tensões internas que ocorre com o passar do tempo quando da aplicação de uma deflexão constante a um membro mecânico. A ocorrência desse fenômeno é notavelmente problemática para mecanismos flexíveis, uma vez que vários deles dependem destas tensões para desempenharem seu papel, que envolve retornar a uma posição inicial com certa força reativa ou manter uma força compressora sobre algum ponto, por exemplo.

Armazenamento de energia: para que a razão de existência de um mecanismo seja cumprida, ou seja, para que esse mecanismo transmita energia mecânica, ele mesmo deve adquirir essa energia e, através do movimento de suas partes, transferi-la para os pontos desejados. Num mecanismo flexível, cuja movimentação é caracterizada pela deformação de seus membros, parte dessa energia que passa pelo sistema é transformada necessariamente em energia de deformação. Essa energia de deformação, dependendo da função e configuração do mecanismo, pode transformar-se novamente em energia mecânica ao final do movimento, maximizando a energia na saída; ou pode ser armazenada num componente que é mantido tensionado e utilizada posteriormente.

Enrijecimento por tensão: é o fenômeno da alteração da rigidez de um material dependendo da sua flexão e das tensões decorrentes. O problema se torna não-linear pelo fato da dependência ser, quando analisada, recíproca entre as variáveis citadas.

Tanto o armazenamento de energia quanto o enrijecimento por tensão são bem ilustrados pela Figura 16, a seguir

Figura 16 - Enrijecimento por tensão e armazenamento de energia



Fonte: Adaptado de Howell (2001)

Ao se aplicar uma força horizontal F , à extremidade livre de uma barra flexível engastada verticalmente, essa barra sofrerá certa flexão. Caso se adicione uma força axial P a esse sistema, a barra se comportará de maneira diferente dependendo do sentido da força adicionada. Isso porque, se a força P for trativa – como na Figura 16 (a) –, cria-se uma resistência à flexão experimentada pela barra. A dificuldade criada pela tração configura um enrijecimento por tensão axial do membro estudado. Contrariamente, se a força P for compressiva, Figura 16 (b), a flexão da barra será aumentada pelo momento gerado por essa força axial. Isso equivale a tornar a barra mais flexível.

Agora, se a barra em questão tiver seu movimento restrito enquanto flexionada, Figura 16 (c), as tensões internas continuarão a existir mesmo se nenhuma força externa for aplicada ao elemento. Essas tensões só serão aliviadas caso as restrições sobre o movimento da barra sejam retiradas e, assim, possa retornar ao seu estado original, sem deformações. Nessa situação, a barra armazena energia em forma de energia de deformação, que pode ser liberada posteriormente como energia mecânica.

2.4 Estado da Arte

Atualmente existem diversos laboratórios e centros de pesquisa dedicados ao estudo dos mecanismos flexíveis ao redor do globo. Alguns exemplos são: o Laboratório de Desenvolvimento de Sistemas Flexíveis (*Compliant Systems Design Laboratory* – CSDL) da Universidade de Michigan, o Laboratório de Mecatrônica de Precisão (*Precision Mechatronics Lab* – PML) da Universidade de Newcastle e o Laboratório Multidisciplinar e Multiescala de Dispositivos e Projetos do Instituto Indiano de Ciência em Bangalore.

Mesmo com este grande número de localidades de pesquisa, o Grupo de Pesquisa em Mecanismos Flexíveis da Universidade de Brigham Young (*Brigham Young University Compliant Mechanisms Research* – BYUCMR) ainda é um dos centros eminentes na área. Liderado pelo professor Larry L. Howell – autor do livro “Mecanismos Flexíveis”, uma das referências-base do assunto –, o BYUCMR tem um volume considerável de publicações acadêmicas e patentes concernentes a mecanismos flexíveis.

Recentemente, o BYUCMR desenvolveu o protótipo de uma barreira balística flexível (Figura 17) feita com *kevlar* voltada para o uso de forças de segurança (BYUCMR, 2018). O *design* da barreira e sua estruturação se basearam na arte oriental do *origami*, demonstrando o recente interesse tanto no *origami* como no *kirigami* para aplicações relacionadas a estruturas e mecanismos flexíveis. Esse interesse se dá pela vasta gama de padrões estruturais que podem ser adotados no projeto, pela alta previsibilidade do movimento (limitado pelos padrões já citados), e pelo alto potencial de compactação existente. Esses estudos se mostram promissores em áreas como manufatura e empacotamento de *airbags*, empacotamento e uso de paraquedas, uso e recuperação de estruturas infláveis como embarcações e *habitats* espaciais (Bruton et al., 2016)

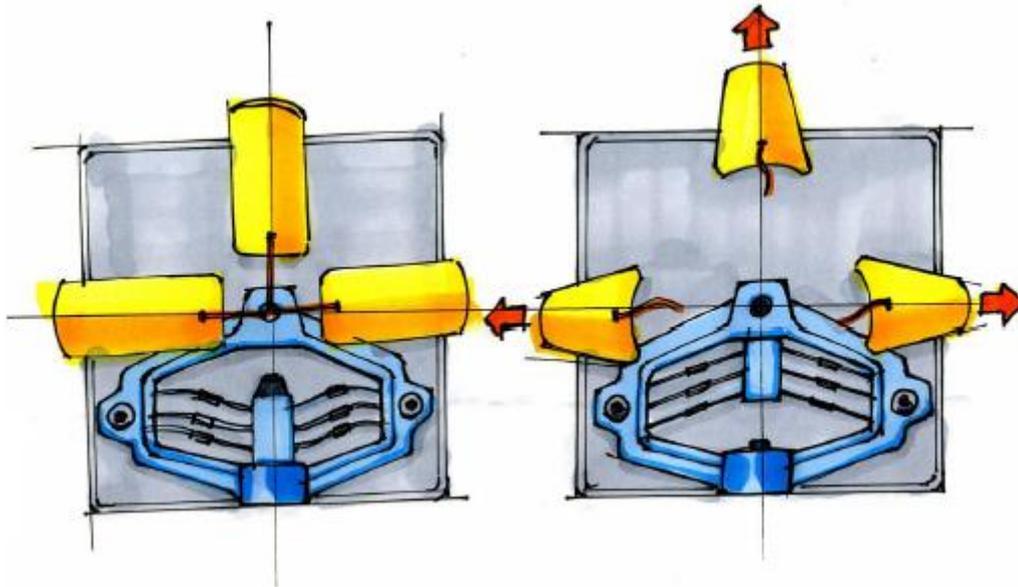
Figura 17 - Protótipo de barreira balística flexível inspirada em origami sendo testada



Fonte: BYUCMR (2018)

Outro tipo de mecanismo, que recentemente vem sendo estudado para aplicações espaciais, são os mecanismos bi-estáveis, ou mecanismos flexíveis monolíticos que apresentam duas posições de equilíbrio estáveis; entre essas posições estáveis, existe uma posição instável. Quando o mecanismo é atuado, ele passa pela posição instável em seu movimento de uma posição de equilíbrio estável para outra. A principal linha de pesquisa atual concebe seu uso como travas mecânicas capazes de liberação rápida e com pouco uso de energia para tal (Figura 18). Eles apresentam a vantagem de serem reutilizáveis como sistema de travamento, ao contrário de certos equipamentos dependentes de explosivos utilizados em espaçonaves (Zirbel et al., 2016).

Figura 18 – Representação de mecanismo bi-estável funcionando como trava e liberador



Fonte: Zirbel et al. (2016)

Outros estudos importantes, sem ligação ao BYUCMR, podem ser divididos em dois tipos principais:

- Estudos que propõem novos métodos de modelagem e otimização de mecanismos flexíveis e;
- Estudos que de fato desenvolvem novos mecanismos ou apresentam aplicações inovadoras de mecanismos existentes.

Como exemplos do primeiro tipo de estudo temos:

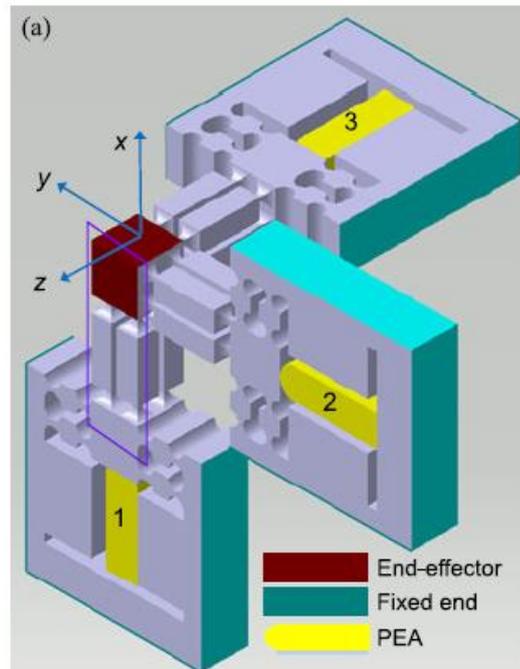
- ◆ O trabalho de Rösner, Lammering e Friedrich (2015), que apresenta o Modelo de Região Significativa (*Significant Region Model – SRM*) e compara seus resultados com o Método de Elementos Finitos (MEF) puro. O SRM simplifica a modelagem de mecanismos em *softwares* de MEF ao modelar como flexíveis apenas as áreas onde se fazem presentes os maiores valores de tensão. Essas áreas modeladas como flexíveis passam a ser chamadas de “modelos mestre”, enquanto que ao restante da estrutura do mecanismo são atribuídas massas pontuais e comportamento rígido. O SRM é promissor por ajudar a descomplicar a modelagem por MEF, tornando o processo mais eficiente;
- ◆ O trabalho de She et al. (2018), que introduz parâmetros de massa adimensionais ao Modelo de Corpo Pseudo-Rígido (*Pseudo-Rigid Body Model*

– PRBM) com o intuito de obter análises dinâmicas mais fiéis à realidade dos mecanismos estudados. O estudo é validado através da comparação com resultados de MEF.

Como exemplos do segundo tipo de estudo, temos:

- ◆ O trabalho de Zhu et al. (2018), que apresenta o desenvolvimento de um mecanismo flexível atuado piezoelectricamente para realizar movimentos de translação triaxiais com aplicação em nanocortes de precisão. Possíveis usos na indústria de eletrônicos e na fabricação de nanocomponentes (Figura 19);

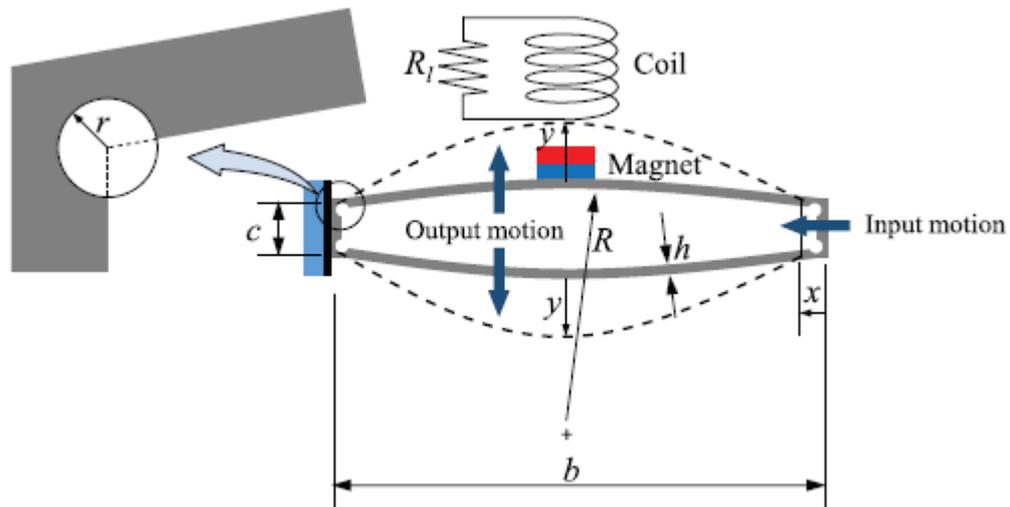
Figura 19 – Mecanismo flexível com translação triaxial para nanocortes



Fonte: Zhu et al. (2018)

- ◆ O trabalho de Abdelnaby e Arafa (2016), que expõe o desenvolvimento de um dispositivo capaz de gerar energia elétrica a partir de movimentos cíclicos de pequena amplitude entre duas superfícies. O dispositivo projetado depende da amplificação mecânica do movimento existente entre as duas superfícies e, para obter tal amplificação, um mecanismo flexível é utilizado (Figura 20).

Figura 20 – Esquemático de um gerador eletromagnético associado a um mecanismo flexível



Fonte: Abdelnaby e Arafa (2016)

2.5 Modelo de Corpo Pseudo-Rígido

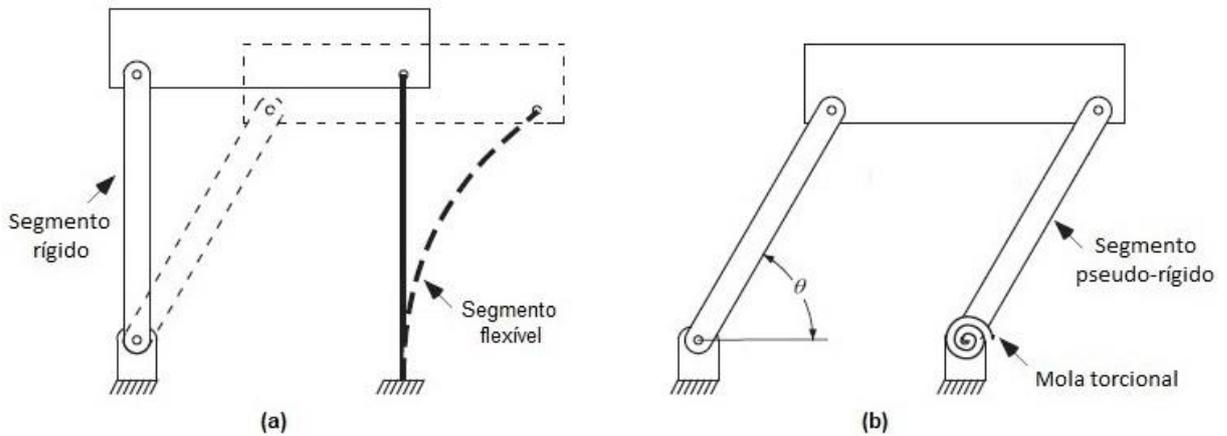
Os estudos e desenvolvimentos de mecanismos flexíveis, antigamente, se baseavam na mais pura metodologia da tentativa e erro, já que as geometrias desenvolvidas eram relativamente pouco complexas e o conhecimento era escasso. Com o aumento da complexidade e a cobrança por minimização de erros, houve a necessidade de desenvolver métodos mais eficazes. Atualmente, o método de elementos finitos (MEF), com auxílio de um software, é utilizado em modelamentos avançados de mecanismos flexíveis que, ao contrário de mecanismos rígidos, apresentam grandes deflexões e não linearidades geométricas em seus membros. Uma breve introdução sobre este método será feita na seção 2.7.

O modelo de corpo pseudo-rígido (também conhecido pela sigla *PRBM*, do inglês *pseudo-rigid body model*) foi desenvolvido e apresentado por Howell (2001), para compreender o comportamento entre mecanismos rígidos e mecanismos flexíveis, gerando uma análise simples e com uma base de cálculo já conhecida. No entanto, esse modelo não se aplica a geometria complexas.

O conceito do *PRBM* está em modelar um mecanismo flexível utilizando componentes rígidos com características compatíveis de força e deflexão de seus membros. Para simular tais características, os elos rígidos apresentam junta pinada, responsável por desempenhar a articulação do movimento, e mola torcional, que

encena a resistência à deflexão do membro elástico. A Figura 21 apresenta um mecanismo flexível e seu respectivo modelo de corpo pseudo-rígido.

Figura 21 – (a) Mecanismo flexível e (b) seu modelo de corpo pseudo-rígido



Fonte: Adaptado de Howell et al., 2013

A posição da junta e a constante de rigidez da mola são calculadas a fim de se obter valores mais próximos possíveis da realidade do mecanismo flexível. É esperado que exista um pequeno erro de aproximação no método, porém Howell et al. (2013) relatam que o uso do método *PRBM* é defensável se suas vantagens na simplicidade forem maiores que suas desvantagens devido à perda de precisão.

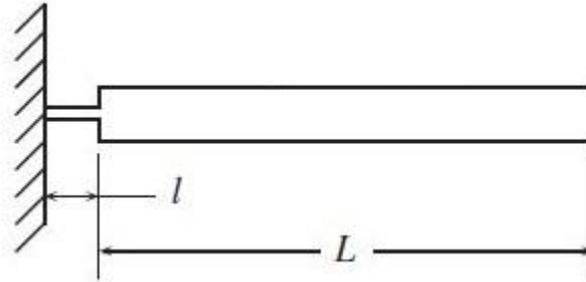
2.5.1 Modelagem de mecanismos flexíveis

Para exemplificar a aplicação e o cálculo que envolve o modelo de corpo pseudo-rígido, Howell (2001) descreve diferentes casos de segmentos flexíveis. Três situações são expostas na sequência.

2.5.1.1 Pivô flexível de pequeno comprimento

A regra geral do primeiro caso está no seu próprio nome, ou seja, a parte flexível do segmento é a de menor comprimento e menor seção transversal, já o segmento de maior comprimento apresenta características rígidas. É possível visualizar uma representação na Figura 22.

Figura 22 – Representação de um pivô flexível de pequeno segmento



Fonte: Howell et al. (2013)

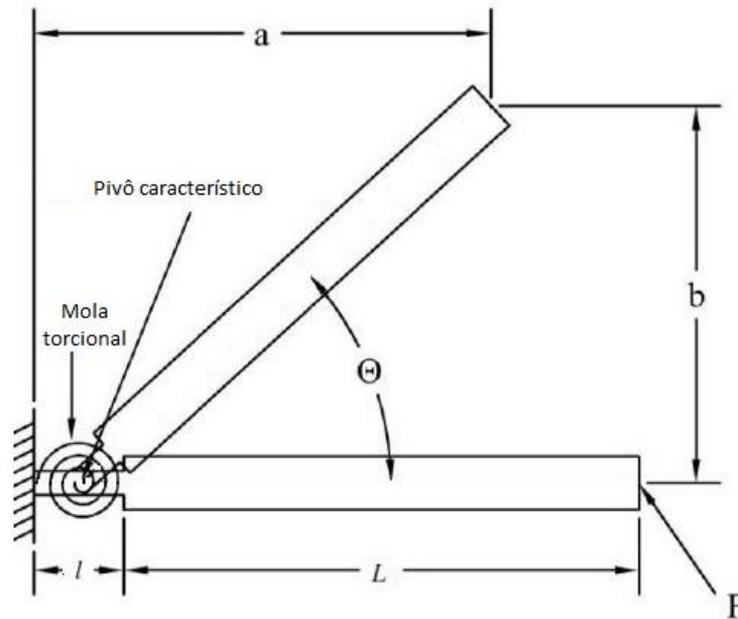
Para satisfazer a condição de ser caracterizado como pivô flexível, Howell (2001) ressalta que o comprimento do segmento rígido, L , é, usualmente, 10 vezes maior que o comprimento do segmento flexível, l . Além disso, a seguinte relação deve ser válida:

$$(EI)_L \gg (EI)_l \quad (27)$$

onde E é o módulo de elasticidade, relacionado com a rigidez do material, e I é o momento de inércia, influenciado pelas dimensões do segmento.

Conhecido o segmento flexível a ser analisado, a representação em modelo de corpo pseudo-rígido se origina na determinação do ponto onde os elos rígidos estarão ligados entre si, nomeado como *pivô característico*, que também é o local onde a mola torcional estará presente. Para o caso do pivô flexível, a deflexão ocorre no segmento de menor comprimento e, como o segmento flexível é muito menor quando comparado com o segmento rígido, a localização do pivô característico pode ser oportunamente assumida como sendo no centro desta região defletida. É importante destacar que esta consideração é aceitável desde que a condição da relação de comprimento ressaltada por Howell (2001), vista anteriormente, seja cumprida. O *PRBM* relativo à Figura 22 foi representado com uma força F em sua extremidade livre para simular o movimento característico e pode ser observado na Figura 23.

Figura 23 – Modelo de corpo pseudo-rígido de um pivô flexível de pequeno comprimento



Fonte: Adaptado de Crews et al. (2017)

Apesar da aplicação anterior ser de maneira direta, o mesmo não acontece com a mola torcional. Na realidade, a posição central da mola é a mesma definida para o pivô característico, porém suas características precisam ser calculadas. Este cálculo é de suma importância, pois ele engloba a constante de rigidez K da mola, que define a resistência à deflexão do segmento, uma característica primordial do estudo de mecanismos flexíveis.

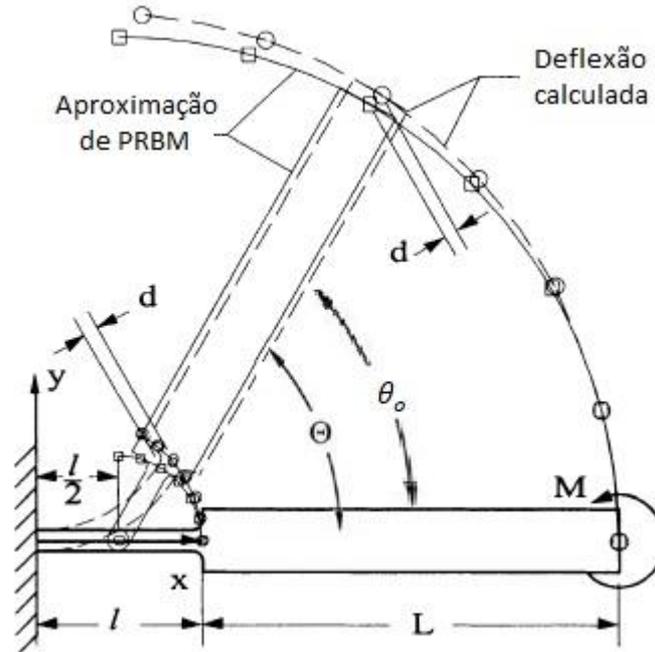
Considerando que a força aplicada no modelo de corpo pseudo-rígido provoque uma elevação de ângulo θ , tal como representado na Figura 23, o torque requerido é:

$$T = K\theta \quad (28)$$

Caso seja necessário que o valor de K seja calculado, o ângulo θ_0 será considerado. Este ângulo representa a mesma elevação feita para o modelo de corpo pseudo-rígido, contudo, está relacionado ao modelo do pivô flexível. A Figura 24 mostra a comparação de trajetória entre o *PRBM* e o pivô flexível para uma dada deflexão específica. A distância d representa a pequena diferença de percurso da trajetória, que, segundo Howell (2001), tem seu valor diminuído, quanto menor for o tamanho de l . Na figura, o tamanho do segmento flexível (l) está na faixa de $2/3$ do tamanho do segmento rígido (L), apenas para efeito visual. Logo, é possível

considerar os ângulos iguais desde que a proporção de tamanhos tenha uma relação na faixa de 1/10.

Figura 24 – Comparação entre os ângulos de deflexão



Fonte: Adaptado de Howell et. al (2013)

Como a curvatura é proporcional ao momento responsável pela flexão e, considerando todo o comprimento analisado, o equacionamento para o ângulo θ_o é representado por:

$$\theta_o = \frac{M(l + L)}{EI} \quad (29)$$

onde l é o comprimento do segmento flexível, L é o comprimento do segmento rígido e M é o momento, que pode ser isolado como:

$$M = \frac{EI}{l + L} \theta_o \quad (30)$$

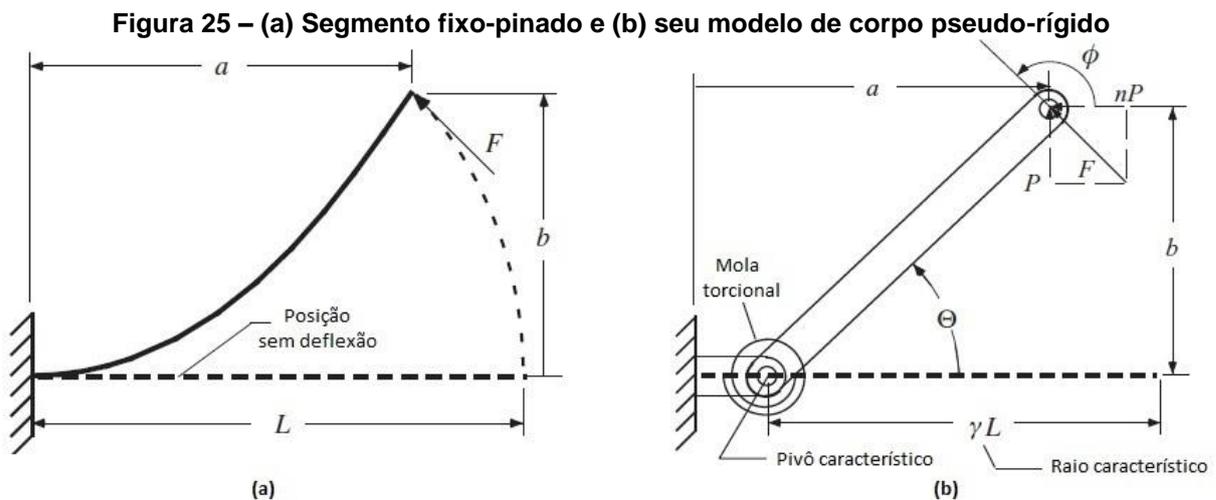
Combinando as equações (28) e (30), com $T = M$ e $\Theta = \theta_o$, temos, para a constante K da mola torcional:

$$K = \frac{EI}{l + L} \quad (31)$$

Howell (2001) aponta que este modelo é mais preciso quando a flexão é o carregamento dominante no pivô flexível. Caso forças axiais e transversais sejam maiores, erros serão introduzidos ao modelo.

2.5.1.2 Segmento fixo-pinado

Neste segundo caso, o segmento inteiro é flexível e está engastado em uma parede. Assim como feito anteriormente, o seu respectivo modelo de corpo pseudo-rígido passa pela determinação do posicionamento do pivô característico e da constante de rigidez da mola torcional. A Figura 25 (a) mostra o segmento fixo-pinado com uma força em sua extremidade livre e a Figura 25 (b) o correspondente PRBM para a mesma deflexão.



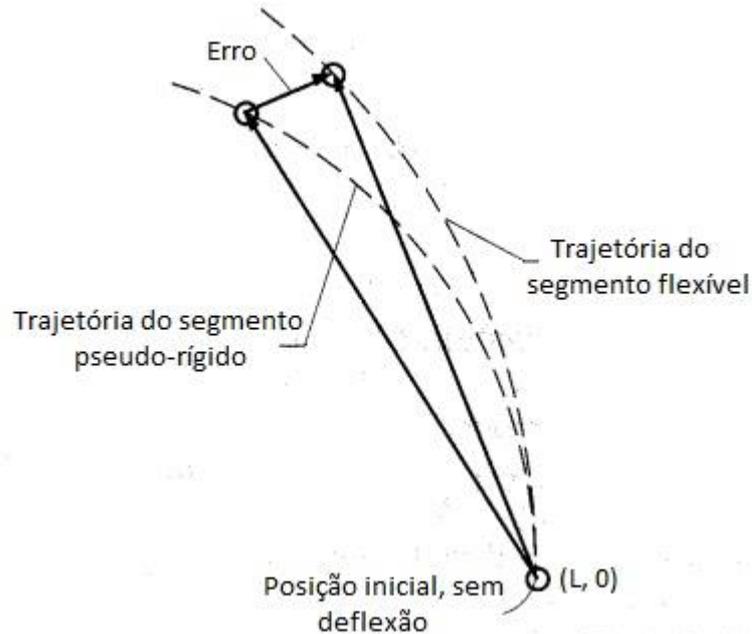
Fonte: Adaptado de Howell et al. (2013)

De maneira intuitiva, é possível perceber que a localização do pivô característico não segue a mesma regra aplicada ao modelamento do pivô flexível de pequeno comprimento. Ou seja, não estará localizado no ponto médio da seção modelada, a fim de desempenhar o mesmo movimento do seu segmento flexível. Por exemplo, se fosse inserido exatamente na metade do seu comprimento total, como no caso anterior, a deflexão do PRBM seria muito diferente da deflexão do elo flexível e o modelo estaria com erro significativo de aproximação.

Logo, para encontrar a posição ótima do pivô característico, que minimiza o erro da trajetória de deflexão do segmento pseudo-rígido, é necessário determinar o *fator de raio característico*, γ . Este fator é sempre um número fracionário entre zero e um que multiplica o comprimento total da viga L , para determinar o tamanho do segmento pseudo-rígido, como é possível visualizar na Figura 25 (b). O produto γL é conhecido como *raio característico* e pode ser traduzido como o raio da trajetória de curvatura ocasionada pela deflexão do segmento pseudo-rígido. O erro a ser minimizado está demonstrado na Figura 26. Segundo Howell (2001), o valor de γ é determinado pelo

máximo ângulo de deflexão do modelo de corpo pseudo-rígido θ , que satisfaz o máximo erro aceitável.

Figura 26 – Erro de trajetória de deflexão entre o segmento fixo-pinado e seu PRBM



Fonte: Adaptado de Howell (2001)

Para encontrar valores de γ , Howell (2001) realizou testes variando o ângulo de atuação da força F na extremidade livre, decomposta em componentes vertical (P) e horizontal (nP). O valor de n é positivo quando a força é de compressão e negativo para tração. Já o ângulo de aplicação da força é representado pela letra grega ϕ . Estas representações são observadas na Figura 25 (b).

As equações que regem estes parâmetros são as seguintes:

$$F = P\sqrt{1 + n^2} \quad (32)$$

e

$$\phi = \arctan \frac{1}{-n} \quad (33)$$

Combinando estes fatores, é possível determinar valores, apresentados a Tabela 1 com alguns dos valores de γ encontrados por Howell (2001).

Tabela 1 – Dados numéricos para K_Θ e γ

n	ϕ	$\Theta_{\text{máx}} (\gamma)$	K_Θ	γ
-2,0	26,6	23,2	2,80162	0,8813
-1,5	33,7	28,7	2,78081	0,8796
-1,0	45	36,3	2,72816	0,8707
-0,5	63,4	47,7	2,69320	0,8612
0	90	64,3	2,67617	0,8517
0,5	116,6	81,8	2,63744	0,8430
1,0	135	94,8	2,61259	0,8360
1,5	146,3	103,8	2,59289	0,8311
2,0	153,4	108,9	2,59707	0,8276

Fonte: Adaptado de Howell (2001)

Definido isto, é possível modelar a mola torcional. Para ser calculado o valor da constante de rigidez da mola K , é necessário fazer uma combinação entre a geometria, propriedades de material e mais um parâmetro ainda não conhecido, denominado coeficiente de rigidez, representado na simbologia por K_Θ . A equação que relaciona os fatores citados é:

$$K = \gamma K_\Theta \frac{EI}{L} \quad (34)$$

Os valores de K_Θ estão expressos na Tabela 1. A sua determinação seguiu o mesmo procedimento descrito anteriormente, com Howell (2001) realizando diversos testes de variação de ângulos e forças. Com isso, obteve-se:

$$K_{\Theta_{\text{médio}}} = 2,65 \quad (\text{para } 63^\circ < \phi < 135^\circ \text{ ou } -0,5 < n < 1,0) \quad (35)$$

O valor de 2,65 para o coeficiente de rigidez é calculado para a faixa de valores mais comum em carregamentos. Para um resultado menos preciso, porém com uma abrangência maior de ângulos e forças, pode-se considerar:

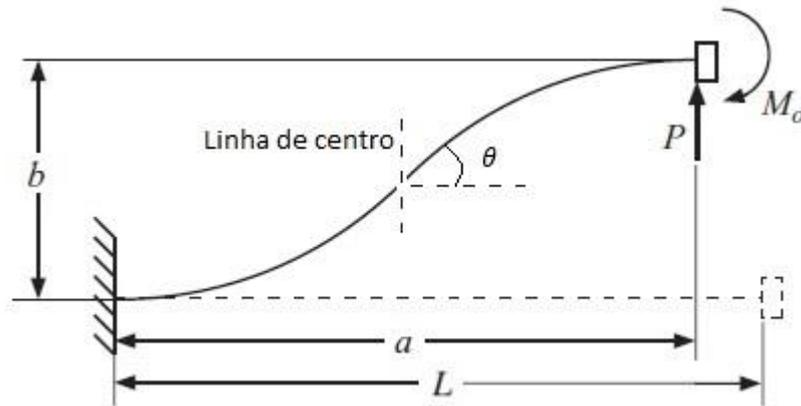
$$K_{\Theta_{\text{médio}}} = 2,61 \quad (\text{para } 11,3^\circ < \phi < 174,3^\circ \text{ ou } -5,0 < n < 10,0) \quad (36)$$

2.5.1.3 Segmento fixo-guiado flexível

Por fim, a terceira e última situação exposta é a de um segmento flexível com uma extremidade mantida fixa e a outra guiada. A Figura 27 mostra a força de deflexão

e o momento aplicado na extremidade. O momento está presente pelo fato do ângulo na extremidade guiada ser constante durante toda a deflexão sofrida.

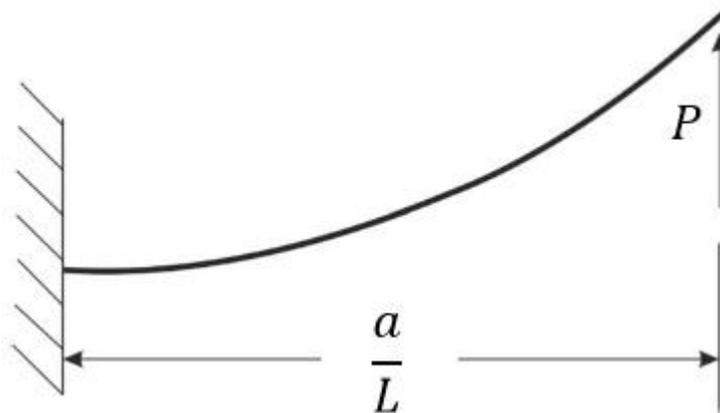
Figura 27 - Segmento fixo-guiado flexível



Fonte: Adaptado de Howell et al. (2013)

Como é possível visualizar, a geometria de deflexão do segmento é antissimétrica na linha de centro e, justamente neste ponto central, é onde ocorre a máxima deflexão, θ , e onde a curvatura é zero. De acordo com Bernoulli-Euler, o momento é diretamente proporcional à curvatura de uma viga, logo, ele também é zero neste ponto. Esta análise possibilita a percepção de que o problema pode ser simplificado fazendo a separação deste segmento em dois diagramas antissimétricos e equivalentes. O diagrama de uma metade está apresentado na Figura 28.

Figura 28 – Diagrama de metade do segmento fixo-guiado



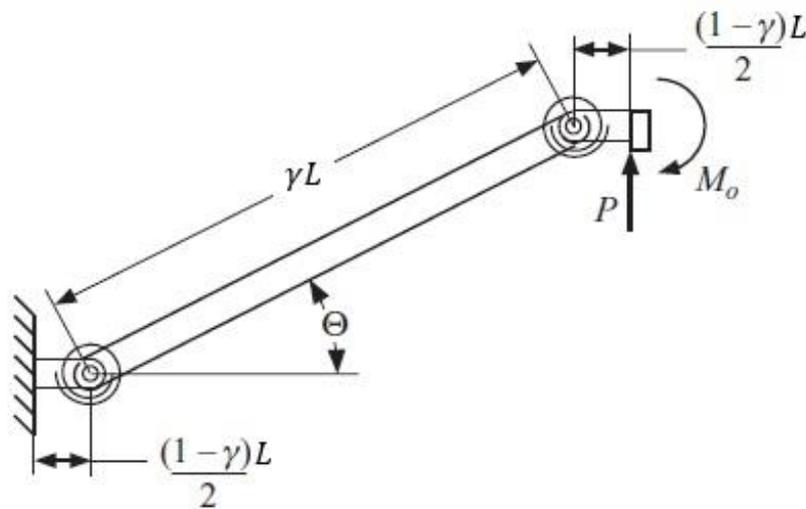
Fonte: Adaptado de Howell (2001)

O caso estudado foi simplificado em segmentos iguais com uma das extremidades fixa e outra, a livre, com uma força aplicada. Sendo assim, o conceito é

o mesmo do que foi apresentado na seção 2.4.1.2 e o respectivo modelo de corpo pseudo-rígido deste diagrama é o mesmo mostrado na Figura 25 (b).

A definição do *PRBM* referente ao segmento inteiro não é nada mais simples do que a combinação dos dois diagramas antissimétricos. Porém, Howell (2001) alerta que, caso o ângulo na extremidade guiada não for constante, o ponto de inflexão não será na linha de centro e dois diagramas de comprimentos diferentes deverão ser considerados. A Figura 29 traz a representação do modelo de corpo pseudo-rígido para o segmento fixo-guiado flexível.

Figura 29 - Modelo de corpo pseudo-rígido do segmento fixo-guiado flexível



Fonte: adaptado de Howell et al. (2013)

Relembrando o valor já definido para o fator de raio característico:

$$\gamma = 0,85 \quad (37)$$

Já para a definição da constante de rigidez da mola torcional, é feita uma análise dimensional para apenas uma das molas do modelo. A equação é a seguinte:

$$K = 2 \gamma K_{\theta} \frac{EI}{L} \quad (38)$$

onde K_{θ} segue o mesmo procedimento de determinação analisado na seção 2.4.1.2.

Howell (2001) finaliza analisando que a equação (38) fornece a constante de rigidez da mola como sendo duas vezes mais rígida que a constante do segmento fixo-pinado. Como o *PRBM* possui duas destas molas torcionais, é interpretativo que o segmento fixo-guiado seja quatro vezes mais rígido que o segmento fixo-pinado.

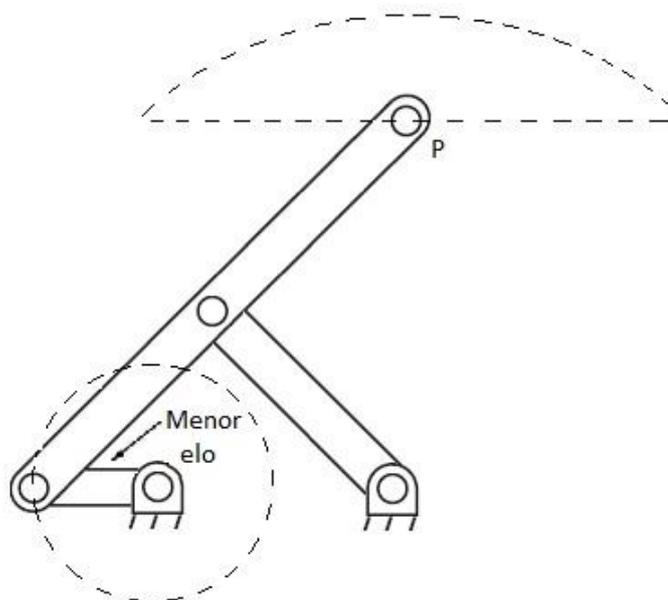
2.6 Síntese de Substituição de Corpo Rígido

A síntese de substituição de corpo rígido consiste em um caminho contrário da síntese vista na seção anterior, onde um modelo de corpo pseudo-rígido foi obtido a partir de um mecanismo flexível já determinado. Para esta modelagem, o *PRBM* deriva de seu respectivo mecanismo rígido que, então, é modelado como um mecanismo flexível.

Howell (2001) relata que o maior desafio para a aplicação desta síntese está na determinação do modelo de corpo pseudo-rígido apropriado para um mecanismo flexível compatível e na avaliação da viabilidade do modelo resultante. Ou seja, para que um elo flexível atenda determinadas características de movimento estabelecidas por mecanismos rígidos, deve-se levar em consideração suas limitações. Um exemplo dado por Howell (2001) está em casos onde é necessária uma rotação completa de um elo específico, em que o pivô flexível de pequeno comprimento (seção 2.4.1.1) não pode ser substituído nas posições das juntas de pino por não possui tal capacidade de movimento.

Para visualizar a aplicação e as limitações da síntese de substituição de corpo rígido, a Figura 30 traz o mecanismo de Hoeken, apresentado por Howell (2001), um mecanismo rígido de quatro barras que converte o movimento rotacional do menor elo em um movimento aproximadamente de linha reta no ponto P.

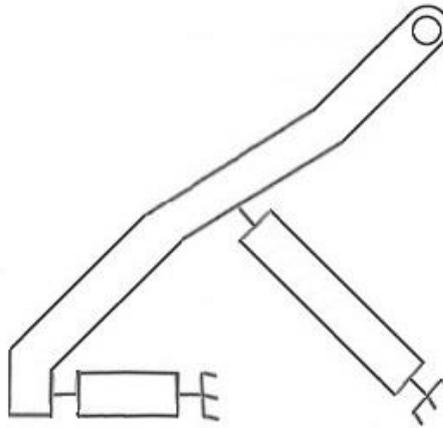
Figura 30 – Mecanismo de Hoeken



Fonte: Adaptado de Howell (2001)

Uma primeira aproximação para projetar um mecanismo flexível, a partir deste modelo de mecanismo rígido, é analisar qual o tipo de segmento a ser utilizado. Entre os casos estudados, o pivô flexível de pequeno comprimento (junta flexível) é uma aplicação mais simples. O seu respectivo modelo de corpo pseudo-rígido é o mesmo representado na Figura 30, porém as juntas pinadas são substituídas por juntas flexíveis. A representação do mecanismo inteiramente flexível é exposta na Figura 31.

Figura 31 – Mecanismo inteiramente flexível com pivô flexível de pequeno comprimento

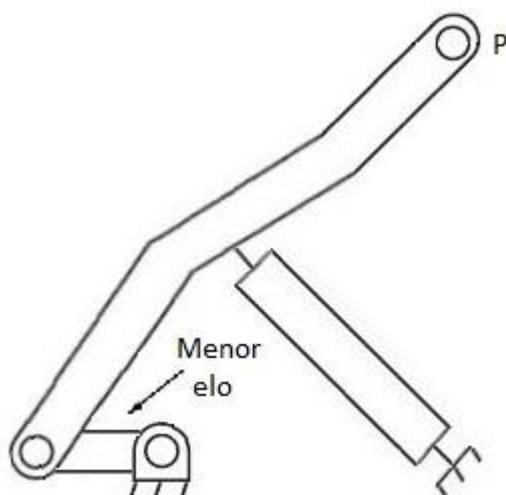


Fonte: Adaptado de Howell (2001)

Apesar de ser uma aplicação bem simples e direta, ela não atende as condições necessárias, pois o elo menor não é capaz de realizar o movimento completo de rotação. Com isso, é possível perceber que mecanismos flexíveis sofrem com limitações e que as diversas configurações precisam ser analisadas para que a síntese de substituição seja adequada. Logo, o modelo de mecanismo criado deve ser alterado.

Para que seja possível executar o movimento rotacional exigido, deve-se obter um mecanismo parcialmente flexível (Figura 32). Um segmento rígido é mantido como o menor elo, com as conexões feitas por juntas de pino e o pivô flexível de pequeno comprimento pode ser utilizado no elo intermediário, já que o seu movimento acontece basicamente por deflexão. Assim como representado na figura anterior, o pivô flexível de pequeno comprimento substitui as juntas pinadas.

Figura 32 – Mecanismo parcialmente flexível com pivô flexível de pequeno comprimento

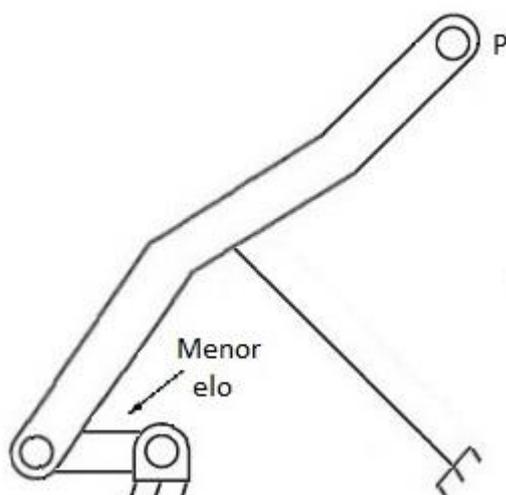


Fonte: Adaptado de Howell (2001)

Com esta configuração, todos os requisitos mínimos do mecanismo de Hoeken são atendidos, com a rotação completa do menor elo e o movimento aproximadamente de linha reta no ponto P.

Analisando os casos vistos na seção anterior, também é possível modelar um mecanismo parcialmente flexível com segmento fixo-pinado, representado pela Figura 33.

Figura 33 – Mecanismo parcialmente flexível com segmento fixo-pinado

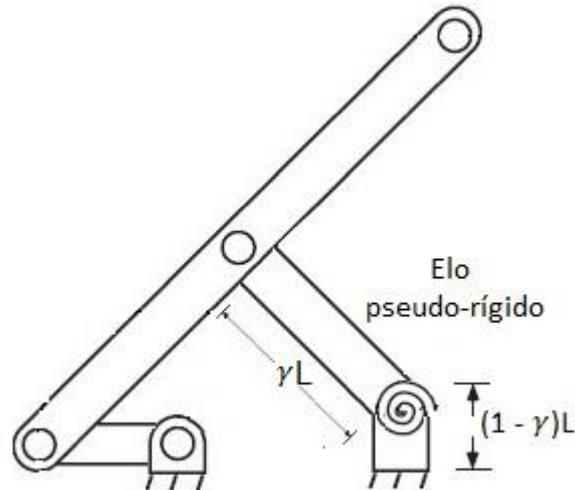


Fonte: Adaptado de Howell (2001)

Para este caso, ao contrário do caso do pivô flexível de pequeno comprimento, o *PRBM* que o gerou é dependente da posição do pivô característico. Para determiná-

lo, é aceitável declarar o fator de raio característico, γ , como sendo o valor já calculado de 0,85, conforme Figura 34.

Figura 34 – PRBM para o mecanismo parcialmente flexível de segmento fixo-pinado



Fonte: Adaptado de Howell (2001)

2.7 Modelagem de mecanismos com o Abaqus

O software comercial Abaqus/Standard é utilizado para a modelagem e simulação de mecanismos através do método de elementos finitos. Sua aplicação também envolve comportamentos não lineares, como ocorre em mecanismos flexíveis, que são a base deste trabalho. Esta seção é dedicada a compreender algumas opções de funcionamento do software.

O Abaqus não impõe um sistema de unidade padrão, é o usuário que precisa gerenciar os valores inseridos. Ou seja, é considerado como sendo adimensional. Com isso, é necessário atentar para que os valores interajam com a mesma unidade entre si. Por exemplo, em uma modelagem, caso o comprimento, largura e altura estejam em milímetros (mm), o módulo de elasticidade necessariamente precisa ser inserido em megapascal (MPa) ou newton por milímetro quadrado (N/mm).

A modelagem dos elos do mecanismo desejado, que neste trabalho serão tratadas como 3D, varia com a necessidade do caso. Escolhe-se o recurso *solid* para elos rígidos e o recurso *wire* para elos flexíveis, como será detalhado na parte metodológica deste trabalho. Após inserir os valores de dimensão e propriedades do

material (no software, conhecido pelo módulo *property*), realiza-se a montagem (*assembly*) de cada componente. O posicionamento dos elos, em um primeiro momento, é feito com movimentos de rotação e translação de acordo com um determinado ponto de referência escolhido. As condições de interação são realizadas no próximo módulo, *interaction*, onde é possível relacionar as junções através de conectores.

Para simular as juntas de revolução em um mecanismo, o conector *hinge* se comporta unindo dois pontos em uma mesma posição, permitindo a rotação em apenas um eixo comum a estes dois pontos. Além do conector, os pontos precisam estar relacionados a alguma superfície do seu respectivo elo, e esta relação é feita através da restrição *coupling*. Uma diferença está no mecanismo flexível, onde a interação *tie* é utilizada para fixar o segmento flexível ao segmento rígido. O próximo capítulo trará a demonstração destas funções e suas aplicações no mecanismo a ser estudado. Opções de carregamento são listadas no módulo seguinte (*load*), sendo possível aplicar forças concentradas, momento, pressão e mais uma gama de tipos de forças mecânicas. Por fim, as condições de contorno devem ser impostas, como os engastes e outras restrições nos graus de liberdade.

Com as modelagens geométricas, interações e condições de movimento realizadas, é feita a malha de elementos finitos na geometria do mecanismo através do módulo *mesh*. A quantidade de nós e elementos é definida por análise de convergência.

O passo de simulação é feito no módulo *job*, onde cria-se um trabalho que submete o carregamento imposto ao mecanismo. O software calcula as deformações do segmento modelado e apresenta uma série de resultados que podem ser analisados. É possível gerar gráficos de análise de deslocamento, sendo importante para efeito de comparação e validação de modelagem de mecanismos rígidos e flexíveis equivalentes.

3 METODOLOGIA

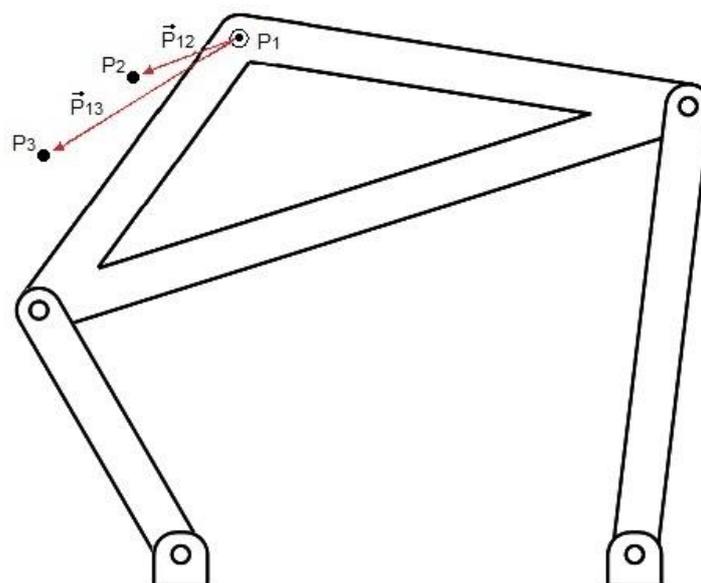
Este capítulo tem o intuito de apresentar as etapas para a realização do trabalho para alcançar o objetivo definido, sendo dividido em seções que sintetizam e analisam os três estilos de mecanismos equivalentes: rígido, pseudo-rígido e flexível.

3.1 Síntese e análise do mecanismo rígido

O mecanismo rígido é desenvolvido como a base de comparação para a finalidade deste trabalho. Logo, os valores dos parâmetros considerados suficientes para a posterior validação do método, como sua geometria e movimento determinado, são de extrema importância para a futura análise.

Para isso, partiu-se de um requisito de projeto da literatura. Norton (2010) descreve um procedimento para sintetizar um mecanismo que atenda a um requisito de projeto referente a um ponto de um dos elos passar por duas ou mais posições específicas. Este procedimento é conhecido como síntese analítica, e o desenvolvimento do mecanismo rígido seguirá a técnica da geração de movimento de três posições. A Figura 35 mostra o layout do mecanismo rígido a ser desenvolvido e as três posições estabelecidas (também referidas como pontos de precisão) para o movimento do mecanismo.

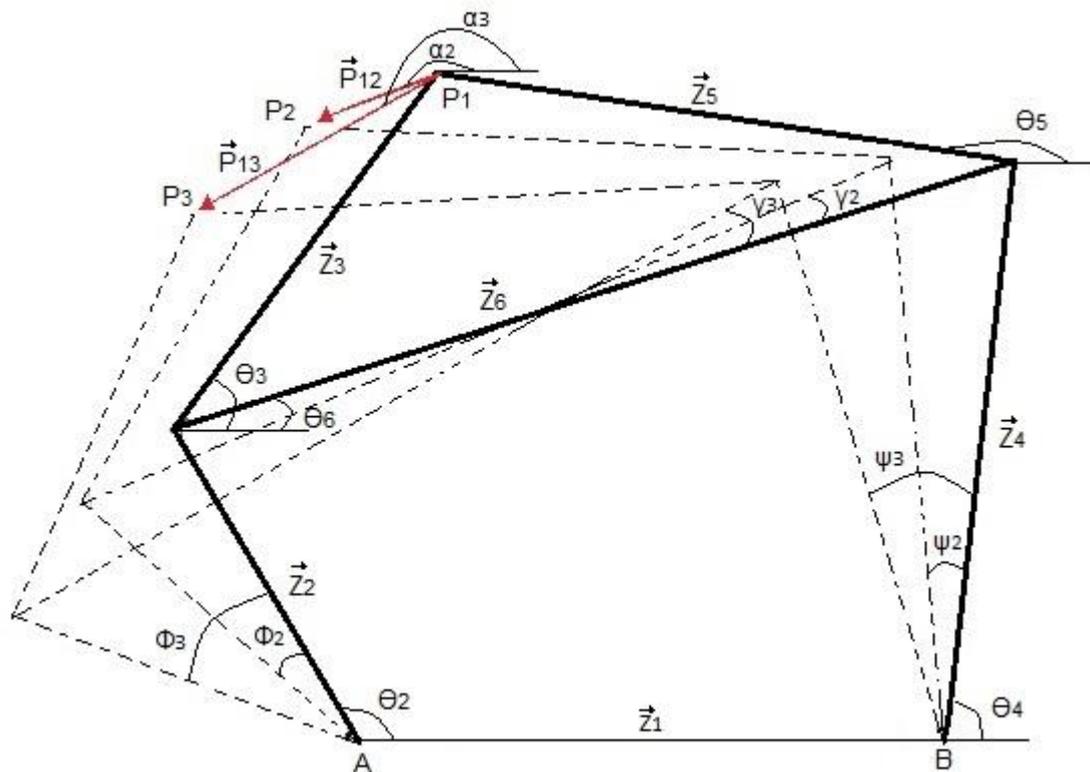
Figura 35 - Pontos de precisão do mecanismo rígido



Fonte: autor

Com os três pontos de precisão definidos, é possível criar os vetores de requisito de projeto P_{12} e P_{13} . Para encontrar as dimensões e inclinações que os elos do mecanismo devem ter para satisfazer ao requisito de projeto é usada a síntese analítica. A próxima seção trará a explicação da síntese analítica com as equações. A fim de se ter uma imagem menos poluída, a Figura 36 traz os elos do mecanismo em formato de linhas com as variáveis utilizadas.

Figura 36 - Mecanismo rígido e suas variáveis



Fonte: autor

3.1.1 Síntese analítica de três posições

Como mostrado na Figura 36, o mecanismo de linha contínua está sob o ponto de referência P_1 , esta é a posição inicial de análise. A segunda e a terceira posições de posição (pontos P_2 e P_3 , respectivamente) estão mostradas em linhas tracejadas. Estes pontos são obtidos a partir da rotação do elo Z_2 no sentido anti-horário através dos ângulos Φ_2 e Φ_3 . Os demais tamanhos de elos e ângulos serão encontrados pela técnica da síntese analítica de três posições descrita por Norton (2010).

O mecanismo pode ser dividido em díades, sendo a díade Z_2Z_3 definindo a metade esquerda e a díade Z_4Z_5 a metade direita do mecanismo. O componente

superior, em formato de triângulo, é rígido e composto pelos elos Z_3 e Z_5 , que sofrem a mesma rotação pelo ângulo γ_2 da posição 1 para a posição 2 e pelo ângulo γ_3 da posição 1 para a posição 3. Com a divisão em díades, é possível resolver um lado do mecanismo de maneira separada do outro. Para o lado esquerdo (díade Z_2Z_3), considerando equação de loop vetorial da primeira posição para a segunda posição e outra equação de loop vetorial da primeira posição para a terceira posição, tem-se:

$$\overline{Z_2}_I + \overline{Z_3}_I + \overline{P12} = \overline{Z_3}_{II} + \overline{Z_2}_{II} \quad (39)$$

$$\overline{Z_2}_I + \overline{Z_3}_I + \overline{P13} = \overline{Z_3}_{III} + \overline{Z_2}_{III} \quad (40)$$

Os subscritos *II* e *III* nas equações (39) e (40) estão relacionados aos elos em suas segundas e terceiras posições, respectivamente.

Substituindo os vetores por seus números complexos equivalentes:

$$Z_2e^{j\theta_2} + Z_3e^{j\theta_3} + P_{12}e^{j\alpha_2} = Z_3e^{j(\theta_3+\gamma_2)} + Z_2e^{j(\theta_2+\phi_2)} \quad (41)$$

$$Z_2e^{j\theta_2} + Z_3e^{j\theta_3} + P_{13}e^{j\alpha_3} = Z_3e^{j(\theta_3+\gamma_3)} + Z_2e^{j(\theta_2+\phi_3)} \quad (42)$$

Simplificando e rearranjando:

$$Z_2e^{j\theta_2}(e^{j\phi_2} - 1) + Z_3e^{j\theta_3}(e^{j\gamma_2} - 1) = P_{12}e^{j\alpha_2} \quad (43)$$

$$Z_2e^{j\theta_2}(e^{j\phi_3} - 1) + Z_3e^{j\theta_3}(e^{j\gamma_3} - 1) = P_{13}e^{j\alpha_3} \quad (44)$$

É possível separar as partes real e imaginária de cada equação.

Parte real:

$$\begin{aligned} [Z_2\cos\theta_2](\cos\phi_2 - 1) - [Z_2\sin\theta_2]\sin\phi_2 + [Z_3\cos\theta_3](\cos\gamma_2 - 1) \\ - [Z_3\sin\theta_3]\sin\gamma_2 = P_{12}\cos\alpha_2 \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} [Z_2\cos\theta_2](\cos\phi_3 - 1) - [Z_2\sin\theta_2]\sin\phi_3 + [Z_3\cos\theta_3](\cos\gamma_3 - 1) \\ - [Z_3\sin\theta_3]\sin\gamma_3 = P_{13}\cos\alpha_3 \end{aligned} \quad (46)$$

Parte imaginária:

$$\begin{aligned} [Z_2\sin\theta_2](\cos\phi_2 - 1) + [Z_2\cos\theta_2]\sin\phi_2 + [Z_3\sin\theta_3](\cos\gamma_2 - 1) \\ + [Z_3\cos\theta_3]\sin\gamma_2 = P_{12}\sin\alpha_2 \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} [Z_2\sin\theta_2](\cos\phi_3 - 1) + [Z_2\cos\theta_2]\sin\phi_3 + [Z_3\sin\theta_3](\cos\gamma_3 - 1) \\ + [Z_3\cos\theta_3]\sin\gamma_3 = P_{13}\sin\alpha_3 \end{aligned} \quad (48)$$

Temos quatro equações e doze variáveis, porém, quatro destas já estão definidas pelos requisitos de projeto: $\alpha_2, \alpha_3, P12, P13, \phi_2$ e ϕ_3 . Das outras seis, duas devem ser assumidas para que seja possível encontrar as outras quatro restantes. Assume-se valores para γ_2 e γ_3 . Logo, resta determinar as magnitudes e os ângulos (θ_2 e θ_3) dos vetores Z_2 e Z_3 .

Para simplificar a solução, coordenadas cartesianas podem substituir as coordenadas polares dos vetores Z_2 e Z_3 :

$$Z_{2x} = Z_2 \cos \theta_2 \quad (49)$$

$$Z_{2y} = Z_2 \sin \theta_2 \quad (50)$$

$$Z_{3x} = Z_3 \cos \theta_3 \quad (51)$$

$$Z_{3y} = Z_3 \sin \theta_3 \quad (52)$$

Substituindo nas equações (45), (46), (47) e (48), temos:

$$Z_{2x}(\cos \phi_2 - 1) - Z_{2y} \sin \phi_2 + Z_{3x}(\cos \gamma_2 - 1) - Z_{3y} \sin \gamma_2 = P12 \cos \alpha_2 \quad (53)$$

$$Z_{2x}(\cos \phi_3 - 1) - Z_{2y} \sin \phi_3 + Z_{3x}(\cos \gamma_3 - 1) - Z_{3y} \sin \gamma_3 = P13 \cos \alpha_3 \quad (54)$$

$$Z_{2y}(\cos \phi_2 - 1) + Z_{2x} \sin \phi_2 + Z_{3y}(\cos \gamma_2 - 1) + Z_{3x} \sin \gamma_2 = P12 \sin \alpha_2 \quad (55)$$

$$Z_{2y}(\cos \phi_3 - 1) + Z_{2x} \sin \phi_3 + Z_{3y}(\cos \gamma_3 - 1) + Z_{3x} \sin \gamma_3 = P13 \sin \alpha_3 \quad (56)$$

Analisando uma maior simplificação destas equações, existem muitas constantes que podem ser classificadas como:

$$\begin{aligned} A &= \cos \phi_2 - 1 & B &= \sin \phi_2 & C &= \cos \gamma_2 - 1 \\ D &= \sin \gamma_2 & E &= P12 \cos \alpha_2 & F &= \cos \phi_3 - 1 \\ G &= \sin \phi_3 & H &= \cos \gamma_3 - 1 & K &= \sin \gamma_3 \\ L &= P13 \cos \alpha_3 & M &= P12 \sin \alpha_2 & N &= P13 \sin \alpha_3 \end{aligned} \quad (57)$$

Substituindo a equação (57) nas equações (53), (54), (55) e (56):

$$A Z_{2x} - B Z_{2y} + C Z_{3x} - D Z_{3y} = E \quad (58)$$

$$F Z_{2x} - G Z_{2y} + H Z_{3x} - K Z_{3y} = L \quad (59)$$

$$B Z2_x + A Z2_y + D Z3_x + C Z3_y = M \quad (60)$$

$$G Z2_x + F Z2_y + K Z3_x + H Z3_y = N \quad (61)$$

O sistema de quatro equações e quatro incógnitas pode ser colocado na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} A & -B & C & -D \\ F & -G & H & -K \\ B & A & D & C \\ G & F & K & H \end{bmatrix}^x \begin{bmatrix} Z2_x \\ Z2_y \\ Z3_x \\ Z3_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad (62)$$

Os valores de $Z2_x$, $Z2_y$, $Z3_x$ e $Z3_y$ são encontrados a partir da multiplicação entre a inversa da matriz 4x4 com a matriz do lado direito da equação. O mesmo procedimento é realizado para a parte direita do mecanismo, onde as equações de loop vetorial são:

$$\vec{Z4}_I + \vec{Z5}_I + \vec{P12} = \vec{Z5}_{II} + \vec{Z4}_{II} \quad (63)$$

$$\vec{Z4}_I + \vec{Z5}_I + \vec{P13} = \vec{Z5}_{III} + \vec{Z4}_{III} \quad (64)$$

Da mesma maneira que para o lado direito, os subscritos *II* e *III* nas equações (63) e (64) estão relacionados aos elos em suas segundas e terceiras posições, respectivamente.

Substituindo, simplificando e rearranjando, temos:

$$Z4e^{j\theta_4}(e^{j\psi_2} - 1) + Z5e^{j\theta_5}(e^{j\gamma_2} - 1) = P12e^{j\alpha_2} \quad (65)$$

$$Z4e^{j\theta_4}(e^{j\psi_3} - 1) + Z5e^{j\theta_5}(e^{j\gamma_3} - 1) = P13e^{j\alpha_3} \quad (66)$$

Novamente duas variáveis devem ser assumidas para que seja possível encontrar as quatro restantes. Assume-se valores para ψ_2 e ψ_3 . Logo, resta determinar as magnitudes e os ângulos (θ_4 e θ_5) dos vetores $Z4$ e $Z5$.

Com as novas constantes para o lado direito:

$$\begin{aligned} A &= \cos\psi_2 - 1 & B &= \sen\psi_2 & C &= \cos\gamma_2 - 1 \\ D &= \sen\gamma_2 & E &= P12\cos\alpha_2 & F &= \cos\psi_3 - 1 \\ G &= \sen\psi_3 & H &= \cos\gamma_3 - 1 & K &= \sen\gamma_3 \\ L &= P13\cos\alpha_3 & M &= P12\sen\alpha_2 & N &= P13\sen\alpha_3 \end{aligned} \quad (67)$$

E escrevendo na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} A & -B & C & -D \\ F & -G & H & -K \\ B & A & D & C \\ G & F & K & H \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_{4x} \\ Z_{4y} \\ Z_{5x} \\ Z_{5y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad (68)$$

Os valores de Z_{4x} , Z_{4y} , Z_{5x} e Z_{5y} são encontrados a partir da multiplicação entre a inversa da matriz 4x4 com a matriz do lado direito da equação. Tendo os vetores Z_2 , Z_3 , Z_4 e Z_5 , é possível obter também os vetores Z_6 e Z_1 através das seguintes loops vetoriais presentes nas equações (69) e (70):

$$\vec{Z}_6 + \vec{Z}_5 = \vec{Z}_3 \quad (69)$$

$$\vec{Z}_1 + \vec{Z}_4 = \vec{Z}_6 + \vec{Z}_2 \quad (70)$$

As equações (62), (68), (69) e (70) são resolvidas de acordo com os valores de entrada presentes na Tabela 2, que também apresenta os valores de saída encontrados.

Tabela 2 - Valores de entrada e saída da síntese analítica

Entrada	Saída
$\alpha_2 = 200^\circ$	$Z_2 = 63,5 \text{ mm}$
$\alpha_3 = 211^\circ$	$Z_3 = 76,2 \text{ mm}$
$P_{12} = 25 \text{ mm}$	$\theta_2 = 120^\circ$
$P_{13} = 51 \text{ mm}$	$\theta_3 = 53,5^\circ$
$\phi_2 = 19^\circ$	$Z_4 = 101,6 \text{ mm}$
$\phi_3 = 40^\circ$	$Z_5 = 101,6 \text{ mm}$
$\gamma_2 = 6^\circ$	$\theta_4 = 83,5^\circ$
$\gamma_3 = 13^\circ$	$\theta_5 = 171^\circ$
$\psi_2 = 12,5^\circ$	$Z_1 = 101,6 \text{ mm}$
$\psi_3 = 23,5^\circ$	$Z_6 = 152,6 \text{ mm}$

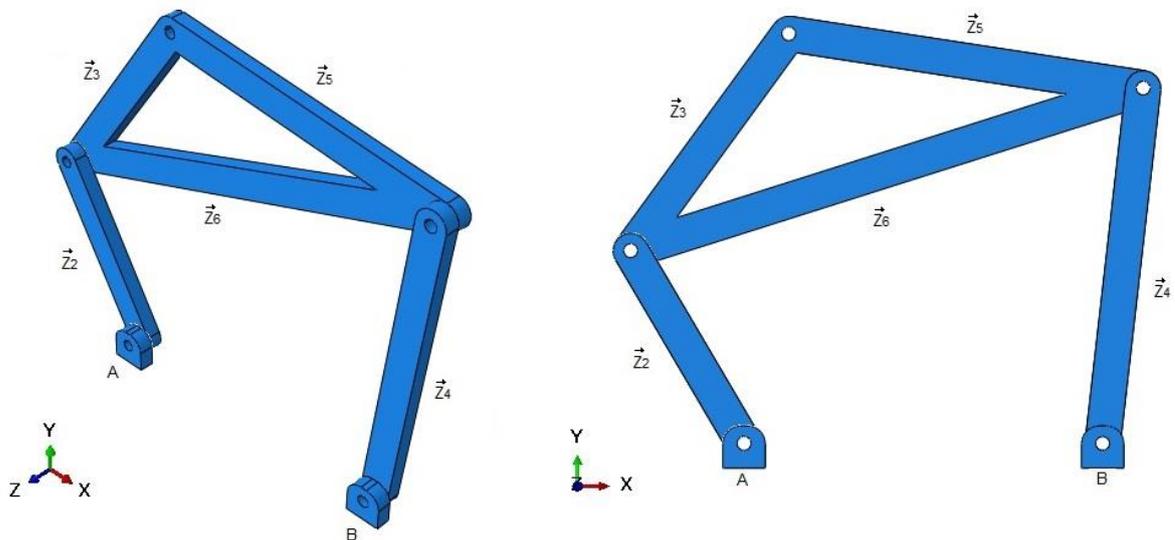
Fonte: autor

Com os valores dos comprimentos dos elos e seus respectivos ângulos encontrados, é possível fazer a modelagem do mecanismo rígido no software Abaqus. Essa modelagem fornece gráficos do deslocamento do ponto de interesse P, possibilitando verificar se, de fato, o mecanismo fará o movimento definido pelo requisito de projeto, além de ter a finalidade de gerar resultados para comparação com os mecanismos pseudo-rígido e flexível.

3.1.2 Modelagem do mecanismo rígido no Abaqus

Utilizando os resultados obtidos no item 3.1.1, o mecanismo rígido é modelado no Abaqus. A Figura 37 apresenta a configuração do mecanismo.

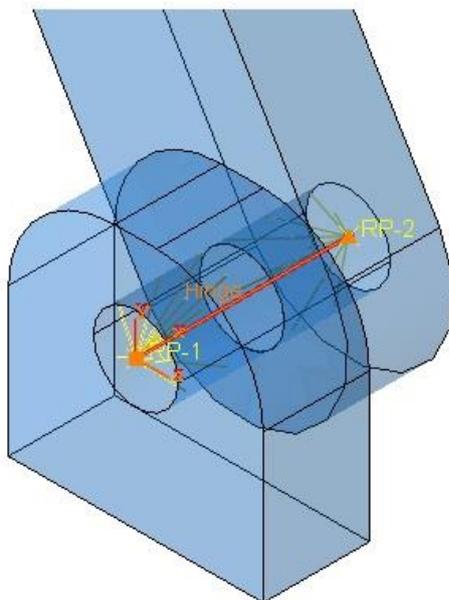
Figura 37 - Mecanismo rígido modelado no Abaqus



Fonte: autor

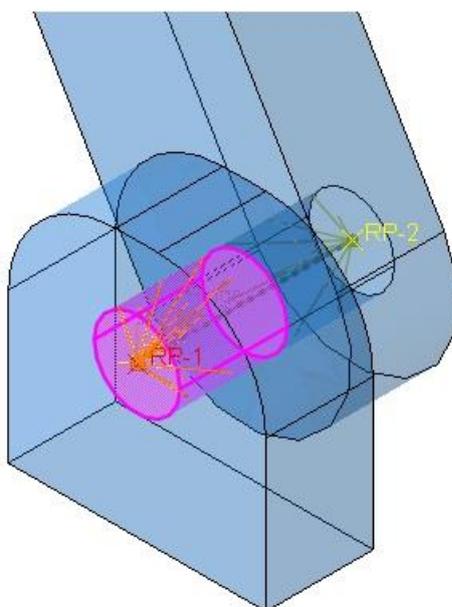
Para todos os elos do mecanismo rígido as propriedades do material são as mesmas, consideradas como lineares elásticas e com módulo de elasticidade igual a $200 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$.

Como descrito no item 2.7, as condições de interação são feitas após a montagem do mecanismo. A relação entre as juntas que realizam a revolução dos elos é feita através do conector *hinge*. Relembrando neste capítulo que o conector se comporta unindo dois pontos em uma mesma posição, permitindo a rotação em apenas um eixo comum a estes dois pontos. Tal recurso é aplicado nas quatro juntas de rotação (as duas no elo Z2 e as outras duas no elo Z4). A Figura 38 mostra uma aplicação do conector *hinge*.

Figura 38 - Conector hinge no mecanismo rígido

Fonte: autor

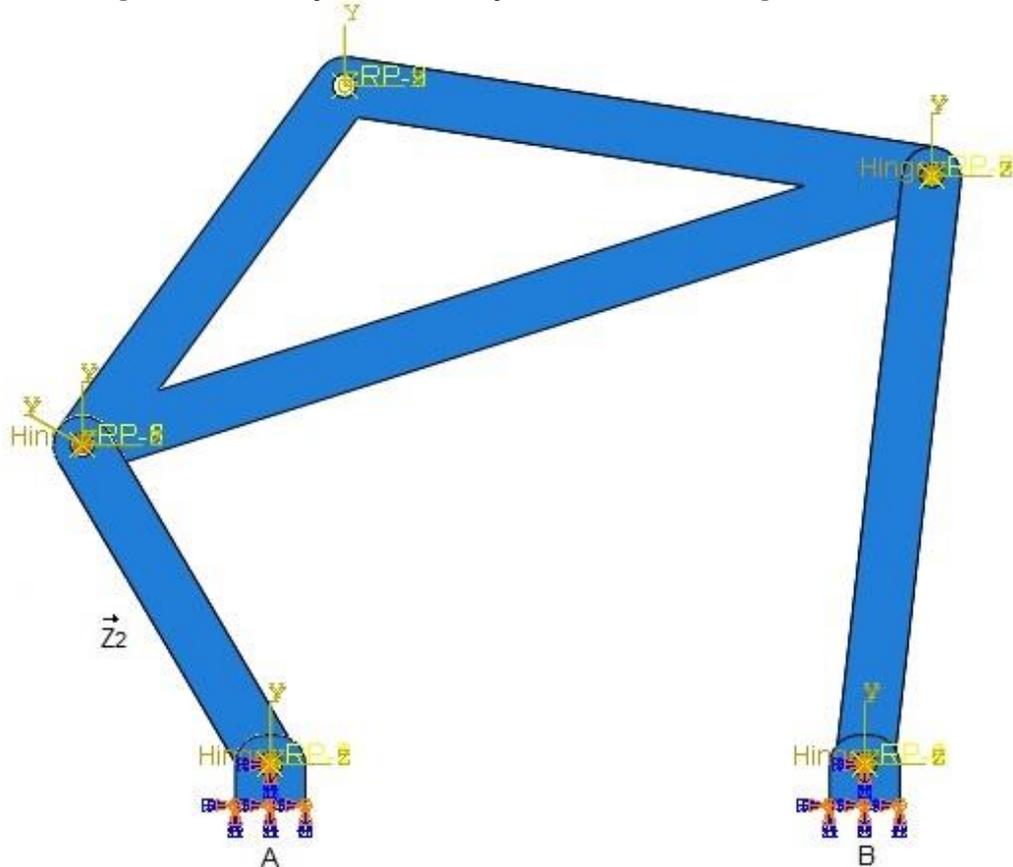
Após relacionar os pontos a uma rotação a partir de um eixo comum, a restrição *coupling* relaciona-os a alguma superfície do seu respectivo elo. A Figura 39 apresenta a aplicação da restrição para um ponto de referência.

Figura 39 - Restrição coupling no mecanismo rígido

Fonte: autor

Além destes recursos, um torque é aplicado no elo de entrada Z2 para rotacioná-lo e movimentar o mecanismo, e engastes para restringir graus de liberdade nos pontos A e B são inseridos. Por fim, todas as condições de interação existentes no mecanismo estão apresentadas na Figura 40.

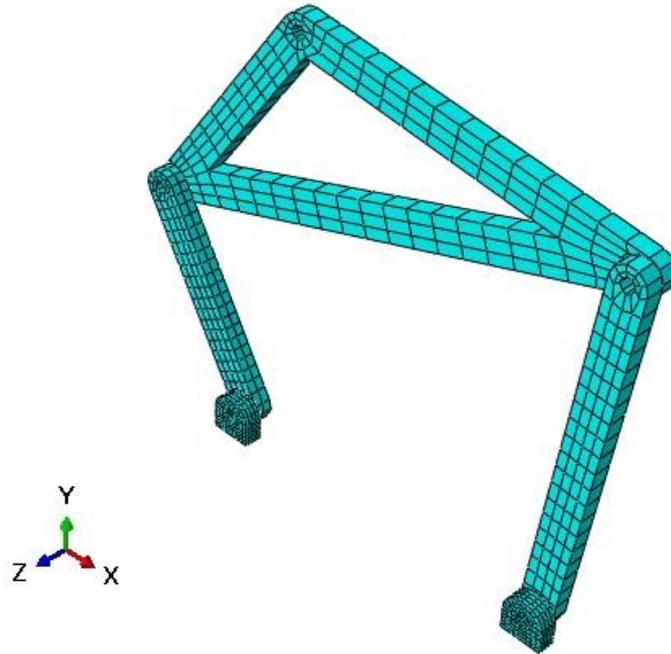
Figura 40 - Condições de interação no mecanismo rígido



Fonte: autor

Como último passo antes da simulação, que será analisada no próximo capítulo, é necessário criar uma malha de elementos finitos no mecanismo como um todo. O número adequado de elementos é um processo automático do software feito por convergência de malha. Neste caso, foram utilizados 1149 elementos do tipo C3D8R, definidos como hexaédricos com 8 pontos nodais para cada elemento. Os elementos foram caracterizados com a técnica *sweep* do Abaqus para reduzir distorções na malha. A Figura 41 mostra o mecanismo modelado com a malha de elementos finitos.

Figura 41 - Malha de elementos finitos do mecanismo rígido



Fonte: autor

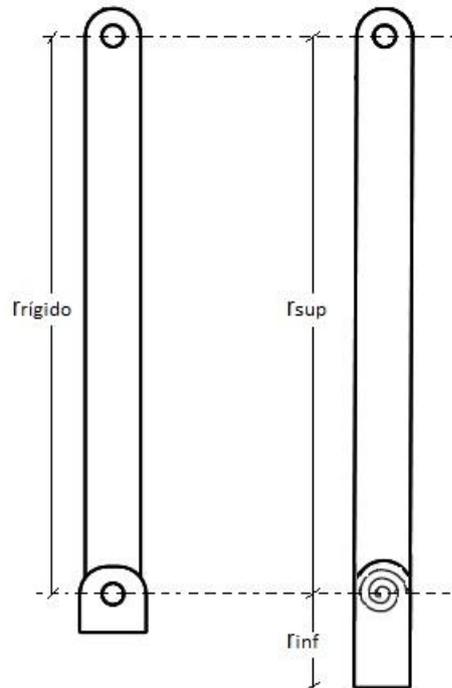
3.2 Síntese e análise do mecanismo pseudo-rígido

O mecanismo pseudo-rígido simula o movimento do mecanismo flexível com elementos do mecanismo rígido como uma primeira aproximação. Logo, ele atua, metaforicamente, como um meio de campo entre os estilos de mecanismos. Neste trabalho, apenas um elo do mecanismo rígido será transformado em flexível – o elo Z4. Com esta informação, o determinado elo é desenvolvido como se fosse um segmento fixo-pinado (item 2.5.1.2), com informações vistas no capítulo anterior.

A partir do conceito da síntese de substituição de corpo rígido, o elo pseudo-rígido é gerado para atender as mesmas posições de trajetória do elo rígido. A condição de contorno do segmento fixo-pinado é utilizada com valor de 0,85 para o *fator de raio característico* (γ), sendo um valor médio apresentado na Tabela 1.

A Figura 42 traz a relação de tamanho entre os elos rígidos e pseudo-rígidos para que o cálculo possa ser realizado.

Figura 42 - Relação de tamanho entre elos



Fonte: autor

Logo, as equações para definir o tamanho do elo pseudo-rígido são as seguintes:

$$r_{sup} = r_{rigido} \quad (71)$$

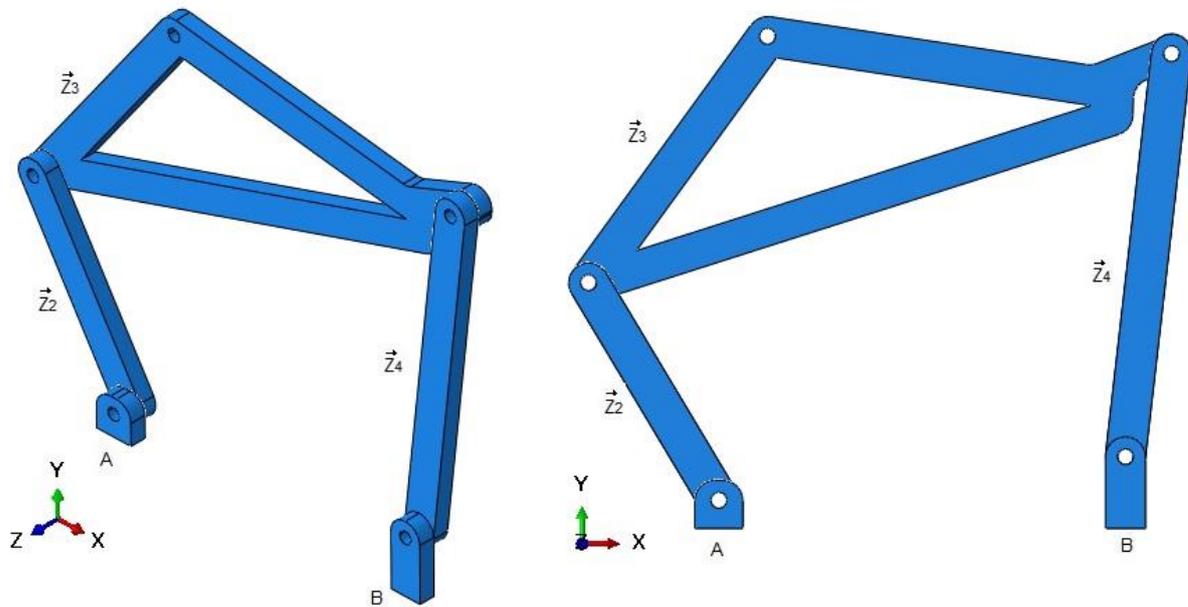
$$r_{inf} = \frac{r_{rigido}}{\gamma} \quad (72)$$

onde r_{rigido} é o valor encontrado anteriormente para o elo Z4 (101,6 mm). Então, após efetuar os cálculos, a soma entre r_{sup} e r_{inf} resulta no tamanho do elo pseudo-rígido que é igual a 119,53 mm. Este também será o valor do tamanho do elo flexível, que será visto no item 3.3.

3.2.1 Modelagem do mecanismo pseudo-rígido no Abaqus

De maneira análoga ao que foi feito para o mecanismo rígido, o mecanismo pseudo-rígido é modelado no Abaqus. Porém, para acomodar a modificação do tamanho do elo pseudo-rígido, deve-se alterar o formato do elo de acoplamento (elo rígido triangular) para garantir uma trajetória de deslocamento equivalente no movimento. A Figura 43 apresenta a configuração do mecanismo pseudo-rígido.

Figura 43 - Mecanismo pseudo-rígido modelado no Abaqus



Fonte: autor

Para todos os elos do mecanismo pseudo-rígido as propriedades do material são as mesmas, consideradas como lineares elásticas e com módulo de elasticidade igual a $200 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$.

As condições de interação são as mesmas aplicadas ao mecanismo rígido, com a relação entre as juntas através do conector *hinge* e com a relação dos pontos à superfície do elo através da restrição *coupling*. Porém, como na junta do mecanismo pseudo-rígido está presente uma mola torcional, que encena a resistência à deflexão do membro elástico, uma pequena diferença na aplicação do recurso é necessária. O próprio conector *hinge* apresenta um comportamento que pode ser habilitado para simular a mola torcional. De acordo com o Online Documentation – Abaqus 6.14 (2014), o comportamento *elasticity* molda a elasticidade para o tipo linear elástico com uma constante da mola atuando em torno do eixo comum dos pontos de referência do conector. A constante da mola é calculada através da equação (34), e replicada novamente neste capítulo como equação (73):

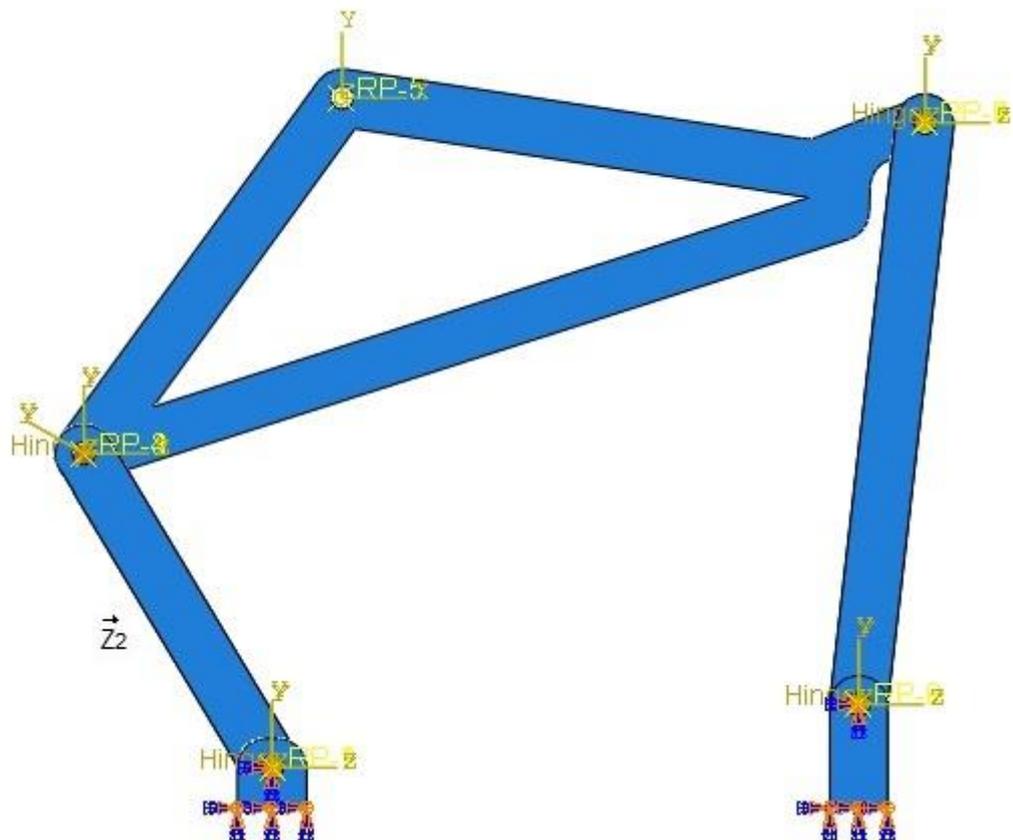
$$K = \gamma K_{\theta} \frac{EI}{L} \quad (73)$$

onde γ é o fator de raio característico, definido como 0,85; K_{θ} é o coeficiente de rigidez, definido como o valor médio de 2,65 apresentado na Tabela 1; EI é a multiplicação dos valores do módulo de elasticidade do material e do momento de inércia da

geometria; e, por fim, L é o comprimento do segmento, igual a 119,53 mm. Então, o valor encontrado para a constante da mola é igual a 1570,5 N.mm.

Além destes recursos, um torque é aplicado no elo de entrada Z2 para rotacioná-lo e movimentar o mecanismo, e engastes para restringir graus de liberdade nos pontos A e B também são inseridos, como foram feitos no caso anterior. As condições de interação existentes no mecanismo estão apresentadas na Figura 44.

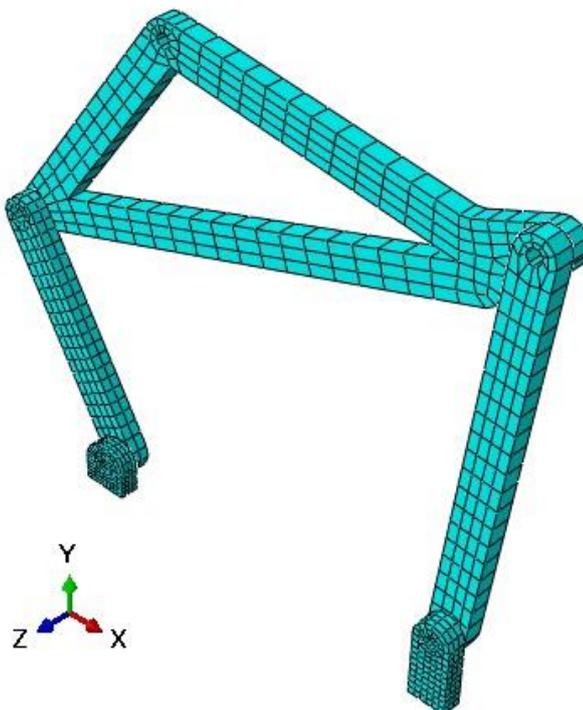
Figura 44 - Condições de interação no mecanismo pseudo-rígido



Fonte: autor

Novamente, antes da simulação que será analisada no próximo capítulo, é necessário criar uma malha de elementos finitos no mecanismo como um todo. A Figura 45 mostra o mecanismo modelado com 1094 elementos. Os elementos foram definidos como do tipo C3D8R, semelhante ao aplicado para o mecanismo rígido. A técnica *sweep* do Abaqus para reduzir distorções na malha também foi utilizada.

Figura 45 - Malha de elementos finitos do mecanismo pseudo-rígido



Fonte: autor

3.3 Síntese e análise do mecanismo flexível

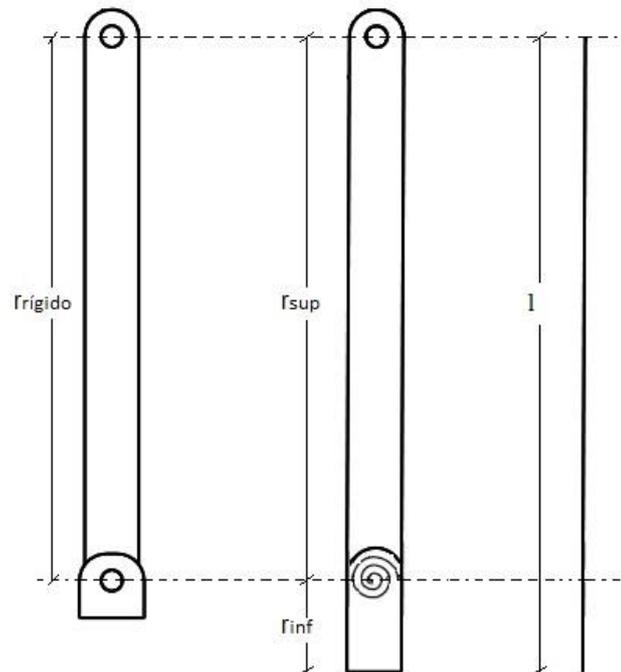
Para a modelagem do mecanismo flexível, é preciso conhecer o segmento fixo-pinado propriamente definido no item 3.2. A Figura 42 pode ser atualizada com o segmento para ser possível obter a relação de tamanho entre os mecanismos rígido, pseudo-rígido e flexível e está apresentada na Figura 46.

A equação (74) traz a relação do tamanho l em relação ao tamanho do elo rígido (ou do elo pseudo-rígido superior, já que são considerados de comprimentos idênticos). Percebe-se a presença do *fator de raio característico* γ na equação, já definido igual a 0,85.

$$l = \frac{r_{sup}}{\gamma} \quad (74)$$

Como esperado, o resultado desta equação é igual a 119,53 mm, mesmo valor encontrado para o elo pseudo-rígido no item 3.2.

Figura 46 - Relação de tamanho entre elos



Fonte: autor

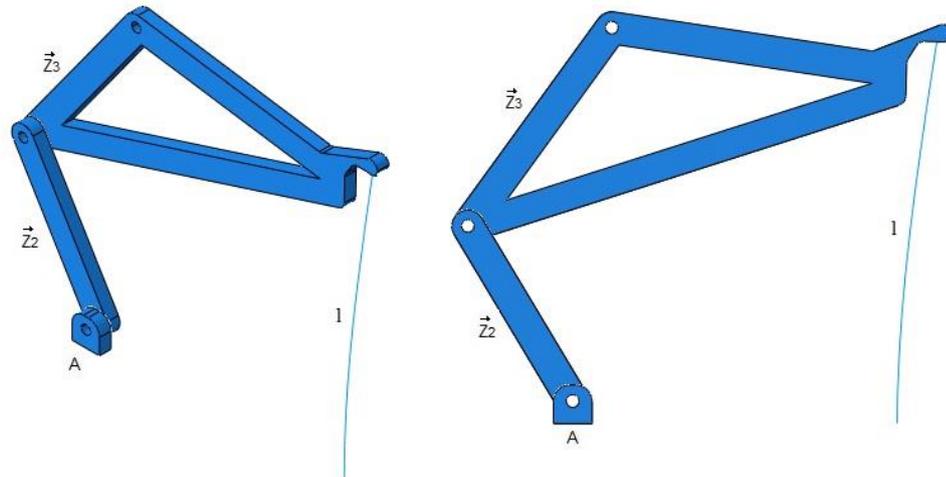
3.3.1 Modelagem do mecanismo flexível no Abaqus

Para a modelagem deste mecanismo, a análise de não linearidade geométrica é aplicada no software Abaqus especificamente para o elo flexível.

Seguindo o que foi feito para o mecanismo pseudo-rígido, a modificação do tamanho do elo flexível pede uma alteração no formato do elo de acoplamento (elo rígido triangular) para garantir uma trajetória de deslocamento equivalente no movimento. Já para o elo flexível, o recurso *wire* é utilizado, pois a linha representa um sólido com sua espessura e largura bem inferiores ao seu comprimento. O software modela a partir da seção *beam rectangular* depois do usuário inserir valores para a seção transversal. Neste caso, foram utilizados valores de 1 mm para a largura e 5 mm para a espessura, acompanhando a conexão com o elo rígido.

Os elos do mecanismo, sendo rígidos ou flexível, possuem propriedades do material classificados como lineares elásticas e com módulo de elasticidade igual a $200 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$. A diferença entre os elos está em suas seções transversais. A Figura 49 apresenta a configuração do mecanismo.

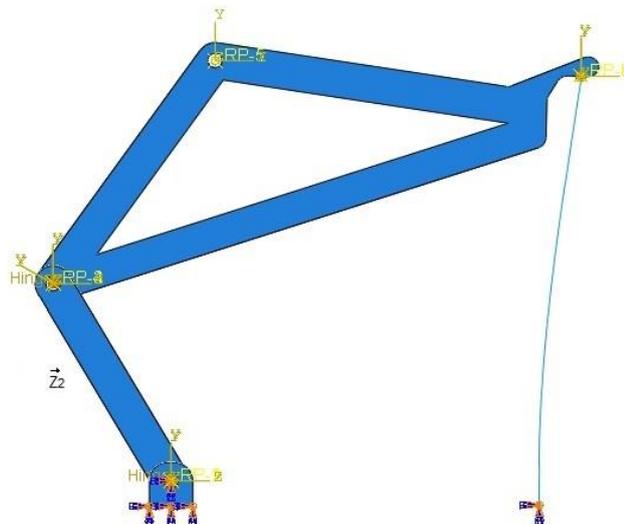
Figura 47 - Mecanismo flexível modelado no Abaqus



Fonte: autor

Assim como nos mecanismos anteriores, o conector *hinge* é utilizado para simular a junta de revolução entre os elos, inclusive para conectar o segmento flexível ao elo rígido. A restrição *coupling* também segue o mesmo critério. Porém, para a interação entre o segmento flexível e o segmento rígido, é utilizado o recurso *tie* para fixar as extremidades entre si e não permitir movimentos relativos. Para isso, um ponto nodal do segmento flexível se conecta a um ponto nodal do segmento rígido. Novamente um torque é aplicado no elo de entrada Z2 para rotacioná-lo e movimentar o mecanismo, e engastes para restringir graus de liberdade nos pontos A e B são inseridos. A Figura 48 apresenta tais interações e condições de contorno.

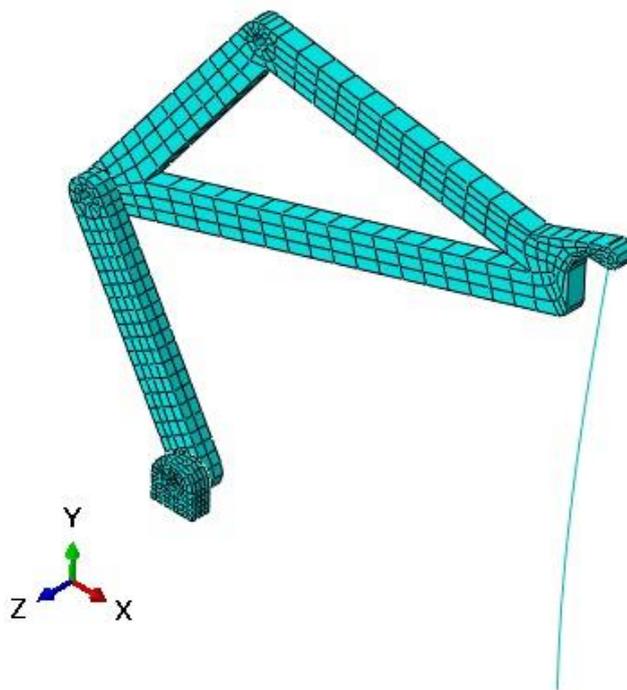
Figura 48 - Condições de interação no mecanismo flexível



Fonte: autor

A malha de elementos finitos em mecanismo flexível está representada na Figura 49 com 785 elementos. Para o elo flexível são utilizados elementos do tipo B32 que permite deformação de cisalhamento transversal. Novamente, o número adequado de elementos é um processo automático do software feito por convergência de malha, e, mais uma vez, utiliza-se a técnica *sweep* do Abaqus para reduzir distorções na malha.

Figura 49 - Malha de elementos finitos do mecanismo flexível



Fonte: autor

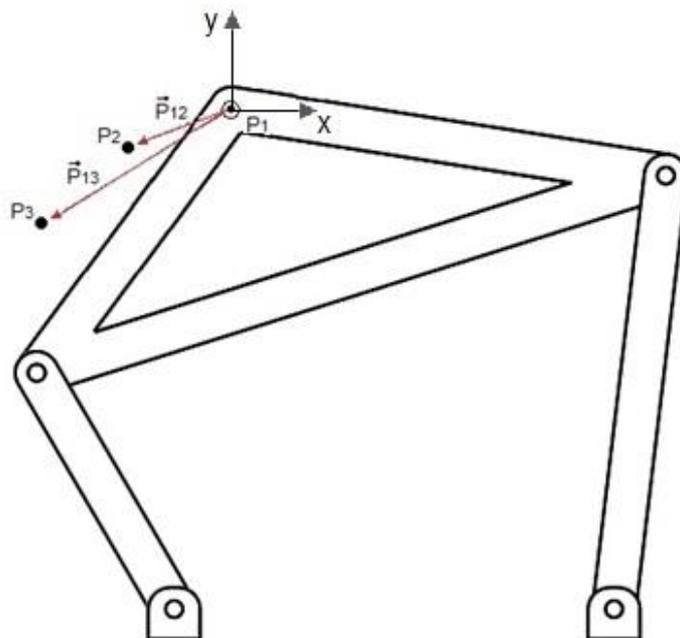
4 COMPARAÇÕES DE RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos na análise no software Abaqus. Os dados de saída do software são apresentados em gráficos que foram tratados utilizando planilhas e funções do Microsoft Excel 2013.

4.1 Resultados analíticos para o mecanismo rígido

A proposta deste trabalho é desenvolver mecanismos pseudo-rígido e flexível que sejam capazes de desempenhar a mesma função de um mecanismo rígido previamente configurado. A Figura 50 apresenta a configuração inicial do mecanismo rígido com a posição inicial P_1 na origem de uma coordenada global, bem como as desejadas posições P_2 e P_3 pelas quais o mecanismo deve se movimentar.

Figura 50 - Mecanismo rígido configurado



Fonte: autor

A magnitude dos vetores de posição e seus ângulos em relação ao eixo x estão presentes na Tabela 3.

Tabela 3 - Magnitudes e ângulos das posições do mecanismo

<i>Magnitudes</i>	<i>Ângulos</i>
$P12 = 25 \text{ mm}$	$\alpha_2 = 200^\circ$
$P13 = 51 \text{ mm}$	$\alpha_3 = 211^\circ$

Fonte: autor

Com estes dados, é possível definir os valores de P1, P2 e P3 no eixo de coordenadas global decompondo suas magnitudes a partir dos respectivos ângulos, sendo apresentados na Figura 50. Estes valores, em milímetros, são mostrados na Tabela 4.

Tabela 4 - Coordenadas dos pontos de precisão

<i>Posição (X;Y)</i>
$P1 (0; 0)$
$P2 (-23,49; -8,55)$
$P3 (-43,72; -26,27)$

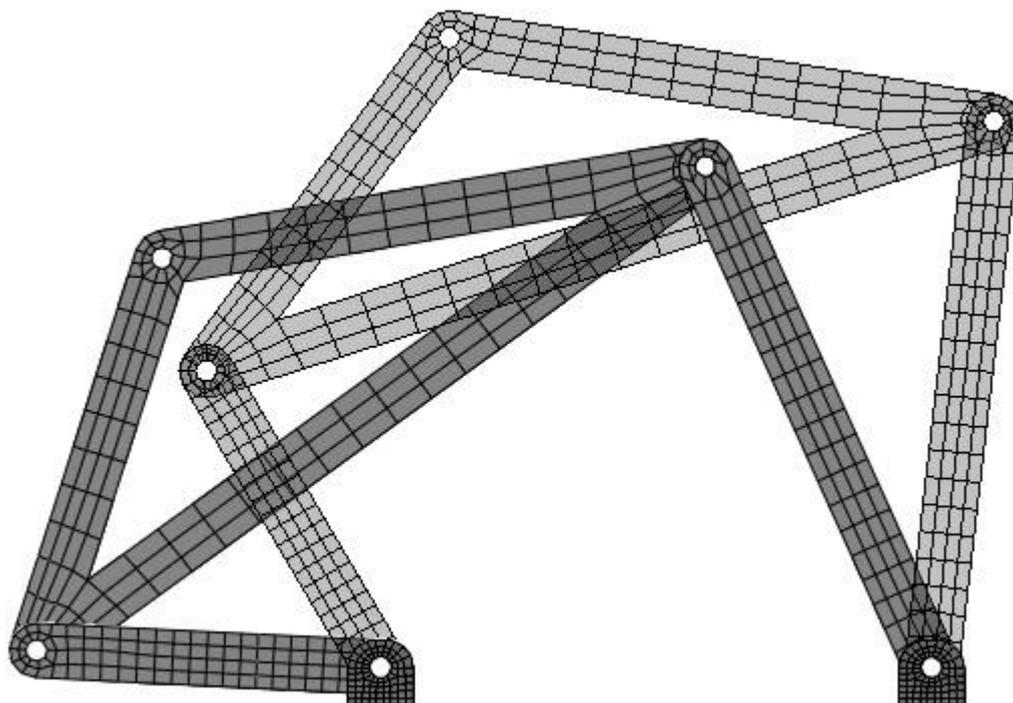
Fonte: autor

As próximas seções são dedicadas a apresentar os resultados para cada mecanismo desenvolvido. Os valores encontrados para o caminho de trajetória do ponto P são expostos e, por fim, comparados para sua validação da metodologia empregada.

4.2 Resultados no software Abaqus para o mecanismo rígido

O mecanismo rígido foi desenvolvido a partir da síntese analítica descrita no capítulo anterior. Logo, a aplicação da síntese pode ser considerada correta caso a trajetória de deslocamento do ponto P passe pelos pontos estipulados na Tabela 4. Primeiramente, a Figura 51 apresenta a posição inicial e final da simulação do mecanismo rígido.

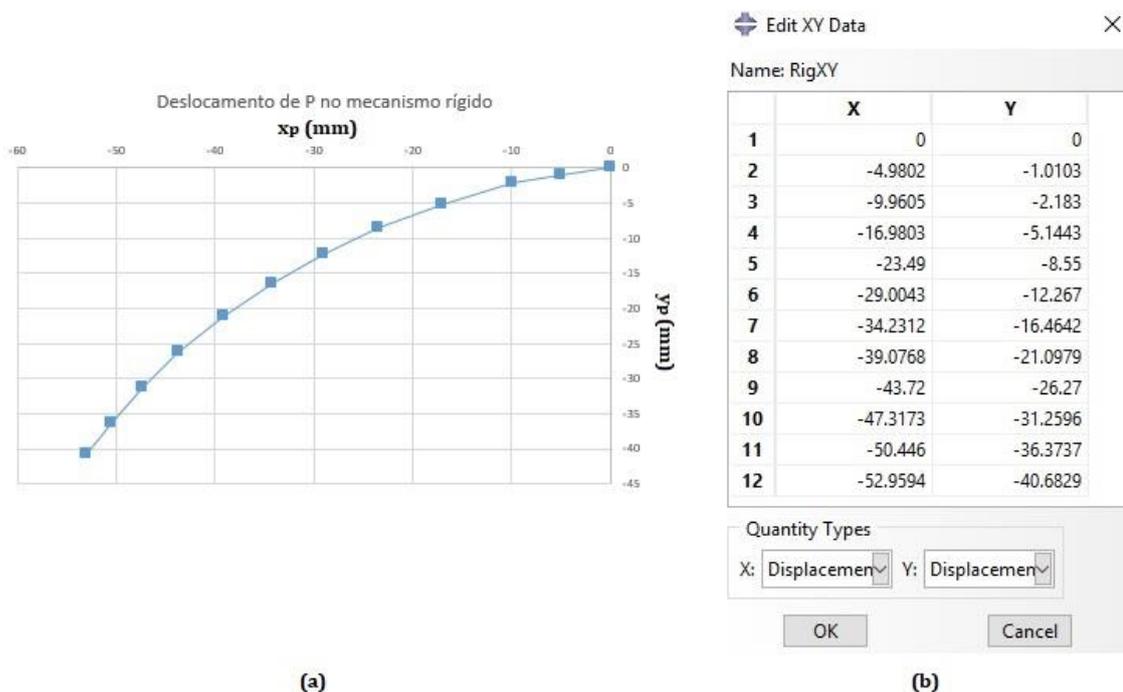
Figura 51 - Posição inicial e final da simulação do mecanismo rígido



Fonte: autor

Desta simulação, o gráfico de trajetória do ponto especificado é obtido. A Figura 52 (a) traz o gráfico em função das posições do ponto nos eixos x e y da coordenada global. Os valores negativos mostram que P se desloca para a esquerda e para baixo, aparentemente como o desenho sugere. A Figura 52 (b) mostra a janela do software Abaqus com os dados de deslocamento para 12 coordenadas diferentes da trajetória, em milímetros. Como é possível perceber, o ponto P, inicialmente em (0;0), passa pela coordenada (-23,49; -8,55), nomeada como P2 na Tabela 4, e pela coordenada (-43,72; -26,27), nomeada como P3. O requisito de projeto, que consistia que o mecanismo percorresse os pontos de precisão, foi corretamente cumprido e valida a utilização do método da síntese analítica para o desenvolvimento do mecanismo rígido.

Figura 52 - (a) Gráfico de deslocamento do mecanismo rígido e (b) dados do deslocamento

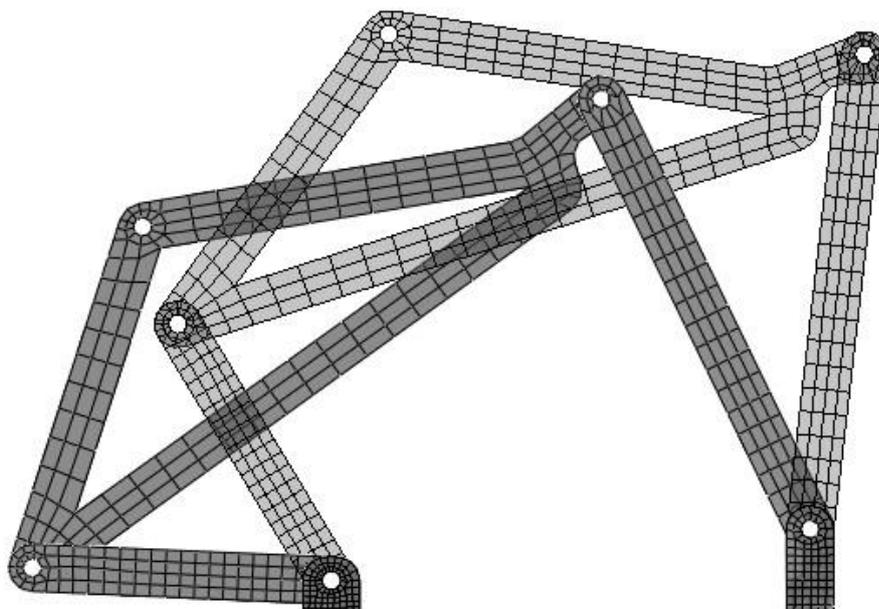


Fonte: autor

4.3 Resultados no software Abaqus para o mecanismo pseudo-rígido

O mecanismo pseudo-rígido simulado no software Abaqus está apresentado na Figura 53 nas suas posições inicial e final.

Figura 53 - Posição inicial e final da simulação do mecanismo pseudo-rígido



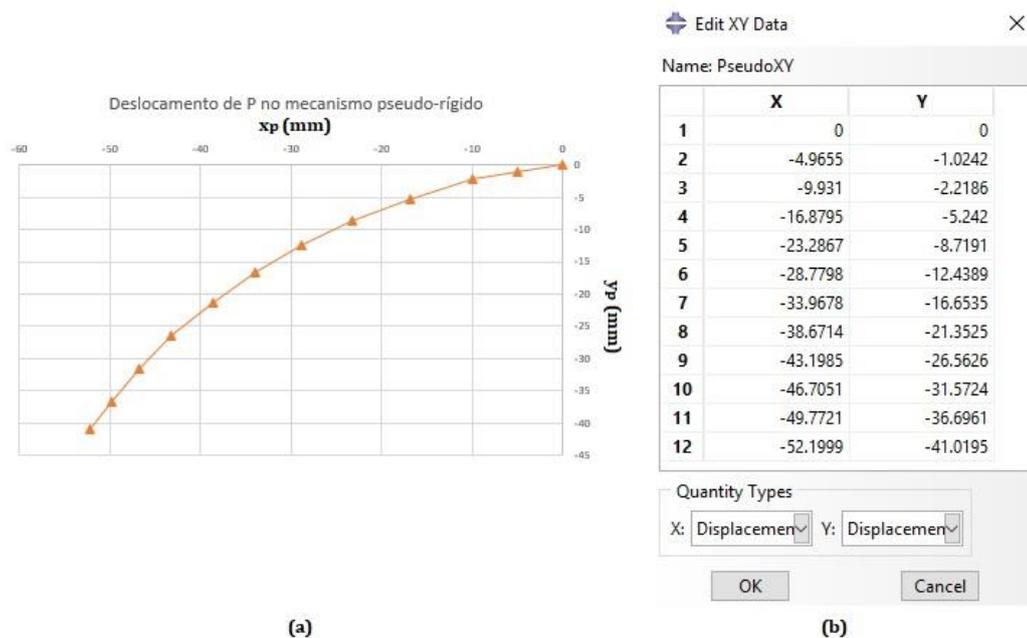
Fonte: autor

Da mesma maneira, o gráfico de trajetória é obtido e apresentado na Figura 54 (a) em função das posições do ponto nos eixos x e y da coordenada global. A Figura 54 (b) mostra a janela do software Abaqus com os dados de deslocamento para 10 coordenadas diferentes da trajetória.

A linha 5 da Figura 52 (b) foi considerada como as coordenadas para P2 do mecanismo rígido, e como os pontos analisados são os mesmos, a linha 5 da Figura 54 (b) são correspondentes ao P2 do mecanismo pseudo-rígido. Os valores dos deslocamentos da trajetória se mostram bastante similares, sendo (-23,2867; -8,7191) para este caso em análise. Ou seja, uma diferença de 0,2033 mm em relação ao eixo x e 0,1691 mm em relação ao eixo y. Isto significa um erro de 0,61% em relação ao ângulo que este ponto se distancia do ponto de precisão. Para P3, na linha 9, a coordenada para o mecanismo pseudo-rígido é igual a (-43,1985; -26,5626) e já apresenta uma diferença levemente maior, porém ainda considerada pequena, na ordem de 0,5215 mm em relação ao eixo x e 0,2926 mm em relação ao eixo y, ou um erro de 0,64%.

Com base nestes resultados de deslocamento atendendo o objetivo esperado, pode-se afirmar que é possível simular o mecanismo pseudo-rígido pelo software Abaqus.

Figura 54 - (a) Gráfico de deslocamento do mecanismo pseudo-rígido e (b) dados do deslocamento

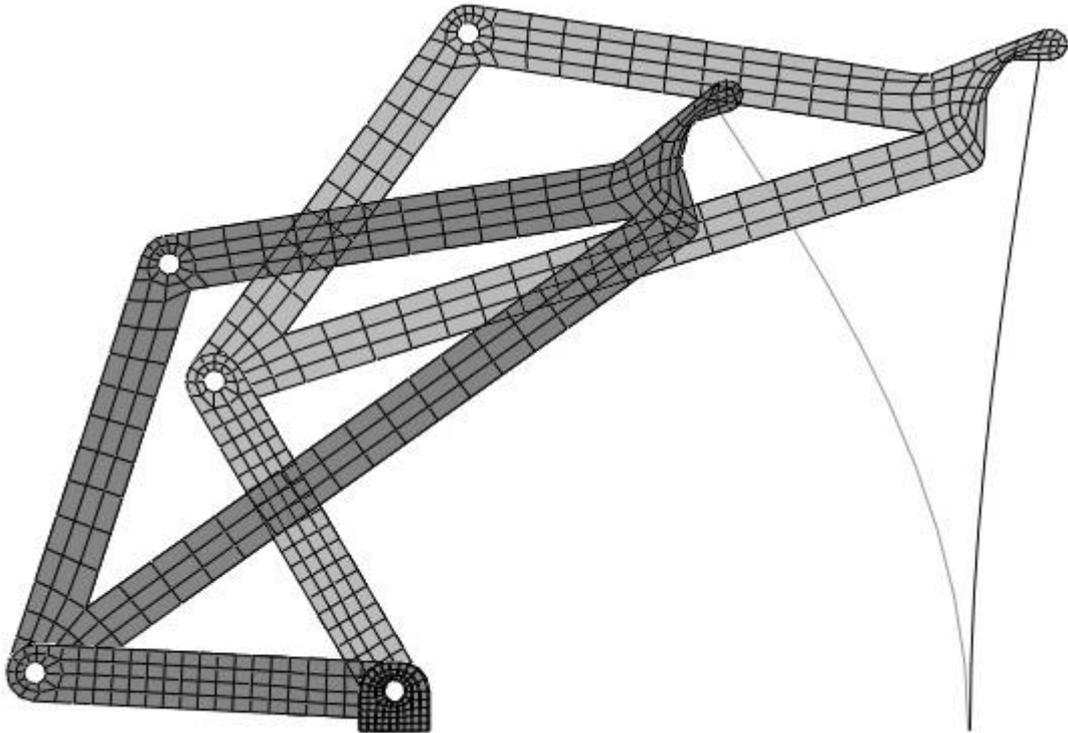


Fonte: autor

4.4 Resultados no software Abaqus para o mecanismo flexível

Por fim, a simulação do mecanismo flexível no Abaqus é analisada na Figura 55.

Figura 55 - Posição inicial e final da simulação do mecanismo flexível



Fonte: autor

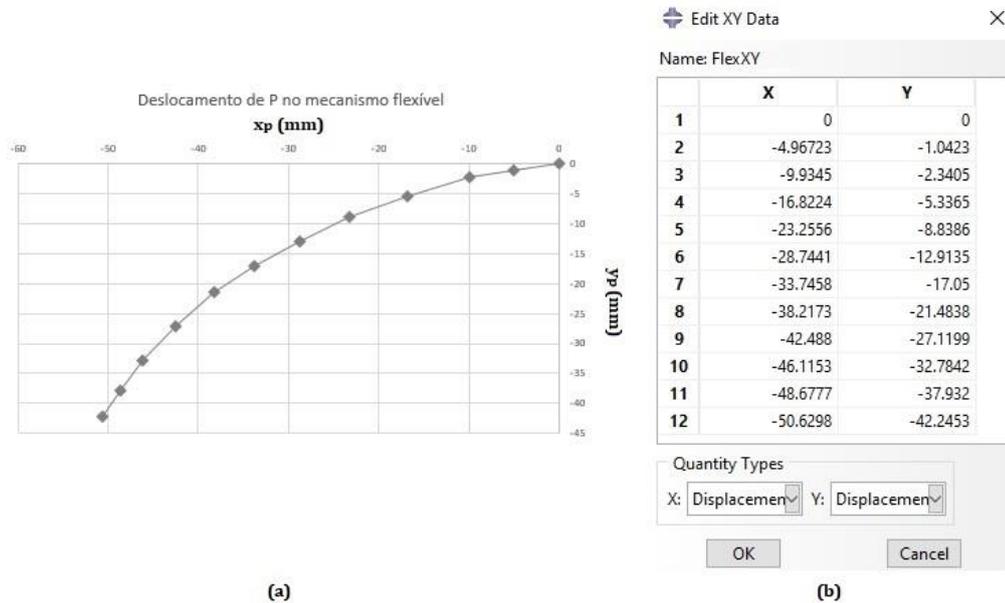
Pode-se perceber a curvatura do elo flexível que simula os antigos elos rígidos unidos por uma junta que eram anteriormente utilizados. A Figura 56 mostra os resultados desta simulação.

O mecanismo flexível obtém resultados depois de uma análise não linear. A linha de número 5 da Figura 56 (b) traz a coordenada (-23,2556; -8,8386) para P2 e a linha 9 traz a coordenada (-42,488; -27,1199) para P3. A diferença para o modelo pseudo-rígido está na grandeza de 0,2344 mm em relação ao eixo x e 0,2886 mm em relação ao eixo y no ponto P2, sendo considerado um erro de 0,9% em relação ao ângulo que este ponto se distancia do ponto de precisão. Já no ponto P3, uma diferença de 1,232 mm no eixo x e 0,8499 mm no eixo y, ou um erro de 1,72%.

Portanto, apesar das disparidades, os valores são muito pequenos e pode-se dizer que o método pseudo-rígido fornece resultados similares aos do mecanismo

flexível. Isto valida o método PRBM (*pseudo-rigid body model*) e suas equações como uma primeira aproximação para o entendimento de mecanismos flexíveis.

Figura 56 – (a) Gráfico de deslocamento do mecanismo flexível e (b) dados do deslocamento

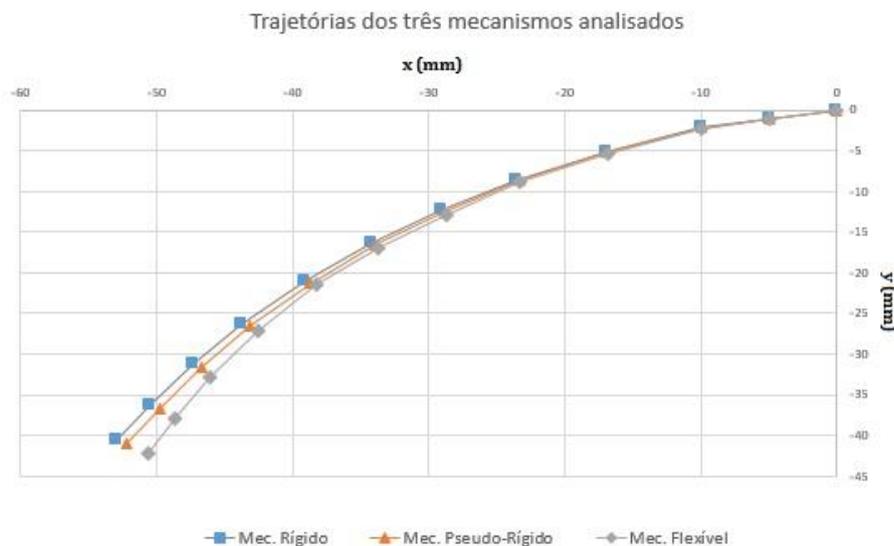


Fonte: autor

4.5 Comparação de trajetórias

Para compreender de maneira visual a pequena diferença entre as trajetórias dos mecanismos, a Figura 57 traz o gráfico das curvas dos três modelos sobrepostas e diferenciadas por marcadores.

Figura 57 - Sobreposição das trajetórias de deslocamento dos mecanismos



Fonte: autor

Conforme visto nos itens anteriores, os valores de diferença para o ponto P2 são menores que para o ponto P3. Isso está evidenciado no gráfico apresentado acima, com as trajetórias de deslocamentos apresentando diferenças cada vez maiores de acordo com o movimento dos mecanismos. O mecanismo flexível apresenta uma mudança mais significativa ao mecanismo rígido se comparado ao mecanismo pseudo-rígido, isso pode ser explicado por uma pequena rotação além da esperada do elo rígido triangular acoplado ao segmento flexível.

A diferença apresentada é passível de acontecer por existir um erro de aproximação entre métodos, logo, os resultados não idênticos, porém similares, eram esperados. A partir desta similaridade, pode-se dizer que o método aplicado e as equações do PRBM (*pseudo-rigid body model*) foram corretamente utilizadas para compreender o mecanismo flexível.

5 CONCLUSÃO

O desenvolvimento do presente trabalho possibilitou o estudo e a compreensão de mecanismos flexíveis, um tópico da área estrutural que avança na busca por simplificação da produção. Número reduzido de partes, fácil montagem, menor custo, potencial de eliminação de folgas, atrito e desgaste são algumas das vantagens que tais mecanismos podem apresentar.

O conceito de substituir um mecanismo rígido por um mecanismo flexível não é simples, pois exige cálculos específicos em seu modelamento. Como uma aproximação, o método analítico de corpo pseudo-rígido é empregado para simular o mecanismo. Com o auxílio de um software de elementos finitos, o mecanismo pseudo-rígido é gerado e analisado. Por apresentar uma mola torcional que faz o papel da resistência à deflexão do elo flexível, o software apresenta um recurso chamado *hinge* que se mostrou fiel a sua capacidade de simulação da mola. Relacionado a isso, o valor encontrado para a constante da referida mola pôde ser considerado correto.

O software também dispõe de uma análise não linear que possibilita o modelamento do mecanismo flexível. O recurso *wire* também se mostrou com uma aplicação correta para simular um elo com seção transversal bem menor que os elos rígidos presentes no mesmo mecanismo.

A principal dificuldade encontrada no trabalho foi o aprendizado para a utilização do software Abaqus, ainda com poucas referências na internet. As possibilidades de recursos são infinitas, considerando que para cada escolha em determinados passos geram várias outras ramificações de opções para seguir modelando o mecanismo desejado. Porém, o Online Documentation – Abaqus, ofertado pelo próprio software e disponível para livre acesso, auxiliou em dúvidas mais específicas.

Para trabalhos futuros recomenda-se analisar de maneira mais profunda o mecanismo utilizado neste trabalho, como o efeito na mudança de trajetória do ponto de referência a partir da escolha de outro elo a ser modificado, bem como modificar propriedades e parâmetros utilizados. Pode-se, também, analisar e desenvolver melhores referências para a aplicação do software Abaqus em casos de mecanismos pseudo-rígidos e flexíveis. Explorar as funcionalidades do software impactaria em melhores condições em posteriores estudos.

REFERÊNCIAS

ABDELNABY, Mohammed Ali; ARAFA, Mustafa. **Energy harvesting using a flextensional compliant mechanism**. Journal Of Intelligent Material Systems And Structures, [S.l.], v. 27, n. 19, p.2707-2718, 28 jul. 2016. SAGE Publications. <http://dx.doi.org/10.1177/1045389x16641220>.

BEER, Ferdinand P. et al. **Mechanics of Materials**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

BRUTON, Jared T. et al. **Packing and deploying Soft Origami to and from cylindrical volumes with application to automotive airbags**. Royal Society Open Science, [S.l.], v. 3, n. 9, p.1-15, set. 2016. The Royal Society. <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.160429>.

BYUCMR. **Compliant Mechanism Research**. Disponível em: <<https://www.compliantmechanisms.byu.edu>>. Acesso em: 18 out. 2018.

FONSECA, L., RIBEIRO, R., REIS, R., MESQUITA, K. **A Ferramenta Kaizen nas Organizações**. Disponível em: <http://www.inovarse.org/sites/default/files/T16_339.pdf> Acesso em: 31 out 2018.

HOWELL, Larry. L. **Compliant Mechanisms**. New York: John Wiley & Sons, 2001.

HOWELL, Larry. L., MAGLEBY, Spencer P., OLSEN, Brian M. **Handbook of Compliant Mechanisms**. Chichester: John Wiley & Sons, 2013.

NORTON, Robert L. **Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos**. Porto Alegre: AMGH, 2010.

OGATA, Maykon Yuiti. **Análise e simulação de mecanismos flexíveis**. 2017. 151 f. Monografia de Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

ONLINE DOCUMENTATION. **Abaqus**. Dassault Systèmes Simulia Corp. Providence, USA, 2014.

PAZ, Emilio Bautista et al. **A Brief Illustrated History of Machines and Mechanisms**. [S.l.]: Springer, 2010.

POLYMAKR. **Fully compliant pliers**. 2014. Disponível em: <<https://www.thingiverse.com/thing:334435>>. Acesso em: 26 out. 2018.

QUATRO RODAS. **Motor 1.3 turbo de 160 cv da Renault-Nissan pode vir ao Brasil.** 2017. Disponível em: <<https://quatorrodas.abril.com.br/noticias/novo-1-3-turbo-de-160-cv-da-renault-nissan-pode-vir-ao-brasil/>>. Acesso em: 23 out. 2018.

ROSA, Edison da. **Análise de Resistência Mecânica: Mecânica da Fratura e Fadiga.** Florianópolis: GRANTE, 2002. 407 p.

RÖSNER, M.; LAMMERING, R.; FRIEDRICH, R.. **Dynamic modeling and model order reduction of compliant mechanisms.** *Precision Engineering*, [S.l.], v. 42, p.85-92, out. 2015. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.precisioneng.2015.04.003>.

SHE, Yu et al. **Introducing mass parameters to Pseudo–Rigid–Body models for precisely predicting dynamics of compliant mechanisms.** *Mechanism And Machine Theory*, [S.l.], v. 126, p.273-294, ago. 2018. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.04.005>.

SHIINO, Eline Tiemi. **Síntese e Análise de Mecanismo de Quatro Barras.** 2017. 145 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2017.

SILVA, Roberto. **Quarta-técnica - Expansão de Simetria no Ansys Mechanical.** 2017. Disponível em: <https://www.esss.co/blog/quarta-tecnica-expansao-de-simetria-no-ansys-mechanical/>. Acesso em: 28 out. 2018.

STACECHEN, Rodrigo José. **Modelagem e Análise de Mecanismos Flexíveis.** 2017. 67 f. Monografia de Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

SULLIVAN, Tarah N. et al. **Extreme lightweight structures: avian feathers and bones.** *Materials Today*, [S.l.], v. 20, n. 7, p.377-391, set. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mattod.2017.02.004>.

WD TOOLS. **What are the parts of electronics cutters?** Disponível em: <<https://bit.ly/2PCbeNd>>. Acesso em: 26 out. 2018.

ZHU, Zhiwei et al. **Optimum Design of a Piezo-Actuated Triaxial Compliant Mechanism for Nanocutting.** *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, [S.l.], v. 65, n. 8, p.6362-6371, ago. 2018.

ZIRBEL, Shannon A. et al. **Bistable Mechanisms for Space Applications**. **Plos One**, [S.I.], v. 11, n. 12, p.1-18, 28 dez. 2016. Public Library of Science (PLoS). <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0168218>.