

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Leonardo Torques Cavalli

Lucas Diego Zimmermann

**PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA AO BALANCEAMENTO DE
UMA LINHA DE MONTAGEM DE TRATORES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2018

Leonardo Torques Cavalli

Lucas Diego Zimmermann

**PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA AO BALANCEAMENTO DE
UMA LINHA DE MONTAGEM DE TRATORES**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso – Tcc2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Magatão

CURITIBA

2018

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa "PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA AO BALANCEAMENTO DE UMA LINHA DE MONTAGEM DE TRATORES", realizado pelo aluno(s) LEONARDO TORQUES CAVALLI e LUCAS DIEGO ZIMMERMANN, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Leandro Magatão

DAMEC, UTFPR

Orientador

Prof. Dra. Cleina Yayoe Okoshi

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Prof. Dr. Luiz Carlos A. Rodrigues

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 07 de Dezembro de 2018.

RESUMO

CAVALLI, Leonardo Torques; ZIMMERMANN, Lucas Diego. Programação matemática aplicada ao balanceamento de uma linha de montagem de tratores. 61 f. Trabalho de conclusão de curso – Tcc2, Bacharelado em Engenharia Mecânica, Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2018.

O balanceamento de linhas de montagens surgiu como uma proposta possível para otimizar as linhas produtivas, resultando no aumento da produtividade, por meio de modelos matemáticos que visam equalizar os tempos de processamento das estações de trabalho e dos trabalhadores envolvidos. Este projeto de pesquisa considerou as condições e características de sete postos de trabalho em uma linha de montagem de tratores na região de Curitiba – PR. Estes postos se agrupam ao redor da estação gargalo da linha. Partindo das informações obtidas, foram estabelecidas as relações de precedências existentes entre as tarefas executadas. Para o estudo foram considerados 21 modelos de tratores, que, juntos, representam 100% de ocupação da linha de montagem da categoria *Small*. Objetivou-se encontrar uma solução mais equilibrada do tempo de total de processamento nas estações de trabalho por meio de realocações de tarefas, conduzindo à uma redução dos gargalos da linha, assim como à melhora dos indicadores do trecho da linha em análise, chegando à aumentos da ordem de 13% na produtividade da linha a partir da alteração da disposição de duas tarefas da linha.

Palavras-chave: Balanceamento de linhas de montagem. Otimização de linhas. Modelos matemáticos. Redução dos gargalos.

ABSTRACT

CAVALLI, Leonardo Torques; ZIMMERMANN, Lucas Diego. Programação matemática aplicada ao balanceamento de uma linha de montagem de tratores. 61 f. Trabalho de conclusão de curso – Tcc2, Bacharelado em Engenharia Mecânica, Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2018.

The balancing of assembly lines emerged as a possible proposal to optimize production lines, resulting in increased productivity. This was done through mathematical models aiming at an equalized processing time across workstations and involved workers. This research project considered the conditions and characteristics of five seven workstations in an assembly line of tractors in the region of Curitiba-PR. These workstations are grouped around the bottleneck station of the line. Based on the information obtained, the existing precedence relationships between performed tasks were established. It was considered 21 models, which together represent 100% of the assembly line production mix for the Small category. The main objective was to find a more balanced solution of processing times across workstations by the repositioning of tasks, leading to a reduction of the bottlenecks of the line, as well as the improvement of the line indicators reaching increases of about 13% in line productivity from the change in the arrangement of two line tasks.

Keywords: Balancing assembly lines. Line optimization. Mathematical models. Reduction of bottlenecks.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo de Diagrama de Precedências	27
Figura 2 - Fluxograma do método utilizado	34
Figura 3 - Diagrama de precedências das atividades das estações analisadas	38
Figura 4 - Função Objetivo: min (CT)	40
Figura 5 - Função Objetivo: min (CT + MaxDifS)	40
Figura 6 - Tempos dos postos de trabalho dos modelos analisados (antes do balanceamento).....	42
Figura 7 - Resultados obtidos para os modelos desagregados.....	43
Figura 8 - Diagrama de comparação dos dados iniciais (configuração atual) e resultados obtidos para 7 postos de trabalho.....	43
Figura 9 – Alocação de tarefas a postos de trabalho de acordo com a solução proposta	45
Figura 10 - Diagrama de comparação dos dados iniciais (configuração atual) e resultados obtidos para 6 postos de trabalho.....	46
Figura 11 - Diagrama de comparação dos dados iniciais (configuração atual) e resultados obtidos para 5 postos de trabalho.....	47
Figura 12 - Diagrama de comparação dos dados iniciais (configuração atual) e resultados obtidos para 4 postos de trabalho.....	48
Figura 13 - Diagrama de Precedências proposto para 6 postos de trabalho ...	49
Figura 14 - Diagrama de Precedências proposto para 5 postos de trabalho ...	50
Figura 15 - Diagrama de Precedências proposto para 4 postos de trabalho ...	51
Figura 16 - Linha balanceada - Redução de Movimentações em relação à linha atual	53
Figura 17 - Diagrama de Precedências proposto para 7 postos de trabalho, considerando a redução das alterações de tarefas entre os postos	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Mix de Produção de Tratores na Linha de Produção Analisada	12
Tabela 2 - Modelos considerados para estudo.....	13
Tabela 3 - Índice de Suavidade.....	41

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS

ALBP – *Assembly Line Balancing Problem*

CT – *Cycle Time*

GALBP - *Generalized Assembly Line Balancing Problem*

LM – *Linha De Montagem*

MALBP - *Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem*

maxDifS – *Maximum Difference between Stations*

maxDifW – *Maximum Difference between Workers*

MMD – *Multi-Model Deterministic*

MMS – *Multi-Model Stochastic*

PLIM – *Programação Linear Inteira Mista*

SALBP – *Simple Assembly Line Balancing Problem*

SMD – *Single-Model Deterministic*

SMS – *Single-Model Stochastic*

TC – *Tempo de Ciclo*

UTFPR – *Universidade Tecnológica Federal Do Paraná*

Sumário

1.	Introdução	11
1.1.	Contexto do tema	11
1.2.	Caracterização do Problema	11
1.3.	Objetivos	14
1.4.	Justificativa	15
1.5.	Estruturação do Trabalho	16
2.	Fundamentação Teórica	17
2.1.	Arranjo físico	17
2.2.	Linhas de montagem	18
2.3.	Balanceamento de linha	22
2.4.	Tempos de Montagem	26
2.5.	Diagrama de Precedências	27
2.6.	Programação Linear	28
2.6.1.	Programação Linear – Formulação	29
2.6.2.	Programação Linear Inteira Mista	30
3.	Metodologia Utilizada	33
3.1.	Apresentação do Método Utilizado	33
3.2.	Etapas do Método Utilizado	35
4.	Resultados	37
4.1.	Diagrama de Precedências	37
4.2.	Análise da função objetivo do modelo matemático	39
4.3.	Comparação inicial entre os resultados obtidos e os dados reais	41
4.4.	Análise de diminuição de postos de trabalho	46
4.5.	Análise de diminuição das mudanças de tarefas	52
5.	Considerações Finais	55
	Referências	57
	Apêndice A – Cronograma do Projeto	60

1. Introdução

Neste capítulo apresenta-se os seguintes itens, os quais refletem as seções 1.1 a 1.5: Contexto do tema em estudo; Caracterização do problema abordado; Objetivos a serem obtidos com o desenvolvimento da pesquisa; Justificativa para desenvolvimento do trabalho e Estruturação do trabalho.

1.1. Contexto do tema

A diminuição de custos, redução do tempo de fabricação, a melhoria dos serviços e produtos são objetivos comuns encontrados em diversas áreas da indústria. A constante busca pela otimização dos recursos, desde a Segunda Guerra Mundial até o período que a indústria vive atualmente, levou ao desenvolvimento de uma ciência denominada de Pesquisa Operacional e ao desenvolvimento de modelos matemáticos, que possibilitaram o entendimento e avaliação de procedimentos operacionais complexos, de uma maneira criteriosa (MAGATÃO, 2016). Motivado pela necessidade industrial, o desenvolvimento, e uso, de modelos matemáticos, principalmente daqueles que empregam técnicas de otimização, têm auxiliado na resolução de problemas combinatoriais complexos, fazendo com que recursos críticos sejam melhor utilizados (MAGATÃO, ARRUDA e NEVES, 2001). Problemas de balanceamento de linhas produtivas configuram-se como um problema combinatorial complexo no contexto da otimização da manufatura (BOYSEN, FLIEDNER e SCHOLL, 2007) e, desta forma, a solução otimizada desses problemas pode propiciar ganhos operacionais significativos.

1.2. Caracterização do Problema

A linha de montagem, utilizada como base para o desenvolvimento deste trabalho, está presente em uma fábrica de tratores e colheitadeiras na região de Curitiba desde 1975. Durante os 43 anos de existência, a fábrica buscou evoluir

adotando novos processos industriais visando: redução de desperdícios, redução da emissão de poluentes, do gasto de combustível e o aumento da potência das máquinas da marca. A planta paranaense é responsável pela produção de tratores agrícolas, colheitadeiras, plataformas, cabines e transmissões, e possui capacidade para fabricar, atualmente, cerca de cem máquinas por turno trabalhado.

A linha de tratores agrícolas é dividida em duas categorias denominadas *Small*, com motores até 130 cv, e *Large*, máquinas com potência nominal a partir de 134 cv. Para este projeto analisa-se a categoria *Small*, cuja linha de produção dos 21 modelos é dividida em 16 postos de trabalho. Os modelos de tratores serão denominados por letras (A a U), e os tempos de produção e representatividade aproximada no *mix* produtivo da empresa são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - *Mix* de Produção de Tratores na Linha de Produção Analisada

Modelo	Tempo para a produção [u.t]¹	Participação no <i>mix</i> da linha [%]
A	204	16
B	167	17
C	165	22
D	214,2	0
E	214,2	0
F	214,2	0
G	214,2	0
H	214,2	6
I	214,2	12
J	214,2	6
K	214,2	9
L	254,4	3
M	254,4	1
N	254,4	5
O	254,4	1
P	254,4	2
Q	254,4	1
R	254,4	1
S	254,4	0
T	214,2	0
U	200,4	0

Fonte: Os autores

¹ u.t. – unidade de tempo adotada neste projeto de pesquisa

Com base na Tabela 1 - Mix de Produção de Tratores na Linha de Produção Analisada foram considerados para o projeto cinco modelos de produtos, A, B, C, Modelo 1 e Modelo 2. Os modelos 1 e 2 foram obtidos a partir do agrupamento dos demais modelos que não foram trabalhados em separado. Este agrupamento foi possível visto que os demais modelos possuem características e tempos de montagem muito semelhantes. Em alguns casos, ainda, a representatividade no *mix* produtivo era bastante baixa, inviabilizando-se a consideração em separado do referido modelo. O Modelo 1 considerou o agrupamento dos modelos D, E, F, G, H, I, J, K e T, ao passo que o Modelo 2 é composto pelos modelos L, M, N, O, P, Q, R, S e U. A Tabela 2, apresenta os modelos considerados, bem como sua representatividade aproximada na ocupação da linha de montagem.

Tabela 2 - Modelos considerados para estudo

Modelo	Participação no <i>mix</i> da linha [%]
A	16
B	17
C	22
Modelo 1	33
Modelo 2	12

Fonte: Os autores

Com base na Tabela 2, pode-se perceber que os cinco modelos considerados representam 100% da ocupação da linha de montagem da família de tratores *Small*, justificando a escolha desses modelos para análise no projeto. A montagem dos componentes que passam pelas 16 estações de trabalho é auxiliada por operadores, justificando a necessidade de balanceamento. Devido ao número de máquinas produzidas por dia e à variedade dos modelos que passam pelas linhas de produção, o balanceamento é realizado pela empresa com certa regularidade, a cada 6 meses, dependendo da necessidade da demanda. Também conforme a Tabela 1, é possível verificar que, no atual cenário produtivo, há modelos que não possuem uma representatividade na produção total da linha mas que podem, ocasionalmente, serem produzidos.

Os dados foram fornecidos pela empresa e a extração dos tempos de cada atividade realizada pelos operadores nos postos de trabalho foi realizada por meio de cronoanálise. A análise dos cinco “modelos” considerados mais

representativos da linha de produção foi realizada em sete postos de trabalho, os quais estão, teoricamente, localizados no entorno da região gargalo da linha, conforme informações práticas recebidas.

1.3. Objetivos

O Objetivo Geral deste projeto de pesquisa é otimizar o balanceamento de um trecho da linha de montagem de tratores de uma empresa situada em Curitiba-PR por meio da solução de um modelo matemático em Programação Linear Inteira Mista (PLIM).

Para a consecução do referido objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes Objetivos Específicos:

- Analisar as operações presentes na linha de montagem de tratores avaliada, compreendendo as etapas da montagem dos diferentes modelos de tratores nos 16 postos de trabalho presentes na linha;
- Avaliar as precedências de cada atividade presente na linha de montagem, de acordo com as restrições existentes de montagem e de equipamentos presentes em cada posto de trabalho;
- Compreender o modelo matemático para balanceamento de linhas de montagem desenvolvido em Programação Linear Inteira Mista (PLIM) em (SIKORA, LOPES e MAGATÃO, 2017).
- Por meio do referido modelo matemático em PLIM, encontrar uma solução otimizada para o balanceamento do trecho de linha de montagem de tratores em análise;
- Analisar os resultados obtidos e compará-los com a disposição de tarefas e tempos presentes atualmente na linha de montagem.
- Desenvolver estudos considerando-se três cenários produtivos: (i) mantendo o número de postos de trabalho presentes na linha atualmente; (ii) reduzindo o número de estações de trabalho; (iii) mantendo o número de postos, mas reduzindo o número de alterações nas posições das tarefas.

1.4. Justificativa

Estabelecer uma linha de produção e/ou montagem eficiente é um dos desafios encontrados e enfrentados por engenheiros e pesquisadores que trabalham com linhas de produção e/ou montagem, uma vez que linhas eficientes resultam, diretamente, na redução de custos, na otimização do tempo e de recursos, no equilíbrio da carga de trabalho dos operadores, dentre outros fatores. *“O objetivo principal de um balanceamento de linha de produção é fazer com que não haja grandes discrepâncias nos tempos de trabalho de cada operador. ... Se um engenheiro industrial quiser focar-se na redução de custos, deverá sempre incidir sobre este mesmo posto gargalo anteriormente referido.”* (ALMEIDA, 2015).

Além do caráter profissional, de otimização dos recursos e redução de custos, este trabalho se justifica em relação à formação acadêmica por se tratar de uma das áreas interdisciplinares presentes na grade de engenharia mecânica descritas pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Segundo a UTFPR, o trabalho de conclusão de curso é uma atividade obrigatória e tem como objetivos, dentre outros:

- Desenvolver a capacidade de planejamento e disciplina para resolver problemas dentro das diversas áreas de formação;
- Intensificar a extensão universitária, por intermédio da resolução de problemas existentes nos diversos setores da sociedade;
- Estimular a interdisciplinaridade.

Deste modo, a resolução do referido problema de balanceamento de linha de montagem fazendo uso de técnicas de Programação Matemática está alinhado às diretrizes almejadas no contexto do trabalho de conclusão de curso, tanto em relação a aspectos teóricos da formação dos proponentes, quanto a objetivos práticos a serem alcançados com a realização do trabalho.

1.5. Estruturação do Trabalho

No presente capítulo apresenta-se a contextualização do tema, a caracterização do problema, os objetivos do trabalho, a justificativa para elaboração deste projeto de pesquisa e a maneira como está estruturado o mesmo. No Capítulo 2 será apresentada a fundamentação teórica. No Capítulo 3, a metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho. No Capítulo 4 apresentam-se os resultados obtidos e, no Capítulo 5, as considerações finais do presente estudo. Adicionalmente, o cronograma do projeto de conclusão de curso pode ser observado no Apêndice A e o Apêndice B apresenta estatísticas computacionais da execução do modelo matemático.

2. Fundamentação Teórica

O presente capítulo apresenta a fundamentação teórica sobre a qual este trabalho está embasado. Esta apresentação se dará a partir da definição de: arranjo físico de processos produtivos; linhas de montagem; balanceamento de linha; tempos de montagem; diagramas de precedência; Programação Linear e Programação Linear Inteira Mista.

2.1. Arranjo físico

A maneira de alocação física dos recursos de transformação tais como máquinas, equipamentos, pessoal e instalações da produção é denominado de arranjo físico (SLACK, CHAMBERS e JOHNTON, 2009). Segundo os autores, é o arranjo físico que determina a maneira como as operações nos recursos transformados (materiais, informação e clientes) irão fluir.

Segundo SLACK, CHAMBERS e JOHNTON, 2009, o arranjo físico pode ser dividido em quatro grupos:

- I. Arranjo físico posicional;
- II. Arranjo físico por processo;
- III. Arranjo físico celular;
- IV. Arranjo físico por produto.

No primeiro grupo, os recursos de transformação (equipamentos e operários) deslocam-se até os recursos a serem transformados (materiais, informações e consumidores) para realizar o processamento dos recursos transformados, como, por exemplo, a construção de grandes navios e embarcações, no qual o produto é muito grande para ser movido de uma estação de trabalho para outra. Já no segundo grupo, as necessidades, funções e características dos recursos transformadores constituem a disposição final do arranjo físico por processo. Este modelo apresenta, como qualidade, a flexibilidade, conseguindo atender as demandas menos previsíveis.

No terceiro grupo, arranjo físico celular, os produtos são selecionados previamente e levado a uma célula que terá todos os recursos de transformação necessários para atender as necessidades imediatas e específicas deste produto ou desta família de produtos similares (SLACK, CHAMBERS e JOHNTON, 2009).

O quarto e último grupo, arranjo físico por produto, é aquele no qual os recursos de transformação são dispostos em sequência, de maneira a atender a ordem de montagem dos recursos transformados. Este modelo apresenta elevada produtividade, mas, em contrapartida, baixa flexibilidade (PEINADO e GRAEML, 2007). Como exemplo deste modelo estão as linhas de montagem.

2.2. Linhas de montagem

As linhas de montagem são definidas como sistemas de produção compostos por estações de trabalho dispostas em série, através das quais as peças são movidas de estação para estação, sendo que, em cada estação, ocorrem tarefas e o somatório dos tempos de realização de todas estas tarefas nas estações resulta no tempo de ciclo (BECKER e SCHOLL, 2003).

Como citado no item anterior, as linhas de montagem, por fazerem parte de um arranjo físico por produto, possuem algumas vantagens (SLACK, CHAMBERS e JOHNTON, 2009), tais como:

- Apresentam baixo custo unitário dos produtos para grandes volumes de produção;
- Permitem a especialização dos equipamentos devido à particularização das estações de trabalho;
- Gerenciamento das movimentações de materiais, permitindo um maior controle da produtividade.

Como desvantagens (SLACK, CHAMBERS e JOHNTON, 2009), pode-se citar:

- Baixa flexibilidade para trabalhar com *mix* de produtos;
- Pouco robusta contra interrupções na linha;

- Os operadores podem possuir funções monótonas e repetitivas.

Baseando-se na classificação simplificada de tipos de organização de trabalho, três tipos de linhas de montagem podem ser definidos (FERNANDES, 2000):

- (1) Linhas de montagem com trabalho individual. Neste tipo de linha há um posto de trabalho em cada estação de trabalho e um trabalhador para cada estação de trabalho. A linha de montagem com trabalho individual pode ser subdividida em duas subclasses: sem rotação de trabalho, na qual cada trabalhador é fixo em um mesmo posto de trabalho; com rotação de trabalho, na qual os trabalhadores possuem uma rotatividade entre os postos de trabalho.
- (2) Linhas de montagem operadas por equipes de trabalho. Neste modelo, a linha de montagem é subdividida em sublinhas cada uma contendo um número de estações de trabalho operada por uma equipe de trabalhadores determinada, cujo número de trabalhadores é o mesmo do número de estações de trabalho. Para este modelo existem dois subcasos: cada tarefa é previamente delegada a uma sublinha; algumas tarefas são pré-atribuídas a uma sublinha. Neste modelo, há uma rotação de trabalho entre os trabalhadores da equipe.
- (3) Linhas de montagem operadas por grupos auto gerenciados. Neste modelo são definidas, *a priori*, as estações de trabalho. Posteriormente são atribuídas tarefas às estações definidas. Cada estação é operada por um grupo de trabalho que definirá de maneira autônoma, *a posteriori*, os postos de trabalho que deverão estar presentes.

Além da classificação apresentada anteriormente, uma segunda classificação, apresentada por Saif, *et al.* (2014), define seis vertentes: (i) abordagem, (ii) *layout*, (iii) variedade de produto, (iv) fluxo, (v) função objetivo e (vi) tempo de execução de tarefas. Cada uma dessas vertentes pode ser subdividida em subvertentes. Os tipos de *layout* são quatro: linha em série, linhas em paralelo, em forma de U e linhas *two-sided*. Nas linhas em série a estação que determina o tempo de ciclo é a estação gargalo, sendo que os produtos percorrem as estações sucessivamente, posicionadas em série. Quando se deseja dividir a demanda entre as estações, as linhas em paralelo são as mais

recomendadas. Comumente são utilizadas em tarefas e operações que requerem mais tempo, com o propósito de reduzir o tempo de ciclo da linha principal. Para a linha em U, uma das vantagens encontradas é o reaproveitamento dos postos de trabalho para a realização de outras tarefas ou revisar as tarefas já realizadas. A última linha, *two-sided*, é utilizada no processamento de produtos de grande porte, quando é necessário que mais de um trabalhador opere por estação, comumente distribuídos um em cada “lado” do produto.

Segundo à variedade de produtos, as linhas de montagem podem ser diferenciadas em três grupos, segundo Becker *et al.* (2006): linhas de modelo único, linhas de modelo misto e linhas multi-modelo. Para o primeiro caso, um único produto é produzido na linha, de modo que as tarefas não se alteram ao longo do ciclo de produção. Para o segundo caso, mais de um modelo de produto pode ser produzido simultaneamente. Isso requer que a linha passe por pequenas variações no processo entre si, sendo que estas variações estão incluídas no processo como tarefas específicas de cada modelo. Para o terceiro modelo, diversos produtos podem ser produzidos na mesma linha. Contudo, a linha deve ser rebalanceada para aceitar o novo lote ou, então, tempos de preparação (ou *setup*) significativos ocorrem na mudança de lotes de produtos.

O fluxo da linha, por sua vez, é dividido em dois grupos (SAIF, GUAN, *et al.*, 2014): passo contínuo e passo não contínuo. Em uma linha de passo contínuo, o produto se move de modo contínuo, ininterrupto, normalmente com o auxílio de um transportador (*conveyor*). Os operadores se deslocam ao longo de suas respectivas estações de trabalho de modo a acompanhar o fluxo do produto em movimento. Para as linhas de passo não contínuo, o produto é transferido de uma estação para outra apenas quando todas as tarefas da estação anterior são realizadas e a próxima estação está preparada para receber o produto. Dentro deste modelo de passo não contínuo, são encontradas duas variantes: linhas de passo sincronizado e passo não sincronizado. A diferença básica entre elas é o tempo de ciclo. Enquanto que para o passo sincronizado o avanço do produto ocorre de maneira simultânea para todas as estações, para o passo não sincronizado, o avanço se dá em tempos de ciclos diferentes, pois há uma diferença no tempo de execução das tarefas em cada estação. A fim de

amenizar a diferença existente entre as estações adjacentes, diferença essa, denominada desbalanceamento, podem ser anexados *buffers* intermediários, que servem como estoques temporários disponíveis entre os postos de trabalho (DONNINI, MAGATÃO e RODRIGUES, 2010).

2.2.1. Índice de Suavidade na Linha de Montagem

Segundo Moodie e Young (1965), o índice de suavidade é definido como a variação entre os tempos de trabalho nos postos e o tempo total máximo obtido entre as estações, o qual possibilita verificar se a execução do balanceamento foi bem-sucedida em relação à distribuição das tarefas nos postos de trabalho (GERHARDT *et al.* 2007). O índice de suavidade pode ser calculado pela equação (2.1).

$$\text{Índice de Suavidade} = \sqrt{\sum_{j=1}^K (S_{max} - S_j)^2} \quad (2.1)$$

Onde, S_{max} é o maior tempo total de operação entre as estações, em unidades de tempo, j identifica a estação de trabalho, S_j é definido como o tempo total de trabalho da estação j (u.t.), e K representa o número de estações de trabalho.

Para linhas de montagem de modelo misto é adotado o indicador conhecido como índice de suavidade horizontal, o qual avalia a diferença de tempo que as estações de trabalho apresentam quando processam modelos diferentes de produto, e pode ser calculado pela equação (2.2).

$$\text{Índice de Suavidade Horizontal} = \sum_{j=1}^K \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^m (S_{jk} - \sum_{w=1}^m S_{jw} \times \alpha_w)^2}}{\sum_{k=1}^m S_{jk} \times \alpha_k} \quad (2.2)$$

Onde, S_{jk} é o tempo total da estação j para o modelo k , k e w representam o modelo, m é o número de modelos produzidos, α_k e α_w indicam a demanda parcial do modelo k e w , respectivamente.

2.3. Balanceamento de linha

A função do balanceamento de linha consiste em atribuir um conjunto de tarefas a estações de trabalho, com o objetivo de aumentar a produtividade da linha de montagem e reduzir o custo de produção (DOLGUI e PROTH, 2013).

A montagem de um produto exige que algumas atividades sejam processadas, e a alocação destas, nos postos de trabalho, deve ser realizada de forma que as restrições de precedência sejam atendidas e o tempo ocioso de produção seja minimizado. Assim, o fluxo de produção de um ALBP (*Assembly Line Balancing Problem*) deve ser organizado de tal maneira que a carga de trabalho seja a mesma entre os operadores ou máquinas, tendo como resultado a eliminação dos gargalos da linha de produção.

Os objetivos mais comuns do balanceamento de linhas de montagem, segundo Erel e Sarin (1998), são: a minimização do tempo ocioso total, conhecendo-se o tempo de ciclo; e a minimização do tempo de ciclo dado um número fixo de estações. Na maioria dos casos é buscada a minimização da quantidade de estações a partir do tempo de ciclo imposto. Assim, o problema do balanceamento de linha pode se reduzir a: (i) minimizar a quantidade de estações, dado o tempo de ciclo; ou, (ii) minimizar o tempo de ciclo, dado o número de estações.

Partindo da abordagem de tempo de operação da linha, duas vertentes surgem: uni-modelo e multi-modelo, a determinística e a estocástica. Para o caso determinístico, é estabelecido que os tempos de execução de cada tarefa sejam constantes, restando, como objetivo, realocar as tarefas de modo ordenado nas estações de trabalho, respeitando as relações de precedências, otimizando o desempenho da linha (EREL e SARIN, 1998). Para o modelo estocástico, a tarefa de uma linha de montagem é vista como variável desconhecida que apresenta, segundo Erel e Sarin (1998), uma distribuição de probabilidade.

Na literatura, destaca-se pelo menos duas classificações a respeito dos problemas de balanceamento de linha de montagem. A primeira elenca quatro categorias de problemas (FERNANDES, FILHO, *et al.*, 2008):

- i) Problemas para um único modelo com tempos de tarefas determinísticos (SMD – *single-model deterministic*);
- ii) Problemas para um único modelo com tempos de tarefas estocásticos (SMS – *single-model stochastic*);
- iii) Problemas para múltiplos modelos com tempos das tarefas determinísticos (MMD – *multi-model deterministic*);
- iv) Problemas para múltiplos modelos e tempos das tarefas estocásticos (MMS – *multi-model stochastic*).

Outra classificação bastante relevante divide os problemas de balanceamento de linhas de montagem em duas categorias (FERNANDES, FILHO, *et al.*, 2008):

- i) SALBP – Problema de balanceamento de linha de montagem simples (*Simple Assembly Line Balancing Problem*), onde o termo “simples” indica que uma série de hipóteses simplificadoras são admitidas, as quais são discutidas *a posteriori*, o que na grande maioria dos casos torna o SALBP um problema de contexto teórico, sem a devida conexão com condições práticas de balanceamento;
- ii) GALBP – Problema de balanceamento de linha de montagem generalizado (*Generalized Assembly Line Balancing Problem*), onde podem ser encontrados balanceamentos de linha que objetivam solucionar problemas com características adicionais, entre elas: possibilidade de seleção de processos ou de equipamentos; linha de *layout* em formato U; recursos limitados; tempos de tarefas estocásticos; etc. As considerações do GALBP procuram aproximar a realidade operacional presente em contextos práticos de balanceamento de linhas.

Segundo Becker (2003), o conceito de balanceamento de linha pode ser dividido em duas partes: *Simple Assembly Line Balancing Problem* (SALBP), caracterizado como a versão mais simples de um problema de balanceamento de linha de montagem, e *Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem* (MALBP), tema que versa sobre linhas em que diferentes modelos de produtos

compartilham a linha produtiva, o qual será apresentado neste trabalho em um segundo momento.

De modo complementar ao anteriormente exposto, a organização e reestruturação de uma linha produtiva, visando a otimização do número de postos necessário, a fim de atingir o índice de produção desejado, melhor define o balanceamento de linha (KRAJEWSKI, RITZMAN e MALHOTRA, 2009). Conhecendo esta definição, outra classificação bastante relevante pode ser apresentada para SALBP. De acordo com Boysen, *et al.* (2007), em um contexto de SALBP, os tempos das estações podem ser inferiores ao tempo de ciclo, resultando em tempo ocioso na estação até que o tempo de ciclo seja atingido. O balanceamento de linha de montagem simples pode ser classificado em quatro tipos:

- SALBP – 1: A função objetivo é minimizar o número de estações de trabalho a partir de um tempo de ciclo determinado.
- SALBP – 2: A função objetivo é minimizar o tempo de ciclo a partir de um número de estações predeterminado.
- SALBP – E: A eficiência da linha é maximizada a partir de uma alteração no número de estações de trabalho e, também, no tempo de ciclo;
- SALBP – F: A função objetivo é encontrar um equilíbrio viável (factível), partindo-se de um número de estações e tempo de ciclo predeterminados.

Essas quatro classificações de SALBP são baseadas nas seguintes hipóteses de restrição, as quais são utilizadas para simplificar problemas reais (BOYSEN, FLIEDNER e SCHOLL, 2007):

1. Produção em massa de um produto homogêneo;
2. Linha de montagem com um tempo de ciclo sincronizado entre todas as estações;
3. Sequência de processamento das tarefas sujeita a restrições de precedência;
4. Todas as tarefas são realizadas de um modo predeterminado;
5. *Layout* tipo série, ou seja, sem linhas de alimentação ou elementos paralelos;

6. Tempo das tarefas determinísticos;
7. Sem restrição de atribuição de tarefa, além de restrições de precedência;
8. Uma tarefa não pode ser dividida em duas ou mais estações;
9. Todas as estações são igualmente equipadas.

O objetivo do balanceamento das linhas de montagem é minimizar o tempo ocioso presente nos postos de trabalho, oriundo da distribuição desigual e desproporcional das tarefas nos postos. A redução do tempo ocioso tende a homogeneizar a distribuição de tarefas nos postos de trabalho, bem como a distribuição dos operadores, maximizando o fluxo produtivo e minimizando, por consequência os estoques (DESSOUKY, ADIGA e PARK, 1995).

Segundo Bukchin *et al.* (2006), uma terceira classificação pode ser apresentada além de SALBP e GALBP: MALBP – balanceamento de linha de montagem de modelo misto (*Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem*). Esta classificação é mais utilizada em linhas de montagem mais modernas, nas quais a demanda é caracterizada pela alta versatilidade e distribuição entre os volumes de cada um dos modelos (*mix* produtivo). Um MALBP possui considerações adicionais entre as interações dos modelos montados em relação a um modelo SALBP, o que resulta em uma maior complexidade da abordagem da solução.

Thomopoulos foi um dos primeiros autores a apresentar uma tentativa de tratar linhas de montagem de modelo misto (THOMOPOULOS, 1967). Para isso, o autor adaptou técnicas de balanceamento de linhas de modelo simples para priorizar a solução de um modelo equivalente orientado por um diagrama de precedência equivalente para ambos os modelos. O diagrama de precedências equivalente é construído a fim de conter todas as tarefas de todos os modelos dos produtos envolvidos. Desta forma, é possível tratar uma linha de montagem de modelo misto com abordagens desenvolvidas para linhas de montagem simples por meio de considerações de diagramas de precedência e tempos de ciclo equivalentes.

Esta abordagem baseada no diagrama de precedências equivalente é mais adequada quando as diferenças entre os modelos não são estruturantes (SIKORA, LOPES e MAGATÃO, 2017).

2.4. Tempos de Montagem

Em uma linha de montagem, operadores seguem um conjunto de atividades para montar um produto ou peça, e estas operações são limitadas a um tempo de ciclo (TC). A cada tempo de ciclo um produto acabado deve ser finalizado.

A quantidade de postos (ou estações) necessários para a montagem de um produto na linha, segundo Peinado e Graeml (2007) é definida pela equação (2.1).

$$N^{\circ} \text{ de estações de trabalho} = \frac{\sum \text{Tempos individuais das operações}}{\text{Tempo de ciclo}} \quad (2.3)$$

Como já citado por Gori (2012) e definido por Mortimer (2006) o tempo de ciclo da estação mais lenta é equivalente à taxa de produtos fabricados pela linha, ou seja, a produtividade é afetada pela estação com maior tempo de ciclo, ou estação gargalo da linha.

No contexto de linhas de montagem, também é necessário entender o conceito de *takt time* para realizar o balanceamento da linha. O termo *takt time*, ou tempo *takt*, é definido como a taxa a qual a fábrica precisa produzir um produto para atender a demanda (TAPPING, LUYSTER e SHUKER, 2002).

É importante relacionar o tempo de ciclo (TC) e o *takt time* para a realização do balanceamento da linha em estudo. Se TC for inferior ao tempo *takt*, então a linha tem capacidade produtiva para atender à demanda; caso contrário, diminuições de TC são necessárias para o pleno atendimento à demanda. Nessa última condição, o balanceamento da linha pode ser uma alternativa à

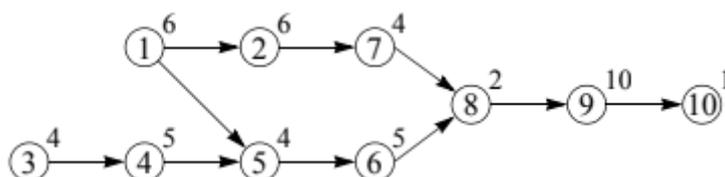
minimização do tempo de ciclo no intuito de responder às necessidades de demanda do produto.

2.5. Diagrama de Precedências

A execução de uma tarefa em uma linha de montagem leva um tempo para ser realizada e requer certos equipamentos e/ou habilidades do operador para a operação. Devido às condições organizacionais e aspectos tecnológicos, algumas restrições entre as tarefas devem ser observadas (BECKER e SCHOLL, 2003). Estes elementos podem ser visualizados em um diagrama de precedências.

Segundo Becker e Scholl (2003), o diagrama de precedências contém um nó para cada tarefa, cada nó possui um tempo de realização da operação e são interligados, relacionando as restrições de precedência. A Figura 1 mostra um gráfico de precedência com 10 tarefas, e tempos de tarefa entre 1 e 10 unidades de tempo. Tomando como exemplo a Figura 1, para realizar a tarefa 5 é necessário que as tarefas 1 e 4 (relação direta) e 3 (relação indireta) sejam concluídas. Por outro lado, a tarefa 5 deve ser concluída antes que seus sucessores (diretos e indiretos) 6, 8, 9 e 10 possam ser iniciados.

Figura 1 – Exemplo de Diagrama de Precedências



Fonte: Becker e Scholl (2003)

Conforme citado por Magatão (2016) e por Ritzman e Kraewski (2004), com o diagrama de precedências é possível obter uma melhor visualização das

atividades que precedem umas às outras na linha de montagem do estudo, assim como auxilia na construção e entendimento das restrições presentes nas linhas de montagem.

2.6. Programação Linear

Modelos são representações simplificadas da realidade, que mantêm, seguindo determinadas situações e enfoques, equidade adequada (GOLDBARG e LUNA, 2005). Devido à similaridade existente entre o modelo e a realidade, os resultados e conclusões obtidos possuem relações com a realidade por meio da avaliação do modelo.

Uma das técnicas de Programação Matemática, para a representação de modelos, é a Programação Linear (PL). Em um modelo desenvolvido em PL as variáveis são contínuas e a função objetivo e restrições possuem comportamento linear (GOLDBARG e LUNA, 2005). Estas características citadas são os três conjuntos principais de elementos presentes em um modelo matemático em PL, e são definidos da seguinte maneira (MAGATÃO, 2016):

- **Variáveis:** incógnitas a serem determinadas a partir da solução do modelo proposto.
- **Função objetivo:** função matemática que define a adequação da solução obtida, considerando as variáveis de decisão empregadas. Geralmente, considera funções de “maximização” ou “minimização”.
- **Restrições:** o modelo deve considerar restrições que limitam os valores viáveis das variáveis, de maneira a considerar as limitações físicas do problema em análise.

De acordo com Puccini (1990), a Programação Linear é regida por hipóteses (limitações), dentre elas:

- **Divisibilidade:** as variáveis declaradas para o modelo podem assumir valores fracionados. Caso esta condição não seja satisfeita, ou seja, as variáveis só possam assumir valores inteiros, o problema passa a ser de programação inteira (PI).

- **Proporcionalidade:** os recursos e retornos utilizados no modelo variam proporcionalmente com o valor da variável do modelo. Logo, não há “economia de escala”.
- **Aditividade:** o efeito total de duas variáveis quaisquer é definido pela soma dos efeitos individuais dessas variáveis. Ou seja, não há efeito de substituição ou sinergia.
- **Certeza (Determinístico):** todos os parâmetros declarados no modelo são constantes conhecidas, ou seja, não são variáveis aleatórias.

A Proporcionalidade e a Aditividade estabelecem a linearidade das restrições e da função objetivo.

Há casos em que é necessário desenvolver um modelo sem considerar todas as hipóteses anteriores como verdadeiras, por exemplo, casos em que as variáveis devem assumir valores inteiros. Para isso, uma alternativa de modelagem que oferece mais flexibilidade de representação é a Programação Linear Inteira Mista (PLIM), discutida na seção 2.6.2.

2.6.1. Programação Linear – Formulação

Uma das mais importantes e mais utilizadas técnicas de Pesquisa Operacional é a Programação Linear, como já citado. Esta técnica é amplamente utilizada pois pode ser utilizada tanto em modelos simples como importantes e complexos problemas de tomada de decisão.

Partindo dos três conjuntos de elementos, previamente abordados, tem-se a formulação para um problema de PL, conforme expressões (2.4) e (2.5) a seguir apresentadas (BARBOZA, 2005):

$$\text{maximize (ou minimize)} \quad z = \sum_{j \in N} c_j \cdot x_j \quad (2.4)$$

$$\text{sujeito a (s. a)} \quad \sum_{j \in N} a_{ij} \cdot x_j (\leq, = \text{ ou } \geq) b_i \quad \forall i \in M \quad (2.5)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \in N$$

Onde, x_j são variáveis não negativas e c_j , a_{ij} e b_i são constantes conhecidas para todo i e j , sendo que os conjuntos N e M são a seguir definidos:

$$N = \{1, \dots, n\} \text{ e } M = \{1, 2, \dots, m\}.$$

2.6.2. Programação Linear Inteira Mista

Diversos problemas de programação de produção podem ser classificados como problemas de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). São modelos matemáticos de otimização que envolvem variáveis contínuas e discretas que devem satisfazer as restrições de linearidade, igualdade e desigualdade do modelo (BARBOZA, 2005). Problemas desta natureza podem ser de difícil solução devido à sua natureza combinatória.

Uma primeira abordagem para os problemas combinatórios mencionados seria resolver todas as combinações de variáveis inteiras e obter a solução com o maior valor de função objetivo (para funções objetivo de maximização), ou a solução de menor valor da função objetivo (para funções objetivo de minimização). Um fator complicador para esta abordagem de solução é que o número de combinações cresce exponencialmente com o número de variáveis inteiras (ou mesmo binárias), ou seja, para problemas práticos com um número grande de variáveis inteiras, este procedimento se torna computacionalmente inviável. Uma segunda possibilidade para solução dos problemas de Programação Linear Inteira Mista é relaxar as restrições de integralidade e abordar as variáveis inteiras como variáveis contínuas. Mas esta condição não garante que a solução encontrada seja com valores inteiros para as variáveis discretas (BARBOZA, 2005). O arredondamento das variáveis encontradas não conduz, em geral, ao resultado correto. Neste contexto, é necessário também se aplicar procedimentos de busca, normalmente procedimentos de busca em árvores (*branch-and-bound*), para obter o conjunto ótimo de variáveis inteiras (WILLIAMS, 2013).

Uma formulação para modelos de PLIM, definida por Magatão (2005), pode ser escrita conforme as expressões (2.6) e (2.7), considerando-se um contexto de minimização da função de avaliação:

$$\min \sum_{j \in J} c_j \cdot x_j + \sum_{i \in I} c_i \cdot y_i \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \text{sujeito a (s. a)} \quad & \sum_{j \in J} a_{kj} \cdot x_j + \sum_{i \in I} a_{ki} \cdot y_i \{\rho\} b_k \quad \forall k \in K \\ & x_j \geq 0 \quad \forall j \in J \\ & y_i \in Z_+ \quad \forall i \in I \end{aligned} \quad (2.7)$$

Onde:

x_j representa as variáveis de decisão contínuas não negativas;

y_i representa as variáveis de decisão inteiras não negativas, ou seja, pertencentes a Z_+ ;

c_i e c_j representam os coeficientes de custo;

a_{kj} representa os coeficientes das restrições das variáveis contínuas;

a_{ki} representa os coeficientes das restrições das variáveis inteiras;

b_k representa as restrições de recursos (parâmetros das restrições);

J representa o conjunto de variáveis contínuas;

I representa o conjunto das variáveis inteiras;

K representa o conjunto de restrições;

ρ representa as relações matemáticas ($\geq, \leq, =$).

O desenvolvimento de modelos em PLIM apresenta uma ampla aplicabilidade, sendo viável a modelagem de, por exemplo, condições lógicas, disjunções e conjunções. Esta flexibilidade de modelagem auxilia a criação de modelos representativos de cenários práticos (MAGATÃO, 2005). Os recentes

avanços de *hardware* computacional e métodos de resolução de PLIM propiciam um ambiente em que, mesmo modelos com um número elevado de variáveis e restrições podem vir a ser resolvidos em tempo computacional não proibitivo (ex., segundos a poucos minutos). Torna-se, assim, promissor o uso de modelos PLIM, os quais, podem, ainda, provar a otimalidade da resposta obtida (WILLIAMS, 2013).

Conforme o contexto mencionado, PLIM foi a técnica utilizada no modelo da literatura que trata um problema de balanceamento de linhas produtivas (SIKORA, LOPES e MAGATÃO, 2017) e que será utilizado como base para resolução do problema prático em análise.

O Capítulo 3 a seguir detalha a metodologia proposta, a qual tem por base a solução de um modelo matemático em PLIM para obtenção de respostas otimizadas de balanceamento de linha.

3. Metodologia Utilizada

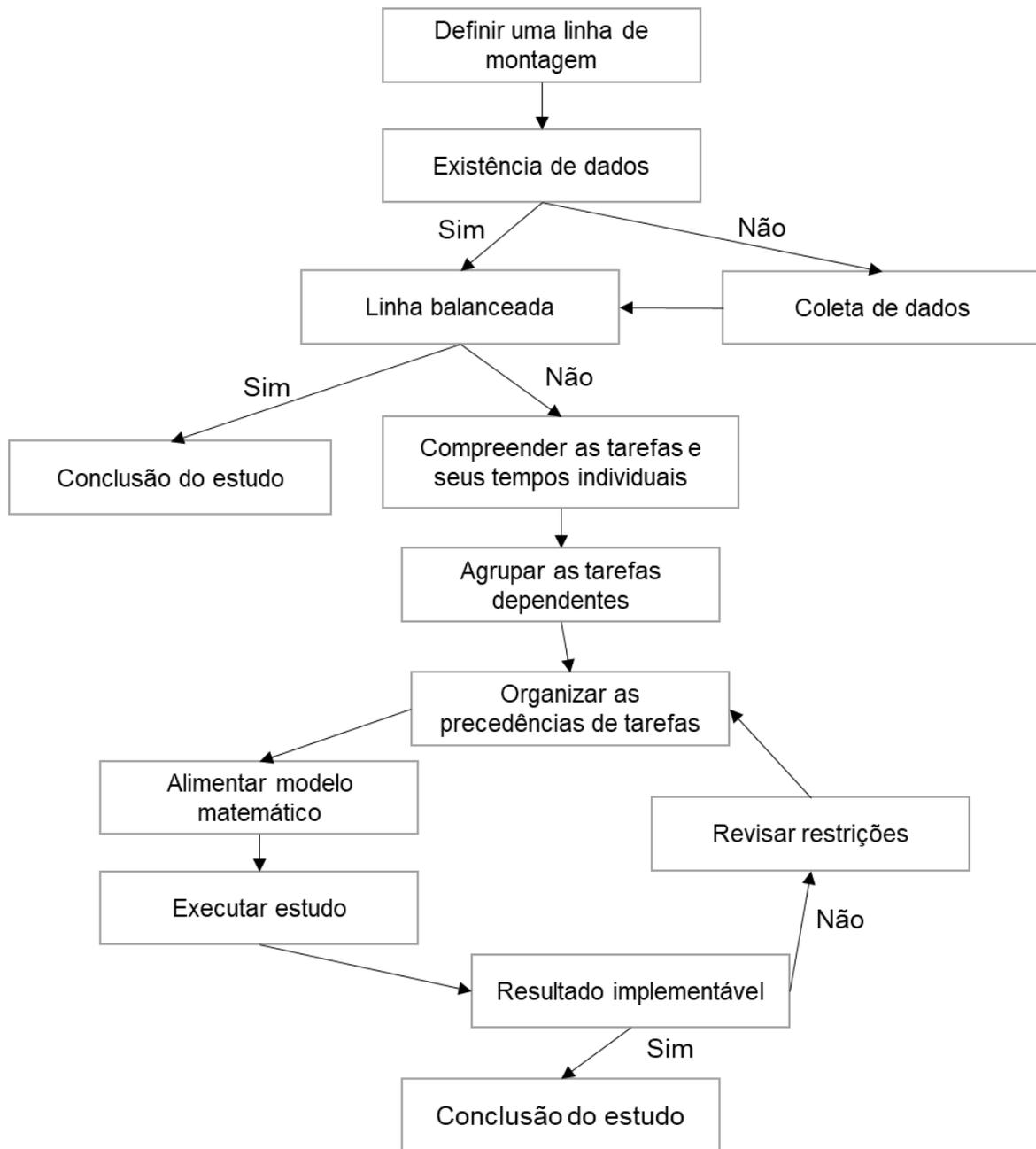
Este projeto de pesquisa aborda uma linha de montagem de tratores na região de Curitiba-Pr. Com base na Tabela 2, pode-se perceber que os modelos considerados representam a totalidade da linha de montagem, ou seja, juntos correspondem à 100% da produção da linha *Small*, justificando a escolha por agrupar os demais modelos em dois novos modelos para análise no projeto. A análise efetuada considerou 46 tarefas, comuns aos cinco modelos, divididas em sete postos de trabalho ao redor de um posto considerado gargalo da linha, para esses modelos da categoria *Small*.

Esta linha sofre alterações com frequência, visto que a demanda dos produtos é sazonal. A linha atual está configurada para a produção dos cinco modelos abordados nesse projeto. Os tempos de realização de cada tarefa, para cada um dos modelos considerados, foram fornecidos pela empresa, bem como dados auxiliares que foram requeridos no desenvolver do projeto de pesquisa.

3.1. Apresentação do Método Utilizado

O método utilizado neste projeto de pesquisa pode ser retratado pelo fluxograma apresentado na Figura 2.

Figura 2 - Fluxograma do método utilizado



Fonte: os autores

3.2. Etapas do Método Utilizado

O fluxograma mostrado na Figura 2 mostra uma série de etapas utilizadas para a aplicação do método. Estas etapas podem ser definidas como:

- **Definir uma linha de montagem:** determinar qual a linha de montagem (ou trecho da linha) que será utilizado como objeto de estudo para o balanceamento de linha de montagem proposto;
- **Existência de dados:** analisar a existência e disponibilidade de informações do tempo total das estações de trabalho da linha de montagem, bem como das tarefas executadas nos postos;
- **Coleta de dados:** obter os dados necessários (tempos das tarefas nas estações de trabalho da linha de montagem) por meio dos recursos disponíveis, tais como vídeo-análise e cronometragem;
- **Linha balanceada:** quando as atividades realizadas na linha não apresentam variações significativas de tempo entre as estações/postos de trabalho;
- **Compreender as tarefas e seus tempos individuais:** obtenção de dados de todas as atividades realizadas na linha, visando facilitar o agrupamento das mesmas e identificar se é possível realocar as tarefas em outros postos de trabalho;
- **Agrupar as tarefas dependentes:** agrupar as atividades que devem ser, obrigatoriamente, realizadas em sequência e que devem ser realizadas de maneira conjunta; estes agrupamentos podem ser necessários, por exemplo, por imposições de qualidade a serem asseguradas;
- **Organizar as precedências de tarefas:** estabelecer o fluxo de atividades, respeitando as restrições de montagem. A organização das precedências resulta na confecção do diagrama de precedências;
- **Alimentar modelo matemático:** inserir as informações das tarefas, precedências e restrições presentes na linha (ou parte da linha) estudada, em um modelo matemático padrão ou um modelo matemático desenvolvido para o caso em estudo. Para o presente projeto de pesquisa, será utilizado o modelo matemático para balanceamento de

linhas de modelo misto (PLIM) desenvolvido e apresentado por Sikora, Lopes e Magatão (2017);

- **Executar estudo:** a partir do modelo matemático implementado e da resolução em um *solver* (*software*) específico, obter os resultados referentes ao balanceamento a ser executado;
- **Resultado implementável:** analisar a viabilidade dos resultados e propostas obtidas pelo modelo matemático implementado, estudando detalhadamente a resposta sugerida, tomando cuidado para que as tarefas e mudanças sugeridas pelo modelo possam ser operacionalmente aplicáveis;
- **Revisar restrições:** caso as restrições inseridas no modelo matemático não tiverem sido corretamente implementadas, o resultado do modelo matemático não será implementável/viável. A revisão das restrições tem a finalidade de encontrar fatores passíveis de causar inviabilidade da proposta de balanceamento;
- **Conclusão do estudo:** finalizar o estudo realizado no projeto de pesquisa por meio da implementação do modelo matemático e obtenção de uma resposta, que pode ser implementável ou resultar na não necessidade de balanceamento da linha estudada.

Tendo por base a metodologia proposta no Capítulo 3, o Capítulo 4 a seguir detalha os principais resultados obtidos para o estudo de caso que envolve o trecho da linha de montagem de tratores em análise.

4. Resultados

Neste capítulo são apresentados os diferentes experimentos realizados, os quais buscaram apresentar soluções alternativas para o balanceamento da linha de produção em análise. Na seção 4.1 o diagrama de precedência contendo as atividades dos sete primeiros postos da linha de montagem é apresentado, deixando-se em evidência a atual alocação das tarefas. Na sequência, nas seções 4.2 e 4.3, os resultados obtidos pela resolução computacional do modelo matemático em um *solver* são apresentados e comparados com os dados obtidos da configuração atual da linha. Também são apresentadas soluções alternativas em termos de configuração dos postos de trabalho, detalhando-se diagramas com menos postos de trabalho para comparação dos resultados. Os dados referentes a número de variáveis, restrições e desempenho computacional dos modelos matemáticos estão ilustrados no Apêndice B.

4.1. Diagrama de Precedências

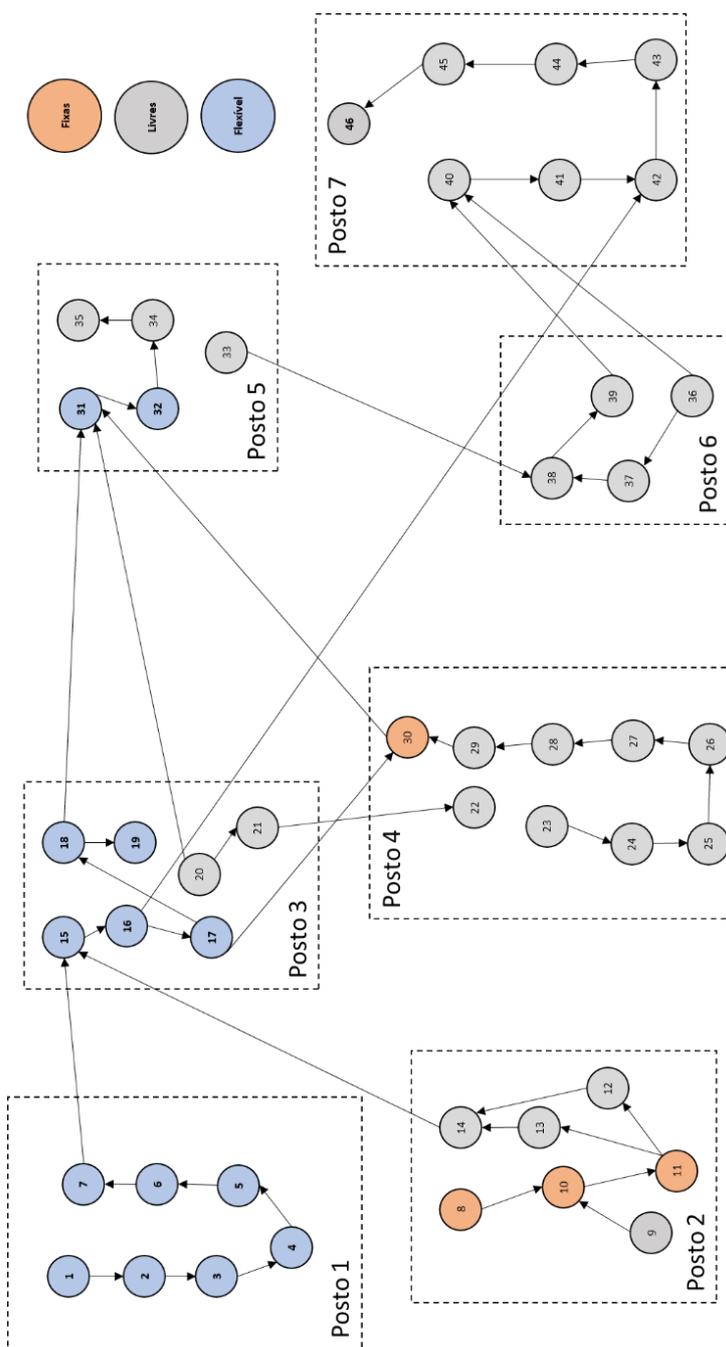
O desenvolvimento do diagrama de precedência da linha de montagem analisada levou em consideração fatores como a ordem das atividades no chão-de-fábrica e quais as operações que precediam umas às outras.

Algumas operações devem respeitar uma ordenação devido à organização dos postos e a montagem dos componentes, por exemplo, para os cinco modelos do estudo, a realização das tarefas 15 e 16 devem, obrigatoriamente, preceder a montagem de alguns componentes nas tarefas 42, 43 e 44, para facilitar a execução de ambos.

Todas as atividades das sete estações em análise na linha de montagem não utilizam nenhum mecanismo automático ou semiautomático, ou seja, todas as tarefas são realizadas por colaboradores. Esta observação foi essencial para classificação das atividades fixas, flexíveis e livres entre as estações no diagrama de precedências, conforme Figura 3. Observa-se nessa figura, que as tarefas 8, 10 e 11 são fixas no posto 2 devido à praticidade de montagem de todos os modelos que passam pela linha *Small*. Já as atividades de 1 a 7 tem a

flexibilidade de serem alocadas em diferentes estações, respeitando a precedência das atividades sucessoras, principalmente devido às atividades 15, 16, 42, 43 e 44. **As demais atividades são classificadas como atividades livres por poderem ser executadas em qualquer posto de trabalho da linha considerada, desde que sejam respeitadas todas as precedências.** Na Figura 3, indica-se, adicionalmente, a qual posto as tarefas estão atualmente alocadas na linha.

Figura 3 - Diagrama de precedências das atividades das estações analisadas



Fonte: os autores

4.2. Análise da função objetivo do modelo matemático

Utilizou-se o ambiente de modelagem e resolução computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.8 para obtenção dos resultados computacionais da modelagem matemática, além do auxílio de um computador Dell® com processador Intel® i7-7550U e memória RAM 16GB DDR4 2400Hz para execução do *solver*.

Para a execução computacional, foi utilizado o modelo matemático desenvolvido e apresentado por Sikora, Lopes e Magatão (2017) imerso no ambiente computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio*. Como parâmetros de entrada, utilizou-se os dados obtidos pela empresa e as relações de execução de tarefas ilustradas no diagrama de precedências apresentado na seção 4.1.

Para a segunda parte deste projeto, foi feito um estudo a respeito de variantes de função objetivo que podem ser utilizadas no modelo, buscando-se entender qual delas é a mais adequada ao projeto em questão. As funções objetivo analisadas estão listadas nas equações (4.1) a (4.3) abaixo:

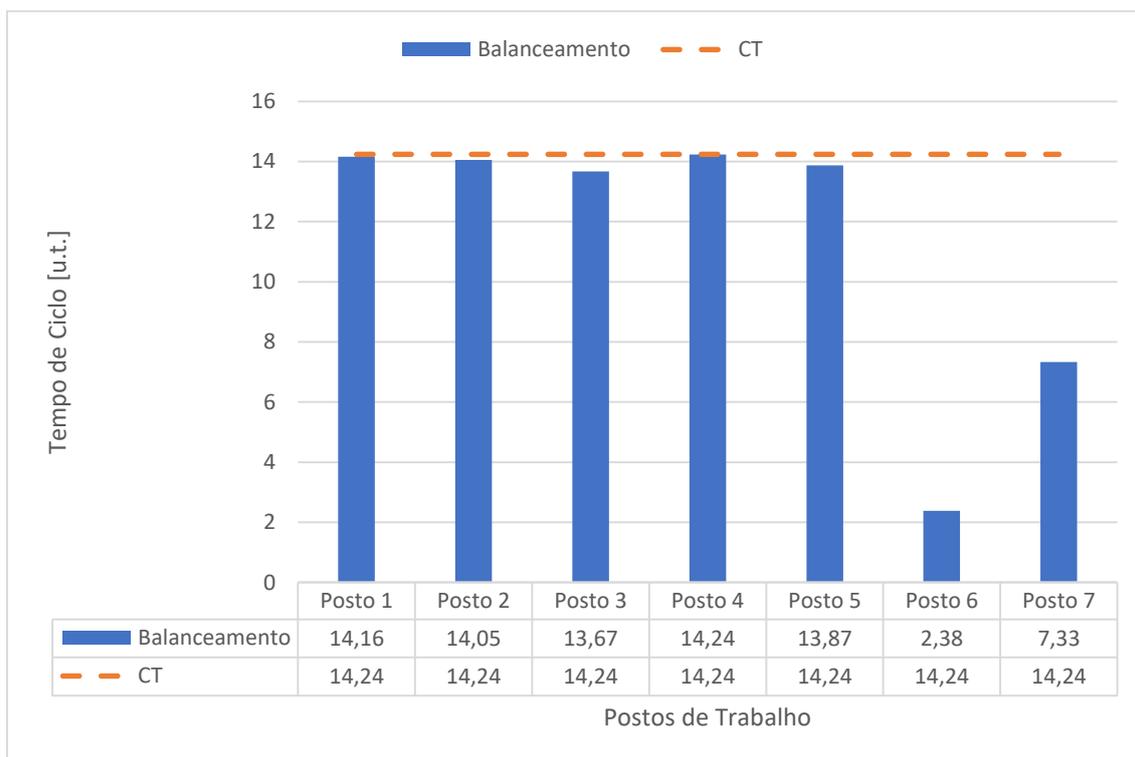
$$\min f(x) = CT \quad (4.1)$$

$$\min f(x) = CT + MaxDifS \quad (4.2)$$

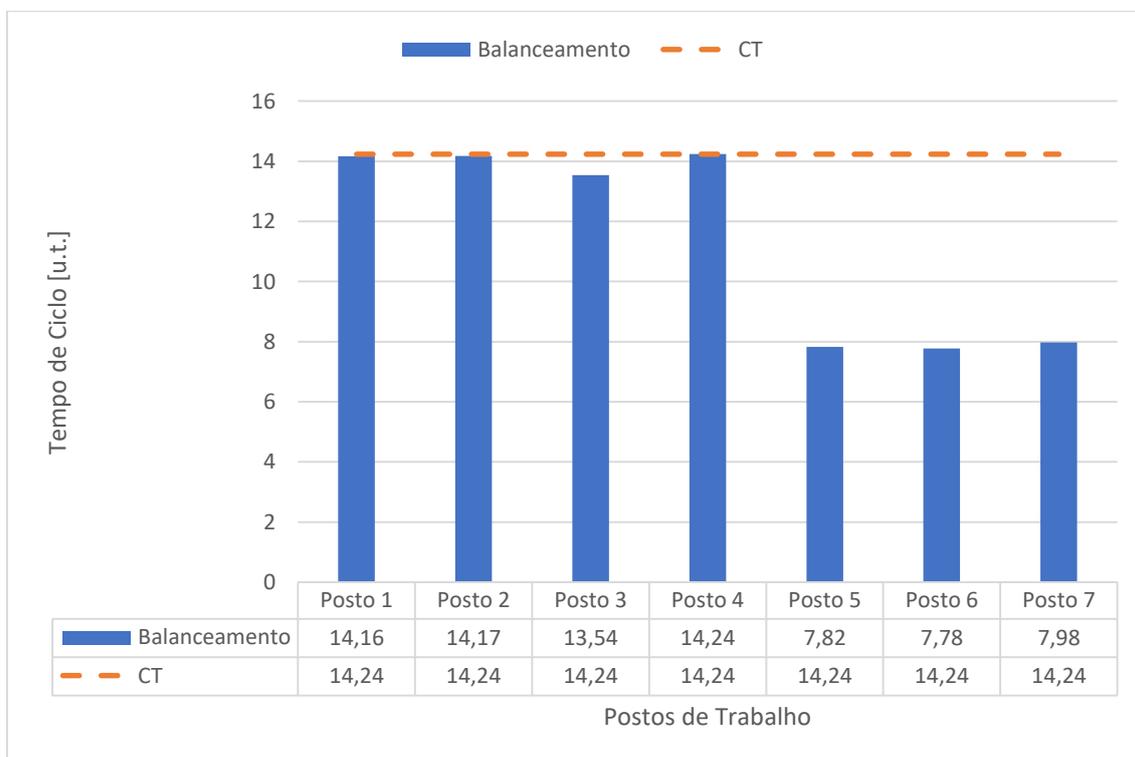
$$\min f(x) = CT + MaxDifW \quad (4.3)$$

Onde CT é o tempo de ciclo, $MaxDifS$ é a máxima diferença entre os tempos das estações de trabalho e $MaxDifW$ é a máxima diferença entre os tempos de operação dos trabalhadores.

Como, para o projeto em questão, o número de estações de trabalho “S” é igual ao número de operadores atuando na linha “W”, o resultado obtido pelas equações (4.2) e (4.3) foi o mesmo. Portanto, para critério de comparação, foram consideradas apenas as equações (4.1) e (4.2). Após a execução do modelo matemático, considerando as mesmas condições, alterando apenas as funções objetivo, obteve-se como resultados as soluções balanceadas ilustradas nas Figura 4 e Figura 5.

Figura 4 - Função Objetivo: $\min (CT)$ 

Fonte: os autores

Figura 5 - Função Objetivo: $\min (CT + MaxDifS)$ 

Fonte: os autores

Aplicando a equação (2.1) para o cálculo do índice de suavidade para as diferentes funções objetivo, obteve-se os seguintes resultados:

Tabela 3 - Índice de Suavidade

Função Objetivo	Índice de Suavidade
<i>Min (CT)</i>	13,74
<i>Min (CT + MaxDifS)</i>	11,07

Fonte: os autores

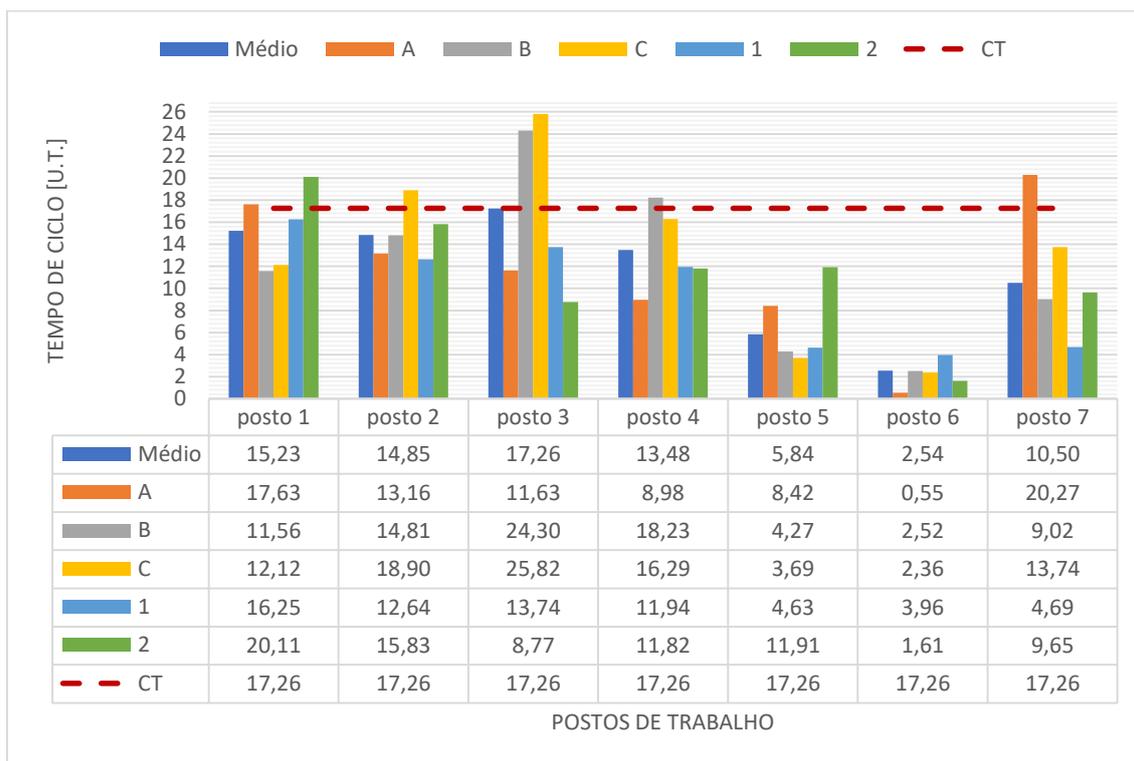
De acordo com a Tabela 3 e com as Figura 4 e Figura 5, foi possível concluir que a melhor função objetivo para o este projeto é a equação (4.2), $\min f(x) = CT + MaxDifS$, uma vez que, como solução, encontrou o mesmo valor para o *CT ótimo*, porém, com um índice de suavidade menor, resultando em uma menor diferença na distribuição de tarefas e tempos de execução das tarefas entre os postos. Salienta-se que as referidas funções de avaliação tendem a conferir uma maior homogeneização das cargas de trabalho das estações, conforme os estudos desenvolvidos por Sugunoshita e França (2017).

4.3. Comparação inicial entre os resultados obtidos e os dados reais

O modelo matemático gerado para 7 postos de trabalho apresentou um total de 757 variáveis, 739 destas binárias, e 1509 restrições, convergindo à otimalidade em 4,44 segundos de execução computacional. As estatísticas para os demais estudos realizados podem ser observadas no Apêndice B – Estatísticas Computacionais do Modelo Matemático.

Os resultados obtidos por meio da modelagem matemática mostraram-se diferentes em relação aos parâmetros de configuração atual da linha. Na Figura 6 são apresentados os tempos de montagem obtidos com a coleta dos dados (em unidades de tempo) para cada um dos modelos em análise. A Figura 8 mostra a comparação entre os resultados obtidos com os dados reais da empresa, para 7 postos de trabalho, em relação ao resultado do modelo matemático.

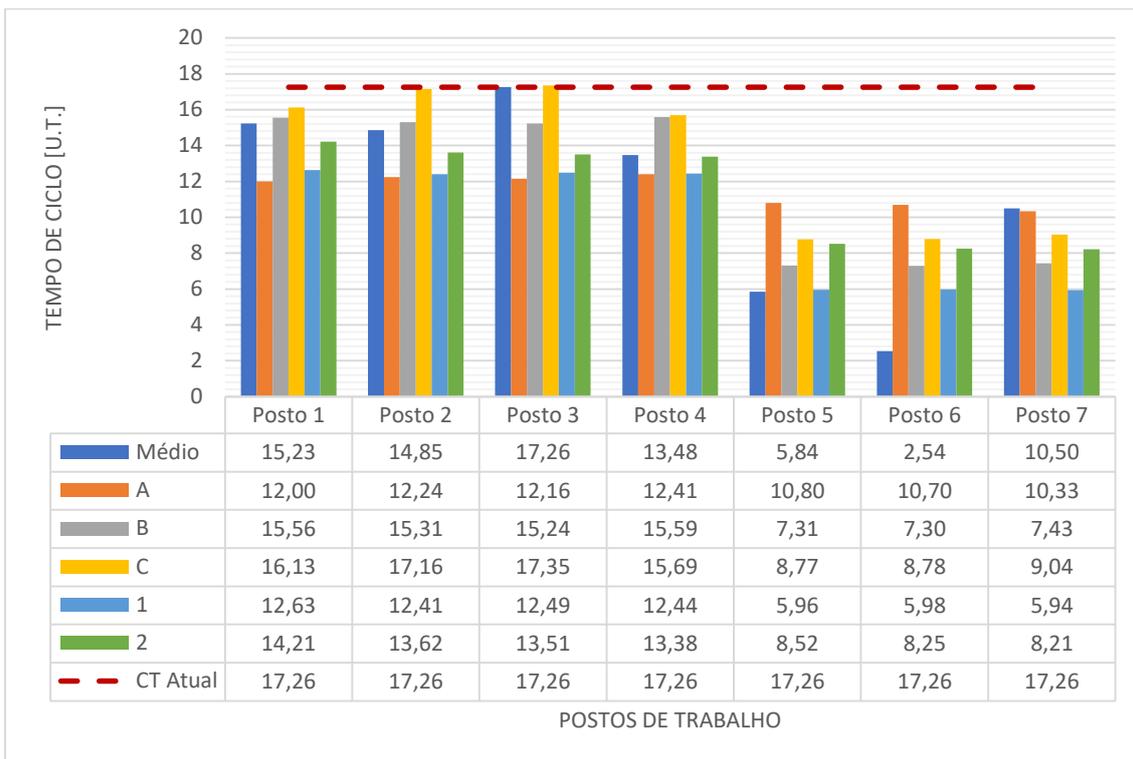
Figura 6 - Tempos dos postos de trabalho dos modelos analisados (antes do balanceamento)



Fonte: os autores

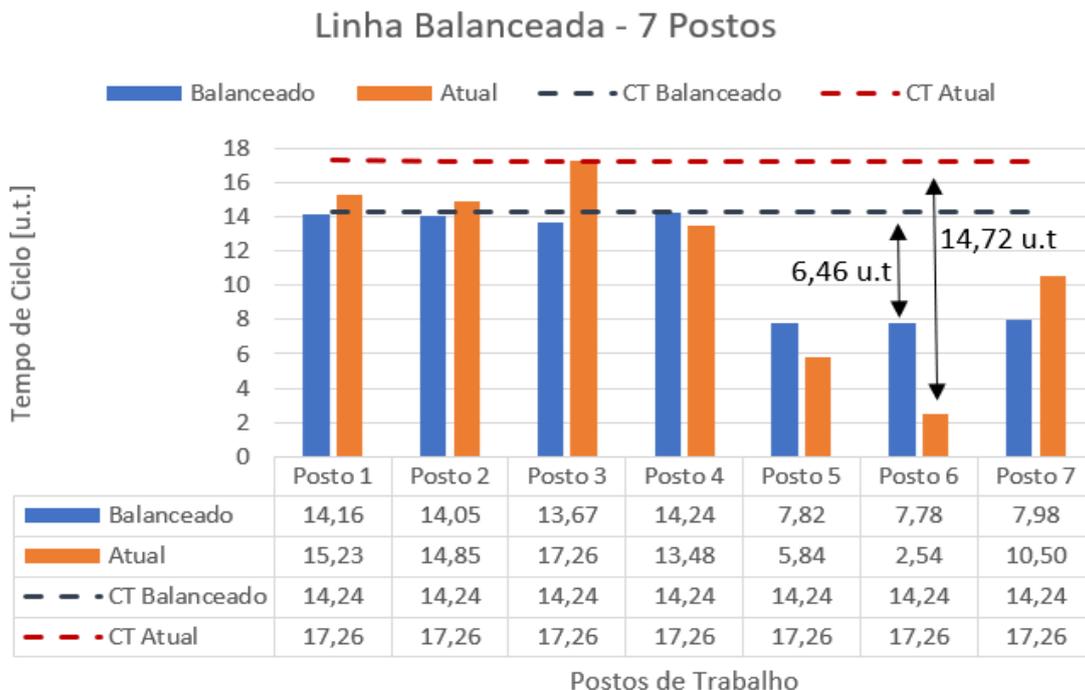
Um primeiro estudo de caso, considerando os resultados desagregados por modelo obtidos por meio do modelo matemático, pode ser visualizado na Figura 7. Esse resultado apresenta uma solução inicial “otimizada” para cada modelo em particular, mantendo os 7 postos de trabalho, a partir da redistribuição das tarefas entre as estações de trabalho. Vale notar que as escalas do eixo das ordenadas da Figura 6 (de zero a 26) e Figura 8 (de zero a 18) diferem substancialmente. Nitidamente há muito maior diversidade dos tempos entre modelos no mesmo posto no caso atual de balanceamento da linha em relação à proposta de balanceamento. Na Figura 8 apresentam-se os resultados sumarizados para os tempos médios de cada um dos postos de trabalho, evidenciando-a a diminuição do tempo de ciclo médio, além da melhoria da equalização das cargas de trabalho média entre postos com a solução proposta.

Figura 7 - Resultados obtidos para os modelos desagregados



Fonte: os autores

Figura 8 - Diagrama de comparação dos dados iniciais (configuração atual) e resultados obtidos para 7 postos de trabalho



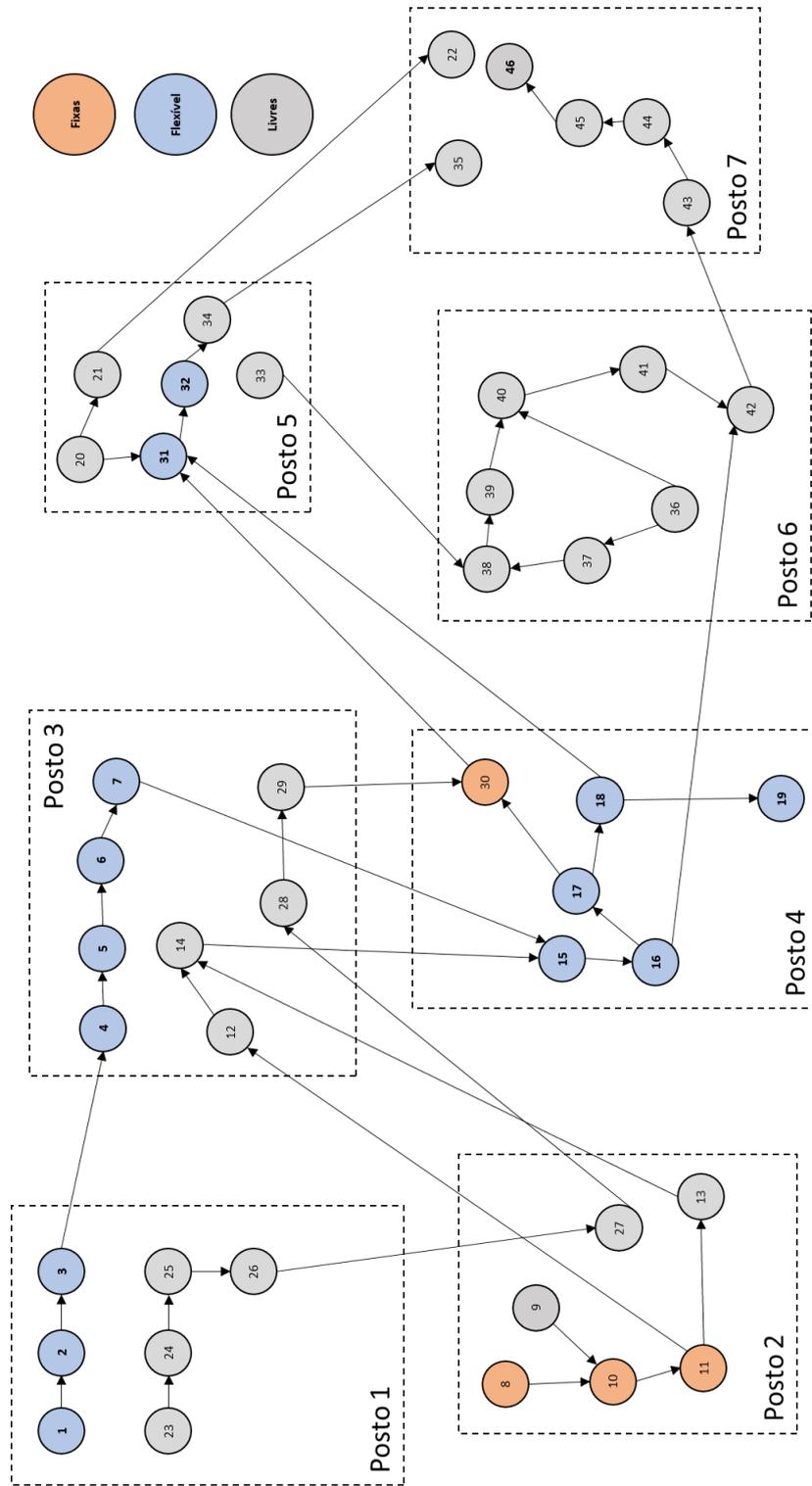
Fonte: os autores

As tarefas a serem alocadas, após a modelagem matemática, foram divididas entre as estações para obter um maior equilíbrio de tempo de trabalho para os operadores. Como pode ser observado na Figura 6, havia trabalhadores com carga de trabalho muito elevada em algumas estações, como por exemplo, nas estações 1, 2, 3 e 4, nas quais tempos de montagem dos componentes estavam muito diferentes em relação aos outros postos. A máxima diferença de tempos entre estações passou de 14,72 u. t. para 6,46 u.t.

Com o modelo matemático as atividades foram realocadas de uma melhor maneira, respeitando as precedências, e resultando em um trecho de linha mais balanceado. Na linha de montagem analisada existem mais postos de trabalho, e o tempo de ciclo obtido para o trecho avaliado não necessariamente será viável para o restante das estações. Desta forma, somente englobando-se a análise de toda a linha seria possível garantir que o tempo de ciclo pode, de fato, ser reduzido aos patamares sugeridos inicialmente pelo presente estudo de caso.

A Figura 9 a seguir ilustra a alocação de tarefas a postos de trabalho de acordo com as sugestões fornecidas pelo modelo matemático. Nota-se que as relações de precedência entre tarefas são totalmente respeitadas, mas há várias mudanças em relação à alocação original, apresentada na Figura 3.

Figura 9 – Alocação de tarefas a postos de trabalho de acordo com a solução proposta



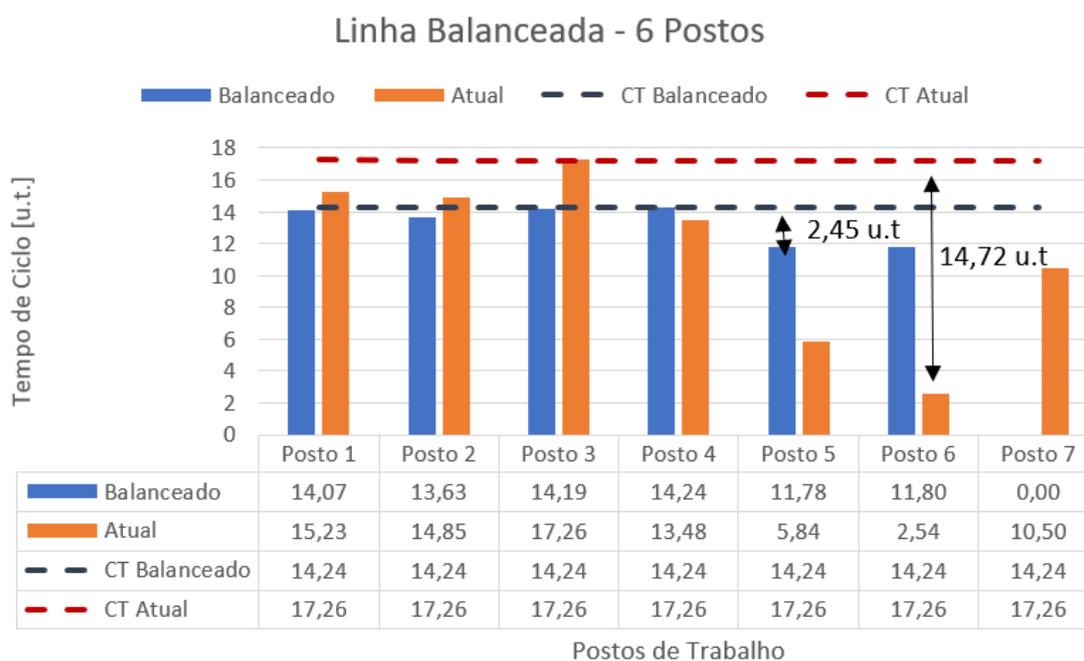
Fonte: os autores

4.4. Análise de diminuição de postos de trabalho

Após a análise do balanceamento para 7 postos de trabalho, concluiu-se que ainda haviam estações com diferenças de tempo de execução das tarefas considerável. Portanto, foram realizados três testes adicionais, levando em consideração uma redução no número de postos de trabalho, com o intuito de atingir melhores resultados para o balanceamento da linha.

Nas Figura 10, Figura 11 e Figura 12, estão representados os resultados do balanceamento considerando o trecho da linha analisada operando, respectivamente, com 6, 5 e 4 postos.

Figura 10 - Diagrama de comparação dos dados iniciais (configuração atual) e resultados obtidos para 6 postos de trabalho



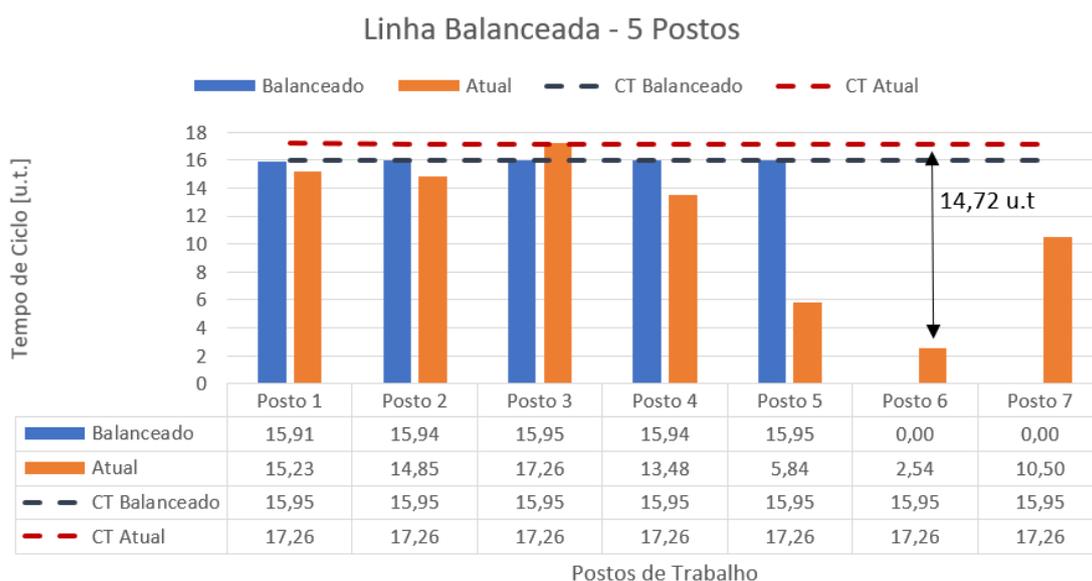
Fonte: os autores

Observa-se que, para 6 estações de trabalho, como apresentado pela Figura 10, a máxima diferença entre o posto mais ocioso em relação ao tempo de ciclo da linha, diminuiu 12,27 u.t., atingindo o valor de 2,45 u.t., resultando em

um melhor balanceamento, se comparado aos resultados obtidos considerando a permanência dos 7 postos de trabalho.

Após diminuir o número de postos para 5, como apresentado na Figura 11 a máxima diferença entre estações passou para 0,039 u.t., valor muito menor quando comparado com os resultados das demais disposições de linha analisados anteriormente. Este resultado se mostrou com a carga de trabalho mais equilibrada dentre todos os apresentados, visto que culminou em uma redução do tempo de ciclo, quando comparado com o tempo de ciclo atual da linha (17,26 u.t.), para 15,95 u.t., reduziu-se o tempo ocioso existente entre os postos de trabalho.

Figura 11 - Diagrama de comparação dos dados iniciais (configuração atual) e resultados obtidos para 5 postos de trabalho

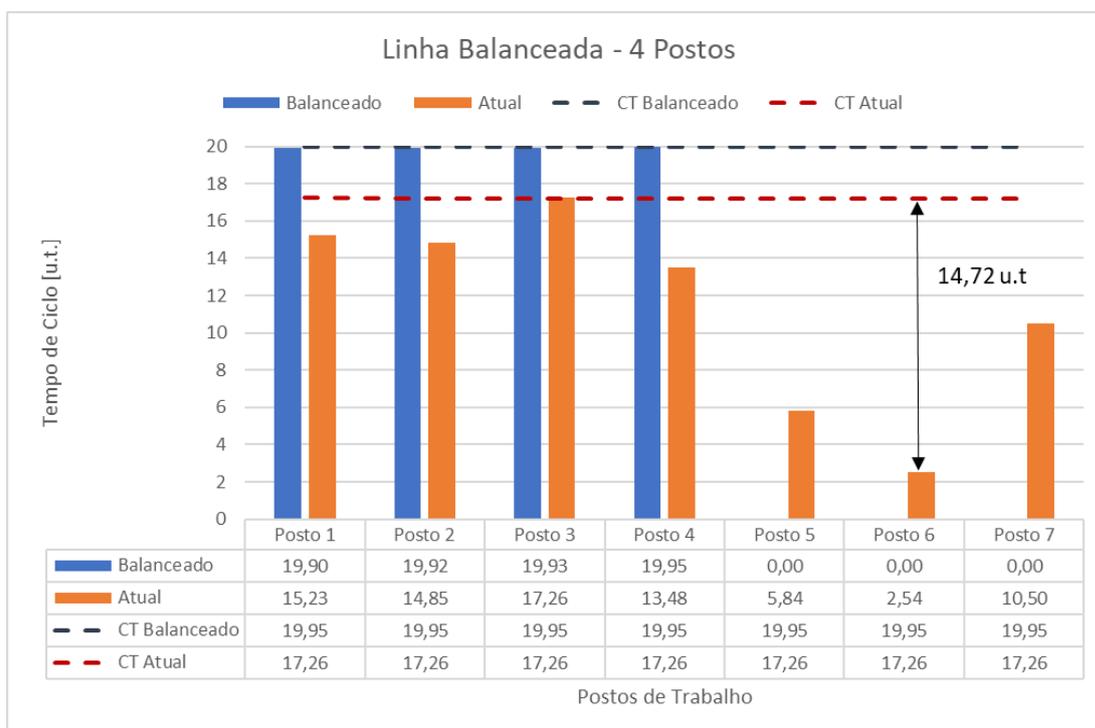


Fonte: os autores

Quando considerada uma redução no número de postos de trabalho de 7 para 4, pode-se perceber que o *solver* encontrou uma solução ótima na qual a máxima diferença entre o tempo de execução das tarefas no posto mais ocioso em relação ao tempo de ciclo da linha diminui de 14,72 u.t. para 0,05 u.t., conforme Figura 12. Porém, para obter esse resultado de balanceamento houve um aumento do tempo de ciclo em relação ao tempo de ciclo atual da linha, de

17,26 u.t. para 19,95 u.t. Esta solução obtida pelo modelo matemático não é interessante quando consideramos a linha operando quando há uma demanda elevada e uma alta de produção, mas se torna interessante quando a linha está operando em baixa demanda ou em baixa de produção visto que, segundo os resultados obtidos e apresentados na Figura 12, é possível reduzir o número de postos de trabalho e, conseqüentemente, de trabalhadores, de 7 para 4.

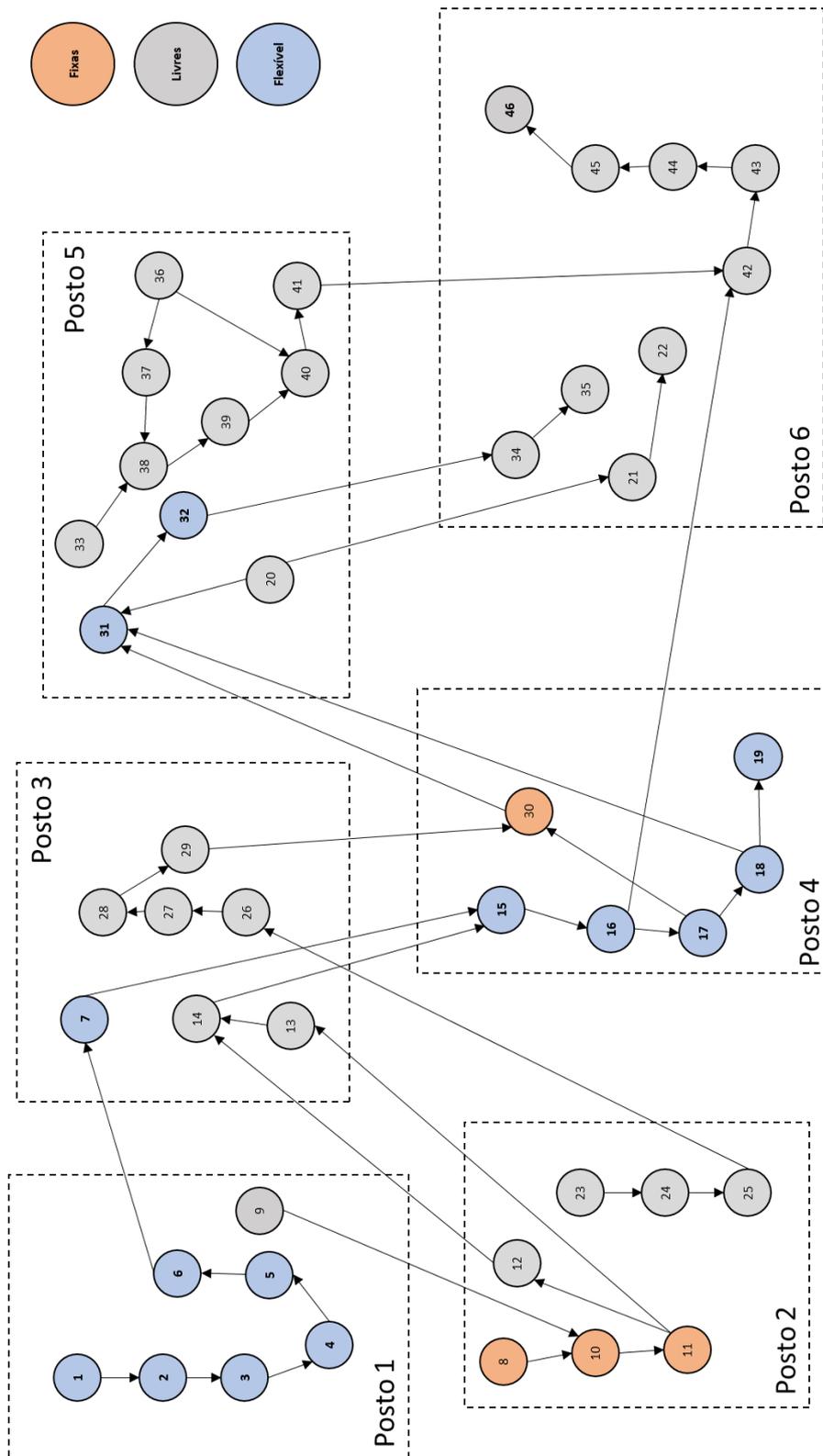
Figura 12 - Diagrama de comparação dos dados iniciais (configuração atual) e resultados obtidos para 4 postos de trabalho



Fonte: os autores

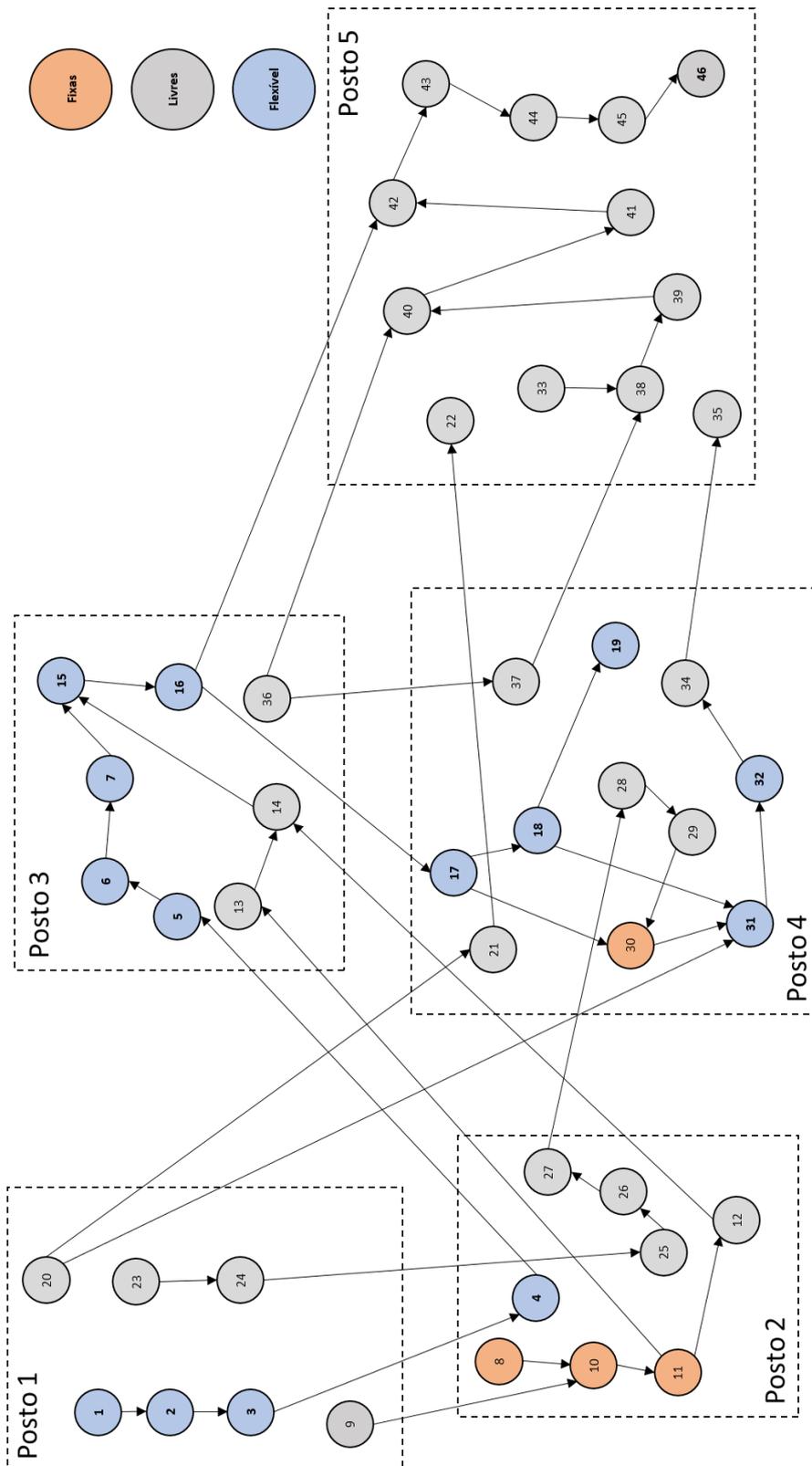
O estudo da redução do número de postos de trabalho de 7 para 6, 5 e 4 resultou em uma redistribuição das tarefas. Tarefas que eram executadas nos postos que foram eliminados foram realocadas nos postos remanescentes. As Figuras 13, 14 e 15, a seguir, apresentam, respectivamente, os diagramas de precedência com as novas configurações de distribuição das tarefas entre os postos para 6, 5 e 4 postos de trabalho. Ressalta-se que as relações de precedências são sempre respeitadas nas soluções obtidas.

Figura 13 - Diagrama de Precedências proposto para 6 postos de trabalho



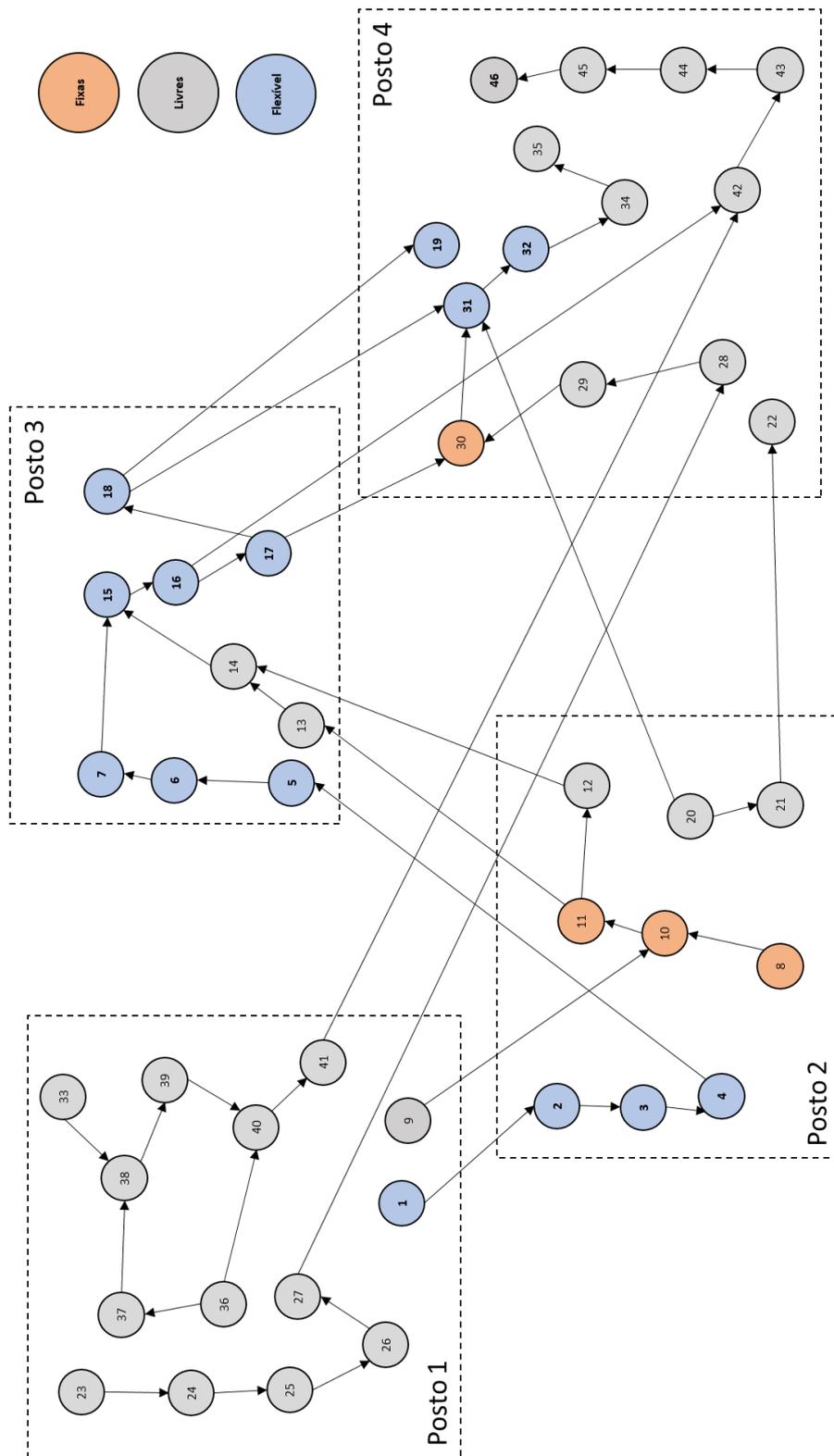
Fonte: os autores

Figura 14 - Diagrama de Precedências proposto para 5 postos de trabalho



Fonte: os autores

Figura 15 - Diagrama de Precedências proposto para 4 postos de trabalho



Fonte: os autores

4.5. Análise de diminuição das mudanças de tarefas

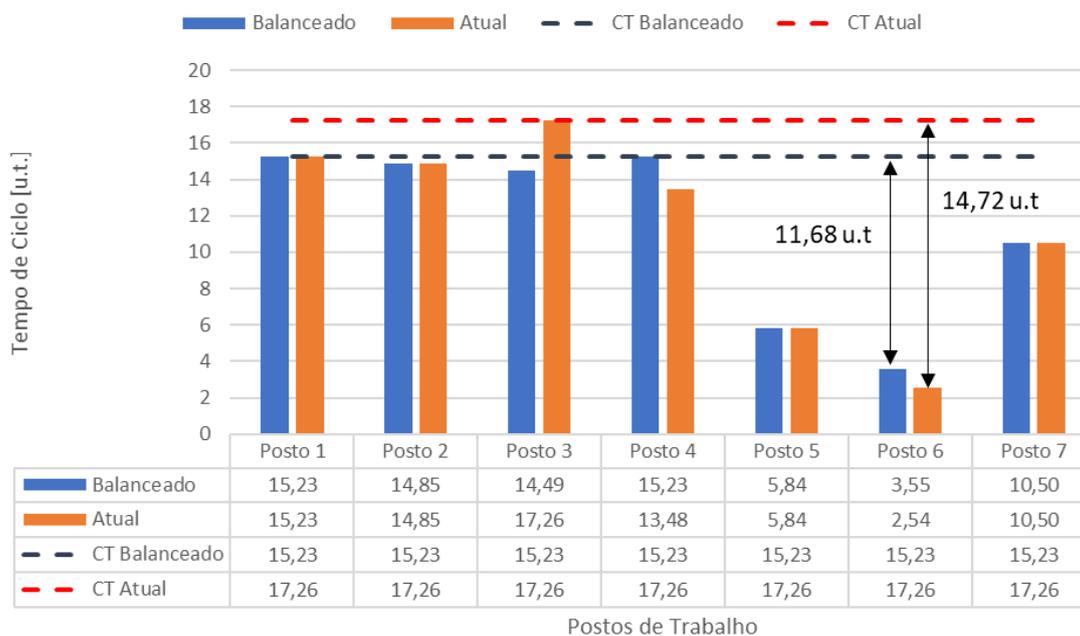
Além do estudo envolvendo a redução do número de postos de trabalho, uma segunda análise foi efetuada envolvendo-se um critério relativo à minimização do número de movimentações de tarefas, mas ainda buscando-se um balanceamento otimizado da linha. Esse estudo foi realizado para a configuração com os 7 postos de trabalho. Ou seja, desejava-se melhorar o balanceamento da linha, mas, ao mesmo tempo, desejava-se não realizar uma quantidade “elevada” de realocações de tarefas, as quais demandariam várias interferências no chão de fábrica. Deste modo, modificou-se a função objetivo do modelo matemático conforme equação (4.4) a seguir apresentada, em procedimento análogo ao apresentado por Sugunoshita e França, 2017.

$$\min f'(x) = (CT + \text{MaxDifS}) + Q \cdot \text{qteMudancas} \quad (4.4)$$

Onde, $f'(x)$ é função objetivo modificada; qteMudancas é a quantidade de tarefas da solução que foram realocadas em relação ao balanceamento atual da linha; Q é um fator de ponderação.

Em um procedimento preliminar, testou-se valores para o fator de ponderação Q (e.g., $0,1 \leq Q \leq 1$) de modo que a solução retornada pelo modelo matemático sugerisse poucas mudanças. Ressalta-se que com $Q = 0$ obtém-se a mesma solução detalhada na seção 4.3, a qual impõe 23 mudanças de tarefas entre os postos de trabalho. Na sequência, analisou-se uma solução com $Q = 1$, na qual apenas 2 mudanças eram sugeridas pelo modelo matemático. Essa solução é ilustrada na Figura 16. Pode-se perceber que, ao comparar-se os tempos de execução das tarefas atual com a solução proposta, foi possível reduzir o tempo de ciclo de 17,26 u.t. da linha atual para 15,23 u.t. na solução proposta. Além disso, houve uma redução no tempo ocioso presente na linha, de 14,72 u.t. para 11,68 u.t. Esse balanceamento resultou em um novo diagrama de precedências com uma redistribuição de tarefas entre os postos de trabalho, conforme Figura 17.

Figura 16 - Linha balanceada - Redução de Movimentações em relação à linha atual

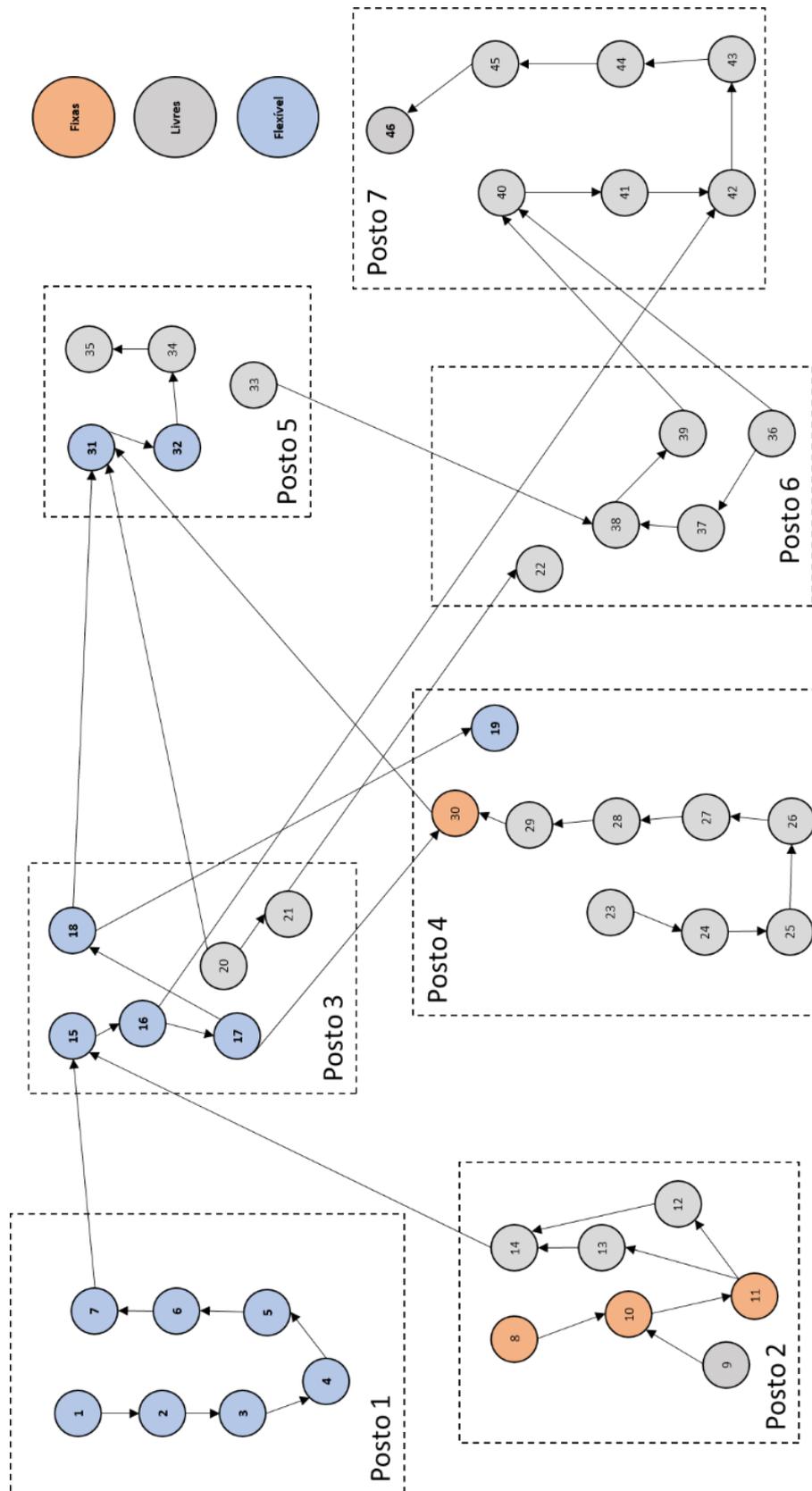


Fonte: os autores

Comparando as Figura 3Figura 17, pode-se perceber que apenas 2 tarefas foram realocadas: as tarefas 19 e 22, que migraram do posto 3 para, respectivamente, os postos 4 e 6. Essa alteração das posições das tarefas foi suficiente para reduzir o tempo de ciclo da linha em 2,03 u.t. Fazendo-se uma análise anual, considerando que a linha opere 24 horas por dia durante 365 dias por ano, chega-se à conclusão que reduzindo o tempo de ciclo de 17,26 u.t. para 15,23 u.t., há um aumento de, aproximadamente, 13,3 % na produtividade da linha. Ou seja, supondo-se que a empresa seja capaz de montar 500 tratores por ano com a linha na disposição atual, a alteração das duas tarefas, como sugerido pelos resultados apresentados na Figura 16, resultará na potencial produção de aproximadamente 567 tratores para a linha de montagem disposta na configuração sugerida pelo modelo matemático.

Na sequência, o Capítulo 5 apresenta as considerações finais do estudo desenvolvido.

Figura 17 - Diagrama de Precedências proposto para 7 postos de trabalho, considerando a redução das alterações de tarefas entre os postos



Fonte: os autores

5. Considerações Finais

O presente Projeto de Pesquisa baseou-se na possibilidade da realização da otimização de um trecho de uma linha de produção de tratores por meio da aplicação de Programação Linear Inteira Mista (PLIM), técnica definida na seção 2.6.2. Objetivou-se o balanceamento da linha por meio de uma redistribuição de tarefas entre os postos de trabalho, e até mesmo uma alteração na quantidade de estações de trabalho, de modo a atingir um melhor equilíbrio da carga de trabalho de cada estação e trabalhador envolvido.

A necessidade de balanceamento do trecho de linha analisado foi indicada pela existência de postos gargalo e por dados de medição realizados na empresa. A comparação dos dados com as informações colhidas na linha de montagem comprovou a existência de postos gargalo, justificando a necessidade de análise voltada ao balanceamento deste trecho da linha.

Foram considerados os 21 modelos de tratores da categoria *small*, rearranjados em 5 modelos a partir do agrupamento dos tratores com tarefas, tempos de montagem e características semelhantes, que são produzidos na linha analisada. Com isso, o estudo foi conduzido considerando-se uma linha de modelo misto. Foram considerados sete postos de trabalho da linha em análise, os quais foram observados como postos críticos para a determinação do tempo de ciclo.

Com a elaboração do referencial teórico, Capítulo 2, foi possível um melhor entendimento das informações e conteúdos em estudo, facilitando o entendimento dos termos e da oportunidade de estudo, fatores fundamentais no auxílio da construção do Capítulo 3, metodologia empregada.

A partir dos dados obtidos da empresa (tempos das tarefas), da análise das precedências e das características da linha, utilizou-se uma modelagem matemática em PLIM publicada por Sikora, Lopes e Magatão (2017) e já implementada no ambiente de modelagem e resolução computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio*.

Os resultados, descritos no Capítulo 4, foram obtidos com o auxílio do referido *software* de modelagem e otimização dedicado à solução de modelos

matemáticos (*so/ver*). Para os sete postos avaliados, os resultados mostraram ganhos em relação aos indicadores atuais da linha e uma equalização significativa da ocupação dos postos neste trecho da linha de montagem em análise, conforme evidenciado na seção 4.3.

Adicionalmente, foram conduzidos estudos que indicaram a viabilidade de diminuição do número de postos no trecho de linha em análise (seção 4.4), otimizando-se, ainda, o tempo de ciclo em relação à configuração atual. Outra experimentação realizada (seção 4.5) foi buscar uma solução operacional em que poucas mudanças fossem necessárias em relação à atual configuração da linha de montagem, mas que, ainda assim, propiciasse diminuições significativas do tempo de ciclo. O estudo realizado sugere que com apenas duas mudanças de tarefas é possível um incremento de 13,3 % na produtividade da linha, fato que propiciaria ganhos operacionais significativos ao longo de um período de produção mais longo.

Referências

- ALMEIDA, R. E. H. D. **Balanceamento de Linhas de Produção**. Aveiro: [s.n.], 2015.
- BARBOZA, A. O. **Simulação e técnica da computação evolucionária aplicadas a problemas de programação linear inteira mista**. Tese de Doutorado. [S.I.]. 2005.
- BECKER, C.; SCHOLL, A. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. **European Journal of Operational Research**, p. 694-715, 2003.
- BOYSEN, N.; FLIEDNER, M.; SCHOLL, A. A classification of assembly line balancing problems. **European Journal of Operational Research**, 1 Dezembro 2007. 674-693.
- BUKCHIN, Y.; RABINOWITCH, I. A branch-and-bound based solution approach for the mixed-model assembly line-balancing problem for minimizing stations and task duplication costs. **European Journal of Operational Research**, 1 Outubro 2006. 492-508.
- DESSOUKY, M. M.; ADIGA, S.; PARK, K. Design and scheduling of flexible assembly lines for printed circuit boards. **International Journal of Production Research** , 1 Dezembro 1995. 757-775.
- DOLGUI, A.; PROTH, J.-M. Outsourcing: definitions and analysis. **International Journal of Production Research** , p. 6769-6777, 2013.
- DONNINI, N.; MAGATÃO, L.; RODRIGUES, L. C. D. A. Balanceamento de uma linha de montagem de bancos de automóveis com Buffer intermediário usando Programação Linear Inteira Mista. **SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, p. 72-83, 2010.
- EREL, E.; SARIN, S. C. A survey of the assembly line balancing procedures. **Production Planning & Control: The Management of Operations**, p. 414-434, 1998.

FERNANDES, F. C. F. Balanceamento e Rebalanceamento de Linhas de Montagem Operadas por Grupos de Trabalho Autogerenciados. **Gestão & Produção**, São Carlos - SP, v. 7, p. 378 - 398, Dezembro 2000.

FERNANDES, F. C. F. et al. O uso da programação inteira 0-1 para o balanceamento de linhas de montagem - modelagem, estudos de caso e avaliação. **Production**, p. 210-221, 2008.

GERHARDT, Melissa Petry; FOGLIATTO, Flávio Sanson; CORTIMIGLIA, Marcelo Nogueira. **Metodologia para o balanceamento de linhas de montagem multi-modelo em ambientes de customização em massa**. 2007. 2 v. Tese (Doutorado) - Curso de Gestão da Produção, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Ufrgs, São Carlos, 2007.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GORI, R. M. **O balanceamento de uma linha de montagem seguindo a abordagem lean manufacturing**. Encontro Nacional de Engenharia de Produção, XXXII. Bento Gonçalves: [s.n.]. 2012.

KRAJEWSKI, L.; RITZMAN, L.; MALHOTRA, M. **Administração de Produção e Operações**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

MAGATÃO, L. **Mixed Integer Linear Programming and Constraint Logic Programming: Towards a Unified Modeling Framework**. Doctoral Thesis. Curitiba - PR. 2005.

MAGATÃO, L. **Pesquisa Operacional - Notas de Aula**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba - PR, p. 104. 2016.

MAGATÃO, L.; ARRUDA, L. V. R. D.; NEVES, F. **Otimização das Operações de um Poliduto Através de Programação Linear Inteira Mista**. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Campos do Jordão: [s.n.]. 2001.

MOODIE, C. L.; YOUNG, H. H. **A heuristic method of assembly line balancing for assumptions of constant or variable work element times**. The Journal of Industrial Engineering, v. 16, p. 23-29, 1965.

MORTIMER, A. A lean route to manufacturing survival, Manchester, v. 26, p. 265 - 272, 2006.

PEINADO, J.; GRAEML, A. R. **Administração da produção (Operações Industriais e de serviços)**. Curitiba: Unicenp, 2007.

PUCCINI, A. D. L. **Introdução à programação linear**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A, 1972.

RITZMAN, P. L.; KRAJEWSKI, L. J. **Administração da Produção e Operções**. São Paulo: Pearson Education, 2004.

SAIF, U. et al. A survey on assembly lines and its types. **Frontiers of Mechanical Engineering**, p. 95-105, 2014.

SIKORA, C. G. S.; LOPES, T. C.; MAGATÃO, L. Traveling worker assembly line (re)balancing problem: Model, reduction techniques, and real case studies. **European Journal of Operational Research**, 16 Junho 2017. 949-971.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNTON, R. **Administração da Produção**. São Paulo: Atlas S.a, 2009.

SUGUINOSHITA, G.; FRANÇA, M. P. **Balanceamento de linha de montagem de motores a combustão por meio de programação linear inteira mista**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba - PR, p. 96. 2017.

TAPPING, D.; LUYSTER, T.; SHUKER, T. Value Stream Management: eight steps to planning, mapping, and sustaining lean improvements. **Productivity Press**, New York, 2002. 169.

THOMOPOULOS, N. T. Line Balancing-Sequencing for Mixed-Model Assembly. **Management Science**, p. 59-75, 1967.

WILLIAMS, H. P. **Model building in mathematical programming**. 5. ed. [S.l.]: West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2013.

Apêndice B – Estatísticas Computacionais do Modelo Matemático.

Observa-se na Tabela abaixo todas as estatísticas computacionais geradas pelo solver ao simular o modelo matemático em busca da solução “ótima”.

Número de Postos de Trabalho	Variáveis Binárias	Outras Variáveis	Variáveis Totais	Restrições	Iterações	Tempo de Execução [s]
7	739	18	757	1509	8511	4,44
6	648	16	664	1338	1528	3,2
5	557	14	571	1167	34964	4,45
4	466	12	478	996	45208	4,54
7 - Minimizando as alterações	739	18	757	1509	61	3,025