

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA

CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

RODRIGO JOSÉ STACECHEN

MODELAGEM E ANÁLISE DE MECANISMOS FLEXÍVEIS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
(TCC 2 - N° de Inscrição - 32)

CURITIBA

2017

RODRIGO JOSÉ STACECHEN

MODELAGEM E ANÁLISE DE MECANISMOS FLEXÍVEIS

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso - TCC2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira

CURITIBA

2017

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa "MODELAGEM E ANÁLISE DE MECANISMOS FLEXÍVEIS", realizado pelo aluno Rodrigo José Stacechen, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof^a. Dr^a. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira
Departamento Acadêmico de Mecânica, UTFPR
Orientador

Prof. Dr. Ivan Moura Belo
Departamento Acadêmico de Mecânica, UTFPR
Avaliador

Prof. Dr. Hilbeth Parente Azikri de Deus
Departamento Acadêmico de Mecânica, UTFPR
Avaliador

Curitiba, 13 de Dezembro de 2017.

RESUMO

STACECHEN, Rodrigo José. Modelagem e Análise de Mecanismos Flexíveis. 2017. 67 f. Monografia de Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

O presente trabalho tem por objetivo descrever a análise e síntese de mecanismos flexíveis através de uma abordagem analítica. Para isso, o método do Modelo de Corpo Pseudo-Rígido é empregado, o qual modela o mecanismo flexível através de uma combinação de elos rígidos em conjunto com molas de torção que simulam a rigidez à deflexão. Deste modo, torna-se possível a análise cinemática do mecanismo flexível através das equações já conhecidas e bem fundamentadas da análise cinemática de mecanismos rígidos. Não obstante, como a deflexão de membros flexíveis do mecanismo está diretamente ligada às forças nele atuantes, é empregado em conjunto o método do trabalho virtual para que seja possível encontrar uma relação entre as forças aplicadas e o deslocamento obtido pelo mecanismo flexível. Ao longo do trabalho diversos exemplos são apresentados, visando a compreensão de cada tópico e como são aplicados à mecanismos flexíveis, finalizando com a síntese de substituição de corpo rígido, onde a partir de um mecanismo rígido encontra-se uma alternativa de mecanismo flexível que desempenha a mesma função.

Palavras-chave: Mecanismos flexíveis, corpo pseudo-rígido, trabalho virtual, síntese analítica.

ABSTRACT

STACECHEN, Rodrigo José. Modelagem e Análise de Mecanismos Flexíveis. 2017. 67 f. Monografia de Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

This study aims to describe the analysis and synthesis of compliant mechanisms using an analytic approach. For this task, the Pseudo-Rigid Body Model method is applied, which models the compliant mechanism using a combination of rigid links and torsional springs to simulate the resistance to deflection. With this method the kinematic analysis of the compliant mechanism can be made using the well known equations from the kinematic analysis of rigid mechanisms. Nevertheless, since the deflection of compliant members is directly related with the forces applied, the virtual work method is used in order to find a relation between the forces applied and the displacement caused in the compliant mechanism. Throughout this document several examples are shown in order to improve the comprehension of each topic and its application on compliant mechanism. At the end, a rigid-body replacement synthesis is performed, where a rigid mechanism is transformed in a compliant mechanism with the same function through the substitution of one of its rigid links for a compliant one.

Key-words: Compliant mechanisms, pseudo-rigid body, virtual work, analytic synthesis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Exemplo do conceito de mecanismos flexíveis aplicado a pinças	10
Figura 2 - Representação de arco e catapulta utilizando a flexibilidade para transferência de energia.....	11
Figura 3 - (a) Mecanismo flexível deslizante e (b) seu modelo de corpo pseudo-rígido	12
Figura 4 – Exemplos de mecanismos rígidos: (a) Mecanismo de Hoeken, (b) biela-manivela e (c) mecanismo de quatro barras	15
Figura 5 - Exemplos de mecanismos flexíveis: (a) Mecanismo de quatro barras, (b) biela-manivela e (c) pinça	16
Figura 6 - Exemplo de mecanismo com dois graus de liberdade.....	17
Figura 7 - Exemplo de mecanismo com um grau de liberdade.....	17
Figura 8 – Exemplo de pivô flexível ligando dois elos rígido.....	18
Figura 9 - Modelo de corpo pseudo-rígido com (a) 2 elos rígidos e (b) 4 elos rígidos.....	19
Figura 10 - Procedimento iterativo proposto por Venanzi et al (2005).....	20
Figura 11 – Localização do pivô característico em um elo pseudo-rígido	23
Figura 12 – Diferença na trajetória descrita pelos elos em função do posicionamento do pivô característico.....	23
Figura 13 – Determinação do tamanho dos elos em função de γ	24
Figura 14 - Mecanismo flexível composto por dois elos rígidos (1 e 2) e um flexível (3)	25
Figura 15 - Modelo de corpo pseudo-rígido para o mecanismo flexível apresentado na Figura 13	25
Figura 16 – Representação dos três principais tipos de elos flexíveis	27
Figura 17 – Representação simplificada de um pivô flexível	27
Figura 18 – Modelo de corpo pseudo-rígido para um pivô flexível	29
Figura 19 - (a) Viga flexível sob deflexão e (b) seu modelo de corpo pseudo-rígido.....	31
Figura 20 - Diferença entre a trajetória do elemento flexível e a trajetória do modelo de corpo pseudo-rígido	32

Figura 21 - Decomposição da força F aplicada sob um ângulo Φ	33
Figura 22 – Representação de um elo fixo-guiado flexível	36
Figura 23 – Diagrama de corpo livre para metade do elo fixo-guiado flexível	37
Figura 24 – Modelo de corpo pseudo-rígido para o elo fixo-guiado.....	37
Figura 25 - Representação do tamanho dos elos em função de γ para um elo fixo-guiado.....	38
Figura 26 – Pinça confeccionada como peça única possuindo dois segmentos flexíveis	41
Figura 27 – Representação do modelo de corpo pseudo-rígido para a pinça flexível.....	42
Figura 28 – Representação de um mecanismo de quatro barras flexível.....	45
Figura 29 – Modelo de corpo pseudo-rígido para o mecanismo de quatro barras flexível.....	46
Figura 30 – Detalhe do elo pseudo-rígido correspondente ao mecanismo de quadro barras flexível.....	47
Figura 31 - – Representação dos deslocamentos Δx e Δy para o mecanismo de quatro barras flexível.....	50
Figura 32 – Relação entre Δx e Δy durante o movimento do mecanismo de quatro barras flexível.....	51
Figura 33 – Relação entre o deslocamento Δx do mecanismo e a força necessária para causar tal deslocamento.....	53
Figura 34 – Representação do método de construção do mecanismo por síntese gráfica.....	56
Figura 35 – Mecanismo de quatro-barras obtido através da síntese gráfica	57
Figura 36 - Representação do início do método de construção do mecanismo por síntese analítica	58
Figura 37 – (a) Representação dos vetores posição para cada junta, (b) Representação final do mecanismo obtido por síntese analítica	59
Figura 38 – Representação do mecanismo rígido utilizado na síntese de substituição	60
Figura 39 – Mecanismo de quatro barras com todas as juntas substituídas por pivôs flexíveis	61
Figura 40 – Mecanismo de quatro barras flexível proposto para a síntese de substituição	62
Figura 41 – Modelo de corpo pseudo-rígido para a solução proposta na síntese de substituição	62

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
1.1	Contexto do tema.....	10
1.2	Objetivos.....	13
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
2.1	Conceitos básicos sobre mecanismos.....	14
2.1.1	Mecanismo rígido.....	14
2.1.2	Mecanismo flexível.....	15
2.1.3	Graus de liberdade de um mecanismo.....	16
2.3	Revisão da literatura.....	17
3	O MODELO DE CORPO PSEUDO-RÍGIDO.....	22
3.1	Pivô característico.....	23
3.2	Fator de raio característico.....	24
3.3	Exemplo de modelagem pseudo-rígida.....	25
4	MODELAGEM DE ELOS FLEXÍVEIS.....	28
4.1	Pivô flexível.....	28
4.1.1	Determinação do pivô característico – pivô flexível.....	29
4.1.2	Determinação da constante da mola de torção – pivô flexível.....	30
4.2	Elo fixo-pinado.....	31
4.2.1	Determinação do pivô característico – elo fixo-pinado.....	32
4.2.2	Determinação da constante da mola de torção.....	35
4.3	Elo fixo-guiado.....	37
4.3.1	Determinação do pivô característico.....	39
4.3.2	Determinação da constante da mola de torção.....	39
5	RELAÇÃO FORÇA-DESLOCAMENTO.....	40
5.1	Princípio do trabalho virtual.....	40
5.2	Aplicação do princípio do trabalho virtual.....	41
6	ANÁLISE DE MECANISMOS FLEXÍVEIS.....	46
6.1	Mecanismo flexível de quatro barras.....	46
6.1.1	Aplicação da relação força-deslocamento – mecanismo de quatro barras.....	50
7	SÍNTESE CINEMÁTICA DE MECANISMOS.....	55

7.1	Geração de função, trajetória e movimento.....	56
7.2	Síntese gráfica de mecanismos rígidos.....	56
7.3	Síntese analítica de mecanismos rígidos.....	58
7.4	Síntese de Substituição de Corpo Rígido.....	61
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	65
	REFERÊNCIAS.....	67

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto do tema

Define-se mecanismo como sendo um dispositivo mecânico capaz de transferir ou transformar movimento, força ou energia. Tradicionalmente, os mecanismos são compostos por elos rígidos que, quando conectados uns aos outros, formam pares cinemáticos que irão executar o movimento desejado. Esse tipo de mecanismo é denominado mecanismo rígido.

Na análise de mecanismos rígidos assume-se que a deflexão das partes que o compõe é desprezível quando comparada com o movimento do mecanismo. Desta forma, o movimento do mecanismo não é uma função da geometria dos elos ou das forças aplicadas, o que faz com que a análise cinemática (movimento) e cinética (forças) possa ser feita separadamente, simplificando bastante o problema.

Um outro grupo de mecanismos, denominados mecanismos flexíveis, utilizam da deflexão de membros flexíveis para armazenar energia e então liberá-la quando necessário. Todo mecanismo onde pelo menos parte do movimento é obtido pela deflexão de algum membro é classificado como flexível. Neste caso, diferente do que ocorre para os mecanismos rígidos, a deflexão causada nos membros durante o movimento deve ser considerada, visto que é o que irá proporcionar a funcionalidade do mecanismo. A Figura 1 apresenta dois exemplos de mecanismos flexíveis.

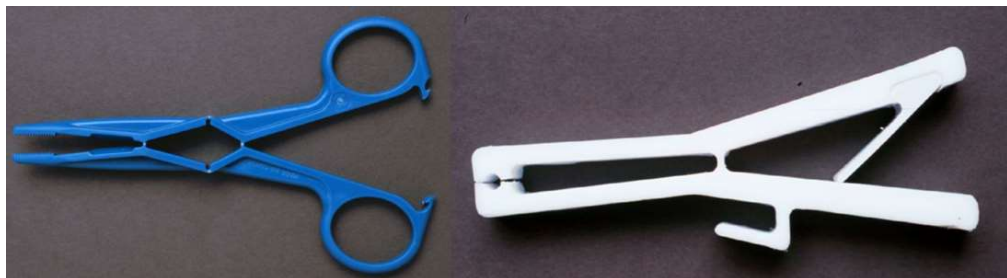


Figura 1- Exemplo do conceito de mecanismos flexíveis aplicado a pinças
Fonte: <https://compliantmechanisms.byu.edu/image-gallery/grippers>

A grande maioria dos mecanismos encontrados em máquinas e demais aplicações são rígidos, e isso se deve em muito à sua facilidade na análise e construção. Entretanto, o recente avanço no desenvolvimento de novos materiais e ferramentas computacionais, combinado com novas demandas vindas da sociedade, tem resultado em um maior interesse no estudo e utilização de mecanismos flexíveis que, em diversas aplicações, oferecem vantagens frente aos mecanismos rígidos.

Conforme comenta Howell (2001, p. 8), "o conceito do uso de membros flexíveis para armazenar energia e criar movimento tem sido utilizado há milênios. Evidências arqueológicas sugerem que arcos tem sido utilizados desde antes de 8000 AC, sendo a primeira arma e ferramenta de caça em muitas culturas". Neste caso, a energia de deformação do arco é transformada em energia cinética para a flecha. Outro exemplo são as catapultas, utilizadas pelos gregos desde o século IV AC, onde os membros de madeira acumulam energia através da sua deflexão, energia essa que então é liberada e utilizada para lançar um projétil. Ambos os casos estão ilustrados na Figura 2.

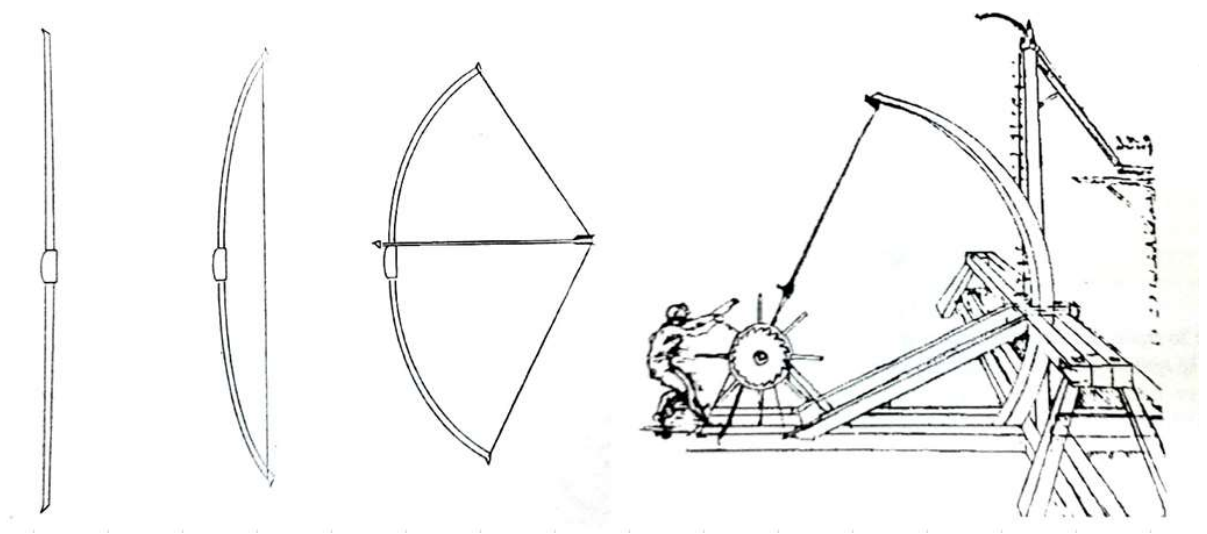


Figura 2 - Representação de arco e catapulta utilizando a flexibilidade para transferência de energia
Fonte: Howell (2001, p. 8)

Ainda que em muitas ocasiões a utilização de mecanismos flexíveis apresente vantagens, existem algumas desvantagens e desafios a serem superados para que seja possível a sua aplicação. A principal delas é a dificuldade em analisar e projetar um mecanismo flexível. No passado, muitos mecanismos deste tipo eram projetados via

tentativa e erro, o que claramente não é um método adequado para mecanismos que apresentam um grau de complexidade elevado e necessitam de confiabilidade na sua utilização.

Enquanto que nos mecanismos rígidos tradicionais a análise do movimento e a análise das forças atuantes são feitas independentemente, para os mecanismos flexíveis essa análise deve ser conjunta. Em virtude das grandes deflexões que os membros sofrem, a análise das forças não pode ser desprezada da análise do movimento. Além disso, as deflexões sofridas pelo mecanismo podem alterar a natureza do problema, tornando-o não linear.

Com base no que foi exposto nos parágrafos anteriores, fica evidente a necessidade de métodos mais adequados para a compreensão do comportamento dinâmico do mecanismo. Uma das alternativas é a utilização do modelo de corpo pseudo-rígido, cujo objetivo é simplificar a análise de sistemas que sofrem grandes deflexões. O conceito deste método, conforme explica Howell (2001, p. 135), "é modelar a deflexão de membros flexíveis usando componentes rígidos que possuam características de força-deformação equivalentes, o que permite que a análise seja realizada utilizando a teoria dos mecanismos rígidos. Além disso, a utilização do método do corpo pseudo-rígido também serve como uma primeira aproximação no projeto de mecanismos flexíveis, e a partir dela o modelo pode ser refinado com a utilização de outros métodos, com a análise de elementos finitos, a fim de otimizar o mecanismo". A Figura 3 apresenta um mecanismo flexível e sua correspondente modelagem como corpo pseudo-rígido.

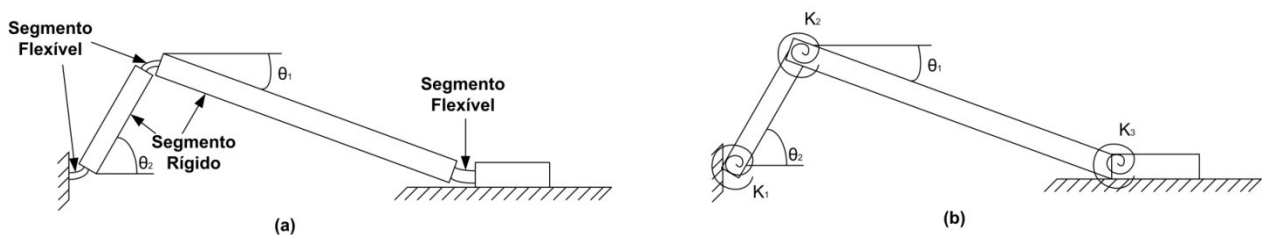


Figura 3 - (a) Mecanismo flexível deslizante e (b) seu modelo de corpo pseudo-rígido
 Fonte: <https://compliantmechanisms.byu.edu/content/intro-compliant-mechanisms>

A demanda pelo desenvolvimento de soluções que apresentem redução de custo e aumento de desempenho está presente em praticamente todos os ramos da sociedade, e isso não é diferente dentro da engenharia. Além disso, essa busca pelo aperfeiçoamento é o que move o desenvolvimento tecnológico, e permite que muitas de nossas atividades sejam executadas mais fácil e acertivamente. Ao mesmo tempo, novas ideias e demandas são criadas, em um processo contínuo que serve como combustível para que novos estudos sejam feitos e tecnologias sejam desenvolvidas.

Sendo assim, ainda que os mecanismos rígidos atendam as necessidades atuais, sabe-se que em muitos casos a utilização de mecanismos flexíveis oferece vantagens. Portanto, percebe-se aqui uma grande oportunidade de desenvolvimento e ampliação do conhecimento.

1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é descrever uma abordagem analítica para a síntese e análise cinemática de mecanismos flexíveis. Com isso, pretende-se compreender quais as principais dificuldades no projeto destes mecanismos em comparação com os mecanismos rígidos tradicionais.

Dentro deste objetivo, pretende-se utilizar o método de corpo pseudo-rígido para a análise cinemática do mecanismo flexível, comparando os resultados obtidos com dados encontrados na literatura. Além disso, busca-se encontrar uma forma de determinar a relação entre as forças exercidas em um mecanismo flexível e o deslocamento obtido.

Isso trará melhor entendimento do tema, possibilitando que trabalhos futuros abordem a modelagem de mecanismos flexíveis mais complexos ou a síntese desses mecanismos a partir de requisitos de movimento.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este tópico pretende fazer uma breve revisão de alguns conceitos importantes para a compreensão deste trabalho, assim como definir e contextualizar alguns elementos que serão recorrentes durante todo o texto.

Além disso, a revisão da literatura apresenta o que está sendo desenvolvido atualmente com relação à análise de mecanismos flexíveis e suas aplicações, os avanços obtidos e diferentes técnicas utilizadas.

2.1 Conceitos básicos sobre mecanismos

Define-se mecanismo como sendo um dispositivo mecânico capaz de transferir ou transformar movimento, força ou energia.

Conforme Doughty (1988, p. 1) comenta ao introduzir o tema, embora a eletrônica tenha substituído muitos mecanismos complicados, como no caso da computação, haverá sempre a necessidade de mecanismos e máquinas enquanto produtos físicos estiverem sendo produzidos.

Os subtópicos seguintes visam introduzir rapidamente alguns conceitos que serão importantes para o entendimento deste trabalho.

2.1.1 Mecanismo rígido

Tradicionalmente, os mecanismos são compostos por elos rígidos que, quando conectados uns aos outros formam pares cinemáticos que irão executar o movimento desejado. Este tipo de mecanismo é denominado mecanismo rígido.

Além de elos, outros elementos como engrenagens e cames são comumente empregados no projeto de mecanismos rígidos. Entretanto, estes elementos não serão estudados neste trabalho, visto que se trata de uma primeira aproximação com uma nova abordagem de análise de mecanismos, e a inclusão de engrenagens e cames pode tirar

o foco e acrescentar dificuldades desnecessárias aos exemplos estudados neste primeiro momento.

As Figuras 4a a 4c são exemplos didáticos de mecanismos rígidos bidimensionais, semelhantes aos que serão utilizados como exemplos no decorrer deste trabalho.

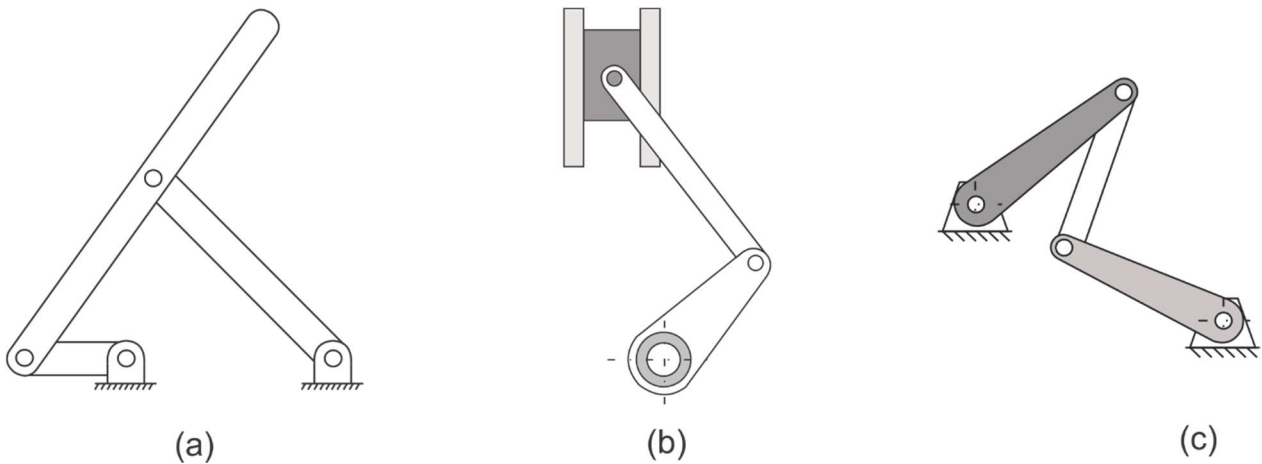


Figura 4 – Exemplos de mecanismos rígidos: (a) Mecanismo de Hoeken, (b) biela-manivela e (c) mecanismo de quatro barras
Fonte: Howell (2001, p.277), Norton (2010, p.228)

2.1.2 Mecanismo flexível

É considerado um mecanismo flexível todo aquele que possui ao menos um elo flexível em sua estrutura.

Em geral, mecanismos flexíveis são compostos por um menor número de componentes, o que proporciona uma redução no peso e tempo de montagem do mecanismo, ao mesmo tempo que reduz o desgaste e necessidade de lubrificação, visto que possuem menos juntas móveis. Não obstante, vibrações e ruídos também são minimizados. Possuindo menos componentes, a precisão do mecanismo é melhorada, pois são eliminadas possíveis folgas entre partes de uma montagem, as quais sempre existem por menor que sejam as tolerâncias.

Mesmo com todas as vantagens apontadas, por muito tempo os mecanismos flexíveis foram preteridos pelos mecanismos rígidos, e o principal motivo disso está na dificuldade na análise das relações força-deslocamento, necessárias para a sua

construção. Conforme comenta Howell (2001, p.6), "a combinação de dois corpos conhecidos em um mecanismo flexível requer não apenas um conhecimento de ambos, mas também um entendimento de suas interações em uma situação complexa".

As Figuras 5a a 5c são exemplos de mecanismos flexíveis, semelhantes aos que serão utilizados como exemplos no decorrer deste trabalho.

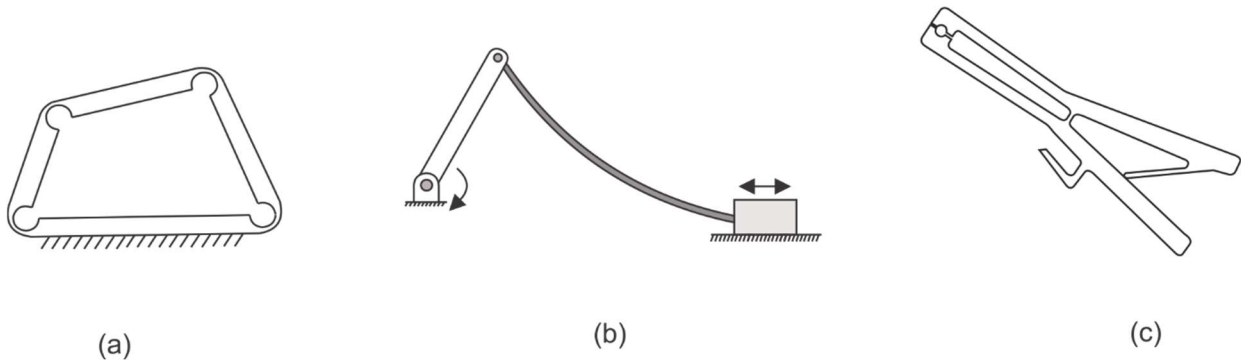


Figura 5 - Exemplos de mecanismos flexíveis: (a) Mecanismo de quatro barras, (b) biela-manivela e (c) pinça
 Fonte: Howell (2001, p.201, 221, 245)

2.1.3 Graus de liberdade de um mecanismo

O grau de liberdade de um mecanismo está ligado ao número de variáveis independentes que são necessárias para descrever o sistema. Sendo assim, se com a determinação de duas variáveis o sistema é completamente descrito, este sistema então possui dois graus de liberdade. Extrapolando esse raciocínio, um sistema que requer a determinação de n variáveis para descrever seu posicionamento é dito ter n graus de liberdade.

A Figura 6 mostra um mecanismo com 2 graus de liberdade.

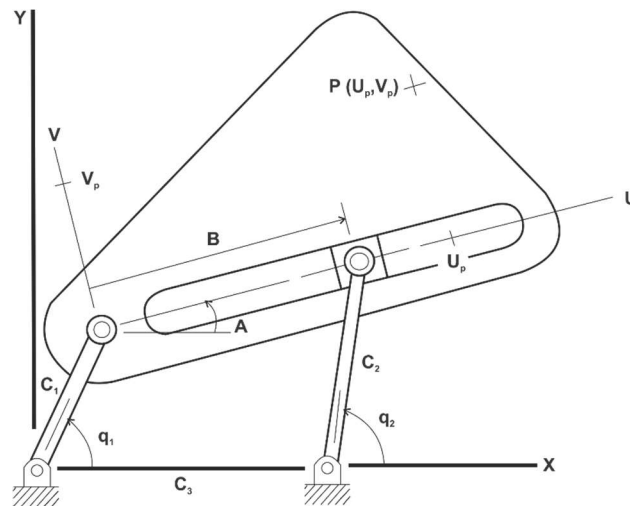


Figura 6 - Exemplo de mecanismo com dois graus de liberdade
Fonte: Doughty (1988, p. 86)

Já a Figura 7 mostra um mecanismo com apenas um grau de liberdade. Nota-se que com a determinação da variável q , que é o ângulo entre o elo R e o eixo X , o sistema como um todo fica definido.

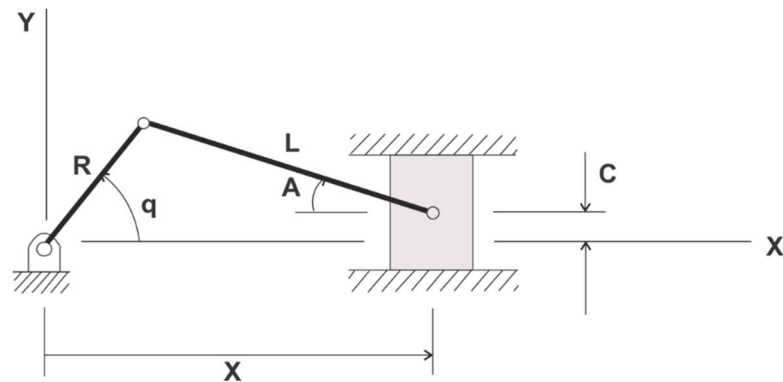


Figura 7 - Exemplo de mecanismo com um grau de liberdade
Fonte: Doughty (1988, p. 23)

2.3 Revisão da literatura

Já foi mencionado que com o avanço proporcionado pela engenharia de materiais, juntamente com o desenvolvimento e facilidade de acesso à ferramentas computacionais, a análise e construção de mecanismos flexíveis tem se tornando cada vez mais uma realidade. Entretanto, diferente dos mecanismos rígidos que possuem uma estrutura de

análise consolidada, no campo dos mecanismos flexíveis muito ainda há para ser estudado e desenvolvido.

São poucas ainda as referências à mecanismos flexíveis em livros dedicados ao estudo de mecanismos em geral. Norton (2010, p. 83) dedica um breve tópico definindo e exemplificando os mecanismos flexíveis, onde comenta que tais mecanismos têm sido usados há muitos anos (arco e flecha, cortador de unha, cliques, por exemplo), mas novas aplicações foram descobertas no século XX, em parte devido à disponibilidade de novos materiais e modernos processos de manufatura.

Lobontiu (2003) publicou um livro dedicado especificamente ao projeto de mecanismos flexíveis utilizando pivôs flexíveis, que são regiões flexíveis de menor seção transversal entre dois elos rígidos, e que fazem o papel de juntas no mecanismo, conforme ilustrado na Figura 8. Entretanto, não são englobados outros tipos de elos flexíveis, como por exemplo elos fixo-guiados ou fixo-pinados.

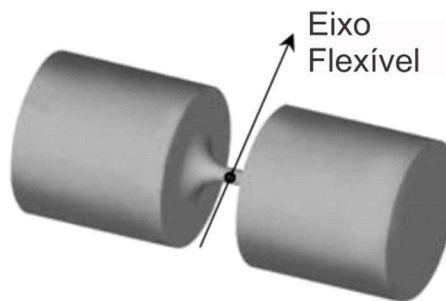


Figura 8 – Exemplo de pivô flexível ligando dois elos rígido
Fonte: Lobontiu (2003, p. 4)

Uma grande contribuição ao estudo e projeto de mecanismos flexíveis é o trabalho de Howell (2001), o qual contém uma longa introdução ao tema, desde o seu conceito histórico, passando pela abordagem do modelo de corpo pseudo-rígido, análise e síntese de mecanismos flexíveis. Esta é a principal referência utilizada neste trabalho.

Ainda que a publicação de livros sobre o tema seja escassa, é possível encontrar um bom número de artigos científicos e demais publicações acadêmicas tratando de mecanismos flexíveis. A seguir, seguem alguns exemplos do que tem sido abordado recentemente nesta área.

Deshmukh et al (2014) realizaram a análise de um mecanismo de quatro barras utilizando o método do corpo pseudo-rígido, cujos resultados foram então comparados com dados obtidos via análise de elementos finitos. Além disso, foi realizado um experimento utilizando um micromecanismo flexível de quatro barras, construído em aço carbono, com um atuador de precisão realizando deslocamentos da ordem de 40 a 200 μm . Os métodos de corpo pseudo-rígido e elementos finitos foram testados utilizando valores de força variando de 0,1 N a 10 N. Os resultados apresentados mostram valores bastante próximos para os dois métodos, porém com um pequeno e constante erro de 4,5118%, o que indica a necessidade de uma correção no modelo. Quando comparados com os valores experimentais obtidos com o micromecanismo flexível, os dados analisados por elementos finitos também apresentaram uma boa correlação.

Yu et al (2012) analisaram a deflexão de uma viga engastada utilizando o método de corpo pseudo-rígido modelado com três elos rígidos e duas molas de torção. Em seguida tal modelo foi comparado com outros dois modelos: com dois e quatro elos rígidos, conforme ilustra a Figura 9. Os modelos foram testados para o caso de uma viga com momento aplicado na extremidade livre, e também para o caso de uma viga sob aplicação de momento e força. Em ambos os casos, o resultado final mostrou que o modelo com três elos rígidos apresenta uma precisão bastante superior ao modelo de dois elos rígidos, enquanto que o tempo computacional gasto é significativamente menor que o modelo de quatro elos rígidos, o qual possui uma quantidade muito maior de variáveis em sua construção.

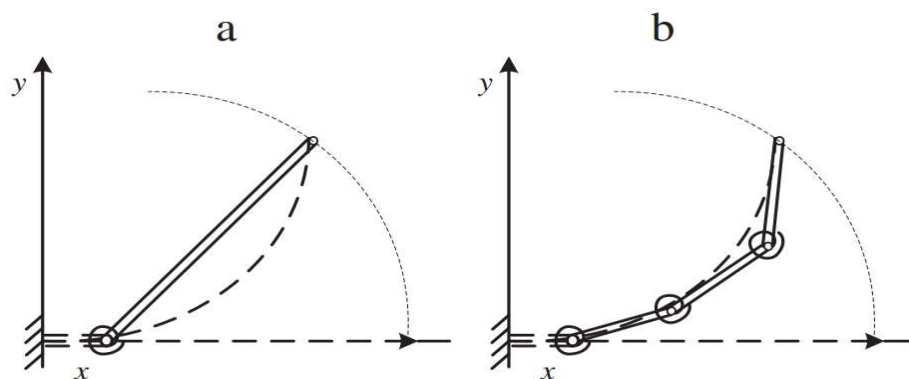


Figura 9 - Modelo de corpo pseudo-rígido com (a) 2 elos rígidos e (b) 4 elos rígidos
Fonte: Yu et al (2012, p. 2)

Chen (2010) utilizou o método integral para analisar uma viga engastada sob deflexão. O método é apresentado para vários tipos de carregamento: carga concentrada na extremidade livre, carga distribuída sobre a viga, carga concentrada e distribuída e carga concentrada para diferentes seções transversais da viga. As equações desenvolvidas através do método proposto foram solucionadas utilizando análise numérica, e os resultados obtidos foram satisfatoriamente próximos aos da literatura consultada pelo autor.

Utilizando uma abordagem que não faz uso do método de elementos finitos, Venanzi et al (2005) propuseram uma técnica iterativa para a análise da posição de um mecanismo flexível bidimensional quando as condições de entrada são dadas. Através de análise cinemática, estática e de deflexão, executada nessa ordem de maneira iterativa, criando um bloco de repetição que somente interrompe a execução quando todas as variáveis convergem. A Figura 10 procura simplificar o entendimento do método proposto.

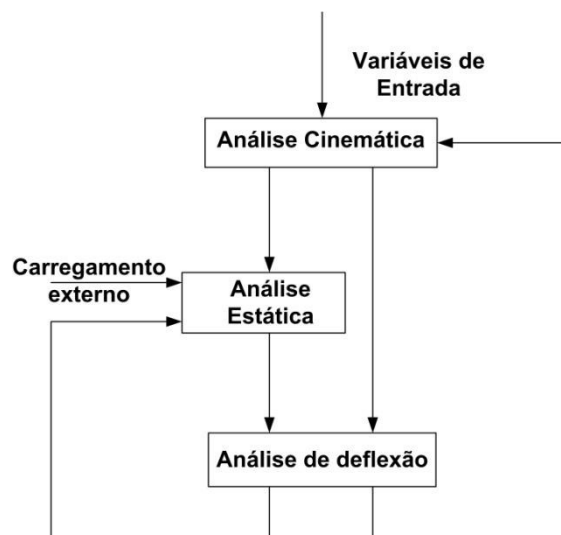


Figura 10 - Procedimento iterativo proposto por Venanzi et al (2005)

Fonte: Venanzi et al (2005, p. 5)

O método proposto é, por fim, aplicado em um mecanismo de quatro barras composto por elementos flexíveis. Todas as etapas de cálculo são apresentadas, e o resultado final é comparado com os resultados obtidos utilizando método de elementos

finitos. Essa validação mostrou que o método proposto apresenta uma solução satisfatória para a análise de mecanismos flexíveis.

Ainda que o trabalho aqui apresentado vise utilizar o método de corpo pseudo-rígido para a análise do mecanismo, é importante perceber que novas técnicas estão sendo desenvolvidas e podem ser aprimoradas, conforme visto nos trabalhos de Chen (2010) e Venanzi et al (2005).

O estado da arte do estudo de mecanismos flexíveis ainda apresenta diversos artigos que possuem um nível de complexidade alto, e que de certa forma acabam não acrescentando muito ao trabalho aqui desenvolvido. Mesmo assim, vale destacar o estudo de Pei et al (2010) que utiliza o modelo de corpo pseudo-rígido juntamente com o conceito de centro instantâneo de rotação para analisar a deflexão sofrida por uma estrutura que possui barras cruzadas transversalmente em sua construção. Destaque também para Chen (2011), o qual utiliza o método de enxame de partículas para otimizar a solução encontrada pelo método do corpo pseudo-rígido para um determinado mecanismo flexível.

3 O MODELO DE CORPO PSEUDO-RÍGIDO

O método do modelo de corpo pseudo-rígido foi desenvolvido visando simplificar a análise de mecanismos flexíveis, substituindo os elos flexíveis do mecanismo por elementos rígidos que simulam o seu comportamento. Desta forma, o mecanismo pode ser estudado através das equações já desenvolvidas e bastante conhecidas da análise de mecanismos rígidos. Segundo Yu et al. (2012), "foi o trabalho pioneiro de Burns e Crossley que, em 1968, deu início à análise da deflexão de membros flexíveis utilizando um modelo de corpo pseudo-rígido".

Um elo pseudo-rígido é a representação de um elo flexível através de uma combinação de elos rígidos e mola de torção. Não existe um número determinado de elos rígidos que devem ser utilizados para a representação do modelo, porém o ideal é utilizar o menor número possível de elementos rígido, visando a simplificação do modelo. Deve-se, portanto, existir um balanço entre a precisão necessária em representar a realidade e a capacidade analítica disponível para solucionar o problema.

Considerando que a complexidade da solução aumenta juntamente com o aumento no número de elos rígidos utilizados no modelo e, tendo em vista que os exemplos a serem apresentados neste trabalho são simples e visam uma primeira aproximação com o novo método de análise, em todas as situações os elos flexíveis serão modelados com a utilização de apenas dois elos rígidos e uma mola de torção.

3.1 Pivô característico

No método do modelo de corpo pseudo-rígido, quando o elo flexível é substituído por elos rígidos, chama-se pivô característico o ponto onde os elos rígidos estão ligados e, por consequência, será também o ponto onde a mola de torção será posicionada para simular a resistência à deflexão. Como exemplo, tem-se a Figura 11.

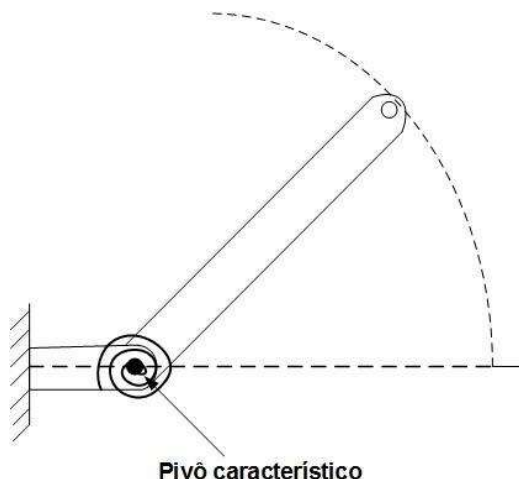


Figura 11 – Localização do pivô característico em um elo pseudo-rígido
 Fonte: Adaptado de Howell (2001, p. 146)

Conforme exemplificado pela Figura 12, a posição do pivô característico irá influenciar o movimento descrito pelo elo pseudo-rígido e, portanto, seu posicionamento não é aleatório. A localização do pivô característico deve ser devidamente obtida para que o modelo de corpo pseudo-rígido descreva da maneira mais precisa possível o movimento do mecanismo flexível. Para isso, é necessário determinar corretamente o valor do fator de raio característico, γ .

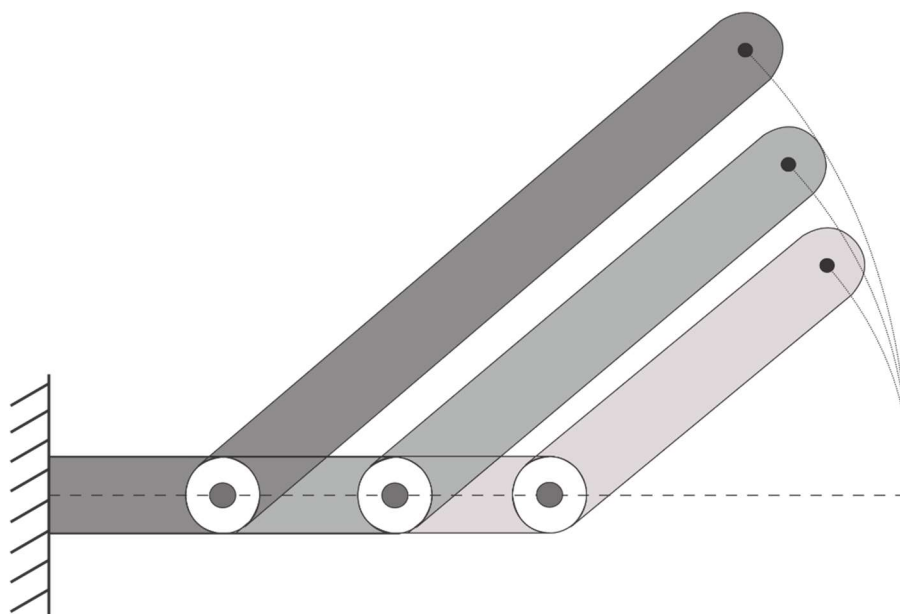


Figura 12 – Diferença na trajetória descrita pelos elos em função do posicionamento do pivô característico
 Fonte: Autor

3.2 Fator de raio característico

O fator de raio característico, representado pela letra grega γ , pode ser entendido como uma fração que multiplica o valor do comprimento total de um elo rígido e, como consequência, determina o tamanho dos elos rígidos que irão compor o modelo pseudo-rígido. Para ilustrar esta situação, tem-se a Figura 13, onde um elo flexível de comprimento L é modelado pela junção de dois elos rígidos:

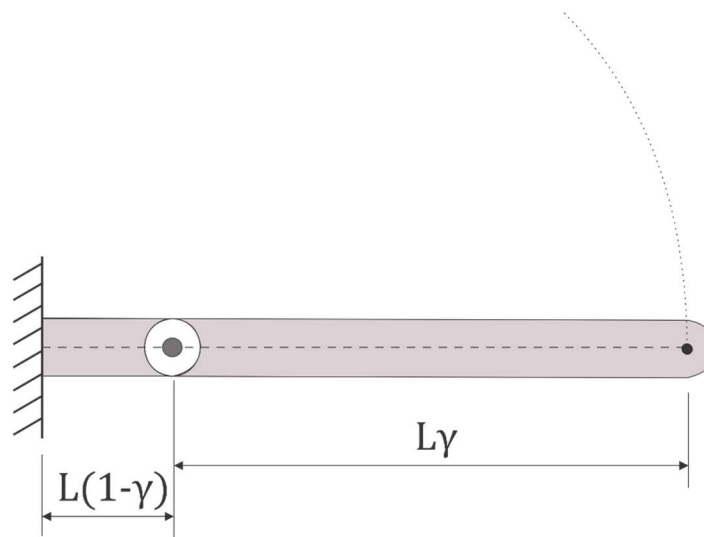


Figura 13 – Determinação do tamanho dos elos em função de γ
Fonte: Adaptado de Howell (2001, p.146)

Nota-se que o comprimento dos elos rígidos depende do comprimento do elo flexível, possuindo os seguintes valores: $L\gamma$ e $L(1-\gamma)$. Como consequência, a determinação do valor de γ irá determinar a posição do pivô característico, sendo de fundamental importância para que o movimento descrito pelo modelo pseudo-rígido se aproxime ao máximo daquele descrito pelo mecanismo flexível.

3.3 Exemplo de modelagem pseudo-rígida

Para demonstrar como o elo flexível de um mecanismo pode ser modelado como um elo pseudo-rígido, é utilizado o exemplo encontrado em Howell (2013, p. 55), representado pela Figura 14. Neste caso, os elos 1 e 2 são inteiramente rígidos enquanto o elo 3 possui um segmento rígido e um segmento flexível. Se o elo 3 fosse inteiramente

rígido, o mecanismo seria, na prática, uma estrutura. Entretanto, sendo flexível, um torque no elo 2 faz com que o mecanismo execute um movimento.

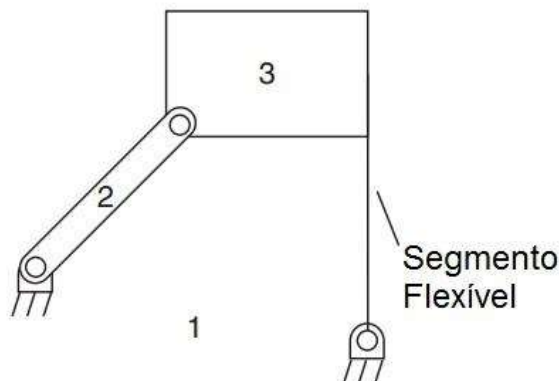


Figura 14 - Mecanismo flexível composto por dois elos rígidos (1 e 2) e um flexível (3)
Fonte: Howell (2013, p.56)

Utilizando elos rígidos conectados entre si através de juntas e uma mola de torção posicionada no pivô característico para simular a resistência do elo à deflexão, a Figura 15 representa o modelo de corpo pseudo-rígido correspondente ao mecanismo flexível da Figura 14.

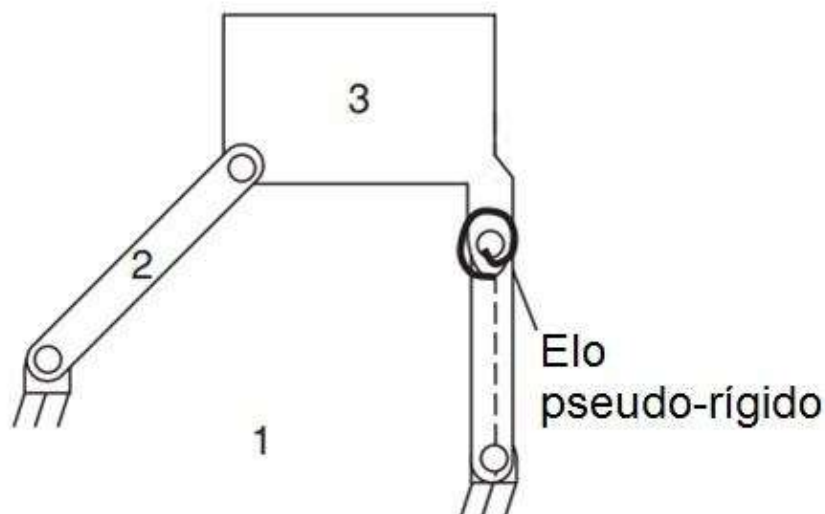


Figura 15 - Modelo de corpo pseudo-rígido para o mecanismo flexível apresentado na Figura 13
Fonte: Howell (2013, p. 56)

Analisando a Figura 15, é possível perceber que alterando a posição do pivô característico, o mecanismo irá descrever um movimento diferente. Além disso, a mola

de torção deve ter uma resistência tal que simule adequadamente a resistência à deflexão que o elo flexível possui. Portanto, para que o modelo de corpo pseudo-rígido consiga descrever de maneira satisfatória o movimento do elemento flexível, dois pontos são de grande importância: o fator de raio característico, γ , e a constante de rigidez da mola de torção, K .

Não existe um valor padrão para o fator de raio característico que seja adequado para todo modelo de corpo pseudo-rígido. Este parâmetro sofre variação de acordo com o tipo de elo e fixação, assim como a forma de carregamento a que o elo está submetido (força, momento ou torque). Sendo assim, para cada caso um valor diferente para γ será calculado inicialmente para que seja possível criar um modelo pseudo-rígido apropriado.

4 MODELAGEM DE ELOS FLEXÍVEIS

Este trabalho irá focar em 3 tipos específicos de elos flexíveis, sendo eles:

- Pivô flexível (Figura 16a);
- Elo fixo-pinado (Figura 16b);
- Elo fixo-guiado (Figura 16c).

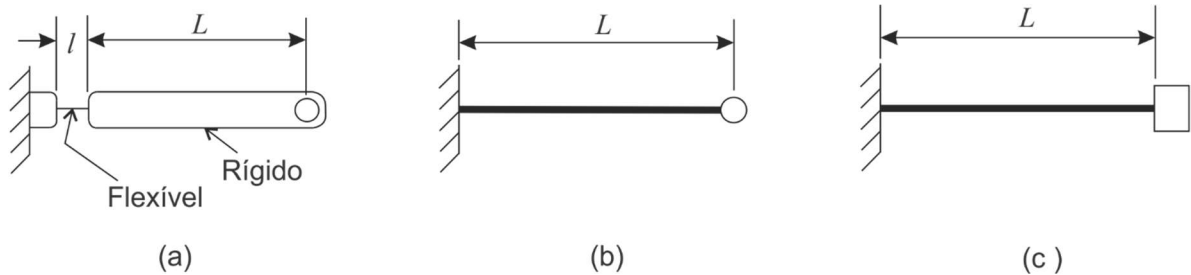


Figura 16 – Representação dos três principais tipos de elos flexíveis: (a) Pivô flexível, (b) Elo fixo-pinado e (c) Elo fixo-guiado
Fonte: Howell et al (2004, p. 2)

Nos tópicos seguintes a determinação do fator de raio característico e da constante de rigidez da mola de torção serão explicados para cada um dos três tipos de elos flexíveis, sob determinados carregamentos.

4.1 Pivô flexível

O primeiro elemento a ser estudado é composto por dois segmentos, conforme pode ser observado na Figura 17. O elo em questão é um corpo único, porém sofre uma redução na sua área de seção transversal em determinado ponto, fazendo com que o segmento de menor área transversal seja flexível, enquanto que o restante do corpo é rígido.

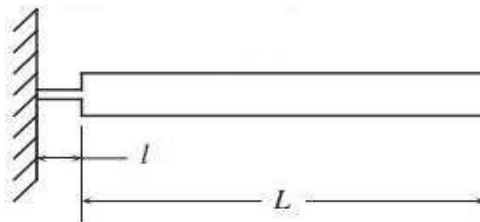


Figura 17 – Representação simplificada de um pivô flexível
Fonte: Howell (2001, p. 140)

Outro ponto importante neste tipo de elo é que o comprimento do segmento flexível deve ser muito menor do que o comprimento do segmento rígido, ou seja:

$$L \gg l \quad (1)$$

Segundo Howell (2001, p. 136), L é normalmente 10 ou mais vezes maior que l . Assim, vale ressaltar que a Figura 17 não está em escala, apresentando o segmento flexível com um comprimento maior para facilitar a visualização e explicação do problema.

Uma consequência da expressão anterior, considerando que ambos os segmentos do elo possuem o mesmo módulo de elasticidade E , é:

$$(EI)_L \gg (EI)_l \quad (2)$$

onde I é o momento de inércia, que é função das dimensões da seção transversal da barra. Como o segmento menor possui área de seção transversal menor, a relação (2) é válida.

Pelo método do corpo pseudo-rígido é possível modelar este elo flexível com dois elos rígidos unidos em um determinado ponto (pivô característico), onde também está localizada a mola de torção que irá simular a resistência à deflexão do elo flexível.

4.1.1 Determinação do pivô característico – pivô flexível

Para este caso não é necessário calcular um valor para o fator de raio característico, γ , pois considera-se a localização do pivô característico como sendo o ponto médio do comprimento do segmento menor, ou seja, a uma distância $l/2$ a partir da fixação. Esta consideração é válida pois a deflexão θ ocorre apenas no segmento flexível, o qual possui um comprimento muito menor quando comparado com o segmento rígido. A Figura 18 mostra a representação do modelo de corpo pseudo-rígido para este elo, considerando a aplicação de uma força seguidora F na sua extremidade livre.

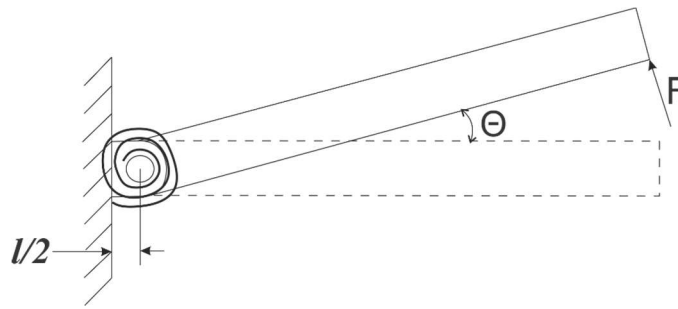


Figura 18 – Modelo de corpo pseudo-rígido para um pivô flexível
 Fonte: Adaptado de Howell (2001, p.141)

4.1.2 Determinação da constante da mola de torção – pivô flexível

A resistência à deflexão do elo flexível é modelada usando uma mola de torção posicionada no ponto do pivô característico, e cuja constante de rigidez é representada por K . Sendo assim, o torque necessário para deformar a mola de um ângulo θ é:

$$T = K\theta \quad (3)$$

A equação de Euler-Bernoulli indica que momento é proporcional à curvatura da viga, sendo dada por:

$$M = EI \frac{d\theta}{dl} \quad (4)$$

onde M é o momento, E é o módulo de elasticidade do material, I é o momento de inércia, e $d\theta/dl$ é a taxa de variação da deflexão angular ao longo da viga.

Considerando uma barra de comprimento L , fazendo a integração da equação de Bernoulli-Euler de 0 a L (todo o comprimento da viga), obtém-se:

$$\theta = \frac{ML}{EI} \quad (5)$$

$$M = \frac{\theta EI}{L} \quad (6)$$

Comparando as equações (3) e (6), fazendo $T = M$ e $\theta = \theta$, resulta em:

$$K\theta = \frac{\theta EI}{L} \quad (7)$$

Consequentemente, a constante de rigidez da mola de torção é dada por:

$$K = \frac{EI}{L} \quad (8)$$

Nota-se que a constante de rigidez é função apenas do material e da geometria do elo estudado.

4.2 Elo fixo-pinado

A Figura 19a mostra um exemplo de elo fixo-pinado com uma força F atuando em sua extremidade livre. Diferentemente do elo apresentado anteriormente, neste caso o segmento como um todo é flexível e, dependendo da magnitude da força aplicada, a deflexão pode ser grande o bastante a ponto de tornar o problema não-linear. Ainda assim, o modelo de corpo pseudo-rígido pode ser utilizado neste caso nas fases iniciais do projeto de um mecanismo flexível.

A Figura 19b apresenta o correspondente modelo de corpo pseudo-rígido para o elo fixo-pinado.

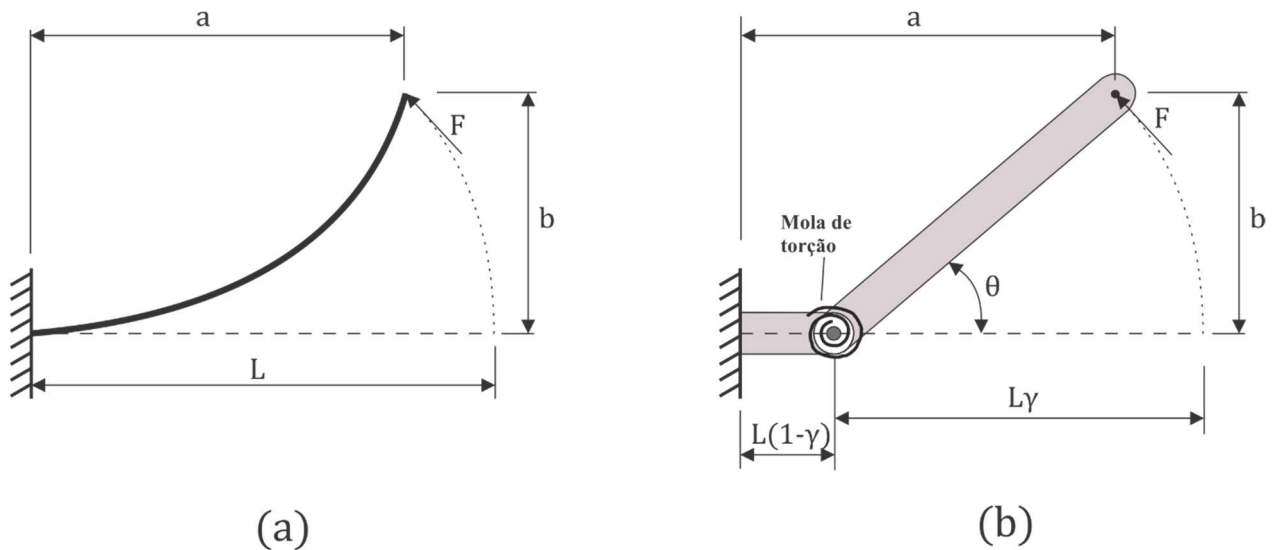


Figura 19 - (a) Viga flexível sob deflexão e (b) seu modelo de corpo pseudo-rígido
Fonte: Howell (2013, p. 57)

4.2.1 Determinação do pivô característico – elo fixo-pinado

Diferente do caso anterior, onde o pivô característico é posicionado no ponto médio do segmento flexível, para o elo fixo-pinado a sua localização é determinada pelo fator de raio característico, γ . Considerando que o elo flexível possui comprimento L , o produto γL , chamado raio característico, irá determinar o tamanho do elo no modelo de corpo pseudo-rígido.

Em um elo fixo-pinado, a determinação do valor apropriado para o fator de raio característico considera um erro máximo aceitável na trajetória do elo pseudo-rígido, ou seja, até que ponto é admissível a diferença entre a trajetória do elo flexível e a trajetória do elo pseudo-rígido. A Figura 20 exemplifica esta diferença entre as trajetórias do elo flexível e do elo pseudo-rígido.

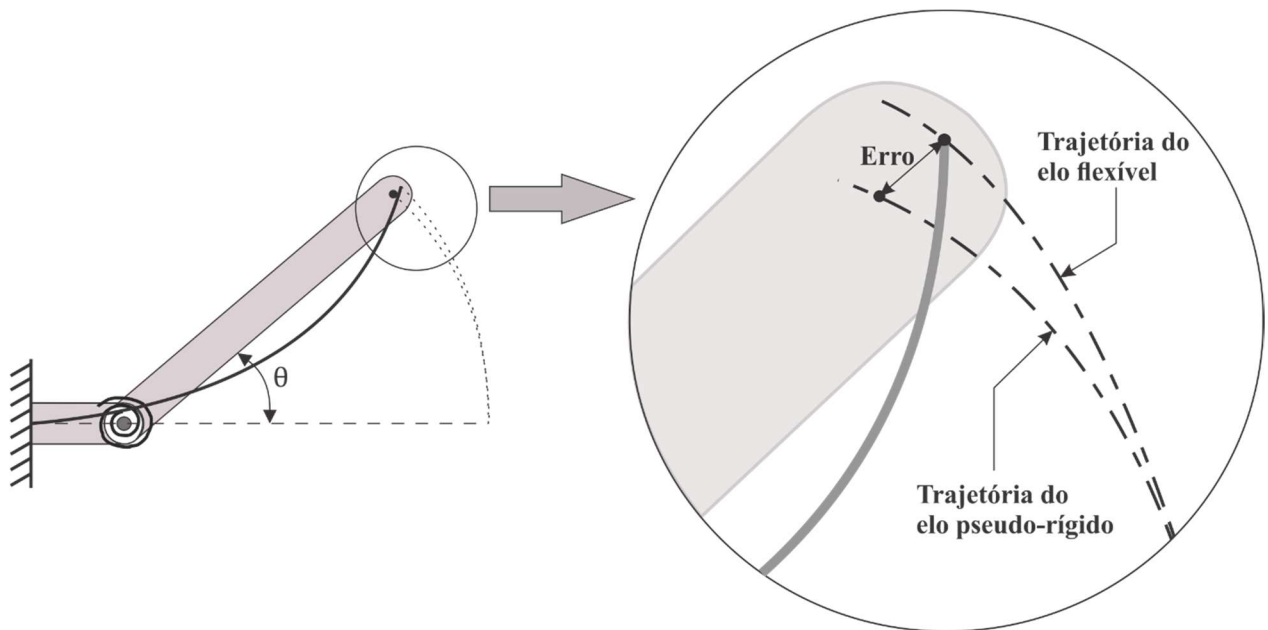


Figura 20 - Diferença entre a trajetória do elemento flexível e a trajetória do modelo de corpo pseudo-rígido
 Fonte: Autor

Um problema que resulta desta abordagem é a necessidade de se conhecer a trajetória do elo flexível para poder verificar se o elo pseudo-rígido atende o modelo de maneira satisfatória. Considerando isso, Howell (2001) realizou estudos para avaliar o valor do fator de raio característico ideal para vários casos onde um elo fixo-pinado possui uma força agindo na sua extremidade livre. O elo flexível e seu modelo de corpo pseudo-rígido utilizados no estudo são os mesmos representados nas Figuras 19a e 19b, respectivamente.

Este estudo foi realizado para diversos ângulos de atuação da força F na extremidade livre do elo flexível. Conforme mostra a Figura 21, a força F pode ser decomposta em uma componente tangencial, P , e uma componente axial, nP .

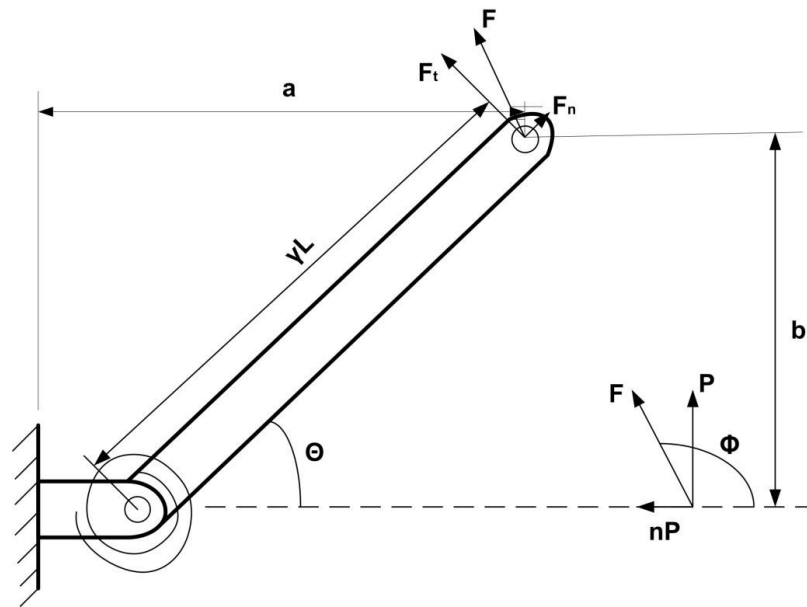


Figura 21 - Decomposição da força F aplicada sob um ângulo Φ
 Fonte: Howell (2001, p. 153)

Com isso, tem-se a seguinte relação:

$$F = P\sqrt{n^2 + 1} \quad (9)$$

e o ângulo ϕ de aplicação da força é:

$$\phi = \text{arctg} \frac{1}{-n} \quad (10)$$

Toda essa análise levou a uma série de resultados, os quais são apresentados na Tabela 1. Nesta tabela estão os valores ideais do fator de raio característico para vários valores do ângulo de aplicação da força, sendo que o erro considerado para a diferença dos deslocamentos entre o elo flexível e o elo pseudo-rígido foi de 0,5%.

Tabela 1 – Valores para o fator de raio característico para diferentes ângulos de aplicação da força Φ

Φ (graus)	n	γ
33,7	-1,5	0,8796
45,0	-1,0	0,8707
64,3	-0,5	0,8612
90,0	0,0	0,8517
116,6	0,5	0,8430
135,0	1,0	0,8360
146,3	1,5	0,8311

Fonte: Adaptado de Howell (2001)

Nota-se que o valor do fator do raio característico γ não apresenta grande diferença para uma variedade de ângulos de aplicação da força. Assim, o valor de γ é aproximado utilizando um valor médio para uma determinada faixa de ângulos:

$$\gamma_{\text{m\u00e9dio}} = 0,85 \quad \text{para } 146,3^\circ < \Phi < 33,7^\circ \text{ ou } -1,5 < n < 1,5 \quad (11)$$

4.2.2 Determina\u00e7\u00e3o da constante da mola de tor\u00e7\u00e3o

Aqui ser\u00e3o introduzidos dois termos: o coeficiente de rigidez, K_θ , e a constante de rigidez da mola de tor\u00e7\u00e3o, K . Estes termos, semelhantes tanto no nome quanto na simbologia utilizada, est\u00e3o relacionados pela seguinte express\u00e3o:

$$K = \gamma K_\theta \frac{EI}{L} \quad (12)$$

onde:

γ \u00e9 o fator de raio caracter\u00edstico;

E \u00e9 o m\u00f3dulo de elasticidade do material do elo flex\u00edvel;

I \u00e9 o momento de in\u00e9rcia do elo flex\u00edvel;

L \u00e9 o comprimento total do elo flex\u00edvel.

Semelhante com o que foi feito para o fator de raio característico, Howell (2011) realizou estudos para determinar o valor ideal do coeficiente de rigidez, K_θ , para diversos ângulos de atuação de uma força aplicada na extremidade livre de um elo pseudo-rígido fixo-pinado. Os resultados encontrados estão disponíveis na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores para o coeficiente de rigidez para diferentes ângulos de aplicação da força Φ

Φ (graus)	n	K_θ
33,7	-1,5	2,78081
45,0	-1,0	2,72816
64,3	-0,5	2,69320
90,0	0,0	2,67617
116,6	0,5	2,63744
135,0	1,0	2,61259
146,3	1,5	2,59289

Fonte: Adaptado de Howell (2001)

Através de análise dimensional, Howell (2001) determinou a seguinte relação linear:

$$K_\theta \theta = \frac{F_t L^2}{EI} \quad (13)$$

onde:

θ é o ângulo de deslocamento do elo pseudo-rígido;

F_t é a força tangencial atuando no elo pseudo-rígido.

O torque na mola de torção, pode ser expresso por:

$$T = F_t(\gamma L) = K\theta \quad (14)$$

Com isso, rearranjando e igualando as equações (13) e (14), chega-se à expressão para a determinação da constante de rigidez da mola de torção em um elo fixo-pinado.

$$K = \gamma K_\theta \frac{EI}{L} \quad (15)$$

Observa-se na Tabela 2 que a variação entre o menor e o maior valor do coeficiente de rigidez para os diversos ângulos de força é de aproximadamente 0,2. Sendo assim, Howell (2001) estabelece um valor médio para o coeficiente de rigidez K_θ para uma determinada faixa de ângulos:

$$K_{\theta_{\text{médio}}} = 2,68 \quad \text{para } 33,7^\circ < \Phi < 146,3^\circ \text{ ou } -1,5 < n < 1,5 \quad (16)$$

4.3 Elo fixo-guiado

A Figura 22 apresenta um exemplo de elo fixo-guiado flexível, onde uma das extremidades do elo está fixa enquanto a outra é guiada, de forma que o ângulo desta extremidade do elo é mantido constante. Em virtude desta necessidade do ângulo ser mantido constante, um momento resultante M_0 está presente nesta extremidade.

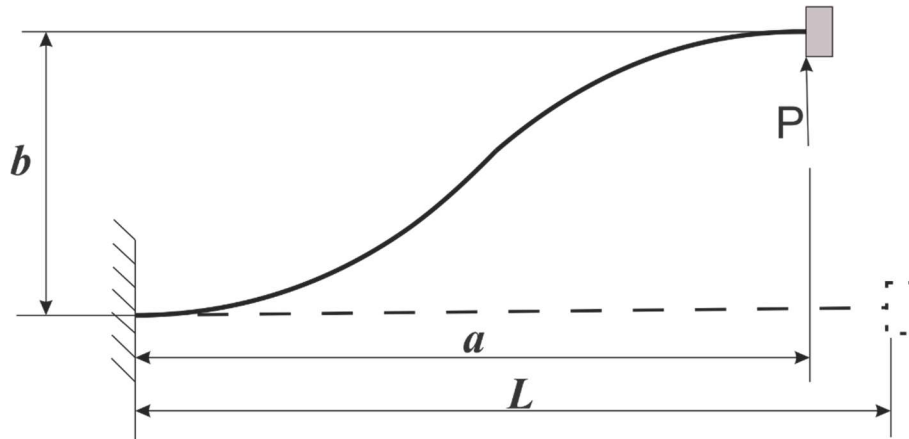


Figura 22 – Representação de um elo fixo-guiado flexível
Fonte: Adaptado de Howell (2001, p. 163)

Quando este elo sofre deformação, seu formato deformado é dito antissimétrico na sua linha de centro. Com isso, tem-se que a deflexão angular θ do elo no ponto médio é máxima e, conseqüentemente, a derivada de θ em relação comprimento total L é nula neste ponto.

Uma simplificação da equação de Bernoulli-Euler expressa que o momento é diretamente proporcional à $d\theta/dL$:

$$M = EI \frac{d\theta}{dL} \quad (17)$$

Sendo assim, o momento é nulo no ponto médio do comprimento do elo e, conseqüentemente o diagrama de corpo livre de metade do elo flexível pode ser representado conforme a Figura 23.

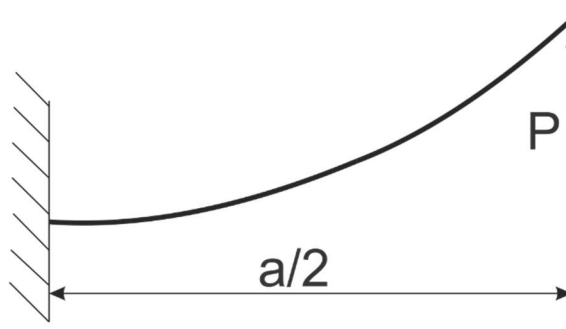


Figura 23 – Diagrama de corpo livre para metade do elo fixo-guiado flexível
Fonte: Adaptado de Howell (2001, p. 163)

Nota-se que modelo de corpo pseudo-rígido para o meio elo representado na Figura 23 é o mesmo que foi discutido no tópico anterior, para o caso do elo fixo-pinado. Sendo assim, o modelo de corpo pseudo-rígido para o segmento inteiro pode ser obtido através da combinação de duas metades antissimétricas, conforme representado na Figura 24.

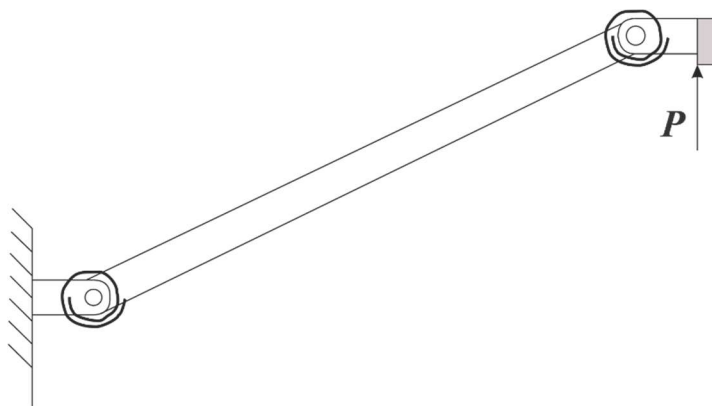


Figura 24 – Modelo de corpo pseudo-rígido para o elo fixo-guiado
Fonte: Adaptado de Howell (2001, p. 163)

4.3.1 Determinação do pivô característico

Como foi observado que o elo fixo-guiado pode ser representado pela combinação de dois elos fixo-pinados antissimétricos, a determinação do fator de raio característico é análoga ao caso fixo-pinado. Desta forma, o valor de γ é tabelado, e para uma força agindo paralela ao eixo de movimento da extremidade guiada tem-se $\pi=0$ e conseqüentemente $\gamma = 0,85$. A Figura 25 mostra uma representação das dimensões do elo pseudo-rígido com base no fator de raio característico.

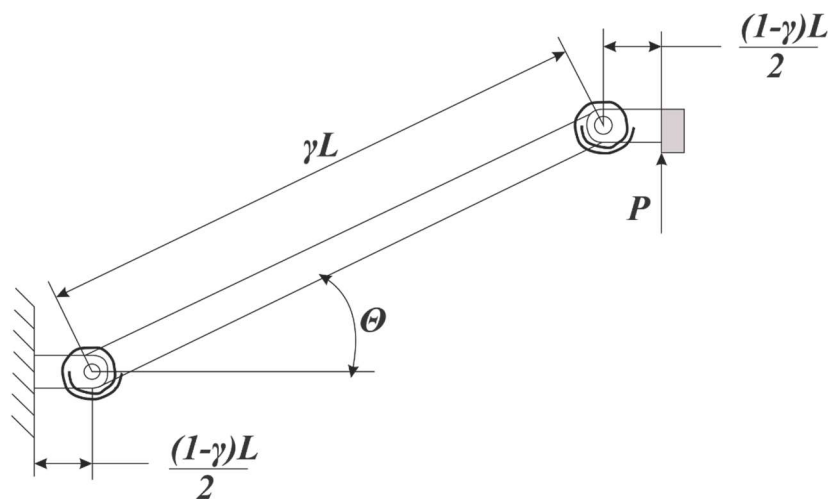


Figura 25 - Representação do tamanho dos elos em função de γ para um elo fixo-guiado
Fonte: Adaptado de Howell (2001, p. 163)

4.3.2 Determinação da constante da mola de torção

Assim como no caso do elo fixo-pinado, aqui Howell (2001, p.164) com o auxílio da análise dimensional chegou à seguinte relação:

$$K = 2\gamma K_{\theta} \frac{EI}{L} \quad (18)$$

Como aqui cada mola é duas vezes mais rígida que no caso do elo fixo-pinado, e considerando que o modelo emprega duas molas, tem-se que o elo fixo-guiado é quatro vezes mais rígido que um elo fixo-pinado de mesmo comprimento.

5 RELAÇÃO FORÇA-DESLOCAMENTO

Diferentemente do que ocorre em mecanismos rígidos, o movimento de um mecanismo flexível depende da localização e magnitude das forças aplicadas. Sendo assim, quando o modelo de corpo pseudo-rígido é construído para um determinado mecanismo flexível, busca-se simplificar a análise para encontrar a relação entre a força aplicada e o deslocamento obtido.

Para determinar a relação força-deslocamento, será utilizado o princípio do trabalho virtual. Este não é o único método disponível para calcular esta relação, porém, conforme indica HOWELL (2001, p. 220), se o que se pretende encontrar é o deslocamento ou força relativa à aplicação de uma força ou deslocamento, respectivamente, o princípio do trabalho virtual geralmente é o mais simples para efetuar a análise.

5.1 Princípio do trabalho virtual

De uma maneira simples, o princípio do trabalho virtual determina que, se um sistema está em equilíbrio, então o trabalho virtual total realizado por todas as forças ativas no sistema é nulo. Como o próprio nome sugere, este trabalho não é real, sendo um caso hipotético de trabalho realizado por um deslocamento virtual a partir do estado de equilíbrio do sistema.

Define-se deslocamento virtual como sendo um deslocamento infinitesimal, δz , de uma partícula em decorrência da aplicação de uma força, F . De maneira análoga, para um momento aplicado, M , considera-se um deslocamento angular infinitesimal, $\delta\theta$. Com isso, temos que o trabalho virtual, δW , gerado pela aplicação de uma força e de um momento, pode ser expresso conforme as equações 19 e 20, respectivamente:

$$\delta W = \vec{F} \cdot \delta \vec{z} \quad (19)$$

$$\delta W = \vec{M} \cdot \delta \vec{\theta} \quad (20)$$

Para o modelo de corpo pseudo-rígido deve-se ainda considerar o trabalho virtual gerado pela energia potencial da mola de torção. No trabalho realizado por uma mola, sabe-se que as forças envolvidas são conservativas, ou seja, o trabalho independe da trajetória realizada e o seu valor é encontrado com base na diferença entre a energia potencial nos pontos inicial e final do sistema.

Para uma mola de torção, a expressão para a sua energia potencial, V , pode ser escrita como:

$$V = \int_{\theta_0}^{\theta} K\theta d\theta \quad (21)$$

onde K é a constante de rigidez da mola de torção, e θ é o ângulo sob o qual a mola de torção é deslocada durante o torque.

Finalmente, integrando a equação 21, obtém-se a expressão para a energia de deformação de uma mola de torção:

$$V = \frac{1}{2}K(\theta - \theta_0)^2 \quad (22)$$

Com isso, considerando que $\theta_0 = 0$, o trabalho virtual gerado pela mola de torção pode ser obtido pela diferenciação da expressão 22 em relação ao deslocamento virtual $\delta\theta$, ou seja:

$$\delta W = K\theta \delta\theta \quad (23)$$

Com isso, tem-se as equações para o trabalho virtual nos casos mais comumente encontrados nos mecanismos pseudo-rígidos que serão estudados.

5.2 Aplicação do princípio do trabalho virtual

De forma simplificada, a aplicação do trabalho virtual para a análise de um mecanismo consiste dos seguintes passos.

- Escolher uma variável principal conhecida, também denominada coordenada generalizada;
- Expressar vetorialmente as forças envolvidas;
- Descrever vetorialmente a expressão para a posição de cada força em relação à origem, e diferenciar as expressões para encontrar o deslocamento virtual;
- Expressar vetorialmente os momentos/torques envolvidos no sistema;
- Descrever vetorialmente o deslocamento angular relacionado a cada momento, e diferenciar as expressões para encontrar o deslocamento angular virtual;
- Verificar se no sistema existem fontes de energia potencial (por exemplo, a mola de torção) que não tenham sido contabilizadas anteriormente, e determinar o trabalho virtual através da diferenciação da energia potencial em relação à coordenada generalizada;
- Calcular o trabalho virtual total através da soma de todas as parcelas determinadas anteriormente (causado por forças, momentos e energia potencial);
- No equilíbrio, o trabalho virtual total é nulo. Com isso, é possível rearranjar a equação para a variável a ser determinada e, conseqüentemente, tem-se uma expressão para a relação força-deslocamento.

Para exemplificar a aplicação do princípio do trabalho virtual, será apresentado o exemplo descrito por Howell (2001, p. 235). Neste exemplo, representado na Figura 26, tem-se uma pinça flexível confeccionada como uma única peça, ou seja, não há nenhum tipo de montagem ou encaixe, e o seu movimento é realizado pela deflexão dos seus elos e juntas.

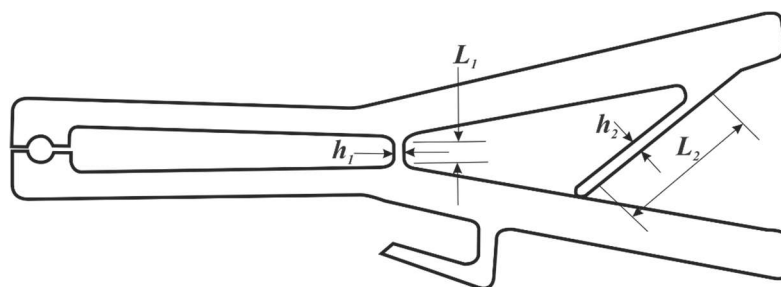


Figura 26 – Pinça confeccionada como peça única possuindo dois segmentos flexíveis
Fonte: Howell (2001, p. 235)

Nota-se que nesta pinça há dois elos flexíveis, de comprimento L_1 e L_2 e espessura h_1 e h_2 , respectivamente. O modelo de corpo pseudo-rígido correspondente à esta pinça está representado na Figura 27.

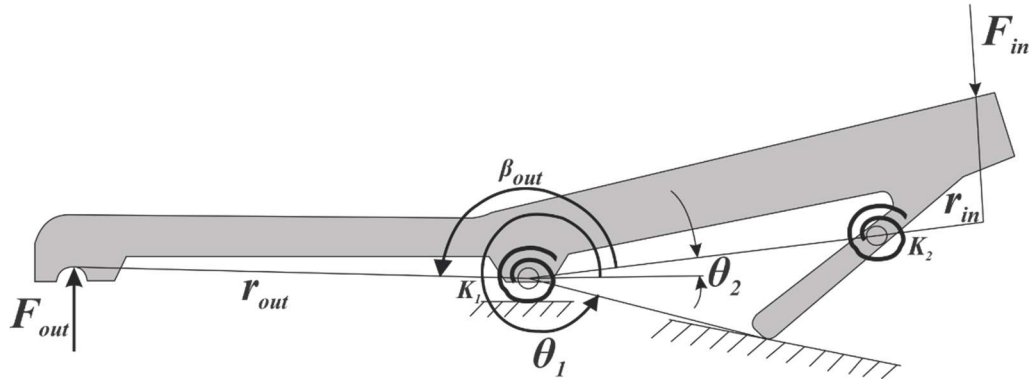


Figura 27 – Representação do modelo de corpo pseudo-rígido para a pinça flexível
Fonte: Howell (2001, p. 235)

Neste exemplo, busca-se encontrar a força resultante na ponta da pinça (F_{out}), com base na força aplicada (F_{in}) e nos ângulos sob os quais o torque é aplicado nas molas de torção. A relação força-deslocamento para este mecanismo será determinada no passo-a-passo a seguir:

- i) O ângulo θ_2 é escolhido como coordenada generalizada;
- ii) As forças aplicadas são representadas de forma vetorial por $F_{in}\hat{j}$ e $F_{out}\hat{j}$, sendo que $F_{in}\hat{j}$ possui valor negativo visto que está na direção negativa de \hat{j} .
- iii) Com o auxílio da Figura 27, observa-se que a distância da origem até a localização das forças aplicadas, expressa pelos vetores z_{in} e z_{out} , pode ser descrita pelas expressões a seguir:

$$\vec{z}_{in} = r_{in}\cos\theta_2\hat{i} + r_{in}\sin\theta_2\hat{j} \quad (24)$$

e

$$\vec{z}_{out} = r_{out}\cos(\theta_2 + \beta)\hat{i} + r_{out}\sin(\theta_2 + \beta)\hat{j} \quad (25)$$

iv) O deslocamento virtual é encontrado através da diferenciação dos vetores posição descritos no passo (iii) em relação à coordenada generalizada θ_2 , ou seja:

$$\delta \vec{z}_{in} = -r_{in} \text{sen}(\theta_2) \delta \theta_2 \hat{i} + r_{in} \text{cos}(\theta_2) \delta \theta_2 \hat{j} \quad (26)$$

e

$$\delta \vec{z}_{out} = -r_{out} \text{sen}(\theta_2 + \beta) \delta \theta_2 \hat{i} + r_{out} \text{cos}(\theta_2 + \beta) \delta \theta_2 \hat{j} \quad (27)$$

v) O trabalho virtual causado pelas forças atuantes é o produto interno do vetor força descrito no passo (ii) e o deslocamento virtual do passo (iv). Sendo assim:

$$\delta W_{in} = \vec{F}_{in} \cdot \delta \vec{z}_{in} = F_{in} r_{in} \text{cos}(\theta_2) \delta \theta_2 \quad (28)$$

e

$$\delta W_{out} = \vec{F}_{out} \cdot \delta \vec{z}_{out} = F_{out} r_{out} \text{cos}(\theta_2 + \beta) \delta \theta_2 \quad (29)$$

vi) Deve-se considerar também o trabalho virtual causado pelas molas de torção, e este pode ser encontrado considerando o trabalho feito pelo momento ou pela energia potencial. Para demonstrar ambos os métodos, o trabalho virtual da mola 1 será calculado através do momento, enquanto que o trabalho virtual da mola 2 será desenvolvido considerando a energia potencial da mola.

vii) O momento, ou torque, atuando na mola 1 pode ser expresso como:

$$\vec{T}_1 = -K_1 (\theta_2 - \theta_{2_0}) \hat{k} \quad (30)$$

onde K_1 é a constante da mola de torção 1, e θ_{2_0} é o ângulo inicial.

Este momento age através de um ângulo $\vec{\Theta}_1 = (\theta_2 - \theta_{2_0}) \hat{k}$, e portanto o deslocamento angular virtual é a derivação desta expressão com relação à coordenada generalizada θ_2 , ou seja, $\delta \vec{\Theta}_1 = \delta \theta_2 \hat{k}$.

viii) O trabalho virtual causado pelo torque é o produto interno do vetor torque e o deslocamento angular virtual, ou seja:

$$\delta W_1 = \vec{T}_1 \cdot \delta \vec{\Theta}_1 = -K_1 \cos(\theta_2 - \theta_{2_0}) \delta \theta_2 \quad (31)$$

ix) Com relação à mola de torção 2, considerando que $\Theta_2 = [(\theta_3 - \theta_2) - (\theta_{3_0} - \theta_{2_0})]$, a sua energia potencial pode ser expressa por:

$$V_2 = \frac{1}{2} K_2 \Theta_2^2 \quad (32)$$

onde K_2 é a constante da mola de torção 2, e θ_{3_0} e θ_{2_0} são os valores iniciais dos ângulos θ_3 e θ_2 , respectivamente.

x) O trabalho virtual é encontrado pela diferenciação da expressão (32) em relação à coordenada generalizada θ_2 :

$$\delta W_2 = -\frac{dV}{d\theta_2} \delta \theta_2 = -K_2 \Theta_2 \left(\frac{d\theta_3}{d\theta_2} - 1 \right) \delta \theta_2 \quad (33)$$

xi) O trabalho virtual total é dado pela soma dos trabalhos virtuais desenvolvidos nos passos (v), (viii) e (x).

$$\delta W = F_{in} r_{in} \cos(\theta_2) \delta \theta_2 + F_{out} r_{out} \cos(\theta_2 + \beta) \delta \theta_2 - K_1 \cos(\theta_2 - \theta_{2_0}) \delta \theta_2 - K_2 \Theta_2 \left(\frac{d\theta_3}{d\theta_2} - 1 \right) \delta \theta_2 \quad (34)$$

xii) Finalmente, como o trabalho virtual é nulo, pode-se rearranjar a equação 34 em função da variável desconhecida, F_{out} , resultando em:

$$F_{out} = \frac{K_1 \cos(\theta_2 - \theta_{2_0}) + K_2 \Theta_2 \left(\frac{d\theta_3}{d\theta_2} - 1 \right) - F_{in} r_{in} \cos(\theta_2)}{r_{out} \cos(\theta_2 + \beta)} \quad (35)$$

6 ANÁLISE DE MECANISMOS FLEXÍVEIS

Neste tópico são apresentados alguns mecanismos flexíveis e, em seguida, é utilizado o método do corpo pseudo-rígido para realizar a análise da relação força-deslocamento. Vale ressaltar que os mecanismos aqui apresentados possuem elos flexíveis que são os mesmos estudados no capítulo 4 e, portanto, a passagem do mecanismo flexível para o seu modelo de corpo pseudo-rígido é mais fácil de ser compreendida.

6.1 Mecanismo flexível de quatro barras

O primeiro mecanismo flexível a ser estudado está representado na Figura 28. Trata-se de um mecanismo de quatro barras, onde o elo horizontal superior permanece paralelo ao elo fixo durante todo o movimento do mecanismo. Os dois elos que inicialmente encontram-se na posição vertical são flexíveis. O movimento do mecanismo é realizado através da aplicação de uma força no elo superior, a qual permanece horizontal durante todo o movimento.

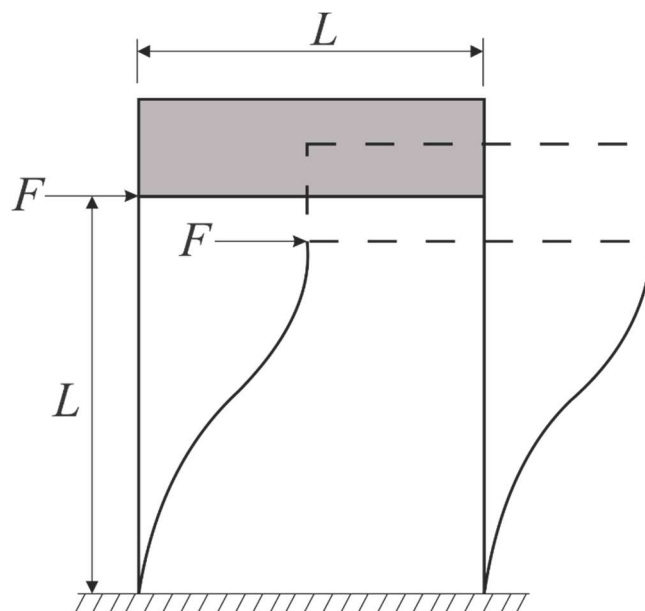


Figura 28 – Representação de um mecanismo de quatro barras flexível
Fonte: Howell et al (2004, p. 2)

O modelo de corpo pseudo-rígido correspondente a este mecanismo está representado na Figura 29.

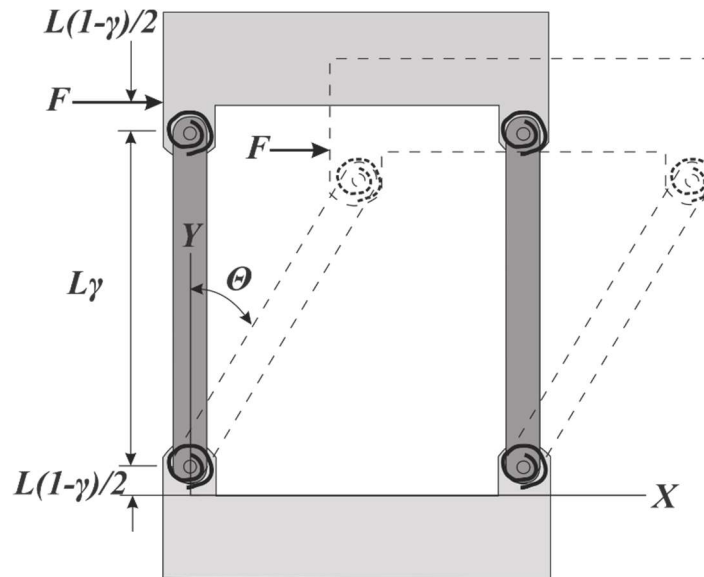


Figura 29 – Modelo de corpo pseudo-rígido para o mecanismo de quatro barras flexível
Fonte: Howell et al (2004, p. 2)

Como o elo fixo e o elo superior permanecem paralelos durante todo o movimento do mecanismo, o comportamento dos elos flexíveis se assemelha ao que foi apresentado no tópico 4.3, ou seja, são elos fixo-guiados. Sendo assim, utiliza-se o desenvolvimento apresentado anteriormente para determinar o comprimento dos elos rígidos que substituem os elos flexíveis e, conseqüentemente o posicionamento das molas de torção utilizadas no modelo.

Como o mecanismo apresentado é simétrico, os dois elos flexíveis serão substituídos pela mesma combinação de elos rígidos e mola de torção. Sendo L o comprimento total do elo flexível, e levando em consideração o que foi apresentado no tópico 4.3, as molas de torção serão posicionadas a uma distância $(1-\gamma)L/2$. Além disso, considera-se $\gamma=0,85$.

A Figura 30 mostra em detalhe o modelo pseudo-rígido que substitui o elo flexível no mecanismo estudado.

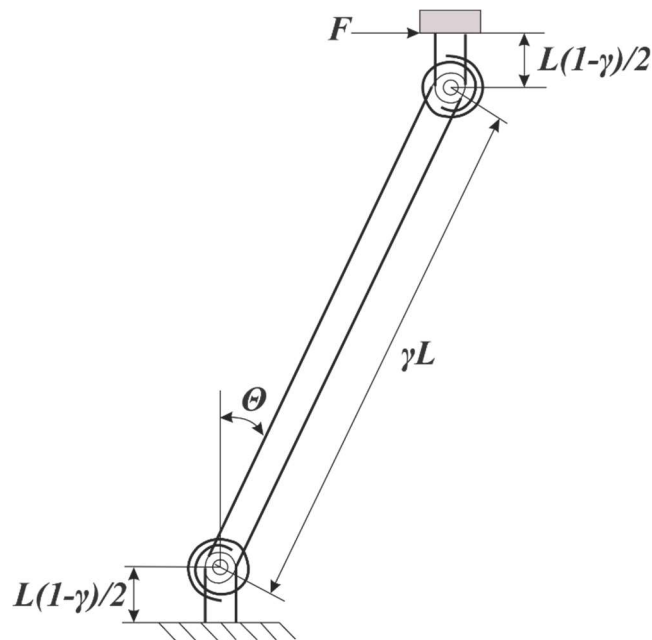


Figura 30 – Detalhe do elo pseudo-rígido correspondente ao mecanismo de quadro barras flexível

Fonte: Autor

Com o modelo de corpo pseudo-rígido definido, o passo seguinte é encontrar a relação força-deslocamento que descreve o seu movimento, ou seja, determinar qual a magnitude da força F deve ser aplicada para que o mecanismo sofra uma rotação $\Delta\theta$.

Seguindo os mesmos passos descritos no tópico 5.2, tem-se o desenvolvimento a seguir.

- i) A coordenada generalizada é o ângulo θ , referente ao deslocamento angular do elo pseudo-rígido;
- ii) O sistema possui apenas uma força externa sendo aplicada, a qual permanece sendo aplicada horizontalmente e com a mesma magnitude durante todo o movimento do mecanismo. De forma vetorial, tem-se:

$$\vec{F} = F_{in}\hat{i} \quad (36)$$

- iii) Considerando que a origem do sistema de coordenadas está no canto inferior esquerdo do mecanismo, conforme indicado na Figura 29, o vetor posição da força F_{in} em relação à origem pode ser escrito como:

$$\vec{z} = L\gamma\sin\theta\hat{i} + (L\gamma\cos\theta + L(1 - \gamma))\hat{j} \quad (37)$$

iv) Diferenciando o vetor posição em relação a θ , encontra-se o deslocamento virtual:

$$\delta\vec{z} = L\gamma\cos(\theta)\delta\theta\hat{i} - L\gamma\sin(\theta)\delta\theta\hat{j} \quad (38)$$

v) O trabalho virtual referente à força F_{in} é dado pelo produto interno do vetor força e o deslocamento virtual:

$$\delta W = \vec{F} \cdot \delta\vec{z} = F_{in}L\gamma\cos(\theta)\delta\theta \quad (39)$$

vi) O próximo passo é calcular o trabalho virtual causado pelas molas de torção. Conforme foi comentado no tópico 5.2, no caso das molas de torção o trabalho virtual pode ser obtido de duas maneiras: pelo torque em cada mola ou através da energia potencial da mola.

Aqui será utilizada a abordagem da energia potencial para as quatro molas, a qual pode ser descrita pela equação a seguir:

$$V = \frac{1}{2}K(\theta - \theta_0)^2 \quad (40)$$

vii) O trabalho virtual é encontrado pela diferenciação em relação a θ , logo:

$$\delta W = -\frac{dV}{d\theta}\delta\theta = -K\theta\delta\theta \quad (41)$$

viii) O trabalho virtual total é obtido pela soma do trabalho virtual realizado pela força F e pelo trabalho virtual das 4 molas de torção, de onde resulta:

$$\delta W = F_{in}L\gamma\cos(\theta)\delta\theta - 4K\theta\delta\theta \quad (42)$$

ix) Aplicando o princípio do trabalho virtual, ou seja, igualando δW a zero pois o sistema está em equilíbrio, e rearranjando a expressão, finalmente obtém-se:

$$F_{in} = \frac{4K\theta}{L\gamma\cos(\theta)} \quad (43)$$

Tem-se assim, a relação força-deslocamento para o mecanismo de quatro-barras apresentado na Figura 29. Com isso, considerando que é conhecido o ângulo de deslocamento desejado para o mecanismo, é possível calcular a magnitude da força que deve ser aplicada.

6.1.1 Aplicação da relação força-deslocamento – mecanismo de quatro barras

A partir do desenvolvimento realizado e da relação força-deslocamento encontrada, é possível realizar alguns estudos do comportamento deste mecanismo com a definição das dimensões dos seus elos.

A Figura 31 apresenta novamente o modelo de corpo pseudo-rígido para o mecanismo de quatro barras, sendo que, a partir do ângulo deslocado θ , é possível determinar o deslocamento nos eixos X e Y de um ponto qualquer do elo rígido superior.

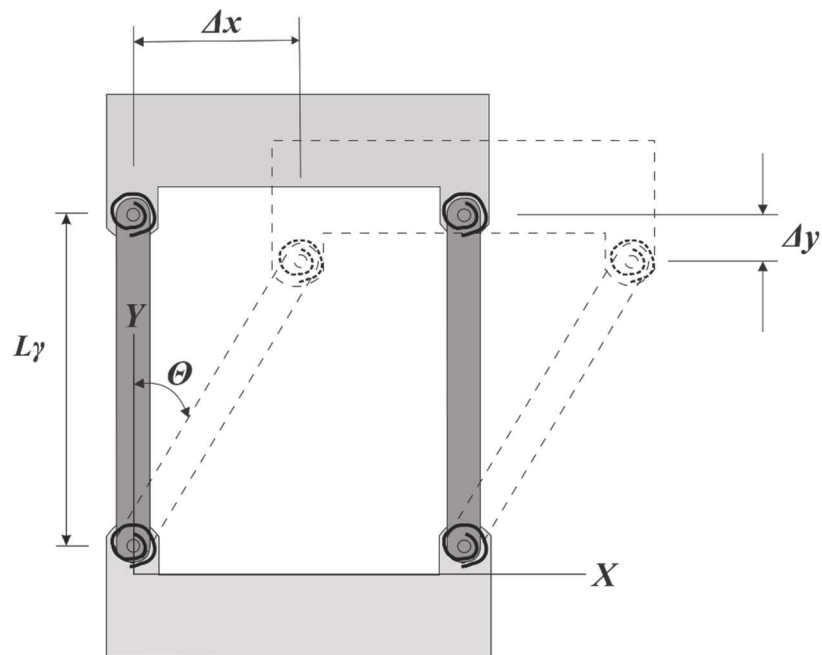


Figura 31 -- Representação dos deslocamentos Δx e Δy para o mecanismo de quatro barras flexível
 Fonte: Adaptado de Howell et al (2004, p. 2)

Para um ponto no elo superior, o deslocamento no eixo horizontal pode ser expresso por:

$$\Delta x = L\gamma \sin(\theta) \quad (44)$$

De forma análoga, para o deslocamento vertical de um ponto no elo superior, tem-se:

$$\Delta y = L\gamma (\cos(\theta) - 1) \quad (45)$$

Combinando as equações (44) e (45), encontra-se a seguinte relação entre Δx e Δy :

$$\Delta x = \frac{\Delta y \sin(\theta)}{\cos(\theta) - 1} \quad (46)$$

Com isso, é possível traçar o gráfico da Figura 32, o qual se assemelha ao deslocamento realizado por um ponto qualquer no elo rígido superior quando uma força constante é aplicada horizontalmente.

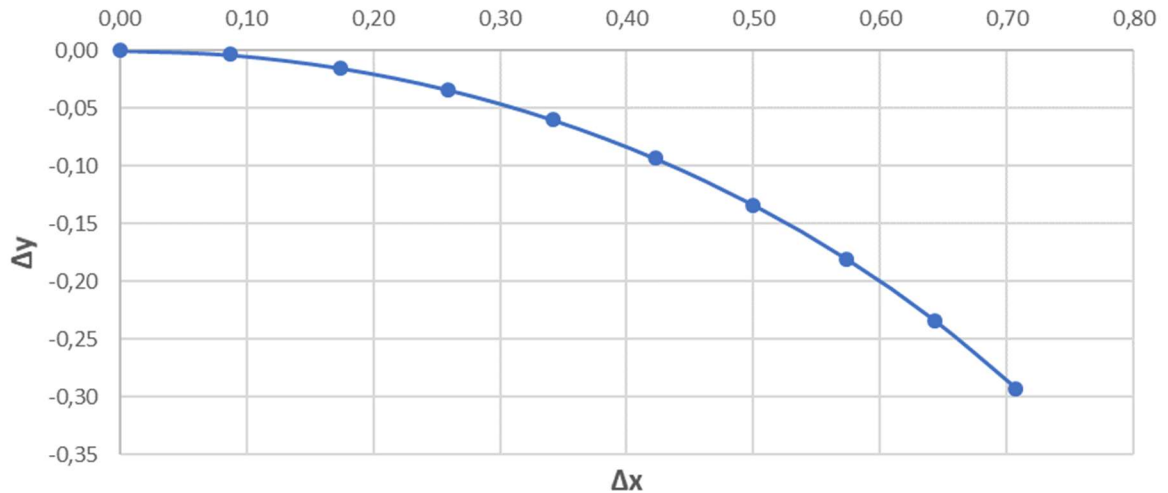


Figura 32 – Relação entre Δx e Δy durante o movimento do mecanismo de quatro barras flexível

Fonte: Autor

Para o gráfico da Figura 32, foi considerado uma variação de 45° do ângulo θ , considerando que quando nenhuma força está sendo aplicada, ou seja, quando o mecanismo está em repouso, o ângulo θ é 0° . Sendo assim, θ variou de 0° até 45° .

Nota-se que a variação do deslocamento no eixo vertical é negativa, visto que com a aplicação da força, o elo superior se movimenta na direção negativa de y , ou seja, para baixo.

Para dar sequência à análise da relação força-deslocamento encontrada para o mecanismo de quatro barras estudado, são feitas algumas considerações com relação às dimensões e propriedades do material do mecanismo. Tais considerações tomam como base o exemplo de Howell (2001, p. 197), também para um mecanismo de quatro barras flexível.

Para um mecanismo com segmentos flexíveis cujo módulo de elasticidade é:

$$E = 206 \text{ GPa}$$

e, considerando que os elos possuem seção retangular cujas dimensões são:

$$L = 0,5 \text{ m}$$

$$w \text{ (largura)} = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$t \text{ (espessura)} = 8,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

tem-se que o momento de inércia I é dado por:

$$I = \frac{w \cdot t^3}{12} = \frac{3,0 \cdot 10^{-2} \cdot (8,0 \cdot 10^{-4})^3}{12} \quad \therefore \quad I = 1,28 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4 \quad (47)$$

Como a força aplicada mantém-se horizontal durante todo o movimento, ou seja, $n=0$, são utilizados os valores correspondentes nas Tabelas 1 e 2 expostas no tópico 4.2 para o fator de raio característico, γ , e para o coeficiente de rigidez, K_θ , respectivamente:

$$\gamma = 0,85$$

$$K_\theta = 2,68$$

e utilizando a expressão para o cálculo da constante de rigidez da mola de torção para um elo fixo-guiado, conforme indicado no tópico 4.3, tem-se que:

$$K = \gamma K_\theta \frac{EI}{L} = (0,85)(2,68) \frac{(206 \cdot 10^9)(1,28 \cdot 10^{-12})}{0,5} \quad (48)$$

$$K = 1,2 \text{ N.m}$$

Com isso, a expressão encontrada para a relação força-deslocamento para este mecanismo de quatro barras flexível pode ser reescrita como:

$$F_{in} = \frac{4K\theta}{Ly\cos(\theta)} = \frac{4(1,2)\theta}{(0,5)(0,85)\cos(\theta)} \quad \therefore \quad F = \frac{11,3\theta}{\cos(\theta)} \quad (49)$$

Além disso, conforme a expressão (44) obtida anteriormente, é conhecida a relação entre o deslocamento horizontal do elo superior em função do deslocamento angular do elo flexível.

Portanto, torna-se viável apresentar o gráfico da Figura 33, onde a força aplicada é plotada em função do deslocamento horizontal do elo superior.

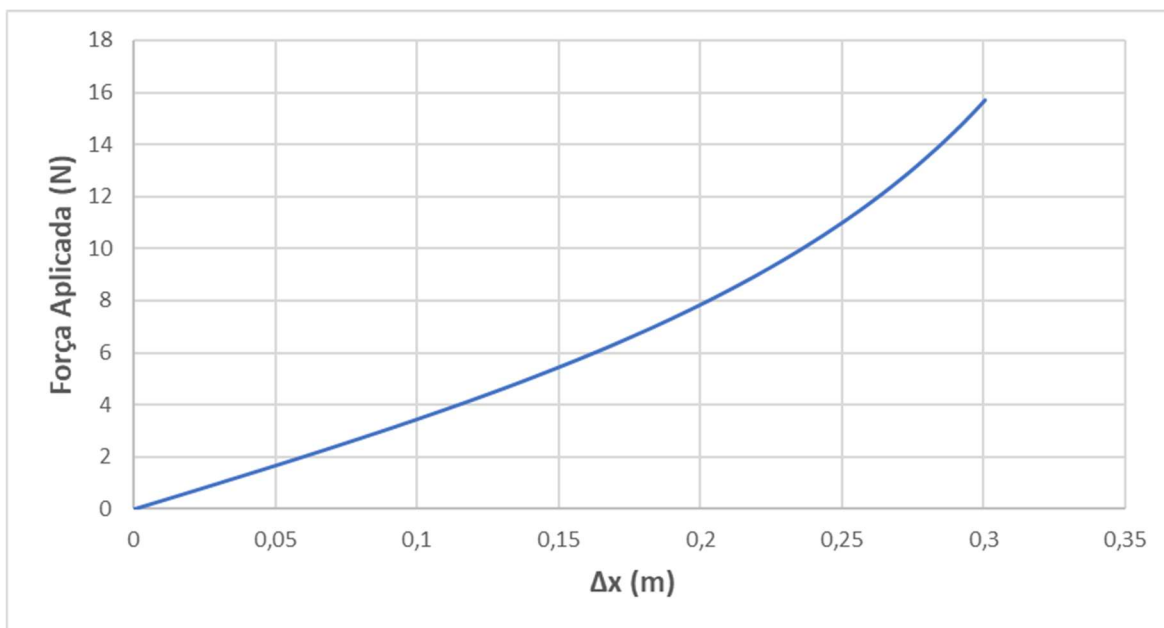


Figura 33 – Relação entre o deslocamento Δx do mecanismo e a força necessária para causar tal deslocamento
Fonte: Autor

Obviamente, quanto maior o deslocamento horizontal desejado, maior deve ser a magnitude da força aplicada no mecanismo. Nota-se, porém, que esta relação não é linear. A expressão (43) para a relação força-deslocamento mostra que a força é inversamente proporcional ao cosseno do ângulo de deslocamento do elo pseudo-rígido e, portanto, a força aplicada tende ao infinito quando o deslocamento angular se aproxima de 90° .

Tais resultados estão de acordo com o que é apresentado por Howell (2001, p.200) em um estudo similar para um mecanismo de quatro barras. Além disso, é importante reforçar que os valores do fator de raio característico, γ , e do coeficiente de rigidez, K_θ , são válidos apenas em uma determinada faixa de ângulos onde a diferença entre as trajetórias do elo flexível e do elo pseudo-rígido não ultrapassa 0,5%.

7 SÍNTESE CINEMÁTICA DE MECANISMOS

O projeto de mecanismos, por muitas vezes, é desenvolvido visando a obtenção de um movimento particular. Como exemplo, pode-se citar uma máquina que necessita de um mecanismo que leve uma peça da posição A até a posição B, podendo ainda acrescentar uma restrição a mais ao fazer com que esse movimento seja realizado em um intervalo de tempo preestabelecido.

A análise cinemática de mecanismos é utilizada para determinar as características do movimento de um dado mecanismo com geometria conhecida. Já a síntese cinemática é o meio utilizado para projetar o mecanismo para um movimento específico, ou seja, com a síntese pretende-se criar soluções que sejam adequadas e realizem os movimentos necessários definidos no escopo de um projeto.

A síntese pode ser realizada por meio de duas abordagens distintas: a síntese gráfica e a síntese analítica. Enquanto o método gráfico geralmente proporciona um meio rápido e eficiente de síntese do mecanismo, o método analítico é mais vantajoso quando pretende-se utilizar algum software para realizar a síntese. Em ambos os casos, o processo é realizado com a determinação de três pontos principais:

- Tipo: define o tipo de mecanismo que melhor se adequa ao problema proposto;
- Número: define o número de elos e graus de liberdade que o mecanismo deve ter para descrever o movimento desejado, com base no tipo de mecanismo escolhido anteriormente;
- Dimensões: define a geometria adequada do mecanismo para a obtenção do movimento proposto, levando em consideração o tipo de mecanismo, número de elos e graus de liberdade definidos anteriormente.

Os exemplos de síntese de mecanismos que serão tratados neste trabalho partem do princípio que tipo e número já foram definidos em etapas anteriores, restando apenas a determinação das dimensões do mecanismo.

7.1 Geração de função, trajetória e movimento

A síntese cinemática pode ainda ser realizada através de três abordagens distintas, as quais serão melhor detalhadas a seguir, e cuja escolha irá depender dos requisitos do mecanismo.

Na geração de função existe correlação entre o movimento de entrada e o movimento de saída do mecanismo, ou seja, as posições do elo de saída são determinadas em função de determinadas funções do elo de entrada

Na geração de trajetória existe o controle de um determinado ponto do mecanismo que deve descrever uma trajetória determinada.

Por fim, na geração de movimento há o controle de uma linha do mecanismo, de forma que assuma algumas posições definidas. Sendo assim, a orientação do elo que contém a linha é fundamental.

7.2 Síntese gráfica de mecanismos rígidos

Para demonstrar a aplicação do método gráfico de síntese cinemática para um mecanismo rígido, será considerado o exemplo apresentado por Norton (2010, p. 119).

Neste caso, o objetivo é projetar um mecanismo manivela-seguidor de quatro barras que forneça 45° de rotação do seguidor, com mesmo tempo de avanço e retorno, para uma velocidade de entrada constante. Tem-se aqui um problema de geração de função, ou seja, as posições de saída são determinadas em função da característica do movimento de entrada.

Para facilitar o entendimento da construção deste mecanismo, tem-se a Figura 34 e, em seguida, a descrição dos passos realizados para chegar a este ponto.

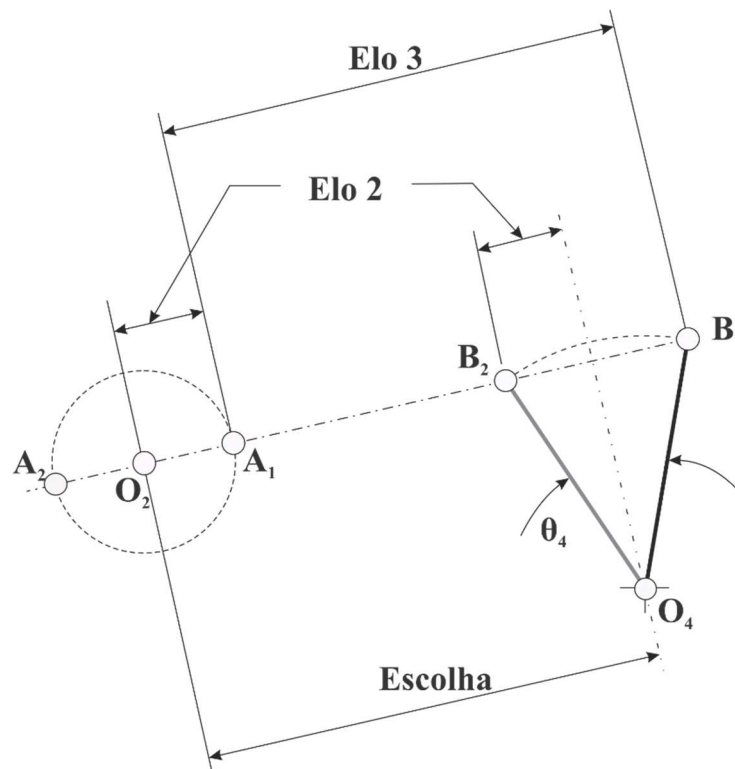


Figura 34 – Representação do método de construção do mecanismo por síntese gráfica
 Fonte: Norton (2010, p. 120)

- i. Desenhar o elo O_4B nas duas posições extremas, B_1 e B_2 , em qualquer local conveniente, com o ângulo de movimento θ_4 desejado sendo atendido;
- ii. Desenhar uma reta que passa pelos pontos B_1 e B_2 , e então selecionar um ponto conveniente O_2 nesta reta;
- iii. Dividir ao meio o segmento B_1B_2 e desenhar uma circunferência de raio igual à metade de B_1B_2 e centro em O_2 ;
- iv. Identificar os pontos de interseção da circunferência com B_1B_2 estendido, A_1 e A_2 ;
- v. Medir o comprimento do acoplador, sendo A_1B_1 ou A_2B_2 ;
- vi. Medir o terra (comprimento 1), o elo manivela (comprimento 2) e o elo seguidor (comprimento 4);
- vii. Calcular a condição de Grashof para o mecanismo. Para mecanismos de quatro barras que descrevem movimento plano, se a soma dos comprimentos das barras mais curta e mais comprida for inferior ou igual à soma dos

comprimentos das duas restantes barras, então a barra mais curta pode rodar continuamente em relação às outras barras. Ou seja

$$S + L \leq P + Q \quad (50)$$

onde:

S é o comprimento do menor elo;

L é o comprimento do maior elo;

P e Q são os comprimentos dos dois elos restantes.

Caso não seja satisfatória, refazer a síntese escolhendo um ponto O_2 mais afastado de O_4 .

Através desta síntese gráfica, o mecanismo representado na Figura 35 é obtido.

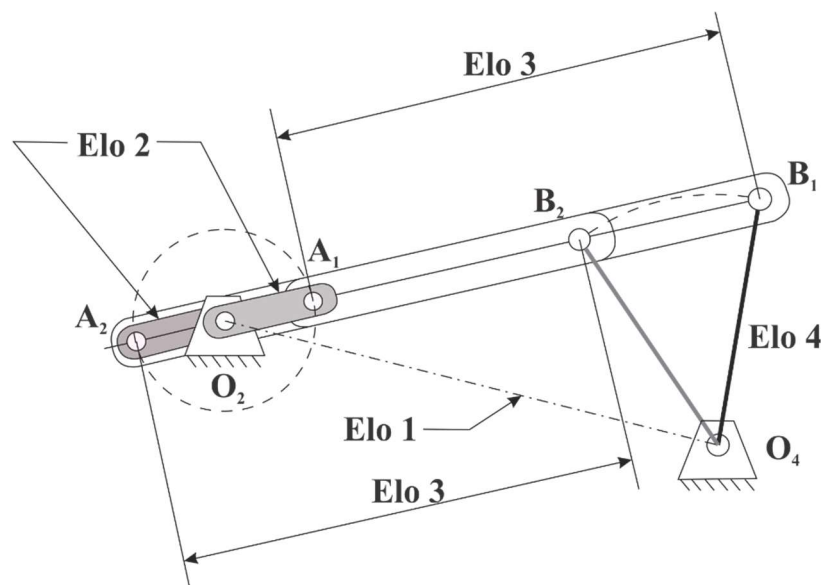


Figura 35 – Mecanismo de quatro-barras obtido através da síntese gráfica
Fonte: Norton (2010, p. 120)

7.3 Síntese analítica de mecanismos rígidos

Para facilitar o entendimento do método e permitir a comparação com a síntese gráfica, o exemplo que será utilizado para demonstrar a síntese analítica de mecanismos possui os mesmos requisitos de projeto do tópico anterior, ou seja, deve ser um

mecanismo manivela-seguidor de quatro barras que forneça 45° de rotação do seguidor, com mesmo tempo de avanço e retorno, para uma velocidade de entrada constante.

A síntese é iniciada a partir do elo de saída (seguidor). O pivô O_4 é definido em relação a um sistema de coordenadas XY conveniente, sendo conhecidos o ângulo inicial θ_4 e ângulo de percurso β . A Figura 36 detalha o início da síntese analítica.

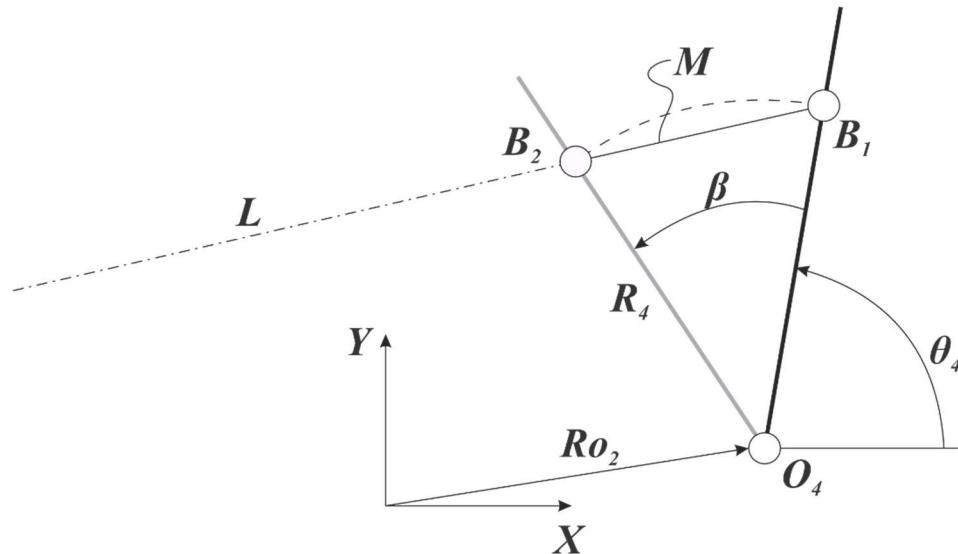


Figura 36 - Representação do início do método de construção do mecanismo por síntese analítica
Fonte: Norton (2010, p. 236)

- i. Escolher um local adequado no elo 4 para anexar o elo 3, definindo assim R_4 como o comprimento do elo 4. Os pontos extremos B_1 e B_2 são definidos no sistema de coordenadas como:

$$\begin{aligned} B_{1x} &= O_{4x} + R_4 \cos(\theta_4) & B_{1y} &= O_{4y} + R_4 \sin(\theta_4) \\ B_{2x} &= O_{4x} + R_4 \cos(\theta_4 + \beta) & B_{2y} &= O_{4y} + R_4 \sin(\theta_4 + \beta) \end{aligned} \quad (51)$$

- ii. Escrever o vetor \vec{M} como a diferença entre os vetores posição \vec{R}_{B_2} e \vec{R}_{B_1}

$$\vec{M} = \vec{R}_{B_2} - \vec{R}_{B_1} \quad (52)$$

- iii. O ponto O_2 deverá estar localizado longe o suficiente de B_1 para atender as condições de Grashof. Estas condições são alcançadas quando $B_1O_2 \gg M$.

De acordo com Norton (2010, p. 236), valores razoáveis para B_1O_2 normalmente ficam entre duas ou três vezes o valor de M .

$$\vec{R}_{O_2} = \vec{R}_{B_1} \pm K\vec{M} \quad 2 < K < 3 \quad (53)$$

iv. O comprimento da manivela deve ser metade do comprimento do vetor M , logo:

$$R_2 = 0,5|M| = R_4 \text{sen}(\beta/2) \quad (54)$$

onde β está em radianos;

v. Encontrar o elo 3 subtraindo R_2 do módulo de $\vec{R}_{B_1} - \vec{R}_{O_2}$. De forma análoga, o elo 1 é obtido subtraindo \vec{R}_{O_2} de \vec{R}_{O_4} .

$$R_3 = |\vec{R}_{B_1} - \vec{R}_{O_2}| - R_2 \quad (55)$$

$$R_1 = |\vec{R}_{O_4} - \vec{R}_{O_2}| \quad (56)$$

A Figura 37a mostra a configuração final dos pontos calculados na síntese analítica, com a representação dos vetores posição de cada junta em relação à origem do sistema de coordenadas escolhido, enquanto que na Figura 37b tem-se a representação final do mecanismo.

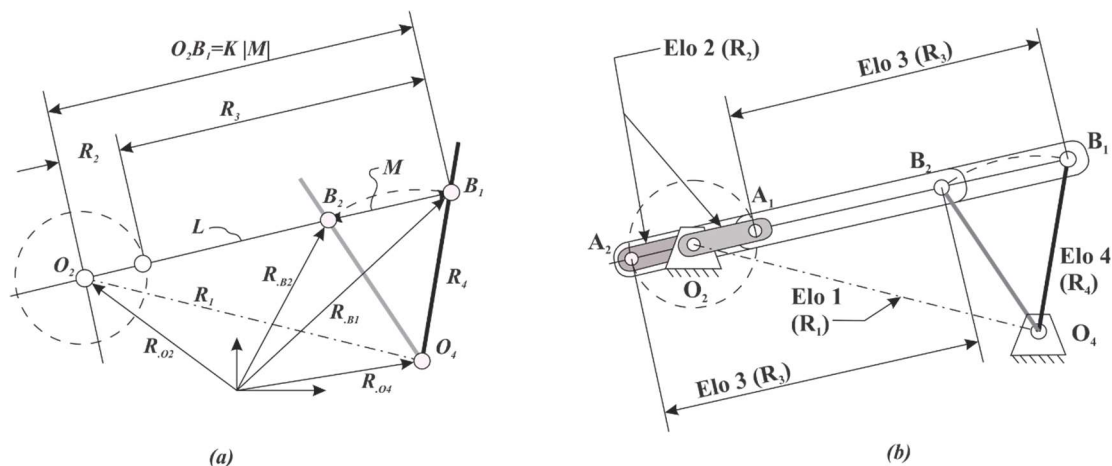


Figura 37 – (a) Representação dos vetores posição para cada junta, (b) Representação final do mecanismo obtido por síntese analítica

Fonte: Norton (2010, p. 236)

Nota-se que, para este mecanismo, a representação da solução analítica se aproxima bastante do que foi obtido com a síntese gráfica.

A abordagem gráfica trouxe um método de fácil entendimento e rápida aplicação, mas é importante realçar o fato de se tratar de um mecanismo de simples construção. A síntese analítica mostra-se de grande utilização quando a complexidade do mecanismo é maior, visto que com as equações desenvolvidas é possível utilizar programas computacionais para realizar cálculos iterativos e testar diversas soluções para encontrar o mecanismo que satisfaça as condições exigidas pelo projeto.

7.4 Síntese de Substituição de Corpo Rígido

Na síntese de substituição de corpo rígido, parte-se de um mecanismo rígido com o objetivo de transformá-lo em um mecanismo flexível através da substituição de um ou mais elos rígidos em elos flexíveis. O principal desafio neste tipo de síntese está na determinação do modelo de corpo pseudo-rígido apropriado e na avaliação do modelo final obtido.

A avaliação do modelo proposto é fundamental, visto que a síntese de substituição pode gerar configurações que são impraticáveis. Para exemplificar este tipo de síntese, será utilizado novamente o mecanismo projetado durante a síntese gráfica e analítica de mecanismos rígidos, representado na Figura 38.

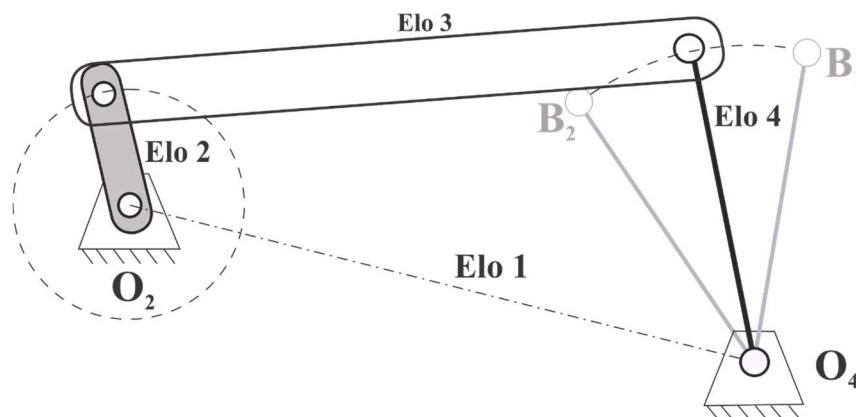


Figura 38 – Representação do mecanismo rígido utilizado na síntese de substituição
Fonte: Adaptado de Norton (2010, p. 236)

Uma possibilidade para a síntese deste mecanismo é substituir todos os elos rígidos por elos com pivôs flexíveis no lugar de juntas, conforme o modelo trabalhado no tópico 4.1. A Figura 39 mostra uma representação deste possível mecanismo.

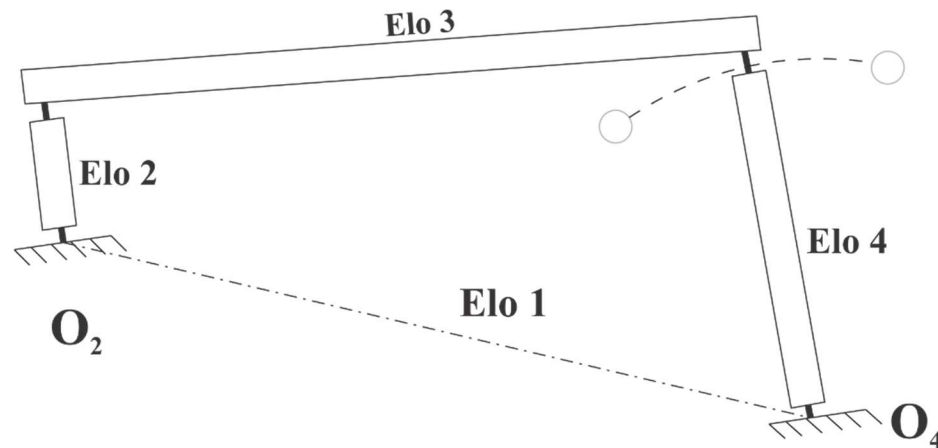


Figura 39 – Mecanismo de quatro barras com todas as juntas substituídas por pivôs flexíveis
Fonte: Autor

Aqui fica aparente a importância da avaliação do modelo proposto para a síntese de substituição. Sabe-se que, pelo escopo do projeto, o movimento de entrada do mecanismo é dado por uma rotação constante, o que não é viável de ser obtido com um elo flexível como elo de entrada. Conseqüentemente, o modelo proposto da Figura 39 deve ser aprimorado.

Uma segunda opção para a síntese de substituição, representada na Figura 40, é um mecanismo parcialmente flexível em que o elo de entrada, o qual descreve rotações completas durante o seu movimento, é rígido. Apenas o elo que executa o movimento de rotação de 45° é flexível, e sua estrutura se assemelha a um elo fixo-pinado, conforme foi visto no tópico 4.2.

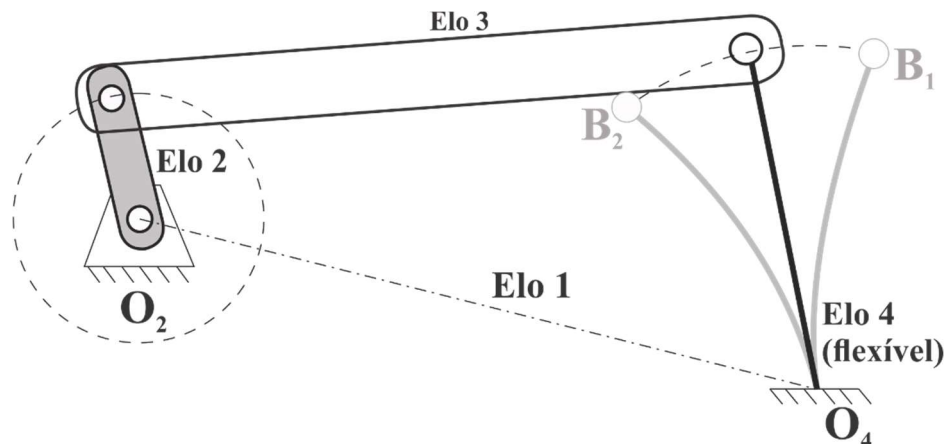


Figura 40 – Mecanismo de quatro barras flexível proposto para a síntese de substituição
Fonte: Autor

Com esta configuração para o mecanismo, e utilizando a análise realizada para o elo fixo-pinado do tópico 4.2, pode-se concluir que um valor de $\gamma=0,85$ para o fator de raio característico oferece uma configuração satisfatória para a criação do modelo de corpo pseudo-rígido, conforme a Figura 41.

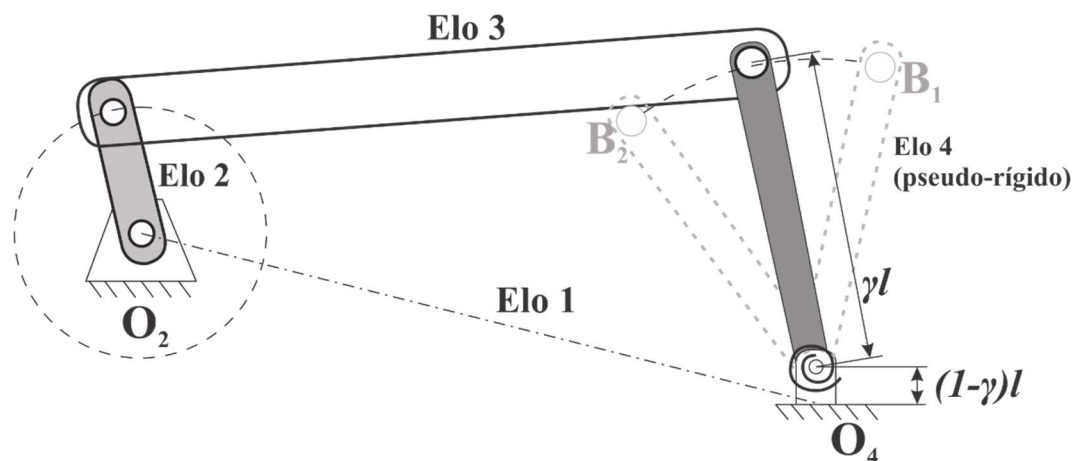


Figura 41 – Modelo de corpo pseudo-rígido para a solução proposta na síntese de substituição
Fonte: Autor

Com o modelo de corpo pseudo-rígido estabelecido, e sabendo que o elo flexível deve executar uma rotação de 45° , utiliza-se o princípio do trabalho virtual para determinar a força necessária para executar esse movimento, conforme descrito e exemplificado no capítulo 5 deste trabalho.

Por fim, sabendo a magnitude da força necessária para realizar o movimento, e sendo conhecida a dimensão do elo manivela, obtém-se um valor para o torque que deve ser aplicado no elo manivela para que o mecanismo consiga executar o movimento pretendido.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo de mecanismos rígidos é um campo bastante desenvolvido na mecânica estrutural, com equações, teoremas e condições já bastante fundamentadas, e oferecendo uma análise cinética confiável para os mecanismos trabalhados. Considerando-se isso, torna-se interessante que este campo de estudo seja expandido, incluindo também os mecanismos flexíveis com o objetivo de desenvolver métodos de análise e síntese que cada vez mais facilitem e permitam o projeto deste tipo de mecanismo, visando vantagens como redução de custos e aumento de desempenho, conforme colocado na introdução deste trabalho.

Para alcançar o objetivo deste trabalho de utilizar uma abordagem analítica para o estudo de mecanismos flexíveis, foi de fundamental importância que os exemplos trabalhados fossem simples e já conhecidos do estudo de mecanismos rígidos, como é o caso dos mecanismos de quatro barras. Desta forma, tornam-se mais evidentes as diferenças envolvidas na passagem de um mecanismo rígido para flexível.

O método de corpo-pseudo rígido se mostra como uma alternativa viável para uma primeira aproximação do mecanismo flexível ideal para desempenhar determinada tarefa, visto que possibilita uma abordagem analítica rápida e de fácil construção, visto que utiliza elementos já conhecidos da análise de mecanismos rígidos. Entretanto, após uma primeira abordagem através do modelo de corpo pseudo-rígido, o ideal é que sejam utilizadas outras técnicas para o refinamento do mecanismo obtido, como por exemplo, métodos numéricos.

Ainda que o método de corpo pseudo-rígido facilite bastante a análise cinemática de mecanismos flexíveis, para se encontrar uma relação entre a força aplicada no mecanismo e o deslocamento causado no elemento flexível é necessário utilizar outros métodos, como é o caso do trabalho virtual apresentado neste trabalho. Sem encontrar uma relação força-deslocamento, a construção do modelo de corpo pseudo-rígido por si só não consegue dar conta de efetuar toda a análise de movimento do mecanismo.

A síntese de substituição de corpo rígido apresentada neste trabalho, ainda que utilizando um mecanismo simples, evidenciou a necessidade de conhecer as limitações que os elos flexíveis possuem, como no caso onde um dos elos precisa realizar uma rotação completa. Assim, fica claro que apesar das vantagens apresentadas, por vezes

um mecanismo totalmente flexível não atende as condições necessárias, entretanto um mecanismo que tenha elos rígidos e flexíveis em conjunto pode apresentar uma solução satisfatória para o problema.

Por se tratar de um assunto ainda pouco abordado, as poucas fontes bibliográficas disponíveis sobre mecanismos flexíveis acaba sendo uma dificuldade encontrada para quem está iniciando neste tema. Com o crescente interesse no estudo de mecanismos flexíveis, causado principalmente pelo avanço nas ferramentas computacionais para análise, é provável que a quantidade e qualidade de fontes disponíveis sobre o tema aumente consideravelmente.

Por fim, é importante que trabalhos futuros retomem o tema e avancem, utilizando outras técnicas e programas computacionais, e abordando o tema sob perspectivas diferentes, abordando também a síntese direta de mecanismos flexíveis, sem a necessidade de se construir primeiramente a sua versão rígida e posterior síntese de substituição.

REFERÊNCIAS

- HOWELL, L.L. **Compliant Mechanisms**. Nova York: John Wiley & Sons, Inc. 2001.
- HOWELL, L.L.;MAGLEBY, S.P.; OLSEN, B.M. **Handbook of Compliant Mechanisms**. Nova York: John Wiley & Sons, Inc. 2013.
- DOUGHTY, S. **Mechanics of Machines**. Nova York: John Wiley & Sons, Inc. 1988.
- NORTON, R.L. **Cinemática e dinâmica dos mecanismos**. Porto Alegre: AMGH. 2010.
- LOBONTIU, N. **Compliant Mechanisms: design of fixture hinges**. CRC Press. 2003.
- DESHMUKH, B.; PARDESHI, S.; MISTRY, R. **Development of a Four bar Compliant Mechanism using Pseudo Rigid Body Model (PRBM)**. Procedia Materials Science, n. 6, p. 1034 - 1039. 2014.
- HOWELL, L.; MATTSON, C.; MAGLEBY, S. **Development of Commercially Viable Compliant Mechanisms Using the Pseudo-Rigid-Body Model: Case Studies of Parallel Mechanisms**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 55, p. 195 – 202. 2004
- YU, Y.; FENG, Z.; XU, Q. **A pseudo-rigid-body 2R model of flexural beam in compliant mechanisms**. Mechanism and Machine Theory, n. 55, p. 18 - 33. 2012.
- CHEN, G.; XIONG, B.; HUANG, X. **Finding the optimal characteristic parameters for 3R pseudo-rigid-body model using an improved particle swarm optimizer**. Precision Engineering, n. 35, p. 505 - 511. 2011.
- PEI, X.; YU, J.; ZONG, G.; BI, S. **An effective pseudo-rigid-body method for beam-based compliant mechanisms**. Precision Engineering, n. 34, p. 634 - 639. 2010.
- CHEN, L. **An integral approach for large deflection cantilever beams**. International Journal of Non-Linear Mechanics, n. 45, p. 301 - 305. 2010.

VENANZI, S.; GIESEN, P.; PARENTI-CASTELLI, V. **A novel technique for position analysis of planar compliant mechanisms**. Mechanism and Machine Theory, n. 40, p. 1224 - 1239. 2005.