

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

CARLOS EDUARDO RIBEIRO SANTA CRUZ MENDOZA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO BIFÁSICO LÍQUIDO-  
GÁS EM UMA BOMBA CENTRÍFUGA RADIAL**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO  
(Tcc2 – N° de Inscrição - 06)

CURITIBA

2017

CARLOS EDUARDO RIBEIRO SANTA CRUZ MENDOZA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO BIFÁSICO LÍQUIDO-  
GÁS EM UMA BOMBA CENTRÍFUGA RADIAL**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso – Tcc2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales

Co-Orientadores: Prof. Dr. Moisés A. Marcelino Neto

M.Sc. Henrique Stel de Azevedo

CURITIBA

2017

## TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa “SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO BIFÁSICO LÍQUIDO-GÁS EM UMA BOMBA CENTRÍFUGA RADIAL”, realizada pelo aluno Carlos Eduardo Ribeiro Santa Cruz Mendoza, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales  
Damec, UTFPR  
Orientador

Prof. Dr. Eduardo Matos Germer  
Damec, UTFPR  
Avaliador

Prof. Dr. Moisés A. Marcelino Neto  
Damec, UTFPR  
Co-orientador

Prof. Dr. Luciano F. Dos Santos  
Rossi  
Damec, UTFPR  
Avaliador

M.Sc. Henrique Stel de Azevedo  
Damec, UTFPR  
Co-orientador

Curitiba, 30 de Novembro de 2017.

---

O Termo de Aprovação assinado encontra-se em arquivo da coordenação

Aos meus amados pais, que desde o início priorizaram minha educação e forneceram suporte e base incondicionais, sem os quais qualquer realização seria impensável.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente à minha família, que incessantemente se dedicou a trazer a melhor educação e todo conforto e bem-estar que tinham ao seu alcance. Meus pais foram a base e a inspiração que me permitiram cursar engenharia, culminando no presente trabalho.

Agradeço à minha namorada, que me serve de exemplo todos os dias e me confortou sempre que precisei. Seu modo de ser torna a vida mais leve e seus ideais me inspiram a sonhar mais alto.

Aos meus amigos, que dentro da universidade tornaram a jornada menos árdua e fora dela proporcionaram momentos de alegria e descontração.

Aos professores Rigoberto e Moisés que confiaram este trabalho a mim e apresentaram sempre seriedade e constante disposição. Agradeço também ao mestre Henrique, cuja orientação foi fundamental na elaboração desse trabalho. Seu conhecimento acerca do tema e sua competência foram determinantes na fluidez do projeto.

Finalmente, agradeço à UTFPR e ao NUEM pela estrutura para a realização do trabalho

## RESUMO

MENDOZA, Carlos Eduardo Ribeiro Santa Cruz. **Simulação Numérica do Escoamento bifásico Líquido-Gás em uma Bomba Centrífuga Radial**. 2017. 118 f. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) – Curso de Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

Bombas centrífugas são comumente utilizadas no transporte ou circulação de uma mistura de fluidos. O bombeio centrífugo submerso se tornou o segundo método mais utilizado de elevação artificial de petróleo e gás natural. Por outro lado, ciclos de resfriamento estão constantemente sujeitos à evaporação do fluido de trabalho, caracterizando um escoamento bifásico especialmente crítico para a indústria nuclear. A presença de uma fase gasosa pode causar uma severa degradação no desempenho da bomba, um fenômeno chamado de *surging*. O gás passa a se acumular e ocupar grande parte dos canais do rotor, podendo inclusive interromper toda a operação. Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo empregar a ferramenta de dinâmica de fluidos computacional Ansys® CFX® para reproduzir numericamente o desempenho e dinâmica de escoamento de bomba operando com líquido e gás. Mais especificamente, reproduzir dados e imagens experimentais obtidos em bomba centrífuga radial de mesma geometria. Os fluidos utilizados foram água e ar para levantar curvas de desempenho com velocidades de rotação entre 300 e 600 rpm, vazão de líquido normalizada pela vazão de projeto entre 0,2 e 1,5 e vazão mássica de ar constante. Empregou-se o modelo Euler-Euler de dois fluidos em conjunto com o modelo polidisperso *MUSIG*, que leva em conta mecanismos de quebra e coalescência para modelar a fase gasosa. O modelo numérico foi capaz de prever a queda no desempenho da bomba, porém superestimou a janela de operação da mesma, indicando queda de desempenho para menores vazões de líquido, quando comparada com o experimento. Os padrões de escoamento também foram reproduzidos com sucesso, os efeitos de quebra de bolhas no interior do rotor, assim como os de coalescência em determinadas regiões, se mostraram fundamentais na modelagem do fenômeno. O presente trabalho contribui com a literatura ao comparar detalhadamente o incremento de pressão e dinâmica de escoamento obtidos numericamente com dados experimentais e ao demonstrar a robustez da ferramenta e modelos utilizados, podendo servir como ponto de partida para estudos envolvendo outras condições operacionais e combinações de modelos.

**Palavras-chave:** bombas centrífugas. escoamento bifásico. dinâmica de fluidos computacional.

## ABSTRACT

MENDOZA, Carlos Eduardo Ribeiro Santa Cruz. **Simulação Numérica do Escoamento bifásico Líquido-Gás em uma Bomba Centrífuga Radial**. 2017. 118 f. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) – Curso de Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

Centrifugal pumps are commonly used for transportation or circulation of fluid mixtures. Electrical Submersible Pumping became the second most used oil and natural gas artificial lift method. On the other hand, cooling cycles are often subject to fluid evaporation, resulting in a two-phase flow especially hazardous to the nuclear industry. The presence of a gaseous phase can lead to severe performance degradation, in a phenomenon called *surgings*. The gas starts to accumulate and occupy most part of the impeller channels, being capable of shutting down the whole operation. Under this context, the present work aims to employ the Ansys® CFX® computational fluid dynamics tool to numerically reproduce the performance and flow dynamics of a pump operating liquid and gas. Specifically, reproduce experimentally obtained images and data that came from a centrifugal pump of same geometry. Water and air were used to obtain performance curves with rotating speed between 300 and 600 rpm, normalized liquid volumetric flow rate between 0,2 and 1,5 and constant air mass flow rate. Both the Euler-Euler Two-fluid and the polydisperse *MUSIG* models were employed, the latter considers breakage and coalescence mechanisms to model the dispersed gaseous phase. The numerical model was capable of predicting the pump's performance drop, but overestimated its operational window, indicating a degradation to lower liquid volumetric flow rates, when compared to the experiment. Flow patterns were also successfully reproduced, bubble breakage and coalescence effects inside the impeller have shown to be crucial in the modelling of the phenomenon. The present work contributes with the literature by comparing with detail the pressure increment and flow dynamics obtained numerically with experimental data and by demonstrating the robustness of the tool and models used. It can be used as starting point to further studies involving other operating conditions and models' combinations.

**Keywords:** centrifugal pumps. two-phase flow. computational fluid dynamics.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Performance da bomba para diversas quantidades de gás .....	20
Figura 1.2 – Geometria da bomba Imbil ITAP 65-330/2 em CAD.....	22
Figura 2.1 – Tipos de bombas indicados para faixas de velocidade específica .....	25
Figura 2.2 – Curva característica ideal e real .....	26
Figura 2.3 – Curva de desempenho bomba para diferentes frações volumétricas de gás .....	28
Figura 2.4 – Alteração da curva de desempenho de uma bomba pela presença de gás .....	29
Figura 2.5 – Balanço de forças em uma bolha fluindo por um rotor .....	30
Figura 2.6 – Disposição das bolhas no canal do rotor para vazão de ar limite .....	31
Figura 2.7 – Distribuição de pressão no entorno da pá em função da fração de vazio .....	32
Figura 2.8 – Linhas isobáricas no canal do rotor em função da fração de vazio .....	33
Figura 2.9 – Diâmetro médio das bolhas em função da fração de gás .....	34
Figura 2.10 – Posição do bolsão de gás no canal do rotor .....	34
Figura 2.11 – Distribuição de gás no rotor para diferentes frações de gás .....	36
Figura 2.12 – Desempenho da bomba com indicação das estruturas de fluxo analisadas .....	37
Figura 2.13 – Curva de desempenho para diferentes rotações.....	38
Figura 2.14 – Seção de Testes .....	39
Figura 2.15 – Curvas de desempenho global, do rotor e difusor do primeiro estágio para vazão mássica de ar constante.....	40
Figura 2.16 – Curva de desempenho para 300 rpm sob escoamento bifásico a vazão mássica de ar constante .....	40
Figura 2.17 – Distribuição de ar no rotor e difusor para as condições EE2 e EE4 ....	41



Figura 2.18 – Distribuição de ar no rotor e difusor para as condições EE6 e EE8 ....	42
Figura 2.19 – Distribuição de ar no rotor e difusor para as condições EE10 e EE12	42
Figura 2.20 – Comparação do tamanho de bolhas para mesma vazão normalizada sob diferentes rotações.....	43
Figura 2.21 – Comparação do padrão de escoamento para mesma vazão normalizada sob diferentes rotações.....	44
Figura 2.22 – Relação da fração de vazio real com o desempenho e padrão de escoamento da bomba.....	45
Figura 2.23 – Trajetória de bolhas de 0,6 mm lançadas sobre diferentes linhas de corrente na entrada do rotor.....	47
Figura 2.24 – Trajetória de bolhas de diferentes diâmetros lançadas sobre diferentes linhas de corrente na entrada do rotor .....	48
Figura 2.25 – Trajetória das bolhas no interior do canal do rotor .....	48
Figura 2.26 – Trajetória de bolhas de diferentes diâmetros no canal do rotor .....	49
Figura 2.27 – Distribuição de gás para diferentes secções do canal entre as faces .	50
Figura 2.28 – Distribuição de gás no rotor para modelos de coeficiente de arrasto..	51
Figura 2.29 – Distribuição de gás no rotor para fração de vazio na entrada de 0,1% .....	52
Figura 2.30 – Linhas de corrente do gás no rotor para fração de vazio na entrada de 0,05%.....	52
Figura 2.31 – Altura de elevação da bomba para diferentes diâmetros de bolha.....	53
Figura 2.32 – Incremento de pressão normalizado obtido experimentalmente e numericamente para diferentes tamanhos de bolhas em função da fração de vazio .....	54
Figura 2.33 – Distribuição da fase gasosa no rotor para (a) fração de gás de 10,7% e (b) fração de gás de 17,1% .....	54
Figura 2.34 – Trajetória de bolhas de diferentes diâmetros no interior do rotor .....	55
Figura 2.35 – Trajetória de bolhas sob vazões diferentes de líquido .....	56

Figura 3.1 – Sistema de coordenadas para sistema não inercial com rotação $\Omega$ .....	59
Figura 3.2 – Representação de uma interface entre as fases 1 e 2.....	63
Figura 3.3 – Mapa de forma de bolhas em um meio líquido contínuo.....	67
Figura 3.4 – Operação para obtenção do domínio fluido.....	71
Figura 3.5 – Simplificação do domínio fluido em função de sua simetria rotacional..	72
Figura 3.6 – Distribuição das bolhas no tubo de desenvolvimento.....	74
Figura 3.7 – Esquema de multi-blocos com malha desconexa e interfaces desalinhadas.....	76
Figura 3.8 – Condições de contorno impostas nas simulações numéricas.....	76
Figura 3.9 –Tomadas de pressão na saída do rotor para experimento (a) e simulação (b).....	77
Figura 3.10 – Tomada de pressão na saída do tubo para experimento (a) e simulação (b).....	77
Figura 3.11 – Vista inferior da malha computacional utilizada.....	79
Figura 3.12 – Vista isométrica da malha computacional utilizada.....	79
Figura 3.13 – Linha de cálculo para os perfis de pressão, velocidade e fração de vazio.....	80
Figura 3.14 – Comparação do perfil de pressão para as malhas testadas.....	82
Figura 3.15 – Comparação do perfil de velocidade da fase líquida para as malhas testadas.....	82
Figura 3.16 – Comparação do perfil de fração volumétrica de gás para as malhas testadas.....	83
Figura 3.17 – Comparação dos perfis de pressão para cada passo de tempo.....	84
Figura 3.18 – Comparação dos perfis de velocidade da fase líquida para cada passo de tempo.....	85
Figura 3.19 – Comparação da fração volumétrica de gás para cada passo de tempo.....	85

Figura 4.1 – Curvas de desempenho do rotor sob escoamento bifásico levantadas experimental e numericamente para velocidade de rotação de 300 rpm.....	87
Figura 4.2 – Curvas de desempenho do rotor sob escoamento bifásico levantadas experimental e numericamente para velocidade de rotação de 400 rpm.....	88
Figura 4.3 – Curvas de desempenho do rotor sob escoamento bifásico levantadas experimental e numericamente para velocidade de rotação de 500 rpm.....	88
Figura 4.4 – Curvas de desempenho do rotor sob escoamento bifásico levantadas experimental e numericamente para velocidade de rotação de 600 rpm.....	89
Figura 4.5 – Nomenclatura dos pares de pontos nas curvas de desempenho numérica e experimental para rotação de 300 rpm.....	91
Figura 4.6 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE1 e EE2.....	92
Figura 4.7 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE3 e EE4.....	94
Figura 4.8 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE5.....	95
Figura 4.9 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE6.....	97
Figura 4.10 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE7.....	98
Figura 4.11 – Resumo do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente .....	99
Figura 4.12 – Imagens do tamanho de bolhas em escoamento com vazão de líquido normalizada igual a 1,2 e rotações de 300 e 600 rpm .....	101
Figura 4.13 – Imagens do tamanho de bolhas em escoamento com vazão de líquido normalizada igual a 0,8 e rotações de 300 e 600 rpm .....	102
Figura 4.14 – Imagens do tamanho de bolhas em escoamento com vazão de líquido normalizada igual a 0,2 e rotação de 300 rpm .....	103

Figura 4.15 – Campo de energia cinética turbulenta da fase líquida e vetores velocidade da fase gasosa.....	104
Figura 4.16 – Campo de pressão obtido numericamente para diferentes vazões de líquido normalizadas e velocidade de rotação de 300 rpm .....	105
Figura 4.17 – Esquema da força de arrasto e força devido ao gradiente de pressão para vazões de líquido normalizadas de 0,8 e 1,5. ....	106
Figura 4.18 – Vetores das forças que atuam sobre a fase gasosa ao longo de uma linha de corrente do gás para 300 rpm e vazão de líquido normalizada de 1,0. ....	107
Figura 4.19 – Vetores das forças que atuam sobre a fase gasosa ao longo de uma linha de corrente do gás para 300 rpm e vazão de líquido normalizada de 0,8. ....	108

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Grupos dimensionais utilizados no modelo MUSIG.....	70
Tabela 3.2 – Dimensões do rotor e difusor.....	71
Tabela 3.3 – Condições de projeto da bomba Imbil Itap 65-330/2 .....	71
Tabela 3.4 – Grade de testes para simulação.....	78
Tabela 3.5 – Comparação dos parâmetros de malha .....	81
Tabela 3.6 – Comparação do incremento de pressão médio após 12 revoluções do rotor.....	81
Tabela 3.7 – Comparação do incremento de pressão médio após 8 revoluções do rotor .....	84
Tabela A.1 – Fração volumétrica de gás medida experimentalmente e utilizada como parâmetro de entrada nas simulações numéricas.....	116
Tabela B.1 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 300 rpm .....	117
Tabela B.2 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 600 rpm .....	117
Tabela B.3 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 300 rpm e vazão mássica de ar de 0,63 kg/h.....	117
Tabela B.4 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 400 rpm e vazão mássica de ar de 1,11 kg/h.....	118
Tabela B.5 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 500 rpm e vazão mássica de ar de 1,40 kg/h.....	118
Tabela B.6 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 600 rpm e vazão mássica de ar de 1,51 kg/h.....	118

## LISTA DE SIGLAS E ACRÔNIMOS

BCS	Bombeio Centrífugo Submerso
BEP	<i>Best Efficiency Point</i> – Ponto de melhor eficiência
CAD	<i>Computer Aided Design</i> – Projeto Assistido por Computador
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> – Dinâmica de Fluidos Computacional
FS/EE	<i>Flow Structure</i> – Estrutura de Escoamento
GGI	<i>General Grid Interface</i> – Interface geral de malha
MUSIG	<i>Multiple Size Group</i> – Múltiplos grupos dimensionais
NUEM	Núcleo de Escoamento Multifásico
SST	<i>Shear Stress Transport</i> – Transporte de tensão cisalhante
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
WMS	<i>Wire Mesh Sensor</i> – Sensor de malha de eletrodos

## LISTA DE ABREVIATURAS E SUBSCRITOS

<i>a</i>	Axial
<i>c</i>	Referente à fase contínua
<i>d</i>	Descarga
<i>des</i>	Referente à condição de projeto
<i>des*</i>	Referente à condição de projeto em rotação nominal de projeto
<i>g</i>	Referente à fase gasosa
<i>i</i>	Referente ao i-ésimo grupo dimensional
<i>k</i>	Referente à k-ésima fase
<i>ki</i>	Referente à interface que envolve a k-ésima fase
<i>l</i>	Referente à fase líquida
<i>man</i>	Manométrica
<i>p</i>	Referente à partícula
<i>r</i>	relativa
<i>Ref</i>	Referência
<i>s</i>	Sucção

## LISTA DE SÍMBOLOS

	<b>Descrição</b>	<b>Unidade</b>
$n$	Velocidade de rotação	[rpm]
$Q$	Vazão volumétrica	[m <sup>3</sup> · s <sup>-1</sup> ]
$H$	Altura de elevação fornecida à fase líquida	[m]
$n_s$	Velocidade específica	[-]
$p$	Pressão	[kg · m <sup>-1</sup> · s <sup>-2</sup> ]
$\rho$	Massa específica	[kg · m <sup>-3</sup> ]
$g$	Aceleração da gravidade	[m · s <sup>-2</sup> ]
$\bar{V}$	Velocidade média	[m · s <sup>-1</sup> ]
$z$	Altura de um ponto em relação a uma referência arbitrária	[m]
$\vec{v}$	Vetor velocidade	[m · s <sup>-1</sup> ]
$\vec{A}$	Vetor de área	[m <sup>2</sup> ]
$p^t$	Pressão total	[kg · m <sup>-1</sup> · s <sup>-2</sup> ]
$\lambda$	Fração volumétrica de gás pelo modelo homogêneo	[-]
$d$	Diâmetro	[m]
$H_c$	Altura de elevação total	[m]
$H_a$	Altura de elevação fornecida à fase gasosa	[m]
$\Delta H$	Diferença de altura de elevação monofásica e bifásica	[m]
$\Delta h$	Diferença de perdas hidráulicas	[m]
$\Delta H_{imp}$	Diferença de altura de elevação fornecida pelo rotor	[m]
$\Psi_r$	Parâmetro adimensional de ganho de pressão em função da posição da pá do rotor	[-]
$\alpha$	Fração de vazio	[-]
$\dot{m}$	Vazão mássica	[kg · s <sup>-1</sup> ]
$\vec{V}_{xyz}$	Vetor velocidade em sistema de coordenadas não inercial	[m · s <sup>-1</sup> ]
$t$	Tempo	[s]
$\mu$	Viscosidade dinâmica	[kg · m <sup>-1</sup> · s <sup>-1</sup> ]
$\vec{\Omega}$	Vetor velocidade angular	[s <sup>-1</sup> ]
$\vec{r}$	Vetor posição em relação à origem	[m]
$V'$	Flutuação de velocidade	[m · s <sup>-1</sup> ]
$\mu_t$	Viscosidade turbulenta	[kg · m <sup>-1</sup> · s <sup>-1</sup> ]

$k$	Energia cinética turbulenta	$[m^2 \cdot s^{-2}]$
$\delta_{ij}$	Função delta de Kronecker	[-]
$y^+$	Distância adimensional do primeiro ponto de cálculo relativo à parede	[-]
$y$	Distância em relação à parede	[m]
$\nu$	Viscosidade cinemática	$[m^2 \cdot s^{-1}]$
$u^*$	Velocidade de atrito	$[m \cdot s^{-1}]$
$\vec{n}$	Vetor normal unitário	[-]
$A_i$	Área interfacial	$[m^2]$
$\delta$	Espessura da interface	[m]
$X$	Função indicadora de fase	[-]
$\Gamma$	Taxa de troca de massa através da interface	$[kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}]$
$\vec{M}$	Tensões sobre a interface	$[kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-2}]$
$\forall_p$	Volume de uma partícula	$[m^3]$
$\vec{F}_D$	Força de arrasto	$[kg \cdot m \cdot s^{-2}]$
$\vec{F}_{MV}$	Força de massa virtual	$[kg \cdot m \cdot s^{-2}]$
$\vec{F}_S$	Força de sustentação	$[kg \cdot m \cdot s^{-2}]$
$\vec{F}_{LP}$	Força de lubrificação de parede	$[kg \cdot m \cdot s^{-2}]$
$\vec{F}_{DT}$	Força de dispersão turbulenta	$[kg \cdot m \cdot s^{-2}]$
$C_d$	Coeficiente adimensional de arrasto	[-]
$Re$	Número de Reynolds	[-]
$Eo$	Número de Eotvos	[-]
$Mo$	Número de Morton	[-]
$f$	Fração dimensional	[-]
$B^C$	Taxa de nascimento de bolhas por coalescência	$[kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}]$
$B^Q$	Taxa de nascimento de bolhas por quebra	$[kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}]$
$D^C$	Taxa de morte de bolhas por coalescência	$[kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}]$
$D^Q$	Taxa de morte de bolhas por quebra	$[kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}]$
$r$	Distância radial em um ponto qualquer	[m]
$R$	Raio do tubo	[m]
$\theta^*$	Posição relativa entre a face de pressão e de sucção	[-]



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>18</b>
1.1	Contexto do Tema	18
1.2	Caracterização do Problema	19
1.3	Objetivos	21
1.4	Justificativa	22
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>24</b>
2.1	Definições Básicas	24
2.2	Escoamento Bifásico em Bomba Centrífuga	27
2.2.1	Estudos Experimentais	29
2.2.2	Estudos Numéricos	46
2.3	Síntese do Capítulo	57
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>58</b>
3.1	Revisão Bibliográfica	58
3.2	Modelagem Matemática	59
3.2.1	Modelo de turbulência	60
3.2.2	Modelo Euler-Euler de dois fluidos	62
3.2.3	Modelo de múltiplos grupos dimensionais (MUSIG)	69
3.3	Definição da Geometria	70
3.4	Modelagem Numérica	72
3.4.1	Condições de contorno e parâmetros de simulação	73
3.4.2	Malha computacional	78
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>87</b>
4.1	Análise de desempenho	87
4.2	Análise da Dinâmica do Escoamento	90
4.3	Análise do diâmetro das bolhas	100
4.4	Campos de pressão e análise das forças interfaciais	104
4.5	Síntese do capítulo	108
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>109</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>112</b>
	Apêndice A – Fração Volumétrica de Gás na entrada	116
	Apêndice B – Resultados Numéricos	117

# 1 INTRODUÇÃO

Turbomáquinas são elementos fundamentais de um grande espectro de aplicações, sejam elas propulsão ou geração de energia, através de turbinas, ou transporte e circulação de fluidos, através de bombas. O escoamento no interior de tais equipamentos é de difícil descrição, tendo em vista o caráter rotativo de parte do domínio e a geometria irregular dos canais por onde o fluido escoar (STEPANOFF, 1957). No caso de escoamentos líquido-gás em bombas centrífugas, o problema se intensifica. O padrão de escoamento das duas fases pode assumir diversas configurações, difíceis de generalização pela existência de grande variedade de geometrias e condições de operação (GÜLICH, 2010). Busca-se compreender os fatores por trás da alteração que a fase gasosa pode imprimir no desempenho do equipamento, projetado, via de regra, para operar apenas com líquido.

## 1.1 Contexto do Tema

Na indústria nuclear, em particular em plantas onde se aplicam reatores com água pressurizada como fluido refrigerante, atenção especial existe em se garantir o resfriamento adequado do reator. Uma falha séria nesse contexto consiste justamente na perda de fluido refrigerante, o que pode vir associado a uma despressurização do sistema. Nesse caso, parte da água pode se vaporizar no circuito, fazendo com que a bomba de recirculação do refrigerante opere momentaneamente com uma mistura líquido-gás. A capacidade de bombeio cai significativamente nessas condições, o que pode levar ao sobreaquecimento do reator. O entendimento do desempenho da bomba sob tais condições é essencial para o melhor planejamento das medidas de segurança da planta (POULLIKKAS, 2003).

A indústria da extração de petróleo também possui grande interesse no entendimento do comportamento de bombas centrífugas operando com escoamentos líquido-gás. Em reservas localizadas em águas profundas, é recorrente a necessidade de técnicas de elevação artificial como o Bombeio Centrífuco Submerso (BCS). O bombeio, no entanto, não se resume apenas ao líquido. A pressão sobre o escoamento diminui à medida que o óleo vai sendo levado à superfície, o que leva

uma quantidade de gás, antes dissolvido pela alta pressão, a se desprender e a escoar juntamente com a fase líquida.

A entrada de gás livre na bomba pode causar perdas consideráveis no desempenho, sendo capaz, inclusive, de bloquear a operação por completo. Tais consequências se traduzem em queda de produção e, logicamente, queda nos rendimentos da operadora (ESTEVAM, 2002).

Até 2013, a Petrobras contava com cerca de 20 sistemas de BCS instalados com planos de instalar mais 24. Responsáveis na época pela produção de mais de 150 mil barris de petróleo por dia, o montante poderia chegar em até 500 mil barris de petróleo por dia com novos reservatórios operando em capacidade máxima (PETROBRAS, 2013). Percebe-se que uma queda na performance dessas bombas implica em grandes prejuízos. Busca-se, então, informações que permitam um melhor dimensionamento do sistema e impeçam interrupções na produção, evitando assim perdas financeiras significativas.

A indústria bioquímica também pode se beneficiar de estudos sobre o bombeio envolvendo escoamentos multifásicos. Processos como fermentação microbológica e tratamento de água requerem o transporte de misturas líquido-gás, sendo muitas vezes empregadas bombas centrífugas (SERENA, 2016). De maneira mais ampla, qualquer instalação com vedação inadequada pode permitir a entrada de gás na sucção da bomba, podendo, desta forma, também estar sujeita à escoamentos bifásicos.

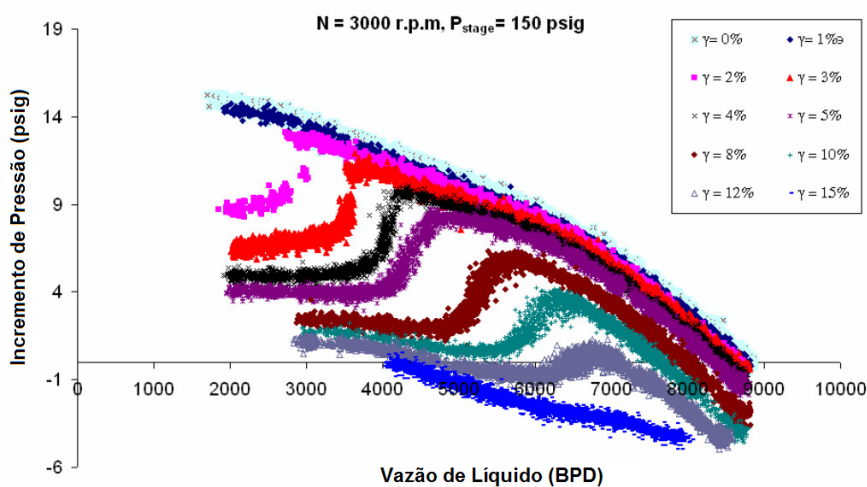
## **1.2 Caracterização do Problema**

É conhecido o efeito prejudicial que a adição de uma fase gasosa pode trazer para o desempenho de uma bomba. Entretanto, a quantidade de variáveis que afetam esse fenômeno impede que se tirem conclusões universais sobre o escoamento e sobre a taxa da degradação do desempenho. Propriedades físicas das fases, a fração volumétrica de gás, o diâmetro das bolhas dispersas, a velocidade de rotação da bomba e características geométricas e de montagem da bomba são todos fatores que influenciam no bombeio de misturas bifásicas de líquido e gás (GÜLICH, 2010).

Devido à complexidade do escoamento bifásico de líquido-gás em bombas centrífugas, existe uma grande dependência de estudos experimentais na indústria,

que, apesar de bastante custosos, fornecem informações valiosas sobre a operação real das bombas sob condições específicas. A maior preocupação está relacionada à ocorrência de uma queda abrupta no incremento de pressão fornecido pela bomba quando um valor crítico de fração de gás é atingido, levando o desempenho da bomba muito abaixo do comportamento obtido com escoamento monofásico. O fenômeno, denominado na literatura de *surging*, instabiliza o bombeio e pode levar a uma completa parada no sistema (LEA e BEARDEN, 1982).

Na Figura 1.1 observam-se curvas características de uma bomba para diversas frações de gás, representadas por “ $\gamma$ ”. Observa-se que a descontinuidade na curva, ou ponto de *surging*, ocorre para vazões de líquido cada vez maiores para frações de gás crescentes. Na prática, isso implica que a bomba pode operar livre do aparecimento de *surging* numa faixa de vazões cada vez menor, diminuindo sua janela de operação.



**Figura 1.1 – Performance da bomba para diversas quantidades de gás**  
**Fonte: Adaptado de (BARRIOS, 2007)**

Existe, portanto, uma grande necessidade de entender a influência do gás no comportamento de bombas centrífugas, em especial por parte das indústrias nuclear e de petróleo. Melhorias na performance ou até uma maneira confiável de previsão da janela de operação de um bombeio bifásico seriam de grande valia.

Para que os objetivos acima sejam alcançados, entretanto, é necessária uma maior compreensão da física associada ao padrão de escoamento bifásico no interior de bombas. Os estudos experimentais existentes na literatura são, em sua maioria,

focados na avaliação de desempenho de bombas sob certas condições operacionais, com pouca discussão acerca dos mecanismos físicos que de fato levam à degradação de desempenho nessas situações. A complexa geometria de bombas centrífugas e o grande número de variáveis que influenciam o problema são alguns dos fatores que fazem com que os estudos existentes sejam relativamente limitados e inconclusivos.

Nesse contexto, com o avanço da técnica de dinâmica dos fluidos computacional aliado ao aumento na capacidade de cálculo computacional, a simulação numérica do escoamento bifásico de líquido-gás em bombas centrífugas se torna uma alternativa para o estudo destes tipos de escoamentos. Entre outras muitas vantagens desta técnica, a partir de resultados das simulações numéricas se pode analisar em detalhe o comportamento do escoamento no interior de geometrias complexas, como é o caso dos canais hidráulicos de bombas centrífugas. Além disso, modelos computacionais permitem manusear com relativa versatilidade uma vasta gama de condições operacionais que seriam difíceis de se controlar em experimentos.

### **1.3 Objetivos**

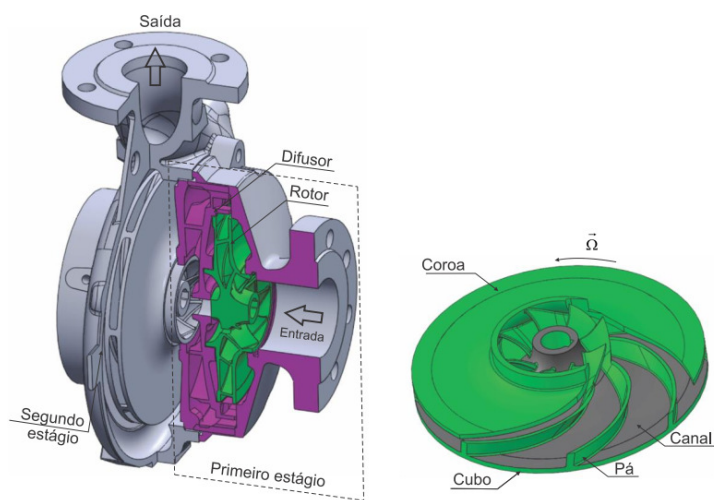
No presente trabalho será realizado o estudo numérico do escoamento bifásico líquido-gás em uma bomba centrífuga comercial. Por um lado, pretende-se comparar qualitativamente a dinâmica de escoamento obtida numericamente com a observada em experimentos, para diferentes condições operacionais. Em extensão, pretende-se avaliar quantitativamente a capacidade com a qual o modelo numérico consegue prever o desempenho de uma bomba centrífuga operando com líquido e gás.

Como ferramenta, foi utilizado o pacote comercial de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) Ansys® CFX® versão 18.1. O programa é baseado na metodologia de Volumes Finitos para a solução numérica do sistema de equações governantes, que por sua vez é baseado no Modelo de Dois Fluidos para o tratamento do escoamento bifásico. Além disso, foi adotado o modelo de balanço populacional polidisperso para a descrição da fase gasosa (ANSYS, 2017).

A geometria estudada foi baseada na bomba centrífuga radial com rotor fechado e difusor do tipo Imbil ITAP 65-330/2, esquematizada na Figura 1.2. A escolha é devido à grande disponibilidade de dados e imagens experimentais do escoamento provenientes do estudo desenvolvido por Cubas (2017), que utilizou réplica em acrílico

para seus testes. Assim como no experimento, a bomba foi posicionada verticalmente com o olho do rotor orientado para baixo de forma a replicar uma Bomba Centrífuga Submersa (BCS).

Como sugerido anteriormente, pretende-se traçar um paralelo entre o comportamento do escoamento observado pelos resultados numéricos e os verificados experimentalmente na literatura através de imagens. Existindo uma razoável semelhança, o resultado numérico possibilita um detalhamento do padrão de escoamento impraticável para estudos experimentais, visto que qualquer variável pode ser avaliada em qualquer ponto do domínio ao invés de depender de medições pontuais e janelas restritas de visualização.



**Figura 1.2 – Geometria da bomba Imbil ITAP 65-330/2 em CAD**  
**Fonte: (JIMÉNEZ, 2016)**

Informações sobre campos de velocidade e pressão ao longo de toda geometria e imagens do escoamento em qualquer região, serão obtidas a fim de complementar o entendimento do escoamento. Além disso, serão levantadas curvas de desempenho para comparação com dados experimentais. Com isso, pretende-se avaliar as vantagens e possíveis limitações do método computacional em fornecer informações reais para as diversas aplicações práticas.

#### 1.4 Justificativa

A necessidade de operar bombas sob a condição de escoamento bifásico torna imperativo o conhecimento dos fenômenos que regem a performance do

equipamento. Nesse sentido, a dinâmica de fluidos computacional pode vir a ser ferramenta muito útil. Sem a necessidade de montagem e instrumentação de custosas bancadas experimentais, códigos numéricos podem fornecer informações sobre todo o campo de pressão e velocidade de ambas as fases, além da curva de desempenho da bomba. Outro benefício vem da versatilidade no controle de condições operacionais de teste, vantagem essa que é muito interessante no presente problema.

Finalmente, o conhecimento adquirido por soluções numéricas pode vir a complementar projetos e dimensionamento de bombas centrífugas, ao passo que, com o entendimento da dinâmica de escoamento das fases, pode-se implementar modificações geométricas que otimizem o desempenho de bombas operando líquido-gás.

Para que as técnicas de CFD sejam implementadas na indústria, porém, é necessário que se possa confiar nos resultados levantados. A validação dos resultados é tarefa inerente da análise numérica. Comparar os resultados numéricos com experimentos reais sob condições semelhantes ajuda o constante desenvolvimento dos modelos que buscam simular a complexa interação líquido-gás. Como existem dados experimentais na literatura para a bomba analisada, a validação do modelo numérico será parte importante do presente estudo.

É ainda muito escasso o número de trabalhos na literatura que busquem estudar a dinâmica de escoamentos bifásicos em bombas centrífugas. Dentre os trabalhos existentes, a maioria dos estudos consiste de metodologias experimentais. Fatores como o elevado custo computacional, problemas de convergência, a falta de dados experimentais para validação e a dificuldade de implementação de modelos para escoamentos bifásicos resultam em análises relativamente simples, com pouca utilidade prática de engenharia.

Visto isso, o presente trabalho busca contribuir na validação dos atuais modelos numéricos, chamando atenção para os possíveis pontos que ainda careçam de melhoras e, dentro do possível, seguindo uma metodologia bem estabelecida pela literatura.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Bombas centrífugas são turbomáquinas que, através do movimento rotativo de um ou mais rotores, aplicam trabalho sobre fluidos com o objetivo de aumentar sua pressão (STEPANOFF, 1957), o que se traduz, na maioria dos casos, na possibilidade de transportar substâncias. O emprego deste tipo de equipamento é extenso, tanto para uso doméstico, como industrial. Retirada de água de poços artesianos, irrigação, torres de resfriamento e extração de petróleo são algumas das aplicações que requerem o aumento de pressão ou escoamento fornecido por uma bomba centrífuga.

### 2.1 Definições Básicas

A bomba centrífuga é composta, basicamente, por dois componentes principais: o rotor e a carcaça. O primeiro aplica torque ao fluido através de potência externa, sendo, portanto, responsável pelo acréscimo de pressão e velocidade. Já o segundo, no qual o rotor está alojado, tem a função de direcionar o fluido a elevadas pressões para a saída da bomba. Além disso, a carcaça contém bocais de sucção e descarga, vedações que impeçam vazamentos e apoia os mancais que suportam o eixo onde o rotor é montado (STEPANOFF, 1957).

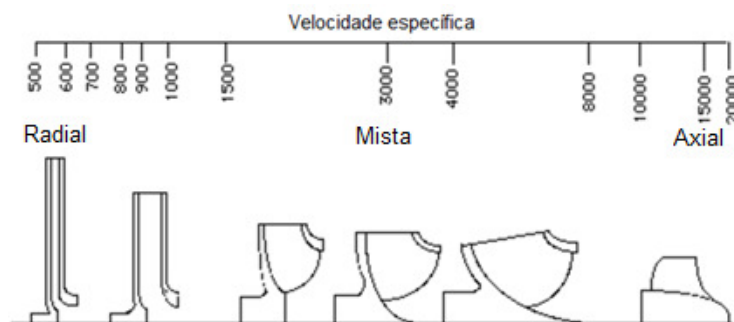
O rotor é constituído de pás que podem ou não serem envolvidas por coberturas (cubo, para superfície oposta à entrada, e coroa), sendo desta forma classificado como fechado ou aberto, respectivamente. Outra classificação importante do rotor se refere à direção para a qual ele induz o fluido: podendo ser radial, para fluxo após o rotor predominantemente normal ao eixo de rotação; axial, para saída de fluido paralela ao eixo; ou mistas, quando o resultado é intermediário.

A escolha do tipo de rotor depende da vazão e ganho de pressão requeridos, sendo, então, muito conveniente a utilização do parâmetro de velocidade específica explicitado pela Equação (1) onde “ $n$ ” é dado em revoluções por minuto, “ $Q$ ” é a vazão em metros cúbicos por segundo e “ $H$ ” é a altura de elevação, ou incremento de pressão em metros. É bastante usual, também, o uso das unidades norte-americanas, em que as variáveis são dadas respectivamente em revoluções por minuto, galões por minuto e pés.



$$n_s = \frac{nQ^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (1)$$

Bombas centrífugas radiais operam com maior eficiência em baixas velocidades específicas, enquanto que o oposto é verificado para bombas axiais (PRITCHARD, FOX e MCDONALD, 2011). Desta forma, utiliza-se este parâmetro como indicador do tipo de bomba mais adequada. A Figura 2.1 demonstra os tipos adequados de bombas para faixas de velocidade específica dada em unidades norte-americanas.



**Figura 2.1 – Tipos de bombas indicados para faixas de velocidade específica**  
**Fonte: Adaptado de (MCNALLY INSTITUTE, 2008)**

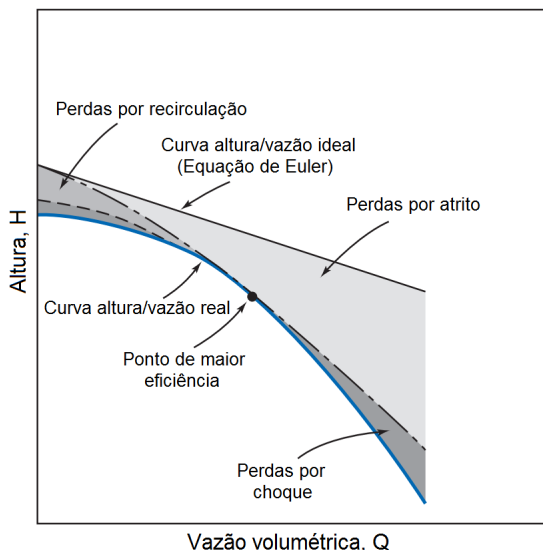
As bombas centrífugas submersas, atuantes nos processos de elevação artificial de petróleo e gás, costumam operar entre velocidades específicas de 1500 e 4000 (GAMBOA, 2008) sendo, portanto, bombas radiais ou mistas.

A carcaça da bomba, por sua vez, converte gradualmente energia cinética gerada pelo rotor em energia de pressão. Isso pode ocorrer através de uma voluta, em que o fluido é descarregado em um único canal com secção transversal crescente, ou através de um difusor aletado, composto por várias pás que direcionam o fluxo também para o sentido de maior secção transversal. Este direcionamento seccionado tende a manter o escoamento mais ordenado, de forma que a eficiência de bombas com difusor é geralmente maior (STEPANOFF, 1957).

Apesar de cada bomba ser projetada para operar com eficiência máxima em uma dada vazão e velocidade de rotação, é evidente que as necessidades práticas da indústria farão com que o equipamento seja usado em condições fora daquela de projeto. Aplicando-se um balanço de quantidade de movimento angular nas passagens do rotor, é possível levantar a curva característica teórica de uma bomba,

que relaciona altura de elevação, ou gradiente de pressão, para toda faixa de vazão suportada.

Entretanto, essa curva, teoricamente levantada para escoamento invíscido (Equação de Euler) em uma bomba com um número infinito de pás, não leva em conta dissipações que invariavelmente ocorrem durante um bombeio, sendo as principais as perdas por recirculação, atrito, vazamento e choque. A Figura 2.2 evidencia a modificação da curva teórica da bomba por influência das perdas individuais: recirculações no rotor para baixas vazões, atrito e vazamento crescendo com a vazão e choque se tornando relevante para altas vazões. O ponto de maior eficiência, ou BEP (do inglês *Best Efficiency Point*), é o ponto de operação para o qual as perdas por recirculação e choque são mínimas, trabalhando de acordo com o projeto.



**Figura 2.2 – Curva característica ideal e real**  
**Fonte: Adaptado de (PRITCHARD, FOX e MCDONALD, 2011)**

A curva de performance real pode, através de experimentos, ser levantada utilizando o princípio da conservação de energia. Com instrumentos capazes de medir vazão e pressão na entrada e saída da bomba e sabendo a diferença de altura entre estes pontos, calcula-se a altura de elevação da bomba através da Equação (2) (PRITCHARD, FOX e MCDONALD, 2011):

$$H = \left( \frac{p}{\rho g} + \frac{\bar{V}^2}{2g} + z \right)_a - \left( \frac{p}{\rho g} + \frac{\bar{V}^2}{2g} + z \right)_s \quad (2)$$

Onde “ $p$ ” é a pressão absoluta, “ $\rho$ ” a massa específica do fluido, “ $g$ ” a aceleração da gravidade, “ $\bar{V}$ ” a velocidade média do escoamento obtida através da vazão, “ $z$ ” a altura do ponto de medição em relação a uma referência arbitrária e os subscritos “ $d$ ” e “ $s$ ” se referem à descarga e sucção, respectivamente. Todavia, é necessário ressaltar que este cálculo é, rigorosamente, válido apenas quando aplicado sob uma linha de corrente. Em casos em que a bomba está operando longe de suas condições de projeto, a utilização de valores médios pode fugir consideravelmente da realidade (BRENNEN, 1994). Uma relação fiel é alcançada apenas com a integração da energia nas áreas de interesse, como mostra a Equação (3).

$$H = \frac{1}{Q} \int \frac{(p_d^t - p_s^t)}{\rho g} \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad (3)$$

Onde “ $\vec{v}$ ” é o vetor velocidade, “ $d\vec{A}$ ” o vetor do diferencial de área e “ $p^t$ ” é a pressão total, dada pela Equação (4).

$$p^t = p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z \quad (4)$$

Experimentalmente, é impraticável a implementação da Equação (3) pela falta de conhecimento sobre o campo de velocidades e pressão como um todo. Numericamente, porém, este tipo de informação pode ser coletado, possibilitando análises através desta abordagem.

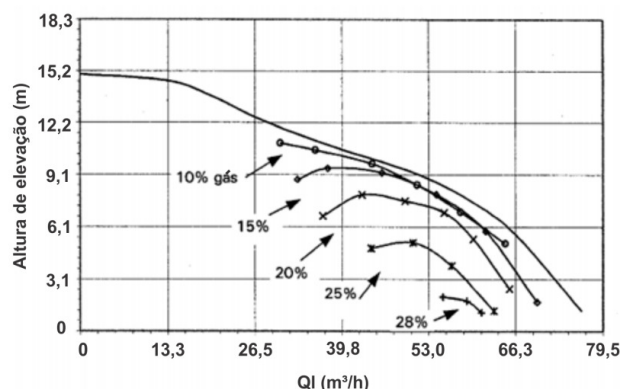
## 2.2 Escoamento Bifásico em Bomba Centrífuga

A adição de outra fase ao escoamento através de uma bomba centrífuga eleva significativamente o número de variáveis que afetam seu comportamento. Especificamente, no caso da ocorrência de escoamentos líquido-gás, fatores como a tensão superficial entre as fases, a relação entre as vazões de cada fase, a relação entre as massas específicas das fases e o diâmetro de bolhas dispersas no líquido podem alterar consideravelmente o desempenho da bomba (GÜLICH, 2010).

Foi extensamente verificado, através de trabalhos experimentais, que um aumento da fração volumétrica de gás, dada no modelo homogêneo de não-deslizamento pela Equação (5), onde “ $Q_g$ ” representa a vazão de gás e “ $Q_l$ ” a vazão de líquido, prejudica a capacidade da bomba de elevar pressão.

$$\lambda = \frac{Q_g}{Q_g + Q_l} \quad (5)$$

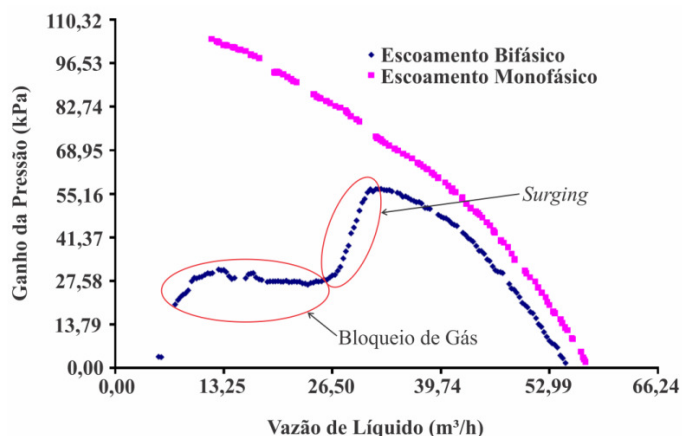
Para ilustrar este comportamento, na Figura 2.3 compara-se a curva de desempenho de uma bomba para diversas frações volumétricas de gás. Observa-se que a performance se mantém bastante próxima à obtida para escoamento monofásico quando a fração volumétrica de gás é baixa. Entretanto, é visível que a medida que a vazão de gás aumenta, a altura de elevação da bomba diminui consideravelmente.



**Figura 2.3 – Curva de desempenho bomba para diferentes frações volumétricas de gás**  
**Fonte: (SABINO, 2015)**

O fenômeno, porém, que mais dificulta a operação de uma bomba escoando com uma mistura líquido-gás é conhecido como “*surging*”, caracterizado por grandes aglomerações de gás nos canais do rotor (ESTEVAM, 2002). Seu efeito altera drasticamente o comportamento da bomba, de forma que a curva de desempenho passa a ter uma queda abrupta quando se caminha no sentido da diminuição da vazão de líquido. A Figura 2.4 explicita este fenômeno ao comparar as curvas características de escoamento monofásico com o de bifásico em regime de *surging*.

A partir do ponto de *surging*, o ganho de pressão passa a ser muito inferior ao de bombeio monofásico. O gás passa a ocupar grande parte dos canais do rotor, alterando significativamente a passagem da fase líquida e, com isso, prejudicando o desempenho do equipamento. Em casos extremos, pode ocorrer um total bloqueio de gás, em que toda extensão do rotor está ocupada pela fase gasosa. Sob tais condições a bomba perde sua capacidade de exercer sua função (LEA e BEARDEN, 1982).



**Figura 2.4 – Alteração da curva de desempenho de uma bomba pela presença de gás**  
**Fonte: (SABINO, 2015)**

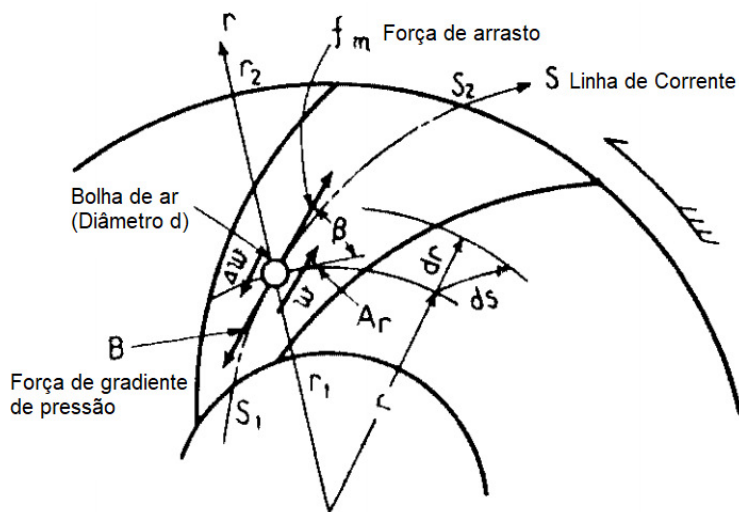
Diversos estudos surgiram na literatura com a finalidade de avaliar o desempenho da bomba sob escoamento bifásico como função de diversas condições operacionais, bem como avaliar a ocorrência de *surging* e a degradação de desempenho associada. A seguir, os principais trabalhos a respeito do tema são comentados com maior detalhe.

### 2.2.1 Estudos Experimentais

A demanda imediatista da indústria e o estágio ainda inicial da abordagem numérica para escoamentos multifásicos em bombas explicam o caráter majoritariamente experimental dos trabalhos da área, focados na aplicação técnica e não na análise teórica ou no comportamento das fases na bomba. Um dos primeiros estudos que buscou vencer essa dificuldade para analisar o comportamento do escoamento líquido-gás no interior de uma bomba foi o de Murakami e Minemura (1974). Os autores analisaram o desempenho de uma bomba operando com líquido e gás, adquirindo também imagens da distribuição de gás no rotor.

Murakami e Minemura (1974) explicitaram em seu trabalho que as principais forças que governam o movimento de bolhas no interior do rotor são a força de arrasto, existente devido ao movimento relativo do gás em relação ao meio líquido, e a força devido ao gradiente de pressão, que surge pelo aumento de pressão provocado pelo rotor. Na Figura 2.5 é apresentado o diagrama de forças atuantes em uma bolha escoando pelo rotor, em que os autores propõem que as forças citadas tenham

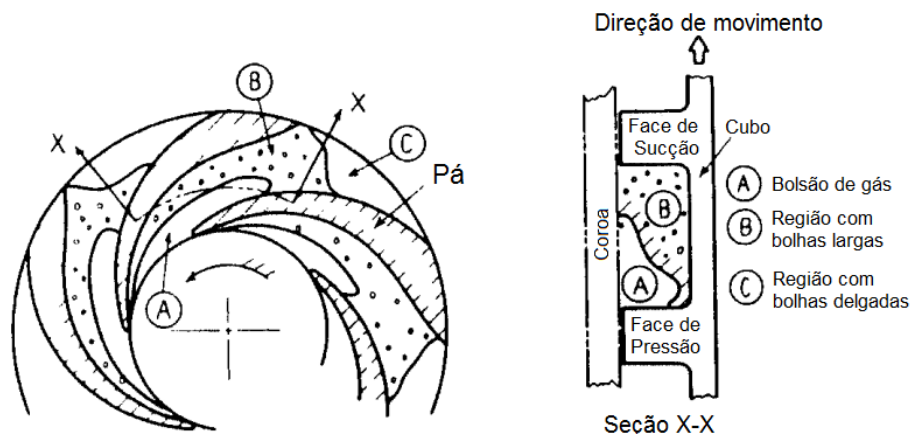
sentido de aplicação praticamente opostos. O líquido, que escoar para fora do rotor, tende a arrastar a bolha no sentido do aumento de pressão. Em contrapartida, o gradiente de pressão gera uma força no sentido contrário, que tende a levar a bolha para a região de menor pressão. O resultado disso é um deslocamento da bolha para a saída do rotor com uma velocidade menor do que a do líquido.



**Figura 2.5 – Balanço de forças em uma bolha fluindo por um rotor**  
**Fonte: Adaptado de (MURAKAMI e MINEMURA, 1974a)**

Além disso, Murakami e Minemura (1974) verificaram que a operação de bombas a velocidades de rotação altas admite uma maior quantidade de gás na sucção antes que a performance seja severamente degradada. Isso é explicado pela maior dispersão da fase gasosa, obtida pela quebra de bolhas através dos altos níveis de turbulência gerados pelo movimento das pás do rotor. De fato, o diâmetro médio das bolhas identificadas no interior do rotor diminui com o aumento da rotação.

Outra análise importante de Murakami e Minemura (1974) se refere ao posicionamento das bolhas no rotor durante o experimento. A existência de um gradiente lateral de pressão no canal do rotor faz com que bolhas escoem junto à face de pressão das pás. Porém, bolsões de gás aglomerados na entrada do rotor tendem a ficar juntos à face de sucção. Como esperado, verificou-se também que as regiões mais aeradas do escoamento acabam ficando mais próximas da coroa. Isso se dá devido à maior inércia da fase líquida, que é praticamente arremessada contra o cubo, separando parcialmente as fases. A disposição das bolhas para a condição limite de bombeio é apresentada na Figura 2.6.



**Figura 2.6 – Disposição das bolhas no canal do rotor para vazão de ar limite**  
**Fonte: Adaptado de (MURAKAMI e MINEMURA, 1974a)**

Os autores verificaram alta instabilidade de bombeio para altas vazões de gás, que prejudicam a capacidade da bomba em elevar pressão quando bolhas chegam a ocupar toda a extensão do canal. A piora da performance da bomba é atribuída à três fatores principais: à energia gasta para se bombear gás, ao aumento das perdas hidráulicas causadas pelo movimento das bolhas e à menor capacidade do rotor em transferir energia nestas condições. Dessa forma, Murakami e Minemura (1974) evidenciam as parcelas que compõe a altura de elevação total, “ $H_c$ ”, fornecida pela bomba através da Equação (6).

$$H_c = H + H_a \quad (6)$$

Em que “ $H$ ” é a parcela da altura de elevação fornecida à fase líquida quando na presença de gás, chamada de altura de elevação aparente e calculada experimentalmente através da Equação (2). Similarmente, “ $H_a$ ” representa a altura de elevação fornecida ao gás. A diferença da altura de elevação aparente observada entre o bombeio monofásico e bifásico é então definida pela Equação (7):

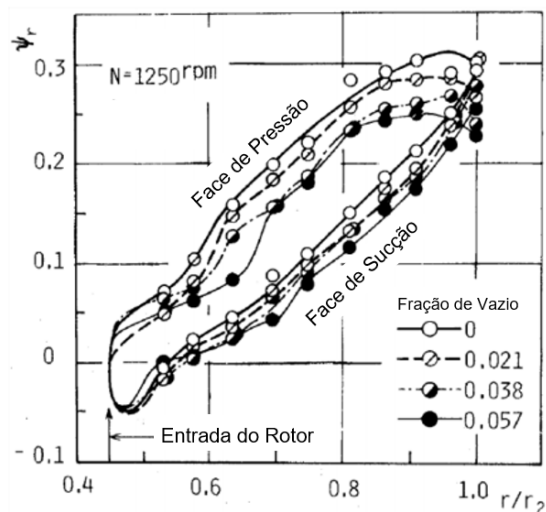
$$\Delta H = H_a + \Delta h - \Delta H_{imp} \quad (7)$$

onde “ $\Delta h$ ” representa o aumento das perdas hidráulicas e “ $\Delta H_{imp}$ ” a perda de altura de elevação fornecida pelo rotor.

De forma a aprofundar o conhecimento sobre a causa da queda de performance no bombeio bifásico, os mesmos autores se dedicaram à obtenção da distribuição de pressão no canal de um rotor sob escoamento líquido-gás. Minemura et al. (1983)

utilizaram sensores piezelétricos que permitiram o levantamento do campo de pressão da entrada à saída do rotor e no entorno das pás para uma bomba radial operando com rotação fixa de 1250 rotações por minuto.

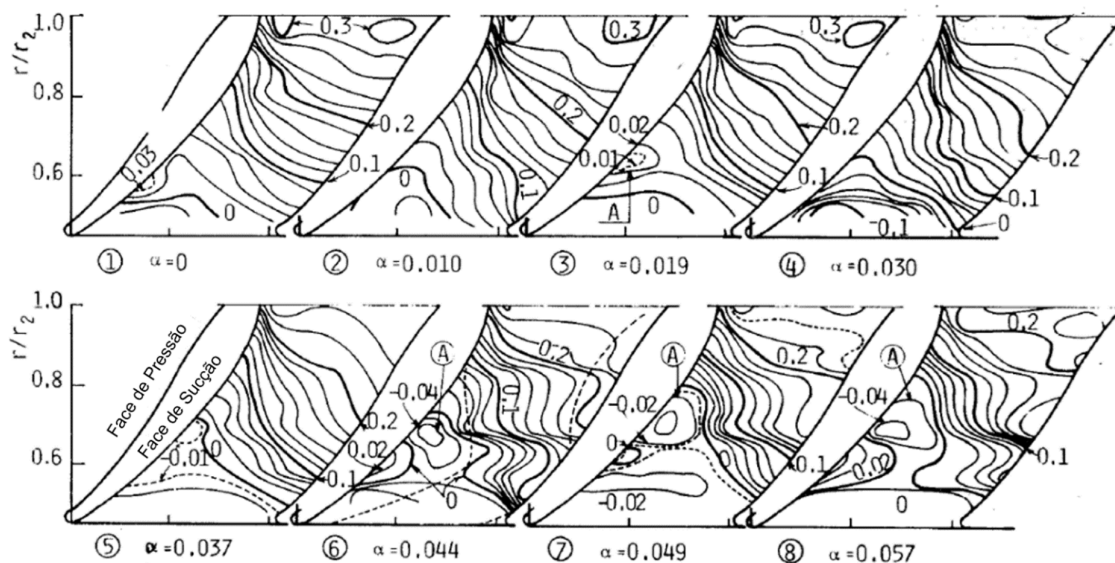
Minemura et al. (1983) observaram que um aumento da vazão de gás proporciona uma diminuição da pressão em ambas as faces da pá, com efeitos mais acentuados para a face de pressão. A perda na altura de elevação é atribuída a este comportamento, que pode ser observado na Figura 2.7, onde “ $\Psi_r$ ” é um parâmetro adimensional de ganho de pressão em função da posição na pá do rotor.



**Figura 2.7 – Distribuição de pressão no entorno da pá em função da fração de vazio**  
**Fonte: Adaptado de (MINEMURA et al. 1983)**

Os dados coletados por Minemura et al. (1983) permitiram, também, o traçado de linhas de pressão constante que resultaram nas imagens destacadas pela Figura 2.8, em que “ $\alpha$ ” é a fração de vazio. Percebe-se, para o escoamento monofásico, linhas isobáricas predominantemente perpendiculares às linhas de corrente ideais do fluxo e espaçadas de forma ordenada. O aumento gradativo de gás faz com que as linhas de pressão constante tomem uma forma mais caótica, gerando inclusive regiões com pressão inferior à entrada do rotor. É evidenciada, através da letra “A”, a região com formação de bolsão de gás, localizada junto à face de sucção perto da entrada do rotor. Fica clara a alteração das linhas isobáricas em decorrência do aglomerado de gás que, conseqüentemente, muda a dinâmica do escoamento.



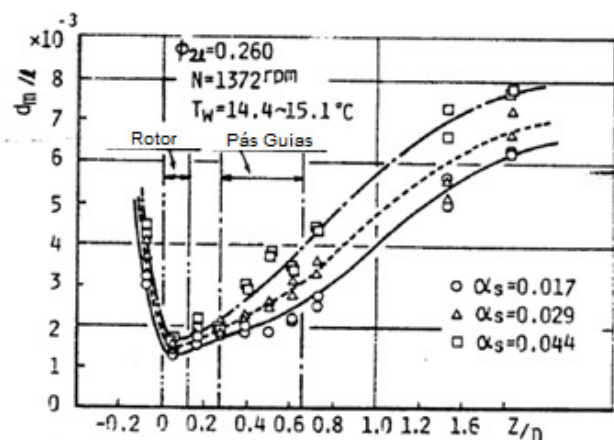


**Figura 2.8 – Linhas isobáricas no canal do rotor em função da fração de vazio**  
**Fonte: Adaptado de (MINEMURA et al. 1983)**

Dando sequência aos trabalhos experimentais, Minemura et al. (1985) publicaram mais um documento relevante para a área. Entre outras análises, avaliaram a distribuição e tamanho das bolhas no rotor e logo antes dele por meio de fotografia.

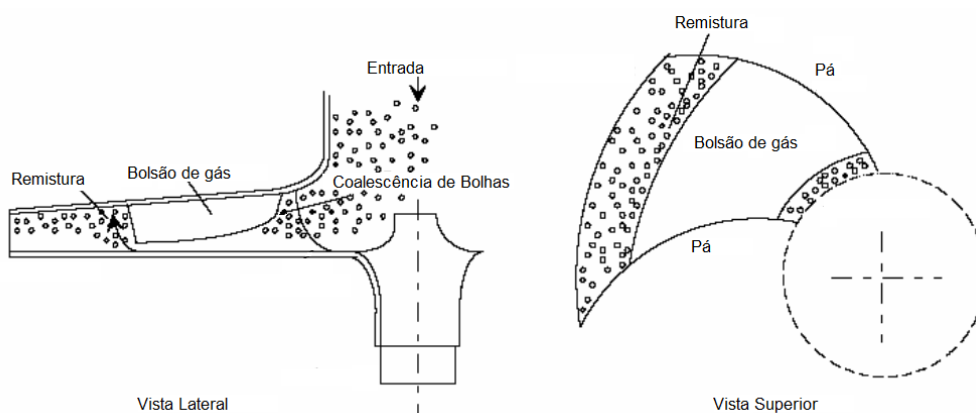
Foi observado, para frações de vazio relativamente pequenas, que maiores velocidades de rotação fazem com que o diâmetro das bolhas em posições radiais parecidas seja mais uniforme, sem grandes variações em relação à média. Os autores destacam, também, o aumento do diâmetro médio à medida que as bolhas caminham para a saída do rotor. Eles atribuem esse comportamento à coalescência de bolhas, visto que a pressão maior na saída do rotor tenderia a diminuir o tamanho das bolhas, caso não houvesse coalescência.

O tamanho das bolhas ao longo da bomba é apresentado na Figura 2.9, onde se nota um tamanho de bolha independente da fração de vazio na região de entrada do rotor, ao menos para as baixas vazões relativas de gás testadas. A queda abrupta dos diâmetros na sucção do rotor é atribuída à quebra de bolhas causada pelo mesmo. O aumento do diâmetro ao longo do canal, porém, se mostra função da quantidade de gás: quanto maior a fração de vazio, maior o tamanho da bolha na saída da bomba.



**Figura 2.9 – Diâmetro médio das bolhas em função da fração de gás**  
**Fonte: Adaptado de (MINEMURA et al. 1985)**

Estevam (2002) também realizou a visualização do escoamento bifásico em uma bomba radial, porém para frações de gás próximas à ocorrência de *surging*. Encontrando resultados similares aos de Murakami e Minemura (1974), o autor observou uma formação de um bolsão de gás junto à entrada do rotor e sua diminuição em tamanho com o aumento da rotação da bomba ou aumento da vazão de líquido. Ele verificou, também, que o escoamento de líquido consegue arrastar apenas bolhas de tamanhos bastante reduzidos para fora do bolsão e conseqüentemente para fora da bomba. Observa-se na Figura 2.10 que o desprendimento ocorre na calda mais à jusante da bolha, em uma região denominada de remistura pelo retorno do padrão de bolhas dispersas encontrado na sucção.



**Figura 2.10 – Posição do bolsão de gás no canal do rotor**  
**Fonte: Adaptado de (ESTEVAM, 2002)**

Uma abordagem mais completa, no sentido de interpretação de imagens, foi apresentada posteriormente por Barrios (2007). Motivada pelas necessidades da indústria de petróleo, a autora procurou caracterizar os fenômenos ligados ao *surging*, fazendo uso não só de técnicas de visualização, mas também de medição de performance e modelagens teóricas e numéricas.

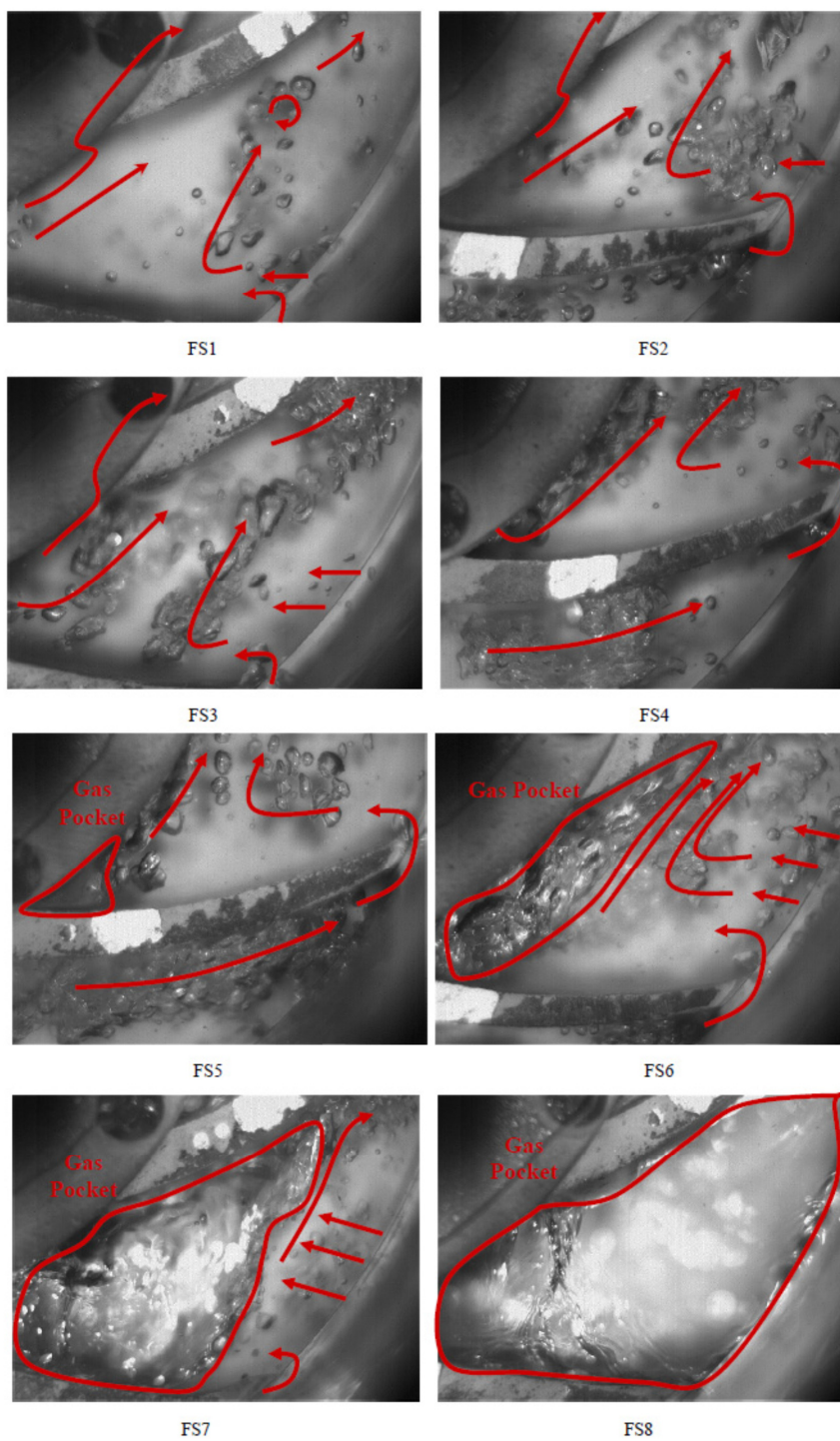
Através de fotografia de alta velocidade, Barrios (2007) analisou a distribuição de gás no canal do rotor para oito relações de vazão de gás e líquido, mantendo uma rotação de 600 rpm e vazão de gás em 0,15 pés cúbicos padrão por hora. Na Figura 2.11 mostra-se, para uma fração de vazão crescente do ponto FS1 ao FS8 (*Flow Structure*), vários fenômenos relacionados à dinâmica do gás no rotor apontados por setas vermelhas. Faz-se, ainda, o paralelo entre estes fenômenos com o incremento de pressão correspondente através da Figura 2.12.

Barrios (2007) observou que, para altas vazões de líquido, FS1 e FS2 da Figura 2.12, houve uma migração das bolhas entre canais: bolhas contornam a extremidade da pá junto à saída e seguem para o canal adjacente rente à face de sucção. Estas bolhas, seguindo para a entrada do rotor, tendem a desviar para a face de pressão e podem, inclusive, tornar a migrar de canal, em um movimento periódico. Já na entrada do canal, o gás tende a ser arremessado à face de pressão, podendo também recuar e adentrar apenas o canal seguinte. O ponto FS3 da Figura 2.12, com vazão de líquido menor, mantém o padrão de dinâmica de bolhas, porém já indica acúmulo de gás na ponta da face de pressão.

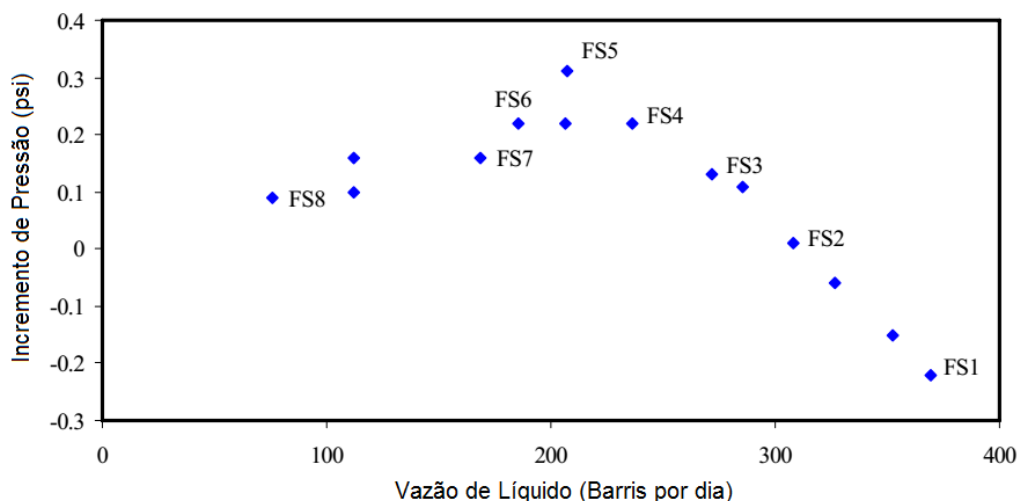
A operação da bomba com vazões abaixo da especificada em projeto acaba gerando recirculações de líquido próximo à entrada do rotor. Barrios (2007) indica que estas regiões repelem as bolhas, que acabam indo de encontro à face de pressão e lá se aglomerando. De fato, em FS4 na Figura 2.12, já se observa um acúmulo significativo de gás junto à face de pressão e, também, na entrada do canal.

A partir de FS5 da Figura 2.12, verificou-se uma queda abrupta no incremento de pressão fornecido pela bomba e a coalescência de gás em sua entrada, indicando o início do *surging*. Barrios (2007) chama a atenção para a rapidez com que o bolsão de gás formado toma conta de toda a periferia do canal: uma leve diminuição da vazão de líquido muda a condição de FS5 para FS6 na Figura 2.12. Nessas condições, bolhas provenientes da entrada acabam coalescendo com o bolsão de gás e bolhas

vindas do movimento de migração descrito anteriormente continuam a ser direcionadas para a face de pressão.



**Figura 2.11 – Distribuição de gás no rotor para diferentes frações de gás**  
Fonte: (BARRIOS, 2007)

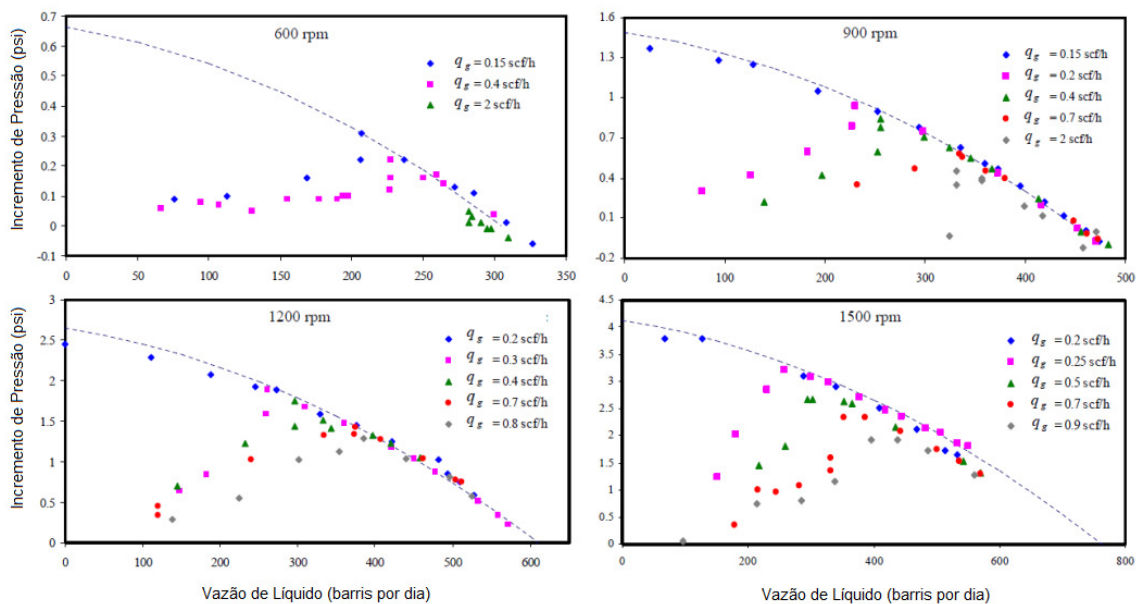


**Figura 2.12 – Desempenho da bomba com indicação das estruturas de fluxo analisadas**  
**Fonte: Adaptado de (BARRIOS, 2007)**

O aumento da fração de gás, para o ponto FS7 da Figura 2.12, diminui ainda mais o ganho de pressão do rotor. Barrios (2007) comenta, porém, que o líquido ainda escoava sob o bolsão de gás, como indicado por Estevam (2002). O bolsão aumenta até que, com a bolha ocupando praticamente toda a extensão do canal em FS8, aconteça o bloqueio da operação de bombeio.

Barrios (2007) repetiu o experimento para rotação de 900 rpm e, corroborando Minemura et al. (1985), verificou que o diâmetro médio de bolhas dispersas é consideravelmente menor quando se aumenta a velocidade de rotação do rotor. A rotação maior também intensifica a migração, ou recirculação, das bolhas entre canais. Além disso, a autora verificou melhora considerável no desempenho, principalmente no que se refere à janela de operação da bomba. A Figura 2.13 deixa claro que um aumento da rotação permite que se trabalhe com vazões de líquido menores sem ocorrência de *surgings*.

Outra constatação interessante diz respeito ao aumento do tamanho da bolha com o aumento da vazão de líquido quando a bomba opera em condição de *surgings*, indo contra a tendência observada por Minemura et al. (1985). A autora explica que a turbulência para vazões menores não é alta suficiente para causar coalescência, mantendo as bolhas pequenas.



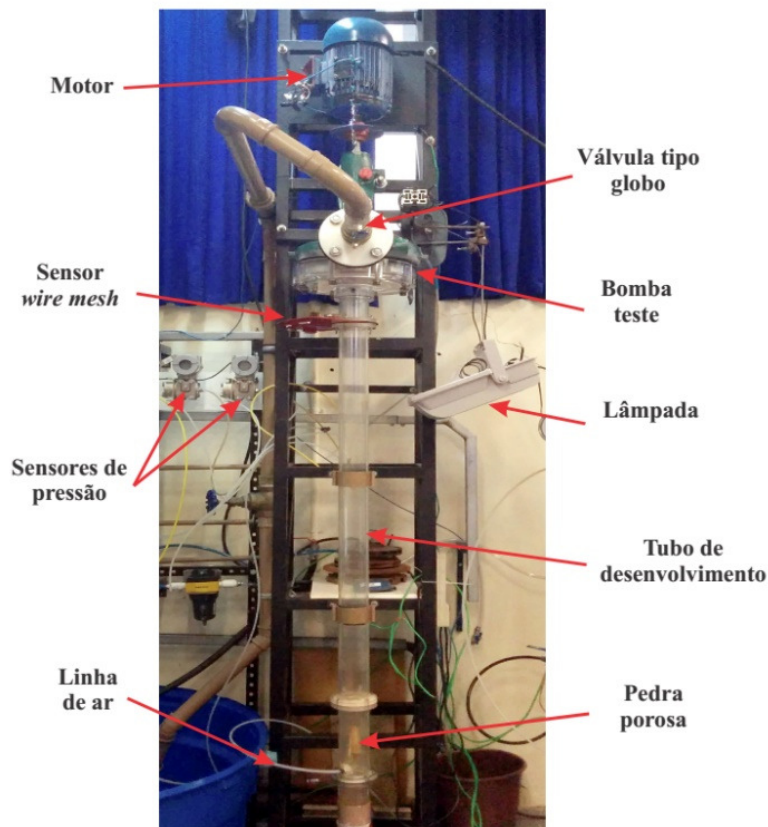
**Figura 2.13 – Curva de desempenho para diferentes rotações**

Fonte: Adaptado de (BARRIOS, 2007)

O estudo experimental de Cubas (2017) abrange tanto a avaliação do desempenho de uma bomba de dois estágios como sua associação a padrões de escoamento no interior do rotor e difusor do primeiro estágio para diversas combinações de vazão de líquido e gás. A metodologia utilizada pelo autor serviu de base para a elaboração do modelo numérico do presente trabalho que buscou reproduzir alguns de seus resultados.

A seção de testes utilizada por Cubas (2017) é apresentada na Figura 2.14. Com o controle das vazões mássicas das fases líquida e gasosa, insere-se o gás na fase líquida no padrão de bolhas dispersas através de um arranjo de pedra porosa no início de uma tubulação de desenvolvimento, à montante da bomba. Após um comprimento suficiente de tubo para o desenvolvimento do escoamento vertical ascendente, a fração de vazio é medida através de um sensor de malha de eletrodos WMS (*Wire Mesh Sensor*), que capta a diferença de permissividade elétrica das fases com alta resolução temporal e espacial. Em seguida, o escoamento atinge o rotor do primeiro estágio, fabricado por impressão 3D com resina transparente para permitir que uma câmera de alta taxa de aquisição de imagens pudesse captar detalhes do

escoamento. Sensores de pressão diferencial e manométrica também foram dispostos de forma a medir a pressão de sucção e incrementos de pressão do rotor e difusor.



**Figura 2.14 – Seção de Testes**

**Fonte: (CUBAS, 2017)**

Cubas (2017) realizou testes bifásicos fixando a pressão de sucção em 160 kPa (manométrica) e com rotações da bomba teste de 300, 400, 500 e 600 rpm para duas metodologias: de fração de vazio constante (segundo o modelo homogêneo de não deslizamento, vide Eq. (5)) e de vazão mássica de ar constante. Para essa última metodologia, a vazão mássica foi estipulada considerando-se que para a maior vazão de líquido de cada rotação ela correspondesse à 2% de fração de vazio.

Uma constatação interessante diz respeito a tendência de degradação similar do desempenho da bomba e do rotor do primeiro estágio. Embasado nas curvas de desempenho mostradas na Figura 2.15, Cubas (2017) indica que, devido a esse comportamento semelhante, uma análise de visualização da distribuição das fases no primeiro estágio pode caracterizar o escoamento bifásico na bomba como um todo.

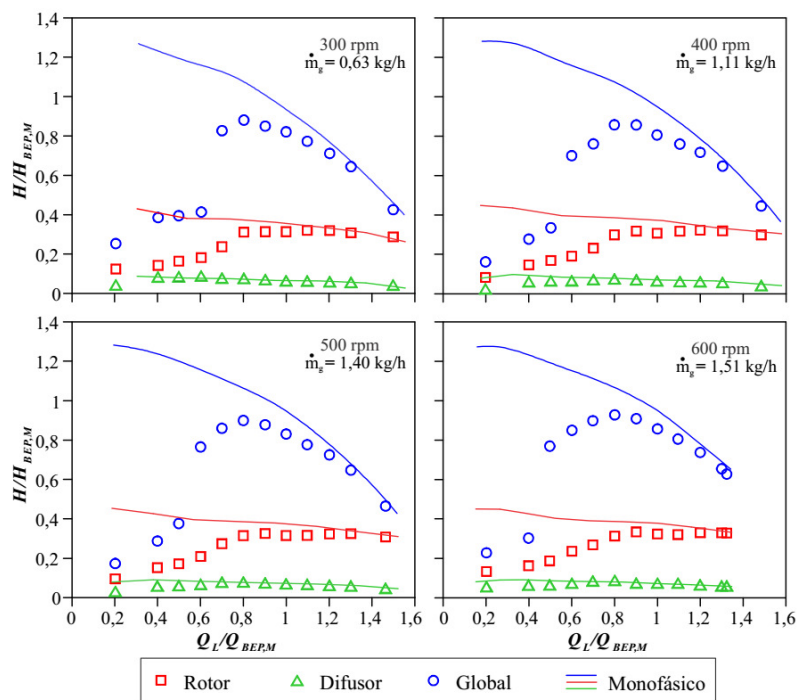


Figura 2.15 – Curvas de desempenho global, do rotor e difusor do primeiro estágio para vazão mássica de ar constante

Fonte: (CUBAS, 2017)

Assim como Barrios (2007), Cubas (2017) discute as estruturas de escoamento fazendo o paralelo com os pontos levantados da curva de desempenho. A Figura 2.16 enumera os pontos da curva de 300 rpm de forma a facilitar a denominação.

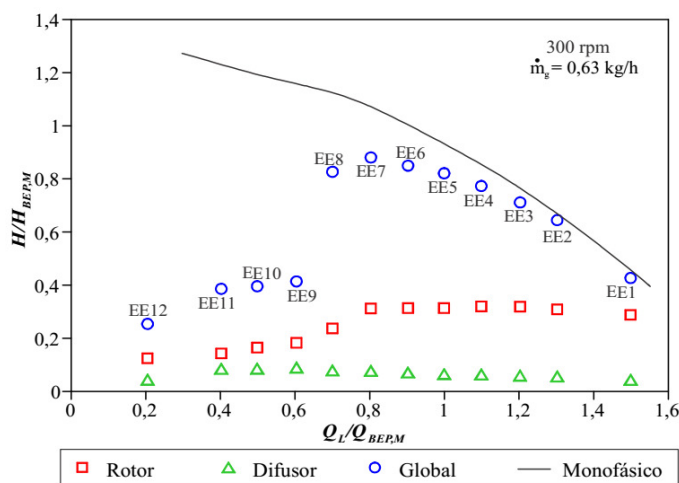
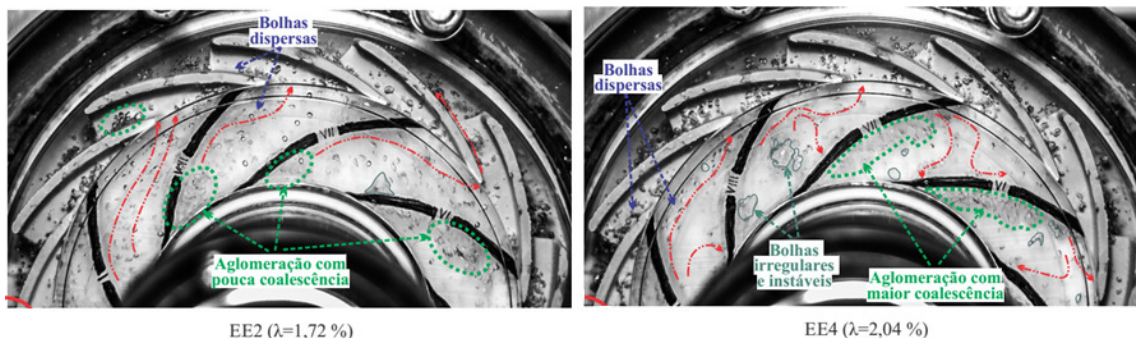


Figura 2.16 – Curva de desempenho para 300 rpm sob escoamento bifásico a vazão mássica de ar constante

Fonte: (CUBAS, 2017)



Para os pontos de maior vazão de líquido (EE1 a EE2 da Figura 2.16) foi identificado um padrão predominantemente de bolhas dispersas, com pouca aglomeração e coalescência como visto na Figura 2.17. Confirmando os resultados de Jiménez (2016), as bolhas escoavam inicialmente pelo lado de sucção da pá sendo defletidas na metade de sua trajetória para o lado de pressão do canal. Sob estas condições as bolhas conseguiam sair do rotor quase que em sua totalidade.



**Figura 2.17 – Distribuição de ar no rotor e difusor para as condições EE2 e EE4**

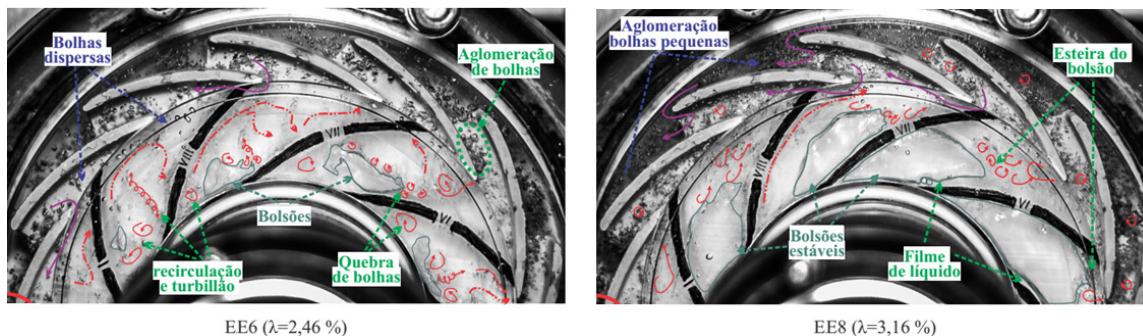
Fonte: (CUBAS, 2017)

Diminuindo-se a vazão de líquido para as condições EE3 e EE4 na Figura 2.16 o padrão geral se mantém, porém já podem ser identificadas maiores aglomerações de bolhas e coalescência, gerando bolhas instáveis de maior tamanho como aparente na Figura 2.17. Algumas bolhas já apresentam uma dificuldade em sair do rotor, recirculando para a entrada quando defletidas da face de sucção para a de pressão.

Para os pontos seguintes (EE5 e EE6 da Figura 2.16) o incremento de pressão começa a se afastar da curva monofásica. Cubas (2017) comenta que é possível observar um equilíbrio entre quebra e coalescência: Bolsões de gás passam a ser frequentes na entrada do rotor junto ao lado de pressão, mas são logo cisalhados pela fase líquida. A recirculação de bolhas para a entrada do rotor se intensifica e a partir deste ponto bolhas pequenas já no canal do difusor passam a recircular de um canal para o outro através da borda das pás como visto na Figura 2.18.

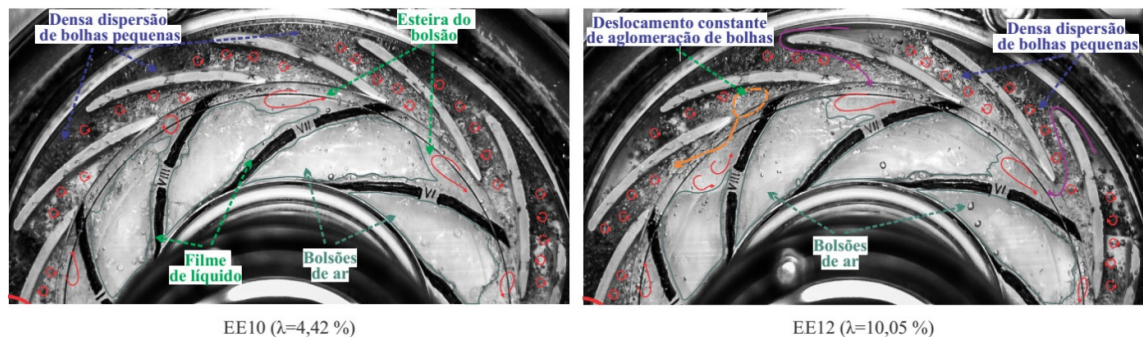
Ao se diminuir mais a vazão de líquido para o ponto EE7 da Figura 2.16 as fases passam a interagir de maneira caótica, com formação de bolsões maiores, mas ainda instáveis, acompanhados de turbilhões de bolhas. A partir daí o desempenho da bomba passa a cair com a diminuição da vazão de líquido. A estrutura EE8 da Figura 2.16 marca o início da condição de *surging*, em que todos os canais do rotor estão

ocupados parcialmente por bolsões de gás. Cubas (2017) observa uma separação de fases em que o bolsão se mantém preferencialmente junto ao lado de sucção da pá, enquanto que a fase líquida escoar pela face de pressão com bolhas dispersas em um filme de líquido como mostrado na Figura 2.18. Assim como observado por Estevam (2002), à jusante do bolsão se encontram várias bolhas de tamanho reduzido na chamada região de esteira do bolsão.



**Figura 2.18 – Distribuição de ar no rotor e difusor para as condições EE6 e EE8**  
**Fonte: (CUBAS, 2017)**

Os pontos de EE9 a EE12 da Figura 2.16, mostrados em parte na Figura 2.19, correspondem à região da curva com degradação severa do desempenho em que a estrutura de escoamento segue basicamente um padrão: bolsões de ar estáveis ocupam quase a totalidade do canal do rotor e restringem a passagem do líquido, que passa a escoar como um filme ao redor deles. Cubas (2017) sugere que este padrão seja denominado como anular. O difusor passa a conter uma densa dispersão de bolhas pequenas que apresentam dificuldade de deixar o rotor e recirculam intensamente entre canais.



**Figura 2.19 – Distribuição de ar no rotor e difusor para as condições EE10 e EE12**  
**Fonte: (CUBAS, 2017)**

Percebe-se que a degradação da bomba está diretamente ligada com a dinâmica de escoamento no interior do rotor. Entretanto, a distribuição das fases depende de diversas condições que dificultam uma correlação direta. Cubas (2017) exemplifica citando as recirculações na entrada dos canais, que, para 300 e 400 rpm, favorecem a coalescência, mas para 500 e 600 rpm acabam ajudando a quebra de bolhas devido a turbulência. A relação entre o gradiente de pressão da fase líquida, a força de arrasto, as recirculações da fase líquida e o nível de turbulência são os fatores que definirão se haverá uma prevalência de quebra ou coalescência de bolhas e conseqüentemente se a degradação será leve ou severa.

Como verificado na literatura, observou-se que o aumento da velocidade de rotação provoca uma melhora no desempenho da bomba e aumenta a janela de operação, ou seja, o ponto de *surging* é deslocado para vazões de líquidos menores. Cubas (2017) justifica a melhora com o efeito que a rotação causa sobre o diâmetro e formato das bolhas no interior do rotor, a transição entre padrões de escoamento, o aumento da turbulência e a intensificação do campo centrífugo. A Figura 2.20 apresenta a influência da rotação sobre as bolhas, mostrando que rotações menores apresentam bolhas de maior diâmetro e forma irregular, enquanto que maiores rotações possuem bolhas predominantemente esféricas de menor diâmetro.

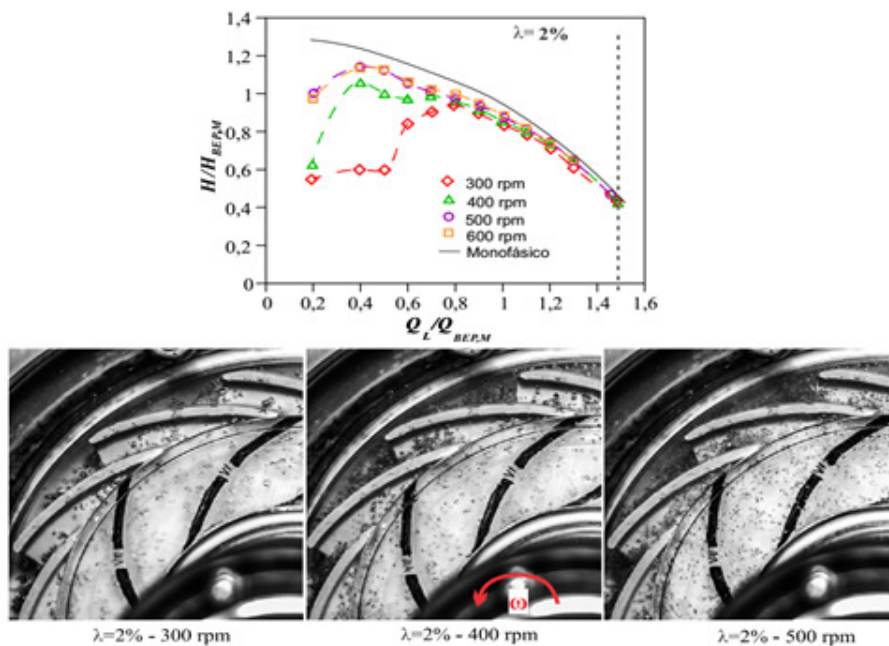
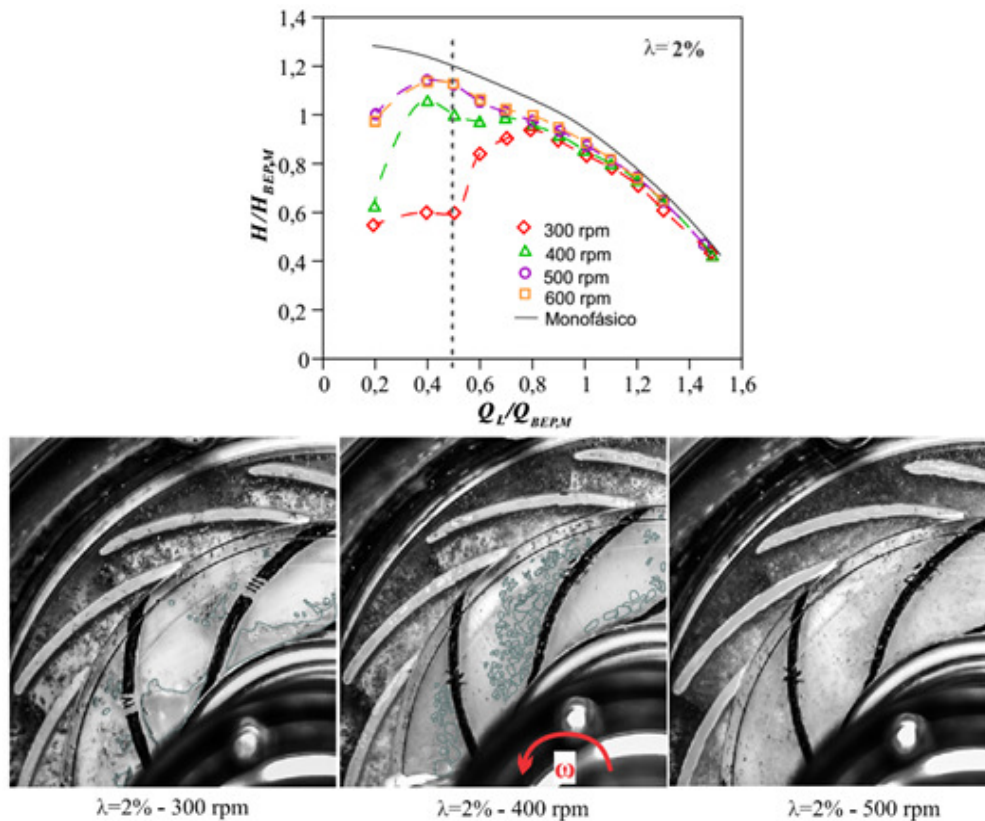


Figura 2.20 – Comparação do tamanho de bolhas para mesma vazão normalizada sob diferentes rotações.

Fonte: (CUBAS, 2017)

Para uma menor vazão de líquido normalizada, a diferença passa a ser não somente no tamanho das bolhas, mas também no padrão de escoamento no interior do rotor, fato que explica o deslocamento do ponto de *surging* para diferentes rotações. A Figura 2.21 apresenta a influência da velocidade de rotação sobre a dinâmica de escoamento, mostrando que enquanto a velocidade de 300 rpm permite grande coalescência com a presença de um bolsão de gás, as velocidades de 400 e 500 rpm apresentam um padrão de bolhas dispersas, com uma maior aglomeração para o primeiro caso.



**Figura 2.21 – Comparação do padrão de escoamento para mesma vazão normalizada sob diferentes rotações**  
**Fonte: (CUBAS, 2017)**

Cubas (2017) ainda compara as metodologias utilizadas, concluindo que a metodologia de vazão mássica constante caracteriza melhor o desempenho de bombas sob escoamento bifásico. O modelo homogêneo para o cálculo da fração de vazio assume que não há diferença de velocidade entre as fases, de forma que a fração de vazio efetiva pode alterar substancialmente quando a vazão de líquido muda.

A Figura 2.22, que apresenta a relação da curva de desempenho com as medições de fração de vazio na entrada da bomba e imagens do escoamento no rotor, evidencia que, na medida em que se busca manter a fração de vazio homogênea constante, a fração de vazio real diminui com a diminuição da vazão de líquido, causando um efeito direto tanto no padrão de escoamento, como na curva de desempenho.

Observa-se que, da referência até o ponto III, a coalescência diminuiu e o incremento de pressão aumentou, indo contra o comportamento físico esperado. Como o objetivo de se utilizar tais metodologias é justamente fixar variáveis e, assim, facilitar análises, a metodologia de fração de vazio constante se mostrou menos confiável do que a de vazão mássica constante.

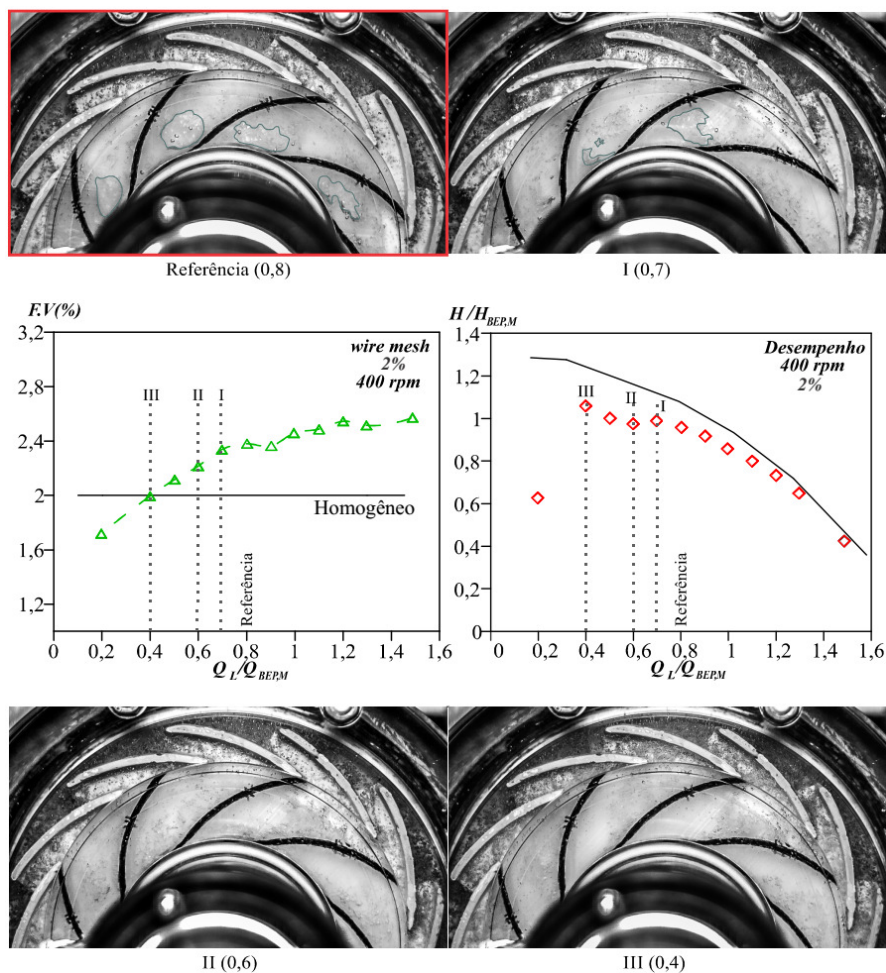


Figura 2.22 – Relação da fração de vazio real com o desempenho e padrão de escoamento da bomba

Fonte: (CUBAS, 2017)

Além dos fatores já discutidos nesta seção, muitos outros podem influenciar o comportamento do escoamento bifásico em bombas centrífugas. Diversos autores procuraram avaliar essa influência também por meio de estudos experimentais. Os efeitos de fatores geométricos como o número de pás no rotor e o tamanho da folga entre as pás e a carcaça foram estudados respectivamente por Murakami e Minemura (1974b) e Murakami e Minemura (1976). Já Lea e Bearden (1982) foram pioneiros no estudo do efeito do gás em bombas centrífugas submersas. Os autores avaliaram o desempenho de bombas com diferentes geometrias e de BCS de cinco estágios em condições que simulavam um poço de petróleo. Posteriormente, o efeito da presença de vários estágios em uma BCS foi estudado por Pessoa (2001), que se atentou para o desempenho individual de cada estágio sob escoamento bifásico. Gamboa e Prado (2012) buscaram verificar, entre outros temas, a influência da pressão na sucção da bomba. Apesar de relevantes, os fatores analisados nesses estudos fogem do escopo do presente trabalho.

### **2.2.2 Estudos Numéricos**

Ao contrário dos estudos experimentais, análises do escoamento bifásico em bombas através de ferramentas computacionais ainda contribuem muito pouco com o entendimento do fenômeno. As interações ainda pouco entendidas entre as fases implicam em uma carência de modelos confiáveis para implementação em simulações de aplicação prática, mesmo para geometrias mais simples como colunas de bolhas e tubos circulares. A geometria complexa de bombas torna o problema mais complicado, aumenta o custo computacional necessário para solução, causa dificuldade de convergência, entre outros.

Esses obstáculos limitam a maioria dos trabalhos numéricos no tema para estudos em geometrias simplificadas de rotores, com poucas condições operacionais testadas e análises de escoamento sem aprofundamento em relação ao que já se estuda por meio de investigações experimentais de visualização. Em geral, são ainda bastante escassos trabalhos numéricos que busquem resolver escoamentos bifásicos em bombas centrífugas, mesmo para a solução em condições simplificadas.

Uma das primeiras tentativas de se estudar numericamente a dinâmica de bolhas em um meio líquido através dos canais de uma bomba é o trabalho de Minemura e

Murakami (1980). Os autores utilizaram o método de Euler-Lagrange para analisar o movimento de bolhas no interior de rotor radial. O campo de escoamento do líquido é resolvido previamente como monofásico, então bolhas de gás são lançadas na entrada da bomba e percorrem o canal sob efeito desse campo. A abordagem é chamada de “uma-via”, visto que a passagem das bolhas não altera o campo do líquido. De modo a confirmar os resultados numéricos, as trajetórias obtidas foram comparadas com as verificadas em experimento com câmera de alta velocidade.

As análises foram realizadas para uma rotação de 1750 rpm no ponto de máxima eficiência com água e ar como fluidos de trabalho. As bolhas são liberadas a uma distância de 100 mm da entrada do rotor à mesma velocidade do líquido. A trajetória de bolhas lançadas em diferentes posições (denotadas de  $S_0$  à  $S_{10}$ ) é apresentada na Figura 2.23. Observa-se que as bolhas não acompanham as linhas de corrente do líquido durante todo o percurso. A região da curvatura na coroa próxima a entrada, apresenta bolhas se deslocando menos espaçadas do que na condição de entrada. O efeito do diâmetro das bolhas no desvio de trajetória é apresentado pela Figura 2.24, onde se observa que quanto maior o diâmetro da bolha, maior o desvio da bolha em relação à linha de corrente.

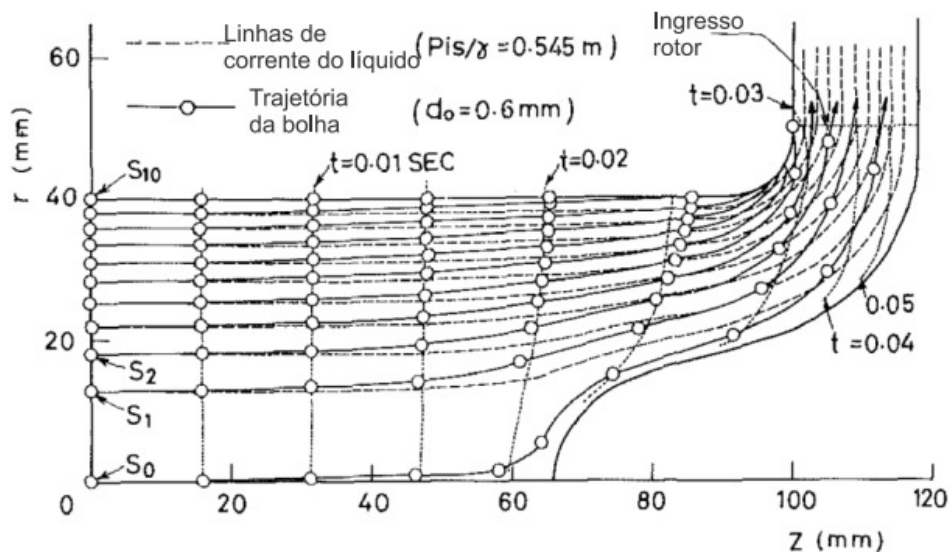
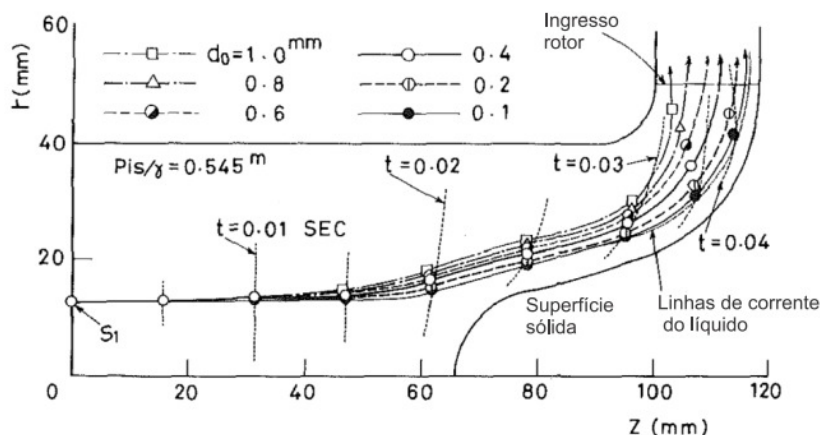


Figura 2.23 – Trajetória de bolhas de 0,6 mm lançadas sobre diferentes linhas de corrente na entrada do rotor

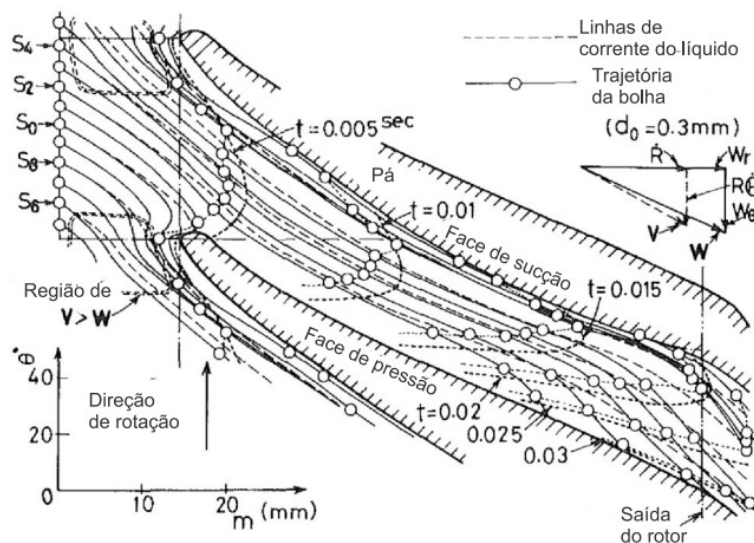
Fonte: Adaptado de (MINEMURA e MURAKAMI, 1980)



**Figura 2.24 – Trajetória de bolhas de diferentes diâmetros lançadas sobre diferentes linhas de corrente na entrada do rotor**

Fonte: Adaptado de (MINEMURA e MURAKAMI, 1980)

A Figura 2.25 apresenta a trajetória das bolhas entre as pás de sucção e pressão. Observa-se que, inicialmente, as bolhas tendem a acompanhar as linhas de corrente do líquido, porém um desvio no sentido da face de pressão é verificado enquanto o canal é percorrido. Segundo os autores, a velocidade radial da bolha se torna menor que a do líquido devido ao gradiente de pressão. Esta discrepância resulta em uma tendência das bolhas em desviar para a face de pressão. É verificado, também, que bolhas se movimentando junto à face de sucção se movem mais rapidamente do que as escoando pela face de pressão.

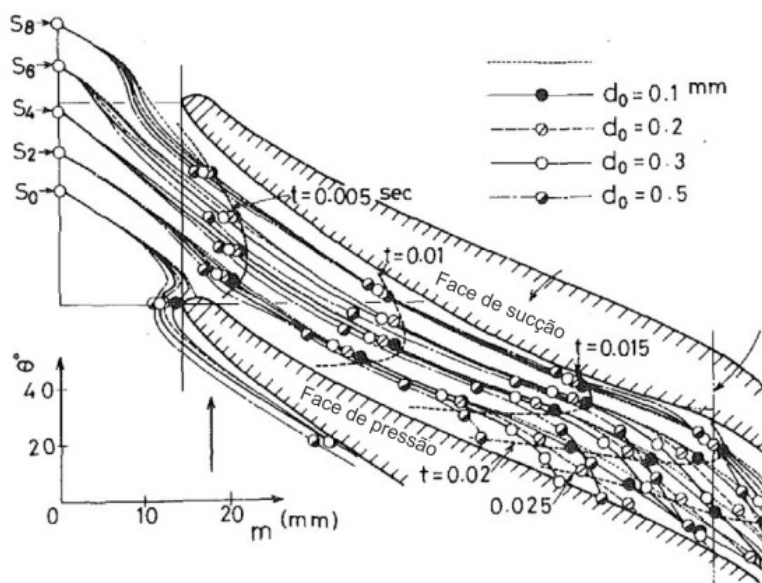


**Figura 2.25 – Trajetória das bolhas no interior do canal do rotor**

Fonte: Adaptado de (MINEMURA e MURAKAMI, 1980)



Minemura e Murakami (1980) analisaram, também para essa configuração, o efeito de diferentes diâmetros na trajetória das bolhas através da Figura 2.26. Da mesma forma, foram verificados maiores desvios para diâmetros de bolha maiores. Outro efeito percebido é o maior tempo que bolhas de maior magnitude levam para percorrer o trajeto.



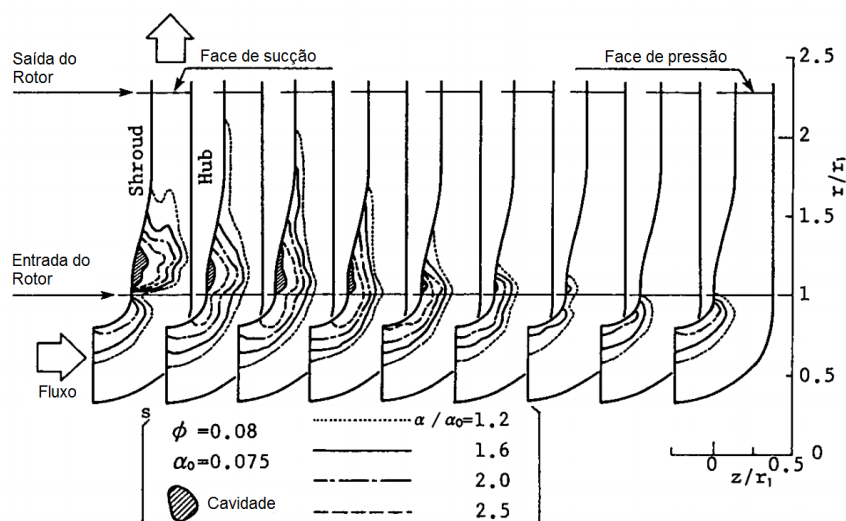
**Figura 2.26 – Trajetória de bolhas de diferentes diâmetros no canal do rotor**  
**Fonte: (MINEMURA e MURAKAMI, 1980)**

Minemura e Uchiyama (1993) desenvolveram um modelo numérico com intuito de prever o acúmulo de bolhas em canal de bomba centrífuga radial. Sem levar em conta efeitos de quebra de bolhas ou a interação entre elas, o modelo aplica um balanço de forças sobre cada bolha, permitindo levantar sua trajetória. Para isso, o modelo deve ser alimentado pela solução das equações de conservação para o escoamento monofásico no interior da bomba

Minemura e Uchiyama (1993) usam como geometria de análise um único canal do rotor, discretizado em elementos hexaédricos. As laterais têm condição de periodicidade, as paredes condição de não deslizamento e a vazão de líquido é especificada na entrada e na saída.

Apesar de não considerar a coalescência real das bolhas, o modelo inclui uma condição que substitui um aglomerado de bolhas por uma “cavidade de ar” quando verificada. Dessa maneira, foi possível avaliar os pontos com maior probabilidade de

acúmulo de gás. A Figura 2.27 apresenta a quantidade de gás obtida para diferentes secções do canal do rotor. Observa-se que houve um acúmulo de gás junto à coroa do rotor no lado de sucção. Foi verificado, também, um crescimento repentino da cavidade a partir de um limite de vazão de gás. Esse fenômeno concorda, de fato, com o que se observa na prática, como comentado por Barrios (2007).



**Figura 2.27 – Distribuição de gás para diferentes secções do canal entre as faces**  
**Fonte: Adaptado de (MINEMURA e UCHIYAMA, 1993)**

Em estudo mais recente, Caridad e Kenyery (2004) utilizaram o programa Ansys® CFX® para avaliar o desempenho de uma BCS e analisar a distribuição de gás no rotor fora da condição de *surging*. Utilizou-se o modelo Euler-Euler não-homogêneo, que calcula o campo de velocidade particular de cada fase. O modelo, considera que a transferência de quantidade de movimento depende diretamente da área de contato entre as duas fases e as forças interfaciais são ponderadas pelas frações volumétricas em cada volume finito (ANSYS, 2016).

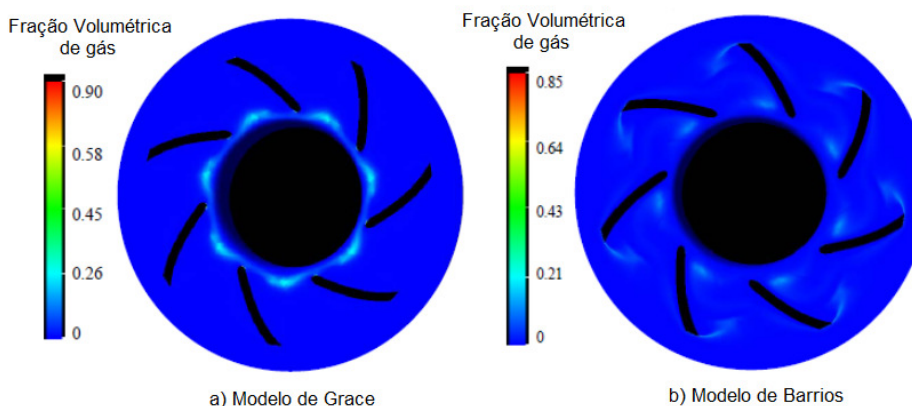
Para a turbulência, Caridad e Kenyery (2004) utilizaram o modelo k-ε padrão. Assumiram também, como condições de contorno, uma pressão constante na entrada do domínio, uma vazão mássica fixa na saída e tamanho de bolha constante de 0,1 mm na entrada. Os fluidos considerados foram água e ar.

O desempenho resultante das simulações apresentou comportamento qualitativamente coerente com o observado em experimentos, mas os valores absolutos desviam consideravelmente dos resultados experimentais. Os autores

justificam a discrepância pela simplificação da geometria considerada, que considera apenas o rotor e exclui o difusor. Quanto à distribuição de gás no rotor, os resultados de Caridad e Kenyery (2004) concordam com a literatura, sendo observados crescentes acúmulos de gás junto à face de pressão à medida que a fração de vazio aumentava.

Como extensão do mesmo trabalho já discutido anteriormente, Barrios (2007) simulou numericamente o escoamento bifásico no rotor da bomba estudada. Como condições de contorno para escoamento bifásico a autora estipulou uma pressão total fixa na entrada, um tamanho de bolha fixo em 0,36 mm e velocidades radiais do líquido e do gás na saída. O modelo utilizado para a turbulência também foi o k- $\epsilon$  padrão.

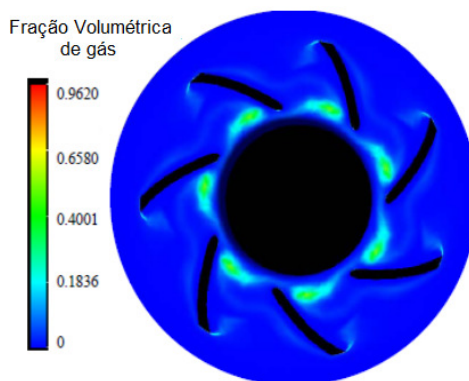
Uma das comparações levantadas por Barrios (2007) se refere à distribuição de gás obtida no rotor para diferentes expressões de coeficiente de arrasto e fração de vazio na entrada. Através da Figura 2.28, observa-se que o modelo de Grace (ANSYS, 2016) causa acúmulo considerável de gás na entrada do rotor mesmo para a baixa vazão de gás testada. Esse resultado diverge dos experimentos, de acordo com a autora. Com um modelo proposto pela própria autora, porém, observam-se menores aglomerados na entrada e algum acúmulo na ponta da face de sucção. Barrios (2007) sugere que isso representa a migração de bolhas entre os canais observada em seu trabalho experimental.



**Figura 2.28 – Distribuição de gás no rotor para modelos de coeficiente de arrasto**  
**Fonte: Adaptado de (BARRIOS, 2007)**

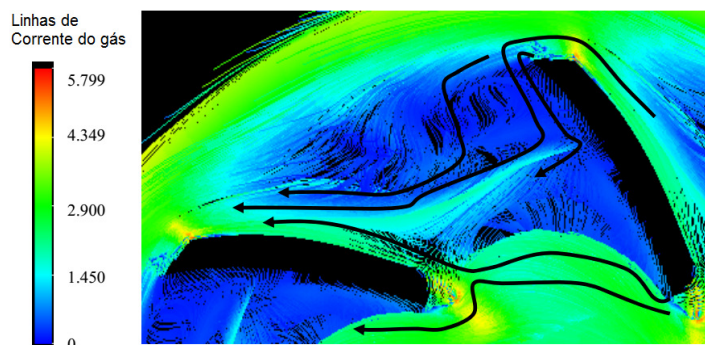
Com uso do modelo proposto pela autora, a Figura 2.29 mostra a formação de um acúmulo de gás na entrada para maiores frações de vazio. O movimento de

recirculação, porém, se mantém. Estes resultados também estão de acordo com os experimentos realizados. Todavia, não se observa acúmulo de gás junto à face de pressão, fenômeno verificado tanto pela visualização do escoamento quanto por Caridad e Kenyery (2004) e Murakami e Minemura (1974).



**Figura 2.29 – Distribuição de gás no rotor para fração de vazio na entrada de 0,1%**  
**Fonte: Adaptado de (BARRIOS, 2007)**

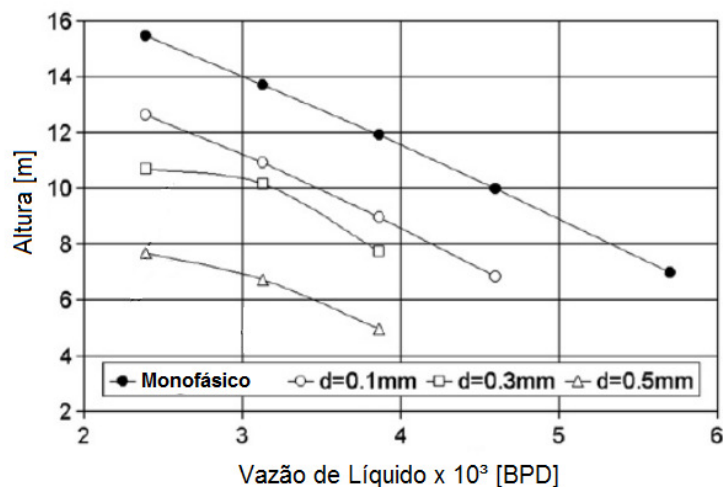
Barrios (2007) ainda demonstra pela Figura 2.30 as linhas de corrente do gás, que, pelas indicações em preto, se assemelham bastante com a dinâmica observada no experimento real.



**Figura 2.30 – Linhas de corrente do gás no rotor para fração de vazio na entrada de 0,05%**  
**Fonte: Adaptado de (BARRIOS, 2007)**

Caridad et al. (2008) analisaram numericamente o incremento de pressão de um rotor para diferentes vazões de líquido e gás e diâmetros de bolha na entrada. Observou-se que os resultados numéricos tendem a superestimar a altura de elevação em relação aos dados experimentais quando operando a altas vazões de líquido e fração de vazio.

Caridad et al. (2008) perceberam, também, o efeito de degradação que um aumento no diâmetro da bolha causa na operação do rotor. Na Figura 2.31 demonstra-se como a altura de elevação da bomba é fortemente degradada com o aumento de tamanho das bolhas, mesmo sem alteração na fração de vazio.



**Figura 2.31 – Altura de elevação da bomba para diferentes diâmetros de bolha**  
 Fonte: Adaptado de (CARIDAD, ASUAJE, et al., 2008)

Zhu e Zhang (2014) estudaram numericamente o escoamento bifásico líquido-gás em bomba centrífuga submersa com três estágios. Com malha de elementos tetraédricos e disposição não estruturada, a geometria simulada contempla apenas um canal do rotor e do difusor em cada estágio. Os autores simularam em condições de regime permanente, em que não se considera a rotação real do rotor, apenas a rotação do sistema de coordenadas na velocidade especificada. Esse procedimento, denominado de “*Frozen Rotor*”, não é capaz de captar fenômenos transientes da bomba, podendo em alguns casos fornecer valores de incremento de pressão consideravelmente diferentes da simulação não simplificada. Utilizaram o modelo Euler-Euler não homogêneo para a simulação do escoamento, o modelo k- $\epsilon$  padrão para a turbulência e o modelo de Grace (ANSYS, 2016) para o coeficiente de arrasto. Como condições de contorno, foram especificados o valor de pressão total na entrada e a vazão mássica da mistura na saída.

O incremento de pressão obtido numericamente para diversos tamanhos de bolha e fração de vazio foi comparado com dados experimentais, como mostra a Figura 2.32, onde o eixo vertical é o incremento de pressão normalizado em relação

ao incremento de escoamento monofásico e " $\lambda_g$ " é a fração de gás na entrada. Houve uma boa concordância entre o experimento e a simulação para pequenas frações de gás com diâmetro de bolha constante, porém, para valores acima de 10% os resultados numéricos superestimam consideravelmente o incremento de pressão em relação aos experimentos. Zhu e Zhang (2014) destacam a importância de se modelar o tamanho de bolha correto, apenas ao utilizar um fator de correção no tamanho da bolha em função da fração de vazio atingiram boa concordância do incremento de pressão numérico com o experimental.

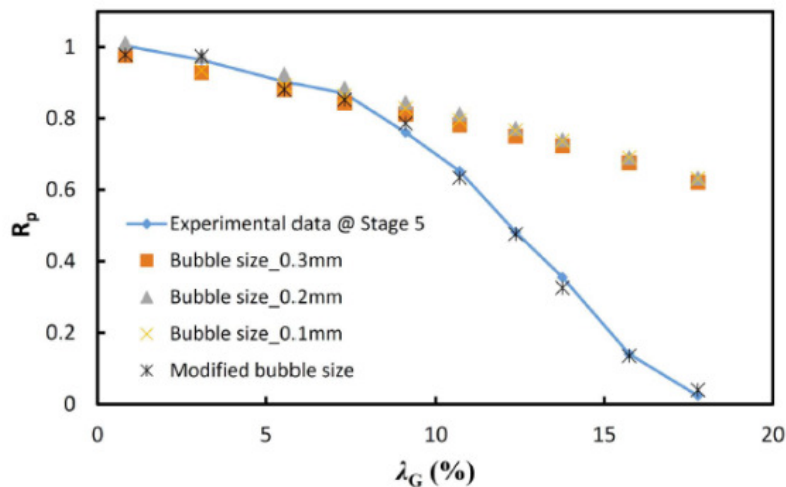


Figura 2.32 – Incremento de pressão normalizado obtido experimentalmente e numericamente para diferentes tamanhos de bolhas em função da fração de vazio

Fonte: (ZHU e ZHANG, 2014)

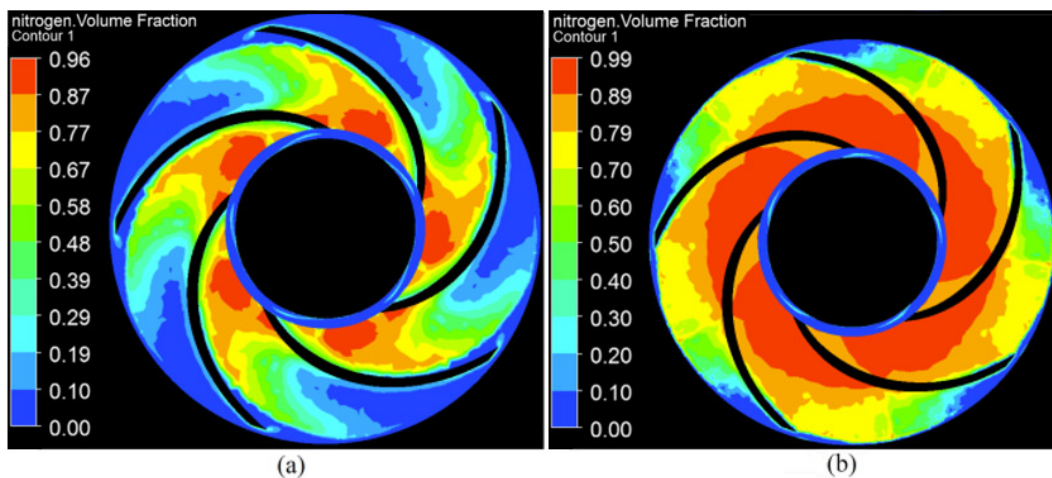


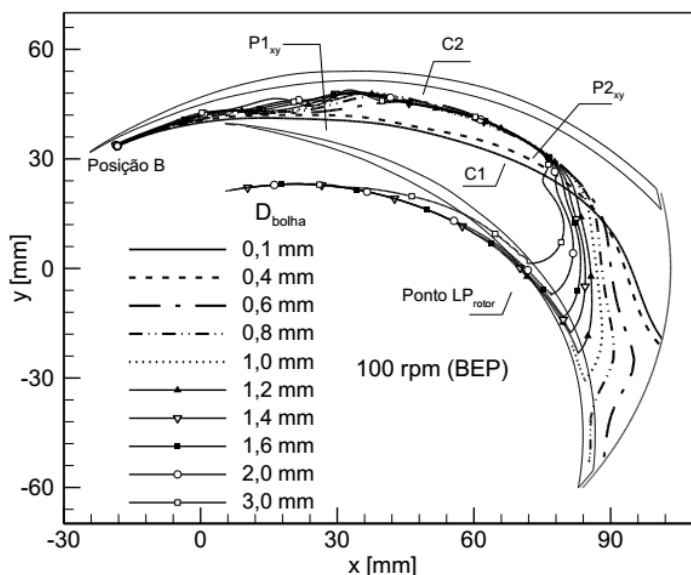
Figura 2.33 – Distribuição da fase gasosa no rotor para (a) fração de gás de 10,7% e (b) fração de gás de 17,1%

Fonte: (ZHU e ZHANG, 2014)

A Figura 2.33 apresenta a distribuição de gás obtida através da simulação numérica para frações de vazio de 10,7 e 17,1%. Zhu e Zhang (2014) observaram grande acúmulo de gás na sucção do rotor e um crescimento do acúmulo a medida que a fração de gás aumenta. Para casos como o de fração de vazio 17,1% o gás tende, inclusive, a ocupar todo o canal do rotor.

Em estudo mais recente, Jiménez (2016) avaliou numericamente a dinâmica de bolhas isoladas no interior de rotor de uma bomba centrífuga radial. Através do pacote Ansys® CFX®, o autor implementou o modelo Euler-Lagrange de forma semelhante à Minemura e Murakami (1980), a fim de levantar a trajetória de uma bolha. O modelo de turbulência utilizado foi o *Shear Stress Transport (SST  $k-\omega$ )*. O autor verificou a influência de parâmetros como velocidade de rotação, vazão de líquido, diâmetro e posição da bolha na trajetória da bolha através do canal.

A Figura 2.34 apresenta a trajetória de bolhas de diferentes tamanhos para uma rotação de 100 rpm em condição de maior eficiência. Jiménez (2016) obteve resultados condizentes com os apresentados por Minemura e Murakami (1980), em que bolhas de maior diâmetro tendem a se desviar de modo mais acentuado em relação à trajetória inicial.

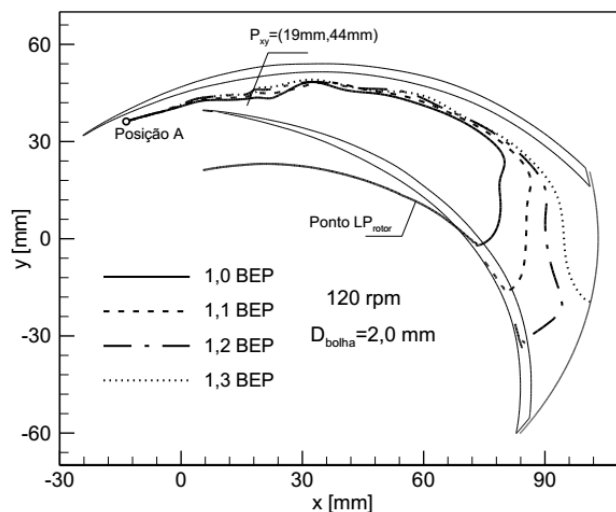


**Figura 2.34 – Trajetória de bolhas de diferentes diâmetros no interior do rotor**  
**Fonte: Adaptado de (JIMÉNEZ, 2016)**

Jiménez (2016) observa que para diâmetros acima de 0,4 mm as bolhas são inicialmente empurradas para a face de sucção e apenas em região já próxima à saída são defletidas para a face de pressão. Quanto maior a bolha, mais antecipadamente ela muda sua direção para a face de pressão. O autor indica, também, que para diâmetros de bolha acima de 1 mm, a bolha tende a retornar à sucção do rotor nestas condições de operação. Esse fenômeno, como sugerido pelo autor, pode implicar em um aglomerado de gás na entrada da bomba e conseqüentemente diminuição do desempenho.

Sobre a avaliação da influência da velocidade de rotação da bomba no movimento da bolha, Jiménez (2016) verificou que a trajetória da bolha não altera significativamente para diferentes rotações. Apenas na região próxima à saída observou-se que as bolhas são defletidas para a face de pressão de forma mais acentuada para rotações maiores.

A Figura 2.35 explicita a dependência da trajetória da bolha em relação à vazão de líquido. Jiménez (2016) comenta que a diminuição do gradiente de pressão devido ao aumento da vazão de líquido, somada ao aumento da força de arrasto pela maior velocidade do mesmo, facilitam a saída da bolha do rotor.



**Figura 2.35 – Trajetória de bolhas sob vazões diferentes de líquido**  
**Fonte: Adaptado de (JIMÉNEZ, 2016)**



## 2.3 Síntese do Capítulo

Programas de dinâmica de fluidos computacional podem ser ferramentas úteis na avaliação do escoamento multifásico em bombas. Os escassos trabalhos numéricos encontrados na literatura, mesmo com diversas simplificações, foram capazes de reproduzir alguns dos fenômenos verificados em experimentos. Dessa forma, levanta-se a possibilidade de, com uma melhoria contínua dos modelos utilizados, obter-se cada vez mais informações do escoamento. Porém, ainda é crucial a comparação com estudos experimentais, de forma a validar os modelos através da dinâmica do escoamento ou do comportamento das curvas de desempenho.

Os detalhamentos do campo de pressão fornecidos por Minemura et al. (1983) e da dinâmica do escoamento fornecidos por Murakami e Minemura (1974), Estevam (2002) e Barrios (2007) são extremamente importantes para, quando simulados com êxito, darem confiabilidade aos modelos numéricos. Outros fatores como distribuição e tamanho das bolhas também são fundamentais para o desenvolvimento de modelos coerentes de simulação.

A complexidade do problema, entretanto, pode limitar a replicação do escoamento. Os efeitos de quebra e coalescência de bolhas, muito importantes no bombeio bifásico, ainda não possuem modelos computacionais bem consolidados, carecendo de maiores informações. Outro fator limitante é o custo computacional que, devido às complexas geometrias das bombas e do escoamento caótico, pode impedir a viabilidade do uso da ferramenta para condições operacionais extremas, como no caso de bloqueio de gás ou em bombas centrífugas submersas de dezenas ou centenas de estágios.

É evidente que a literatura da área carece de abordagens numéricas que sigam uma metodologia bem estruturada. Nesse sentido, o presente trabalho se propõe a contribuir com análises dos modelos existentes, no que se refere à sua capacidade de reproduzir a dinâmica do escoamento e a performance de uma bomba centrífuga operando com líquido e gás.

### **3 METODOLOGIA**

De forma a verificar a validade das simulações numéricas envolvendo o bombeio de líquido-gás, foram utilizados resultados da literatura e, principalmente, resultados do estudo de Cubas (2017) que utilizou um aparato experimental com bomba de dimensões iguais à simulada. Optou-se, portanto, por analisar numericamente o desempenho do rotor e a dinâmica do escoamento no seu interior através de metodologia que buscasse ao máximo manter as mesmas condições impostas nos testes experimentais.

Todas as etapas do projeto, descritas a seguir, foram realizadas com o suporte do Núcleo de Escoamento Multifásico (NUEM) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). O núcleo dispõe de máquinas com processador Intel® Core™ i7-4790k CPU @4.00GHz 4.00GHz e memória RAM de 32Gb, suficientes para atingir o objetivo em tempo hábil. Possui, também, o pacote comercial de dinâmica dos fluidos computacional Ansys® CFX® à disposição.

#### **3.1 Revisão Bibliográfica**

Etapa de suma importância no desenvolvimento do projeto, a revisão bibliográfica possibilita não só um melhor entendimento dos fenômenos já caracterizados pela literatura, mas também a verificação das metodologias empregadas e suas dificuldades.

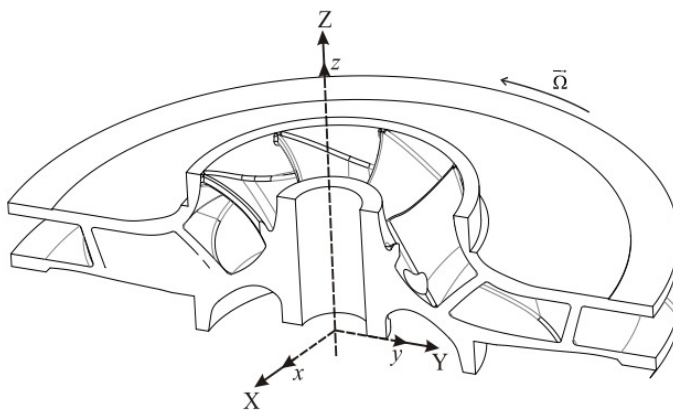
Para a revisão, foram utilizadas inicialmente referências de caráter fundamental, como Pritchard, Fox e McDonald (2011), Stepanoff (1957), Gülich (2010) e Brennen (1994) que abordam o tema de bombas centrífugas de forma geral. A partir disso, buscou-se as publicações de maior relevância na avaliação de desempenho e fenomenológica do escoamento bifásico líquido-gás em bombas. Destacam-se os trabalhos dos professores da Universidade de Nagoya Murakami e Minemura (1974a, 1980, 1983, 1993) e os trabalhos da Universidade de Tulsa, como Barrios (2007) e Zhu e Zhang (2014).

### 3.2 Modelagem Matemática

Nesta seção, são apresentadas as equações fundamentais utilizadas pelo programa computacional Ansys® CFX® para resolver o escoamento bifásico no interior da bomba centrífuga radial utilizada no presente trabalho. São descritos também, de forma sucinta, os modelos Euler-Euler de dois fluidos e o modelo k- $\epsilon$  padrão, necessários para o fechamento das equações, tendo em vista a natureza complexa e turbulenta do escoamento bifásico aqui estudado.

Os fluidos simulados são a água e o ar sob temperatura constante, considerando desta forma viscosidade também constante para as duas fases. Tal hipótese se baseou no experimento de Cubas (2017), em que se percebeu que a temperatura dos fluidos no interior do circuito experimental não mostrava grande variação com o passar do funcionamento da bomba. Verificou-se também que, para as condições testadas, o maior incremento de pressão obtido pelo rotor não ultrapassou 17 kPa, valor insuficiente para causar grandes variações na massa específica do gás. Portanto, ambas as fases foram consideradas como incompressíveis por todo o escoamento.

Como o escoamento analisado se encontra em um domínio rotativo, é conveniente utilizar um sistema de coordenadas não inercial (denotado pelos índices minúsculos) atrelado à rotação do rotor como apresentado na Figura 3.1.



**Figura 3.1 – Sistema de coordenadas para sistema não inercial com rotação  $\Omega$**

**Fonte: (JIMÉNEZ, 2016)**

As equações de conservação de massa e balanço da quantidade de movimento para uma fase contínua considerando as hipóteses descritas e o sistema de coordenadas indicado são apresentadas respectivamente nas equações (8) e (9):

$$\nabla \vec{V}_{xyz} = 0 \quad (8)$$

$$\rho \frac{D\vec{V}_{xyz}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V}_{xyz} + \rho \vec{g} - 2\rho(\vec{\Omega} \times \vec{V}_{xyz}) - \rho \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \quad (9)$$

onde “ $\vec{V}_{xyz}$ ” é a velocidade do fluido no sistema de coordenadas não inercial, “ $D/Dt$ ” é a derivada total em relação ao tempo e ao espaço, “ $\mu$ ” é a viscosidade dinâmica, “ $\vec{\Omega}$ ” é a velocidade angular do sistema de coordenadas não inercial em relação ao inercial (nesse caso a velocidade angular do rotor) e “ $\vec{r}$ ” é a posição de uma partícula do fluido tomada em relação ao sistema não inercial.

O termo do lado esquerdo da equação (9) representa a aceleração advectiva e temporal de uma partícula fluida, enquanto que os três primeiros termos do lado direito representam respectivamente o gradiente de pressão, as forças viscosas e a força gravitacional aos quais ela está submetida. Quando comparada com a equação de Navier-Stokes em sistema inercial, o balanço de quantidade de movimento possui dois termos adicionais advindos dos efeitos que surgem pela utilização de sistema rotativo (PRITCHARD, FOX e MCDONALD, 2011), as chamadas forças “fictícias”. A força de Coriolis, dada pelo penúltimo termo, provém do movimento do fluido entre pontos do sistema não inercial que possuem velocidades distintas, enquanto que a força centrípeta, último termo da equação, surge pela própria rotação do sistema de coordenadas.

### 3.2.1 Modelo de turbulência

Assim como a maioria dos escoamentos reais, o escoamento através de uma bomba centrífuga é turbulento. Escoamentos turbulentos são representados por altos números de Reynolds, implicando uma predominância das forças convectivas, ou de inércia, sobre as forças viscosas. A velocidade e a pressão em tais escoamentos, assim como outras variáveis, variam de forma aleatória e caótica, dando uma característica intrinsecamente transiente ao problema, com flutuações significativas em todas as direções ao longo do tempo.

O balanço de quantidade de movimento descrito na equação (9) não prevê a estrutura caótica de um escoamento turbulento, caracterizado por turbilhões de

diferentes ordens de magnitude. Faz-se necessário, portanto, a utilização de um modelo de turbulência para captar o efeito das flutuações nas variáveis a serem avaliadas.

Visto que o comportamento instantâneo turbulento é aleatório e, na maioria dos casos, não é necessário obter informações sobre as flutuações turbulentas, os métodos numéricos mais utilizados são baseados na aplicação de médias temporais nas variáveis das equações de transporte. A manipulação dessas equações através da aplicação de médias, porém, acrescenta invariavelmente termos desconhecidos às equações que representam a influência da turbulência no escoamento médio. Esses termos compõem o chamado tensor de Reynolds, dado por  $-\rho \overline{V'_i V'_j}$ , em que “V” é a flutuação da velocidade e os subscritos “i” e “j” representam as coordenadas x, y e z (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007).

O modelo k – ε padrão, utilizado no presente trabalho, adota o conceito de viscosidade turbulenta para modelar a variável adicionada. O modelo assume uma proporcionalidade do tensor de Reynolds com a taxa de deformação média do fluido, assim como as tensões cisalhantes, mas com uma “viscosidade turbulenta”,  $\mu_t$ , dependente do escoamento (e não do fluido, como a viscosidade dinâmica). Assim, o tensor de Reynolds é dado pela equação (10):

$$-\rho \overline{V'_i V'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{V}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (10)$$

onde “k” é a energia cinética turbulenta (função da variância das flutuações de velocidade) e “ $\delta_{ij}$ ” é a função delta de Kronecker.

A viscosidade turbulenta é modelada, então, a partir da solução da equação de transporte para a energia cinética turbulenta e para a dissipação turbulenta, dada por “ε”. Constantes de fechamento também são utilizadas para ajustar as taxas de produção e destruição de turbulência, ou seja, taxa de transformação de energia cinética em energia cinética turbulenta e vice-versa.

Existem, porém, restrições para a utilização do modelo k – ε padrão. Ele não é indicado, por exemplo, para avaliar regiões muito próximas a parede, onde as forças viscosas são predominantes. O parâmetro  $y^+$ , dado pela equação (11), onde “y” é a distância da parede, “ $\nu$ ” é a viscosidade cinemática e “ $u^*$ ” é a velocidade de atrito,

passa então a ser relevante, apontando o quão distante da parede está o primeiro ponto de cálculo do modelo numérico.

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} \quad (11)$$

É recomendado que se utilize uma malha que resulte em um valor de  $y^+$  entre 30 e 500, em conformidade com a lei logarítmica de parede (AZEVEDO, 2010) que visa posicionar o primeiro ponto de cálculo do modelo em relação à parede além da chamada subcamada viscosa. Como o próprio nome indica, essa subcamada tem efeito predominantemente viscoso sobre os efeitos de turbulência, para o qual o modelo  $k - \epsilon$  padrão não é adequado.

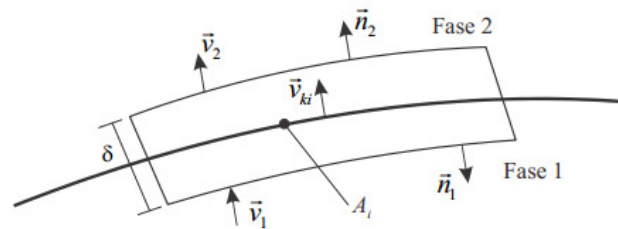
O prejuízo de se desconsiderar a região próxima à parede em simulações de escoamentos em bombas centrífugas, segundo Feng et al. (2010), é baixo, ao menos para escoamentos monofásicos. Variáveis como pressão e velocidade são satisfatoriamente calculadas com o modelo  $k - \epsilon$  padrão. Segundo o autor, modelos como o SST (*Shear Stress Transport*) se destacam em relação ao  $k - \epsilon$  padrão em se tratando de variáveis relacionadas ao nível de intensidade de turbulência, como a energia cinética turbulenta. Porém, como a avaliação dessas variáveis foge do escopo do presente trabalho, considerou-se que o modelo  $k - \epsilon$  padrão é suficiente, demandando um refino de malha próximo à parede muito menor e conseqüentemente um tempo computacional mais viável.

### 3.2.2 Modelo Euler-Euler de dois fluidos

As equações de transporte expostas nas seções anteriores são válidas para a descrição física de uma única fase. A simulação numérica de um escoamento contendo mais de um fluido demanda, portanto, um modelo que forneça informações de como essas fases se apresentam no volume de controle e interagem entre si. O modelo de dois fluidos busca através de uma análise de probabilidade de ocorrência das fases no espaço e tempo e de modelos para as forças interfaciais calcular as variáveis desejadas.

A Figura 3.2 apresenta uma representação de interface entre dois fluidos, em que " $\vec{V}_k$ " representa a velocidade da  $k$ -ésima fase, " $\vec{V}_{ki}$ " a velocidade da interface, " $A_i$ " a área interfacial, " $\vec{n}_k$ " o vetor normal unitário correspondente a cada fase e " $\delta$ " a

espessura da interface. Assumindo que os fluidos são imiscíveis, como é o caso da água e ar, é razoável apontar a existência de interfaces de espessura e massa nulas ( $\delta \rightarrow 0$ ) que separam as fases de forma que, pela hipótese do contínuo, as equações de transporte para escoamentos monofásicos sejam válidas no interior dessas fronteiras. Devem, então, ser implementadas as condições de “salto” entre as interfaces além das condições de contorno usuais. Essa implementação, porém, é extremamente complexa em virtude da falta de descrição física do movimento da interface (ISHII e HIBIKI, 2006).



**Figura 3.2 – Representação de uma interface entre as fases 1 e 2**  
**Fonte: Adaptado de (ROSA, 2012)**

Analogamente aos modelos de turbulência, que fazem uso de médias para incorporar efeitos transientes à modelagem do escoamento, o modelo de dois fluidos também aplica um processo de médias às equações de transporte locais. Tal processo resulta em uma “suavização” da presença das fases (e, portanto, de suas interfaces), de modo que as fases passam a ser tratadas como um meio contínuo, passível de aplicação de forças e gradientes de maneira mais conveniente.

De modo a caracterizar um volume que possa, matematicamente, prever a coexistência de mais de uma fase em um mesmo volume fluido no espaço, uma nova variável deve ser introduzida. Um ponto de partida para esse objetivo consiste na definição de uma função indicadora de fase expressa a ocorrência de uma fase em um determinado ponto, e é descrita pela equação (12).

$$X_k = \begin{cases} 1, & \text{caso ocorra a fase } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (12)$$

Sob uma ótica instantânea,  $X_k$  é uma função degrau, porém o processo de médias faz com que a função admita valores entre 0 e 1, o que, na prática, significa a probabilidade de ocorrência média da fase naquele instante ou ponto do espaço. Uma implicação dessa abordagem é a que as fases podem ocupar um mesmo local

simultaneamente, ou seja, elas passam a ser contínuas e interpenetrantes (ANSYS, 2016). Quando a média de  $X_k$  é tomada em relação a uma amostra de volume, o termo passa a representar a fração volumétrica da fase k (PALADINO, 2005), dada por  $\alpha_k$ .

Após extenso desenvolvimento algébrico baseado na aplicação de médias e suas propriedades, na função indicadora de fase e em algumas hipóteses a respeito de interações interfaciais (ROSA, 2012), as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento (considerando um sistema de coordenadas inercial a fim de simplificação) se apresentam, respectivamente, como nas equações (13) e (14):

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k^X}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k^X \vec{v}_k^{X\rho}) = \Gamma_k \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_k \rho_k^X \vec{v}_k^{X\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k^X \vec{v}_k^{X\rho} \cdot \vec{v}_k^{X\rho}) \\ = -\nabla(\alpha_k P_k^X) + \nabla \cdot (\alpha_k \bar{T}_k^X) + \alpha_k \rho_k^X \vec{g}^{X\rho} + \vec{M}_{ki} + \vec{v}_{ki}^m \Gamma_k \end{aligned} \quad (14)$$

onde “ $\Gamma_k$ ” representa a troca de massa através da interface (considerada zero no modelo do presente trabalho por não haver mudança de fase), “ $\vec{M}_{ki}$ ” representa as tensões das fases sobre a interface e “ $\vec{v}_{ki}^m \Gamma_k$ ” representa a transferência de quantidade de movimento na interface advinda da transferência de massa. Percebe-se que os termos já conhecidos das equações de conservação passam a ser acompanhados pela fração volumétrica da fase  $\alpha_k$ . Os sobrescritos “X” e “X $\rho$ ” indicam que as variáveis foram tomadas, respectivamente, em médias de fase ou de Favre, como indicado nas equações (15) e (16) para uma variável genérica escalar  $\psi$  e outra vetorial ou tensorial  $\varphi$ .

$$\psi^X = \frac{\overline{X_k \psi}}{\overline{X_k}} \quad (15)$$

$$\varphi^{X\rho} = \frac{\overline{X_k \rho \varphi}}{\rho_k^X \overline{X_k}} \quad (16)$$

Ressalta-se que, para cada fase considerada, adiciona-se um novo sistema de equações de transporte no modelo a ser resolvido. Isso implica que o modelo Euler-Euler é, via de regra, mais custoso computacionalmente do que um modelo Euler-Lagrange, em que o campo é resolvido para apenas um dos fluidos. O benefício, porém, vem da possibilidade de se obter informações médias da influência que uma



fase dispersa causa no campo do escoamento, crucial para o cálculo do desempenho de uma bomba, por exemplo.

Para o caso de escoamentos bifásicos, o tensor de tensões deve considerar o efeito intensificador ou atenuante da passagem de outra fase no nível de turbulência. Experimentos verificaram que a flutuação da velocidade de uma fase em regime turbulento aumentou significativamente quando outra fase foi adicionada (LANCE e BATAILLE, 1991), sendo esse efeito chamado de turbulência induzida. O presente trabalho utiliza o modelo de *Sato* (SATO e SEKOGUCHI, 1975), que modelou com sucesso a turbulência induzida em escoamento de bolhas dispersas. O modelo adiciona um termo de indução à viscosidade turbulenta, sendo ele dependente da velocidade relativa entre as fases, da massa específica da fase contínua, do diâmetro médio das partículas e da fração volumétrica da fase dispersa (ANSYS, 2016).

Visto que para o caso em questão  $\Gamma_k = 0$ , resta modelar o termo das tensões sobre a interface “ $\vec{M}_{ki}$ ”. Tal modelagem é bastante complexa e carece de correlações universais dependendo principalmente do padrão de escoamento encontrado. Para o padrão de bolhas dispersas, considerado no presente estudo, as tensões sobre a interface são modeladas a partir da superposição linear de diferentes forças advindas de efeitos conhecidos da interação de bolhas com um fluido contínuo, como apresentado na equação (17):

$$\vec{M}_{ki} = -\alpha_k \frac{\vec{F}_D + \vec{F}_{MV} + \vec{F}_S + \vec{F}_{LP} + \vec{F}_{DT}}{V_p} \quad (17)$$

onde “ $V_p$ ” é o volume de uma dada bolha e as forças no numerador representam, respectivamente, a força de arrasto, massa virtual, sustentação, lubrificação de parede e dispersão turbulenta.

Diversos modelos existem na literatura para prever as forças citadas, sendo cada um deles melhor ajustado para diferentes condições de escoamento. Os modelos foram escolhidos seguindo a recomendação de Ansys (2016) para o escoamento em questão e estão descritos na seção que se segue. A força de lubrificação de parede foi desconsiderada, visto que seus efeitos são observados apenas em regiões muito próximas à parede e entende-se que não causam maiores influências nas variáveis médias na maior parte do campo de escoamento e no desempenho global da bomba.

### 3.2.2.1 Força de arrasto

Toda partícula com uma velocidade relativa em um meio fluido sofre uma resistência ao movimento denominada de força de arrasto. As tensões de cisalhamento devido à viscosidade do fluido somadas às tensões normais assimétricas sobre a superfície do corpo resultam na considerada principal força interfacial (PALADINO, 2005). A equação (18) apresenta a forma usualmente admitida para expressar a força de arrasto sobre uma partícula esférica de diâmetro  $d_p$ . Observa-se que a força é diretamente proporcional à massa específica do meio contínuo, ao quadrado da velocidade relativa entre a partícula e o fluido, à um coeficiente de arrasto adimensional e à área projetada da partícula na direção do escoamento (PRITCHARD, FOX e MCDONALD, 2011). No caso de uma bolha esférica, a área projetada é proporcional ao quadrado do diâmetro da bolha.

$$\vec{F}_D = -C_d \frac{1}{2} \rho_c \vec{v}_r |\vec{v}_r| \frac{\pi d_p^2}{4} \quad (18)$$

Os modelos para força de arrasto se resumem à modelagem do coeficiente adimensional,  $C_d$ , que pode ser melhor entendido com auxílio da definição do número de Reynolds da partícula dado pela equação (19).

$$Re_p = \frac{\rho_c d_p |\vec{v}_r|}{\mu_c} \quad (19)$$

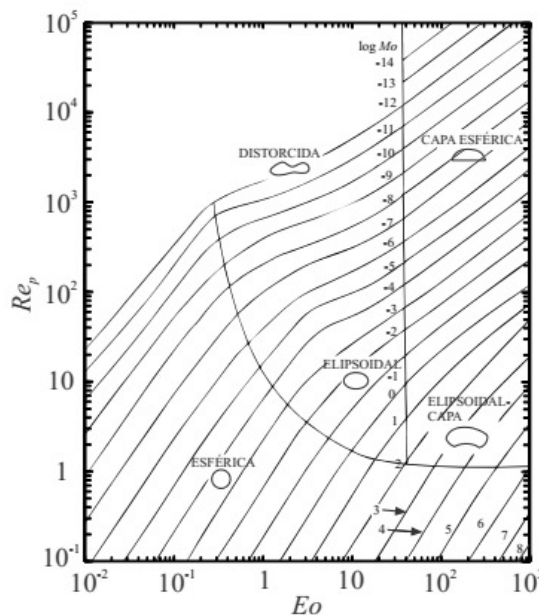
O comportamento do coeficiente de arrasto é bem conhecido para uma partícula esférica indeformável: baixos números de Reynolds da partícula implicam em altos coeficientes, devido a predominância de efeitos viscosos. Por outro lado, o aumento de  $Re_p$  diminui o coeficiente pelo menor efeito da viscosidade, até que se atinge um valor crítico, acima do qual o efeito viscoso é desprezível e o coeficiente de arrasto constante. Entretanto, no caso de bolhas dispersas, modelos específicos se fazem necessários para se levar em conta a possível distorção das bolhas (e sua alteração na área projetada) e o efeito de uma densa distribuição de bolhas no coeficiente de arrasto.

A Figura 3.3 apresenta o mapa proposto por Clift et al. (1978) que relaciona o formato da bolha com o número de Reynolds da partícula e os números adimensionais de Eotvos e Morton, dados, respectivamente, pelas equações (20) e (21):

$$Eo = \frac{\Delta\rho g d_p}{\sigma/d_p} \quad (20)$$

$$Mo = \frac{g\mu_c^4\Delta\rho}{\rho_c^2\sigma^3} \quad (21)$$

onde  $\sigma$  é a tensão superficial para o par de fluidos em questão. O número de Eotvos representa a relação entre a força de empuxo e a tensão superficial, enquanto que o número de Morton combina os efeitos viscosos, de empuxo, de inércia e da tensão superficial. A partir da forma o modelo utiliza o método de cálculo do coeficiente mais apropriado.



**Figura 3.3 – Mapa de forma de bolhas em um meio líquido contínuo**  
**Fonte: Adaptado de (ROSA, 2012)**

O modelo de arrasto utilizado é o de *Grace*, que considera a possibilidade de bolhas assumirem formas não só esféricas, mas também elipsoidais e distorcidas dependendo de seu diâmetro. Além disso, o coeficiente de arrasto dado pelo modelo é calculado dinamicamente no campo de escoamento em função do número de Reynolds da partícula e do formato atribuído a ela (ANSYS, 2016). Na implementação, o programa permite a aplicação de um coeficiente de correção que busca ajustar o efeito de arrasto para casos em que existe uma densa distribuição de bolhas. A resistência oferecida por uma população de bolhas é maior do que a provocada por

uma única partícula (ISHII e HIBIKI, 2006). O coeficiente de correção recomendado por Ansys (2016) e utilizado no presente trabalho é de -0.5.

#### **3.2.2.2 Força de massa virtual**

Uma partícula em movimento acelera o fluido no seu entorno de modo a ocupar seu lugar no espaço. A força de massa virtual se refere à inércia do fluido deslocado e é, portanto, diretamente proporcional à sua massa. A massa do fluido deslocado, por sua vez, depende do volume da partícula, de modo que a força de massa virtual é também dependente do diâmetro da bolha.

Para o cálculo da força é necessária a modelagem de um coeficiente que representa a razão entre o volume da massa virtual e o volume deslocado pela bolha. Entretanto, segundo Ansys (2016), não há modelo universalmente aceito para um escoamento viscoso e turbulento. A massa virtual, entretanto, não deve ser desconsiderada, visto que seu efeito é acentuado quando a fase dispersa possui densidade significativamente menor do que a da fase contínua e quando está sujeita a acelerações (ANSYS, 2016). O programa oferece a possibilidade de se inserir o coeficiente adimensional, sendo então inserido o valor de 0.5, valor analítico deduzido para escoamento invíscido e largamente utilizado na literatura (ROSA, 2012).

#### **3.2.2.3 Força de sustentação**

A força de sustentação age, para o caso de bolhas, principalmente em razão das tensões de cisalhamento assimétricas causadas pelo escoamento viscoso. Um escoamento rotacional da fase contínua faz com que a velocidade do líquido seja diferente em diferentes posições ao redor da bolha, imprimindo uma tendência a um movimento rotativo que desloca sua trajetória.

O modelo para a força de sustentação utilizado é o de *Tomiyama*, que, analogamente ao modelo de arrasto, calcula dinamicamente a força de sustentação em função dos números de Reynolds da partícula e de Eotvos.

#### **3.2.2.4 Força de dispersão turbulenta**

Os turbilhões gerados pelo escoamento turbulento causam uma flutuação na velocidade da fase contínua. É evidente, porém, que estas flutuações também

influenciam sobre a fase dispersa, tendendo a dispersar eventuais aglomerados de bolhas.

A força de dispersão turbulenta adotada segue o modelo da média de Favre da força de arrasto, sendo recomendado pela Ansys (2016) pelo seu maior grau de generalidade em relação a outros modelos da literatura.

### 3.2.3 Modelo de múltiplos grupos dimensionais (MUSIG)

Existem diversas complicações na modelagem do padrão em bolhas dispersas. Um dos fatores mais críticos se refere ao diâmetro da bolha considerado para as simulações numéricas. Variáveis bastante relevantes, como a força de arrasto, dependem sensivelmente desse parâmetro, de forma que a adoção de tamanhos de bolha não condizentes com a realidade podem comprometer o modelo.

No caso de bombas centrífugas, foi extensamente verificado que as bolhas mudam significativamente de tamanho da entrada do rotor até a saída, sendo por efeito de quebras ou de coalescência. Portanto, a adoção de um diâmetro constante para a modelagem é uma simplificação que pode vir a comprometer significativamente os resultados.

Com auxílio de modelos que buscam prever os mecanismos de quebra e coalescência, o modelo de múltiplos grupos dimensionais (*Multiple Size Group*, MUSIG), desenvolvido por Lo (1996), tem por objetivo modelar o escoamento como polidisperso, em que um número finito de grupos de tamanhos de bolha é considerado. O modelo considera um balanço populacional, dado pela equação (22):

$$\frac{\partial \alpha \rho f_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \rho \vec{v} f_i) = B_i^C - D_i^C + B_i^Q - D_i^Q \quad (22)$$

onde se calcula a equação de transporte para a fração dimensional “ $f_i$ ” de cada grupo “ $i$ ” com a adição dos termos fontes ao lado direito da equação. Esses termos representam respectivamente a taxa de “nascimento” (*birth*) de bolhas do grupo dimensional “ $i$ ” em função de coalescência de partículas menores, taxa de “morte” (*death*) devido à coalescência com outras partículas, taxa de nascimento devido à quebra de partículas maiores e taxa de morte devido à quebra em partículas menores (YEOH e TU, 2010). Quando satisfeitas as condições de quebra em algum ponto do

domínio, por exemplo, a fração dos maiores grupos dimensionais diminui enquanto que a dos menores aumenta.

O modelo de coalescência se baseia na adoção de um filme de líquido crítico entre duas bolhas, a partir do qual variáveis como turbulência, empuxo e tensão de cisalhamento são avaliadas para confirmar ou não a fusão das bolhas (PRINCE e BLANCH, 1990). Por outro lado, o modelo de quebra considera principalmente a turbulência, avaliando o nível de energia dos turbilhões que entram em contato com a bolha (LUO e SVENDSEN, 1996).

No presente trabalho, foram considerados sete grupos dimensionais seguindo a metodologia de Krepper *et al.* (2009). Os grupos foram definidos após observação do escoamento visualizado por Cubas (2017). A menor partícula encontrada possuía diâmetro de 0,2 mm, enquanto que aglomerados de gás com diâmetro maior que 5 mm já fugiam do padrão disperso, tendendo à formação de um bolsão de gás. A faixa de diâmetros foi, então, contemplada como apresentado na Tabela 3.1.

**Tabela 3.1 – Grupos dimensionais utilizados no modelo MUSIG**

Grupo	Diâmetro da bolha
1	0,2 mm
2	0,5 mm
3	1,0 mm
4	1,5 mm
5	2,0 mm
6	3,5 mm
7	5,0 mm

### 3.3 Definição da Geometria

O modelo CAD da bomba foi obtido através da empresa *Precision 3D*, especializada em medições e análises dimensionais. A partir de escaneamento a laser, gerou-se uma nuvem de pontos compatível com software de modelagem. Possuindo a geometria, definiu-se a região de interesse, por vezes definida em programas de dinâmica dos fluidos computacional como “domínio fluido”, fazendo-se as modificações apropriadas. Os parâmetros dimensionais da bomba estão descritos na Tabela 3.2.

**Tabela 3.2 – Dimensões do rotor e difusor**

	Rotor	Difusor
Número de Pás	8	12
Diâmetro Interno	80 mm	208,6 mm
Diâmetro Externo	204,2 mm	252,8 mm
Altura da pá na entrada	21 mm	18 mm
Altura da pá na saída	12 mm	18 mm
Ângulo da pá na entrada	22,5°	21°
Ângulo da pá na saída	36°	10°

Apresentam-se, também, as condições para as quais a bomba foi projetada na Tabela 3.3, atribuindo às variáveis o subscrito “des\*” (*design*). O incremento de pressão de projeto apresentado se refere ao incremento de pressão do rotor do primeiro estágio medido experimentalmente em escoamento monofásico com a vazão de projeto.

**Tabela 3.3 – Condições de projeto da bomba Imbil Itap 65-330/2**

Fluido de trabalho	Água
Vazão ( $Q_{des^*}$ )	36,6 m <sup>3</sup> /h
Rotação ( $n_{des^*}$ )	1150 rpm
Incremento de pressão ( $\Delta P_{des^*}$ )	69,3 kPa

Como a geometria obtida se refere às partes sólidas da bomba, é necessária a manipulação da mesma para criar o domínio fluido. Esse nada mais é do que o “negativo” do domínio sólido, podendo ser obtido pela subtração booleana apresentada de forma simplificada pela Figura 3.4.



**Figura 3.4 – Operação para obtenção do domínio fluido**  
**Fonte: (DUNAISKI, 2015)**

Como o objetivo do trabalho é estudar principalmente a dinâmica de escoamento no rotor e seu desempenho, é relevante a simulação apenas dos domínios que possam influenciar esses parâmetros. A interação rotor-difusor é fator importante no desempenho da bomba. Além disso, é interessante garantir que o escoamento adentrando o rotor esteja desenvolvido, em concordância com o arranjo experimental

de Cubas (2017). Logo, além do domínio do rotor, foram considerados os domínios do difusor e de um tubo de sucção considerado como longo o suficiente para garantir a condição de desenvolvimento à montante do rotor. Toma-se, também, o cuidado de evitar influências das condições de saída, adicionando à geometria extensões nos canais de saída do difusor. Por sua vez, o segundo estágio do rotor, bem como o canal da voluta que leva à descarga da bomba, foram desconsiderados, de forma a reduzir consideravelmente o custo computacional das simulações.

Aproveita-se, também, da simetria rotacional do equipamento, para reduzir o domínio simulado e assim economizar tempo computacional. Possuindo a bomba 8 canais iguais no rotor e 12 no difusor, tem-se um máximo divisor comum de 4 setores na direção azimutal. Ou seja, a geometria relativa entre rotor e difusor se repete a cada 90 graus, o que corresponde a dois canais do rotor e três do difusor. Considera-se suficiente, portanto, a simulação de um quarto da geometria como mostrado na Figura 3.5, onde também são apresentados os subdomínios do modelo.

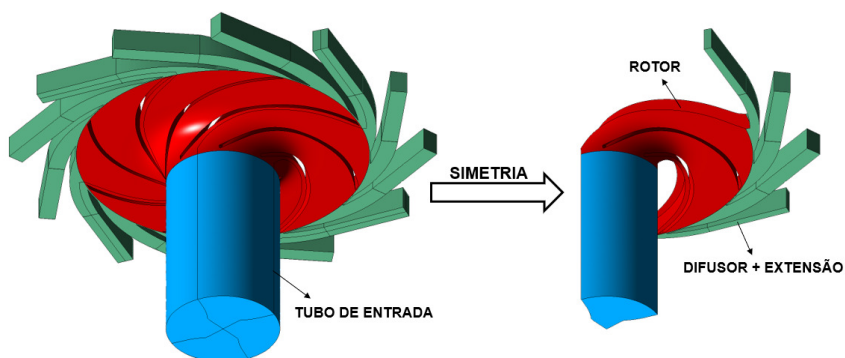


Figura 3.5 – Simplificação do domínio fluido em função de sua simetria rotacional<sup>2</sup>

### 3.4 Modelagem Numérica

Nesta etapa serão descritas as condições de contorno impostas ao sistema e suas justificativas, a forma de obtenção da malha computacional e a forma como foram definidos os parâmetros de simulação como tipo de análise (transiente ou regime permanente) e passo de tempo.

O pacote Ansys® CFX®, programa utilizado para as simulações, faz uso do Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos para o cálculo e solução das

<sup>2</sup> As figuras, tabelas e quadros sem indicação de fonte foram compilados pelo próprio autor



equações de transporte. Após a discretização do domínio fluido em uma malha computacional, o programa gera volumes finitos em torno de cada ponto de malha sem que eles se sobreponham, de modo que a soma de todos os volumes finitos é igual ao volume do domínio fluido. Em seguida, as equações a serem resolvidas são integradas e discretizadas para cada volume, criando um sistema de equações passível de resolução numérica. A forma de cálculo, porém, não é escopo do presente trabalho e pode ser encontrada em Ansys (2016).

### 3.4.1 Condições de contorno e parâmetros de simulação

A definição correta do problema é fundamental tanto para a obtenção de resultados coerentes como para a estabilidade do cálculo numérico. Existindo um teste experimental para validação, procura-se ao máximo replicar as condições do experimento, descritas por Cubas (2017). Seguindo essa lógica, foram adotados os seguintes parâmetros:

- Pressão de referência (absoluta)  $P_{Ref} = 260\text{kPa}$ ;
- Temperatura dos fluidos constante  $T = 25^\circ\text{C}$ ;
- Tensão superficial entre as fases  $\sigma = 0,071\text{ N/m}$ ;
- Água como fase contínua e propriedades constantes:
  - $\rho_{\text{água}} = 997\text{ kg/m}^3$  (medida no experimento);
  - $\mu_{\text{água}} = 8,899 \cdot 10^{-4}\text{ Pa.s}$ ;
- Ar como fase dispersa e propriedades constantes:
  - $\rho_{\text{ar}} = 2,95\text{ kg/m}^3$  (densidade do ar para  $P_{Ref}$  e  $T$ );
  - $\mu_{\text{ar}} = 1,831 \cdot 10^{-5}\text{ Pa.s}$ .

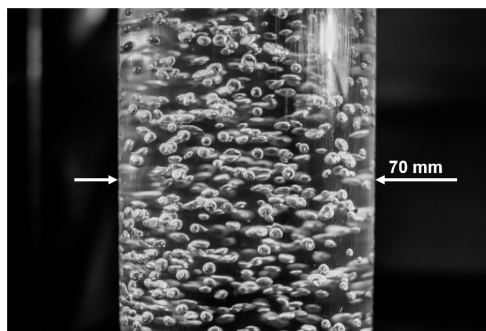
Como condição de contorno na entrada, estipulou-se a vazão mássica das duas fases, visto que eram variáveis de controle no experimento. É estipulada, também, a fração volumétrica de cada fase, sendo inseridos no modelo os valores medidos por Cubas (2017) através do sensor de malha de eletrodos. Os valores de fração volumétrica podem ser consultados no Apêndice A.

Para a fase líquida, o fluxo é inserido com o perfil de velocidades característico de um escoamento turbulento em tubo, correlacionado empiricamente pela equação (23):

$$\frac{v_a}{V_a} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7} \quad (23)$$

onde  $v_a$  é a velocidade no sentido axial,  $V_a$  é a velocidade axial na linha de centro do tubo,  $R$  é o raio total do tubo,  $r$  é o raio na posição considerada e o expoente utilizado é o mais usual na literatura (PRITCHARD, FOX e MCDONALD, 2011). Tal medida é tomada para diminuir o comprimento de tubo necessário para que o escoamento no seu interior se desenvolva.

Para a fase gasosa, deve se indicar a proporção com a qual os diferentes tamanhos de bolhas estipulados (vide Tabela 3.1) adentram o domínio fluido. Com o intuito de facilitar a análise dos efeitos dos modelos de quebra e coalescência, decidiu-se assumir na entrada um único diâmetro de bolha, de 3,5 mm (Grupo 6). Tal escolha se baseou na Figura 3.6, obtida durante o experimento de Cubas (2017), que apresentou um diâmetro médio de aproximadamente 3,5 mm após contagem dos *pixels* de uma amostragem de bolhas.



**Figura 3.6 – Distribuição das bolhas no tubo de desenvolvimento**

Uma média de tamanho de bolha similar também foi encontrada por Yamoah *et al.* (2015) para escoamento ascendente de bolhas em uma tubulação de diâmetro semelhante. Após testes com diversas combinações de velocidades de líquido e gás em escoamento ascendente, o autor encontrou diâmetros médios entre 3,02 e 3,77 mm. Um diâmetro médio entre 3 e 4 mm também foi adotado por Paladino (2005) em simulações numéricas para escoamento ascendente, faixa essa confirmada pelo autor em validações experimentais. Sendo assim, a escolha do presente trabalho se mostra de acordo com a literatura.

Todas as superfícies sólidas são consideradas como paredes lisas (sem rugosidade) com condição de não deslizamento, implicando em velocidades iguais a zero para fluidos na fronteira.

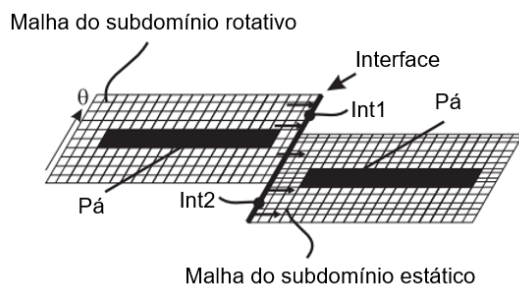
A saída do domínio é modelada como uma “abertura” para pressão manométrica igual a zero. Tal especificação não limita a direção dos fluidos apenas para fora da fronteira, de modo que, na ocorrência de recirculações na região da saída, o fluido entrando no domínio também é considerado (ANSYS, 2016).

Considera-se para as simulações numéricas uma análise transiente com movimento relativo entre os subdomínios. Nesse caso, a malha do rotor é rotacionada, sendo empregado o método denominado *Transient Rotor-Stator*, em que o programa utiliza uma técnica de multi-blocos para resolver cada subdomínio separadamente (ANSYS, 2016). A transmissão de informação se dá através das interfaces entre os subdomínios estáticos (Tubo e Difusor) e rotativo (Rotor).

O movimento relativo entre os subdomínios implica que a malha é desconexa nas interfaces e as passagens de um subdomínio a outro podem inclusive estar desalinhadas. A Figura 3.7 exemplifica a técnica de multi-blocos para subdomínios de rotor e difusor de um único canal. A transmissão coerente de informações através das interfaces depende de duas técnicas que devem ser implementadas. Uma delas diz respeito à natureza desconexa das malhas, em que um algoritmo chamado de Interface geral de malha (*GGI, General Grid Interface*) garante o balanço dos fluxos através de áreas de controle geradas dinamicamente em função da distribuição das malhas. Adicionalmente, o método *pitch change* garante que, no caso de desalinhamento de interfaces, não exista perda de informação (ANSYS, 2016). No caso da Figura 3.7, por exemplo, percebe-se que o fluxo chegando na região “Int1” é transferido para a região “Int2”.

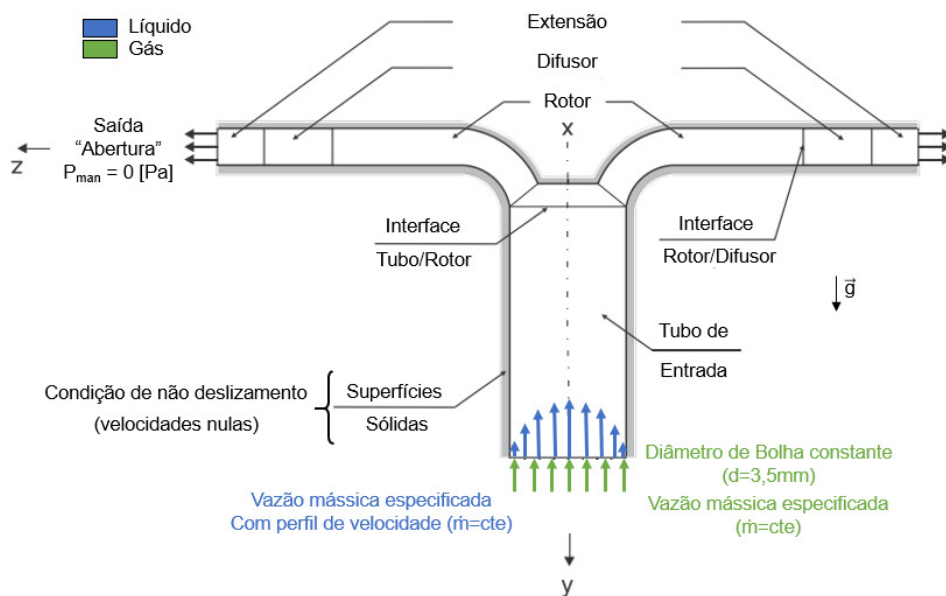
O método resulta em um alto custo computacional quando comparado com modelos em que apenas o sistema de coordenadas é rotacionado (ANSYS, 2016). Esse modelo, porém, é fundamental para captar a interação do rotor com o difusor, que pode vir a causar flutuações na pressão, por exemplo, da mesma ordem de grandeza do incremento de pressão total imposto pela bomba (BRENNEN, 1994). Verificou-se, também, que a utilização de regime estacionário com a rotação apenas do sistema de coordenadas traz resultados incoerentes. A posição relativa entre as pás do rotor e difusor fica fixa, de forma que regiões sujeitas no escoamento real a flutuações na pressão, apresentam apenas pressões relativamente altas ou baixas.

Isso afeta a tendência de movimento média da fase gasosa e gera pontos de acúmulo de gás inconsistentes com a realidade.



**Figura 3.7 – Esquema de multi-blocos com malha desconexa e interfaces desalinhadas**  
**Fonte: Adaptado de (STEL, et al., 2015)**

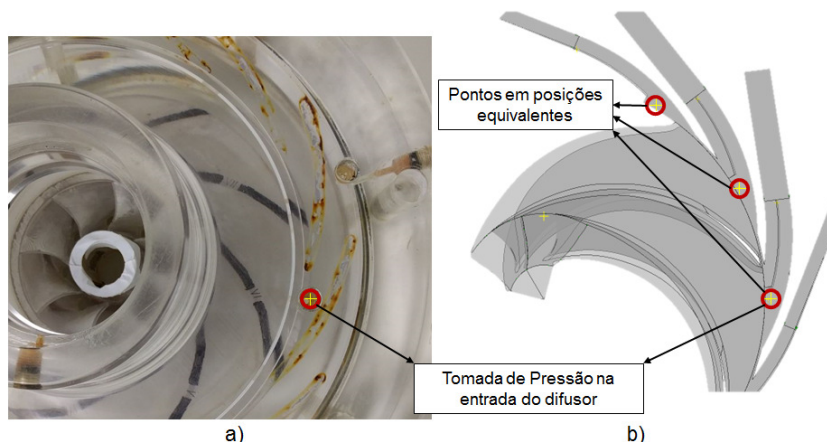
Para a discretização do tempo utilizou-se o método de Euler implícito de segunda ordem e um esquema de alta resolução para os termos advectivos. Um resumo das condições de contorno é apresentado na Figura 3.8.



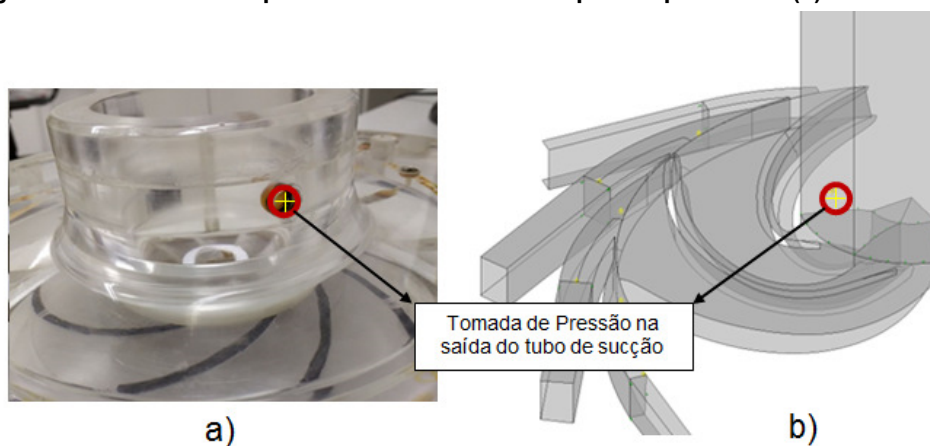
**Figura 3.8 – Condições de contorno impostas nas simulações numéricas**  
**Fonte: Adaptado de (JIMÉNEZ, 2016)**

Para a aquisição do incremento da pressão fornecido pela bomba, busca-se alinhar a simulação com a bancada experimental de Cubas (2017) para manter a maior coerência possível entre as comparações. As Figuras 3.9 e 3.10 apresentam os pontos em que foram tomados os valores de pressão estática no experimento e os pontos correspondentes implementados no programa numérico. Este cuidado se

mostra necessário pela existência de um perfil não uniforme de pressão no interior dos canais da bomba (MINEMURA et al. 1983), de forma que a obtenção do incremento de pressão através de valores médios nas interfaces de entrada e saída do rotor poderiam oferecer resultados não condizentes com a realidade.



**Figura 3.9 – Tomadas de pressão na saída do rotor para experimento (a) e simulação (b)**



**Figura 3.10 – Tomada de pressão na saída do tubo para experimento (a) e simulação (b)**

O incremento de pressão devido ao rotor é calculado pela média da diferença entre a pressão estática tomada na entrada do difusor e a pressão estática tomada na saída do tubo de sucção ao longo do tempo. Vale lembrar que o teste experimental calcula a média das aquisições tomadas ao longo de um minuto, tempo impraticável na simulação numérica devido ao custo computacional. Por esse motivo, a fim de evitar influência de variações pontuais de pressão (advindas de curtas recirculações ou acúmulo de gás sob as tomadas de pressão), que no experimento são diluídas na média total, utiliza-se três pontos de medida. A média final do incremento de pressão

é obtida, por fim, através da média aritmética entre esses pontos dispostos em posições equivalentes no canal do difusor (indicados pela Figura 3.9).

As condições de rotação e vazões testadas seguiram a metodologia de vazão mássica de gás constante de Cubas (2017) e são apresentadas na Tabela 3.4. As vazões de líquido apresentadas são normalizadas pela vazão de projeto  $Q_{des}$  de cada rotação  $n$ , calculada pela lei de similaridade apresentada na equação (24). É interessante definir, também por similaridade, o incremento de pressão de projeto de cada rotação, apresentado na equação (25).

**Tabela 3.4 – Grade de testes para simulação**

$\dot{m}_{ar}$ [kg/h]	300rpm	400rpm	500rpm	600rpm
0,63	$Q/Q_{des}$ de 0,2 a 1,5	-	-	-
1,11	-	$Q/Q_{des}$ de 0,2 a 1,5	-	-
1,40	-	-	$Q/Q_{des}$ de 0,2 a 1,5	-
1,51	-	-	-	$Q/Q_{des}$ de 0,2 a 1,2

$$Q_{des} = Q_{des*} \frac{n}{n_{des*}} \quad (24)$$

$$\Delta P_{des} = \Delta P_{des*} \left( \frac{n}{n_{des*}} \right)^2 \quad (25)$$

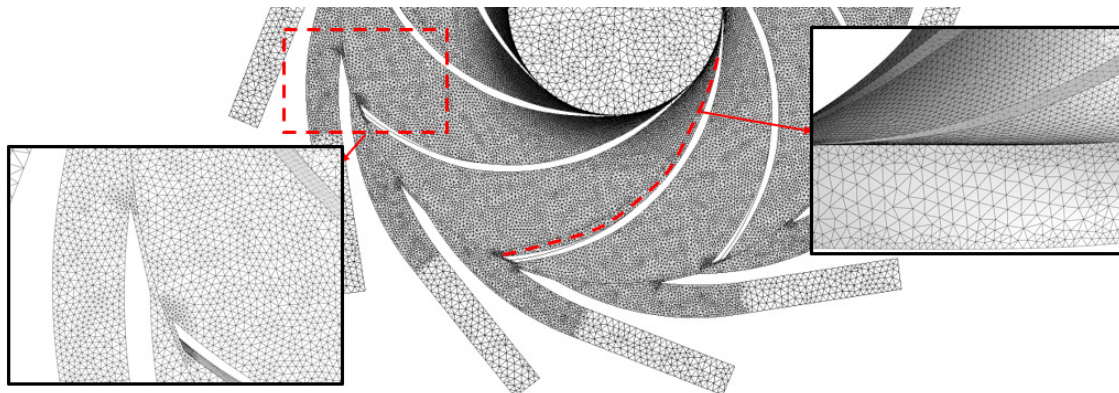
### 3.4.2 Malha computacional

Com o domínio fluido definido, a malha para o cálculo numérico foi construída com auxílio do programa Ansys® ICEM CFD®. Inicialmente, almejava-se utilizar uma malha hexaédrica, pelo maior controle de refino que a mesma possibilita, entretanto, verificou-se intensa instabilidade numérica na simulação de escoamento bifásico com malha desta natureza. Segundo Ansys (2016), parâmetro importante na estabilidade de simulações bifásicas é a razão de aspecto dos elementos (relação entre as dimensões do elemento), que deve ficar em torno da unidade. Os elementos de malha hexaédrica costumam ser bastante alongados em regiões próximas à parede, possuindo, portanto, alta razão de aspecto. Este problema é minimizado com malhas tetraédricas, que, de fato, mostraram maior robustez para as simulações em questão.

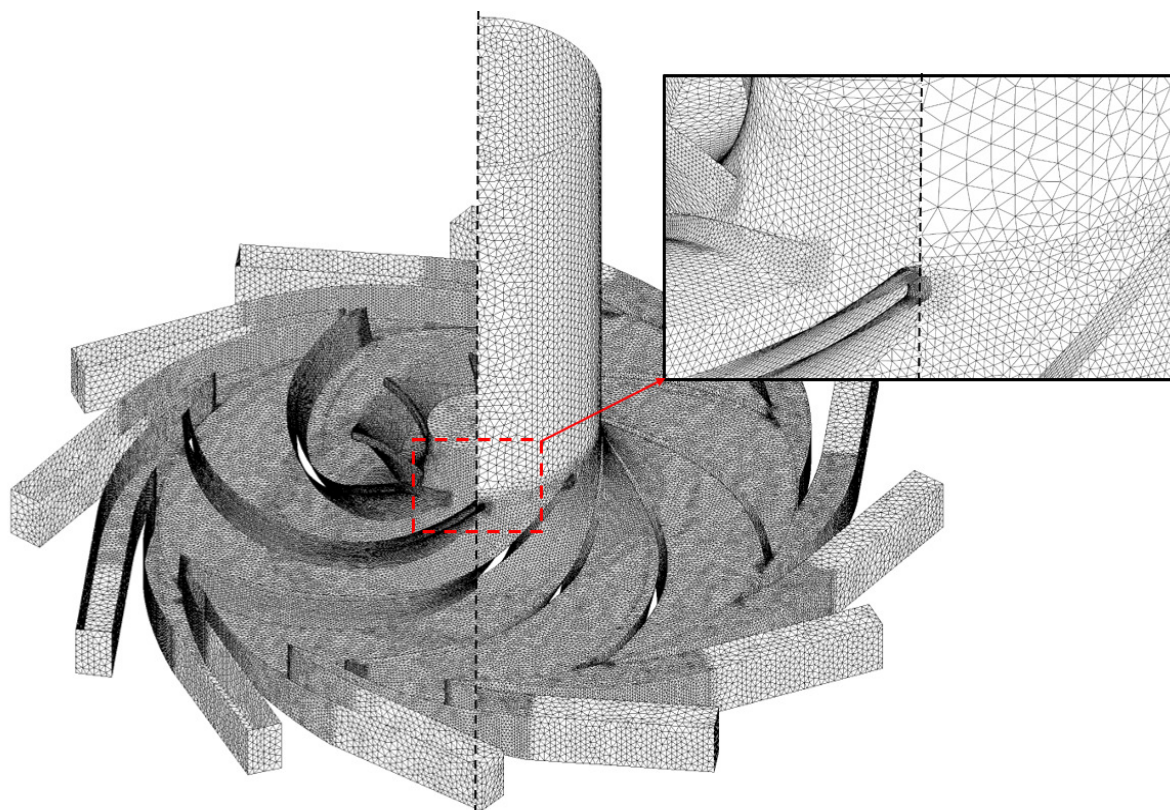
Os maiores gradientes encontrados para escoamento em bomba centrífuga são encontrados próximos às superfícies sólidas, principalmente nas pontas das pás. Logo, é de suma importância que uma maior quantidade de pontos de cálculo seja

inserida nessas regiões para captar o comportamento das variáveis. Da mesma maneira, considerando o modelo de turbulência adotado, ressalta-se que o  $y^+$  deve ficar entre 30 e 500.

Um esquema da malha construída com os devidos refinamentos é apresentado nas Figuras 3.11 e 3.12. Vale lembrar que o domínio de simulação é de um quarto da bomba, tendo sido replicado em  $360^\circ$  nas imagens apenas para melhor entendimento.



**Figura 3.11 – Vista inferior da malha computacional utilizada**

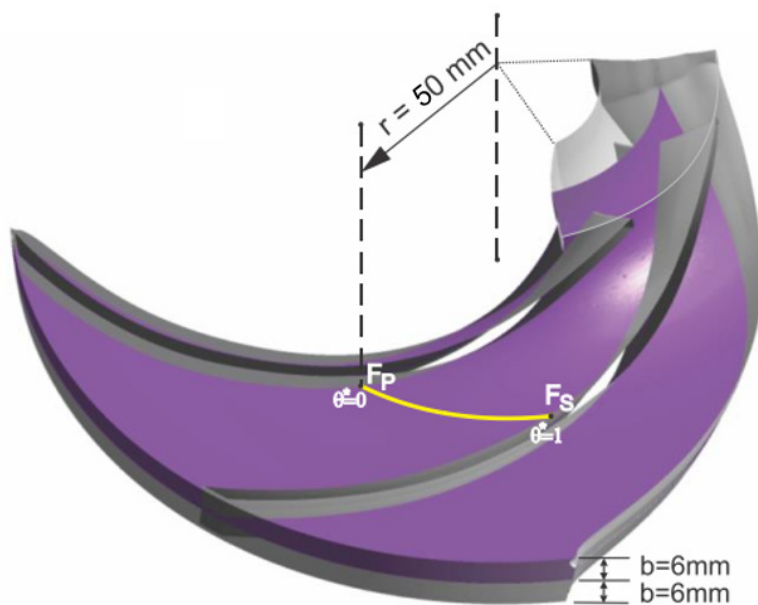


**Figura 3.12 – Vista isométrica da malha computacional utilizada**

### 3.4.2.1 Teste de independência de malha

Etapa muito importante de um estudo numérico é o teste de independência de malha. Através desse teste, é possível verificar se o número de elementos contidos na malha está afetando o resultado em comparação à uma malha mais refinada. Na prática, o teste permite reduzir o custo computacional quando verificado que uma malha fornece resultados satisfatórios quando comparada à malha com maior número de elementos.

Como o presente trabalho busca avaliar o desempenho do rotor e a dinâmica de escoamento, considerou-se para o teste de malha o incremento de pressão do rotor, calculado como descrito na seção 3.4.1, e perfis de pressão, velocidade da fase líquida e fração de vazio. A Figura 3.13 apresenta a posição na qual os perfis foram traçados, ou seja, em linha circular (raio de 50 mm) que percorre o canal do rotor da face de pressão ( $\theta^* = 0$ ) à face de sucção ( $\theta^* = 1$ ) no plano médio axial do rotor.



**Figura 3.13 – Linha de cálculo para os perfis de pressão, velocidade e fração de vazio**  
**Fonte: Adaptado de (JIMÉNEZ, 2016)**

Os testes foram realizados para a menor rotação (300 rpm), vazão mássica de ar de 0,7 kg/h e baixa vazão de líquido ( $Q/Q_{des} = 0,6$ ), caso considerado crítico pela maior presença de recirculações (ZHOU, *et al.*, 2015). Tal escolha também favorece a avaliação do  $y^*$ . Como a rotação testada é a menor dentre as consideradas e a



vazão de líquido normalizada é relativamente baixa, é seguro dizer que o parâmetro  $y^+$  para os outros casos a serem testados serão bastante próximos ou maiores que os obtidos no teste de malha. Isso significa que caso a condição de distância adimensional seja satisfeita no teste de malha, também será no restante da grade de testes.

Todas as malhas testadas foram derivadas de um único modelo com alto nível de refino, a partir do qual malhas gradativamente mais grossas foram obtidas através de ferramenta do programa que aumenta o tamanho dos elementos por um fator inserido pelo usuário. Uma comparação entre as malhas é apresentada na Tabela 3.5.

**Tabela 3.5 – Comparação dos parâmetros de malha**

	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4	Malha 5
Número de elementos ( $10^3$ )	22	52	78	147	231
$y^+$ máximo	291	177	166	114	107

Em se tratando de um regime transiente, é prudente que o método de avaliação das variáveis se faça por meio de uma média temporal. O incremento de pressão e os perfis apresentados a seguir foram levantados a partir de média acumulada após cada passo de tempo.

A Tabela 3.6 compara quantitativamente o incremento de pressão médio após doze revoluções do rotor de todas as malhas com a malha de maior refino.

**Tabela 3.6 – Comparação do incremento de pressão médio após 12 revoluções do rotor**

	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4	Malha 5
$\Delta P$ [Pa]	4401.24	3964.92	3970.29	4259.08	4195.49
Diferença [%]	4.90	-5.50	-5.37	1.52	-

As Figuras 3.14, 3.15 e 3.16 apresentam, respectivamente, os perfis levantados para a pressão, velocidade da fase líquida e da fração volumétrica de gás para todas as malhas, permitindo uma comparação qualitativa.

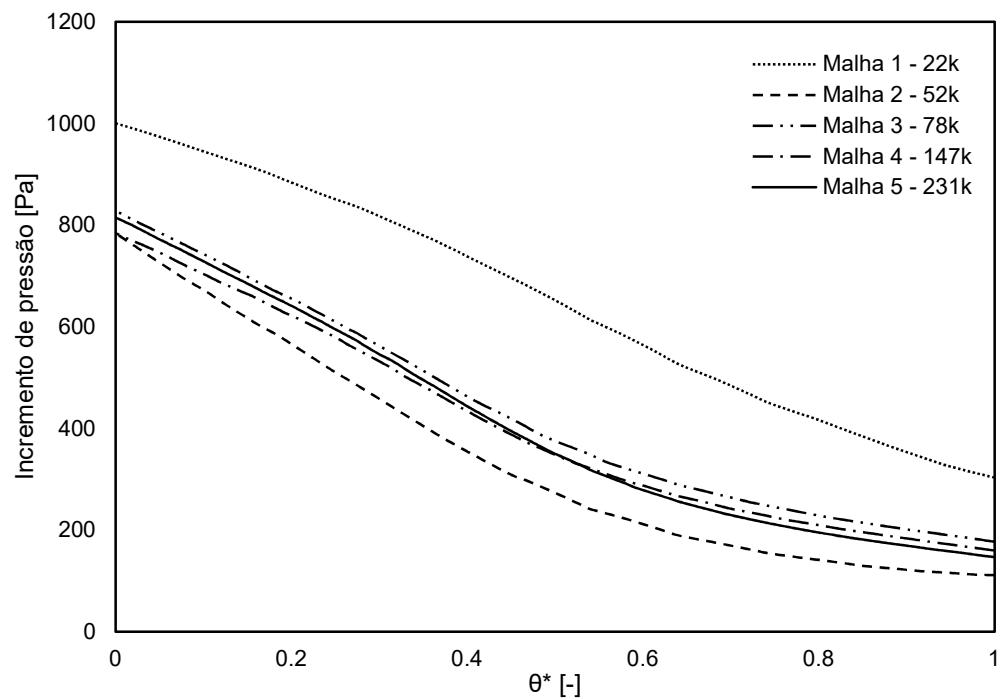


Figura 3.14 – Comparação do perfil de pressão para as malhas testadas

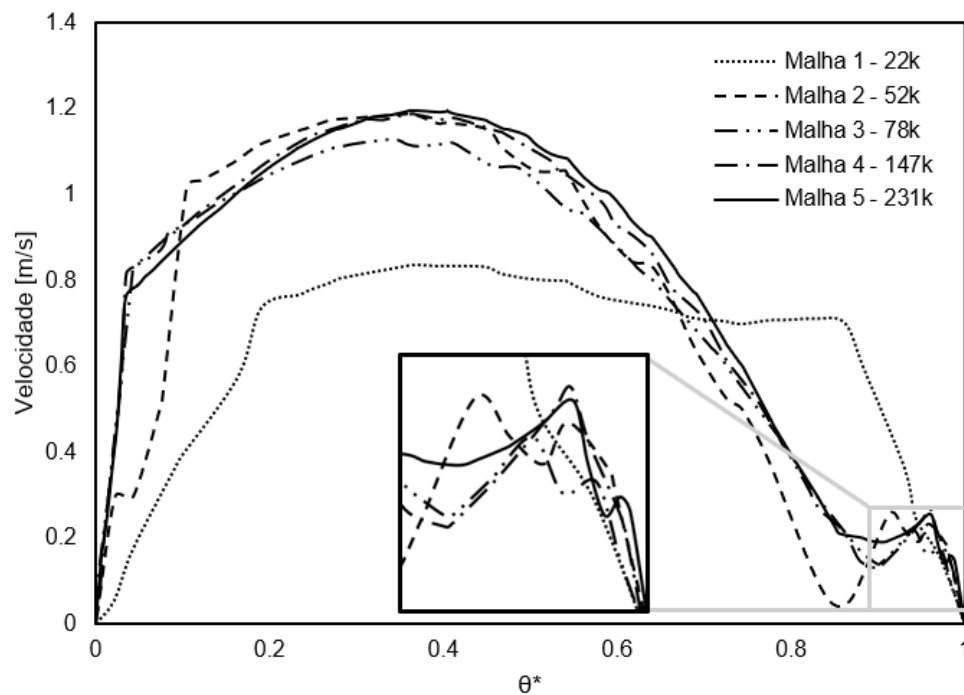
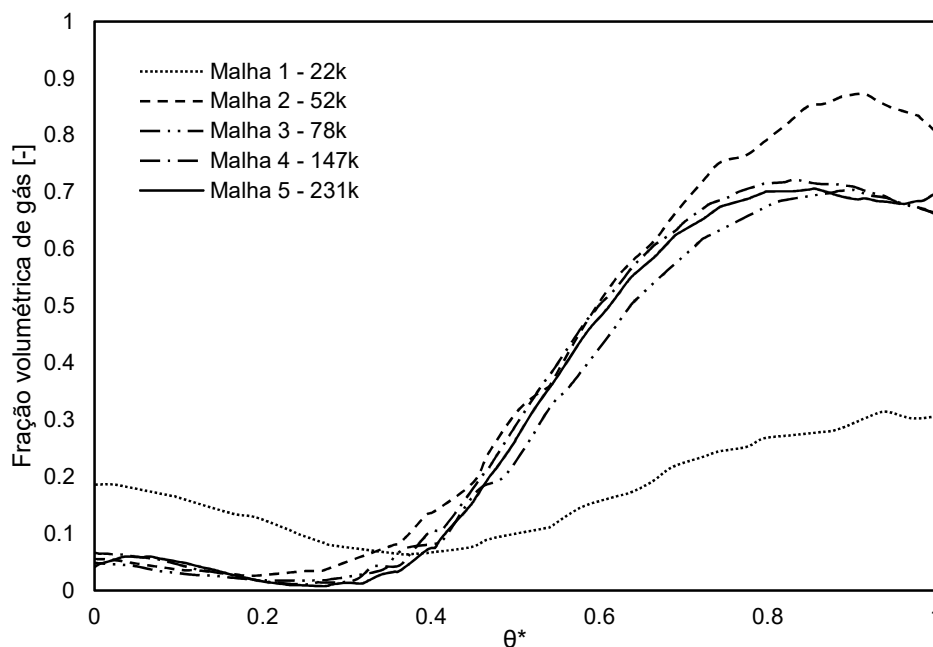


Figura 3.15 – Comparação do perfil de velocidade da fase líquida para as malhas testadas



**Figura 3.16 – Comparação do perfil de fração volumétrica de gás para as malhas testadas**

Tanto o incremento de pressão como os perfis levantados apontam uma significativa alteração dos resultados ao se utilizar as malhas de 1 a 3. Apenas a partir da malha 4 pode se assumir uma independência de malha, tendo em vista a baixa diferença no incremento de pressão e alta proximidade dos perfis em relação à malha 5. Portanto, definiu-se que a malha 4 seria a utilizada para os testes computacionais, sendo capaz de produzir resultados satisfatórios em tempo computacional bem inferior ao da malha 5.

#### **3.4.2.2 Teste de passo de tempo**

O passo de tempo se refere ao tempo físico tomado como intervalo entre instantes de cálculo em uma simulação transiente. No caso de uma bomba centrífuga, o passo de tempo pode ser considerado como a quantidade de graus que o rotor é girado entre cada resolução do sistema de equações. Essa abordagem permite que o passo de tempo seja avaliado de forma mais genérica, independente da velocidade de rotação do rotor. É usual a utilização de um “número de passos por passagem de pá”, que corresponde ao número de passos de tempo necessários para que um canal do rotor ocupe a posição de seu canal adjacente, ou, no caso da bomba estudada, quantos passos de tempo são necessários para percorrer  $45^\circ$ .

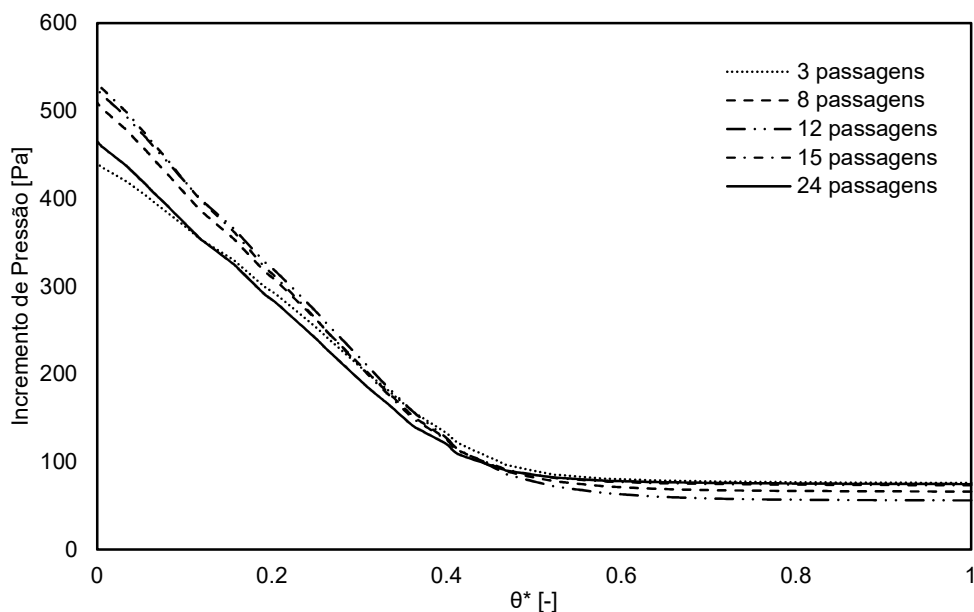
O teste de passo de tempo também é fundamental para o fechamento de um modelo otimizado. Um passo de tempo elevado permite, no mesmo tempo computacional de um refinado, simular um tempo físico maior. Busca-se, portanto, o menor número de passagens que forneça resultados suficientemente próximos dos obtidos com passos refinados. Os números de passagem testados foram: 3, 8, 12, 15 e 24.

A Tabela 3.7 apresenta o incremento de pressão médio obtido para cada passo de tempo utilizado. Observa-se que para todos os casos o incremento de pressão ficou relativamente próximo, lembrando que a diferença absoluta máxima (cerca de 219 Pa entre 8 e 24 passagens) representa apenas 2 centímetros de coluna de água em termos de pressão.

**Tabela 3.7 – Comparação do incremento de pressão médio após 8 revoluções do rotor**

	3 pass	8 pass	12 pass	15 pass	24 pass
Rotação por passo de tempo	15°	5,625°	3,75°	3°	1,875°
$\Delta P$ [Pa]	4184.21	4338.71	4106.24	4004.11	4119.83
Diferença [%]	1.56	5.31	-0.33	-2.81	-

As Figuras 3.17, 3.18 e 3.19 apresentam, respectivamente, os perfis levantados para a pressão, velocidade da fase líquida e da fração volumétrica de gás para todos os passos de tempo, permitindo uma comparação qualitativa.



**Figura 3.17 – Comparação dos perfis de pressão para cada passo de tempo**

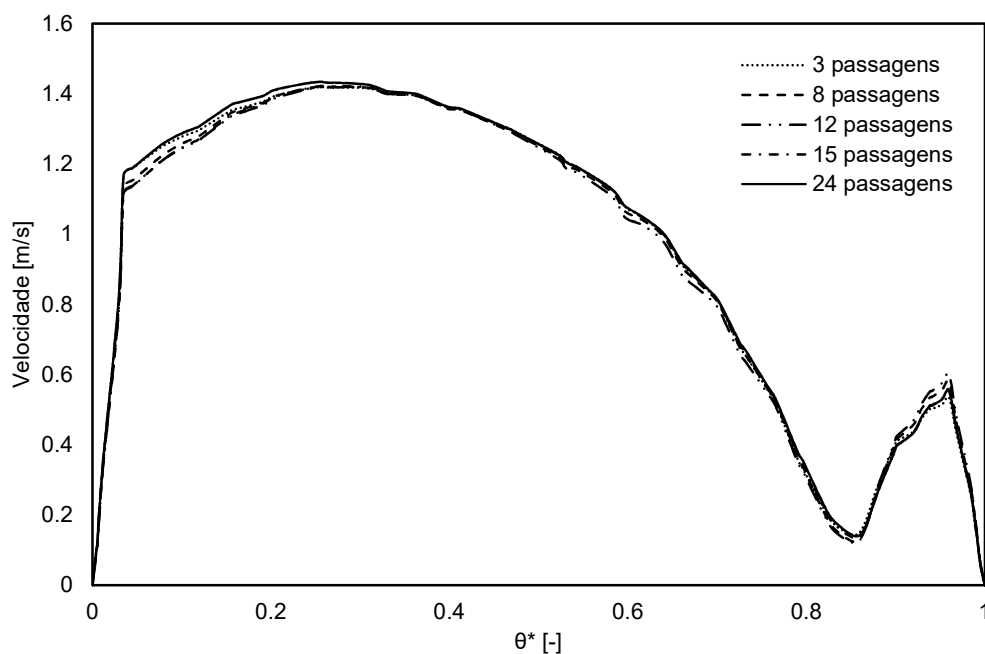


Figura 3.18 – Comparação dos perfis de velocidade da fase líquida para cada passo de tempo

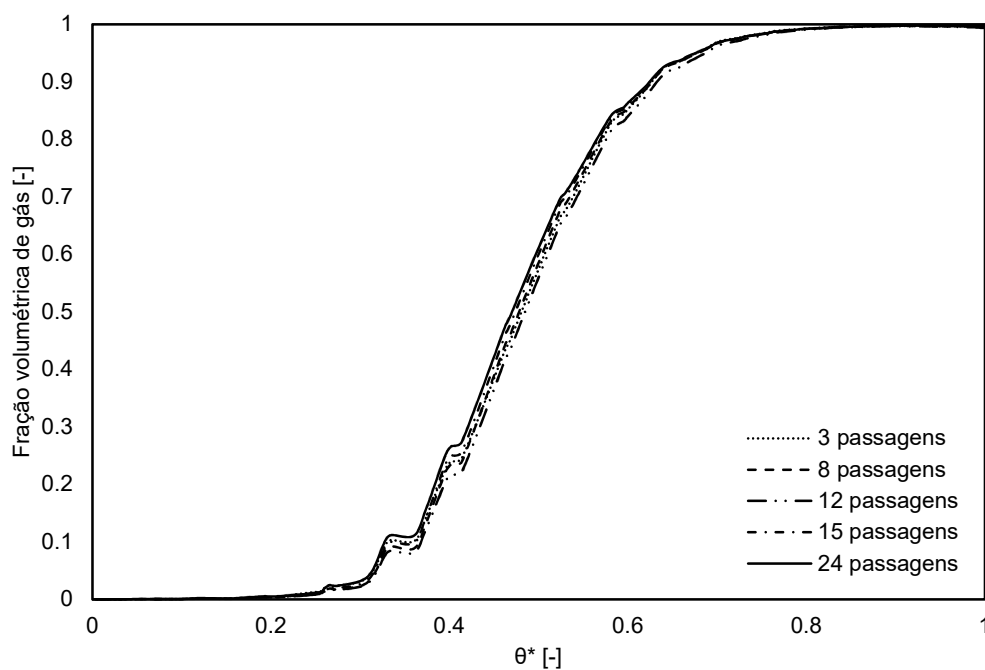


Figura 3.19 – Comparação da fração volumétrica de gás para cada passo de tempo

Observa-se que todos os passos de tempo testados fornecem resultados satisfatórios. Números de passagens ainda menores foram testados, porém

demonstraram problemas no fechamento das equações (altos resíduos) e resultados incoerentes, como, por exemplo, ausência de bolsão de gás em casos que simulações com passo de tempo mais refinado captaram grande quantidade de acúmulo.

Decidiu-se, portanto, por utilizar 3 passagens como o passo de tempo padrão, sendo este eventualmente refinado a fim de diminuir resíduos e melhorar a convergência. Buscou-se sempre manter resíduos abaixo de 0,0001 e desigualdade nos balanços de massa e quantidade de movimento para as fases menor que 1% em cada domínio. Considera-se, também, que uma simulação chegou ao fim quando a média da pressão, variável de maior interesse, não varia mais com o tempo.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, são apresentados os principais resultados obtidos das simulações numéricas e seus paralelos com os resultados experimentais. Inicialmente, contrasta-se o incremento de pressão obtido numericamente com o obtido experimentalmente através de curvas de desempenho. Compara-se, então, a dinâmica das fases no interior do primeiro estágio, assim como o padrão de escoamento e diâmetros de bolhas observados. Por fim, avalia-se a magnitude e sentido das forças interfaciais assim como os perfis de pressão no canal do rotor.

### 4.1 Análise de desempenho

Apresentam-se nas Figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4 as curvas de desempenho do rotor sob escoamento bifásico obtidas numericamente e, a fim de comparação, as curvas obtidas experimentalmente por Cubas (2017). A magnitude do incremento de pressão médio para cada ponto de teste, assim como a diferença absoluta e relativa entre o experimento e a simulação, pode ser encontrada no Apêndice B.

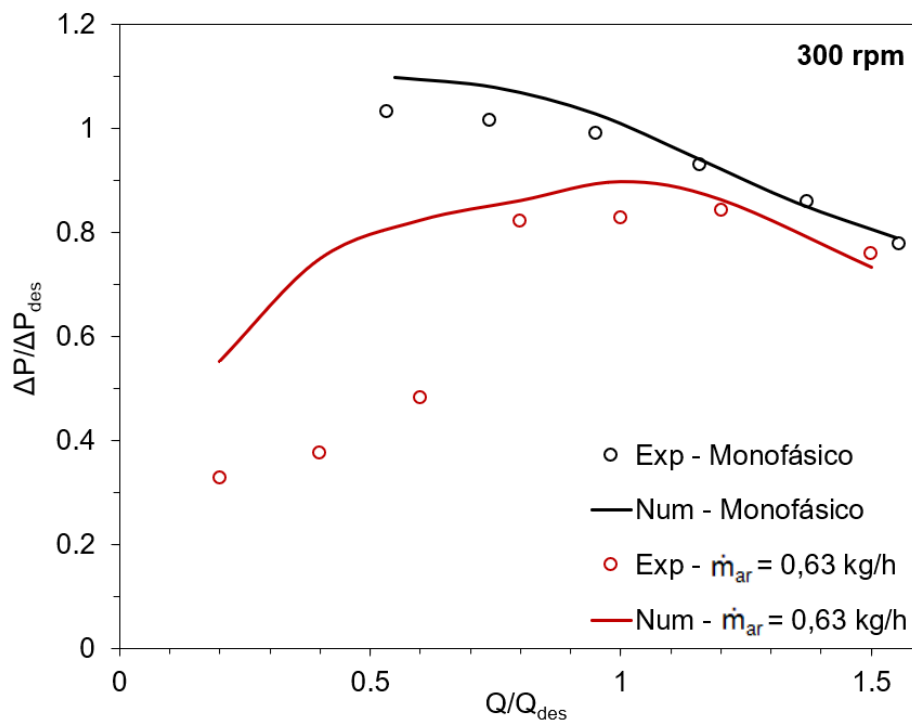


Figura 4.1 – Curvas de desempenho do rotor sob escoamento bifásico levantadas experimental e numericamente para velocidade de rotação de 300 rpm

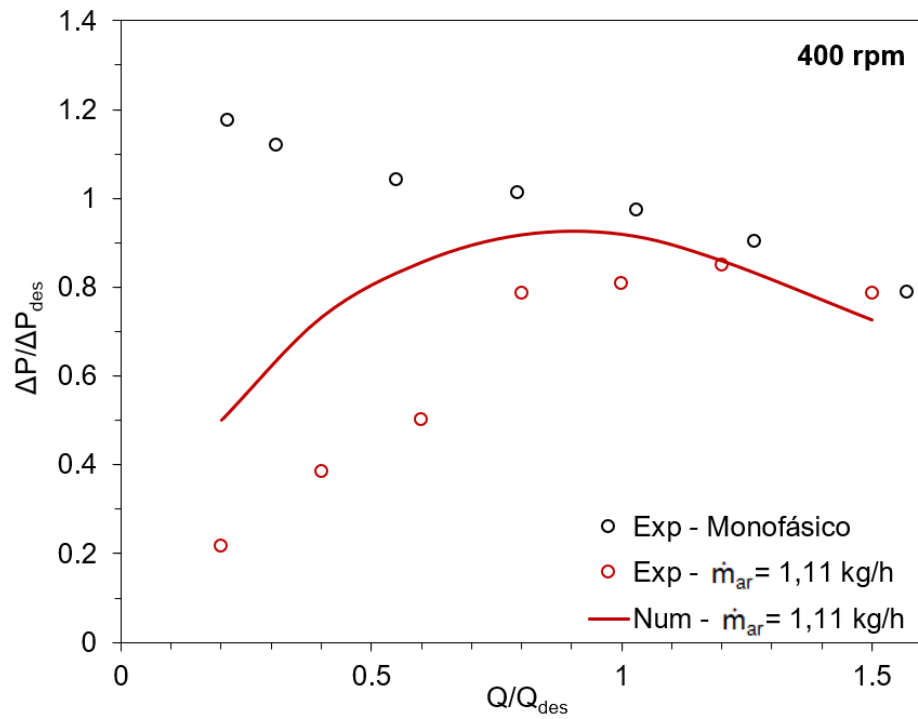


Figura 4.2 – Curvas de desempenho do rotor sob escoamento bifásico levantadas experimental e numericamente para velocidade de rotação de 400 rpm

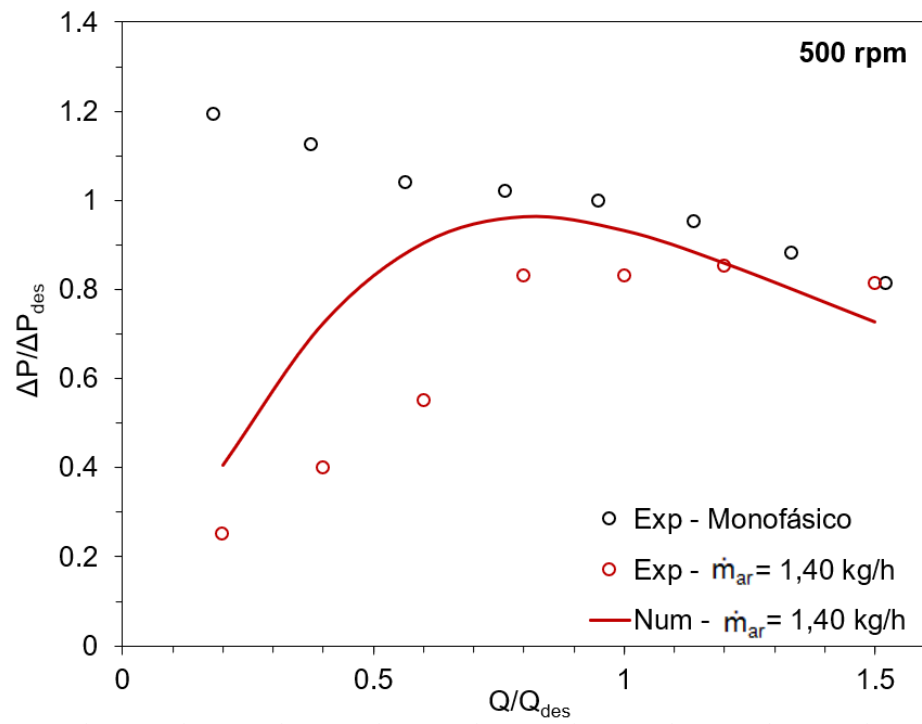
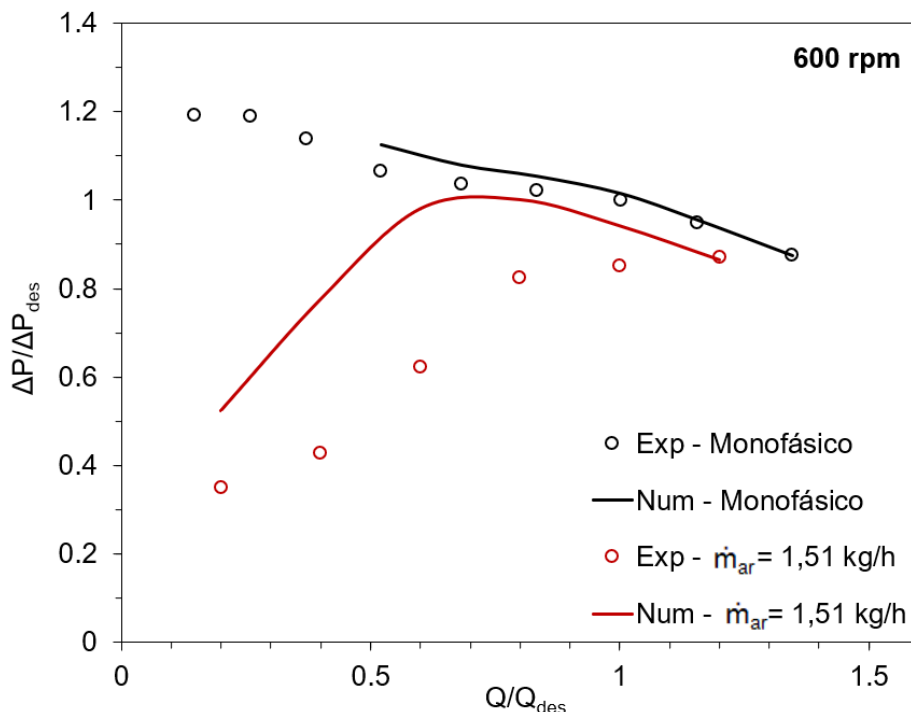


Figura 4.3 – Curvas de desempenho do rotor sob escoamento bifásico levantadas experimental e numericamente para velocidade de rotação de 500 rpm





**Figura 4.4 – Curvas de desempenho do rotor sob escoamento bifásico levantadas experimental e numericamente para velocidade de rotação de 600 rpm**

Observa-se que o modelo numérico foi capaz de prever o comportamento característico do desempenho de uma bomba operando um escoamento bifásico. O incremento de pressão aumenta com a diminuição da vazão de líquido, como no escoamento monofásico, até uma dada vazão, a partir da qual o incremento de pressão passa a cair com a diminuição da vazão de líquido. Entretanto, parâmetros como o ponto de inversão da curva, o ponto de *surging* e a magnitude do incremento de pressão para baixas vazões de líquido não apresentaram boa concordância com os dados experimentais.

Para vazões de líquido normalizadas entre 0,8 e 1,5, o incremento de pressão obtido numericamente apresentou uma discrepância relativamente baixa em relação ao experimento. Para as velocidades de rotação de 400 a 600 rpm, a diferença relativa ficou, em média, em torno dos 10% para as vazões especificadas. Já para a velocidade de rotação de 300 rpm, a média ficou abaixo dos 5%. Com essas vazões normalizadas de líquido, a fração volumétrica de gás na entrada variou de 2,7 a 4,6% para as rotações de 400 a 600 rpm e de 1,9 a 3% para 300 rpm. Tal diferença pode justificar os menores erros relativos encontrados para o caso de 300 rpm.

Em relação ao ponto de inversão da curva, ou seja, o momento que o incremento de pressão deixa de subir com a diminuição da vazão de líquido, observa-se que para todas as rotações no teste experimental o ponto se encontra entre as vazões normalizadas de líquido iguais a 1,2 e 1. Em contrapartida, nas simulações numéricas, o ponto se deslocou para a faixa entre 1 e 0,8 para os casos de 300 e 400 rpm e para a faixa entre 0,8 e 0,6 nos casos de rotação mais alta.

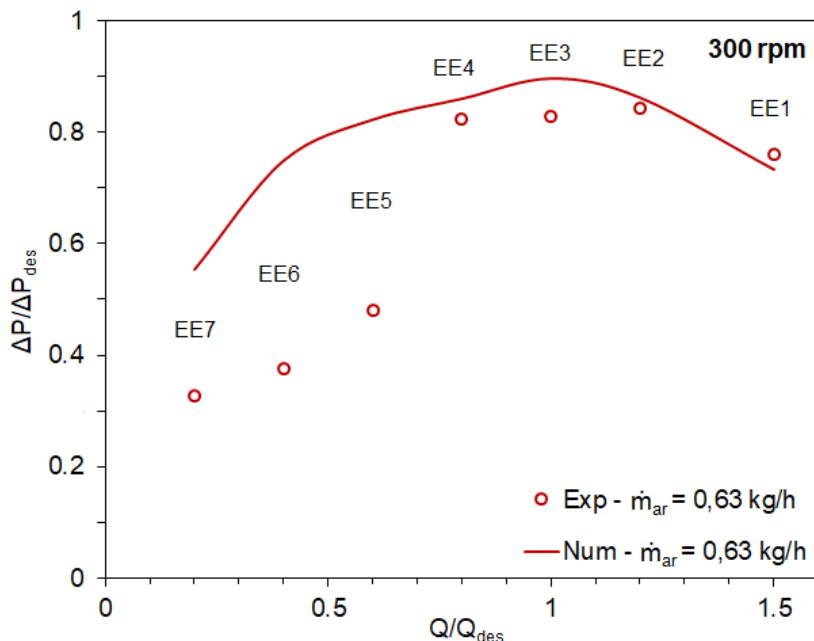
De forma semelhante, o ponto de *surging*, caracterizado por uma queda significativa no incremento de pressão, também se apresentou deslocado para menores vazões de líquido nas simulações numéricas. Nas curvas experimentais o ponto de *surging* se encontra na faixa entre as vazões de líquido normalizadas de 0,8 e 0,6. Já o modelo numérico prevê que o ponto de *surging* está na faixa entre 0,6 e 0,4 para as rotações de 400 a 600 rpm e entre 0,4 e 0,2 para a rotação de 300 rpm.

Nota-se, também, que a degradação no desempenho do rotor ocorre de maneira mais “suave” nas curvas levantadas numericamente do que nas levantadas experimentalmente. Passando pelo ponto de *surging*, o incremento de pressão cai em média 34% nas curvas experimentais e 20% nas curvas numéricas. O deslocamento do ponto de *surging* somado à subestimação da queda no incremento de pressão resulta em uma média de diferenças relativas acima dos 70% para vazões de líquido normalizadas abaixo de 0,8.

Essencialmente, o modelo numérico prevê, de forma similar para todas as velocidades de rotação, uma janela de operação maior e menor degradação do desempenho do que verificado experimentalmente. Procura-se, então, um melhor entendimento das diferenças percebidas entre o modelo numérico e o teste experimental através da análise da dinâmica do escoamento em cada caso.

## **4.2 Análise da Dinâmica do Escoamento**

Assim como realizado por Cubas (2017), analisa-se a estrutura do escoamento (EE) em cada um dos pontos da curva de desempenho levantada. Utiliza-se para tal a curva de velocidade de rotação de 300 rpm. A Figura 4.5 apresenta a nomenclatura de cada par de pontos (ponto obtido numericamente e seu equivalente experimental de mesma vazão de líquido normalizada) de modo a facilitar a referência.



**Figura 4.5 – Nomenclatura dos pares de pontos nas curvas de desempenho numérica e experimental para rotação de 300 rpm**

As imagens experimentais apresentadas a seguir tem como fonte o estudo de Cubas (2017). Já as imagens advindas da simulação numérica apresentadas a seguir representam a avaliação das variáveis no plano médio axial do rotor como indicado na Figura 3.13. Apresenta-se, concomitantemente, a distribuição de gás no rotor e o sentido das velocidades das fases. De forma a facilitar a visualização da distribuição do gás no rotor, utiliza-se, além do campo de fração volumétrica da fase gasosa, o diâmetro médio das bolhas. Vetores esféricos, cuja magnitude corresponde ao diâmetro médio da bolha em um ponto qualquer, são traçados sobre as linhas de corrente do gás, facilitando a comparação com o escoamento real.

A Figura 4.6 compara os resultados numéricos com experimentais referentes às estruturas de escoamento EE1 e EE2, ou seja, casos de alta vazão de líquido. Observa-se que para EE1 a distribuição de gás obtida numericamente apresenta boa concordância com a imagem experimental e estudos como o de Jiménez (2016). As partículas de gás caminham inicialmente pela face de pressão da pá do rotor e tem sua trajetória deslocada levemente para a face de sucção antes de saírem com facilidade para o difusor. Os vetores indicam que a fase gasosa possui ao longo de todo canal do rotor um sentido de velocidade praticamente igual ao da fase líquida, indicando uma predominância da força de arrasto.

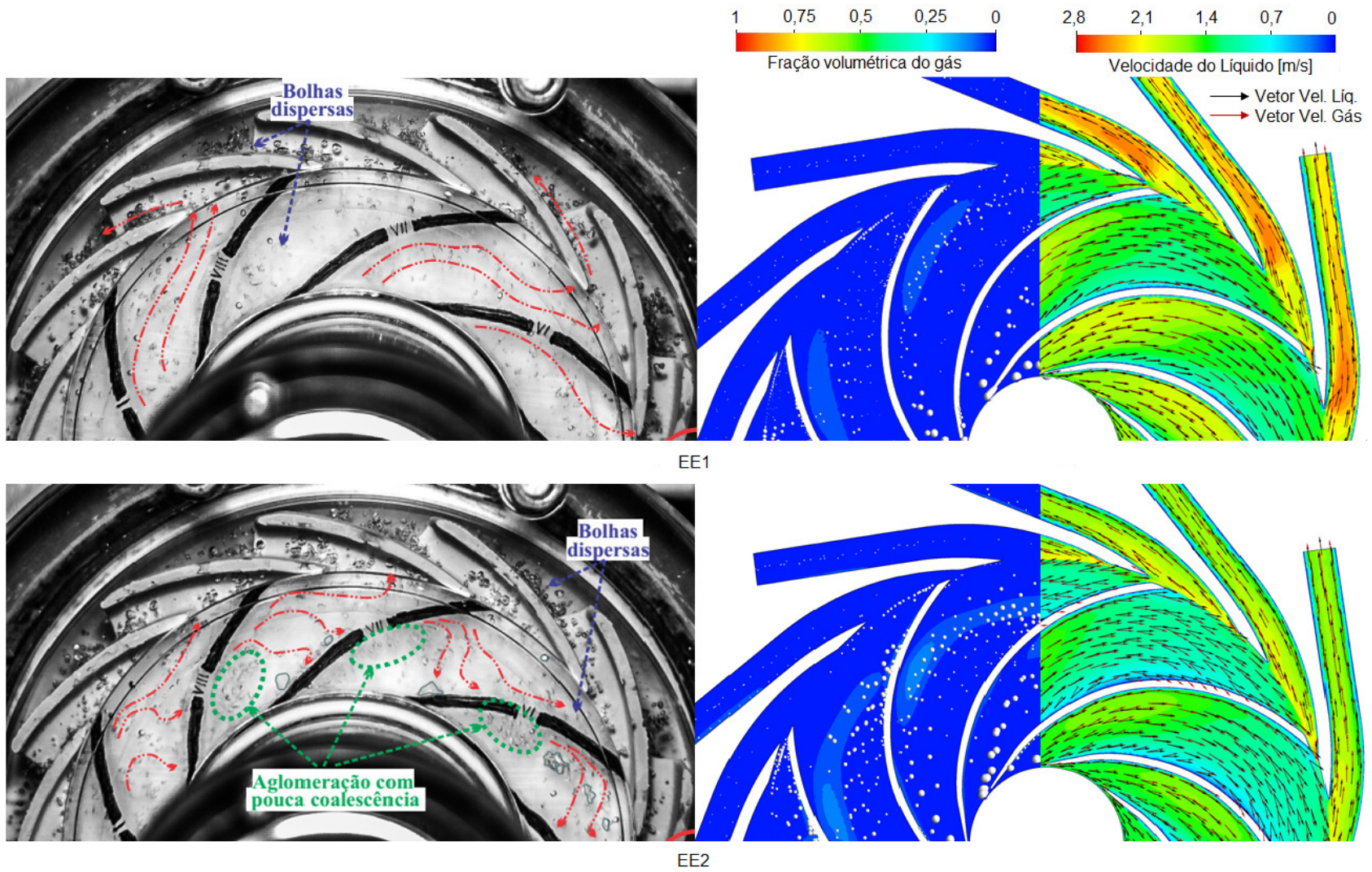


Figura 4.6 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE1 e EE2

A estrutura EE2 já apresenta algumas diferenças entre os testes numéricos e experimentais. Percebe-se um maior desvio entre os vetores velocidade das fases líquida e gasosa em relação à estrutura anterior, porém a imagem do experimento retrata desvios mais acentuados, inclusive no início do canal, levando à pequenos focos de coalescência. Apesar disso, os incrementos de pressão numérico e experimental ainda estão bastante próximos.

Na Figura 4.7 são apresentadas as imagens das estruturas EE3 e EE4. Para a primeira, a dinâmica de escoamento permanece semelhante à estrutura EE2. O teste experimental mantém um escoamento predominantemente no padrão de bolhas dispersas, porém com uma maior frequência de coalescência de bolhas em pequenos e instáveis aglomerados. A partir desse ponto, o incremento de pressão experimental passa a cair à medida que se avança nas estruturas de escoamento. O resultado numérico ainda não apresenta acúmulos de gás, entretanto o desvio de trajetória do gás é visivelmente maior e o diâmetro das bolhas no canal do rotor também aumentou.

Uma maior aglomeração de gás no rotor começa a ser observada na simulação numérica a partir do ponto EE4, justamente o ponto de inversão da curva de desempenho. Entretanto, as imagens do experimento de Cubas (2017) já apresentam a formação de grandes e instáveis bolsões de gás em alguns canais do rotor e uma intensificação da recirculação de bolhas. Bolhas adentrando o domínio do difusor passam a ter a tendência de retornar ao rotor, podendo também circular a ponta da pá do difusor e entrar no canal adjacente. Na curva de desempenho experimental, o ponto EE4 precede a queda acentuada do incremento de pressão, se verificando o início da predominância dos mecanismos de coalescência sobre os de quebra.

A Figura 4.8 apresenta a estrutura de escoamento referente ao ponto EE5. Na curva experimental, o ponto já se encontra em uma região de surging e, de fato, todos os canais do rotor estão dominados por bolsões estáveis de gás junto às faces de sucção, permitindo apenas que um filme de líquido escoe junto à face de pressão. As recirculações se intensificam tanto no difusor como no rotor na chamada esteira do bolsão. O resultado numérico apresenta o primeiro acúmulo de gás, com uma pequena região em que a fração volumétrica da fase é igual a unidade logo na entrada do rotor, porém a tendência maior da fase gasosa ainda é seguir a fase líquida para a saída do domínio.

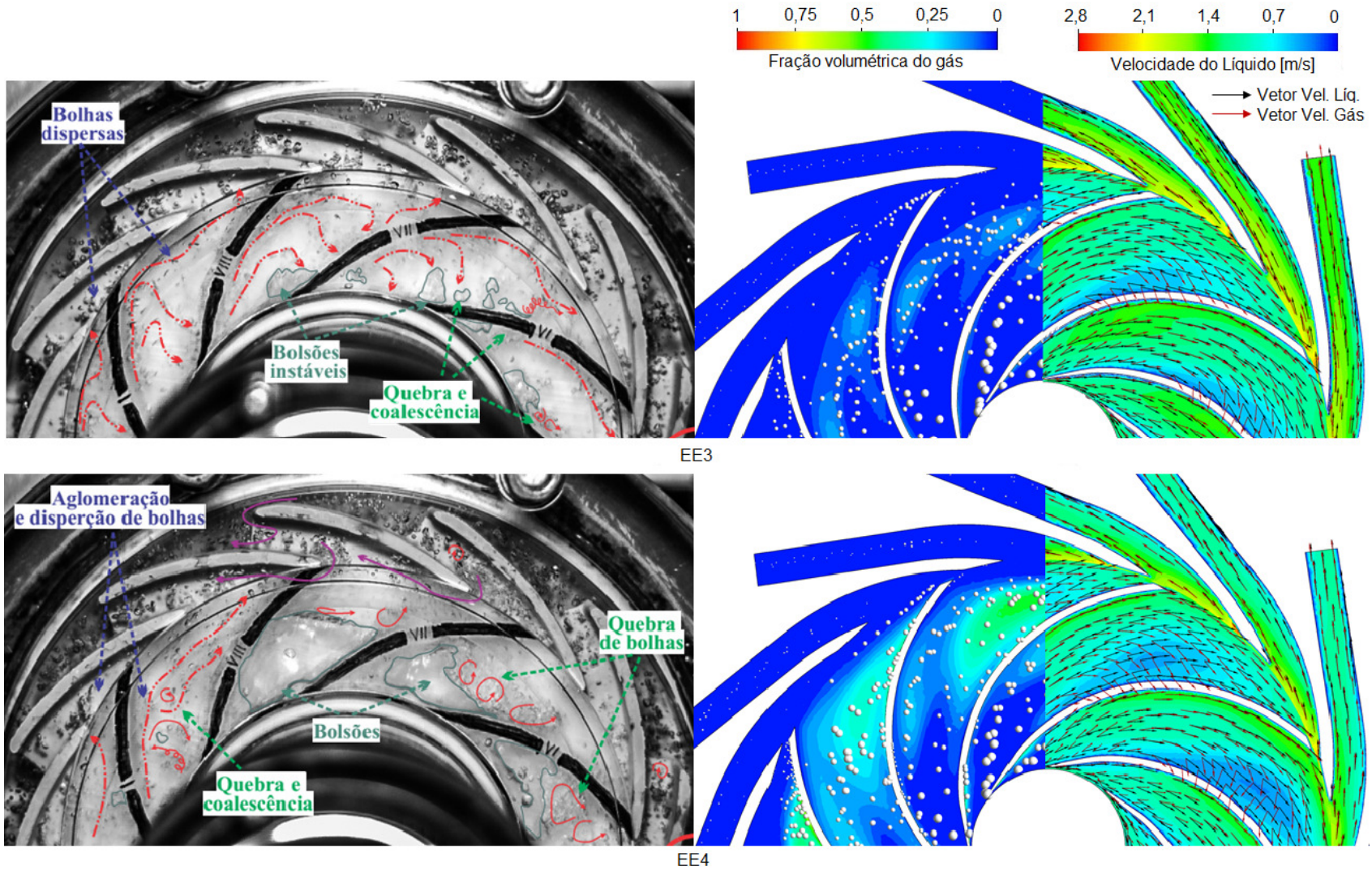


Figura 4.7 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE3 e EE4

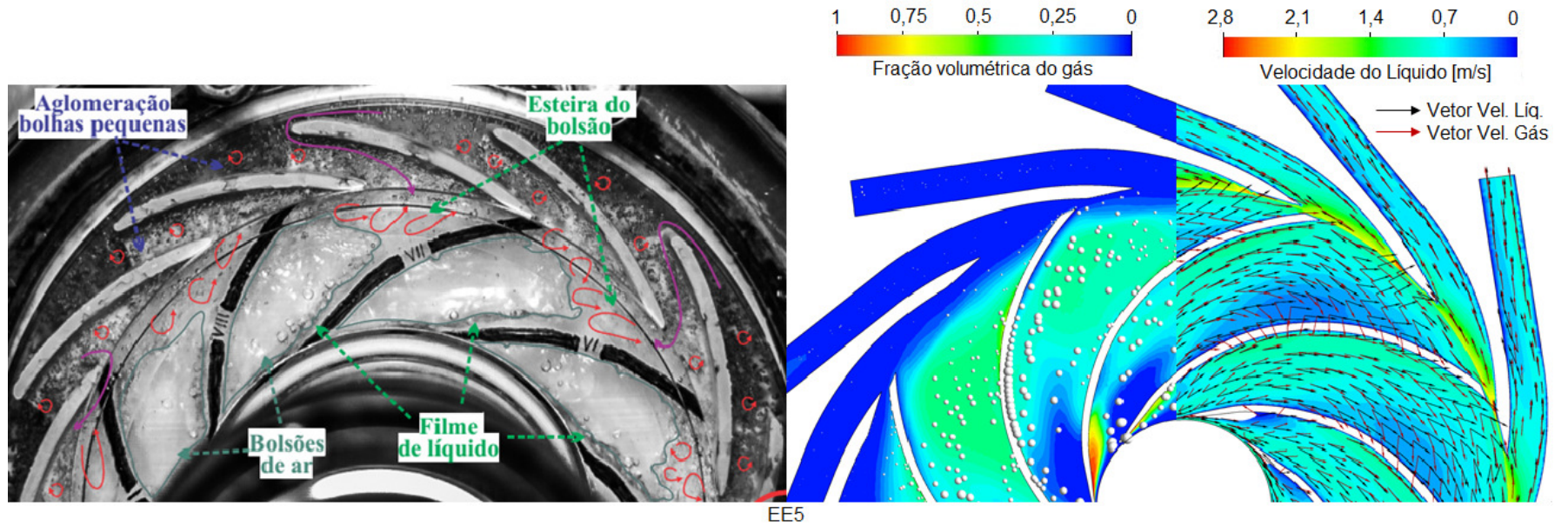


Figura 4.8 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE5

A Figura 4.9 apresenta a estrutura de escoamento referente ao ponto EE6. Para o teste experimental, observa-se uma estrutura de escoamento bastante semelhante ao ponto anterior, com o bolsão de gás ocupando uma região um pouco maior no canal do rotor. Em contrapartida, assim como ocorreu do ponto EE3 para o EE4 na curva experimental, os resultados da simulação numérica mudaram significativamente do ponto anterior. Verificou-se a formação de bolsões de gás junto às faces de sucção das pás e, assim como evidenciado experimentalmente, um filme de líquido escoou pela face de pressão carregando consigo bolhas de tamanho considerável. A recirculação da fase gasosa também se fez presente, observam-se regiões em que o gás tende a voltar ao olho do rotor, alimentando o bolsão de gás. Percebe-se também, assim como verificado experimentalmente por Cubas (2017) e Barrios (2007), passagem de gás de um canal ao outro através da borda das pás.

A Figura 4.10 apresenta a estrutura de escoamento do ponto EE7. Novamente, para o caso experimental, não se verificou maiores alterações na dinâmica do escoamento. Em relação à estrutura EE6, a maior diferença se encontra no domínio do difusor, em que as bolhas dispersas se apresentam de forma mais densa. Por outro lado, os resultados numéricos atingem nesse ponto a condição de *surging*. Analogamente à dinâmica encontrada experimentalmente no ponto EE5, quando a curva experimental entrou em regime de *surging*, o bolsão de gás passa a dominar o rotor e as recirculações se intensificam em diversos pontos. Observa-se, de forma mais clara, o retorno de gás do difusor para o rotor e sua migração para os canais adjacentes.

Um resumo das estruturas de escoamento verificadas experimental e numericamente é apresentado na Figura 4.11 em conjunto com a curva de desempenho obtida para cada caso. Fica evidente como a distribuição das fases se altera à medida que as condições operacionais mudam. Tanto experimental como numericamente observa-se uma gradativa transição dos padrões de escoamento. Vazões altas de líquido apresentam o padrão de bolhas dispersas com bom espaçamento entre as partículas. O escoamento, então, passa a apresentar o padrão de aglomerados de bolhas até que o bolsão de gás se forma junto à face de sucção.



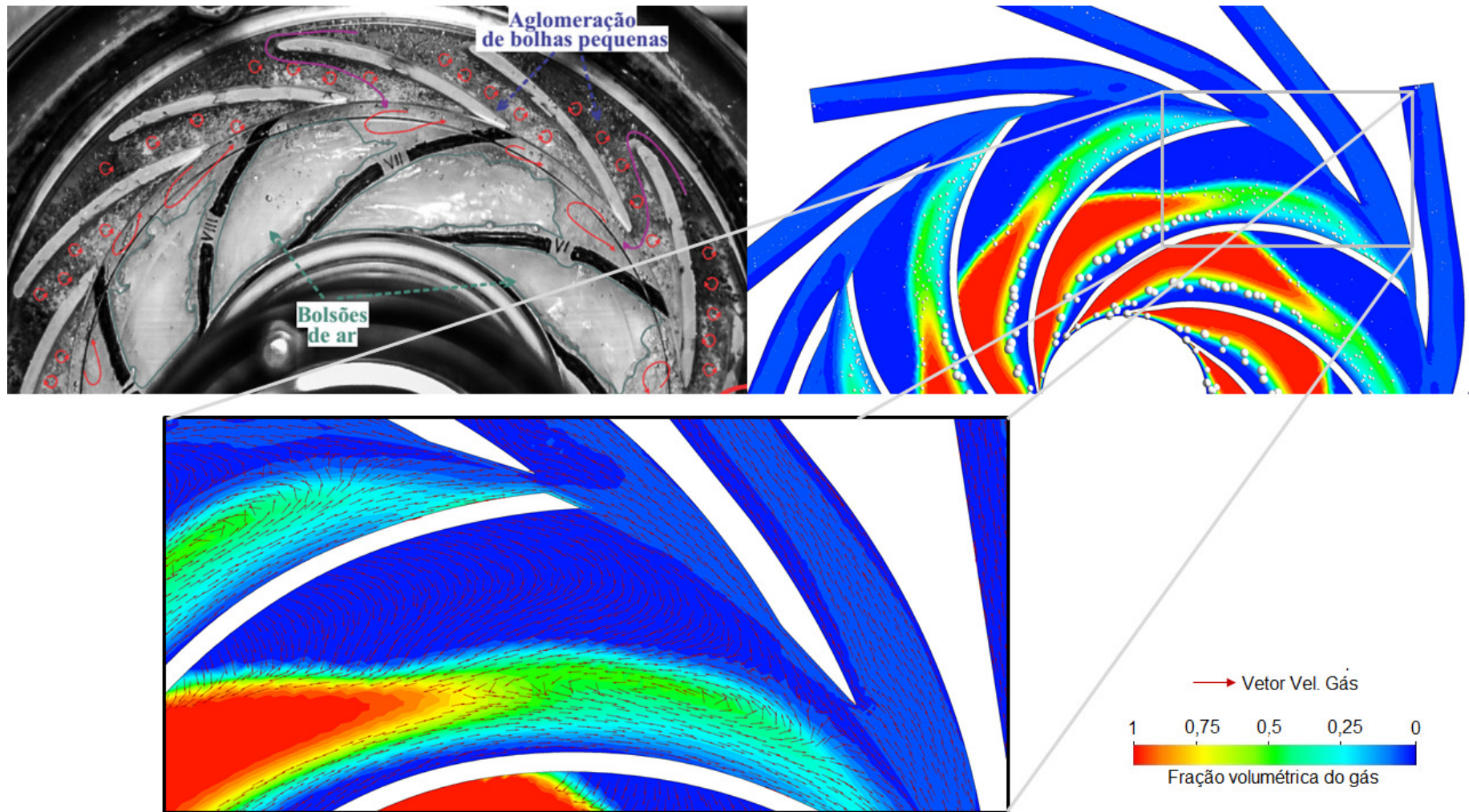


Figura 4.9 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE6

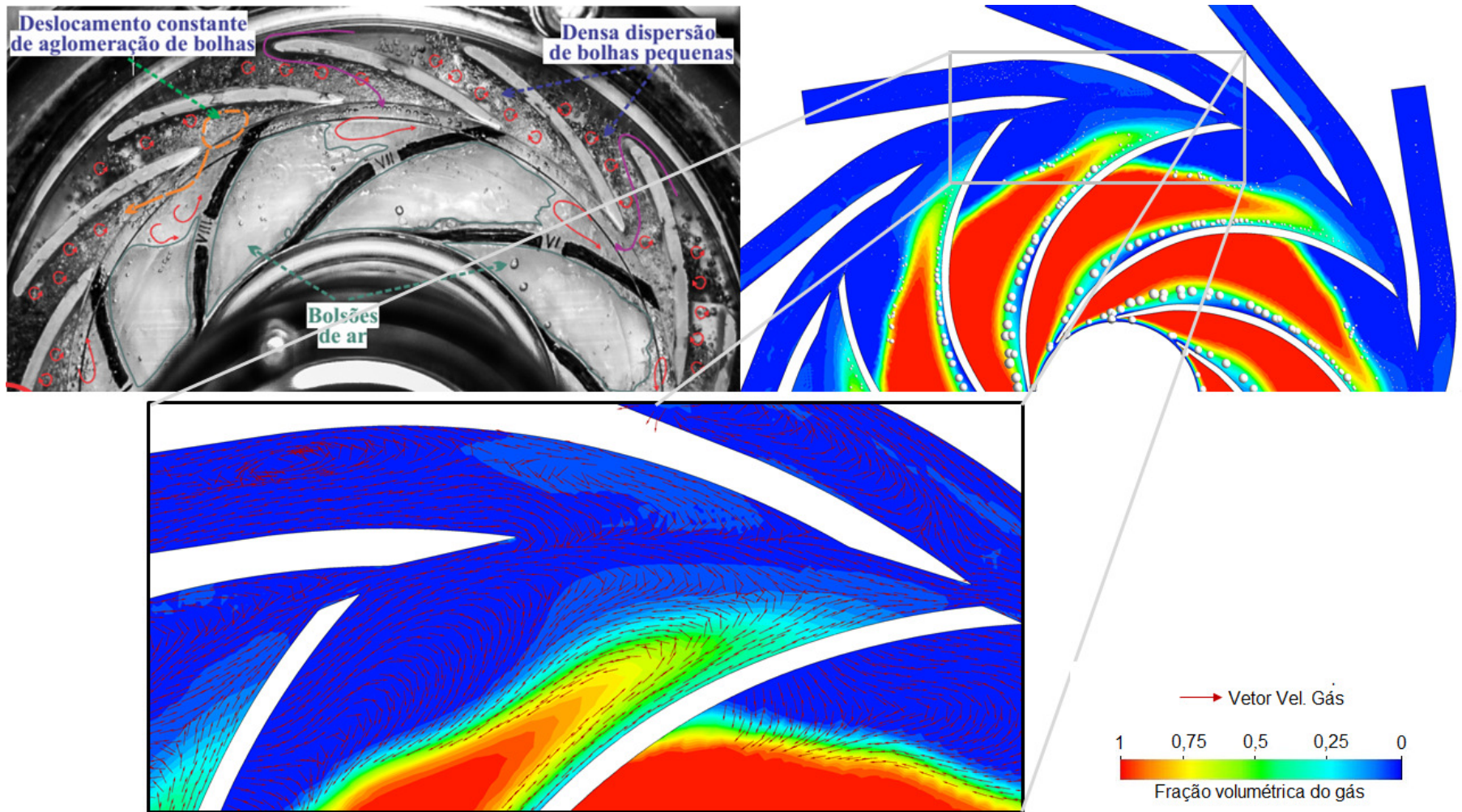


Figura 4.10 – Comparação do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente para EE7

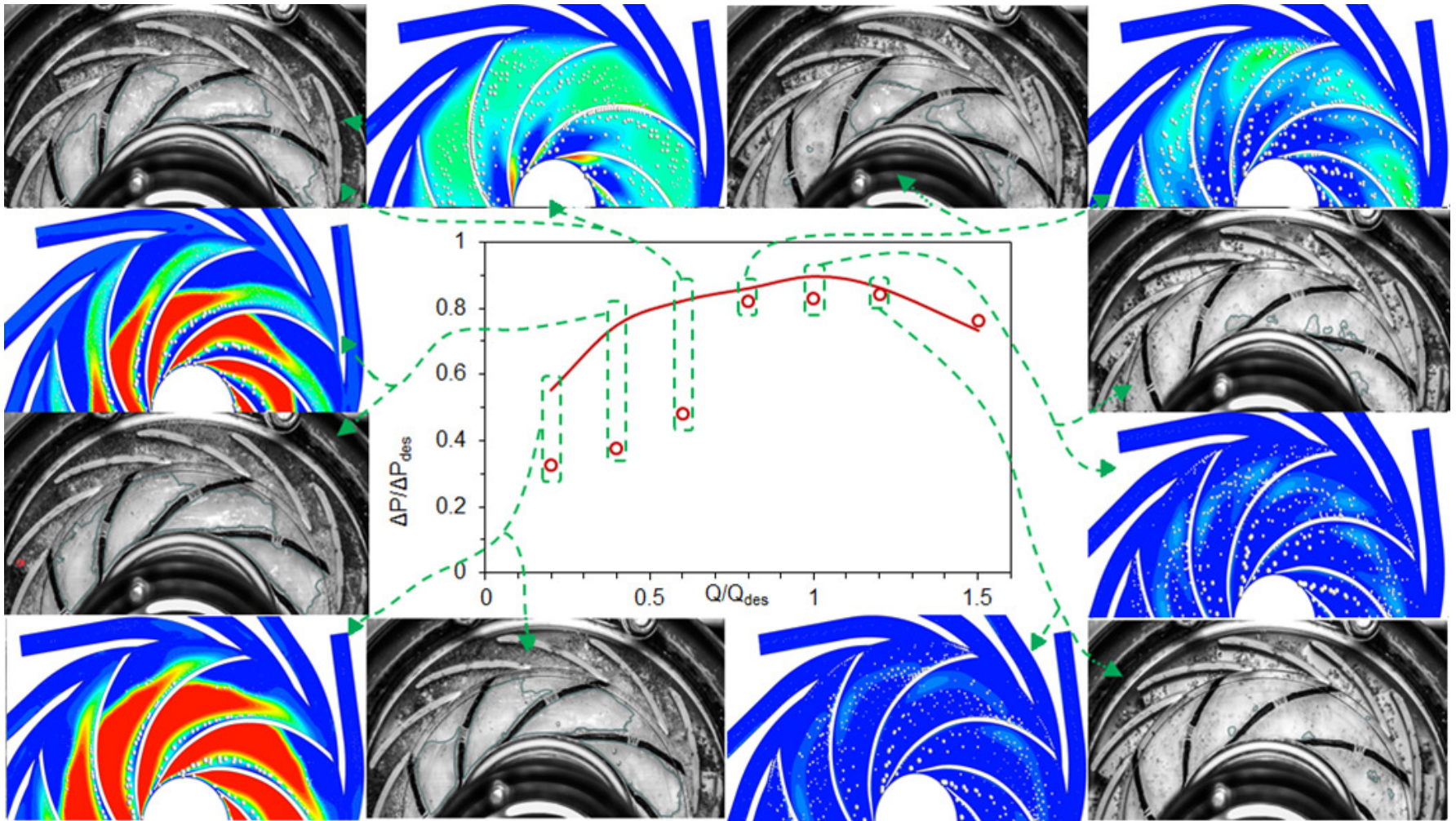


Figura 4.11 – Resumo do comportamento das fases no rotor obtidos experimental e numericamente

Ressalta-se que as dinâmicas de escoamento experimental e numérica sob regime de *surging* (a partir de EE5 para a curva experimental e EE7 para a numérica) são bastante semelhantes, considerando o formato do bolsão de gás e as formas de recirculação da fase dispersa. Essencialmente, o modelo é capaz de prever corretamente as estruturas de escoamento desse complexo fenômeno, porém superestima a quantidade de gás que resulta em um regime de *surging* e, conseqüentemente, alta degradação do desempenho.

Para as outras velocidades de rotação testadas, as dinâmicas de escoamento obtidas numericamente seguiram padrão bastante semelhante ao encontrado para 300 rpm. A trajetória preferencial da fase gasosa e os padrões de escoamento encontrados em pontos como o de inversão da curva de desempenho ou o de *surging* se mostraram independentes da rotação. Tal independência também foi verificada no experimento de Cubas (2017), o que reforça o fato de que o modelo é capaz de proporcionar resultados qualitativamente consistentes. Entretanto, Cubas (2017) verificou que, para altas rotações, o bolsão de gás ocupa o canal do rotor de forma mais homogênea e estável. O parâmetro com maior discrepância entre as velocidades de rotação é o diâmetro das bolhas encontrados ao longo da bomba.

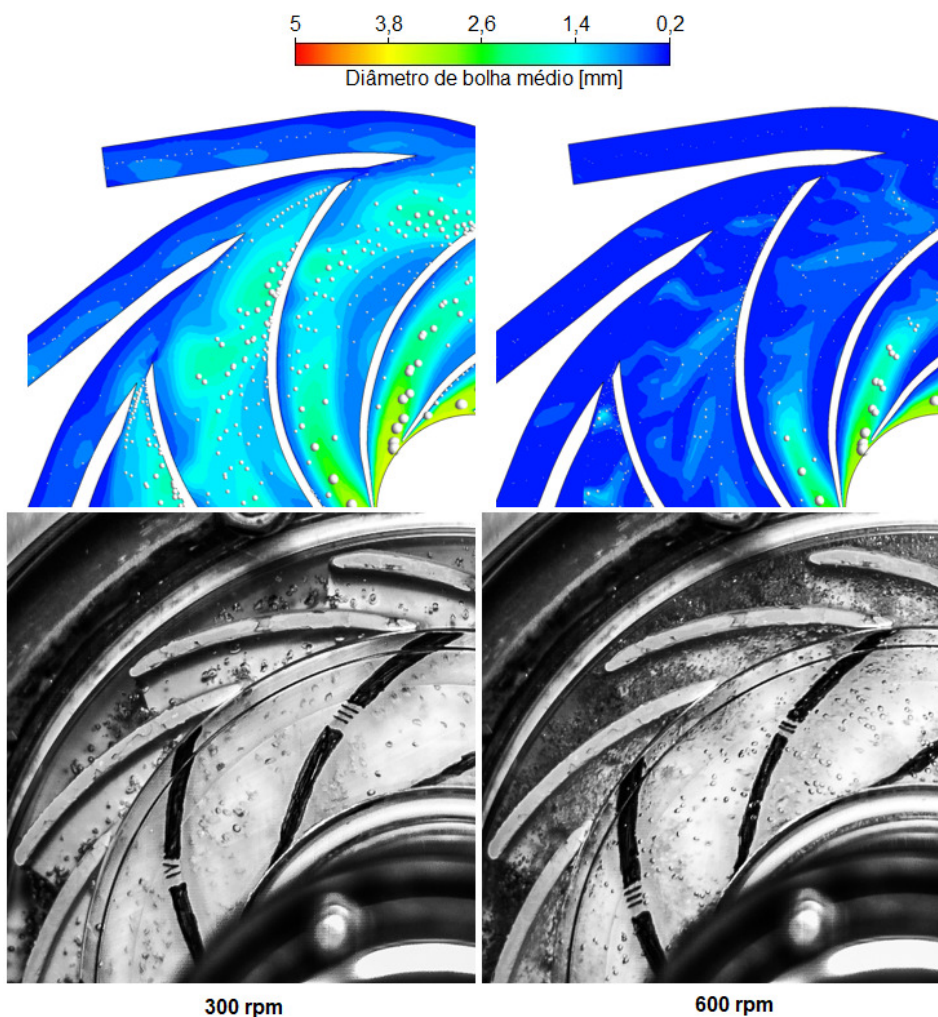
### **4.3 Análise do diâmetro das bolhas**

Como observado na seção anterior, a distribuição das fases no interior do rotor e difusor está diretamente relacionada com o desempenho da bomba. A formação, ou não, de um bolsão de gás no interior do rotor depende de diversos fatores, sendo um dos mais relevantes o diâmetro das bolhas presentes no interior dos canais.

Jiménez (2016), em concordância com a literatura, afirma que pequenos diâmetros de bolha tendem a ser arrastados com mais facilidade para fora do rotor, enquanto que bolhas maiores possuem uma maior tendência de permanecer e eventualmente coalescer. Isso se dá, a grosso modo, pelo fato de que a força de arrasto é proporcional ao quadrado do diâmetro da bolha (área projetada) e a força devido ao gradiente de pressão é proporcional ao cubo do diâmetro da bolha (volume), ou seja, bolhas maiores acabam sentindo um maior efeito do gradiente de pressão e estão mais sujeitas a permanecerem no interior do rotor.

O diâmetro das bolhas, por sua vez, depende fortemente dos efeitos de quebra e coalescência. O mecanismo de quebra depende, segundo Luo e Svendsen (1996), principalmente do nível de turbulência da fase contínua e, de fato, Cubas (2017) verificou bolhas de tamanho menor para maiores velocidades de rotação. O emprego do modelo *MUSIG* busca considerar esses efeitos e assim se aproximar da realidade.

A Figura 4.12 compara as imagens experimentais obtidas por Cubas (2017) com o campo do diâmetro médio das bolhas para as rotações de 300 e 600 rpm e vazão de líquido normalizada igual a 1,2.

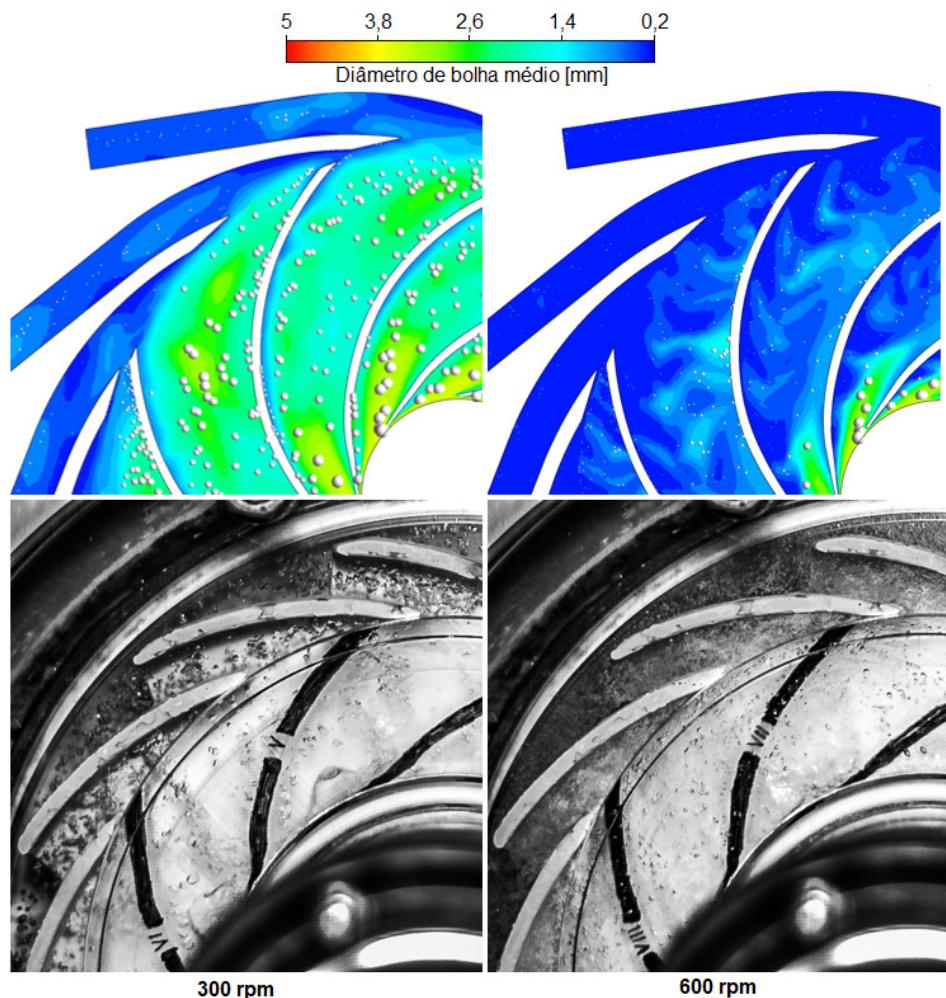


**Figura 4.12 – Imagens do tamanho de bolhas em escoamento com vazão de líquido normalizada igual a 1,2 e rotações de 300 e 600 rpm**

Observa-se que o modelo numérico apresenta boa concordância com o experimento no sentido de que as imagens para 300 rpm possuem diâmetro de bolhas

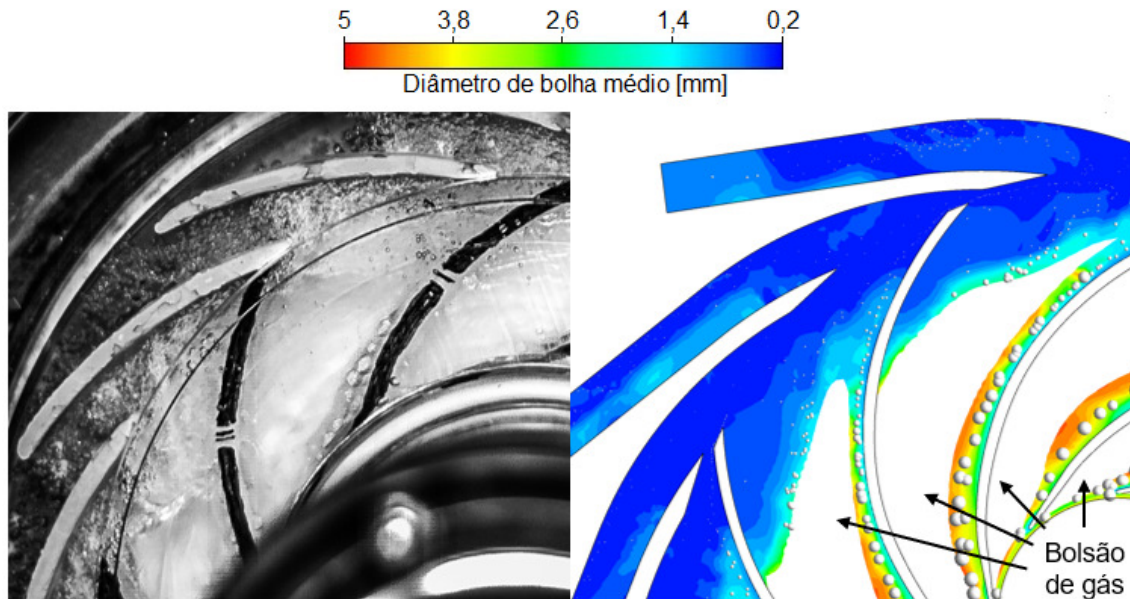
significativamente maiores. Percebe-se que, para o caso de 600 rpm, o diâmetro de entrada de 3,5 mm sofre rapidamente os efeitos da turbulência de modo que os menores grupos dimensionais passam a predominar. Para o caso de 300 rpm, as bolhas também sofrem o efeito de quebra, porém com menor intensidade.

A Figura 4.13 apresenta a mesma comparação, porém para uma vazão de líquido normalizada de 0,8. Novamente, se observa uma boa concordância do modelo numérico com o experimento, com exceção do domínio do difusor. Para ambas as velocidades de rotação, as imagens experimentais indicam diâmetros da mesma ordem de grandeza tanto no rotor quanto no difusor, alterando apenas a densidade de dispersão. Entretanto, o modelo numérico indica uma abrupta queda no diâmetro médio das bolhas quando passando de um domínio ao outro.



**Figura 4.13 – Imagens do tamanho de bolhas em escoamento com vazão de líquido normalizada igual a 0,8 e rotações de 300 e 600 rpm**

A Figura 4.14 compara o diâmetro das bolhas encontrados experimental e numericamente para um caso de *surging*, com velocidade de rotação de 300 rpm e vazão normalizada de líquido de 0,2. Retirou-se do campo de diâmetro de bolha médio a região ocupada pelo bolsão de gás, visto que, nesse contexto, o escoamento deixa de ser disperso. A região representa um grande acúmulo de gás, não fazendo sentido apresentar um diâmetro médio de partícula.

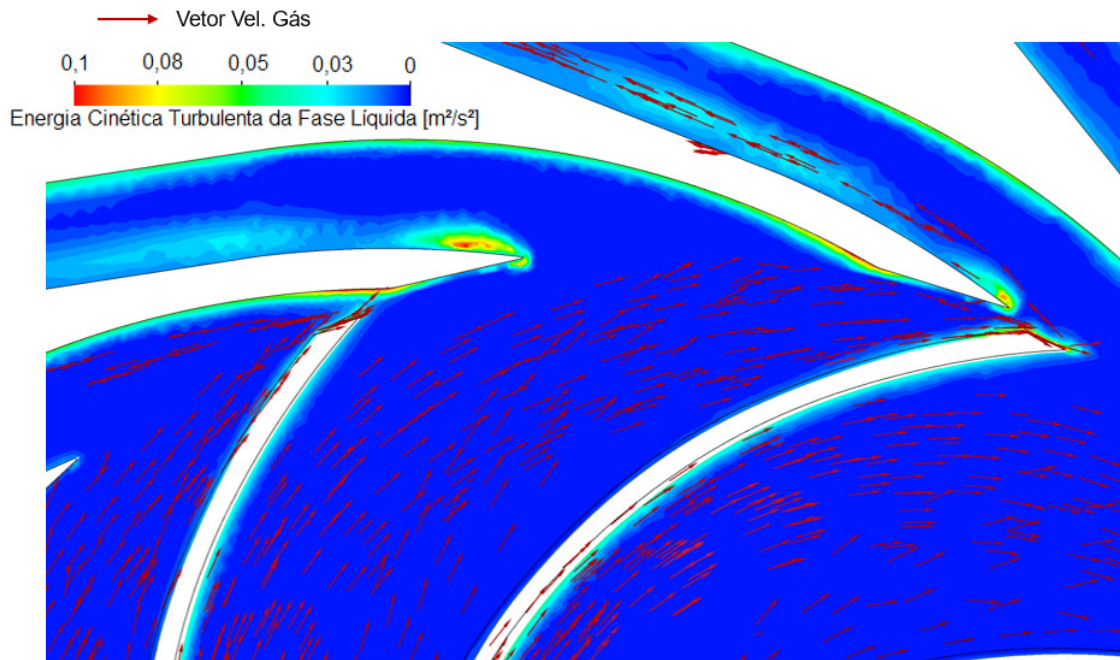


**Figura 4.14 – Imagens do tamanho de bolhas em escoamento com vazão de líquido normalizada igual a 0,2 e rotação de 300 rpm**

O modelo numérico apresentou boa concordância com as imagens experimentais no domínio do rotor. O diâmetro das bolhas que são carregadas pelo filme de líquido escoando pela face de pressão está bastante próximo nos dois casos, ou seja, a coalescência de bolhas foi bem representada pelo modelo, ao passo que o diâmetro médio das bolhas nessa região supera significativamente o diâmetro de entrada de 3,5 mm. A quebra das bolhas na esteira do bolsão também foi bem representada pelo modelo numérico.

Para todos os casos o diâmetro das bolhas no interior do rotor está coerente. Entretanto, no domínio do difusor, o modelo numérico prevê intensa quebra não condizente com o teste experimental. Possivelmente, a interação das pás do rotor e difusor gera um nível de turbulência cuja influência o modelo de quebra superestima. A Figura 4.15 apresenta o campo de energia cinética turbulenta da fase líquida e

mostra que, de fato, a fase gasosa passa por região de intensa turbulência nas pontas das pás do rotor e difusor no início do domínio do difusor.



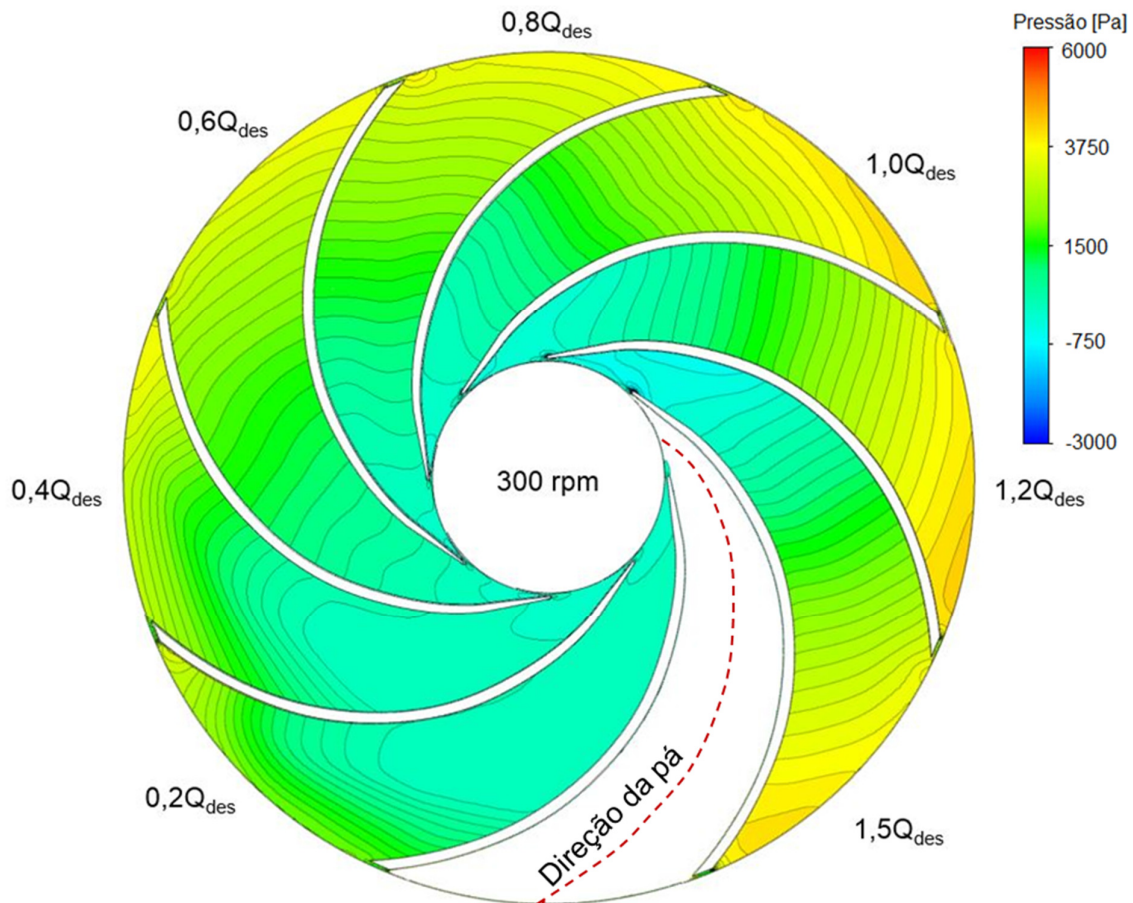
**Figura 4.15 – Campo de energia cinética turbulenta da fase líquida e vetores velocidade da fase gasosa**

#### **4.4 Campos de pressão e análise das forças interfaciais**

A aceleração de uma bolha em um meio contínuo se dá, como visto no capítulo anterior, pela competição de diversas forças, entre as quais se destacam para o caso de escoamento bifásico em bomba centrífuga a força de arrasto e a força devido ao gradiente de pressão.

Apresenta-se na Figura 4.16, o campo de pressão para todas as vazões de líquido normalizadas simuladas com rotação de 300 rpm. As linhas destacadas são isobáricas, às quais a força devido ao gradiente de pressão é necessariamente perpendicular. Observa-se que, para altas vazões de líquido, as isobáricas se apresentam perpendicularmente à direção da pá (indicada na Figura 4.16). Entretanto, como também verificado por Minemura *et al.* (1983), à medida que a quantidade proporcional de gás aumenta, as isobáricas ficam mais irregulares, implicando que a direção da força devido ao gradiente de pressão se distancia significativamente da direção da pá em diversos pontos.



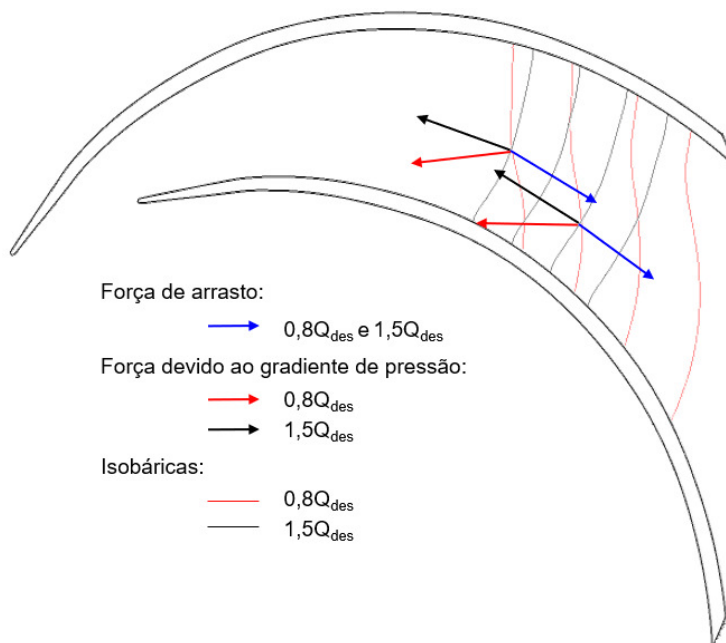


**Figura 4.16 – Campo de pressão obtido numericamente para diferentes vazões de líquido normalizadas e velocidade de rotação de 300 rpm**

A velocidade da fase líquida, como visto na seção 4.2, tende a seguir a direção da pá ao longo do rotor, de modo que a direção da força de arrasto sobre as bolhas também possui a mesma tendência. Na prática, isso implica que, para os casos de alta vazão de líquido, a força de arrasto e a força devido ao gradiente de pressão sobre a bolha possuem direções bastante próximas, porém sentidos contrários. Em contrapartida, se a direção da força devido ao gradiente de pressão se altera, a soma vetorial das duas principais forças que atuam sobre uma bolha passa a ter componente com direção perpendicular à da pá. Tal componente influencia no desvio da trajetória das bolhas em relação à linha de corrente da fase líquida.

A Figura 4.17 apresenta um esquema da força de arrasto e da força devido ao gradiente de pressão para ilustrar o efeito da vazão de líquido. Sabendo que a força devido ao gradiente de pressão é perpendicular às linhas isobáricas, fica evidente a

alteração na direção da força que a diminuição da vazão de líquido proporciona. Tal efeito é possivelmente a causa principal do desvio da trajetória das bolhas para a face de pressão, visto que a soma vetorial das duas forças indicadas aponta nesse sentido.

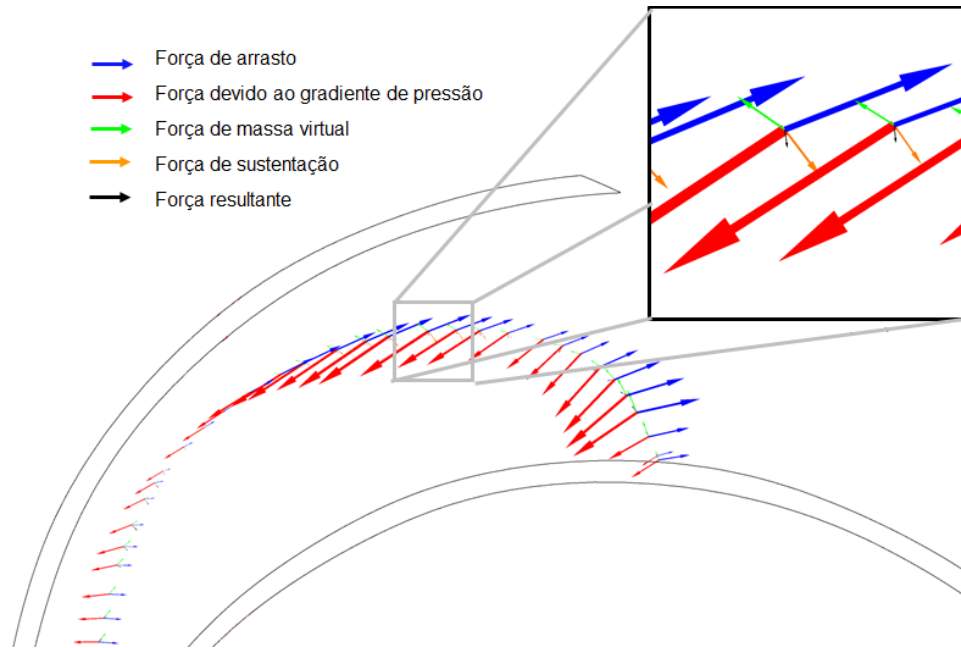


**Figura 4.17 – Esquema da força de arrasto e força devido ao gradiente de pressão para vazões de líquido normalizadas de 0,8 e 1,5.**

Verificou-se que as magnitudes das outras forças interfaciais são, na maior parte do domínio, duas ordens de grandeza menores do que as da força de arrasto. Entretanto, tendo em vista que esta está constantemente competindo com a força devido ao gradiente de pressão, a força resultante pode ser afetada de forma significativa pelas forças de massa virtual e de sustentação. A Figura 4.18 apresenta os vetores das forças interfaciais e da força devido ao gradiente de pressão que atuam sobre a fase dispersa ao longo de uma linha de corrente do gás para a rotação de 300 rpm e vazão de líquido normalizada de 1,0 (A força de dispersão turbulenta não foi considerada pela dificuldade de implementação no programa de pós-processamento). O tamanho dos vetores é dependente da magnitude de cada força, de forma que fica evidente a dominância das forças de arrasto e de gradiente de pressão.

A força resultante indicada foi obtida através da segunda lei de Newton utilizando a aceleração da fase resolvida numericamente, ou seja, contempla todas as forças que a fase gasosa está sujeita, incluindo as forças centrífuga, de Coriolis e de

dispersão turbulenta. Observa-se que, apesar de pequena, a força resultante de fato aponta para a face de pressão. Para o caso em questão, verificam-se magnitudes bastante próximas das forças de arrasto e de gradiente de pressão. Apesar do desvio para a face de pressão, a tendência das bolhas ainda é sair do rotor.

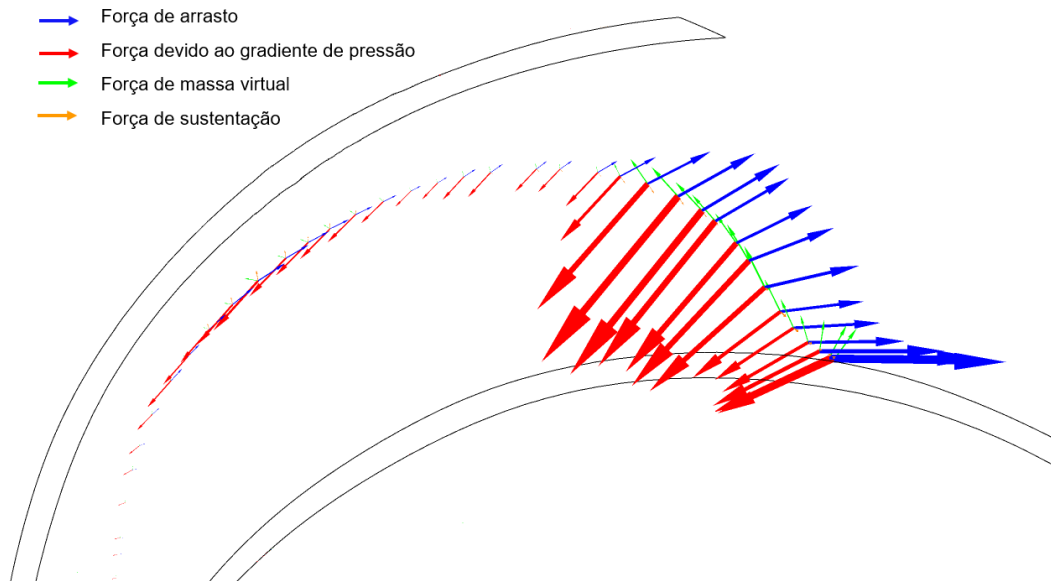


**Figura 4.18 – Vetores das forças que atuam sobre a fase gasosa ao longo de uma linha de corrente do gás para 300 rpm e vazão de líquido normalizada de 1,0.**

A Figura 4.19 apresenta as forças para o caso de vazão de líquido normalizada igual a 0,8. Observa-se que, em relação ao caso de vazão de líquido mais alta, o gradiente de pressão cresce de forma muito mais expressiva ao longo da linha de corrente. Fica evidente que a força de gradiente de pressão passa a predominar, gerando uma tendência de a bolha reduzir sua velocidade até possivelmente inverter seu sentido, favorecendo a coalescência. Nesse ponto de operação já se observa uma maior aglomeração de bolhas e coalescência dentro do rotor. Ressalta-se, também, que o ponto de inversão da curva de desempenho se dá para uma vazão de líquido normalizada entre 1,0 e 0,8.

A análise dos campos de pressão e do sentido de atuação das forças é tarefa bastante complexa experimentalmente, entretanto, ela pode trazer informações valiosas no que se refere ao entendimento dos mecanismos por trás do *surging* e da degradação do desempenho. A dinâmica de fluidos computacional pode vir a ajudar

nesse sentido, visto que permite diversas análises como a realizada na presente seção de forma menos custosa.



**Figura 4.19 – Vetores das forças que atuam sobre a fase gasosa ao longo de uma linha de corrente do gás para 300 rpm e vazão de líquido normalizada de 0,8.**

#### 4.5 Síntese do capítulo

Os resultados apresentados ao longo do capítulo ilustram a alta complexidade do tema e como várias variáveis podem afetar o fenômeno. Buscou-se contribuir com o entendimento do tema através de comparação detalhada do campo de escoamento e curva de desempenho com dados experimentais, análise até o momento não abordada na literatura. Qualitativamente, o modelo empregado representou o fenômeno com sucesso, indicando que melhorias podem ser adaptadas a ele de forma a também otimizar resultados quantitativos.

Análises do campo de escoamento em bombas mistas ou axiais, como as bombas centrífugas submersas, é impraticável experimentalmente, da mesma forma, é extremamente custoso realizar experimentos com fluidos como petróleo e gás natural. Portanto, fica claro os benefícios que a ferramenta de dinâmica de fluidos computacional pode trazer. Uma vez definido um modelo confiável, ela pode ser empregada para avaliar fenômenos complexos como o de *surging* em uma gama de condições operacionais e de geometrias de bomba.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi desenvolvido um estudo numérico do escoamento bifásico água-ar em uma bomba centrífuga radial. Buscou-se, principalmente, reproduzir os resultados experimentais de curvas de desempenho e dinâmicas de escoamento obtidos por Cubas (2017), que testou bomba de mesma geometria e às mesmas condições do que as utilizadas no presente trabalho. Utilizou-se para tal o método de volumes finitos e os modelos Euler-Euler de dois fluidos e *MUSIG*, implementados através do pacote comercial Ansys® CFX®.

Os resultados das simulações numéricas foram comparados para o caso do escoamento monofásico, apresentando boa concordância com os resultados das medidas experimentais de Cubas (2017). Os maiores desvios em relação aos dados experimentais foram de 6% para a metade da vazão de líquido de projeto. Vazões de líquido próximas ou superiores ao ponto de projeto apresentaram um desvio médio de apenas 1,5% em relação ao experimental.

As curvas de desempenho calculadas numericamente para o escoamento bifásico apresentaram um comportamento coerente: o incremento de pressão aumenta com a diminuição da vazão de líquido até que a curva se inverte em um ponto de modo que o desempenho começa a ser degradado. Entretanto, comparadas aos dados experimentais, as curvas apresentaram um deslocamento dos pontos de *surging* e de inversão da curva, além de representar a queda de desempenho de forma mais suave. Na prática, o modelo numérico previu uma maior janela de operação. Para altas vazões de líquido, o modelo apresentou desvios em torno de 10%, porém, em virtude do deslocamento dos pontos, os desvios ficaram em uma média de 70% para baixas vazões de líquido.

A avaliação da dinâmica do escoamento no interior do rotor indicou que o modelo numérico é capaz de prever todos os padrões de escoamento verificados experimentalmente. A estrutura do escoamento obtida apresentou boa concordância com as imagens experimentais quando se compara pontos equivalentes de cada curva de desempenho (ponto de *surging*, por exemplo). O tamanho das bolhas na simulação, também apresentou boa concordância com as imagens experimentais. Os modelos de quebra e coalescência, implementados através do método *MUSIG*,

mostraram resultados bastante coerentes para toda a grade de testes, com exceção do domínio do difusor, em que possivelmente se superestime os efeitos de interação das pás rotor-difusor na quebra das bolhas.

A discrepância entre os resultados numéricos e experimentais pode ser atribuída a diversos fatores. Ressalta-se que os modelos de forças interfaciais, assim como os de quebra e coalescência, foram desenvolvidos a partir de estudos realizados em escoamentos dispersos em tubos. A extrapolação para o uso em bombas centrífugas se mostrou válida, porém ajustes aos modelos atuais ou a elaboração de novos modelos podem otimizar os resultados, evitando quebras excessivas no difusor, por exemplo.

Ficou evidente a importância da força devido ao gradiente de pressão e da força de arrasto na movimentação da fase gasosa. A medida que a vazão de líquido diminui, o gradiente de pressão tende a empurrar a fase dispersa para a face de pressão, facilitando acúmulo e coalescência de gás na região. A diminuição da vazão de líquido também intensifica o gradiente de pressão, que em um dado momento passa a predominar sobre a força de arrasto. Tal efeito favorece a permanência de bolhas no canal do rotor e, conseqüentemente, a eventual formação de um bolsão de gás.

O estudo apresentado contribui com a metodologia pioneira da utilização de um modelo polidisperso no contexto de bombas centrífugas. Contemplar a possibilidade de quebra e coalescência foi fator determinante na reprodução dos padrões de escoamento observados experimentalmente. O relativo sucesso em simular um escoamento tão complexo como o em questão evidencia a robustez e qualidade do programa Ansys® CFX®, assim como dos modelos utilizados. Avalia-se, todavia, que muitos estudos ainda são necessários de forma a otimizar os resultados e, eventualmente, permitir que a dinâmica dos fluidos computacional seja ferramenta de melhoria das bombas operando escoamento bifásico. Sugere-se para futuros projetos:

- Testes para outras condições operacionais, como maiores rotações e diferentes vazões mássicas de ar;
- Testes para metodologia de fração volumétrica de gás constante;
- Utilização de outros modelos de turbulência, como o SST e  $k-\epsilon$  padrão com correção de curvatura;

- Testes do efeito de diferentes diâmetros de bolha na entrada;
- Testes considerando diferentes grupos dimensionais e número de grupos dimensionais diferentes;
  - Utilização do *MUSIG* não homogêneo, que considera que diferentes grupos dimensionais de um mesmo fluido podem ter campos de velocidade distintos;
  - Utilização de outros modelos para as forças interfaciais, como o de *Ishii-Zuber* para arrasto, e para a indução de turbulência, como o modelo de *Morel*.
  - Utilização de coeficientes de ajuste nos modelos de quebra e coalescência de modo a calibrar seus efeitos;
  - Estudar os parâmetros que influenciam na quebra e coalescência de bolhas no interior de bombas centrífugas;
  - Testes em diferentes geometrias, como bombas axiais ou mistas.

## REFERÊNCIAS

ANSYS. **Ansys Documentation**. Canonsburg: PA, 2016.

AZEVEDO, H. S. **Simulação Numérica e Experimental do Escoamento Turbulento em Tubos Corrugados**. Dissertação de Mestrado: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2010.

BARRIOS, L. **Visualization and Modeling of Multiphase Performance inside an Electrical Submersible Pump**. Oklahoma: Tese de Doutorado, The University of Tulsa, 2007.

BRENNEN, C. E. **Hydrodynamics of Pumps**. Oxford: Oxford University Press, 1994.

CARIDAD, J. et al. Characterization of a Centrifugal Pump Impeller Under Two-Phase Flow Conditions. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, 2008. 18-22.

CARIDAD, J.; KENYERY, F. CFD Analysis of Electric Submersible Pumps (ESP) Handling Two-Phase Mixtures. **Journal of energy Resources Technology**, 2004. 99-104.

CLIFT, R.; GRACE, J. R.; WEBER, M. E. **Bubbles, Drops and Particles**. New York: Academic Press, 1978.

CUBAS, J. M. C. **Estudo Experimental do Escoamento Bifásico Ar-Água em uma Bomba Centrífuga Radial**. Curitiba: Dissertação de Mestrado, UTFPR, 2017.

DUNAISKI, R. **Simulação Numérica do Escoamento Monofásico em uma Bomba Centrífuga Radial**. Dissertação de Mestrado: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.

ESTEAM, V. **Uma Análise Fenomenológica da Operação de Bomba Centrífuga com Escoamento Bifásico**. Campinas: Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 2002.

FENG, J. et al. Application of Different Turbulence Models in Unsteady Flow Simulations of a Radial Diffuser Pump. **Forsch Ingenieurwes**, 2010. 123-133.



- GAMBOA, J. **Prediction of the Transition in Two-Phase Performance of an Electrical Submersible Pump**. Oklahoma: Tese de Doutorado, The University of Tulsa, 2008.
- GAMBOA, J.; PRADO, M. Experimental Study of Two-Phase Flow Performance of an Electric-Submersible-Pump. **SPE Production and Operations**, November 2012. 414-421.
- GÜLICH, J. F. **Centrifugal Pumps**. Berlin: Springer-Verlag, 2010.
- ISHII, M.; HIBIKI, T. **Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow**. Nova Iorque: Springer, 2006.
- JIMÉNEZ, F. **Análise Numérica da Dinâmica de uma Bolha Isolada de Gás no Rotor de uma Bomba Centrífuga**. Curitiba: Dissertação de Mestrado, UTFPR, 2016.
- KREPPER, E. et al. CFD modelling of polydispersed bubbly two-phase flow around an obstacle. **Nuclear Engineering and Design**, 2009. 2372-2381.
- LANCE, M.; BATAILLE, J. Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air-water flow. **Journal of Fluid Mechanics**, 1991. 95-118.
- LEA, J. F.; BEARDEN, J. L. Effects of Gaseous Fluids on Submersible Pump Performance. **Journal of Petroleum Technology**, 1982. 2922-2930.
- LO, S. Application of the MUSIG model to bubbly flows. **AEA Technology**, 1996.
- LUO, H.; SVENDSEN, H. Theoretical Model for Drop and Bubble Breakup in Turbulent Dispersions. **American Institute of Chemical Engineers Journal**, 1996. 1225-1233.
- MCNALLY INSTITUTE. Specific Speed. **McNally Institute Technical Information for Pumps and Seal**, 2008. Disponível em: <<http://www.mcnallyinstitute.com/>>. Acesso em: 5 Maio 2017.
- MINEMURA, K.; MURAKAMI, M. A Theoretical Study on Air Bubble Motion in a Centrifugal Pump impeller. **ASME**, Dezembro 1980.
- MINEMURA, K.; MURAKAMI, M.; KATAGIRI, H. Characteristics of Centrifugal Pumps handling Air-Water Mixtures and Size of Air Bubbles in Pump Impellers. **Bulletin of JSME**, v. 28, No. 244, p. 2310-2318, Outubro 1985.

MINEMURA, K.; MURAKAMI, M.; KATAOKA, T. Pressure Distribution in a Centrifugal Impeller Handling Air-Water Mixtures. **Bulletin of the JSME**, v. 26, No. 220, p. 1727-1734, Outubro 1983.

MINEMURA, K.; UCHIYAMA, T. Three-Dimensional Calculation of Air-Water Two-Phase Flow in Centrifugal Pump Impeller Based on a Bubbly Flow Model. **Journal of Fluid Engineering**, 1993. 766-771.

MURAKAMI, M.; MINEMURA, K. Effects of Entrained Air on the Performance of a Centrifugal Pump. **Bulletin of the JSME**, p. 1047-1055, 1974a.

MURAKAMI, M.; MINEMURA, K. Effects of Entrained Air on the Performance of a Centrifugal Pump (Second Report, Effects of Number of Blades). **Bulletin of the JSME**, 1974b. 1286-1295.

MURAKAMI, M.; MINEMURA, K. Effects of running clearance of semi-open impeller pumps under air admitting conditions. **Bulletin of the JSME**, 1976. 1141-1148.

PALADINO, E. E. **Estudo do Escoamento Multifásico em Medidores de Vazão do tipo Pressão Diferencial**. Tese de Doutorado: Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.

PESSOA, R. **Experimental Investigation of Two-Phase Flow Performance of Electrical Submersible Pump Stages**. Master Thesis: The University of Tulsa, 2001.

PETROBRAS. **Relatório de Tecnologia**. Rio de Janeiro. 2013.

POULLIKKAS, A. Effects of Two-Phase Liquid-Gas Flow on the Performance of Nuclear Reactor Cooling Pumps. **Progress in Nuclear Energy**, 2003. 3-10.

PRINCE, M.; BLANCH, H. Bubble Coalescence and Break-Up in Air-Sparged Bubble Columns. **American Institute of Chemical Engineers Journal**, 1990. 1485-1499.

PRITCHARD, P. J.; FOX; MCDONALD. **Introduction to Fluid Mechanics**. 8th. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2011.

ROSA, E. S. **Escoamento Multifásico Isotérmico - Modelos de multífluídos e de mistura**. Porto Alegre: Bookman, 2012.

SABINO, R. **Análise da Dinâmica de uma Bolha de Gás em uma Bomba**. Curitiba: Dissertação de Mestrado, UTFPR, 2015.

SATO, Y.; SEKOGUCHI, K. Liquid Velocity Distribution in Two-Phase Bubbly Flow. **International Journal of Multiphase Flow**, 1975. 79.

SERENA, A. **A Multiphase Pump Experimental Analysis**. Norwegian University of Science and Technology: Doctoral Thesis, 2016.

STEL, H. et al. Numerical investigation of the flow in a multistage electric submersible pump. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, 2015. 41-54.

STEPANOFF, A. J. **Centrifugal and Axial Flow Pump: Theory, Design, and Application**. 2nd. ed. New York: John Wiley & Sons, 1957.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics**. 2nd. ed. Harlow: Pearson, 2007.

YAMOAH, S. et al. Numerical investigation of models for drag, lift, wall lubrication and turbulent dispersion forces for the simulation of gas–liquid two-phase flow. **Chemical Engineering Research and Design**, 2015. 98 17-35.

YEOH, G. H.; TU, J. **Computational Techniques for Multi-Phase Flows**. 1st. ed. Oxford: Elsevier, 2010.

ZHOU, L. et al. CFD investigation and PIV validation of flow field in a compact return diffuser under strong part-load conditions. **Sci China Tech Sci**, 2015. 405-414.

ZHU, J.; ZHANG, H. CFD Simulation of ESP Performance and Bubble Size Estimation under Gassy Conditions. **Society of Petroleum Engineers**, 2014.

## APÊNDICE A – FRAÇÃO VOLUMÉTRICA DE GÁS NA ENTRADA

Os valores de fração volumétrica de gás medidos por Cubas (2017) através de sensor de malha de eletrodos (WMS) e utilizados no modelo numérico do presente trabalho como parâmetro de entrada são apresentados na Tabela A.1.

**Tabela A.1 – Fração volumétrica de gás medida experimentalmente e utilizada como parâmetro de entrada nas simulações numéricas**

$Q/Q_{des}$	$\alpha_{300 \text{ rpm}}$	$\alpha_{400 \text{ rpm}}$	$\alpha_{500 \text{ rpm}}$	$\alpha_{600 \text{ rpm}}$
0,2	0,0636	0,0742	0,1065	0,1015
0,4	0,0446	0,0641	0,0699	0,0675
0,6	0,0358	0,0508	0,0544	0,0525
0,8	0,0302	0,0432	0,0455	0,0434
1	0,0252	0,0379	0,0382	0,0359
1,2	0,0238	0,0325	0,0320	0,0292
1,5	0,0190	0,0279	0,0268	-

## APÊNDICE B – RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste apêndice apresenta-se os valores médios de incremento de pressão dos testes numéricos, bem como sua relação com os valores experimentais equivalentes.

### B.1 – Resultados médios dos testes com escoamento monofásico

**Tabela B.1 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 300 rpm**

Q/Q <sub>des</sub>	$\Delta P$ Exp [Pa]	$\Delta P$ Num [Pa]	Diferença [Pa]	Diferença [%]
0,55	4868,67	5178,68	310,01	6,37
0,75	4788,79	5087,34	298,55	6,23
0,95	4666,14	4847,52	181,38	3,89
1,15	4381,53	4449,05	67,52	1,54
1,35	4047,93	4040,46	7,47	0,18
1,55	3671,09	3719,77	48,68	1,33

**Tabela B.2 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 600 rpm**

Q/Q <sub>des</sub>	$\Delta P$ Exp [Pa]	$\Delta P$ Num [Pa]	Diferença [Pa]	Diferença [%]
0,50	20103,51	21206,46	1102,95	5,49
0,70	19572,79	20345,01	772,21	3,95
0,85	19344,10	19871,72	527,62	2,73
1,00	18871,38	19144,18	272,79	1,45
1,15	18029,59	18017,61	11,97	0,07
1,35	16661,16	16510,04	151,12	0,91

### B.2 – Resultados médios dos testes com escoamento bifásico

**Tabela B.3 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 300 rpm e vazão mássica de ar de 0,63 kg/h**

Q/Q <sub>des</sub>	$\Delta P$ Exp [Pa]	$\Delta P$ Num [Pa]	Diferença [Pa]	Diferença [%]
0,2	1544,13	2604,73	1060,60	68,69
0,4	1773,08	3531,42	1758,34	99,17
0,6	2269,56	3879,15	1609,59	70,92
0,8	3877,97	4057,38	179,41	4,63
1	3903,09	4228,48	325,39	8,34
1,2	3974,53	4065,27	90,74	2,28
1,5	3584,05	3454,88	129,17	3,60

**Tabela B.4 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 400 rpm e vazão mássica de ar de 1,11 kg/h**

Q/Q <sub>des</sub>	$\Delta P$ Exp [Pa]	$\Delta P$ Num [Pa]	Diferença [Pa]	Diferença [%]
0,2	1814,73	4197,12	2382,39	131,28
0,4	3234,17	6137,69	2903,52	89,78
0,6	4210,81	7172,03	2961,22	70,32
0,8	6585,97	7689,41	1103,43	16,75
1	6782,96	7699,85	916,90	13,52
1,2	7122,09	7199,09	77,00	1,08
1,5	6599,23	6085,77	513,46	7,78

**Tabela B.5 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 500 rpm e vazão mássica de ar de 1,40 kg/h**

Q/Q <sub>des</sub>	$\Delta P$ Exp [Pa]	$\Delta P$ Num [Pa]	Diferença [Pa]	Diferença [%]
0,2	3296,44	5307,13	2010,69	61,00
0,4	5246,38	9489,02	4242,63	80,87
0,6	7209,20	11851,73	4642,52	64,40
0,8	10859,20	12627,11	1767,91	16,28
1	10876,09	12219,10	1343,01	12,35
1,2	11167,43	11258,43	90,99	0,81
1,5	10657,94	9528,59	1129,35	10,60

**Tabela B.6 – Incremento de pressão obtido experimental e numericamente para 600 rpm e vazão mássica de ar de 1,51 kg/h**

Q/Q <sub>des</sub>	$\Delta P$ Exp [Pa]	$\Delta P$ Num [Pa]	Diferença [Pa]	Diferença [%]
0,2	6598,58	9874,28	3275,70	49,64
0,4	8047,80	14617,08	6569,28	81,63
0,6	11744,41	18475,52	6731,11	57,31
0,8	15540,82	18863,04	3322,21	21,38
1	16045,07	17747,36	1702,29	10,61
1,2	16396,54	16299,56	96,98	0,59