

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA

LEONARDO SCHOENFELDER CORRÊA DE LYRA

**OBTENÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DA CONSTANTE  
DE RIGIDEZ DE JUNTAS PARAFUSADAS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA  
2016

LEONARDO SCHOENFELDER CORRÊA DE LYRA

**OBTENÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DA CONSTANTE  
DE RIGIDEZ DE JUNTAS PARAFUSADAS**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial à aprovação na disciplina.

Orientador: Me. Adriano Gonçalves dos Passos

CURITIBA  
2016

## TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa "Obtenção por elementos finitos da constante de rigidez de juntas parafusadas ", realizado pelo aluno(s) Leonardo Schoenfelder Corrêa de Lyra, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Me. Adriano Gonçalves dos Passos  
Damec, UTFPR  
Orientador

Prof. Dr. Marco Antônio Luersen  
Damec, UTFPR  
Avaliador

Prof. Dr. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira  
Damec, UTFPR  
Avaliador

Curitiba, 28 de novembro de 2016.

## RESUMO

LYRA, Leonardo Schoenfelder Corrêa. OBTENÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DA CONSTANTE DE RIGIDEZ DE JUNTAS PARAFUSADAS. 43 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

Juntas parafusadas são essenciais para os projetos mecânicos pela sua facilidade na montagem e versatilidade. Quando sob tração, a determinação da parcela da carga que o parafuso absorve é fundamental no projeto. A quantificação da capacidade de absorção dos esforços é dada principalmente pela constante de rigidez da junta. Seu valor, que comumente é obtido analiticamente, pode também ser obtido com a análise por elementos finitos, ferramenta que em geral fornece valores mais próximos do real pois realiza considerações mais precisas, como a deformação da cabeça do parafuso e da porca. Com a grande importância desse método, é fundamental a sua compreensão, bem como uma análise comparativa entre os métodos encontrados na literatura. Para isso, inicialmente trabalha-se com um problema da literatura afim de obter valores iniciais para o modelo que se usará nas comparações seguintes, utilizando o programa *ANSYS*. O modelo consiste em um conjunto de parafuso de fixação com uma porca entre os quais se encontram dois cilindros. Esta primeira análise mostra que o modelo deste trabalho se aproxima dos resultados obtidos por elementos finitos da literatura, que por sua vez trazem valores diferentes das formulações analíticas. Em seguida, foram realizadas simulações com diferentes diâmetros do parafusos utilizado no modelo original, variando-se a razão diametral entre o diâmetro externo e o do parafuso, e assim se obtém a força no parafuso para o cálculo da constante de rigidez da junta. Dos resultados, tem-se que (NORTON, 2013) resulta em valores para a constante de rigidez muito acima dos demais, enquanto Wileman et al. (1991) e Shigley et al. (2005) atingem valores próximos um do outro, de modo que a escolha entre um ou outro não é determinada. Observou-se que uma razão diametral a partir de 3 e para razões de aspecto até 0,3 resulta em valores de constante de rigidez da junta bem próximos independente do método escolhido para sua obtenção. Para razões abaixo de 0,3 os métodos de Cornwell (2009), Wileman et al. (1991) e Shigley et al. (2005) são adequados e próximos, enquanto que para razões acima, prioriza-se a utilização do método de Cornwell (2009) em razão dos outros métodos superestimarem os valores da constante de rigidez.

**Palavras-chave:** Junta Parafusada, Constante de Rigidez da Junta, Rigidez do Parafuso, Rigidez do Material, Simulação por elementos finitos.

## ABSTRACT

LYRA, Leonardo Schoenfelder Corrêa. OBTAINMENT BY FINITE ELEMENTS OF THE LOAD FACTOR IN BOLTED CONNECTIONS. 43 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

Bolted connections are essential for mechanical projects for their easiness assembly and versatility. When under traction, the portion of the load that is absorbed by the bolt is essential. The quantification of the absorption capacity from the effort is mainly given by the load factor. It's value, which is commonly obtained from an analytic perspective can also be obtained with finite element analysis, a tool that normally provides results closer to the real ones since it can make more precise considerations, like the deformation of the bolt head and the nuts. As an important method, it is fundamental its comprehension, as well as compared with other methods found in the literature. For that, first we work with a literature problem and obtain initial values for the model so that it may be used as comparison next, with the software ANSYS. The model consists in a set with a bolt and a nut and between them a set of two cylinders. This first analysis shows that the model in this project has closer results found with finite elements in the literature, and in turn bring different values from the analytic perspective. Next, there was be simulation with different bolt diameters, based on different diameter ratio, and then the reaction in the bolt was used to calculate the load factor. From the results, Norton (2013) has shown load factors much higher than the others, while Wileman et al. (1991) and Shigley et al. (2005) attained values very close to each other in a way that it was not deffined which one is the best choice. And the results found by Cornwell (2009) are closest to those found by this work. From the diameter ratio of 3 and for joint aspect ratio of 0.3 results in load factors in any method used. For joint aspect ratios below 0.3 the methods from Cornwell (2009), Wileman et al. (1991) and Shigley et al. (2005) are close and adequated, while for higher joint aspects, the method from Cornwell (2009) is prefereable.

**Keywords:** Bolted connections, Load Factor, Bolted Stiffness, Member Stiffness, Finite Elements simulation.

# NOMENCLATURAS

## Letras gregas

Símbolo	Descrição	Dimensão	Unidade
$\alpha$	Coefficiente da curva para o modelo de Lenhoff	–	–
$\beta$	Coefficiente da curva para o modelo de Lenhoff	–	–
$\delta$	Deflexão total	L	mm
$\gamma$	Coefficiente da curva para o modelo de Lenhoff	–	–
$\lambda$	Coefficiente da curva dependente do material para o modelo de Wileman	–	–
$\mu$	Coefficiente da curva dependente do material para o modelo de Wileman	–	–

## Letras romanas

Símbolo	Descrição	Dimensão	Unidade
$A_d$	Área de diâmetro maior do fixador	$L^2$	mm <sup>2</sup>
$A_t$	Área de tensão de tração	$L^2$	mm <sup>2</sup>
$A_m$	Área efetiva do material	$L$	mm <sup>2</sup>
$D_{ef}$	Diâmetro efetivo	$L$	mm
$E$	Módulo de elasticidade	$F/L^2$	MPa
$F$	Força	F	N
$F_i$	Pré-carga	F	N
$k_b^i$	Constante de mola do parafuso considerando a cabeça deste	F/L	N/m
$l_d$	Comprimento da porção não rosqueada	$L^2$	mm <sup>2</sup>
$l_t$	Comprimento da porção rosqueada	$L^2$	mm <sup>2</sup>
$P_b$	Parcela da carga absorvida pelo parafuso	F	N
$P_m$	Parcela da carga absorvida pelo material	F	N
$A$	Área	$L^2$	mm <sup>2</sup>
$C$	Constante de rigidez da junta	–	–
$d$	Diâmetro do parafuso	$L$	mm
$j$	Razão de aspecto de junta	–	–
$k$	Constante de mola	F/L	N/m
$l$	Comprimento	L	mm
$r$	Razão entre módulo de elasticidade do material e do parafuso	–	–
$y$	Deslocamento	L	m

## Subscritos

Símbolo	Descrição	Dimensão	Unidade
$( )_b$	Subíndice indicando o parafuso	–	–
$( )_m$	Subíndice indicando o elemento fixado	–	–

## LISTA DE SIGLAS

MEF	Método dos Elementos Finitos – <i>Finite Element Analysis</i>
CAE	Engenharia Auxiliada por Computador – <i>Computer Aided Engineering</i>
CAD	Desenho Assistido por Computador – <i>Computer Aided Design</i>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Parafuso de fixação. . . . .	1
Figura 2.1 – Parafuso pré-carregado comprimindo um cilindro com cargas externas aplicadas. . . . .	5
Figura 2.2 – Força de pré carregamento e deflexões iniciais. . . . .	7
Figura 2.3 – Carga-deflexão e forças resultantes. . . . .	7
Figura 2.4 – Modelo desenvolvido por <a href="#">Cornwell (2009)</a> . . . . .	9
Figura 2.5 – Malha aplicada à um modelo sólido. . . . .	12
Figura 2.6 – Esquema da interação usuário e da ferramenta CAE. . . . .	13
Figura 2.7 – Representação simplificada de uma junta parafusada e sua nomenclatura. . . . .	16
Figura 2.8 – Modelo (a), malha (b) e resultado (c). Modificados. . . . .	17
Figura 3.1 – Opções do esquema do projeto ( <i>Project Schematic</i> ) no ANSYS Workbench. . . . .	19
Figura 3.2 – Malha <i>face meshing</i> no ANSYS Workbench. . . . .	20
Figura 3.3 – Malha <i>multizone</i> no ANSYS Workbench. . . . .	20
Figura 3.4 – Modelo do parafuso em <i>SolidWorks</i> visto em corte. . . . .	22
Figura 3.5 – Contatos no ANSYS Workbench. . . . .	22
Figura 3.6 – Vista em corte da malha do parafuso no ANSYS Workbench. . . . .	23
Figura 3.7 – Passos de aplicação e <i>lock</i> da pré-carga no ANSYS Workbench. . . . .	23
Figura 3.8 – Seleção de suporte fixo para o modelo no ANSYS Workbench. . . . .	24
Figura 3.9 – <i>Steps</i> da aplicação de carga no ANSYS Workbench. . . . .	24
Figura 3.10–Parafuso após a simulação e valores de força no plano escolhido no ANSYS Workbench. . . . .	25
Figura 3.11–Opções básicas de geometria no <i>Design Modeler</i> . . . . .	26
Figura 3.12–Seleção de parâmetros no <i>Design Modeler</i> . . . . .	26
Figura 3.13–Seleção de resultado como parâmetros. . . . .	27
Figura 3.14–Parâmetro de saída derivado da força resultante, resultando na constante de rigidez da junta. . . . .	29
Figura 4.1 – Exemplo 15-2. . . . .	30
Figura 4.2 – Simulação e valores de força máxima para validação no <i>ANSYS Workbench</i> . . . . .	31
Figura 5.1 – Resultado obtidos na simulação utilizando a metodologia de <a href="#">Cornwell (2009)</a> . . . . .	34
Figura 5.2 – Resultados da simulação comparados à <a href="#">Cornwell (2009)</a> e à <a href="#">Wileman et al. (1991)</a> . . . . .	35

Figura 5.3 – Resultados da simulação comparados à Shigley et al. (2005) e à Norton (2013). . . . .	36
Figura 5.4 – Constantes de Rigidez das juntas simuladas para diferentes razões diamétrais. . . . .	37
Figura 6.1 – Comparação dos resultados da simulação com Cornwell (2009) e Wilman et al. (1991). . . . .	38

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Coeficientes da equação de <a href="#">Wileman et al. (1991)</a> . . . . .	6
Tabela 2.2 – Parâmetro de rigidez para a Equação <a href="#">2.20</a> ( <a href="#">CORNWELL, 2009</a> ). . . . .	10
Tabela 3.1 – Valores para os diâmetro e comprimento do parafuso e razão aspecto de junta utilizados. . . . .	27
Tabela 3.2 – Valores para os parâmetros do parafuso, porca e cilindros. . . . .	28
Tabela 3.3 – Razões diâmetrais e valores para o diâmetros externo da junta. . . . .	28
Tabela 4.1 – Valores obtidos após a simulação comparados ao Exemplo 15-2 ( <a href="#">NORTON, 2013</a> ). . . . .	32
Tabela 4.2 – Valores de $k_m$ e C obtidos por diferentes métodos. . . . .	32
Tabela 5.1 – Valores obtidos na simulação utilizando a metodologia de <a href="#">Cornwell (2009)</a> . . . . .	33
Tabela 5.2 – Valores comparativos entre simulação realizada e os valores obtidos por <a href="#">Cornwell (2009)</a> e <a href="#">Wileman et al. (1991)</a> . . . . .	34
Tabela 5.3 – Valores comparativos entra simulação realizada, os valores obtidos pelas metodologias de <a href="#">Norton (2013)</a> e de <a href="#">Shigley et al. (2005)</a> . . . . .	35
Tabela 5.4 – Constantes de rigidez para diferentes razões diametrais. . . . .	37
Tabela 6.1 – Diferenças percentuais da simulação com os resultados de <a href="#">Cornwell (2009)</a> , <a href="#">Wileman et al. (1991)</a> , <a href="#">Shigley et al. (2005)</a> e <a href="#">Norton (2013)</a> . . . . .	39

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos	2
1.2	Justificativa	2
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>3</b>
2.1	Constante de rigidez do fixador	3
2.2	Constante de rigidez dos elementos fixados	4
2.3	Constante de rigidez da junta	6
2.4	Método de elementos finitos	10
2.5	Engenharia Auxiliada por Computador	13
2.6	Modelagem de juntas parafusadas	15
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>18</b>
3.1	Descrição do método	18
3.2	Etapa de validação	21
3.3	Etapa de simulações parametrizadas	25
<b>4</b>	<b>VERIFICAÇÃO DO MODELO</b>	<b>30</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>33</b>
<b>6</b>	<b>DISCUSSÕES</b>	<b>38</b>
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>40</b>
	Referências	42

# 1 INTRODUÇÃO

A utilização de parafusos é amplamente difundida em projetos mecânicos. Eles podem ser utilizados na transmissão de potência ou desenvolvimento de grandes esforços, transformando um movimento angular em movimento linear. Estes são conhecidos como parafusos de potência. Há também parafusos de fixação com a função de manter duas ou mais partes unidas.

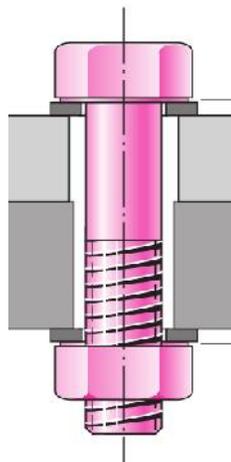


Figura 1.1 – Parafuso de fixação.

Um único projeto pode conter desde apenas algumas poucas juntas parafusadas até milhões delas. Devido à sua extensa utilização e a sua grande importância dentro de um projeto, essas fixações são constantemente estudadas na busca de melhores previsões do seu comportamento durante operação.

De acordo com [Shigley et al. \(2005\)](#), um dos objetivos-chave do projeto de manufatura é a redução do número de fixadores. Porém, é muito difícil não utilizá-los. Procura-se também a redução nos custos dos fixadores, por exemplo, o Boeing 747 requer 2,5 milhões de fixadores alguns dos quais podem custar centenas de dólares cada um ([SHIGLEY et al., 2005](#)). Há, assim, não só uma motivação tecnológica no estudo deles, mas também econômica.

Para desempenhar o papel de fixação existem diversos modelos comerciais de pares porca-parafuso. A correta escolha desses, bem como o projeto de fixação e as ferramentas utilizadas podem ser determinantes para que a montagem final tenha o desempenho esperado.

Quando um projeto de junta parafusada opera com cargas de tração, sejam elas estáticas ou cíclicas, é comum a aplicação de uma pré-carga ou carga de travamento na

junta, obtida ao se torcer a porca com torque suficiente para que o parafuso se alongue geralmente até quase o limite elástico. O resultado disso é a presença de elevada tração no parafuso e compressão nos membros conectados. Para carregamentos estáticos, as tensões no parafuso chegam a 90% da resistência de prova, enquanto que para carregamentos dinâmicos as tensões excedem os 75% (NORTON, 2013).

Esta pré-carga permanece na conexão, independentemente da existência ou não de cargas externas, e, por ter altos valores, torna improvável que o parafuso falhe em serviço. Isso ocorre devido a forma que a carga externa é dividida entre a junta e o parafuso graças às deformações iniciais causadas pela pré-carga. Isto é, o parafuso absorverá uma parcela pequena na carga total aplicada, enquanto a junta absorverá a maior parte, garantindo, de acordo com Norton (2013), que “se o parafuso não falha em pré-carga, então provavelmente não falhará em serviço”.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo do trabalho é elaborar e validar um método para o cálculo de rigidez para juntas em tração, onde ambas as partes sujeitas à fixação e o parafuso-porca são feitos de aço e estão sob efeito de uma carga estática.

Por meio do método dos elementos finitos (MEF), são obtidos valores para a rigidez da junta que são comparados à formulação analítica e às formulações da literatura mais recente.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Devido à ampla utilização de juntas parafusadas em situações onde elas são colocadas a trabalhar em tração, a aplicação de uma pré-carga é não só comum, como fundamental para que a junta não se separe ou falhe durante a operação. Dessa forma, o correto cálculo da rigidez de junta é essencial para prever o comportamento da fixação.

Formulações analíticas são amplamente empregadas e obtém valores adequados até certo ponto. Contudo, ferramentas computacionais e mais estudos na área mostram que existem divergências entre a metodologia convencional e os resultados mais recentes.

O estudo por meio de MEF permite que efeitos mais complexos sejam envolvidos nos cálculos da constante de rigidez da junta, como a influência da deformação da cabeça do parafuso e a deformação da porca na aplicação da pré-carga. Esses dois efeitos serão considerados neste trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 CONSTANTE DE RIGIDEZ DO FIXADOR

Anteriormente, foi dito que as elevadas pré-cargas tornam improvável a falha em operação do parafuso se este não falhar durante o processo de aperto. Esta afirmação vem de uma análise baseada nos coeficientes de mola dos materiais fixados e do parafuso. Qualquer material elástico possui um coeficiente de mola, seu efeito permite que os materiais da junta sejam comprimidos quando o parafuso é pré carregado, ao mesmo tempo que o parafuso se estende devido o contato com a junta durante a aplicação da pré-carga.

A Equação 2.1 define a constante de mola  $k$  em função de  $F$ , que é a força aplicada, e  $y$ , que é o deslocamento medido na mesma direção de  $F$ .

$$k = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta y} = \frac{dF}{dy} \quad (2.1)$$

Para uma haste uniforme em tração, pode-se obter a deflexão total  $\delta$  pela Equação 2.2, onde  $l$  é o comprimento da barra,  $A$  é a área de secção transversal e  $E$  o modulo de elasticidade do material. Substituindo-se a Equação 2.2 em 2.1, tem-se, obtém-se a Equação 2.3.

$$\delta = \frac{Fl}{AE} \quad (2.2)$$

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{AE}{l} \quad (2.3)$$

Para o parafuso, a constante de mola  $k_b$  pode ser obtida de maneira simplificada como mostrado na Equação 2.3. Porém, a presença da rosca no parafuso gera uma alteração em  $k_b$ , e a rigidez consistirá agora em duas partes: uma parte da haste não rosqueada e aquela rosqueada. A combinação dessas duas partes funciona como duas molas em série, como mostrado na Equação 2.4 e da mesma forma, como na Equação 2.3, chega-se a igualdade dada pela Equação 2.5, onde  $A_t$  é a área equivalente da região rosqueada,  $l_t$  o comprimento da porção rosqueada,  $A_d$  a área nominal do fixador e  $l_d$  o comprimento da porção não rosqueada.

$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (2.4)$$

$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d l_t + A_t l_d} \quad (2.5)$$

Em diversos estudos realizados nas últimas décadas (Wileman et al., 1991, Lehnhoff et al., 1994, e Musto et al., 2006) mencionados por [Cornwell \(2009\)](#) onde se desejava prever a rigidez da junta, a constante de mola  $k_b$  para o parafuso foi determinada conforme a Equação 2.3, sem considerar as diferenças geradas pela presença da rosca no fixador.

Além disso, o método proposto pela Equação 2.3 não leva em conta a cabeça do parafuso ou da porca no cálculo da rigidez. A importância de se considerar a cabeça do parafuso foi estudada e os valores de rigidez obtidos pela Equação 2.3 se mostraram 20% maiores que os obtidos experimentalmente por Sawa como mencionado por [Cornwell \(2009\)](#).

Como a carga de operação é transmitida ao parafuso pela sua cabeça, é natural procurar uma formulação que leve em conta os efeitos que essa tem sobre o sistema. [Cornwell \(2009\)](#) estabeleceu um modelo linear entre os resultados por elementos finitos e o modelo do parafuso como uma haste. A Equação 2.6 mostra como fica  $k_b$  levando em conta a rigidez da cabeça do parafuso. Pode-se observar que quando a razão entre o diâmetro e o comprimento do parafuso é pequena,  $k_b$  e  $k_b^i$  tendem para o mesmo valor, porém, quando o valor da razão cresce, o erro associado a não consideração da cabeça também.

$$k_b^i = \left(1 + \frac{d}{l}\right)^{-1} k_b \quad (2.6)$$

## 2.2 CONSTANTE DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS FIXADOS

A determinação da constante de mola do material fixado se mostra mais complexa, estando relacionada com a interação entre o diâmetro do parafuso, espessura da junta e de cada membro individualmente, bem como os materiais que a compõe.

Pela abordagem de [Norton \(2013\)](#), se for considerado um material de geometria cilíndrica, como mostrado na Figura 2.1, pode-se obter a constante de mola do material ( $k_m$ ) de maneira semelhante àquela já demonstrada, porém, agora utiliza-se as áreas efetivas dos materiais ( $A_m$ ) e os diâmetros efetivos daquelas áreas ( $D_{ef}$ ), e considerando  $E_1$  e  $E_2$  os módulos de elasticidade dos materiais 1 e 2. A Equação 2.7 mostra como.

$$\frac{1}{k_m} = \frac{l_1}{A_{m1} E_1} + \frac{l_2}{A_{m2} E_2} = \frac{4l_1}{\pi D_{ef1}^2 E_1} + \frac{4l_2}{\pi D_{ef2}^2 E_2}. \quad (2.7)$$

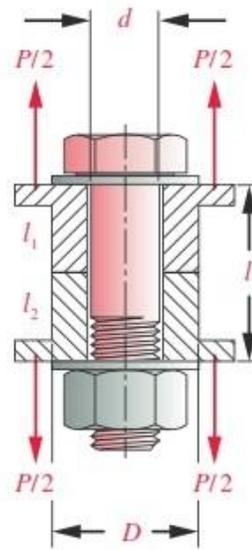


Figura 2.1 – Parafuso pré-carregado comprimindo um cilindro com cargas externas aplicadas (NORTON, 2013).

É importante observar que no caso de ambos os materiais serem idênticos, a Equação 2.7 pode ser simplificada, utilizando um único módulo de elasticidade do material ( $E_m$ ).

$$k_m = \frac{A_m E_m}{l} = \frac{\pi D_{ef}^2 E_m}{4l}. \quad (2.8)$$

Com a utilização de técnicas de ultrassom, Ito et al. (1977 apud SHIGLEY et al., 2005) determinaram a distribuição de pressão na interface dos elementos, revelando que até cerca de 1,5 vezes o raio do parafuso, a pressão se mantém alta e diminuindo para longe do parafuso. Ito utilizou o método de cone de pressão para cálculos de rigidez com um ângulo variável, que se mostra muito complexo. Shigley et al. (2005) propôs uma simplificação, utilizando um ângulo fixo de cone de 30° e razão entre diâmetro da cabeça do parafuso e diâmetro do parafuso ( $d$ ) de 1,5. A Equação 2.9 é o resultado disso.

$$k_m = \frac{0,5774\pi Ed}{2 \ln[5(0,5774l + 0,5d)/(0,5774l + 2,5d)]} \quad (2.9)$$

Wileman et al. (1991 apud CORNWELL, 2009) utilizou o MEF, considerando um único material e espessura para ambos elementos e considerou a cabeça do parafuso como sendo rígida. Sua análise abrangeu razões de aspecto entre diâmetro e comprimento da junta ( $d/L$ ) de 0,1 até 2,0 e resultou na Equação 2.10, onde  $\lambda$  e  $\mu$  são parâmetros da curva dependentes do material, mostrados na Tabela 2.1

$$k_m = Ed\lambda \exp^{\mu(\frac{d}{L})} \quad (2.10)$$

Tabela 2.1 – Coeficientes da equação de [Wileman et al. \(1991\)](#).

Material	E (GPa)	$\lambda$	$\mu$
Aço	206,8	0,78715	0,62873
Aluminio	71,0	0,79670	0,63816
Cobre	118,6	0,79568	0,63553
Ferro fundido cinza	100,0	0,77871	0,61616

[Lehnhoff et al. \(1994 apud CORNWELL, 2009\)](#) também obteve  $k_m$  a partir de elementos finitos. Seu modelo permite que cada componente do modelo tenha um material e espessura diferente e aqui a cabeça do parafuso foi modelada e a sua rigidez levada em conta. Utilizando razões de aspecto de junta entre 0,2 e 0,75 e razões entre a espessura superior e inferior das placas de 0,6; 0,8 e 1,0; obteve a Equação 2.11 normalizada. Os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  dependem da junta analisada e  $x$  pode representar diferentes aspectos como a razão entre espessuras das placas ou o diâmetro do parafuso.

$$k_m = Ed(\alpha x^2 + \beta x + \gamma) \quad (2.11)$$

Cada método citado anteriormente chega a um valor diferente de  $k_m$  e mostram a evolução da engenharia na área. Fica evidente como as ferramentas computacionais proporcionam ganhos nos estudos e experimentos. Além disso, proporcionam metodologias alternativas para comparação dos resultados que serão obtidos no trabalho.

### 2.3 CONSTANTE DE RIGIDEZ DA JUNTA

Para se chegar a constante de rigidez da junta parafusada quando há um parafuso sob carga estática, deve-se considerar o que ocorre na interação parafuso e material quando a pré-carga  $F_i$  é aplicada. O parafuso se deforma e seu comprimento aumenta em  $\delta_b$  com a pré-carga. Já o material sofre o efeito contrário sendo comprimido e seu comprimento diminui em  $\delta_m$ .

Se for considerado que ambos, elemento na região de aperto e parafuso, são feitos do mesmo material, a Equação 2.3 mostra que a rigidez do material será maior que a do parafuso devido a maior área efetiva do material fixado. Enquanto estiverem em contato, a força agente no parafuso e no elemento é a mesma. O resultado disso, é uma maior deformação por parte do parafuso, e uma menor por parte do material. A situação descrita está ilustrada pela Figura 2.2.

Em seguida, aplica-se uma carga  $P$  na junta, de maneira que se tem uma situação semelhante a Figura 2.1 e tanto o parafuso e o material sofrerão um deslocamento igual de  $\Delta\delta$ .

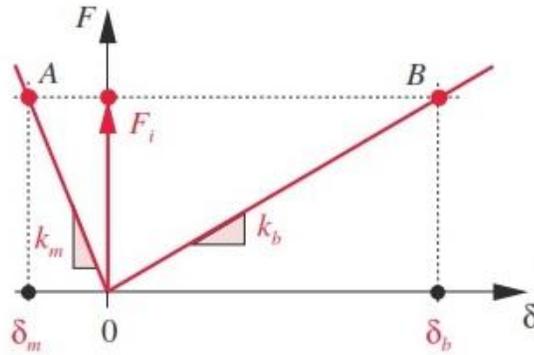


Figura 2.2 – Força de pré carregamento e deflexões iniciais (NORTON, 2013).

A carga  $P$  é dividida em duas componentes, uma parte sendo absorvida pelo material  $P_m$  e outra pelo fixador  $P_b$ . A parcela  $P_m$  é maior e reduz a carga no material (de A para D), fazendo com que este suporte a maior parte da carga aplicada. Já  $P_b$  acresce a carga já sentida pelo parafuso (B para C), porém em parcela bem menor, como ilustrado na Figura 2.3. O que justifica a declaração de Norton (2013) de que se o parafuso não falhar na aplicação da pré-carga, então é improvável que falhe em serviço.

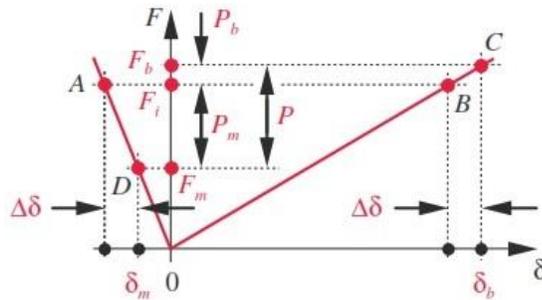


Figura 2.3 – Carga-deflexão e forças resultantes (NORTON, 2013).

A aplicação de carga, resulta em novos valores para a carga compressiva no material  $F_m$  (Equação 2.12) e para a carga que traciona o parafuso  $F_b$ :

$$F_m = F_i - P_m, \quad (2.12)$$

$$F_b = F_i + P_b. \quad (2.13)$$

Se essa carga  $P$  for grande o suficiente de maneira que  $P_m$  supere a pré-carga  $F_i$ , haverá a separação do parafuso e do material, pois  $F_m = 0$ , e o parafuso sustentará toda a carga  $P$ , devido a  $F_b = F_m + P$ , levando o sistema à uma provável falha. Por isso, utiliza-se altos valores de pré-carga.

Ainda sobre a situação mostrada nos Gráficos 2.2 e 2.3, o deslocamento  $\Delta\delta$  pode ser expresso pela Equação 2.14, que leva a igualdade:

$$\Delta\delta = \frac{P_b}{k_b} = \frac{P_m}{k_m} \quad (2.14)$$

$$P_b = \frac{k_b P_m}{k_m} \quad (2.15)$$

Como dito, a carga total aplicada  $P$  é um a soma de  $P_b$  e  $P_m$ . Utilizando-se a Equação 2.15 e substituindo na soma de cargas, chegamos a expressão:

$$P_b = \frac{k_b}{k_m + k_b} P = CP \quad (2.16)$$

Substituindo a Equação 2.16 na Equação 2.13, temos a constante de rigidez da junta  $C$  em termos da pré-carga  $F_i$  e da carga  $P$  que é aplicada durante a operação. Esta expressão será utilizada para se obter a constante de rigidez pelo MEF como será descrito na seção de Metodologia.

$$F_b = F_i + CP \quad (2.17)$$

Outra possibilidade é a determinação numérica da constante de rigidez de junta por meio de elementos finitos. Em uma série de simulações por MEF, [Cornwell \(2009\)](#) experimentou 4424 situações de juntas parafusadas, conforme seu modelo mostrado na Figura 2.4, variando quatro parâmetros: diâmetro do parafuso, espessura da junta, espessura das placas individuais e as combinações de materiais. Os dados de sua análise foram ajustados em equações empíricas resultando em constantes de rigidez em função de do diâmetro do parafuso  $d$ , do comprimento  $l$ , dos módulos de elasticidade  $E$  e da espessura das placas sujeitadas.

Em seu modelo, a pré-carga foi estabelecida por um deslocamento no parafuso no *Loading Gap*, que funciona de maneira semelhante a aplicação de uma pré-carga diretamente no parafuso.

Suas equações empíricas possuem um erro médio em relação aos dados dos elementos finitos de 0,6% e um coeficiente de correlação de 0,9998. Ou seja, os valores equacionados por ele estão muito próximos aos simulados, porém não necessariamente são próximos à realidade. Ainda assim, o método desenvolvido traz a grande vantagem de descartar a necessidade do cálculo de  $k_m$ , pois fornece diretamente o valor de  $C$ .

[Wileman et al. \(1991\)](#) determinaram que quando ambas as placas possuem o mesmo material, a constante é independente da espessura individual, sendo importante

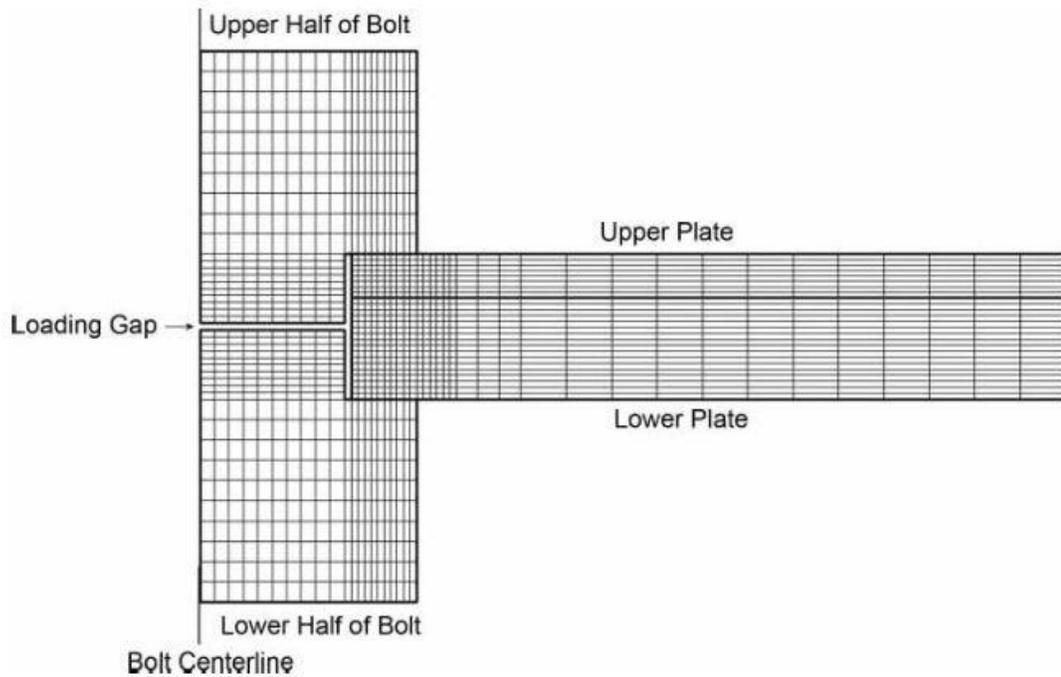


Figura 2.4 – Modelo desenvolvido por Cornwell (2009).

apenas a espessura total. Com isso, é necessário trabalhar apenas com dois módulos de elasticidade, do material e do parafuso, e a sua razão ( $r$ ), que é dada pela Equação 2.18. Além disso, a razão de aspecto da junta ( $j$ ) isto é, a relação entre o diâmetro do parafuso e o comprimento (Equação 2.19) também deve ser considerada.

$$r = \frac{E_m}{E_b} \quad (2.18)$$

$$j = \frac{d}{l} \quad (2.19)$$

Com os experimentos de Wileman et al. (1991), e junto com as próprias simulações, Cornwell (2009) desenvolveu a Equação 2.20 para a constante de rigidez de uma junta de um único material ( $C_r$ ) com  $r$  variando de 0,35 até 1,0; o aspecto da junta variando entre 0,1 e 2,0; e os módulos de elasticidade dos materiais estejam entre os valores do aço e do alumínio. Os parâmetros para o ajuste da curva ( $p_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ ) são dados em função da razão do aspecto de junta e a Tabela 2.2 traz seus valores.

$$C_r = p_3 r^3 + p_2 r^2 + p_1 r + p_0 \quad (2.20)$$

Da mesma forma, Cornwell (2009) desenvolveu nesta mesma série de simulações por MEF, equações para a constante de rigidez de junta para cargas cíclicas, porém, que

Tabela 2.2 – Parâmetro de rigidez para a Equação 2.20 (CORNWELL, 2009).

j	$p_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$
0,1	0,4389	-0,9197	0,8901	-0,3187
0,2	0,6118	-1,1715	1,0875	-0,3806
0,3	0,6932	-1,2426	1,1177	-0,3845
0,4	0,7351	-1,2612	1,1111	-0,3779
0,5	0,7580	-1,2632	1,0979	-0,3708
0,6	0,7709	-1,2600	1,0851	-0,3647
0,7	0,7773	-1,2543	1,0735	-0,3595
0,8	0,7800	-1,2503	1,0672	-0,3571
0,9	0,7797	-1,2458	1,0620	-0,3552
1,0	0,7774	-1,2413	1,0577	-0,3537
1,25	0,7667	-1,2333	1,0548	-0,3535
1,50	0,7518	-1,2264	1,0554	-0,3550
1,75	0,7350	-1,2202	1,0581	-0,3574
2,00	0,7175	-1,2133	1,0604	-0,3596

fogem ao escopo do estudo aqui proposto.

## 2.4 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Reddy (2006) define o método de elementos finitos como uma simulação numérica não como uma finalidade por si só, mas como uma ferramenta de ajuda no desenvolvimento de manufatura. Como um dos responsáveis pelo seu desenvolvimento, ele cita que problemas práticos costumam envolver geometrias e forças complexas da engenharia, de forma que o desenvolvimento analítico é praticamente impossível. Então, é necessário um método rápido e eficiente, capaz de trazer soluções aproximadas que solucionem os problemas. Hoje, as indústrias automobilísticas, aeroespacial, química, farmacêutica, petrolífera, nanotecnologia e biotecnologia utilizam o método, que é descrito sucintamente a seguir.

O método de análise por elementos finitos (MEF) é a principal técnica de CAE (*Computer Aided Engineering*). Pode-se dizer que a união entre um sistema CAD (Desenho Assistido por Computador) para modelagem sólida e um pacote MEF é um exemplo de CAE, ou quando alguma análise de forças, tensões, deflexões ou outros aspectos do comportamento físico do projeto é incluída, com ou sem os aspectos da geometria sólida, o processo é chamado de CAE (NORTON, 2013).

O método dos elementos finitos proporciona uma forma de resolução numérica de equações diferenciais descritas em problemas de engenharia. Essas equações são originadas de um modelo matemático, que dita as principais características físicas do sistema. Normalmente essas características seguem as leis fundamentais da física como conservação da massa, do momento linear e da energia.

A utilização desse tipo de ferramenta reduz tempo e custo do projeto, além de

permitir que alterações no projeto sejam feitas de maneira simples antes ou após a realização das simulações. Economicamente, existe uma grande redução nos custos de desenvolvimento de um produto devido à redução na fabricação de protótipos para testes e a possibilidade de detecção de erros antes da fabricação, gerando uma maior eficiência e confiabilidade no projeto desenvolvido.

Entretanto, a ferramenta ainda exige treinamento especializado, bem como uma alta capacidade computacional disponível. Os custos envolvidos na obtenção e utilização dos programas costumam ser elevados.

O método consiste na divisão de um único problema genérico complexo que evolui meios contínuos em partes menores e mais simples, chamadas de elementos finitos. Nestas partes discretas é possível obter uma descrição matemática de seu comportamento. O processo de análise das partes em detrimento do todo, conhecido como discretização, permite determinar o comportamento que rege as partes, que por sua vez, permitem determinar o comportamento global do modelo, processo denominado de agrupamento (TEIXERA-DIAS et al., 2010).

A utilização do MEF, permite a solução de problemas que não possuem uma resolução analítica, atacando-os através da solução sequencial e estruturada de vários problemas mais simples e que possuem soluções matemáticas (exatas ou aproximadas), que, quando agrupados conduzem a uma solução global (TEIXERA-DIAS et al., 2010).

Isso ocorre seguindo três pontos fundamentais definidos por Reddy (2006). Primeiramente a divisão do domínio em partes para definição da geometria e da solução do problema. Em seguida, procura-se uma aproximação para a solução em cada parte individualmente, para que na última etapa estas partes sejam novamente unidas e o problema tenha uma solução global.

De maneira computacional, essas três etapas podem ser definidas na sua aplicação como:

- Pré-processamento: é a fase de definição do modelo geométrico do objeto a ser estudado e das forças que atuarão nele. A complexidade do modelo depende da precisão e da dificuldade apresentadas no objeto real e da capacidade computacional disponível.
- Processamento: execução da simulação anteriormente modelada.
- Pós-processamento: obtenção, visualização e análise dos resultados obtidos.

A ferramenta CAE costuma estar associada a um sistema computacional CAD que permite a modelagem 3D seja facilmente e corretamente desenhada. Em seguida, o

modelo CAD é exportado ao CAE onde os parâmetros do problema e as condições de contorno serão definidas.

Uma malha de elementos é aplicada ou determinada para o objeto, bem como também é possível se aplicar malhas diferentes em cada parte de um mesmo modelo dependendo das áreas de interesse estudadas na situação e da precisão dos resultados que se deseja em cada parte do modelo. Por exemplo, uma área que se imagina ser mais crucial ou potencialmente propensa a maiores esforços sofridos, pode utilizar uma malha mais refinada, o que significa que cada elemento será menor e dê uma previsão mais precisa do comportamento naquela área. Da mesma forma, locais menos propensos a falha ou esforços sofridos, podem se utilizar de uma malha maior, ou mesmo mais grosseira, obtendo valores mais gerais para aquela parte. A Figura 2.5 apresenta um exemplo de malha para uma peça.

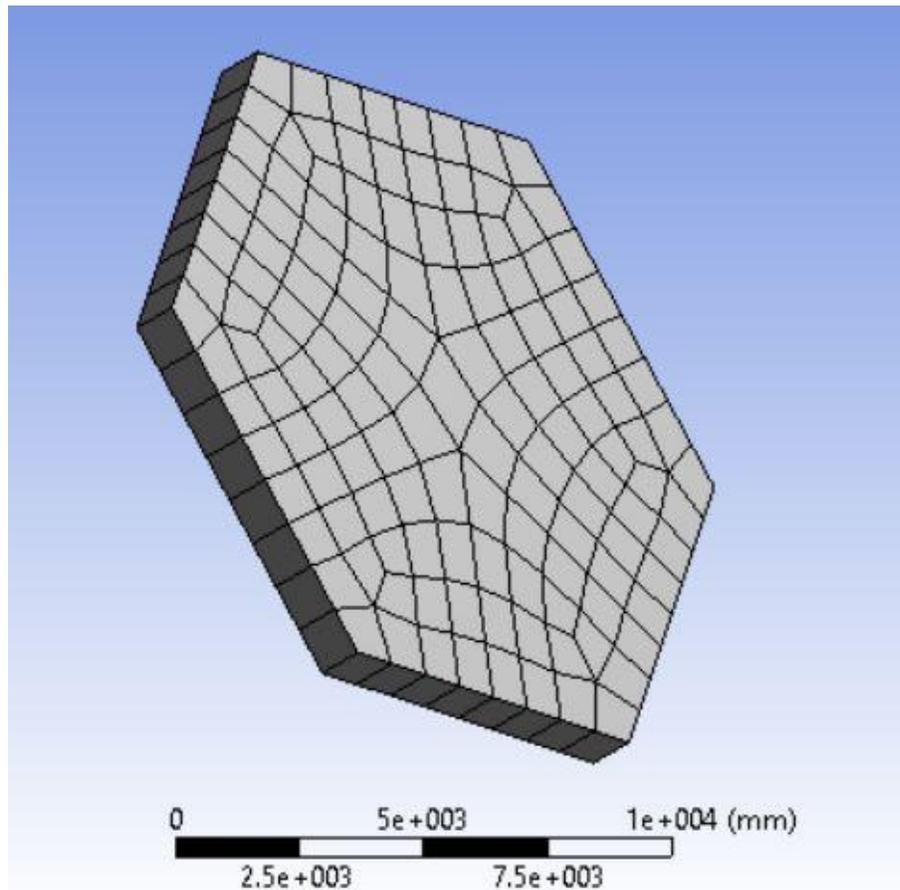


Figura 2.5 – Malha aplicada à um modelo sólido.

Após a determinação dos parâmetros a serem trabalhados, passa-se a etapa seguinte, onde a simulação será executada.

A simulação utilizará os parâmetros já determinados anteriormente pelo usuário para solucionar o problema. Para isso, os dados da geometria, as propriedades dos ma-

teriais e do meio envolvido, as condições de contorno e as solicitações a que o sistema estará sujeito durante a operação serão processadas pelo programa para cada elemento da malha. Em seguida, agrupará as soluções encontradas em um único sistema e devolverá ao usuário a solução encontrada.

O retorno das informações obtidas durante a simulação para o usuário, permite que este visualize e analise as informações e prossiga com ou desenvolvimento do projeto, ou ajuste os parâmetros e faça uma nova simulação. Porém, para isso é necessário entender como os dados são processados pelo programa, ou seja, entender o que se passa na caixa preta do programa.

## 2.5 ENGENHARIA AUXILIADA POR COMPUTADOR

Como mencionado na seção anterior, é necessário entender como funciona a ferramenta de elementos finitos para que se evite análises superficiais, incompletas ou mesmo incorretas das informações dadas pelo programa. O processamento da ferramenta, se dá dentro de uma caixa preta, ou seja, esta parte fica oculta ao usuário, tornando extremamente importante que este entenda os resultados fornecidos e não se deixar levar por informações que não acrescentem na solução do problema. A Figura 2.6 esquematiza a relação entre o usuário e a caixa preta da ferramenta CAE utilizada.



Figura 2.6 – Esquema da interação usuário e da ferramenta CAE.

O entendimento do que ocorre na caixa preta do programa começa já com os dados fornecidos pelo usuário que devem ser baseados no problema físico que se pretende obter uma solução. Estas informações contém a geometria trabalhada, a malha que será utilizada, as condições de contorno e as propriedades do material.

A ferramenta utilizará esses dados fornecidos para determinar o melhor modelo matemático a ser usado. Isso significa que o programa não resolverá a situação problema diretamente, mas sim uma modelo matemático construído a partir dos princípios físicos e das considerações fornecidas pelo usuário.

Nesta etapa inicial, é fundamental que se saiba o modelo matemático que está sendo resolvido, bem como os princípios físico e as considerações que estão sendo feitas para a montagem do modelo.

Em seguida, deve-se entender sobre a resolução do problema. É importante que se saiba que a ferramenta não resolve todas as variáveis diretamente. Na verdade, apenas algumas variáveis selecionadas serão resolvidas enquanto que os outros pontos são obtidos por médias ou extrapolações destes resultados. Deve-se saber quais pontos estão sendo resolvidos diretamente e compreender que o restante será construído a partir destes pontos na fase de pós-processamento, através das figuras e gráficos.

Tendo feito a simulação e obtido uma solução numérica, deve-se analisar o resultado antes de prosseguir com a utilização daquilo que se tem. Para isso, verificar as três etapas descritas em seguida.

Primeiro deve-se olhar para o modelo matemático e verificar se aquilo que foi resolvido foi de fato o modelo desejado. Para isso, olha-se para os princípios físicos em que foi baseado e as considerações que foram feitas, se estiverem de acordo com aquilo que se deseja, prossegue-se para o próximo item.

A segunda etapa envolve os procedimento da solução numérica, ou seja, deve-se olhar para a estratégia sendo utilizada para obtenção da solução e os possíveis erros associados a esta solução. Se possível, tenta-se reduzir os erros associados, porém, como soluções numéricas são sempre aproximadas e erros estão sempre associados a elas.

A última análise deve ser feita aos resultados. Sempre que possível, deve-se ter algumas expectativa quanto aos resultados que podem vir de cálculos feitos a mão ou valores experimentais. Essa base comparativa é importante para se saber se a solução que se tem condiz com a realidade do problema e é base para a validação e verificação dos resultados obtidos.

Checar a validade e realizar uma verificação dos resultados é uma etapa de grande importância, tendo em vista que se espera fazer cada vez mais com simulações computacionais no lugar de testes em laboratórios. Para isso, deve-se ter em mãos simulações capazes de trazer soluções adequadas ao problema que se tem. Com base no que foi mencionado anteriormente, seguem abaixo as etapas de verificação e validação da solução do problema.

Na etapa de verificação deve-se checar se:

- Os resultados são consistentes com o modelo matemático.
- O número de erros numéricos são aceitáveis.
- As comparações estão em parâmetros razoáveis.

E por fim, na validação deve-se:

- Observar se foi resolvido o modelo matemático correto.

- Comparar com resultados experimentais.

## 2.6 MODELAGEM DE JUNTAS PARAFUSADAS

Simulações numéricas são um grande avanço nas soluções de problemas que, por outros métodos, seriam muito difíceis ou mesmo impossíveis de serem resolvidas. Porém, o método numérico é um modo aproximado de se resolver um problema complexo e, portanto, requer cuidado na sua aplicação.

Caso não haja conhecimento técnico suficiente para identificar possíveis fontes de erro e a magnitude que estes erros podem ter na aproximação resultada pela simulação, a análise do problema será comprometida. Por isso, é de extrema importância desenvolver a capacidade de se lidar com as fontes de erro e controlá-las.

Como informa [Teixeira-Dias et al. \(2010\)](#), em todo o processo de preparação e resolução numérica de um problema de engenharia é de vital importância dominar todos os procedimentos de modelagem, isto é, de definição de todas as componentes geométricas, das propriedades dos materiais e dos meios envolvidos, das condições de fronteira e das solicitações a que o sistema a simular se encontra sujeito. A qualidade e o rigor com que estas etapas são definidas vai influenciar de forma determinante o resultado final que se venha a obter.

Uma junta parafusada apresenta várias partes complexas, e algumas são muito difíceis de se representar em modelagem computacionais. Desta forma, deve-se entender sobre a modelagem, de modo que simplificações possam ser feitas durante o estudo.

A simulação de juntas parafusadas possui duas características principais, de acordo com [Montgomery \(2002\)](#), que são a pré-carga e o contato entre as partes da montagem.

A montagem consiste nas partes do parafuso (cabeça, corpo e porca) e os corpos unidos, no caso, o material de cima e o de baixo como ilustrado na [Figura 2.7](#). A união dos elementos pode ser feita ponto-a-ponto, ponto-superfície e superfície-superfície. No caso de sólidos 3D o normal é a utilização de contato entre superfícies.

A pré-carga pode ser modelada de três formas distintas: por contração térmica, por equações de restrições, ou deslocamento inicial. O método de pré-carga pela temperatura consiste em designar temperaturas diferentes entre parafuso e os elementos fixados, desta forma, a temperatura irá causar a contração do parafuso que por sua vez resulta na pré-carga. As equações de restrição consistem na união dos materiais conforme uma equação, que também ditará o comportamento das partes designadas, que pode ser usada para criar uma pré-carga inicial. E por último, pode-se aplicar um deslocamento inicial no parafuso, desta forma, quando se começa a simulação o deslocamento será aplicado e

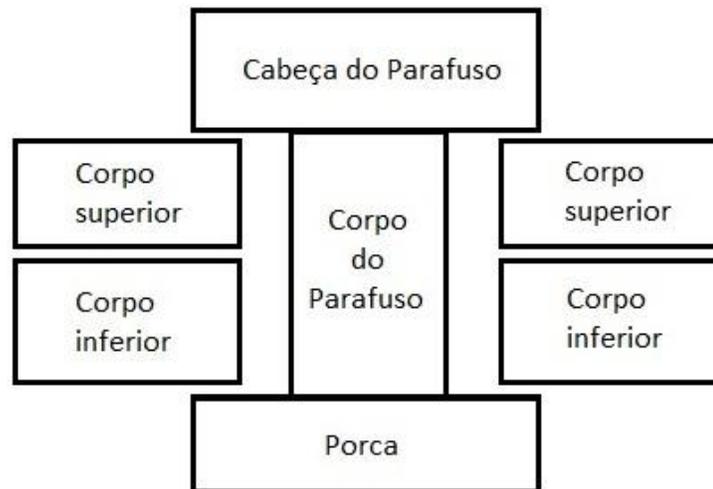


Figura 2.7 – Representação simplificada de uma junta parafusada e sua nomenclatura.

por consequência, a pré-carga.

No que se refere a uma junta parafusada sob tração, a carga tende a separar as duas partes unidas e é a função do parafuso mantê-las unidas, entretanto, caso a carga aplicada seja muito elevada, as partes se separarão. Sabendo disso, é necessário que o modelo permita que as partes em contato se separem. Conforme [Montgomery \(2002\)](#), o contato entre a cabeça do parafuso e a superfície do corpo superior pode ser colado, e o mesmo se aplica ao contato entre superfície do corpo inferior e a porca. Já a união entre os dois corpos deve ser feita por contato, e não colados.

[Montgomery \(2002\)](#) estabeleceu diversas possibilidades de simulação para juntas parafusadas, todas elas levando em conta a separação entre os corpos superior e inferior, e a compressão causada pela pré-carga. O método de simulação que mais se aproxima da realidade utiliza um parafuso sólido, possibilitando que os carregamentos de tensão, de deflexão e térmico sejam analisados, sendo considerado a melhor opção.

Dentre os métodos estudados por [Montgomery \(2002\)](#), o método que utiliza um parafuso sólido é o mais preciso, e permitiu a visualização completa da distribuição de esforços no parafuso e na junta considerou a união entre todas as partes, cabeça do parafuso e corpo superior; porca e corpo inferior; e entre os corpos superior e inferior, foram feitas por superfície de contato e a pré-carga foi levada em conta utilizando o método de pré-carga padrão do ANSYS. Em sua análise, [Montgomery \(2002\)](#) decidiu por ignorar o atrito.

Porém, a utilização destas considerações foram as que mais exigiram tempo de modelagem e processamento da ferramenta, bem como maior esforço na seção transversal do parafuso. As etapas de modelagem, estabelecimento da malha e resultados estão ilustradas na Figura 2.8.

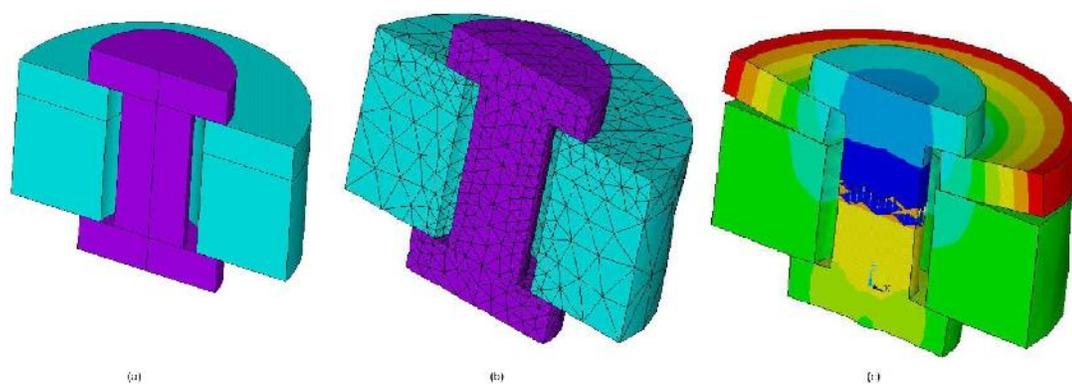


Figura 2.8 – Modelo (a), malha (b) e resultado (c). Modificado de Montgomery (2002).

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 DESCRIÇÃO DO MÉTODO

Com base nos conhecimentos expostos na Revisão Bibliográfica, tem-se base para a montagem de uma simulação de junta parafusada sob tração. Para isso, se utiliza as considerações e simplificações para modelagem da geometria em seguida os conhecimentos do método de elementos finitos para execução e interpretação dos resultados obtidos e por fim, estimar os valores para constantes de rigidez de juntas parafusadas.

Os resultados que aqui foram obtidos, tem como principal referência os valores obtidos por [Cornwell \(2009\)](#), e devem se diferenciar dos demais por considerar as deformações da cabeça do parafuso e da porca.

Primeiramente, um modelo da junta parafusada foi elaborado. Utilizando alguns parâmetros de modelagem e simplificações descritos anteriormente por [Montgomery \(2002\)](#), foi desenhado um conjunto contendo parafuso, porca e dois cilindros, os quais deverão ser fixados pelo parafuso e porca. Esta primeira etapa na modelagem do conjunto foi realizada no *software SolidWorks 2014-2015 Student Edition x64*, e será utilizada em um primeiro momento para a elaboração da validação do método e na etapa seguinte para se obter os resultados esperados deste projeto.

A elaboração da geometria é realizada de maneira simplificada. O parafuso não contém a rosca, sendo uma haste uniforme, e a cabeça dele e a porca também são simples, sendo um cilindro de altura e diâmetro iguais a 0,7 e 1,5 vezes o diâmetro do parafuso para ambos como utilizado por [Cornwell \(2009\)](#).

Os cilindros que são fixados pelo parafuso terão a espessura fixada, de modo que o comprimento sujeito do parafuso se mantenha constante, e apenas o diâmetro do parafuso varie na razão aspecto de junta  $d/l$  e por consequência o diâmetro interno dos cilindros também irá variar para acomodar corretamente o parafuso.

Com todos os componentes da geometria modelados, monta-se o sistema e este deve ser importado para o programa que realizará a análise por elementos finitos. O *software* escolhido foi *ANSYS Workbench* versão 16. A ferramenta é capaz de importar modelos de ferramentas CAD e utilizá-los em suas análises de mecânica estrutural.

Já na ferramenta CAE existem diversos passos para a montagem da simulação, conforme mostrado na Figura 3.1. Deve-se passar por cada uma destas opções antes da obtenção dos resultados finais.

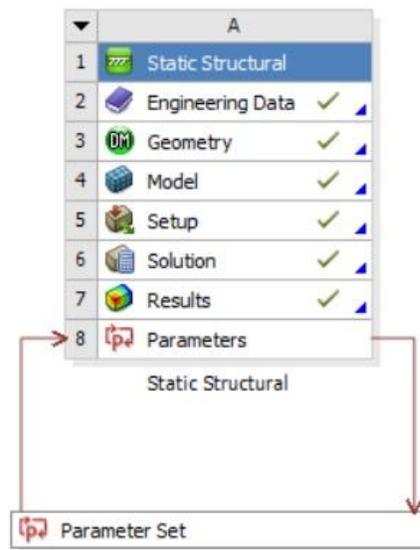


Figura 3.1 – Opções do esquema do projeto (*Project Schematic*) no ANSYS Workbench.

Na primeira opção, *Engineering Data*, define-se os materiais do sistema, no caso todo o sistema será de aço, e define-se também as propriedades do material, como módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, ou se utiliza àquelas que o próprio programa determina. Neste projeto serão utilizados os valores padrão de módulo de elasticidade (260,8 MPa) e para o coeficiente de Poisson (0,3)

Em *Geometry*, cria-se uma geometria para trabalhar ou, como neste caso, será importada uma geometria vinda de outro programa, como o *SolidWorks*.

Feita as escolhas de materiais envolvidos e tendo determinado, conforme o necessário, as suas propriedades, deve-se entrar no *setup* da simulação. A partir deste item, serão determinados as opções de *Model*, *Setup*, *Solution* e *Results* em outra janela do programa.

Nesta área do programa são estabelecidas as conexões entre as partes do modelo, isto é, determina-se o comportamento de contato das partes, se estão fixos à alguma outra parte ou livres e sob efeito do atrito, que também é determinado. O próprio software estabelece as conexões de maneira automática, porém, nem sempre o que é determinado está de acordo com a realidade do problema. Nesse caso deve-se mudar os contatos para *Frictional*, com excessão do contato entre o parafuso e a porca que deve ser *Bonded*.

A etapa seguinte é a definição da malha pela aba *mesh*. O ANSYS é capaz de criar sem interferência do operador uma malha. Esta, porém, pode necessitar um refinamento no método utilizado para gerar a malha e no tamanho de cada elemento finito. Os dois métodos que são necessários para este modelo são *face meshing* que cria uma malha mais refinada para as superfícies planas dos corpos, como na Figura 3.2, do parafuso e da porca.

Isso é importante devido a circunferência que define esses planos. E o segundo método é o *multizone*, um método avançado que tenta a criação de malhas hexaédricas em geometrias complexas, mostrado na Figura 3.3.

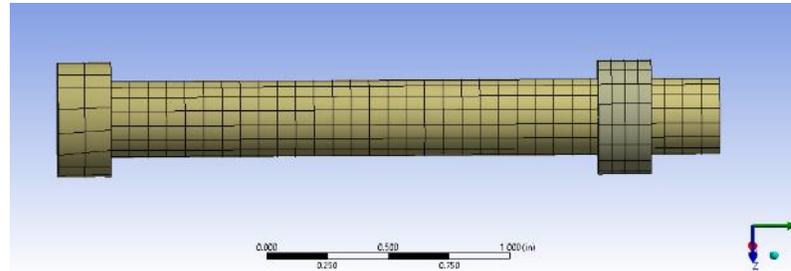


Figura 3.2 – Malha *face meshing* no ANSYS Workbench.

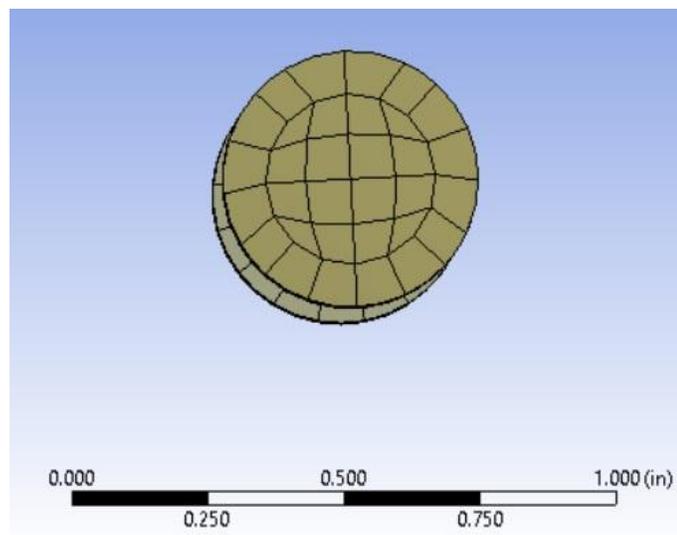


Figura 3.3 – Malha *multizone* no ANSYS Workbench.

A próxima parte da modelagem está em *static structural*, onde define-se uma quantidade de passos para o processo e fixações no modelo. No primeiro passo necessariamente deve-se aplicar a pré-carga no parafuso, caso contrário, aplicar a tração sem uma pré-carga resultará na falha do sistema. Nas etapas seguintes, trava-se a pré-carga já aplicada e determina-se sentido e o módulo das forças que serão aplicadas no modelo.

A última etapa no pré-processamento será a escolha das informações que a simulação deverá devolver ao usuário. Para o estudo aqui proposto, será utilizado a ferramenta *Probe*, que permite uma obtenção de valores mais precisos. Serão adicionados duas *probes* aos resultados, de modo a retornar apenas a força no parafuso e, uma segunda medindo a força de contato entre as superfícies conectadas pelo parafuso. A grande vantagem desta opção é a possibilidade de checagem de possíveis erros na simulação após a comparação dos resultados com as equações.

Tendo finalizado todas as etapas de preparação, a simulação é efetuada e os resultados são obtidos pelo programa de acordo com as opções definidas pelo usuário. As ferramentas de resultado anteriormente selecionadas, retornarão seus valores individualmente, ao serem selecionadas para visualização. Então, utilizando o resultado de força no parafuso, calcula-se a constante de rigidez da junta através da Equação 3.1

$$C = \frac{F_b - F_i}{P} \quad (3.1)$$

O processo é repetido para uma faixa de valores do diâmetro do parafuso previamente determinadas por meio de uma parametrização do modelo, que irá automaticamente alterar os diâmetros do parafuso e dos elementos conectados, como será explicitado nas seções seguintes.

A rigidez de junta simulada será comparada àquelas de formulação analítica citadas anteriormente (formulação tradicional, de Shigley e de Wileman) e também a formulação numérica obtida experimentalmente por Cornwell (2009) para juntas de um único material e sob cargas estáticas.

Os resultados obtidos serão comparados e expostos graficamente e se tentará encontrar um ponto de equivalência entre os métodos.

## 3.2 ETAPA DE VALIDAÇÃO

Primeiramente, a geometria elaborada no *SolidWorks* 2014-2015 terá todas as simplificações previamente mencionadas, além de que não será utilizada sem nenhuma parametrização.

A Figura 3.4 ilustra como é o modelo elaborado, visto em corte, com as simplificações acima já definidas. Este modelo será utilizado primeiramente na validação de dados, que proporcionará a possibilidade de refinamentos e ajustes para o projeto final.

O modelo é importado ao *ANSYS Workbench* onde o sistema de análise deve ser escolhido. Para este projeto, trabalha-se em *Static Structural* (estrutura estática). A Figura 3.1 mostra os passos estabelecidos pelo *software* para o desenvolvimento do projeto sem a presença de parametrização, e o seguiremos passo-a-passo.

Partindo do item 2, *Engineering Data*, em português dados de engenharia, deve-se escolher o material a ser trabalhado e ajusta-se suas propriedades, se necessário. Foi proposto que a simulação fosse feita com aço, que no programa é o *Structural Steel*, com módulo de elasticidade de 30E+6 psi e coeficiente de Poisson de 0,3, conforme o problema base.

O item 3 é utilizado para se moldar a geometria ou, para o presente caso, para

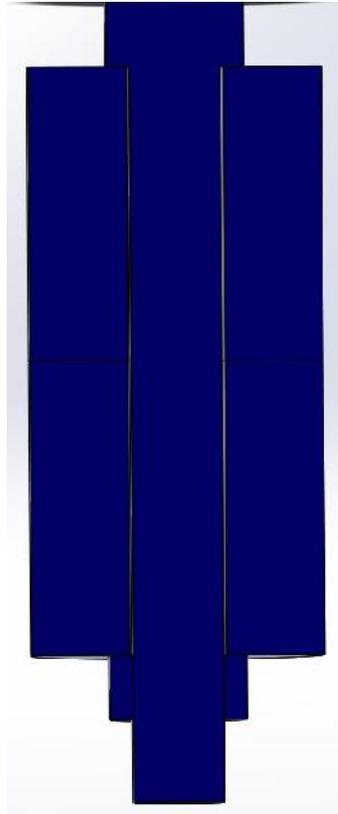


Figura 3.4 – Modelo do parafuso em *SolidWorks* visto em corte.

importar uma geometria vinda de um *software* CAD. Outros ajustes podem ser feitos na geometria importada, porém este recurso não será utilizado. Em seguida, prossegue-se com o desenvolvimento da simulação.

O quarto item, *model*, se refere ao modelo da simulação. Começa-se com a estipulação dos contatos, na aba de mesmo nome, entre as partes do modelo. Os dois cilindros devem estar sob efeito do atrito (*frictional*) entre si e, ambos devem estar conectados com atrito com o parafuso e a porca também; e por fim, a porca deve estar colada (*bonded*) ao parafuso. Todos os coeficientes de atrito entre os aços são estipulados como sendo 0,15 que é um valor comumente utilizado e que pouco impacta no resultado das simulações. Ainda nesta opção define-se o comportamento (*behavior*) como simétrico (*symmetric*).



Figura 3.5 – Contatos no ANSYS Workbench.

Na aba seguinte *mesh*, é onde malha de elementos finitos é criada. A primeira

malha gerada automaticamente pela ferramenta necessita de refinamentos para que o resultado obtido seja alcançado. Utiliza-se o método de zonas múltiplas para o corpo do parafuso e para os cilindros, o que permite uma malha mais adequada a geometria cilíndrica. Para as faces da cabeça do parafuso e da porca, o método de malha de face (*face meshing*) refina a malha destas superfícies. Por fim, determina-se um tamanho para a malha no corpo do parafuso de 0,08in (2,032 mm). A Figura 3.6 ilustra o exposto.

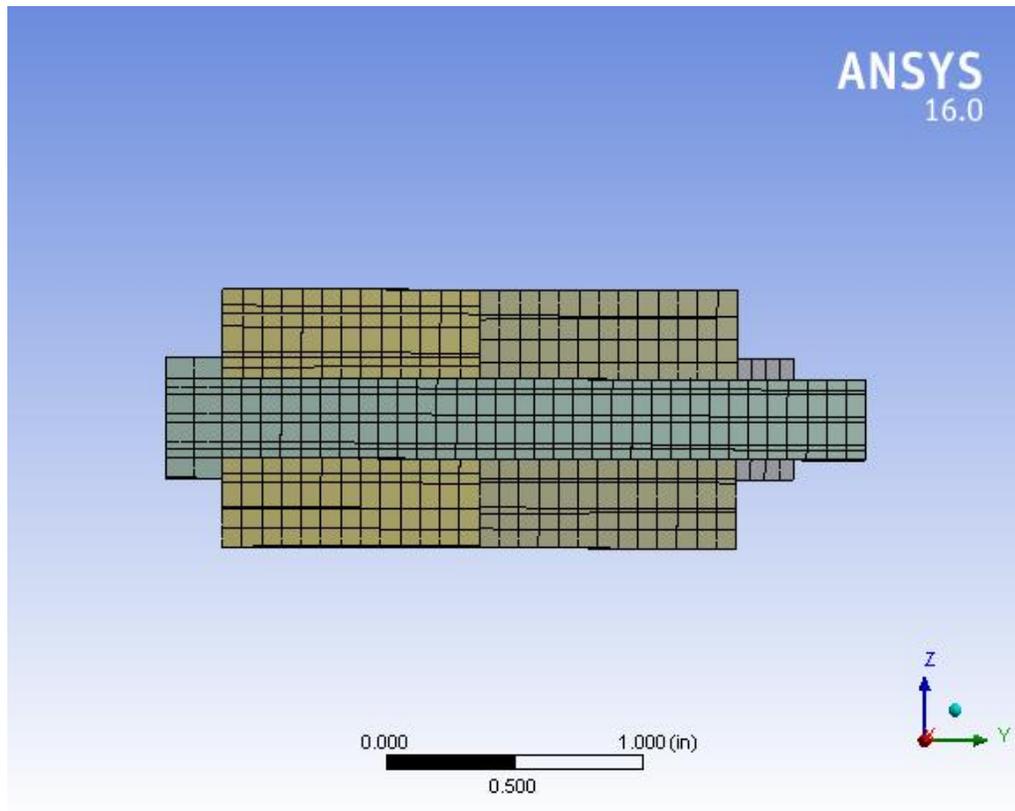


Figura 3.6 – Vista em corte da malha do parafuso no ANSYS Workbench.

Seguindo com definições antes da simulação, na aba *static structural* deve-se inserir o valor da pré-carga no parafuso no primeiro passo da simulação e então mantê-lo travado para os passos seguintes com a opção *lock*, como mostra a Figura 3.7. Nestas etapas onde a pré-carga estiver travada pode-se inserir outras forças, no caso uma única força será aplicada em uma das superfícies do cilindro superior, enquanto o outro servirá como um suporte fixo.

Tabular Data					
Steps	Define By	Preload [lbf]	Preadjustment [in]	Increment [in]	
1	1.	Load	4011.	N/A	N/A
2	2.	Lock	N/A	N/A	N/A
*					

Figura 3.7 – Passos de aplicação e *lock* da pré-carga no ANSYS Workbench.

A fixação é feita adicionando a opção *fixed support* e escolhendo uma face para que desempenhe a função. O cilindro inferior, que se encontra em contato com a porca, desempenhará a função de suporte fixo, então, seleciona-se apenas a face em contato com a porca como ilustrado na Figura 3.8.

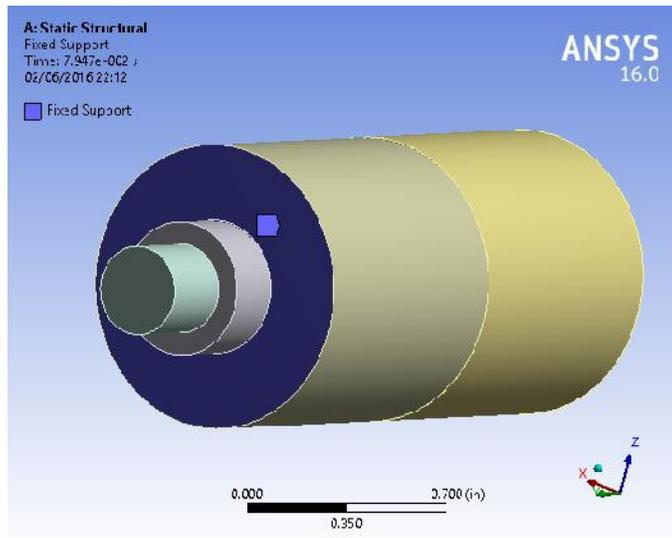


Figura 3.8 – Seleção de suporte fixo para o modelo no ANSYS Workbench.

Na face oposta do cilindro superior, aplica-se um carregamento estático a partir do *step* 2. Adiciona-se a opção de *Force* e seleciona-se a face onde essa deve atuar. Em seguida, escolhemos em qual *step* o carregamento irá atuar, como a Figura 3.9 mostra. É importante que a carga não seja aplicada antes que o pré-carregamento seja feito, caso contrário, este perderá a sua função.

Tabular Data					
	Steps	Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> X [lbf]	<input checked="" type="checkbox"/> Y [lbf]	<input checked="" type="checkbox"/> Z [lbf]
1	1	0.	0.	0.	0.
2	1	1.	0.	0.	0.
3	2	2.	= 0.	-2000.	= 0.
*					

Figura 3.9 – Steps da aplicação de carga no ANSYS Workbench.

Por último, se adiciona na opção *solution*, aquelas soluções as quais são interessantes à simulação que será feita. Para o presente trabalho, foram adicionados dois *probes* que medirão a reação de forças no parafuso e entre os dois cilindros. O primeiro é posicionado em um plano que corte o parafuso ao meio, e será nesse plano que será medida a força. Já o segundo é posicionado na superfície de contato e medirá a força sobre o material. A Figura 3.10 mostra como o programa entrega a informação das forças atuantes no parafuso. É possível ainda se obter um relatório mais detalhado da simulação, onde mostra claramente a força máxima no plano escolhido.

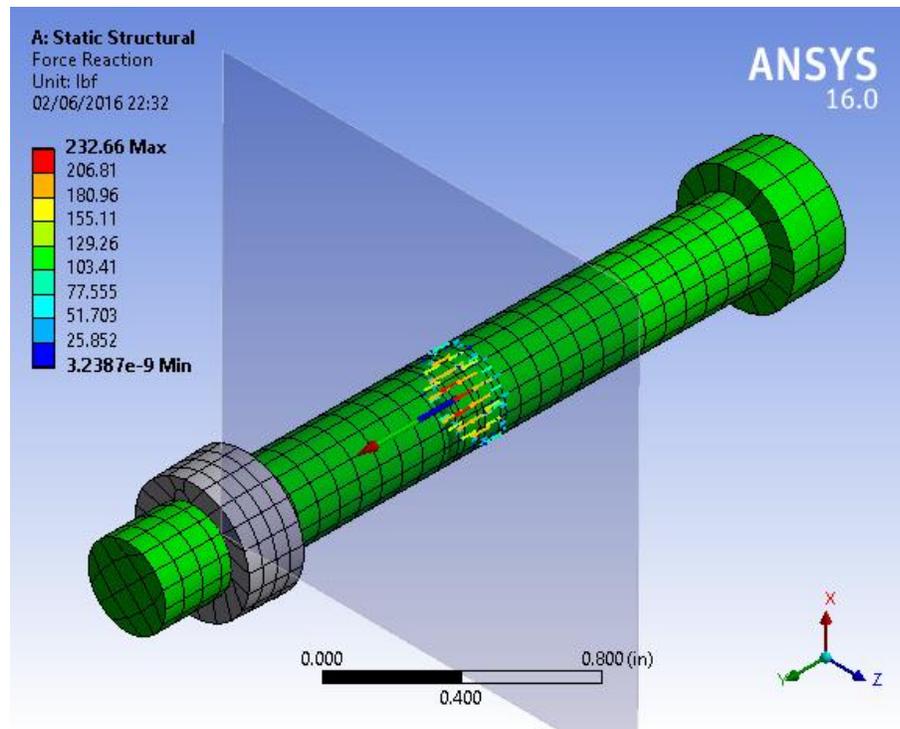


Figura 3.10 – Parafuso após a simulação e valores de força no plano escolhido no ANSYS Workbench.

Com a força obtida pela simulação e tendo a pré-carga e a carga como parâmetros conhecidos, utiliza-se a Equação 3.1 e calcula-se a constante de rigidez do parafuso  $C$ . O valor obtido, é comparado à outros métodos para a validação da simulação.

### 3.3 ETAPA DE SIMULAÇÕES PARAMETRIZADAS

Seguindo o passo-a-passo da Etapa de Validação, pouco se altera no processo para se obter os resultados desta etapa.

Primeiramente, para medida que deverá ser alterada durante a simulação desta etapa, deverá ser renomeada no programa *SolidWorks*. Além do nome que já lhe foi dado, será acrescentado o prefixo 'DS' que servirá como uma marca para que o *ANSYS Workbench* reconheça que aquela medida receberá novas medidas dadas pelo usuário nas simulações que estão por vir.

Em *Geometry*, após a importação do modelo, abre-se o *Design Modeler* que é a ferramenta padrão de edição e modelagem de geometrias do *ANSYS Workbench*. Seleciona-se a geometria *Import* e nas opções básicas da geometria (*Basic Geometry Options*) marca-se 'YES' em *Parameters* conforme mostrado na Figura 3.11 e clica-se no botão *Generate* para carregar a geometria importada e seus parâmetros na ferramenta.

Em seguida, abaixo das opções de geometria encontram-se os parâmetros. Nesta

Basic Geometry Options	
Solid Bodies	Yes
Surface Bodies	Yes
Line Bodies	No
Parameters	Yes
Parameter Key	DS
Publish All Parameters	No
Attributes	No
Named Selections	No
Material Properties	No

Figura 3.11 – Opções básicas de geometria no *Design Modeler*.

parte, seleciona-se cada um que se deseja utilizar na simulação de forma que fiquem marcados com a letra P ao seu lado, como mostra a Figura 3.12

8 Parameters		
<input checked="" type="checkbox"/> P	DS_D1@Sketch1@bolt_2.Part	0.46875
<input checked="" type="checkbox"/> P	DS_D1@Sketch2@bolt_2.Part	0.3125
<input checked="" type="checkbox"/> P	DS_D1@Sketch2@flange_3.Part	1
<input checked="" type="checkbox"/> P	DS_D2@Sketch2@flange_3.Part	0.335
<input checked="" type="checkbox"/> P	DS_D1@Sketch2@flange_2.Part	1
<input checked="" type="checkbox"/> P	DS_D2@Sketch2@flange_2.Part	0.335
<input checked="" type="checkbox"/> P	DS_D1@Sketch1@nut_2.Part	0.3125
<input checked="" type="checkbox"/> P	DS_D2@Sketch1@nut_2.Part	0.46875

Figura 3.12 – Seleção de parâmetros no *Design Modeler*.

Os parâmetros que são alterados durante a simulação são:

- Diâmetro do parafuso;
- Diâmetro da cabeça do parafuso;
- Diâmetros interno e externo da porca;
- Diâmetros interno e externo dos cilindros.

Nota-se que para que haja uma comparação com os outros métodos já citados, usa-se a razão aspecto de junta como referência, para isso, é utilizado um comprimento total do parafuso constante e igual a 2,5 in, sendo que o efetivo, aquele que participa da fixação, é de 2,0 in, variando sempre o diâmetro do parafuso, como mostrado na Tabela 3.1.

Os resultados deste experimento variam para razões aspecto de juntas de 0,1 a 2,0 conforme os valores obtidos por [Wileman et al. \(1991\)](#) e [Cornwell \(2009\)](#), que são as principais referências deste trabalho.

Tabela 3.1 – Valores para os diâmetro e comprimento do parafuso e razão aspecto de junta utilizados.

caso	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
d (mm)	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	50	60	70	80
L (mm)	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
d/L	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,25	1,50	1,75	2,0

Os passos seguintes são os mesmos da etapa anterior, até a seleção das soluções. Nesta etapa, de maneira semelhante aos parâmetros, marca-se a força resultante com o P e então esta passará a ser uma saída da simulação parametrizada, mostrado na Figura 3.13. Esta opção nos permitirá um valor de força resultante cada vez que a simulação for executada.

Results	
<input type="checkbox"/> Y Axis	4267.5 lbf
Maximum Value Over Time	
<input checked="" type="checkbox"/> P Y Axis	4267.5 lbf
Minimum Value Over Time	
<input type="checkbox"/> Y Axis	4011. lbf

Figura 3.13 – Seleção de resultado como parâmetros.

O próximo procedimento desta simulação será novo em relação a Etapa de Validação. Escolhe-se o item 8, mostrado também na Figura 3.1 e serão trabalhados os parâmetros de entrada e os valores de saída para cada caso que se queira simular.

Na tabela dos pontos designados (*Table of Design Points*), determina-se os valores que serão utilizados em cada parte da montagem. Os valores para o parafuso e para a porca estão na Tabela 3.2.

Deve-se observar que o diâmetro da cabeça do parafuso e o diâmetro externo da porca são iguais a 1,5 vezes o diâmetro do parafuso, o diâmetro interno da porca é igual ao diâmetro do parafuso e o diâmetro interno do cilindro é igual a 1,05 do parafuso.

Conforme a metodologia adotada por Cornwell (2009), para o diâmetro externo da peça fixada, utilizou-se o maior valor entre seis vezes o diâmetro do parafuso ou duas vezes a espessura da junta. Mas também é interessante fazer um estudo sobre o impacto do diâmetro externo dos elementos fixados ( $D$ ) e do diâmetro do parafuso ( $d$ ), em uma razão diametral  $D/d$ , na constante de rigidez da junta.

Para tal, fixou-se valores para as razões diametraes para 1,5; 2; 3; 4 e 5; e a partir desses valores obteve-se o diâmetro externo da junta, conforme a Tabela 5.1.

E por último, na seleção de *Output Parameters*, ou parâmetros de saída, cria-se um novo valor de saída, que será derivado da força resultante que é obtida para cada

Tabela 3.2 – Valores para os parâmetros do parafuso, porca e cilindros.

d/L	Diâmetro da cabeça	Diâmetro interno cilindro	Diâmetro externo cilindro
0,1	6 mm	4,2 mm	80 mm
0,2	12 mm	8,4 mm	80 mm
0,3	18 mm	12,6 mm	80 mm
0,4	24 mm	16,8 mm	96 mm
0,5	30 mm	21,0 mm	120 mm
0,6	36 mm	25,2 mm	144 mm
0,7	42 mm	29,4 mm	168 mm
0,8	48 mm	33,6 mm	192 mm
0,9	64 mm	37,8 mm	216 mm
1,00	60 mm	42 mm	240 mm
1,25	75 mm	52,5 mm	300 mm
1,50	90 mm	63 mm	360 mm
1,75	105 mm	73,5 mm	420 mm
2,00	120 mm	84 mm	480 mm

Tabela 3.3 – Razões diâmetrais e valores para o diâmetros externo da junta.

d/L	D/d = 1,5	D/d = 2	D/d = 3	D/d = 4	D/d = 5
0,1	6 mm	8 mm	12 mm	16 mm	20 mm
0,2	12 mm	16 mm	24 mm	32 mm	40 mm
0,3	18 mm	24 mm	36 mm	48 mm	60 mm
0,4	24 mm	32 mm	48 mm	64 mm	80 mm
0,5	30 mm	40 mm	60 mm	80 mm	100 mm
0,6	36 mm	48 mm	72 mm	96 mm	120 mm
0,7	42 mm	56 mm	84 mm	112 mm	140 mm
0,8	48 mm	64 mm	96 mm	128 mm	160 mm
0,9	54 mm	72 mm	108 mm	144 mm	180 mm
1,0	60 mm	80 mm	120 mm	160 mm	200 mm
1,25	75 mm	100 mm	150 mm	200 mm	250 mm
1,50	90 mm	120 mm	180 mm	240 mm	300 mm
1,75	105 mm	140 mm	210 mm	280 mm	350 mm
2,0	120 mm	160 mm	240 mm	320 mm	400 mm

ponto. Desta forma, utiliza-se a Equação 3.1 e os valores de pré-carga ( $F_i$ ) de 4011 lbf e carga ( $P$ ) de 2000 lbf para que o programa forneça diretamente o valor da constante de rigidez da junta parafusada ( $C$ ) a cada simulação realizada. A Figura 3.14 mostra como o parâmetro de saída derivado é montado.

Os resultados obtidos serão expostos em uma curva que será utilizada na comparação com métodos de Cornwell, Wileman et al., Norton e Shigley.

Output Parameters			
Static Structural (A1)			
P11	Force Reaction Maximum Y Axis	4267.5	lbf
P2	Output Parameter	0.12803	
New output parameter		New expression	
Charts			
es of Outline A16: P2			
A	B		
Property	Value		
General			
Expression	$(P11 - 4011.4 \text{ [lbf]}) / 2000 \text{ [lbf]}$		
Usage	Expression Output		
Description	C		
Error Message			
Expression Type	Derived		
Quantity Name			

Figura 3.14 – Parâmetro de saída derivado da força resultante, resultando na constante de rigidez da junta.

## 4 VERIFICAÇÃO DO MODELO

Para que o objetivo proposto seja alcançado, é necessário não só do método para isso, mas também que este método seja capaz de alcançar os resultados desejados. Para tanto, se determina uma situação modelo com resultados já obtidos na literatura por outros métodos e compara-se com os valores encontrados pelo modelo de elementos finitos criado para este trabalho.

A situação problema escolhida está presente no livro Projeto de Máquinas: Uma abordagem integrada (NORTON, 2013), o Exemplo 15-2, que se utiliza da Figura 2.1 e a Figura 4.1 mostra o enunciado.

### EXEMPLO 15-2

#### Fixadores pré-carregados sob carga estática

<b>Problema</b>	Determine um tamanho adequado e um valor de pré-carga para a junta mostrada na Figura 15-23. Encontre seu coeficiente de segurança à falha por escoamento e separação. Determine o valor ótimo de pré-carga como uma porcentagem da resistência de prova de maneira a maximizar os fatores de segurança.
<b>Dados</b>	As dimensões da junta são $D = 1$ in e $l = 2$ in. A carga aplicada é $P = 2000$ lb.
<b>Hipóteses</b>	Ambas as partes sujeitadas são de aço. Os efeitos das flanges na rigidez da junta serão ignorados. Uma pré-carga de 90% da resistência de prova do parafuso será aplicada em uma primeira tentativa.

Figura 4.1 – Exemplo 15-2 (NORTON, 2013).

Para este trabalho, deseja-se calcular os coeficientes de rigidez de junta, então, o valor calculado neste exercício será uma primeira referência. Junto a essa referência, são calculados os coeficientes pelos métodos de Norton, de Shigley, de Wileman e de Cornwell. Todos estes valores serão comparados ao resultado da simulação MEF elaborada. O exemplo originalmente obtém  $k_b$  levando em consideração a rosca, como na Equação 2.5, porém, esta será desconsiderado na modelagem de MEF e nos outros métodos utilizados para a comparação, então  $k_b$  será obtido pela Equação 2.3. Visando uma melhor resolução do problema, é repetida a comparação, agora utilizando  $k'_b$  da Equação 2.6.

No problema proposto, um parafuso pré-carregado comprime um cilindro com cargas externas aplicadas e deseja-se um valor de pré-carga e tamanho de parafuso adequados. O desenho do problema é o mesmo da Figura 2.1. Os valores dados são de  $D = 1$  in,  $l = 2$  in e a carga externa  $P = 2000$  lb. A escolha do melhor parafuso e por consequência o diâmetro  $d$  a ser utilizado é determinado no início da solução, sendo um parafuso de

aço 5/16-18 UNC-2A de classe SAE 5.2, logo  $d = 0,3125$  in e a resistência do parafuso é de 85 ksi.

A partir desse ponto, é calculada a pré-carga  $F_i$  como sendo 90% da resistência de prova, definido esse valor (4011 lb) pode-se aplicá-lo na simulação como descrito na metodologia.

O método de cálculo da constante de rigidez  $C$  no livro de Norton (2013), utiliza a Equação 2.16, desta forma precisa de valores para as constantes de mola do parafuso ( $k_b = 1,059E6$  lb/in) e do material ( $k_m = 1,063E7$  lb/in). Para o MEF isto não é necessário, visto que obter-se-á uma força máxima  $F_b$  diretamente, e já se tem os valores da carga  $P$  e a de pré-carga  $F_i$ , possibilitando o cálculo de  $C$  pela Equação 3.1.

A simulação realizada resultou em uma força  $F_b$  de 4264 lb e a distribuição da força resultante é mostrada na Figura 4.2. Esta carga  $F_b$  permite o cálculo da porção da carga aplicada que é absorvida pelo parafuso  $P_b$  e a constante de rigidez da junta  $C$ . Esses valores estão expostos na Tabela 4.1 de forma comparativa com àqueles calculados por Norton (2013).

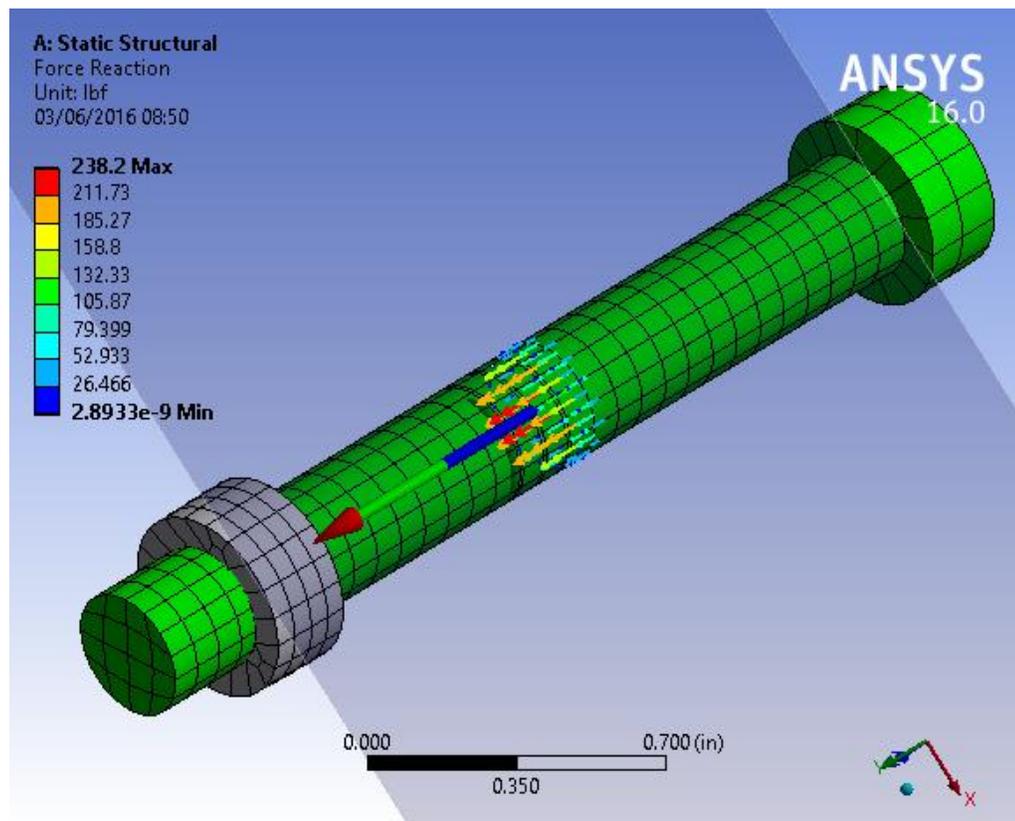


Figura 4.2 – Simulação e valores de força máxima para validação no ANSYS Workbench.

Este primeiro resultado na Tabela 4.1 se mostra insuficiente, ainda se pretende comparar em relação a outros resultados analíticos e numéricos. Para tanto, deve-se au-

Tabela 4.1 – Valores obtidos após a simulação comparados ao Exemplo 15-2 (NORTON, 2013).

	MEF	Exemplo 15-2 (NORTON, 2013)
$F_b$	4264 lb	4192 lb
$P_b$	253 lb	181 lb
C	0,12675	0,09056

mentar a possibilidade de comparações utilizando as formulações de Norton, Shigley, Wileman e Cornwell. Nesta comparação também será aplicada a consideração da deformação da cabeça do parafuso proposta por Cornwell (2009) na Equação 2.6. A Tabela 4.2 mostra a comparação entre os valores encontrados para a constante de rigidez da junta com e sem a consideração da cabeça.

Tabela 4.2 – Valores de  $k_m$  e C obtidos por diferentes métodos.

	$k_m$ (lb/in)	C	C (considerando a cabeça do parafuso)
MEF	7,92632 E6	-	0,12675
Norton	1,06305 E7	0,09765620	0,09765627
Shigley	6,9718 E6	0,1416455	0,1416456
Wileman	8,14129 E6	0,123817511	0,1238759
Cornwell	-	-	0,122438

Como Cornwell (2009) havia previamente determinado em sua formulação, para razões de aspectos de junta muito pequeno,  $k_b$  e  $k_b^i$  são próximos, o que explica a pequena diferença obtida entre as constantes de rigidez calculadas com e sem a consideração da cabeça do parafuso na Tabela 4.2.

## 5 RESULTADOS

Determinou-se previamente que os parâmetros a serem alterados são o diâmetro do parafuso, os diâmetro da cabeça do parafuso e da porca (com o mesmo valor) e os diâmetros interno e externo da junta, com seus valores já estabelecidos previamente nas Tabelas 3.2 e 3.3.

Para que haja uma comparação com os outros métodos já citados, é utilizada a razão aspecto de junta como referência, para isso, considerar-se-á um comprimento efetivo do parafuso constante e igual a 20 mm, variando sempre o diâmetro do parafuso, como já mostrado previamente na Tabela 3.1.

Estabelecidos os valores de todas as variáveis no programa, realizou-se a simulação e obteve-se a constante da rigidez da junta parafusada pelo processo descrito anteriormente usando-se os diâmetros externos conforme a metodologia de Cornwell (2009) e obteve-se o resultado mostrado na Tabela 5.1 e na Figura 5.1.

Tabela 5.1 – Valores obtidos na simulação utilizando a metodologia de Cornwell (2009).

caso	d/L	C - Simulado
1	0,1	0,1211
2	0,2	0,2055
3	0,3	0,2671
4	0,4	0,3232
5	0,5	0,3397
6	0,6	0,3672
7	0,7	0,3965
8	0,8	0,4183
9	0,9	0,4440
10	1,0	0,4539
11	1,25	0,4710
12	1,50	0,4815
13	1,75	0,4877
14	2,0	0,4932

É possível observar um aumento da constante de rigidez conforme a razão de aspecto teve seu valor aumentado. Tal comportamento era de certa forma esperado, já que o aumento da razão de aspecto significa nesse caso um aumento do diâmetro do parafuso e por consequência da sua capacidade de absorver a carga imposta na junta parafusada.

Para que este comportamento seja de fato validado, compara-se aos outros métodos da literatura. Primeiro se comparou aos outros dois métodos que se utilizaram do

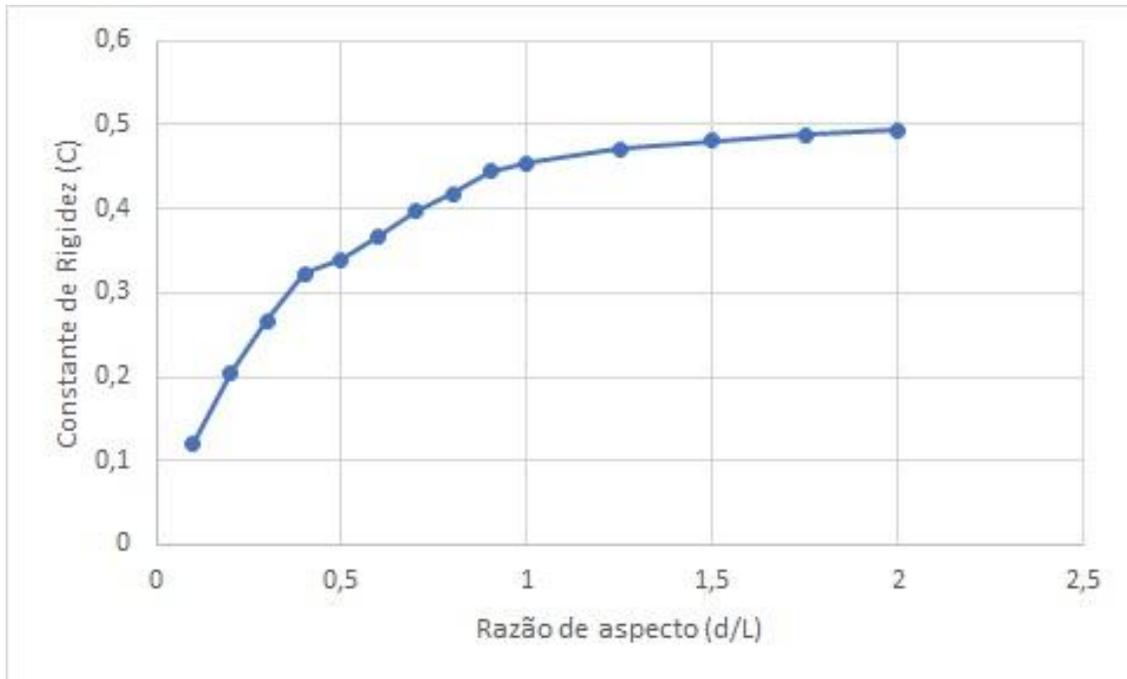


Figura 5.1 – Resultado obtidos na simulação utilizando a metodologia de Cornwell (2009).

método de elementos finitos em seus estudos Cornwell (2009) e Wileman et al. (1991). Os resultados comparados estão mostrados na Tabela 5.2 e ilustrados na Figura 5.2.

Tabela 5.2 – Valores comparativos entre simulação realizada e os valores obtidos por Cornwell (2009) e Wileman et al. (1991).

caso	d/L	C - Simulado	C - Cornwell	C - Wilemen
1	0,1	0,121	0,091	0,103
2	0,2	0,206	0,147	0,177
3	0,3	0,267	0,184	0,233
4	0,4	0,323	0,201	0,275
5	0,5	0,340	0,222	0,309
6	0,6	0,367	0,231	0,335
7	0,7	0,397	0,237	0,355
8	0,8	0,418	0,239	0,372
9	0,9	0,444	0,241	0,384
10	1,0	0,454	0,240	0,395
11	1,25	0,471	0,235	0,410
12	1,50	0,482	0,226	0,417
13	1,75	0,488	0,216	0,416
14	2,0	0,493	0,205	0,410

Observa-se que o comportamento obtido neste trabalho se aproximou daquele obtido por Wileman et al. (1991), porém, ao contrário do que pode se ver nos pontos 11 no trabalho de Cornwell (2009) e 13 no trabalho de Wileman et al. (1991), não há queda nos valores da constante de rigidez.

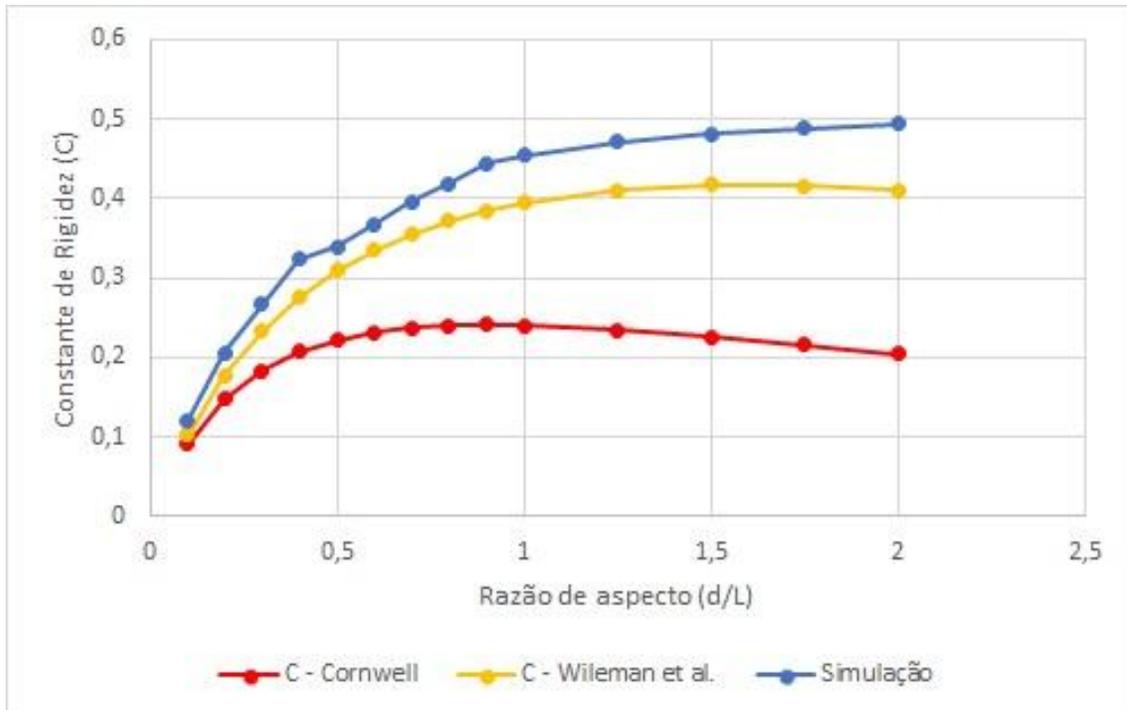


Figura 5.2 – Resultados da simulação comparados à Cornwell (2009) e à Wileman et al. (1991).

Em seguida, comparou-se o resultado obtido com àqueles vindos dos métodos analíticos de Norton (2013) e Shigley et al. (2005), através da Tabela 5.3 e mais facilmente observável pela Figura 5.3. Nota-se que ambos os métodos analíticos obtêm valores mais elevados para a constantes de rigidez, quando comparados aos método de Cornwell (2009).

Tabela 5.3 – Valores comparativos entra simulação realizada, os valores obtidos pelas metodologias de Norton (2013) e de Shigley et al. (2005).

caso	d/L	C- Simulado	C - Norton	C - Shigley
1	0,1	0,121	0,042	0,103
2	0,2	0,206	0,151	0,166
3	0,3	0,267	0,285	0,208
4	0,4	0,323	0,415	0,238
5	0,5	0,340	0,526	0,261
6	0,6	0,367	0,615	0,280
7	0,7	0,397	0,685	0,295
8	0,8	0,418	0,739	0,307
9	0,9	0,444	0,782	0,318
10	1,0	0,454	0,816	0,327
11	1,25	0,471	0,874	0,344
12	1,50	0,482	0,9089	0,357
13	1,75	0,488	0,9314	0,367
14	2,0	0,493	0,9466	0,375

O método adotado por Norton (2013) inclui valores superdimensionados, resul-

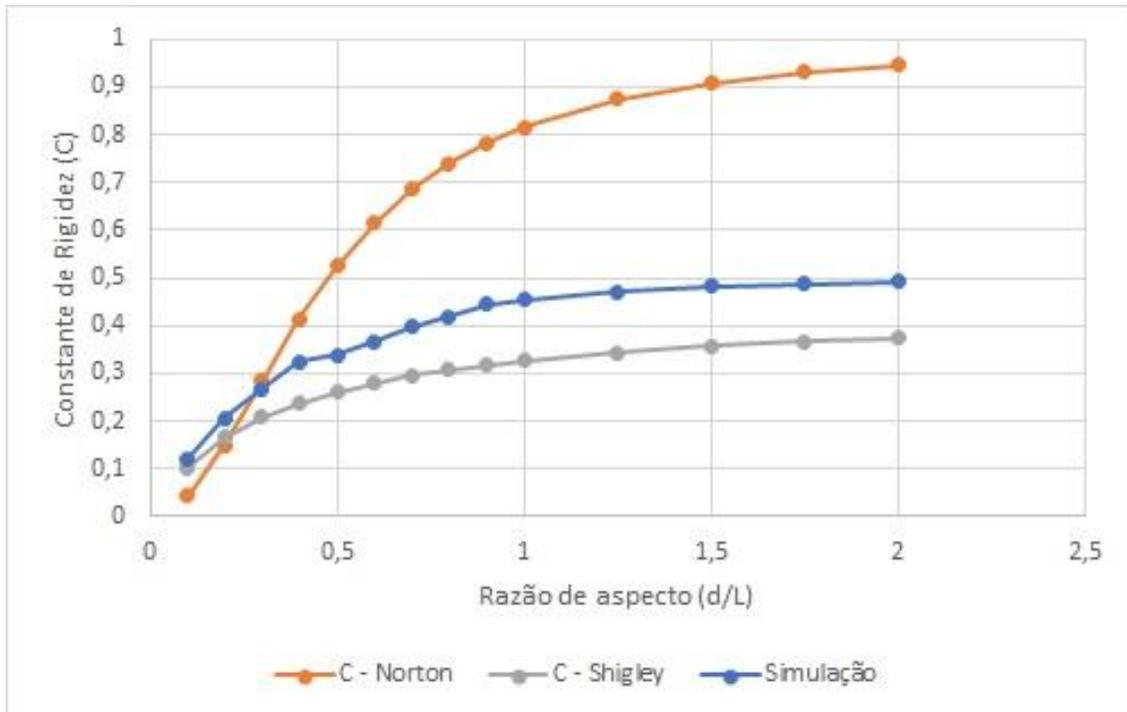


Figura 5.3 – Resultados da simulação comparados à Shigley et al. (2005) e à Norton (2013).

tando inclusive no parafuso absorvendo até 94% da carga aplicada, valormuito superior a qualquer outro método. Enquanto isso, o método Shigley et al. (2005) já apresenta valores mais coerentes com os obtidos via simulação por elementos finitos, sendo inclusive inferiores aos obtidos por Wileman et al. (1991), sendo que a diferença está no fato do método não resultar em quedas no valor da constante de rigidez para razões de aspecto mais elevadas, como observado nas simulações já descritas.

Em seguida, realizou-se a simulação com diferentes razões diametraais, na tentativa de observar o comportamento da simulação, da constante de rigidez e a eficiência do método para diferentes situações relacionadas ao diâmetro externo, conforme descrito anteriormente para cada caso especificado na Tabela 5.4.

Graficamente, pode-se observar o comportamento da constante de rigidez com o acréscimo da razão aspecto de junto, como mostrada na Figura 5.4. Analisando o gráfico, evidencia-se um predominante aumento na constante de rigidez com o aumento da razão diametral, porém os valores presentes para razões 3, 4 e 5 são já bem próximos entre si, e segundo Cornwell (2009) razões diametraais acima de 6 não indicam qualquer impacto na solução do problema, o que mostra pouca diferença na utilização de razões maiores que estas.

No capítulo seguinte, serão feitas discussões acerca dos resultados obtidos, além de comparações sobre a eficiência dos métodos estudados.

Tabela 5.4 – Constantes de rigidez para diferentes razões diametrais.

Ponto	d/L	1,5	2	3	4	5
1	0,1	0,4694	0,2886	0,1769	0,1451	0,1332
2	0,2	0,4731	0,3171	0,2358	0,2165	0,2120
3	0,3	0,4766	0,3433	0,2828	0,2736	0,2689
4	0,4	0,4800	0,3686	0,3183	0,3142	0,3152
5	0,5	0,4812	0,3832	0,3465	0,3413	0,3391
6	0,6	0,4831	0,4040	0,3778	0,3655	0,3683
7	0,7	0,4881	0,4246	0,4045	0,3972	0,3981
8	0,8	0,4882	0,4388	0,4188	0,4154	0,4187
9	0,9	0,4928	0,4488	0,4378	0,4430	0,4430
10	1,0	0,4955	0,4569	0,4542	0,4517	0,4525
11	1,25	0,4972	0,4773	0,4701	0,4760	0,4715
12	1,50	0,5000	0,4867	0,4793	0,4777	0,4787
13	1,75	0,5032	0,4905	0,4867	0,4920	0,4871
14	2,0	0,5062	0,4942	0,4895	0,4887	0,4917

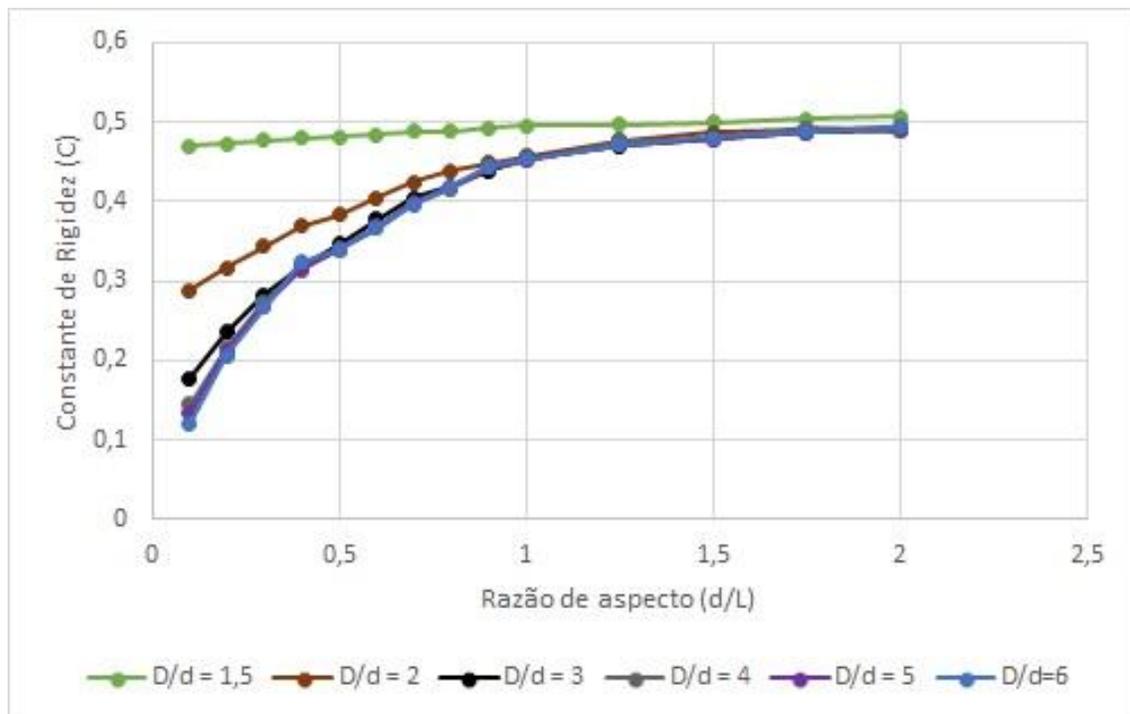


Figura 5.4 – Constantes de Rigidez das juntas simuladas para diferentes razões diametrais.

## 6 DISCUSSÕES

Em uma análise rápida baseada nas equações que levam ao cálculo da constante de rigidez da junta, esperava-se um que este aumentasse juntamente com o diâmetro do parafuso. Tal comportamento é visto nos resultados analíticos de Norton (2013) e de Shigley et al. (2005), onde observa-se um constante aumento da constante de rigidez para razões entre 0,1 e 2,0 conforme ilustrado pela Figura 5.3.

Comparando com os resultados vindos numericamente e ilustrados na Figura 5.2, nota-se que existe um decréscimo nos valores da constante a partir de razões de 0,9 para Cornwell (2009) e 1,75 para Wileman et al. (1991).

Este comportamento com queda nos valores da constante de rigidez não foi observado durante as simulações realizadas no presente trabalho. Além disso, os valores obtidos estão acima dos resultados da literatura, porém relativamente próximos àqueles obtidos por Wileman et al. (1991) e Shigley et al. (2005).

Na tentativa de uma melhor comparação com o trabalhos de Cornwell (2009) e Wileman et al. (1991), utilizou-se os resultados obtidos da Tabela 5.2 e em seguida, foram expostas as curvas na Figura 6.1 juntamente com as curvas das razões diametrais.

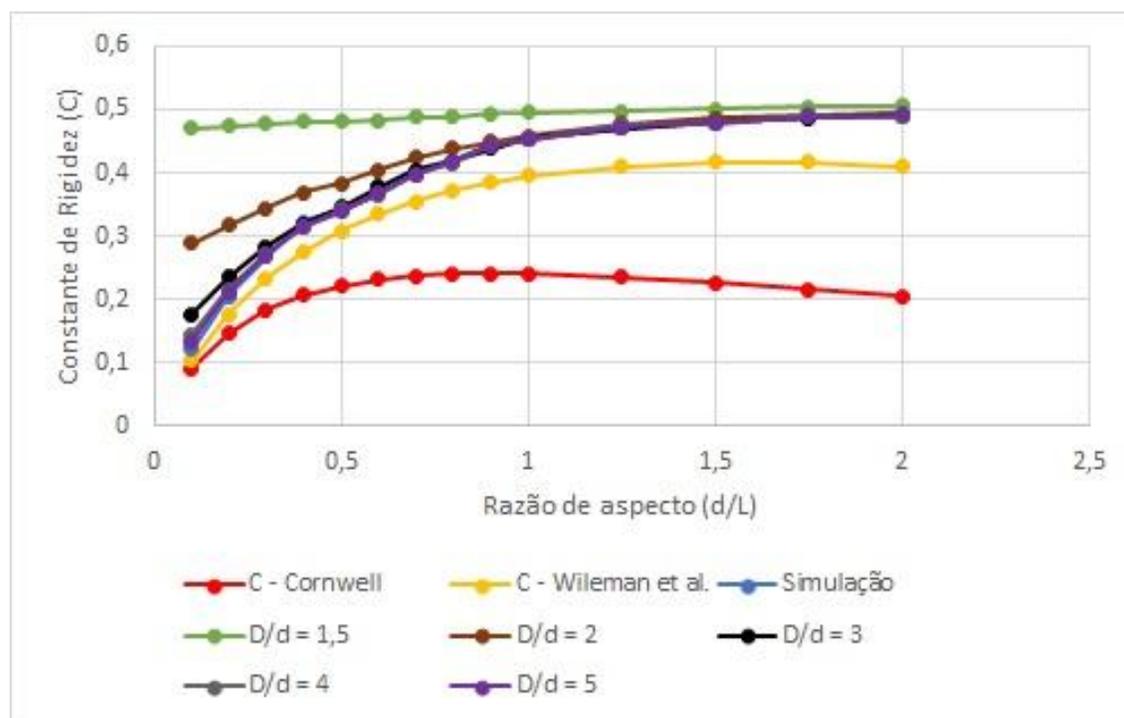


Figura 6.1 – Comparação dos resultados da simulação com Cornwell (2009) e Wileman et al. (1991).

Observa-se que as razões diametrais de 3, 4 e 5 trazem de fato uma aproximação satisfatória ao método de [Wileman et al. \(1991\)](#). Porém, com relação ao trabalho realizado por [Cornwell \(2009\)](#) não se obteve uma boa aproximação. Isso fica bem claro ao se fazer uma comparação entre as diferenças percentuais entre os resultados obtidos na literatura, e a simulação inicial, utilizando as razões diametrais iguais as de [Cornwell \(2009\)](#). Os resultados dessa comparação estão na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Diferenças percentuais da simulação com os resultados de [Cornwell \(2009\)](#), [Wileman et al. \(1991\)](#), [Shigley et al. \(2005\)](#) e [Norton \(2013\)](#).

D/d	Cornwell	Wileman	Norton	Shigley
0,1	33,68%	17,58%	185,32%	17,58%
0,2	39,61%	16,11%	36,45%	23,80%
0,3	45,31%	14,63%	6,35%	28,40%
0,4	56,06%	17,53%	22,11%	35,80%
0,5	53,09%	9,94%	35,38%	30,16%
0,6	58,77%	9,62%	40,27%	31,15%
0,7	67,30%	11,69%	42,10%	34,41%
0,8	74,45%	12,46%	43,42%	36,27%
0,9	84,45%	15,62%	43,24%	39,61%
1,0	89,03%	14,90%	44,38%	38,80%
1,25	100,67%	14,87%	46,10%	36,91%
1,50	113,26%	15,47%	47,02%	34,88%
1,75	126,31%	17,23%	47,64%	32,89%
2,0	141,15%	20,28%	47,90%	31,51%

Foi proposto anteriormente a procura por pontos de equivalência entre os métodos. Visualmente, através das Figuras 5.2 e 5.3 nota-se que este se encontra no ponto em que a razão aspecto de junta é igual a 0,2. Porém, é evidente que essa proximidade não se dá para qualquer razão diametral. As maiores razões diametrais tem curvas para a constante de rigidez mais próximas umas das outras, e nesses casos os métodos mencionados no trabalho se tornam próximos para essa razão de aspecto.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Inicialmente neste trabalho foram expostos os conceitos básicos relacionados ao cálculo e obtenção da constante de rigidez de juntas, focando principalmente nos métodos numéricos que envolvem análises por elementos finitos como os realizados por [Cornwell \(2009\)](#) e [Wileman et al. \(1991\)](#). Ainda assim, estudou-se os métodos analíticos propostos por [Shigley et al. \(2005\)](#) e [Norton \(2013\)](#).

Após o estudo sobre os elementos finitos aplicados a juntas parafusadas, foram feitas simplificações e considerações já propostas na literatura para a elaboração e montagem de uma geometria para a validação do método utilizado neste trabalho.

O método de validação realizado mostrou um resultado muito próximo àquele que foi obtido por [Cornwell \(2009\)](#) como a Tabela 4.2 mostra. O métodos de [Wileman et al. \(1991\)](#) também ficou próximo daquele que o presente trabalho atingiu. Enquanto os método de Shigley e de Norton se mostraram mais distante do restante.

Desta forma, obteve-se um método que aproximado capaz de atingir valores condizentes com aqueles da literatura atual. Isso permitiu que novas análises fossem feitas a partir deste modelo, utilizando-se de alterações nos parâmetros conforme as propostas na Seção 3 - Metodologia.

Adaptou-se o modelo para que os diâmetros do parafuso e os dos cilindros ficassem parametrizados, segundo valores determinados para a razão de aspecto da junta, possibilitando a simulação de vários casos automaticamente. Os valores obtidos pelas simulações foram exposto graficamente, junto à outros métodos tanto analíticos quanto numéricos, e foram comparados.

Notou-se porém que o método aqui realizado obteve um padrão comportamental próximo do trabalho de [Wileman et al. \(1991\)](#), e não com o trabalho de [Cornwell \(2009\)](#) como era o objetivo inicial.

Um estudo com diferentes razões diametrais, mostrou um comportamento mais próximo aos da literatura ao se utilizar valores grandes para o diâmetro do elemento fixado.

Identificou-se também que a razão de aspecto da junta no valor de 0,2 traz consigo resultados próximos entre os quatro métodos utilizados como comparação, bem como os resultados das simulações realizadas para razões diametrais de 3, 4 e 5.

Porém, [Cornwell \(2009\)](#) não estuda a influência da força aplicada na junta para o cálculo da constante de rigidez. A aplicação desta carga é um dos pontos da simulação

realizada, e como o método de elementos finitos nos traz resultados aproximados essa diferença poderia ser uma das causas para a diferença de resultados. Portanto é possível notar que existem análises e melhorias a serem feitas em busca de um método mais próximos à literatura e a outros trabalhos.

Para continuidade do trabalho sugere-se:

- Comparar os resultados com métodos numéricos que levem em conta a influência da carga aplicada na geometria e no valor da constante de rigidez;
- Simular o mesmo problema com parafusos menos simplificados, com a presença de roscas, a correta geometria da cabeça do parafuso em busca de melhores aproximações finais;
- Simular o mesmo problema utilizando-se diferentes materiais que possam abranger os métodos comparados já descritos.

## REFERÊNCIAS

CORNWELL, R. E. Computation of load factors in bolted connections. **Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 223, n. 4, p. 795–808, 2009.

ITO, Y.; TOYOTA, J.; NAGATA, S. Interface pressure distribution in a bolt-flange assembly. **ASME paper**, n. 77-WA/DE-11, 1977.

LEHNHOFF, T. F.; KO, K. I.; MCKAY, M. L. Member stiffness and contact pressure distributions of bolted joints. **Journal of Mechanical Design**, v. 116, p. 550–557, 1994.

MONTGOMERY, J. Methods for modeling bolts in the bolted joint. 2002.

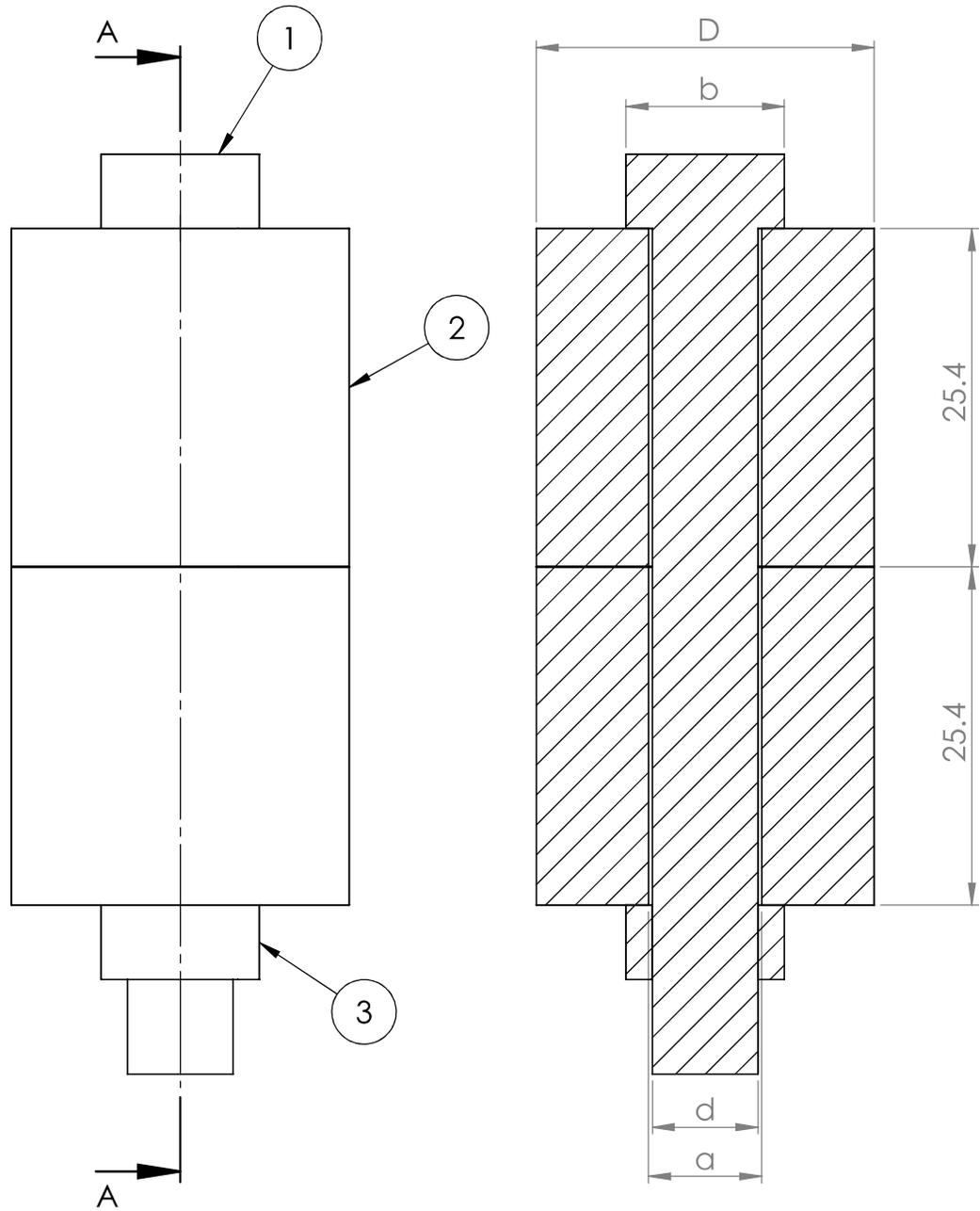
NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada**. [S.l.]: Bookman, 2013.

REDDY, J. N. **An Introduction to the finite element method**. [S.l.]: McGrawHill, 2006.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Projeto de engenharia mecânica**. [S.l.]: Bookman, 2005.

TEIXERA-DIAS, F.; CRUZ, J. A. Pinho da; VALENTE, R. A.; SOUSA, R. Alvez de. **Método dos elementos finitos - Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia**. [S.l.]: Lidel, 2010.

WILEMAN, J.; CHOUDHURY, M.; GREEN, I. Computation of member stiffness in bolted connections. **Journal of Mechanical Design**, v. 113, p. 432–437, 1991.



SEÇÃO A-A

3	Porca	1	AÇO	
2	Cilindro	2	AÇO	
1	Parafuso	1	AÇO	
Nº PÇA	DENOMINAÇÃO	QTDE	MATERIAL	OBSERVAÇÕES
<b>Universidade Tecnológica Federal do Paraná</b>			Nº DESENHO	1
			PROJETISTA	Leonardo
			DATA	13/11/2016
			UNIDADE	mm
			ESCALA	2:1
Junta Parafusada				