

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ICARO PIERRE SCHMITZ FREDDO

ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE UM PÓRTICO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2017

ICARO PIERRE SCHMITZ FREDDO

ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE UM PÓRTICO

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Cláudio Tavares da Silva

Coorientadora: Prof^a. Dr^a. Ana Paula C. S. Ferreira

CURITIBA

2017

TERMO DE ENCAMINHAMENTO

Venho por meio deste termo, encaminhar para apresentação o Projeto de Pesquisa "Análise estrutural e otimização de um pórtico", realizado pelo aluno Icaro Pierre Schmitz Freddo, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Cláudio Tavares da Silva
UTFPR - Damec

Curitiba, 07 de junho de 2017

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa "Análise estrutural e otimização de um pórtico", realizado pelo aluno Icaro Pierre Schmitz Freddo, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Cláudio Tavares da Silva

DAMEC, UTFPR

Orientador

Profa. Dra. Ana Paula C. S. Ferreira

DAMEC, UTFPR

Coorientadora

Prof. Dr. Carlos Henrique

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Prof. Dr. Marco Antonio Luersen

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 27 de junho de 2017

AGRADECIMENTOS

Não tenho dúvidas de que em todo este trabalho, este é o capítulo no qual mais demorei para escrever a primeira frase. Não porque tenho de recorrer à memória, mas sim, pois neste pequeno trecho resumo todos os acontecimentos destes últimos meses, trazendo alguns nomes que levarei em meu coração.

Quero dedicar o primeiro agradecimento à Honorino Freddo, meu pai, que foi aquele que segurou minha mão nos primeiros passos que dei nesta estrada. Também gostaria de agradecer a minha avó-mãe Elenir Freddo, a quem devo tudo o que conquistei nesta vida. Minha amada mãe Marinez Schmitz, minhas irmãs Iohana Schmitz e Desiree Ribeiro que me deram suporte nos momentos difíceis, mesmo que ainda existissem quilômetros entre nós.

Às amigadas, algumas de muito tempo, outras construídas durante este trabalho, gostaria de deixar meu agradecimento a vocês. Em especial, a Dyego da Luz, meu irmão e melhor amigo desde a infância.

Meus Mestres, Professor Dr. Cláudio Tavares da Silva, que além de todo o apoio teórico durante esta pesquisa, também me deu preciosos conselhos de vida. Professora Dra. Ana Paula C. S. Ferreira, que teve toda a paciência e dedicação do mundo para me auxiliar em minhas infinitas dúvidas. Muito obrigado, espero do fundo do coração que um dia possa retribuir toda a ajuda que recebi de vocês.

Por fim, agradeço a Deus por ter colocado todas estas pessoas em minha vida e, também, por me dar a coragem para lutar.

*“Não há atalho para um sonho,
é tudo sangue e suor, e a vida é o
que você administra nesse meio”.*

- October, Broken Bells

RESUMO

FREDDO, Icaro P. S. Análise estrutural e otimização de um pórtico. 2017. 91 f. Monografia (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

A utilização de ferramentas do tipo CAE (*Computer Aided Engineering*), envolvendo otimizações e análises por elementos finitos, tornou-se nos últimos anos uma prática comum durante as etapas de um projeto. Isto se deve à economia gerada por este procedimento e a elevação da confiabilidade através das simulações. Nesse âmbito, este estudo visa a aplicação de métodos de otimização e análises estruturais com o intuito de resolver um caso real de engenharia, o qual compreende uma verificação estrutural de um pórtico, seguida de aplicações de métodos de otimização para propor uma estrutura com menor massa. Para tanto, são considerados carregamentos estáticos, como o peso próprio da estrutura e carregamentos externos, além do carregamento exercido pelo vento, o qual é calculado de acordo com a NBR 6123. Como resultado das simulações, é obtida uma nova estrutura, com um *layout* diferente, porém, com um comportamento mecânico ainda dentro do aceitável, mantendo-se a segurança do projeto. Para alcançar estas metas, utiliza-se os métodos de otimização topológica e paramétrica através do *software* comercial *HyperWorks*. Outros importantes aspectos considerados são os fatores de produção, visto que, para a fabricação da estrutura, existe uma determinada faixa de valores para as dimensões das matérias-primas, como por exemplo a espessura de chapas de aço. Assim, ao fim do processo de otimização, modela-se em CAD (*Computer Aided Design*) o *layout* obtido considerando os valores comerciais e, em seguida, é realizada uma análise estrutural para validação. Por fim, é constatada uma redução de 54,59% na massa total da estrutura, em relação à estrutura original, sendo respeitados os critérios de projeto.

Palavras-chave: otimização topológica, otimização paramétrica, elementos finitos, projetos, Hyperworks.

ABSTRACT

FREDDO, Icaro P. S. Análise estrutural e otimização de um pórtico. 2017. 91 f. Monografia (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

The use of CAE (Computer Aided Engineering) tools, which involves optimizations and finite element analysis, became in the past few years a common practice during the steps of a project. It is due to the savings made by this procedure and the increase of the reliability through simulations. In this context, this study aims the application of optimizations methods and the structural analysis in order to solve a real engineering case, which consists of a structural verification of a gantry followed by the application of optimization methods in an attempt to propose a new lighter structure. Therefore, the static loadings are considered, as well as the self-weight of the structure and external loadings, besides the load exercised by the wind action, which is measured according to NBR 6123. As result of the simulations, it is obtained a new structure, with a different layout, however, with a mechanical behavior still acceptable, keeping the project security. In order to achieve these goals, topology and sizing optimization methods are used through the commercial software Hyperworks. Other important aspects considered are the manufacturing factors, whereas for a manufacturing of the structure there is a certain range of values for the dimensions of the raw materials, for example the thickness of steel plates. Thus, at the end of the optimization process the obtained layout it's modeled in CAD (Computer Aided Design) considering the commercial values, and then, it's realized a structural analysis for validation. In the end, it was observed a reduction of 54.59% in the total mass of the structure, compared to the original structure, respecting the design criteria.

Key-Words: topology optimization, sizing optimization, finite elements, design, Hyperworks.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Versão simplificada da estrutura do pórtico em estudo.....	12
Figura 2 – Representação das dimensões frontais principais e do posicionamento dos equipamentos no pórtico estudado.....	12
Figura 3 – a) Um modelo de elementos finitos de uma prótese de mão para halterofilismo b) Protótipo concluído de uma prótese de mão, ligado a uma barra	16
Figura 4 – Dois exemplos de estruturas otimizadas por Michell para uma viga com carregamento central	20
Figura 5 – Exemplos de topologias obtidas através do Método SIMP. a) Topologia apresenta escalas de cinza. b) Topologia sem escalas de cinza.....	26
Figura 6 – Representação gráfica da influência do fator de penalização na obtenção da solução ótima em uma otimização topológica	27
Figura 7 – Demonstração do problema de instabilidade xadrez em uma viga engastada. a) Domínio fixo estendido, b) Solução para 400 elementos discretizados e c) Solução para 6400 elementos discretizados	28
Figura 8 – Dependência do refinamento da malha em uma otimização topológica. a) 2700, b) 4800 e c) 17200 elementos.....	29
Figura 9 – Otimização topológica de uma torre de turbina eólica, sendo P_{wr} o peso do cubo e do rotor e F_w o impulso gerado pelo rotor. a) Domínio fixo estendido, b) Otimização sem a ação do vento, c) otimização com a ação do vento	33
Figura 10 – Fluxograma dos processos para otimização	35
Figura 11 – Domínio fixo estendido da otimização topológica da viga horizontal do pórtico (dimensões em milímetros)	36
Figura 12 – Variáveis de projeto da secção retangular para otimização paramétrica da viga vertical	38
Figura 13 – Deslocamentos verticais da viga original (em mm)	42
Figura 14 – Deslocamentos horizontais da viga original (em mm)	43

Figura 15 – Tensões de von Mises da viga original (em MPa).....	43
Figura 16 – Vista aproximada da concentração de tensões na viga original.....	44
Figura 17 – Deslocamentos horizontais da barra original (em mm)	45
Figura 18 – Tensões de von Mises da barra original (em MPa).....	45
Figura 19 – Otimização topológica (tamanho 30 mm, 18204 elementos, $p = 1$)	48
Figura 20 – Otimização topológica (tamanho 30 mm, 18204 elementos, $p = 2$)	48
Figura 21 – Otimização topológica (tamanho 35 mm, 13051 elementos, $p = 1$)	49
Figura 22 – Otimização topológica (tamanho 35 mm, 13051 elementos, $p = 2$)	49
Figura 23 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 10332 elementos, $p = 1$)	50
Figura 24 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 10332 elementos, $p = 2$)	50
Figura 25 – Comportamento da função objetivo da otimização topológica da viga, faces verticais (massa x iteração)	51
Figura 26 – Deslocamentos verticais das faces verticais da viga, otimização topológica (em mm)	52
Figura 27 – Tensões de von Mises das faces verticais da viga, otimização topológica (em mm).....	53
Figura 28 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 5904 elementos, $p = 1$)	54
Figura 29 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 5904 elementos, $p = 2$)	54
Figura 30 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 5904 elementos, $p = 3$)	55
Figura 31 – Otimização topológica (tamanho 60 mm, 2706 elementos, $p = 1$)	55
Figura 32 – Otimização topológica (tamanho 60 mm, 2706 elementos, $p = 2$)	56
Figura 33 – Otimização topológica (tamanho 60 mm, 2706 elementos, $p = 3$)	56
Figura 34 – Otimização topológica (tamanho 80 mm, 1472 elementos, $p = 1$)	57
Figura 35 – Otimização topológica (tamanho 80 mm, 1472 elementos, $p = 2$)	57
Figura 36 – Otimização topológica (tamanho 80 mm, 1472 elementos, $p = 3$)	58

Figura 37 – Comportamento da função objetivo da otimização das faces horizontais (massa em toneladas x iteração)	59
Figura 38 – Análise de deslocamento do perfil topológico das faces horizontais (em mm).....	60
Figura 39 – Análise de tensões do perfil topológico das faces horizontais (em MPa)	60
Figura 40 – Deslocamentos verticais da viga completa, otimização topológica (em mm).....	61
Figura 41 – Deslocamentos horizontais da viga completa, otimização topológica (em mm).....	62
Figura 42 – Análise das tensões na viga otimizada completa, otimização topológica (em MPa)	62
Figura 43 – Comportamento da função objetivo durante a otimização paramétrica da viga (massa em toneladas x iterações).....	64
Figura 44 – Representação das espessuras após o processo de otimização paramétrica da viga (em mm)	64
Figura 45 – Deslocamento vertical da viga parametrizada (em mm)	65
Figura 46 – Deslocamento horizontal da viga parametrizada (em mm)	66
Figura 47 – Tensões de von Mises da viga parametrizada (em mm).....	66
Figura 48 – Resultado das espessuras derivadas da otimização paramétrica da coluna (em mm)	67
Figura 49 – Convergência da função objetivo para a otimização paramétrica da barra (massa em toneladas x iteração)	68
Figura 50 – Deslocamento horizontal da coluna otimizada (em mm).....	68
Figura 51 – Tensões de von Mises sobre a coluna otimizada (em MPa)	69
Figura 52 – Deslocamento horizontal da coluna em função da fabricação (em mm) 70	
Figura 53 – Tensões de von Mises da barra em função da fabricação (em MPa)	70
Figura 54 – Deslocamentos do pórtico otimizado (em mm)	72

Figura 55 – Apresentação das tensões de von Mises no pórtico otimizado (em mm)	72
Figura 56 – Deslocamento do pórtico original (em mm).....	73
Figura 57 – Apresentação das tensões de von Mises do pórtico original (em MPa) .	73
Figura 58 – Mapa das isopletas de velocidade básica no Brasil	79
Figura 59 – Exemplo de TRIA3	82
Figura 60 – Exemplo de QUAD4	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Configuração das malhas discretizadas para a análise topológica da viga (faces verticais)	47
Tabela 2 – Configuração das malhas discretizadas para a análise topológica da viga (faces horizontais)	53
Tabela 3 – Comparação entre viga original e viga otimizada	63
Tabela 4 – Comparação entre os modelos de barra estudados	71
Tabela 5 – Comparação entre o projeto original e o projeto otimizado	74
Tabela 6 – Propriedades físicas do aço ASTM A-36	80
Tabela 7 – Propriedades mecânicas do aço ASTM A-36	80

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS

BEM – Boundary Element Method

CAD – Computer Aided Design

CAE – Computer Aided Engineering

ESO – Evolutionary Structural Optimization

FDM – Finite Difference Method

FEA – Finite Element Analysis

FSD – Fully Stressed Design

FVM – Finite Volume Method

MEF – Método dos Elementos Finitos

MMA – Method of Moving Asymptotes

NVH – Noise, Vibration and Harshness

OT – Otimização Topológica

SESO – Smooth Evolutionary Structural Optimization

SIMP – Simple Isotropic Material with Penalization

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Contexto do Tema	10
1.2	Caracterização do Problema	11
1.3	Objetivos	13
1.3.1	Objetivos gerais	13
1.3.2	Objetivos específicos	13
1.4	Justificativa	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	Método de Elementos Finitos	15
2.2	Otimização Estrutural	18
2.3	Otimização Topológica	21
2.3.1	Método SIMP	23
2.3.2	Método ESO	24
2.3.3	Problemas comuns em otimização topológica	25
2.4	Otimização Paramétrica	29
2.5	Otimização de Forma	30
2.6	Carregamento Devido ao Vento	31
3	METODOLOGIA	34
3.1	Descrição da Metodologia	34
3.1.1	Otimização da viga horizontal	36
3.1.2	Otimização das barras verticais	38
3.1.3	Análise estrutural e comparação de projetos	39
3.2	Justificativa da Metodologia	39
3.3	Produtos do Projeto	40
4	ANÁLISES INICIAIS	41
4.1	Determinação dos carregamentos devidos à ação do vento	41
4.2	Análise do projeto original	41
4.2.1	Análise estrutural da viga	42
4.2.2	Análise estrutural da coluna original	44
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	47
5.1	Otimização topológica da viga	47
5.1.1	Otimização das faces verticais	47
5.1.2	Verificação da resposta topológica das faces verticais da viga	52
5.1.3	Otimização das faces horizontais	53
5.1.4	Verificação da otimização topológica das faces horizontais da viga	60
5.1.5	Análise da viga completa	61
5.2	Otimização paramétrica da viga	63
5.3	Análise da viga parametrizada	65
5.4	Otimização das colunas	67
5.4.1	Otimização paramétrica da coluna	67
5.4.2	Análise da coluna em função da fabricação	69
5.1	Análise geral e comparação das estruturas	71
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	75
	REFERÊNCIAS	76

ANEXO A – MAPA DAS ISOPLETAS	79
ANEXO B – PRORIEDADES DO ASTM A-36	80
ANEXO C – CATÁLOGOS CONSULTADOS	81
ANEXO D – ELEMENTOS 2D UTILIZADOS	82
APÊNCIDE A – MEMORIAL DE CÁLCULO DAS FORÇAS DEVIDAS AO VENTO	83

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto do Tema

Muitas catástrofes históricas da engenharia surgiram de ações negligentes dentro de um projeto. Pontes que entraram em ressonância com o vento, prédios que desabaram, falhas mecânicas em automóveis, entre outros eventos, se inserem nesse palco. Pode-se citar, neste contexto, o famoso caso da Ponte Tacoma Narrows (ASTROPT, 2015).

Durante a realização de um projeto, seja este qual for, encontram-se várias restrições e variáveis, sejam elas do projeto propriamente dito ou regulamentadas por alguma norma específica. Dessa forma, torna-se, em um primeiro momento, muito oneroso o trabalho de se encontrar um “projeto ótimo” que atenda as especificações para o bom funcionamento, baixo custo de fabricação e que garanta segurança.

Em meio a necessidade de se encontrar os “mínimos e máximos” surgiu uma linha científica dentro da engenharia a qual denomina-se otimização estrutural, onde encontram-se três abordagens distintas (KIYONO, 2008):

- Otimização Paramétrica;
- Otimização de Forma;
- Otimização Topológica.

Este estudo insere-se dentro deste âmbito, de forma que serão utilizadas as otimizações paramétrica e topológica para resolver um problema real de engenharia, o qual constitui-se de uma investigação de superdimensionamento com o intuito de propor uma nova estrutura com mínimo peso.

1.2 Caracterização do Problema

Em qualquer ramo da indústria, o termo “competitividade” sempre está ligado a redução de custo. Existem vários métodos para a obtenção de uma maior eficiência de produção, dos quais podem ser citados os estudos e arranjos de *layout* de fábrica, manutenções preventivas e preditivas no maquinário, controle da ociosidade de funcionários e, sobretudo, a redução do desperdício de material.

Em um primeiro momento, ao se pensar sobre desperdício de matéria prima, pode-se imaginar problemas como refugo de peças as quais não atendem determinado padrão de qualidade especificado ou falta de planejamento na escolha da matéria prima. No entanto, um projeto mal dimensionado ou “superdimensionado” pode agregar alto custo em determinado produto principalmente a longo prazo e em produção seriada. Por outro lado, um projeto que não atenda as suas respectivas normas e não respeite os coeficientes de segurança pré-determinados, pode vir a ocasionar uma catástrofe, podendo não apenas colocar em risco a estabilidade econômica de uma empresa como também a vida de muitas pessoas.

Visando a redução de custo, com foco na otimização de material utilizado, este estudo tem por finalidade a investigação de um problema real de engenharia. Este caso foi percebido pelo aluno executante deste trabalho na *Empresa* – que solicitou sigilo de informações – em que trabalha. Para tanto, o projeto deve ser mantido dentro de determinados limites de segurança estrutural regidos por normas da empresa. A oportunidade caracteriza-se pela análise estrutural de um pórtico, onde se pretende investigar se há superdimensionamento e propor melhorias estruturais através de otimização. O pórtico é utilizado para a fixação de equipamentos que são produzidos por esta empresa. A Figura 1 apresenta a estrutura a ser otimizada com algumas simplificações.

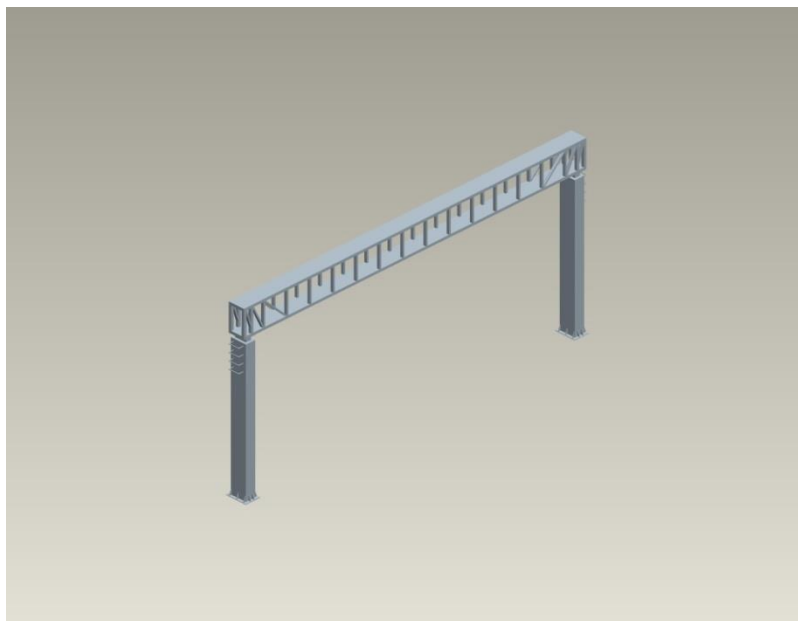


Figura 1 – Versão simplificada da estrutura do pórtico em estudo

Fonte: Autoria própria.

A estrutura em análise está sujeita a carregamentos estáticos, devidos aos pesos dos equipamentos que são fixados a ela. Estes consistem em um conjunto e são denominados de equipamentos “A”, “B” e “C”. Cada um dos equipamentos possui um peso de 800 N distribuído simetricamente, em um dos lados da estrutura, em relação ao plano central. A disposição deles sobre a viga treliçada pode ser verificada na Figura 2.

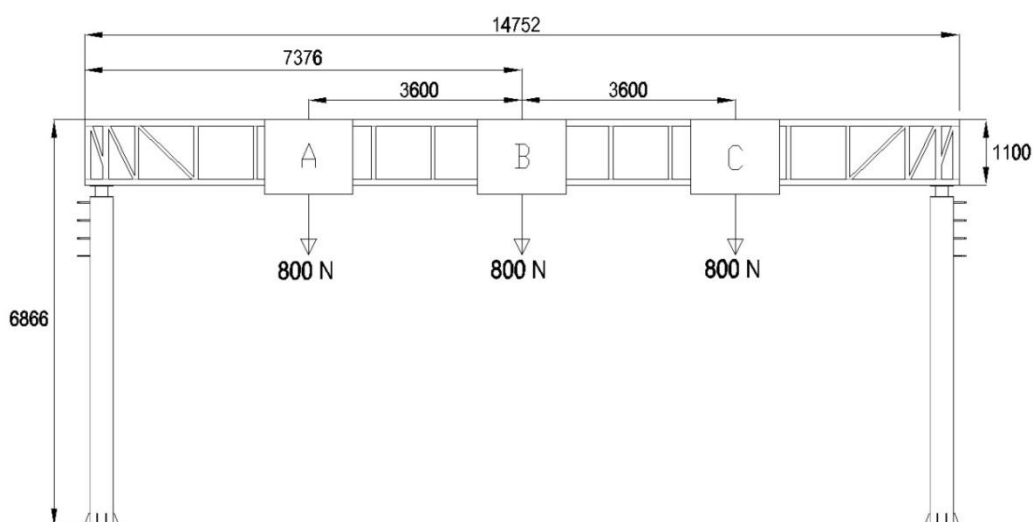


Figura 2 – Representação das dimensões frontais principais e do posicionamento dos equipamentos no pórtico estudado

Fonte: Autoria própria.

Além das cargas estáticas apresentadas, deve-se considerar, para fins de otimização, o peso próprio da estrutura, além do carregamento gerado pelo vento. Este último, é especificado de acordo com a NBR 6123:1988, que é explanada no capítulo 2.

Para este estudo de otimização também são consultadas as normas NBR 14428 referente à sinalização vertical viária e NBR 8800 que trata de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e de concreto em edifícios, com o intuito de utilizar as informações mais relevantes, a fim de aferir maior credibilidade e aplicabilidade ao estudo proposto.

O material das vigas analisadas foi mantido o mesmo do projeto original da empresa, o ASTM A-36, cujas propriedades poder ser vistas no ANEXO B.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos gerais

Este estudo objetiva a exploração e compreensão por parte do aluno de ferramentas CAE (*Computer Aided Engineering*) e métodos de otimização na análise de uma estrutura tipo pórtico. Pretende-se propor uma configuração estrutural mais eficiente, com o auxílio de um *software* comercial de elementos finitos associado à otimização.

1.3.2 Objetivos específicos

Como fruto desta pesquisa, busca-se:

- Investigar, através do Método de Elementos Finitos, o comportamento da estrutura proposta;
- Utilizar-se das normas regulamentadoras NBR 6123 (Forças devidas ao vento em edificações) e NBR 8800 (Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios) e NBR 14428 (Sinalização vertical viária) para definição das variáveis de projeto e restrições;
- Utilizar a otimização topológica e paramétrica para obtenção de um *layout* de uma nova estrutura;

- Comparar a estrutura investigada e a estrutura obtida por otimização;
- Calcular a redução de material obtida com a estrutura otimizada;
- Calcular os coeficientes de segurança finais da estrutura otimizada.

1.4 Justificativa

O campo dos elementos finitos é uma área ascendente no âmbito da engenharia. Especificamente, a otimização topológica vem crescendo desde a década de 80, quando Bendsøe e Kikuchi (1988) realizaram um estudo em estruturas utilizando um método de homogeneização. Dessa forma, torna-se atrativa esta área do ponto de vista de conhecimento focando no mercado de trabalho. Além disso, neste trabalho são implícitos conhecimentos de projeto mecânico, fabricação, além da necessidade de familiarização com normas técnicas.

Não obstante tenha sido realizado o trabalho com fins acadêmicos, o estudo de um caso real de engenharia, em parceria com a empresa em que o aluno executante trabalha, gera benefícios para os dois lados: o financeiro para a empresa, através de uma possível redução de custo com estruturas e o do conhecimento para o aluno, devido ao estudo aprofundado de métodos de otimização somados aos estudos de softwares de métodos dos elementos finitos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Método de Elementos Finitos

Em algumas áreas da engenharia, o Método dos Elementos Finitos também pode ser referido como Análise por Elementos Finitos. De forma simplificada, esta técnica pode ser explicada como um meio de se obter soluções aproximadas para problemas complexos de engenharia partindo-se de condições de contorno de um determinado domínio em estudo.

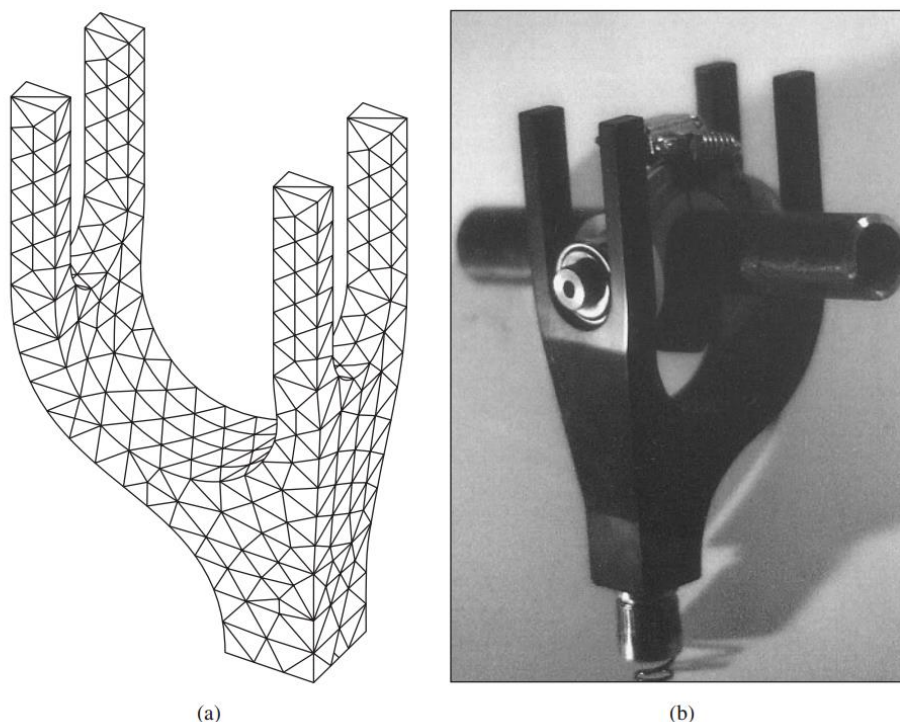
Essas condições de contorno são definidas como os valores especificados das variáveis sobre os limites – fronteiras – deste domínio.

Sendo um domínio de um problema qualquer, o qual possui um volume constituído de materiais com propriedades físicas conhecidas e, ainda, admitindo-se um caso bidimensional, busca-se a determinação de uma única variável $\phi(x, y)$ em cada ponto $P(x, y)$. De forma a se considerar uma equação diferencial governante conhecida que satisfaça todos os pontos, assim, existe a possibilidade de se obter uma solução matemática exata. Porém, em problemas reais, normalmente os domínios são complexos, tais como a equação governante e, muitas vezes, a probabilidade de obtenção de uma solução de forma fechada é muito baixa.

Por esse motivo, em grande parte dos casos de engenharia são utilizadas técnicas numéricas, tais como o método de elementos finitos, com o auxílio computacional, visando à obtenção de soluções aproximadas com boa acurácia (HUTTON, 2003).

O MEF utiliza-se da divisão do dado domínio, passando a representá-lo por um conjunto de partes menores, chamadas de elementos finitos. A partir deste particionamento, as funções de aproximação podem ser construídas de forma sistemática. Estas funções são necessárias para os cálculos que são aplicados em cada elemento finito do domínio a fim de encontrar a solução aproximada. Assim, o método dos elementos finitos difere-se dos tradicionais método de Rayleigh-Ritz e do método dos resíduos ponderados pela forma de obtenção das funções de aproximação.

As funções de aproximação dependem da geometria dos elementos e, também, do número e localização dos nós no elemento e, ainda, das quantidades a serem interpoladas. O conjunto de elementos finitos constituem a malha de elementos finitos, um exemplo pode ser visto na Figura 3.



**Figura 3 – a) Um modelo de elementos finitos de uma prótese de mão para halterofilismo
b) Protótipo concluído de uma prótese de mão, ligado a uma barra**

Fonte: Hutton (2003, p. 16).

Uma vez que as funções de aproximação são definidas, a forma de obtenção das relações algébricas é mesma dos métodos de Rayleigh-Ritz e resíduos ponderados.

Uma análise típica de elementos finitos pode ser descrita em seis etapas (REDDY, 1993).

1. Discretização do domínio em um conjunto de elementos finitos: Consiste em construir a malha de elementos finitos pré-selecionada, enumerar nós e elementos e gerar as propriedades geométricas necessárias para o problema.
2. Derivação das equações do elemento para todos os elementos da malha: Isto é feito através da formulação variacional da equação

diferencial. Assume-se que a variável dependente é da forma como segue na Eq. (1).

$$u = \sum_{i=1}^n u_n \psi_i \quad (1)$$

De forma que u_n é o valor da solução nos nós do elemento finito e ψ_i é a função de aproximação.

Sendo substituída na formulação variacional para obter as equações dos elementos na Eq. (2):

$$[K^e]\{u^e\} = \{F^e\} \quad (2)$$

Assim, $[K^e]$ representa a matriz de rigidez, $\{u^e\}$ é o vetor de deslocamentos e $\{F^e\}$ é o vetor de carregamentos.

A seguir, devem ser derivadas, ou selecionadas, as funções de interpolação e, então, calculam-se as matrizes dos elementos.

3. Montagem das equações dos elementos para obter as equações do problema completo. Deve-se identificar as condições de continuidade interelementares entre as variáveis primárias, relacionando os nós dos elementos e nós globais. As condições de equilíbrio entre as variáveis secundárias também devem ser encontradas e, então, devem ser montadas as equações dos elementos.
4. Impor as condições de contorno do problema. Neste passo, deve-se identificar os graus de liberdade globais especificados, primários e secundários.
5. Solução das equações montadas.
6. Pós-processamento dos resultados. Esta é a etapa final, na qual são calculados os gradientes da solução ou outros valores desejados para os graus de liberdade primários. Por fim, são apresentados os resultados.

Além do MEF, outros métodos numéricos são de grande importância dentro do âmbito da engenharia, dentre eles, podem-se citar o Método dos Elementos de

Contorno, o Método dos Volumes Finitos e o Método das Diferenças Finitas. O BEM (*Boundary Element Method*) é uma técnica eficiente para problemas de acústica e NVH (*Noise, vibration and harshness*) e, assim como o MEF, utiliza-se de nós e elementos finitos. No entanto, como o próprio nome sugere, este método apenas considera os contornos externos do domínio. Por sua vez, no FVM (*Finite Volume Method*) os valores são calculados em volumes discretos sobre uma geometria genérica. Através do teorema da divergência, as integrais de volume em uma equação diferencial que contém um termo de divergência são convertidas em integrais de superfície. Estes termos são, então, avaliados como fluxos nas superfícies de cada volume finito. Como o fluxo que entra em um dado volume é idêntico ao fluxo que sai do volume adjacente, este método é considerado conservador, sendo muito utilizado em pacotes computacionais para análise dinâmica de fluidos. Por último, o FDM (*Finite Difference Method*) utiliza a série de Taylor para converter uma equação diferencial para uma equação algébrica. No processo de conversão, os termos de ordem superior são negligenciados. O FDM se diferencia do MEF, BEM e FVM pelo fato de fazer a discretização das equações diferenciais, enquanto estes fazem a discretização de uma forma integral das equações (ALTAIR UNIVERSITY, 2015).

2.2 Otimização Estrutural

Na otimização estrutural, busca-se adequar o projeto de forma que satisfaça certos objetivos que garantam o bom funcionamento da estrutura e a segurança. Estes objetivos são os critérios estruturais que avaliam a qualidade do projeto, tais como mínimo custo de fabricação, ciclo de vida, minimização da massa e a maximização da rigidez, os quais, dependendo do cenário, podem aparecer como restrições. Além disso, outros fatores de fabricação podem limitar os resultados da otimização. Por exemplo, o tipo e as dimensões dos elementos estruturais disponíveis no mercado. Visto que este tipo de otimização pode definir a forma, topologia e geometria da estrutura, como também os parâmetros dimensionais e propriedade dos elementos estruturais, nem sempre os resultados obtidos são idênticos aos componentes comerciais.

Entre os pesquisadores com contribuições significativas na área de otimização está Galileo que, em 1638, iniciou a teoria da flexão pura de vigas e utilizando-se do critério de resistência uniforme, otimizou o formato de uma viga engastada com largura constante e carregamento na extremidade. Desta forma, provando que, para que se tenha uma resistência igual em todas as seções da viga, o formato desta deve ser parabólico. Este resultado pôde ser considerado como uma tendência na otimização, conhecido como FSD (*Fully Stressed Design*). Visto que em estruturas estaticamente determinadas as forças internas não dependem das dimensões dos membros que as compõe, é possível provar que condições de resistência uniforme levam ao peso mínimo. Não obstante, em estruturas estaticamente indeterminadas, as dimensões dos membros influenciam as forças internas, assim, nestes casos, esta condição não necessariamente resultaria no peso mínimo e, também, não é explícito haja apenas uma configuração dimensional como resposta para os membros, o que fornece a condição de resistência uniforme.

Maxwell, em 1869, foi responsável pela formulação de uma teoria que fomentou o desenvolvimento de estruturas treliçadas com peso mínimo. Seu estudo demonstrou que, para um dado sistema de cargas aplicadas, se uma estrutura que apresente apenas tensões de tração ou compressão puder ser obtida, esta estrutura possui o menor peso possível. Maxwell também formulou um método para encontrar o volume total de material necessário para resistir as tensões nesta estrutura.

Com base no trabalho de Maxwell, em 1904, Michell propôs a formulação para a obtenção do menor peso para estruturas reticuladas, o que forneceu a base para muitos estudos na otimização topológica de estruturas. O principal resultado obtido nesta teoria é o fato de que os membros da estrutura otimizada devem situar-se ao longo das linhas da deformação principal. Desta forma, os membros de tensão e compressão cruzam-se ortogonalmente formando uma malha na estrutura (GANDOMI et al., 2013). A Figura 4 apresenta modelos de estruturas otimizadas por Michell.



Figura 4 – Dois exemplos de estruturas otimizadas por Michell para uma viga com carregamento central

Fonte: GANDOMI et al., (2013 p. 31).

A otimização de estruturas pode possuir um ou mais objetivos a serem alcançados. Para isto, deve-se respeitar limitações impostas caracterizadas pelas funções de restrição, as quais por muitas vezes são implícitas, descontínuas e não convexas. Em geral, os problemas de otimização podem ser propostos conforme a Eq. (3).

$$\text{Minimizar } F(s) \quad (3)$$

$$\text{Tal que: } g_j(s) \leq \chi, \quad \text{para } j = 1, \dots, k$$

$$S_i^{inf} \leq S_i \leq S_i^{sup}, \quad \text{para } i = 1, \dots, n$$

De forma que s é o vetor das variáveis de projeto, $F(s)$ é a função objetivo que deve ser minimizada, por exemplo, a flexibilidade de uma estrutura. Como restrições tem-se $g_j(s)$, limitada a um valor χ , e S_i limitada entre valores superiores e inferiores. Os três principais tipos de otimização estrutural são a otimização paramétrica, de forma e topológica (GANDOMI et al., 2013).

Otimizações de forma, paramétrica e topológica possuem diferentes focos dentro do projeto estrutural. Na otimização paramétrica, o objetivo pode ser a obtenção de uma espessura ótima para uma determinada placa ou, em outros casos, as áreas ideais das seções dos membros de uma treliça. A principal característica deste método consiste no fato de que o domínio do projeto, assim como os carregamentos e pontos de fixação, são mantidos fixos durante o processo

de otimização. Diferentemente, a otimização de forma caracteriza-se pela busca do “domínio ótimo”, sendo agora, o próprio domínio a variável de projeto. Por fim, a otimização topológica, ou OT, a ser tratada a seguir, define características tais como o número, formato e localização de “furos” no domínio e, também, a conectividade do domínio.

2.3 Otimização Topológica

O propósito deste método é encontrar o *layout* ótimo da estrutura dentro de uma região de projeto especificada, de forma que os únicos dados conhecidos são as cargas aplicadas, os tipos de suporte, o volume da estrutura a ser otimizada e, possivelmente, algumas restrições de projeto (BENDSØE; SIGMUND, 2013).

A otimização topológica de estruturas contínuas pode ainda ser descrita como um procedimento para organizar racionalmente o material disponível no espaço de projeto, de forma a eliminar o material que não é necessário (GANDOMI et al., 2013), através da utilização de um algoritmo de otimização. Este espaço de projeto, também denominado como domínio fixo estendido (KIYONO, 2008), pode ser dividido em duas partes, denominadas domínio de projeto e domínio não projetável, sendo este último definido como as regiões onde existem concentrações de tensão devidas aos suportes ou carregamentos externos e, portanto, não podem ser alteradas durante a otimização (GANDOMI et al., 2013).

No método da otimização topológica, faz-se o uso de um “modelo de material” que é a equação que determina a mistura em microescala de dois ou mais materiais, de forma que um deles pode possuir densidade zero, ou seja, ser um elemento “vazio”, e o outro ser um elemento sólido (KIYONO, 2008). Assim, para materiais isotrópicos, este modelo pode ser descrito pela Eq. (4).

$$C(x) = \chi(x)C_0 \quad (4)$$

Desta forma, tem-se que C_0 é a propriedade básica do material a ser distribuído no domínio e $\chi(x)$ é uma função discreta a qual caracteriza a estrutura em otimização, sendo definida em todos os pontos domínio. Esta função é descrita de acordo com a Eq. (5).

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \Omega_D \\ 0 & \text{se } x \in \Omega \setminus \Omega_D \end{cases} \quad (5)$$

De forma que Ω_D representa a região onde existe material, que está inserida no domínio Ω .

No entanto, existe a possibilidade de não haver uma solução para o problema na forma discreta, sendo necessário tratá-lo como contínuo, ou seja, permitir que as variáveis assumam valores intermediários entre 0 e 1. Este “artifício” é denominado como relaxação do problema. Inicialmente não há significado físico para estes valores intermediários, sendo tratados apenas como um recurso para a obtenção da solução.

Em comparação com os outros tipos de otimização, a otimização topológica demonstra ser tecnicamente muito desafiadora, além de ser a mais recompensadora economicamente. Ao invés de definir os limites para os membros da estrutura, a OT fornece maior liberdade e permite ao projetista criar conceitos totalmente novos e com grande eficiência. Esta esfera iniciou-se com o marco do artigo publicado por Bendsøe e Kikuchi, em 1988, desde então, os estudos em métodos numéricos para este tipo de otimização tem sido ampliados consideravelmente. Muitos destes métodos são baseados em FEA, sendo o domínio de projeto discretizado em uma malha de elementos finitos. Como fruto destas pesquisas, métodos de OT foram desenvolvidos para aplicações práticas, incluindo o método SIMP (*Simple Isotropic Material with Penalization*) e o método ESO (*Evolutionary Structural Optimization*) (HUANG; XIE, 2010).

O artigo publicado por Bendsøe e Kikuchi (1988), o qual deu início a metodologia de otimização topológica de estruturas mecânicas fazendo uso do método da homogeneização, foi desenvolvido como forma alternativa para a otimização de forma, visto que a implementação desta para casos reais, ou em outras palavras, tridimensionais, era muito mais complicada.

A prática da OT abrange muitos campos para diversos tipos de estruturas. Simonetti, Almeida e Neto (2014) avaliaram a influência do peso próprio em uma OT de estruturas elásticas 2D, utilizando o método SESO (*Smooth Evolutionary Structural Optimization*). A técnica consiste em uma suavização do método ESO e foi utilizada em modelos de bielas e tirantes. Foi verificado que o peso da estrutura

influencia de forma positiva o processo de otimização e também o *layout* da estrutura, ainda que cargas mais elevadas sejam aplicadas à estrutura. Isso ocorreu pois houve uma distribuição do peso próprio de cada elemento, modificando a configuração das tensões internas.

Simonetti, Neves e Almeida (2010), realizaram estudos utilizando os métodos ESO e SESO para problemas de elasticidade plana linear, onde foram considerados a minimização do volume a qual foi restringida por um limite de tensão. Também utilizou-se um índice de performance para monitorar a busca pela região ótima. No artigo, constatou-se necessário fazer testes preliminares com o objetivo de calibrar as taxas de rejeição e evolucionária, pois altos valores acarretavam a singularidade da estrutura. Verificou-se que tanto ESO quanto SESO apresentaram uma dependência da malha de elementos finitos, sendo o SESO menos sensível. No entanto, este problema, assim como o “tabuleiro de xadrez”, que é uma anomalia que caracteriza-se por um padrão de elementos sólidos e vazios adjacentes e alternados comum à otimização topológica, foram resolvidos pela utilização de um filtro de densidade de tensão.

2.3.1 Método SIMP

A formulação SIMP é um método de densidade no qual, para cada ponto de um domínio Ω , define-se o valor da densidade através de uma equação matemática em função da propriedade efetiva do material (KIYONO, 2008). Este método busca distribuir o material sobre o domínio fixo estendido de projeto, que está sujeito à restrições, minimizando a função objetivo. Todo o domínio estendido é discretizado em uma malha fixa de elementos finitos. Cada elemento possui densidade, sendo estas as variáveis de projeto. O processo busca determinar densidades relativas para estes elementos, de forma que seu valor varie entre 0 e 1, no entanto, existem valores intermediários de densidades que são gerados devido a relaxação do problema discreto, os quais aparecem nos resultados como “escalas de cinza”, sendo um problema verificado no pós-processamento. Como forma de minimizar este problema, o SIMP utiliza uma técnica de penalização das densidades aparentes, o qual evita o excesso de ocorrências destas densidades. (ZHOU; CHEN; HUANG, 2009).

Segundo Kiyono (2008), para reduzir as “escalas de cinza” que ocorrem em função das “pseudo-densidades”, os valores intermediários são penalizados de acordo com a Eq. (6):

$$\rho(x) = \gamma(x)^q \rho_0 \quad (6)$$

Ou ainda, considerando o módulo de elasticidade do material isotrópico:

$$E(x) = \gamma(x)^p E_0 \quad (7)$$

Sendo $\gamma(x)$ uma função que representa a distribuição contínua da variável de projeto, variando entre $0 < \gamma_{min} \leq \gamma(x) \leq 1$, onde γ_{min} é adicionado para evitar instabilidades numéricas, $\rho(x)$ e $E(x)$ são o valor da densidade e do módulo de elasticidade para cada elemento do domínio, respectivamente, e ρ_0 e E_0 representam a densidade e o módulo de elasticidade do material base, respectivamente. Os expoentes “q” e “p” são os fatores que penalizam os valores intermediários, sendo estes a principal característica deste método (AREMU et al., 2010), visto que tendem a potencializar a função $\gamma(x)$ aumentando sua efetividade no desaparecimento das densidades aparentes.

2.3.2 Método ESO

Criado no início dos anos 90 pelos pesquisadores Xie e Steven, o método ESO baseia-se em remover gradualmente materiais “ineficientes” da estrutura. Através deste procedimento, o domínio inicial irá evoluir para uma topologia ótima. No entanto, teoricamente, não se pode garantir que através deste processo obter-se-á a melhor configuração de todas. Não obstante, o método ESO proporciona uma ferramenta útil para engenheiros e arquitetos que se interessam por se aprofundar no projeto conceitual, buscando estruturas com formas mais eficientes (HUANG; XIE, 2010).

Uma forma confiável de se determinar quais partes da estrutura estão sendo utilizadas de forma ineficiente, é através da análise de elementos finitos. De forma ideal, a estrutura deve ter elementos com níveis de tensão similares. Logo, tem-se um critério de rejeição para a remoção do material pouco utilizado, sendo o elemento deletado da malha.

Para obter-se o nível de tensão de cada elemento da malha, pode ser realizada uma comparação, por exemplo, considerando a tensão de von Mises de cada elemento σ_e^{vm} e a tensão máxima em toda a estrutura $\sigma_{m\acute{a}x}^{vm}$. Os elementos que satisfazem a condição da Eq. (8) são deletados.

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{m\acute{a}x}^{vm}} < \text{Taxa de rejei\c{c}\~{a}o}_i \quad (8)$$

A análise é feita iterativamente utilizando-se a mesma taxa de rejeição até o momento em que se atinge o regime permanente, de forma que todos os elementos que satisfazem a condição em relação a taxa atual já foram deletados. A seguir, uma taxa evolucionária é adicionada a taxa de rejeição de acordo com a Eq. (9).

$$\text{Taxa de rejei\c{c}\~{a}o}_{i+1} = \text{Taxa de rejei\c{c}\~{a}o}_i + \text{Taxa evolucion\c{a}ria} \quad (9)$$

Com o aumento da taxa de rejeição, a iteração prosseguirá até um novo estado de regime permanente. O processo evolucionário prossegue até o nível de otimização desejada ser alcançado.

2.3.3 Problemas comuns em otimização topológica

Segundo Bendsøe e Sigmund (2013), existem dois importantes problemas que podem surgir durante a utilização da otimização topológica. O primeiro é conhecido como “Tabuleiro de xadrez” e caracteriza-se pelo aparecimento de espaços alternados com elementos sólidos e vazios, o que está associado discretização do problema. O segundo, é a dependência da malha de elementos finitos. Esta, por sua vez, refere-se ao aparecimento de mais de uma solução com o variar dos tamanhos de malha e mudanças na discretização do domínio. No entanto, de acordo com Kiyono (2008), ainda há uma terceira complicação que pode ser encontrada, conhecida como Escala de Cinza, ou *Gray Scale*. Sendo entendida como a presença de “materiais com características intermediárias”.

2.3.3.1 Escala de cinza

Um artifício muito utilizado na otimização topológica é o “relaxamento” das variáveis de projeto. Desta forma, através de uma solução matemática e, sendo as variáveis contínuas, o problema pode ser resolvido (ZHOU; CHEN; HUANG, 2009).

No entanto, ao se tentar resolver o problema discreto, esta prática acaba por gerar materiais intermediários, as escalas de cinza, como pode ser visto na Figura 5. Assim, existe a necessidade de fazer com que a distribuição de material seja caracterizada pela distribuição discreta de valores, ou seja, devem ser obtidos unicamente elementos vazios e sólidos, de forma que seja possível fabricar a estrutura. Isto pode ser resolvido através da utilização dos fatores de penalização no modelo do material, porém, caso sejam utilizados altos valores para estes fatores no início do processo iterativo, haverá problemas na formulação discreta.

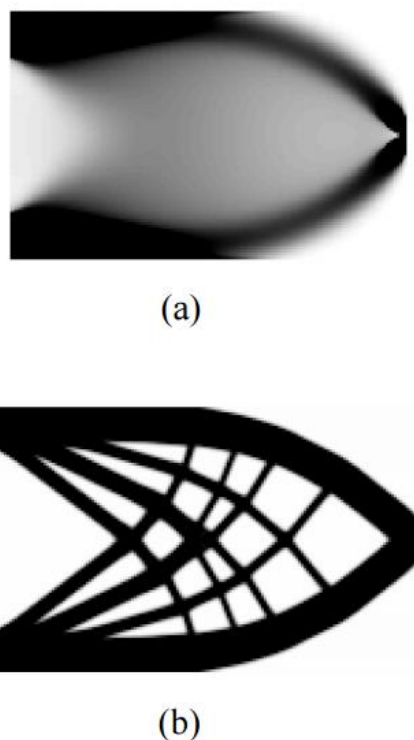


Figura 5 – Exemplos de topologias obtidas através do Método SIMP. a) Topologia apresenta escalas de cinza. b) Topologia sem escalas de cinza

Fonte: Adaptado de AREMU et al., (2010).

Os métodos de penalização costumam apresentar um problema em relação à função objetivo, isso se dá pelo fato de que estas técnicas aumentam o grau desta função, fazendo com que exista mais mínimos locais, o que dificulta a busca pelo mínimo global. Para melhor compreender esta influência, tem-se na Figura 6 a representação das funções $f(\gamma)$ e $f(\gamma^3)$. Nota-se que a primeira função é convexa, por sua vez, a segunda função apresenta vários mínimos locais. Desta forma, ao iniciar a otimização com $p = 1$ há uma maior probabilidade do método convergir para

o mínimo global e, com o posterior aumento do fator de penalização, o método deve convergir para um mínimo próximo ao global. Vale ressaltar que, o motivo de não se utilizar apenas penalizações de primeiro grau deve-se ao fato de que alguns problemas apresentam dificuldade em convergir para uma solução discreta.

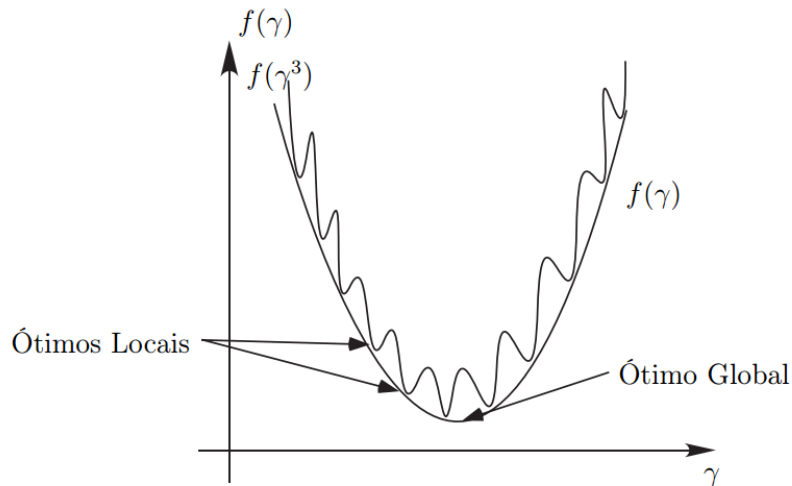


Figura 6 – Representação gráfica da influência do fator de penalização na obtenção da solução ótima em uma otimização topológica

Fonte: Kiyono (2008 p. 60).

Assim, é interessante o uso dos métodos de continuação. Estes métodos limitam o valor da penalização de seu valor inicial até um certo valor máximo. Dessa forma, a continuação ocorre durante o processo iterativo, sendo o valor da penalização incrementado a cada solução obtida até chegar no valor limite. Portanto, o método da continuação reduz a probabilidade de que a otimização topológica limite-se a um mínimo local (KIYONO, 2008).

2.3.3.2 Instabilidade de xadrez

Este fenômeno caracteriza-se pela aparição de trechos na estrutura em forma de tabuleiros de xadrez. Especificamente, esta anomalia ocorre devido a atribuição de densidade em elementos finitos adjacentes de forma alternada, gerando elementos sólidos e elementos vazios. A origem deste problema está relacionada com as características da aproximação por elementos finitos e, mais precisamente, devido a má modelagem numérica a qual superestima a rigidez dos “tabuleiros” (BENDSØE; SIGMUND, 2013). A Figura 7, apresenta um exemplo de problema de instabilidade de xadrez.

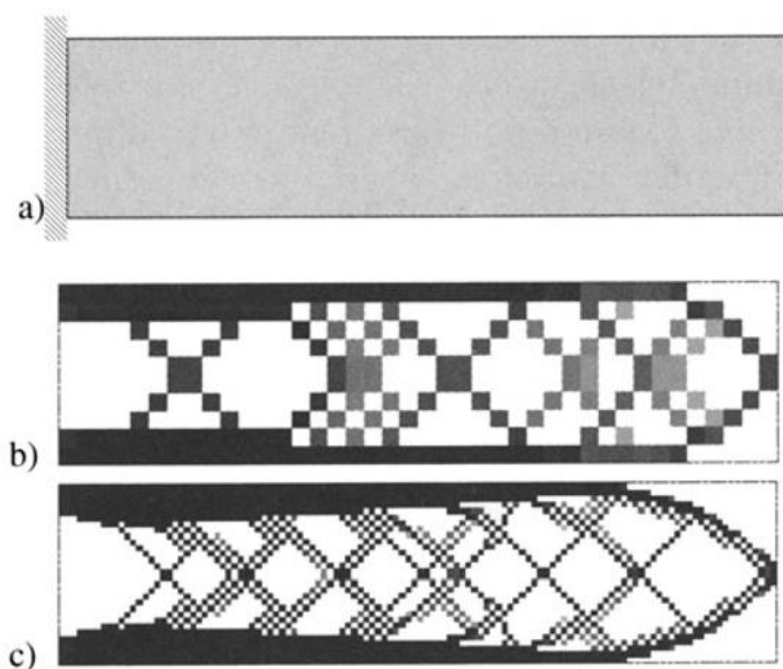


Figura 7 – Demonstração do problema de instabilidade xadrez em uma viga engastada. a) Domínio fixo estendido, b) Solução para 400 elementos discretizados e c) Solução para 6400 elementos discretizados

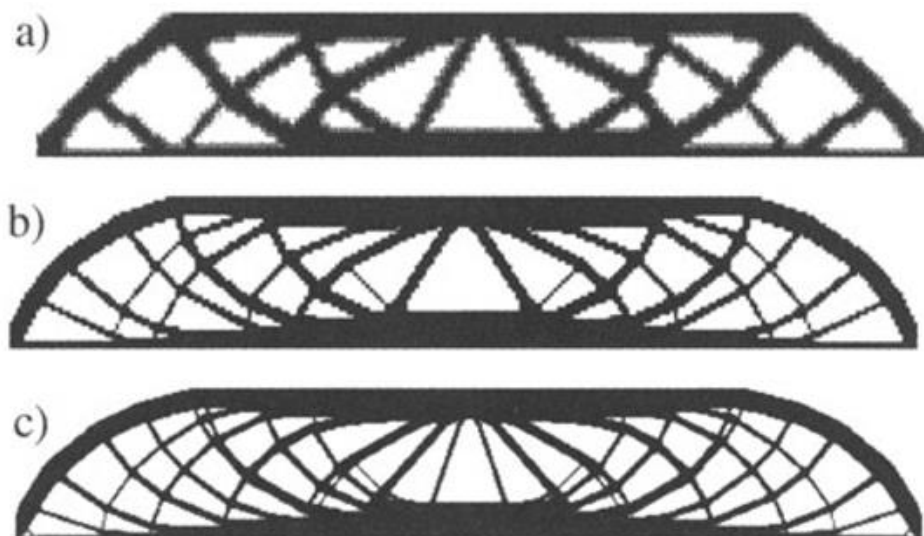
FONTE: BENDSØE; SIGMUND (2013 p. 39).

O aumento da ordem dos elementos finitos utilizados na discretização pode fazer desaparecer a instabilidade xadrez, no entanto, esta prática exige um acréscimo substancial do tempo de processamento. Existem também, para fins de solução deste problema, métodos que inserem artifícios na malha de elementos que tendem a filtrar as densidades (BENDSOE; SIGMUND, 2013).

2.3.3.3 Dependência da malha

A princípio, dado um domínio discretizado em elementos finitos, pode-se intuir que o aumento do refino da malha trará como resultado uma solução ótima mais precisa. No entanto, este raciocínio não é sempre correto em otimização topológica.

Considerando-se o problema onde um dado domínio fixo discretizado, o qual é sujeito a aplicação de determinados carregamentos e restrições, é otimizado com diferentes graus de refinamento da malha, obter-se-ão diferentes topologias como soluções ótimas, de forma que na medida em que a discretização aumenta também aumenta-se a quantidade de membros da estrutura (KIYONO, 2008), como pode ser verificado na Figura 8.



**Figura 8 – Dependência do refinamento da malha em uma otimização topológica. a) 2700, b) 4800 e c) 17200 elementos
 FONTE: BENDSØE; SIGMUND (2013 p. 30).**

Dois cenários são identificados como responsáveis pela dependência da malha. O primeiro, caracteriza-se pela manifestação numérica do fato de não existir solução para o problema, o que faz com que sejam obtidas diferentes soluções com a alteração do refino da malha. O segundo, deve-se as condições de contorno aplicadas ao problema, as quais podem fazer o problema não possuir unicidade de solução (KIYONO, 2008).

2.4 Otimização Paramétrica

A otimização paramétrica tem como função o dimensionamento dos componentes da estrutura visando o cumprimento de um determinado objetivo. Dentre as metas principais na utilização deste método, pode-se citar a redução de massa. Neste método, as variáveis de projeto normalmente são as dimensões que definem a área da seção transversal dos componentes da estrutura, e as restrições podem ser devidas à tensões ou deformações, ou ainda, pelas limitações dadas pelo fato de que as variáveis de projeto, em casos práticos, possuem valores discretos, ou seja, apresentam dimensões padronizadas comerciais.

Assim, os elementos que compõe a estrutura podem ser divididos em grupos que têm as mesmas variáveis de projeto, de forma a padronizá-la para eventual

fabricação. Porém, isto pode acabar “sacrificando” parcialmente a otimização, visto que alguns componentes poderão se tornar mais “robustos” que o necessário.

Segundo Gandomi et al. (2013), esta metodologia de otimização pode ser realizada através das seguintes etapas:

1. Primeiramente deve ser definido a geometria, os contornos e os carregamentos que envolvem o problema da estrutura em análise;
2. Devem ser selecionadas as variáveis de projeto, sendo estas independentes ou não entre si. Para a formulação do problema de otimização também são necessárias as definições das restrições;
3. Realiza-se a análise por elementos finitos, onde as respostas obtidas (tensões e deslocamentos) são avaliadas;
4. Caso seja utilizado um otimizador o qual baseia-se em gradiente, devem ser calculadas as sensibilidades da função objetivo e das restrições;
5. As variáveis de projeto serão otimizadas até que o critério de convergência do algoritmo utilizado seja satisfeito, dessa forma obter-se-á a solução ótima. Caso contrário, as variáveis de projetos serão atualizadas e haverá uma nova iteração desde a etapa 3.

No campo científico, verificam-se diversos estudos no que concerne a otimização paramétrica de estruturas. LIMA et al. (2005), fizeram uso da análise paramétrica para avaliar a influência do parâmetro β (razão de larguras dos membros horizontal e vertical) no comportamento global de juntas soldadas em perfis tubulares quadrados, com a finalidade de avaliar o valor do parâmetro regulamentado pelo *Eurocode 3*, norma europeia que rege o projeto de estruturas de aço.

2.5 Otimização de Forma

Na otimização de forma, busca-se a melhoria do desempenho da estrutura. Para isto, cria-se uma nova configuração de contorno a qual deve minimizar uma determinada função objetivo e obedecer todas as restrições impostas. Tal configuração pode ser obtida através de um método numérico.

Os passos para a realização da otimização de forma podem ser descritos da seguinte maneira (GANDOMI et al., 2013):

1. Para que a otimização tenha início, se faz necessário que a geometria estudada esteja definida, sendo seus contornos modelados por *B-splines* cúbicas as quais são determinadas por um conjunto de pontos chave. Como variáveis de projeto, as quais podem ou não ser independentes entre si, pode-se utilizar algumas coordenadas destes pontos;
2. Para se obter o modelo de elementos finitos, utiliza-se um gerador automático de malhas. Realiza-se, então, a análise e as tensões e deslocamentos são avaliados;
3. As sensibilidades da função objetivo e restrições são calculadas por diferenças finitas ou métodos semi analíticos, caso seja usado um otimizador baseado em gradiente;
4. Obtenção de uma nova estrutura com as variáveis de projeto otimizadas. Caso o critério de convergência utilizado no algoritmo de otimização seja satisfeito, a solução obtida é definida como ótima. Porém, caso isto não ocorra, uma nova geometria é definida e retorna-se ao passo 2 e, assim, o processo é feito novamente.

2.6 Carregamento Devido ao Vento

Em muitas pesquisas na esfera da otimização topológica são levados em conta carregamentos provenientes de fatores externos e “sazonais”. Dependendo da localidade da instalação da estrutura ou de sua aplicação, estes fatores podem variar desde a pressão de um fluido sobre estruturas em problemas hidroestáticos, como o carregamento gerado pelo peso da neve em uma estrutura civil (ZAKHAMA et al, 2007). Dentre esta classe de carregamentos, pode-se considerar o efeito das cargas geradas pela ação do vento sobre estruturas. No Brasil, a NBR 6123:1988 é a norma que regulamenta os métodos de cálculo das forças devidas ao vento em edificações, sendo os passos descritos a seguir provenientes desta.

A componente global da força estática, na direção do vento, pode ser determinada pela Eq. (10):

$$F_a = C_a q A_e \quad (10)$$

Sendo F_a é a força de arrasto, C_a é o coeficiente de arrasto que pode ser calculado conforme a seção 6.3 da NBR 6123:1988, q é a pressão dinâmica, a qual será abordada na sequência, e A_e é a área frontal efetiva, que representa a área de projeção ortogonal da edificação, estrutura ou elemento estrutural sobre um plano perpendicular à direção do vento.

A pressão dinâmica é calculada através da Eq. (11).

$$q = 0,613 V_k^2 \quad (11)$$

A variável V_k corresponde a velocidade característica do vento, a qual, por sua vez, é determinada pela Eq. (12).

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 \quad (12)$$

A velocidade básica do vento V_0 é caracterizada como “a velocidade de uma rajada de 3 s, excedida em média uma vez em 50 anos, a 10 m acima do terreno, em campo aberto e plano”, e pode ser determinada de acordo com a região através do gráfico de isopletas presente no anexo A. Os valores para os fatores S_1 , S_2 e S_3 podem ser determinados conforme descrito nas seções 5.2 a 5.5 da NBR 6123:1988.

Zakhama et al (2007), realizaram um estudo sobre o efeito do carregamento do vento em problemas de otimização topológica em uma torre de turbina eólica. Neste artigo, consideraram-se as forças de arrasto para um problema bidimensional, sendo a função objetivo caracterizada pela minimização da elasticidade da estrutura. Para tanto, utilizaram-se os métodos MMA (*Method of Moving Asymptotes*) e SIMP. A Figura 9 traz os resultados obtidos, considerando-se a otimização com e sem a ação do vento. Observa-se que a estrutura otimizada é diferente quando se considera a ação do vento.

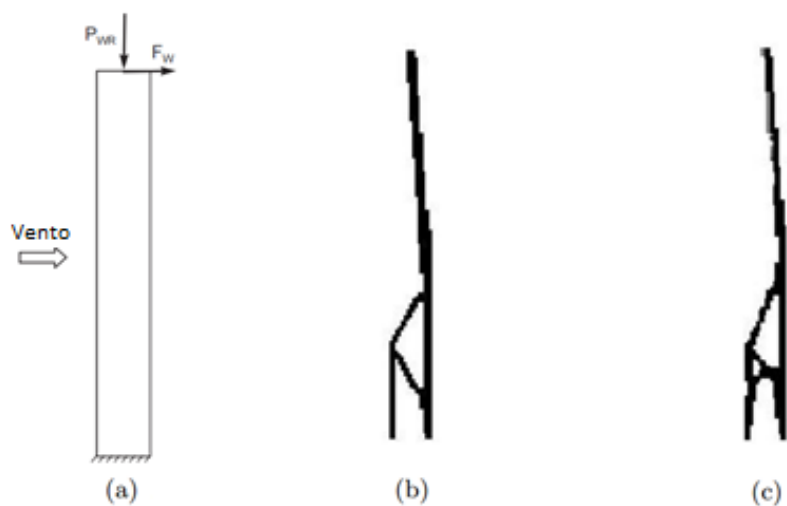


Figura 9 – Otimização topológica de uma torre de turbina eólica, sendo P_{wr} o peso do cubo e do rotor e F_w o impulso gerado pelo rotor. a) Domínio fixo estendido, b) Otimização sem a ação do vento, c) otimização com a ação do vento

Fonte: Adaptado de ZAKHAMA et al. (2007).

3 METODOLOGIA

3.1 Descrição da Metodologia

Inicialmente, é necessário avaliar o carregamento dado pelas ações do vento sobre a estrutura, segundo a NBR 6123. A partir disso, realiza-se uma investigação para verificar e validar a hipótese de superdimensionamento da estrutura original, além de se obter dados importantes sobre o comportamento desta, quando impostas as cargas atuantes.

Para o estudo proposto, define-se, segundo a Eq. (13), o seguinte escopo inicial para a otimização:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize Massa} \\ & \text{Tal que: } \sigma_i < \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{escoamento}}{1.5} \\ & \Delta_I < \Delta_{crit} \end{aligned} \quad (13)$$

De forma que σ_i corresponde a tensão em cada elemento da malha de elementos finitos do domínio e σ_{adm} corresponde a tensão máxima admissível que equivale à tensão de escoamento do material dividida pelo coeficiente de segurança determinado pela empresa (correspondente a 1,5). Os valores Δ_I e Δ_{crit} são os deslocamentos de cada elemento e os deslocamentos críticos que serão limitados para cada análise, respectivamente.

Para a otimização da viga, há interesse em se obter uma estrutura com comportamento semelhante ao da viga original. O motivo desta restrição é fomentado pelo risco de danos aos equipamentos montados, devidos à grandes movimentações (balanços) da estrutura quando posta em situações de carregamento crítico, principalmente, estimulados pelo vento. Desta forma, usa-se como parâmetros adequados os resultados obtidos na análise da estrutura original, estes valores são apresentados na seção 4.2.1.

Para facilitar a análise e melhor especificar as restrições de cada componente da estrutura, divide-se o pórtico em duas partes, sendo elas a viga horizontal (treliça) e as barras verticais (colunas) que dão a sustentação. As análises são divididas da seguinte forma:

3.1.1 Otimização da viga horizontal

Para a otimização da viga horizontal, escolhe-se a otimização topológica, visto que esta propicia uma maior redução de massa. A OT também tende a gerar formas de estruturas treliçadas, que é o caso da viga horizontal em questão. Para tanto, faz-se necessário, inicialmente, definir o domínio fixo estendido (Ω), que é o volume onde é realizada a otimização. O volume das dimensões externas da viga horizontal já está definido por projeto prévio da empresa, dadas as determinações das larguras de vias e espaçamentos das barras em relação ao acostamento, além do dimensional vertical e posicionamento do equipamento instalado. Visto que uma alteração nesses parâmetros traria incompatibilidade mecânica e a necessidade de alteração dos equipamentos. Assim, o domínio fixo considerado é o volume externo já definido pela empresa, que pode ser observado na Figura 11.

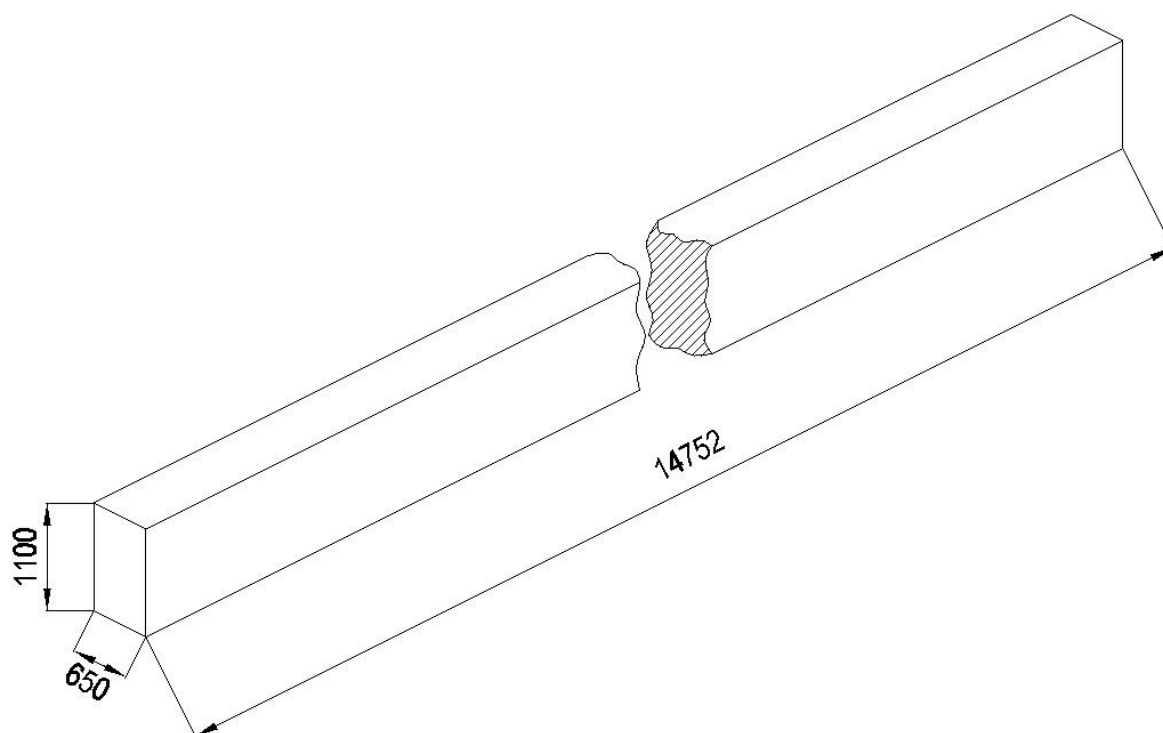


Figura 11 – Domínio fixo estendido da otimização topológica da viga horizontal do pórtico (dimensões em milímetros)

Fonte: Autoria própria.

A fim de assegurar a coerência da análise, mantem-se os materiais utilizados em cada elemento da estrutura, o ASTM A-36.

Os carregamentos atuantes na viga são considerados estáticos, sendo caracterizados pelo peso dos equipamentos e o peso da própria estrutura, além da componente global da força estática do vento, que incide ortogonalmente à face frontal da viga. A discretização do domínio é realizada com elementos 2D de primeira ordem.

3.1.1.1 Otimização topológica da viga horizontal

No pré-processamento, modela-se a estrutura em duas partes. A primeira corresponde as faces verticais da viga (dimensões 14752 x 1100 mm), na qual se obtém o perfil topológico gerado devido a uma resposta à influência da ação dos pesos da estrutura e dos equipamentos, considerando-se assim, a ação da gravidade como $9,8 \text{ m/s}^2$ e a aplicação das cargas dos pesos dos equipamentos distribuídas, de acordo com a Figura 2. A segunda, representa as faces horizontais (dimensões 14752 x 650 mm), onde gera-se um perfil resistente à ação do vento incidente perpendicularmente à região frontal da estrutura, sendo aplicado de forma distribuída. Ambas foram modeladas como placas com espessura igual às chapas da viga original, 6,35 mm.

Antes do início das simulações, realiza-se uma análise de convergência da malha para o dado domínio fixo. Após a definição das restrições de projeto e função objetivo (pré-processamento), segue-se para as fases de processamento, pós-processamento e verificação. Nestas etapas utiliza-se o pacote de *software* de elementos finitos *HyperWorks* da *Altair University* (versão estudantil).

Visto que o problema proposto trata-se de um caso real de engenharia, são necessários certos cuidados quanto à interpretação dos resultados obtidos, principalmente no que concerne a obtenção de geometrias complexas as quais apresentam alto custo de fabricação devido à processos especializados de alto valor agregado. Para se atingir o objetivo principal do trabalho – redução de material visando a redução de custo da estrutura – é necessário adaptar a seção do perfil otimizado aproximando-o para perfis de fabricação simples, como chapas dobradas e cantoneiras, o que reduz consideravelmente o custo. Também são utilizadas, durante as otimizações, restrições de simetria. Isto encerra a etapa de pós-processamento, com a modelagem do *layout* em função da fabricação.

Na etapa de verificação, o *layout* proposto é analisado visando verificar sua robustez frente ao carregamento aplicado. Nessa etapa é possível ainda realizar uma otimização dos perfis fabricáveis propostos, usando otimização paramétrica ou simplesmente uma varredura de intervalo de valores admissíveis para as variáveis de projeto. Os perfis são modelados em CAD (*Computer Aided Design*) e analisados no *Hyperworks* de forma gradativa em função dos parâmetros dimensionais comerciais, sendo escolhido como “perfil ótimo” aquele que, dentre os que são aprovados estruturalmente, apresentar o menor custo.

3.1.2 Otimização das barras verticais

Para este caso, opta-se por um outro método de otimização, o paramétrico. Esta escolha é dada essencialmente pelo fato do comportamento da otimização topológica gerar uma “distribuição de furos” dentro do domínio fixo, o que acaba criando formas mais complexas que exigem componentes soldados ou juntas aparafusadas, encarecendo o projeto.

Visto que o método paramétrico usa como variáveis as dimensões do elemento em análise, como espessura, largura ou comprimento. As variáveis disponíveis para a otimização são as dimensões A, B e t como ilustradas na Figura 12.

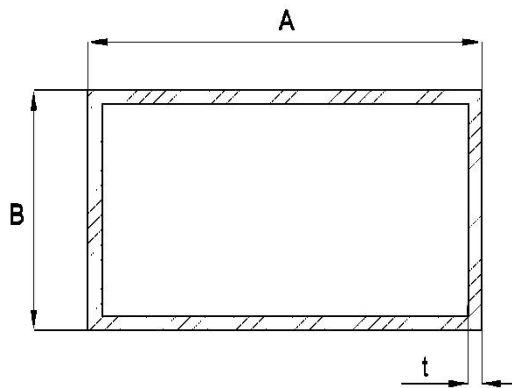


Figura 12 – Variáveis de projeto da secção retangular para otimização paramétrica da viga vertical

Fonte: Autoria própria.

Optou-se pela otimização da variável “t” (espessura). Para esta simulação, não foi alterado o comprimento da barra, visto que esta é restringida devido à limitação

de altura do pórtico por norma regulamentadora e requisitos pré-estabelecidos de projeto.

Assim como na otimização da viga, para as barras foi realizada uma análise de convergência do modelo, sendo o domínio discretizado com elementos 2D de primeira ordem. No entanto, para este caso não é considerada como restrição nenhum deslocamento, pois verifica-se através das simulações que este fator não teve grande influência “funcional” na estrutura quando não restringido.

Após a obtenção dos modelos da otimização paramétrica, se faz o modelamento em CAD da estrutura, visando à fabricação, utilizando-se de parâmetros comerciais. Após o modelamento, é realizada uma análise estrutural para validação.

3.1.3 Análise estrutural e comparação de projetos

Para verificar os ganhos com este estudo de otimização, realiza-se a análise estrutural comparativa entre a estrutura “antiga” e a estrutura proveniente do layout gerado. Avaliando-se a redução da massa e confrontando os resultados provenientes da aplicação dos carregamentos.

3.2 Justificativa da Metodologia

A metodologia descrita na sessão 3.1 é escolhida devido aos seguintes fatores:

- Oportunidade de aprendizado de software de elementos finitos (a empresa em que o aluno, executante do estudo, trabalha está avaliando a possibilidade de aquisição deste tipo de software);
- A otimização topológica apresenta maior redução de massa;
- A otimização paramétrica apresenta uma forma simples, prática e eficiente para proposição de melhorias das barras verticais;
- A metodologia apresenta uma forma de resolução aplicável ao cotidiano da indústria;

3.3 Produtos do Projeto

Após a análise da redução de material do pórtico, existe a possibilidade da aplicação do *layout* obtido, caso seja economicamente mais interessante que o anterior, em um novo desenvolvimento do projeto da estrutura, o que irá gerar uma redução de custos para a empresa. Além disso, as características da estrutura obtida poderão servir como biblioteca de conhecimento útil para novos projetos.

4 ANÁLISES INICIAIS

4.1 Determinação dos carregamentos devidos à ação do vento

Antes do início das análises e otimizações, é necessário definir a magnitude dos carregamentos gerados pela ação do vento sobre a estrutura. Para tanto, considera-se a situação mais crítica, que corresponde ao vento que incide perpendicularmente à região frontal do pórtico.

O memorial de cálculo para obtenção da força de arrasto está disponibilizado no Apêndice A. Para estruturas verticas e horizontais, tem-se diferentes coeficientes de arrasto, desta forma, as forças atuantes sobre a viga e a coluna são calculados separadamente. Assim, obtém-se os seguintes resultados:

- Para a viga, a força de arrasto devido ao vento é $9180,3N$, sendo a carga distribuída na face;
- Para as colunas (barras), a força de arrasto devido ao vento é $892,69N$, sendo a carga distribuída na face (por coluna).

4.2 Análise do projeto original

Antes do início dos processos de otimizações, é necessário validar a hipótese de superdimensionamento do projeto original. Para tanto, realizam-se análises estruturais simuladas através do software *HyperWorks*. O pré-processamento consiste na modelagem da viga e das colunas, as quais são analisadas separadamente nesta etapa. As cargas atuantes consideradas são: os pesos próprios da estrutura e equipamentos e a ação da força de arrasto na viga e nas barras. Uma análise da estrutura completa é apresentada após o fim das otimizações, quando compara-se o pórtico otimizado com o original.

Esta simulação também agrega conhecimento sobre o comportamento da estrutura original. Isto serve para nortear alguns dos valores esperados para a otimização, como por exemplo, os deslocamentos. Estes valores são importantes pois, visto que equipamentos eletrônicos são montados na estrutura, grandes movimentações podem causar danos ou mal funcionamento, o que é indesejável para o projeto.

Quanto à malha de elementos finitos, discretiza-se os domínios com elementos de casca, de primeira ordem, do tipo TRIA3 e QUAD4 (Especificações no Anexo D). Para a viga utilizou-se 17841 elementos e para a coluna 9654 elementos.

4.2.1 Análise estrutural da viga

Como avaliação da viga original, são observados os deslocamentos vertical e horizontal, além da tensão de von Mises, demonstrados nas Figuras 13, 14 e 15, respectivamente. Os resultados são obtidos considerando o peso da estrutura e dos equipamentos (representados pelas placas quadradas), somados ao carregamento do vento.

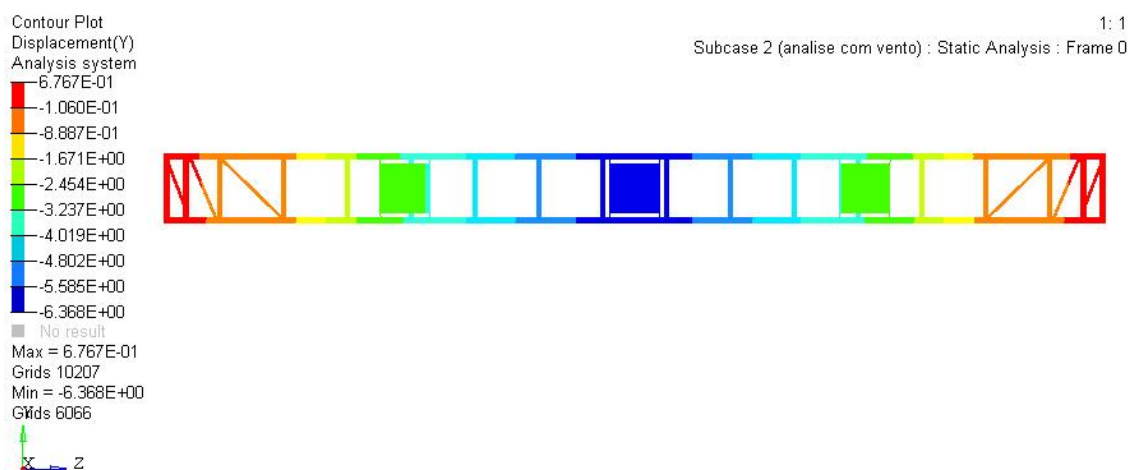


Figura 13 – Deslocamentos verticais da viga original (em mm)
Fonte: Autoria própria.



Figura 14 – Deslocamentos horizontais da viga original (em mm)

Fonte: Autoria própria.

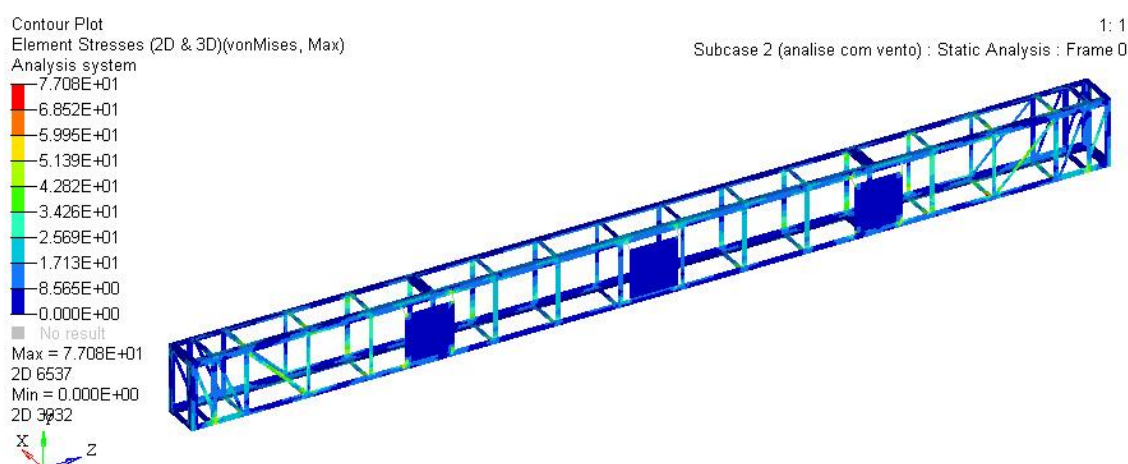


Figura 15 – Tensões de von Mises da viga original (em MPa)

Fonte: Autoria própria.

No plano vertical, Figura 13, é percebido um maior deslocamento na região central, de magnitude 6,368 mm, no sentido negativo do eixo y. Para o plano horizontal, tem-se uma distribuição “menos homogênea” dos deslocamentos. Na Figura 14, evidencia-se um deslocamento maior na região superior central, dada pela tendência de torção da estrutura em torno do eixo z, de magnitude 8,665 mm, influenciada pela força do vento.

Quanto às tensões de von Mises, verifica-se uma maior concentração nas regiões intermediárias da viga, aproximando-se mais dos pontos de apoio do que do centro da estrutura. O maior valor encontrado foi 77,08 MPa localizados nas regiões de encontro entre as cantoneiras e as chapas de reforço, como vê-se na Figura 16.

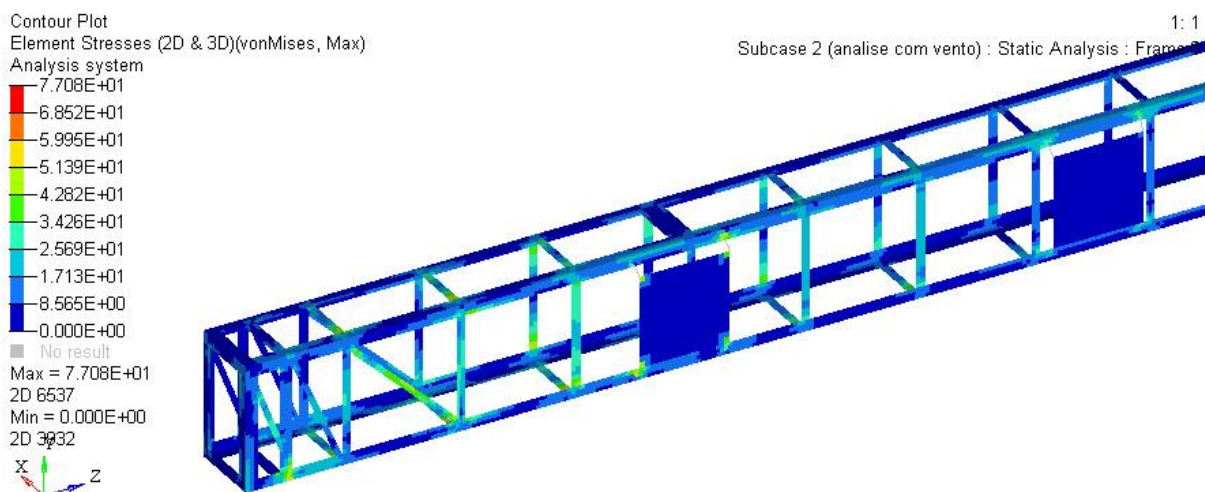


Figura 16 – Vista aproximada da concentração de tensões na viga original
Fonte: Autoria própria.

Assim, utiliza-se como critério de análise o coeficiente de segurança estipulado pela empresa ($CS = 1,5$), sendo possível analisar a existência do superdimensionamento. Através da Eq. (14) pode-se avaliar o coeficiente de segurança da estrutura em estudo.

$$CS = \frac{\sigma_{escoamento}}{\sigma_t} \quad (14)$$

Assim, tem-se que:

$$CS = \frac{250}{77,08} \cong 3,24$$

Desta forma, é verificada a existência do superdimensionamento na viga.

4.2.2 Análise estrutural da coluna original

Realiza-se a análise da coluna considerando, além do peso próprio, somado ao peso dos equipamentos e efeito do carregamento do vento na coluna, também a metade do peso da viga e metade do efeito da força de arrasto sobre a viga. Nesta primeira análise, foca-se em verificar o comportamento da coluna quando sujeita a

tais carregamentos. Os deslocamentos no plano horizontal e tensões de von Mises podem ser observados respectivamente nas Figuras 17 e 18. O deslocamento vertical também foi simulado, porém, por ser desprezível, é suprimido deste estudo.

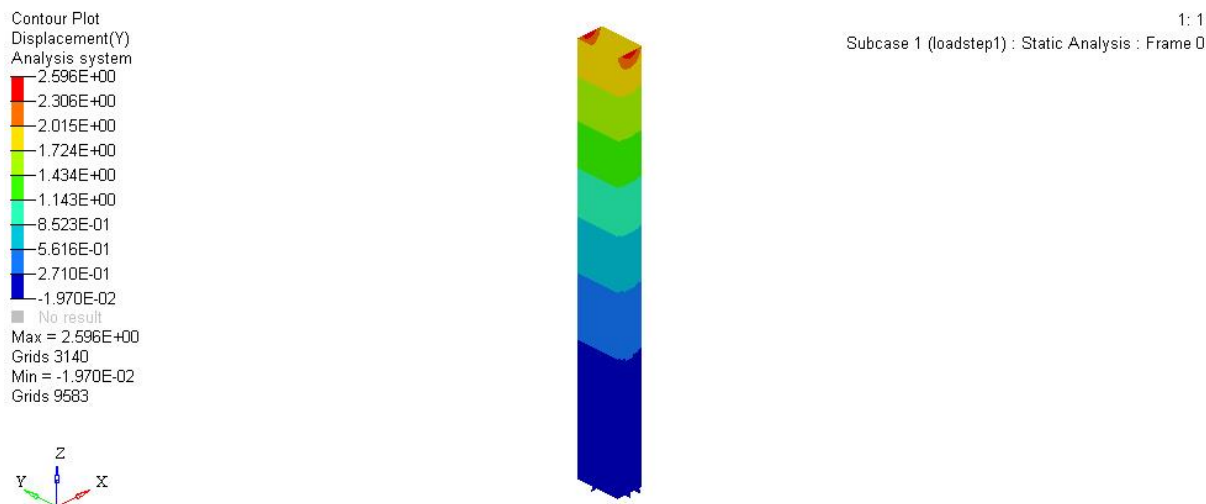


Figura 17 – Deslocamentos horizontais da barra original (em mm)

Fonte: Autoria própria.

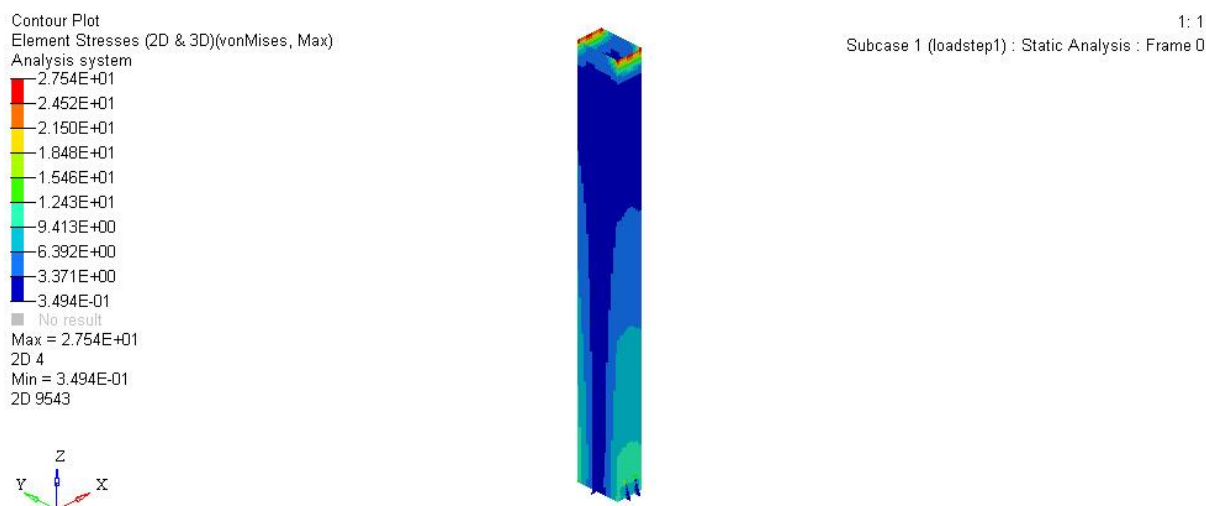


Figura 18 – Tensões de von Mises da barra original (em MPa)

Fonte: Autoria própria.

Verifica-se que o maior deslocamento acontece na parte superior da coluna, na região de contato com a viga, sendo a amplitude máxima desse deslocamento 2,596 mm no sentido positivo do eixo y.

Através da Figura 18 vê-se que as maiores concentrações de tensão acontecem no topo da coluna, nas regiões de contato com a viga. Porém, mesmo antes da realização do cálculo, fica evidente o superdimensionamento, visto que o valor máximo encontrado, 27,54 MPa, é relativamente baixo.

Utiliza-se novamente a Eq. (14) para verificar o coeficiente de segurança da estrutura original.

$$CS = \frac{250}{27,54} \cong 9,08$$

O coeficiente encontrado é aproximadamente 6 vezes maior que o estipulado pela empresa. Sendo assim, evidencia-se o superdimensionamento.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O escopo principal deste estudo é a otimização de um pórtico, tendo como função objetivo a redução da massa da estrutura. No entanto, durante a execução das simulações, são verificadas algumas características de interesse dentro do assunto de otimização topológica, as quais, inclusive, são abordadas na fundamentação teórica deste trabalho. São elas a influência da malha e a escala de cinza. Desta forma, os resultados são expostos de maneira que se explicitem estes problemas e, também, verifique-se como eles são solucionados.

5.1 Otimização topológica da viga

Realiza-se uma otimização da viga através de elementos 2D. Sendo assim, divide-se a viga em “faces verticais” correspondentes as faces de dimensão 14752x1100 mm e “faces horizontais” que representam as faces de dimensão 14752x650 mm.

5.1.1 Otimização das faces verticais

Visto que a quantidade de elementos influencia diretamente nos perfis obtidos na otimização topológica (quantidade de membros da treliça), analisou-se três diferentes malhas. A Tabela 1, traz as configurações utilizadas para cada malha.

Tabela 1 – Configuração das malhas discretizadas para a análise topológica da viga (faces verticais)

Simulação	Tamanho (quantidade) de elementos	Tipo de elemento	Ordem dos elementos	Penalização (P)
1	30 (18204)	2D (QUAD)	Primeira	1 e 2
2	35 (13051)	2D (QUAD)	Primeira	1 e 2
3	40 (10332)	2D (QUAD)	Primeira	1 e 2

Fonte: Autoria própria.

As Figuras 19, 20, 21, 22, 23 e 24 apresentam os resultados da otimização com domínio discretizado com 18204, 13051 e 10332 elementos, simula-se cada

malha com penalidades $p = 1$ e $p = 2$, respectivamente, referentes ao método SIMP, utilizado pelo *HyperWorks*. Conforme recomendação do manual do *software*, considerou-se para a obtenção dos perfis apenas os elementos com mais de 30% de densidade relativa.

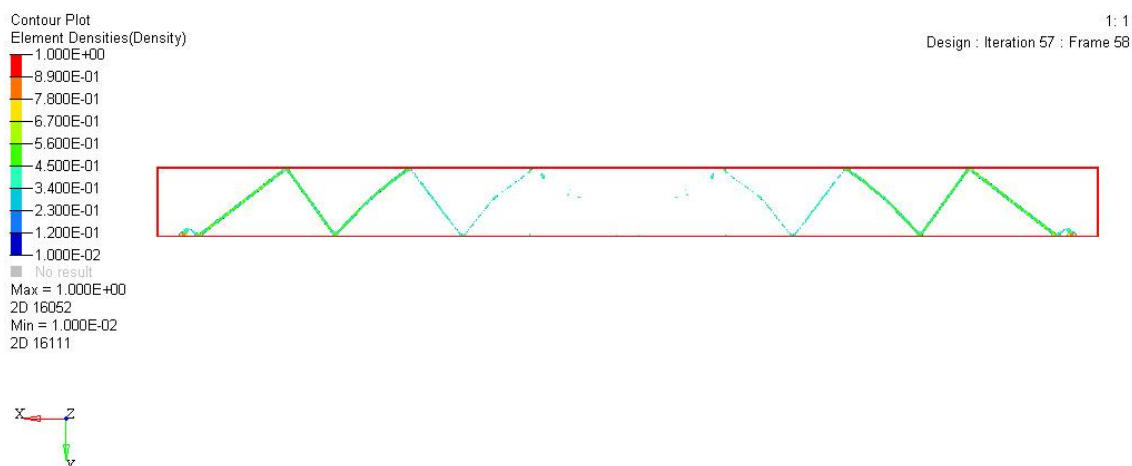


Figura 19 – Otimização topológica (tamanho 30 mm, 18204 elementos, $p = 1$)

Fonte: Autoria própria.

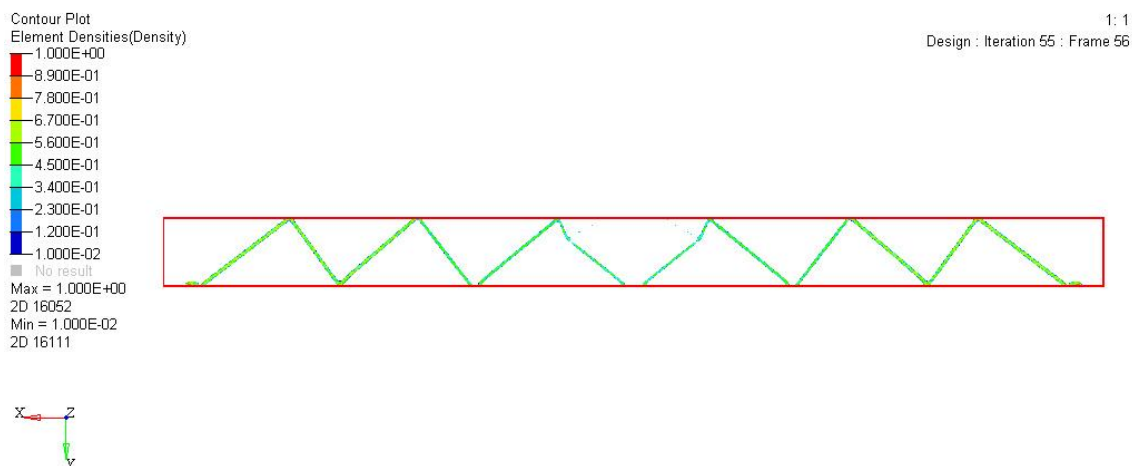


Figura 20 – Otimização topológica (tamanho 30 mm, 18204 elementos, $p = 2$)

Fonte: Autoria própria.

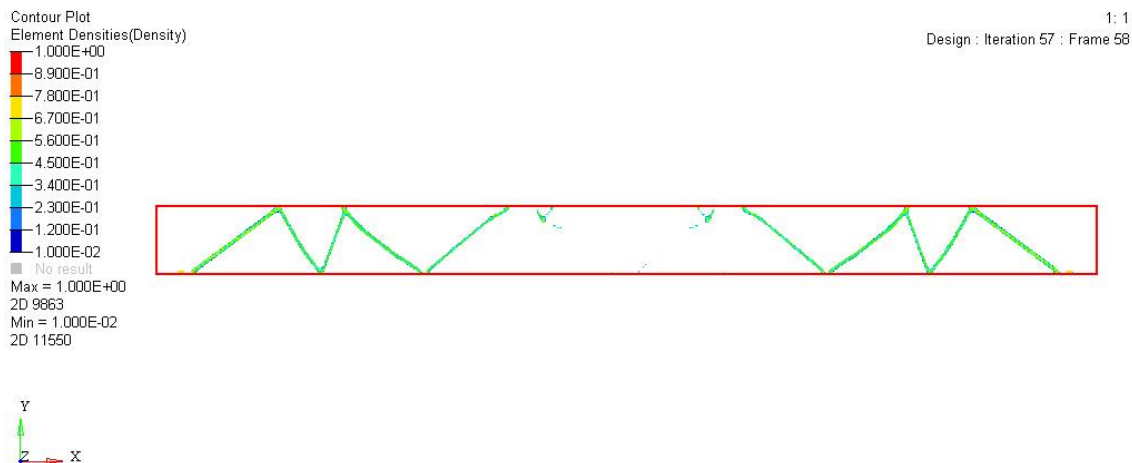


Figura 21 – Otimização topológica (tamanho 35 mm, 13051 elementos, $p = 1$)
Fonte: Autoria própria.

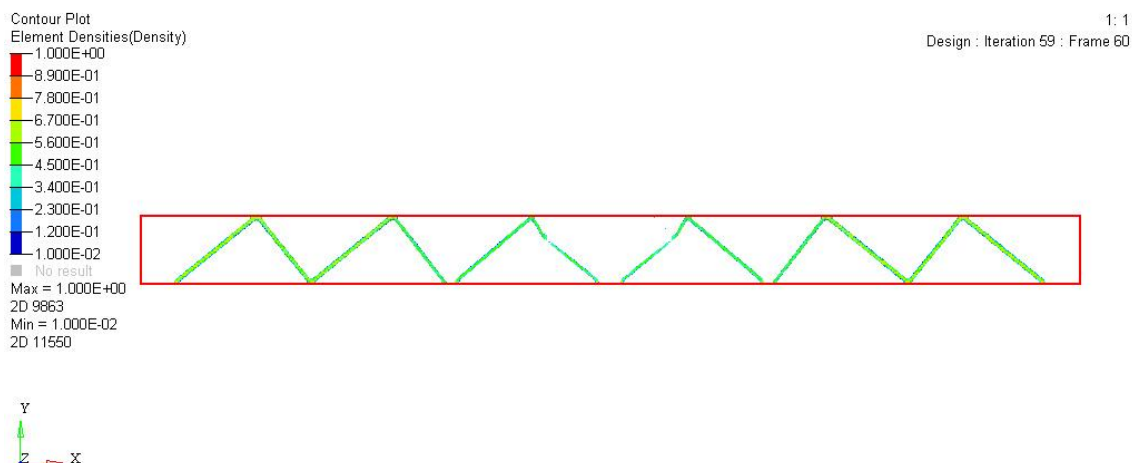


Figura 22 – Otimização topológica (tamanho 35 mm, 13051 elementos, $p = 2$)
Fonte: Autoria própria.

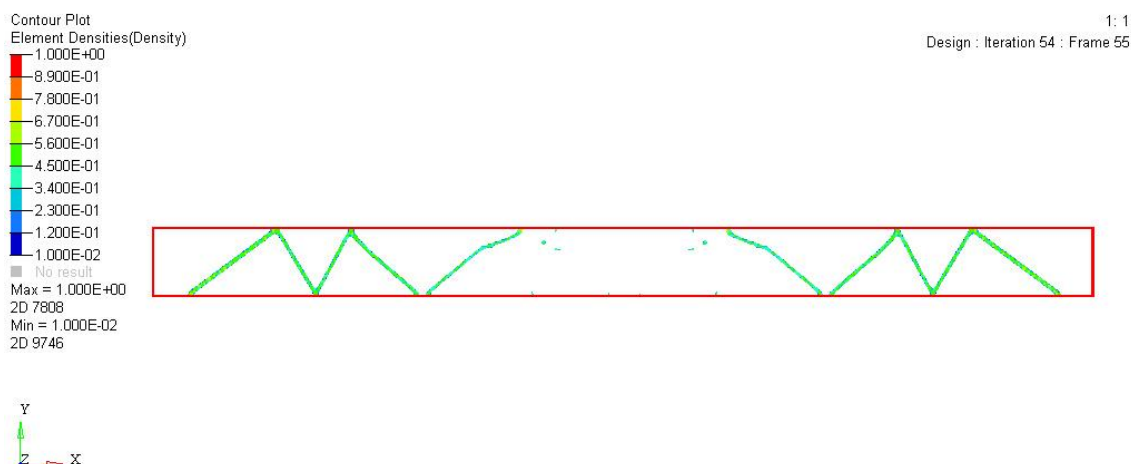


Figura 23 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 10332 elementos, $p = 1$)
Fonte: Autoria própria.

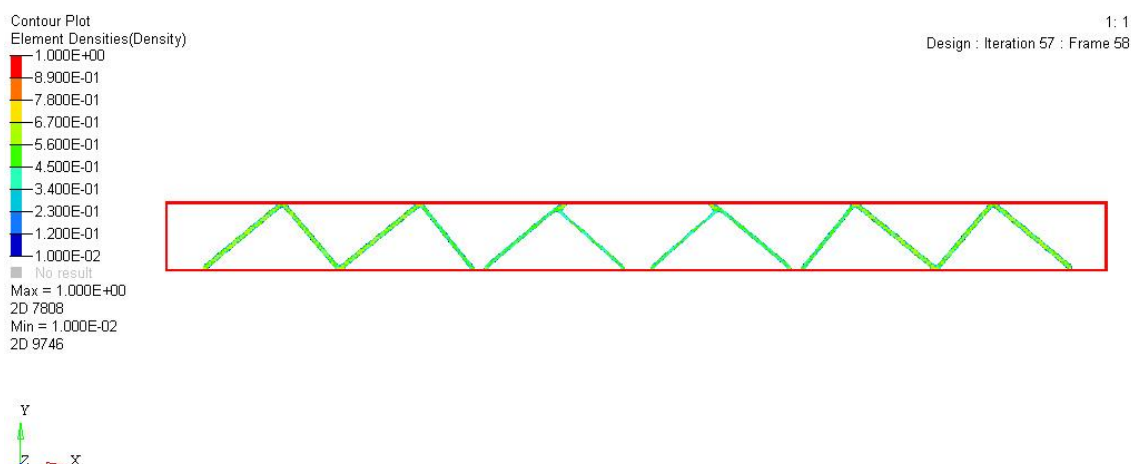


Figura 24 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 10332 elementos, $p = 2$)
Fonte: Autoria própria.

Como já esperado da literatura (KIYONO, 2008), o aumento do refinamento da malha incide em novas soluções para a topologia, alterando por vezes o número de membros, como também podendo alterar a posição destes. Comparando as soluções de mesma penalização, mas refinamento diferente, percebe-se que, apesar de cada simulação possuir as mesmas configurações de carregamento e domínio, a diferenciação na discretização altera a resposta obtida, desta forma, não é possível afirmar que o resultado escolhido para *layout* é o mínimo global. No entanto, as

respostas obtidas apresentam certa semelhança entre si, assim, pode-se suspeitar que exista unicidade de solução para este caso.

Não obstante, isto não tira o “mérito” da solução obtida, visto que ainda existe o risco de o mínimo global, se encontrado através de outra metodologia, convergir para uma geometria complexa de difícil fabricação, o que poderia tornar o processo mais caro, fazendo perder o sentido da proposta. Além disso, a otimização topológica pode passar por um “refinamento” através da otimização paramétrica, aumentando a eficiência do resultado.

Dentre as respostas obtidas considera-se melhor “manufaturável” o perfil da malha com 10332 elementos e $p = 2$, sendo este o escolhido. Para esta otimização, temos a evolução da função objetivo dada pela Figura 25.

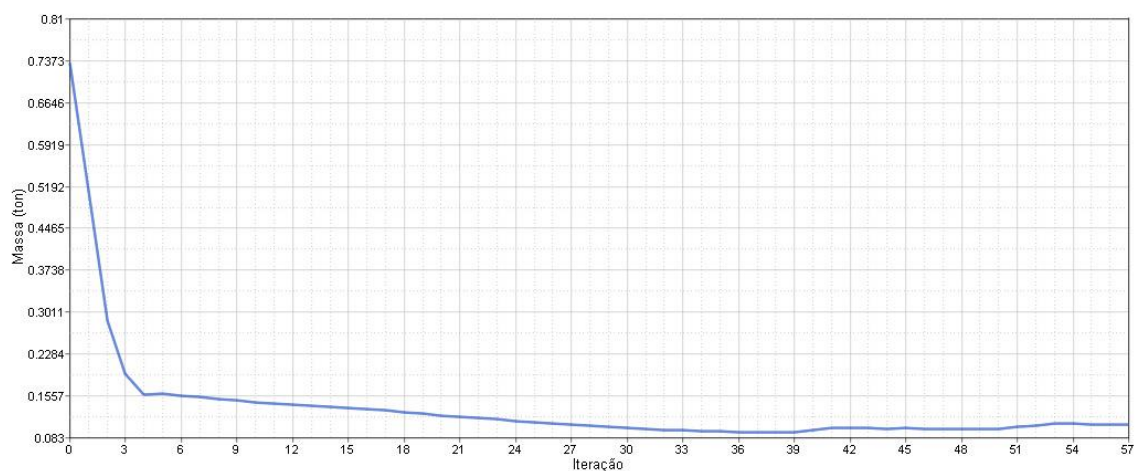


Figura 25 – Comportamento da função objetivo da otimização topológica da viga, faces verticais (massa x iteração)

Fonte: Autoria própria.

Nota-se que, antes de obter-se a convergência, algumas iterações apresentam valores de massa menores que o valor final, como por exemplo as iterações 36, 37, 38 e 39. No entanto, estes não são mínimos globais, nem locais. Ao se analisar o *output* da otimização, é possível verificar que nestas iterações o critério de convergência do *software*, variação menor que 0,5% em três iterações seguidas no valor da função objetivo, não é cumprido. Além disso, observa-se um aumento de material após a iteração 39. Isto é devido ao não cumprimento das restrições impostas na otimização. Conforme o registro do Quadro 1.

ITERATION 39			
Objective Function (Minimize MASS)	=	9.19585E-02	% change = -0.57
Maximum Constraint Violation %	=	0.20121E+03	
Design Volume Fraction	=	4.03054E-002	Mass = 9.19585E-002

Quadro 1 – Trecho do registro da otimização topológica das faces verticais
Fonte: Autoria própria.

Desta forma, o algoritmo identifica ser necessário acrescentar material à estrutura com o intuito de deixá-la mais rígida para que não se violasse as restrições. Após mais algumas iterações a otimização converge para um estado ótimo.

5.1.2 Verificação da resposta topológica das faces verticais da viga

Após a obtenção do perfil topológico, modela-se em CAD a estrutura para análise. Aplica-se os carregamentos e são obtidos os seguintes resultados, conforme as Figuras 26 e 27.

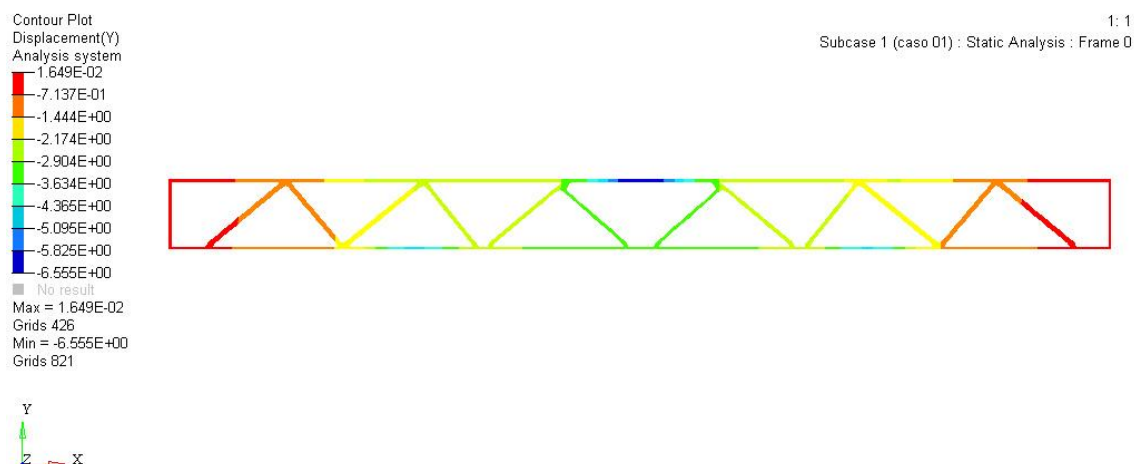


Figura 26 – Deslocamentos verticais das faces verticais da viga, otimização topológica (em mm)

Fonte: Autoria própria.

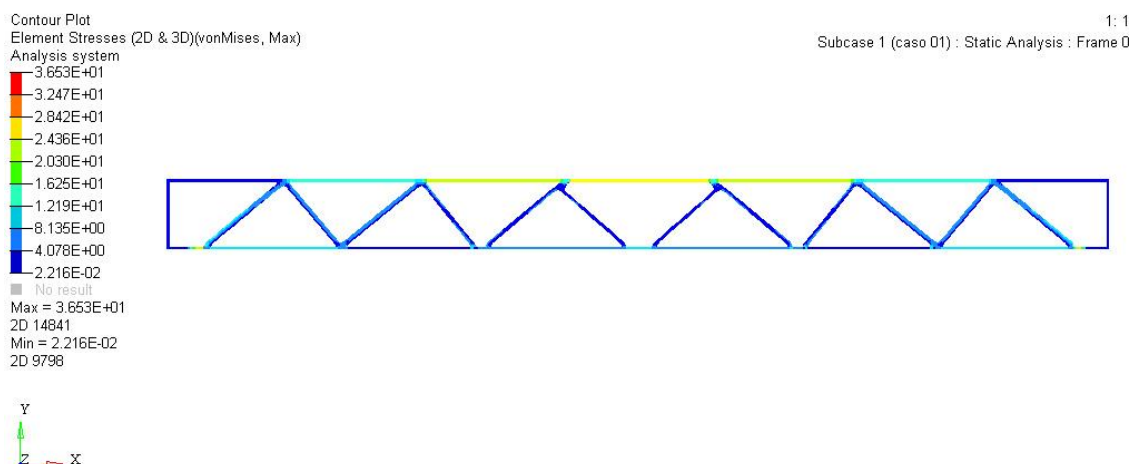


Figura 27 – Tensões de von Mises das faces verticais da viga, otimização topológica (em mm)

Fonte: Autoria própria.

Realizada a otimização da face vertical da viga, pode-se constatar uma redução nas tensões de von Mises, em relação a estrutura original, sendo mantido praticamente o mesmo deslocamento vertical, o que indica que a solução obtida é mais eficiente que a anterior. Nesta etapa não é verificada a redução da massa, visto que não há sentido em analisar-se apenas parte da viga.

5.1.3 Otimização das faces horizontais

Da mesma forma como foi realizada a otimização das faces verticais, realiza-se a otimização das faces horizontais com três diferentes refinamentos de malha, porém, agora fazendo uso de três diferentes valores de penalização. As configurações utilizadas nesta simulação encontram-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Configuração das malhas discretizadas para a análise topológica da viga (faces horizontais)

Simulação	Tamanho (quantidade) de elementos	Tipo de elemento	Ordem dos elementos	Penalização (P)
1	40 (5904)	2D (QUAD)	Primeira	1, 2 e 3
2	60 (2706)	2D (QUAD)	Primeira	1, 2 e 3
3	80 (1472)	2D (QUAD)	Primeira	1, 2 e 3

Fonte: Autoria própria.

Nesta situação, percebe-se de forma mais explícita a influência da dependência da malha nas respostas à otimização. Nas Figuras 28 à 36 tem-se os resultados considerando apenas os elementos com mais de 30% de densidade relativa.

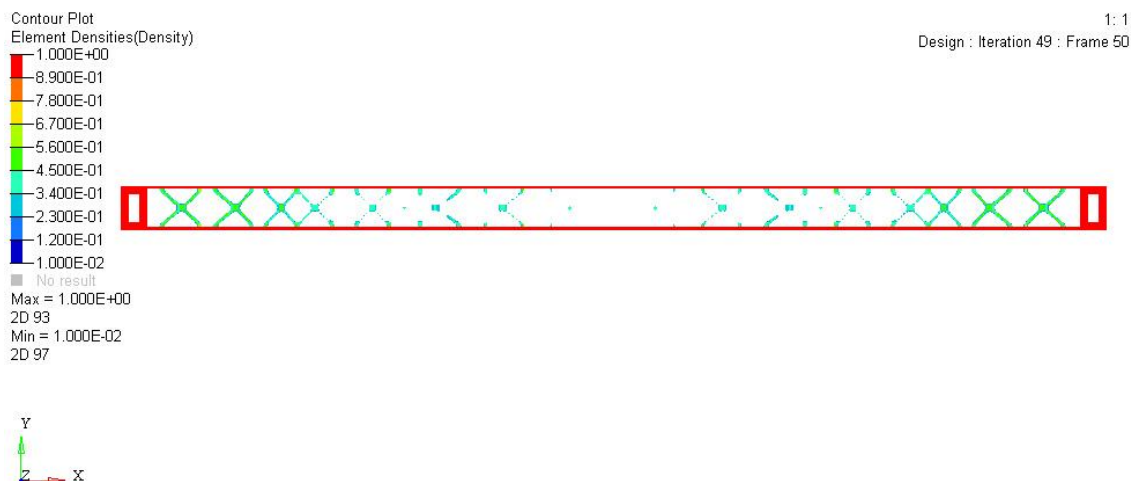


Figura 28 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 5904 elementos, $p = 1$)
Fonte: Autoria própria.

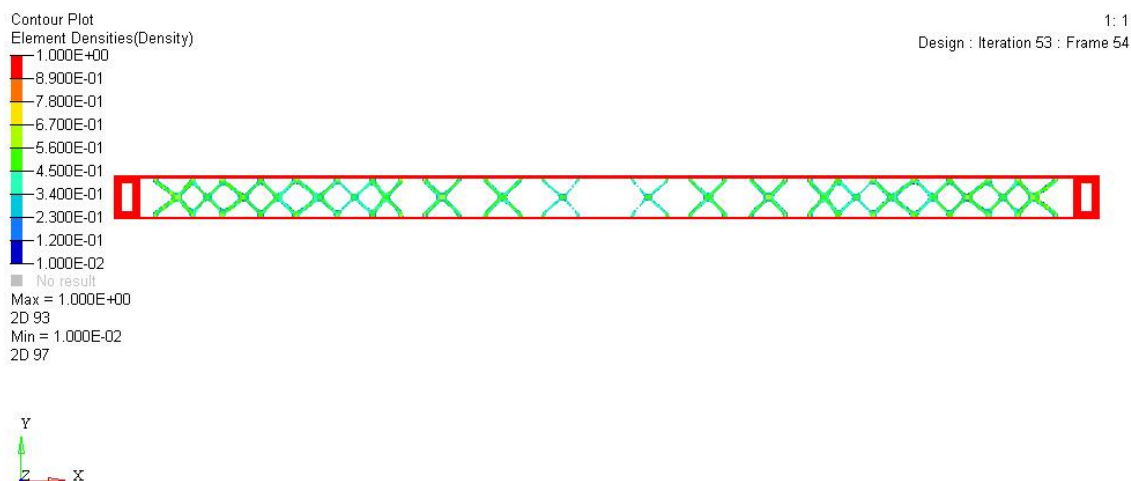


Figura 29 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 5904 elementos, $p = 2$)
Fonte: Autoria própria.

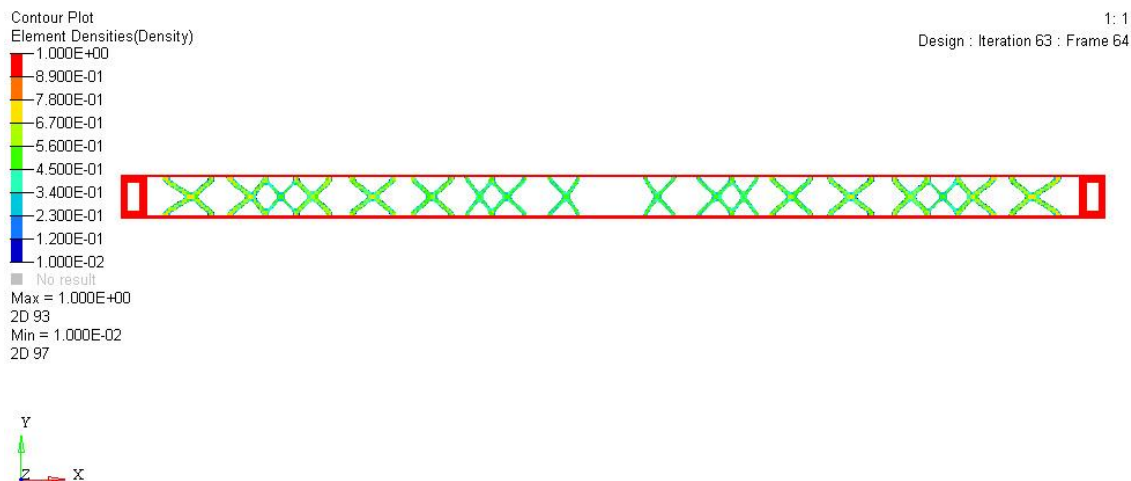


Figura 30 – Otimização topológica (tamanho 40 mm, 5904 elementos, $p = 3$)

Fonte: Autoria própria.

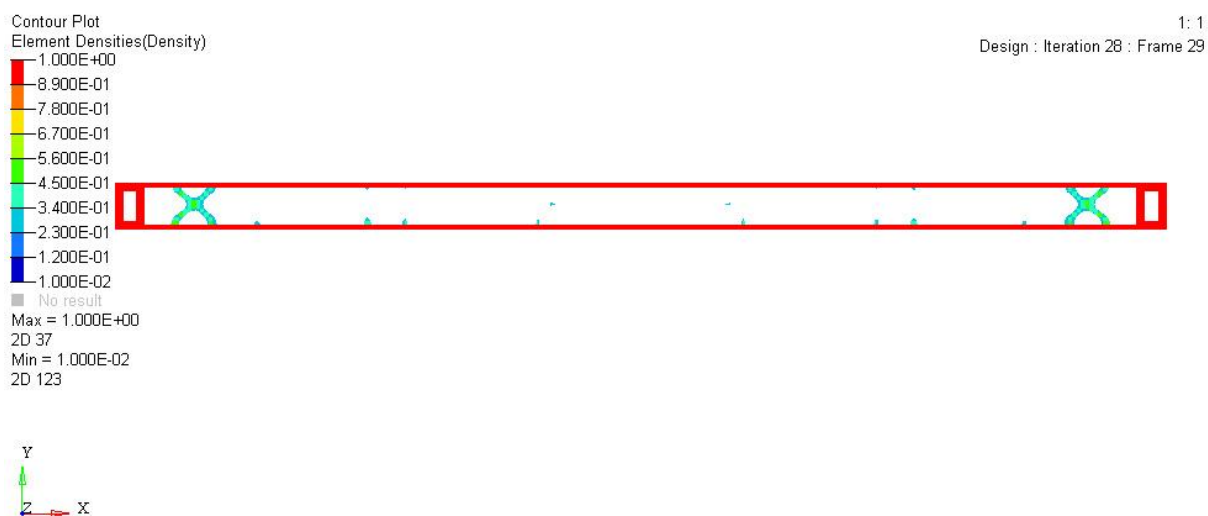


Figura 31 – Otimização topológica (tamanho 60 mm, 2706 elementos, $p = 1$)

Fonte: Autoria própria.

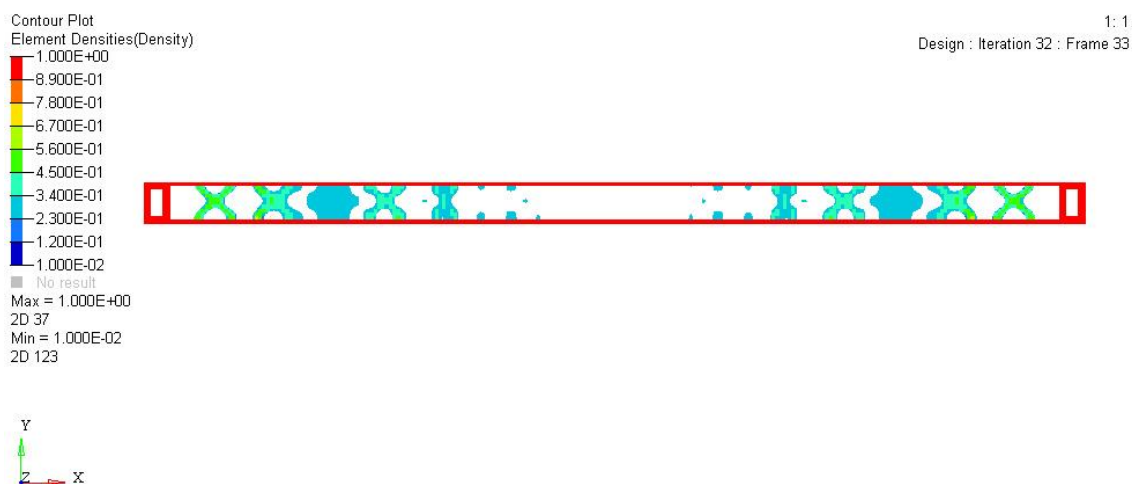


Figura 32 – Otimização topológica (tamanho 60 mm, 2706 elementos, $p = 2$)

Fonte: Autoria própria.

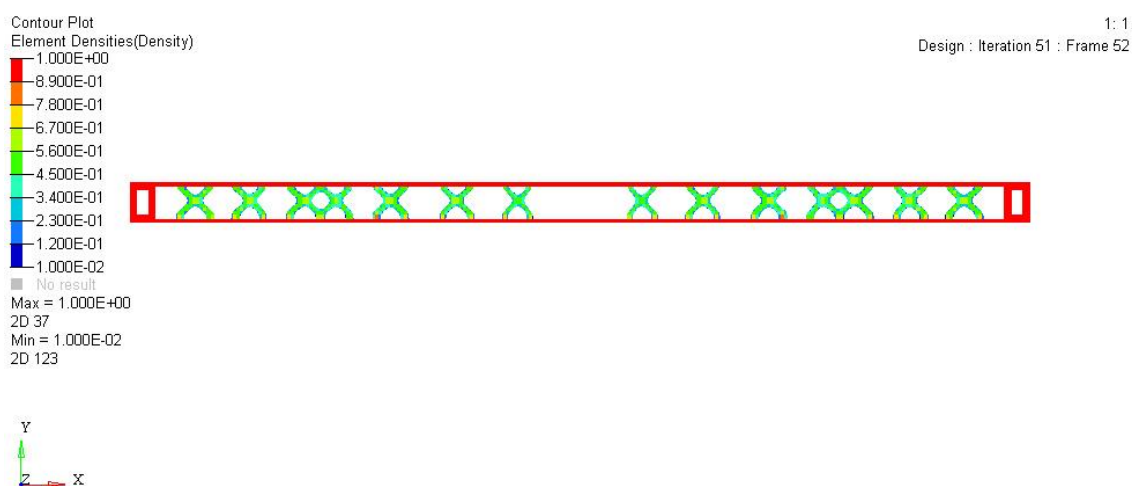


Figura 33 – Otimização topológica (tamanho 60 mm, 2706 elementos, $p = 3$)

Fonte: Autoria própria.

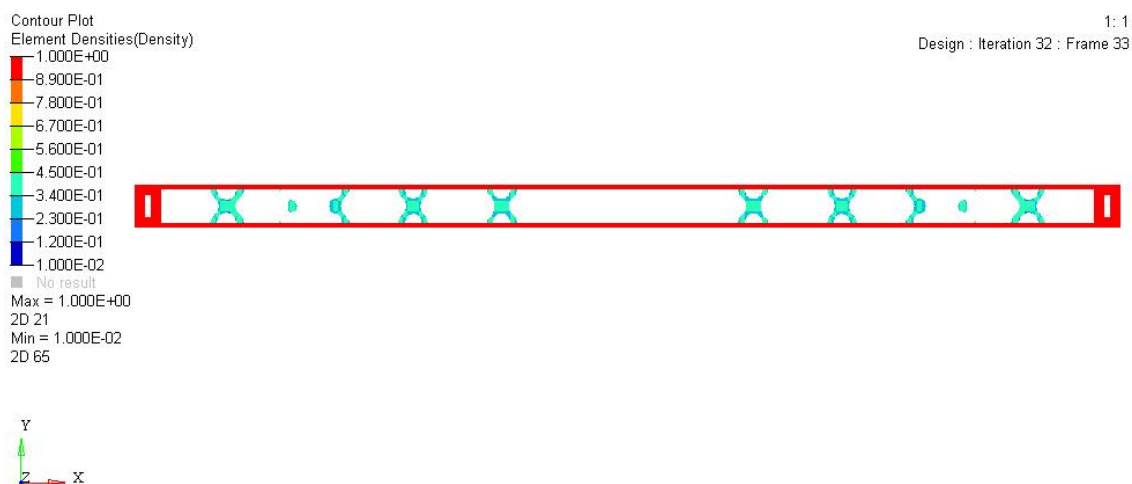


Figura 34 – Otimização topológica (tamanho 80 mm, 1472 elementos, $p = 1$)

Fonte: Autoria própria.

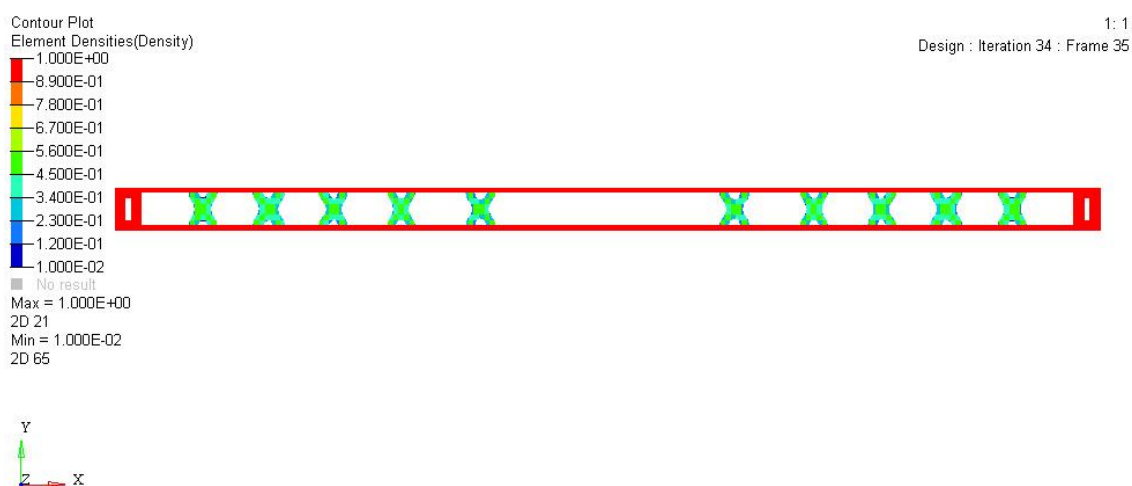


Figura 35 – Otimização topológica (tamanho 80 mm, 1472 elementos, $p = 2$)

Fonte: Autoria própria.

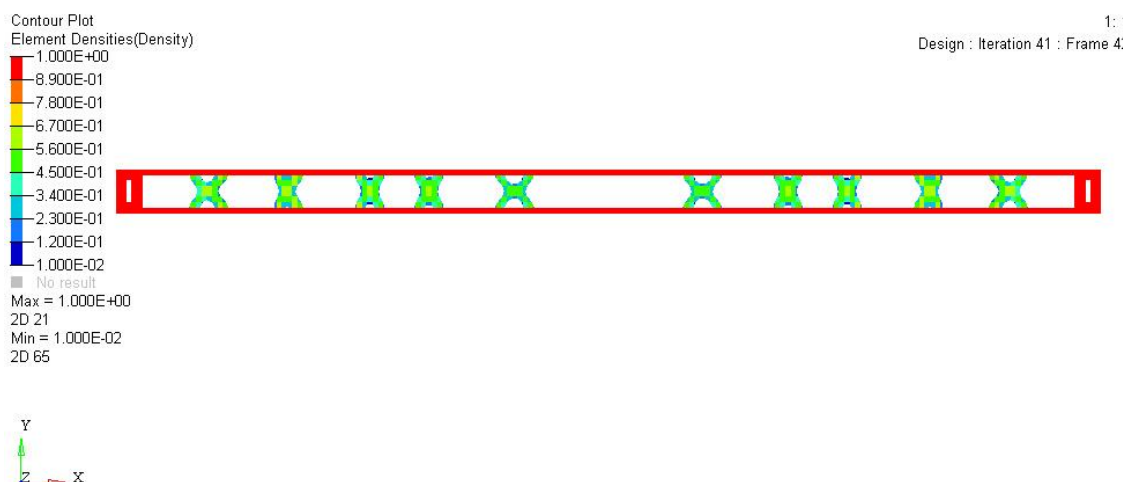


Figura 36 – Otimização topológica (tamanho 80 mm, 1472 elementos, $p = 3$)

Fonte: Autoria própria.

Avaliando-se os resultados, verifica-se grande influência do refinamento da malha sobre as respostas obtidas. Na primeira, considerando apenas os casos onde $p = 3$, a solução converge para 18 membros em “X”. Já para a segunda, observaram-se 14 membros em “X”. Por fim, no terceiro caso, tem-se 10 membros em “X”.

Outro problema encontrado é a escala de cinza. Esta anomalia pode ser notada em evidência na Figura 32 onde se observa uma “nevoa” entre os membros da estrutura. Porém, conforme visto por Aremu et al (2010), ao elevar-se o grau da penalização o resultado tende a convergir para uma solução discreta e, assim, as escalas de cinza tendem a desaparecer. Desta forma, na Figura 33, elevando-se a penalização de 2 para 3, obtem-se um perfil mais bem definido.

Dentre as nove soluções obtidas, escolhe-se a solução da Figura 35. Esta escolha se dá por dois motivos, primeiramente, o manual do *software* recomenda que sejam utilizadas como penalizações valores 1 e 2 para elementos 2D, sendo valores mais altos usados apenas para discretizações de sólidos (3D) – neste trabalho opta-se por mostrar os resultados da penalização com valor 3 apenas com o intuito de solucionar o problema da escala de cinza. Além disso, dentre as outras soluções, a Figura 35 é a mais facilmente fabricável, visto que exige menos pontos de solda.

A convergência da função objetivo da resposta escolhida pode ser observada na Figura 37.

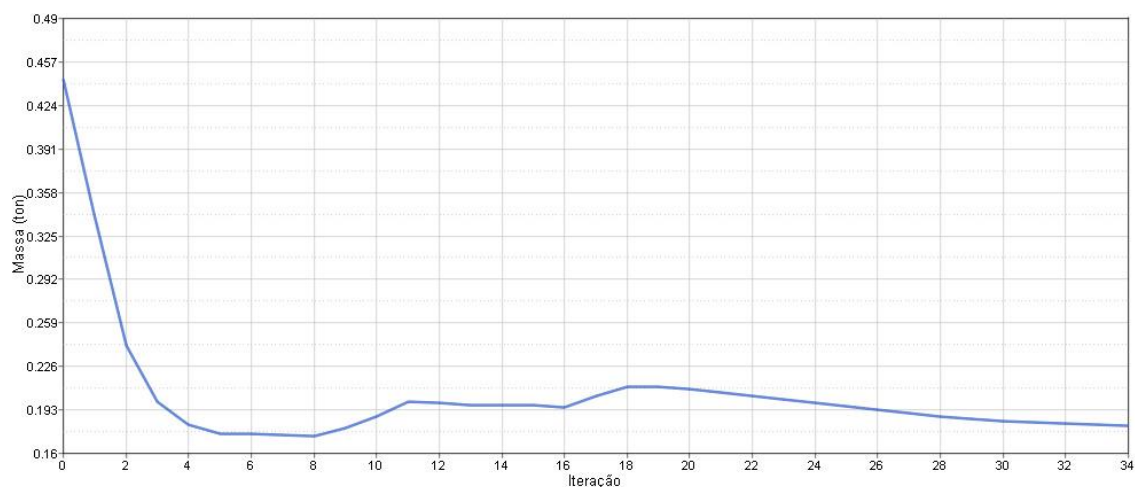


Figura 37 – Comportamento da função objetivo da otimização das faces horizontais (massa em toneladas x iteração)
Fonte: Autoria própria.

Assim como na otimização das faces verticais da viga, para as faces horizontais também são encontrados pontos com valores de massa inferiores ao ponto ótimo. Novamente, trataram-se de pontos que não atendiam os critérios impostos, sendo necessária a adição de material e consequente elevação da massa. O Quadro 2 traz o registro das iterações 8 e 16, as quais apresentaram “comportamento de mínimos locais”, mas violaram as restrições.

ITERATION 8	
Objective Function (Minimize MASS) =	1.72740E-01 % change = -0.73
Maximum Constraint Violation %	= 0.37594E+03
Design Volume Fraction	= 1.06442E-001 Mass = 1.72740E-001
ITERATION 16	
Objective Function (Minimize MASS) =	1.94428E-01 % change = -0.95
Maximum Constraint Violation %	= 0.19835E+03
Design Volume Fraction	= 1.69931E-001 Mass = 1.94428E-001

Quadro 2 – Registro das iterações 8 e 16 da otimização das faces horizontais
Fonte: Autoria própria.

5.1.4 Verificação da otimização topológica das faces horizontais da viga

Após a obtenção da resposta do perfil topológico, modela-se a estrutura e os carregamentos são aplicados para que fosse realizada uma análise estrutural. As Figura 38 e 39 trazem os resultados do deslocamento e tensões, respectivamente.

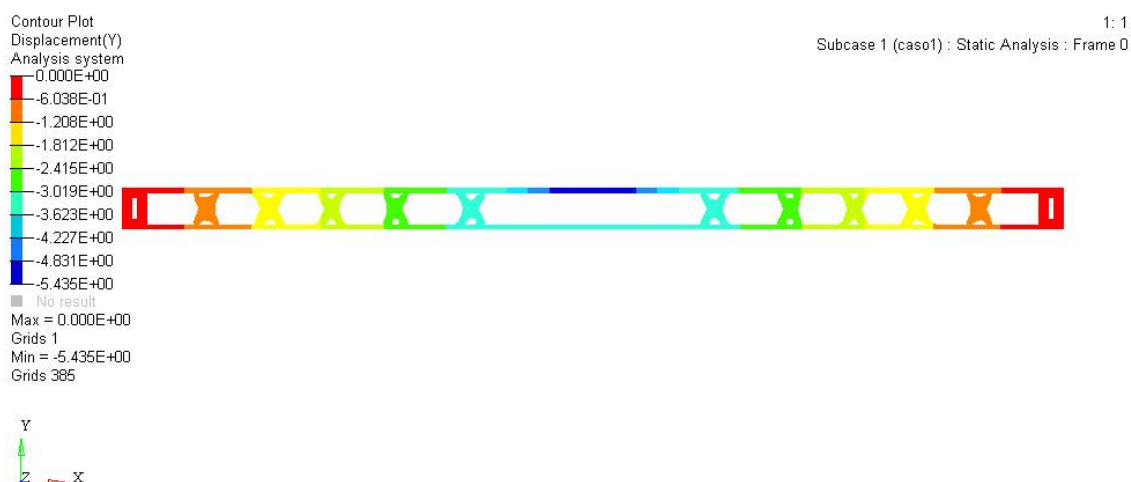


Figura 38 – Análise de deslocamento do perfil topológico das faces horizontais (em mm)
Fonte: Autoria própria.

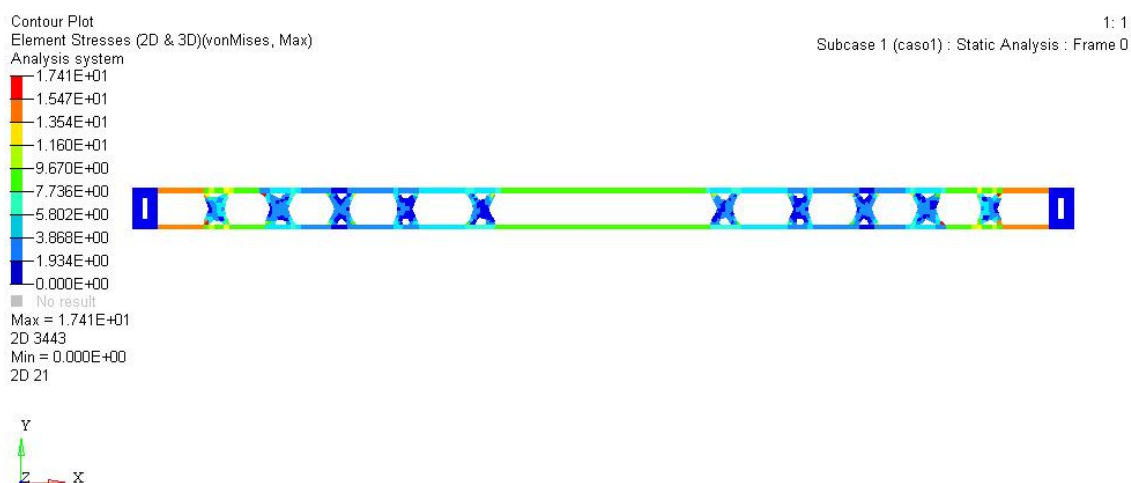


Figura 39 – Análise de tensões do perfil topológico das faces horizontais (em MPa)
Fonte: Autoria própria.

Constata-se após a otimização que o perfil obtido apresenta um desempenho favorável quando submetido aos efeitos do vento. O deslocamento máximo é de 5,43 mm no sentido negativo do eixo z. As tensões apresentam valores baixos, sendo o maior deles 17,41 MPa.

5.1.5 Análise da viga completa

Após a obtenção dos perfis vertical e horizontal otimizados, é possível realizar a modelagem da viga completa. Desta forma, é realizada a análise da viga com todos os carregamentos atuando ao mesmo tempo – Peso próprio, equipamentos e ação do vento. As Figuras 40, 41 e 42 apresentam o deslocamento vertical, deslocamento horizontal e tensões de von Mises, respectivamente.

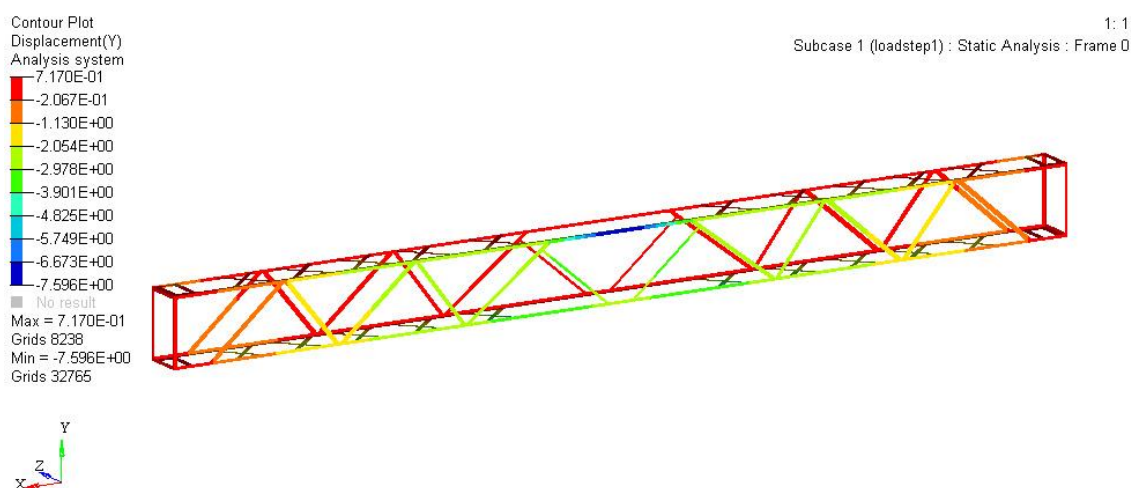


Figura 40 – Deslocamentos verticais da viga completa, otimização topológica (em mm)
Fonte: Autoria própria.

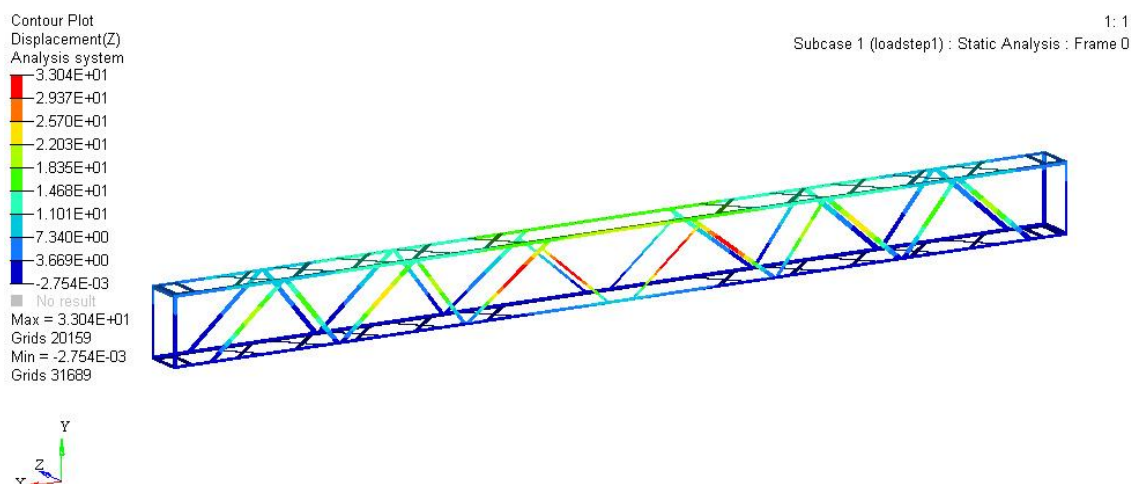


Figura 41 – Deslocamentos horizontais da viga completa, otimização topológica (em mm)
Fonte: Autoria própria.

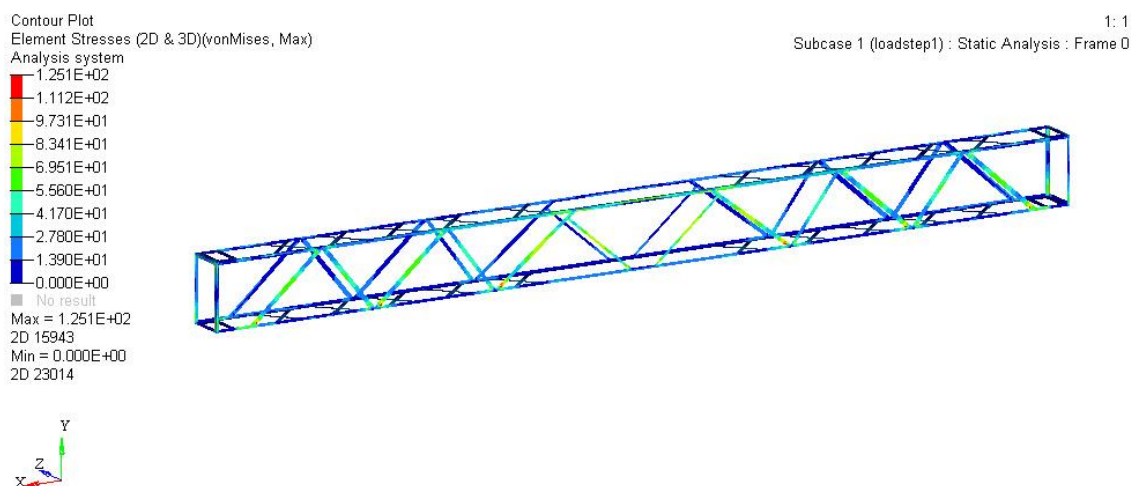


Figura 42 – Análise das tensões na viga otimizada completa, otimização topológica (em MPa)
Fonte: Autoria própria.

Os deslocamentos vertical e horizontal apresentam magnitude de 7,6 mm e 33,04 mm, respectivamente, ambos na região central da viga. Estes valores são considerados adequados para o funcionamento do equipamento, de forma que estes valores não devem influenciar o funcionamento e integridade do equipamento. Quanto às tensões, estas apresentam uma leve concentração no centro da viga, sendo os maiores valores encontrados nas junções ortogonais dos reforços. A amplitude máxima encontrada é de 125,1 MPa. Este valor encontra-se abaixo do

limite máximo permitido pelos projetos da empresa, sendo assim, conclui-se que ainda seria possível refinar a otimização para obter-se uma estrutura ainda mais leve. No entanto, ao executar a otimização paramétrica há um aumento significativo nos deslocamentos.

A Tabela 3 apresenta uma comparação da estrutura original com a estrutura obtida.

Tabela 3 – Comparação entre viga original e viga otimizada

	Viga original	Viga otimizada
Massa	1341,16 kg	546,16 kg
Tensão máxima	77,08 MPa	125,1 MPa
Deslocamento vertical máximo	6,37 mm	7,6 mm
Deslocamento horizontal máximo	8,66 mm	33,04 mm
Coefficiente de segurança	3,24	2

Fonte: Autoria própria.

5.2 Otimização paramétrica da viga

A solução proposta com a otimização topológica visa a manutenção da espessura das chapas da estrutura, alterando apenas a disposição dos membros da viga que compõe a treliça. Em consequência disto, verifica-se através da análise estrutural que a tensão de trabalho da viga ainda não alcança a tensão admissível. Sendo assim, a viga ainda é passível de otimização. Para isso, é realizada a otimização de “refino”, ou seja, a paramétrica. No Anexo C são listados os catálogos utilizados como referenciais para a escolha da espessura das chapas. Em síntese, considera-se 1,5 mm como menor valor de espessura e 15,88 mm como maior valor.

Sendo aplicado novamente os carregamentos e tendo como variável de projeto as espessuras das chapas, tem-se na Figura 43 o comportamento da função objetivo e na Figura 44 os valores das espessuras finais.

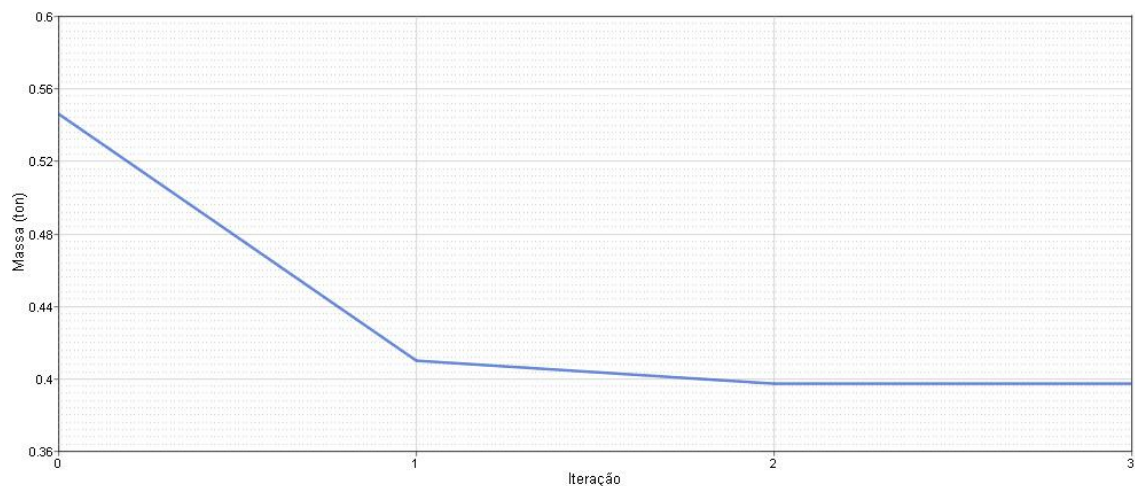


Figura 43 – Comportamento da função objetivo durante a otimização paramétrica da viga (massa em toneladas x iterações)

Fonte: Autoria própria.

Observa-se que a estrutura proveniente da otimização topológica tinha uma massa de 546,160 kg. Após a aplicação do método paramétrico, este valor caiu para 397,514 kg.

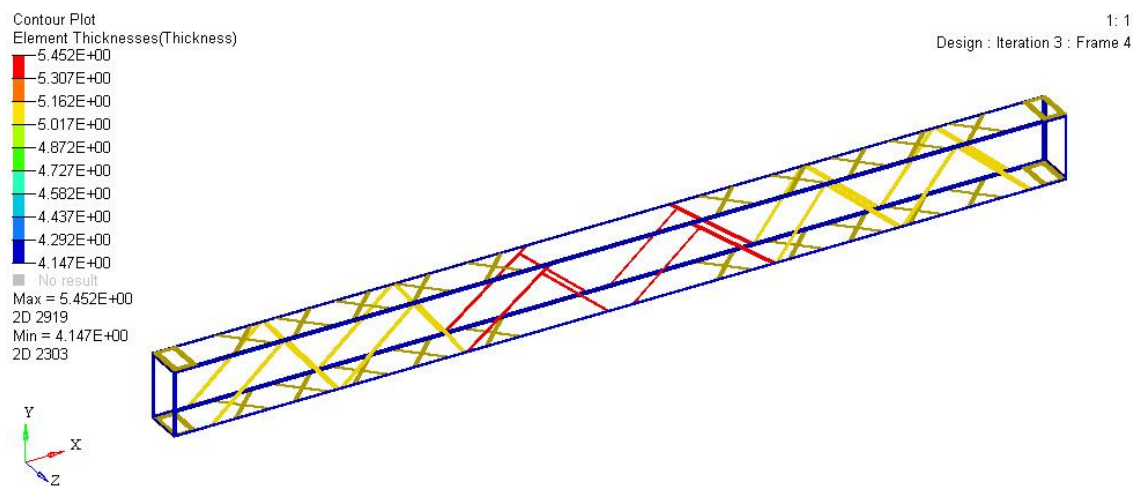


Figura 44 – Representação das espessuras após o processo de otimização paramétrica da viga (em mm)

Fonte: Autoria própria.

Como esperado, os valores das espessuras convergiram para dimensões não usuais (comerciais). Assim, existe a necessidade do arredondamento destas

variáveis para valores que possam ser encontrados facilmente no mercado. Além disso, nota-se da Figura 46 que os maiores valores de espessuras encontrados foram nos reforços centrais, que foi justamente onde foram observados os maiores valores de tensão e deslocamento após a verificação da otimização topológica.

5.3 Análise da viga parametrizada

Obtidos os resultados da otimização paramétrica, realizou-se uma análise da estrutura obtida para avaliar seu comportamento. As Figuras 45, 46 e 47 apresentam os valores de deslocamento vertical, horizontal e tensões, respectivamente.

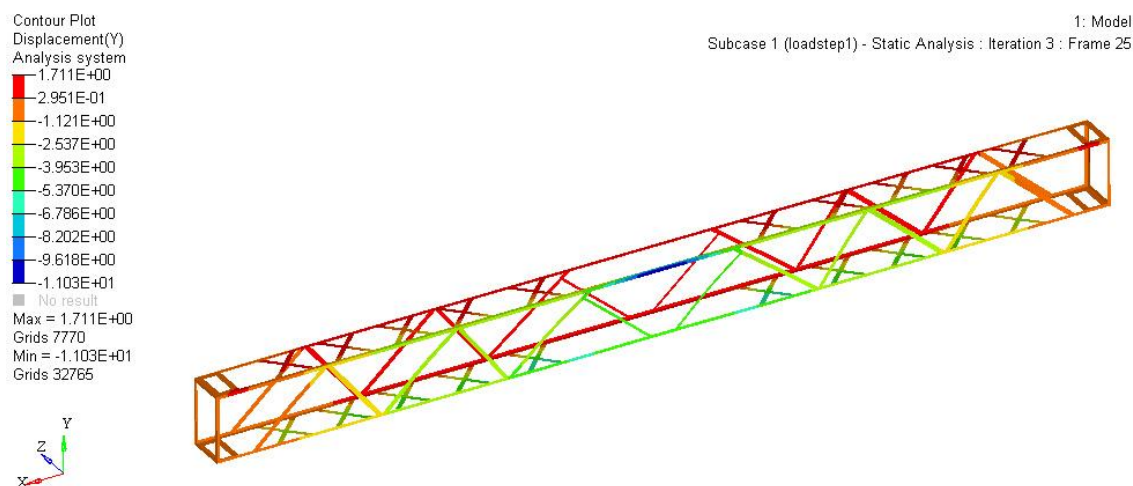


Figura 45 – Deslocamento vertical da viga parametrizada (em mm)

Fonte: Autoria própria.

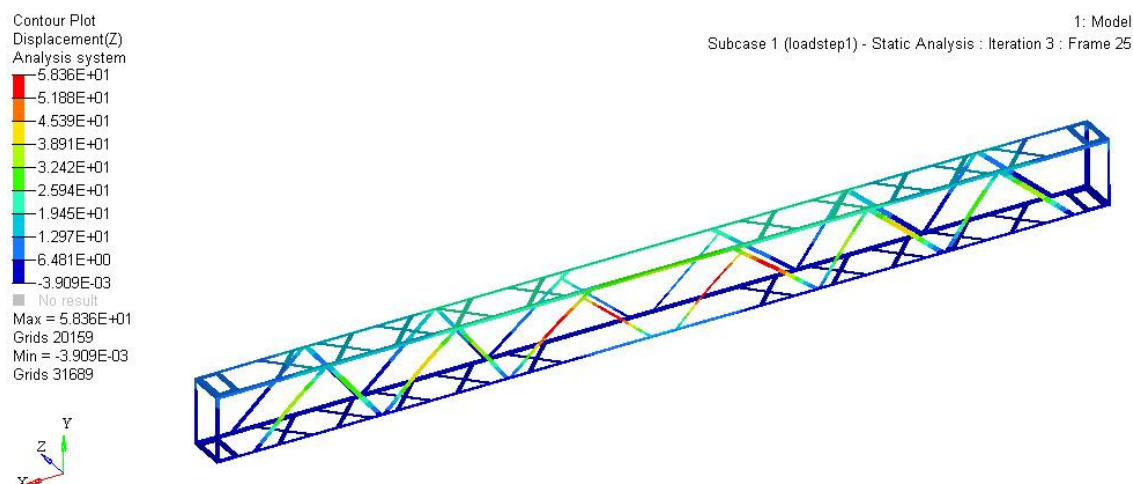


Figura 46 – Deslocamento horizontal da viga parametrizada (em mm)
Fonte: Autoria própria.

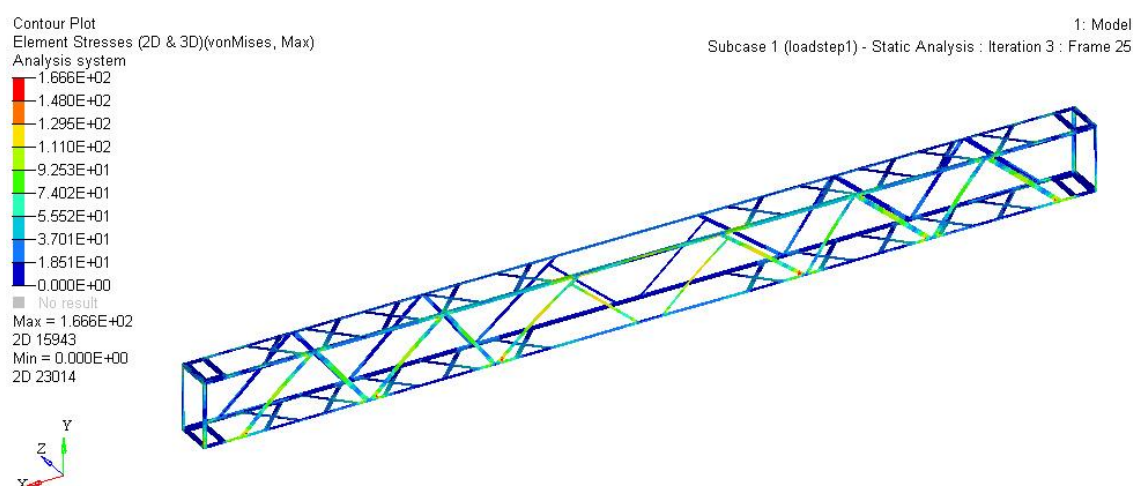


Figura 47 – Tensões de von Mises da viga parametrizada (em mm)
Fonte: Autoria própria.

A estrutura obtida atinge o nível de tensão máxima estipulado, ficando assim com um coeficiente de segurança igual à 1,5, conforme orientado pela empresa. A massa da estrutura final é de 397,514 kg, porém, os deslocamentos nos reforços centrais foram de 58,36 mm – opta-se por restringir apenas a tensão nesta otimização – e precisariam ser melhor analisados para validação, visto que podem influenciar o funcionamento do equipamento.

5.4 Otimização das colunas

A otimização paramétrica faz uma varredura contínua em um intervalo na busca do melhor valor para a variável de projeto. Assim, obtém-se como resposta para a variável de projeto (espessura da chapa) valores que não são usuais. Desta forma, faz-se necessário aproximar as dimensões otimizadas para valores que possam ser encontrados no mercado. Sendo feita, posteriormente, uma verificação estrutural.

5.4.1 Otimização paramétrica da coluna

Conforme avaliado no pré-projeto, o método paramétrico é o mais adequado para solucionar o problema de hiperdimensionamento das colunas, quando comparado à otimização topológica e de forma. Assim, ao se aplicar os carregamentos e tendo como variável a espessura das chapas, encontra-se como resposta a estrutura apresentada na Figura 48.

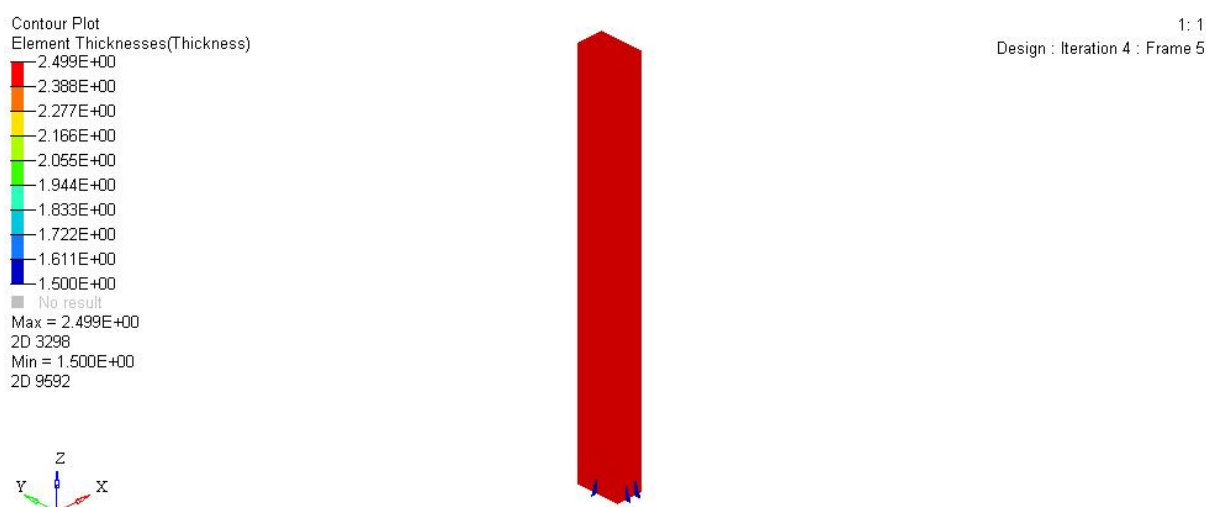


Figura 48 – Resultado das espessuras derivadas da otimização paramétrica da coluna (em mm)

Fonte: Autoria própria.

Visto que a estrutura é modelada considerando a união de dois componentes (reforços próximos ao solo e a coluna propriamente dita), dois valores para a espessura são obtidos. O maior, 2,499 mm, corresponde à seção retangular da coluna, o menor, 1,500 mm corresponde aos reforços. No Anexo C, pode-se verificar os catálogos utilizados como referência para a otimização. Sendo assim, observa-se

que os reforços da base da coluna obtém o menor valor de espessura estipulado, o que sugere que possivelmente estes não tenham influência estrutural.

A convergência da função objetivo pode ser verificada na Figura 49.

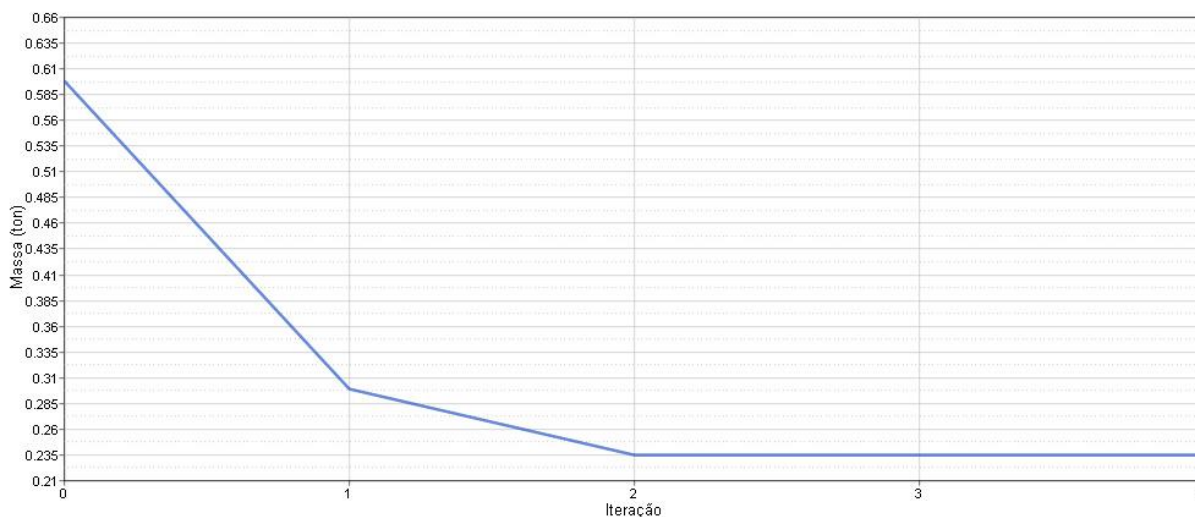


Figura 49 – Convergência da função objetivo para a otimização paramétrica da barra (massa em toneladas x iteração)

Fonte: Autoria própria.

Partindo disto, executa-se a análise estrutural da barra para avaliar o comportamento da estrutura obtida. As Figuras 50 e 51 trazem, respectivamente, os valores de deslocamento e tensões de von Mises.

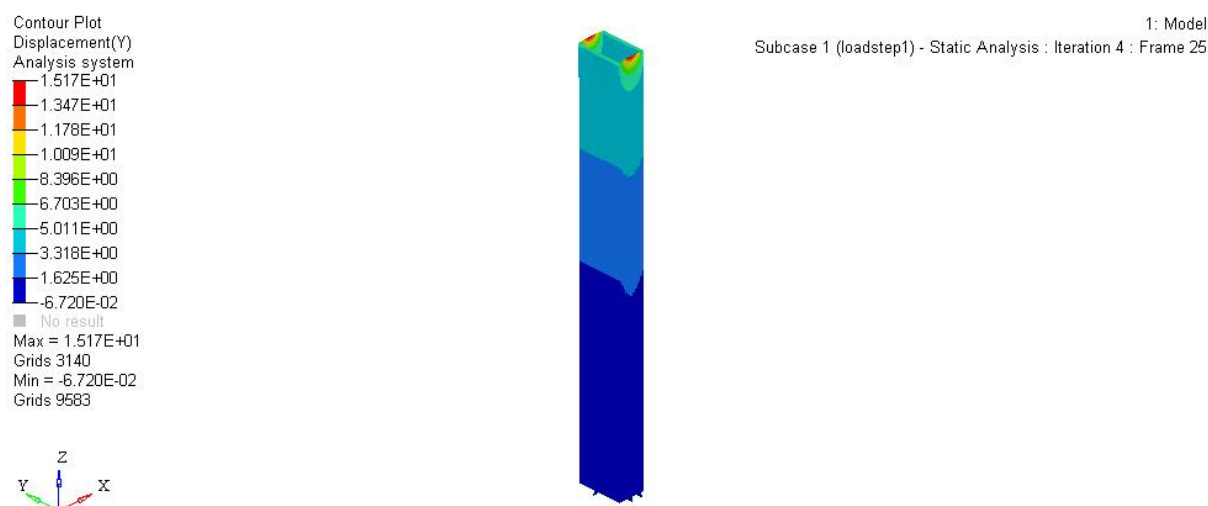


Figura 50 – Deslocamento horizontal da coluna otimizada (em mm)

Fonte: Autoria própria.

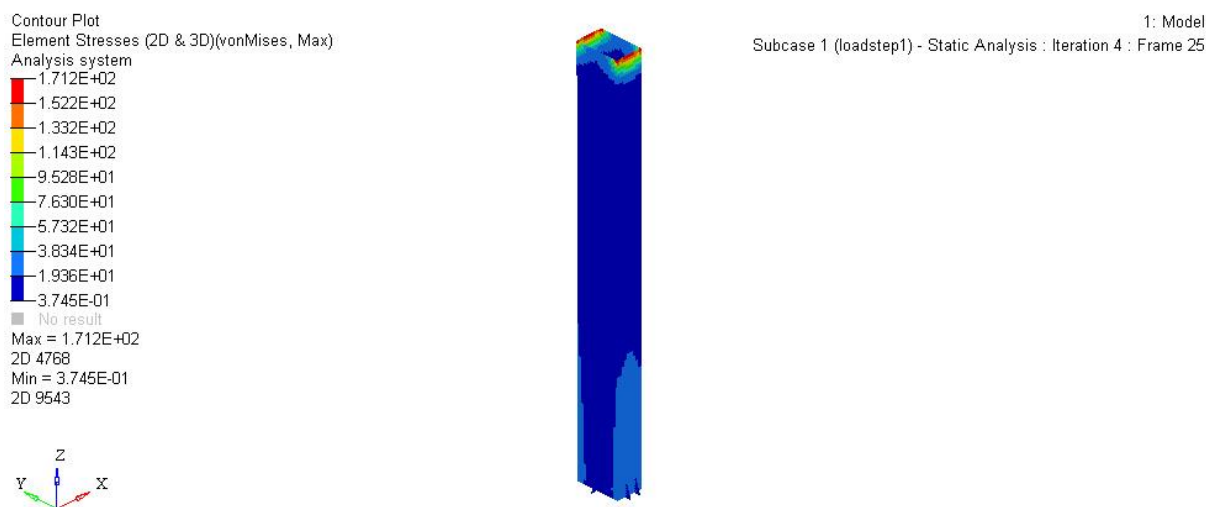


Figura 51 – Tensões de von Mises sobre a coluna otimizada (em MPa)
Fonte: Autoria própria.

Pode-se observar que os maiores valores para tensão e deslocamento são obtidos na junção da coluna com a treliça.

5.4.2 Análise da coluna em função da fabricação

Visto que os valores obtidos para a coluna otimizada não são os comumente encontrados no mercado, modela-se a estrutura considerando o valor tabelado logo acima do valor obtido, com a intenção de se trabalhar com uma estrutura que possa ser fabricada.

Desta forma, a coluna é modelada com chapas de 2,65 mm em sua seção transversal e com chapas de 1,5 mm para os reforços da base, ambas em aço ASTM A-36.

Os mesmos carregamentos da estrutura otimizada são aplicados à esta estrutura “manufaturável”, assim, são obtidas as respostas conforme as Figuras 52 e 53.

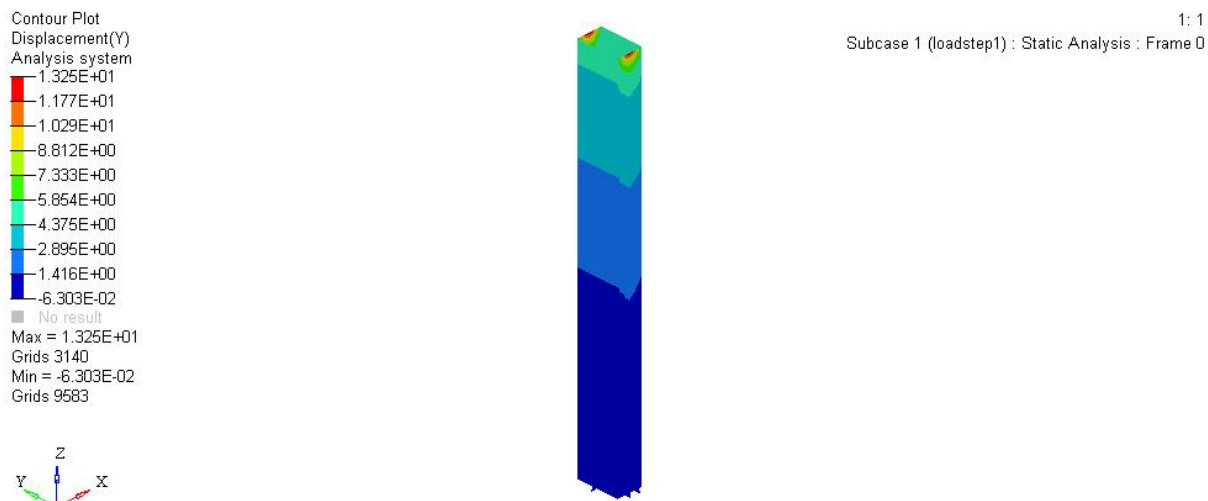


Figura 52 – Deslocamento horizontal da coluna em função da fabricação (em mm)
Fonte: Autoria própria.

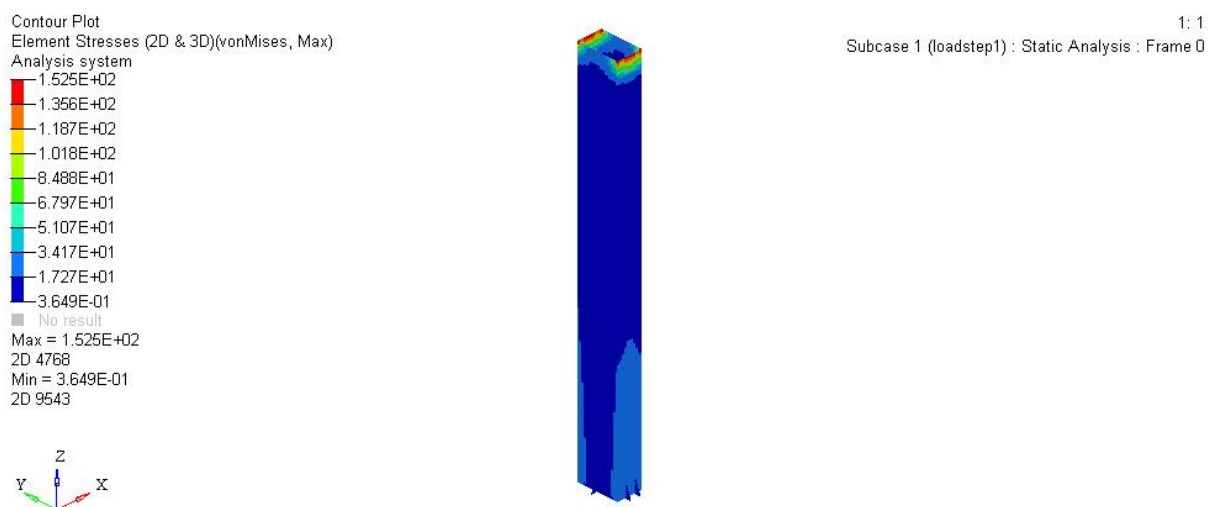


Figura 53 – Tensões de von Mises da barra em função da fabricação (em MPa)
Fonte: Autoria própria.

A Tabela 4 apresenta as comparações entre massa, tensão e deslocamentos dos três projetos abordados, o original, o otimizado e o modelado em função da fabricação baseado no modelo otimizado.

Tabela 4 – Comparação entre os modelos de barra estudados

Estrutura	Original	Otimizada	Fabricação
Massa	603,481 kg	234,904 kg	250,757 kg
Tensão máxima	27,54 MPa	171,2 MPa	152,5 MPa
Deslocamento máximo	2,6 mm	15,17 mm	13,25 mm
Coefficiente de segurança	9,08	1,46	1,64

Fonte: Autoria própria.

Nota-se que a aproximação feita entre coluna otimizada e coluna para fabricação é relativamente pequena, sendo acrescido cerca de 16 kg de material. Por outro lado, comparando-se a estrutura original com a estrutura a ser fabricada, tem-se considerável redução de massa (61,07%), sendo o valor de tensão obtido abaixo do limite máximo. Os deslocamentos são calculados apenas para título de comparação do comportamento da estrutura.

5.1 Análise geral e comparação das estruturas

Uma vez finalizadas as otimizações da viga e da coluna, escolhe-se a solução proposta para o conjunto. Para a viga, são consideradas duas respostas: a viga otimizada topologicamente, com espessuras de elementos iguais as da viga original, e a viga que passou por otimização topológica e paramétrica. Visto que os deslocamentos da segunda são maiores que os da primeira, não há garantias quanto ao comportamento do equipamento quando montada na estrutura com deslocamentos maiores, principalmente em casos de carregamento crítico (ventos fortes). Assim, opta-se trabalhar com a estrutura mais robusta, ficando a outra estrutura como proposta para a empresa analisar e, caso seja de interesse, testar de forma prática.

Da análise por elementos finitos realizada, são obtidas as seguintes respostas aos carregamentos, conforme pode-se verificar nas Figuras 54 e 55 as quais apresentam os deslocamentos e tensões, respectivamente, do conjunto final.

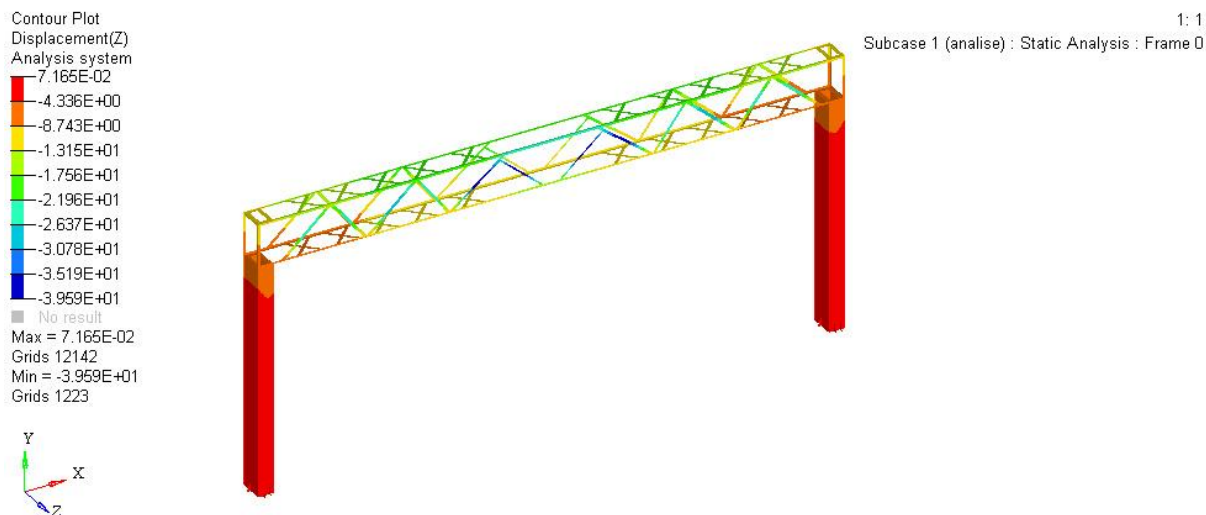


Figura 54 – Deslocamentos do pórtico otimizado (em mm)

Fonte: Autoria própria.

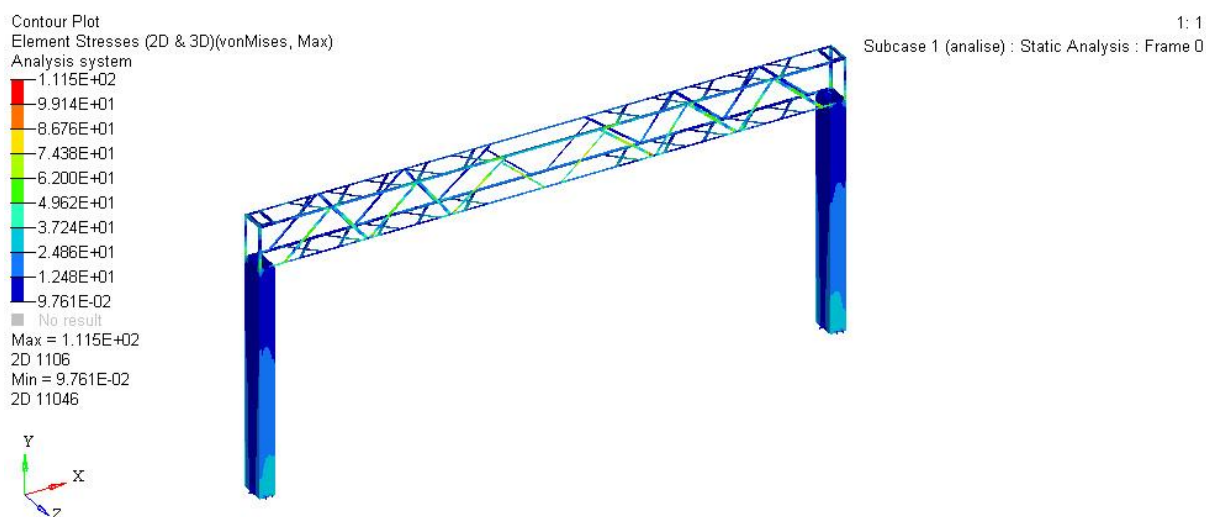


Figura 55 – Apresentação das tensões de von Mises no pórtico otimizado (em mm)

Fonte: Autoria própria.

Verifica-se as respostas para o conjunto original submetido aos mesmos carregamentos. As Figuras 56 e 57 apresentam o comportamento da estrutura, demonstrando os resultados de deslocamento e tensão, respectivamente.

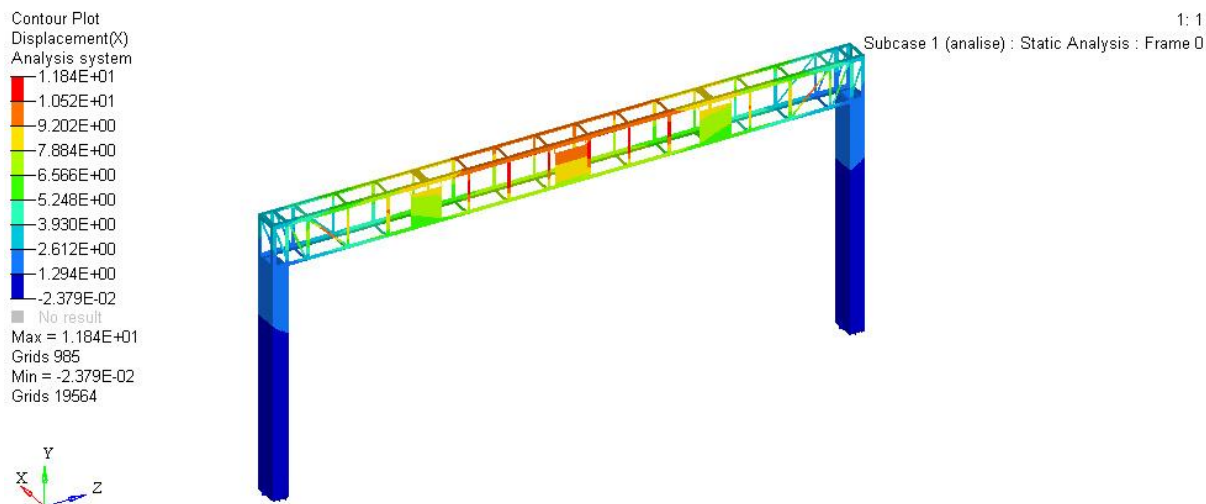


Figura 56 – Deslocamento do pórtico original (em mm)
Fonte: Autoria própria.

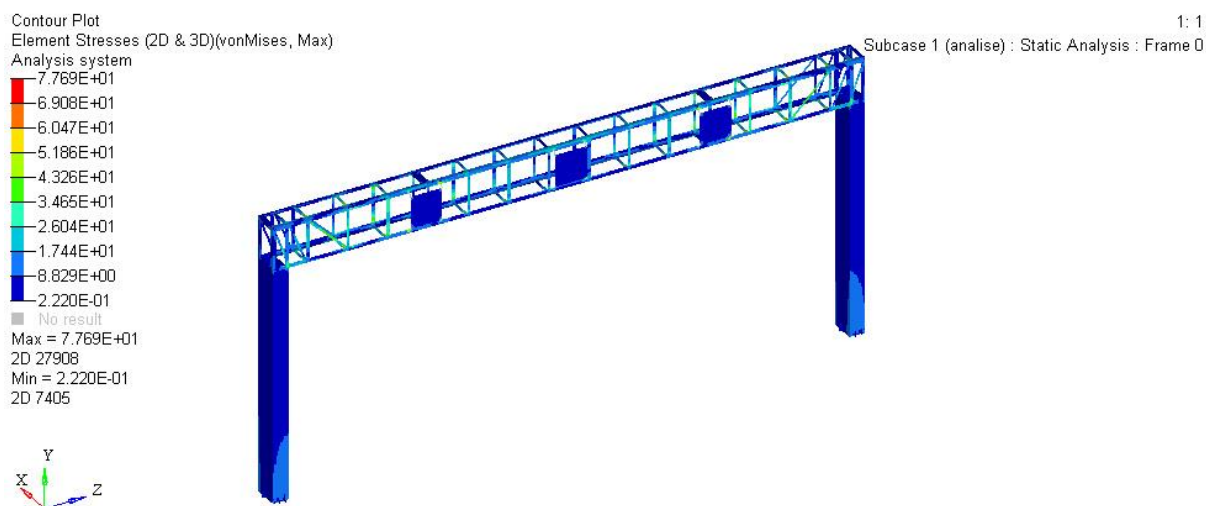


Figura 57 – Apresentação das tensões de von Mises do pórtico original (em MPa)
Fonte: Autoria própria.

A Tabela 5 traz um comparativo entre as respostas e a massa das estruturas.

Tabela 5 – Comparação entre o projeto original e o projeto otimizado

	Pórtico original	Pórtico otimizado	Variação (%)
Massa total	2295,93 kg	1042,61 kg	- 54,59
Tensão máxima	77,69 MPa	111,5 MPa	+ 43,52
Deslocamento horizontal máximo	11,84 mm	39,59 mm	+ 234,38
Coefficiente de segurança	3,22	2,24	-30,43

Fonte: Autoria própria.

Desta forma, tem-se o resultado final deste estudo. Como verificado na etapa de análise do projeto original, já era esperado obter-se uma estrutura com menor massa, porém atendendo aos requisitos de projeto conforme a Eq. (13). Além disso, também são monitorados os comportamentos da estrutura quanto aos seus deslocamentos para que não houvessem problemas funcionais no equipamento montado.

A Tabela 5 mostra que é possível reduzir em 54,59% a massa do conjunto todo, de forma que, nas situações dos carregamentos críticos propostos, a tensão máxima obtida é de 111,5 MPa. Evidencia-se que este valor ainda é inferior ao valor de tensão máxima admissível para a estrutura, ficando o coeficiente de segurança igual a 2,24, isto deve-se às restrições de deslocamento impostas à viga, para que esta não tenha grandes deformações, e também ao fato de que, quando analisados separadamente, os componentes da estrutura não levam em consideração os deslocamentos dos componentes conectados, o que gera um alívio nas tensões. Com relação aos deslocamentos, apesar de ter havido um aumento de 234,38%, a magnitude do valor ainda é considerada segura para o funcionamento dos equipamentos.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Estudos de caso, como este aqui abordado, são situações onde existem infinitas oportunidades de aplicação de conceitos de engenharia, aliados a outras ideias e concepções de diversas áreas.

Primeiramente, dentre as experiências vividas durante este estudo, tem-se o contato com normas para a fabricação de estruturas metálicas, normas para cálculo da força de arrasto do vento, o próprio estudo do *software Hyperworks* e todos os conceitos de análise de elementos finitos, otimização topológica, otimização paramétrica e todos os métodos utilizados.

Também é importante ressaltar a eficiência do método utilizado com auxílio do *software Hyperworks*, visto que é possível reduzir mais da metade da massa da estrutura, mantendo-se padrões regulares para o bom funcionamento do equipamento, através de otimizações topológicas e paramétricas. Assim, é visível a aplicabilidade deste conceito no cotidiano na engenharia, sendo altamente recomendado o estudo deste método e, também, do *Hyperworks* durante o curso de engenharia.

Por fim, esta pesquisa contribui para ambos os lados, seja pelo lado científico no qual houve grande aprendizado ou considerando-se a possibilidade de execução da fabricação da estrutura obtida, gerando-se, assim, economia para a empresa vinculada a este estudo.

Assim, do fruto deste trabalho, abre-se um leque de oportunidades de aprofundamento concetual e técnico. Como sugestão para continuidade desta pesquisa seguem as possíveis diretrizes:

- Detalhamento técnico da estrutura obtida e consequente fabricação para testes;
- Continuidade do estudo, possivelmente em curso de mestrado, com o objetivo de encontrar o mínimo global para a estrutura e confrontá-lo com a estrutura obtida neste trabalho.

REFERÊNCIAS

ABNT, NBR. 6123: Forças devidas ao vento em edificações. **Associação Brasileira de Normas Técnicas**, 1988.

ABNT, NBR. 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. **Associação Brasileira de Normas Técnicas**, 2008.

ABNT, NBR. 14428: Sinalização vertical viária. **Associação Brasileira de Normas Técnicas**, 2013.

AÇOS CONTINENTE. Disponível em:
<<http://www.acoscontinente.com.br/secao/37/chapa-fina-a-quente>>. Acesso em: 01 mai. 2017.

ALTAIR UNIVERSITY. **Practical Aspects of Finite Element Simulation: A Study Guide**, v. 3, 2015.

ARCELORMITTAL. Guia do aço. Disponível em:
<<http://brasil.arcelormittal.com.br/pdf/quem-somos/guia-aco.pdf>>. Acesso em: 01 mai. 2017.

AREMU, A. et al. Suitability of SIMP and BESO topology optimization algorithms for additive manufacture. In: **21st annual international solid freeform fabrication symposium (SFF)—an additive manufacturing conference, Austin, Texas**. 2010. p. 679-692.

ASTROPT. Disponível em:
<<http://www.astropt.org/2015/04/06/ponte-tacoma-narrows-1940-um-estudo-dos-efeitos-nao-lineares/>>. Acesso em: 24 jun. 2017.

AZO MATERIALS. ASTM A36 Mild/Low Carbon Steel. Disponível em:
<<http://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=6117>>. Acesso em: 20 mar. 2017.

BENDSØE, Martin Philip; KIKUCHI, Noboru. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 71, n. 2, p. 197-224, 1988.

BENDSØE, Martin Philip; SIGMUND, Ole. **Topology optimization: theory, methods, and applications**. Springer Science & Business Media, 2013. P. 28-47.

COMERCIAL GERDAU. Aços planos e suas aplicações. Disponível em: <<https://www.comercialgerdau.com.br/pt/productservices/products/Document%20Gallery/catalogo-acos-planos-cg.pdf>>. Acesso em: 01 mai. 2017.

GANDOMI, Amir Hossein et al. **Metaheuristic applications in structures and infrastructures**, v. 1, Newnes, 2013.

GERDAU. Aços planos. Disponível em: <<http://www.acobril.com.br/wp-content/uploads/2014/01/catalogo-acos-planos-gerdau.pdf>>. Acesso: 01 mai. 2017.

HUANG, Xiaodong; XIE, Mike. **Evolutionary topology optimization of continuum structures: methods and applications**. John Wiley & Sons, 2010.

HUTTON, David V. **Fundamentals of finite element analysis**. McGraw-Hill Mechanical Engineering, 2003.

HYPERWORKS HELP. Tria3. Disponível em: <<http://www.altairhyperworks.com/hwhelp/Altair/hw14.0/help/hm/hmbat.htm?tria3.htm>>. Acesso em: 08 jun. 2017.

HYPERWORKS HELP. Quad4. Disponível em: <<http://www.altairhyperworks.com/hwhelp/Altair/hw14.0/help/hm/hmbat.htm?quad4.htm>>. Acesso em: 08 jun. 2017.

KIYONO, César Yukishigue. **Método de otimização topológica aplicado ao projeto de sonotrodos para transdutores piezelétricos**, 2008. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

LIMA, Luciano Rodrigues Ornelas de; SILVA, José Guilherme Sandos da; VELLASCO, Pedro Colmar Gonçalves da Silva. Análise paramétrica de ligações "T" com perfis tubulares em aço através de um modelo de elementos finitos. In: **Proceedings of the XXVI CILAMCE-Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Guarapari**. 2005. p. 1-12.

PAULISTEEL. Disponível em: <http://www.paulisteel.com.br/site/images/online/cat%C3%A1logo_a%C3%A7os_do_wnloads.pdf>. Acesso em: 01 mai. 2017.

REDDY, Junuthula Narasimha. **An introduction to the finite element method**. New York: McGraw-Hill, 1993.

SIMONETTI, Hélio Luiz; NEVES, Francisco de Assis; ALMEIDA, Valerio Silva. Otimização topológica via uma suavização do ESO em problemas da elasticidade plana. **Revista CIATEC-UPF**, v. 2, n. 1, p. 28-44, 2010.

SIMONETTI, H. L.; ALMEIDA, V. S.; NETO, L. Oliveira. A influência do peso próprio na otimização topológica de estruturas elásticas 2D—via técnica numérica Smooth Evolutionary Structural Optimization (SESO). **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 30, n. 4, p. 271-280, 2014.

ZAKHAMA, R. et al. Wind load effect in topology optimization problems. In: **Journal of Physics: Conference Series**. IOP Publishing, 2007. p. 012048.

ZHOU, Xiangyang; CHEN, Liping; HUANG, Zhengdong. The SIMP-SRV method for stiffness topology optimization of continuum structures. **International Journal of CAD/CAM**, v. 7, n. 1, 2009.

ANEXO A – MAPA DAS ISOPLETAS

A Figura 58 apresenta o mapa das isopletas, que representa a velocidade básica do vento no território brasileiro.

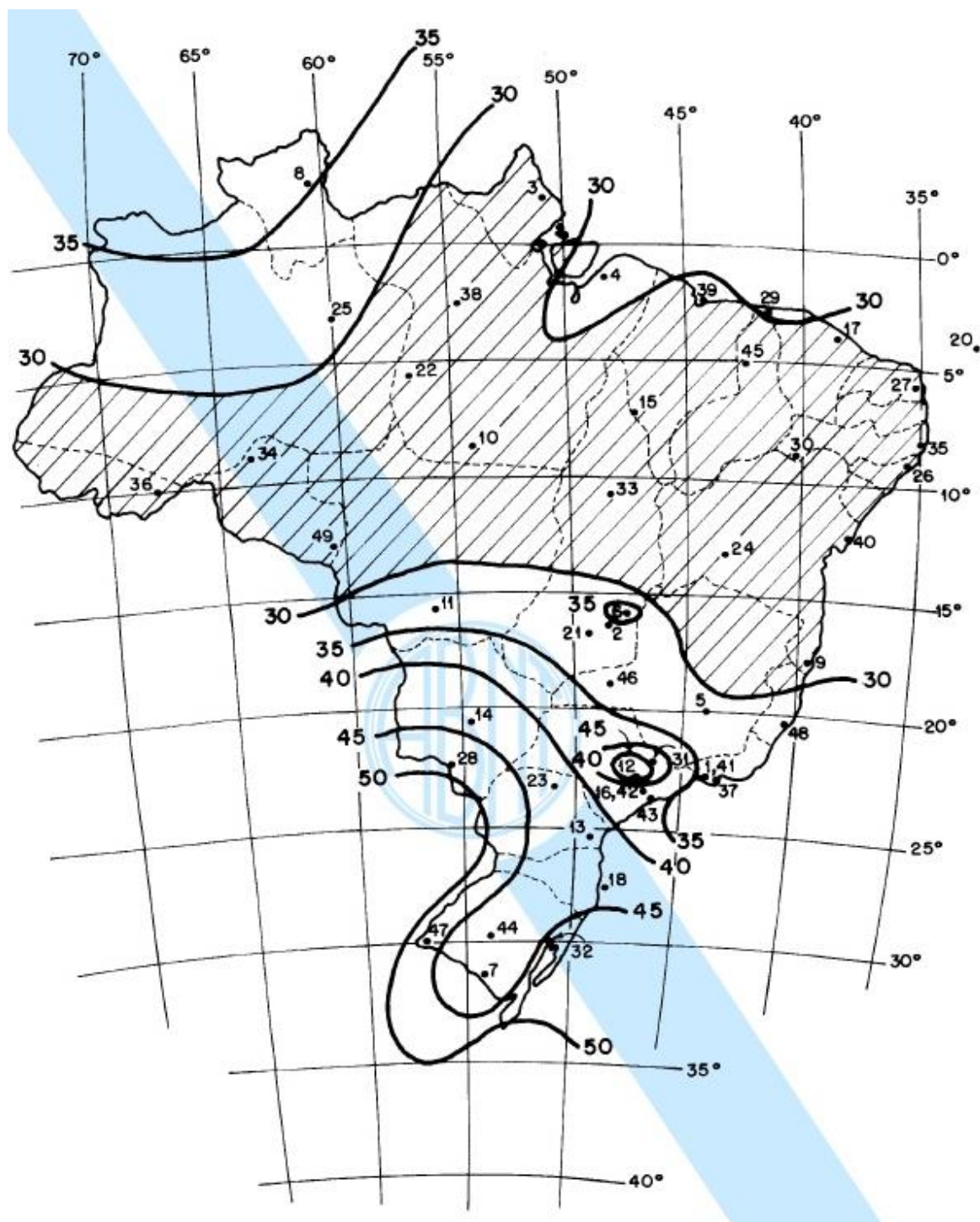


Figura 58 – Mapa das isopletas de velocidade básica no Brasil

Fonte: NBR 6123:1988.

ANEXO B – PRORIEDADES DO ASTM A-36

Nas Tabelas 6 e 7 são apresentadas as propriedades do aço ASTM A-36, segundo a AZO Materials.

Tabela 6 – Propriedades físicas do aço ASTM A-36

Propriedades Físicas	Métrico	Inglês
Densidade	7.85g/cm ³	0.284lb/in ³

Fonte: AZO Materials.

Tabela 7 – Propriedades mecânicas do aço ASTM A-36

Propriedades Mecânicas	Métrico	Inglês
Tensão última de tração	400 - 550MPa	58000 - 79800psi
Tensão de escoamento	250MPa	36300psi
Módulo de elasticidade	200GPa	29000ksi
Poisson	0.260	0.260
Módulo de cisalhamento	79.3GPa	11500ksi

Fonte: AZO Materials.

ANEXO C – CATÁLOGOS CONSULTADOS

Para as otimizações paramétricas, foram obtidos resultados não usuais para as espessuras das chapas, assim, utilizaram-se catálogos de fabricantes de chapas de aço ASTM A-36, laminados a frio e a quente, para que servissem de base para a modelagem de uma estrutura que realmente pudesse ser fabricada. Os catálogos utilizados foram:

- Aços Continente: Catálogo de chapas finas laminadas a quente;
- Gerdau: Catálogo de aços planos;
- Comercial Gerdal: Aços planos e suas aplicações;
- Paulisteel: Catálogo de aços;
- Arcelormittal: Guia do aço.

ANEXO D – ELEMENTOS 2D UTILIZADOS

TRIA3, são elementos triangulares de primeira ordem. Possuem três nós, todos com seis graus de liberdade.

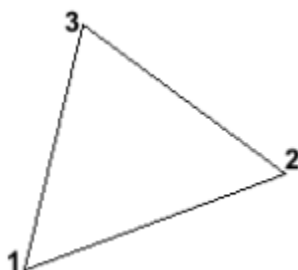


Figura 59 – Exemplo de TRIA3
Fonte: Altair University.

QUAD4, são elementos quadrilaterais de primeira ordem. Possuem quatro nós, todos com seis graus de liberdade.

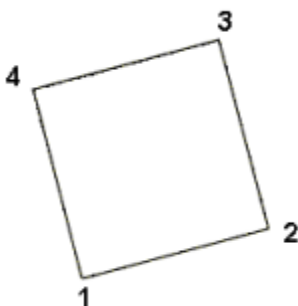


Figura 60 – Exemplo de QUAD4
Fonte: Altair University.

APÊNCIDE A – MEMORIAL DE CÁLCULO DAS FORÇAS DEVIDAS AO VENTO

A.1 Cálculo da ação do vento sobre as colunas

De acordo com o mapa das isopleias, Figura 58, definiu-se como velocidade básica, V_0 , o pior caso, encontrado na região oeste do Paraná e região Sul do Mato Grosso do Sul, que corresponde a 50 m/s.

Para os fatores S_1 , S_2 e S_3 foram feitas as considerações a seguir, obtendo-se os valores:

- $S_1 = 1$, considerou-se terreno plano ou fracamente acidentado;
- $S_2 = 0,89$, considerou-se categoria III e classe A;
- $S_3 = 0,73$, considerou-se $P_m = 0,63$ e vida útil de 7 anos.

Assim, tem-se:

$$v_k = 50 * 1 * 0,89 * 0,73 = 32,485 \text{ m/s}$$

E a pressão dinâmica obtida:

$$q = 0,613 * 32,485^2 = 646,88 \text{ N/m}^2$$

Para a obtenção do coeficiente de arrasto, utilizou-se a Tabela 10 da NBR 6123. O número de Reynolds para esta configuração foi obtido através da Eq. (15).

$$Re = 70000 v_k l_1 \quad (15)$$

Sendo l_1 a dimensão de referência. Assim, tem-se o valor:

$$Re = 70000 * 32,485 * 0,4 = 909580$$

Assim, da Tabela 10, com $h/l_1 = 14,375$, onde h é o comprimento do corpo, temos o seguinte valor para o coeficiente de arrasto:

$$C_a = 0,6$$

A área exposta a ação do vento e dada pela dimensão de referência (400mm) e a altura da coluna (5750mm). Assim, obteve-se uma área efetiva de 2,3m². Desta forma, da Eq. (10), tem-se:

$$F_a = 0,6 * 646,88 * 2,3 = 892,69N$$

A.2 Cálculo da ação do vento sobre a viga

Para o cálculo da ação do vento sobre a viga foram feitas as mesmas considerações utilizadas nos cálculos para as colunas, salvo as mudanças descritas pela Norma para corpos no eixo horizontal. Assim, tem-se:

- $S_1 = 1$, considerou-se terreno plano ou fracamente acidentado;
- $S_2 = 0,90$, considerou-se categoria III e classe A;
- $S_3 = 0,73$, considerou-se $P_m = 0,63$ e vida útil de 7 anos.

Assim:

$$v_k = 50 * 1 * 0,90 * 0,73 = 32,85 \text{ m/s}$$

e

$$q = 0,613 * 32,85^2 = 661,5 \text{ N/m}^2$$

O número de Reynolds obtido para a viga considerou como dimensão de referência a altura da viga, sendo $l_1 = 1100\text{mm}$. Assim, da Eq. (15), foi obtido:

$$Re = 70000 * 32,85 * 1,1 = 2529450$$

Para a obtenção do coeficiente de arrasto, também utilizou-se a Tabela 10 da NBR 6123. No entanto, para esta configuração de viga horizontal, tem-se $h'/l_1 = 6,7$, sendo h' a metade do comprimento da viga e l_1 a dimensão de referência. Portanto, tem-se:

$$C_a = 0,9$$

Assim, a força de arrasto atuante na viga foi obtida através da Eq. (10).

$$F_a = 0,9 * 661,5 * 15,42 = 9180,3N$$