

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FERNANDO MACHADO KROETZ

**ANÁLISE DO EFEITO DA COMPRESSIBILIDADE NO REINÍCIO DO  
ESCOAMENTO DE FLUIDO TIXOTRÓPICO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

(TCC2 – N°de Inscrição – 06)

CURITIBA

2017

FERNANDO MACHADO KROETZ

**ANÁLISE DO EFEITO DA COMPRESSIBILIDADE NO REINÍCIO DO  
ESCOAMENTO DE FLUIDO TIXOTRÓPICO**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso - Tcc2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. PhD. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão

Co-orientador: Eng. Tainan Gabardo Miranda dos Santos,  
MSc

CURITIBA

2017

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa “ANÁLISE DO EFEITO DA COMPRESSIBILIDADE NO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE FLUIDO TIXOTRÓPICO”, realizado pelo aluno FERNANDO MACHADO KROETZ, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, PhD.

DAMEC, UTFPR

Orientador

Eng. Tainan Gabardo Miranda dos Santos, MsC.

CERNN, UTFPR

Co-orientador

Prof. Dr. Moisés Alves Marcelino Neto

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Prof Dr. Eduardo Matos Germer

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 22 de Junho de 2017.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Evely e Lélío, pelos ensinamentos, apoio, incondicional compreensão, incentivo e paciência desde os primórdios dos meus estudos.

Ao Henrique, por me apresentar o interesse pela ciência e pela busca por conhecimentos desde pequeno. À Nicole, pela paciência, carinho e compreensão nesta etapa.

Aos meus bons amigos, tanto os que trilharam este caminho junto comigo, quanto os que observaram externamente. Graças a vocês, o processo foi mais alegre e os momentos de descontração me proporcionaram forças para seguir em frente.

Ao Professor Negrão, pela orientação, por todo o conhecimento transmitido e pela disponibilidade nas reuniões, conduzidas sem pressa até que todos os assuntos fossem concluídos.

Ao Tainan, meu co-orientador, pela amizade, incrível paciência e pelo suporte a qualquer dia da semana, pela dedicação e conhecimentos empregados no trabalho. Pelas importantes e ágeis correções e pela vontade de ver este trabalho bem sucedido.

Aos colegas de laboratório, que sempre proporcionaram discussões interessantes e apoiaram o trabalho. Em especial agradeço ao Diogo, pelo fornecimento da curva de escoamento, imprescindível para o desenvolvimento do trabalho, ao Gabriel, por estar sempre disposto a colaborar nas discussões e fornecer ideias para o trabalho, e à Nezia, por me ensinar valiosos conhecimentos desde 2014.

Por fim, agradeço à Petrobras pelo apoio financeiro no desenvolvimento do projeto em que este trabalho se insere.

“As coisas parecem sombrias agora, mas a calma seguirá  
a tempestade, assim como a paz seguirá a guerra”

*Lord Anduin Lothar*

## RESUMO

KROETZ, Fernando Machado. Análise do efeito da compressibilidade no reinício do escoamento de fluido tixotrópico. 2017. 122 f. Monografia (Engenharia Mecânica) – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

Este trabalho tem por objetivo analisar a influência da compressibilidade em processos de reinício de escoamento de um fluido tixotrópico, empregando também dois modelos de fluido mais simples: newtoniano e plástico de Bingham. O problema é formulado como uma tubulação horizontal aberta preenchida por fluido em repouso, submetido a uma pressão ou vazão constante em uma das extremidades da tubulação para reinício do escoamento. Dois modelos são avaliados: um compressível e um incompressível. As equações governantes do problema são discretizadas e implementadas em códigos computacionais em linguagem FORTRAN e em MATLAB, para solução numérica. Os parâmetros dos modelos são calibrados a partir de testes reométricos de um petróleo da região do pré-sal brasileiro. Para fluidos newtonianos, os efeitos da compressibilidade são atenuados pela imposição de uma rampa de pressão na entrada, enquanto que para fluidos de Bingham estas rampas não são tão eficientes. Para o fluido tixotrópico, maiores elasticidades aproximam as velocidades dos modelos compressível e incompressível, e menores tempos de equilíbrio atenuam os efeitos da compressibilidade para pressão constante na entrada. Para vazão constante na entrada neste tipo de fluido, maiores elasticidades também atenuam a compressibilidade, e menores tempos de equilíbrio aceleram o processo de reinício, diminuindo os picos de pressão.

**Palavras-chave:** petróleo parafínico, compressibilidade, reinício do escoamento, simulação numérica, tixotropia

## ABSTRACT

KROETZ, Fernando Machado. Analysis of the compressibility effects on start-up flow of a thixotropic fluid. 2017. 122 f. Monografia (Engenharia Mecânica) – Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

The objective of this work is to analyze the compressibility influence on start-up flows of a thixotropic fluid, using also two simpler fluid models: Newtonian and Bingham plastic. The problem is formulated as a horizontal opened pipeline filled with a steady fluid, which may be submitted to a constant pressure or flow rate in order to start-up. Two models are evaluated: a compressible and an incompressible one. The governing equations of the problem are solved numerically by computational algorithms, written in FORTRAN and MATLAB. The models parameters are fit to rheometric test results of an oil from the pre-salt brazilian region. For newtonian fluids, the compressibility effects are attenuated by the imposition of a pressure ramp on the pipe inlet, while for Bingham fluids, these ramps are not so efficient. For the thixotropic fluid, higher elasticities and lower equilibrium times minimize the compressible effects for a constant pressure on the pipe inlet. For a constant flow rate, for a thixotropic fluid, higher elasticities also minimize the compressible effects, and lower equilibrium times accelerate the start-up process, while also decreasing the pressure peak.

**Keywords:** waxy oil, compressibility, flow start-up, numerical simulation, thixotropy.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Infográfico de evolução das distâncias da costa terrestre de perfuração petrolífera (Fonte: Petrobras, 2016) .....	20
Figura 2 - Geometria utilizada para simular o problema de reinício do escoamento (Adaptado de Oliveira e Negrão, 2015). .....	37
Figura 3 - Analogia mecânica massa-mola para o modelo de tixotropia (Fonte: Souza Mendes e Thompson, 2013).....	41
Figura 4 - Resposta da tensão de cisalhamento para diferentes modelos de fluido quando submetidos a um degrau de taxa de deformação (Fonte: Adaptado de Santos e Negrão, 2017).....	44
Figura 5 - Plano $z-t$ utilizado para a resolução pelo método das características. ....	49
Figura 6 - Malha bidimensional utilizada na discretização das equações. ....	50
Figura 7 - Fluxograma para resolução dos modelos compressíveis. ....	53
Figura 8 - Fluxograma de procedimento de cálculo para modelo incompressível.....	59
Figura 9 - Curva de escoamento experimental e ajustada do petróleo parafínico. ....	64
Figura 10 - Pressão em função do tempo em diferentes posições da tubulação para fluido incompressível impondo pressão na entrada (a) e gradiente de pressões ao longo da tubulação (b); velocidade em função do tempo (c). ....	67
Figura 11 – Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido newtoniano compressível com $t_p = 0,01$ s e rampa de pressão na entrada de $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10.....	68
Figura 12 - Evolução da pressão pelo comprimento da tubulação para (a) e (c) $t_r^* = 1$ e 2, respectivamente, até a rampa se completar e para tempos posteriores (b) e (d) $t_r^* = 1$ e 2, respectivamente .....	70
Figura 13 - Ampliação das oscilações de pressão na posição $z^* = 0,5$ para fluido newtoniano compressível reiniciando com pressão constante, com $t_r^* =$ (a) 2 e (b) 10.....	71
Figura 14 - Evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido newtoniano compressível com rampa de pressão na entrada, $t_p = 0,01$ s, nas posições de entrada e	



saída e $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10, comparados com a velocidade avaliada pelo modelo incompressível.....	72
Figura 15 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido newtoniano compressível com $t_p = 0,001$ s e rampa de pressão de $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10.....	75
Figura 16 – Ampliação da evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido newtoniano compressível, com $t_p = 0,001$ s, com rampa de pressão e $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10, comparados com a velocidade do modelo incompressível. ....	76
Figura 17 - Ampliação de oscilações de pressão para fluidos newtonianos com pressão constante na entrada, rampa $t_r^* = 2$ e viscosidade variada 0,1 e 1,0 Pa.s. ....	78
Figura 18 - Evolução da pressão pelo comprimento da tubulação, para determinados tempos, para fluidos newtonianos com diferentes viscosidades; (a) 0,1 Pa.s e (b) 1 Pa.s.....	79
Figura 19 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido de Bingham compressível com $t_p = 0,001$ s e rampa de pressão de $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10.....	81
Figura 20 - Evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido de Bingham compressível, com $t_p = 0,001$ s, com rampa de pressão e $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10, comparados com incompressível.....	83
Figura 21 - Evolução da pressão através da posição axial para fluidos de Bingham com tensão na parede abaixo da tensão limite de escoamento, modelos compressível e incompressível.....	84
Figura 22 - Evolução da pressão ao longo da posição axial para fluido newtoniano compressível com pressão na entrada 6,651 kPa em regime permanente.....	85
Figura 23 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido tixotrópico compressível elástico reiniciando com pressão constante na entrada. ....	87
Figura 24 - Evolução da velocidade e de $\lambda$ em relação ao tempo para fluido tixotrópico elástico compressível na posição da entrada, e incompressível, reiniciando com pressão constante.....	89
Figura 25 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido tixotrópico compressível inelástico com pressão constante na entrada. ....	90

Figura 26 - Evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido tixotrópico incompressível com elasticidade variada, reiniciando com pressão constante. ....	92
Figura 27 - Evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido tixotrópico compressível com elasticidade variada, reiniciando com pressão constante.....	93
Figura 28 - Evolução da velocidade em função do tempo para fluido tixotrópico compressível e incompressível inelásticos com pressão constante na entrada.....	94
Figura 29 - Evolução da pressão em relação ao tempo para reinício de escoamento de um fluido tixotrópico inelástico com pressão constante na entrada, para diferentes $t_{eq}^*$ : (a) 0,1, (b) 1, (c) 10 e (d) 100.....	96
Figura 30 - Evolução do parâmetro estrutural para fluido tixotrópico inelástico com pressão constante na entrada para os diferentes $t_{eq}^*$ avaliados.....	97
Figura 31 - Evolução da velocidade na entrada em relação ao tempo para reinício de escoamento de um fluido tixotrópico com pressão constante na entrada, para diferentes $t_{eq}^*$ : (a) 0,1, (b) 1, (c) 10 e (d) 100. ....	98
Figura 32 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido tixotrópico com vazão constante na entrada, modelos compressível i ncompressível, e evolução do parâmetro estrutural na entrada para $t_p = 0,01$ s. ....	100
Figura 33 - Evolução da pressão com o tempo para fluido incompressível inelástico com vazão constante na entrada. ....	101
Figura 34 – Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido tixotrópico com vazão constante na entrada e elasticidade variada, compressível e incompressível, $G_0$ : (a) 1, (b) 10 e (c) 100 Pa. ....	102
Figura 35 - Evolução da pressão por tempo para diferentes tempos de equilíbrio de um fluido tixotrópico compressível e incompressível, com vazão constante na entrada.....	104
Figura 36 - Teste de malha para velocidades em função do tempo, para a posição da entrada da tubulação, fluido newtoniano compressível com $t_p = 0,01$ s e $t_r^* = 1$ . ....	114
Figura 37 - Teste de malha para pressão em função do tempo, para a posição $z^* = 0,6$ da tubulação, fluido newtoniano compressível com $t_p = 0,01$ s e $t_r^* = 1$ . ....	115

Figura 38 - Teste de malha para pressão em função do tempo, para a posição $z^* = 0,6$ da tubulação, fluido newtoniano compressível com $t_p = 0,001$ s e $t_r^* = 1$ .....	116
Figura 39 - Teste de malha radial para pressão, para fluido de Bingham compressível com pressão na entrada, $t_p = 0,001$ s e $t_r^* = 1$ .....	117
Figura 40 - Teste de malha axial para pressão, para fluido de Bingham compressível com pressão na entrada, $t_p = 0,001$ s e $t_r^* = 1$ .....	117
Figura 41 - Influência da malha axial na velocidade para reinício do escoamento de fluido tixotrópico compressível na entrada da tubulação, com pressão constante.....	118
Figura 42 - Influência da malha axial na pressão para reinício do escoamento de fluido tixotrópico compressível na posição axial $z^* = 0,1$ , com pressão constante na entrada. ....	119
Figura 43 - Influência da malha radial na velocidade da entrada para reinício do escoamento de fluido tixotrópico com pressão constante na entrada.....	120
Figura 44 - Influência da malha radial na pressão para a posição axial $z^* = 0,1$ , para reinício do escoamento de fluido tixotrópico com pressão constante na entrada. ....	121

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resumo das equações da conservação para o modelo compressível e incompressível.....	46
Tabela 2 - Resumo das equações constitutivas, comuns ao modelo compressível e incompressível.....	46
Tabela 3 - Valores de tensão de cisalhamento obtidos em regime permanente para taxas de deformação aplicadas a 30 °C.....	63
Tabela 4 - Características da bancada experimental e do petróleo parafínico (Fonte: Rosso, 2014).....	63
Tabela 5 - Valores dos parâmetros da equação constitutiva tixotrópica ajustados a partir dos dados da curva de escoamento.....	63
Tabela 6 - Diferenças entre as tensões de cisalhamento obtidas no reômetro e as ajustadas no modelo .....	64
Tabela 7 - Tempo até a velocidade atingir o regime permanente para diferentes $t_r^*$ , para um fluido newtoniano com pressão constante na entrada, compressível e incompressível ...	73
Tabela 8 - Tempos de início de aumento de pressão em função da posição axial para um fluido tixotrópico compressível com pressão constante na entrada. ....	91
Tabela 9 - Comparação entre tempo e magnitude de pico para caso compressível e incompressível com vazão constante, influência de $G_0$ .....	103
Tabela 10 - Comparação entre tempo de pico para caso compressível e incompressível com vazão constante, influência de $t_{eq}^*$ .....	105
Tabela 11 - Comparação entre magnitude de pico para caso compressível e incompressível com vazão constante, influência de $t_{eq}^*$ .....	105
Tabela 12 - Influência da malha axial na velocidade para reinício do escoamento de fluido tixotrópico compressível. ....	119
Tabela 13 - Influência da malha axial na pressão para reinício do escoamento de fluido tixotrópico compressível. ....	119

Tabela 14 - Influência da malha radial na velocidade para reinício do escoamento de fluido tixotrópico.....	121
Tabela 15 - Influência da malha radial na pressão para reinício do escoamento de fluido tixotrópico.....	122

## **LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS**

ANP – Agência Nacional do Petróleo

CERNN – Centro de Pesquisas em Reologia e Fluidos Não-Newtonianos

MDF – Método das Diferenças Finitas

MVF – Método dos Volumes Finitos

MOC – Método das Características

TIAC – Temperatura Inicial de Aparecimento de Cristais

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
1.1	Contexto do Problema	19
1.2	Caracterização do Problema	20
1.3	Objetivos	22
1.4	Estrutura do Trabalho	23
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>24</b>
2.1	Trabalhos Experimentais Sobre o Reinício de Escoamento de Petróleos Parafínicos	24
2.2	Trabalhos Numéricos sobre Reinício de Escoamento	28
2.3	Tixotropia	33
2.4	Síntese do Capítulo e Objetivos Específicos	35
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>37</b>
3.1	Formulação do Problema	37
3.2	Equações da Conservação	38
3.2.1	Modelo Compressível	38
3.2.2	Modelo Incompressível	39
3.3	Equações Constitutivas	39
3.3.1	Fluido Newtoniano	40
3.3.2	Fluido de Bingham	41
3.3.3	Fluido Tixotrópico – Souza Mendes e Thompson (2013)	41
3.4	Condições Iniciais	45
3.5	Condições de Contorno	45
3.6	Síntese do Capítulo 3	46
<b>4</b>	<b>MODELAGEM NUMÉRICA</b>	<b>47</b>
4.1	Modelo Compressível	47
4.1.1	Equações da Conservação	47
4.1.2	Equações Constitutivas	50
4.1.3	Procedimento de Cálculo	51
4.2	Modelo Incompressível	53
4.2.1	Método dos Volumes Finitos	54
4.2.2	Procedimento de Cálculo	58
4.3	Síntese do Capítulo	60
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>61</b>
5.1	Ajuste da Curva de Escoamento e Definição de Parâmetros Transientes	62
5.2	Fluido Newtoniano	65
5.2.1	Tempo de Propagação $t_p = 0,01$ s	66
5.2.2	Tempo de Propagação $t_p = 0,001$ s	74
5.2.3	Fluido Newtoniano com viscosidades diferentes	77
5.3	Fluido de Bingham	80
5.3.1	Influência das Rampas de Pressão para $t_p = 0,001$ s	80

5.3.2	Avaliação de Pressão para Tensão na Parede Abaixo da Tensão Limite de Escoamento	84
5.4	Fluido Tixotrópico	86
5.4.1	Pressão Constante na Entrada	87
5.4.2	Vazão Constante na Entrada	99
5.5	Síntese do Capítulo	106
6	CONCLUSÕES	107
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	110
	APÊNDICE A – Testes de Malha	114



## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos Romanos:

$A$	Área	[m <sup>2</sup> ]
$a, b, m$	Constantes adimensionais	[-]
$c$	Velocidade de propagação da onda de pressão	[m/s]
$C+, C-$	Linhas características de integração	[-]
$d$	Diâmetro interno da tubulação	[m]
$F+, F-$	Fatores de discretização	[-]
$G$	Módulo de elasticidade	[Pa]
$K$	Índice de consistência	[Pa.s <sup>n</sup> ]
$l$	Comprimento da tubulação	[m]
$L, L_1, L_2$	Combinação linear	[-]
$n$	Índice de lei de potência	[-]
$Nr$	Volumes de controle na direção radial	[-]
$Nz$	Volumes de controle na direção axial	[-]
$p$	Pressão	[Pa]
$Q$	Vazão volumétrica	[m <sup>3</sup> /s]
$r$	Coordenada radial	[m]
$res$	Resíduo	[-]
$R$	Raio da tubulação	[m]
$T$	Temperatura	[K]
$t$	Tempo	[s]
$t_p$	Tempo de propagação	[s]
$t_{eq}$	Tempo de equilíbrio do material	[s]
$t_r$	Tempo de rampa	[s]
$v$	Velocidade axial local	[m/s]
$V$	Velocidade axial média	[m/s]
$z$	Coordenada axial	[m]

### Símbolos Gregos:

$\Delta t$	Passo temporal	[s]
$\Delta z$	Passo de posição axial	[m]
$\dot{\gamma}$	Taxa de deformação	[s <sup>-1</sup> ]

$\ddot{\gamma}$	Varição da taxa de deformação	[s <sup>-2</sup> ]
$\tau$	Tensão de cisalhamento	[Pa]
$\dot{\tau}$	Varição da tensão de cisalhamento	[Pa/s]
$\tau_y$	Tensão limite de escoamento estática	[Pa]
$\tau_{yd}$	Tensão limite de escoamento dinâmica	[Pa]
$\alpha$	Compressibilidade isotérmica	[Pa <sup>-1</sup> ]
$\eta$	Viscosidade	[Pa.s]
$\theta_1$	Tempo de relaxação	[s]
$\theta_2$	Tempo de retardo	[s]
$\lambda$	Parâmetro estrutural	[-]
$\rho$	Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]

**Subscritos:**

$\infty$	Fluido completamente desestruturado
0	Fluido completamente estruturado
<i>e</i>	Elástico
<i>ent</i>	Entrada
<i>eq</i>	Estado de equilíbrio
<i>max</i>	Valor máximo
<i>i</i>	Índice axial
<i>j</i>	Índice radial
<i>s</i>	Estrutural
<i>sai</i>	Saída
<i>v</i>	Viscoso / Estrutural
<i>w</i>	Avaliado na parede da tubulação

**Sobrescritos:**

<i>k</i>	Índice temporal
*	Adimensional

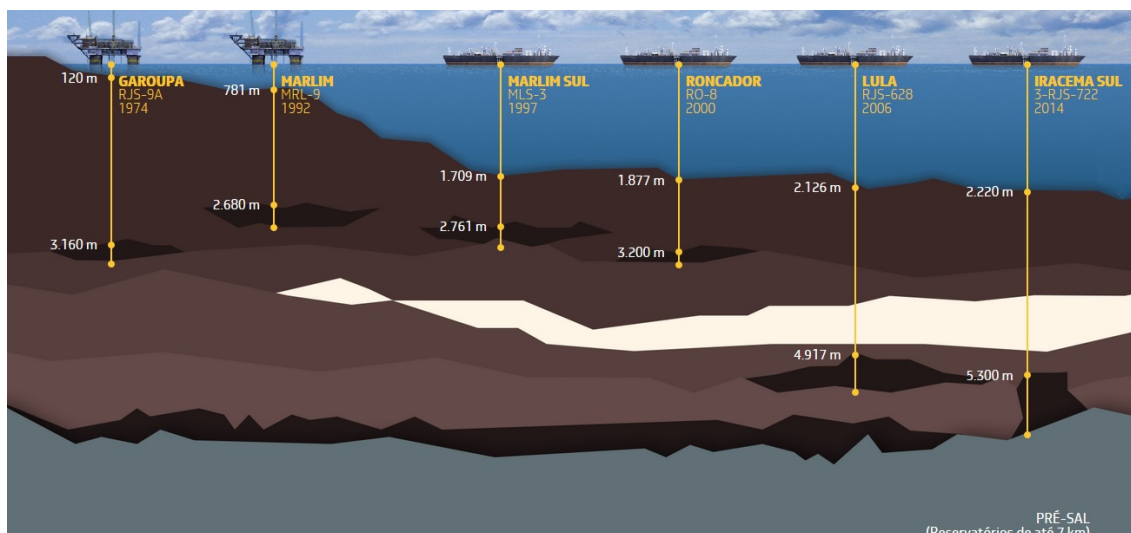
# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contexto do Problema

A demanda por fontes energéticas tem aumentado no decorrer dos anos. Neste quesito, o petróleo mantém um papel importante no cenário energético mundial, sendo a fonte responsável por fornecer 32,9% da energia utilizada no mundo (BP GLOBAL, 2016).

Pode-se dividir a exploração petrolífera em dois tipos: *onshore* e *offshore*. Os trabalhos *onshore* dizem respeito àqueles que são realizados em terra, com uma sonda fixa em solo terrestre e a coluna de perfuração a poucos metros do ponto de início da perfuração. Já as plataformas *offshore* correspondem à extração desenvolvida sob uma lâmina d'água marítima, sendo necessário que a coluna de perfuração desça desde a plataforma, sobre a superfície aquática, até o início do poço (leito do mar). De 2004 a 2014, as reservas nacionais de petróleo cresceram 47,1% no mar, enquanto que em terra houve um decréscimo, de 3,5%. Estes dados representam reservas de 15,3 bilhões de barris no mar versus 0,83 bilhão de barris em terra, evidenciando o crescimento e a importância da exploração *offshore* (MME, 2015).

As produções *offshore* se dão, cada vez mais, em distâncias longínquas da costa terrestre e em profundidades elevadas, tanto em lâmina d'água, quanto em relação às reservas. Estes dois fatores acarretam na necessidade de tecnologias cada vez mais robustas para a extração dos produtos. No Brasil, estes limites aumentaram significativamente com a exploração de petróleo na região do pré-sal. Notavelmente, os desafios da exploração *offshore* são mais elevados do que os da produção *onshore* (FREITAS et al., 2007). A Figura 1 ilustra o avanço nos últimos anos em questão a profundidades de lâminas d'água e de poços de petróleo na costa brasileira.



**Figura 1 - Infográfico de evolução das distâncias da costa terrestre de perfuração petrolífera (Fonte: Petrobras, 2016)**

Em explorações *offshore*, os poços usualmente produzem petróleo, gás natural e água (THOMAS et al., 2001), que são extraídos de reservatórios naturais a temperatura e pressão elevadas. Estes produtos são transportados até a plataforma petrolífera por meio de tubulações, onde são separados e cada um recebe o seu destino apropriado. Uma vez separados na plataforma, é preciso transportar os produtos até a costa terrestre. Para tanto, existem dois métodos normalmente utilizados: navios aliviadores e tubulações, sendo este último o mais comum (MARTÍNEZ-PALOU et al., 2011). Entre a plataforma e a costa, as tubulações são fixadas no solo marinho, onde a temperatura está em torno de 4 °C.

## 1.2 Caracterização do Problema

O petróleo é composto, basicamente, por cadeias de hidrocarbonetos saturados e aromáticos, como parafinas e asfaltenos (ZÍLIO; PINTO, 2002). A qualidade de um petróleo está ligada diretamente à concentração parafínica, sendo o petróleo proveniente da região do pré-sal rico neste composto. Estes hidrocarbonetos recebem uma atenção especial quando o escoamento do petróleo é submetido a baixas temperaturas, pois tendem a se precipitar e formar cristais em uma matriz viscosa (DAVIDSON et al., 2004). Quando o fluido é resfriado abaixo de uma determinada temperatura, denominada temperatura de cristalização, ocorre a precipitação de cristais de parafina

no petróleo (VENKATESAN et al., 2003). A altas temperaturas, o petróleo apresenta um comportamento newtoniano, e a solubilidade das parafinas no óleo é alta o suficiente para manter as moléculas parafínicas totalmente dissolvidas na mistura. Com a diminuição da temperatura, abaixo da temperatura de cristalização, a solubilidade do óleo em relação às parafinas diminui, de modo que este composto se precipita (VENKATESAN et al., 2003). Como consequência da precipitação de parafinas, ocorre a transição para um comportamento não-newtoniano (RØNNINGSEN, 1992).

Outra característica da precipitação parafínica é que esta intensifica as ligações intermoleculares entre as parafinas, que podem se depositar nas paredes dos oleodutos acarretando na formação de uma estrutura cristalina (AIYEJINA et al, 2011). Isto aumenta a viscosidade e a resistência ao escoamento do fluido, podendo dar a ele um aspecto de gel. Este fenômeno, denominado gelificação, ocorre quando o fluido é submetido a temperaturas abaixo do seu ponto de fluidez (FARINA; FASANO, 1996), sendo uma consequência da precipitação das parafinas. Em petróleos produzidos nas plataformas *offshore*, este ponto de fluidez pode se encontrar entre 10 e 30 °C (ROSSO, 2014; LIN et al., 2011), sendo que a gelificação é facilitada e intensificada quando o fluido se encontra em repouso. Assim, se por algum motivo o escoamento for interrompido, o petróleo nas tubulações marítimas pode sofrer gelificação.

Um dos problemas referentes a uma estrutura gelificada em uma tubulação no fundo do mar é a dificuldade do reinício do escoamento do petróleo. Para se quebrar esta estrutura gelificada e retomar o escoamento, a pressão no interior da tubulação pode atingir valores significativamente mais elevados do que as pressões usuais de trabalho. Isto pode danificar a tubulação e causar problemas de ordem ambiental, social e econômica.

Existem diversas maneiras para se tentar mitigar o problema da gelificação e as consequentes pressões elevadas no reinício do escoamento. Dentre elas, aquecer a tubulação para dissolver as parafinas, ou inserir aditivos no petróleo que diminuam o ponto de fluidez (MARTÍNEZ-PALOU et al., 2011). No entanto, essas metodologias são complexas e custosas às operações. Portanto, é importante entender e prever o comportamento do fluido sob essas condições.

Há ainda uma outra consequência da redução das temperaturas do óleo e da precipitação de parafinas: o encolhimento do fluido, devido à redução do seu volume

específico (PHILLIPS et al., 2011). Devido a este encolhimento, podem ocorrer espaços vazios no fluido, que aumentam a sua compressibilidade. A compressibilidade pode ser entendida como um decréscimo no volume do material, para um determinado incremento na pressão à qual é submetido (YOUNG et al., 2012). O processo de reinício do escoamento acontece usualmente a partir de uma extremidade da tubulação, pela imposição de uma pressão, por exemplo. Neste sentido, a compressibilidade pode exercer um papel significativo no processo de reinício, de modo que esta pressão demora determinado tempo até se propagar por toda a tubulação e ser percebida na outra extremidade.

Para compreender o reinício do escoamento de petróleos parafínicos gelificados, pode-se investigar o reinício do escoamento sob duas abordagens: experimental e matemática. As abordagens experimentais utilizam aparatos em condições similares às encontradas no processo de gelificação do fluido. As abordagens de modelagem matemática, por sua vez, são aquelas em que se modela o problema através de equações representativas do fenômeno, a fim de simular os comportamentos encontrados em campo. Este trabalho se insere no contexto do estudo do reinício do escoamento através de modelagem matemática e simulação numérica.

### **1.3 Objetivos**

O objetivo deste trabalho é analisar a influência da compressibilidade no reinício do escoamento de um fluido tixotrópico em tubulações abertas, através de modelagem matemática e simulação numérica. A análise será feita considerando-se uma tubulação horizontal contendo o fluido gelificado em repouso no início das simulações. Busca-se avaliar a influência da compressibilidade do fluido no processo de reinício, verificando em que situações um modelo compressível pode ou não ser substituído por um incompressível. Para tanto, serão utilizados e comparados dois modelos matemáticos: um compressível e outro incompressível. Uma equação constitutiva newtoniana e uma de Bingham serão utilizadas antes das análises com a equação constitutiva tixotrópica, para verificar se nestes fluidos de modelagem e comportamento mais simples o modelo compressível se reduz ao incompressível. As equações governantes serão discretizadas e resolvidas em algoritmos com linguagem FORTRAN e MATLAB. Os resultados de uma curva de escoamento de um petróleo parafínico brasileiro obtida em um reômetro

disponível no CERNN/UTFPR serão empregados para calibrar os modelos matemáticos utilizados.

## **1.4 Estrutura do Trabalho**

Este trabalho está subdividido em seis capítulos e um apêndice. No primeiro capítulo contextualiza-se o tema em que o trabalho está inserido, apresenta-se o problema e definem-se os objetivos.

O segundo capítulo diz respeito à revisão bibliográfica. São descritos os principais pontos dos trabalhos já publicados que têm relação com o tema e os objetivos específicos deste trabalho são apresentados.

No terceiro capítulo é abordada a modelagem matemática do problema. A geometria a ser avaliada é definida e as equações governantes são apresentadas. Essas equações são simplificadas a partir de hipóteses utilizadas conforme o tipo de modelo. Por fim, as condições de contorno e iniciais são definidas para o fechamento da modelagem matemática do problema.

O quarto capítulo descreve o procedimento de solução numérica dos modelos expostos no terceiro capítulo. Os métodos de discretização e os procedimentos de cálculo empregados são apresentados.

O quinto capítulo diz respeito aos resultados encontrados. Neste capítulo são mostradas as simulações desenvolvidas e as discussões referentes a elas.

O sexto capítulo apresenta as conclusões do trabalho, mostrando os tópicos mais importantes abordados no trabalho e possíveis trabalhos futuros.

O apêndice apresenta os testes de malha para os diferentes tipos de fluido avaliados.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Este capítulo está subdividido em quatro seções. A primeira e a segunda tratam da revisão bibliográfica do reinício do escoamento de petróleos parafínicos no âmbito experimental e computacional, respectivamente. A terceira subdivisão está relacionada à tixotropia do material. As partes desta revisão são descritas cronologicamente, mostrando as simplificações, considerações e principais conclusões dos trabalhos estudados. Na última seção tem-se uma síntese do capítulo, relacionando os aspectos mais relevantes dos trabalhos revisados e identificado os objetivos específicos deste trabalho.

### **2.1 Trabalhos Experimentais Sobre o Reinício de Escoamento de Petróleos Parafínicos**

Os trabalhos experimentais são aqueles em que se tem a construção e/ou utilização de equipamentos que tentam mimetizar as condições reais de campo. Sendo assim, podem fazer uso de reômetros, viscosímetros e também aparatos experimentais construídos para tal fim.

Rønningsen (1992) estudou o comportamento reológico de petróleos parafínicos gelificados do mar do norte. Para tanto, usou oito tipos de petróleo, com composição parafínica entre 7,6 e 11,9% em massa. O objetivo do trabalho foi avaliar a tensão limite de escoamento do fluido. Seus testes experimentais utilizaram um reômetro e um aparato contendo uma tubulação acoplada a um banho térmico. Os resultados mostraram uma forte dependência entre a tensão limite de escoamento e a taxa de resfriamento à qual a amostra era submetida. Quanto maior a taxa de resfriamento, menor a tensão limite de escoamento encontrada. Coletando-se os dados do aparato, esta tensão era calculada a partir do balanço de forças com a pressão. Além disso, o autor verificou que os resultados obtidos pelos testes no reômetro e no aparato tinham magnitudes similares.

Borghetti et al. (2003) argumentam que os resultados laboratoriais geralmente tendem a superestimar os valores da pressão de reinício do escoamento de petróleos parafínicos. Suas análises são baseadas no estudo de petróleos parafínicos de regiões



africanas. A fim de reforçar suas hipóteses, realizaram testes em um reômetro e em um aparato experimental contendo uma tubulação, concluindo que as previsões reométricas atingiam valores três vezes maiores que os mensurados no experimento. Segundo os autores, a justificativa para tal discrepância seria a própria compressibilidade do fluido, de modo que a pressão seria observada na outra extremidade da tubulação apenas após determinado tempo no aparato experimental. Eles ainda argumentam que os resultados obtidos por Rønningsen (1992) não devem ser confiáveis, uma vez que seus cálculos não levavam em conta a propagação da pressão na tubulação, apenas uma diferença de pressão.

Phillips et al. (2011), em seus dois trabalhos publicados no mesmo ano, fizeram um vasto estudo experimental sobre os fenômenos macroscópicos em uma tubulação fechada preenchida por petróleo parafínico gelificado. Eles utilizaram diferentes óleos, dentre eles também materiais formulados. A composição parafínica dos materiais se deu entre 8 e 14% de parafina em massa. Os autores mostraram que, devido ao resfriamento da amostra, tem-se um encolhimento do fluido. Este encolhimento pode acarretar em um escoamento que chamam de *shrinkage flow*. Os autores afirmam que, com o resfriamento, tem-se uma redução do volume específico tanto do tubo quanto do fluido, de modo que tal fenômeno acontece caso a contração do fluido seja maior do que a da tubulação. Se isso acontecer, vazios tendem a se formar no fluido e, devido à ação da gravidade em tubulações verticais, por exemplo, o material pode escoar. Os pesquisadores observaram que sua amostra de hidrocarbonetos encolhe 1% do seu volume a cada 10 °C de queda na temperatura, e que esse valor pode ser ainda mais elevado para outros óleos.

Utilizando-se de reômetros e microscópios, Lin et al. (2011) buscaram estudar o desenvolvimento da estrutura parafínica de um petróleo proveniente da região chinesa de Qinghai. Este petróleo apresentou 16,7% de composição parafínica em massa. Eles observaram que a resistência da estrutura gelificada sempre aumenta quando a temperatura de teste diminui ou o tempo de envelhecimento da amostra aumenta. A temperatura de teste foi definida como aquela em que se inicia o resfriamento da amostra. Os autores mostraram também que, para uma taxa de resfriamento constante, o desenvolvimento da estrutura gelificada é fortemente influenciado pelas taxas de deformação impostas no resfriamento. Quando a temperatura de teste é mais elevada

que o ponto de fluidez, taxas de deformação maiores no resfriamento podem resultar em estruturas mais resistentes.

Fossen et al. (2013) estudaram as pressões de reinício do escoamento de óleos parafínicos gelificados utilizando tubulações de diâmetros internos variados. Os autores tinham o objetivo de avaliar se há alguma relação entre os picos de pressão e os diâmetros das tubulações. Em seus testes, utilizaram o material caracterizado como API 37,1. Eles mostraram que a taxa de aumento da pressão de reinício, em Pa/s, diminui conforme o diâmetro dos tubos aumenta, para uma mesma vazão volumétrica de reinício. Além disso, concluíram que a utilização do balanço de forças para calcular a pressão de reinício pode acarretar em previsões muito conservadoras, quando utilizada para pequenos diâmetros. Sendo assim, os autores sugerem utilizar este balanço apenas em testes de grandes diâmetros para os cálculos dos picos de pressão. Seus resultados foram comparados aos obtidos por Phillips et al. (2011), porém usando tubulações com diâmetros maiores. Os autores encontraram boa concordância entre os trabalhos, observando o encolhimento da amostra e redução da pressão conforme o resfriamento acontecia.

Rosso (2014) abordou o problema do reinício do escoamento de um petróleo originado da região do pré-sal brasileiro, através de uma bancada experimental. A autora procurou avaliar a influência de diversos fatores no reinício, tais como: temperaturas inicial e final do resfriamento, taxa de resfriamento, tempo de repouso do fluido gelificado e vazão de quebra. Ela obteve resultados que, de alguma forma, todos os fatores influenciam as condições do reinício. O aumento da temperatura de teste (temperatura inicial) ou a redução da temperatura final, por exemplo, acarretam em um pico de pressão de maior intensidade. Observou também que os espaços vazios gerados durante o resfriamento aumentam o tempo para o reinício, resultado coerente com as conclusões de Phillips et al. (2011). Ainda com relação aos espaços vazios, observou que uma redução na sua quantidade acarreta em pressões de reinício mais elevadas. O Quadro 1 sintetiza os principais pontos dos trabalhos estudados nesta seção.

**Quadro 1 - Principais aspectos dos trabalhos experimentais revisados**

<b>Trabalho</b>	<b>Aparato Experimental</b>	<b>Equipamentos Reométricos</b>	<b>Principais conclusões</b>
Rønningsen (1992)	Reinício com pressão imposta. Tubulação com $l = 14.7$ m e $d = 6$ mm.	Viscosímetro de cilindros axiais e reômetro com geometria <i>cone-plate</i>	Obtém resultados similares no reômetro e no aparato experimental. Para maiores taxas de resfriamento, menor a tensão limite de escoamento. Já para o tempo de envelhecimento, acontece o oposto.
Borghi et al. (2003)	Reinício com pressão imposta. Tubulação com $l = 16$ m e $d = 6$ mm	Reômetro de cilindros coaxiais	Pressões obtidas a partir dos testes reométricos atingem o triplo dos valores medidos.
Phillips et al. (2011 – a e b)	Tubulações com $l = 15.24$ m, usando-se dois diâmetros: $d = 5.9$ mm e $d = 12.7$ mm; Garrafa de vidro de 500 ml; Tubo em U, com $l = 2.8$ m	-	Possível ocorrência de escoamento durante resfriamento; Encolhimento de hidrocarbonetos de mais de 1% para cada 10°C; Dependência da vazão de encolhimento de $l$ , $d$ e taxa de resfriamento.
Lin et al. (2011)	Observação através de microscópios	Reômetro com geometria rotor-cilindro	Resistência da estrutura aumenta conforme a temperatura de teste diminui ou o tempo de envelhecimento aumenta.
Oyangen et al. (2013)	Reinício com Pressão imposta. Tubulações com $l = 5.8$ m e $d = 28, 55$ e 82 mm.	-	A pressão de reinício deve ser calculada através da tensão limite de escoamento encontrada no teste com o maior diâmetro possível para ser representativa.
Rosso (2014)	Reinício com vazão imposta. Tubulação de $l = 56.6$ m e $d = 10$ mm	-	Aumento da temperatura de teste e/ou diminuição da temperatura final aumentam o pico de pressão Redução de espaços vazios no reinício aumenta o pico de pressão.

## 2.2 Trabalhos Numéricos sobre Reinício de Escoamento

Trabalhos numéricos referem-se à simulação computacional do problema. Neste tipo de abordagem procuram-se equações que possam representar fidedignamente os fenômenos observados em um campo de estudo. Uma vez modelados de forma coerente, os problemas são resolvidos computacionalmente.

Sestak et al. (1987) desenvolveram um modelo para prever o tempo necessário para o reinício do escoamento e também para limpar uma tubulação preenchida por óleo gelificado, utilizando o modelo tixotrópico de Houska (1981). Para o reinício do escoamento, consideraram que o fluido tem sua estrutura gelificada quebrada pela pressão fornecida por um fluido newtoniano, ou um óleo aquecido, que é bombeado na entrada da tubulação. Os autores consideraram que ambos os fluidos não se misturam e os efeitos de inércia foram desconsiderados. No mesmo ano, Cawkwell e Charles (1987) implementaram um modelo mais sofisticado, que também era capaz de prever os tempos de reinício e limpeza, além dos campos de velocidade e pressão do escoamento. Enquanto os autores resolveram as equações da conservação da massa e quantidade de movimento, no trabalho de Sestak et al. (1987) é feito um balanço de forças. Eles conseguiram encontrar tempos até 40% menores no reinício do escoamento em relação ao trabalho de Sestak et al. (1987) por considerarem efeitos adicionais, como a compressibilidade.

Outro trabalho que se utiliza do modelo de tixotropia proposto por Houska (1981) é o de Chang et al. (1999). Estes também consideram que a estrutura gelificada é quebrada pela pressão constante exercida por um fluido não gelificado, realizando um balanço de forças para cálculo das variáveis. Eles assumem, porém, que o escoamento é incompressível, além de isotérmico, e que os fluidos gelificado e de substituição se comportam como um plástico de Bingham, sendo que o gelificado possui tensão limite de escoamento dependente do tempo.

Davidson et al. (2004) avançaram além do modelo proposto por Chang et al. (1999), ainda realizando um balanço de forças. Neste caso, introduziram o conceito de frente de propagação de pressão, considerando que o gradiente de pressão total é dado pela soma da pressão de compressão com a frente de propagação de pressão. Também consideraram que o fluido bombeado segue um comportamento plástico de Bingham. Ao considerar a compressibilidade do óleo, obtiveram uma modelagem do problema

mais realista. Segundo os autores, maiores compressibilidades acarretam em maiores vazões mássicas de óleo e uma redução no tempo de limpeza da tubulação.

Vinay et al. (2006) simularam o reinício do escoamento de óleos gelificados considerando o escoamento como bidimensional e fracamente compressível. Vale notar que deste trabalho em diante, todos os apresentados nesta revisão consideraram o fluido como compressível. Os autores utilizaram o modelo de Bingham para descrever um comportamento viscoplástico do fluido gelificado. Em relação aos resultados obtidos, notou-se que, quanto mais compressível o fluido, maior o tempo para o reinício do escoamento. Em 2007, o mesmo grupo de pesquisadores desenvolveu um modelo unidimensional (VINAY et al., 2007). A principal vantagem observada foi o ganho de tempo computacional. Ainda com o modelo 1D, os autores encontraram uma boa concordância entre os dois modelos.

Wachs et al. (2009), que fazem parte do grupo de pesquisadores dos dois trabalhos anteriores, apresentaram um modelo numérico 1.5D para o reinício do escoamento de um óleo gelificado. A nomenclatura 1.5D foi utilizada por se encontrar entre a formulação 2D (completa) e 1D. A simplificação se dá de modo que há apenas uma componente de velocidade não-nula na direção axial da tubulação, que depende tanto da direção radial quanto axial. A motivação para tal trabalho seria de aliar a vantagem da velocidade computacional obtida no seu modelo 1D (VINAY et al., 2007) com os resultados mais realistas da simulação 2D (VINAY et al., 2006). Novamente, mostraram bons resultados em concordância com a formulação 2D.

Outro trabalho que compara os resultados com os observados pelo modelo unidimensional de Vinay et al. (2007) foi o desenvolvido por Oliveira et al. (2010). Este também levou em conta uma modelagem unidimensional de fluido de Bingham, considerando-se o escoamento laminar, compressível e isotérmico. Um dos diferenciais deste trabalho é considerar o fator de atrito no escoamento, a fim de avaliar os efeitos viscosos. Comparando-se os resultados com os do trabalho de Vinay et al. (2007), os autores concluíram que estão de acordo para escoamentos de maior compressibilidade, mas que existem discrepâncias para baixas compressibilidades nas velocidades do escoamento. Eles argumentaram que estas podem ser causadas por instabilidades numéricas do trabalho de Vinay et al (2007) ou pela forma de resolução das equações.

Em 2014, Barreira desenvolveu um trabalho diferenciado de reinício do escoamento, ao tratar possibilidades para reduzir os picos de pressão atingidos durante o processo. Neste trabalho utilizou o modelo de tixotropia de Souza Mendes e Thompson (2013), considerando que a tubulação pode ser provida de aliviadores de pressão. Esses aliviadores são dispositivos mecânicos que recebem o fluido desestruturado gradualmente até preencherem seu volume, diminuindo a pressão em toda a linha e, assim, protegendo as tubulações. A modelagem considerou o escoamento como 1D, laminar e isotérmico, e mostrou que de fato o uso de aliviadores pode diminuir os picos de pressão nas tubulações.

Ahmadpour e Sadeghy (2014) procuraram estudar o reinício do escoamento de petróleo parafínico iraniano, através do modelo de Dullaert e Mewis (2006), em uma formulação bidimensional. Em seu trabalho, procuram avaliar a influência da elasticidade do material. Eles concluíram que a elasticidade desempenha um efeito negativo no reinício, de modo que fluidos mais elásticos são capazes de armazenar mais energia, podendo acarretar em um limite que o escoamento não pode ser reiniciado. A compressibilidade do material, apesar de aumentar o tempo necessário, pode auxiliar o reinício.

Oliveira e Negrão (2015) procuraram avaliar o efeito da compressibilidade no reinício do escoamento considerando o fluido como tixotrópico através do modelo elasto-viscoplástico de Souza Mendes e Thompson (2013). Consideraram que o escoamento é unidimensional e laminar, além de adotarem a hipótese de que a tensão de cisalhamento varia linearmente na seção transversal da tubulação. Vale notar que as equações da conservação foram discretizadas pelo método das características. Os autores avaliaram o problema através de duas condições de contorno para a entrada: pressão ou vazão constante. Enquanto a primeira busca a menor pressão necessária para que o escoamento reinicie, a segunda busca definir os máximos picos de pressão atingidos. Eles concluem que quanto menor a dissipação viscosa, em comparação à compressibilidade do fluido, mais rápido se dá o reinício do escoamento.

Kumar et al. (2015) estudaram o reinício do escoamento considerando variações de temperatura. Para tanto, assumiram que a temperatura da parede da tubulação está acima da TIAC (Temperatura Inicial de Aparecimento de Cristais), que é a temperatura na qual se inicia a precipitação de parafina. Eles procuraram avaliar o efeito do pré-aquecimento da amostra no processo e argumentaram que a estrutura do gel se degrada

próximo à parede do tubo devido ao aquecimento, facilitando e acelerando o processo do reinício. Os autores consideraram pressão constante na entrada do tubo, fornecida por um óleo parafínico igual ao gelificado, mas aquecido. Concluíram que a resistência viscosa do gel diminui, e que a velocidade com que a pressão se propaga aumenta, devido ao aquecimento. O Quadro 2 apresenta os principais aspectos dos trabalhos abordados nesta seção.

**Quadro 2 - Principais aspectos dos trabalhos numéricos revisados**

<b>Trabalho</b>	<b>Equações utilizadas</b>	<b>Modelo para o fluido gelificado</b>	<b>Resolução das Equações</b>	<b>Principais hipóteses</b>
Sestaket al. (1987)	Balanço de Forças	Houska (1981) 1DI	Método de Gauss-Newton	Fluido gelificado é quebrado pela pressão fornecida por um fluido Newtoniano, ou um óleo aquecido. Ambos os fluidos não se misturam e os efeitos de inércia foram desconsiderados.
Cawkwell et al. (1987)	Equação da Conservação da Massa (ECM) e Equação da Quantidade de Movimento (EQM)	Houska (1981) 1D	Método das Diferenças Finitas (MDF)	Não consideram escoamento radial. Fluido gelificado é quebrado por fluido Newtoniano bombeado. Ambos os fluidos não se misturam.
Chang et al. (1999)	Balanço de Forças	Bingham, incompressível com tensão limite de escoamento dependente do tempo 1D	MDF	Consideram a interface entre fluido gelificado e bombeado como sendo plana, desprezam a inércia.
Davidson et al. (2004)	Balanço de forças	Bingham, compressível com tensão limite de escoamento dependente do tempo 1D	MDF	Desprezam a inércia do escoamento.
Vinayet al. (2006)	ECM, EQM	Bingham, compressível. 1D	Método Lagrangeano aumentado; Algoritmo de Uzawa modificado	Não consideram a variação da massa específica na direção axial
Vinayet al. (2007)	ECM, EQM	Bingham, compressível 2D	Método Lagrangeano aumentado; Algoritmo de Uzawa modificado	Despreza os efeitos da quebra do gel
Wachset al. (2009)	ECM, EQM	Compressível Propriedades reológicas dependentes do tempo e da taxa de cisalhamento 1.5D	Método Lagrangeano aumentado; Algoritmo de Uzawa modificado	Considera que há apenas uma componente de velocidade não-nula na direção radial da tubulação, que pode variar tanto na direção radial quanto axial
Oliveira et al. (2010)	ECM, EQM	Bingham, compressível 1D	Método dos Volumes Finitos (MVF)	Escoamento laminar. Tubulação pode ter angulações e é completamente rígida.
Barreira (2014)	ECM, EQM	Souza Mendes e Thompson 1D	Método das Características (MOC), MDF	Escoamento laminar, tubulação horizontal. Escoamento fracamente compressível
Ahmadpour e Sadeghy (2014)	ECM, EQM	Dullaert-Mewis 2D	MVF	Escoamento axissimétrico, escoamento fracamente compressível, tubulação horizontal e longa.
Oliveira e Negrão (2015)	ECM, EQM	Souza Mendes e Thompson 1D	MOC, MDF	Escoamento laminar, tubulação horizontal. Escoamento fracamente compressível



## 2.3 Tixotropia

Segundo Mewis e Wagner (2009), tixotropia pode ser definida como um contínuo decréscimo na viscosidade com o tempo quando uma amostra que estava em repouso é submetida a uma sollicitação, e uma subsequente recuperação da viscosidade com o tempo quando o escoamento é interrompido. Este processo é reversível, uma vez que o valor inicial da viscosidade antes da sollicitação é totalmente recuperado. Este tipo de efeito reológico pode ser encontrado nos mais diversos itens do cotidiano, como pastas, cremes, géis, tintas e adesivos (MEZGER, 2006; SOUZA MENDES, 2011).

Com relação aos petróleos parafínicos, o seu comportamento não é exatamente tixotrópico, mas sim dependente do tempo. Alguns autores mostram isso devido à recuperação da viscosidade do material quando o escoamento é interrompido neste tipo de fluido não ser completamente reversível (TARCHA et al., 2014; VISINTIN et al., 2005). No entanto, não se encontram na literatura modelos que representem bem esta característica, sendo comumente utilizados modelos tixotrópicos para contabilizá-la.

Há diferentes abordagens propostas na literatura para se estudar tixotropia. Dentre elas, a abordagem da mecânica do contínuo, a microestrutural e a estrutural cinética.

Na abordagem da mecânica do contínuo, costumam-se introduzir funções de viscosidade dependente do tempo em modelos clássicos como o de Bingham. Dullaert e Mewis (2006) afirmam, porém, que este tipo de modelo não é associado aos processos físicos responsáveis pela alteração das estruturas. Sendo assim, consideram que estes modelos acabam por serem especificados de maneira arbitrária.

Os modelos que fazem uso da abordagem microestrutural, por sua vez, buscam representar o comportamento tixotrópico através da detalhada descrição dos mecanismos básicos da estrutura. Isto é, os mecanismos reversíveis de construção e quebra estrutural. O problema, porém, é que inspeções detalhadas requerem conhecimentos de interações como as forças intermoleculares. Usualmente, a descrição dessas interações é muito complexa, dificultando o desenvolvimento dos trabalhos.

Os estudos que abordam a forma estrutural cinética modelam a tixotropia do material considerando que as propriedades reológicas são dependentes de um parâmetro estrutural,  $\lambda$ . Este parâmetro representa o grau de estruturação instantâneo do material. Dullaert e Mewis

(2006) afirmam que valores usuais para este parâmetro variam de zero, para um fluido totalmente desestruturado, a um, para um completamente estruturado.

Segundo Mewis e Wagner (2009), para se modelar materiais tixotrópicos pode se fazer uso de duas equações: uma equação constitutiva, que relaciona solicitações mecânicas (como a tensão de cisalhamento com a taxa de deformação, por exemplo), e outra de evolução do parâmetro estrutural.

Houska (1981) definiu em seu modelo que o parâmetro estrutural é uma função da taxa de deformação imposta na amostra. Este modelo, porém, não utiliza uma componente elástica para a tensão, sendo limitado para prever o comportamento inicial de reinícios de escoamento de petróleos parafínicos gelificados, que apresentam comportamento elástico.

Yziquel et al. (1999) também consideraram o parâmetro estrutural como função da deformação do fluido. Em seu trabalho, modelam o comportamento de suspensões coloidais utilizando o modelo de Jeffreys, propondo três equações para a evolução do parâmetro estrutural. Em cada uma dessas equações, a evolução do parâmetro estrutural é dependente da: taxa de energia dissipada, taxa de deformação ou tensão de cisalhamento. Os autores concluem que a equação dependente da energia é a mais apropriada para seus estudos. A baseada na tensão não consegue representar alguns fenômenos, enquanto que a baseada na taxa de deformação é fortemente dependente de parâmetros inseridos no modelo.

Mujumdar et al. (2002) fizeram uso de um modelo em que o parâmetro estrutural é função da tensão imposta, abordando transições entre os comportamentos elásticos e viscosos. Para tanto, utilizaram uma equação constitutiva, uma equação diferencial para contabilizar a parcela elástica e uma para a evolução do parâmetro estrutural. Este modelo é capaz de prever fenômenos característicos do processo do reinício de escoamento, como picos de pressão e alívio de tensões uma vez que o escoamento é interrompido.

Dullaert e Mewis (2006) propuseram um modelo que divide a tensão total à qual o fluido é submetido em uma parcela elástica e uma viscosa, sendo a parcela elástica dependente da estrutura. Eles utilizaram basicamente três equações: uma equação constitutiva, uma cinética para a evolução do parâmetro estrutural e uma equação de evolução da deformação elástica. Concluíram que suas predições são eficazes para baixas taxas de deformação, mas subestimam os resultados de regime permanente quando usado a altas taxas.

Souza Mendes e Thompson (2013) desenvolveram um modelo elasto-viscoplástico tixotrópico que, dependendo dos parâmetros escolhidos, pode simular materiais que

apresentam tensão limite de escoamento real e aparente. A tensão limite de escoamento é definida como a tensão mínima para que haja qualquer movimentação irreversível no fluido (SOUZA MENDES; THOMPSON, 2013). A tensão limite de escoamento aparente define que certos materiais podem apresentar comportamentos newtonianos, com viscosidade muito alta (porém finita), quando submetidos a tensões menores do que esta tensão (SOUZA MENDES; THOMPSON, 2013). Neste trabalho, os valores do parâmetro estrutural variam de zero (fluido totalmente desestruturado) a um valor positivo finito  $\lambda_0$ , representando o estado completamente estruturado.

Deus et al. (2016) apresentam um novo modelo constitutivo para substâncias tixotrópicas também baseado no modelo de Jeffreys. Os autores afirmam que muitos trabalhos não levam em conta os princípios físicos, dinâmicos, que regem a dependência da microestrutura relacionada com o módulo de elasticidade e a viscosidade. Neste sentido, buscam elaborar um modelo que seja consistente com o comportamento reológico das substâncias.

## 2.4 Síntese do Capítulo e Objetivos Específicos

Neste capítulo foi abordado o estudo do reinício do escoamento de petróleos parafínicos em duas abordagens: experimental e numérica. Os trabalhos experimentais mostraram diversos estudos de petróleos parafínicos, utilizando aparatos experimentais, reômetros e viscosímetros. Com relação às abordagens numéricas, diversos trabalhos foram apresentados, cada um com suas características, hipóteses e objetivos. Alguns buscam a redução do tempo computacional de modelos publicados, já outros procuram novas abordagens para modelar o reinício do escoamento de óleos gelificados.

Na revisão sobre tixotropia foram abordados trabalhos que levam em conta a dependência temporal reversível da viscosidade do óleo. Mostrou-se que petróleos parafínicos, como o oriundo da região da camada do pré-sal, não são tixotrópicos, mas possuem uma dependência temporal com irreversibilidades, de modo que é preciso considerar esta característica quando se modela o problema de reinício do escoamento. Comumente são utilizados modelos de tixotropia para considerar a dependência temporal do petróleo parafínico, uma vez que não se encontram bons modelos que representem esta condição com irreversibilidades. Souza Mendes (2011) argumenta que a maioria dos modelos tixotrópicos são baseados em hipóteses vagas, carentes de aplicações genéricas. Em 2013, então, o autor

apresentou um novo modelo de tixotropia, que visa uma melhor abordagem do fenômeno. Neste trabalho, o modelo tixotrópico escolhido foi o de Souza Mendes e Thompson (2013).

Dos trabalhos estudados, todos desde o ano de 2006 consideram o fluido gelificado como compressível. No entanto, existem afirmações contraditórias na literatura. Os trabalhos de Cawkwell e Charles (1987) e Davidson et. al. (2004), por exemplo, afirmam que quanto mais compressível seja o fluido, menor seu tempo de reinício. Já os trabalhos de Vinay (2006), Ahmadpour e Sadeghy (2014) e Oliveira e Negrão (2015) dizem o oposto. Além disso, não se têm análises especialmente da possibilidade de os modelos compressíveis serem substituídos por incompressíveis em determinadas condições. Neste sentido, o presente trabalho busca uma análise da influência da compressibilidade no processo de reinício de escoamento de um fluido tixotrópico, verificando em diferentes situações se a resposta do fluido se assemelha ou não de um caso incompressível. Para tanto, serão utilizados três modelos de fluido: newtoniano, Bingham e tixotrópico, de Souza Mendes e Thompson (2013). Os modelos newtoniano e de Bingham, que não possuem tixotropia, têm modelagem e equações constitutivas mais simples, e serão empregados para verificar se nestes modelos mais simples é possível aproximar um comportamento compressível de um incompressível, para então utilizar estas informações nas análises do fluido tixotrópico. Neste tipo de fluido, a influência da elasticidade e do tempo característico do material também serão avaliados. O código desenvolvido e implementado por Oliveira e Negrão (2015), em FORTRAN, será utilizado para as análises compressíveis. Um modelo incompressível será desenvolvido e implementado em MATLAB para comparação dos resultados. Os modelos serão calibrados a partir de dados experimentais adquiridos no CERNN/UTFPR.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é discutido o desenvolvimento dos modelos matemáticos utilizados no trabalho. Um modelo compressível e outro incompressível serão apresentados, fazendo uso de três equações constitutivas: newtoniana, Bingham e tixotrópica. As equações de conservação serão simplificadas a partir de hipóteses para modelar o problema. Por fim, as condições iniciais e de contorno serão descritas. Ao final do capítulo, tem-se uma síntese do capítulo com tabelas que resumem as principais equações desenvolvidas.

#### 3.1 Formulação do Problema

O problema do reinício de escoamento é modelado através da geometria de uma tubulação horizontal com diâmetro interno  $d$  e comprimento  $l$ . A tubulação é considerada perfeitamente rígida e de área de seção transversal constante. Inicialmente, o fluido gelificado encontra-se em repouso, preenchendo o interior da geometria. O reinício pode ocorrer através da pressurização da entrada ou da imposição de uma vazão, com a saída aberta em ambos os casos. A Figura 2 apresenta a geometria do problema, bem como as condições de reinício possíveis.



Figura 2 - Geometria utilizada para simular o problema de reinício do escoamento (Adaptado de Oliveira e Negrão, 2015).

A razão de aspecto da tubulação  $l/d$  é considerada elevada, portanto assume-se que o escoamento é unidimensional e acontece apenas na direção axial. Além disso, considera-se o escoamento laminar e isotérmico, bem como que a pressão é uniforme em cada seção transversal da tubulação.

Considera-se que o perfil de velocidades é completamente desenvolvido, para cada instante de tempo, em cada posição axial. Portanto, pode-se assumir que a tensão de cisalhamento varia linearmente com o raio:

$$\tau = \tau_w \frac{2r}{d}, \quad (3.1)$$

em que  $\tau$  é a tensão de cisalhamento,  $r$  é a posição radial e  $\tau_w$  é a tensão de cisalhamento na parede do tubo. Esta tensão é dependente do tempo e da posição axial,  $z$ .

### 3.2 Equações da Conservação

Esta seção apresenta as equações da conservação da massa e da quantidade de movimento. Em seguida, as equações serão simplificadas para os modelos compressível e incompressível propostos.

#### Conservação da Massa

A equação da conservação da massa, para um escoamento unidimensional, pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial V}{\partial z} + V \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0, \quad (3.2)$$

em que  $\rho$  corresponde à massa específica do material,  $t$  ao tempo e  $V$  à velocidade média axial.

#### Conservação da Quantidade de Movimento

A equação da conservação da quantidade de movimento pode ser escrita como:

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho V \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{4}{d} \tau_w \quad (3.3)$$

Como descrito por Oliveira e Negrão (2015), porém, o segundo termo da Equação (3.3) pode ser desprezado, por ser ao menos uma ordem de grandeza menor que os demais. Sendo assim, a Equação (3.3) se reduz a:

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{4}{d} \tau_w \quad (3.4)$$

#### 3.2.1 Modelo Compressível

Para o modelo compressível, faz-se uso da compressibilidade isotérmica do material, que é definida como:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_T, \quad (3.5)$$

em que  $T$  é a temperatura do material. Sabendo que o coeficiente isentrópico de líquido é aproximadamente igual a 1,0, pode-se, ainda, dizer que:

$$\alpha = \frac{1}{\rho c^2}, \quad (3.6)$$

em que  $c$  é a velocidade de propagação da onda de pressão.

Substituindo a Equação (3.5) na Equação (3.2),

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial V}{\partial z} + V \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (3.7)$$

No entanto, conforme Oliveira e Negrão (2015) descrevem, o terceiro termo da Equação (3.7) pode ser desprezado, pois o escoamento do petróleo parafínico gelificado é considerado como fracamente compressível. Neste sentido, as variações da massa específica na direção longitudinal são desprezíveis. Sendo assim, a Equação (3.7), que representa a equação da conservação da massa, assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.8)$$

Portanto, as equações do modelo compressível são a da conservação da massa e a da quantidade de movimento, representadas pelas Equações (3.4) e (3.8), respectivamente.

### 3.2.2 Modelo Incompressível

Para o modelo incompressível utilizado, a equação da conservação da massa é modificada de modo a excluir as variações da massa específica. Desta maneira, a Equação (3.2) se reduz a:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.9)$$

A Equação (3.9) indica que, para cada instante de tempo, a velocidade em toda a tubulação é constante.

As equações do modelo incompressível são a da conservação da massa e a da quantidade de movimento, representadas pelas Equações (3.4) e (3.9), respectivamente.

### 3.3 Equações Constitutivas

As equações de conservação apresentadas possuem três variáveis desconhecidas: pressão, velocidade e tensão de cisalhamento. Como se tem duas equações de conservação (massa e quantidade de movimento), uma equação adicional é necessária. A equação de

fechamento dos modelos é a constitutiva, proporcionando relações para o cálculo da tensão de cisalhamento em função da velocidade. Três equações constitutivas são propostas: uma newtoniana, uma do modelo de Bingham e uma tixotrópica, do modelo de Souza Mendes e Thompson (2013).

Morrison (2001) apresenta uma relação constitutiva para fluidos newtonianos generalizados,

$$\tau = -\eta(\dot{\gamma}, t) \frac{\partial v}{\partial r}, \quad (3.10)$$

em que  $\eta$  é a viscosidade aparente do material, podendo ser função da taxa de deformação e/ou do tempo,  $v$  é a velocidade local axial e  $-\partial v / \partial r$  é a taxa de deformação do material, para o escoamento unidimensional.

A partir da Equação (3.1), que define a variação linear da tensão ao longo do raio da tubulação, a Equação (3.10) pode ser escrita em termos da tensão na parede:

$$\frac{2r}{d} \tau_w = -\eta \frac{\partial v}{\partial r} \quad (3.11)$$

Considerando-se que a tensão na parede é conhecida, os valores da tensão em todos os pontos radiais podem ser determinados. Além disso, conhecendo-se a viscosidade do fluido, a Equação (3.11) pode ser integrada para um volume radial:

$$\int_r^{r+\Delta r} \frac{2r}{d} \tau_w dr = - \int_r^{r+\Delta r} \eta \frac{dv}{dr} dr \quad (3.12)$$

Realizando a integração ao longo de todo o raio da tubulação, obtém-se o perfil de velocidades radial ao longo do tempo. A velocidade média do escoamento pode ser encontrada a partir da seguinte integral:

$$V = \int_0^R \frac{2\pi v r dr}{A} \quad (3.13)$$

Em que  $A$  é a área da seção transversal do tubo,  $\pi R^2$ , sabendo-se que  $R$  é o raio da tubulação, dado por  $R = d/2$ .

### 3.3.1 Fluido Newtoniano

Para o caso de um fluido newtoniano, tem-se que a viscosidade aparente é uma constante, representada por:

$$\eta(\dot{\gamma}, t) = \mu, \quad (3.14)$$



em que  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do material.

### 3.3.2 Fluido de Bingham

Bird et al (1987) apresentam o modelo de Bingham como sendo característico de fluidos viscoplásticos. Isto é, fluidos que apresentam uma tensão limite abaixo da qual não há escoamento. A definição da viscosidade aparente para este tipo de fluido é dada por:

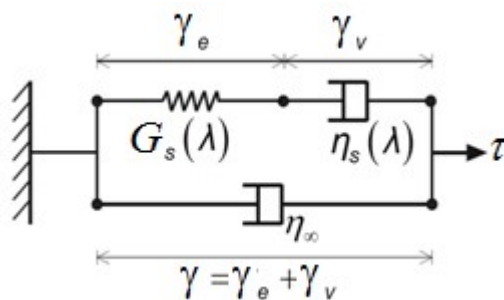
$$\begin{cases} \eta \rightarrow \infty, & \text{se } \tau < \tau_0 \\ \eta = \mu_0 + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}, & \text{se } \tau \geq \tau_0 \end{cases}, \quad (3.15)$$

em que  $\mu_0$  é a viscosidade plástica do material e  $\tau_0$  a sua tensão limite de escoamento.

Abaixo da tensão limite de escoamento podem ocorrer erros numéricos devido à descontinuidade da Equação (3.15). Para tensões abaixo da limite de escoamento, a viscosidade tende ao infinito e o fluido pode se deslocar como um *plug*.

### 3.3.3 Fluido Tixotrópico – Souza Mendes e Thompson (2013)

O modelo de Souza Mendes e Thompson (2013) modela a tixotropia do material. Em seu trabalho, uma analogia mecânica para o modelo é proposta, fazendo uso de um sistema de amortecedores e mola, como apresentado na Figura 3.



**Figura 3 - Analogia mecânica massa-mola para o modelo de tixotropia (Fonte: Souza Mendes e Thompson, 2013)**

A Figura 3 exemplifica o modelo, em que a deformação total do fluido ( $\gamma$ ) é considerada a soma das parcelas elástica ( $\gamma_e$ ) e viscosa ( $\gamma_v$ ). A deformação elástica do fluido se dá em função de  $G_s$ , que representa o módulo de elasticidade do fluido, e dependente da sua estrutura. A deformação viscosa se dá em função de  $\eta_s$ , a viscosidade estrutural do fluido.  $\eta_\infty$  indica a viscosidade do fluido completamente desestruturado, não sendo, portanto, função do parâmetro estrutural.

A equação constitutiva segue o modelo desenvolvido por Jeffreys (BIRD et al., 1987). A tixotropia do material é inserida pela dependência das propriedades com o parâmetro estrutural e com o tempo, sendo escrita como:

$$\dot{\gamma} + \theta_2(\lambda)\ddot{\gamma} = \frac{\theta_2(\lambda)}{\eta_\infty} \left[ \frac{\tau}{\theta_1(\lambda)} + \dot{\tau} \right], \quad (3.16)$$

em que  $\dot{\gamma}$  corresponde à variação da taxa de deformação,  $\dot{\tau}$  é a variação da tensão de cisalhamento;  $\theta_1$  é o tempo de relaxação e  $\theta_2$  o tempo de retardo;  $\eta_\infty$  é a viscosidade do fluido totalmente desestruturado, ou seja, correspondente a uma taxa de deformação infinita.

Os tempos de relaxação e retardo são dependentes do parâmetro estrutural,  $\lambda$ , e são dados por:

$$\theta_1(\lambda) = \left( 1 - \frac{\eta_\infty}{\eta_v(\lambda)} \right) \frac{\eta_v(\lambda)}{G_s(\lambda)} \quad (3.17)$$

$$\theta_2(\lambda) = \left( 1 - \frac{\eta_\infty}{\eta_v(\lambda)} \right) \frac{\eta_\infty}{G_s(\lambda)}, \quad (3.18)$$

em que  $\eta_v$  e  $G_s$  correspondem, respectivamente, à viscosidade e ao módulo de elasticidade dependentes da estrutura do material. Estes parâmetros podem ser calculados por:

$$\eta_v = \eta_\infty e^\lambda \quad (3.19)$$

$$G_s = G_0 \exp \left[ m \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \right], \quad (3.20)$$

em que  $G_0$  corresponde ao módulo de elasticidade do material completamente estruturado,  $m$  é uma constante positiva arbitrária e  $\lambda_0$  é o valor de  $\lambda$  para o material completamente estruturado.

Rearranjando a Equação (3.19), encontra-se o parâmetro estrutural:

$$\lambda = \ln \left( \frac{\eta_v}{\eta_\infty} \right) \quad (3.21)$$

Desta forma, entende-se que o parâmetro estrutural é função da viscosidade dependente da estrutura do material e também da viscosidade do material completamente desestruturado. Para o material completamente estruturado,  $\eta_v$  assume o valor de  $\eta_0$ , de tal forma que para o material completamente estruturado:

$$\lambda_0 = \ln \left( \frac{\eta_0}{\eta_\infty} \right) \quad (3.22)$$

Souza Mendes e Thompson (2013) propõem ainda a seguinte equação para evolução do parâmetro estrutural:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{t_{eq}} \left[ \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^a - \left( \frac{\lambda}{\lambda_{eq}} \right)^b \left( \frac{1}{\lambda_{eq}} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^a \right], \quad (3.23)$$

em que  $t_{eq}$  é o tempo característico para a estrutura se recuperar em um determinado nível de tensão,  $a$  e  $b$  são constantes adimensionais positivas e  $\lambda_{eq}$  é o parâmetro estrutural de equilíbrio. Nesta equação, o primeiro termo da direita corresponde à parcela de reconstrução do material, enquanto o segundo termo caracteriza sua destruição. O valor de  $\lambda_{eq}$  pode ser calculado a partir da Equação (3.21), que resulta em:

$$\lambda_{eq} = \ln \left( \frac{\eta_{eq}}{\eta_\infty} \right), \quad (3.24)$$

em que  $\eta_{eq}$  é a viscosidade de equilíbrio do material.

Para o cálculo da viscosidade de equilíbrio do material, Souza Mendes e Thompson (2013) utilizam a seguinte relação:

$$\eta_{eq}(\dot{\gamma}_{eq}) = \left[ 1 - \exp \left( -\frac{\eta_0 \dot{\gamma}_{eq}}{\tau_{yd}} \right) \right] \left[ \frac{\tau_y - \tau_{yd}}{\dot{\gamma}_{eq}} e^{-\dot{\gamma}_{eq}/\dot{\gamma}_{yd}} + \frac{\tau_{yd}}{\dot{\gamma}_{eq}} + K \dot{\gamma}_{eq}^{n-1} \right] + \eta_\infty \quad (3.25)$$

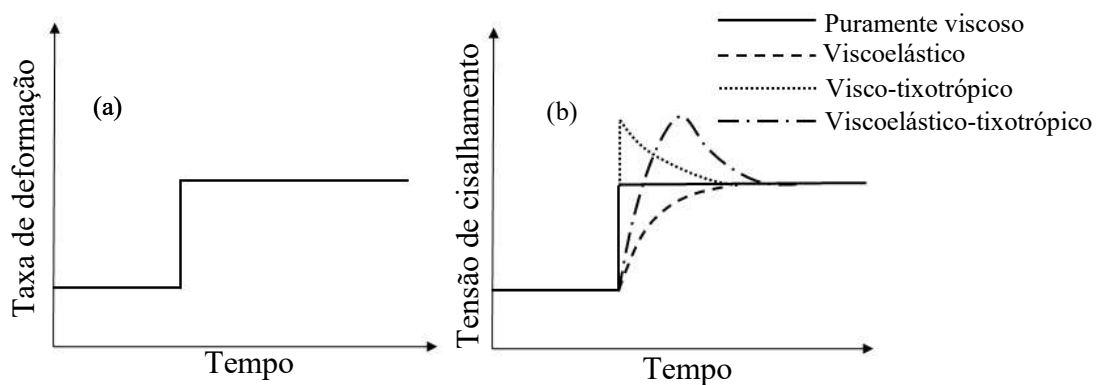
em que  $\tau_y$  corresponde à tensão limite de escoamento estática,  $\tau_{yd}$  à tensão limite de escoamento dinâmica,  $\dot{\gamma}_{yd}$  à taxa de deformação que delimita  $\tau_y$  e  $\tau_{yd}$ ,  $K$  ao índice de consistência e  $n$  ao índice de lei de potência.

Substituindo-se a Equação (3.1) na Equação (3.16), e através da definição da taxa de deformação,  $-\partial v / \partial r$ , para escoamento unidimensional, tem-se:

$$-\frac{\partial v}{\partial r} + \theta_2(\lambda) \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{2r}{d} \frac{\theta_2(\lambda)}{\eta_\infty} \left( \frac{\tau_w}{\theta_1(\lambda)} + \dot{\gamma}_w \right) \quad (3.26)$$

Equações constitutivas para diferentes tipos de fluido foram apresentadas nesta seção. O fluido tixotrópico, por apresentar características adicionais além da viscosidade, como elasticidade e tixotropia, fornece respostas diferentes de um fluido apenas viscoso como o newtoniano, por exemplo. Portanto, é importante mostrar as respostas dos diferentes tipos de fluidos quando submetidos a uma solitação. A Figura 4 apresenta as respostas na tensão de

cisalhamento em função do tempo para diferentes tipos de fluidos quando solicitados por um degrau de taxa de deformação. São apresentados um fluido puramente viscoso, como o newtoniano, um viscoelástico e um visco-tixotrópico, para salientar as contribuições da elasticidade e da tixotropia separadamente, respectivamente, e também um fluido viscoelástico-tixotrópico, que contabiliza todos os efeitos mencionados. Este último tipo é o que melhor caracteriza o modelo tixotrópico escolhido.



**Figura 4 - Resposta da tensão de cisalhamento para diferentes modelos de fluido quando submetidos a um degrau de taxa de deformação (Fonte: Adaptado de Santos e Negrão, 2017).**

Na Figura 4 (a) é apresentada a solicitação imposta aos fluidos, na forma de um degrau de taxa de deformação. Na Figura 4 (b) observam-se as respostas para cada tipo de fluido. Para um fluido puramente viscoso, o equilíbrio é atingido instantaneamente. Para um fluido viscoelástico, há um atraso na resposta devido à elasticidade, a tensão aumenta gradualmente até atingir o regime permanente. Considerando-se um fluido visco-tixotrópico, há um pico na tensão de cisalhamento devido à demora da resposta da viscosidade do fluido. Esta tensão diminui até o regime permanente conforme a viscosidade se reduz até este valor. Por fim, para um fluido viscoelástico-tixotrópico, o efeito da elasticidade e da tixotropia são combinados: há um atraso na resposta bem como um pico de tensão, para somente então o equilíbrio ser atingido.

Apresentados a geometria e os modelos a serem utilizados, bem como as diferentes respostas de cada fluido, resta definir as condições iniciais e de contorno aplicadas ao problema.

### 3.4 Condições Iniciais

O fluido se encontra inicialmente em repouso, preenchendo completamente a tubulação. Desta maneira, podem-se definir as condições iniciais para velocidade local e velocidade média:

$$v(r, z, t = 0) = 0 \quad (3.27)$$

$$V(z, t = 0) = 0 \quad (3.28)$$

O fluido se encontra relaxado, ou seja, sem esforços aplicados no instante inicial. A tensão de cisalhamento, a taxa de deformação e a pressão inicial ao longo da tubulação são nulas:

$$\tau(r, z, t = 0) = 0 \quad (3.29)$$

$$\dot{\gamma}(r, z, t = 0) = 0 \quad (3.30)$$

$$p(z, t = 0) = 0 \quad (3.31)$$

Para o modelo tixotrópico, considera-se que o fluido se encontra completamente estruturado, de modo que o valor do parâmetro estrutural é dado por:

$$\lambda(r, z, t = 0) = \lambda_0 \quad (3.32)$$

### 3.5 Condições de Contorno

Para o reinício do escoamento, pode-se aplicar uma pressão ou uma vazão constante na entrada da tubulação:

$$p(z = 0, t) = p_{ent} \quad (3.33)$$

ou

$$Q(z = 0, t) = Q_{ent} \quad (3.34)$$

em que o subscrito *ent* corresponde ao valor imposto na entrada.

Para todo o processo de reinício, considera-se que a extremidade oposta da tubulação encontra-se aberta, de modo que a pressão manométrica nesta posição é nula:

$$p(z = l, t) = 0 \quad (3.35)$$

Nas paredes do tubo, a condição de não deslizamento é atendida e no centro do tubo uma condição de escoamento axissimétrico é considerada:

$$v(r = R, z, t) = 0 \quad (3.36)$$

$$\tau(r = 0, z, t) = 0 \quad (3.37)$$

### 3.6 Síntese do Capítulo 3

Neste capítulo foi definida a geometria do problema: uma tubulação horizontal perfeitamente rígida e de área de seção transversal constante. As hipóteses para o problema foram apresentadas: escoamento unidimensional, isotérmico, laminar, axissimétrico e condição de não deslizamento nas paredes. A partir das hipóteses, as equações da conservação foram simplificadas para dois tipos de modelos: compressível e incompressível. Para ambos, três equações constitutivas foram apresentadas: newtoniana, Bingham e tixotrópica, baseada no modelo de Souza Mendes e Thompson (2013).

As equações da conservação são sintetizadas na Tabela 1, tanto para o modelo compressível, quanto para o incompressível, e a Tabela 2 mostra as equações constitutivas utilizadas. No próximo capítulo será apresentada a modelagem numérica do problema, baseada nas equações governantes deste capítulo.

**Tabela 1 - Resumo das equações da conservação para o modelo compressível e incompressível.**

Equação	Expressão
Conservação da Massa (compressível)	$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial V}{\partial z} = 0$
Conservação da Massa (incompressível)	$\frac{\partial V}{\partial z} = 0$
Quantidade de Movimento	$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{4}{d} \tau_w$

**Tabela 2 - Resumo das equações constitutivas, comuns ao modelo compressível e incompressível.**

Equação	Expressão
Bingham e newtoniano	$\tau = \eta(\dot{\gamma}, t) \dot{\gamma}$
Tixotrópico	$\dot{\gamma} + \theta_2(\lambda) \ddot{\gamma} = \frac{\theta_2(\lambda)}{\eta_\infty} \left[ \frac{\tau}{\theta_1(\lambda)} + \dot{\tau} \right]$

## 4 MODELAGEM NUMÉRICA

As equações diferenciais não lineares descritas no Capítulo 3 não possuem solução exata para o caso estudado, sendo, portanto, resolvidas numericamente. Neste capítulo, será apresentada a metodologia de solução para os modelos compressível e incompressível. A resolução do modelo compressível é feita pelo Método das Características (MOC), já o modelo incompressível é resolvido pelo Método dos Volumes Finitos (MVF). Ao final da descrição dos modelos, fluxogramas que descrevem o procedimento de cálculo serão apresentados, juntamente com uma explicação passo a passo dos algoritmos. No final do capítulo, tem-se uma síntese dos conceitos apresentados.

### 4.1 Modelo Compressível

O modelo compressível utilizado foi desenvolvido e implementado em linguagem FORTRAN no trabalho de Oliveira e Negrão (2015). Nesta seção, serão apresentadas as discretizações das equações da conservação a partir do Método das Características, que serão integradas juntamente com as equações constitutivas através do Método das Diferenças Finitas.

#### 4.1.1 Equações da Conservação

As equações da conservação (quantidade de movimento e massa) para o modelo compressível, Equações (3.4) e (3.8), formam um conjunto de equações diferenciais hiperbólicas. Para resolução de equações com esta característica, Wylie et al. (1993) propõem o Método das Características. Este método consiste na combinação linear de equações diferenciais parciais de modo a resultar em equações diferenciais ordinárias, cuja solução está restrita a linhas características. Estas equações podem, então, ser integradas sobre estas linhas, obedecendo-se condições de contorno.

Para a combinação linear das equações da conservação, denominou-se a Equação (3.4) como  $L_1$  e a Equação (3.8) como  $L_2$ , de modo que a seguinte relação é válida:

$$L = L_1 + \beta L_2 = 0 \quad (4.1)$$

Sendo assim, explicitando as equações  $L_1$  e  $L_2$  na Equação (4.1), tem-se:

$$L = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{4}{\rho d} \tau_w + \beta \frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \beta \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (4.2)$$

Rearranjando a Equação (4.2), obtém-se:

$$L = \rho c^2 \beta \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial t} + \beta \left[ \frac{1}{\rho \beta} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial t} \right] + \frac{4}{\rho d} \tau_w = 0, \quad (4.3)$$

em que  $p$  e  $V$  são funções da posição axial e do tempo. Desta maneira, pode-se escrever:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.4)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \quad (4.5)$$

Sendo assim, comparando-se os termos que multiplicam  $\partial p / \partial z$  e  $\partial V / \partial z$  nas Equações (4.3), (4.4) e (4.5), pode-se concluir que:

$$\frac{dz}{dt} = \rho c^2 \beta = \frac{1}{\rho \beta} \quad (4.6)$$

Isolando-se  $\beta$  na Equação (4.6), obtém-se:

$$\beta = \pm \frac{1}{\rho c} \quad (4.7)$$

Substituindo as Equações (4.4), (4.5) e (4.7) na Equação (4.3), tem-se:

$$\pm \frac{1}{\rho c} \frac{dp}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{4}{\rho d} \tau_w = 0 \quad (4.8)$$

Multiplicando a Equação (4.8) por  $\rho c$ , obtém-se as equações das linhas características  $C^+$  e  $C^-$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{dt} + \rho c \frac{dV}{dt} + \frac{4c\tau_w}{d} = 0 \\ \frac{dz}{dt} = c \end{aligned} \right\} C^+ \quad (4.9)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dp}{dt} + \rho c \frac{dV}{dt} + \frac{4c\tau_w}{d} = 0 \\ \frac{dz}{dt} = -c \end{aligned} \right\} C^-, \quad (4.10)$$

em que  $dz / dt = \pm c$  definem as linhas características.



Como as equações são válidas sobre as linhas características definidas, costuma-se mostrá-las no plano  $z-t$ , como apresentado na Figura 5. Nesta figura, os incrementos de  $t$  indicam o avanço temporal da simulação, sendo também denotados pela letra  $k$ , que será utilizada para denotar o instante de tempo nas equações. A tubulação é dividida em  $Nz$  elementos longitudinais de mesmo comprimento  $\Delta z = l/Nz$ . Portanto, tem-se que o passo de tempo deve obedecer  $\Delta t = \Delta z/c$ .

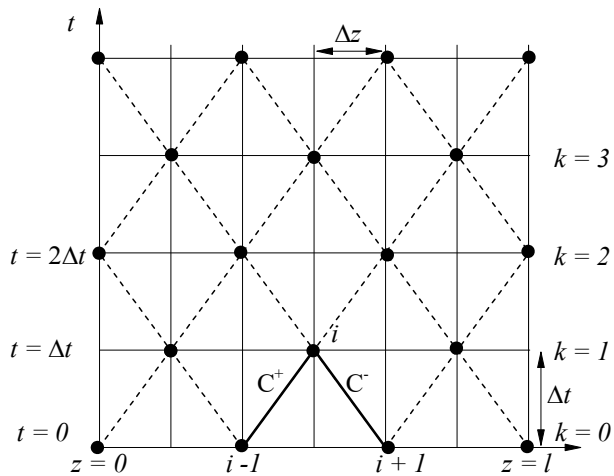


Figura 5 - Plano  $z-t$  utilizado para a resolução pelo método das características.

Sejam as variáveis de interesse  $V$  e  $p$ , conhecidas em uma dada posição  $i - 1$ , e a tensão na parede  $\tau_w$  tenha valores assumidos no tempo presente, a Equação (4.9) pode então ser integrada sobre a linha característica  $C^+$ . Desta forma, a equação pode ser escrita em função das variáveis dependentes,  $p$  e  $V$ . Analogamente, integrando a Equação (4.10) sobre a linha característica  $C^-$ , encontra-se uma segunda equação, também escrita em função das mesmas variáveis. Sendo assim, podem-se resolver as duas equações, de modo a se obter as seguintes expressões para pressão e velocidade, respectivamente:

$$p_i^{k+1} = \frac{F_+ + F_-}{2} \quad (4.11)$$

$$V_i^{k+1} = \frac{F_+ - F_- - \frac{4}{d}(\tau_w)_i^{k+1} \Delta z}{2\rho c}, \quad (4.12)$$

em que os termos  $F_+$  e  $F_-$  são dados por:

$$F_+ = p_{i-1}^k + \rho c V_{i-1}^k - \frac{2}{d} \tau_{w,i-1}^k \Delta z \quad (4.13)$$

$$F_- = p^k_{i+1} - \rho c V^k_{i+1} + \frac{2}{d} \tau^k_{w,i+1} \Delta z, \quad (4.14),$$

em que os índices,  $k$  e  $k+1$  representam, respectivamente, o tempo presente e futuro.

A partir da integração das equações e do plano  $z-t$  apresentado na Figura 5, nota-se que o MOC avalia o valor de uma variável em instante  $k$  e uma posição  $i$  utilizando os valores do instante anterior e nas posições adjacentes. Conhecendo-se as condições iniciais e de contorno, é possível obter os valores de  $p$  e  $V$  no próximo passo de tempo. Além disso, para se encontrar o valor de uma variável na mesma posição, são necessários dois passos de tempo.

#### 4.1.2 Equações Constitutivas

Para a discretização da equação constitutiva, Equação (3.26), utiliza-se o método das diferenças finitas (MDF) totalmente implícito (DAVIS, 2001). Ao dividir o raio da tubulação em  $Nr$  pontos de comprimento  $\Delta r = d/(2Nr)$ , obtém-se a malha radial para a tubulação. Esta malha é apresentada na Figura 6, denotada pela letra  $j$  em conjunto com a malha axial da tubulação, denotada pela letra  $i$ . Esta divisão radial se faz necessária devido à hipótese de que a tensão de cisalhamento varia linearmente com o raio da tubulação, Equação (3.1). Tem-se, portanto, que o modelo considera o escoamento unidimensional, porém uma malha bidimensional é utilizada pra resolvê-lo.

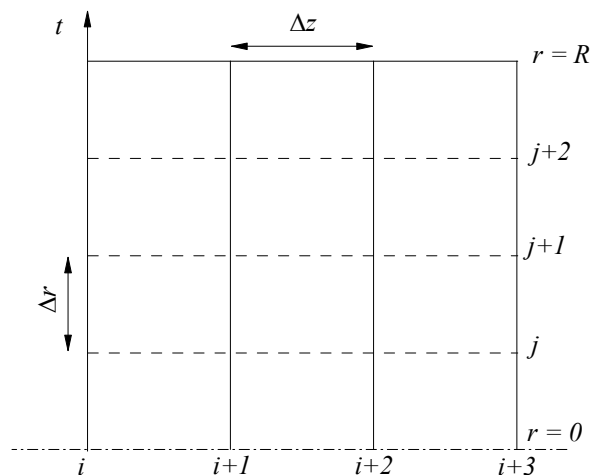


Figura 6 - Malha bidimensional utilizada na discretização das equações.

A partir da malha radial apresentada e da discretização da Equação (3.26), a seguinte equação é obtida:

$$(1+e)v_{j,i}^{k+1} = (1+e)v_{j+1,i}^{k+1} + e(v_{j,i}^{k-1} - v_{j+1,i}^{k-1}) + \frac{(r_{j+1}^2 - r_j^2)}{\eta_\infty d} [(e+f)\tau_{w,i}^{k+1} - e\tau_{w,i}^{k-1}], \quad (4.15)$$

em que  $k-1$  representa o tempo passado,  $e = \frac{\theta_2^{k+1}}{\Delta t}$  e  $f = \frac{\theta_2^{k+1}}{\theta_{1,j,i}^{k+1}} = \frac{\eta_\infty}{\eta_{v,j,i}^{k+1}}$ . Os subíndices  $j$  e  $j+1$

indicam duas posições radiais adjacentes e  $v$  é a velocidade axial local. Para o caso em que  $e=0$ , e admitindo que  $\eta_v$  é igual à viscosidade aparente do fluido, obtém-se a equação constitutiva para um fluido newtoniano generalizado, sendo utilizada para as modelagens de um fluido newtoniano e de Bingham.

Ao conhecer todas as variáveis do tempo passado, bem como a tensão de cisalhamento na parede no tempo passado e futuro, e a velocidade na posição mais externa no tempo presente, a velocidade no tempo futuro pode ser determinada. Como definidos anteriormente, os tempos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são dependentes do parâmetro estrutural. Valores discretos deste podem ser obtidos a partir da discretização explícita (PATANKAR, 1980) da Equação (3.23):

$$\lambda_{j,i}^{k+1} = \lambda_{j,i}^k + \frac{\Delta t}{t_{eq}} \left[ \left( \frac{1}{\lambda_{j,i}^k} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^a - \left( \frac{\lambda_{j,i}^k}{\lambda_{eq,j,i}^{k+1}} \right)^b \left( \frac{1}{\lambda_{eq,j,i}^{k+1}} - \frac{1}{\lambda_0} \right)^a \right] \quad (4.16)$$

em que o termo  $\lambda_{eq,j,i}$  é obtido através da Equação (3.24).

A integração do perfil de velocidades radial, Equação (3.13), a partir da Equação (4.15) ao longo da seção transversal da tubulação resulta na velocidade média, dada por:

$$\bar{V}_i^{k+1} = \frac{2}{d^2} \sum_{j=1}^{N_r} (V_{j+1,i}^{k+1} + V_{j,i}^{k+1}) (r_{j+1}^2 - r_j^2) \quad (4.17)$$

A tensão de cisalhamento na parede, porém, não é conhecida no tempo  $k+1$ . Desta forma, é preciso encontrá-la iterativamente, através das Equações (4.11), (4.12), (4.15) e (4.17).

### 4.1.3 Procedimento de Cálculo

Conforme descrito nesta seção, a obtenção dos campos de pressão e velocidades se dá através de equações diferenciais que requerem uma solução numérica. O algoritmo contemplando as equações para o modelo compressível implementado em FORTRAN, por Oliveira e Negrão (2015), foi utilizado.

Um cálculo de resíduos é utilizado como critério de convergência, a partir das velocidades pelo MOC e pela integração do perfil:

$$res_c = |V_{MOC} - \bar{V}|, \quad (4.18)$$

em que  $res_c$  é o resíduo para o modelo compressível,  $V_{MOC}$  é a velocidade média calculada pelo método das características, Equação (4.12) e  $\bar{V}$  é a velocidade média calculada pela integração do perfil, Equação (4.17).

A Figura 7 apresenta o fluxograma deste algoritmo, que segue os passos descritos abaixo:

1 – Leitura de dados de entrada e inicialização das variáveis. Nesta leitura, tem-se os parâmetros da tubulação ( $l$ ,  $d$ ) e propriedades do fluido ( $\rho$ ,  $c$ ,  $\tau_y$ ,  $\tau_{yd}$ ,  $\eta_0$ ,  $\eta_\infty$ ,  $K$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $G_0$  e  $t_{eq}$ ), a definição do tipo de fluido a ser simulado (newtoniano, Bingham ou tixotrópico) e as condições de contorno do problema, definindo se o reinício se dará por pressão ou vazão constante na entrada. O critério de parada  $res_{max}$  também é lido. Os números de divisões axiais ( $N_z$ ) e de divisões radiais ( $N_r$ ) e o tempo máximo da simulação ( $t_{máx}$ ) também são obtidos da leitura de dados. Os campos de pressão e velocidade são definidos como nulos, bem como a tensão no fluido e o tempo de simulação.

2 – Define-se uma estimativa inicial para  $\tau_w$  e calcula-se o valor da velocidade média, Equação (4.12), pelo MOC.

3 – Calcula-se a velocidade axial nas diferentes posições radiais, pela Equação (4.15) e então o seu valor médio, através da integração do perfil de velocidades, Equação (4.17), a partir da solução da Equação (4.15), que é função do tipo de fluido simulado.

4 – Verifica-se a diferença entre os valores de velocidade obtidos nos passos 2 e 3 através da Equação (4.18). Caso o valor do resíduo seja menor do que  $res_{max}$ , calcula-se o valor da pressão, Equação (4.11). Caso contrário, a tensão na parede é recalculada através do método das secantes e os passos 2, 3 e 4 são repetidos até que o critério seja atingido, ou que o número máximo de iterações seja alcançado.

5 – Verifica-se a posição axial calculada, caso seja  $i$  seja menor do que  $N_z$ , incrementam-se duas posições axiais. Caso seja igual a  $N_z$ , mas seja par, indica que todas as posições axiais pares foram calculadas, restando o cálculo das posições ímpares.

6 – Uma vez que todas as posições axiais tenham sido calculadas, o passo de tempo é incrementado e o processo se repete a partir do passo 2. Caso o tempo de simulação seja o tempo máximo, definido no passo 1, encerra-se o programa.

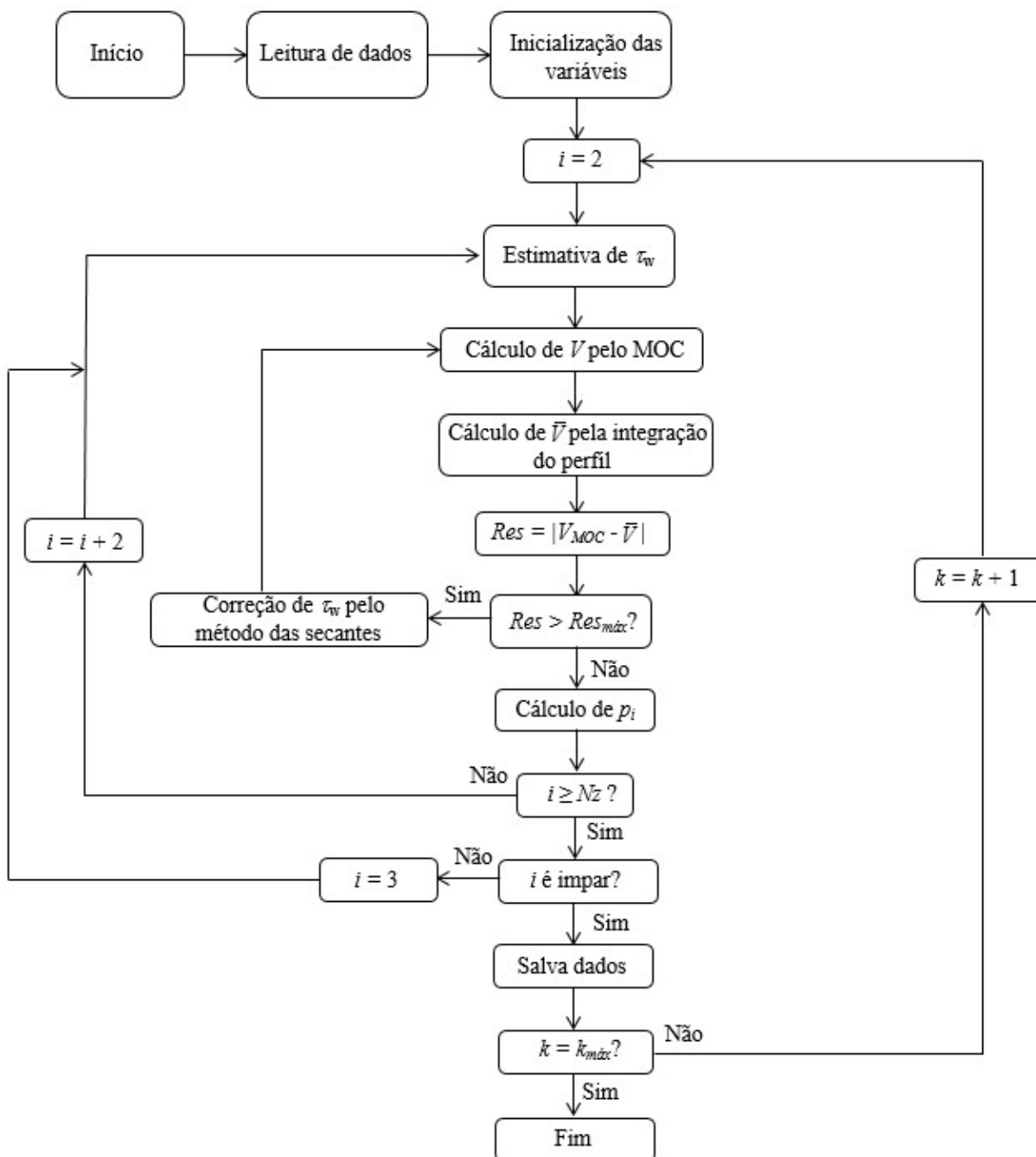


Figura 7 - Fluxograma para resolução dos modelos compressíveis.

## 4.2 Modelo Incompressível

Nesta seção é apresentado o desenvolvimento das equações governantes do modelo incompressível, através do Método dos Volumes Finitos. Este modelo foi implementado em MATLAB. A malha também foi dividida axialmente em  $Nz$  volumes de comprimento  $\Delta z = l/Nz$  e radialmente em  $Nr$  volumes de comprimento  $\Delta r = d/(2Nr)$ , tal como no modelo compressível, sendo utilizada uma malha idêntica à apresentada na seção 4.1.2, Figura 6. É

importante ressaltar, no entanto, que a divisão radial só é realizada para o fluido tixotrópico. Para os fluidos newtoniano e de Bingham, a malha é dividida apenas axialmente.

#### 4.2.1 Método dos Volumes Finitos

A discretização das equações da conservação (quantidade de movimento e massa) para o modelo incompressível, Equação (3.4) e Equação (3.9) respectivamente, foi feita pelo Método dos Volumes Finitos (PATANKAR, 1980). A equação da conservação da massa apenas indica que a velocidade em toda a tubulação é constante, para cada instante de tempo. A equação da conservação da quantidade de movimento assume a seguinte forma:

$$\rho(V^{k+1} - V^k)\Delta z + (p_i^{k+1} - p_{i-1}^{k+1})\Delta t + \frac{4}{d}\tau_w\Delta z\Delta t = 0 \quad (4.19)$$

Como visto na seção anterior, têm-se três incógnitas para o problema:  $p$ ,  $V$  e  $\tau_w$ . Sendo assim, é possível isolar na Equação (4.19) a pressão e a velocidade, que são calculadas em função das outras duas variáveis:

$$V^{k+1} = V^k + \frac{\Delta t}{\rho\Delta z} \left[ (p_{i-1}^{k+1} - p_i^{k+1}) - \frac{4}{d}\tau_w\Delta z \right] \quad (4.20)$$

$$p_i^{k+1} = p_{i-1}^{k+1} + \frac{\rho\Delta z}{\Delta t} (V^k - V^{k+1}) - \frac{4}{d}\tau_w\Delta z \quad (4.21)$$

A maneira de se abordar a tensão na parede para o caso incompressível é diferente para cada fluido, sendo detalhada abaixo, para o caso de pressão constante na entrada. Para o caso de vazão constante na entrada, as condições de regime permanente para um fluido newtoniano e plástico de Bingham seriam atingidas instantaneamente, de modo que não são avaliadas.

#### Fluido Newtoniano

O cálculo da tensão na parede para um fluido newtoniano é facilmente realizado, através da relação:

$$\tau_w = \frac{8\mu V}{d} \quad (4.22)$$

Para este tipo de fluido, a tensão na parede foi substituída pela Equação (4.22), de modo que uma variável do problema foi excluída, restando apenas o cálculo de  $p$  e  $V$ .

### Fluido de Bingham

Para um fluido de Bingham, o equacionamento da velocidade relacionada à tensão na parede não é tão simples quanto para o caso newtoniano, podendo ser escrito (CHHABRA; RICHARDSON, 2008) da forma:

$$V = \frac{\Delta p}{l} \frac{R^2}{8\mu} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^4 - \frac{4}{3} \frac{\tau_0}{\tau_w} \right] \quad (4.23)$$

Fazendo-se um balanço de forças em um volume de controle axial, obtém-se que

$$\Delta p = \frac{4l\tau_w}{d} \quad (4.24)$$

Substituindo a Equação (4.24) na Equação (4.23), obtém-se uma relação para a velocidade em função da tensão de cisalhamento na parede:

$$V = \frac{\tau_w d}{8\mu} \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^4 - \frac{4}{3} \frac{\tau_0}{\tau_w} \right] \quad (4.25)$$

Como não se tem uma formulação explícita para a tensão na parede, esta é calculada pelo método das secantes, e substituída nas Equações (4.20) e (4.25). Desta maneira, tem-se duas equações para cálculo da velocidade média no fluido de Bingham: a Equação (4.20), proveniente da discretização da equação da conservação da quantidade de movimento, e a Equação (4.25). As duas velocidades calculadas são comparadas entre si, e caso a diferença seja maior do que um limite estipulado, a tensão na parede é recalculada.

Para ambos os tipos de fluido, a velocidade de toda a tubulação é calculada no primeiro volume, pois se conhece a condição da pressão na entrada. Por se tratar de um modelo incompressível, esta velocidade é constante para toda a tubulação, como mostrado na Equação (3.9).

Tem-se para este caso, que para um número  $Nz$  de volumes de controle,  $Nz-1$  variáveis de pressão devem ser calculadas, uma vez que o valor da entrada e da saída são conhecidos. Como a velocidade é definida por uma única equação, tem-se um sistema linear de equações com um número  $Nz$  de equações e incógnitas. Este sistema linear é resolvido, portanto, pelo método TDMA. Este método, cuja sigla denota TriDiagonal Matrix Algorithm, é utilizado na resolução de sistemas lineares de equações que podem ser escritos em matrizes tridiagonais, e é uma redução do método de eliminação de Gauss (NIYOGI et al., 2006). Neste método, o

sistema tridiagonal deve ser escrito da forma  $ax_{i-1} + bx_i + cx_{i+1} = d_i$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  denotam as três diagonais,  $x$  é o vetor de variáveis e  $d$  a solução das equações.

Para o caso do fluido newtoniano com cinco divisões axiais, por exemplo, a combinação das Equações (4.20) e (4.21) pode ser representada:

$$\begin{bmatrix} \rho\Delta z & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\Delta t & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t & -2\Delta t & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t & -2\Delta t & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & \Delta t & -2\Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^{k+1} \\ p_i \\ p_{i+1} \\ p_{i+2} \\ p_{i+3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V^k \Delta z \left(1 - \frac{32\mu\Delta t}{d^2}\right) + p_{ent}\Delta t \\ -p_{ent}\Delta t \\ 0 \\ 0 \\ -p_{sai}\Delta t \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Através da formulação do modelo incompressível e observando-se a Equação (4.26), nota-se que o gradiente de pressões é, necessariamente, linear, e independente das velocidades, de modo que não é necessário calculá-lo juntamente com as velocidades.

#### Fluido Tixotrópico com Pressão constante

Para o modelo tixotrópico com pressão constante na entrada, a resolução se diferencia do modelo compressível pela utilização do MVF ao invés do MOC, utilizado no modelo compressível. O campo de pressões é, novamente, linear.

No modelo incompressível, a velocidade média calculada pela integração do perfil de velocidades, Equação (4.17), é comparada com a velocidade obtida através do MVF, Equação (4.19). Esta comparação caracteriza um resíduo, dado neste caso por:

$$res_I = |V_{MVF} - \bar{V}|, \quad (4.27)$$

em que  $res_I$  é o resíduo para o modelo incompressível,  $V_{MVF}$  é a velocidade média calculada pelo Método dos Volumes Finitos e  $\bar{V}$  a velocidade média calculada pela integração do perfil de velocidades com base na Equação (4.17).

Caso o valor de  $res_I$  seja maior do que o máximo resíduo definido,  $res_{max}$ , a tensão na parede é corrigida através do método das secantes.



Uma vez que a diferença das velocidades seja menor do que  $res_{max}$ , a simulação avança para o próximo instante de tempo, pois o campo de pressões já fora definido e a velocidade é constante para a tubulação toda.

A discretização das demais equações referentes ao modelo tixotrópico, como a do parâmetro estrutural, por exemplo, Equação (4.16), é análoga à do modelo compressível.

### Fluido Tixotrópico com Vazão constante

O modelo tixotrópico incompressível com vazão constante na entrada se diferencia ligeiramente do caso com pressão constante. As malhas utilizadas são as mesmas do caso com pressão constante, e o Método dos Volumes Finitos também é utilizado.

A velocidade em toda a tubulação é inicialmente calculada pela divisão da vazão constante imposta na entrada pela área da seção transversal do tubo, que é constante, através da relação:

$$V_{MVF} = \frac{Q}{A} \quad (4.28)$$

Esta velocidade é comparada com a média encontrada através da Equação (4.17), resultando em um resíduo, a partir da Equação (4.27). Novamente, caso este resíduo seja maior do que o máximo estipulado,  $res_{max}$ , a tensão na parede é corrigida através do método das secantes.

Como a formulação incompressível garante um gradiente de pressões linear e impondo-se uma vazão constante a velocidade em toda a tubulação para qualquer tempo é constante, a discretização da Equação (3.4) torna-se:

$$p_{ent}^{k+1} = \frac{4}{d} \tau_w l + p_{sai}^{k+1} \quad (4.29)$$

Uma vez que  $p_{sai}$  é considerada nula durante toda a simulação, é possível calcular o valor da pressão na entrada diretamente pela tensão na parede. É interessante notar como, na Equação (4.29), a pressão na entrada não será constante em toda a simulação, pois a tensão na parede varia, devido à variação da viscosidade do fluido tixotrópico.

Os demais equacionamentos, como cálculo dos parâmetros do modelo tixotrópico, também são iguais ao caso incompressível com pressão constante e ao caso compressível.

#### 4.2.2 Procedimento de Cálculo

Para a resolução das equações discretizadas para o modelo incompressível, um algoritmo foi desenvolvido e implementado em MATLAB. A Figura 8 apresenta o fluxograma deste algoritmo, que segue os passos:

1 – Definição das variáveis e inicialização. Neste passo são definidos os parâmetros da tubulação ( $l$ ,  $d$ ) e propriedades do fluido ( $\rho$ ,  $c$ ,  $\tau_{yd}$ ,  $\eta_0$ ,  $\eta_\infty$ ,  $K$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $G_0$  e  $t_{eq}$ ), definição do tipo de fluido a ser simulado (newtoniano, Bingham ou tixotrópico) e as condições de contorno do problema, pressão na entrada e na saída ou vazão na entrada, possível para o caso tixotrópico. O critério de parada  $res_{max}$  também é definido, bem como os números de divisões axiais ( $N_z$ ) e de divisões radiais ( $N_r$ ) e o tempo máximo da simulação ( $t_{máx}$ ). Os campos de pressão e velocidade e o tempo de simulação são definidos como nulos.

2 – Definição ou estimativa da tensão na parede e substituição nas equações pertinentes:

2.1 - Se fluido newtoniano: substituição do termo de tensão na parede pela Equação (4.22);

2.2 - Se fluido de Bingham: estimativa de tensão na parede e substituição nas Equações (4.20), (4.21) e (4.25);

2.3 - Se fluido tixotrópico: estimativa de tensão na parede e substituição nas Equações (4.15), (4.20) e (4.21), para pressão constante na entrada ou nas Equações (4.15) e (4.29), para vazão constante na entrada.

3 – Definição do campo de pressões e velocidade média para os diferentes tipos de fluido (apesar de não ser necessária em todos os tempos, por ser sempre linear o cálculo das pressões é realizado, para comparação com o modelo compressível):

3.1 – Se fluido newtoniano: cálculo do gradiente de pressões e da velocidade média por TDMA, Equações (4.20) e (4.21)

3.2 – Se fluido de Bingham: cálculo do gradiente de pressões e da velocidade média por TDMA, Equações (4.20) e (4.21), e cálculo da velocidade a partir da estimativa de tensão, através da Equação (4.25)

3.3 – Se fluido tixotrópico com pressão constante na entrada: cálculo do gradiente de pressões e da velocidade média por TDMA, Equações (4.20) e (4.21). Cálculo da velocidade média a partir da integração do perfil, Equação (4.17).

3.4 – Se fluido tixotrópico com vazão constante na entrada: cálculo do gradiente de pressões, através da Equação (4.29). Cálculo da velocidade a partir da vazão, Equação (4.28) e a partir da integração do perfil, Equação (4.17).

4 – Comparação das velocidades encontradas e correção da tensão na parede:

4.1 – Se fluido de Bingham: comparação das velocidades calculadas no passo 3.2 e cálculo do resíduo, através da Equação (4.27). Caso a inequação  $res > res_{max}$  seja satisfeita, a tensão na parede é corrigida através do método das secantes e o passo 3.2 é repetido. Caso contrário, avança-se ao passo 5.

4.2 – Se fluido tixotrópico: comparação das velocidades calculadas no passo 3.3 ou 3.4 e cálculo do resíduo, através da Equação (4.27). Caso a inequação  $res > res_{max}$  seja satisfeita, a tensão na parede é corrigida através do método das secantes e o passo 3.3 é repetido. Caso contrário, avança-se ao passo 5.

5 – Calculados os campos de pressão e velocidade para todas as posições, o tempo é incrementado, retornando-se ao passo 2. Caso o tempo atinja o máximo tempo definido, a simulação termina.

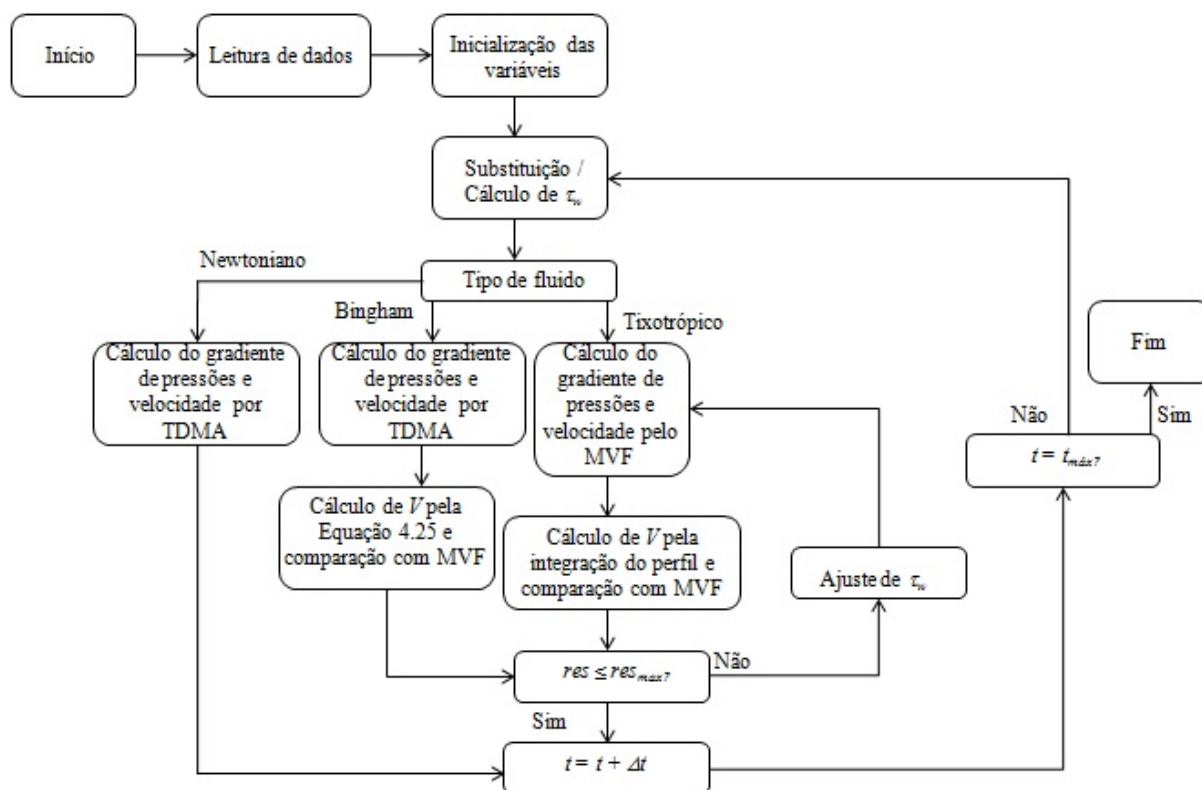


Figura 8 - Fluxograma de procedimento de cálculo para modelo incompressível.

### 4.3 Síntese do Capítulo

Neste capítulo foram apresentadas as resoluções numéricas para os modelos compressível e incompressível. Os métodos de discretização e resolução foram definidos e aplicados às equações governantes de cada modelo.

O modelo compressível é resolvido através do Método das Características, que consiste na combinação linear de equações diferenciais. No caso, a conservação da massa e quantidade de movimento. Estas equações, válidas sobre determinadas linhas características  $C^+$  e  $C^-$ , juntamente com as equações constitutivas para os fluidos, são integradas, acarretando na definição dos campos de pressão e velocidade.

Para o modelo incompressível, o método dos volumes finitos foi utilizado. As características de cada tipo de fluido foram consideradas no desenvolvimento das equações, sendo escolhida apenas a condição de pressão constante na entrada para fluido newtoniano e de Bingham. O campo de pressões e a velocidade média na tubulação são calculados através de TDMA, enquanto que para fluido de Bingham a velocidade é comparada com uma relação direta com a tensão na parede, sendo esta corrigida pelo método das secantes quando necessário.

Para fluido tixotrópico, existem duas condições de contorno que afetam a modelagem: pressão ou vazão constante na entrada. Para a condição de pressão constante, o campo de pressões é resolvido por TDMA, mas a velocidade calculada pelo MVF é comparada com a velocidade encontrada na integração do perfil de velocidades. Já para o caso de vazão constante, a velocidade comparada com o valor médio encontrado pela integração do perfil é a vazão imposta na entrada dividida pela área da seção transversal da tubulação. A pressão na entrada é definida em uma relação direta com a tensão na parede, que é variável ao longo do tempo devido a mudanças na viscosidade do material.

No próximo capítulo, os algoritmos desenvolvidos a partir dos modelos apresentados serão utilizados em simulações computacionais, e seus resultados serão discutidos.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os modelos descritos no Capítulo 3 e discretizados no Capítulo 4 foram resolvidos numericamente em algoritmos desenvolvidos em linguagem FORTRAN e MATLAB. Este capítulo apresenta os resultados obtidos com as simulações e está dividido em cinco seções. A primeira descreve o ajuste da curva de escoamento de um petróleo parafínico originado na região do pré-sal fornecido ao CERNN/UTFPR pela Petrobras. Este ajuste é utilizado para a calibração dos parâmetros do modelo tixotrópico de Souza Mendes e Thompson (2013). Na segunda seção iniciam-se as simulações para verificar o efeito da compressibilidade do fluido, sendo conduzidas análises para um fluido newtoniano. Para este tipo de fluido, duas velocidades de propagação,  $c$ , são avaliadas, verificando a influência de rampas de pressão na entrada para o caso compressível, comparado ao caso incompressível. A terceira seção apresenta os resultados para um fluido de Bingham em que o efeito de rampas de pressão também é avaliado. Na quarta seção, são exibidos os resultados para um fluido tixotrópico. Esta seção é subdividida em duas subseções principais, que avaliam a condição de contorno de pressão constante na entrada da tubulação, e a vazão constante na entrada. A elasticidade do material e seu tempo característico são variados para ambas as condições de entrada. É importante mencionar que, para todos os modelos utilizados, testes de malha foram conduzidos, apresentados no Apêndice A. Por fim, tem-se uma síntese do capítulo, abordando os principais tópicos apresentados.

Este capítulo visa verificar quando e se o modelo compressível se reduz ao incompressível, especialmente para um fluido tixotrópico. As análises se iniciam com um fluido newtoniano devido à simplicidade de suas equações, modelagem e comportamento. Portanto, espera-se que seja menos complexa a atenuação dos efeitos compressíveis, e a sua interpretação mais fácil, quando comparada com um tixotrópico. O segundo tipo de fluido escolhido foi o de Bingham, por ter comportamento similar a um newtoniano, mas adicionado a uma tensão limite de escoamento. A intenção ao se usar tal modelo e não somente um newtoniano antes do tixotrópico, é de que a tensão limite de escoamento é presente no fluido tixotrópico estudado. Desta forma, é importante avaliar neste tipo de fluido a possibilidade do uso de um modelo incompressível.

Vale ressaltar que nestes testes o fluido encontra-se inicialmente em repouso no interior da geometria, podendo reiniciar com pressão ( $p$ ) ou vazão volumétrica ( $Q$ ) constante em uma extremidade da tubulação. No entanto, a condição de vazão volumétrica é restrita aos modelos

compressíveis e tixotrópico incompressível. Além disso, a outra extremidade se encontra aberta, acarretando em pressão manométrica nula.

## 5.1 Ajuste da Curva de Escoamento e Definição de Parâmetros Transientes

Para poder ajustar o modelo tixotrópico de Souza Mendes e Thompson (2013) ao petróleo com os dados disponíveis, utilizou-se como hipótese simplificadora que a tensão limite de escoamento estática é igual à dinâmica. Desta forma, a Equação (3.25) se reduz a:

$$\eta_{eq}(\dot{\gamma}_{eq}) = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}_{eq}}{\tau_{yd}}\right) \right] \left[ \frac{\tau_{yd}}{\dot{\gamma}_{eq}} + K \dot{\gamma}_{eq}^{n-1} \right] + \eta_{\infty} \quad (5.1)$$

Os parâmetros da Equação (5.1) foram calibrados a partir de curvas de escoamento da amostra do petróleo parafínico utilizado por Rosso (2014). Estas curvas foram obtidas no CERNN/UTFPR com o reômetro Haake Mars III, de Placas Paralelas Ranhuradas (P35 TI L S) com gap de 1 mm e 1 ml de amostra (ANDRADE, 2015). Para todas as amostras foi realizado o processo de *trimming* de 0,1 mm. Além disso, foi utilizado *Sample Hood* em todos os testes para diminuir a influência de fatores externos. O procedimento ao qual a amostra foi submetida segue os seguintes passos:

1. Controlar a temperatura do reômetro em 25 °C e inserir a amostra no reômetro a 25 °C;
2. Elevar a temperatura para 30 °C;
3. Deixar a amostra envelhecer por uma hora;
4. Realizar patamares de taxa de deformação com duração de uma hora para cada patamar. Os valores utilizados nos patamares foram: 0,01; 0,1; 1; 5; 10; 50 e 100 s<sup>-1</sup>. Depois houve o retorno com taxas de: 100; 50; 10; 5; 1; 0,1 e 0,01 s<sup>-1</sup>.

A partir dos procedimentos descritos acima, foram obtidos os resultados da tensão de cisalhamento, que estão apresentados, para a subida, na Tabela 3. A geometria utilizada para as simulações foi baseada no aparato experimental desenvolvido por Rosso (2014). Os dados geométricos necessários desta bancada e as propriedades do fluido são descritos na Tabela 4.

**Tabela 3 - Valores de tensão de cisalhamento obtidos em regime permanente para taxas de deformação aplicadas a 30 °C**

Taxa de deformação [s <sup>-1</sup> ]	Tensão de cisalhamento [Pa]
0,01	3,02
0,1	4,75
1	6,23
5	9,86
10	13,17
50	28,27
100	36,57

**Tabela 4 - Características da bancada experimental e do petróleo parafínico (Fonte: Rosso, 2014)**

Parâmetro	Valor
Diâmetro [m]	0,01
Comprimento [m]	56,6
Massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]	874,1

Observando-se os dados da Tabela 3, nota-se que se têm relações entre taxa de deformação e tensão de cisalhamento, enquanto que na Equação (5.1) tem-se o equacionamento da viscosidade de equilíbrio em função da taxa de deformação. Para utilizar estas informações, admitiu-se a seguinte relação, para fluidos newtonianos generalizados (MORRISON, 2001):

$$\tau_{eq} = \eta_{eq} \dot{\gamma}_{eq} \quad (5.2)$$

Pode-se multiplicar a Equação (5.1) por  $\dot{\gamma}_{eq}$ , o que resulta na curva de escoamento:

$$\tau_{eq} = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}_{eq}}{\tau_{yd}}\right) \right] \left[ \frac{\tau_{yd}}{\dot{\gamma}_{eq}} + K \dot{\gamma}_{eq}^{n-1} \right] \dot{\gamma}_{eq} + \eta_{\infty} \dot{\gamma}_{eq} \quad (5.3)$$

Sendo assim, têm-se os dados da tensão de cisalhamento de equilíbrio em função da taxa de deformação. Resta, portanto, determinar os valores de cinco parâmetros da Equação (5.3):  $\tau_{yd}$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $\eta_0$  e  $\eta_{\infty}$ . Para tanto, foi utilizada a ferramenta de ajuste de curvas do software MATLAB, inserindo-se a Equação (5.3) e os dados dispostos na Tabela 3. Esta ferramenta utiliza para ajuste o Método dos Mínimos Quadrados Não-Linear (LINDFIELD; PENNY, 2012). Os parâmetros ajustados estão apresentados na Tabela 5.

**Tabela 5 - Valores dos parâmetros da equação constitutiva tixotrópica ajustados a partir dos dados da curva de escoamento**

Parâmetro	Valor obtido
$K$ [Pa.s <sup>n</sup> ]	3,357
$n$ [-]	0,498
$\eta_0$ [Pa.s]	$1,5 \times 10^7$
$\eta_{\infty}$ [Pa.s]	0,01
$\tau_{yd}$ [Pa]	2,938

A comparação entre os resultados experimentais e calculados está ilustrada na Figura 9, em que a taxa de deformação é dada em logaritmo de base dez, e apresentada na Tabela 6. As diferenças mostradas na Tabela 6 são calculadas a partir da relação  $dif\% = 100(1 - ajuste / reômetro)$ .

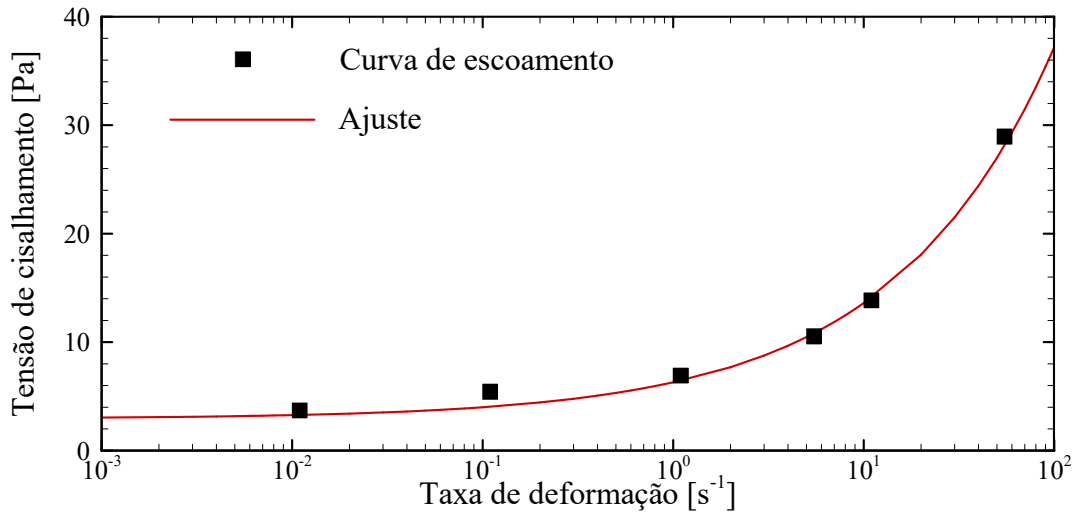


Figura 9 - Curva de escoamento experimental e ajustada do petróleo parafínico.

Tabela 6 - Diferenças entre as tensões de cisalhamento obtidas no reômetro e as ajustadas no modelo

Taxa de deformação [s <sup>-1</sup> ]	Tensão de cisalhamento (Reômetro) [Pa]	Tensão de cisalhamento (Ajuste) [Pa]	Diferença entre tensões
0,01	3,02	3,28	-7,92%
0,1	4,75	4,01	-15,60%
1	6,23	6,31	-1,27%
5	9,86	10,47	-5,83%
10	13,17	13,60	-3,17%
50	28,27	26,99	4,53%
100	36,57	37,2	-1,69%

A partir da Figura 9 e da Tabela 6, podem-se observar as diferenças entre os dados mensurados experimentalmente e os ajustados pela curva. As maiores diferenças são encontradas nos dois primeiros valores da taxa de deformação. Isto pode ser explicado, pois, a baixas taxas, o modelo pode não representar bem os dados experimentais, uma vez que o valor de  $\eta_0$  ficou muito próximo à estimativa inicial inserida na ferramenta de ajuste, e esta é a viscosidade que predomina nos primeiros instantes de simulação. Esta dificuldade se dá devido à não linearidade da equação ajustada e ao alto número de variáveis, o que acarreta em diversos mínimos locais. Sendo assim, foram escolhidos valores iniciais para as variáveis e



definidos limites que não podiam ser extrapolados. No entanto, os ajustes para as taxas mais altas se mostram bons, com diferenças menores do que 5%.

Além dos parâmetros descritos anteriormente, o modelo requer como entradas os valores das constantes  $a$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $G_0$  e  $t_{eq}$ . Estes parâmetros influenciam o regime transiente e não podem ser ajustados através da curva de escoamento. Para os primeiros testes com o modelo tixotrópico, todos estes valores foram mantidos como 1,0, respeitando-se as dimensões de cada parâmetro. Na seção do fluido tixotrópico, os valores de  $G_0$  e  $t_{eq}$  serão avaliados.

Para os fluidos de Bingham e newtoniano, foram utilizadas as propriedades calibradas pertinentes. No caso do newtoniano, a viscosidade  $\mu$  foi considerada como a viscosidade  $\eta_\infty$ . Para o caso de Bingham, a tensão limite de escoamento,  $\tau_0$  foi tomada como  $\tau_{yd}$  e a viscosidade aparente,  $\mu_0$  como a viscosidade  $\eta_\infty$ .

Uma vez feita a calibração do modelo tixotrópico e definidas as propriedades dos diferentes tipos de fluido, bem como os dados da tubulação, iniciam-se as simulações. Como explicado no início deste capítulo, o primeiro fluido avaliado foi o newtoniano.

## 5.2 Fluido Newtoniano

Fluidos newtonianos possuem um comportamento e modelagem significativamente mais simples do que tixotrópicos. A finalidade desta seção é verificar a viabilidade de um fluido newtoniano compressível se aproximar de um incompressível nas condições avaliadas. A análise de tal fluido, ao invés de estudar-se apenas o tixotrópico é importante, pois se espera que os efeitos da compressibilidade possam ser mais facilmente atenuados.

As simulações com fluido newtoniano foram desenvolvidas impondo-se a condição de pressão constante na entrada da tubulação. Esta condição foi escolhida, pois, considerando-se que a análise abrange também um modelo incompressível, não seria produtivo analisar a condição de vazão constante, pois a resposta da imposição da vazão na entrada para um fluido newtoniano é a de regime permanente, instantaneamente. Vale notar que, para que o modelo compressível se tornasse incompressível, seria necessária uma velocidade de propagação  $c$  tendendo ao infinito.

A condição de pressão na entrada foi definida como um degrau, para o caso incompressível, e como uma rampa, para o modelo compressível. A intenção de se impor uma rampa é a de eliminar, ou ao menos reduzir, oscilações na pressão inerentes à

compressibilidade do fluido, para verificar se o comportamento se aproxima do caso incompressível. Isto é feito definindo tempos para variação de pressão relativos ao tempo para que a onda de pressão se propague da entrada até a saída da tubulação. Uma vez que a pressão atinja seu valor final na rampa, esta condição se mantém constante até o final da simulação. Esta rampa é definida pela relação:

$$p_{ent} = \begin{cases} p_{m\acute{a}x} \frac{t}{t_r} & t < t_r \\ p_{m\acute{a}x} & t \geq t_r \end{cases}, \quad (5.4)$$

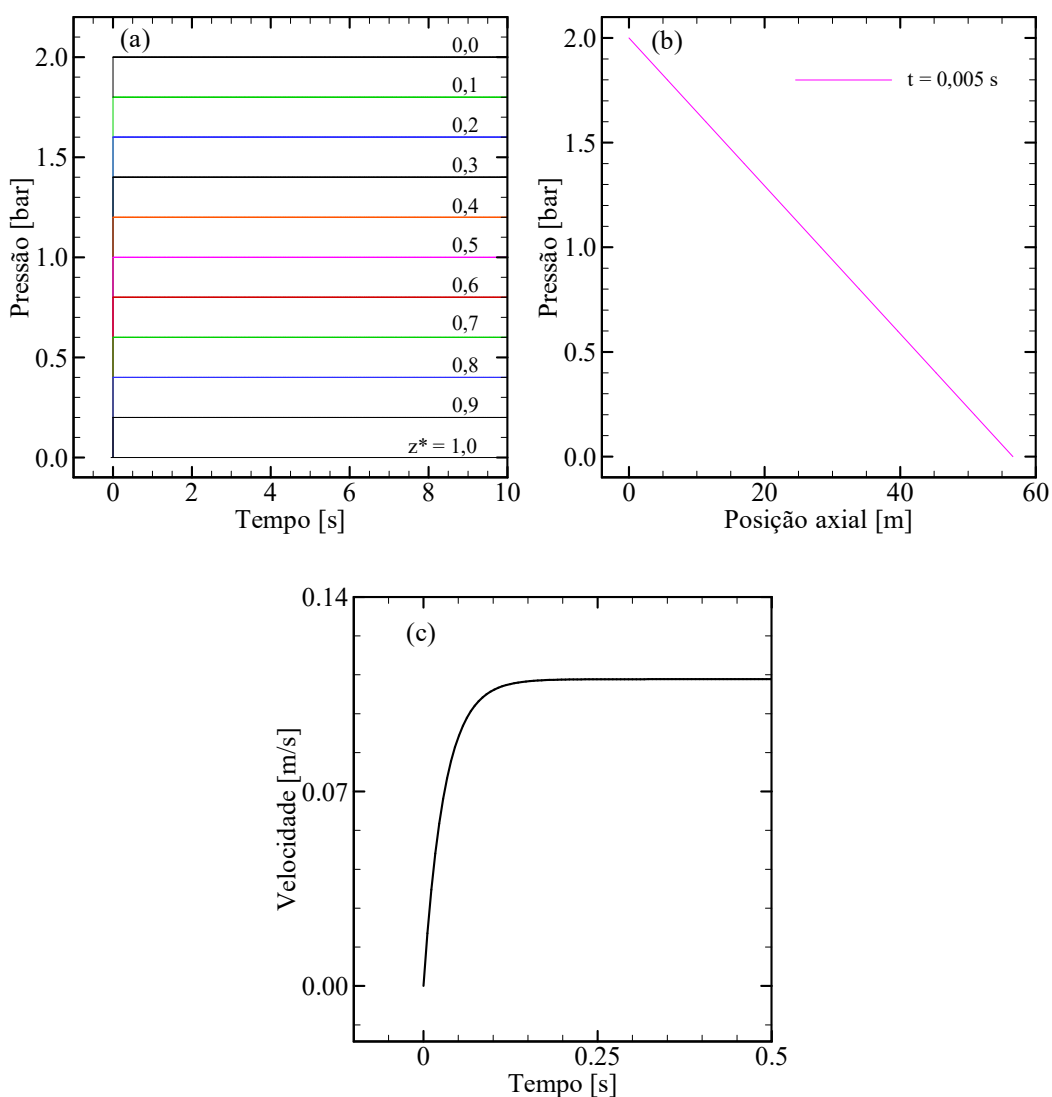
em que  $p_{ent}$  é a pressão na entrada,  $p_{m\acute{a}x}$  é a pressão máxima a ser atingida,  $t$  o tempo atual da simulação e  $t_r$  o tempo para a pressão atingir o valor máximo. Esta relação é válida até que o tempo  $t$  se iguale a  $t_r$ . Nos momentos posteriores a este, a pressão é mantida constante em  $p_{m\acute{a}x}$ .

As dimensões da tubulação utilizadas foram: comprimento  $l = 56,6$  m e diâmetro  $d = 0,01$  m. As propriedades do fluido foram consideradas  $\rho = 874,1$  kg/m<sup>3</sup>;  $\mu = 0,01$  Pa.s. A velocidade de propagação da onda de pressão  $c$  foi variada, sendo avaliada através da relação temporal  $t_p = l/c$ , que representa o tempo que a onda de pressão demora para atingir o final da tubulação, a partir da entrada. Os valores de  $t_p$  utilizados foram de 0,01 e 0,001 s, correspondendo a velocidades  $c$  iguais a 5660 e 56600 m/s, respectivamente. A pressão ao final da rampa na entrada da tubulação foi arbitrada como 2 bar e a pressão na saída foi definida como nula.

### 5.2.1 Tempo de Propagação $t_p = 0,01$ s

Os tempos de rampa,  $t_r$ , foram definidos a partir de relações com o tempo de propagação,  $t_p$ . Sendo assim, pode-se definir um tempo de rampa adimensional,  $t_r^*$ , calculado pela relação  $t_r^* = t_r/t_p$ . Os principais resultados avaliados foram de  $t_r^* = 1, 2, 5$  e 10. Para comparação entre os modelos compressível e incompressível, foram utilizados resultados de velocidade e pressão por tempo. Como o gradiente de pressão no modelo incompressível com pressão constante na entrada atinge o equilíbrio instantaneamente, apenas um resultado será apresentado. A Figura 10 (a) mostra o resultado da pressão em função do tempo em diversas posições da tubulação para o reinício do escoamento de um fluido incompressível, com pressão constante na entrada e pressão nula na saída. Neste caso, foi considerada uma malha axial com dez volumes, mostrando a pressão na entrada, a pressão na saída e nove pressões intermediárias, ao longo da tubulação. A identificação destas posições se dá através da relação

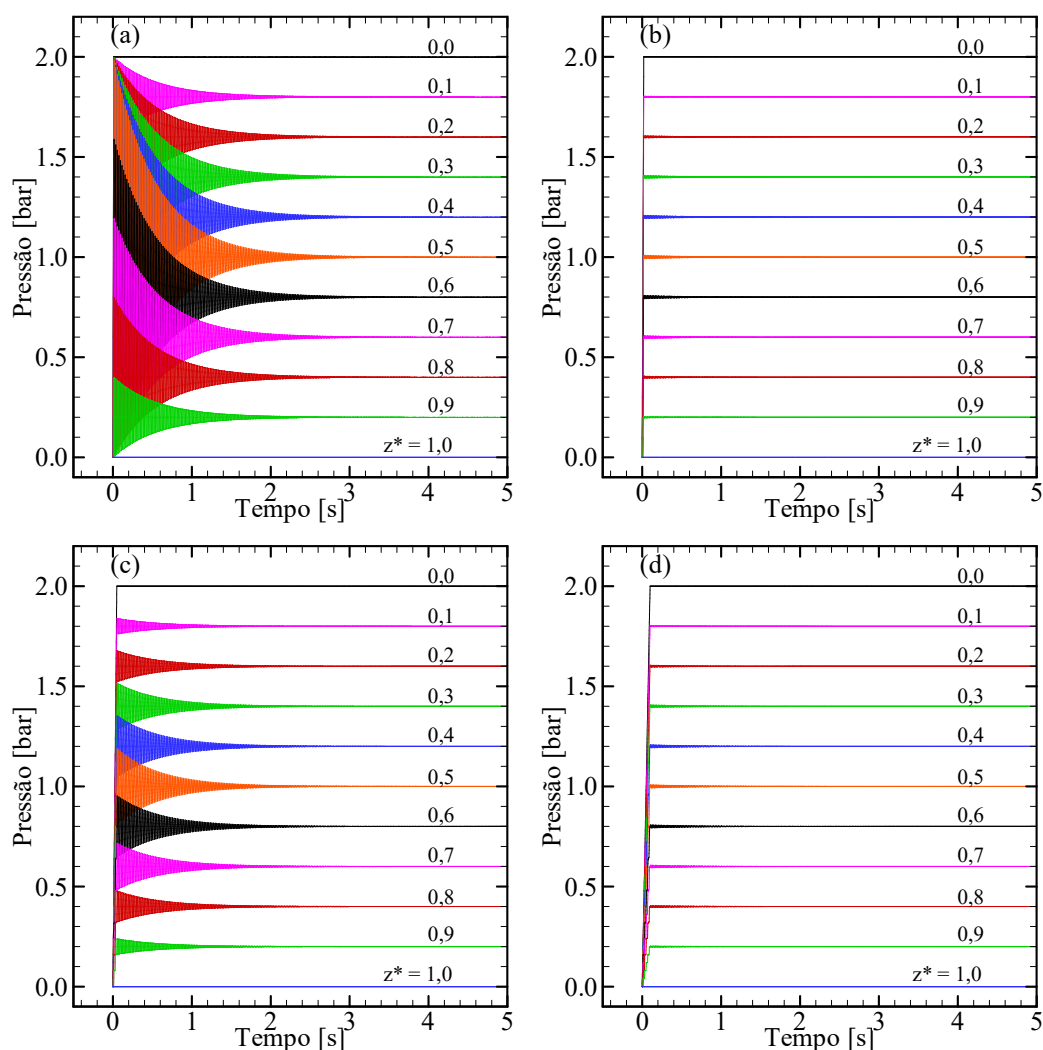
de posição axial adimensional a partir da entrada da tubulação, dada por  $z^* = z/l$ . Na Figura 10 (b) é apresentado o gradiente de pressões, através da distribuição de pressões pelo comprimento da tubulação, para o primeiro tempo avaliado. Como apresentado anteriormente, necessariamente este gradiente de pressões é linear, porém é válido ilustrar este comportamento para futuras comparações com o modelo compressível. Na Figura 10 (c) é mostrada a evolução da velocidade ao longo do tempo, que é constante para toda a tubulação, a cada instante de tempo.



**Figura 10 - Pressão em função do tempo em diferentes posições da tubulação para fluido incompressível impondo pressão na entrada (a) e gradiente de pressões ao longo da tubulação (b); velocidade em função do tempo (c).**

Para o caso incompressível, tem-se que o resultado é independente da malha, pois o equacionamento garante um gradiente linear e as velocidades são constantes na tubulação inteira, para cada instante de tempo avaliado.

A malha do modelo compressível para fluido newtoniano foi definida como 20 volumes axiais, e seus testes podem ser verificados no Apêndice A. Os casos com  $t_r^*$  variável foram simulados e, então, comparados com o caso incompressível, com os mesmos parâmetros de entrada. A Figura 11 apresenta os resultados para a pressão ao longo do tempo do reinício do escoamento de um fluido newtoniano compressível com pressão na entrada e  $t_r^*$  de 1, 2, 5 e 10. Nesta figura, têm-se nove posições intermediárias da tubulação, além da entrada e saída, a fim de se comparar com os resultados do caso incompressível.



**Figura 11 – Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido newtoniano compressível com  $t_p = 0,01$  s e rampa de pressão na entrada de  $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10.**

Na Figura 11, nota-se a influência da rampa de pressão na atenuação dos efeitos da compressibilidade. Observa-se que para os tempos de rampa ímpares, Figura 11(a) e (c), o resultado é bastante distinto do obtido com o modelo incompressível, com oscilações de grande amplitude. Isto se deve ao fato de que a pressão na entrada atinge o seu máximo em

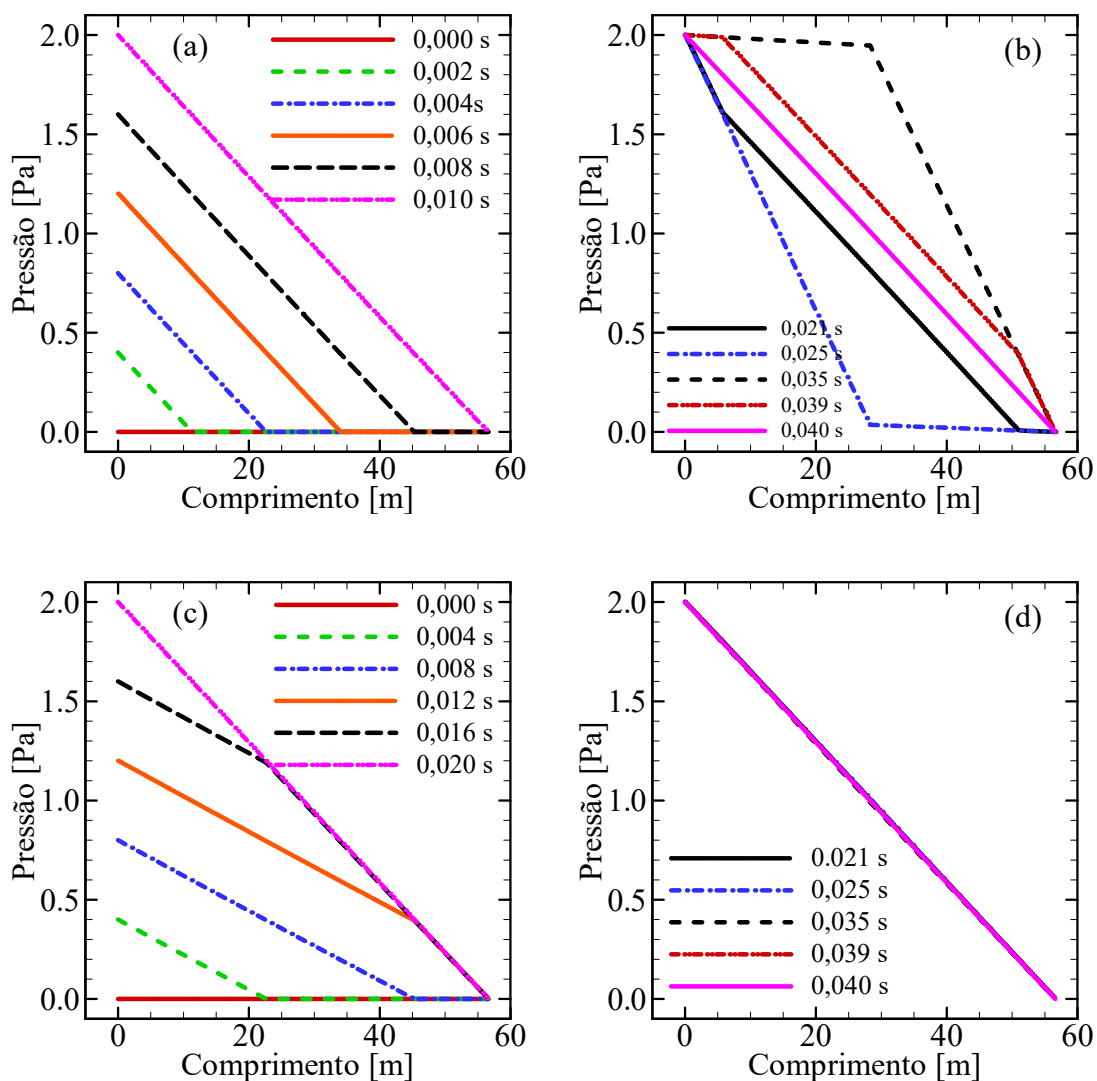
um instante defasado do posicionamento da onda de pressão. Isto é, no momento em que a onda de pressão atinge o final da tubulação e sofre a reflexão para retornar à entrada, a rampa de pressão atinge seu valor máximo.

Para os casos pares, Figura 11 (b) e (d), tem-se um comportamento mais próximo do caso incompressível. Analogamente ao explicado para os casos ímpares, tem-se que o tempo de rampa se finaliza em fase com a propagação da onda de pressão, de modo que as oscilações encontradas são significativamente reduzidas.

Para mostrar mais claramente estes resultados e a distorção do gradiente de pressões no modelo compressível, a evolução da pressão ao longo do comprimento da tubulação foi avaliada, para instantes de tempo fixos, para  $t_r^* = 1$  e 2. A Figura 12 mostra estes resultados, em que se tem o desenvolvimento da pressão até a rampa ser completa, Figura 12 (a) e (c) para  $t_r^* = 1$  e 2, respectivamente, e então tempos posteriores, Figura 12 (b) e (d), também para  $t_r^* = 1$  e 2, respectivamente.

Na Figura 12 (a) e (c) é possível observar a propagação da pressão ao longo da tubulação até que a rampa seja completa. Como o fluido é compressível e o tempo de propagação da onda é 0,01 s, para tempos menores do que este a pressão não atinge o final da tubulação. Na Figura 12 (b) e (d) tem-se o gradiente de pressões ao longo de toda a tubulação para cinco instantes posteriores ao tempo de rampa. Para o caso (b), em que  $t_r^* = 1$ , nota-se que este gradiente se distancia significativamente do linear para todos os tempos analisados. Uma vez que a onda de pressão está defasada e com valores diferentes da entrada, ocorrem reflexões intensas da mesma nas extremidades da tubulação, invertendo seu sentido, o que ocasiona as oscilações de pressão vistas na Figura 11 (a). Na Figura 12 (b), no entanto, em que  $t_r^* = 2$ , o gradiente de pressões é muito próximo do linear para todos os tempos, sendo o motivo pelo qual não se tem grandes oscilações no desenvolvimento da pressão apresentado na Figura 11 (b).

Esta diferença de gradientes de pressão acontece, pois, uma vez que a onda retorne à entrada da tubulação pela primeira vez, esta não encontra um crescimento contínuo da pressão no caso em que  $t_r^* = 1$ , mas sim seu valor máximo. Esta defasagem acarreta em inversões do gradiente de pressões, evidenciados na Figura 12 (b), para os tempos 0,025 e 0,035 s, que são visíveis na evolução da pressão pelo tempo.

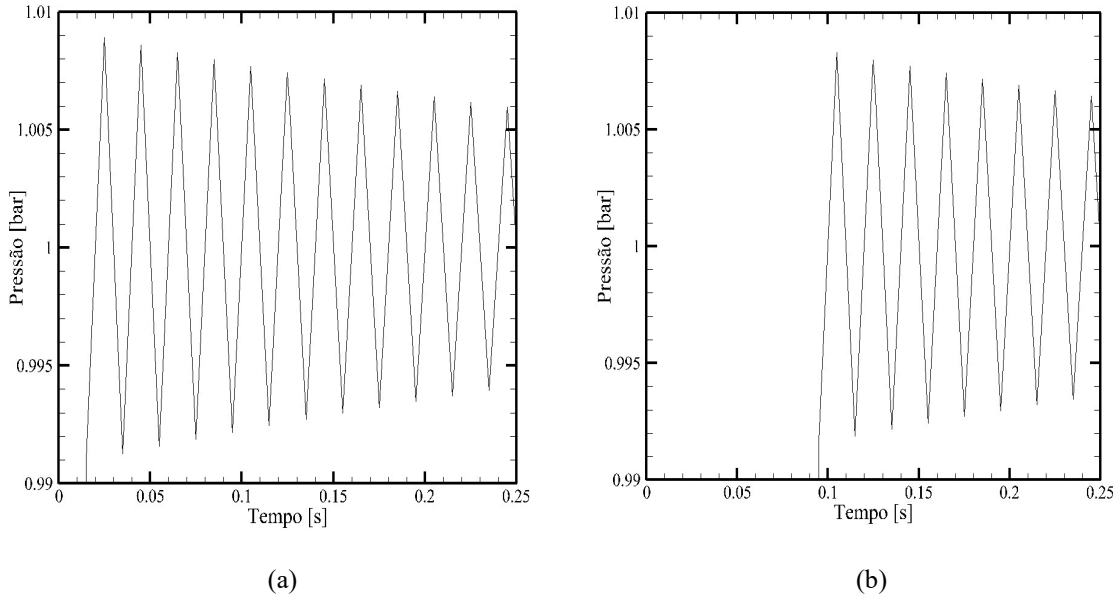


**Figura 12 - Evolução da pressão pelo comprimento da tubulação para (a) e (c)  $t_r^* = 1$  e 2, respectivamente, até a rampa se completar e para tempos posteriores (b) e (d)  $t_r^* = 1$  e 2, respectivamente**

A fim de avaliar a proximidade dos resultados com o modelo incompressível, é verificada a diferença percentual entre a maior amplitude encontrada e o valor de regime permanente, através da relação  $\%diferença = 1 - (p_{oscilação}/p_{RP})$ . É importante observar que as oscilações se dão de maneira simétrica em relação à posição  $z^* = 0,5$ , de modo que esta posição é utilizada para avaliar a máxima amplitude de oscilação. Para os casos avaliados de  $t_r^* = 1$  e 5, estes percentuais de oscilações calculados foram de 98,2 % e 19,0%, respectivamente. Isto mostra como os casos ímpares têm uma menor atenuação da propagação da onda de pressão. Ainda assim, indicam que crescimentos de pressão através de tempos de rampa maiores contribuem para a redução das oscilações encontradas, aproximando o

comportamento do incompressível. No entanto, tempos muito elevados distanciariam cada vez mais o comportamento do incompressível, temporalmente.

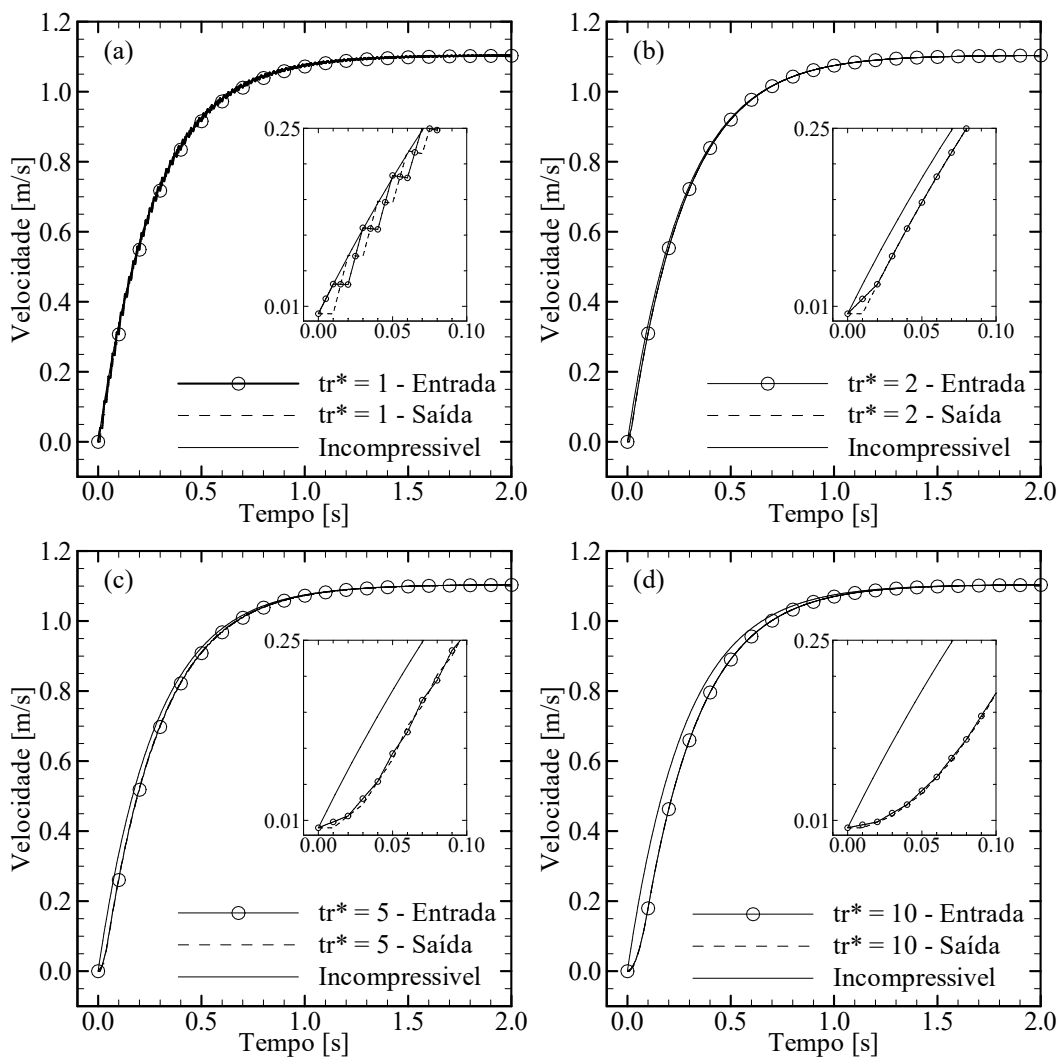
A Figura 13 mostra uma ampliação da Figura 11, para  $t_r^* = 2$  e 10, na posição  $z^* = 0,5$ , logo após o final da rampa de pressão. Nesta figura os dados também são mostrados através da pressão em função do tempo de simulação, sendo visível também o tempo em que a rampa atinge o seu final.



**Figura 13 - Ampliação das oscilações de pressão na posição  $z^* = 0,5$  para fluido newtoniano compressível reiniciando com pressão constante, com  $t_r^* =$  (a) 2 e (b) 10.**

Nota-se na Figura 13 que a mesma escala de tempo foi utilizada, mostrando que para rampas mais longas as oscilações demoram mais tempo para ocorrer, uma vez que verificam-se apenas quando a rampa atingiu seu máximo. A máxima oscilação, em comparação com o regime permanente, para os casos  $t_r^* = 2$  e 10 foi de 1,89% e 1,83%, respectivamente. Sendo assim, tempos de rampa pares são eficazes na atenuação das oscilações da onda de pressão.

Outra análise observada foi com relação às velocidades ao longo da tubulação. Estas também foram comparadas com o resultado incompressível, considerando-se os mesmos tempos de rampa mostrados anteriormente. A Figura 14 apresenta os resultados para a evolução da velocidade ao longo do tempo, tanto na entrada, quanto na saída da tubulação, comparadas com o resultado incompressível. Os tempos de rampa adimensionais avaliados foram:  $t_r^* = 1$  (a), 2 (b), 5 (c) e 10 (d). Ampliações dos primeiros instantes de simulação também são exibidas em cada caso, para uma melhor visualização do comportamento da velocidade.



**Figura 14 - Evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido newtoniano compressível com rampa de pressão na entrada,  $t_p = 0,01$  s, nas posições de entrada e saída e  $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10, comparados com a velocidade avaliada pelo modelo incompressível.**

Analisando-se a Figura 14, observa-se que os crescimentos das velocidades dos casos compressível e incompressível são bastante similares em relação ao tempo, de modo que sua evolução ocorre em curvas próximas, mesmo para  $t_r^*$  ímpares. Apesar disso, nota-se no caso (a), por exemplo, que o aumento da velocidade se dá em pequenas rampas distintas, que têm duração de  $t_p$ .

Para o caso  $t_r^* = 2$ , Figura 14(b), não se observam crescimentos em rampa como no caso (a), isto acontece pois, como analisado para a pressão, tem-se uma rampa de pressão em fase com a onda de pressão, acarretando em oscilações de baixa amplitude. Observa-se uma defasagem temporal entre os crescimentos das velocidades compressível e incompressível, causado pelo tempo de rampa, e da mesma magnitude deste.



A Figura 14(c), em que  $t_r^* = 5$ , é exposta por corroborar as hipóteses explicadas para a Figura 14(a), e mostrar que não basta apenas aumentar o tempo de rampa para que o resultado seja mais próximo do incompressível. Tem-se um final da rampa de pressão na entrada defasado da propagação da onda de pressão, causando perturbações novamente no desenvolvimento da velocidade. Ainda assim, o resultado, por ter um tempo de rampa mais longo, é mais contínuo, e não serrilhado, como o caso da Figura 14(a). Já a Figura 14(d) apresenta a rampa  $t_r^* = 10$ , com crescimento mais lento das velocidades, mas visivelmente distante do caso incompressível devido à defasagem temporal causada pelo tempo de rampa.

As velocidades na saída para todos os tempos de rampa avaliados foram mostrados para evidenciar a defasagem entre a velocidade na entrada e na saída da tubulação. Na Figura 14 (a), por exemplo, esta diferença é visível devido ao comportamento serrilhado da velocidade. A defasagem da velocidade na saída em relação à entrada é do tempo de propagação da onda,  $t_p$ . Este comportamento se difere do modelo incompressível, pois neste há apenas uma velocidade encontrada em toda a tubulação, de modo que o fluido começa a se deslocar no mesmo instante em toda a tubulação.

Na sequência, o tempo para a velocidade atingir o regime permanente foi avaliado. Isto foi feito considerando-se como regime permanente a velocidade igual a 99% do valor final da simulação, uma vez que podem ocorrer oscilações nos cálculos. A Tabela 7 apresenta os resultados para os tempos em que a velocidade da entrada atinge o valor de regime permanente. Nesta tabela, são apresentados os tempos para atingir o regime permanente para os quatro tempos de rampa avaliados,  $t_r^* = 1, 2, 5$  e  $10$ , além do caso incompressível, denotado por  $t_r^* = 0$  por ser um degrau.

**Tabela 7 - Tempo até a velocidade atingir o regime permanente para diferentes  $t_r^*$ , para um fluido newtoniano com pressão constante na entrada, compressível e incompressível**

$t_r^* [-]$	Tempo até regime permanente [s]
0 (Incompressível)	1,258
1	1,255
2	1,259
5	1,261
10	1,263

Nota-se, a partir da Tabela 7, resultados que corroboram com o visto anteriormente. As simulações com  $t_r^* = 2$  são as mais próximas de um caso incompressível. O tempo para o caso  $t_r^* = 1$  chega a ser menor do que para o caso incompressível. Como o valor de regime

permanente foi definido como 99% do valor final da simulação, o caso em que  $t_r^* = 1$  pode atingir este valor mais rapidamente, devido ao comportamento de seu crescimento. A diferença percentual entre o tempo de regime permanente para o caso incompressível e compressível com  $t_r^* = 2$  é de 0,08%, ou 0,001 s. Portanto, o caso em que o modelo compressível se aproxima mais do modelo incompressível (tanto para pressão quanto para velocidade) ocorre para  $t_r^* = 2$ .

É importante mencionar que tempos de rampa mais elevados diminuiriam ainda mais as oscilações. O problema, porém, é que quanto maior o tempo de rampa, maior a defasagem temporal entre os modelos compressível e incompressível devido à magnitude da rampa, como observado para o caso  $t_r^* = 10$ .

Após avaliar o caso em que  $t_p = 0,01$  s, um caso em que  $t_p = 0,001$  s foi estudado. Isto foi realizado para verificar se, com uma velocidade de propagação da onda de pressão dez vezes mais elevada (e um fluido conseqüentemente menos compressível), as oscilações para os tempos ímpares decrescem e é mais fácil reduzir o comportamento compressível ao incompressível. Além disso, esperava-se verificar uma proximidade ainda maior dos resultados com  $t_r^*$  pares.

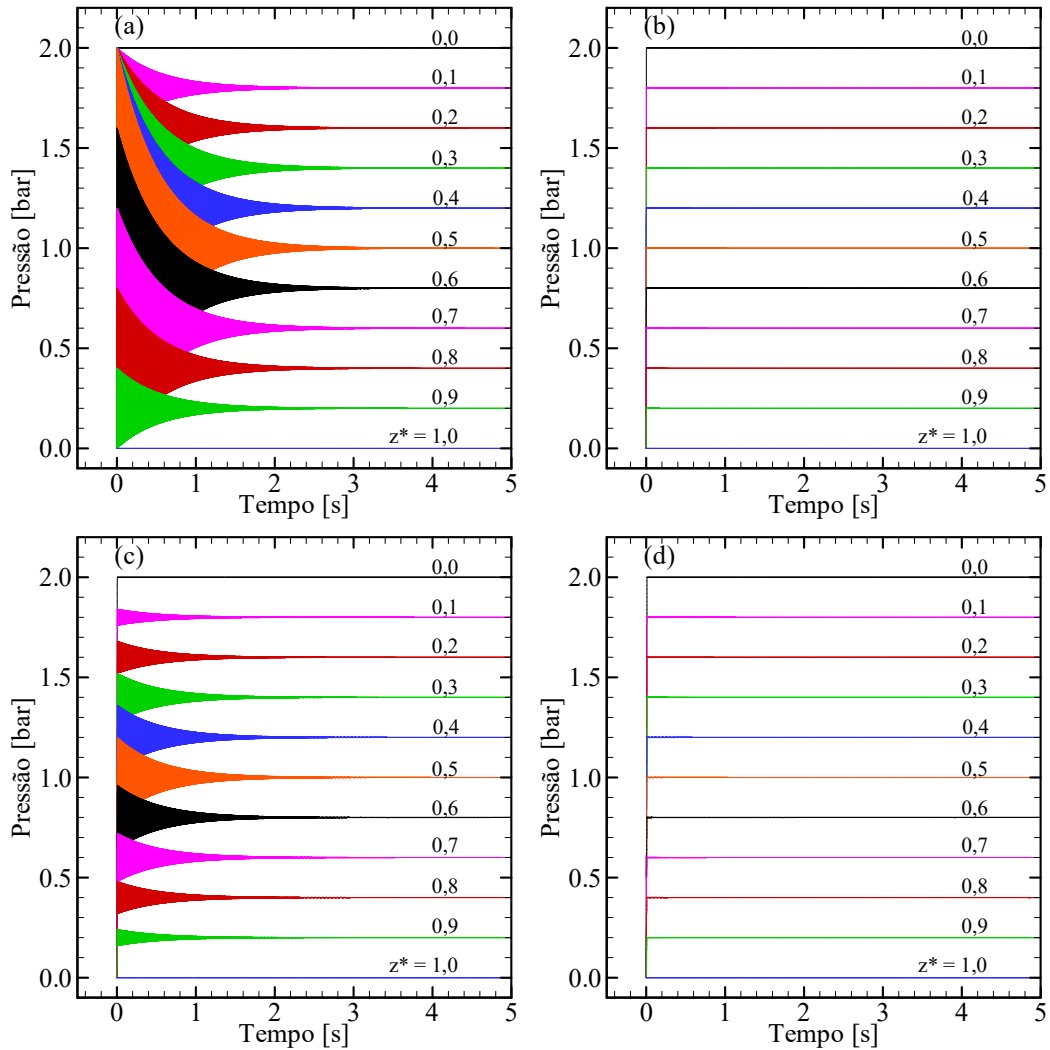
### 5.2.2 Tempo de Propagação $t_p = 0,001$ s

Para o tempo de propagação considerado nesta seção, tem-se que a velocidade de propagação da onda foi aumentada em dez vezes, para um valor  $c = 56600$  m/s. Este valor acarreta, através da Equação (3.6), em um fluido com uma compressibilidade 100 vezes menor do que na seção anterior. Apesar de ser uma velocidade de propagação alta, o fluido ainda é compressível.

O aumento da velocidade  $c$  não acarreta mudanças na malha axial, porém o passo de tempo é refinado. Ainda assim, uma análise de sensibilidade de malha foi conduzida para garantir resultados minimamente dependentes da malha, sendo apresentada no Apêndice A. A malha escolhida foi novamente de 20 volumes axiais.

Considerando-se os tempos adimensionais  $t_r^* = 1, 2, 5$  e  $10$ , as simulações foram conduzidas, e os resultados para pressão são mostrados na Figura 15. Nesta figura, têm-se os resultados da pressão ao longo do tempo, para o reinício do escoamento de um fluido

newtoniano com pressão na entrada. São apresentadas nove posições intermediárias da tubulação, além da entrada e saída.

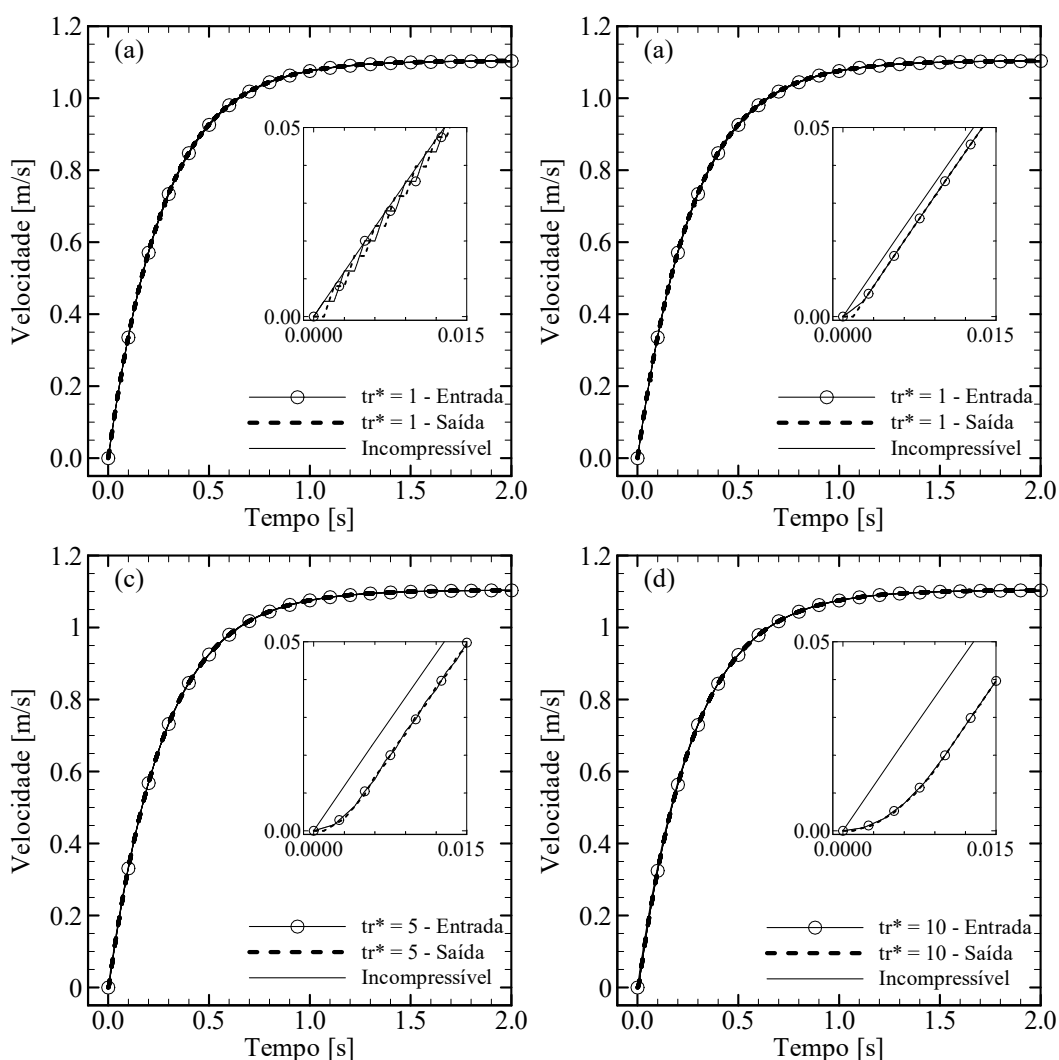


**Figura 15 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido newtoniano compressível com  $t_p = 0,001$  s e rampa de pressão de  $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10.**

O comportamento exibido na Figura 15 é muito semelhante àquele encontrado na seção anterior, na Figura 11. A diminuição da compressibilidade implica em uma redução no tempo de rampa, para manter o tempo de rampa adimensional constante. Com relação à amplitude de oscilações tem-se, para os  $t_r^* = 1$  e 5, valores de 99,8% e 19,9% maiores do que os valores de regime permanente, respectivamente. Estes resultados chegam a ser não somente semelhantes, mas até superiores aos encontrados na seção anterior. No entanto, para os casos pares, tem-se uma pequena melhora no resultado. Para os casos em que  $t_r^* = 2$  e 10, tem-se oscilações de 0,09% para ambos os casos, um resultado praticamente 20 vezes menor do que na seção anterior. Desta forma, mostra-se como, para tempos pares, um aumento na velocidade de

propagação é eficaz na redução das oscilações devido à compressibilidade do material. No entanto, para os tempos de rampa ímpares, não se verificou uma influência significativa.

Com relação às velocidades, como a velocidade de propagação da onda de pressão é mais elevada, o desenvolvimento completo até regime permanente dos modelos se aproxima. O maior tempo de rampa, correspondente a  $t_r^* = 10$ , é de 0,01 s. A Figura 16 apresenta a evolução da velocidade em relação ao tempo para a posição da entrada e da saída do modelo compressível, sendo comparadas com o modelo incompressível. É importante ressaltar que a escala das ampliações é diferente da escala usada na Figura 14. Justamente devido à aproximação das curvas, é necessária uma ampliação maior para se verificar as distâncias temporais e o comportamento das mesmas.



**Figura 16 – Ampliação da evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido newtoniano compressível, com  $t_p = 0,001$  s, com rampa de pressão e  $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10, comparados com a velocidade do modelo incompressível.**

Da Figura 16, observa-se que os desenvolvimentos das curvas, em relação à sua forma, são iguais aos encontrados com a menor velocidade de propagação, descritos na seção anterior, isto é, para  $t_r^* = 1$ , ainda se observa um desenvolvimento serrilhado, por exemplo. Isto mostra que uma redução na compressibilidade, para um mesmo tempo adimensional de rampa, altera o comportamento das velocidades no sentido de aproximar temporalmente do resultado incompressível, mas não se verificam diferenças no desenvolvimento das curvas com relação à sua forma. Na Figura 16 (a), em que se tem a menor rampa, verifica-se um crescimento de forma serrilhada para a velocidade em relação ao tempo, similar ao encontrado na Figura 14 (a). Portanto, os efeitos encontrados neste tipo de simulação são similares ao caso em que  $t_p = 0,01$ , porém em menor escala.

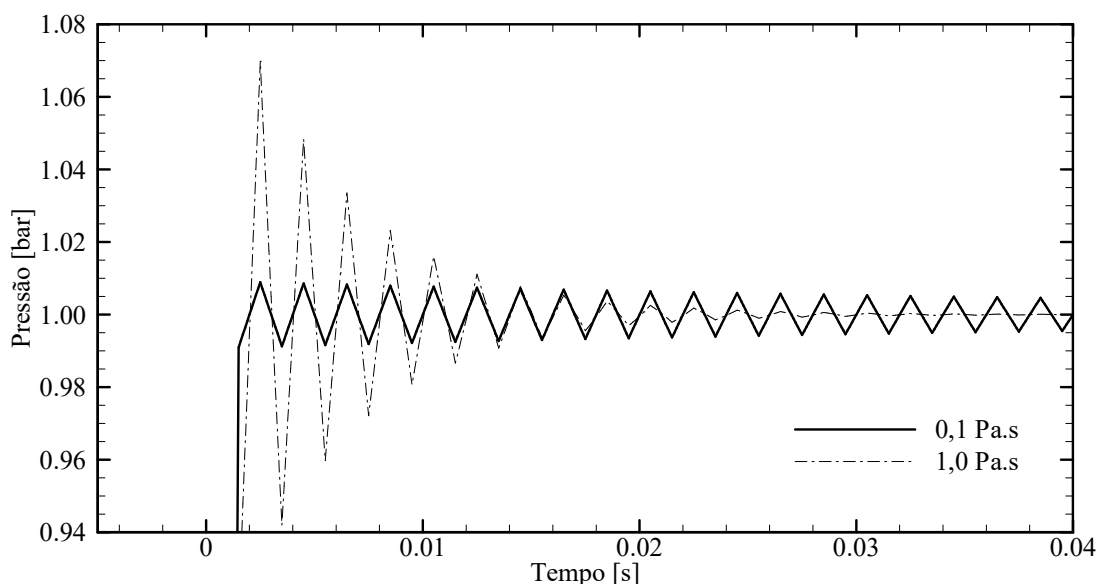
Nesta subseção, um modelo compressível e incompressível para fluido newtoniano foi testado com dois tempos de rampa,  $t_p = 0,01$  e  $0,001$ s. Comparando-se os resultados obtidos, considera-se o primeiro modelo pode representar bem um comportamento incompressível, para o caso  $t_p = 0,01$  s e  $t_r^* = 2$ , tanto para a evolução da pressão, quanto da velocidade, uma vez que as diferenças entre modelos foi inferior a 2%. Os efeitos da compressibilidade são atenuados quão maior seja o tempo de rampa, especialmente para os tempos pares, mas tempos de rampa muito elevados acarretam em uma defasagem temporal do modelo sem compressibilidade.

Na próxima subseção, será avaliado o efeito de um tempo de rampa em fluidos newtonianos hipotéticos com viscosidades mais altas. A finalidade de se fazer tal análise reside em que o fluido tixotrópico deste trabalho possui uma alta viscosidade no início do processo de retomada do escoamento. Portanto, é importante verificar os efeitos das rampas de pressão em fluidos com viscosidades mais altas.

### 5.2.3 Fluido Newtoniano com viscosidades diferentes

A fim de avaliar a influência de diferentes viscosidades nos resultados com fluido newtoniano, duas viscosidades foram avaliadas:  $\mu = 0,1$  e  $1,0$  Pa.s. Estes valores correspondem a um fluido dez e cem vezes mais viscoso do que o avaliado na seção anterior, respectivamente. A velocidade de propagação utilizada foi  $c = 56600$  m/s e o tempo de rampa foi  $t_r^* = 2$ , uma vez que estes foram valores que apresentaram os melhores resultados na subseção anterior. Os outros parâmetros e a geometria foram mantidos constantes.

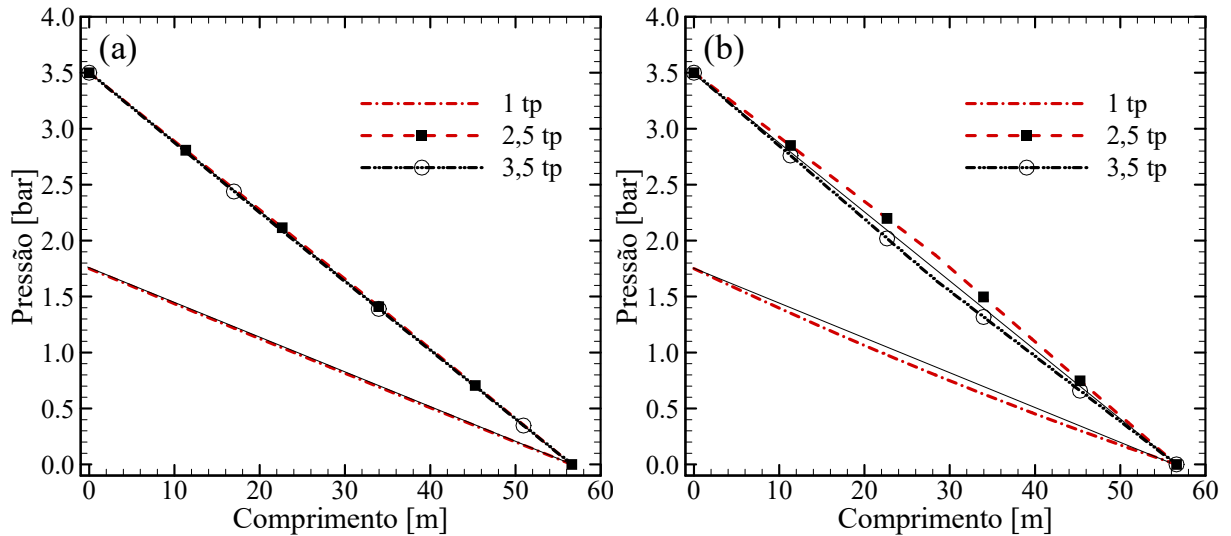
As análises foram focadas no comportamento da pressão destes novos fluidos, uma vez que foi onde as maiores diferenças foram encontradas nas análises anteriores. A Figura 17 apresenta uma ampliação das oscilações de pressão na posição  $z^* = 0,5$ , entre o início da simulação e o instante 0,04 s, para o caso newtoniano compressível com pressão na entrada e viscosidades 0,1 e 1,0 Pa.s.



**Figura 17 - Ampliação de oscilações de pressão para fluidos newtonianos com pressão constante na entrada, rampa  $t_r^* = 2$  e viscosidade variada 0,1 e 1,0 Pa.s.**

Observa-se na Figura 17, que, ao aumentar a viscosidade do fluido, tem-se um aumento na amplitude das oscilações de pressão, mas também uma redução na sua duração. A redução da duração das oscilações pode ser explicada, pois, uma vez que o fluido se encontra mais viscoso, ele possui uma dissipação viscosa maior. Pelo mesmo motivo, o resultado esperado seria de um pico menor, porém não é o que se verifica.

Para avaliar a razão do aumento na amplitude das oscilações, utiliza-se um gráfico da pressão em função da posição axial para diferentes instantes de tempo, a fim de verificar o comportamento do gradiente de pressões. A Figura 18 apresenta os resultados da evolução da pressão ao longo do comprimento da tubulação. Nesta figura, o gradiente de pressão é mostrado em três tempos diferentes,  $t = 1, 2,5$  e  $3,5 t_p$ . Em ambos os casos, as linhas retas contínuas traçadas nos gráficos representam o que seria um gradiente de pressões linear, a fim de comparar as diferenças encontradas com este caso.



**Figura 18 - Evolução da pressão pelo comprimento da tubulação, para determinados tempos, para fluidos newtonianos com diferentes viscosidades; (a) 0,1 Pa.s e (b) 1 Pa.s.**

Para o caso da Figura 18(a), em que a viscosidade é 0,1 Pa.s, tem-se que o escoamento é menos dissipativo em relação ao caso da Figura 18(b). É difícil enxergar diferenças nas pressões entre a linha reta e os gradientes encontrados. Isto mostra como para este caso, o gradiente de pressões é bastante similar a um gradiente linear. Ainda assim, pequenas diferenças entre o valor das pressões ocorrem em relação ao gradiente linear. Na posição  $z = 28,3$  m, estas diferenças são de -0,8% e 0,7% para  $t_p = 2,5$  e 3,5 s, respectivamente, sendo a razão para as oscilações encontradas, que são de menor magnitude em relação ao caso mais viscoso.

Na Figura 18(b) as diferenças são visíveis desde  $t = 1 t_p$ . Para  $t_p = 2,5$  e 3,5 s, elas são de -7,2% e 5,6%, respectivamente. Estes desvios da linearidade do gradiente de pressões são causados pela dissipação viscosa do fluido ser mais alta. Como o fluido com 1,0 Pa.s é mais viscoso do que o fluido com viscosidade 0,1 Pa.s, sua distribuição de pressões ao longo da tubulação se distancia mais da distribuição linear, formando uma espécie de abaulamento da pressão, pois esta é dissipada muito rapidamente. Da mesma maneira que a alta dissipação causa as oscilações mais bruscas, ela também é responsável por um menor tempo de oscilação.

O aumento da viscosidade influencia o desenvolvimento da pressão no sentido de aumentar os picos de pressão, afastando-se do caso incompressível, mas também reduzindo o tempo de existência das oscilações de pressão.

Avaliadas as respostas de um fluido newtoniano submetido a rampas de pressão, bem como a influência de viscosidades diferentes, o próximo fluido analisado foi o de Bingham. Este fluido se diferencia do newtoniano por possuir uma tensão limite de escoamento e sua viscosidade ser dependente da sollicitação imposta. Desta maneira, evolui-se análise dos fluidos com a inserção da tensão limite de escoamento, presente no fluido tixotrópico, mas a complexidade da modelagem e da resposta do fluido de Bingham ainda tendem a ser mais simples do que para o fluido tixotrópico.

### 5.3 Fluido de Bingham

O segundo tipo de fluido avaliado foi um fluido de Bingham. Os parâmetros e propriedades utilizadas para estes resultados foram as mesmas utilizadas na seção anterior  $d = 0,01$  m;  $l = 56,6$  m,  $\rho = 874,1$  kg/m<sup>3</sup> e  $\mu_0 = 0,01$  Pa.s. Além disso, como um fluido de Bingham é caracterizado pela presença de uma tensão limite de escoamento, esta tensão foi escolhida baseada na calibração dos parâmetros realizada na seção 5.1,  $\tau_{yd} = \tau_0 = 2,938$  Pa.

Como condições de contorno, foram definidas pressão constante na entrada e saída da tubulação aberta. O tempo de propagação da onda utilizado foi de  $t_p = 0,001$  s, uma vez que este tempo apresentou os melhores resultados para o caso newtoniano. Como o efeito das rampas de pressão foi eficiente para que o modelo compressível se aproximasse do incompressível no fluido newtoniano, o objetivo desta seção é verificar se o mesmo ocorre para um fluido de Bingham. Testes de malha para este tipo de fluido também foram conduzidos, e estão apresentados no Apêndice A.

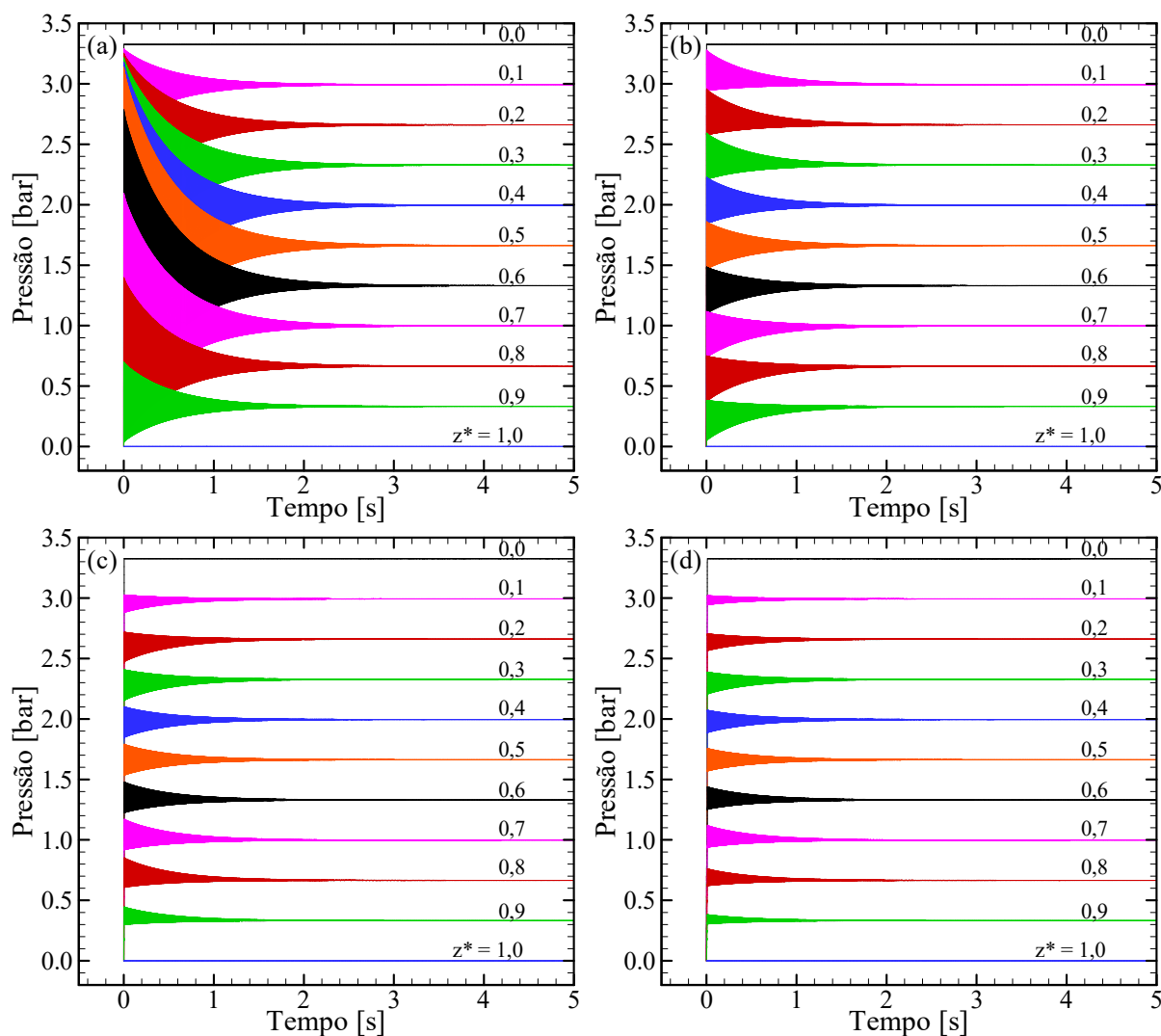
#### 5.3.1 Influência das Rampas de Pressão para $t_p = 0,001$ s

A partir dos tempos de rampa adimensionais  $t_r^* = 1, 2, 5$  e  $10$ , foram desenvolvidas as simulações para verificar se é possível aproximar o comportamento do modelo incompressível pelo modelo compressível. Neste caso, as pressões impostas na entrada da tubulação não são as mesmas do caso newtoniano. Conhecendo-se o valor da tensão limite de escoamento do fluido, foi arbitrado que a pressão na entrada deveria respeitar a relação  $\tau_w = 5 \tau_0$ , através da Equação (4.24). A pressão que resultaria em uma tensão na parede igual à tensão limite de escoamento seria de  $0,66516$  bar.

Desta maneira, a pressão na entrada foi calculada como sendo  $3,32581$  bar. Os resultados da evolução da pressão ao longo do tempo são mostrados na Figura 19. Nesta



figura, são apresentados os quatro tempos de rampa adimensionais, indicando novamente uma influência do tempo de rampa nas evoluções das pressões.



**Figura 19 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido de Bingham compressível com  $t_p = 0,001$  s e rampa de pressão de  $t_r^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10.**

Na Figura 19, observa-se no caso (a) um comportamento muito parecido com o encontrado para o fluido newtoniano submetido à mesma condição. As oscilações da pressão em todas as posições são de tamanha magnitude que não é possível distingui-las nos primeiros instantes de tempo. O pico máximo de pressão neste caso é 109% maior do que o valor de regime permanente. Este valor é significativamente superior ao encontrado para o fluido newtoniano.

Diferentemente do caso newtoniano, para a Figura 19(b), em que  $t_r^* = 2$ , o resultado não se aproximou o suficiente de um comportamento incompressível, mesmo para a velocidade de propagação considerada. Neste caso, a amplitude máxima de oscilação foi

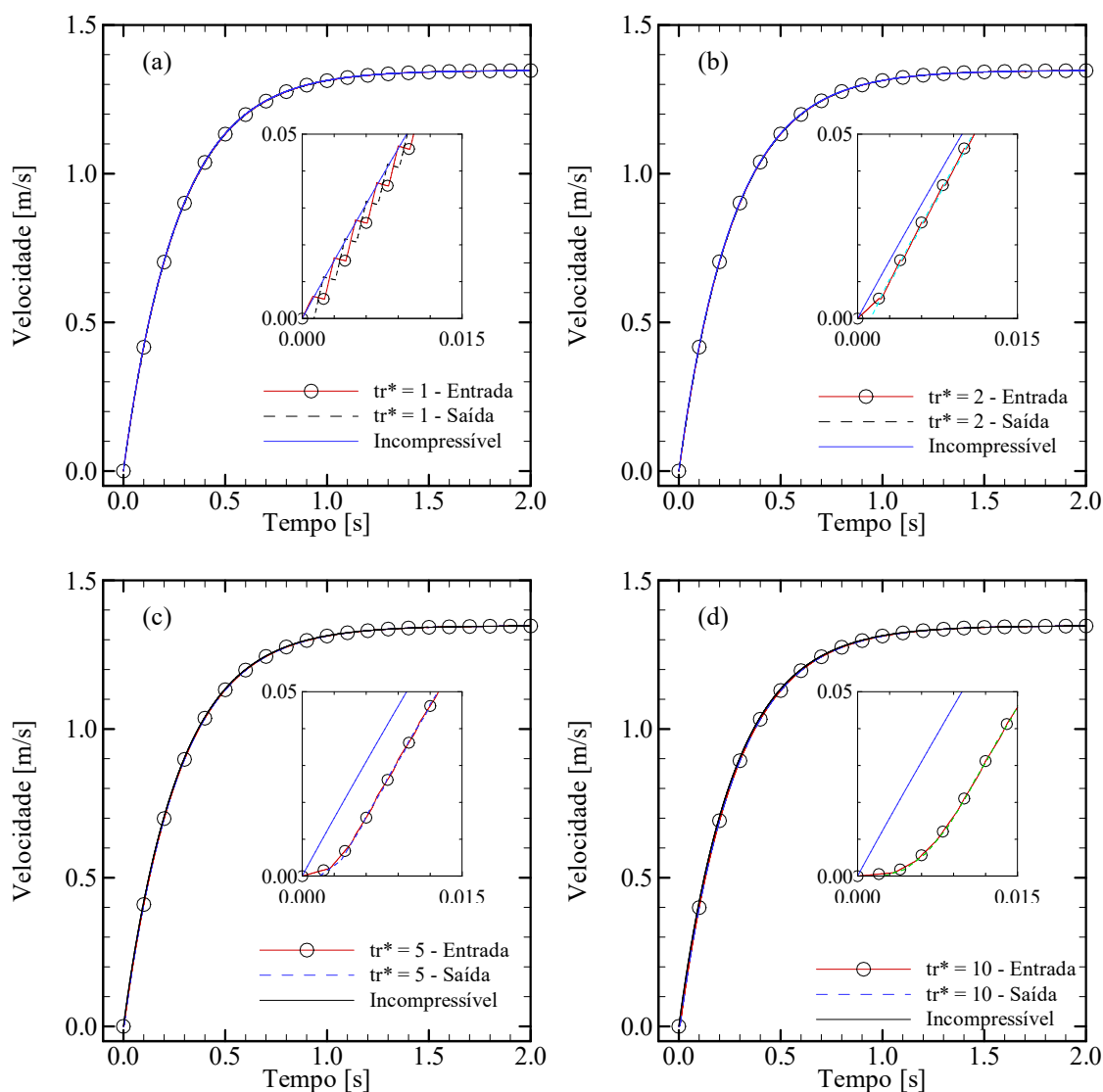
11,7% maior do que o valor de regime permanente. Apesar de uma redução significativa em relação a  $t_r^* = 1$ , as oscilações ainda são bastante elevadas.

Avaliando-se a Figura 19(c) e (d), nota-se uma redução nos picos de pressão, atingindo 11,2% e 8,2% acima do valor de regime permanente, respectivamente. Diferentemente do caso newtoniano, o tempo de rampa ímpar  $t_r^* = 5$  mostrou um resultado melhor do que  $t_r^* = 2$ . Para  $t_r^* = 10$ , a oscilação de 8,2% ainda é bastante alta para considerar que um comportamento próximo do incompressível foi atingido.

Sendo assim, os efeitos da rampa de pressão no fluido de Bingham não são tão grandes quanto no fluido newtoniano, devido à dissipação ser maior no caso de fluido de Bingham, mas ainda assim existem e podem ser explorados. Tempos de rampa maiores não foram considerados devido aos argumentos apresentados para o caso newtoniano: as oscilações necessariamente diminuiriam de magnitude, porém temporalmente o resultado se distanciaria cada vez mais do incompressível.

A influência das rampas de pressão no desenvolvimento das velocidades também foi avaliada, de maneira análoga à apresentada no caso newtoniano, Figura 16. A figura mostra os resultados da evolução da velocidade na entrada e na saída da tubulação em relação ao tempo, para os quatro tempos de rampa considerados:  $t_r^* = 1, 2, 5$  e  $10$ , comparados com o modelo incompressível.

Através da Figura 20, observa-se que o desenvolvimento das curvas de velocidade ocorre de maneira análoga ao caso newtoniano. Para  $t_r^* = 1$ , por exemplo, verifica-se um comportamento serrilhado e a defasagem da entrada e da saída é clara. Para os outros tempos avaliados, mesmo com grandes oscilações nas pressões, os comportamentos para velocidade não foram muito afetados, de modo que as oscilações só são percebidas em forma de serrilhado para  $t_r^* = 1$ .



**Figura 20 - Evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido de Bingham compressível, com  $t_p = 0,001$  s, com rampa de pressão e  $tr^*$ : (a) 1, (b) 2, (c) 5 e (d) 10, comparados com incompressível.**

Velocidades de propagação maiores não foram consideradas, pois, quanto maior o valor de  $c$ , menos compressível será o fluido, e necessariamente seu comportamento se aproximará do caso incompressível. Ainda assim, foge do escopo considerar um fluido demasiadamente próximo do incompressível simplesmente pelo seu valor de  $c$ . Desta maneira, pode-se concluir que, para que um fluido de Bingham apresente comportamento próximo do incompressível, a utilização de tempos de propagação da onda,  $t_p$ , iguais ou maiores a 0,001 s não são eficientes, para tempos de rampa que não influenciem significativamente no tempo total de reinício.

### 5.3.2 Avaliação de Pressão para Tensão na Parede Abaixo da Tensão Limite de Escoamento

Definida a influência da compressibilidade para reinício de escoamento de um fluido de Bingham com uma pressão constante na entrada maior do que a tensão limite de escoamento, na subseção anterior, buscou-se verificar se para pressões menores haveria alguma influência.

Para tanto, novamente através da Equação (4.24), foram estudados dois casos: uma pressão que resultasse em  $0,1 \tau_0$  e outra que resultasse em  $0,5 \tau_0$ . Os valores de pressão para estes casos são de 6,651 e 33,258 kPa, respectivamente.

As análises abaixo da tensão limite de escoamento são importantes, pois, nestas condições, a viscosidade do fluido é altíssima, e mesmo não havendo escoamento, pode haver influência da compressibilidade do fluido. Além disso, o fluido tixotrópico estudado possui tensão limite de escoamento e também uma viscosidade bastante alta quando gelificado.

As avaliações foram realizadas verificando-se o gradiente de pressões ao longo da tubulação, uma vez que o regime permanente foi alcançado. A Figura 21 apresenta estes resultados para um fluido compressível e incompressível. Observa-se que, para o caso compressível, o gradiente de pressões é dissipado antes de atingir o final da tubulação, atingindo a posição 11,32 m para  $0,1 \tau_0$  e 45,3 m para  $0,5 \tau_0$ . Já para o caso incompressível, para qualquer pressão imposta na entrada da tubulação a pressão se propaga até o final da tubulação.

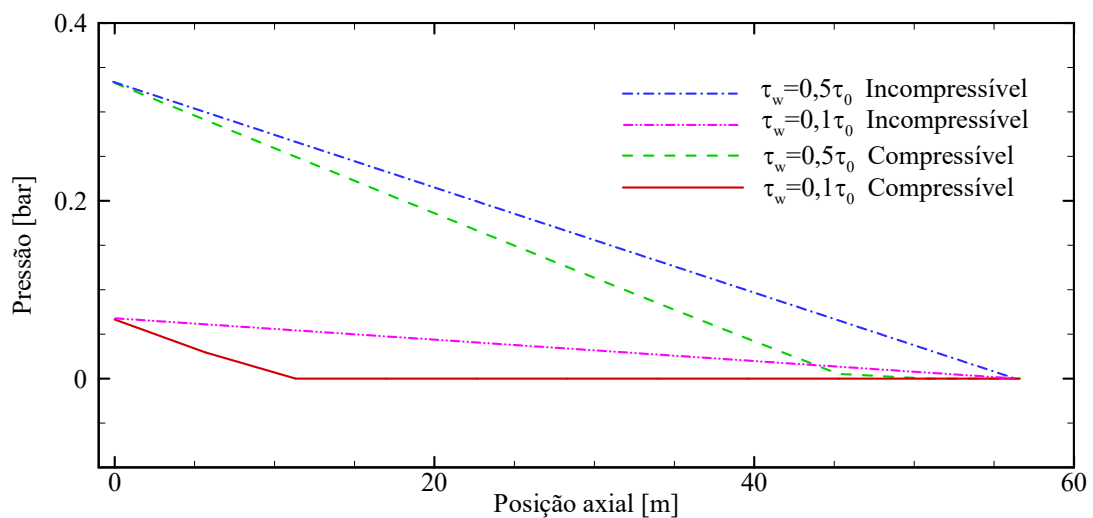
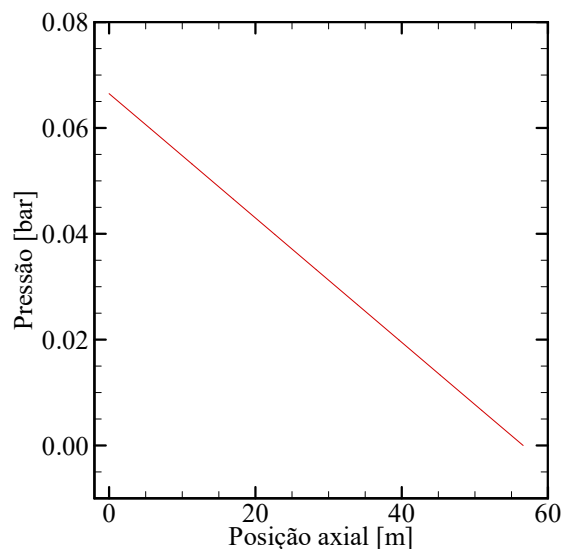


Figura 21 - Evolução da pressão através da posição axial para fluidos de Bingham com tensão na parede abaixo da tensão limite de escoamento, modelos compressível e incompressível.

Estes resultados mostram que para um fluido com tensão limite de escoamento, o comportamento do gradiente de pressões para tensões na parede menores do que a tensão limite é diferente entre os casos compressível e incompressível. A dissipação não permite que a pressão se propague até o final da tubulação, para o modelo compressível. Caso a inércia do fluido fosse maior, haveria uma maior propagação da pressão.

Para um fluido newtoniano compressível, com a menor viscosidade apresentada na seção anterior,  $\mu = 0,01$  s este comportamento não seria encontrado. Uma vez que não possui tensão limite e a viscosidade não é elevada, a dissipação viscosa não é capaz de impedir que a pressão atinja a posição final da tubulação. Este comportamento é mostrado na Figura 22, em que se tem a mesma pressão de 6,651 kPa imposta na entrada.



**Figura 22 - Evolução da pressão ao longo da posição axial para fluido newtoniano compressível com pressão na entrada 6,651 kPa em regime permanente.**

Para fluidos de Bingham, verificou-se que a influência da rampa de pressão na atenuação dos efeitos de compressibilidade não é tão eficiente quanto no caso newtoniano. Ainda assim, o desenvolvimento das velocidades, tanto na entrada, quanto na saída, ocorre de maneira similar ao do fluido newtoniano. Para os tempos de rampa avaliados, nenhum comportamento pode ser considerado como o do modelo incompressível. A velocidade de propagação da onda de pressão no fluido de Bingham foi elevada, e mesmo assim a amplitude das oscilações também. Desta forma, a utilização de rampas de pressão para aproximar o modelo compressível do incompressível para fluido de Bingham não é aconselhada.

Tensões na parede abaixo da tensão limite de escoamento foram verificadas, mostrando como no modelo incompressível o gradiente de pressões se estabelece em toda a tubulação e no compressível ocorre a dissipação da pressão antes que esta atinja o final da tubulação.

Finalizados os resultados com fluido de Bingham e concluído que a utilização de rampas de pressão não é eficiente na aproximação com o modelo incompressível, o fluido tixotrópico foi estudado.

## 5.4 Fluido Tixotrópico

Uma vez que o resultado de rampas de pressão não foi eficiente para o um fluido de Bingham, esta análise não será utilizada e serão abordados outros parâmetros para verificar a influência da compressibilidade no escoamento para o caso tixotrópico. Estes parâmetros foram o módulo de elasticidade,  $G_0$ , e a relação  $t_{eq}/(l/c)$ , que compara os efeitos da modificação da estrutura do material com os efeitos da compressibilidade.

Para a execução das simulações numéricas, serão utilizadas as propriedades ajustadas na seção 5.1. Nesta seção serão avaliados tanto o caso de pressão quanto vazão constante na entrada da tubulação. A geometria utilizada é a de uma tubulação com  $l = 56,6$  m e  $d = 0,01$  m. Alguns parâmetros mostrados no equacionamento do modelo não podem ser ajustados pela curva de escoamento, como é o caso de  $a$ ,  $b$  e  $m$ , apresentados nas Equações (3.20) e (3.23). Desta forma, o valor para os três parâmetros será considerado como 1,0. Além disso, o  $t_p$  utilizado nas simulações é de 0,1 s, recordando que  $t_p$  é o tempo de propagação da onda de pressão até atingir o final da tubulação. Este valor foi escolhido por ainda ser uma relação direta entre  $l$  e  $c$ , mas mais próxima de um caso real, enquanto que no fluido newtoniano e de Bingham o valor foi arbitrado. Segundo Kela e Väjähöa (2009), a velocidade média de propagação da onda em um óleo com massa específica de  $874,0$  kg/m<sup>3</sup> é de  $1376$  m/s. O valor de  $G_0$  será fixado em  $1,0$  Pa e o tempo de equilíbrio,  $t_{eq}$ , em  $1,0$  s, quando não for especificado o contrário.

A pressão imposta na entrada da tubulação nesta seção foi de 20 bar, dez vezes maior do que a pressão para o caso newtoniano. Este valor foi arbitrado para intensificar os efeitos de oscilações que poderiam ser encontrados. Vale ressaltar que a pressão imposta será do tipo degrau, e não mais rampa, devido à ineficiência deste método para fluido de Bingham. Para as

simulações com vazão constante na entrada, a vazão escolhida foi de  $1,0725 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ , valor que será desenvolvido na seção 5.4.2.

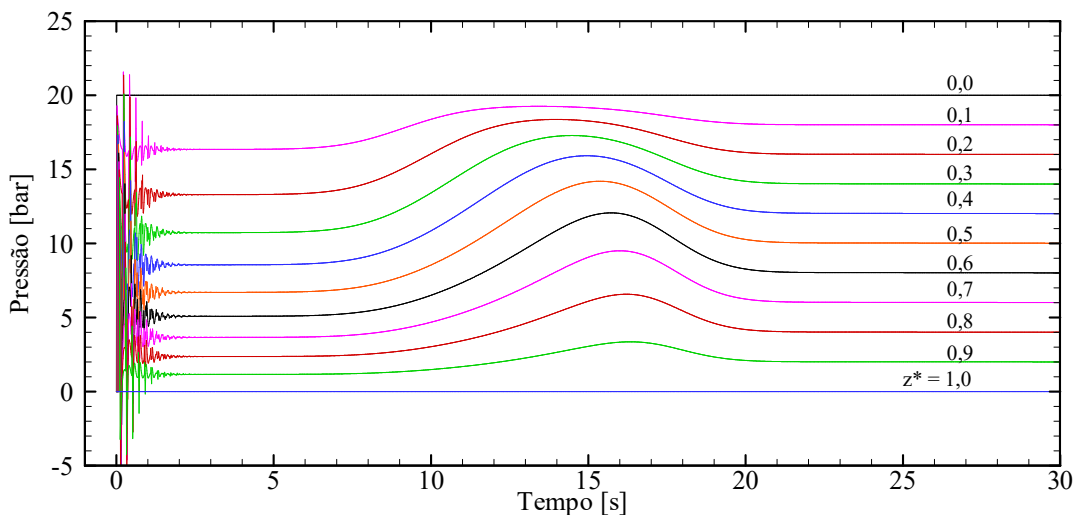
Uma verificação de malhas também foi realizada e está disponível no Apêndice A. A malha escolhida foi de 80 volumes axiais e 40 volumes radiais, e as primeiras simulações foram realizadas considerando-se pressão constante na entrada da tubulação.

### 5.4.1 Pressão Constante na Entrada

Nesta subseção será discutida a influência  $G_0$  e  $t_{eq}^*$  no reinício do escoamento de um fluido compressível, submetido a um degrau de pressão constante de 20 bar na entrada, comparado com o incompressível nas mesmas condições.

#### 5.4.1.1 Influência da Elasticidade

Inicialmente, definiram-se os mesmos parâmetros para ambos os modelos, mencionados no início da seção 5.4. Na Figura 23 são apresentados os resultados para evolução da pressão em função do tempo, para nove posições axiais intermediárias, mais a entrada e a saída, com  $G_0 = 1,0 \text{ Pa}$  e  $t_{eq} = 1,0 \text{ s}$ , para o modelo compressível. O comportamento da pressão na entrada não tem oscilações e é dado como um degrau, definido nas condições de contorno, enquanto que a pressão na saída se mantém nula desde o início da simulação.



**Figura 23 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido tixotrópico compressível elástico reiniciando com pressão constante na entrada.**

Na Figura 23 observa-se inicialmente que o degrau de pressão na entrada acarreta em um desenvolvimento das pressões bastante diferente do comportamento linear do modelo

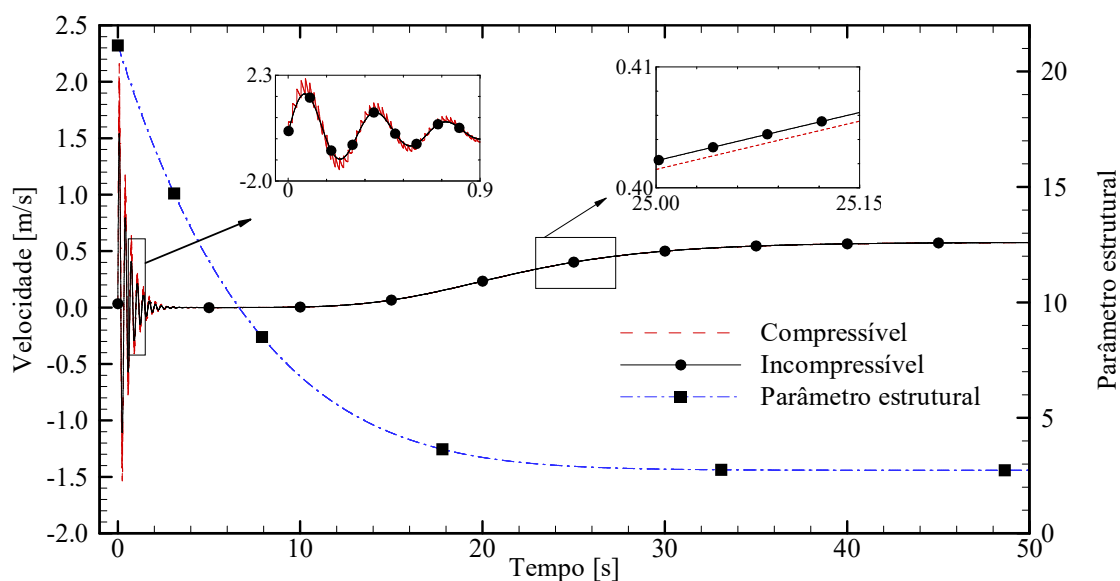
incompressível. Oscilações devido à elasticidade do fluido ocorrem nos primeiros instantes da simulação, porém, uma vez dissipadas, as pressões não atingem o regime permanente imediatamente.

Quando em repouso e completamente estruturado, ao ser solicitado com um degrau de pressão o fluido responde elasticamente, acarretando em oscilações, até que a dissipação viscosa seja capaz de eliminá-las. O fluido começa a sentir, então, um aumento na pressão em todas as posições axiais intermediárias, até o instante em que o efeito avalanche ocorre e o escoamento é reiniciado. Coussot et al. (2001) explicam o efeito avalanche através da destruição parcial da microestrutura do material, o que pode ser verificado em testes reométricos através de uma queda em sua viscosidade. Esta destruição é gradativa ao longo da tubulação e, quando a última parcela de fluido é desestruturada, o fluido é acelerado e verifica-se um alívio nas pressões.

É interessante notar como a diferença das pressões, em relação às posições axiais na Figura 23 não é constante antes do efeito avalanche. No instante  $t = 5$  s, por exemplo a diferença entre a pressão na entrada e  $z^* = 0,1$  é de 3,65 bar, enquanto que a diferença entre a posição  $z^* = 0,9$  e a saída da tubulação é de 1,16 bar, mostrando que o gradiente de pressões não é linear antes do reinício do escoamento do fluido.

A Figura 24 mostra uma comparação da evolução da velocidade através do tempo, na posição da entrada, para o modelo compressível e incompressível tixotrópico, com os mesmos parâmetros de entrada. A evolução do parâmetro estrutural para o caso compressível também é apresentada, a fim de evidenciar a desestruturação do material e comparar seus efeitos no desenvolvimento da velocidade e das pressões.



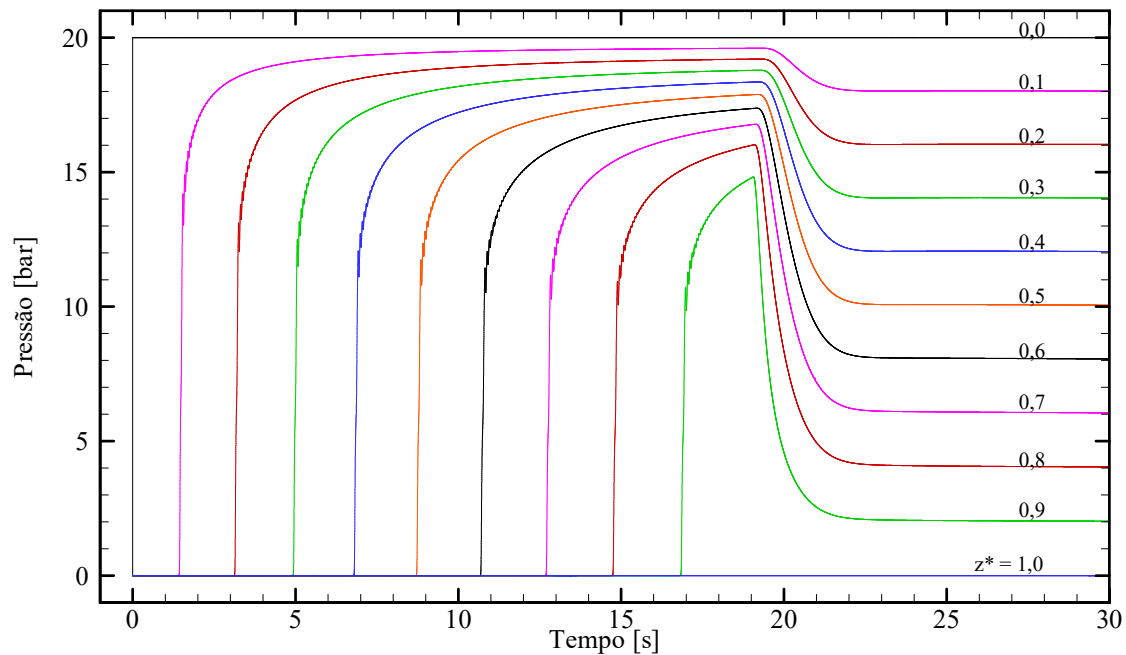


**Figura 24 - Evolução da velocidade e de  $\lambda$  em relação ao tempo para fluido tixotrópico elástico compressível na posição da entrada, e incompressível, reiniciando com pressão constante.**

A hipótese de que o escoamento é reiniciado nos momentos que sucedem o efeito avalanche é observada na Figura 24. No instante de tempo do efeito avalanche, aproximadamente 13 s, inicia-se o crescimento da velocidade. É interessante notar que no tempo 25 s a pressão não varia mais, mas a velocidade ainda está evoluindo. Isto ocorre devido à variação da estrutura do material se dar lentamente. Por volta de 35 s, tanto a velocidade, quanto o parâmetro estrutural atingem seus valores de regime permanente.

A Figura 24 evidencia como o comportamento da velocidade para o modelo compressível se assemelha muito ao modelo incompressível neste caso. Algumas pequenas oscilações no início da simulação são diferentes entre os dois modelos, devido à compressibilidade. Cogitou-se a hipótese de erro numérico causar estas oscilações, porém mesmo com malhas mais refinadas era verificado este efeito. Uma vez que as oscilações cessam, o comportamento de ambos os modelos se desenvolve de maneira muito próxima. A ampliação entre 25,00 e 25,15 s na Figura 24 evidencia a proximidade dos resultados. Nota-se uma diferença de velocidades de 0,18% entre os modelos para o instante 25,10 s.

A fim de verificar se de fato as oscilações encontradas tanto na pressão, quanto na velocidade são oriundas da elasticidade do material, simulações com o caso inelástico foram conduzidas. A Figura 25 apresenta os resultados da evolução da pressão pelo tempo para as nove posições axiais intermediárias além da entrada e da saída, em que  $t_{eq}$  ainda é 1,0 s, mas o fluido é inelástico.



**Figura 25 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido tixotrópico compressível inelástico com pressão constante na entrada.**

A Figura 25 evidencia as diferenças ao se considerar ou não a elasticidade do material. No caso, em que o fluido é considerado inelástico, não há oscilações de pressão no início das simulações, mostrando como este efeito é relacionado à existência da elasticidade do material. Além disso, os tempos de picos e vales para o caso elástico não coincidem com  $t_p$ , o que seria esperado caso fossem fruto da compressibilidade do material.

Outro aspecto é com relação ao tempo de início do crescimento das curvas de pressão. No caso elástico, todas as posições axiais sofrem as oscilações logo no início da simulação e, uma vez dissipadas, se mantêm em uma pressão não nula até aumentarem culminando no efeito avalanche e posterior regime permanente. No entanto, para um fluido inelástico, os tempos para que as pressões sofram alguma variação são muito maiores. Isto ocorre, pois, em problemas inelásticos, para que a pressão comece a ascender em alguma posição axial, é preciso que a sua propagação supere as resistências viscosas de todas as posições axiais antecedentes. Ou seja, o material precisa ser desestruturado nas posições anteriores.

Nos instantes iniciais, a viscosidade do material é muito elevada, acarretando em grandes dissipações. Conforme o tempo passa e o fluido se desestrutura, esta viscosidade tende a diminuir, facilitando o processo de propagação de pressão. Nota-se, também, que a diferença entre tempos para que a pressão comece a ascender nas posições axiais avaliadas não é constante. Este comportamento ocorre justamente pela necessidade de superar as

resistências das posições axiais antecedentes, como mostrado na Tabela 8, que relaciona as posições axiais com o tempo até que a pressão naquela posição comece a crescer.

**Tabela 8 - Tempos de início de aumento de pressão em função da posição axial para um fluido tixotrópico compressível com pressão constante na entrada.**

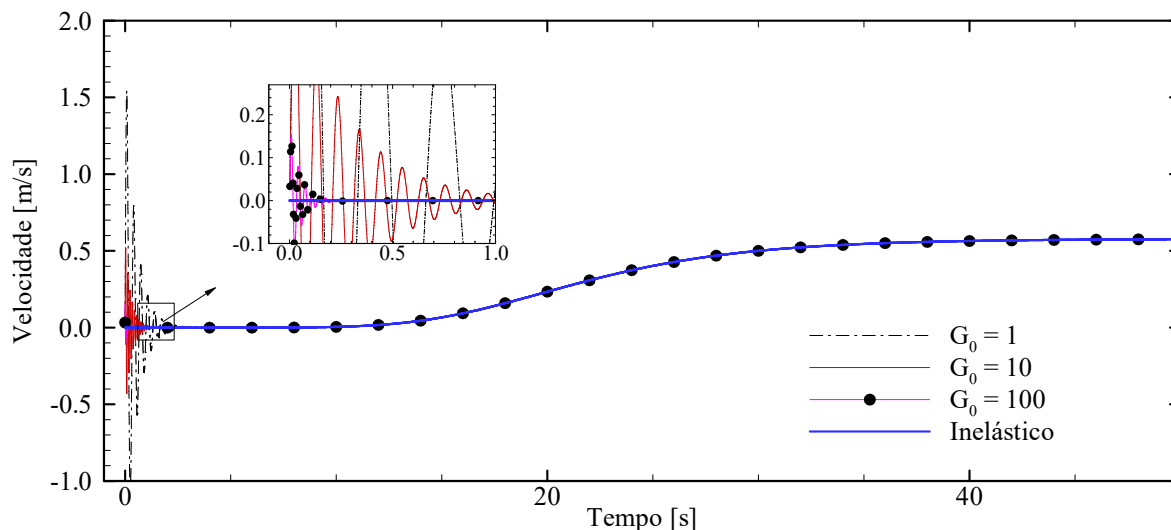
Posição axial ( $z^*$ )	Tempo até início do aumento de pressão [s]
0,1	1,44
0,2	3,14
0,3	4,93
0,4	6,81
0,5	8,73
0,6	10,70
0,7	12,71
0,8	14,76
0,9	16,85

Caso a diferença de tempos entre posições axiais se mantivesse constante, no valor de 1,44 s, o tempo para a posição axial  $z^* = 0,9$  deveria ser de 12,96 s, porém há uma diferença, de 3,89 s, ou 23,09%.

Verificada a grande diferença entre os resultados elásticos e inelásticos para a pressão, mas a proximidade dos resultados para a velocidade, investigou-se o efeito da elasticidade no desenvolvimento das velocidades, para os dois modelos. A Figura 26 mostra a evolução da velocidade para fluidos tixotrópicos incompressíveis com diferentes elasticidades, reiniciando com pressão constante. Os valores de elasticidade variados foram de  $G_0 = 1, 10$  e  $100$ . O caso inelástico também foi avaliado.

A Figura 26 mostra como para o caso incompressível, a única influência da elasticidade se dá na frequência e amplitude das oscilações iniciais. Conforme a rigidez do fluido aumenta, através do acréscimo de  $G_0$ , a amplitude das oscilações diminui e a sua dissipação é mais rápida. O caso inelástico poderia ser aproximado também por um caso elástico com  $G_0$  tendendo ao infinito, no qual não se observa oscilação alguma das velocidades. No desenvolvimento posterior às oscilações, até a condição de regime permanente, a elasticidade não tem influência sobre os resultados, de modo que as curvas evoluem igualmente.

A ausência de oscilações no caso inelástico mostra como, no modelo incompressível, as oscilações são fruto somente da elasticidade do material. Isto é, as oscilações no fluido elástico não poderiam ser provenientes de variações na pressão do material, uma vez que esta se estabelece instantaneamente para o modelo incompressível.

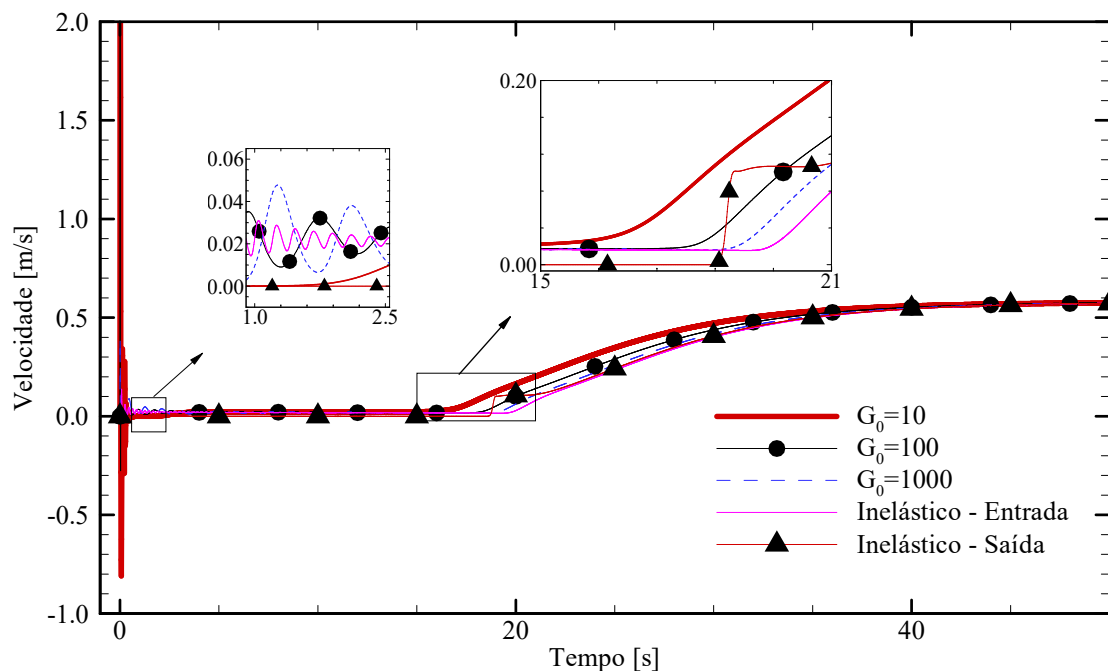


**Figura 26 - Evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido tixotrópico incompressível com elasticidade variada, reiniciando com pressão constante.**

A evolução das velocidades para o caso compressível, também com variação de elasticidade, é mostrado na Figura 27. Nesta figura, tem-se a evolução da velocidade em relação ao tempo para três valores de  $G_0$ : 10, 100 e 1000, além do caso inelástico. O caso inelástico é apresentado mostrando a velocidade na entrada e na saída, a fim de mostrar suas diferenças.

Observam-se picos de velocidade bastante altos no primeiro instante de simulação. Ao avaliar-se este instante, verificou-se que um refino da malha axial apenas aumenta a magnitude do primeiro pico de velocidades, não convergindo para um valor, de modo que este pico não tem um sentido físico, sendo apenas um problema numérico. Este pico, no entanto, não ocorre para todas as posições axiais. A velocidade na saída, por exemplo, se mantém nula até o instante  $t = 18,5$  s, aproximadamente. Além disso, os resultados posteriores ao pico não são influenciados por ele.

Apesar de após as oscilações se dissiparem as velocidades se aproximarem para todos os valores de  $G_0$ , tem-se uma diferença significativa no tempo que a velocidade começa a aumentar, dependendo do nível de elasticidade do material. Para os casos estudados,  $G_0 = 10$ , 100, 1000 e inelástico, tem-se que o tempo para que a velocidade comece a aumentar é de 12,82; 17,00; 18,32 e 19,30 s, respectivamente.



**Figura 27 - Evolução da velocidade em relação ao tempo para fluido tixotrópico compressível com elasticidade variada, reiniciando com pressão constante.**

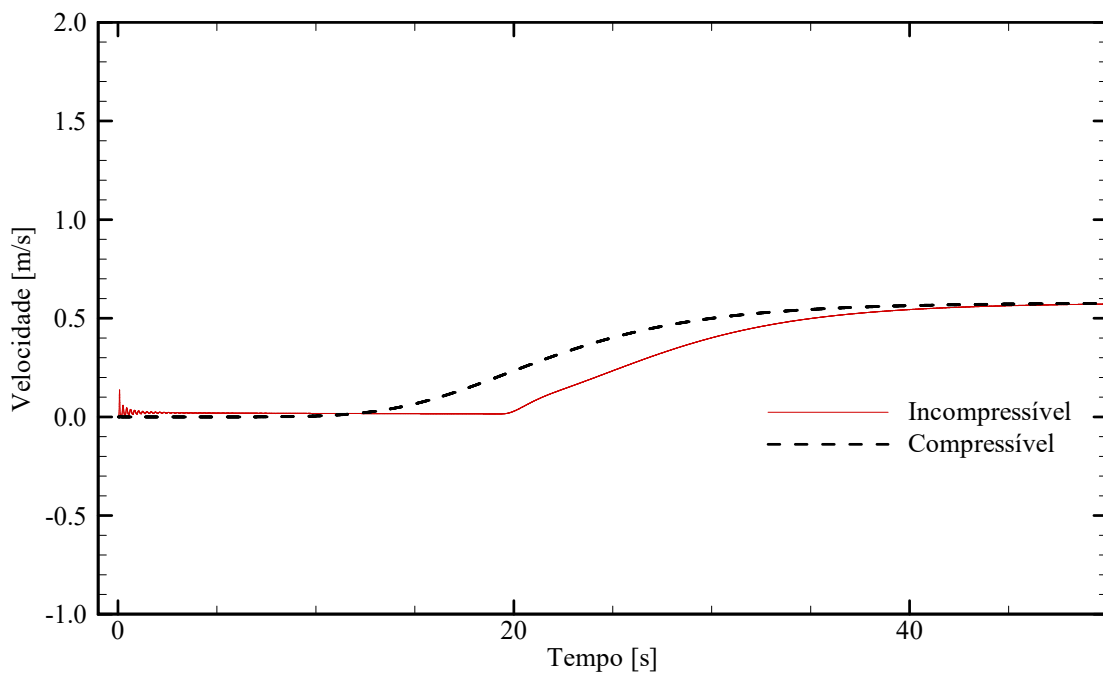
Conforme a rigidez aumenta com  $G_0$  tem-se, para um fluido compressível, um comportamento cada vez mais dependente da compressibilidade do material. A pressão imposta na entrada se propaga ao longo da tubulação, pressionando o fluido e comprimindo-o. Porém, quanto maior a rigidez do fluido, uma região menor de material é comprimida por vez, e a compressibilidade acaba predominando sobre os comportamentos elásticos, atrasando o processo de reinício, sendo o atraso máximo para um fluido inelástico.

Uma das ampliações da Figura 27 mostra a velocidade para o caso inelástico nas posições  $z^* = 0$  e  $1,0$ , entrada e saída da tubulação, para mostrar este efeito. Uma vez que todo o fluido da tubulação está comprimido e na iminência do reinício, tem-se uma espécie de pico de velocidade na saída, momento no qual o fluido começa a ser expulso da tubulação. Após este pico, as velocidades na entrada e na saída se aproximam e evoluem até o regime permanente. O fluido ao longo de toda a tubulação é comprimido pela condição na entrada, e, quando este não pode mais suportar estaticamente as solicitações, uma parcela de fluido é reiniciada subitamente.

Tem-se, portanto, que é mais fácil, para a mesma pressão imposta na entrada, expulsar um fluido elástico do que um fluido inelástico, uma vez que a ausência de elasticidade atrasa significativamente o tempo de reinício para fluidos compressíveis.

Devido à defasagem encontrada com o fluido inelástico compressível, uma última análise é feita nesta subseção, comparando as respostas de um fluido incompressível e um compressível, ambos inelásticos. A Figura 28 apresenta a evolução da velocidade na entrada para o fluido compressível e da velocidade para o modelo incompressível em função do tempo.

Observa-se, da Figura 28, que o comportamento inelástico, mais rígido, do fluido compressível realmente o distancia do modelo incompressível. Sendo assim, avaliando este resultado e o apresentado na Figura 24, que comparou o modelo compressível e incompressível com  $G_0 = 1$ , conclui-se que, quanto mais rígido é o fluido, inicialmente, mais distante de um comportamento incompressível é a evolução das velocidades. A partir destes resultados e comparando com a Figura 24, pode-se inferir que a elasticidade atenua significativamente o efeito da compressibilidade no desenvolvimento das velocidades.



**Figura 28 - Evolução da velocidade em função do tempo para fluido tixotrópico compressível e incompressível inelásticos com pressão constante na entrada.**

A influência da elasticidade mostra que, para avaliações de pressão, nenhuma condição reduz o modelo compressível ao incompressível. No entanto, ao avaliar-se o desenvolvimento das velocidades, a condição em que  $G_0 = 1,0$  Pa pode-se dizer que o comportamento compressível é reduzido ao incompressível.

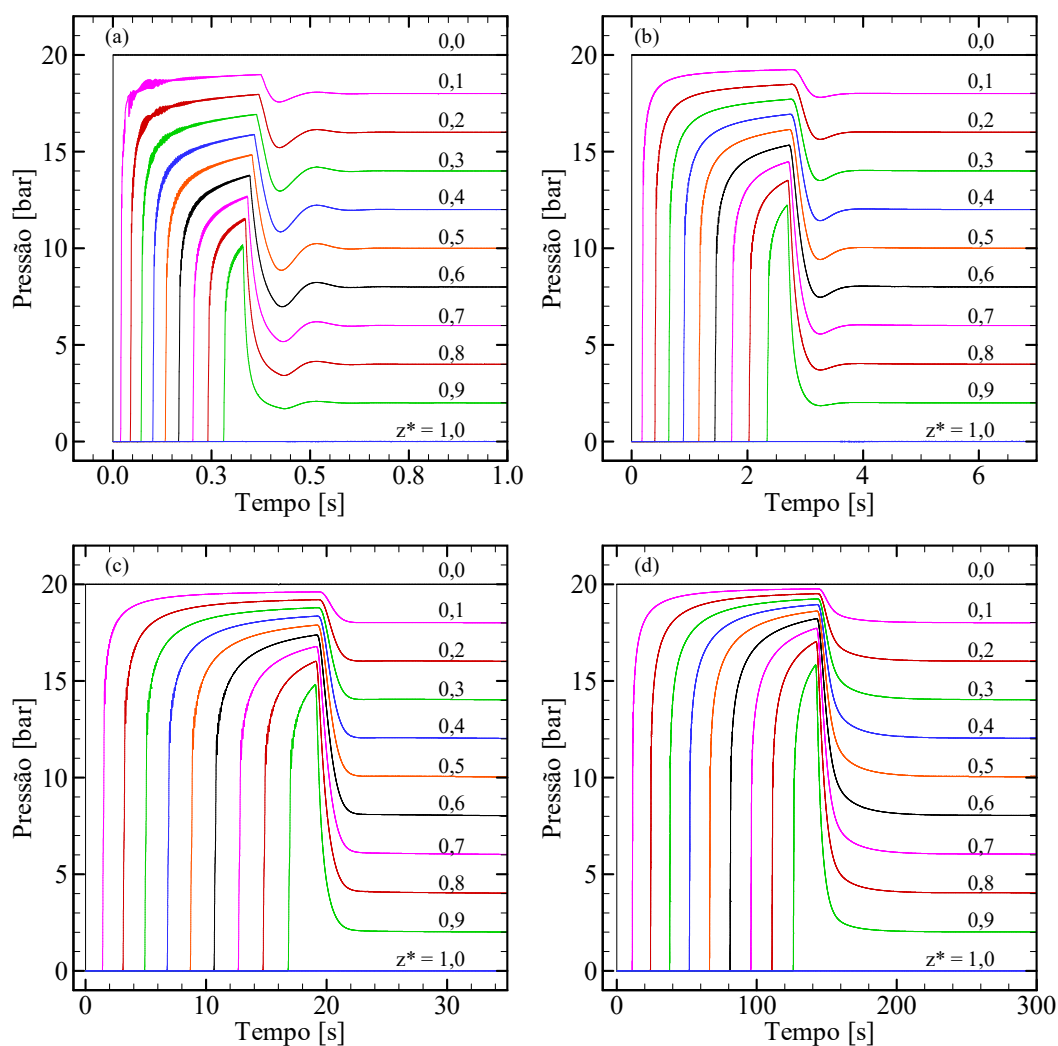
Uma vez avaliada a influência da elasticidade, desenvolveu-se a análise sobre o tempo de equilíbrio do material,  $t_{eq}$ , definido anteriormente, que caracteriza o tempo de variação estrutural do fluido. Este tempo pode ser adimensionalizado para comparação com a compressibilidade do material, através da relação  $t_{eq}^* = t_{eq}/t_p$ , recordando que  $t_p$  é o tempo necessário para que uma onda de pressão atinja o final da tubulação, dado por  $t_p = l/c$ . Tem-se, portanto, um termo adimensional que compara a influência da variação da estrutura do material com a compressibilidade do mesmo. Ele será utilizado para, novamente, verificar a influência da compressibilidade do fluido e comparar os comportamentos com os resultados incompressíveis.

#### 5.4.1.2 Influência de $t_{eq}^*$

Para as avaliações desta seção, o fluido será considerado como inelástico, visando analisar apenas os comportamentos decorrentes da variação de  $t_{eq}^*$ , que poderiam ser mascarados pela existência da elasticidade do material.

O caso inelástico mostrado na seção 5.4.1.1, que correspondia a um valor de  $t_{eq} = 1$  s, demonstra um comportamento de  $t_{eq}^* = 10$ . Este caso será comparado com três outros casos:  $t_{eq}^* = 0,1$ , 1 e 100. É interessante verificar valores menores e maiores do que a unidade para analisar a predominância do tempo de equilíbrio ou da compressibilidade. No entanto, valores menores do que 0,1 não puderam ser avaliados, pois o código do modelo compressível não convergia antes de exceder o número máximo de iterações, para o caso avaliado. Refinos de malha foram realizados, porém sem sucesso.

Os resultados para pressão destes testes são mostrados na Figura 29, em que é mostrada a evolução das pressões em função do tempo para as nove posições intermediárias além da entrada e da saída.



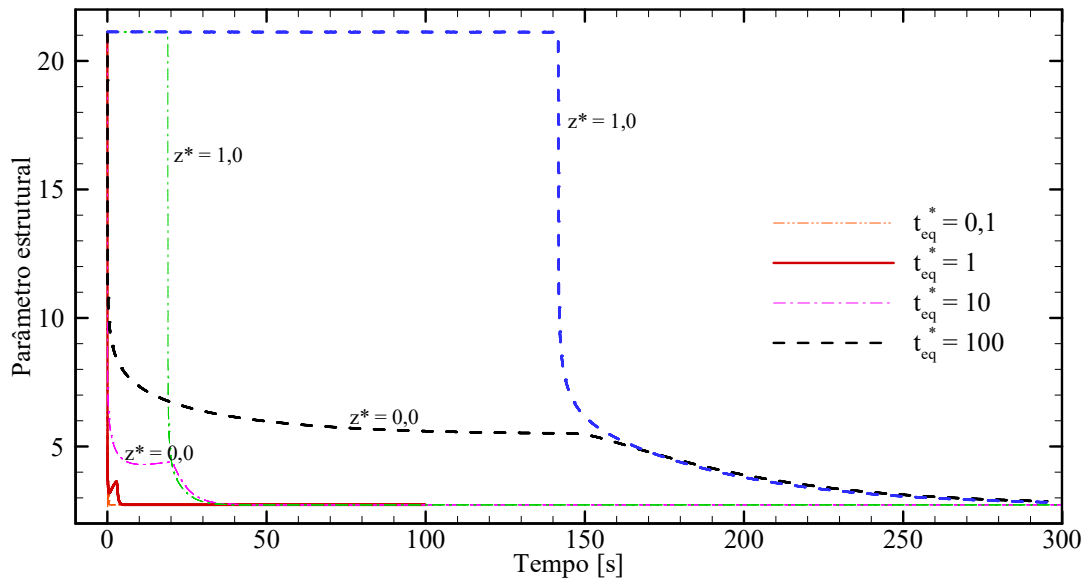
**Figura 29 - Evolução da pressão em relação ao tempo para reinício de escoamento de um fluido tixotrópico inelástico com pressão constante na entrada, para diferentes  $t_{eq}^*$ : (a) 0,1, (b) 1, (c) 10 e (d) 100.**

Conforme a Equação (3.23), o tempo de equilíbrio afeta a taxa de variação do parâmetro estrutural de forma inversamente proporcional. Desta maneira, como evidenciado na Figura 29, o aumento de  $t_{eq}^*$  torna o reinício do escoamento cada vez mais lento e o efeito avalanche se dá em tempos mais distantes do início da simulação. Para os  $t_{eq}^*$  avaliados, 0,1, 1, 10 e 100, este efeito se inicia em 0,33 s; 2,69 s; 19,08 s e 142,09 s, respectivamente.

A evolução do parâmetro estrutural é importante para se verificar o efeito avalanche e os tempos em que ele ocorre. No instante inicial da simulação o fluido se encontra completamente estruturado, de modo que o valor de  $\lambda$  é máximo,  $\lambda_0$ . Assim, a predominância de variação de  $\lambda$  é na diminuição de seu valor, necessária para o reinício do escoamento. Portanto, quanto menor for a variação deste parâmetro, mais lenta será a evolução das pressões nas posições axiais. Pela mesma razão, a máxima pressão atingida antes do efeito



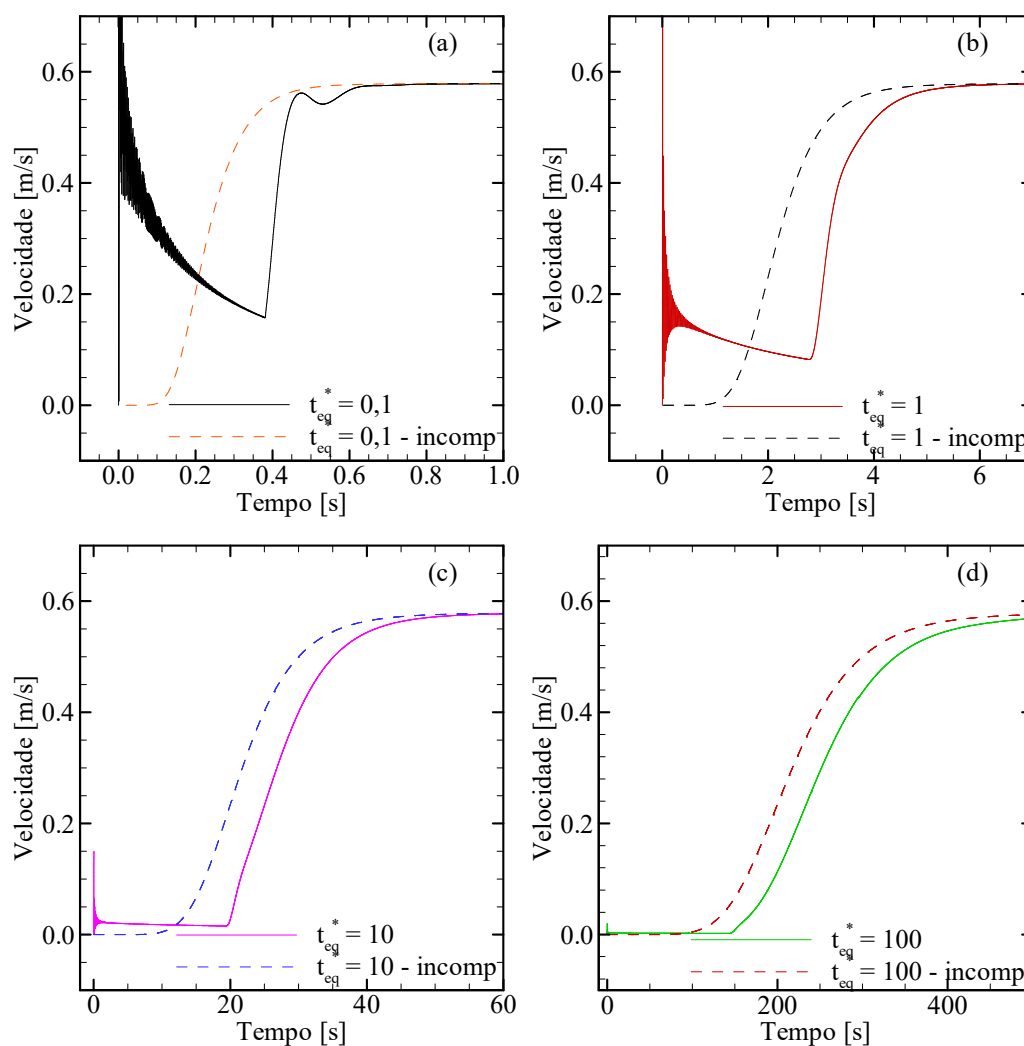
avalanche é maior para  $t_{eq}^*$  maiores. A Figura 30 mostra a evolução do parâmetro estrutural para os quatro casos da Figura 29, para a entrada. Para os casos  $t_{eq}^* = 10$  e 100 são mostrados também o parâmetro estrutural na saída da tubulação. É possível observar que, para a posição da entrada, o valor de  $\lambda$  começa a decrescer instantaneamente para todos os valores de  $t_{eq}^*$ , mas que as curvas se distanciam em um determinado ponto. Para as posições da saída,  $\lambda$  se mantém constante no valor inicial por mais tempo quanto maior for  $t_{eq}^*$ , até o momento em que decresce rapidamente e ocorre o efeito avalanche observado na Figura 30. O desenvolvimento do parâmetro estrutural para  $t_{eq}^* = 0,1$  é praticamente imperceptível, tão rápida é sua desestruturação.



**Figura 30 - Evolução do parâmetro estrutural para fluido tixotrópico inelástico com pressão constante na entrada para os diferentes  $t_{eq}^*$  avaliados.**

Outro aspecto desta relação é de que o valor de  $t_{eq}^*$  poderia ser diminuído seria através do aumento da velocidade  $c$ , o que acarretaria em uma diminuição da compressibilidade, e uma conseqüente aproximação do comportamento de modelo incompressível. Neste sentido, a diminuição de  $t_{eq}$ , sem alteração da velocidade  $c$ , também atenua os efeitos da compressibilidade do material, aproximando-o de um caso incompressível.

Com relação ao desenvolvimento das velocidades, é apresentada na Figura 31 a influência deste tempo de equilíbrio adimensional. Na figura, são avaliados os resultados do desenvolvimento da velocidade na entrada da tubulação para o modelo compressível comparado com o modelo incompressível. Os quatro tempos de equilíbrio adimensionais são avaliados:  $t_{eq}^* = 0,1$  1, 10 e 100.



**Figura 31 - Evolução da velocidade na entrada em relação ao tempo para reinício de escoamento de um fluido tixotrópico com pressão constante na entrada, para diferentes  $t_{eq}^*$ : (a) 0,1, (b) 1, (c) 10 e (d) 100.**

Analisando-se a Figura 31, é possível observar que, assim como na análise de pressão, uma redução no valor de  $t_{eq}^*$  atenua os efeitos da compressibilidade. Isto é,  $t_{eq}^*$  menores tornam o reinício do escoamento mais rápido, devido à mais rápida desestruturação do material.

Verificando a diferença temporal para que a velocidade comece a aumentar entre os modelos compressível e incompressível, para  $t_{eq}^* = 0,1, 1, 10$  e  $100$ , tem-se  $0,3; 2,0; 10,6$  e  $58,3$  s, respectivamente. Os picos de velocidade encontrados, que são dependentes da malha axial, como explicado anteriormente, se reduzem significativamente conforme o valor de  $t_{eq}^*$  aumenta, bem como as suas oscilações.

Nesta subseção, os modelos compressível e incompressível foram submetidos a uma pressão constante na entrada da tubulação e comparados. Verificou-se a influência da

elasticidade e do tempo de equilíbrio adimensional. Com relação à elasticidade, constatou-se que quanto mais rígido o fluido, maior a defasagem entre os modelos, de modo que é máxima no caso inelástico. As diferenças no modelo incompressível com diferentes elasticidades são percebidas nas oscilações iniciais de velocidade, praticamente não havendo diferença temporal entre os resultados.

Para o modelo compressível, quanto mais rígido o material, maior a influência da compressibilidade e mais defasado é o desenvolvimento das velocidades e das pressões. Para o caso em que  $G_0 = 1$  Pa, os modelos compressível e incompressível praticamente se sobrepõem, com relação à velocidade. As pressões, porém, são bastante distintas entre os modelos.

Com relação a  $t_{eq}^*$ , quanto menor o seu valor, mais rápida é a desestruturação do material, menores são os efeitos da compressibilidade e mais próximo do modelo incompressível é o resultado, tanto para pressão, quanto para velocidade. No entanto, o comportamento dos modelos é diferente até que o regime permanente seja atingido, de tal maneira que nenhum caso é recomendado para que o modelo compressível se reduza ao incompressível.

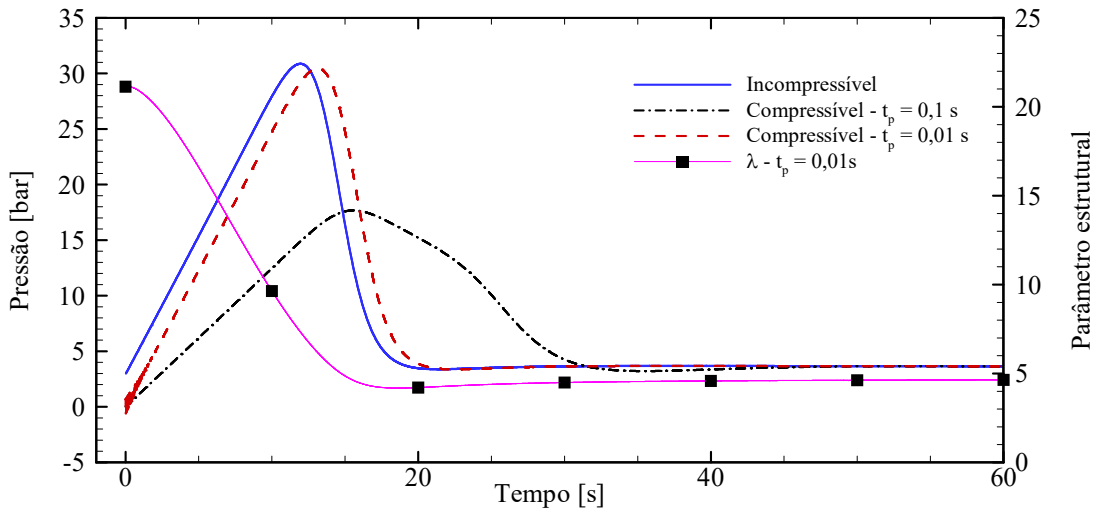
Investigados os diferentes comportamentos para a condição de pressão na entrada para o fluido tixotrópico, verificou-se a comparação entre resultados para o caso de vazão constante na entrada.

#### 5.4.2 Vazão Constante na Entrada

Para um fluido tixotrópico também é possível o desenvolvimento de um modelo incompressível para vazão constante. Uma vez que a viscosidade do fluido é variável ao longo do tempo, o valor da sua tensão na parede também varia, de modo que, a partir da Equação (4.29), o gradiente de pressões também mudará.

Os parâmetros iniciais e geometria utilizados para os resultados desta seção são os mesmos descritos na seção anterior, com exceção da vazão constante na entrada. Esta vazão foi definida segundo as taxas de cisalhamento calculadas por Rosso (2014). Para uma taxa de cisalhamento de  $10 \text{ s}^{-1}$ , tem-se uma vazão volumétrica de  $1,0725 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ , sendo a vazão utilizada para os testes desta subseção. É importante frisar que, a menos que especificado o contrário, o valor de  $G_0$  foi considerado 1,0 Pa e o de  $t_{eq}$ , 1,0 s.

Inicialmente, uma verificação com dois valores de  $t_p$  foi efetuada, para verificar se uma redução deste parâmetro de fato aproximaria o resultado do modelo incompressível. Os resultados deste teste são mostrados na Figura 32, em que se tem a evolução da pressão em relação ao tempo para os casos incompressível e compressível com  $t_p = 0,1$  e  $0,01$  s. Nesta figura, também é apresentada a evolução do parâmetro estrutural na entrada da tubulação para o modelo compressível com  $t_p = 0,01$  s.

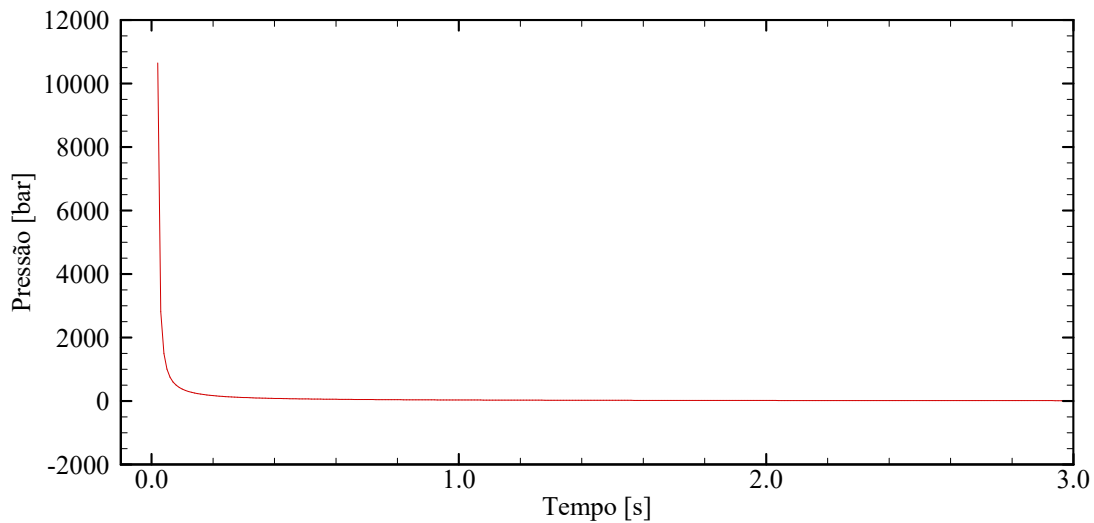


**Figura 32 - Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido tixotrópico com vazão constante na entrada, modelos compressível e incompressível, e evolução do parâmetro estrutural na entrada para  $t_p = 0,01$  s.**

Na Figura 32, o crescimento gradativo da pressão até os picos observados é fruto da elasticidade do fluido. A pressão aumenta elasticamente, linearmente, até atingir um limite, enquanto que o parâmetro estrutural está diminuindo, a estrutura está sendo destruída. Neste limite a estrutura não é capaz de suportar os esforços elasticamente. Há uma transição entre comportamentos predominantemente elásticos para viscosos, e o material escoar, acarretando no alívio da pressão. Comparando-se os resultados, verifica-se que o modelo incompressível tem um comportamento próximo ao dos casos compressíveis, e que a compressibilidade tem um efeito significativo nas pressões de reinício. Com uma compressibilidade maior, os picos de pressão são menores e mais tardios, bem como sua queda até atingir o regime permanente.

A fim de verificar que realmente o crescimento gradativo das pressões ocorre devido à elasticidade do fluido, verificou-se um caso inelástico. Para este caso, as simulações com o modelo compressível não obtiveram sucesso, o algoritmo não convergiu antes do número máximo de iterações ser excedido, mesmo com um refino da malha. O modelo

incompressível, no entanto, convergiu e apresentou uma resposta coerente. A Figura 33 apresenta a evolução da pressão em função do tempo para este tipo de fluido.



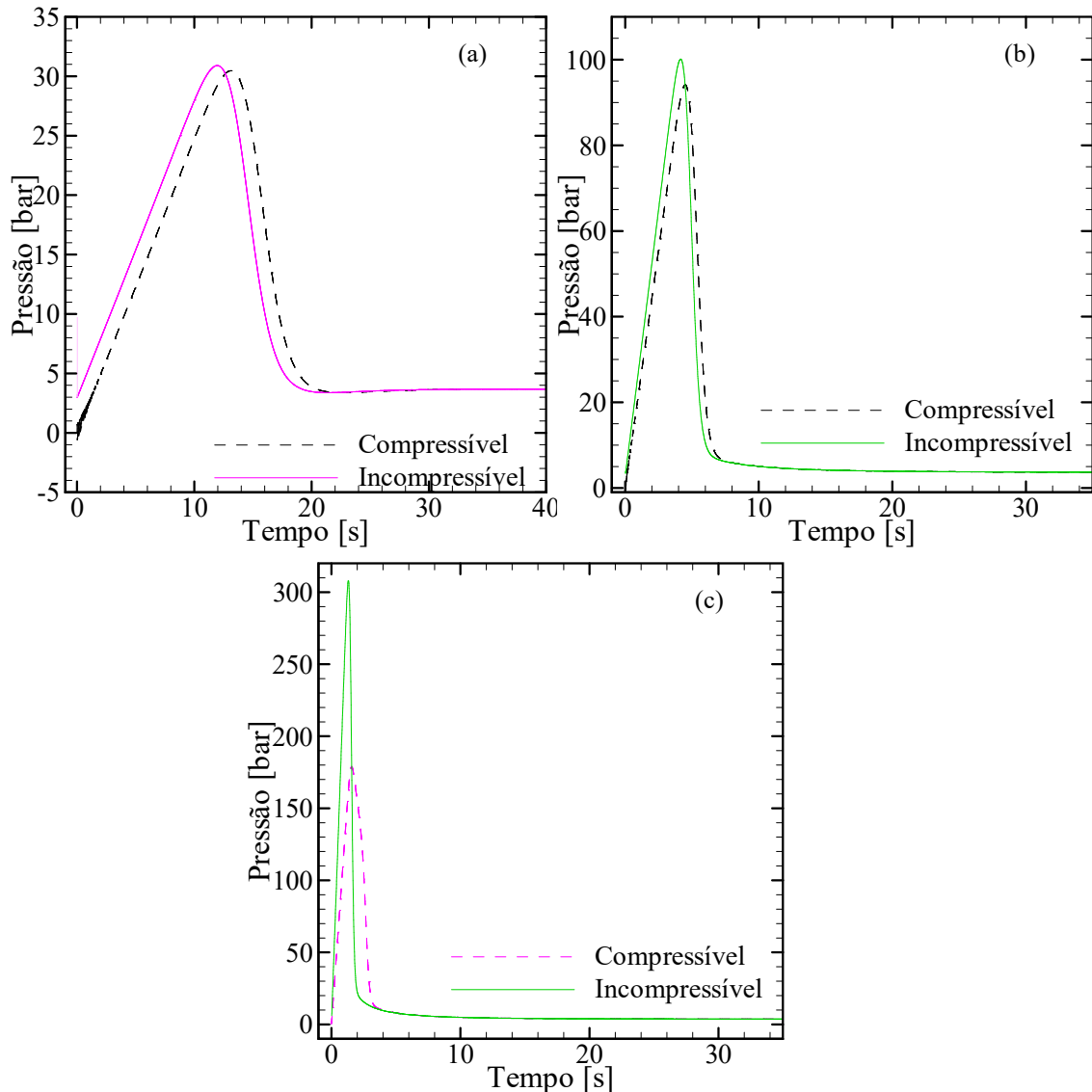
**Figura 33 - Evolução da pressão com o tempo para fluido incompressível inelástico com vazão constante na entrada.**

Na Figura 33 observa-se o comportamento apresentado na seção 3.3.3, Figura 4 para um fluido visco-tixotrópico. Quando submetido a uma vazão constante na entrada, definida pela taxa de cisalhamento constante no início deste capítulo, o fluido tixotrópico inelástico apresenta um pico na pressão devido ao fluido estar gelificado, portanto sua viscosidade é muito alta. Como não há parcela elástica no fluido para que a pressão cresça gradativamente, o pico é atingido instantaneamente e em uma magnitude elevada. Conforme o tempo avança e a vazão se mantém constante na entrada, a estrutura do fluido é quebrada e sua viscosidade diminui, aliviando as pressões, até o regime permanente ser atingido.

É observada, portanto, uma diferença entre os comportamentos elásticos e inelásticos do fluido tixotrópico. Portanto, a elasticidade será variada a fim de analisar suas implicações.

#### 5.4.2.1 Efeito da elasticidade

O efeito da elasticidade foi avaliado para o caso de vazão constante através da variação de  $G_0$  em 1, 10 e 100 Pa. Os modelos compressível e incompressível foram comparados. Na Figura 34 são apresentados os resultados da pressão na entrada da tubulação evoluindo com o tempo para os três módulos de elasticidade avaliados. O tempo de propagação da onda,  $t_p$ , foi considerado 0,01 s devido à proximidade do modelo incompressível, a fim de verificar mais claramente as consequências da variação de elasticidade.



**Figura 34 – Evolução da pressão em relação ao tempo para fluido tixotrópico com vazão constante na entrada e elasticidade variada, compressível e incompressível,  $G_0$ : (a) 1, (b) 10 e (c) 100 Pa.**

Observa-se na Figura 34 que a elasticidade tem significativa influência no processo de reinício. Conforme o valor de  $G_0$  foi aumentado, o pico de pressão aumentou e o tempo para o reinício do escoamento diminuiu. Um indicativo da rigidez do material nos testes realizados pode ser tomado como o coeficiente angular das curvas de pressão no regime elástico, sendo diretamente proporcional ao valor de  $G_0$ . Este era um comportamento esperado, uma vez que, com o fluido mais rígido, é necessária uma grande variação de pressão para que ocorram pequenas deformações no material.

A magnitude dos picos de pressão atingidos no modelo compressível e incompressível, que se mostram similares na Figura 34(a), se distanciam para valores mais altos de  $G_0$ . Conforme a elasticidade do fluido diminui, o pico de pressão para o caso incompressível

umenta significativamente mais do que o modelo compressível. A Tabela 9 mostra as diferenças de magnitude e tempo de pico entre os casos compressível e incompressível.

**Tabela 9 - Comparação entre tempo e magnitude de pico para caso compressível e incompressível com vazão constante, influência de  $G_0$**

$G_0$ [Pa]	Compressível Tempo [s]	Magnitude [bar]	Incompressível Tempo [s]	Magnitude [bar]	Diferença temporal [s]	Diferença magnitude [bar]
1	13,1269	30,45	11,9493	30,90	1,1776	0,45
10	4,4923	94,11	4,1539	100,14	0,3384	6,03
100	1,5816	178,73	1,3156	308,24	0,2660	129,51

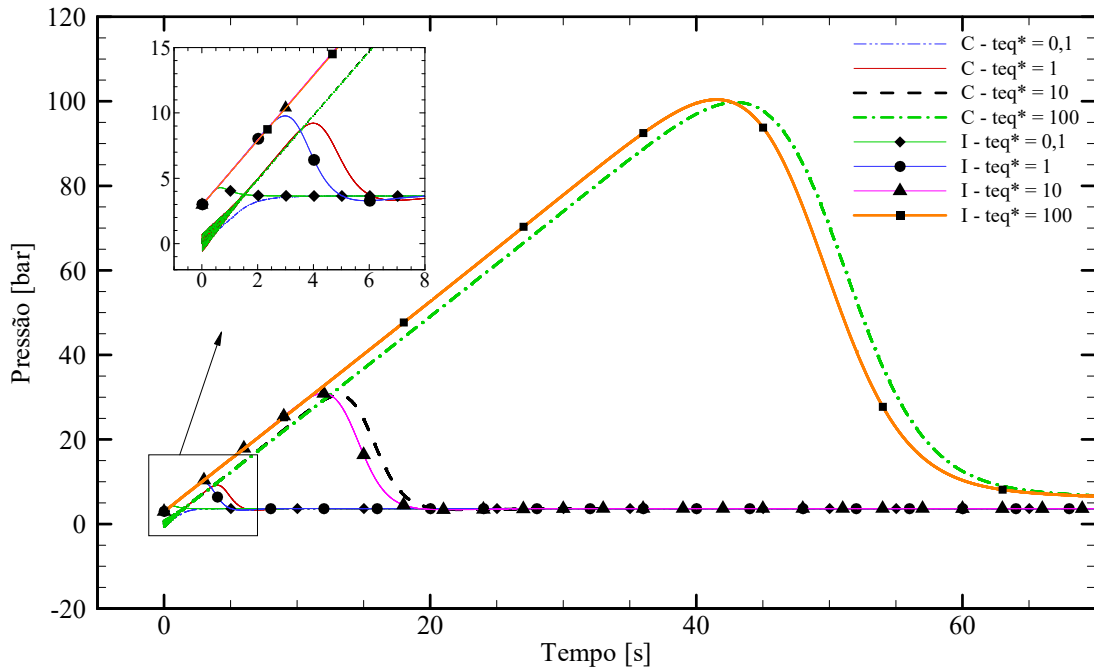
A Tabela 9 evidencia a influência da compressibilidade nos resultados com elasticidade variada. Quanto mais rígido o material, mais próximos são os modelos, temporalmente. No entanto, a magnitude dos picos se distancia significativamente entre os modelos compressível e incompressível para um fluido mais rígido.

Mesmo para o caso mais próximo entre os modelos, com  $G_0 = 1,0$  Pa, a diferença temporal de aproximadamente 1 s é significativa na ordem de grandeza do tempo total até regime permanente, de 9,9%. Desta maneira, nenhum resultado é considerado próximo o suficiente do modelo incompressível.

Seguindo a ordem apresentada para o caso de pressão constante, uma vez avaliados os efeitos da elasticidade do material, as implicações de variações do tempo de equilíbrio adimensional serão investigadas.

#### 5.4.2.2 Influência de $t_{eq}^*$

A influência do tempo de equilíbrio adimensional também foi avaliada para os modelos compressível e incompressível, porém, neste caso, não foram utilizados os casos inelásticos, devido à resposta do modelo compressível descrita anteriormente. Um valor  $G_0 = 1$  Pa foi escolhido, portanto, para a condução de tais testes. Os resultados para a influência de  $t_{eq}^*$  são mostrados na Figura 35, em que as letras C e I correspondem a compressível e incompressível, respectivamente. São avaliados quatro tempos de equilíbrio adimensionais: 0,1, 1, 10 e 100, sendo mostrado na figura o desenvolvimento da pressão através do tempo para a posição da entrada da tubulação.



**Figura 35 - Evolução da pressão por tempo para diferentes tempos de equilíbrio de um fluido tixotrópico compressível e incompressível, com vazão constante na entrada.**

Na Figura 35, observa-se que, até que ocorram os picos, as curvas de pressão ascendem de maneira linear, e, mesmo para os diferentes tempos de equilíbrio, as curvas se sobrepõem. Isto era esperado, uma vez que a elasticidade utilizada foi a mesma em todos os casos.

Conforme  $t_{eq}^*$  aumenta, tem-se aumento no valor do pico de pressão e um atraso no instante em que este acontece. Uma vez que a desestruturação é mais lenta para uma mesma carga imposta, a transição entre comportamentos predominantemente elásticos e viscosos deve acontecer em tempos maiores. Como o pico de pressão é caracterizado por essa região de transição, este também deve acontecer em tempos maiores, acarretando em magnitudes maiores. Para o caso  $t_{eq}^* = 0,1$ , a estrutura é quebrada tão rapidamente que sequer é observado um pico de pressão, ou seja, a pressão se desenvolve até o seu valor máximo, que no caso é o de regime permanente. Este comportamento não é visto no modelo incompressível, em que continua se verificando um pico de pressão neste caso.

As diferenças entre os modelos compressível e incompressível parecem ser pequenas na figura. No entanto, algumas diferenças existem, como mostrado na Tabela 10, que apresenta os tempos para os picos de pressão dos dois modelos e na Tabela 11, que apresenta as magnitudes para os picos de pressão. Nestas tabelas, são apresentados apenas os valores para  $t_{eq}^* = 1, 10$  e  $100$ , uma vez que são os únicos que apresentam pico de pressão.



**Tabela 10 - Comparação entre tempo de pico para caso compressível e incompressível com vazão constante, influência de  $t_{eq}^*$**

$t_{eq}^*$	Tempo [s] - incompressível	Tempo [s] - compressível	Diferença [s]
1	3,00	4,00	1,00
10	11,96	13,12	1,16
100	41,53	43,02	1,49

**Tabela 11 - Comparação entre magnitude de pico para caso compressível e incompressível com vazão constante, influência de  $t_{eq}^*$**

$t_{eq}^*$	Pressão [bar] - incompressível	Pressão [bar] - compressível	Diferença [bar]
1	9,77	9,22	0,55
10	30,89	30,47	0,42
100	100,40	99,75	0,65

Observando-se a Tabela 10 e a Tabela 11, nota-se que a variação de  $t_{eq}^*$  praticamente não influencia as distâncias entre os modelos, os resultados tanto para tempo quanto para pressão são bastante próximos em todas as análises. As diferenças percentuais entre tempo de pico e magnitude para o caso  $t_{eq}^* = 100$  foram de 0,034% e 0,65%, respectivamente. Através desta diferença, pode se indicar que neste caso o modelo compressível se reduz ao incompressível.

Nesta subseção, os modelos compressível e incompressível foram comparados com uma vazão constante na entrada da tubulação. As influências da elasticidade e do tempo de equilíbrio adimensional foram avaliadas. Com relação à elasticidade, verificou-se que quanto mais rígido o fluido, menor a defasagem temporal entre os modelos, porém a diferença entre magnitudes de pico aumenta, de modo que não se verificou um caso em que o modelo compressível se reduza ao incompressível.

Para variação de  $t_{eq}^*$ , verificou-se que quanto maior este valor, mais tardiamente se dão os picos de pressão e sua magnitude é mais elevada. Para o caso com o menor valor de  $t_{eq}^*$ , sequer se verifica um pico de pressão no modelo compressível, tão rapidamente a estrutura é quebrada. Além disso, as diferenças entre os modelos compressível e incompressível são pequenas, verificando-se como para um caso  $t_{eq}^* = 100$  o modelo compressível pode ser simulado pelo incompressível com mínimas diferenças.

## 5.5 Síntese do Capítulo

Neste capítulo foram apresentados os resultados para as simulações comparando os modelos compressível e incompressível para três tipos de fluido: newtoniano, Bingham e tixotrópico.

Os fluidos newtonianos e de Bingham compressíveis foram avaliados impondo-se pressão constante na entrada da tubulação através de uma rampa de tempo variado, comparados com o modelo incompressível com degrau. Tempos de rampa mais elevados atenuam o efeito da compressibilidade, especialmente para tempos pares. Verificou-se que no fluido newtoniano é possível reduzir o modelo compressível ao incompressível com a imposição destas rampas, com o comportamento mais próximo em que  $t_r^* = 2$ . No entanto, para fluido de Bingham, o efeito das rampas não foi tão eficiente, de modo que nenhum comportamento se aproximou o suficiente do incompressível.

Para o fluido tixotrópico, foram avaliadas duas condições de entrada: pressão e vazão constante. O módulo de elasticidade,  $G_0$ , bem como o tempo de equilíbrio adimensional,  $t_{eq}^*$  foram avaliados. Para o caso com pressão constante, verificou-se que a elasticidade atenua os efeitos da compressibilidade, especialmente para a velocidade. Com um valor  $G_0 = 1,0$  Pa, as velocidades dos modelos praticamente se sobrepõem. No entanto, o desenvolvimento das pressões se dá diferentemente. O aumento de  $t_{eq}^*$  distancia o comportamento da evolução das pressões em relação ao caso incompressível. Quanto maior seja  $t_{eq}^*$ , mais tardiamente é verificado o efeito avalanche. Considerando-se este tipo de fluido e a condição de pressão constante na entrada, o único resultado em que o modelo compressível se reduziu ao incompressível foi para a análise da velocidade constante na entrada da tubulação para  $G_0 = 1,0$  Pa.

Para vazão constante, com o aumento de  $G_0$  os modelos se aproximam temporalmente, mas há um distanciamento em relação às pressões, de modo que as pressões atingidas pelo incompressível aumentam mais do que para o compressível. Para variações de  $t_{eq}^*$ , seu aumento acarreta em picos maiores e mais demorados, porém os comportamentos são próximos entre os dois modelos. Pode se considerar para um valor  $t_{eq}^* = 100$  que o modelo compressível se reduz ao incompressível, uma vez que as diferenças entre modelos são menores do que 1%.

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, a influência da compressibilidade no reinício do escoamento de um fluido tixotrópico foi estudada através de simulações numéricas. A modelagem matemática foi feita considerando-se a geometria de uma tubulação com uma extremidade aberta, em que na outra extremidade poderia ser imposta uma pressão ou vazão constante. Um modelo compressível e outro incompressível foram avaliados, verificando-se também a possibilidade ou não de o modelo compressível se reduzir ao incompressível. O modelo tixotrópico empregado foi o de Souza Mendes e Thompson (2013).

O modelo compressível, desenvolvido e implementado em FORTRAN por Oliveira e Negrão (2015) foi resolvido numericamente pelo método das características, enquanto que o modelo incompressível foi desenvolvido e implementado em MATLAB, sendo resolvido pelo método dos volumes finitos.

Ambos os modelos tiveram seus parâmetros ajustados a partir de propriedades reais de um petróleo parafínico. Para tanto, uma curva de escoamento de um óleo produzido na região do pré-sal brasileiro foi utilizada, sendo obtida a partir de um reômetro disponível no CERNN/UTFPR.

Uma vez que os parâmetros dos modelos foram ajustados, buscou-se verificar a influência da compressibilidade e os fatores que poderiam atenuá-la. Inicialmente, duas equações constitutivas mais simples foram estudadas antes de se investigar o caso tixotrópico: a newtoniana e a de fluido de Bingham. Nestes fluidos, rampas de pressão foram empregadas para avaliar seus efeitos no desenvolvimento do gradiente de pressões e da velocidade média do escoamento, sendo comparados ao modelo incompressível com um degrau de pressão.

Para o fluido newtoniano, duas velocidades de propagação de onda foram estudadas, bem como a influência de diferentes viscosidades nos resultados. Verificou-se que o uso de rampas de pressão é eficiente para o modelo newtoniano, especialmente para tempos pares, e que viscosidades mais elevadas aumentam os picos de pressão encontrados, mas reduzem a sua duração. Além disso, velocidades de propagação mais altas são benéficas para atenuar os efeitos de compressibilidade, mas suas implicações no desenvolvimento da velocidade continuam sendo observadas, em menor escala.

Para o fluido de Bingham, verificou-se que o efeito da compressibilidade é significativo, mesmo para tempos de rampa relativamente altos, não sendo viável simular um caso

compressível através do modelo incompressível. Além disso, constatou-se que o gradiente de pressões é definido instantaneamente e atinge toda a tubulação, para o modelo incompressível, independentemente da pressão imposta na entrada. Este resultado é diferente do modelo compressível, no qual para tensões na parede abaixo da tensão limite de escoamento a pressão não se propaga até o final da tubulação.

Uma vez que as rampas de pressão não foram eficazes no fluido de Bingham, os efeitos da compressibilidade no fluido tixotrópico foram estudados variando-se o módulo de elasticidade e tempo de equilíbrio adimensional, através das condições de pressão e vazão constantes na entrada da tubulação. A elasticidade foi estudada até o limite inelástico e o tempo de equilíbrio adimensional foi estudado em quatro valores diferentes. Em síntese, as conclusões para o fluido tixotrópico foram:

#### Pressão constante na entrada da tubulação

A elasticidade atenua os efeitos da compressibilidade na evolução das velocidades, apesar de causar oscilações, para pressão constante na entrada. Para o caso mais elástico verificado, a velocidade dos modelos compressível e incompressível na entrada da tubulação praticamente se sobrepõem, porém o desenvolvimento das pressões é bastante diferente;

As oscilações na velocidade observadas no modelo incompressível com pressão constante na entrada são causadas pela elasticidade;

A compressibilidade atua aumentando o tempo para reinício do escoamento, para pressão constante na entrada;

Nenhum resultado analisado do modelo compressível elástico, com pressão constante na entrada, pode ser reduzido ao modelo incompressível de maneira satisfatória;

Quanto menor o valor do tempo de equilíbrio adimensional, mais rápida é a desestruturação do material e mais próxima do modelo incompressível é a resposta, temporalmente. No entanto, o comportamento dos modelos se difere significativamente, de modo que não é recomendado o uso do modelo incompressível para simular o comportamento compressível em nenhum dos casos avaliados.

#### Vazão constante na entrada da tubulação

Com relação à elasticidade, quanto mais rígido o fluido, menor a defasagem temporal entre os modelos compressível e incompressível. No entanto, a diferença entre os picos de

pressão aumenta, de modo que nenhum dos casos estudados no modelo compressível se reduz ao incompressível.

Quanto maior o valor do tempo de equilíbrio adimensional, o pico de pressão é mais tardio e sua magnitude é mais elevada. Para o caso com menor  $t_{eq}^*$  avaliado, sequer se verifica um pico de pressão no modelo compressível.

As diferenças entre os modelos compressível e incompressível são pequenas para vazão constante na entrada, de modo que para o caso em que  $t_{eq}^* = 100$  o comportamento dos modelos é muito próximo, podendo o compressível ser simulado com sucesso pelo incompressível, com mínimas discrepâncias.

Sugestões para trabalhos futuros:

Verificar a previsibilidade das oscilações de velocidade do modelo tixotrópico, aplicando conceitos de vibrações na analogia mecânica do modelo;

Investigar a influência da compressibilidade em outros modelos de tixotropia;

Verificar o problema numérico de picos de velocidade dependentes da malha;

Investigar a possibilidade de testar tempos de equilíbrio adimensional menores do que 0,1;

Investigar a possibilidade de outras maneiras de reduzir os efeitos da compressibilidade, que não somente as rampas de pressão ou variação de  $G_0$  e  $t_{eq}^*$ ;

Investigar reinícios de escoamento com condições iniciais não-nulas;

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHMADPOUR, A.; SADEGHY, K. **Start-up flows of Dullaert-Mewis viscoplastic-thixoelectric fluids: A two-dimensional analysis.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2014.

AIYEJINA A.; CHAKRABARTI, D. P.; PILGRIM, A.; SASTRY, M. K. S. **Wax Formation in Oil Pipelines: A Critical Review.** International Journal of Multiphase Flow, 2011.

ANDRADE, D. E. V. **Influência da Temperatura Inicial na Curva de Escoamento de Petróleo Parafínico.** Relatório interno CERNN/UTFPR. Elaborado em 14/08/2015.

ANP, 1998. Disponível em: <  
www.brasilrounds.gov.br/round5/arquivos\_r5/roadshows/Perspectivas\_Exploracao.pdf >  
Acesso em: 10/09/2016.

BARREIRA, E. **Simulação Numérica do Reinício do Escoamento de Petróleo Parafínico Gelificado em Tubulações Providas de Aliviadores de Pressão.** Trabalho de conclusão de curso, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Brasil, 2014.

BP GLOBAL, 2016. Disponível em: <http://www.bp.com>. Acesso em: 10/04/2017

BORGHI, G.P.; CORRERA, S; MERLINI, M; CARNIANI, C. **Prediction and Scaleup of Waxy Oil Restart Behavior.** Society of Petroleum Engineers, 2003.

BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSANGER, O. **Dynamics of Polymeric Liquids, Volume I Fluid Mechanics.** Wiley-Interscience, 1987.

CAWKWELL, M.; CHARLES, M. **An Improved Model for Start-up of Pipelines containing Gelled Crude Oil.** Journal of Pipelines, 1987.

CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. **Non-Newtonian Flow and Applied Rheology.** BH, 2008.

CHANG, C.; RØNNINGSEN, H.; NGUYEN, Q. **Isothermal Start-up of Pipeline Transporting Waxy Crude Oil.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 1999.

DAVIS, M. E. **Numerical Methods and Modeling for Chemical Engineers.** John Wiley & Sons, 2001.

DAVIDSON, M. R.; CHANG, C.; RØNNINGSEN, H. P.; NGUYEN, Q. D. **A Model for Restart of a Pipeline with Compressible Gelled Waxy Crude Oil.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2004.

DEUS, H. P. A.; NEGRÃO, C. O. R.; FRANCO, A.T. **The Modified Jeffreys Model Approach for Elasto-Viscoplastic Thixotropic Substances.** Physics Letters A, 2016.

DULLAERT, K.; MEWIS, J. **A structural kinetics model for thixotropy.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2006.

FARINA, A.; FASANO, A. **Flow Characteristics of Waxy Crude Oils in Laboratory Experimental Loops.** Mathematical and Computer Modelling, 1997.

FOSSEN, M.; OYANGEN, T.; VELLE, O. J. **Effect of the Pipe Diameter on the Restart Pressure of a Gelled Waxy Crude Oil.** Energy and Fuels, 2013.

FREITAS, A. G. B.; SANTANA, C. R.; SILVA, R. P; SILVA, G. F. **Investigação das Facilidades e Métodos Utilizados Atualmente no Processamento Primário de Petróleo em Campos Onshore e Offshore.** 4º DPETRO, 2007.

HOUSKA, M. **Engineering aspects of the rheology of thixotropic liquids.** Tese de PhD, Czech Technical University of Prague-CVUT, Prague, 1981.

KELA, L.; VÄHÄOJA, P. **Measuring Pressure Wave Velocity in a Hydraulic System.** World Academy of Science, Engineering and Technology, 2009

KUMAR, L.; PASO, K; SJÖBLOM, J. **Numerical study of flow restart in the pipeline filled with weakly compressible waxy crude oil in non-isothermal condition.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2015.

LIN, M; LI, C; YANG, F; MA, Y. **Isothermal structure development of Qinghai waxy crude oil after static and dynamic cooling.** Journal of Petroleum Science and Engineering, 2011.

LINDFIELD, G. R.; PENNY, J. E. T. **Numerical Methods using MATLAB.** Academic Press Elsevier, 2012.

MARTÍNEZ-PALOU R.; MOSQUEIRA, M.L.; ZAPATA-RENDÓN, B.; MAR-JUÁREZ, E.; BERNAL-HUICOCHEA, C.; CLAVEL-LÓPEZ, J.C.; ABURTO, J. **Transportation of heavy and extra-heavy crude oil by pipeline: A review.** Journal of Petroleum Science and Engineering -2011.

MEWIS, J.; WAGNER, M. J. **Thixotropy,** Adv. Colloid Interface Sci., 2009.

MEZGER, G. **The rheology handbook: for users of rotational and oscillatory rheometers.** Vincentz, 2006.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, MME. Disponível em: <<http://www.mme.gov.br/documents>> Acesso em 11/04/2017

MORRISON, F. A. **Understanding Rheology.** Oxford University Press, 2001.

MUJUMDAR, A.; BERIS, A. N.; METZNER A. B. **Transient phenomena in thixotropic systems.** J Non-Newtonian Fluid Mech, 2002.

NIYOGI, P.; CHAKRABATTY, S. K.; LAHA, M. K. **Introduction to Computational Fluid Dynamics.** Pearson Education, 2006.

OLIVEIRA, G. M. H. **Numerical Simulation of the Start-up of Bingham Fluid Flows in Pipelines**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2010.

OLIVEIRA, G. M. H. **Modelagem da Propagação da Pressão no Reinício do Escoamento de Fluidos de Perfuração Não Gelificados**. Dissertação de Mestrado da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Brasil, 2011

OLIVEIRA, G. M. H., NEGRÃO, C. O. R. **The Effect Flow Compressibility on the Start-up of Waxy Crude Oils**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2015.

PATANKAR, S. **Numerical heat transfer and fluid flow**. CRC Press, 1980.

PHILLIPS, D. A.; FORSDYKE, I. N.; MCCracken, I. R.; RAVENSCROFT, D. P. **Novel Approaches to Waxy Crude Restart: Part 1 and 2**. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2011.

RONNINGSEN, H.P. **Rheological behaviour of gelled, waxy North Sea crude oils**. Journal of Petroleum Science and Engineering, 1992.

ROSSO, N. **Análise Experimental do Reinício do Escoamento de Petróleo Parafínico em Tubulações**. Dissertação de Mestrado – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Brasil, 2014.

SANTOS, T. G. M., NEGRÃO, C. O. R. **A New Constitutive Model for Time-Dependent Fluids**. Annual European Rheology Conference, 2017.

SOUZA MENDES, P. R. **Thixotropic elasto-viscoplastic model for structured fluids**. Soft Matter, 2011.

SOUZA MENDES, P. R.; THOMPSON, R. L. **A unified approach to model elasto-viscoplastic thixotropic yield-stress materials and apparent yield-stress fluids**. Rheologica Acta, 2013.

SESTAK, J.; CAWKWELL, M.; CHARLES, M.; HOUSKAS, M. **Start-up of Gelled Crude Oil Pipelines**. Journal of Pipelines, 1987.

TARCHA, B. A.; FORTE, B. P. P.; SOARES, E. J.; THOMPSON, R. L. **The Elasto-Viscoplastic-Time-Dependent Nature of Waxy Crude Oils**. Thermal Engineering, Vol. 3, Nº 2, 2014.

THOMAS, J.E.; **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. Editora Interciência, 2001.

VENKATESAN R.; ÖSTLUND J. A.; CHAWLA, H.; WATTANA, P.; NYDÉN, M.; FOGLER, HS. **The Effect of Asphaltenes on the Gelation of Waxy Oils**. Energy & Fuels, 2003.

VINAY, G.; WACHS, A.; AGASSANT, J. F. **Numerical Simulation of Weakly Compressible Bingham Flows: The Restart of Pipeline Flows of Waxy Crude Oils**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2006.



VINAY, G.; WACHS, A.; FRIGAARD, I. **Start-up Transients and Efficient Computation of Isothermal Waxy Crude Oil Flows**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2007.

VISINTIN, R. F. G.; LAPASIN, R.; VIGNATI, E.; D'ANTONA, P.; LOCKHART, T. P. **Rheological Behavior and Structural Interpretation of Waxy Crude Oil Gels**. Langmuir, 2005.

WACHS, A.; VINAY, G.; FRIGAARD, I. **A 1.5D Numerical Model for the Start up of Weakly Compressible Flow of a Viscoplastic and Thixotropic Fluid in Pipelines**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2009.

WYLIE, E. B.; STREETER, V.L.; SUO, L.; **Fluid Transients in Systems**. Prentice Hall, 1993.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A.; FORD, A. L.; **University Physics with Modern Physics**. 13ª Edição, Sears & Zemansky's, 2012.

YZIQUEL, F.; CARREAU, P.J.; MOAN, M.; TANGUY, P.A. **Rheological modeling of concentrated colloidal suspensions**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 1999.

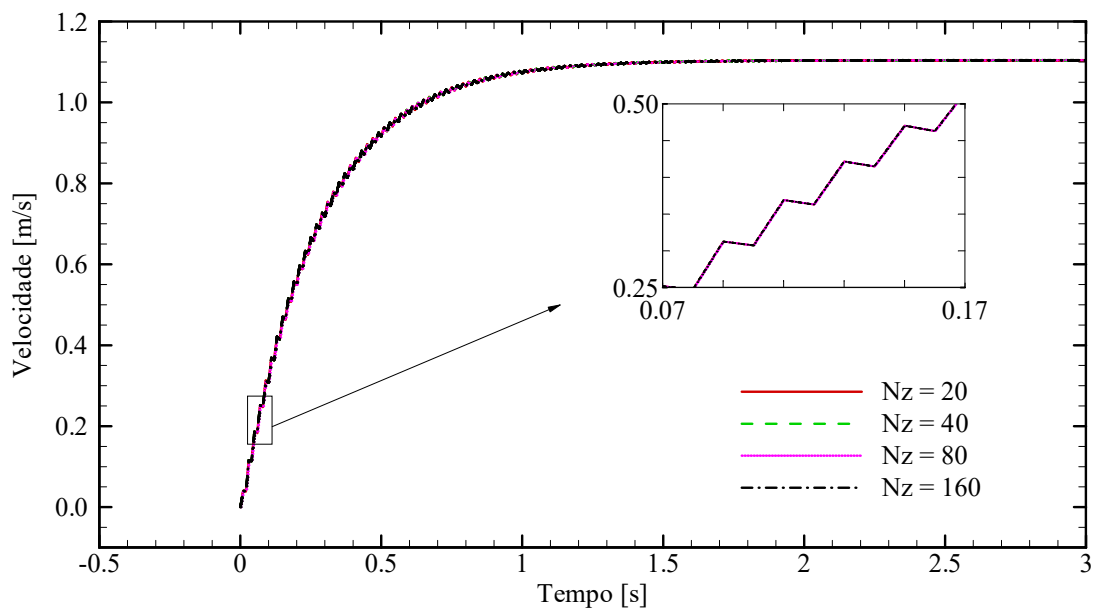
ZÍLIO, E. L.; PINTO, U. B. **Identificação e distribuição dos principais grupos de compostos presentes nos petróleos brasileiros**. Bol. Téc. PETROBRAS, Rio de Janeiro, 45 (1): 21-25, jan./mar, 2002.

## APÊNDICE A – Testes de Malha

Neste apêndice, são apresentados todos os testes de malha conduzidos. Para cada modelo de fluido, estes testes foram realizados visando encontrar uma malha cujos resultados fossem minimamente dependentes de si. Esta análise é importante para evitar erros numéricos no decorrer do trabalho O apêndice está dividido entre os diferentes tipos de fluido avaliados.

### Fluido Newtoniano, $t_p = 0,01$ s

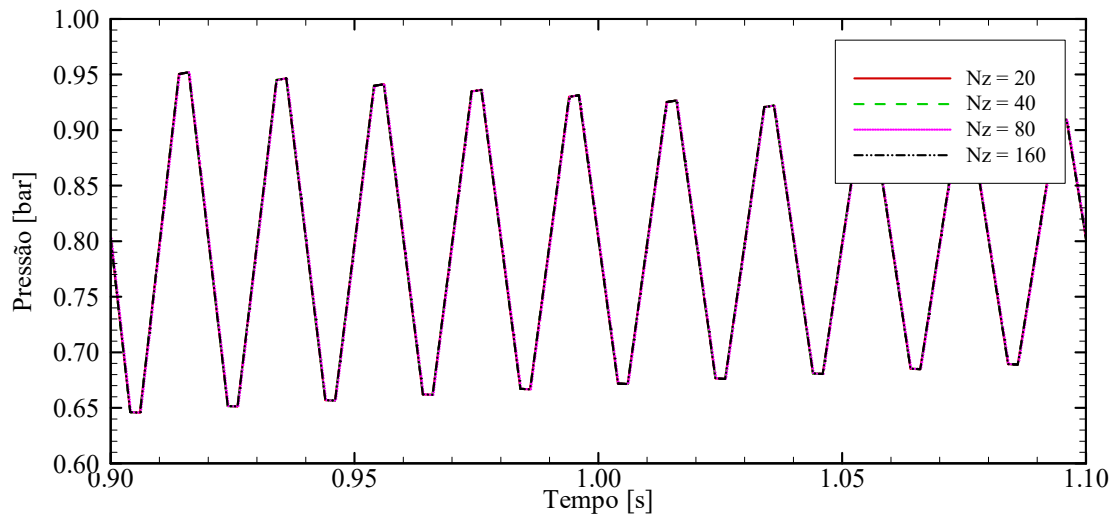
Para o caso compressível, foram avaliadas as malhas tanto para a velocidade, quanto para a pressão, com  $t_r^* = 1$ , por se tratar do pior caso avaliado. A Figura 36 apresenta os resultados da influência da malha para o desenvolvimento da velocidade em função do tempo na posição da entrada da tubulação. Quatro malhas foram avaliadas:  $Nz = 20, 40, 80$  e  $160$ .



**Figura 36 - Teste de malha para velocidades em função do tempo, para a posição da entrada da tubulação, fluido newtoniano compressível com  $t_p = 0,01$  s e  $t_r^* = 1$ .**

A partir da Figura 36, observa-se que os resultados para velocidade são bastante similares, mesmo para a malha mais grosseira,  $Nz = 20$ . A diferença entre a velocidade de regime permanente para  $Nz = 20$  e  $Nz = 160$  é imperceptível. Esta diferença também é imperceptível durante o tempo de crescimento da velocidade, mostrado na ampliação da Figura 36. Como a diferença entre os resultados das diferentes malhas é imperceptível, a malha axial com  $Nz = 20$  volumes foi escolhida, ao menos para a velocidade.

Para a pressão, as oscilações com  $t_r^* = 1$  são muito elevadas. Caso fosse mostrado um resultado para a malha com o desenvolvimento completo das pressões, seria difícil observar a influência da malha. Uma vez que as oscilações são muito elevadas e a influência da malha é pequena, as diferentes malhas se apresentariam sobrepostas. Portanto, é apresentada na Figura 37 apenas uma ampliação do resultado da pressão pelo tempo durante as oscilações. Nesta figura são avaliadas as malhas  $Nz = 20, 40, 80$  e  $160$ , para tempos entre  $0,90$  e  $1,10$  segundos, na posição axial  $z^* = 0,6$ .

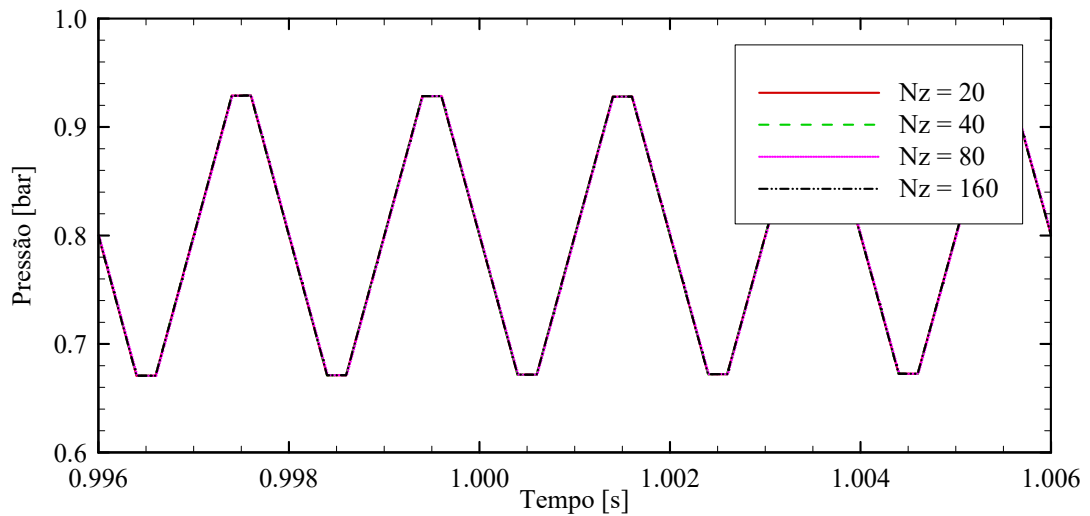


**Figura 37 - Teste de malha para pressão em função do tempo, para a posição  $z^* = 0,6$  da tubulação, fluido newtoniano compressível com  $t_p = 0,01$  s e  $t_r^* = 1$ .**

Para o teste de malha para a pressão, observa-se, assim como para a velocidade, uma proximidade entre os resultados para diferentes malhas. No caso, a diferença entre os resultados para  $Nz = 20$  e  $Nz = 160$  é da ordem de  $10^{-5}\%$ . Desta maneira, a malha axial com  $Nz = 20$  se mostra boa para condução dos testes.

#### Fluido newtoniano, $t_p = 0,001$ s

A Figura 38 mostra os resultados da pressão em relação ao tempo para estes testes de malha. Assim como no caso em que  $t_p = 0,01$  s, é apresentada apenas uma ampliação das oscilações devido à sua alta frequência. Nesta figura, malhas axiais  $Nz = 20, 40, 80$  e  $160$  são apresentadas.

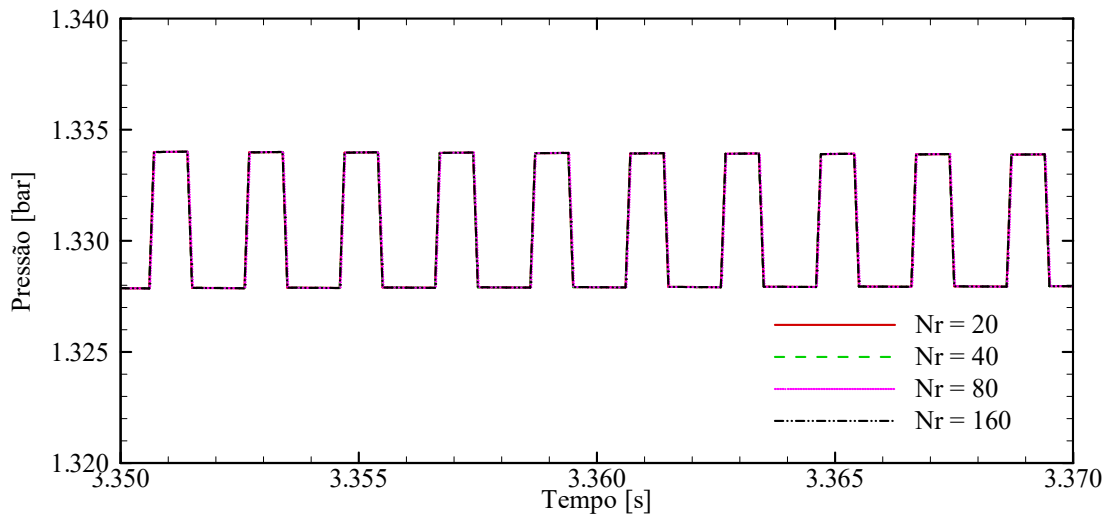


**Figura 38 - Teste de malha para pressão em função do tempo, para a posição  $z^* = 0,6$  da tubulação, fluido newtoniano compressível com  $tp = 0,001$  s e  $tr^* = 1$ .**

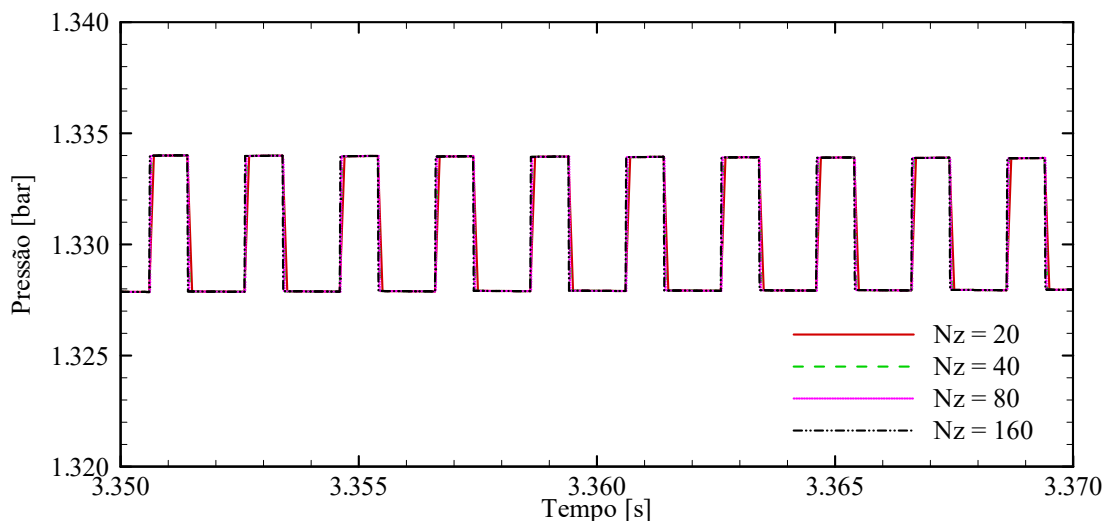
Assim como apresentado na Figura 37, a Figura 38 mostra como a malha axial não tem grandes influências nos resultados. A diferença percentual entre a malha  $Nz = 20$  e  $Nz = 160$  é da ordem de  $10^{-6}\%$ . Desta maneira, a malha com 20 volumes axiais foi mantida.

### Fluido de Bingham

Testes de malha para este tipo de fluido também foram conduzidos, porém apenas para a pressão, uma vez que para o caso newtoniano a influência da compressibilidade foi maior para a pressão. A Figura 39 e a Figura 40 apresentam as ampliações das oscilações de pressão versus tempo, nas quais são avaliadas a malha radial e axial, respectivamente. A posição axial avaliada foi  $z^* = 0,5$  e as malhas testadas foram de 20, 40, 80 e 160 volumes, para ambos os testes. Para a análise da malha radial, o número de volumes axiais foi fixado em 20. Enquanto que, para o teste axial, o número de volumes radiais foi fixado em 20.



**Figura 39 - Teste de malha radial para pressão, para fluido de Bingham compressível com pressão na entrada,  $t_p = 0,001$  s e  $t_r^* = 1$ .**

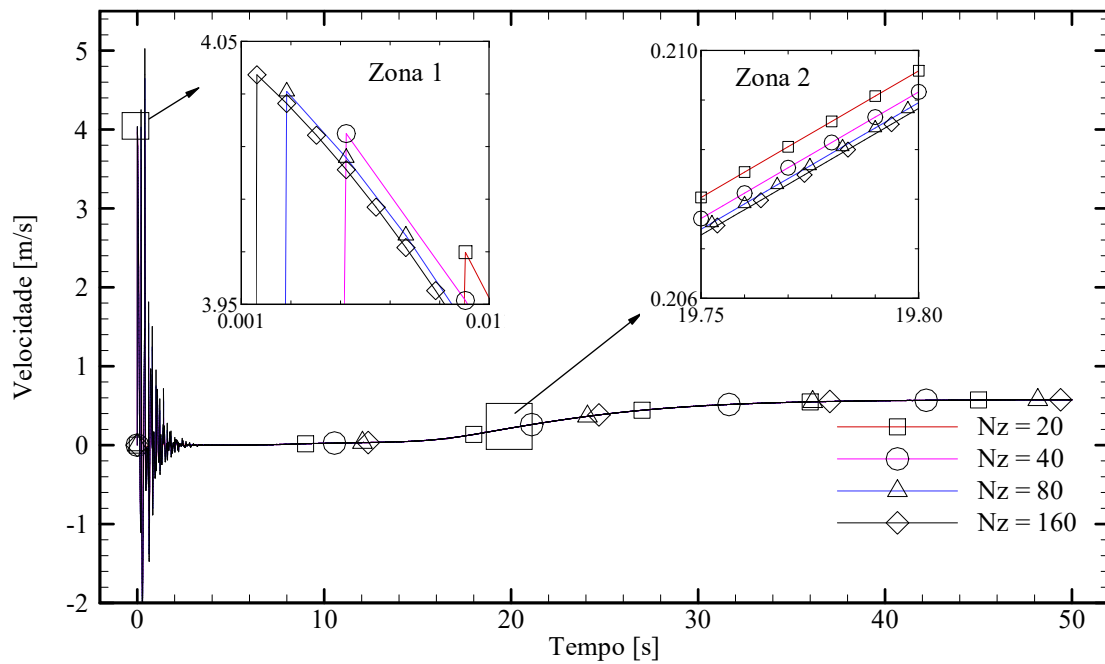


**Figura 40 - Teste de malha axial para pressão, para fluido de Bingham compressível com pressão na entrada,  $t_p = 0,001$  s e  $t_r^* = 1$ .**

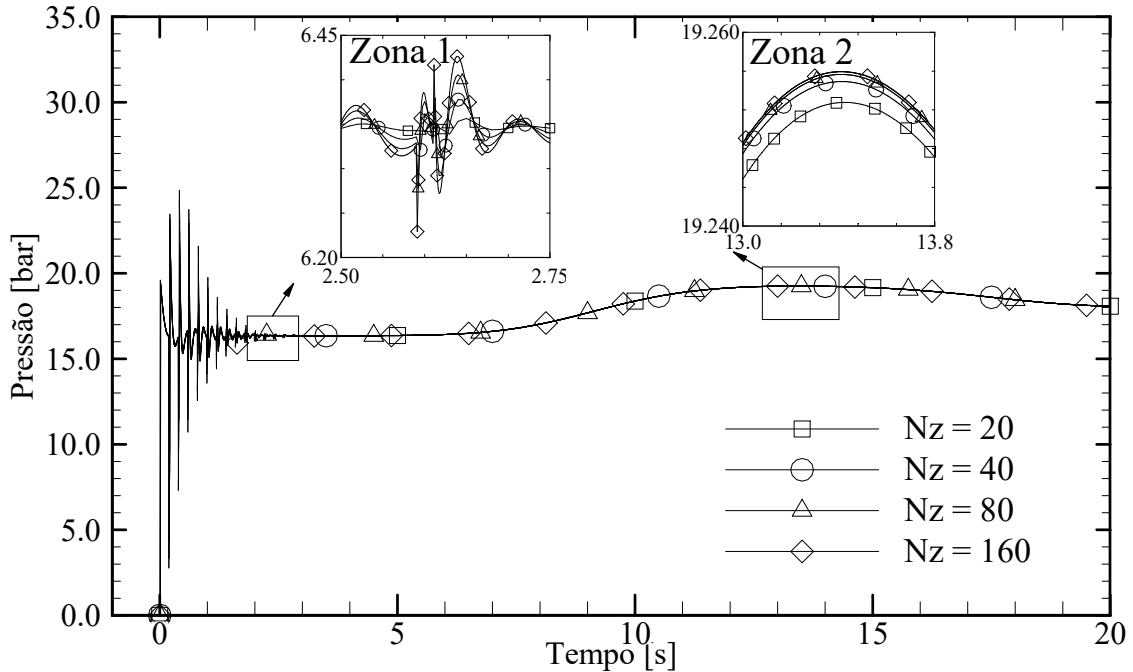
Com relação à Figura 39, tem-se que a diferença máxima entre os pontos para a malha  $Nr = 20$  e  $Nr = 160$  é nula para o tempo, para o número de casas decimais avaliadas, e em valores absolutos de pressão é de  $7,5 \times 10^{-4}\%$ . Desta maneira, como as diferenças são menores do que 0,1%, determinou-se que 20 volumes radiais eram suficientes para a realização das simulações. A Figura 40 indica novamente uma pequena influência da malha axial. Neste caso, a maior diferença entre os pontos para  $Nz = 20$  e  $Nz = 160$  é de  $-2,7 \times 10^{-3}\%$  para o tempo e de  $7,5 \times 10^{-4}\%$  para a pressão, no pico a 3,3575 s. Sendo assim, como todas as diferenças são menores do que 0,1%, escolheram-se 20 volumes axiais para a condução dos testes.

### Fluido Tixotrópico

O modelo é unidimensional, porém uma malha radial é considerada para a integração do perfil de velocidades, de modo que é necessária também a sua análise. Para o teste de malha axial, o número de volumes radiais,  $N_r$ , foi fixado em 20. A Figura 41 apresenta os resultados da evolução da velocidade em função do tempo na posição da entrada para quatro malhas axiais com 20, 40, 80 e 160 volumes. A Figura 42 mostra a evolução da pressão em função do tempo, para a posição axial  $z^* = 0,1$ , para as mesmas malhas axiais.



**Figura 41 - Influência da malha axial na velocidade para reinício do escoamento de fluido tixotrópico compressível na entrada da tubulação, com pressão constante.**



**Figura 42 - Influência da malha axial na pressão para reinício do escoamento de fluido tixotrópico compressível na posição axial  $z^* = 0,1$ , com pressão constante na entrada.**

Como critérios para análise de malha, dois períodos em cada figura foram analisados. Para a velocidade, verificou-se a influência da malha no pico inicial de velocidades e também na parcela em que a velocidade está crescendo, nos instantes 19,75 a 19,80 s, visando verificar diferenças temporais entre as malhas. Já para a pressão, foram os instantes em que há oscilação da pressão, no início da simulação, entre 2,50 e 2,75 s, e também o valor da máxima pressão atingida antes da ocorrência do efeito avalanche. As diferenças avaliadas, para velocidade e pressão, são descritas na Tabela 12 e na Tabela 13, respectivamente.

**Tabela 12 - Influência da malha axial na velocidade para reinício do escoamento de fluido tixotrópico compressível.**

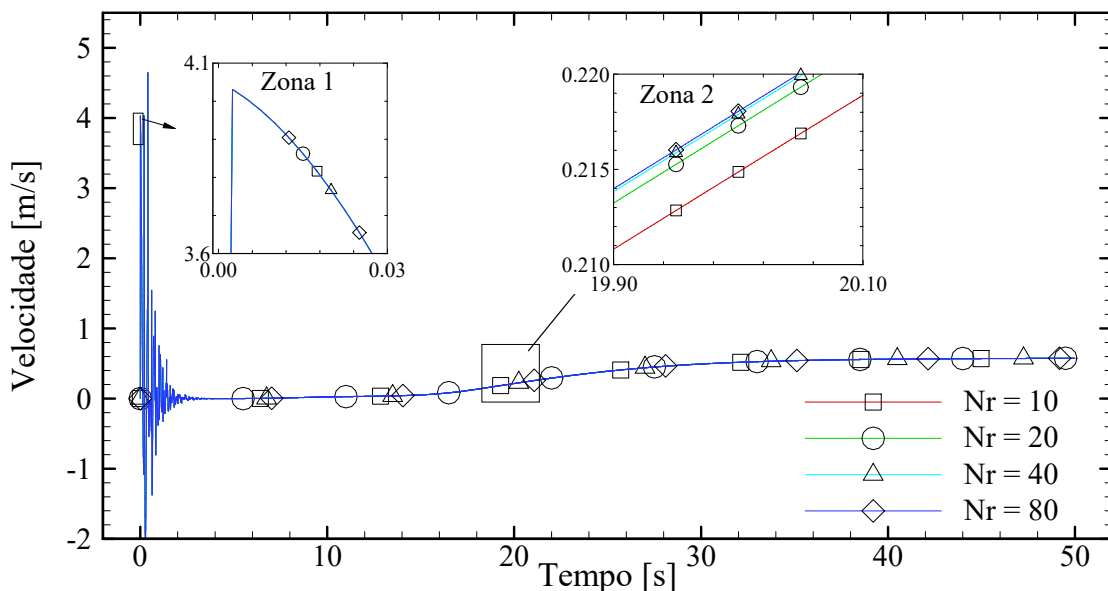
$Nz$	Velocidade [m/s] – Zona 1	Diferença com relação a $Nz = 160$	Velocidade [m/s] – Zona 2	Diferença com relação a $Nz = 160$
20	3,9697	1,67%	0,2086	-0,29%
40	4,0148	0,56%	0,2083	-0,14%
80	4,0315	0,14%	0,2081	-0,05%
160	4,0373	-	0,2080	-

**Tabela 13 - Influência da malha axial na pressão para reinício do escoamento de fluido tixotrópico compressível.**

$Nz$	Pressão [bar] – Zona 1	Diferença com relação a $Nz = 160$	Pressão [bar] – Zona 2	Diferença com relação a $Nz = 160$
20	16,3564	0,42%	19,2377	0,01%
40	16,3776	0,30%	19,2394	>0,01%
80	16,4051	0,13%	19,2400	>0,01%
160	16,4262	-	19,2403	-

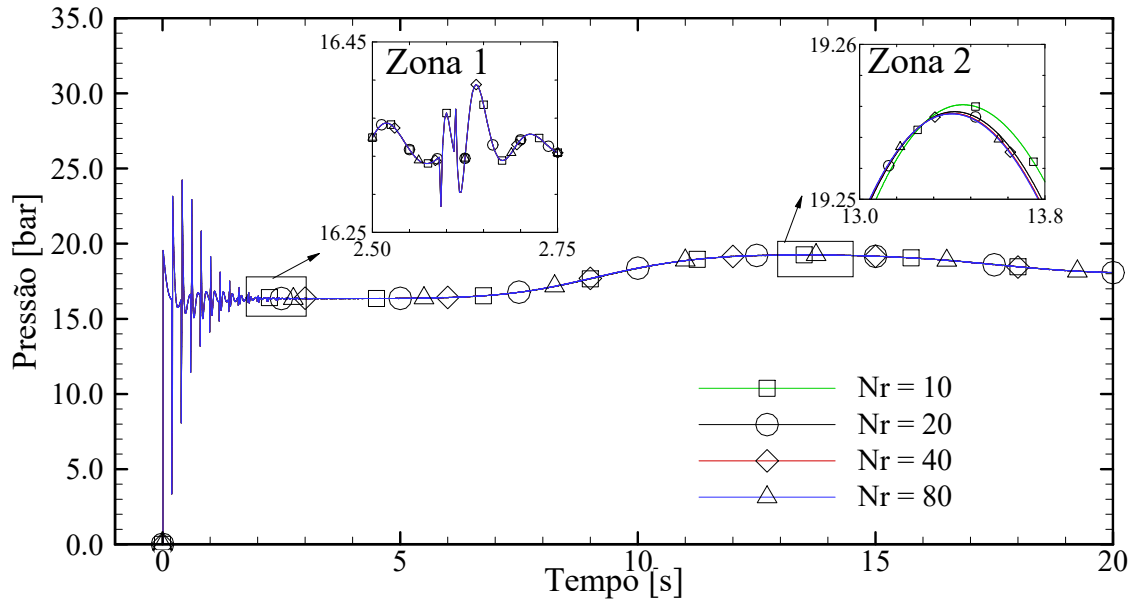
A partir da Tabela 12 e da Tabela 13, observa-se que há uma influência da malha nos resultados principalmente com relação aos instantes iniciais de simulação. Buscando-se diferenças menores do que 0,1%, a malha escolhida foi de  $N_z = 80$ . Nota-se que, para os instantes iniciais, as diferenças são maiores do que 0,1%. No entanto, a malha foi escolhida devido às condições da Zona 2 serem satisfeitas e o tempo computacional não ser excessivamente elevado. Malhas mais refinadas não foram testadas, pois o tempo computacional aumenta significativamente. As simulações com  $N_z = 20$ , por exemplo, demoram cinco minutos, enquanto que as simulações com  $N_z = 160$ , no mesmo computador, demoram cerca de 3h30.

Uma vez definida a malha axial, buscou-se verificar a influência da malha radial nos resultados. Para tanto, o número de volumes axiais  $N_z$  foi fixado em 80, e os volumes radiais,  $N_r$ , foram variados em 10, 20, 40 e 80. A Figura 43 apresenta os resultados da evolução da velocidade em função do tempo, para a posição da entrada, para as quatro malhas radiais. A Figura 44 mostra a evolução da pressão em função do tempo, para a posição axial  $z^* = 0,1$ , para as mesmas variações de  $N_r$ .



**Figura 43 - Influência da malha radial na velocidade da entrada para reinício do escoamento de fluido tixotrópico com pressão constante na entrada.**





**Figura 44 - Influência da malha radial na pressão para a posição axial  $z^* = 0,1$ , para reinício do escoamento de fluido tixotrópico com pressão constante na entrada.**

Observando-se a Figura 43 e a Figura 44, nota-se que a influência da malha radial é significativamente menor do que da malha axial, de modo que as diferenças entre malhas são praticamente imperceptíveis. Para a ampliação identificada como Zona 1, sequer se observam diferenças para a unidade de dados gravada. Utilizando-se como referência a malha mais refinada,  $Nr = 80$ , tabelas de comparação análogas àquelas confeccionadas para a malha axial foram desenvolvidas. A Tabela 14 e a Tabela 15 comparam estes resultados, mostrando as diferenças em percentual das velocidades e pressões, respectivamente, da malha mais grosseira em relação à mais refinada, para ambas as zonas ampliadas.

**Tabela 14 - Influência da malha radial na velocidade para reinício do escoamento de fluido tixotrópico.**

$Nr$	Velocidade [m/s] – Zona 1	Diferença com relação a $Nr = 80$	Velocidade [m/s] – Zona 2	Diferença com relação a $Nr = 80$
10	4,0310	0,00%	0,2149	1,42%
20	4,0310	0,00%	0,2173	0,32%
40	4,0310	0,00%	0,2179	0,05%
80	4,0310	-	0,2180	-

**Tabela 15 - Influência da malha radial na pressão para reinício do escoamento de fluido tixotrópico.**

$Nr$	Pressão [bar] – Zona 1	Diferença com relação a $Nr = 80$	Pressão [bar] – Zona 2	Diferença com relação a $Nr = 80$
10	19,5482	0,00%	19,2560	>0,01%
20	19,5482	0,00%	19,2557	>0,01%
40	19,5482	0,00%	19,2555	0,00%
80	19,5482	-	19,2555	-

Para a velocidade, tem-se diferenças significativas para as malhas mais grosseiras, de modo que uma malha radial  $Nr = 40$  foi escolhida para as velocidades. Para a pressão, praticamente não se tem influência da malha radial, de modo que a malha com 40 volumes se mostrou boa o suficiente e foi escolhida para execução das simulações.