

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

RODRIGO ESPERANÇA DA CUNHA PIMENTEL DE MEIRA

**APLICAÇÃO DO MÉTODO LATTICE BOLTZMANN AO ESTUDO DO
ESCOAMENTO EM CANAIS PARCIALMENTE POROSOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2014

RODRIGO ESPERANÇA DA CUNHA PIMENTEL DE MEIRA

**APLICAÇÃO DO MÉTODO LATTICE BOLTZMANN AO ESTUDO DO
ESCOAMENTO EM CANAIS PARCIALMENTE POROSOS**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira

Co-Orientador: Prof. Dr. Admilson Teixeira Franco

CURITIBA

2014

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa "APLICAÇÃO DO MÉTODO LATTICE BOLTZMANN AO ESTUDO DO ESCOAMENTO EM CANAIS PARCIALMENTE POROSOS", realizado pelo aluno Rodrigo Esperança da Cunha Pimentel de Meira, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira

DAMEC, UTFPR

Orientador

Prof. Dr. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Prof. Msc. Eduardo Germer

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 06 de fevereiro de 2014

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Jeronimo e Mônica (*in memorian*), minha irmã, Alexandra, e minha namorada, Viviani, pelo amor e incentivo dado durante todos estes anos.

Ao Prof. Dr. Silvio L. M. Junqueira, Prof. Dr. Admilson T. Franco e Eng. Fernando De Lai pelas conversas e orientações dadas durante este trabalho.

Aos membros da banca, Prof. Cezar Otaviano R. Negrão e Prof. Eduardo M. Germer pelo esforço e críticas construtivas realizadas.

Aos meus amigos, colegas da UTFPR e do LACIT pelos bons momentos que passamos juntos durante os longos anos de faculdade.

Ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – ANP –, da Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP –, do Ministério da Ciência e Tecnologia – MCT – por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor Petróleo e Gás – PRH-ANP/MCT – e do Programa de Formação de Recursos Humanos da PETROBRAS - PRH10-UTFPR.



RESUMO

MEIRA, Rodrigo Esperança da Cunha Pimentel de. Aplicação do método lattice Boltzmann ao estudo do escoamento em canais parcialmente porosos. 2014. 92 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2014.

Neste trabalho, o escoamento em canal parcialmente poroso é investigado numericamente através do método lattice Boltzmann, uma ferramenta numérica baseada no deslocamento e colisão de partículas para a representação do escoamento de fluidos. O meio poroso é representado de forma heterogênea por meio de obstáculos quadrados sólidos distribuídos uniformemente na parte inferior do canal. São analisadas as influências de parâmetros relativos ao meio poroso (porosidade e número de obstáculos) e à geometria do canal (altura da região fluida) sobre a vazão de fluido na região livre. Resultados numéricos são comparados com modelos teóricos encontrados na literatura, os quais, diferentemente da abordagem proposta no presente trabalho, pressupõem a definição de uma condição de contorno para a interface entre as regiões fluida e porosa e o ajuste de um parâmetro empírico. Foi observado que a porosidade e o número de obstáculos têm efeitos contrários sobre o acréscimo de vazão de fluido na região livre. O aumento da porosidade reduz a permeabilidade do meio poroso, o que favorece o efluxo de fluido deste domínio para a região fluida. Por outro lado, quanto maior o número de obstáculos, menos permeável é o meio poroso e, portanto, a passagem de fluido deste meio para a região livre do canal é dificultada. Quanto maior a altura da porção livre do canal, maior é a vazão observada nesta região e o acréscimo de vazão proporcionada pela presença do meio poroso se torna menos significativa. De modo geral os resultados se ajustam à solução analítica de um dos modelos teóricos utilizados como referência e uma correlação para o parâmetro empírico associado a este modelo é proposta.

Palavras-chave: Canal parcialmente poroso, Meio poroso heterogêneo, Método lattice Boltzmann.

ABSTRACT

MEIRA, Rodrigo Esperança da Cunha Pimentel de. Aplicação do método lattice Boltzmann ao estudo do escoamento em canais parcialmente porosos. 2014. 92 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2014.

In this work, flow through a channel partially filled with solid obstacles is investigated using the lattice Boltzmann method, a numerical method based on particles collision to simulate fluid flow. The influence of parameters as porosity, number of obstacles and fluid domain height are analyzed in terms of the flow rate variations through the fluid domain. Comparison between numerical results and theoretical models based on the definition of a boundary condition for the fluid-porous interface is performed as well. It is observed that the influence of porosity and number of obstacles have opposite effects. Increasing porosity leads to a more permeable medium which favors the outflow from the porous to the fluid domain. On the other hand, increasing the number of obstacles reduces medium's permeability, which inhibits the efflux of fluid from the porous region. As the height of the fluid domain is increased, flow rate through this region is increased as well, thus the additional flow provided by the presence of the porous material becomes less significant. Numerical results are in good agreement with a benchmark model and correlation of the associated adjustable parameter is proposed.

Keywords: Partially porous channel, Heterogeneous porous media, Lattice Boltzmann method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fragmentos de rochas carbonáticas microbianas presentes nas reservas de petróleo da camada pré-sal.....	18
Figura 2 – Simulação do derretimento de rochas (partículas cinza claro) em uma câmara de magma (partículas em azul/cinza escuro) através do software PALABOS, baseado no método lattice Boltzmann.....	20
Figura 3 – Caminho do fluido de perfuração durante a perfuração de poços de petróleo.	21
Figura 4 – Escalas de análise de um meio poroso.....	24
Figura 5 – Escalas de análise para um meio parcialmente poroso.	26
Figura 6 – Geometria e condições de contorno do escoamento em canal parcialmente poroso.....	33
Figura 7 – Representação do espaço $drdc$. Partículas pretas pertencendo ao espaço $drdc$ e partículas brancas fora do espaço $drdc$	36
Figura 8 – Modelos de discretização do domínio de solução.....	42
Figura 9 – Deslocamento das funções distribuição f_1 e f_3	44
Figura 10 – Funções distribuição nas fronteiras do domínio de solução. Setas cheias: funções distribuição conhecidas. Setas tracejadas: funções distribuição indeterminadas.....	45
Figura 11 - Posição da parede nos modelos de <i>bounce-back</i> sobre lattices e entre lattices.	46
Figura 12 – Esquema do <i>bounce-back</i> entre lattices.	47
Figura 13 – Forma numérica das condições de contorno aplicadas para o escoamento em canal parcialmente poroso.....	50
Figura 14 – Fluxograma do código de programação.....	53
Figura 15 – Geometria e condições de contorno do escoamento em canal livre.	56
Figura 16 – Teste de malha para o escoamento em canal livre. $Re=100$	57

Figura 17 - Comparação entre os perfis de velocidade na entrada do canal e analítico.....	58
Figura 18 – Quedas de pressão obtidas numericamente, para $Re=1$, 10 e 100 , e solução analítica para o escoamento em canal livre.....	60
Figura 19 – Perfis de velocidade numéricos, para $Re=1$, 10 e 100 , e analítico para o escoamento em canal livre.....	60
Figura 20 – Geometria e condições de contorno do escoamento ao redor de um obstáculo sólido.	63
Figura 21 – Linhas de corrente do escoamento ao redor de um obstáculo sólido para (a) $Re=1$, (b) $Re=30$, (c) $Re=60$ e (d) $Re=200$	65
Figura 22 – Campo de velocidade do escoamento ao redor de um obstáculo sólido para (a) $Re=100$ e (b) $Re=232$. Intensificação da esteira de von Kármán com o número de Reynolds.	66
Figura 23 – (a) Velocidade V^* (perpendicular ao escoamento) em função do tempo num ponto de monitoramento na linha de centro do canal a jusante do obstáculo e (b) detalhe dos picos da senoide. $Re=60$ e $Ma=0,1333$	67
Figura 24 – Gráfico $St \times Re$ para (a) $Ma=0,0667$ e (b) $Ma=0,1333$	67
Figura 25 – Padrões de obstáculos no canal parcialmente poroso. (a) $PO=1$, (b) $PO=4$, (c) $PO=9$	70
Figura 26 – Teste de malha para o escoamento em canal parcialmente poroso. $\phi=0,36$, $PO=9$, $h_{mf}=h_{mp}$	71
Figura 27 – Vazão nas regiões (a) fluida e (b) porosa em função da porosidade para diferentes números de obstáculos ($PO=1$, 4 e 9) para o escoamento em canal parcialmente poroso com $h_{mf}=h_{mp}$	73
Figura 28 – Vazão nas regiões (a) fluida e (b) porosa em função da altura da região fluida ($h_{mf}=1/3 h_{mp}$, $1/2 h_{mp}$, $2/3 h_{mp}$, h_{mp}) para diferentes porosidades ($\phi=0,36$; $0,64$ e $0,84$) para o escoamento em canal parcialmente poroso com $PO=9$	74
Figura 29 – Curva $\Phi \times \sigma$ para $\phi=0,64$ e $PO=4$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	76

Figura 30 – Comparação entre os perfil de velocidade analítico e para as formulações de <i>bounce-back</i> sobre e entre lattices. $Re=100$ e $H=81$	86
Figura 31 – Perfil de velocidade para a formulação de <i>bounce-back</i> sobre lattices para canais com alturas $H=81, 91, 101, 111$ e 121 . $Re=100$	87
Figura 32 – Curva Φ x σ para $\phi=0,36$ e $PO=1$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	88
Figura 33 – Curva Φ x σ para $\phi=0,36$ e $PO=4$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	88
Figura 34 – Curva Φ x σ para $\phi=0,36$ e $PO=9$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	89
Figura 35 – Curva Φ x σ para $\phi=0,64$ e $PO=1$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	89
Figura 36 – Curva Φ x σ para $\phi=0,64$ e $PO=4$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	90
Figura 37 – Curva Φ x σ para $\phi=0,64$ e $PO=9$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	90
Figura 38 – Curva Φ x σ para $\phi=0,84$ e $PO=1$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	91
Figura 39 – Curva Φ x σ para $\phi=0,84$ e $PO=4$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	91
Figura 40 – Curva Φ x σ para $\phi=0,84$ e $PO=9$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).....	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Fatores de conversão dos parâmetros físicos do escoamento original para o escoamento em escala.	52
Tabela 2 - Faixa de número de Reynolds para diferentes números de Mach.	64
Tabela 3 – Resumo dos parâmetros variados no escoamento em canal parcialmente poroso.	69
Tabela 4 – Valores ajustados de α e β para cada configuração de meio poroso.	77

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas

A', B', C', D'	Constantes da expressão para a função de equilíbrio f^{eq}
A'', B'', C'', D''	Constantes da correlação para o parâmetro β
c_i	Velocidade das partículas na direção i
c_s	Velocidade do som no meio
d	Distância entre obstáculos ou entre um obstáculo e a parede do canal
dN	Variação do número de partículas
$drdc$	Volume de controle no espaço de fase
D	Lado do obstáculo
EM	Erro médio para o ajuste dos parâmetros α e β
EP	Erro percentual para o teste de malha
f	Função distribuição de primeira ordem
f^{eq}	Função de equilíbrio
f^N	Função distribuição de ordem N
f_{osc}	Frequência de oscilação do escoamento
F	Força
F_{dr}	Fluxo de partículas através de dr
F_{dc}	Fluxo de partículas através de dc
F_{Ω}	Fluxo de partículas através de $drdc$ devido às colisões
h_{mf}	Altura da região livre do canal parcialmente poroso
h_{mp}	Altura da região porosa do canal parcialmente poroso

H	Altura total do canal
H_{ref}	Altura total do canal para a malha de referência no teste de malha
K	Permeabilidade do meio poroso
L	Comprimento total do canal
L_c	Comprimento característico
L_{mp}	Comprimento do meio poroso
m	Massa das partículas
Ma	Número de Mach
\hat{n}	Vetor normal a uma superfície
N	Número de partículas no sistema
p	Pressão
P^*	Pressão adimensional
pt	Passo de tempo
p_{ref}	Pressão de referência
PO	Padrão de obstáculos
Q_{cl}	Vazão através do canal livre
Q_{mf}	Vazão através da região livre do canal parcialmente poroso
Q_{mp}	Vazão através da região porosa do canal parcialmente poroso
Q_{imp}	Vazão através da região livre do canal parcialmente poroso na presença de um meio impermeável
r_i	Posição da partícula i
Re	Número de Reynolds
S	Sistema de partículas

\bar{S}	Superfície do volume de controle
St	Número de Strouhal
T	Tolerância para convergência
w_i	Probabilidade de deslocamento na direção i
$u_{máx}$	Velocidade máxima do perfil de velocidade completamente desenvolvido
$u _{mf}$	Velocidade do escoamento na interface fluido-porosa no canal parcialmente poroso (no meio fluido)
$\langle u \rangle_{mf}$	Velocidade média do escoamento no meio fluido no canal parcialmente poroso
$\langle u \rangle_{mp}$	Velocidade média do escoamento no meio poroso no canal parcialmente poroso
ul	Unidade de lattice
\bar{U}	Velocidade média do escoamento
U_r	Velocidade de referência
(u, v)	Velocidade do escoamento nas direções x e y
(U^*, V^*)	Velocidade do escoamento adimensional nas direções x e y
V	Volume total do meio
V_p	Volume de vazio
V_{pc}	Volume dos poros conectados
(x, y)	Coordenadas cartesianas
(X^*, Y^*)	Coordenadas cartesianas adimensionais

Letras gregas

α	Parâmetro empírico do modelo de Beavers e Joseph (1967)
β	Parâmetro empírico do modelo de Ochoa-Tapia e Whitaker (1995)
δ	Espessura da zona de transição na região interfacial – modelo mesoscópico
Δr	Distância entre latices
Δt	Variação do tempo
Δp	Queda de pressão
μ	Viscosidade dinâmica do fluido
ν	Viscosidade cinemática do fluido
ρ	Massa específica do fluido
σ	Parâmetro adimensional relacionando a altura da região fluida do canal parcialmente poroso e a permeabilidade do meio poroso
τ	Fator de relaxação
ϕ	Porosidade
ϕ_{ef}	Porosidade efetiva
φ	Parâmetro escalar da função de equilíbrio
Φ	Acréscimo percentual de vazão na região livre do canal parcialmente poroso
Ω	Operador colisão
ω	Frequência de colisão

Subscritos

BJ	Relativo ao modelo de Beavers e Joseph (1967)
e	Relativo ao escoamento em escala

h	Altura do canal para a malha em teste
H_{ref}	Altura do canal para a malha de referência no teste de malha
num	Numérico
o	Relativo ao escoamento original
OTW	Relativo ao modelo de Ochoa-Tapia e Whitaker (1995)
teo	Teórico

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	18
1.1	Fenômenos de transporte em meios porosos.....	18
1.2	Método Lattice Boltzmann	19
1.3	Caracterização do Problema	20
1.4	Objetivos.....	22
1.5	Justificativa	22
1.6	Conteúdo do Trabalho.....	23
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	24
2.1	Escalas de análise e abordagens para o escoamento em meios porosos.....	24
2.2	Escalas de análise e abordagens para o escoamento em meios parcialmente porosos	25
2.3	Escoamento em canais parcialmente porosos	26
2.4	Conceitos básicos sobre meios porosos.....	29
2.4.1	Porosidade	29
2.4.2	Permeabilidade.....	30
3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	32
3.1	Hipóteses simplificadoras.....	32
3.2	Geometria e condições de contorno	32
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO MÉTODO LATTICE BOLTZMANN.....	34
4.1	Origem do método.....	34
4.2	Equação de transporte de Boltzmann	35
4.3	Método lattice Boltzmann	38
4.3.1	Aproximação BGK	38
4.3.2	Relação entre a frequência de colisão e a viscosidade do fluido	39
4.3.3	Função de equilíbrio	39
4.3.4	Discretização da equação de transporte de Boltzmann.....	40
4.3.5	Modelos de discretização do domínio de solução	41
4.3.6	Variáveis macroscópicas do escoamento	44
4.3.7	Condições de contorno.....	44
4.3.8	Mudança de escala do problema	51
4.3.9	Estrutura do código de programação	53
5	PROBLEMAS DE VERIFICAÇÃO	55
5.1	Escoamento em canal livre	55
5.1.1	Solução analítica	55
5.1.2	Solução numérica.....	56
5.1.3	Resultados.....	59
5.2	Escoamento ao redor de um obstáculo sólido	61
5.2.1	Solução numérica.....	62
5.2.2	Resultados.....	64
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	69
6.1	Casos analisados	69

6.2	Teste de malha.....	70
6.3	Teste do comprimento do canal.....	72
6.4	Resultados.....	72
6.4.1	Influência da variação da porosidade (ϕ).....	73
6.4.2	Influência do padrão de obstáculos (PO).....	74
6.4.3	Influência da altura do meio fluido (h_{mf}).....	74
6.4.4	Comparação com modelos teóricos.....	75
7	CONCLUSÕES.....	79
	REFERÊNCIAS.....	81
	APÊNDICE A – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS PARA AS FORMULAÇÕES DE <i>BOUNCE-BACK</i> ENTRE LATTICES E SOBRE LATTICES.....	86
	APÊNDICE B – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS COM MODELOS TEÓRICOS.....	88

1 INTRODUÇÃO

1.1 Fenômenos de transporte em meios porosos

O estudo de fenômenos de transporte em meios porosos possui aplicações em diversas áreas da engenharia e da ciência, como o tratamento de aquíferos contaminados, filtragem e secagem em processos químicos, isolamento térmico e resfriamento de dispositivos eletrônicos. Particularmente, na área de engenharia de petróleo observa-se o escoamento em meios porosos durante a migração do petróleo da rocha geradora para a rocha reservatório, na interação entre o fluido de perfuração e as paredes do reservatório durante o processo de perfuração e nos mecanismos de produção e recuperação de petróleo e gás (INGHAM; POP, 2002, 2005 ; NIELD; BEJAN, 2006 ; SAHIMI, 2011 ; THOMAS, 2004).

Entende-se por meio poroso um material constituído por uma estrutura sólida, rígida ou pouco deformável, com vazios interconectados em seu interior por onde pode haver o escoamento de fluidos. A conexão aleatória entre os poros confere ao meio poroso uma alta complexidade geométrica (NIELD; BEJAN, 2006).

Materiais porosos podem ter origem natural, como a areia, rochas e o pulmão humano, ou artificial, como materiais compósitos e cerâmicas (NIELD; BEJAN, 2006 ; SAHIMI, 2011). A Figura 1 apresenta fragmentos de rochas encontradas na camada pré-sal, um exemplo de meio poroso encontrado na natureza.



Figura 1 – Fragmentos de rochas carbonáticas microbianas presentes nas reservas de petróleo da camada pré-sal.

Fonte: GLOBO, 2013.

1.2 Método Lattice Boltzmann

Na área de dinâmica dos fluidos, o método lattice Boltzmann (MLB) surge como uma interessante alternativa aos métodos numéricos tradicionais. Usualmente, a simulação das equações de transporte de momento, massa e energia é realizada através da abordagem contínua (escala macroscópica), a qual se caracteriza pela obtenção de equações diferenciais através da aplicação das leis de conservação de massa, quantidade de movimento e energia a um volume de controle infinitesimal. Posteriormente, a partir da utilização de métodos numéricos como, por exemplo, diferenças finitas, volumes finitos ou elementos finitos, consegue-se um sistema de equações algébricas, o qual é resolvido iterativamente até a convergência. Outra possibilidade é a abordagem discreta (escala microscópica), a qual considera o meio como composto de partículas individuais (átomos e moléculas) em constante movimentação e que interagem entre si por meio de colisões. Através da segunda lei de Newton é possível identificar a trajetória de cada partícula, e assim, descrever o sistema em análise (MOHAMAD, 2007).

Alternativamente às abordagens contínua e discreta, Ludwig Boltzmann propôs a análise em escala mesoscópica. A partir de seus estudos sobre gases, Boltzmann¹ (1964 apud SUKOP; THORNE JR, 2007) percebeu que o meio poderia ser descrito através da interação de conjuntos de partículas representados estatisticamente por funções distribuição. Baseado nesta concepção, o método lattice Boltzmann pode ser descrito como um método numérico baseado no deslocamento e colisão de conjuntos de partículas para a simulação de escoamentos e representação de fenômenos físicos em fluidos (CHEN; DOOLEN, 1998).

Algumas das vantagens do MLB são a linearidade do termo advectivo e a fácil adaptação do algoritmo à computação paralela. Adicionalmente, não é necessário resolver a equação de Laplace a cada passo de tempo para que a equação da continuidade seja satisfeita. Outra importante característica do MLB é a simplicidade de implementação de condições de contorno, o que permite a fácil aplicação do método a problemas envolvendo fenômenos e geometrias complexas como é o caso de escoamentos multifásicos e multicomponentes, cavitação, mudança de fase,

¹ Boltzmann, L. **Lectures on gas theory**. 1964.

reações químicas, transferência de calor, escoamento em meios porosos e escoamentos particulados (MOHAMAD, 2007 ; SUKOP; THORNE JR, 2007 ; CHEN; DOOLEN, 1998). Para ilustrar a versatilidade do MLB a Figura 2 apresenta a simulação do escoamento de magma e derretimento de rochas vulcânicas através do software PALABOS.

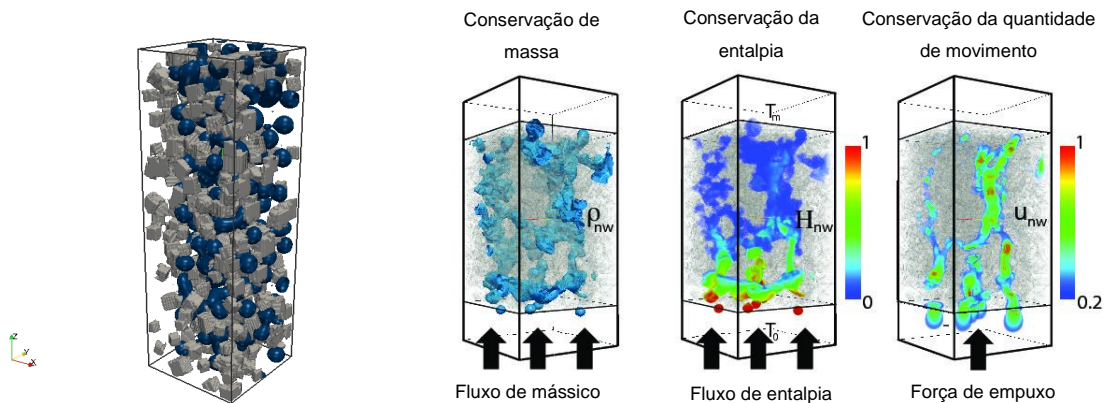


Figura 2 – Simulação do derretimento de rochas (partículas cinza claro) em uma câmara de magma (partículas em azul/cinza escuro) através do software PALABOS, baseado no método lattice Boltzmann.

Adaptado de: PALABOS, 2013.

Sukop e Thorne Jr (2007) destacam que o número de trabalhos científicos envolvendo o MLB aumentou consideravelmente nas últimas décadas e na literatura verificam-se aplicações do método em diversas áreas como recursos hídricos, termodinâmica e geofísica.

1.3 Caracterização do Problema

A perfuração de poços de petróleo consiste na perfuração das rochas através da aplicação de um movimento de rotação e peso a uma broca localizada na extremidade da coluna de perfuração (THOMAS, 2004).

Durante este processo utiliza-se um fluido de perfuração cuja função é carregar os cascalhos até a superfície, refrigerar e lubrificar a coluna de perfuração e a broca, além de exercer pressão hidrostática sobre as formações de modo a evitar o influxo de fluidos para o interior do poço e estabilizar suas paredes (THOMAS, 2004).

Ainda segundo Thomas (2004) um sistema de circulação bombeia o fluido de perfuração através da coluna de perfuração até a broca. No seu retorno à superfície, onde é tratado, o fluido de perfuração escoo através do espaço anular entre a coluna de perfuração e as paredes do poço. A representação deste processo é ilustrada pela Figura 3.

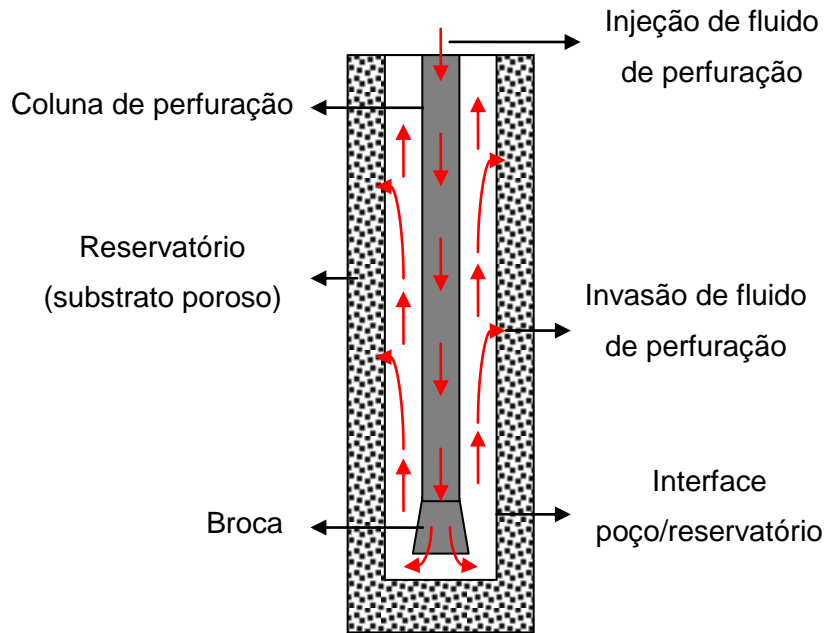


Figura 3 – Caminho do fluido de perfuração durante a perfuração de poços de petróleo.²

A formação de reboco e a fuga de fluido de perfuração por meio de fraturas presentes na formação são dois fenômenos importantes que ocorrem na interface poço/reservatório. A filtração consiste na penetração de uma pequena porção do fluido de perfuração na parede do poço de forma a selar os poros e evitar o influxo de fluidos (THOMAS, 2004). Já a presença de fraturas na formação rochosa pode ocasionar a fuga de fluido de perfuração. Esta perda é totalmente indesejável, já que causa prejuízos financeiros e ineficiência ao processo (BOURGOYNE JR, 1991).

² Figuras, Quadros e Tabelas sem indicação de fonte foram compiladas pelo próprio aluno.

1.4 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo caracterizar, através do método lattice Boltzmann, o escoamento em um canal parcialmente poroso no qual a parte porosa será representada de forma heterogênea através de obstáculos sólidos distribuídos uniformemente na parte inferior do canal. O escoamento em questão representa, de forma simplificada, o escoamento do fluido de perfuração no espaço anular entre a coluna de perfuração e as paredes do poço.

Especificamente, a análise do escoamento é realizada através da variação da vazão de fluido na região livre do canal em função de parâmetros como porosidade, número de obstáculos e altura da região livre do canal. Não obstante, há o interesse de comparar os resultados com aqueles previstos por modelos encontrados na literatura, os quais, diferentemente do modelo apresentado no presente trabalho, pressupõem a definição de uma condição de contorno para a interface fluido-porosa.

1.5 Justificativa

O petróleo e seus derivados têm um papel importante na matriz energética do Brasil e do mundo. Aumentar a eficiência dos processos desde a descoberta de uma nova jazida até o refino é um dos desafios da engenharia de petróleo (THOMAS, 2004).

O escoamento em meios porosos é observado em diversos processos ligados às atividades de perfuração de poços, produção e recuperação de petróleo e gás. A filtração de fluido de perfuração, bem como a fuga deste fluido através de fraturas presentes na formação são alguns exemplos de escoamento em meios porosos e estão diretamente ligados ao sucesso e eficiência da atividade de perfuração. O estudo do escoamento em canal parcialmente poroso realizado neste trabalho é um passo inicial para entendimento dos fenômenos citados acima.

Outra grande motivação para este projeto é o estudo e aplicação do MLB em linhas de pesquisa do Laboratório de Ciência Térmicas (LACIT). Este é o primeiro trabalho desenvolvido dentro do laboratório a abordar um problema via MLB, o que proporcionará ao grupo uma nova e promissora ferramenta de análise em problemas envolvendo escoamento de fluidos e transferência de calor.

1.6 Conteúdo do Trabalho

A sequência deste documento é composta por seis capítulos. O Capítulo 2 apresenta uma revisão da literatura sobre o escoamento em canal parcialmente poroso e fundamentos teóricos sobre meios porosos e parcialmente porosos.

O Capítulo 3 é destinado à formulação problema. São apresentadas as hipóteses simplificadoras adotadas para o estudo do escoamento em canal parcialmente poroso e definidas a geometria e condições de contorno do domínio de solução.

No Capítulo 4 é realizada uma introdução ao método lattice Boltzmann na qual um breve histórico sobre a origem do método é apresentado, a equação de transporte de Boltzmann é deduzida e as principais expressões associadas ao método são apresentadas.

Os problemas de verificação do modelo numérico desenvolvido no presente trabalho são apresentados e discutidos no Capítulo 5. Os resultados para escoamento em canal livre são comparados com a solução analítica do problema, enquanto o escoamento ao redor de um obstáculo sólido é comparado com soluções numéricas encontradas na literatura.

O Capítulo 6 é dedicado à discussão dos resultados para o escoamento em canal parcialmente poroso. São analisadas as influências de parâmetros relativos ao meio poroso e à geometria do canal sobre a vazão de fluido através da região livre e realizadas comparações com modelos teóricos.

O Capítulo 7 conclui o trabalho mostrando os principais resultados obtidos e sugerindo possíveis questões a serem abordadas em trabalhos futuros.

No apêndice A é apresentado um estudo relativo a duas formulações para a condição de contorno *bounce-back* (condição de parede) do método lattice Boltzmann. Uma compilação dos resultados e suas comparações com modelos teóricos encontrados na literatura são mostrados no Apêndice B.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentadas, inicialmente, as escalas de análise e diferentes abordagens para a representação do meio poroso no estudo de escoamentos. Em seguida, são descritos trabalhos sobre o escoamento em canais parcialmente porosos, que servem como suporte para a compreensão do problema e análise dos resultados obtidos no presente trabalho. Finalmente, a última parte deste capítulo é destinada à definição de alguns conceitos básicos sobre meios porosos.

2.1 Escalas de análise e abordagens para o escoamento em meios porosos

Na análise do escoamento em meios porosos, a resolução através da qual se observa o meio é extremamente relevante. Em uma escala da ordem de grandeza dos poros (escala microscópica) cada uma das fases sólida e fluida é considerada homogênea, podendo ser tratadas separadamente como meios contínuos. Já em uma escala de grandeza compreendendo uma grande quantidade de poros (escala macroscópica) o meio poroso é tratado como uma única fase (NIELD; BEJAN, 2006). As escalas de análise macro e microscópica são mostradas na Figura 4

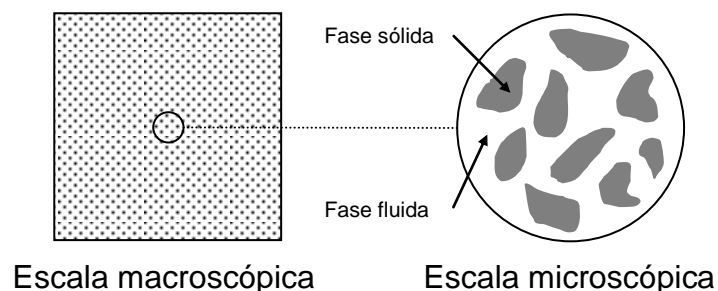


Figura 4 – Escalas de análise de um meio poroso.

Para Dullien (1992) a complexidade geométrica e a falta de ferramentas computacionais poderosas direcionaram as análises do escoamento em meios porosos através da abordagem macroscópica. No entanto, a capacidade computacional disponível nos dias de hoje tornou possível estudar os meios porosos por meio de modelos microscópicos simplificados. Ainda na opinião de Dullien

(1991), modelos macroscópicos pouco contribuem para o entendimento dos fenômenos físicos (por exemplo, detalhes dos campos de velocidade e pressão) que ocorrem durante os fenômenos de transporte em meios porosos já que não levam em consideração características da estrutura porosa.

Dullien (1992) e Kaviani (1995) destacam que a modelagem microscópica dos meios porosos pode ser realizada basicamente através de duas abordagens. Por um lado, pode-se considerar o escoamento em tubos capilares. Por outro lado, o meio poroso pode ser visto como um conjunto de partículas embebidas em um fluido, considerando-se assim, o escoamento ao redor de obstáculos.

Segundo Dullien (1992) estas abordagens não são excludentes e de modo algum uma é superior em relação à outra. A opção por um ou outro modelo depende das características geométricas do meio poroso, capacidade de obtenção de parâmetros que alimentem o modelo, assim como tempo e capacidade computacional disponíveis. Se possível, deve-se realizar testes com diferentes modelos e compará-los com dados experimentais para a validação dos resultados.

2.2 Escalas de análise e abordagens para o escoamento em meios parcialmente porosos

Jamet, Chandesris e Goyeau (2008) classificam duas abordagens distintas para a questão da interface fluido-porosa quando ocorre o escoamento de um fluido junto a um meio poroso. Por um lado, a abordagem de dois domínios considera cada um dos meios como homogêneos e descritos por diferentes conjuntos de equações. Neste caso, deve-se definir condições de contorno apropriadas que representem a interface fluido-porosa. Por outro lado, na abordagem de um domínio tanto a região porosa quanto a região fluida são descritas pelo mesmo conjunto de equações e as condições de interface, que podem ser contínuas ou descontínuas, são definidas implicitamente em função da variação das propriedades entre os meios poroso e fluido.

Englobadas por estas duas abordagens encontram-se as escalas de análise microscópica, mesoscópica e macroscópica (para a interface fluido-porosa) definidas por Chandesris e Jamet (2009) e mostradas na Figura 5.

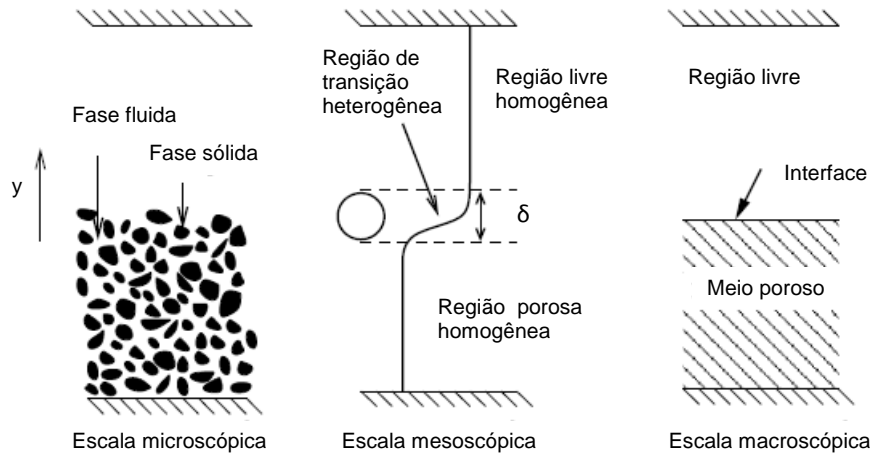


Figura 5 – Escalas de análise para um meio parcialmente poroso.
Fonte: Adaptado de Chandesris e Jamet (2009).

Da mesma forma que para um meio essencialmente poroso, a escala microscópica é caracterizada pela presença de duas fases distintas: sólida e fluida. Neste caso as condições de interface são definidas implicitamente, o que caracteriza uma abordagem de um domínio. Na escala mesoscópica os meios fluido e poroso são considerados homogêneos e na região interfacial há uma zona de transição de espessura δ através da qual as propriedades do meio variam de forma contínua (de um meio poroso para um meio fluido). Por fim, em uma escala macroscópica, cada meio é considerado homogêneo e a interface é caracterizada pela descontinuidade das propriedades físicas através de uma condição de contorno apropriada (*jump condition* ou condição salto). Segundo Chandesris e Jamet (2006) a definição de uma condição de contorno apropriada para a interface fluido-porosa é o principal desafio para a modelagem do escoamento adjacente a um meio poroso.

2.3 Escoamento em canais parcialmente porosos

Beavers e Joseph (1967) analisaram analítica e experimentalmente o escoamento em um canal limitado superiormente por uma parede sólida e

inferiormente por um bloco permeável com o objetivo de investigar a região interfacial entre os meios fluido e poroso.

O procedimento experimental consistiu na análise das vazões na região porosa e livre do canal de um escoamento promovido por um gradiente de pressão controlado pela altura de fluido na entrada e saída do canal. Os experimentos foram realizados com diferentes fluidos, água e óleo, e cinco meios porosos artificiais (*metal foam* e *aloxite*).

Para a solução analítica do problema utilizou-se uma abordagem de dois domínios. O escoamento no meio poroso é governado pela lei de Darcy, enquanto no meio fluido é considerado o escoamento de Poiseuille. Para a região interfacial propôs-se como condição de contorno a Equação 2.1.

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{mf} = \frac{\alpha}{\sqrt{K}} \left(u|_{mf} - \langle u \rangle_{mp} \right) \quad 2.1$$

onde α é um parâmetro determinado empiricamente, K é a permeabilidade do meio poroso, $u|_{mf}$ é a velocidade do escoamento no meio fluido na interface e $\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{mf}$ a sua derivada na direção y .

A validação da condição de contorno proposta por Beavers e Joseph (1967) é realizada por meio da análise do acréscimo percentual de fluxo mássico na região livre do canal, Φ , em relação ao caso em que o meio poroso é substituído por um meio impermeável, conforme a Equação 2.2.

$$\Phi = \frac{Q_{mf} - Q_{imp}}{Q_{imp}} \quad 2.2$$

onde Q_{mf} e Q_{imp} são as vazão na região fluida na presença de um meio poroso permeável e impermeável, respectivamente.

Os resultados experimentais e analíticos obtidos por Beavers e Joseph (1967) mostraram boa concordância, ao menos em termos qualitativos. O parâmetro α se mostrou independente da viscosidade do fluido, mas fortemente influenciado pela estrutura do material poroso, assumindo valores entre 0,1 e 4,0 para os experimentos realizados.

Ochoa-Tapia e Whitaker (1995), também através de uma abordagem de dois domínios, descreveram o escoamento na região fluida através da equação de Stokes e na região porosa através da lei de Darcy corrigida pelo termo de Brinkman. Para a interface foi proposta a condição de contorno expressa pela Equação 2.3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\phi} \frac{\partial \langle u \rangle_{mp}}{\partial y} - \frac{\partial \langle u \rangle_{mf}}{\partial y} = \frac{\beta}{\sqrt{K}} \langle u \rangle_{mp} \\ \langle u \rangle_{mp} = \langle u \rangle_{mf} \end{array} \right. \quad 2.3$$

onde ϕ é a porosidade, $\langle u \rangle_{mp}$ e $\langle u \rangle_{mf}$ são as velocidades médias nos meios poroso e fluido, respectivamente, e β é um parâmetro do modelo dependente de K , ϕ e da espessura da região interfacial δ .

Os resultados analíticos obtidos por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) apresentaram boa concordância com relação aos experimentos de Beavers e Joseph (1967) com a vantagem de que o parâmetro β , cujos valores variaram de $-1,0$ a $1,47$, se mostrou menos sensível à estrutura do meio poroso do que o parâmetro α proposto por Beavers e Joseph (1967).

Outros trabalhos que investigaram o escoamento em canal parcialmente poroso e a condição de contorno para a interface entre os meios fluido e poroso são Neale e Nader (1974), Ochoa-Tapia (1998), Goyeau et al. (2003), Chandesris e Jamet (2006), Valdés-Parada et al. (2007) e Jamet et al. (2009), Chandesris e Jamet (2009).

Também são encontrados na literatura estudos do escoamento em canal parcialmente poroso nos quais o meio poroso é caracterizado de forma heterogênea, sem a necessidade de definição explícita de uma condição de contorno para a interface fluido-porosa (abordagem de um domínio). Por exemplo, Sahraoui e Kaviany (1992) e James e Davis (2001) utilizaram arranjos de cilindros para representar o meio poroso, enquanto Nabovati e Sousa (2007) empregaram obstáculos quadrados.

Nabovati e Sousa (2007) investigaram numericamente, através do MLB, o escoamento em canal parcialmente poroso utilizando um modelo heterogêneo no qual o meio poroso é representado por obstáculos sólidos quadrados distribuídos de forma aleatória na região inferior do canal. Neste trabalho são apresentadas correlações para o acréscimo percentual de fluxo mássico, Φ , e para o parâmetro α , em função de σ e ϕ . A curva $\Phi \times \sigma$ obtida por Nabovati e Sousa (2007) apresenta boa concordância com a solução analítica proposta por Beavers e Joseph (1967), Equação 2.2, para valores de α entre 0,8 e 1,2.

2.4 Conceitos básicos sobre meios porosos

2.4.1 Porosidade

Nield e Bejan (2006) definem porosidade, ϕ , como a fração volumétrica de espaço vazio de um determinado meio, podendo ser expressa matematicamente através da Equação 2.4.

$$\phi = \frac{V_p}{V} \quad 2.4$$

onde V_p é o volume de vazio e V é o volume total do meio.

Kaviany (1995) classifica os poros como isolados, mortos ou interconectados. Os dois primeiros tipos não contribuem para o escoamento de fluidos de modo que

se torna conveniente definir a porosidade efetiva do meio, ϕ_{ef} , a qual leva em conta apenas o volume dos poros conectados, V_{pc} , e é dada pela Equação 2.5.

$$\phi_{ef} = \frac{V_{pc}}{V} \quad 2.5$$

Neste trabalho a modelagem do meio poroso levará em conta sempre a interconexão dos poros de modo que os termos porosidade e porosidade efetiva são intercambiáveis e serão denotados por ϕ .

2.4.2 Permeabilidade

A permeabilidade de um meio poroso representa a sua condutividade ao escoamento (KAVIANY, 1995) e para Civan (2011) depende de uma complexa relação de diversos fatores geométricos, entre eles, a configuração da estrutura porosa e a porosidade efetiva do meio.

Lage (1998) discorre sobre a evolução dos estudos sobre o escoamento em meios poroso, desde o pioneiro trabalho de Henry Darcy até os modelos envolvendo turbulência, e apresenta a definição mais básica da permeabilidade, K , de um meio poroso através da lei de Darcy, dada pela Equação 2.6.

$$\langle u \rangle_{mp} = \frac{K}{\mu} \frac{\Delta p}{L_{mp}} \quad 2.6$$

onde $\langle u \rangle_{mp}$ é a velocidade média do escoamento, μ é a viscosidade dinâmica do fluido e Δp representa a queda de pressão ao longo do meio poroso de comprimento L_{mp} .

Neste capítulo foram apresentadas as escalas de análise e abordagens para o estudo de escoamento em meios parcialmente porosos. Numa abordagem de dois

domínios quando, por exemplo, o meio poroso e o domínio fluido são considerados homogêneos, é necessário definir uma condição de contorno acoplando as equações que governam o escoamento em cada domínio. No caso da representação heterogênea do meio poroso, tem-se caracterizada uma abordagem de um domínio, na qual apenas uma equação é utilizada para representar o escoamento e não há necessidade de definir explicitamente uma condição de contorno para interface fluido-porosa.

Os dois modelos teóricos apresentados, propostos por Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995), se baseiam em abordagens de dois domínios e dependem do ajuste de um parâmetro empírico associado ao meio poroso. Estes modelos serão utilizados como referência para a comparação dos resultados.

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O escoamento em canal parcialmente poroso é analisado por meio de uma abordagem de um domínio, uma vez que somente a equação de transporte de Boltzmann, por meio da aplicação do MLB, é utilizada para resolver o escoamento. O meio poroso é representado de forma heterogênea e neste caso, não há necessidade de modelar a interface fluido-porosa através de uma condição de contorno específica.

3.1 Hipóteses simplificadoras

As hipóteses adotadas para a resolução do problema e consideradas na formulação matemática do MLB apresentada no Capítulo 4 são:

- Escoamento em regime permanente;
- Escoamento laminar;
- Escoamento bidimensional;
- Escoamento de fluido newtoniano;
- Escoamento incompressível;
- Gravidade desprezível;
- Escoamento isotérmico.

3.2 Geometria e condições de contorno

O canal parcialmente poroso, ilustrado pela Figura 6, é constituído de duas regiões, fluida (superior) e porosa (inferior), de alturas h_{mf} e h_{mp} , respectivamente. O meio poroso é representado através de obstáculos quadrados sólidos de lado D igualmente espaçados por uma distância d . A interface fluido-porosa é definida pelo segmento de reta imaginário com cota $y = h_{mp}$, onde se localizam as faces superiores dos obstáculos mais próximos à região fluida.

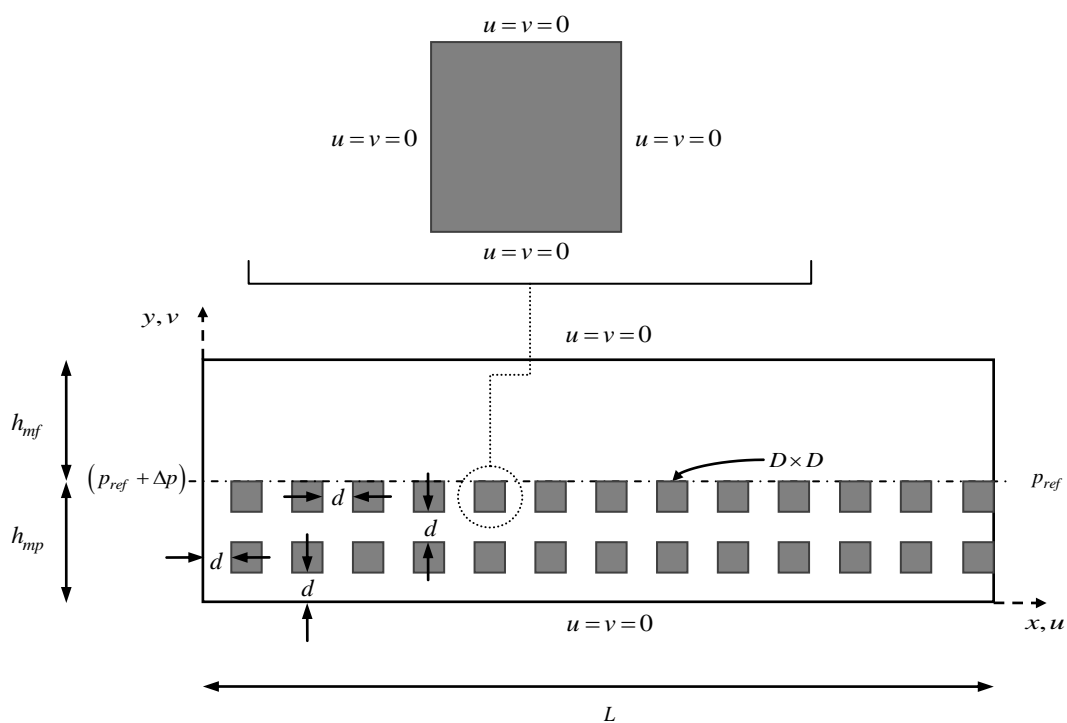


Figura 6 – Geometria e condições de contorno do escoamento em canal parcialmente poroso.

Também na Figura 6 são mostradas as condições de contorno do problema. Para representar os experimentos de Beavers e Joseph (1976), condições de pressão prescrita, $p_{ref} + \Delta p$ e p_{ref} , são aplicadas na entrada e saída do canal, respectivamente. As paredes do canal, bem como dos obstáculos, são representadas por uma condição de não-deslizamento.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO MÉTODO LATTICE

BOLTZMANN

Neste capítulo é realizada a apresentação do método lattice Boltzmann. Inicialmente, é exposto um breve histórico sobre a origem do método. Em seguida, são apresentadas a dedução da equação de transporte de Boltzmann e algumas questões do método, como as simplificações e a discretização da equação de transporte de Boltzmann, modelos de discretização do domínio de solução, cálculo das variáveis macroscópicas do escoamento e condições de contorno. Por fim, é apresentada uma metodologia de adaptação do problema físico para a aplicação do MLB.

4.1 Origem do método

O método lattice Boltzmann se desenvolveu a partir do método Lattice-Gas Cellular Automata (LGCA), que por sua vez teve origem no modelo matemático Cellular Automata (WOLF-GLADROW, 2000).

Cellular Automata é um modelo matemático discreto, em relação ao tempo e ao espaço, utilizado para representar fenômenos como atividades intracelulares, crescimento de cristais, cinética molecular e agrupamento de galáxias. O sistema em análise é caracterizado por um conjunto regular e uniforme de células (lattices), que assumem valores discretos relacionados a uma determinada propriedade física. O modelo evolui, a cada passo de tempo, atualizando-se o valor de cada célula de acordo com regras que consideram o estado de sua vizinhança (WOLFRAM, 1983 ; NILOY ET AL., 2003).

A idéia central do LGCA é representar o movimento de um fluido a partir do deslocamento e colisão das partículas que o compõem. Frisch, Hasslacher e Pomeau (1986) desenvolveram o primeiro modelo LGCA (modelo FHP) a reproduzir com sucesso as equações de Navier-Stokes no limite da incompressibilidade.

Ainda assim, o método LGCA apresentava diversas deficiências como, por exemplo, a presença de ruídos estatísticos devido ao caráter discreto das partículas.

Wolf-Gladrow (2000) discute em detalhes as deficiências do LGCA e as alterações propostas por diversos autores com o objetivo de aprimorar o método. Algumas modificações notáveis foram a introdução de funções distribuição para a representação das partículas e a descrição das colisões através da aproximação BGK.

4.2 Equação de transporte de Boltzmann

Segundo Wolf-Gladrow (2000), o estado dinâmico de um sistema S composto de N partículas pode ser descrito em termos de uma função distribuição $f^N(r_1, \dots, r_N, c_1, \dots, c_N, t)$ de modo que $f^N(r_1, \dots, r_N, c_1, \dots, c_N, t) dr_1 \cdots dr_N dc_1 \cdots dc_N$ representa a probabilidade de cada partícula i estar na região entre r_i e $r_i + dr_i$ com velocidade entre c_i e $c_i + dc_i$ no instante de tempo t .

Considerando que o livre caminho médio das partículas é suficientemente longo, o sistema pode ser considerado como um conjunto de partículas individuais descritas por funções distribuição de primeira ordem $f(r, c)$ (SUKOP ; THORNE JR, 2007) definidas de acordo com a Equação 4.1.

$$f(r, c, t) dr dc = \frac{dN}{N} \quad 4.1$$

onde $\frac{dN}{N}$ representa a fração de partículas presentes na região do espaço entre r e $r + dr$ com velocidade entre c e $c + dc$.

A equação de transporte de Boltzmann pode ser deduzida por meio da análise da quantidade de partículas em um volume de controle $dr dc$ contido no chamado espaço de fase, o qual compreende simultaneamente o espaço físico e o espaço de velocidades, exemplificado pela Figura 7.

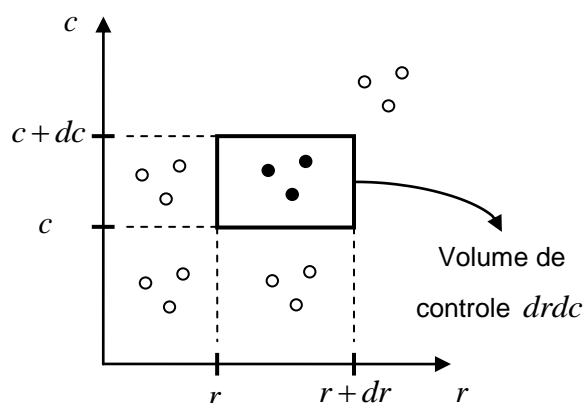


Figura 7 – Representação do espaço $drdc$. Partículas pretas pertencendo ao espaço $drdc$ e partículas brancas fora do espaço $drdc$.

A exigência da conservação do número de partículas no sistema determina que a taxa de variação do número de partículas no interior de $drdc$ ao longo do tempo, $\frac{\partial(fdrdc)}{\partial t}$, deve ser igual à taxa líquida do fluxo de partículas através da superfície de $drdc$, a qual pode ocorrer devido a três processos:

- F_{dr} : Partículas com velocidade pertencente ao intervalo $[c, c+dc]$ deixam ou entram no elemento de volume dr (espaço físico).
- F_{dc} : A ação de uma força externa F altera a velocidade das partículas para dentro ou fora do elemento de volume dc (espaço de velocidades).
- F_{Ω} : As colisões entre as partículas alteram a velocidade das mesmas para dentro ou fora do elemento de volume dc .

Considerando que a velocidade das partículas no interior de dr é aproximadamente constante, pode-se definir o fluxo de partículas atravessando a superfície de dr , F_{dr} , através da Equação 4.2.

$$F_{dr} = - \int_{S_{dr}} (fdc) \hat{n}_{dr} d\bar{S}_{dr} \quad 4.2$$

onde f_{dc} corresponde ao número de partículas em dr , c é a velocidade das partículas, \bar{S}_{dr} é a superfície de dr e \hat{n}_{dr} é o vetor normal apontado para o seu exterior.

Aplicando o teorema da divergência de Gauss à Equação 4.2 obtêm-se a Equação 4.3.

$$F_{dr} = -\int_{dr} \nabla_r \cdot (fc) d(dr)dc \quad 4.3$$

Realizando a integração da Equação 4.3 chega-se à Equação 4.4.

$$F_{dr} = -\nabla_r \cdot (fc) drdc \quad 4.4$$

Analogamente, a análise do fluxo de partículas F_{dc} através de dc leva à Equação 4.5.

$$F_{dc} = -\nabla_c \cdot \left(f \frac{F}{m} \right) drdc \quad 4.5$$

onde m é a massa e $\frac{F}{m}$ a aceleração das partículas.

As colisões são representadas em termos do operador $\Omega(f)$, uma complexa expressão que assume apenas colisões binárias e o caos molecular (não há qualquer relação entre as velocidades das partículas antes da colisão). O fluxo de partículas através de $drdc$ devido às colisões entre as partículas é dado pela Equação 4.6.

$$F_{\Omega} = \Omega(f) drdc \quad 4.6$$

Matematicamente, o enunciado para a conservação do número de partículas no sistema é expresso através da Equação 4.7.

$$\frac{\partial(fdrdc)}{\partial t} = -\nabla_r \cdot (fc)drdc - \nabla_c \cdot \left(f \frac{F}{m} \right) drdc + \Omega(f)drdc \quad 4.7$$

Rearranjando os termos e simplificando a Equação 4.7 obtêm-se a equação de transporte de Boltzmann, expressa pela Equação 4.8.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c\nabla_r \cdot f + \frac{F}{m}\nabla_c \cdot f = \Omega(f) \quad 4.8$$

Considerando a inexistência de uma força externa atuando sobre o sistema tem-se a Equação 4.9.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c\nabla_r \cdot f = \Omega(f) \quad 4.9$$

Wolf-Gladrow (2000) apresenta uma demonstração, baseada em uma expansão em multi-escala (expansão de Chapman-Enskog), de que a equação de transporte de Boltzmann é uma representação microscópica das equações de Navier-Stokes.

4.3 Método lattice Boltzmann

4.3.1 Aproximação BGK

O operador colisão $\Omega(f)$ é um termo integral que torna a solução da Equação 4.9 extremamente difícil (SUCCI, 2001). Entretanto, este operador pode ser

linearizado através da aproximação BGK, proposta por Bhatnagar-Gross-Krook e apresentada por Sukop e Thorne Jr (2007), conforme a Equação 4.10.

$$\Omega(f) = \frac{1}{\tau}(f^{eq} - f) = \omega(f^{eq} - f) \quad 4.10$$

onde τ é o fator de relaxação da função f até o equilíbrio f^{eq} e $\omega = 1/\tau$ é a frequência de colisão.

4.3.2 Relação entre a frequência de colisão e a viscosidade do fluido

Wolf-Gladrow (2000) apresenta a relação entre a frequência de colisão ω e a viscosidade cinemática do fluido ν , a qual surge como consequência da correspondência entre a equação de transporte de Boltzmann e as equações de Navier-Stokes. Esta relação é dada pela Equação 4.11.

$$\omega = \frac{1}{3\nu + \frac{1}{2}} \quad 4.11$$

A análise da Equação 4.11 mostra que os valores do parâmetro ω são limitados inferior e superiormente por 0 e 2 (para $\nu \rightarrow \infty$ e $\nu = 0$, respectivamente). De um modo geral, deve-se evitar que os valores de ω se aproximem do seu limite superior, pois, neste caso, as simulações tendem a ficar instáveis (SUCCI, 2001).

4.3.3 Função de equilíbrio

A função de equilíbrio f^{eq} possui diferentes representações de acordo com a natureza do problema estudado, como escoamento de fluidos, difusão de calor ou

advecção de calor (MOHAMAD, 2007). De forma geral, sua expressão é dada pela Equação 4.12.

$$f_i^{eq} = w_i \varphi \left[A' + B' c_i \cdot \mathbf{u} + C' (c_i \cdot \mathbf{u})^2 + D' \mathbf{u}^2 \right] \quad 4.12$$

onde w_i representa uma probabilidade associada à direção i , φ (parâmetro escalar) e A' , B' , C' e D' são constantes dependentes da natureza do problema, $c_i = (c_x, c_y)$ é a velocidade de deslocamento das partículas no meio (velocidade de lattice) e $\mathbf{u} = (u, v)$ é a velocidade macroscópica do escoamento.

A função de equilíbrio utilizada neste trabalho é a proposta por Zou et al. (1995) para a análise de escoamentos incompressíveis, bidimensionais e estacionários, calculada de acordo com a Equação 4.13.

$$f_i^{eq} = w_i \left[\rho + \frac{c_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{1}{2} \frac{(c_i \cdot \mathbf{u})^2}{c_s^4} - \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u})}{c_s^2} \right] \quad 4.13$$

onde ρ é a massa específica do fluido e $c_s = \frac{1}{\sqrt{3}}$ é a velocidade do som no meio.

4.3.4 Discretização da equação de transporte de Boltzmann

Como visto anteriormente, o MLB se baseia na colisão e deslocamento de partículas. Considerando estes dois fenômenos é conveniente resolver a equação de transporte de Boltzmann em duas etapas, as quais são evidenciadas a partir da discretização da equação de transporte de Boltzmann (MOHAMAD, 2007).

Através da discretização explícita da derivada temporal e totalmente implícita do termo advectivo (tratado como uma derivada a jusante), tem-se a discretização da Equação 4.9, como mostra a Equação 4.14.

$$\frac{f(r, c, t + \Delta t) - f(r, c, t)}{\Delta t} + c \frac{f(r + \Delta r, c, t + \Delta t) - f(r, c, t + \Delta t)}{\Delta r} = \Omega(f) \quad 4.14$$

Fazendo $c = \Delta r / \Delta t$ e simplificando a Equação 4.14 tem-se a Equação 4.15.

$$\frac{f(r + c\Delta t, c, t + \Delta t) - f(r, c, t)}{\Delta t} = \Omega(f) \quad 4.15$$

Substituindo o termo de colisão pela aproximação BGK na Equação 4.15 e rearranjando os termos, tem-se a Equação 4.16.

$$f(r + \Delta r, c, t + \Delta t) = f(r, c, t) + \frac{\Delta t}{\tau} (f^{eq}(r, c, t) - f(r, c, t)) \quad 4.16$$

A análise da Equação 4.16 revela o caráter explícito do MLB já que a configuração do sistema de partículas no instante de tempo $t + \Delta t$, $f(r + \Delta r, c, t + \Delta t)$, depende da distribuição das partículas, $f(r, c, t)$, e das colisões, $\frac{\Delta t}{\tau} (f^{eq}(r, c, t) - f(r, c, t))$, no instante de tempo t .

Assim, a solução da equação de transporte de Boltzmann pode ser realizada em duas etapas. Inicialmente, contabiliza-se o lado direito da Equação 4.16, representando as colisões, e num segundo momento desloca-se as partículas para os lattices vizinhos.

4.3.5 Modelos de discretização do domínio de solução

A aplicação do MLB é realizada através da discretização do espaço e do tempo, bem como da restrição das direções e velocidades de deslocamento das partículas. Na literatura são propostos diversos modelos de discretização que se distinguem basicamente pela dimensão (1D, 2D e 3D) e pelo número de direções de

deslocamento. A estas direções são associadas uma probabilidade de deslocamento w_i e uma velocidade de deslocamento c_i .

Mohammad (2007) sugere a aplicação do modelo D1Q3 para problemas de condução de calor unidimensional, enquanto o modelo D2Q4 é indicado para problemas bidimensionais. Já para problemas bi e tridimensionais envolvendo escoamento de fluidos são recomendados os modelos D2Q9 e D3Q15, respectivamente. Estes modelos são apresentados na Figura 8.

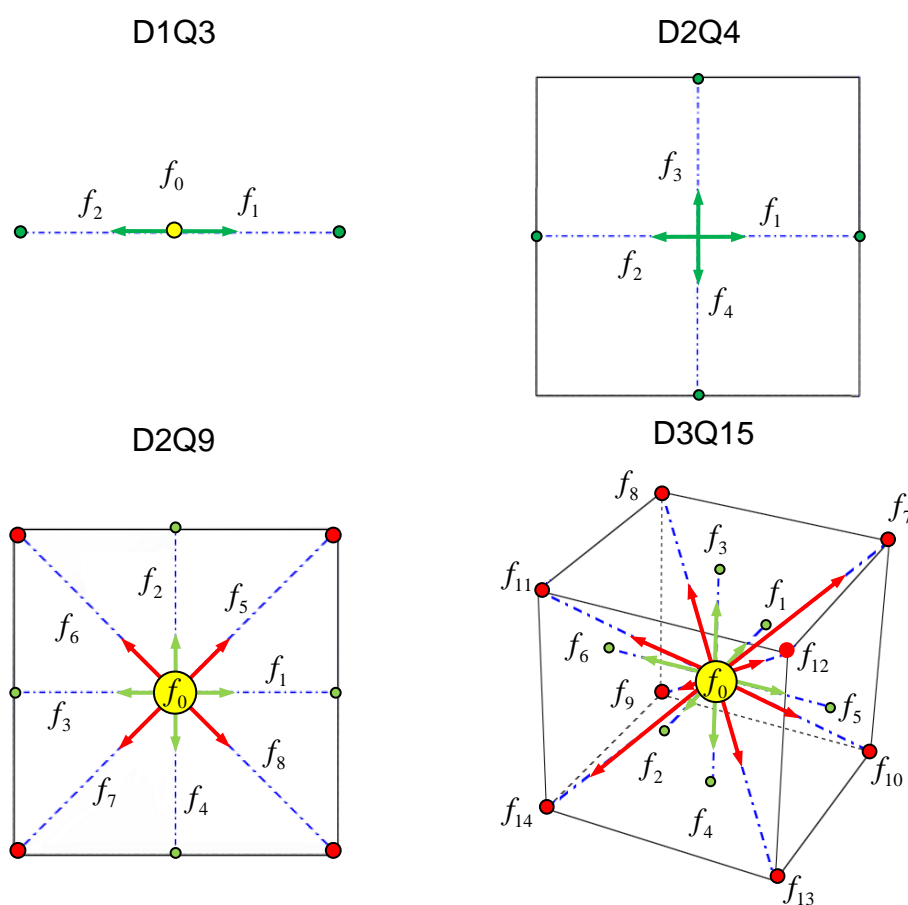


Figura 8 – Modelos de discretização do domínio de solução.

Neste trabalho será adotado o modelo de discretização D2Q9, o qual é caracterizado por duas dimensões e nove possibilidades de deslocamento, sendo uma delas de deslocamento nulo. As funções distribuição f_i apresentadas nas

Figura 8 representam as partículas que se deslocam para os lattices vizinhos após a colisão.

As velocidades de deslocamento das partículas, c_i , e a probabilidade de deslocamento, w_i , em cada uma das direções, i , são calculados a partir das Equações 4.17 e 4.18, respectivamente.

$$c_i = \begin{cases} (0,0) , i=0 \\ \left[\cos\left((i-1)\frac{\pi}{2}\right), \sin\left((i-1)\frac{\pi}{2}\right) \right] , i=1,2,3,4 \\ \left[\sqrt{2} \cos\left((2i-9)\frac{\pi}{4}\right), \sqrt{2} \sin\left((2i-9)\frac{\pi}{4}\right) \right] , i=5,6,7,8 \end{cases} \quad 4.17$$

$$w_i = \begin{cases} 4/9 , i=0 \\ 1/9 , i=1,2,3,4 \\ 1/36 , i=5,6,7,8 \end{cases} \quad 4.18$$

onde a velocidade é dada em ul/pt (unidade de lattice por passo de tempo) sendo ul (distância horizontal/vertical entre dois lattices) e pt (passo de tempo) as unidades fundamentais de comprimento e tempo para o MLB.

De acordo com as Equações 4.17 e 4.18, $\frac{4}{9}$ das partículas que se encontram num determinado lattice não se deslocam após a colisão, $\frac{1}{9}$ delas se deslocam em cada um dos sentidos das direções vertical e horizontal com velocidade $1ul/pt$ e $\frac{1}{36}$ das partículas se deslocam em cada um dos sentidos das direções diagonais com velocidade $\sqrt{2}ul/pt$.

4.3.6 Variáveis macroscópicas do escoamento

Em termos macroscópicos, a massa específica do fluido e a velocidade do escoamento são calculadas, em cada lattice, a partir do somatório das funções distribuição conforme as Equações 4.19 e 4.20.

$$\sum_{i=0}^8 f_i^{eq} = \sum_{i=0}^8 f_i = \rho \quad 4.19$$

$$\sum_{i=0}^8 f_i^{eq} c_i = \sum_{i=0}^8 f_i c_i = u \quad 4.20$$

4.3.7 Condições de contorno

A Figura 9 ilustra, como exemplo, o deslocamento das funções distribuição f_1 e f_3 . Após esta etapa, f_1 e f_3 ficam indeterminadas, respectivamente, nas fronteiras oeste e leste, pois não há lattices dentro do domínio de solução de onde podem chegar estas funções.

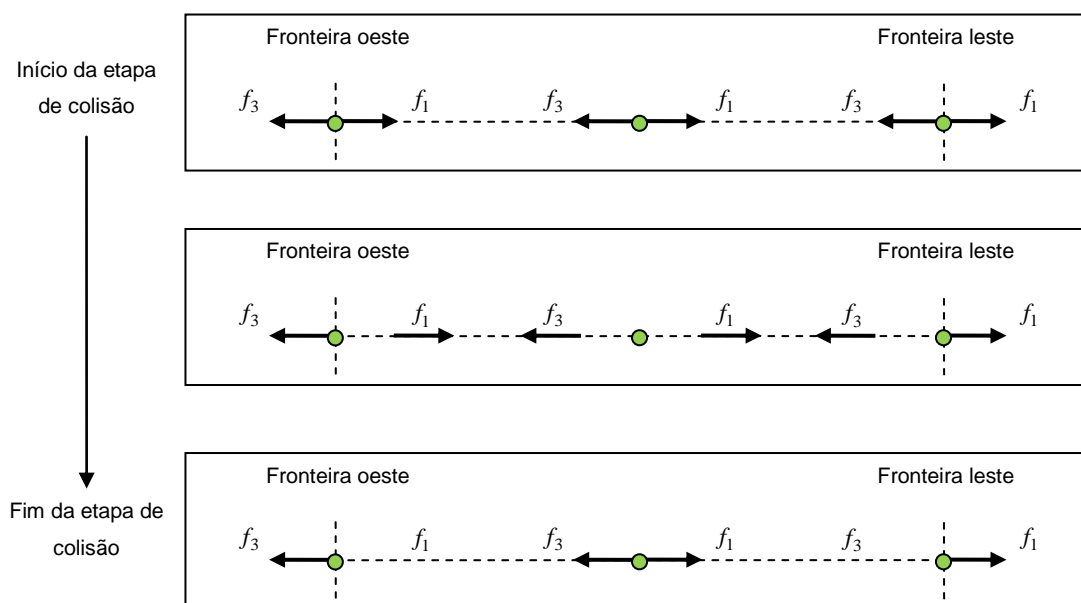


Figura 9 – Deslocamento das funções distribuição f_1 e f_3 .

A aplicação das condições de contorno consiste em determinar os valores das funções distribuição desconhecidas nas fronteiras do domínio de modo a garantir um valor prescrito. A Figura 10 mostra as funções distribuição indeterminadas nas fronteiras do domínio após a etapa de deslocamento.

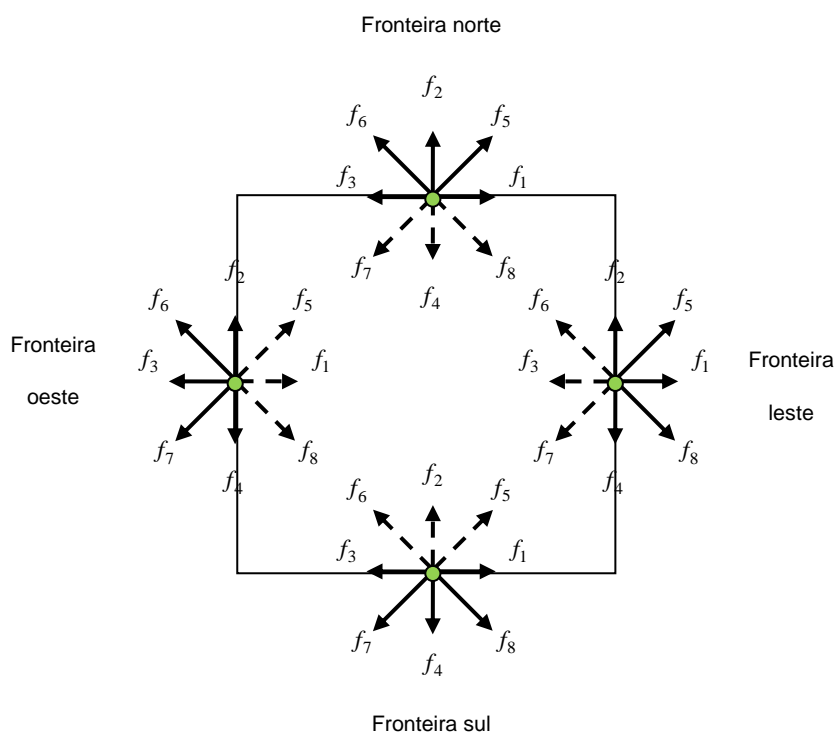


Figura 10 – Funções distribuição nas fronteiras do domínio de solução. Setas cheias: funções distribuição conhecidas. Setas tracejadas: funções distribuição indeterminadas.

As condições de contorno de *bounce-back* (condição de parede), velocidade prescrita e pressão prescrita, utilizadas neste trabalho, são apresentadas a seguir.

4.3.7.1 *Bounce-back*

Bounce-back é a condição de contorno que representa paredes e obstáculos sólidos e fisicamente consiste na inversão de sentido do movimento das partículas que colidem contra um anteparo (SUKOP; THORNE, 2007).

Na literatura encontram-se diversos modelos para a representação do *bounce-back*, sendo os mais comuns o *bounce-back* sobre lattices e o *bounce-back* entre

lattices, o qual será adotado neste trabalho. No apêndice A são comparados os resultados para o escoamento em canal livre utilizando cada uma destas formulações e a opção pelo modelo entre lattices é justificada.

No modelo sobre lattices a parede se localiza exatamente em cima dos lattices, enquanto no modelo entre lattices a parede se encontra virtualmente entre duas fileiras de lattices consecutivas e segundo Mohamad (2007) possui precisão de segunda ordem. A Figura 11 apresenta esquematicamente as duas formulações.

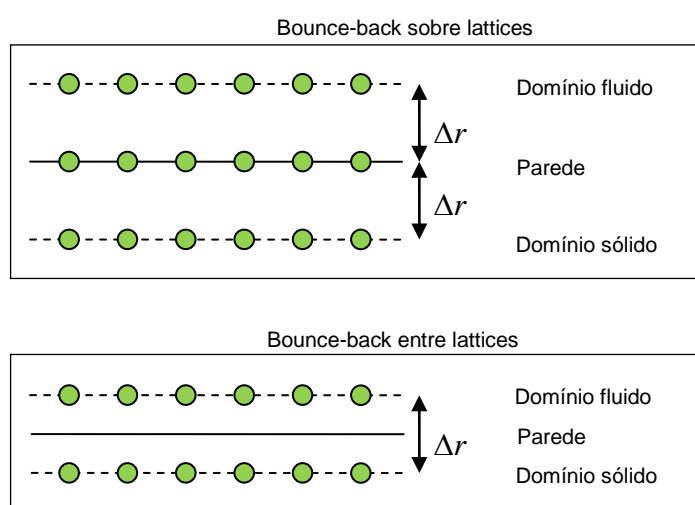


Figura 11 - Posição da parede nos modelos de *bounce-back* sobre lattices e entre lattices.

O *bounce back* entre lattices pode ser descrito em 3 etapas: partículas que colidem contra uma parede são momentaneamente armazenadas no domínio sólido, em seguida ocorre a inversão do sentido de deslocamento das partículas e, finalmente, as partículas retornam ao domínio fluido.

Por exemplo, na fronteira sul do domínio de solução, a condição de *bounce-back* consiste nas seguintes operações no interior do domínio sólido: $f_2 = f_4$, $f_6 = f_8$ e $f_5 = f_7$. Considerando $f_0 = f_1 = f_3 = 0$ neste domínio, a velocidade do escoamento, calculada através da Equação 4.20, é nula. O processo de *bounce-back* na fronteira sul do domínio de solução é ilustrado na Figura 12.

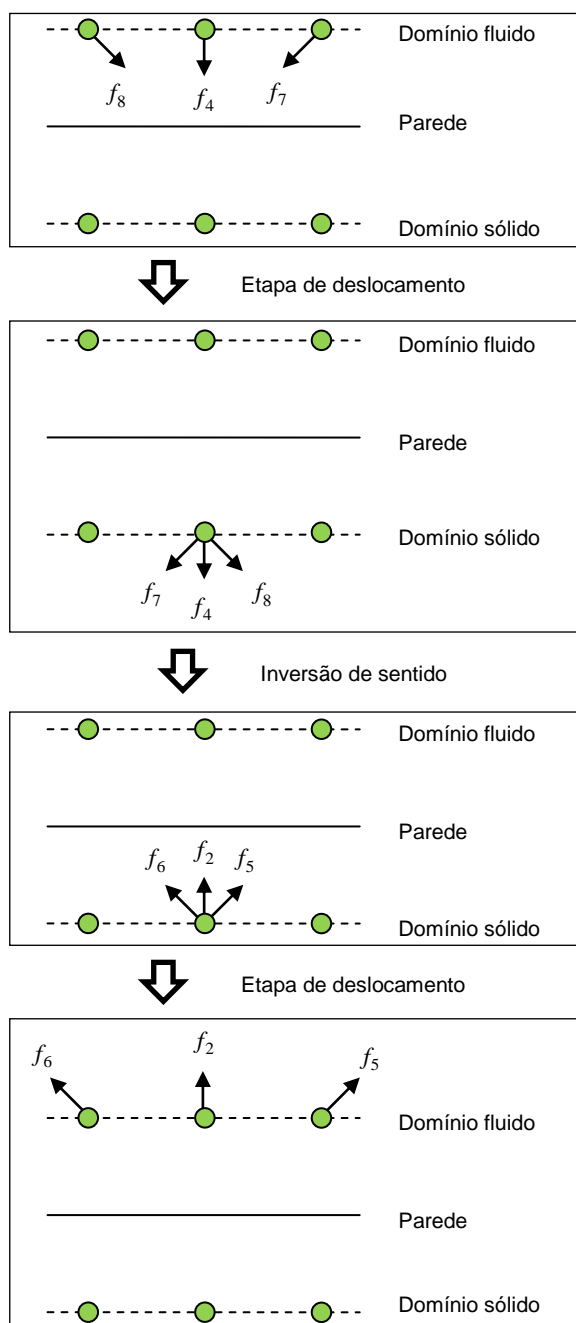


Figura 12 – Esquema do *bounce-back* entre lattices.

4.3.7.2 Velocidade prescrita

A condição de contorno de velocidade prescrita adotada neste trabalho é a proposta por Zou e He (1997), a qual se baseia no *bounce-back* das funções de não-equilíbrio ($f - f^{eq}$) normais às fronteiras. A partir desta consideração, resolve-se um

sistema de equações que determinam as funções distribuição desconhecidas na fronteira, garantindo a velocidade prescrita.

Como exemplo, apresenta-se o sistema de equações a ser resolvido para a condição de velocidade prescrita na fronteira oeste (Figura 10), $\mathbf{u} = (u_o, 0)$, o qual é dado pelas Equações 4.21, 4.22 e 4.23.

$$\rho_o = f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 \quad 4.21$$

$$u_o = f_1 + f_5 + f_8 - f_6 - f_3 - f_7 \quad 4.22$$

$$f_1 - f_1^{eq} = f_3 - f_3^{eq} \quad 4.23$$

As Equações 4.21 e 4.22 correspondem às Equações 4.19 e 4.20 substituindo os valores de c_i calculados através da Equação 4.17. Já a Equação 4.23 representa a condição de *bounce-back* das funções de não equilíbrio. Deste sistema resulta o conjunto de Equações de 4.24 a 4.27, que representam a condição de velocidade prescrita.

$$\rho_o = u_o + [f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)] \quad 4.24$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3}u_o \quad 4.25$$

$$f_5 = f_7 - \frac{1}{2}(f_2 - f_4) + \frac{1}{6}u_o \quad 4.26$$

$$f_8 = f_6 + \frac{1}{2}(f_2 - f_4) + \frac{1}{6}u_o \quad 4.27$$

4.3.7.3 Pressão prescrita

A pressão não é uma grandeza diretamente calculada pelo MLB, mas está relacionada com a massa específica do fluido através de uma equação de estado dada pela Equação 4.28.

$$p = \rho c_s^2 \quad 4.28$$

Desta forma, a condição de pressão prescrita estabelece efetivamente a massa específica numa determinada fronteira. Como exemplo, o conjunto de Equações de 4.29 à 4.32 representa a condição de pressão prescrita na fronteira leste (Figura 10).

$$u_l = -\rho_l + [f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_1 + f_5 + f_8)] \quad 4.29$$

$$f_3 = f_1 - \frac{2}{3}u_l \quad 4.30$$

$$f_7 = f_5 + \frac{1}{2}(f_2 - f_4) - \frac{1}{6}u_l \quad 4.31$$

$$f_6 = f_8 - \frac{1}{2}(f_2 - f_4) - \frac{1}{6}u_l \quad 4.32$$

A Figura 13 retoma as condições de contorno para o estudo do escoamento do canal parcialmente poroso, mostradas anteriormente na Figura 6, agora representadas de forma numérica.

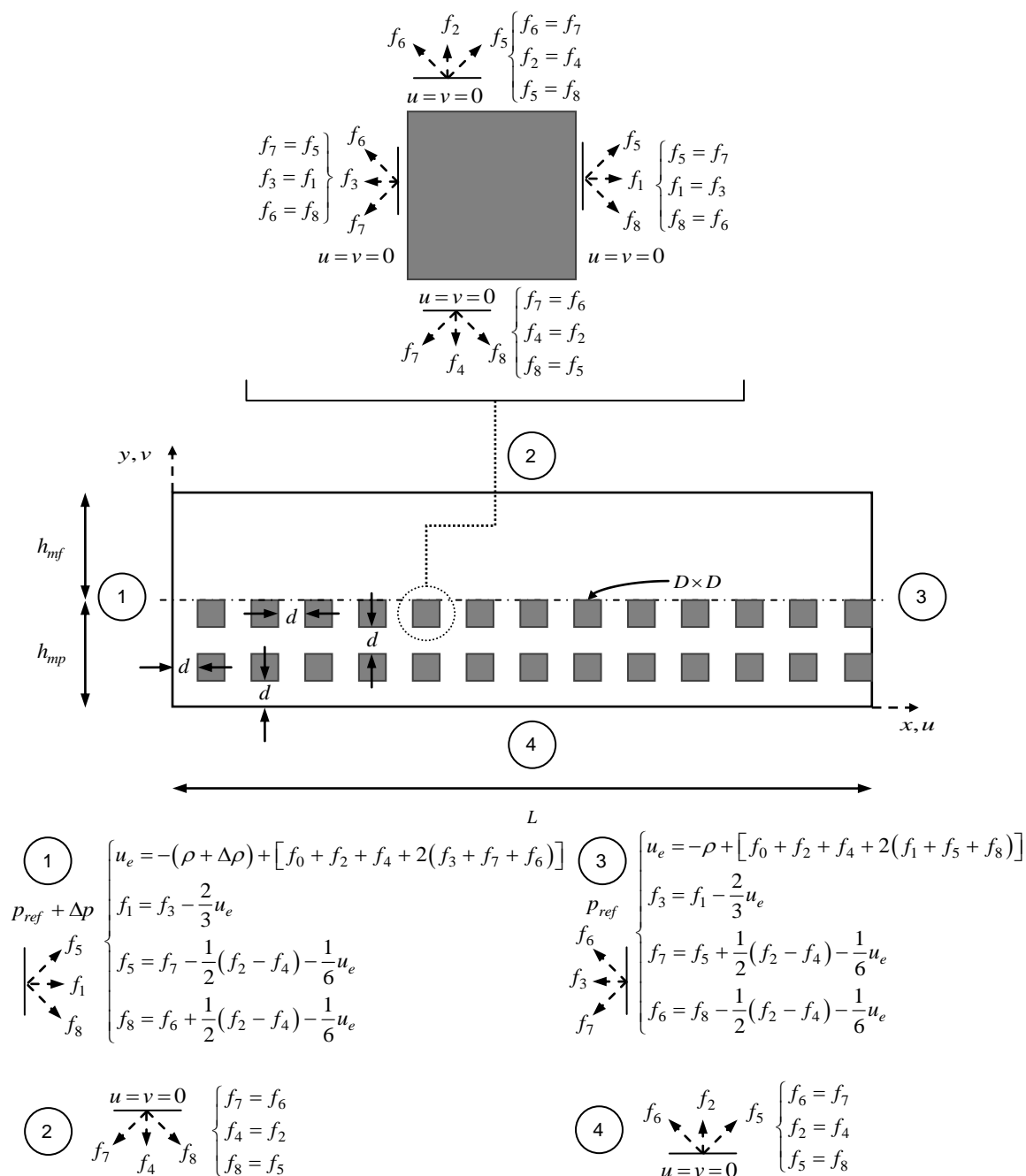


Figura 13 – Forma numérica das condições de contorno aplicadas para o escoamento em canal parcialmente poroso.

4.3.8 Mudança de escala do problema

Um importante parâmetro relativo à acurácia do MLB é o número de Mach (MOHAMAD, 2007), o qual relaciona a velocidade média do escoamento, \bar{U} , e velocidade do som, c_s , através da Equação 4.33.

$$Ma = \frac{\bar{U}}{c_s} \quad 4.33$$

Segundo Mohamad (2007) os erros do MLB são da ordem de Ma^2 e sugere-se que o número de Mach seja menor ou da ordem de 0,1. Além do número de Mach, outro importante parâmetro do MLB é a frequência de colisão, a qual tem relação com a estabilidade numérica do método. Sukop e Thorne Jr (2007) recomendam que seu valor seja próximo de 1,0.

A exigência de um baixo número de Mach impede, na maioria dos casos, a solução direta do escoamento em estudo (mesmo para baixos números de Reynolds a velocidade do escoamento pode ser próxima ou maior que a velocidade do som, tornando o MLB inaplicável). Para contornar este problema, deve-se resolver um escoamento semelhante, o qual, segundo Fox e McDonald (2001), deve possuir um domínio proporcional ao original (semelhança geométrica) e mesmo número de Reynolds (semelhança cinética).

O número de Reynolds é um grupo adimensional que relaciona um comprimento característico do escoamento, L_c , uma velocidade de referência, U_r , e a viscosidade cinemática do fluido, ν , conforme a Equação 4.34.

$$Re = \frac{U_r L_c}{\nu} \quad 4.34$$

Latt (2008) propõe uma metodologia para a mudança de escala do problema utilizando como referência o passo de tempo Δt e a unidade de lattice Δr adotados

para o problema. A Tabela 1 apresenta a conversão dos parâmetros físicos de interesse na análise do escoamento em canal, i.e., comprimento característico, velocidade de referência, e viscosidade cinemática.

Tabela 1 – Fatores de conversão dos parâmetros físicos do escoamento original para o escoamento em escala.

Parâmetro	Escoamento original	Fator de escala	Escoamento em escala
Comprimento característico	$H_o [m]$	Δr	$H_e = \frac{H_o}{\Delta r} [ul]$
Velocidade de referência	$U_o [m/s]$	$\Delta r / \Delta t$	$U_e = \frac{U_o}{(\Delta r / \Delta t)} [ul/pt]$
Viscosidade cinemática	$\nu_o [m^2/s]$	$(\Delta r)^2 / \Delta t$	$\nu_e = \frac{\nu_o}{\left[\frac{(\Delta r)^2}{\Delta t} \right]} [ul^2/pt]$

Como exemplo, suponha um fluido com viscosidade $\nu_o = 1,0 \times 10^{-6} m^2/s$ escoando entre placas planas e paralelas distantes $H_o = 0,01m$ a uma velocidade média de $\bar{U}_o = 0,01m/s$. De acordo com a Equação 4.34 o número de Reynolds deste escoamento é 100.

Escolhendo $\Delta r = 1,0 \times 10^{-4}$ e $\Delta t = 6,0 \times 10^{-4}$, e utilizando os fatores de escala apresentados na Tabela 1 obtém-se $H_e = 100ul$, $\bar{U}_e = 0,06ul/pt$, $\nu_e = 0,06ul^2/pt$. Novamente, através a Equação 4.34 confirma-se que o número de Reynolds do escoamento em escala também é 100.

Utilizando as Equações 4.11 e 4.33 pode-se calcular o fator de relaxação e número de Mach para o escoamento em escala: 1,4706 e 0,1039, respectivamente. Em princípio, estes valores estão de acordo com as sugestões encontradas na literatura e, portanto, a simulação deveria convergir.

Na prática, não é necessário saber os valores de Δr e Δt utilizados para a mudança de escala do problema e definição dos valores de Ma e ω . Um procedimento possível é fixar os valores de Ma e H_e e, para o número de Reynolds

do escoamento, calcula-se o fator de relaxação através da Equação 4.35, a qual é obtida substituindo-se as Equações 4.11 e 4.33 na Equação 4.34.

$$\text{Re} = 2\sqrt{3} \frac{MaH_e \omega}{(2 - \omega)} \quad 4.35$$

Tendo em vista o que foi apresentado nesta seção, os problemas analisados neste trabalho são tratados exclusivamente com valores de comprimento, velocidade e viscosidade já convertidos para o MLB.

4.3.9 Estrutura do código de programação

No presente trabalho, o MLB foi implementado computacionalmente através de um código de programação próprio escrito em linguagem Fortran. Um fluxograma do programa é apresentado na Figura 14.

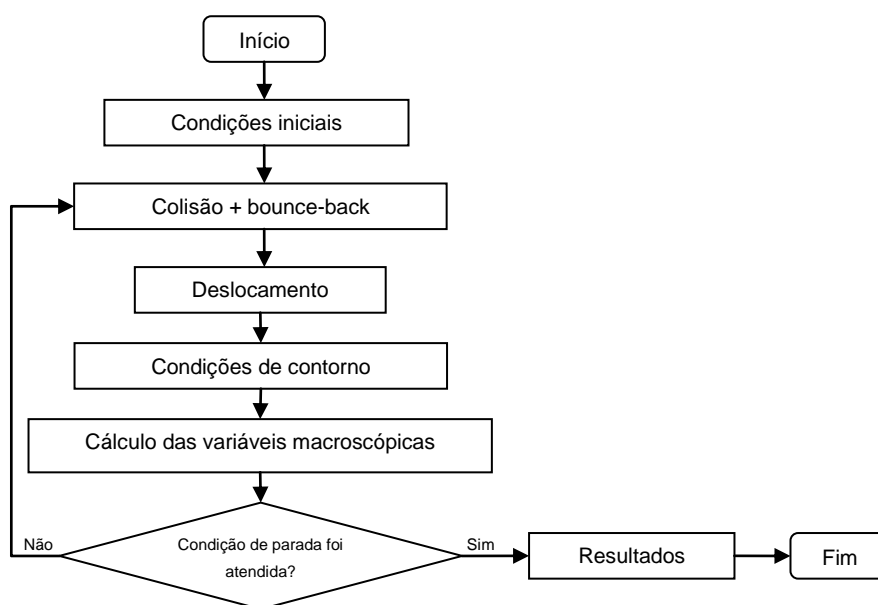


Figura 14 – Fluxograma do código de programação.

Primeiramente são aplicadas as condições iniciais do problema. Em cada lattice do domínio a velocidade do escoamento e a massa específica do fluido recebem seus valores iniciais e as funções de equilíbrio são anuladas. Em seguida, ocorrem as etapas de colisão e *bounce-back*, deslocamento das funções de equilíbrio, aplicação das condições de contorno e cálculo das variáveis macroscópicas do escoamento (velocidade e massa específica). Esta sequência de cálculos é repetida até que uma condição de parada seja atendida. O programa se encerra após a extração dos resultados (e.g. campos de velocidade e pressão).

Neste capítulo foi realizada uma breve introdução ao método lattice Boltzmann. A equação de transporte de Boltzmann foi deduzida e suas simplificações para a implementação do método foram apresentadas. Ainda, foram descritos o modelo de discretização D2Q9, bem como as condições de contorno de *bounce-back* e velocidade/pressão prescritas, utilizados para as simulações do presente trabalho. Por fim, foi descrita uma metodologia, baseada na mudança de escala do problema, para reduzir o número de Mach do escoamento e tornar possível a aplicação do MLB.

5 PROBLEMAS DE VERIFICAÇÃO

Neste capítulo são apresentados e discutidos os problemas de verificação estudados neste trabalho. Primeiramente, mostra-se os resultados para o escoamento em canal livre e, num segundo momento, é analisado o escoamento ao redor de um obstáculo sólido.

5.1 Escoamento em canal livre

5.1.1 Solução analítica

A solução analítica para o escoamento entre placas planas e paralelas é apresentada por Fox e McDonald (2001) e deriva da simplificação das equações de Navier-Stokes sob as hipóteses de um escoamento em regime permanente, completamente desenvolvido, laminar e unidimensional. Supondo ainda a condição de não deslizamento do fluido sobre as placas, obtém-se as expressões para a vazão volumétrica através do canal, Q_{cl} , perfil de velocidades, $u(y)$, e gradiente de pressão na linha de centro do canal, $\frac{\partial p}{\partial x}$, conforme as Equações 5.1, 5.2 e 5.3, respectivamente.

$$Q_{cl} = -\frac{1}{12\rho\nu} \frac{\partial p}{\partial x} H^3 \quad 5.1$$

$$u(y) = 6\bar{U} \left[\left(\frac{y}{H} \right) - \left(\frac{y}{H} \right)^2 \right] \quad 5.2$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -3 \frac{\bar{U} \rho \nu}{H^2} \quad 5.3$$

onde \bar{U} é a velocidade média do escoamento, H é a distância entre as placas e ρ e ν são a massa específica e a viscosidade cinemática do fluido, respectivamente.

Uma breve análise das Equações 5.2 e 5.3 mostra que o perfil de velocidade do escoamento plenamente desenvolvido é parabólico, apresentando uma velocidade de $\frac{3}{2}\bar{U}$ na linha de centro do canal ($y = H/2$). O gradiente de pressão é constante e negativo, o que indica que há uma queda de pressão linear ao longo do canal.

5.1.2 Solução numérica

5.1.2.1 Geometria e condições de contorno

Numericamente, o problema do escoamento em canal livre foi tratado de forma bidimensional, através do modelo D2Q9i proposto por Zou et al. (1995), com condições de contorno de pressão prescrita tanto na saída quanto na entrada do canal e condição de *bounce-back* entre lattices para a representação das paredes. O canal possui altura H e comprimento L , conforme mostra a Figura 15.

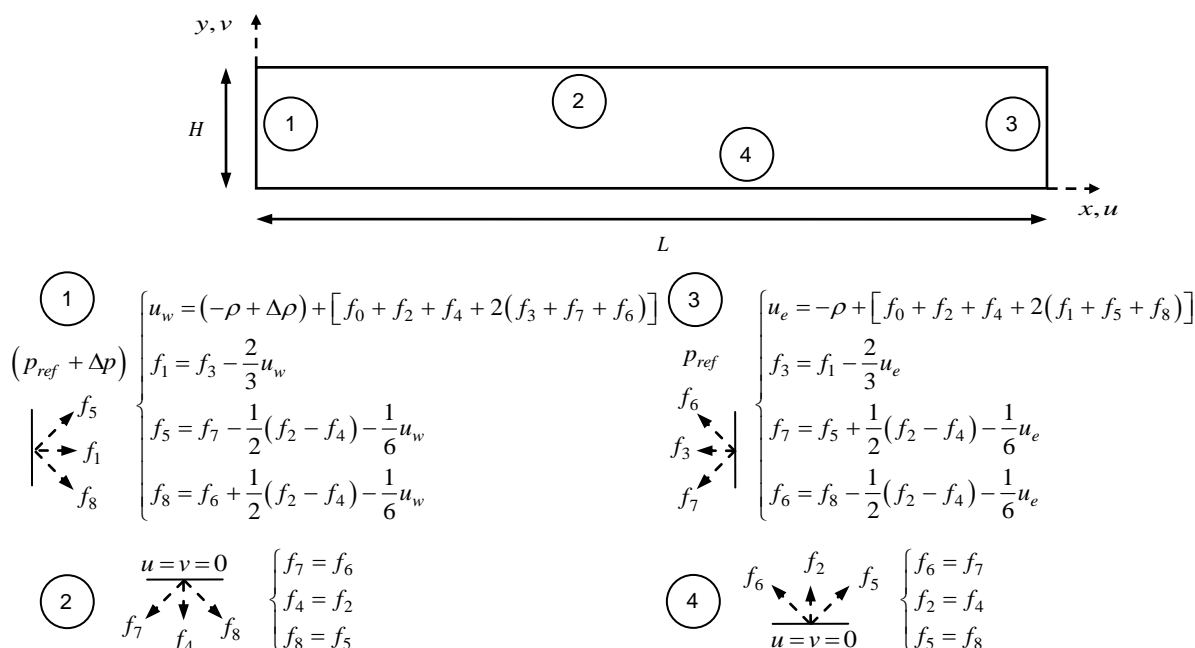


Figura 15 – Geometria e condições de contorno do escoamento em canal livre.

5.1.2.2 Teste de malha

O teste de malha realizado neste trabalho segue a metodologia proposta por Latt (2007) para quem o refino de malha deve ser feito para um determinado valor de frequência de colisão, ω , fixo. Deste modo, segundo Latt (2007), os erros associados à compressibilidade do modelo (número de Mach) e à discretização do domínio decrescem na mesma proporção, o que garante um refino de malha adequado. Seguindo a recomendação de Sukop e Thorne Jr. (2007), adotou-se $\omega = 1,0$.

O parâmetro de análise no teste de malha é o máximo erro percentual do perfil de velocidades, EP , definido de acordo com a Equação 5.4.

$$EP = \left| \frac{u_h(y) - u_{H_{ref}}(y)}{u_{H_{ref}}(y)} \right| \times 100\% \quad 5.4$$

onde $u_h(y)$ e $u_{H_{ref}}(y)$ são os perfis de velocidade para canais de altura h e H_{ref} (malha de referência), respectivamente, ambos tomados na região desenvolvida do canal.

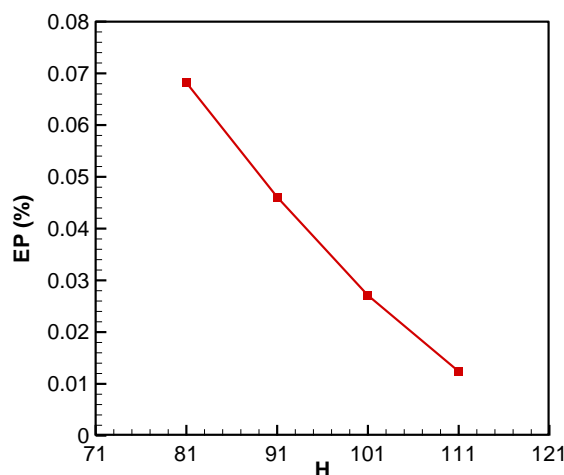


Figura 16 – Teste de malha para o escoamento em canal livre. $Re=100$.

Foram testados canais de altura $H = 81, 91, 101, 111$ e 121 (malha de referência) para o escoamento com número de Reynolds igual a 100 em um canal de comprimento $L = 16H$. O gráfico $EP \times H$ é apresentado na Figura 16.

Nota-se que para o canal de altura $H = 81$ o valor de EP é inferior a $0,1\%$, podendo-se considerar que os resultados independem da discretização do domínio. Por questões de estabilidade numérica do método, não foi possível alcançar convergência nas simulações para malhas menos refinadas.

5.1.2.3 Teste do comprimento do canal

A solução analítica do escoamento em canal livre apresentada anteriormente (Equações 5.1, 5.2, 5.3) considera que o escoamento é completamente desenvolvido. Desta forma, a verificação dos resultados numéricos depende da garantia desta condição. Testes preliminares para a determinação do comprimento de canal necessário para a obtenção de um escoamento desenvolvido mostraram que o perfil de velocidade do escoamento é constante ao longo do canal, de modo que a região de entrada é imperceptível. Este fato é ilustrado pela Figura 17, a qual mostra que para a condição de pressão prescrita os perfis de velocidade na entrada do canal e analítico são aproximadamente iguais.

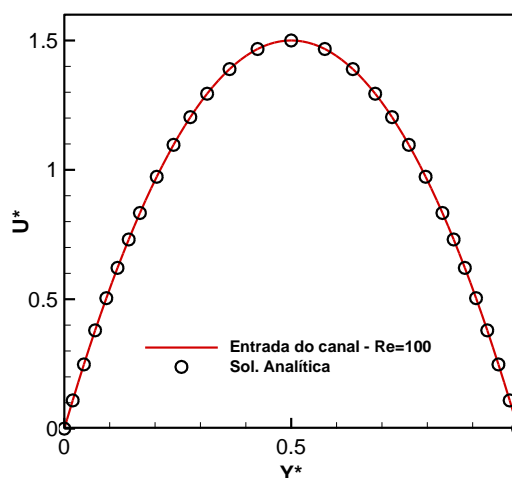


Figura 17 - Comparação entre os perfis de velocidade na entrada do canal e analítico.

Desta forma, para reduzir o tempo das simulações, optou-se por realizar as análises do escoamento em um canal de comprimento $L = H$.

5.1.3 Resultados

Com base nos testes apresentados anteriormente, os resultados apresentados a seguir são para escoamentos com números de Reynolds iguais a 1, 10 e 100 em um canal com a seguinte configuração: $H = 81$ e $L = H$.

O critério de convergência adotado para as simulações se baseou na máxima variação da velocidade u (na direção do escoamento) entre duas iterações consecutivas, a qual deve ser inferior a uma determinada tolerância, como mostra a Equação 5.5.

$$\left| \frac{u^n(x, y) - u^{n+1}(x, y)}{u^{n+1}(x, y)} \right| \leq t \quad 5.5$$

onde $u^n(x, y)$ e $u^{n+1}(x, y)$ são as velocidades no ponto (x, y) nas iterações n e $n+1$, respectivamente. A tolerância admitida é $t = 10^{-9}$.

Os resultados, apresentados a seguir, são mostrados na forma adimensional e foram utilizados como referência a altura do canal, H , a velocidade média do escoamento, \bar{U} , e a pressão dinâmica, $\frac{1}{2}\rho\bar{U}^2$. As coordenadas cartesianas, (x, y) , a velocidade do escoamento, (u, v) , e a pressão, p , são adimensionalizadas segundo as Equações 5.6, 5.7 e 5.8, respectivamente.

$$(X^*, Y^*) = \frac{(x, y)}{H} \quad 5.6$$

$$(U^*, V^*) = \frac{(u, v)}{\bar{U}} \quad 5.7$$

$$P^* = \frac{p}{\frac{1}{2}\rho\bar{U}^2} \quad 5.8$$

O perfil de velocidade e a queda de pressão na linha de centro do canal, para $Re = 100$, são mostrados na Figura 18 e na Figura 19, respectivamente.

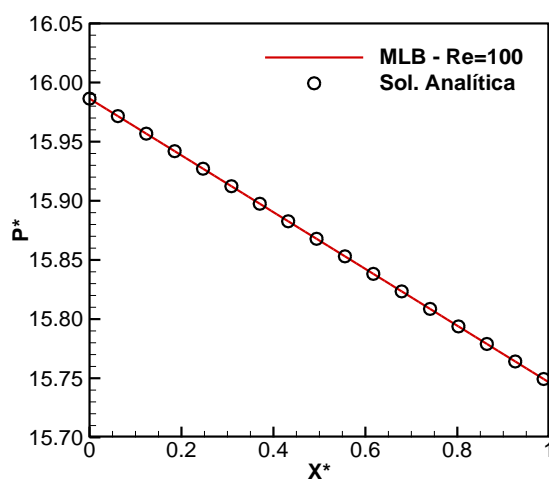


Figura 18 – Quedas de pressão obtidas numericamente, para $Re=1, 10$ e 100 , e solução analítica para o escoamento em canal livre.

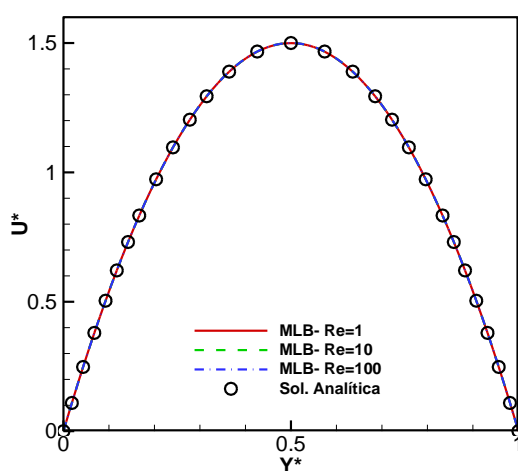


Figura 19 – Perfis de velocidade numéricos, para $Re=1, 10$ e 100 , e analítico para o escoamento em canal livre.

A queda de pressão ao longo do canal obtido através do MLB (Figura 18) se mostrou de acordo com a previsão analítica, apresentando uma queda linear. O erro com relação à solução analítica é desprezível.

A comparação dos perfis de velocidade analítico e numérico (Figura 19) também foi satisfatória, apresentando um erro relativo máximo, nas proximidades das paredes do canal, da ordem de 0,2%. Levando em consideração a impossibilidade de realizar um refino de malha localizado, em regiões onde os gradientes de velocidade são mais severos, erros nesta ordem de grandeza são considerados aceitáveis.

Por fim, análise da vazão de fluido através do canal apresentou um erro percentual, em relação à solução analítica (Equação 5.1), de 0,01%. Numericamente obteve-se uma vazão de 16,665, enquanto a solução analítica prevê 16,667.

5.2 Escoamento ao redor de um obstáculo sólido

Breuer et al. (2000) analisaram, através do MLB e do MVF, o escoamento bidimensional ao redor de um obstáculo sólido e quadrado para uma razão de aspecto bloco/canal igual a 1/8. Entre outras análises, estudou-se o efeito da variação do número de Reynolds, Re , sobre o número de Strouhal, St , um grupo adimensional utilizado para a caracterização de escoamentos oscilatórios, definido de acordo com a Equação 5.9.

$$St = \frac{f_{osc} L_c}{U_r} \quad 5.9$$

onde f_{osc} é uma frequência de oscilação associada ao escoamento, L_c é um comprimento característico do problema e U_r é uma velocidade de referência.

Nas análises de Breuer et al. (2000), o número de Strouhal é definido em função da frequência de oscilação do coeficiente de sustentação, f_{osc} , da velocidade

máxima do escoamento na entrada do canal, $u_{máx}$, e da dimensão do obstáculo, D . Já o número de Reynolds, que variou de 1 a 300, é definido em função de D e $u_{máx}$.

Os resultados mostram que a partir de $Re \approx 60$ o escoamento passa a apresentar um padrão oscilatório. O número de Strouhal cresce com o aumento do número de Reynolds até um valor de número de Reynolds entre 150 e 160, a partir do qual o número de Strouhal passa a diminuir. Para Reynolds entre 60 e 133 observa-se uma boa concordância entre os resultados obtidos através dos dois métodos. No entanto, para Reynolds maiores do que 133 observa-se uma discrepância entre os resultados devido à baixa resolução da malha (320 lattices) utilizada pelo MLB.

Guo et al. (2003) abordaram o mesmo problema estudado por Breuer et al. (2000) utilizando o MLB em conjunto com uma técnica de refino de malha localizado aplicada na região do obstáculo. Observou-se o início de um escoamento periódico para um número de Reynolds entre 60 e 62 e um valor máximo do número de Strouhal para $Re \approx 166$, resultados bastante semelhantes aos obtidos por Breuer et al. (2000).

5.2.1 Solução numérica

5.2.1.1 Geometria e condições de contorno

A geometria e as condições de contorno utilizadas nas simulações do presente trabalho são baseadas no trabalho de Breuer et al. (2000) e mostradas na Figura 20. Um obstáculo quadrado de lado D é posicionado na linha de centro de um canal de altura $H = 8D$ e comprimento total $L = 50D$. O obstáculo está a uma distância $l = L/4$ da entrada do canal. As condições de contorno são fisicamente equivalentes às utilizadas por Breuer et al. (2000), porém numericamente distintas. O perfil de velocidades na entrada do canal é plenamente desenvolvido e na saída é imposta uma condição de pressão prescrita. Para a representação das paredes do canal e do obstáculo é utilizada a condição de *bounce-back* entre lattices.

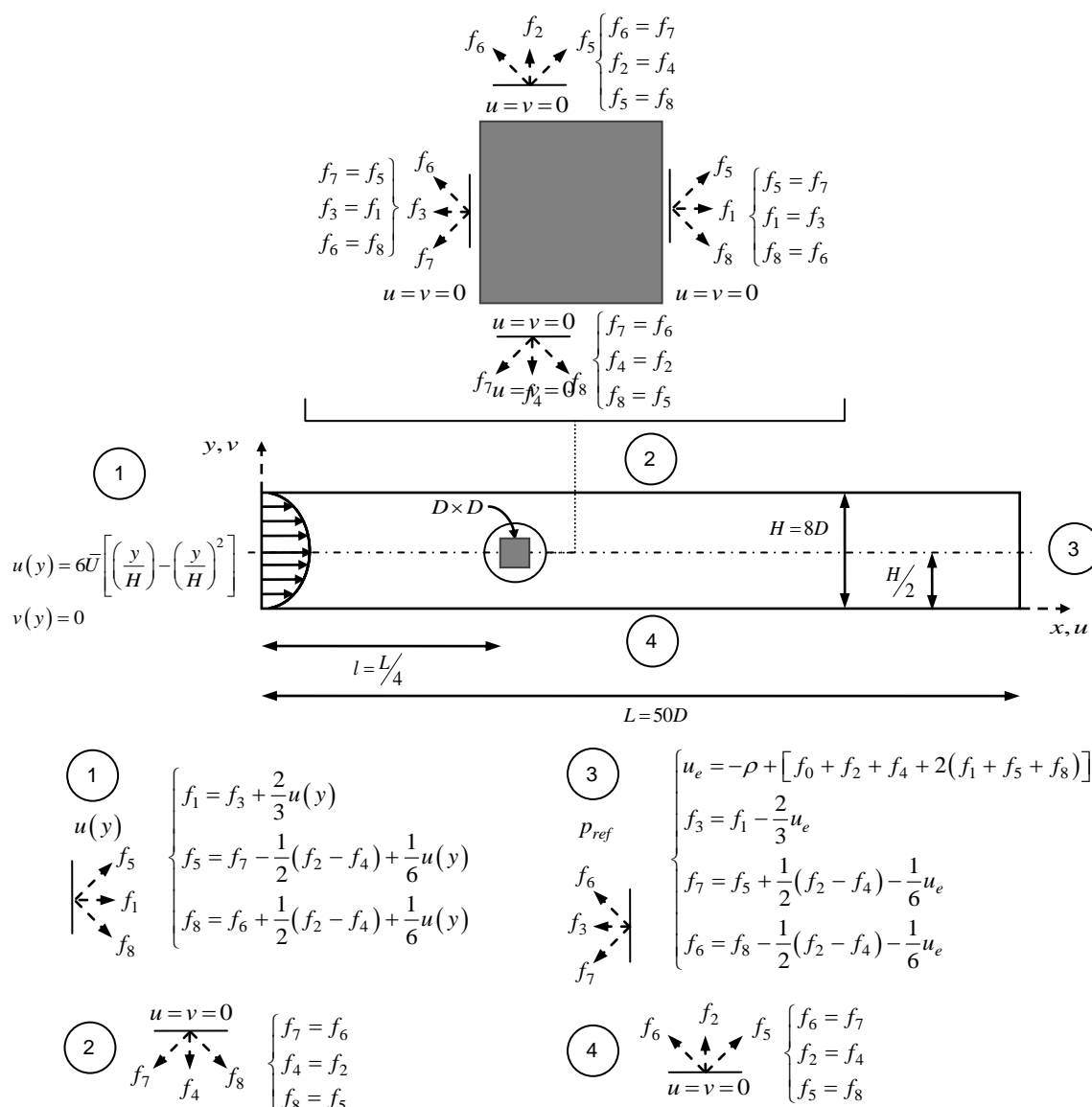


Figura 20 – Geometria e condições de contorno do escoamento ao redor de um obstáculo sólido.

5.2.1.2 Teste de malha

Para este problema não foi possível realizar um teste de malha adequado, pois, para o caso mais crítico analisado ($Re = 300$) seria necessária uma malha com um número de lattices na direção y superior a 320, o que do ponto de vista computacional se mostrou inviável (as simulações mais críticas para uma malha com 320 lattices necessitam de um tempo de simulação superior a 72 horas para convergirem).

Desta forma, optou-se por fixar a altura do canal em 320 lattices e realizar simulações abrangendo a maior faixa de números de Reynolds possível (entre 1 e 300). Num primeiro momento, optou-se por fixar o número de Mach em 0,0667, como em Breuer et al. (2000), para reduzir os erros associados à compressibilidade. Porém, neste caso, o maior número de Reynolds para o qual as simulações convergem é $Re = 133$. Para $Ma = 0,1333$ e $0,2000$ consegue-se ampliar a faixa de número de Reynolds analisada até $Re = 232$, pois, conforme a Equação 4.35, para um determinado número de Reynolds, o aumento do número de Mach implica na redução da frequência de colisão, o que pode aumentar a estabilidade da simulação. A Tabela 2 apresenta a faixa de Re simulada para os diferentes valores de Ma .

Tabela 2 - Faixa de número de Reynolds para diferentes números de Mach.

Número de Mach	Faixa de número de Reynolds
0,0667	1–133
0,1333/0,2000	1–232

5.2.2 Resultados

A análise da Tabela 2 mostra que o aumento do número de Mach, de 0,0667 para 0,1333 ampliou consideravelmente a faixa de número de Reynolds simulada, entre 1 e 232. Já para um aumento de 0,1333 para 0,2000 a faixa continuou a mesma, porém com resultados menos precisos em relação ao trabalho de Breuer et al. (2000). Por isso, apenas os resultados para $Ma = 0,0667$ e $0,1333$ são apresentados.

Para a apresentação dos resultados do escoamento ao redor de um obstáculo as coordenadas cartesianas, (x, y) , e a velocidade do escoamento, (u, v) , são adimensionalizadas, respectivamente, com relação ao lado do obstáculo, d , e à velocidade máxima do perfil de velocidade na entrada do canal, $u_{máx}$, segundo as Equações 5.10 e 5.11:

$$(X^*, Y^*) = \frac{(x, y)}{d} \quad 5.10$$

$$(U^*, V^*) = \frac{(u, v)}{u_{máx}} \quad 5.11$$

5.2.2.1 Linhas de corrente e campo de velocidade

A Figura 21 mostra as linhas de corrente do escoamento ao redor de um obstáculo para diferentes números de Reynolds (1, 30, 60 e 200) e $Ma = 0,1333$. Para $Re = 1$, mostrado na Figura 21 (a), o escoamento ao redor do obstáculo é laminar, não havendo separação da camada limite. O aumento do número de Reynolds causa o desprendimento da camada limite e recirculações simétricas se formam na região a jusante ao obstáculo como apresenta a Figura 21 (b) para $Re = 30$.

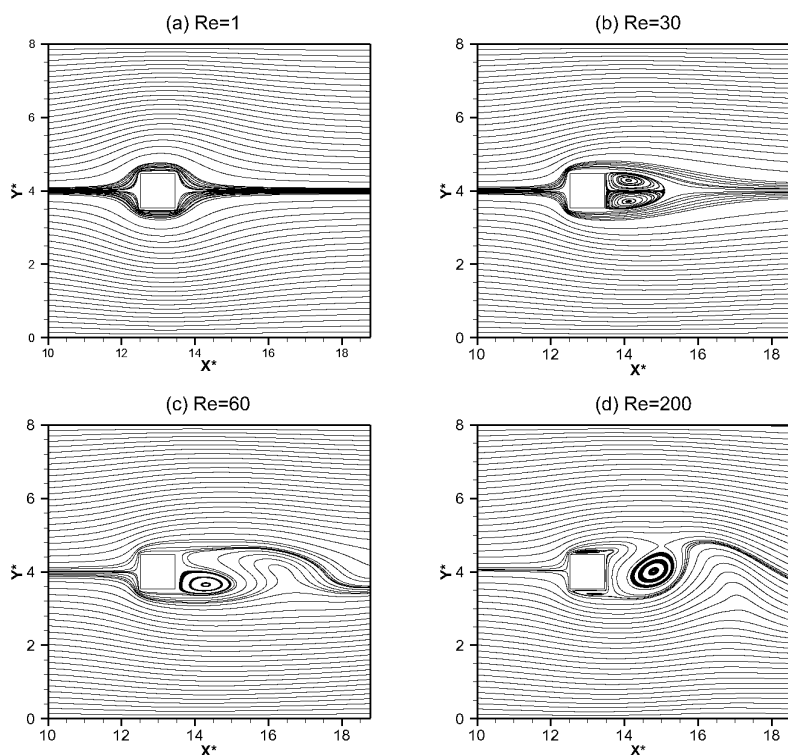


Figura 21 – Linhas de corrente do escoamento ao redor de um obstáculo sólido para (a) $Re=1$, (b) $Re=30$, (c) $Re=60$ e (d) $Re=200$.

A partir de $Re = 60$ observa-se o início de um padrão oscilatório do escoamento como mostra a Figura 21 (c) e para $Re = 200$ recirculações são observadas junto às faces superior e inferior do obstáculo como mostra a Figura 21 (d).

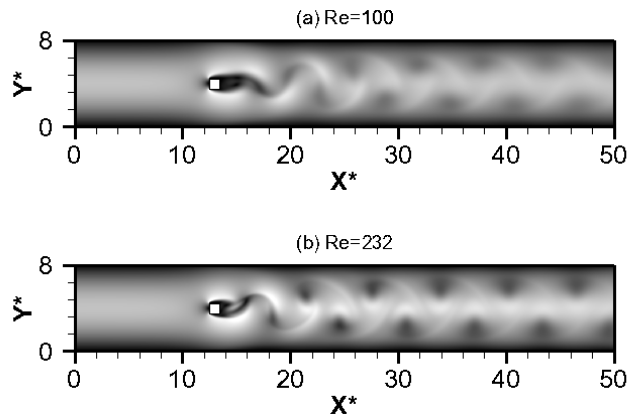


Figura 22 – Campo de velocidade do escoamento ao redor de um obstáculo sólido para (a) $Re=100$ e (b) $Re=232$. Intensificação da esteira de von Kármán com o número de Reynolds.

Para a faixa de $Re=100$ a 232 nota-se a presença, e intensificação com o aumento do número de Reynolds, da esteira de von Kármán, como mostra a Figura 22, através do campo de velocidades do escoamento para (a) $Re=100$ e (b) $Re=232$. Os padrões de escoamento apresentados nesta seção também foram observados por Breuer et al. (2000) e Guo et al. (2003).

5.2.2.2 Número de Strouhal

O cálculo do número de Strouhal foi realizado em função da velocidade máxima do escoamento na entrada do canal, $u_{máx}$, da dimensão característica do obstáculo, D , e da frequência de oscilação da velocidade v (perpendicular à direção do escoamento), f_{osc} , a qual é monitorada em três pontos localizados na linha de centro do canal na região a jusante do obstáculo. Como exemplo, o comportamento da velocidade v ao longo do tempo para $Re=60$ e $Ma=0,1333$ é apresentado na Figura 23.

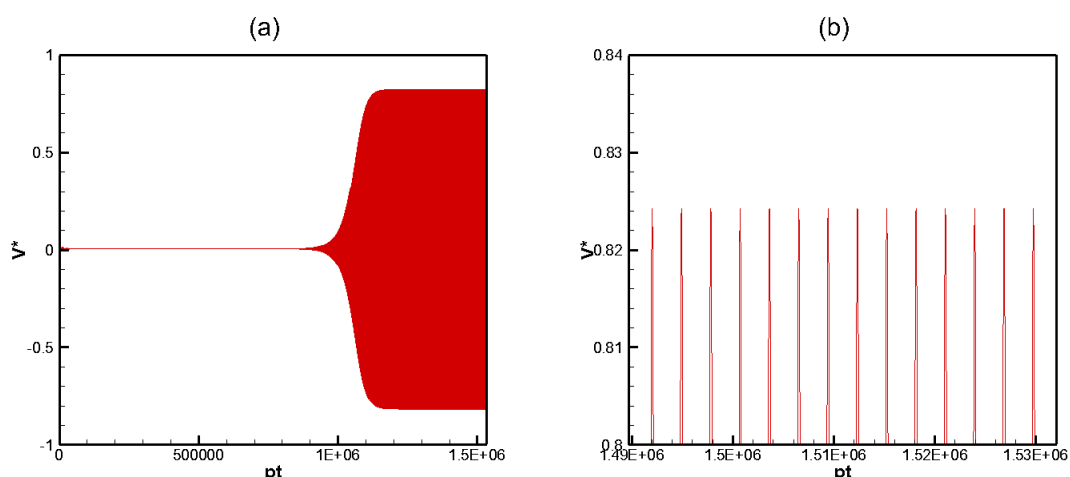


Figura 23 – (a) Velocidade V^* (perpendicular ao escoamento) em função do tempo num ponto de monitoramento na linha de centro do canal a jusante do obstáculo e (b) detalhe dos picos da senoide. $Re=60$ e $Ma=0,1333$.

Nota-se, a partir da Figura 23, que após um período de acomodação a oscilação da velocidade V^* se estabiliza, apresentando um comportamento senoidal através do qual se calculou a frequência de oscilação (a partir do número de passos de tempo entre dois picos consecutivos). A estabilização da oscilação da velocidade V^* é utilizada também como critério de convergência das simulações.

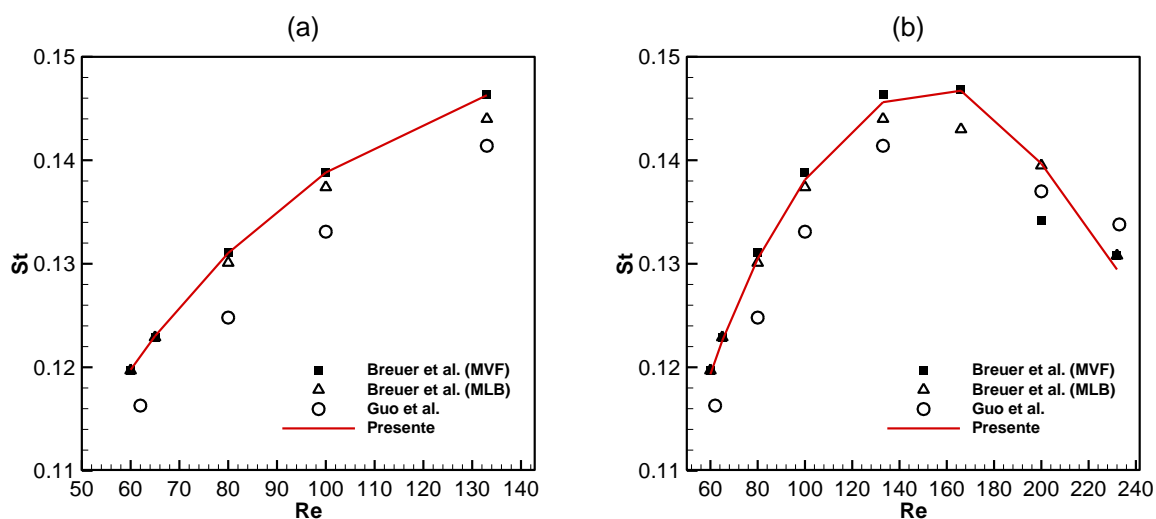


Figura 24 – Gráfico St x Re para (a) $Ma=0,0667$ e (b) $Ma=0,1333$.

Os gráficos mostrados na Figura 24 apresentam os resultados obtidos no presente trabalho para $Ma=0,0667$ e $Ma=0,1333$, bem como os resultados de Breuer et al. (2000) e Guo et al. (2003). Para $Ma=0,0667$, gráfico da Figura 24 (a), os resultados apresentaram ótima concordância com aqueles obtidos através do MVF por Breuer et al. (2000), apresentando erros percentuais inferiores a 0,1%. Já para $Ma=0,1333$, gráfico da Figura 24 (b), os resultados obtidos no presente trabalho apresentam boa concordância com os resultados de Breuer et al. (2000) obtidos via MVF, na faixa de número de Reynolds de 1 a 166, e via MLB para $Re=200$ e $Re=232$.

Neste capítulo foram apresentados os resultados obtidos para os problemas de verificação do modelo numérico desenvolvido neste trabalho. O escoamento em canal livre foi simulado para $Re=1$, 10 e 100 e apresentou bons resultados com relação à solução analítica do problema (perfil de velocidade, queda de pressão e vazão). Para o escoamento ao redor de um obstáculo sólido, a faixa de número de Reynolds analisada variou de 1 e 232. Os resultados foram verificados por meio de soluções numéricas (MVF e MLB) encontradas na literatura através da análise do padrão do escoamento e variação do número de Strouhal, em função do número de Reynolds do escoamento.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentadas as análises realizadas para o escoamento em canal parcialmente poroso. São analisadas as influências da porosidade, do número de obstáculos e da altura da região fluida sobre a vazão de fluido na região livre do canal. Adicionalmente, os resultados obtidos são comparados com modelos teóricos encontrados na literatura por meio da análise do acréscimo percentual de vazão através do meio fluido, Φ .

6.1 Casos analisados

Os ensaios são realizados para porosidades $\phi = 0,36$, $0,64$ e $0,84$ e padrões (PO) de 1, 4 e 9 obstáculos repetidos ao longo do canal, como mostra a Figura 25. A altura do meio fluido, h_{mf} , varia de 33% a 100% da altura da região porosa, h_{mp} . Um resumo dos parâmetros variados nas análises do escoamento em canal parcialmente poroso é apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 – Resumo dos parâmetros variados no escoamento em canal parcialmente poroso.

Porosidade (ϕ)	0,36; 0,64 e 0,84
Padrão de obstáculos (PO)	1, 4 e 9
Altura do meio fluido (h_{mf})	$\frac{1}{3}h_{mp}$, $\frac{1}{2}h_{mp}$, $\frac{2}{3}h_{mp}$, h_{mp}

O gradiente de pressão aplicado entre a entrada e a saída do canal foi escolhido de modo que a vazão na região fluida do canal represente um número de Reynolds igual a 1 quando $h_{mf} = h_{mp}$ e o meio poroso é impermeável. Testes preliminares realizados para gradientes de pressão mais elevados, que justificassem a análise da influência da intensidade do escoamento, necessitam de um número de lattices extremamente elevado, tornando as simulações computacionalmente inviáveis.

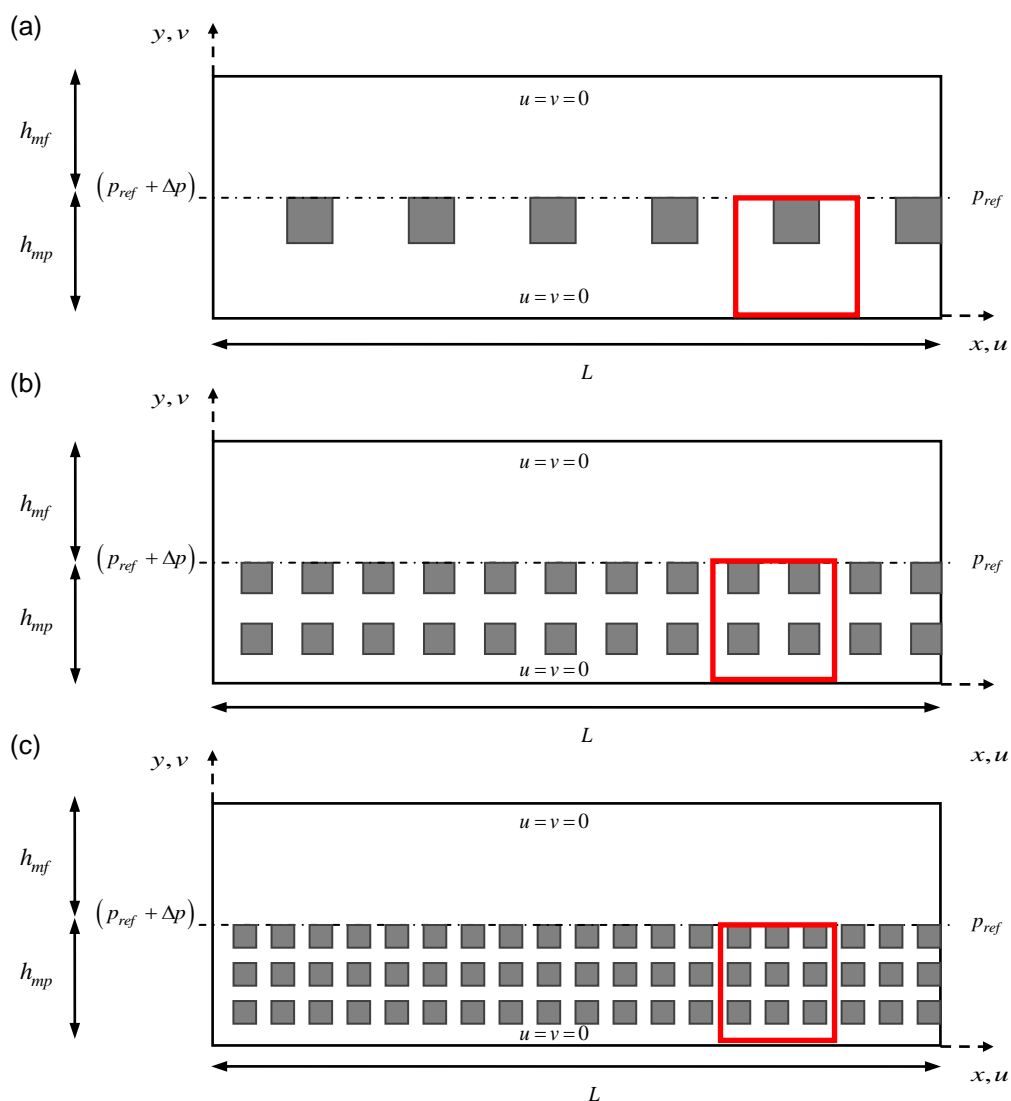


Figura 25 – Padrões de obstáculos no canal parcialmente poroso. (a) $PO=1$, (b) $PO=4$, (c) $PO=9$.

6.2 Teste de malha

Através de simulações preliminares, variando individualmente cada um dos parâmetros apresentados na Tabela 3, constatou-se que o caso mais crítico analisado ocorre para $\phi = 0,36$, $PO = 9$ e $h_{mf} = h_{mp}$. Conseqüentemente, este foi o caso escolhido para a realização do teste de malha.

Em função dos valores de porosidade e do número e disposição dos obstáculos no canal, o número de lattices na região porosa, h_{mp} , deve ser um

múltiplo de 30 (para que o lado do obstáculo, D , e as distâncias obstáculo-obstáculo e obstáculo-parede, d , mostrados na Figura 6, sejam números inteiros).

Desta forma, o teste de malha foi realizado para valores de h_{mp} variando de 30 a 240 e um comprimento de canal $L=18h_{mp}$. Para malhas mais refinadas o tempo computacional necessário para a convergência das simulações se mostrou proibitivo (para uma malha com 240 lattices os casos mais críticos necessitam de um tempo de simulação superior a 48 horas).

O parâmetro de análise no teste de malha é o máximo erro percentual, EP , do acréscimo percentual de vazão através da parte livre do canal, Φ , conforme a Equação 6.1.

$$EP = \left| \frac{\Phi_h - \Phi_{H_{ref}}}{\Phi_{H_{ref}}} \right| \times 100\% \quad 6.1$$

onde o subscrito h indica a altura da região porosa do canal para a malha em teste e H_{ref} é a altura da região porosa da malha de referência, a qual possui 240 lattices.

O teste de malha é mostrado na Figura 26 e para um canal com altura da região porosa $h_{mp} = 210$, utilizado nas simulações dos casos apresentados na seção 6.1, o erro percentual relativo à malha de referência é de 2,1% .

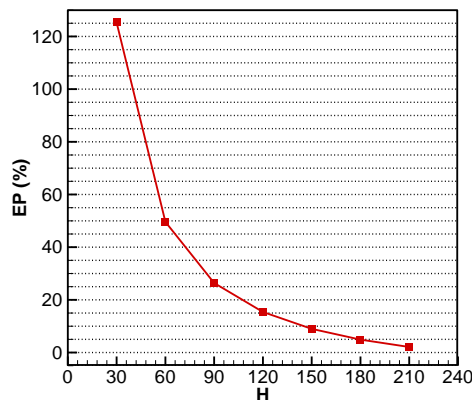


Figura 26 – Teste de malha para o escoamento em canal parcialmente poroso. $\phi=0,36$, $PO=9$, $h_{mf}=h_{mp}$.

6.3 Teste do comprimento do canal

Este teste tem por objetivo determinar o comprimento de canal necessário para que o escoamento se desenvolva, o que é verificado comparando o perfil de velocidade do escoamento em seções consecutivas do canal. Foram realizadas simulações para $h_{mp} = 210$, $\phi = 0,36$ e $PO = 9$ em canais com comprimento $L = 6h_{mp}$, $12h_{mp}$ e $18h_{mp}$.

Para $L = 6h_{mp}$ observou-se que na região central do canal ($x = L/2$) a maior diferença relativa entre dois perfis de velocidade consecutivos, tomados em seções onde há obstáculos, é da ordem de 10^{-7} . Para $L = 12h_{mp}$ e $L = 18h_{mp}$ este valor cai para 10^{-10} e 10^{-11} , respectivamente. Desta forma, optou-se por adotar um comprimento de canal igual a $L = 12h_{mp}$, já que este apresenta resultados mais satisfatórios do que para $L = 6h_{mp}$, quanto ao desenvolvimento do escoamento, e em comparação com o caso em que $L = 18h_{mp}$, possui uma malha com menos lattices, o que é mais interessante do ponto de vista computacional.

6.4 Resultados

Os resultados apresentados a seguir correspondem ao escoamento em um canal com $h_{mp} = 210$ e $L = 12h_{mp}$. As vazões nos meios fluido e poroso, Q_{mf} e Q_{mp} , respectivamente, são adimensionalizadas segundo a Equação 6.2.

$$(Q_{mf}^*, Q_{mp}^*) = \frac{(Q_{mf}, Q_{mp})}{Q_{imp}} \quad 6.2$$

onde Q_{mf}^* e Q_{mp}^* são as vazões adimensionais no meio fluido e poroso, respectivamente, e Q_{imp} é a vazão na região livre do canal para o caso em que $h_{mf} = h_{mp}$ e o meio poroso é substituído por um meio impermeável.

O critério de convergência adotado para as simulações se baseou na máxima variação do parâmetro Φ entre duas iterações consecutivas, a qual deve ser inferior a uma determinada tolerância, como mostra a Equação 5.5.

$$\left| \frac{\Phi^{n+1} - \Phi^n}{\Phi^{n+1}} \right| \leq t \quad 6.3$$

onde Φ^n e Φ^{n+1} são os acréscimos de vazão na região livre do canal na iterações n e $n+1$, respectivamente. A tolerância admitida é $t = 10^{-9}$.

6.4.1 Influência da variação da porosidade (ϕ)

A Figura 27 (a) e a Figura 27 (b) ilustram a influência da porosidade sobre a vazão de fluido nas regiões livre e porosa do canal em função da porosidade para os três padrões de obstáculos estudados.

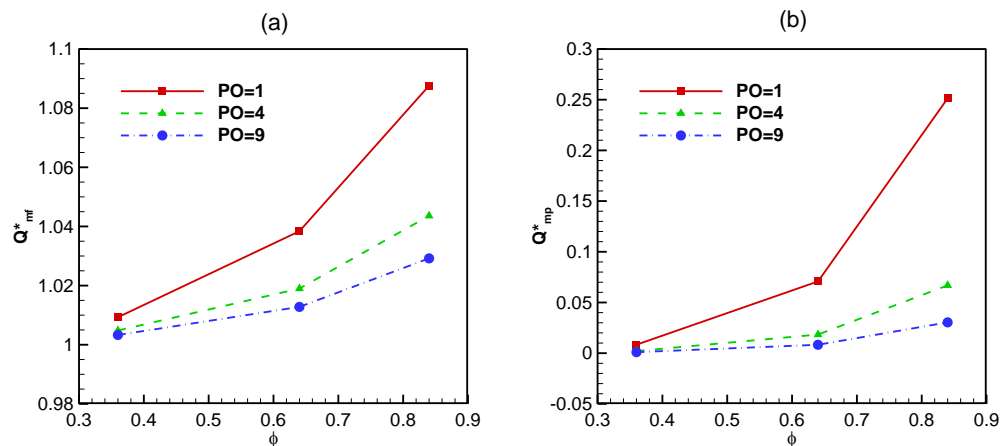


Figura 27 – Vazão nas regiões (a) fluida e (b) porosa em função da porosidade para diferentes números de obstáculos ($PO=1, 4$ e 9) para o escoamento em canal parcialmente poroso com $h_{mf}=h_{mp}$.

O aumento da porosidade diminui a resistência ao escoamento de fluido pelo meio poroso (aumento da permeabilidade) o que implica no aumento de vazão nesta

região. Adicionalmente, o aumento da permeabilidade favorece o efluxo de fluido do meio poroso para a região livre do canal, motivo pelo qual a vazão na região fluida cresce com o aumento da porosidade.

6.4.2 Influência do padrão de obstáculos (PO)

A diferença de inclinação das curvas mostradas na Figura 27 (a) e na Figura 27 (b) mostra que o padrão de obstáculos também tem influência sobre a vazão de fluido nas regiões porosa e fluida. Quanto maior o número obstáculos, menor é a vazão de fluido observada no meio poroso, o que indica uma redução da permeabilidade. O fluxo através do canal livre também diminui, pois a passagem de fluido do meio poroso para esta região é desfavorecida pela redução da permeabilidade.

6.4.3 Influência da altura do meio fluido (h_{mf})

A influência da altura da região fluida, h_{mf} , sobre a vazão nas regiões livre e porosa do canal para $\phi = 0,36$, $0,64$ e $0,84$ é mostrada na Figura 28 (a) e Figura 28 (b), respectivamente.

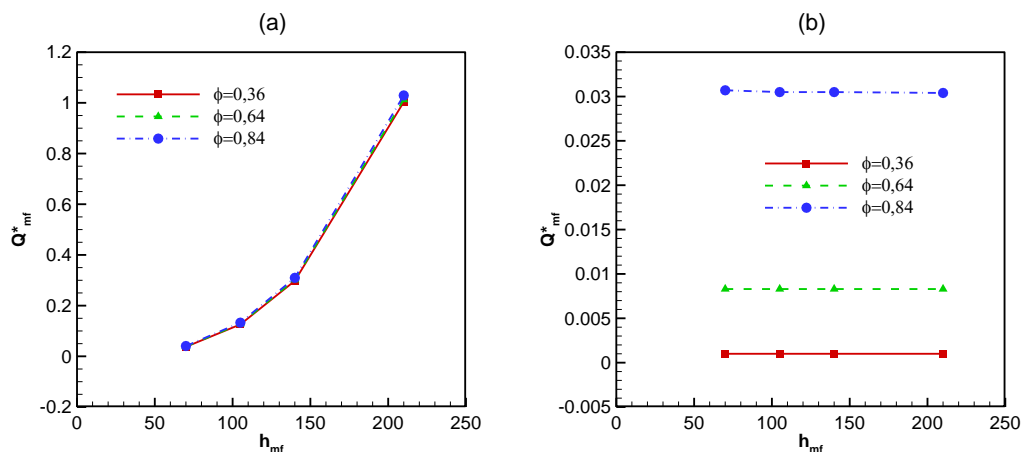


Figura 28 – Vazão nas regiões (a) fluida e (b) porosa em função da altura da região fluida ($h_{mf}=1/3 h_{mp}$, $1/2 h_{mp}$, $2/3 h_{mp}$, h_{mp}) para diferentes porosidades ($\phi=0,36$; $0,64$ e $0,84$) para o escoamento em canal parcialmente poroso com $PO=9$.

Neste caso, como os parâmetros relativos ao meio poroso são fixos, a variação de vazão nesta região é desprezível. Por outro lado, a vazão na região livre cresce

com o aumento da altura da região fluida, já que para um determinado gradiente de pressão, a vazão através do canal livre é proporcional ao cubo da altura, como prevê a Equação 5.1.

Como nos casos anteriores, a diferença entre as curvas apresentadas na Figura 28 (a) é decorrente da variação da permeabilidade do meio poroso que pode contribuir de forma mais ou menos significativa para a passagem de fluido do meio poroso para o meio fluido.

6.4.4 Comparação com modelos teóricos

As Equações 6.4 e 6.5 correspondem às soluções analíticas para o acréscimo de vazão (Equação 2.2) através da região livre do canal, Φ_{BJ} e Φ_{OTW} , para os modelos propostos por Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995), respectivamente.

$$\Phi_{BJ}(\sigma, \alpha) = \frac{3(\sigma + 2\alpha)}{\sigma(1 + \alpha\sigma)} \quad 6.4$$

$$\Phi_{OTW}(\sigma, \phi, \beta) = \frac{3\left(\sigma + \frac{2}{\sqrt{\phi}}\right)}{\sigma\left(1 - \beta\sigma + \frac{\sigma}{\sqrt{\phi}}\right)} \quad 6.5$$

onde σ é definido de acordo com a Equação 6.6.

$$\sigma = \frac{h_{mf}}{\sqrt{K}} \quad 6.6$$

onde h_{mf} é altura do domínio fluido e K é a permeabilidade do meio poroso calculada através da lei de Darcy (Equação 2.6).

A comparação dos modelos teóricos depende do ajuste dos parâmetros α e β , o que foi realizado através da minimização da média dos erros percentuais, EM , entre as soluções numérica e analítica, conforme a Equação 6.7

$$EM = \frac{\sum_{n=1}^4 \left| \frac{\Phi_{num}(\sigma_n) - \Phi_{teo}(\sigma_n)}{\Phi_{teo}(\sigma_n)} \right|}{4} \quad 6.7$$

onde os subscritos *num* e *teo* se referem às soluções numérica e analítica (Φ_{BJ} ou Φ_{OTW}), respectivamente, n varia de 1 a 4 para contabilizar os quatro casos de variação de h_{mf} e σ_n é o parâmetro adimensional associado a cada caso.

A Figura 29 mostra, como exemplo, o gráfico $\Phi \times \sigma$ para $\phi=0,64$ e $PO=4$ obtido numericamente, bem como as soluções analíticas dadas pelas Equações 6.4 e 6.5 para $\alpha=19,9$ e $\beta=-5,6$, respectivamente.

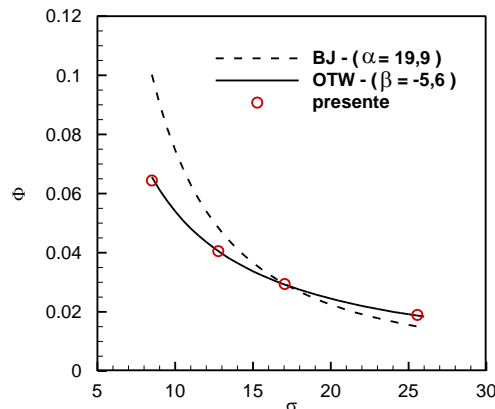


Figura 29 – Curva $\Phi \times \sigma$ para $\phi=0,64$ e $PO=4$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

O comportamento decrescente da curva $\Phi \times \sigma$ apresentada na Figura 29 se deve ao fato de que quanto maior o valor de sigma (i.e, maior a altura da região fluida), menos significante se torna o acréscimo de vazão proporcionado pela

passagem de fluido do meio poroso para a região livre e, portanto, $\Phi \rightarrow 0$. Nota-se ainda, que o modelo analítico de Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) se adequa melhor aos resultados numéricos. Os resultados obtidos para todas as combinações de porosidade e padrão de obstáculos apresentam comportamento semelhante ao gráfico da Figura 29 e são apresentados no apêndice B.

A Tabela 4 apresenta os valores de α e β obtidos para cada combinação de porosidade e padrão de obstáculos analisada. A análise dos erros percentuais médios, associados ao ajuste dos parâmetros α e β , para cada configuração de meio poroso corrobora a afirmação de que o modelo proposto por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) apresenta maior concordância com os resultados numéricos obtidos. De um modo geral, estes erros são inferiores ou da ordem de 3%, enquanto para o ajuste de α , observa-se erros variando entre 6,57% e 53,00%.

Tabela 4 – Valores ajustados de α e β para cada configuração de meio poroso.

Porosidade (ϕ)	Padrão de obstáculos (PO)	Faixa de σ	Modelo de Beavers e Joseph (1967) α / EM (%)	Modelo de Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) β / EM (%)
0,36	1	12,6–37,8	24,0 / 19,09	-7,7 / 1,79
0,36	4	24,9–74,8	12,2 / 9,77	-7,1 / 0,30
0,36	9	37,2–111,5	10,1 / 6,57	-6,7 / 0,56
0,64	1	4,3–13,0	75,4 / 32,67	-6,1 / 3,47
0,64	4	8,5–25,6	19,9 / 19,49	-5,6 / 0,94
0,64	9	12,7–38	11,4 / 13,47	-5,3 / 0,65
0,84	1	2,3–6,9	100,0 / 53,00	-5,4 / 2,00
0,84	4	4,4–13,4	22,9 / 29,34	-5,0 / 2,16
0,84	9	6,6–19,9	20,5 / 21,19	-4,7 / 1,31

A partir dos valores de β ajustados e da porosidade e padrão de obstáculos para cada configuração de meio poroso foi possível encontrar uma correlação para a obtenção do parâmetro β . Para tanto, fez-se uso do programa LAB Fit, o qual se baseia no método dos mínimos quadrados para realizar o ajuste de curvas. A correlação obtida é apresentada pela Equação 6.8.

$$\beta(\phi, PO) = \frac{A'' + B''(PO)^{C''}}{D'' + \phi^{C''}} \quad 6.8$$

onde os coeficientes A'' , B'' , C'' e D'' assumem os valores $-6,5619$; $1,0722$; $0,46547$ e $0,091937$, respectivamente. O maior erro percentual entre os valores de β obtidos através da Equação 6.8 e os ajustados pela minimização de EM é da ordem de $0,5\%$.

A discrepância entre os valores de α e β obtidos no presente trabalho com relação aos valores observados por Beavers e Joseph (1967), $0,1 \leq \alpha \leq 4,0$, Ochoa-Tapia e Whitaker (1995), $-1,0 \leq \beta \leq 1,47$, e Nabovati e Sousa (2007), $0,8 \leq \alpha \leq 1,2$, se justifica pela diferença entre as estruturas dos meios porosos analisados. No presente estudo o meio poroso é altamente regular, ao passo que o meio poroso modelado por Nabovati e Sousa (2007) e o material utilizado nos experimentos realizados por Beavers e Joseph (1967) são caracterizados por uma maior complexidade geométrica.

As análises realizadas para o escoamento em canal parcialmente poroso mostram que a alteração da permeabilidade do meio poroso, pela variação da porosidade ou do número de obstáculos, tem influência na vazão de fluido na região livre do canal. Um meio mais permeável favorece o fluxo de fluido do domínio poroso para o livre, enquanto a redução da permeabilidade dificulta este processo. Para o aumento da altura da região fluida, observa-se um aumento de fluxo neste domínio, enquanto no meio poroso a vazão permanece constante. Finalmente, os resultados numéricos se mostram de acordo com a solução analítica proposta por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) para valores do parâmetro β variando de $-7,7$ a $-4,7$ para uma faixa de σ entre $2,3$ a $111,5$.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposta uma análise do escoamento em canal parcialmente poroso através de uma abordagem de um domínio, na qual o meio poroso é representado por obstáculos quadrados sólidos. O problema é resolvido através do método lattice Boltzmann, um método numérico baseado na colisão e deslocamento de partículas para a representação do escoamento de fluidos.

A verificação do código de programação desenvolvido neste trabalho foi realizada a partir do estudo do escoamento em canal livre e ao redor de um obstáculo sólido. Para ambos os problemas, a comparação com resultados analíticos e numéricos encontrados na literatura foi considerada satisfatória.

Para o escoamento em canal parcialmente poroso constatou-se que a presença do meio poroso no canal causa um acréscimo de vazão no domínio livre, em relação ao caso em que o meio é impermeável. A análise da influência de parâmetros como porosidade e número de obstáculos indicou que redução da permeabilidade, devido à redução da porosidade ou aumento do número de blocos, dificulta a passagem de fluido da região porosa para a fluida. Analogamente, observa-se um acréscimo de vazão mais acentuado no domínio livre com o aumento da porosidade ou redução do número de obstáculos. Como esperado, o aumento (ou redução) da altura da região fluida torna maior (ou menor) o fluxo de fluido através deste domínio, sendo que a vazão de fluido no meio poroso permanece inalterada.

Os resultados obtidos no presente trabalho são comparados com modelos teóricos encontrados na literatura (BEAVERS; JOSEPH, 1967; OCHA-TAPIA; WHITAKER, 1995), os quais pressupõem a definição de uma condição de contorno para a interface fluido-porosa e o ajuste de um parâmetro empírico. O modelo que melhor se adequa aos resultados numéricos é o proposto por Ochoa-Tapia e Whitaker (1995) e para os casos analisados o parâmetro ajustável β possui valores entre $-7,7$ e $-4,7$. Adicionalmente, encontrou-se uma correlação para este parâmetro, a qual envolve a porosidade e o padrão de obstáculos do meio poroso.

As sugestões para trabalhos futuros são diversas. A maior limitação do modelo desenvolvido no presente trabalho é a necessidade de se trabalhar com malhas com um número de lattices extremamente elevados para escoamentos com altos números de Reynolds. De modo a tornar estas simulações computacionalmente viáveis pode-se empregar um esquema de multi-relaxação, o qual permite simulações mais estáveis, mesmo para valores de frequência de colisão próximos ao seu limite superior. Não obstante, domínios de solução com um número reduzido de lattices podem ser obtidos por meio da aplicação de técnicas de refino de malha localizado e da aplicação de condições de contorno periódicas. Relativamente ao estudo do escoamento em canais parcialmente porosos podem ser considerados, por exemplo, escoamentos de fluidos não newtonianos, multifásicos (fluido-gás ou fluido-partícula) ou envolvendo transferência de calor. Além disso, os obstáculos podem ser considerados porosos (caracterizando um modelo bi-disperso) de modo a considerar um meio poroso fraturado.

REFERÊNCIAS

BEAVERS, G. S.; JOSEPH, D. D. **Boundary conditions at a naturally permeable wall**. Journal of Fluid Mechanics, vol. 30, n. 1, p. 197-207, 1967.

BOURGOYNE JR, A.T.; MILLHEIM, K. K.; CHENEVERT, M. E.; YOUNG JR, F. S. **Applied Drilling Engineering**. Vol. 2. Society of Petroleum Engineers, 1991.

BREUER, M.; BENS DORF, J.; ZEISER, T.; DURST, F. **Accurate computation of the laminar flow past a square cylinder based on two different methods: lattice-Boltzmann and finite-volume**. International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 21, pp.186-196, 2000.

CHANDESRIS, M.; JAMET, D. **Boundary conditions at a planar fluid-porous interface for a Poiseuille flow**. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, n. 13-14, pp. 2137-2150, 2006.

CHANDESRIS, M.; JAMET, D. **Jump conditions and surface-excess quantities at a fluid/porous interface: A multi-scale approach**. Transport in Porous Media, vol. 78, pp. 419-438, 2009.

CHEN, S.; DOOLEN, G. D. **Lattice Boltzmann method for fluid flows**. Annual Rev Fluid Mech 30:329-364, 1998.

CIVAN, F. **Porous Media Transport Phenomena**. Hoboken, John Wiley & Sons, 2011.

DULLIEN, F. A. L. **Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure**. 2^a ed. San Diego. Academic Press, 1992.

DULLIEN, F. A. L. **Characterization of Porous Media – Pore Level**. Transport in Porous Media, vol. 6, pp. 581-606, 1991.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 5 ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2001.

FRISCH, U.; HASSLACHER, B.; POMEAU, Y. **Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation**. Phys Rev Let 56:1505-1508G, 1986.

GLOBO. Disponível em: <<http://g1.globo.com/Noticias/Ciencia/0,,MUL1368141-5603,00.html>>. Acesso em 15 ago. 2013.

GOYEAU, B.; LHUILLIER, D.; GOBIN, D.;VELARDE, M.G. **Momentum transport at a fluid-porous interface**. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 46,n. 21, pp. 4071-4081, 2003.

GUO, W.; WANG, N; SHI, B.; GUO, Z. **Lattice-BGK simulation os a two-dimensional channel flow around a square cylinder**. Chinese Physics Soc. and IOP Publishing Ltd, Vol. 12, n 1, 2003.

INGHAM, D. B.; POP, I. **Transport Phenomena in Porus Media II**. Elsevier, 2002.

JAMES, D. F.; DAVIS, A. M. J. **Flow at the interface of a model fibrous porous medium**. Journal of Fluid Mechanics, vol. 426, pp. 47-72, 2001.

JAMET, D.; CHANDESRIS, M.; GOYEAU, B. **On the equivalence of the discontinuous one- and two-domain approaches for the modeling of transport phenomena at a fluid/porous interface.** Transport in Porous Media, vol. 78, pp. 403-418, 2009.

KAVIANY, M. **Principles of Heat Transfer in Porus Media.** 2ª ed., Ed. Springer, 1995.

LAGE, J. L. **The fundamental theory of the flow through permeable media from Darcy to turbulence.** Transport Phenomena in Porous Media, Elsevier Ltd., pp. 1-30, 1998.

LATT, J. **Choice of units in lattices Boltzmann simulations.** LBMethod.org, 2008. Disponível em: <http://wiki.palabos.org/_media/howtos:lbunits.pdf>. Acesso em: 31 jan. 2014.

LATT, J. **Hydrodynamic limit of lattice Boltzmann equations.** 2007. 125f. Tese de doutorado: Faculdade de Ciências da Universidade de Genebra, 2007. Disponível em: <<http://archive-ouverte.unige.ch/unige:464>>. Acesso em: 31 jan. 2014, 14:19.

MOHAMMAD, A. A. **Lattice Boltzmann Method – Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes.** Ed. Springer, 2011.

NABOVATI, A.; SOUSA, A. C. M. **Fluid flow simulation at open-porous medium interface using the lattice Boltzmann method.** International Journal for Numerical. Methods in Fluids, pp. 1-8, 2007.

NEALE, G.; NADER, W. **Practical significance of Brinkman's extension of Darcy's law - coupled parallel flows within a channel and a bounding porous-medium.** Canadian J. Chem. Eng, vol. 52, pp. 475-478, 1974.

NIELD, D. A.; BEJAN, A. **Convection in porous media.** 3^a ed., Springer-Verlag. New York, U.S.A., 2006.

NILOY, G.; BIPLAB K. S.; DEUTSCH, A.; CANRIGHT, G.; CHADHURI, P. P. **A Survey on Cellular Automata.** 2003.

OCHOA-TAPIA, J.A.; WHITAKER, S. **Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-II. Comparison with experiment** (1995b). International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 38, n.14, pp. 2647-2655,1995.

OCHOA-TAPIA, J.A. **Momentum jump condition at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid: inertial effects.** Journal of Porous Media, vol. 1, n. 3, pp. 201-217,1998.

PALABOS. Disponível em: <<http://www.palabos.org/gallery/multi-phase-free-surface-flow/25-melting>>. Acesso em 15 ago. 2013.

SAHIMI, M. **Flow and Transport in Porous Media and Fractured Rock.** 2^a ed. Wiley-VCH, 2011.

SAHRAOUI, M.; KAVIANY, M. **Slip and No-Slip Boundary Condition at Interface of Porous, Plain Media.** Int. J. Heat Mass Transfer, 35, 927-943, 1992.

SUCCI, S. **The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond.** Clarendon Press, Oxford, 2001.

SUKOP, M. C.; THORNE JR, D.T. **Lattice Boltzmann Modeling – An Introduction for Geoscientists and Engineers.** Ed. Springer, 2007.

THOMAS, JOSÉ EDUARDO. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo.** 2ª ed., Editora Interciência, 2004.

VALDÉS-PARADA, F.J.; GOYEAU, B.; OCHOA-TAPIA, J.A. **Jump momentum boundary condition at a fluid-porous dividing surface: Derivation of the closure problem.** Chemical Engineering Science, vol. 62, n. 15, pp. 4025-4039, 2007.

WOLF-GLADROW, D. A. **Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models – An Introduction.** Ed. Springer, 2000.

WOLFRAM, S. **Statistical mechanics of cellular automata.** Rev. Mod. Phys., 55:601–644, 1983.

ZOU, Q.; HOU, S.; CHEN, S.; DOOLEN, G. D. **An improved incompressible lattice Boltzmann model for time-independent flows.** Journal of Statistical Physics, Vol. 81, Nos. 1/2, 1995.

ZOU, Q.; HE, X. **On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model.** Phys.Fluids, Vol. 9, No 6, 1997.

APÊNDICE A – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS PARA AS FORMULAÇÕES DE *BOUNCE-BACK* ENTRE LATTICES E SOBRE LATTICES

Neste apêndice são apresentados os resultados do estudo realizado para a escolha da formulação de bounce-back (entre lattices ou sobre lattices) utilizada neste trabalho e discutida na seção 4.3.7.1 do capítulo 3.

A Figura 30 apresenta os perfis de velocidade para a condição de *bounce-back* sobre lattices, entre lattices e analítico para o escoamento com $Re=100$ em um canal de altura $H=81$ e comprimento $L=H$.

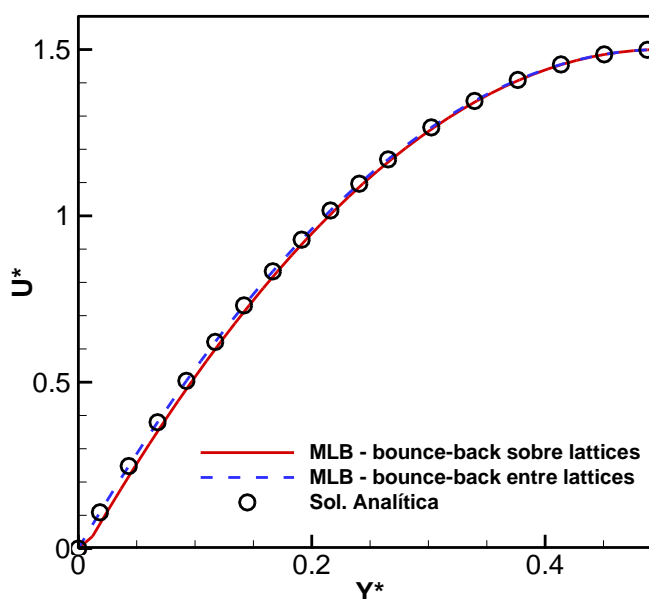


Figura 30 – Comparação entre os perfil de velocidade analítico e para as formulações de *bounce-back* sobre e entre lattices. $Re=100$ e $H=81$.

A partir da Figura 30, nota-se que para a condição de bounce-back entre lattices a solução numérica apresenta boa concordância com a solução analítica, enquanto para a condição de bounce-back sobre lattices é observado um desvio acentuado na região próxima à parede do canal. Os erros percentuais máximos do

perfil com relação à solução analítica são 49% e 0,21% para as condições de bounce-back sobre e entre lattices, respectivamente.

Com o objetivo de tornar os resultados para a condição de bounce-back sobre lattices mais precisos, realizou-se um estudo de malha. As simulações foram realizadas para $Re=100$ e canais com altura $H=81, 91, 101, 111$ e 121 . Os perfis de velocidade na região da parede são apresentados na Figura 31.

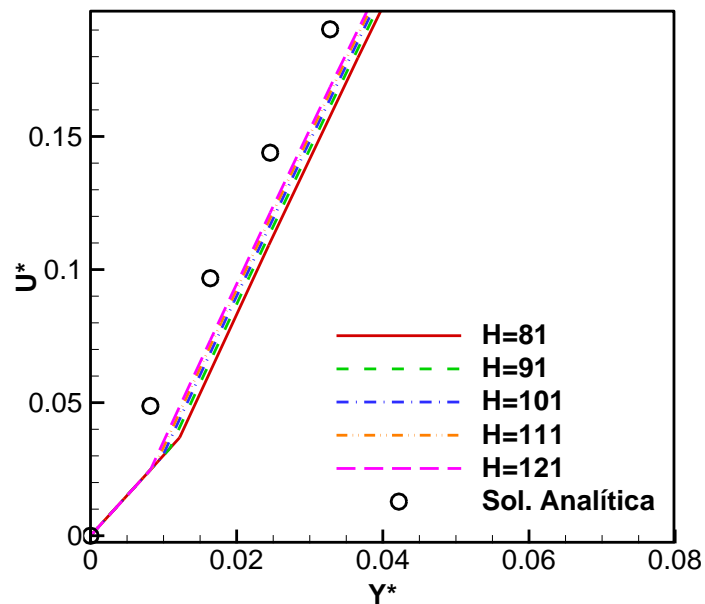


Figura 31 – Perfil de velocidade para a formulação de *bounce-back* sobre lattices para canais com alturas $H=81, 91, 101, 111$ e 121 . $Re=100$.

A análise da Figura 31 indica que o refino de malha apenas desloca a região do perfil de velocidades onde ocorre o desvio mais acentuado com relação à solução analítica. Os erros relativos à solução analítica são da ordem de 49% para todos os casos.

Considerando os resultados mostrados neste Apêndice, decidiu-se optar pela formulação de bounce-back entre lattices, já que esta apresenta resultados mais precisos com relação à solução analítica.

APÊNDICE B – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS COM MODELOS TEÓRICOS

Neste apêndice são apresentadas as curvas $\Phi \times \sigma$ obtidas numericamente para as nove configurações de meio poroso (combinação de $\phi = 0,36; 0,64; 0,84$ e $PO = 1, 4$ e 9) e as soluções analíticas dos modelos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

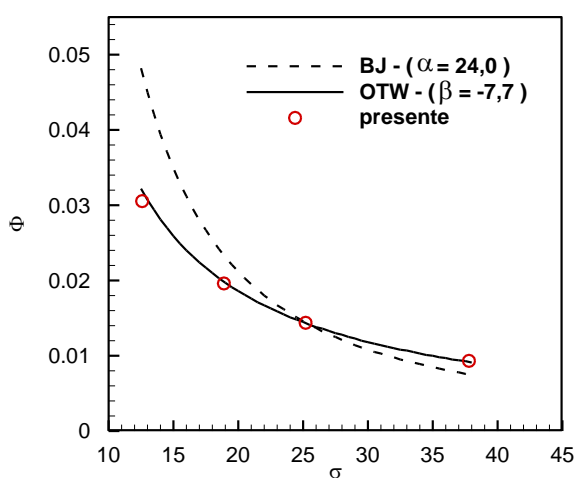


Figura 32 – Curva $\Phi \times \sigma$ para $\phi=0,36$ e $PO=1$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

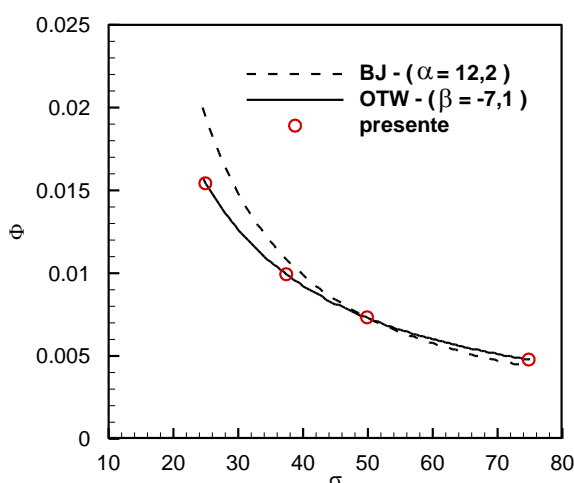


Figura 33 – Curva $\Phi \times \sigma$ para $\phi=0,36$ e $PO=4$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

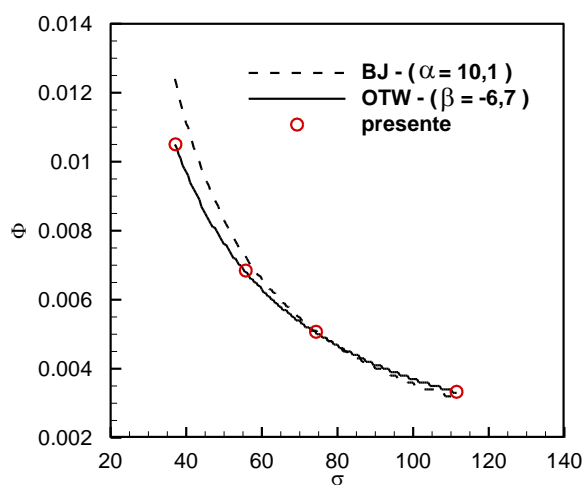


Figura 34 – Curva Φ x σ para $\phi=0,36$ e $PO=9$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

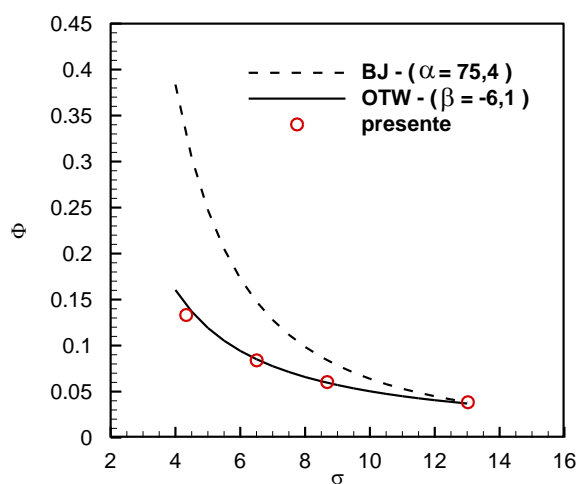


Figura 35 – Curva Φ x σ para $\phi=0,64$ e $PO=1$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

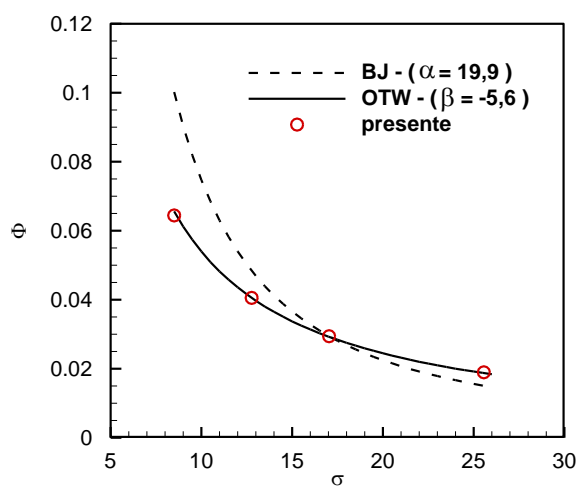


Figura 36 – Curva Φ x σ para $\phi=0,64$ e $PO=4$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

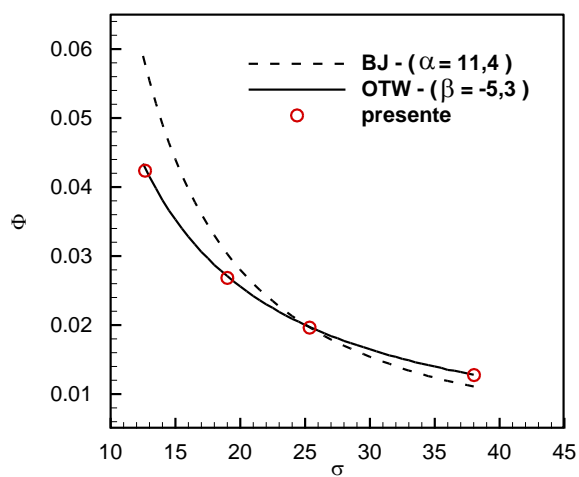


Figura 37 – Curva Φ x σ para $\phi=0,64$ e $PO=9$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

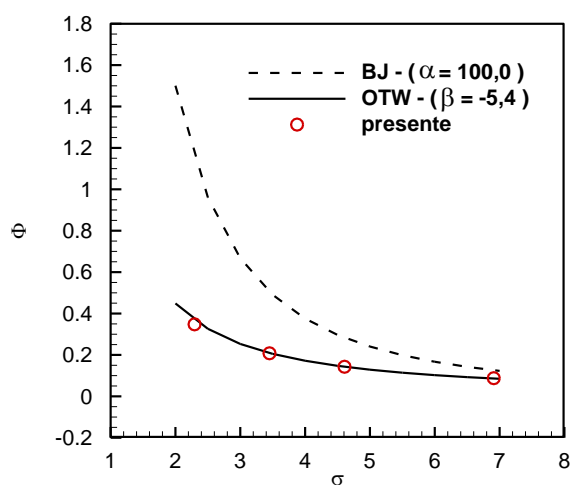


Figura 38 – Curva Φ x σ para $\phi=0,84$ e $PO=1$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

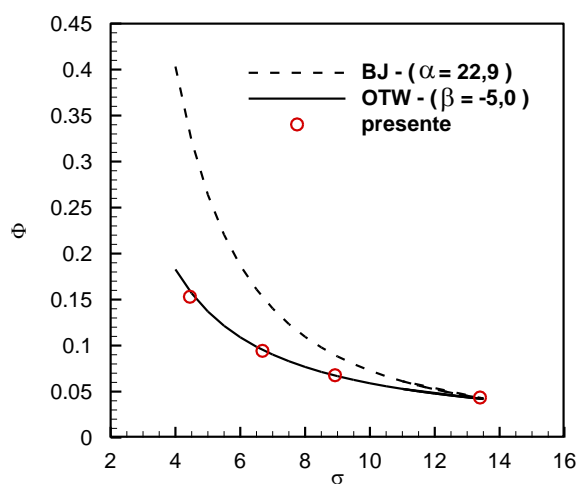


Figura 39 – Curva Φ x σ para $\phi=0,84$ e $PO=4$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).

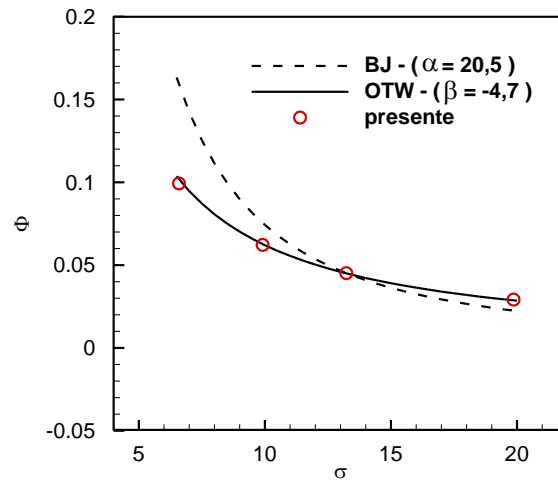


Figura 40 – Curva Φ x σ para $\phi=0,84$ e $PO=9$. Comparação entre o resultado numérico e os modelos teóricos de Beavers e Joseph (1967) e Ochoa-Tapia e Whitaker (1995).