

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Edgar Minoru Ofuchi

**ANÁLISE DO ESCOAMENTO DE ÓLEO E GÁS NA CÂMARA DE EXPANSÃO DO
SEPARADOR CICLÔNICO VASPS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2012

Edgar Minoru Ofuchi

**ANÁLISE DO ESCOAMENTO DE ÓLEO E GÁS NA CÂMARA DE EXPANSÃO DO
SEPARADOR CICLÔNICO VASPS**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Rigoberto Eleazar Melgarejo Morales, Dr.

Co-orientador: Prof. Admilson T. Franco, Dr.

Co-orientador: Henrique Stel de Azevedo, M.Sc.

CURITIBA

2012

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por ouvir as minhas orações e me ajudar em momentos difíceis

Ao meu pai, Nelson, a minha mãe, Marina, por sempre estarem presentes na minha vida me ajudando e apoiando das mais diversas formas.

Aos meus irmãos Rodrigo e César, por fazerem parte da minha vida.

Aos meus amigos que me apoiaram e também tornaram a graduação um período agradável apesar da dificuldade do curso.

Ao LACIT e PETROBRAS por fornecer toda infraestrutura necessária para a realização desse projeto. Ao meu co-orientador, Henrique, e ao meu colega de trabalho, Júlio, que me ajudaram muito na realização do Trabalho de Conclusão de Curso. Por fim, agradeço o meu professor orientador Rigoberto que passou a responsabilidade da conclusão desse trabalho a mim.

Essas pessoas foram fundamentais na realização desse trabalho.

RESUMO

Separadores de fases estão presentes em vários processos industriais, entre eles na exploração de petróleo em águas profundas. Os equipamentos usados atualmente oferecem pouca eficiência e ocupam um volume muito grande nas plataformas de exploração de petróleo. Separadores ciclônicos foram desenvolvidos para substituir os atuais por serem mais leves, compactos e promover maior separação. Como forma de entender a dinâmica relacionada ao funcionamento desses equipamentos, no presente trabalho é estudado o escoamento no interior da câmara de expansão de um separador ciclônico. O problema em estudo é governado pelas equações de conservação da massa e da quantidade de movimento, e a interação entre as fases do escoamento é modelada através do Modelo de Dois Fluidos e o modelo compressivo para a captura da superfície livre. Para a modelagem da turbulência, usa-se o modelo SST. As equações são discretizadas através do Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos. A malha numérica é construída através do programa ICEM-CFD e para a resolução das equações discretizadas é utilizado o programa comercial ANSYS-CFX 13.0. A partir dos resultados das simulações numéricas foram avaliados os principais parâmetros da câmara de expansão, tais como, altura de elevação do nível de líquido na câmara, espessura média de filme, tempo de residência do fluido no separado, ângulo de inclinação das linhas de corrente na saída da câmara e, finalmente, a taxa de separação. Além de diversas análises voltadas à dinâmica do fluido no separador, correlações foram obtidas em função de números adimensionais para os principais parâmetros calculados. Através das correlações, uma ferramenta prática de cálculo foi desenvolvida como forma de dinamizar o processo de dimensionamento desses equipamentos.

Palavras-chave: Separador ciclônico, simulação numérica, Modelo de Dois Fluidos, correlações.

ABSTRACT

Phase separators are present in many industrial process, among then in off shore oil exploration. Nowadays the equipments used offers low efficiency and occupy a large volume in the off shore platform. Cyclonic separators were developed to replace the current separators, because they are lighter, compact and more efficient. To understand the dynamics related to the functioning of these equipments, the present work studies the flow inside the expansion chamber of a cyclonic separator. The problem is governed by the conservation of mass and momentum equations and the interaction between the phases are modeled by the Two fluid Model e a compressive model is used to capture the free surface. To model the turbulence is used the SST model. The equations are discretized by the Element based Finite Volume Method. The numeric mesh is build by the software ICEM-CFD and the software ANSYS-CFX 13.0 is used to solve the discretized equations. The main parameters of the expansion chamber are evaluated from the numerical simulation results as, film thickness, residence time, inclination angle, height lift of the liquid level and the separation rate. Besides the analysis made to understand the flow inside the separator, correlations were made for the main parameters in function of dimensionless numbers. A practical tool was developed to design and optimize cyclonic separators, using the correlations.

Key-words: Cyclonic separators, numerical simulation, Two fluid Model, correlations

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Representação esquemática do separador VASPS.....	18
Figura 1.2 – Exemplo de ocorrência do fenômeno LCO. [Fonte: Rosa et. al., 2001]	20
Figura 1.3 – Exemplo de ocorrência do fenômeno Inundação. [Fonte: Rosa et. al., 2001]	20
Figura 2.1 – Esquemático da bancada experimental utilizada por Kouba et al. (1995) [Adaptado de Kouba et al. 1995].....	25
Figura 2.2 - Circuito de testes desenvolvido por Morandin (1999) [adaptado de Morandin, 1999]	27
Figura 2.3 - Posições abaixo do bocal onde foram medidos o ângulo de inclinação e a espessura de filme. Os pontos 1, 2 e 3 se encontram à 185 mm, 315 mm e 515 mm abaixo do bocal, respectivamente [adaptado de Morandin, 1999].	28
Figura 3.1 – Padrão de escoamento no interior do hidrociclone. (a) apresenta a vista inclinada e (b) a vista superior.	31
Figura 3.2 – Solução analítica da espessura de filme e da tensão de cisalhamento na parede da câmara.	33
Figura 3.3 – Volume de controle contendo dois fluidos e uma interface móvel entre elas, utilizado para os cálculos dos balanços.....	45
Figura 3.4 – Interface teórica entre dois fluidos.....	46
Figura 3.5 – Interação entre uma bolha dispersa num meio líquido contínuo.	51
Figura 3.6 – Condições de contorno utilizadas para a solução do escoamento no hidrociclone.	54
Figura 4.1 – (a) Plano físico, discretizado em coordenadas ortogonais e (b) Plano computacional discretizado em coordenadas generalizadas	57
Figura 4.2 – Área no plano físico. [Fonte: Maliska, 2004].	61
Figura 4.3 – Transformação de um plano físico para o transformado de uma malha não-estruturada. [Fonte: Maliska, 2004].....	62

Figura 4.4 – Função de forma N_1 no elemento. [Fonte: Maliska, 2004].	64
Figura 4.5 – Exemplo de um elemento quadrilátero e suas relações geométricas.	65
Figura 4.6 – Método Célula no Vértice. (a) um ponto de integração por subvolume, (b) dois pontos de integração por subvolume. [Fonte: Maliska, 2004].	66
Figura 4.7 – Exemplo de uma malha bidimensional. [Adaptado de ANSYS, 2010].	68
Figura 4.8 – Exemplo de um elemento de malha. [Adaptado de ANSYS, 2010].	69
Figura 4.9 – Elemento hexaédrico. [Adaptado de ANSYS, 2010].	71
Figura 4.10 - Elemento Tetraédrico. [Adaptado de ANSYS, 2010].	71
Figura 4.11 - Elemento Prismático. [Adaptado de ANSYS, 2010].	72
Figura 4.12 - Elemento Piramidal. [Adaptado de ANSYS, 2010].	73
Figura 4.13 – (a) Valor esperado da variável u ; (b) Valor da variável u utilizando o esquema de advecção UDS. [Fonte: Ansys, 2010].	74
Figura 4.14 – (a) Valor esperado da variável u com variação de x ; (b) Valor da variável u para $\beta > 0$. [Fonte: Ansys, 2010].	74
Figura 4.15 – Modelo de três fluidos.	76
Figura 4.16 – Desenho com as dimensões da câmara de expansão.	79
Figura 4.17 – Malha numérica do separador com bocal redutor 8”/3”. Em (a) é apresentada a vista superior e (b) uma vista inclinada.	80
Figura 4.18 – Vista superior das malhas numéricas dos separadores com os três diferentes bocais, (a) bocal 8”-3”, (b) 8”-3,5”, (c) bocal 8”-4”.	83
Figura 4.19 – Vista lateral das malhas numéricas dos três separadores, sendo (a) o bocal 8”-3”, (b) o bocal 8”-3,5”, (c) o bocal 8”-4”.	84
Figura 5.1 - Método de cálculo da espessura de filme.	86
Figura 5.2 - Cálculo do ângulo de inclinação α sobre a interface.	87
Figura 5.3 - Nível de líquido sobre a parede da câmara.	88
Figura 5.4 - Cálculo do tempo médio de residência das partículas.	90

- Figura 5.5 - Resultados obtidos para a espessura de filme médio adimensional em função de Re_δ e Fr_Q^2 para os escoamentos laminar e turbulento variando o diâmetro de saída do bocal.95
- Figura 5.6 - Resultados obtidos para ângulo de inclinação médio em função de Re_δ e Fr_Q^2 para os escoamentos laminar e turbulento variando o diâmetro de saída do bocal.....97
- Figura 5.7 - Resultados obtidos para o tempo médio de residência adimensional em função de Re_δ e Fr_Q^2 para os escoamentos laminar e turbulento variando o diâmetro de saída do bocal.99
- Figura 5.8 - Resultados obtidos para a altura média de elevação adimensional em função de Re_δ e Fr_Q^2 para os escoamentos laminar e turbulento variando o diâmetro de saída do bocal. 101
- Figura 5.9 – Plano de saída da câmara de expansão, à esquerda está mostrado o filme de líquido formado no hidrociclone e à direita o gás separado do líquido. 102
- Figura 5.10 – Taxa de separação em função de Re_δ e diâmetro da bolha para as frações de 5%, 10% e 20% na entrada. 104
- Figura 5.11 – Eficiência da câmara em função da fração de vazio, número de Re_δ para os três diâmetros de bolha. 105
- Figura 5.12 – Taxa de separação em função da viscosidade e da fração de gás na entrada para os três diâmetros de bolha, usando a vazão de entrada de 52.5 kg/s..... 106
- Figura 6.1 – Comparação das aproximações para a espessura de filme adimensional em função do número de Froude das propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bocal} / D_{câmara} = 0,1$ 110
- Figura 6.2 - Comparação das aproximações para o ângulo de inclinação das linhas de corrente na saída do separador em função do número de Froude das

propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bocal} / D_{câmara} = 0.1$	110
Figura 6.3 - Comparação das aproximações para o tempo de residência adimensional em função do número de Froude das propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bocal} / D_{câmara} = 0.1$	111
Figura 6.4 - Comparação das aproximações para altura adimensional de elevação do líquido no separador em função do número de Froude das propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bocal} / D_{câmara} = 0.1$	111
Figura 6.5 - Comparação das aproximações para a taxa de separação em função da fração de vazio de entrada das propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bolha} = 0,5mm$	112
Figura 6.6 – Diagrama para a utilização da planilha de cálculo das propriedades hidrodinâmicas e taxa de separação da câmara de expansão.	115
Figura 6.7 – Imagem da planilha de cálculo das propriedades hidrodinâmicas e taxa de separação da câmara de expansão.	115
Figura 6.8 – Imagem da planilha de cálculo que ilustra a implementação dos dados de entrada e as informações primárias.	116
Figura 6.9 – Imagem da planilha de cálculo que ilustra, além dos dados de entrada e das informações primárias, os dados de altura acima e abaixo do bocal.	117
Figura 6.10 – Imagem da planilha de cálculo que ilustra os cálculos primários, secundários e os valores correspondentes dos números adimensionais.	118
Figura 6.11 – Imagem da planilha de cálculos completa para os dados assumidos no presente exemplo.....	119
Figura 6.12 – Imagem da planilha de cálculos completa para um exemplo com extrapolações.....	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Propriedades do fluido de teste.....	81
Tabela 4.2 – Teste de malha para a determinação do tamanho dos elementos.....	81
Tabela 4.3 – Divisão do número de camadas.....	82
Tabela 4.4 – Teste de malha para a escolha do número de camadas na região do anular.....	82
Tabela 5.1 - Verificação dos grupos adimensionais.....	92
Tabela 6.1 – Coeficientes da equação (6.1) para a proposta de correlação polinomial para as variáveis de projeto, escoamento laminar.....	108
Tabela 6.2 – Coeficientes da equação (6.2) para a proposta de correlação de potência para as variáveis de projeto, escoamento laminar.....	108
Tabela 6.3 – Coeficientes da equação (6.1) para a proposta de correlação polinomial para as variáveis de projeto, escoamento turbulento.....	109
Tabela 6.4 – Coeficientes da equação (6.2) para a proposta de correlação de potência para as variáveis de projeto, escoamento turbulento.....	109
Tabela 6.5 - Avaliação das propostas de correlação em função do erro médio percentual e do coeficiente R^2 , para escoamento laminar.....	112
Tabela 6.6 - Avaliação das propostas de correlação em função do erro médio percentual e do coeficiente R^2 , para escoamento laminar.....	113

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS

LCO: *Liquid Carry Over*

CFD: *Computational Fluid Dynamics*

GLCC: *Gas-Liquid Cylindrical Cyclone*

GCU: *Gas Carry Under*

MVFB: *Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos*

VASPS: *Vertical Annular Separation and Pumping System*

CAD: *Computer Aided Design*

SST: *Shear Stress Transport*

LISTA DE SIMBOLOS

	Descrição	Unidade
r	Componente radial do sistema de coordenadas cilíndrico	[m]
V_r	Velocidade na direção radial	[m.s ⁻¹]
θ	Componente angular do sistema de coordenadas cilíndrico	[rad]
V_θ	Velocidade angular	[rad.s ⁻¹]
z	Componente axial do sistema de coordenadas cilíndrico	[m]
V_z	Velocidade axial	[m.s ⁻¹]
ρ	massa específica	[kg.m ⁻³]
p	pressão	[Pa]
μ	viscosidade dinâmica	[kg.m ⁻¹ .s ⁻¹]
g_r	aceleração gravitacional na direção r	[m.s ⁻²]
g_θ	aceleração gravitacional na direção θ	[m.s ⁻²]
g_z	aceleração gravitacional na direção z	[m.s ⁻²]
R_0	Raio externo da câmara de expansão	[m]
δ_f	Espessura de filme	[m]
Q_L	Vazão volumétrica de líquido	[m ³ .s ⁻¹]
τ_w	Tensão de cisalhamento na parede da câmara	[Pa]
\bar{V}	Velocidade média	[m.s ⁻¹]
Re_δ	Número de Reynolds de filme	[1]
Re	Número de Reynolds	[1]
V	Velocidade média do escoamento	[m.s ⁻¹]
D	Diâmetro da tubulação	[m]
ν	Viscosidade cinemática	[m ² .s ⁻¹]
μ_t	Viscosidade turbulenta	[kg.m ⁻¹ .s ⁻¹]
κ	Energia cinética turbulenta	[m ² .s ⁻²]
δ_{ij}	Tensor delta de Kronecker	[1]
ε	Taxa de dissipação de energia turbulenta	[m ² .s ⁻³]
ω	Taxa de dissipação de energia	[m ⁻³ .s ⁻¹]
u_i', u_j'	Flutuação de velocidade	[m.s ⁻¹]

$C_{\mu}, \sigma_{\kappa}, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$	Constantes de fechamento do modelo de turbulência κ - ε	[1]
$\alpha_1, \beta_{\kappa}, \beta_{\omega 1}, \sigma_{\kappa 1}, \sigma_{\omega 1}$	Constantes de fechamento do modelo de turbulência κ - ω	[1]
$\beta_{\kappa}, \sigma_{\omega 2}, \alpha_2, \beta_{\omega 2}$	Constantes de fechamento do modelo SST	[1]
S	Medida invariante da taxa de deformação	[-]
Φ_1	Contribuição do modelo κ - ω para o SST	[-]
Φ_2	Contribuição do modelo κ - ε para o SST	[-]
ρ_k	Massa específica da fase k	[kg.m ⁻³]
u_k	Velocidade da fase k	[m.s ⁻¹]
T_k	Tensor tensão	[Pa]
p_k	Pressão da fase k	[Pa]
ψ_k	Variável genérica	[-]
κ_s	Raio de curvatura da superfície	[m]
χ_k	Função indicadora de fase	[1]
Γ_{kl}	Transferência de massa através da interface	[kg.s ⁻¹]
M_{kl}	Transferência de quantidade de movimento através da interface	[N]
Φ_k	Propriedade genérica	[-]
α_k	Fração volumétrica da fase k	[1]
$\tilde{\Phi}$	Média fásica de uma propriedade genérica	[-]
$\hat{\Phi}$	Média mássica de uma propriedade genérica	[-]
A_{12}	Densidade de área interfacial	
C_D	Coefficiente de arrasto	[1]
ξ, η, γ	Sistema de coordenadas generalizadas	[-]
ξ_x, ξ_y, ξ_z		[-]
η_x, η_y, η_z	Diferenciais do domínio físico para o transformado	
$\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$		
$x_{\xi}, x_{\eta}, x_{\gamma}$		[-]
$y_{\xi}, y_{\eta}, y_{\gamma}$	Diferenciais do domínio transformado para o físico	
$z_{\xi}, z_{\eta}, z_{\gamma}$		
A	Matriz de transformação do domínio físico para o transformado	[-]

B	Matriz de transformação do domínio transformado para o físico	[-]
J	Jacobiano da transformação	[-]
L_ξ e L_η	Comprimento das linhas no plano transformado	[m]
A	Área	[m ²]
N1, N2, N3, N4, N5, N6, N7, N8	Função de forma	[-]
U_i, U_j	Velocidade	[m.s ⁻¹]
t	Tempo	[s]
μ_{eff}	Viscosidade efetiva	[kg.m ⁻¹ .s ⁻¹]
Γ_{eff}	Tensor tensão efetivo	[Pa]
dn_j	Diferenciais das componentes cartesianas do vetor normal à superfície	[-]
$Ip1, Ip2, Ip3$	Ponto de integração	[-]
$\overline{S_{U_i}}$	Termo fonte ligado á variação de momento	[-]
V	Volume de controle	[-]
ip	Subscrito que representa a avaliação em um ponto de integração	[-]
ρ^0	Valor da massa específica no tempo passado	[kg.m ⁻³]
U_i^0	Valor da velocidade no tempo passado	[m.s ⁻¹]
$\overline{S_\phi}$	Termo fonte de uma propriedade genérica	[-]
\dot{m}_{ip}	Vazão mássica no ponto de integração	[kg.s ⁻¹]
ϕ_{ip}	Valor da propriedade no ponto de integração	[-]
ϕ_{up}	Valor da propriedade a montante	[-]
r	Vetor à montante do nó ao ponto de integração	[-]
β	Fator de mistura	[-]
Fr_Q^2	Número de Froude ao quadrado	[1]
L	Comprimento da interface	[m]
$\overline{\delta_f}$	Espessura média de filme	[m]
α	Ângulo de inclinação	[°]
$\overline{\alpha}$	Ângulo médio de inclinação	[°]
V_z	Velocidade na direção z	[m.s ⁻¹]
V	Velocidade resultante	[m.s ⁻¹]

h	Altura de elevação	[m]
\bar{h}	Altura média de elevação	[m]
\bar{t}	Tempo médio de residência	[s]
Vol	Volume das partículas abaixo do bocal	[m ³]
t^*	Tempo teórico	[s]
r_g	Fração volumétrica de gás na entrada	[-]
η	Taxa de separação	[%]
$\dot{m}_{g,saída}$	Vazão mássica de gás dentro do filme de líquido na saída da câmara de expansão	[kg.s ⁻¹]
$\dot{m}_{g,entrada}$	Vazão mássica de gás na entrada	[kg.s ⁻¹]
C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10	Coeficientes usados no método dos mínimos quadrados	[-]
x_1, x_2, x_3	Funções independentes	[-]
y	Função resultante	[-]
d_{bocal}	Diâmetro do bocal	[pol]
$D_{câmara}$	Diâmetro externo da câmara	[pol]
d_{bolha}	Diâmetro médio das bolhas dispersas	[mm]
R^2	Coeficiente de determinação	[-]

Operadores

∇	Operador nabla
∂	Operador diferencial parcial
d	Operador diferencial
$\langle \rangle$	Média de uma propriedade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Caracterização do Problema	19
1.2	Objetivos	21
1.3	Justificativa	22
1.4	Estrutura do trabalho	22
2	Revisão bibliográfica	24
2.1	Estudos anteriores	24
3	Modelagem matemática	30
3.1	Descrição do problema	30
3.2	Equações governantes	32
3.3	Solução Analítica	33
3.4	Turbulência	36
3.4.1	Viscosidade turbulenta	37
3.4.2	Modelo κ - ϵ padrão	39
3.4.3	Modelo κ - ω Wilcox	40
3.4.4	Modelo SST	41
3.5	Modelo de dois fluidos Euleriano-euleriano	43
3.5.1	Formulação do modelo de dois fluidos	44
3.5.2	Formulação Média	47
3.5.3	Transferência interfacial de quantidade de movimento	51
3.6	Condições de contorno	54
4	modelagem numérica	55
4.1	Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos (MVFbE)	56
4.1.1	Transformação de coordenadas	56
4.1.2	Área em sistemas transformados	60
4.1.3	Transformação de coordenadas em malhas não-estruturadas	62
4.1.4	Volumes de controle e pontos de integração	65
4.1.5	Integração das equações governantes	67
4.1.6	Elementos usados no programa ANSYS-CFX	70
4.1.7	Esquemas de interpolação dos termos advectivos	73
4.1.8	Modelo de discretização compressiva na interface	75
4.1.9	Modelo de três fluidos	76
4.2	Geometria	78
4.3	Malha Numérica	79
4.3.1	Teste de malha	80
4.3.2	Malha numérica final	83
5	Resultados	85
5.1	Análise de parâmetros hidrodinâmicos e grupos adimensionais	85

5.1.1	Parâmetros hidrodinâmicos de interesse	86
5.1.2	Verificação dos parâmetros adimensionais	91
5.2	Definição da grade de simulações	92
5.3	Resultados das simulações com escoamento monofásico	93
5.3.1	Espessura média de filme.	93
5.3.2	Ângulo médio de inclinação das linhas de corrente.	96
5.3.3	Tempo médio de residência do fluido no equipamento.	97
5.3.4	Altura de elevação.	100
5.4	Resultados das simulações com escoamento bifásico	102
5.4.1	Cálculo da taxa de separação	102
5.4.2	Resultados	103
6	Correlações	107
6.1	Descrição do programa gerado	113
	Exemplo	115
7	Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	121
7.1	Contribuições	121
7.2	Sugestões para trabalhos futuros	122
	REFERÊNCIAS	123
	Apêndice A – Resultados monofásico laminar	125
	Apêndice B – Resultados monofásico turbulento	126
	Apêndice C – Resultados taxa de separação	127

1 INTRODUÇÃO

Escoamentos multifásicos compõem uma classe importante da Mecânica dos Fluidos caracterizada pelo escoamento de uma mistura composta por uma ou mais fases, sejam elas quimicamente relacionadas ou não. Encontrados na natureza nas mais variadas composições e padrões, esses escoamentos têm grande importância em engenharia por sua vasta aplicação em diversas áreas, como na indústria química, alimentícia, de conversão de energia e na extração de petróleo.

Porém, a presença de mais de uma fase no escoamento pode prejudicar processos ou equipamentos originalmente projetados para escoamentos de uma única fase, como por exemplo o bombeamento de líquido ou compressão de gás. Nessas situações, a separação dessas fases se torna necessária.

Para realizar a separação das fases, equipamentos denominados separadores foram desenvolvidos e são amplamente utilizados na indústria. Esses podem ser usados para a separação de diversos tipos de escoamento, como carregamento de partículas sólidas, líquidos imiscíveis escoando simultaneamente ou mesmo para o escoamento bifásico de líquido-gás.

Para a separação de escoamento líquido-gás, vários equipamentos que utilizam o efeito gravitacional foram desenvolvidos. Os mais convencionais são os separadores horizontais e verticais. Normalmente em conjunto com os separadores convencionais, são empregadas técnicas químicas, elétricas e mecânicas para melhorar a eficiência do processo

Na indústria de petróleo e gás, a elevada ocorrência de escoamento multifásico na extração de petróleo em plataformas *off-shore* (exploração de petróleo em alto mar) cria a necessidade de elaborar dispositivos capazes de segregar as fases presente no escoamento, a fim de se maximizar a eficiência do processo produtivo e garantir uma maior conservação dos equipamentos.

.Atualmente, separadores convencionais são utilizados nas plataformas de exploração. O seu elevado peso e tamanho implica na construção de plataformas mais robustas encarecendo o processo produtivo. Para reduzir esses custos, tecnologias alternativas têm sido desenvolvidas para viabilizar a separação de

escoamentos multifásicos. Dentre essas, uma das mais promissoras utiliza o conceito de separação por campo centrífugo, e os equipamentos correspondentes são comumente denominados separadores ciclônicos.

Segundo Rietema (1960), a utilização do conceito de campos centrífugos para a separação de fases em um escoamento surgiu logo após a Segunda Guerra, originalmente para a separação de sólidos em meios fluidos menos densos. O separador ciclônico é caracterizado por sua simplicidade, não possui partes móveis, é compacto e possui baixo peso. Essas características fazem deste equipamento uma excelente alternativa aos separadores convencionais.

O desenvolvimento de separadores ciclônicos para a separação de escoamento líquido-gás, por sua vez, se iniciou no final da década de 80. Um dos primeiros estudos foi realizado pela empresa britânica *British Petroleum* (BP) em 1988. Nesse projeto, surgiu o VASPS, ou *Vertical Annular Separation and Pumping System* (Sistema Vertical e Anular de Separação e Bombeamento), que é um projeto de colaboração internacional e que conta com a participação das empresas de petróleo AGIP, da Itália, BP, da Inglaterra e a brasileira PETROBRAS. Esse sistema é posicionado no mesmo nível do poço de extração e traz uma série de vantagens: aumenta a recuperação do reservatório enquanto a pressão na cabeça do poço diminui, possibilita o bombeio do líquido para a plataforma através de bombas centrífugas, o uso de linhas distintas para gás e líquido evita, ou ao menos reduz, a ocorrência de problemas típicos de escoamentos multifásicos (deposição de hidratos, escoamento intermitente), e facilita a medição das vazões de cada fase, o que resulta em um controle melhor sobre o reservatório (Rosa, 2001).

O VASPS consiste em três partes construtivas: câmara de expansão, canal helicoidal e piscina. A Figura 1.1 mostra esquematicamente os três componentes básicos do separador e suas respectivas funções no processo.

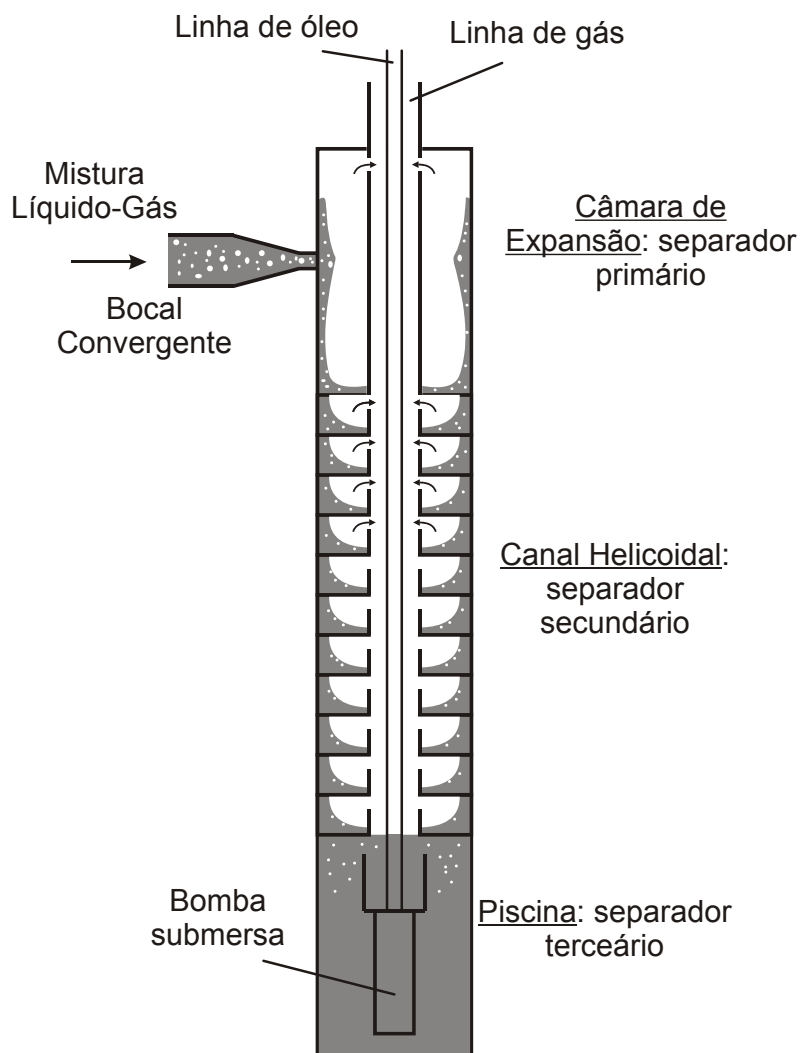


Figura 1.1 - Representação esquemática do separador VASPS.

A câmara de expansão compreende a primeira etapa do processo e é responsável pela maior taxa de separação de gás, devido à rápida expansão da mistura, brusca mudança no sentido do escoamento e grande intensidade do campo centrífugo. Esse campo centrífugo perde força, ao longo da câmara, devido às forças viscosas do líquido, e escorre com a ajuda da aceleração gravitacional para a parte inferior.

O canal helicoidal, responsável pela segunda etapa de separação, recolhe o fluido da câmara e faz com que a mistura continue o movimento centrífugo. Embora o campo centrífugo nesta etapa seja menos intenso que na câmara de expansão, o canal helicoidal é longo o suficiente para que a separação do gás ocorra em função do elevado tempo de permanência da mistura neste trecho.

A piscina, que compreende a última etapa do processo, tem a função de acumular a mistura das etapas anteriores e atuar como um simples separador gravitacional, isolando as bolhas restantes da região de sucção de líquido. Caso a separação na primeira e na segunda etapa seja ineficiente, a piscina não conseguirá realizar a sua função e bolhas de gás poderão entrar na bomba junto com o líquido, prejudicando o processo e o equipamento.

Assim, o correto dimensionamento do separador se torna essencial para que ocorra a correta separação das fases, sem prejuízo a outros equipamentos. Como a câmara de separação é responsável por retirar a maior quantidade de gás, um estudo detalhado sobre a dinâmica do escoamento no seu interior é importante, de modo a encontrar as condições ideais de funcionamento.

1.1 Caracterização do Problema

Embora o VASPS contribua significativamente no processo produtivo, há condições limite de operação a serem respeitadas para que falhas no processo de separação e em outras etapas de produção não ocorram. Para a câmara de expansão, em particular, existem duas condições extremas de operação que causam efeitos indesejados, quais sejam:

Liquid Carry-Over (LCO): Condição na qual a mistura se espalha intensamente sobre a parede do separador a ponto de atingir o topo do equipamento, de tal forma que o líquido alcance as aberturas superiores e seja, por isso, succionado pela linha de gás. Isso ocorre para altas velocidades de entrada da mistura, e pode provocar danos em equipamentos da linha de gás, além de prejudicar a separação.

A Figura 1.2 apresenta o fenômeno LCO, observa-se que o líquido se eleva até o topo da câmara entrando na linha de gás.

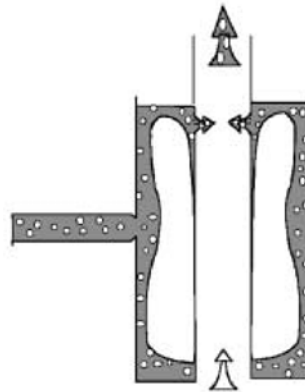


Figura 1.2 – Exemplo de ocorrência do fenômeno LCO. [Fonte: Rosa et. al., 2001]

Inundação: Condição na qual o filme de líquido se torna muito espesso e bloqueia o espaço anular entre as paredes externa e interna da câmara de expansão. O escoamento em toda a câmara se torna instável, a pressão no interior aumenta e flutua significativamente, e o mecanismo de separação perde seu verdadeiro efeito. Esse fenômeno pode ocorrer para líquidos com elevada viscosidade, vazões de entrada muito acima da capacidade da câmara ou pela inundação do próprio canal helicoidal devido a um desequilíbrio entre a produção do separador e a solicitação das bombas centrífugas.

A Figura 1.3 mostra a ocorrência da inundação. Nota-se que todo o espaço anular está preenchido pela mistura bifásica, prejudicando o processo de separação.

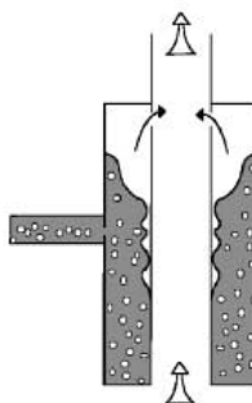


Figura 1.3 – Exemplo de ocorrência do fenômeno Inundação. [Fonte: Rosa et. al., 2001]

Um estudo aprofundado sobre a dinâmica do escoamento no interior da câmara pode orientar os projetistas a desenvolver separadores que funcionem

seguramente longe da ocorrência de LCO ou inundação, além de fornecer recursos para que as condições de operação em função das variáveis do processo sejam sempre conhecidas.

1.2 Objetivos

O presente trabalho trata da simulação numérica do escoamento líquido-gás na câmara de expansão de um separador ciclônico, a fim de se analisar o comportamento do escoamento e quantificar a taxa de separação no equipamento para uma vasta faixa de operação que envolva condições reais de produção de petróleo.

Para atingir o objetivo proposto, é utilizada a metodologia de volumes finitos baseado em elementos (MFVbE), através do programa computacional ANSYS-CFX, para a solução do escoamento no interior da câmara. A metodologia de solução se divide em duas linhas de análise: a primeira, baseada em escoamentos monofásicos de entrada, tem como foco a avaliação do comportamento de propriedades hidrodinâmicas da câmara, especificamente a espessura do filme de líquido na saída da câmara, a altura de elevação do nível de líquido no separador, a inclinação das linhas de corrente na saída do hidrociclone e o tempo de residência do líquido no equipamento; a segunda, voltada para escoamentos líquido-gás de padrão bolhas dispersas, tem como foco a quantificação da taxa de separação.

A partir dos resultados numéricos, são desenvolvidas correlações envolvendo a geometria do separador, as propriedades do líquido (viscosidade e massa específica) e a vazão de entrada a fim de se calcular, de forma prática, as propriedades hidrodinâmicas analisadas. Para os casos em que se considera dispersões de bolhas na mistura líquido-gás de entrada, considera-se ainda a fração de vazio da mistura e o diâmetro médio das bolhas no algoritmo de cálculo para avaliar, também, a taxa de separação em função das variáveis de processo.

1.3 Justificativa

O processo de separação de fases envolvendo o escoamento bifásico líquido-gás na extração de petróleo tem grande importância. Atualmente o processo de separação ocorre na plataforma com o uso de separadores gravitacionais, apresentando algumas desvantagens como, por exemplo, a lentidão do processo de separação. Além disso, o equipamento ocupa grande volume e possui um peso muito grande.

Com a aplicação de um processo de separação submarino, as plataformas podem ser mais compactas e leves, o que reduz custos de produção. Problemas envolvendo escoamento multifásico (formação de hidratos e escoamento intermitente, por exemplo) podem ser atenuados e a vida útil de equipamentos como bombas centrífugas e compressores aumenta consideravelmente.

Uma vez que instalações submarinas envolvem custos e adaptações do sistema de produção, o entendimento detalhado do escoamento na câmara de separação é o primeiro passo para o desenvolvimento de um separador que seja eficiente, compacto e que, por fim, justifique seu investimento e utilização, sendo esse entendimento o objetivo do presente trabalho.

1.4 Estrutura do trabalho

O presente estudo foi dividido em seis capítulos. O capítulo 1 introduz o tema de separadores de fases e suas aplicações em processos industriais, sendo a ênfase em processos de produção de petróleo. Também é apresentado o funcionamento do separador VASPS e algumas limitações de operação da câmara de expansão que é o objeto de estudo. Além disso, são tratados os objetivos e as justificativas do presente trabalho.

No capítulo 2, realiza-se uma revisão bibliográfica dos principais estudos em separadores que utilizam o efeito centrífugo-gravitacional como princípio de funcionamento.

No capítulo 3, explica-se o padrão de escoamento no separador e descreve-se sobre a modelagem matemática utilizada para a solução do escoamento no interior do hidrociclone. Tanto modelos de turbulência como de escoamento multifásico são abordados.

No capítulo 4, apresenta-se a modelagem numérica correspondente ao Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos, implementado no programa ANSYS-CFX 13.0 e usado no presente trabalho. Comenta-se, também, sobre a definição do domínio de solução no programa, a construção da malha numérica, a definição das condições de contorno e demais detalhes do modelo numérico.

No capítulo 5, são apresentados os resultados obtidos das simulações numéricas, através dos quais diversas análises são feitas para os principais parâmetros da câmara de expansão.

No capítulo 6 são apresentadas as propostas de correlações, a partir dos resultados, com o intuito de se obter uma generalização dos parâmetros. Por fim, um algoritmo é proposto para a utilização prática dessas correlações.

No capítulo 7 são feitas as conclusões sobre o trabalho e também são propostos temas para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, são apresentados os principais estudos encontrados na literatura com foco em separadores que utilizam o conceito de ciclone.

2.1 Estudos anteriores

Kouba *et al.* (1995) realizaram um estudo sobre o comportamento do escoamento no interior de um separador cilíndrico ciclônico (GLCC – *Gas Liquid Cylindrical Cyclone*) bem como a sua performance, utilizando uma bancada experimental, mostrada na Figura 2.1. Também foram propostos modelos mecanicistas para a descrição do escoamento no GLCC.

Eles ainda observaram que a limitação do GLCC era dada exclusivamente pelo LCO. Com a utilização de um bocal de entrada inclinado, foi verificada uma melhora nesse sistema. Além disso, com o uso de dois GLCC em série, chega-se no limite teórico da performance devido ao início do escoamento de gotas dispersas em um meio de gás contínuo (*mist flow*). Modelos mecanicistas (são modelos teóricos em que se utilizam métodos experimentais para a obtenção de coeficientes de fechamento) foram propostos para o cálculo do nível de líquido de equilíbrio, a trajetória da bolha e o início do desprendimento de líquido no núcleo de gás, gerando o padrão de escoamento gotas dispersas.

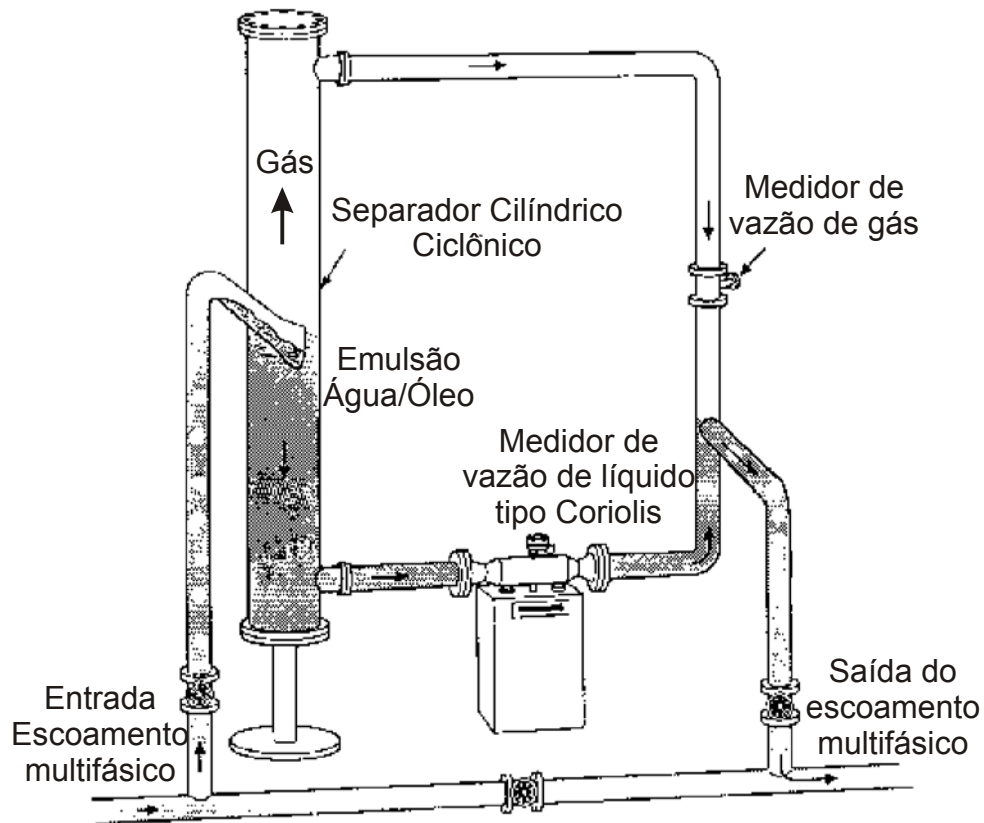


Figura 2.1 – Esquemático da bancada experimental utilizada por Kouba et al. (1995) [Adaptado de Kouba et al. 1995].

Após esse estudo, Marti *et al.* (1996) propuseram um modelo mecanicista capaz de prever o fenômeno de carregamento de gás na linha de líquido chamado de *gas-carry under* (GCU), isso pode trazer problemas para o bombeamento de líquido realizado posteriormente à separação. O modelo prevê a interface líquido-gás perto da entrada como função da distribuição da velocidade tangencial. A desaceleração da velocidade tangencial também foi modelada. A interface define onde se inicia a análise da trajetória da bolha, o que permite a determinação do GCU e da eficiência na separação. Também foram apresentados resultados preliminares de simulações em CFD, obtidas pelo uso de um pacote comercial. A combinação do modelo da trajetória da bolha juntamente com o modelo de desaceleração da velocidade tangencial permite a avaliação da eficiência de separação como função do tamanho da bolha.

Erdal *et al.* (1998a), investigaram a formação da interface líquido-gás no escoamento abaixo do bocal de entrada. Para isso, foram realizadas simulações em CFD de escoamento monofásico e bifásico, utilizando o programa computacional ANSYS CFX para modelagem do escoamento bifásico em uma geometria que representa o GLCC. O modelo homogêneo (que trata ambas as fases como uma única mistura) de dois fluidos foi usado nesse estudo, com modelagem para interface livre. Os resultados numéricos para a formação da interface foram comparados com um método experimental de visualização. Os resultados obtidos mostram que os perfis de velocidade simulados para escoamento monofásico e bifásico são similares, apresentando somente ligeiras diferenças na região da entrada.

Erdal *et al.* (1998b), investigaram o efeito das pequenas bolhas de gás na parte inferior do GLCC, abaixo do bocal, e o fenômeno do carregamento de gás na linha de líquido. Esse fenômeno foi investigado tanto através de visualização experimental quanto por meio de simulações numéricas. Simulações com escoamento monofásico, bifásico e rastreamento do movimento da bolha foram feitos, usando uma geometria equivalente ao GLCC. As visualizações experimentais e as simulações em CFD indicam que o escoamento abaixo do bocal do GLCC é muito complexo. A análise da trajetória da bolha foi utilizada para quantificar parâmetros importantes no GCU, tamanho da bolha, razão do diâmetro da câmara com o comprimento, viscosidade, número de Reynolds e a velocidade tangencial de entrada.

Morandin (1999) realizou um estudo no qual se procura analisar experimentalmente o comportamento do escoamento de líquido em um hidrociclone e desenvolver um modelo matemático que descreva o comportamento de algumas propriedades hidrodinâmicas. O escoamento no hidrociclone estudado se desenvolve na forma de um filme de espessura reduzida sob a ação combinada dos campos centrífugo e gravitacional de forças, sendo esta uma das principais características dos separadores ciclônicos. O modelo matemático foi desenvolvido a partir das equações de camada limite na forma integral tomada em termos médios num sistema cilíndrico de coordenadas.

A metodologia experimental utiliza água como fluido de teste, para vazões de 2,3 kg/s, 3,0 kg/s, 3,77 kg/s, 5,48 kg/s, e um fluido com viscosidade de 45 cP com vazão de 2,6 kg/s também foi usado com o intuito de investigar a influência da viscosidade no escoamento. Para cada vazão foi medido o ângulo de inclinação e a espessura do filme, utilizando técnica de ultra-som e sonda elétrica, em três planos localizados abaixo do bocal, sendo o primeiro à 185 mm, o segundo à 315 mm e o último à 515 mm. A Figura 2.2 apresenta o circuito no qual foram realizados os testes, com a finalidade de validar seu modelo matemático. O escoamento se inicia pela bomba, passando pelo termopar e pelo medidor de vazão tipo turbina, caso a temperatura do fluido esteja elevada o trocador de calor é acionado. A válvula globo controla a vazão de entrada no hidrociclone. No separador são feitas as medidas experimentais necessárias, depois disso passa pela bomba de descarga jogando o fluido no reservatório inicial.

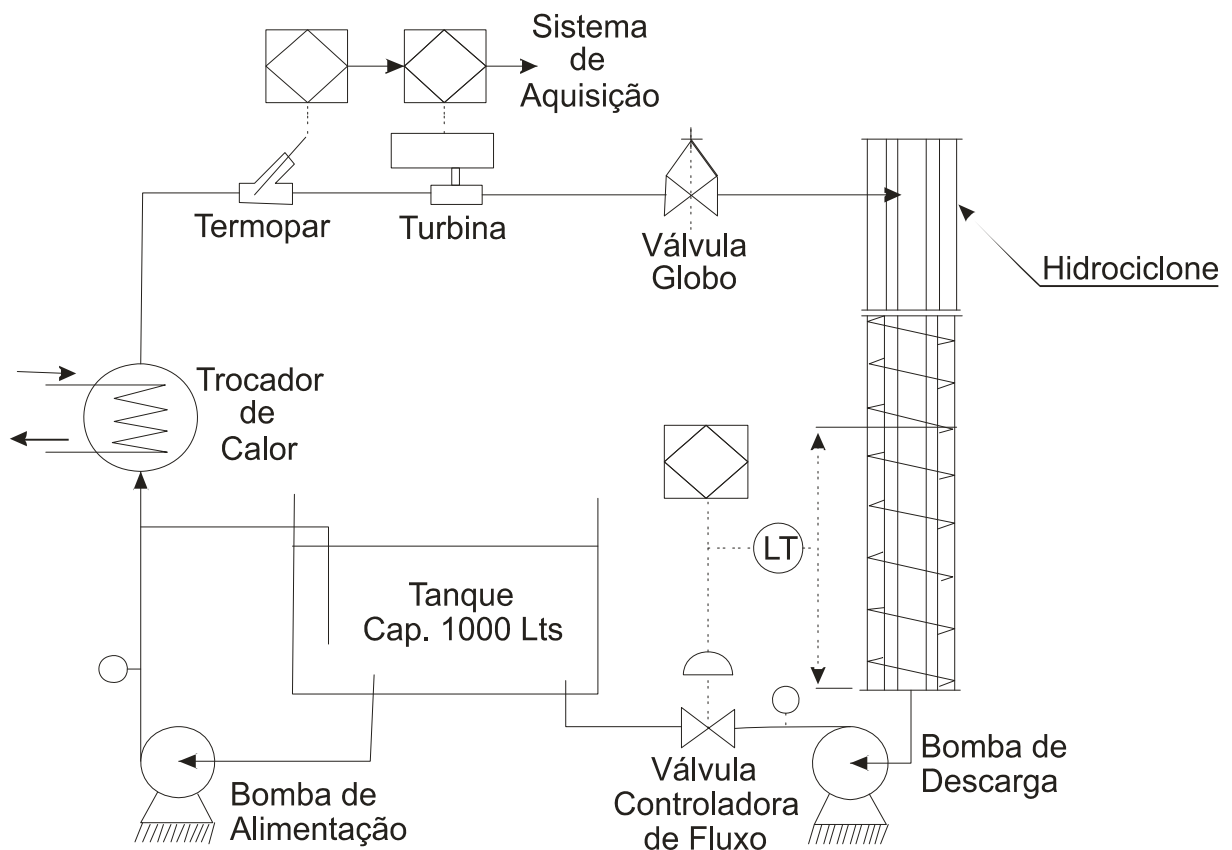


Figura 2.2 - Circuito de testes desenvolvido por Morandin (1999) [adaptado de Morandin, 1999]

A Figura 2.3 mostra as posições onde foram instalados os sensores para a medição da espessura de filme e ângulo de inclinação. A câmara utilizada nos testes possui 1000 mm de comprimento, tubo externo com diâmetro de 137 mm, tubo interno com diâmetro de 88,9 mm e um bocal convergente de 38,1 mm com redução de 50% na área.

Os resultados mostraram que a aproximação do escoamento em camada limite foi consistente, sendo os valores próximos aos obtidos experimentalmente. Para os parâmetros em análise, observou-se que a espessura de filme aumentava em função da vazão mássica de entrada e com o afastamento do bocal. Por sua vez, o ângulo de inclinação diminuiu com o aumento da vazão mássica e aumentava com o afastamento do bocal devido aos efeitos viscosos.

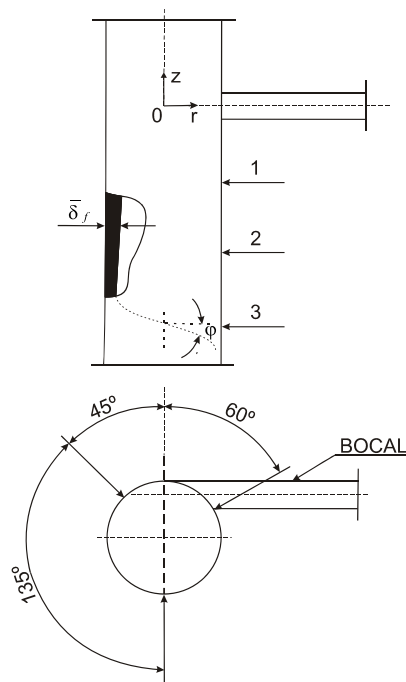


Figura 2.3 - Posições abaixo do bocal onde foram medidos o ângulo de inclinação e a espessura de filme. Os pontos 1, 2 e 3 se encontram à 185 mm, 315 mm e 515 mm abaixo do bocal, respectivamente [adaptado de Morandin, 1999].

Rosa *et al.* (2001) investigaram o comportamento de um separador ciclônico, utilizando experimentos com modelos em escala e protótipos, para o desenvolvimento de modelos mecanicistas do processo de separação de fases. Os testes em laboratório foram feitos utilizando misturas de ar e água ou fluidos viscosos a base de água. Os modelos mecanicistas propostos foram feitos a partir

dos dados experimentais e da identificação de limitações do equipamento. Além disso, simulações em CFD foram feitas em determinadas partes do separador. A capacidade de representação do modelo foi verificada por testes em campo, usando óleo de petróleo em protótipo de escala real.

Os resultados mostram que além dos modelos mecanicistas preverem o escoamento com certa precisão, os separadores ciclônicos são capazes de processar escoamentos intermitentes e também misturas formadas por líquido, gás e partículas sólidas.

Recentemente, Sant'anna (2010) realizou um estudo sobre a dinâmica do escoamento no interior da câmara de expansão do separador VASPS utilizando CFD. Foram avaliados parâmetros em função do fluido de teste e da vazão de entrada, como espessura de filme, altura de elevação do fluido, tempo de residência e taxa de separação.

Para validar a metodologia de simulação numérica, o autor realizou simulações utilizando a mesma geometria que Morandin (1999), as mesmas vazões e fluidos de teste. A comparação dos resultados numéricos com o método experimental e com o modelo matemático de Morandin (1999) mostrou uma boa concordância, mesmo com a grande complexidade de modelagem desses escoamentos. Sant'anna (2010) estendeu a análise de seus resultados para outros parâmetros, observando por exemplo que, com o aumento da vazão de entrada, observa-se um aumento na espessura de filme e na altura de elevação do nível de líquido, enquanto que para o tempo de residência e o ângulo de inclinação foi verificada uma redução com o aumento da vazão.

O autor estendeu, ainda, sua análise para simulações envolvendo escoamento bifásico de entrada, assumindo uma mistura líquido-gás no padrão bolhas dispersas. Além da água, foram utilizados três óleos com propriedades equivalentes às de fluidos reais de produção de petróleo, com vazões entre 2,3 e 5,48 kg/s e frações de vazio na entrada entre 5 e 20%. Sant'anna (2010) notou que o comportamento do escoamento, mesmo com a presença do gás, é dominado pela vazão de líquido, sendo portanto semelhante ao simulado para escoamento monofásico. A eficiência apresentada pela câmara de expansão para os casos considerados foi, em média, de 91%.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção será apresentada, de forma simplificada, a solução analítica para o escoamento em queda livre sobre um cilindro, os modelos matemáticos de turbulência e a modelagem de escoamento multifásico (modelo de dois fluidos). Tais modelos servem de base para a metodologia numérica utilizada para a representação do fenômeno, essa última descrita no capítulo seguinte.

3.1 Descrição do problema

Antes de se apresentar os modelos matemáticos usados para a solução do problema, é conveniente descrever o fenômeno em estudo e detalhar algumas de suas características hidrodinâmicas.

O escoamento se inicia através do bocal convergente, ganhando velocidade devido à contração. Ao ingressar na câmara, o fluido se espalha de tal forma que parte do fluido se eleva sobre a parede cilíndrica, e parte percorre o hidrociclone em um movimento espiralado para baixo, como mostrado na Figura 3.1. Em separadores líquido-gás usados na produção de petróleo, a altura máxima de elevação do líquido sobre a parede da câmara deve ser controlada, pois não pode atingir o topo da câmara, o que levaria ao carregamento de líquido pela linha de extração de gás (Sant'anna, 2010).

A formação do filme de líquido, ilustrada na Figura 3.1-(b), também tem importância no funcionamento do separador, já que o espalhamento do líquido é fundamental na separação. Filmes muito espessos, em geral, são prejudiciais à separação por naturalmente reterem maior quantidade de gás, enquanto que filmes delgados, embora estejam ligados a altas eficiências de separação, podem também estar relacionados a vazões muito abaixo do esperado para o funcionamento do equipamento, prejudicando as etapas posteriores. Além disso, o tempo de permanência do fluido no separador também pode ter impacto na separação de bolhas que resistiram ao espalhamento do fluido no momento do choque com a parede da câmara, na entrada do separador.

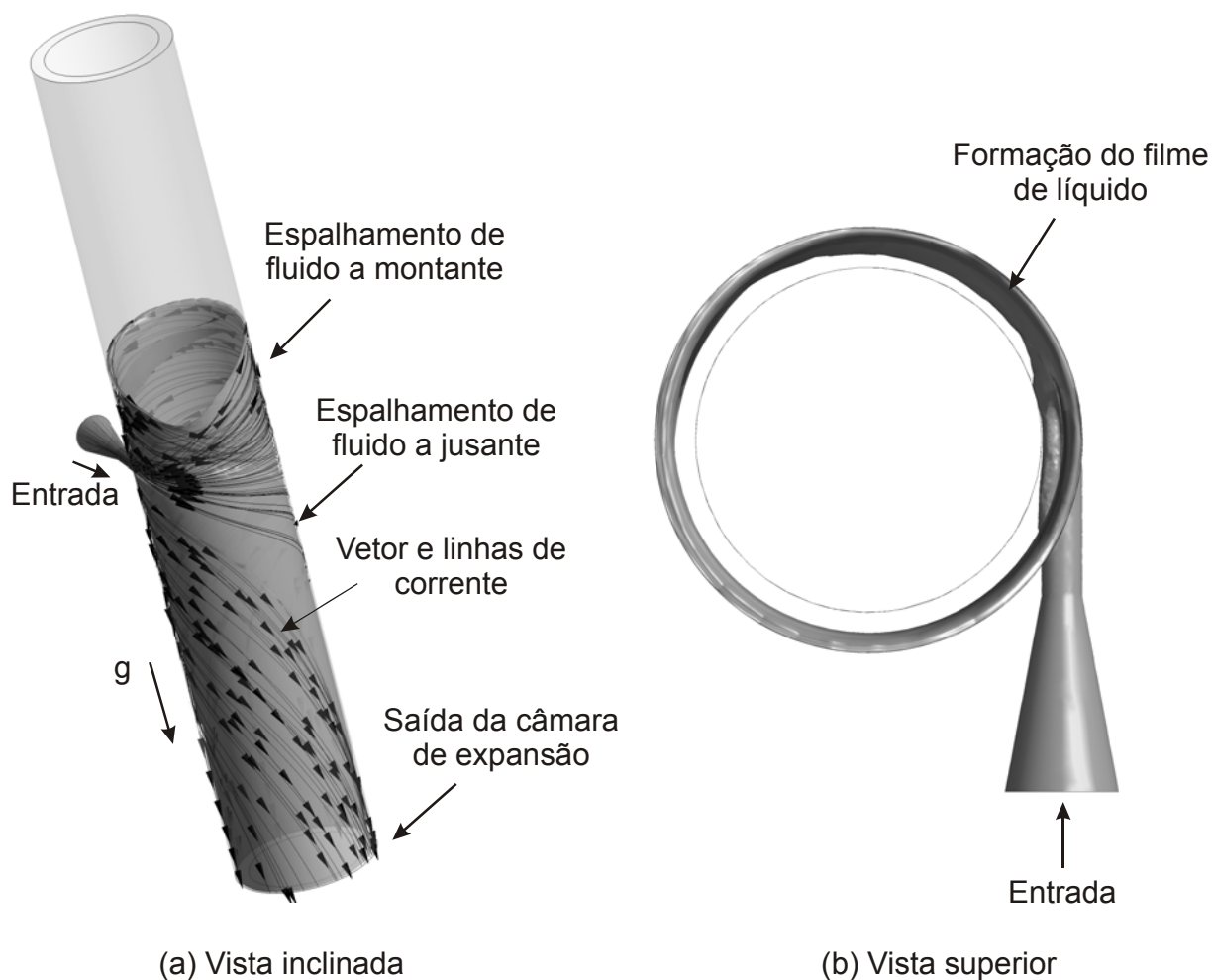


Figura 3.1 – Padrão de escoamento no interior do hidrociclone. (a) apresenta a vista inclinada e (b) a vista superior.

A modelagem do fenômeno estudado é relativamente complexa devido a uma série de fatores. Em primeiro lugar, trata-se de um problema de superfície livre, no qual é necessário resolver a interface entre o líquido e o gás contido no espaço anular. Além disso, o regime de escoamento pode ser laminar ou turbulento dependendo da vazão de entrada e da viscosidade do fluido. Ainda, a separação da fase gasosa dispersa no líquido envolve a solução de um modelo de escoamento bifásico que seja capaz de calcular separadamente os campos de escoamento do líquido e do gás, prevendo as forças interfaciais envolvidas.

Com o objetivo de detalhar toda a metodologia matemática utilizada para a solução do problema devido às dificuldades acima, as próximas seções são dedicadas à compreensão desses fenômenos, à descrição das equações que

governam esse problema e ao desenvolvimento de uma solução analítica para a espessura de filme na saída da câmara de expansão.

3.2 Equações governantes

O problema em estudo compreende o escoamento isotérmico de fluidos newtonianos e incompressíveis. Logo, é regido pelas equações de continuidade e de balanço de quantidade de movimento. Considera-se, em primeiro lugar, a análise do escoamento monofásico de líquido, para o qual as equações de conservação são apresentadas a seguir para coordenadas cilíndricas assumindo-se escoamento laminar:

Continuidade:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}(V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(V_z) = 0 \quad (3.1)$$

Balanço de quantidade de movimento na direção radial, r:

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta^2}{r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) \\ & = \rho g_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV_r) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Balanço de quantidade de movimento na direção tangencial, θ :

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} - \frac{V_r V_\theta}{r} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right) \\ & = \rho g_\theta - \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV_\theta) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial z^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Balanço de quantidade de movimento na direção axial, z:

$$\rho \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right\} \quad (3.4)$$

onde V_r , V_θ e V_z compreendem as componentes de velocidade nas direções r , θ e z , respectivamente, ρ é a massa específica do fluido, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, g é a aceleração gravitacional e p é a pressão.

3.3 Solução Analítica

Apesar de o escoamento no hidrociclone ser complexo, é possível obter alguns parâmetros analiticamente tomados algumas hipóteses simplificadoras. Em uma situação hipotética na qual o filme de líquido escorre pela câmara devida somente à ação da aceleração gravitacional, é possível obter, entre outros parâmetros, a espessura do filme e a velocidade final que o escoamento atinge no limite em que a tensão de cisalhamento exercida pela parede da câmara sobre o fluido equilibra a força gravitacional que o acelera para baixo. Embora essa situação idealizada jamais ocorra na prática no tipo de separador estudado, esse tipo de solução tem grande valia na avaliação aproximada de alguns parâmetros na saída do separador, ajudando na compreensão do fenômeno.

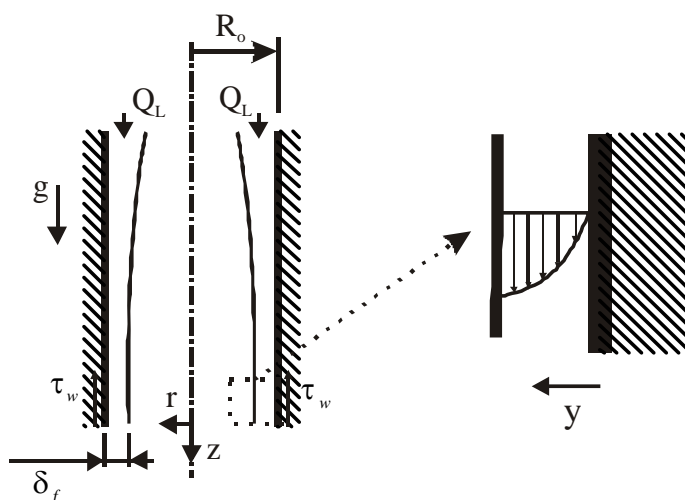


Figura 3.2 – Solução analítica da espessura de filme e da tensão de cisalhamento na parede da câmara.

A Figura 3.2 mostra um filme de líquido escoando sobre a parede de um tubo, representando o escoamento na câmara de expansão. Nesse caso, espera-se que o filme atinja o regime em queda livre, para que os cálculos da espessura de filme e da tensão de cisalhamento sejam feitos.

Assumindo-se um problema de queda livre de um filme de líquido sobre a parede de uma câmara cilíndrica, são necessárias as considerações de algumas hipóteses:

- Regime permanente
- escoamento completamente desenvolvido
- escoamento unidimensional ($V_z = V_z(r)$)
- Sem gradiente de pressão
- Atrito desprezível entre líquido e gás
- Filme de líquido uniformemente distribuído

Aplicando as hipóteses acima nas equações governantes, chega-se em uma equação diferencial de segunda ordem:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right] = -\frac{\rho g_z}{\mu} \quad (3.5)$$

A partir da equação (3.5), pode-se obter uma solução analítica para o perfil de velocidade V_z , em função do raio r , na situação hipotética de equilíbrio de forças:

$$V_z = -\frac{\rho g r^2}{4\mu} + C_1 \ln r + C_2 \quad (3.6)$$

Para encontrar as constantes C_1 e C_2 são utilizadas duas condições de contorno.

$$\left. \frac{dV_z}{dr} \right|_{r=R_0-\delta_f} = 0 \Rightarrow \text{Tensão de cisalhamento igual a 0 na interface líquido-gás.}$$

$$V_z|_{r=R_0} = 0 \Rightarrow \text{Condição de não deslizamento na parede.}$$

Assim, as constantes C_1 e C_2 se tornam

$$C_1 = \frac{\rho g (R_0 - \delta_f)^2}{2\mu} \text{ e } C_2 = \frac{\rho g}{4\mu} \left(R_0^2 - 2(R_0 - \delta_f)^2 \ln R_0 \right).$$

Substituindo as constantes na equação (3.6) e rearranjando os termos a velocidade V_z fica

$$V_z = \frac{\rho g}{4\mu} \left(R_0^2 - r^2 + 2(R_0 - \delta_f)^2 \ln \left(\frac{r}{R_0} \right) \right) \quad (3.7)$$

Uma vez encontrada a velocidade analítica do problema, pode-se determinar a vazão volumétrica realizando a integração na área da velocidade.

$$Q_i = \int_A V_z dA \quad (3.8)$$

Substituindo a equação (3.7) em (3.8) e fazendo $dA = 2\pi r dr$, a expressão para a vazão Q_i fica

$$Q_i = \frac{\pi \rho g}{4\mu} R_0^4 k^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{k^2} + 3k^2 \right) - 2(1 + k^2 \ln k) \right]; \quad (3.9)$$

$$k = \frac{R_0 - \delta_f}{R_0}$$

Portanto, sabendo a vazão volumétrica na entrada da câmara, pode-se determinar o valor da espessura de filme de maneira implícita.

Outro parâmetro que pode ser obtido analiticamente é a tensão de cisalhamento na parede, derivando a velocidade encontrada em relação a coordenada z .

$$\tau_w = \frac{\rho g R_0}{2\mu} [k^2 - 1] \quad (3.10)$$

Apesar da tensão de cisalhamento não ser um parâmetro de análise do escoamento, pois o escoamento dificilmente chega à condição de equilíbrio de forças, pode-se utilizar o seu valor como comparação para verificar o quão próximo ou distante a solução numérica está da analítica.

Morandin (1999) propõe outras soluções analíticas para a espessura de filme e tensão de cisalhamento, baseado na aplicação de métodos integrais às equações de quantidade de movimento. Dessa forma, o autor desenvolveu equações para a espessura de filme e tensão de cisalhamento para os regimes laminar (equações (3.11) e (3.12)) e turbulento (equações (3.13) e (3.14)).

$$\delta_f = \left[\frac{1}{0.67} \frac{\nu}{g} \frac{Q_L}{2\pi R_0} \right]^{1/3} \quad (3.11)$$

Sendo ν , a viscosidade cinemática, Q_L a vazão volumétrica de líquido R_0 o raio externo da câmara e g a aceleração gravitacional.

$$\tau_w = \rho g \left[\frac{1}{0.67} \frac{\nu}{g} \frac{Q_L}{2\pi R_0} \right]^{1/3} \quad (3.12)$$

$$\delta_f = \left[\frac{0.24}{8} \left(\frac{Q_L}{2\pi R_0} \right)^{7/4} \frac{\nu^{0.25}}{g} \right]^{1/3} \quad (3.13)$$

$$\tau_w = \frac{0.24}{8} \rho \bar{V}^2 \text{Re}_\delta^{-0.25} \quad (3.14)$$

3.4 Turbulência

Dependendo das condições de operação do separador, o regime de escoamento ao longo da câmara pode ser turbulento. Por suas características físicas que o diferenciam de escoamentos laminares, alguns parâmetros podem variar significativamente para escoamentos turbulentos.

Embora seja um problema estudado há muitas décadas, a modelagem da turbulência esbarra na elevada complexidade do fenômeno físico e, em extensão, nos complicados mecanismos de geração, transporte e dissipação da turbulência em escoamentos bifásicos. Além disso, a natureza complexa dos padrões de escoamento bifásicos são fatores limitantes para a obtenção de dados experimentais que generalizem os mecanismos da turbulência. Entretanto, devem ser considerados na modelagem matemática pois, mesmo no escoamento em bolhas, exercem influência em muitos aspectos hidrodinâmicos, como na distribuição das fases (Matos, 2004).

Um dos primeiros estudiosos a observar o fenômeno da turbulência foi Osborne Reynolds, que observou dois tipos de regimes enquanto investigava o

escoamento interno em dutos, o laminar e o turbulento. Com isso, conseguiu definir um limite para o regime laminar e o começo do turbulento através de um grupo adimensional que posteriormente foi denominado de número de Reynolds, definido pela equação (3.15).

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} \quad (3.15)$$

Onde V é a velocidade média do escoamento, D o diâmetro da tubulação e ν a viscosidade cinemática do fluido.

O escoamento turbulento é caracterizado por ser um escoamento tridimensional, rotacional e irregular. Disso resulta que a solução analítica das equações de conservação, em função das irregularidades do escoamento e da impossibilidade de se assumir um modelo consistente para as tensões turbulentas, é virtualmente impossível mesmo para casos extremamente simples.

Entretanto, modelos matemáticos cuja finalidade é representar o fenômeno têm sido desenvolvidos e usados com sucesso em engenharia. Entre eles existem os modelos algébricos, de uma equação e duas equações (κ - ε padrão e κ - ω), (Atila et. al, 2006) sendo a grande maioria baseada na hipótese de Boussinesq capaz de traduzir os efeitos dissipativos de turbulência. No presente estudo, a turbulência será modelada de acordo com o modelo SST, que combina o modelo κ - ω (para regiões de camada limite) e o κ - ε (para regiões fora da camada limite), como será detalhado na sequência.

3.4.1 Viscosidade turbulenta

Antes de tratar do modelo SST, faz-se necessário a introdução da definição da viscosidade turbulenta e apresentar os modelos κ - ε padrão e κ - ω de Wilcox, já que o modelo SST engloba os dois modelos.

Como dito anteriormente, uma das características do escoamento turbulento são as irregularidades, que fazem com que propriedades do escoamento variem com o tempo e o espaço. Uma alternativa para a solução dessas irregularidades

consiste em se realizar um processo de média sobre equações de conservação da massa e momento. Esse processo de média foi proposto por Reynolds (1895), no qual surgem seis novas incógnitas, essas representadas por um tensor de segunda ordem simétrico $(\overline{u'u'}, \overline{v'v'}, \overline{w'w'}, \overline{u'v'}, \overline{u'w'}, \overline{v'w'})$, em que $\overline{u'_i u'_j} = \overline{u'_j u'_i}$, que podem ser interpretadas como tensões turbulentas devidas às flutuações das propriedades e de trocas de quantidade de movimento entre camadas de fluido. Entretanto, esse processo não gera nenhuma nova equação, ficando o problema indeterminado. Portanto, a solução do problema da turbulência fica condicionado à modelagem de fenômenos turbulentos na busca de novas equações ou relações para resolver o problema de fechamento.

Boussinesq (1877) apresentou o primeiro modelo para a descrição matemática dos termos de tensões turbulentas. Nesse modelo, ele considera que a contribuição das tensões turbulentas na transferência de quantidade de movimento seja descrita de forma semelhante à ação da viscosidade dinâmica do fluido, introduzindo assim o conceito de viscosidade turbulenta, μ_t . Para um escoamento unidirecional ao longo de uma placa plana infinita, a hipótese de Boussinesq estabelece que

$$\overline{-u'_i(x,t)u'_j(x,t)} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.16)$$

onde u'_i e u'_j representam flutuações de velocidade associadas as componentes de velocidade U_i e U_j , respectivamente.

Observa-se na equação (3.16) a analogia entre o modelo proposto por Boussinesq e a viscosidade dinâmica para fluidos newtonianos. Entretanto a viscosidade turbulenta não é uma propriedade do fluido e sim uma característica própria do escoamento turbulento, para a qual um modelo deve ser assumido.

Ao longo dos anos, diversos modelos foram feitos baseados na hipótese de Boussinesq. Komolgorov (1942) propôs uma forma generalizada para o tensor de Reynolds da seguinte forma

$$\begin{aligned} \overline{-u_i'(x,t)u_j'(x,t)} &= \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \\ \kappa &= \frac{1}{2} \overline{u_i'(x,t)u_i'(x,t)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

onde δ_{ij} representa o tensor delta de Kronecker e κ a energia cinética turbulenta por unidade de massa.

Os modelos κ - ε padrão e κ - ω de Wilcox são baseados na hipótese de Boussinesq, que essencialmente, deve modelar a viscosidade turbulenta μ_t . Ela pode ser expressa como função de uma velocidade e comprimento característicos da seguinte forma:

$$\mu_t \propto UI \quad (3.18)$$

3.4.2 Modelo κ - ε padrão

O modelo k- ε padrão é o modelo de duas equações mais utilizado em soluções de problemas de turbulência, pois, possui boa precisão e robustez para escoamentos com alto número de Reynolds, (Atila et. al, 2006). Esse modelo consiste na utilização de duas equações diferenciais, uma para a energia cinética turbulenta, κ , e outra para a taxa de dissipação de energia turbulenta ε , na determinação da energia cinética turbulenta. Launder e Spalding (1974) propõem as equações para κ e ε da seguinte forma:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] - \varepsilon \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \kappa \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \left[\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} \quad (3.20)$$

onde os valores das constantes $C_\mu = 0,09$, $\sigma_\kappa = 1,00$, $\sigma_\varepsilon = 1,30$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$ e $C_{\varepsilon 2} = 1,92$, representam os coeficientes de fechamento, foram obtidos a partir da correlação de dados experimentais.

A viscosidade turbulenta, μ_t , em função da solução de κ e ε , é dada por:

$$\mu_t = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon}, \quad (3.21)$$

3.4.3 Modelo κ - ω Wilcox

Komolgorov (1942) foi o primeiro pesquisador a propor um modelo à duas equações, sendo κ a energia cinética turbulenta e ω a taxa de dissipação por unidade de volume e tempo, no qual $\omega \sim \kappa^{1/2}$. Com o decorrer do tempo, vários outros pesquisadores trabalharam com base nesse modelo, sendo o modelo de Wilcox (1988) o mais utilizado e testado.

A energia cinética turbulenta é dada pela equação (3.22) enquanto que a equação para a taxa de dissipação por unidade de volume e tempo é dada pela equação (3.23):

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\kappa 1}} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] - \beta_\kappa \kappa \omega \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{\kappa} \left[\mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] - \beta_{\omega 1} \omega^2 \quad (3.23)$$

sendo, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_\kappa = 9/100$, $\beta_{\omega 1} = 3/40$, $\sigma_{\kappa 1} = 2$ e $\sigma_{\omega 1} = 2$.

Como no modelo κ - ε , os coeficientes foram obtidos a partir de resultados experimentais para vários escoamentos turbulentos.

Para o cálculo da viscosidade turbulenta usa-se

$$\mu_t = \frac{\kappa}{\omega} \quad (3.24)$$

3.4.4 Modelo SST

Os modelos apresentados anteriormente são capazes de descrever diversos escoamentos turbulentos, entretanto são falhos em diversas situações, como por exemplo, em escoamentos com separação de camada limite, com curvatura de linhas de corrente, com variações nas condições de corrente livre. (Atila et al, 2006)

Assim, Menter (1994) propôs um modelo baseado no modelo BSL- $\kappa-\omega$ que combina as vantagens dos modelos $\kappa-\omega$ e $\kappa-\varepsilon$, além de levar em conta o transporte de tensões cisalhantes turbulentos. Entretanto, isso resulta em um superdimensionamento do valor da viscosidade turbulenta. O comportamento do transporte pode ser obtido por um limitador para a formulação da viscosidade turbulenta dada pela equação (3.25) (ANSYS, 2010).

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 \kappa}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (3.25)$$

onde, S é uma medida invariante da taxa de deformação e F_2 é uma função de mistura que restringe o limitador para a camada limite na parede dado por:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (3.26)$$

sendo, a função \arg_2 :

$$\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\beta_* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega}\right) \quad (3.27)$$

onde, $\beta_* = 9/100$, y a distância da parede e ν , a viscosidade cinemática.

As equações diferenciais para a energia cinética turbulenta e para a taxa de dissipação são dadas por:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\kappa 2}} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] - \beta_* \kappa \omega \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \frac{2}{\sigma_{\omega 2} \omega} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right) + \\ + \alpha_2 \frac{\omega}{\kappa} \left[\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \right] - \beta_{\omega 2} \omega^2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

onde, $\sigma_{\kappa 2} = 1$, $\beta_{\kappa} = 9/100$, $\beta_{\omega 1} = 3/40$, $\sigma_{\omega 2} = 1/0.856$, $\alpha_2 = 0.44$, $\beta_{\omega 2} = 0.0828$

As funções de mistura são essenciais no método, pois são através deles que são ponderados os modelos de turbulência κ - ε e κ - ω . A sua formulação é baseada na distancia da superfície mais próxima e nas variáveis do escoamento. Então a ponderação do efeito de cada modelo é feita utilizando a seguinte equação:

$$\Phi_3 = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (3.30)$$

onde F_1 possui valor 1 na parede e valor 0 na região externa à camada limite, e os termos Φ são as contribuições de cada modelo, sendo Φ_1 o modelo κ - ω e Φ_2 o κ - ε , de acordo Menter (1994). De modo geral, a função F_1 é definida como:

$$F_1 = \tanh(\arg^4), \quad (3.31)$$

onde a função \arg é dada por:

$$\arg = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{\kappa}}{\beta_{\kappa} \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \kappa}{CD_{\omega} \sigma_{\omega 2} y^2} \right] \quad (3.32)$$

Sendo, y a distância da parede, $\beta_{\kappa} = 9/100$, $\sigma_{\omega 2} = 1/0.856$ e CD_{ω} igual a

$$CD_{\omega} = \max \left[2 \rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right] \quad (3.33)$$

Todos os modelos apresentados possuem alta complexidade na sua modelagem, além de um trabalho extensivo para a obtenção dos coeficientes, mostrando que a turbulência se trata de um fenômeno muito complexo.

Além da turbulência presente no escoamento dentro da câmara de expansão, há também a presença de mais de um fluido, portanto é necessário modelar a interação entre essas fases, o que torna o fenômeno do presente estudo ainda mais complexo.

O modelo utilizado para o estudo de escoamento multifásico será apresentado na seguinte seção, trata-se do modelo de dois fluidos Euleriano-euleriano.

3.5 Modelo de dois fluidos Euleriano-euleriano

Nesta seção, será apresentado de forma simplificada o modelo de dois fluidos Euleriano-Euleriano não-homogêneo implementado no programa ANSYS CFX, programa esse usado neste trabalho.

Mesmo que o escoamento na entrada do hidrociclone seja monofásico, a formação do filme de líquido no espaço anular, e conseqüentemente de uma interface entre líquido e o gás contido no interior da câmara, caracteriza o problema como um escoamento bifásico, que nesse caso específico é denominado de "escoamento de superfície livre" (*free surface flow*). A modelagem completa do problema, entretanto, envolve não somente o escoamento em superfície livre, mas também o escoamento de líquido com bolhas dispersas (*bubbly flow*), considerado nos casos em que se deseja calcular a eficiência de separação da câmara.

As leis que governam o escoamento multifásico são as mesmas de um escoamento monofásico (conservação da massa, momento e energia), porém equações podem ser desenvolvidas para cada fluido envolvido, ou ao menos para uma mistura deles. A determinação da posição da interface, a descontinuidade das propriedades e o aumento do número de equações, devido às várias fases, tornam o problema muito complexo. Além disso, uma interface móvel e deformável existente entre as fases deve ser modelada. Também, podem ocorrer vários padrões de escoamento, dependendo da direção do escoamento (horizontal, vertical, inclinado), da fração de vazio e da velocidade relativa entre as fases, dificultando ainda mais o estudo. (Nieckele e Carneiro, 2012)

A formulação local instantânea, utilizada para a resolução de escoamento monofásico, torna-se complicada para o escoamento multifásico, por este apresentar as complexidades relatadas anteriormente. Assim um processo de médias é feito

para eliminar as descontinuidades interfaciais, tratando o escoamento como contínuo.

Nesse sentido, diferentes linhas de modelagem de escoamento multifásico foram propostas. Dentre essas, o modelo de dois fluidos é um dos mais utilizados atualmente, sendo caracterizado por tratar o equacionamento das fases separadamente, embora no campo de escoamento as mesmas sejam interpenetrantes, ponderadas por uma função de fase, que exprime a fração volumétrica média da fase em um dado ponto.

3.5.1 Formulação do modelo de dois fluidos

O modelo de dois fluidos Euleriano-Euleriano trata o escoamento em um referencial inercial, não se importando com o movimento da partícula dispersa na fase contínua. Como mencionado anteriormente, o modelo resolve um campo de escoamento para cada fase, abordagem essa denominada de não-homogênea.

Inicialmente, a formulação do modelo de dois fluidos parte dos balanços de massa e quantidade de movimento em um volume de controle, ilustrado na Figura 3.3. Com isso, chega-se nas equações locais instantâneas e a partir delas são realizados os processos de médias (temporal, espacial ou de conjunto), resultando em equações gerais para os balanços de massa e momento para as fases presentes, que ficam em função das trocas interfaciais de massa e quantidade de movimento. As equações de trocas interfaciais são obtidas através de equações constitutivas, com elas, têm-se as equações finais para cada fase. Portanto, o problema passa a depender das condições iniciais e de contorno para a sua resolução.

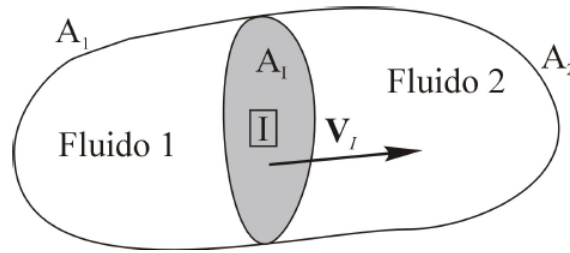


Figura 3.3 – Volume de controle contendo dois fluidos e uma interface móvel entre elas, utilizado para os cálculos dos balanços.

3.5.1.1 Formulação Local Instantânea

As equações de conservação da massa, momento e energia na forma diferencial são aplicadas em cada fase em um ponto no espaço e em um determinado instante de tempo. A equação de conservação da massa para a fase i (onde $i = 1, 2$) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \nabla(\rho_k u_k) = 0 \quad (3.34)$$

onde ρ_i representa a massa específica da fase k e u_k a velocidade da fase k .

A equação de conservação de quantidade de movimento para a fase i fica:

$$\frac{\partial(\rho_k u_k)}{\partial t} + \nabla(\rho_k u_k u_k) = \nabla T_k + \rho_k g \quad (3.35)$$

onde g é a força gravitacional e T_k é o tensor tensão que pode ser decomposto na pressão p normal e no tensor viscoso τ_i :

$$T_k = -p_k I + \tau_k \quad (3.36)$$

sendo I o tensor identidade. Logo, rearranjando os termos a equação (3.35) pode ser rescrita na seguinte forma

$$\frac{\partial(\rho_k u_k)}{\partial t} + \nabla(\rho_k u_k u_k) = -\nabla p_k + \nabla \tau_k + \rho_k g \quad (3.37)$$

Comparando as equações, nota-se que cada uma delas é um caso particular da equação geral de conservação.

$$\frac{\partial(\rho_k \psi_k)}{\partial t} + \nabla(\rho_k u_k \psi_k) = -\nabla J_k + \rho_k \phi_k \quad (3.38)$$

onde J_k é o fluxo difusivo de ψ_k e $\rho_k \psi_k$ representa o termo fonte associado à ψ_k .

Para $\psi_k=1$, $J_k=0$ e $\phi_k=0$, tem-se a equação da conservação da massa. Para $\psi_k=u_k$, $J_k=T_k = p_k I - \tau_k$ e $\phi_k=g$ a equação geral se torna a equação da conservação do momento.

3.5.1.2 Balanços interfaciais

As equações mostradas na seção anterior descrevem o escoamento para cada fase até a interface, porém não através dela. Logo, as equações de conservação devem ser reescritas para serem usadas na interface, a fim de levar em conta as características das discontinuidades das várias grandezas e também a transferência de fase e de quantidade de movimento. Tais equações são denominadas de condições de salto.

Para obter as equações na interface, uma espessura finita (δ) deve ser estabelecida, pois os fluidos são tratados como contínuos. Desta maneira, a mudança das propriedades das fases é suavizada. A Figura 3.4 ilustra a interface teórica entre dois fluidos, que possui uma pequena espessura δ , com δ_1 e δ_2 de cada lado da interface. Os vetores unitários normais n_1 e n_2 apontam para fora do fluido

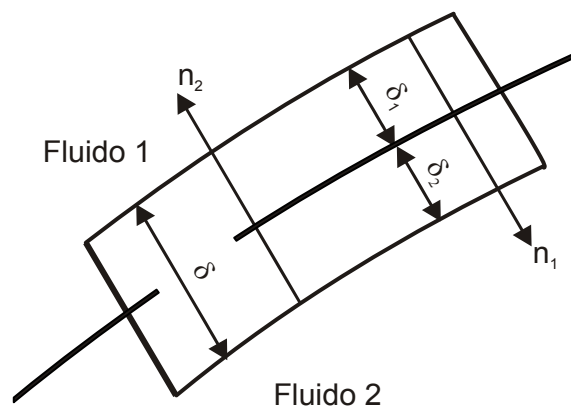


Figura 3.4 – Interface teórica entre dois fluidos.
[Adaptado de Nieckele e Carneiro, 2012]

A conservação da massa através da interface é dada por

$$\rho_i (u_i - u_l) \cdot n_i = 0 \quad (3.39)$$

onde u_i é o vetor velocidade da interface e n_i o vetor unitário normal à interface.

A equação (3.39) indica que não há acúmulo de massa no volume de controle, portanto, as mudanças de fase, que podem ocorrer, são apenas trocas de massa entre as fases.

A conservação da quantidade de movimento através da interface é

$$\rho_k u_k (u_k - u_l) n_k - T_k n_k = \sigma \kappa_s n_k \quad (3.40)$$

onde, σ é a tensão superficial, assumida como constante, κ_s é o raio de curvatura da superfície e T_k é o tensor tensão.

3.5.2 Formulação Média

Em teoria, o modelo de dois fluidos poderia ser formulado pelas equações locais e instantâneas, apresentadas na seção 3.5.1.1 e 3.5.1.2, utilizando condições de contorno apropriadas na região da interface. Entretanto, em geral, a formulação baseada nas variáveis locais instantâneas e as interfaces móveis geram um problema de múltiplas condições de contorno, sendo as posições das interfaces desconhecidas. Portanto, obter uma solução, a partir dessa formulação se torna impossível ou impraticável para muitos casos devido a esses problemas matemáticos (Ishii, 1984).

Assim, a fim de se obter uma visão macroscópica do problema eliminando os problemas da formulação local e instantânea, aplica-se a formulação média nas equações de conservação. Dessa forma as interações das partículas fluidas e a dinâmica da interface são modeladas de forma macroscópica.

3.5.2.1 Processo de médias

A fim de se obter as equações nas quais não contemplam os detalhes do escoamento, um processo de média é feito. Nesse processo são geradas equações macroscópicas derivadas das equações microscópicas, por exemplo, termos de

tensões vindas de tensões microscópicas (pressão, por exemplo) e também de flutuações de velocidades (tensões de Reynolds).

O processo de aplicação das médias em escoamento bifásico tem procedimento semelhante ao realizado em escoamento turbulento, no qual o efeito médio das flutuações de velocidade e das demais propriedades é modelado através de tensões e termos fontes adicional. Porém, em escoamentos multifásicos, o processo de médias visa determinar o posicionamento médio ou a probabilidade de existência das fases envolvidas em um ponto no escoamento, de forma que, sendo as fases consideradas como contínuas e interpenetrantes, possam ocupar na média, o mesmo ponto no espaço. Portanto para modelar o posicionamento das fases, correlações e equações constitutivas são realizadas para descrever as trocas de massa, quantidade de movimento e energia entre as fases.

Denota-se $\langle \rangle$ como sendo a média de uma propriedade, podendo essa média ser, temporal (equação (3.41)), espacial (equação (3.42)) ou de amostragem (equação (3.43)), dependendo do tipo de escoamento envolvido. Caso $f(x, t)$ seja um campo microscópico, então $\langle f(x, t) \rangle$ é o campo médio correspondente.

$$\langle f \rangle_1(x, t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t f(x, t') dt' \quad (3.41)$$

$$\langle f \rangle_2(x, t) = \frac{1}{V} \int_V f(x, t) dV \quad (3.42)$$

$$\langle f \rangle_3(x, t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f_n(x, t) \quad (3.43)$$

Para a realização das médias para cada fase, uma função indicadora de fase é aplicada nas equações, sendo definida como:

$$\chi_i(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \text{ estiver na fase } i \text{ no tempo } t \\ 0 & \text{do contrário} \end{cases} \quad (3.44)$$

Drew (1983) demonstra que a derivada total da função indicadora de fase $\chi_i(x, t)$ é nula, ou seja

$$\frac{\partial \chi_k}{\partial t} + u_l \nabla \chi_k = 0 \quad (3.45)$$

sendo u_l a velocidade da interface. Isso facilita a aplicação dessa função nas equações de conservação. Portanto, aplicando a função indicadora de fase às equações de conservação da massa, momento e energia, essas se tornam:

Conservação da massa

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \chi_k \rho_k \rangle + \nabla \langle \chi_k \rho_k u_k \rangle = \langle (\rho_k (u_k - u_l)) \nabla \chi_k \rangle = \Gamma_{kl} \quad (3.46)$$

onde o lado direito da equação representa a transferência de massa através da interface Γ_{kl} , e:

Conservação da quantidade de movimento

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \chi_k \rho_k u_k \rangle + \nabla \langle \chi_k \rho_k u_k u_k \rangle - \nabla \langle \chi_k T_k \rangle - \langle \rho_k g \chi_k \rangle = M_{kl} \quad (3.47)$$

sendo M_{ij} o fluxo de quantidade de movimento através da interface. Através do processo de médias aplicado sobre as condições de salto sobre a interface, verifica-se que as trocas interfaciais são simétricas, ou seja, $\Gamma_{1l} = \Gamma_{2l}$ e $M_{1l} = M_{2l}$.

Apesar de aplicar o processo de médias sobre as equações de conservação com a função indicadora de fase, não é possível resolver as equações em função das variáveis de interesse, pois o procedimento algébrico aplicado resultou em médias de produtos das variáveis envolvidas. Para resolver isso, Drew (1983) propôs o uso de uma média ponderada pela fase i ($\langle \chi_k \rangle$), utilizando a fração volumétrica da fase i , que representa o volume ocupado pela fase i em uma determinada região do escoamento, dividido por um volume de referência, sendo representado por α_i de tal forma que $\alpha_k = \langle \chi_k \rangle$. Logo a média física de uma determinada propriedade Φ é tal que:

$$\widetilde{\Phi}_k = \frac{\langle \chi_k \Phi_k \rangle}{\langle \chi_k \rangle} = \frac{\langle \chi_k \Phi_k \rangle}{\alpha_k} \Rightarrow \alpha_k \widetilde{\Phi}_k = \langle \chi_k \Phi_k \rangle \quad (3.48)$$

De forma semelhante, a média mássica de Φ é:

$$\widehat{\Phi}_i = \frac{\langle \chi_k \rho_k \Phi_k \rangle}{\langle \chi_k \rho_k \rangle} \quad (3.49)$$

Substituindo Φ por ρ na equação (3.48), $\alpha_i \widetilde{\rho}_i = \langle \chi_i \rho_i \rangle$. Assim a equação (3.49) resulta em:

$$\widehat{\Phi}_k = \frac{\langle \chi_k \rho_k \Phi_k \rangle}{\alpha_k \widetilde{\rho}_k} \Rightarrow \alpha_k \widetilde{\rho}_k \widehat{\Phi}_k = \langle \chi_k \rho_k \Phi_k \rangle \quad (3.50)$$

Considerando as relações obtidas pelas equações (3.48) e (3.49), as equações para a conservação da massa e quantidade de movimento se tornam

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \widetilde{\rho}_k) + \nabla (\alpha_k \widetilde{\rho}_k \widehat{u}_k) = \Gamma_{kl} \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_k \widetilde{\rho}_k \widehat{u}_k) + \nabla (\alpha_k \widetilde{\rho}_k \widehat{u}_k \widehat{u}_k) - \nabla (\alpha_k (\widehat{T}_k + T_k^t)) - \alpha_k \widetilde{\rho}_k \mathbf{g} = M_{kl} \quad (3.52)$$

onde os termos com $\widehat{}$ e $\widetilde{}$ são ponderados pela massa e fração de volume, respectivamente, T_i^t representa o tensor de Reynolds que visa contabilizar as flutuações de velocidades dentro de cada fase. O tensor de Reynolds é dado por

$$T_k^t = \frac{\langle \rho_k \chi_k \dot{u}_k \dot{u}_k \rangle}{\langle \rho_k \chi_k \rangle} \quad (3.53)$$

Os termos do lado direito das equações (3.51) e (3.52), Γ_{kl} e M_{kl} , correspondem às trocas de massa e quantidade de movimento interfacial, respectivamente. Eles têm papel fundamental na modelagem de escoamentos bifásicos. Por exemplo, o termo Γ_{kl} é utilizado na modelagem de escoamentos com mudança de fase e cavitação. Já o termo M_{kl} contempla as diversas forças interfaciais envolvidas no escoamento, sendo sua modelagem condicionada ao padrão de escoamento multifásico em estudo.

No presente estudo será abordada somente a transferência interfacial de quantidade de movimento, pois não há qualquer mudança de fase no fenômeno em estudo, também não serão consideradas as trocas interfaciais térmicas ou de espécies químicas. As trocas interfaciais serão apresentadas na próxima seção, na forma utilizada pelo programa ANSYS-CFX 13.0

3.5.3 Transferência interfacial de quantidade de movimento

As transferências interfaciais são trocas realizadas através da interface, podendo ser de massa, força, energia ou de espécie química. A modelagem das trocas interfaciais compreende um aspecto crucial do sucesso do modelo, sendo condicionada ao padrão de escoamento considerado.

Como mencionado anteriormente, o termo M_{kl} contempla as trocas de forças entre as fases, sendo causadas essencialmente pelo movimento relativo entre as fases. A Figura 3.5 mostra a interação entre uma bolha dispersa em um meio líquido contínuo, na qual se ilustra o surgimento de uma velocidade relativa U_{∞} devida ao movimento relativo entre a fase líquida e gasosa. A partir desse movimento relativo, forças interfaciais devem surgir.

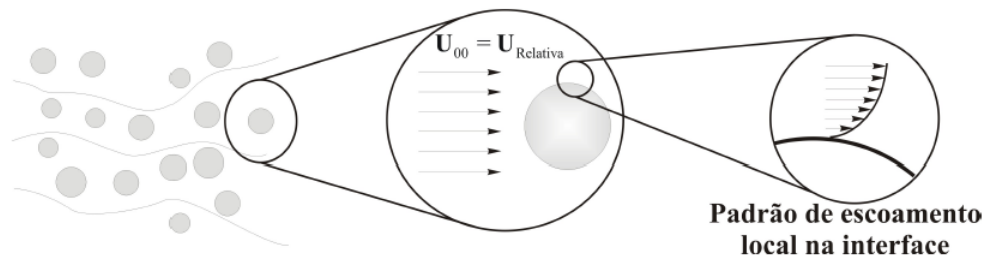


Figura 3.5 – Interação entre uma bolha dispersa num meio líquido contínuo.

Em escoamentos de bolhas dispersas, as forças interfaciais são classificadas como forças de arrasto (*drag forces*) e outras forças (*non-drag forces*), sendo essas últimas ligadas a efeitos de sustentação, lubrificação, turbulência, entre outras. Embora estudos sejam ainda realizados na busca de generalizações para a força de arrasto, os modelos existentes para essa força são mais completos que os demais, podendo ser aplicados para várias classes de escoamentos. As outras forças, entretanto, tem modelagens limitadas a problemas muito específicos, sendo a grande maioria para escoamentos em canais, não se aplicando ao caso em estudo e, por isso, não sendo consideradas no presente trabalho. Sendo assim, a seguir

serão apresentados os modelos de forças de arrasto para o padrão de escoamento em superfície livre e o de bolha dispersa.

3.5.3.1 Força de arrasto para o padrão de escoamento em superfície livre.

A modelo para o cálculo da transferência de quantidade movimento interfacial é dada pela equação (3.54).

$$M_{12} = C_D \rho_{12} A_{12} |U_1 - U_2| (U_1 - U_2) \quad (3.54)$$

onde M_{12} é o arrasto total exercido pela fase 1 sobre a fase 2 por unidade de volume. A densidade de área interfacial por unidade de volume é calculada diferentemente dependendo do padrão de escoamento envolvido, para o escoamento de superfície livre ela é modelada pela equação (3.56). A massa específica da mistura é dada pela equação (3.55).

$$\rho_{12} = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 \quad (3.55)$$

$$A_{12} = |\nabla \alpha_1| \quad (3.56)$$

3.5.3.2 Força de arrasto para o padrão de escoamento do tipo bolhas dispersas.

A força de arrasto para o padrão de escoamento do tipo bolhas dispersas, modelado segundo Ishii-Zuber, considera várias formas para as bolhas, podendo ser esféricas, elípticas ou em forma de calota. Portanto, para cada geometria existe um modelo para o coeficiente de arrasto. De acordo com o modelo, o arrasto exercido por uma bolha esférica é dada pela Equação (3.57): (ANSYS, 2010)

$$C_D \text{ (esfera)} = \frac{24}{\text{Re}_m} (1 + 0.15 \text{Re}_m^{0.687})$$

$$\text{Re}_m = \frac{\rho_c |U_d - U_c| d_p}{\mu_m} \quad (3.57)$$

$$\frac{\mu_m}{\mu_c} = \left(1 - \frac{r_d}{r_{dm}}\right)^{-2.5 r_{dm} \mu_*}$$

$$\mu_* = \frac{\mu_d + 0.4 \mu_c}{\mu_d + \mu_c}$$

onde Re_m representa o número de Reynolds da mistura, μ_m a viscosidade da mistura, μ_c a viscosidade da fase contínua, μ_d a viscosidade da fase dispersa, d_p o diâmetro da bolha, r_d o raio da partícula e r_{dm} é o valor de empacotamento máximo definido pelo usuário, no qual o valor padrão é a unidade.

O coeficiente de arrasto para bolha com formato elíptico tem o seu equacionamento segundo a equação (3.58):

$$\begin{aligned}
 C_D (\textit{ellipse}) &= E(r_d) C_{D\infty} \\
 C_{D\infty} &= \frac{2}{3} E_o^{1/2} \\
 E(r_d) &= \frac{(1 + 17.67 f(r_d)^{6/7})}{18.67 f(r_d)} \\
 f(r_d) &= \frac{\mu_c}{\mu_m} (1 - r_d)^{1/2}
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

Sendo E_o o número de Eotvos, que é a razão entre as forças de empuxo e as forças de tensão superficial definida na equação

$$E_o = \frac{(\rho_L - \rho_g) g 4 r_d^2}{\sigma} \tag{3.59}$$

onde σ representa a tensão superficial, ρ_L a densidade do líquido e ρ_g a do gás.

Para a bolha com o formato de calota, coeficiente de arrasto é dado por

$$\begin{aligned}
 C_D (\textit{calota}) &= (1 - r_d)^2 C_{D\infty} \\
 C_{D\infty} &= \frac{8}{3}
 \end{aligned} \tag{3.60}$$

A implementação do coeficiente de arrasto de Ishii-Zuber é feita de forma automática através de um algoritmo dado pela equação (3.61).

$$\begin{aligned}
 C_D &= C_D(\textit{esfera}) && \text{if } C_D(\textit{esfera}) \geq C_D(\textit{ellipse}) \\
 C_D &= \min(C_D(\textit{ellipse}), C_D(\textit{calota})) && \text{if } C_D(\textit{esfera}) < C_D(\textit{ellipse})
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

3.6 Condições de contorno

A Figura 3.6 mostra as condições utilizadas para a solução do escoamento no interior do hidrociclone, identificando a localização dos contornos. Para a condição de entrada, assume-se uma vazão de mistura e uma fração em volume de gás. Os tubos, externo e interno, bem como o bocal, são considerados como paredes lisas e impermeáveis.

No topo e na saída inferior do equipamento, aplica-se a condição de abertura, que permite, diferentemente de uma saída normal, que fluido de fora do domínio entre por essa seção transversal. Nesses contornos, assume-se uma pressão de referência equivalente ao nível de pressão externo, que nesse caso é de 1 atmosfera (Sant'anna, 2010).

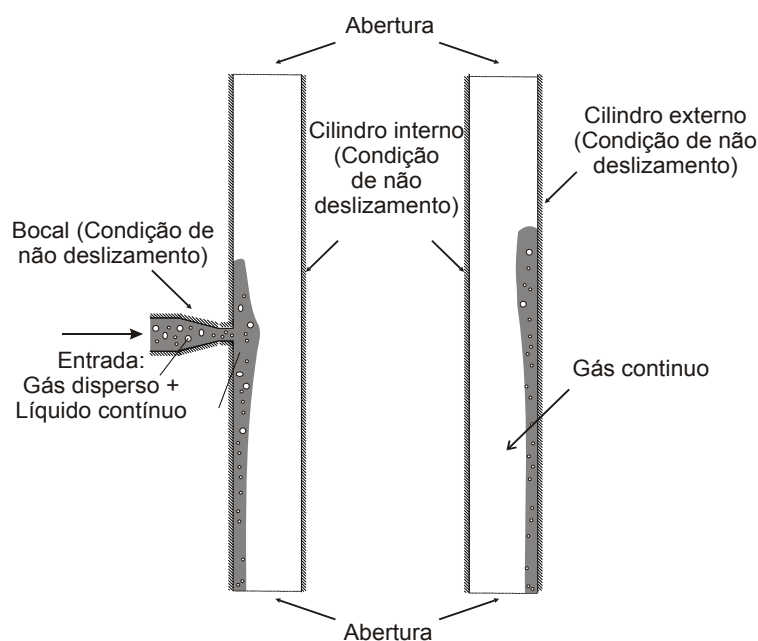


Figura 3.6 – Condições de contorno utilizadas para a solução do escoamento no hidrociclone.

4 MODELAGEM NUMÉRICA

Cada vez mais, o método numérico vem sendo usado para a resolução de complexos problemas de engenharia e física, devido aos avanços computacionais. Com isso deixou de ser uma ferramenta de pesquisa para ser amplamente usado na indústria, como na resolução de problemas de turbulência e de captura de interface em escoamentos multifásicos.

Em relação aos outros métodos (analítico e experimental), o método numérico possui certas vantagens (Sant'anna, 2010):

- Capacidade de resolução de problemas com grande complexidade geométrica e de fenômenos físicos, que são difíceis de resolver analiticamente;
- Existe maior versatilidade para realizar simulações com diferentes geometrias e condições no escoamento, como vazão ou diferença de pressão, em relação a análises experimentais;
- Necessita de menor tempo gasto nos testes em relação a ensaios de laboratório;
- Não necessita o emprego de análises em escala dos problemas, que podem trazer resultados equivocados, já que algumas das propriedades do escoamento não são tratadas corretamente desta forma, visto que a transposição da escala pode trazer discrepâncias aos resultados;
- Problemas que apresentam grande complexidade tecnológica a serem testados por meio de análises experimentais, podem ser simulados via análise numérica, como simulações da troca térmica em reatores nucleares, escoamento supersônico em grandes altitudes ou então simulações em poços de petróleo;
- É possível a utilização de outros programas computacionais como de CAD/CAM, que podem se comunicar com os *softwares* de simulação numérica.

4.1 Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos (MVFbE)

Ao longo dos anos, diversos métodos numéricos foram desenvolvidos para a resolução dos problemas de dinâmica dos fluidos, entre eles se destacam o método de diferenças finitas e o método dos volumes finitos. Recentemente, o Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos tem se mostrado mais versátil para se trabalhar com geometrias complexas, como a geometria do presente trabalho, na solução de problemas de dinâmica dos fluidos, por utilizar malhas não estruturadas, construídas por volumes de formas tetraédricas, pentagonais, hexagonais, entre outras, que tendem a se ajustar ao corpo (Sant'anna, 2010).

As diferenças entre o MVFbE e os métodos clássicos estão na malha numérica e nas funções de forma utilizadas. Para os métodos clássicos, as malhas estruturadas cartesianas, polares ou ajustáveis ao corpo são usadas para a discretização do domínio, enquanto que para o MVFbE são utilizadas malhas não estruturadas com formas variáveis, compostas por tetraedros, hexaedros, pirâmides e prismas.

A implicação no uso de malhas estruturadas e não estruturadas está no custo computacional e na complexidade dos algoritmos. Como em malhas não estruturadas não existe uma lei de formação para numeração dos volumes elementares, o número de vizinhos pode variar de volume para volume, criando matrizes de coeficientes de banda variável. Conseqüentemente, os métodos de solução de sistemas lineares com matrizes de banda variável são mais elaborados. Além disso, o ordenamento, que é um processo simples em malhas estruturadas, torna-se importante, pois, a largura da banda da matriz de coeficientes é dependente da natureza do ordenamento (Maliska, 2004).

4.1.1 Transformação de coordenadas

No método dos volumes finitos baseado em elementos os volumes são identificados por coordenadas generalizadas, portanto é necessário transformar as

coordenadas para que seja possível a resolução do problema através do método. Para isso, é necessário conhecer como se relacionam os sistemas de coordenadas cartesianas e generalizadas, obtendo-se as métricas de transformação, relacionando as derivadas escritas de um sistema para outro.

A Figura 4.1 mostra o resultado da transformação de um plano contido no sistema de coordenadas cartesiano (x,y) para o de coordenadas generalizadas (ξ,η) . O plano da esquerda representa o plano físico discretizado e o da direita o plano computacional transformado. Pode-se observar como os posicionamentos dos pontos 1, 2, 3 e 4 mudam com a transposição das coordenadas.

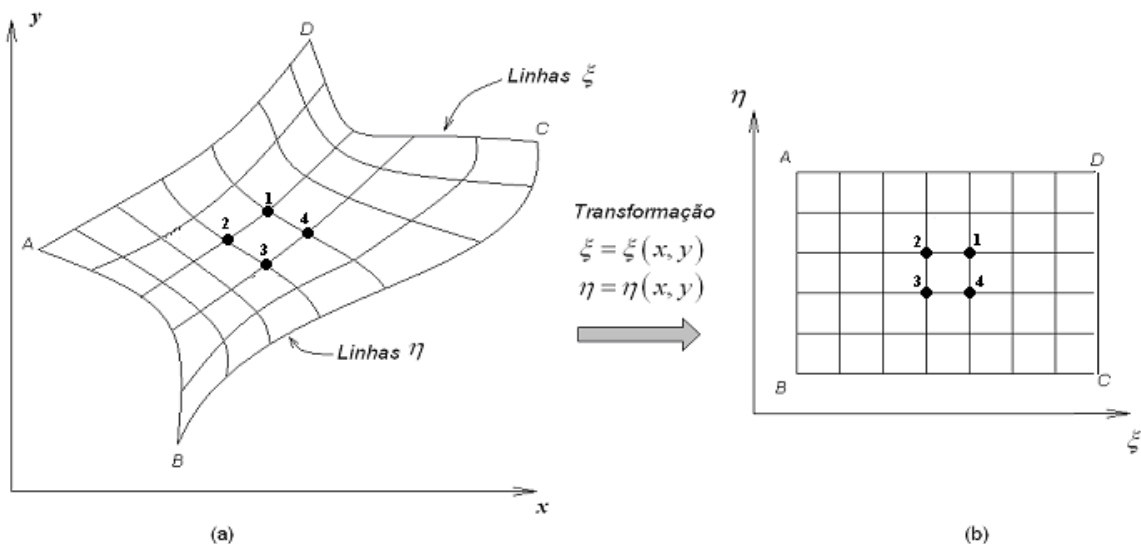


Figura 4.1 – (a) Plano físico, discretizado em coordenadas ortogonais e (b) Plano computacional discretizado em coordenadas generalizadas .
[Fonte: Maliska, 2004].

As relações entre os dois sistemas coordenados estão escritas de acordo com as equações (4.1), (4.2) e (4.3).

$$\xi = \xi(x, y, z) \quad (4.1)$$

$$\eta = \eta(x, y, z) \quad (4.2)$$

$$\gamma = \gamma(x, y, z) \quad (4.3)$$

Os diferenciais da transformação do domínio físico para o transformado são escritos da seguinte maneira:

$$d\xi = \frac{\partial \xi}{\partial x} dx + \frac{\partial \xi}{\partial y} dy + \frac{\partial \xi}{\partial z} dz \text{ ou } d\xi = \xi_x dx + \xi_y dy + \xi_z dz \quad (4.4)$$

$$d\eta = \frac{\partial \eta}{\partial x} dx + \frac{\partial \eta}{\partial y} dy + \frac{\partial \eta}{\partial z} dz \text{ ou } d\eta = \eta_x dx + \eta_y dy + \eta_z dz \quad (4.5)$$

$$d\gamma = \frac{\partial \gamma}{\partial x} dx + \frac{\partial \gamma}{\partial y} dy + \frac{\partial \gamma}{\partial z} dz \text{ ou } d\gamma = \gamma_x dx + \gamma_y dy + \gamma_z dz \quad (4.6)$$

Na forma matricial, as Eqs. (4.4), (4.5) e (4.6) ficam:

$$\begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \gamma_x & \gamma_y & \gamma_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

A partir da equação (4.7) é definida a matriz de transformação, $[A]$, do domínio físico para o domínio transformado:

$$A = \begin{pmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \gamma_x & \gamma_y & \gamma_z \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

De maneira semelhante, são obtidos os diferenciais da transformação do domínio transformado para o físico:

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\gamma \\ y_\xi & y_\eta & y_\gamma \\ z_\xi & z_\eta & z_\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\xi \\ d\eta \\ d\gamma \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

A matriz de transformação, $[B]$, é definida pela equação (4.10):

$$B = \begin{pmatrix} x_\xi & x_\eta & x_\gamma \\ y_\xi & y_\eta & y_\gamma \\ z_\xi & z_\eta & z_\gamma \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Após algumas manipulações algébricas a partir das equações (4.7) e (4.9), chega-se em:

$$A = B^{-1} = J \begin{pmatrix} (y_\eta z_\gamma - y_\gamma z_\eta) & -(x_\eta z_\gamma - x_\gamma z_\eta) & (x_\eta y_\gamma - x_\gamma y_\eta) \\ -(y_\xi z_\gamma - y_\gamma z_\xi) & (x_\xi z_\gamma - x_\gamma z_\xi) & -(x_\xi y_\gamma - x_\gamma y_\xi) \\ (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) & -(x_\xi z_\eta - x_\eta z_\xi) & (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

onde J é o jacobiano da transformação, definido por:

$$J = \det[A] = \frac{1}{\det[B]} = \{x_\xi (y_\eta z_\gamma - y_\gamma z_\eta) - x_\eta (y_\xi z_\gamma - y_\gamma z_\xi) + x_\gamma (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi)\}^{-1} \quad (4.12)$$

Ao comparar as matrizes $[A]$ e $[B]^{-1}$ elemento por elemento, obtêm-se as métricas de transformações:

$$\begin{cases} \xi_x = J(y_\eta z_\gamma - y_\gamma z_\eta) \\ \xi_y = -J(x_\eta z_\gamma - x_\gamma z_\eta) \\ \xi_z = J(x_\eta y_\gamma - x_\gamma y_\eta) \\ \eta_x = -J(y_\xi z_\gamma - y_\gamma z_\xi) \\ \eta_y = J(x_\xi z_\gamma - x_\gamma z_\xi) \\ \eta_z = -J(x_\xi y_\gamma - x_\gamma y_\xi) \\ \gamma_x = J(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) \\ \gamma_y = -J(x_\xi z_\eta - x_\eta z_\xi) \\ \gamma_z = J(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) \end{cases} \quad (4.13)$$

Com as métricas de transformação é possível escrever as variáveis de um sistema de coordenadas cartesiano para o generalizado. Através do teorema da função inversa, admite-se a existência da inversa da transformação dada por (Maliska, 2004):

$$x = x(\xi, \eta, \gamma) \quad (4.14)$$

$$y = y(\xi, \eta, \gamma) \quad (4.15)$$

$$z = z(\xi, \eta, \gamma), \quad (4.16)$$

sendo as métricas de transformações dadas pelas equações (4.17):

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{\xi} = \frac{1}{J}(\eta_y \gamma_z - \eta_z \gamma_y) \\ x_{\eta} = -\frac{1}{J}(\xi_y \gamma_z - \xi_z \gamma_y) \\ x_{\gamma} = \frac{1}{J}(\xi_y \eta_z - \xi_z \eta_y) \\ y_{\xi} = -\frac{1}{J}(\eta_x \gamma_z - \eta_z \gamma_x) \\ y_{\eta} = \frac{1}{J}(\xi_x \gamma_z - \xi_z \gamma_x) \\ y_{\gamma} = -\frac{1}{J}(\xi_x \eta_z - \xi_z \eta_x) \\ z_{\xi} = \frac{1}{J}(\eta_x \gamma_y - \eta_y \gamma_x) \\ z_{\eta} = -\frac{1}{J}(\xi_x \gamma_y - \xi_y \gamma_x) \\ z_{\gamma} = \frac{1}{J}(\xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x) \end{array} \right. \quad (4.17)$$

4.1.2 Área em sistemas transformados

Utilizando apenas dois eixos coordenados, podem-se obter as expressões que permitem calcular as áreas no sistema de coordenadas generalizadas.

A Figura 4.2 apresenta a área no plano físico, no qual os comprimentos das linhas podem ser obtidos pelos vetores \vec{L}_{ξ} e \vec{L}_{η} , sendo seus diferenciais dados por:

$$d\vec{L}_{\xi} = x_{\xi} \Delta \xi \vec{i} + y_{\xi} \Delta \xi \vec{j} \quad (4.18)$$

$$d\vec{L}_{\eta} = x_{\eta} \Delta \eta \vec{i} + y_{\eta} \Delta \eta \vec{j} \quad (4.19)$$

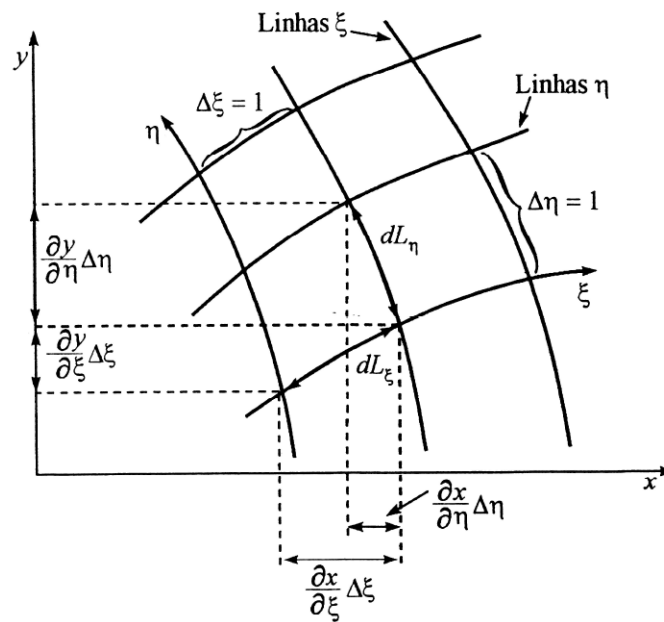


Figura 4.2 – Área no plano físico. [Fonte: Maliska, 2004].

Utilizando os dois vetores é possível calcular a área do paralelogramo através do produto externo entre eles. Assim, a área é calculada como:

$$d\vec{A} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_{\xi}\Delta\xi & y_{\xi}\Delta\xi & 0 \\ x_{\eta}\Delta\eta & y_{\eta}\Delta\eta & 0 \end{pmatrix} = (x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi})\Delta\xi\Delta\eta\vec{k}, \quad (4.20)$$

sendo o valor numérico da área igual ao módulo do vetor $d\vec{A}$. Portanto, a área pode, ainda, ser escrita como:

$$dA = \|d\vec{A}\| = (x_{\xi}y_{\eta} - x_{\eta}y_{\xi})d\xi d\eta \quad (4.21)$$

Ao se analisar a equação (4.12) utilizando, no entanto, somente dois eixos coordenados, e comparando com a equação (4.20), observa-se que a área é igual ao inverso do jacobiano de transformação bidimensional:

$$\frac{dA}{d\xi d\eta} = \frac{1}{J} \quad (4.22)$$

De forma semelhante, para uma transformação tridimensional, obtém-se:

$$\frac{dV}{d\xi d\eta d\gamma} = \frac{1}{J} \quad (4.23)$$

4.1.3 Transformação de coordenadas em malhas não-estruturadas

Nas seções anteriores, descreveu-se a transformação de um plano físico, em um sistema de coordenadas cartesiano (x, y, z) , para um plano computacional em coordenadas generalizadas (ξ, η, γ) . Em um sistema onde é usada malha estruturada, essas coordenadas assumem valores de 1, 2, 3... N, onde N é o número de linhas da malha.

Para um sistema onde a malha não-estruturada é empregada, não é possível construir um sistema de coordenadas globais, ou seja, ξ e η não possuem um domínio, logo, cada elemento deverá ser tratado individualmente, com um sistema de coordenadas locais (Maliska, 2004).

A Figura 4.3 apresenta a transformação de um plano no sistema de coordenadas cartesiano para um sistema de coordenadas generalizadas. Observe-se que, neste caso, ξ e η variam de -1 a 1, isso faz com que $\Delta\xi = 2$ e $\Delta\eta = 2$. Como cada quadrante de cada elemento fará parte de um volume de controle diferente, é conveniente se ter a área do elemento no domínio transformado igual a 4 unidades de área. Assim, o valor numérico da área total do volume de controle, no domínio transformado, será igual ao número de subvolumes de controle que fazem parte de sua formação (Maliska, 2004).

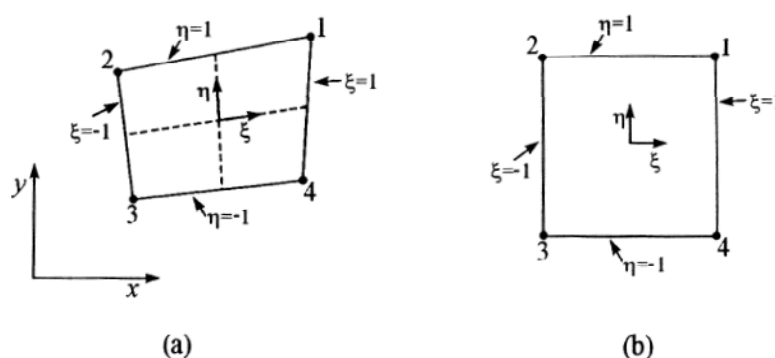


Figura 4.3 – Transformação de um plano físico para o transformado de uma malha não-estruturada. [Fonte: Maliska, 2004].

A transformação de coordenadas é obtida através de funções de forma, que variam de acordo com o tipo de elemento, como será mostrado posteriormente. Para um elemento quadrilátero, adota-se uma função de forma bilinear, sendo as relações entre os sistemas de coordenadas escritas como:

$$x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i \quad (4.24)$$

$$y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i, \quad (4.25)$$

onde as funções de forma são dadas por:

$$N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad (4.26)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \quad (4.27)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad (4.28)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \quad (4.29)$$

Ao analisar as equações (4.24) e (4.25), nota-se que a transformação faz uma interpolação entre os valores de x e y , definida dentro do quadrilátero pelos valores locais de ξ e η .

A Figura 4.4 mostra a distribuição de N_1 no domínio (ξ, η) . Observa-se que η varia linearmente para $\xi = 1$ e que isso também ocorre para ξ quando $\eta = 1$. Para o restante do domínio, entretanto, isso não se verifica, pois a função de forma é um produto de ξ e η , como pode ser visto pela curva formada entre os pontos 1 e 3. Portanto, as funções de forma têm como objetivo ponderar a participação dos pontos 1, 2, 3 e 4 nas interpolações de variáveis realizadas no interior do elemento.

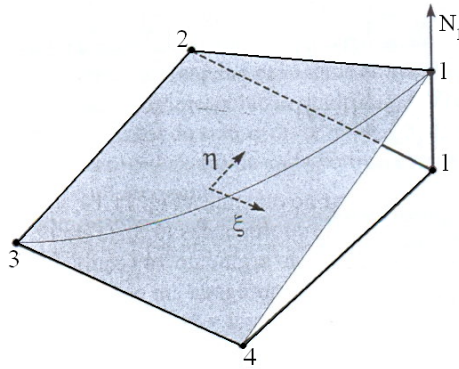


Figura 4.4 – Função de forma N_1 no elemento. [Fonte: Maliska, 2004].

As métricas de transformação, nesse caso, são dadas por:

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \mathbf{x}_i \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \xi} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \xi} \mathbf{y}_i \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} \mathbf{x}_i \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \eta} \mathbf{y}_i \quad (4.33)$$

Nota-se que as métricas de transformação são obtidas através da simples derivação das funções de forma.

A Figura 4.5 apresenta um elemento quadrilátero em seu sistema de coordenadas local, (ξ, η) , onde se identificam os pontos de integração "pi 1" até "pi 4" e os comprimentos ΔS_{piN} , onde N varia de 1 a 4.

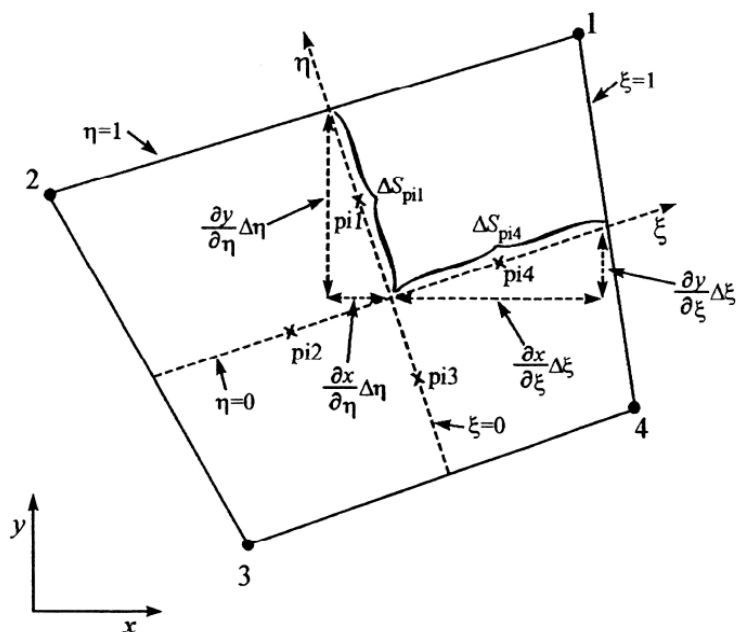


Figura 4.5 – Exemplo de um elemento quadrilátero e suas relações geométricas. [Fonte: Maliska, 2004].

4.1.4 Volumes de controle e pontos de integração

Há duas maneiras para se gerar os volumes de controle, a Célula central (*Cell Center*) e a Célula no Vértice (*Cell Vertex*). No primeiro método, o volume de controle é escolhido como sendo o próprio elemento, e as variáveis a serem determinadas ficam armazenadas no centro do volume de controle. Nesse caso, os pontos de integração ficam no centro da face de cada elemento. No método Célula no Vértice, o centro do volume de controle é construído nos nós das malhas utilizando o método das medianas, que consiste na ligação dos centróides dos elementos aos pontos médios das suas faces. Observa-se, pela Figura 4.6, que dessa maneira o volume de controle é formado por subvolumes dos elementos vizinhos onde o nó se encontra (Maliska, 2004).

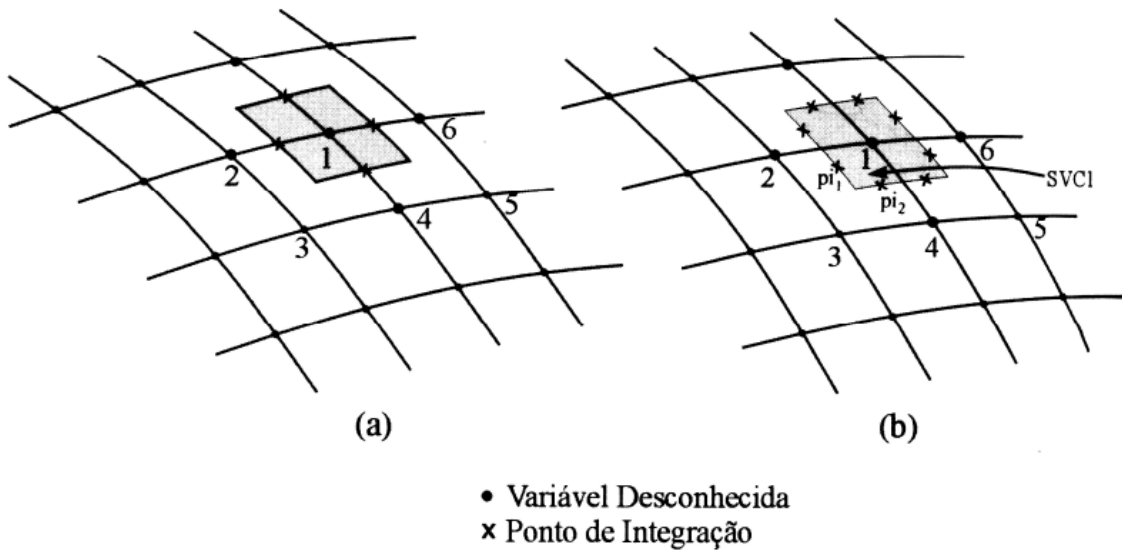


Figura 4.6 – Método Célula no Vértice. (a) um ponto de integração por subvolume, (b) dois pontos de integração por subvolume. [Fonte: Maliska, 2004].

A Figura 4.6 apresenta duas formas no qual o método Célula no Vértice resolve a variável desconhecida. Em (a), a variável é calculada a partir de quatro pontos de integração que estão no meio da face, contudo, dessa forma não se sabe a qual elemento o ponto de integração faz parte, causando problemas na implementação computacional. Observa-se isso no ponto de integração que está entre os elementos 1234 e 1456. Já em (b) a variável é calculada a partir de oito pontos de integração, sendo que cada subvolume contém dois pontos que estão dentro do elemento. Além disso, o fato de se usar oito pontos melhora a precisão no esquema de advecção, devido à melhor discretização da superfície de integração.

Como mostrado na seção 4.1.3, as coordenadas globais e locais são relacionadas por funções de forma. A avaliação de qualquer propriedade também é feita da mesma maneira. Portanto, para uma propriedade genérica ϕ e suas derivadas, tem-se:

$$\phi(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \phi_i \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\xi, \eta} \phi_i \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{y}} = \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{y}} \Big|_{\xi, \eta} \phi_i \quad (4.36)$$

As derivadas das funções de formas são obtidas por

$$\frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{J} \left[\frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \eta} - \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \xi} \right] \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \mathbf{y}} = \mathbf{J} \left[\frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} - \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} \right], \quad (4.38)$$

sendo que o jacobiano da transformação é:

$$\mathbf{J} = \left(x_{\xi} y_{\eta} - x_{\eta} y_{\xi} \right)^{-1} \quad (4.39)$$

4.1.5 Integração das equações governantes

A discretização das equações governantes é feita utilizando o método dos volumes finitos baseado em elementos. Primeiramente, divide-se o domínio espacial em pequenos volumes formando a malha numérica.

A Figura 4.7 apresenta uma malha bidimensional. Todas as soluções obtidas para as variáveis, bem como as propriedades dos fluidos, são armazenadas nos nós, localizados nos vértices da malha. O volume de controle (área sombreada) é construído em torno dos nós usando o método das medianas, definido pelas linhas que unem os centros das bordas e os centros dos elementos em torno do nó (ANSYS, 2010).

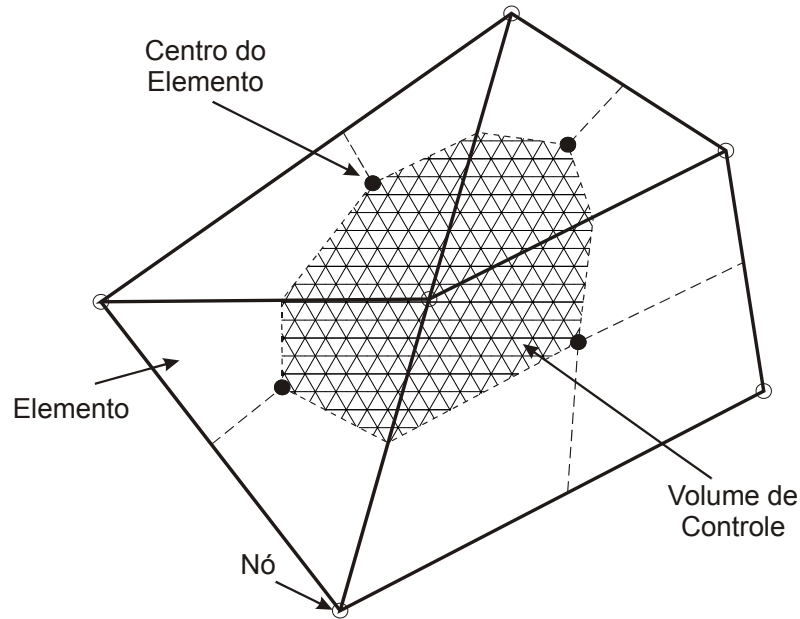


Figura 4.7 – Exemplo de uma malha bidimensional. [Adaptado de ANSYS, 2010]

Demonstra-se o processo de discretização das equações governantes de acordo com o guia teórico do pacote ANSYS (2010). Para isso, considera-se as equações de conservação da massa, momento e de um escalar.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j U_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_{eff} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \right) + S_\phi \quad (4.42)$$

onde

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (4.43)$$

$$\Gamma_{eff} = \Gamma + \Gamma_t \quad (4.44)$$

As equações são integradas sobre o volume de controle. Aplica-se, então, o teorema de divergência de Gauss, no qual as integrais volumétricas, que envolvem operadores de gradiente e divergente, são convertidas em integrais de superfície.

Em regime permanente, as derivadas temporais podem ser movidas para fora das integrais volumétricas, assim, as equações integrais se tornam:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_s \rho U_j dn_j = 0 \quad (4.45)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho U_i dV + \int_s \rho U_j U_i dn_j = - \int_s P dn_j + \int_s \mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_V S_{U_i} dV \quad (4.46)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dV + \int_s \rho U_j \phi dn_j = \int_s \Gamma_{eff} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dn_j + \int_V S_\phi dV \quad (4.47)$$

onde os índices V e s denotam as integrais volumétricas e superficiais, respectivamente e dn_j são os diferenciais das componentes cartesianas do vetor normal à superfície. As integrais volumétricas estão ligadas aos termos de acúmulo e de geração, enquanto que, as integrais superficiais contemplam os fluxos através da superfície.

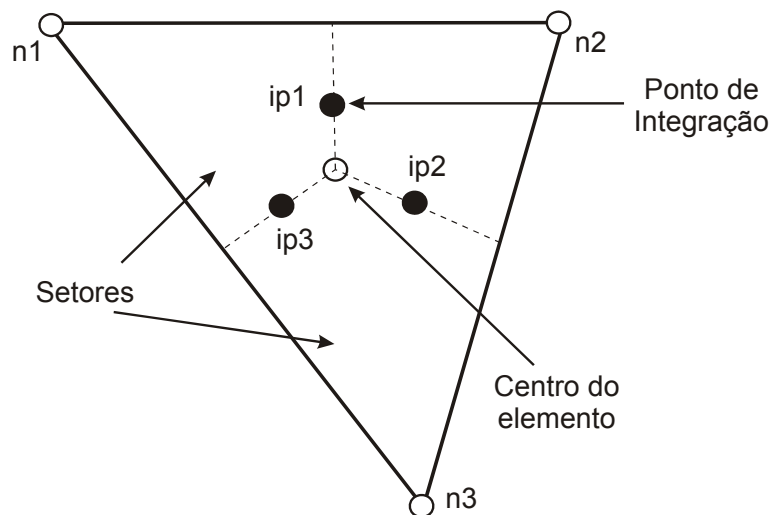


Figura 4.8 – Exemplo de um elemento de malha. [Adaptado de ANSYS, 2010]

Realizada a integração das equações, pode-se então discretizá-las. A Figura 4.8 apresenta um elemento de malha que será usado como exemplo. As integrais volumétricas são discretizadas dentro de cada setor do elemento, tendo o seu valor

acumulado transferido para o volume de controle no qual o setor pertence. As integrais superficiais são discretizadas nos pontos de integração, ip_n , localizados no centro de cada segmento de superfície, no interior do elemento, e então distribuídos para os volumes de controle adjacentes.

Discretizadas as integrais volumétricas e superficiais, as equações (4.45) à (4.47) resultam em:

$$V \left(\frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} = 0 \quad (4.48)$$

$$V \left(\frac{\rho U_i - \rho^0 U_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (U_i)_{ip} = \sum_{ip} (P \Delta n_i)_{ip} + \sum_{ip} \left(\mu_{eff} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \overline{S}_{U_i} V \quad (4.49)$$

$$V \left(\frac{\rho \varphi - \rho^0 \varphi}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} \varphi_{ip} = \sum_{ip} \left(\Gamma_{eff} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \Delta n_j \right)_{ip} + \overline{S}_{\varphi} V \quad (4.50)$$

onde $\dot{m}_{ip} = (\rho U_j \Delta n_j)_{ip}$, V é o volume de controle, Δt é o passo de tempo e Δn_j é o vetor normal à superfície discretizado. O subscrito ip representa a avaliação em um ponto de integração, e as somas são feitas sobre todos os pontos de integração do volume de controle. O sobrescrito 0 se refere ao passo de tempo passado.

4.1.6 Elementos usados no programa ANSYS-CFX

Como mencionado nas seções anteriores, as coordenadas são transformadas por meio de funções de forma. O programa ANSYS-CFX utiliza quatro formas de elementos: o hexaédrico, o tetraédrico, o prismático e o piramidal. A seguir, são apresentados os vários tipos de elementos, bem como as funções de forma de cada um no sistema de coordenadas locais (ξ, η, γ) .

4.1.6.1 Elemento hexaédrico

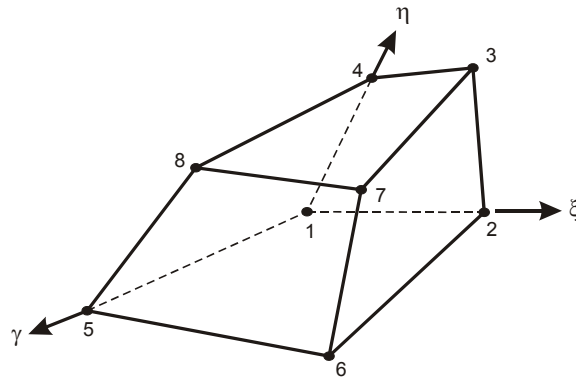


Figura 4.9 – Elemento hexaédrico. [Adaptado de ANSYS, 2010]

As funções de forma para o elemento hexaédrico são dadas por:

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta, \gamma) &= (1-\xi)(1-\eta)(1-\gamma) \\
 N_2(\xi, \eta, \gamma) &= \xi(1-\eta)(1-\gamma) \\
 N_3(\xi, \eta, \gamma) &= \xi \eta(1-\gamma) \\
 N_4(\xi, \eta, \gamma) &= (1-\xi)\eta(1-\gamma) \\
 N_5(\xi, \eta, \gamma) &= (1-\xi)(1-\eta)\gamma \\
 N_6(\xi, \eta, \gamma) &= \xi(1-\eta)\gamma \\
 N_7(\xi, \eta, \gamma) &= \xi \eta \gamma \\
 N_8(\xi, \eta, \gamma) &= (1-\xi)\eta \gamma
 \end{aligned}
 \tag{4.51}$$

4.1.6.2 Elemento Tetraédrico

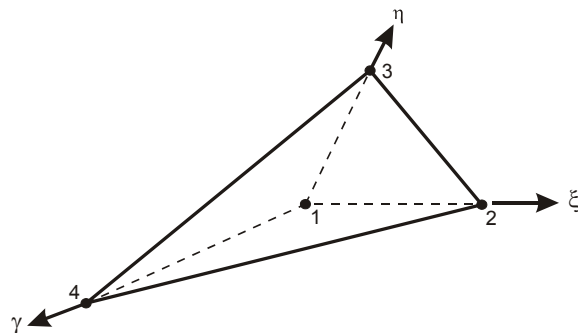


Figura 4.10 - Elemento Tetraédrico. [Adaptado de ANSYS, 2010]

Para o elemento tetraédrico, as funções de forma são:

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta, \gamma) &= 1 - \xi - \eta - \gamma \\
 N_2(\xi, \eta, \gamma) &= \xi \\
 N_3(\xi, \eta, \gamma) &= \eta \\
 N_4(\xi, \eta, \gamma) &= \gamma
 \end{aligned}
 \tag{4.52}$$

4.1.6.3 Elemento Prismático

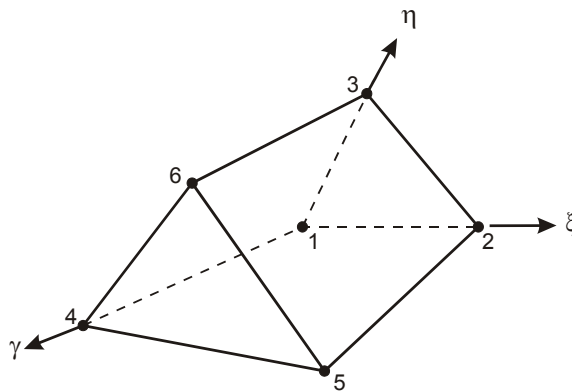


Figura 4.11 - Elemento Prismático. [Adaptado de ANSYS, 2010]

Já para os elementos prismáticos, as funções de forma são dadas por:

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta, \gamma) &= (1 - \xi - \eta)(1 - \gamma) \\
 N_2(\xi, \eta, \gamma) &= \xi(1 - \gamma) \\
 N_3(\xi, \eta, \gamma) &= \eta(1 - \gamma) \\
 N_4(\xi, \eta, \gamma) &= (1 - \xi - \eta)\gamma \\
 N_5(\xi, \eta, \gamma) &= \xi\gamma \\
 N_6(\xi, \eta, \gamma) &= \eta\gamma
 \end{aligned}
 \tag{4.53}$$

4.1.6.4 Elemento Piramidal

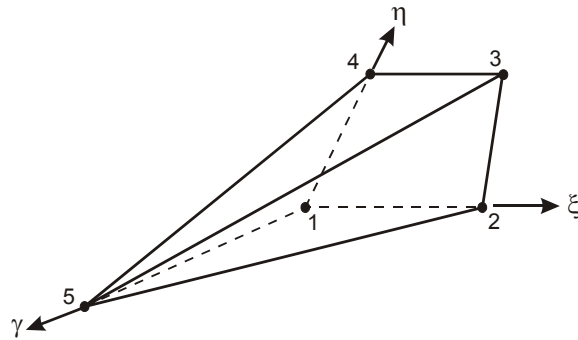


Figura 4.12 - Elemento Piramidal. [Adaptado de ANSYS, 2010]

Por fim, as funções de forma para o elemento piramidal são:

$$\begin{aligned}
 N_1(\xi, \eta, \gamma) &= (1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \gamma) \\
 N_2(\xi, \eta, \gamma) &= \xi(1 - \eta)(1 - \gamma) \\
 N_3(\xi, \eta, \gamma) &= \xi \eta(1 - \gamma) \\
 N_4(\xi, \eta, \gamma) &= (1 - \xi)\eta(1 - \gamma) \\
 N_5(\xi, \eta, \gamma) &= \gamma
 \end{aligned}
 \tag{4.54}$$

4.1.7 Esquemas de interpolação dos termos advectivos

O programa computacional ANSYS-CFX dispõe de vários esquemas de interpolação dos termos advectivos que serão apresentados a seguir. Os esquemas de advecção são implementados da seguinte forma:

$$\varphi_{ip} = \varphi_{up} + \beta \nabla \varphi \cdot \Delta \vec{r}
 \tag{4.55}$$

onde φ_{up} é o valor da propriedade a montante do nó, \vec{r} é o vetor à montante do nó ao ponto de integração ip e β é o fator de mistura (*blend factor*). Diferentes escolhas para β e $\nabla \varphi$ geram diferentes tipos de esquemas de advecção.

4.1.7.1 Esquema de primeira ordem (*Upwind Difference Scheme – UDS*)

Nesse esquema, β assume valor 0, gerando um esquema de diferenças a montante (UDS) de primeira ordem. Esse esquema é considerado robusto,

entretanto, ele pode gerar erros de discretização difusivo, devido à suavização dos altos gradientes, como pode ser visto na Figura 4.13.

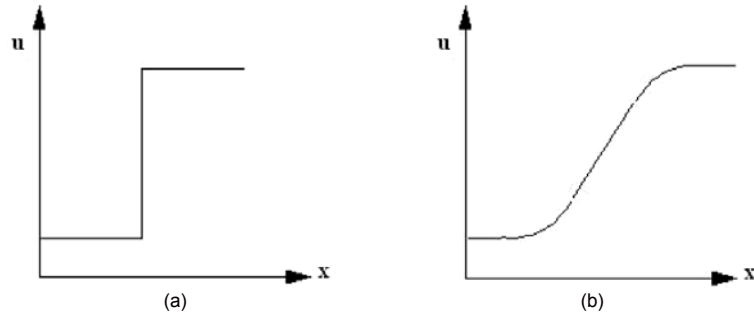


Figura 4.13 – (a) Valor esperado da variável u ; (b) Valor da variável u utilizando o esquema de advecção UDS. [Fonte: Ansys, 2010]

4.1.7.2 Fator de mistura específico (*Specific blend factor*)

Agora, especificando o valor de β entre 0 e 1 e fazendo $\nabla\phi$ como sendo a média dos gradientes dos nós adjacentes, os erros associados ao UDS diminuem. O termo $\beta \nabla_{\phi} \cdot \Delta \vec{r}$, chamado de correção de advecção numérica, pode ser visto como uma correção anti-difusiva aplicada ao esquema UDS. Para o valor de β igual a 1, o esquema de interpolação se torna de segunda ordem de precisão, melhorando a resposta aos altos gradientes. Porém, isso pode trazer oscilações não físicas como mostrado na Figura 4.14.

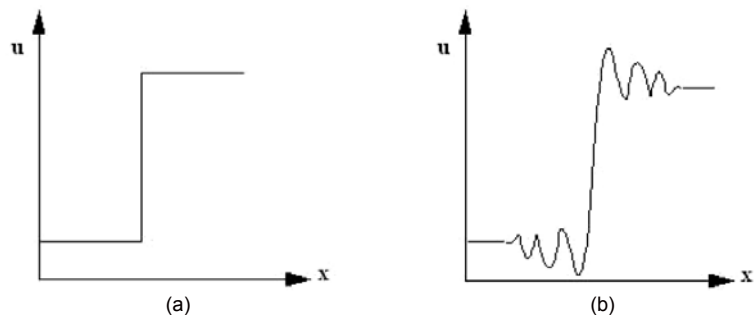


Figura 4.14 – (a) Valor esperado da variável u com variação de x ; (b) Valor da variável u para $\beta > 0$. [Fonte: Ansys, 2010]

4.1.7.3 Esquema de diferenças centrais (*Central Difference Scheme (CDS)*)

Com o esquema de diferenças centrais (CDS), β possui valor igual a 1 e $\nabla\varphi$ é colocado como sendo o gradiente local do elemento. Esse esquema possui segunda ordem de precisão e também possui o mesmo problema de oscilação apresentado pelo esquema fator de mistura específico. O CDS não é recomendado pelo ANSYS-CFX para a grande maioria dos problemas, porém se mostra útil em simulações de turbulência do tipo LES (*Large Eddy Simulation* ou Simulações de grandes escalas).

4.1.7.4 Alta resolução (*High Resolution*)

O esquema de alta resolução utiliza um método não linear para β em cada nó, para se ter o seu valor o mais próximo de 1 possível. O fluxo advectivo é avaliado em valores de β e $\nabla\varphi$ vindos do nó a montante. A fórmula para β é baseada em uma metodologia que consiste em, primeiramente, avaliar um valor de φ máximo, φ_{\max} , e um mínimo, φ_{\min} , em cada nó. Posteriormente, para cada ponto de integração ao redor do nó, a equação (4.55) é resolvida para β de modo que φ não ultrapasse φ_{\max} nem fique menor que φ_{\min} . O valor nodal de β é pego como sendo o menor valor entre os pontos de integração ao redor do nó, sem que esse valor passe de 1.

Com esse esquema, não se tem os problemas descritos anteriormente. Por isso, é o esquema padrão do ANSYS-CFX e também é o utilizado no presente trabalho.

4.1.8 Modelo de discretização compressiva na interface

O escoamento no interior do hidrociclone é um escoamento de um fino filme de líquido que escorre pela parede de um tubo. Como em simulações numéricas de superfície livre a interface tem espessura finita, a minimização dessa espessura é fundamental para a qualidade dos resultados.

Para escoamentos em superfície livre, como é o caso do presente trabalho, o programa ANSYS-CFX dispõe de um método para a captura da interface que reduz

a espessura formada na interface. Trata-se de um método numérico de advecção compressiva, que aplica o *downwinding scheme* (baseado no esquema advectivo alta resolução, permitindo valores de $\beta > 1$) controladamente nas equações de fração de volume, para evitar a passagem suave das propriedades entre as fases devido a difusão numérica do algoritmo de solução.

Como foi visto, $\beta = 0$ resulta em um esquema *upwind* de primeira ordem, $\beta = 1$ gera um esquema de segunda ordem e para $\beta = 2$ é gerado um esquema de advecção anti-difusivo (compressivo) (Frank,2005). Mais detalhes sobre o método podem ser encontrados em Zwart *et al.* (2003) e Zwart *et al.* (2005). Em geral, o objetivo do modelo é comprimir a interface ao máximo usando da própria advecção das equações de fração volumétrica.

4.1.9 Modelo de três fluidos

Para a realização das simulações, considerações numéricas foram adotadas para a resolução do problema. Usou-se um modelo de três fluidos para a solução do escoamento no interior da câmara de expansão. Ele nada mais é do que o próprio modelo de dois fluidos Euleriano-Euleriano, porém com o uso de três fluidos, sendo uma fase líquida contínua, uma gasosa contínua e outra gasosa dispersa na forma de bolhas, como pode ser visto na Figura 4.15

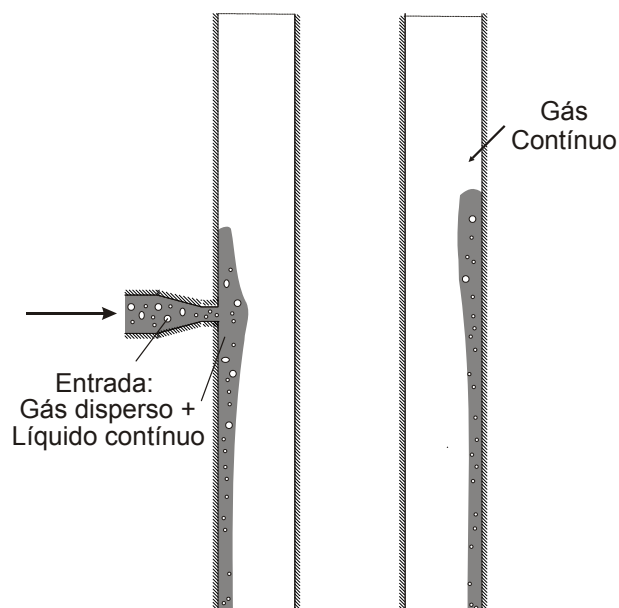


Figura 4.15 – Modelo de três fluidos.

O problema em questão poderia ser resolvido com apenas dois fluidos, utilizando o Modelo de Dois Fluidos não-homogêneo para calcular o campo de velocidades separadamente, prevendo a migração da bolha dispersa para o meio gasoso. Entretanto, dessa forma, não se consegue calcular a quantidade de gás que se separou efetivamente, já que o gás que havia no separador se mistura com o que entra, dificultando ou impossibilitando o cálculo correto da taxa de separação.

Com as três fases distintas, o gás contínuo (que é o gás já presente no separador) não interfere no cálculo da taxa de separação, sendo contabilizada somente a quantidade de gás disperso que entrou e saiu do domínio, através da equação (4.56). Com isso o cálculo se torna mais preciso.

$$\eta = 100 \left(1 - \frac{\dot{m}_{gd,sai}}{\dot{m}_{gd,entra}} \right) \quad (4.56)$$

onde, η é a taxa de separação, $\dot{m}_{gd,sai}$ é a vazão mássica de gás disperso presente no filme de líquido calculado na saída da câmara e $\dot{m}_{gd,entra}$ representa a vazão mássica de gás disperso que entra no separador.

Além de se ter maior precisão no cálculo da taxa de separação, com o modelo de três fluidos o arrasto interfacial entre os pares de fluidos, líquido-gás contínuo e líquido-gás disperso, são calculados de formas distintas, já que a densidade de área interfacial é modelada de forma diferente. Para o cálculo do arrasto entre o líquido e a bolha é usado o modelo de arrasto segundo Ishii-Zuber (Ansys, 2010), enquanto que o arrasto entre o líquido e o meio gasoso contínuo é modelado como de superfície livre (*free-surface*) utilizando um coeficiente de arrasto grande para criar artificialmente o modelo homogêneo entre as fases contínuas. (Foi obtida estabilidade numérica com $CD = 10000$).

Outra implicação obtida no modelo de três fluidos, são as três interfaces geradas: líquido-gás contínuo, líquido-gás disperso e gás contínuo-gás disperso. Em princípio, causa estranheza o fato de haver uma interface entre as fases compostas pelo gás disperso separado do líquido e o gás contínuo já existente no meio. Isso ocorre porque o programa ANSYS CFX, na solução das equações de conservação da massa e de quantidade de movimento, calcula o movimento relativo entre as fases e suas distribuições, e também para o par de fases gasosas deve ser

considerada uma interface. No caso real, as bolhas de gás separadas do líquido seriam rapidamente dissolvidas no meio contínuo de gás. Entretanto, para que o programa modelasse a dissolução das bolhas de gás no meio gasoso contínuo, embora seja esse um processo relativamente simples visto que as propriedades físico-químicas das duas fases são idênticas, novas equações para a concentração e reação de espécies químicas precisariam ser resolvidas, o que implicaria em maior tempo computacional. Como não se está interessado na dinâmica do escoamento do gás dentro da câmara de expansão, essa consideração não somente é desnecessária como inconveniente (devido ao aumento do tempo computacional).

4.2 Geometria

Uma etapa que antecede a própria solução numérica é a geração do domínio sobre o qual a malha numérica será montada, as condições de contorno serão aplicadas e as soluções serão realizadas. Para isso foram construídas três geometrias com o auxílio do programa de CAD Solidworks 2010.

Como descrito na seção 1.2, um dos objetivos do presente trabalho é obter um algoritmo para a construção de uma câmara de expansão. Para isso foram geradas três geometrias diferentes, alterando apenas os diâmetros do bocal redutor (8"-3", 8"-3.5" e 8"-4") e a largura do espaço anular (3", 3.5" e 4"). Ao aumentar o diâmetro de entrada do bocal, foi necessário aumentar o espaço anular para que o escoamento, ao entrar na câmara, não se chocasse com o tubo interno, o que mudaria a dinâmica do escoamento.

Os dados para a construção da câmara de expansão foram fornecidos pela PETROBRAS e serão apresentados a seguir. Na Figura 4.16, são mostradas as dimensões da câmara e também uma tabela que indica as mudanças feitas para cada um dos três separadores usado no estudo.

- Comprimento acima do plano médio do bocal = 2349 mm
- Comprimento abaixo do plano médio do bocal = 2441 mm
- Diâmetro externo da câmara = 30"

- Diâmetro interno da câmara = 24" (bocal 8"-3"), 23" (bocal 8"-3,5"), 22" (bocal 8"-4")
- Diâmetro entrada do bocal = 8"
- Diâmetro de saída do bocal = 3", 3,5", 4"
- Comprimento do bocal = 350 mm

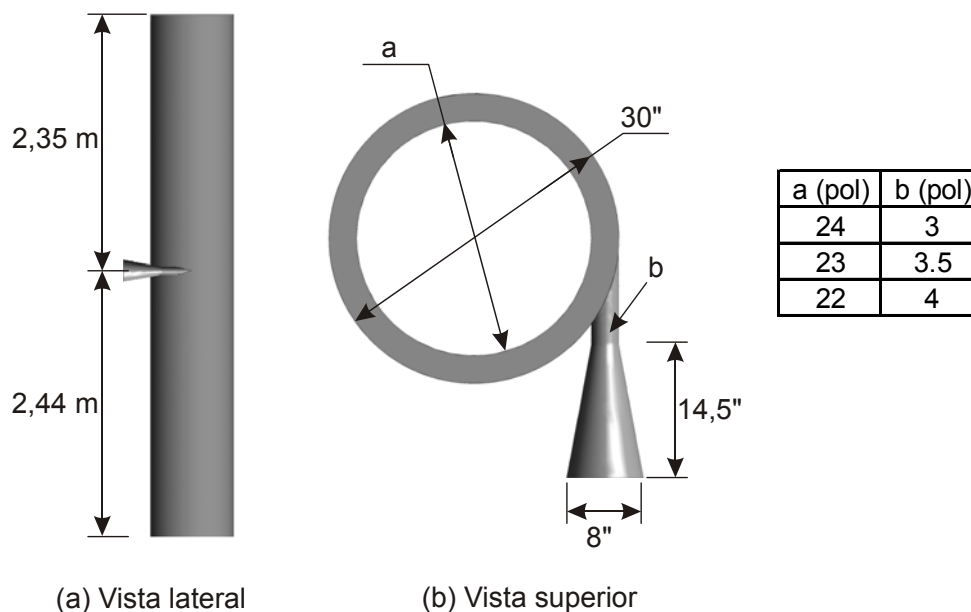


Figura 4.16 – Desenho com as dimensões da câmara de expansão.

4.3 Malha Numérica

A construção da malha numérica é a etapa seguinte à geração do domínio fluido. Nesta etapa, importa-se a geometria do separador no programa para a realização da malha, que no presente trabalho foi o pacote ANSYS ICEM-CFD, especializado em malhas não estruturadas.

A Figura 4.17 mostra a geometria do separador com a malha numérica utilizada, constituída por elementos de arranjo não estruturado. Observa-se que, no espaço anular, especificamente sobre a parede do tubo externo, foi realizado um processo de refinamento da malha por meio de elementos prismáticos, para uniformizar a distância dos pontos de cálculo em relação à parede e concentrar, com o objetivo de melhor descrever o filme de líquido, mais pontos sobre a zona de

espalhamento do fluido. Na região de entrada, que compreende o bocal e a zona de transição entre bocal e câmara, também foi realizada uma maior concentração de pontos de cálculo, como se pode observar na Figura 4.17-(b).

A grosso modo, quanto maior a quantidade de elementos de cálculo na malha, maior tende a ser a qualidade da solução (há algumas exceções a essa afirmativa, mas que fogem do escopo deste trabalho). Entretanto, o tempo de solução aumenta proporcionalmente com o refinamento da malha, podendo se tornar proibitivo em algumas situações. Logo, um processo de otimização do número de elementos de malha em função da sensibilidade da solução foi realizado, processo esse comumente denominado teste de malha, detalhado na seção seguinte.

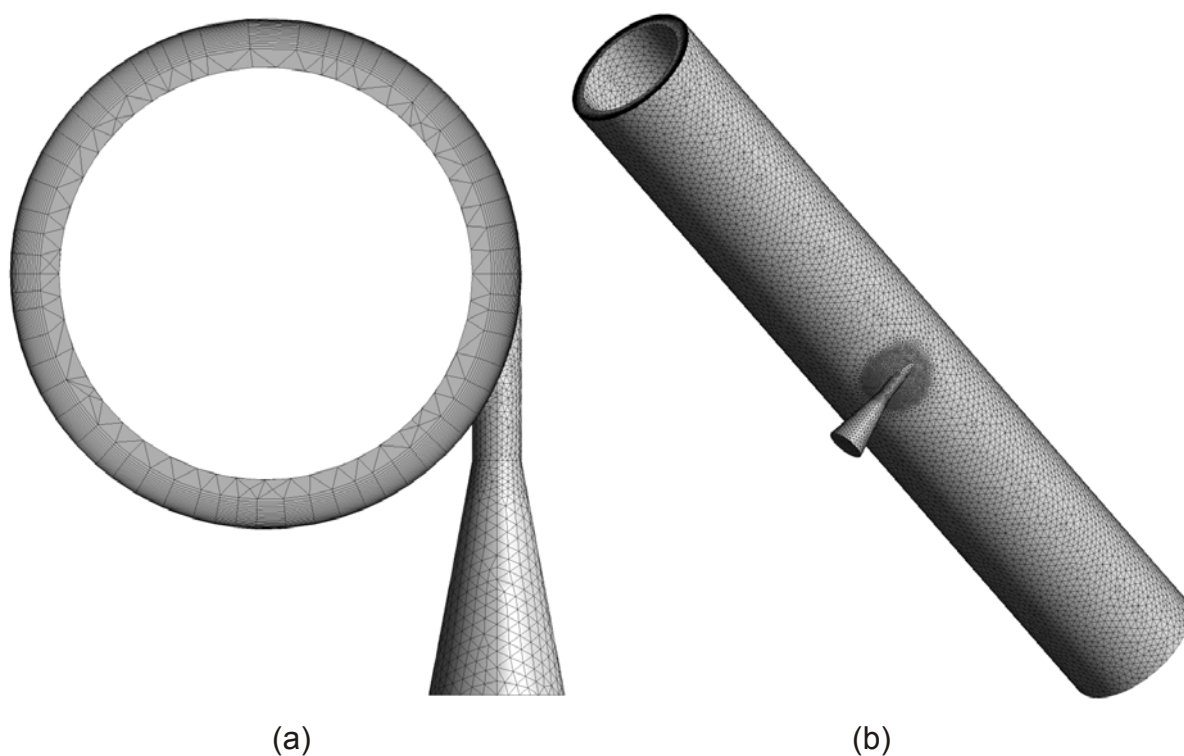


Figura 4.17 – Malha numérica do separador com bocal redutor 8”/3”. Em (a) é apresentada a vista superior e (b) uma vista inclinada.

4.3.1 Teste de malha

O processo de teste de malha visa avaliar uma dada quantidade de soluções realizadas com malhas de diferentes números de pontos de cálculo de tal forma que, a partir de um dado refinamento, a solução deixa de variar significativamente. Isso

permite que se utilizem malhas com o menor número possível de pontos de cálculo e que, ao mesmo tempo, forneçam solução semelhante àquela produzida por malhas mais refinadas, garantindo economia significativa de tempo computacional

Para a realização do teste, são simuladas diversas malhas utilizando as mesmas condições de simulação, para uma comparação justa. Como parâmetros comparativos, são avaliadas as propriedades de interesse, neste caso espessura de filme de líquido, ângulo de inclinação das linhas de corrente na saída da câmara, altura de elevação do nível de líquido e tempo de residência, tomando-se os valores da malha mais refinada como referência. Para o teste de malha, foi utilizada uma vazão de 60 kg/s e um fluido de teste com propriedades físicas semelhantes às do óleo extraído do poço brasileiro de Coqueiro (Sant'anna, 2010), propriedades essas detalhadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Propriedades do fluido de teste.

Fluido de teste	Massa específica	Viscosidade
Coqueiro	870 [kg/m ³]	27,5 [cP]

Foram feitos dois tipos de teste de malha, o primeiro para avaliar o tamanho máximo global dos elementos, sem se importar com a quantidade de camadas na região do anular. A Tabela 4.2 mostra o resultado obtido. Observa-se que a variação dos valores dos parâmetros medidos diminui com o aumento do número de elementos na malha, resultado esse já previsto, pois com a malha mais refinada o número de pontos de integração aumenta, melhorando a resolução dos cálculos. Para este primeiro teste a malha escolhida foi a M5, pois apresentou quantidade de elementos razoável juntamente com uma boa precisão comparada com a malha M6.

Tabela 4.2 – Teste de malha para a determinação do tamanho dos elementos.

Teste de malha tamanho dos elementos								
Malha	Tamanho máximo do elementos [mm]			Número de elementos	Desvio em relação a malha M6 [%]			
	Global	Bocal	Densidade de malha		Espessura de filme médio	Ângulo médio de inclinação	Altura média de elevação	Tempo médio de residência
M1	80	40	20	193551	11.862	4.081	24.393	4.827
M2	64	32	16	286318	8.947	3.150	17.210	3.530
M3	56	28	14	392072	5.420	3.327	11.767	1.446
M4	48	24	12	567212	1.994	1.135	5.838	1.404
M5	45	22.5	11.25	651341	1.099	0.209	4.352	1.238
M6	40	20	10	819784	-	-	-	-

Depois de escolhido o tamanho máximo dos elementos tetraédricos, realiza-se o segundo teste, que consiste em verificar o número de camadas na região do anular. O anular é dividido em duas partes, sendo que, a parte próxima ao tubo externo é segmentada em diversas camadas.

A Tabela 4.3 mostra como foi feito a segmentação, apresentando o número total de camadas geradas.

Tabela 4.3 – Divisão do número de camadas.

Malha	Camadas
C1	15
C2	20
C3	25
C4	30
C5	35

A Tabela 4.4 apresenta o resultado do teste de malha para a escolha do número de camadas na região do anular. Nesse teste, observou-se que com o aumento no número de camadas, houve a diminuição no desvio em relação à malha C5, porém os desvios foram menores comparados com o teste anterior.

Dentre as cinco opções possíveis, escolheu-se a malha C3, com 25 camadas, pois, essa apresentou desvios pequenos, inferiores a 2,5% e também a quantidade de elementos não foi elevada.

Tabela 4.4 – Teste de malha para a escolha do número de camadas na região do anular.

Teste de malha número de camadas						
Camada	Número de camadas	Número de elementos	Desvio em relação a malha C5 [%]			
			Espessura de filme médio	Ângulo médio de inclinação	Altura média de elevação	Tempo médio de residência
C1	15	459624	0.152	8.330	0.759	6.149
C2	20	555526	1.421	6.404	0.761	3.723
C3	25	651341	1.004	2.468	0.749	1.031
C4	30	747225	0.619	1.473	0.103	0.852
C5	35	842709	-	-	-	-

4.3.2 Malha numérica final

Para a geometria com bocal com diâmetro de saída de 3 polegadas, a malha numérica escolhida possui 651341 elementos distribuídos ao longo de toda a câmara de expansão. De maneira semelhante, foram feitas as outras duas malhas para as geometrias com bocal de 8"-3,5" e 8"-4". A Figura 4.18 apresenta a vista superior dos três separadores. Pode-se observar que a estruturação e distribuição de elementos no espaço anular foi praticamente a mesma para todas as geometrias, mas devido à ligeira diferença geométrica cada malha foi finalizada com uma quantidade particular de elementos (embora apenas ligeiramente diferentes). Para a geometria com bocal 8"-3,5" a malha final possui 690785 elementos e para a geometria com bocal 8"-4" 682971 elementos.

A Figura 4.19 mostra uma vista inclinada dos três separadores. Observa-se, que a densidade de malha próximo ao bocal foi feita de maneira diferente para o separador com bocal 8"-3" em relação aos outros dois. Como os separadores com bocal 8"-3,5" e 8"-4" tiveram o espaço anular alargado, decidiu-se diminuir a região de atuação da densidade de malha, para que a quantidade de elementos não mudasse muito em relação a malha do hidrociclone com bocal 8"-3".

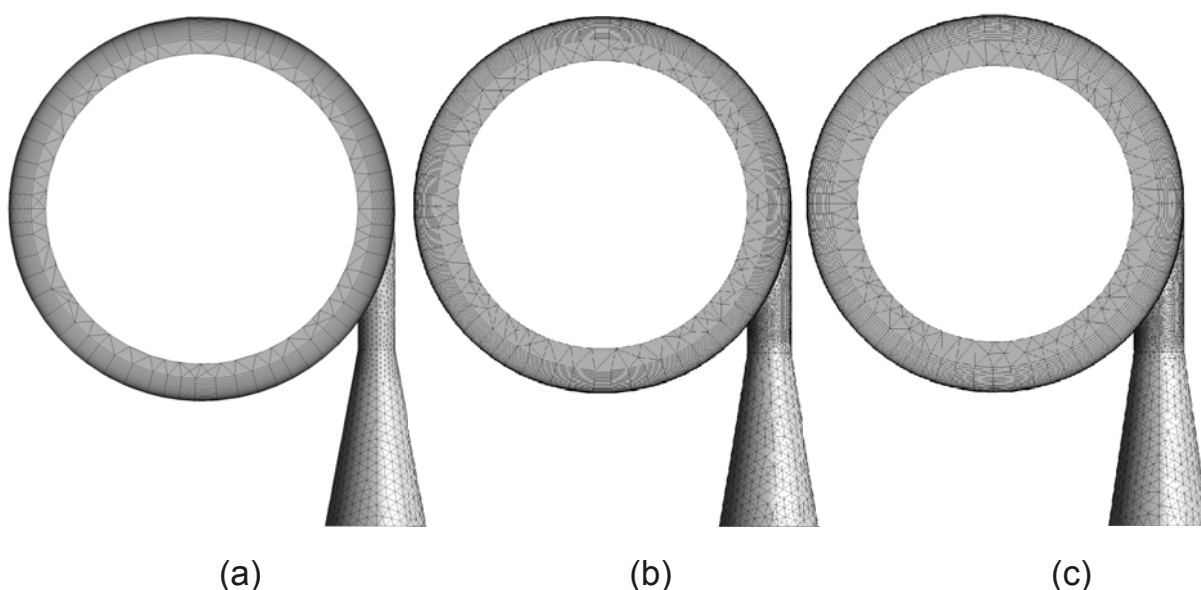


Figura 4.18 – Vista superior das malhas numéricas dos separadores com os três diferentes bocais, (a) bocal 8"-3", (b) 8"-3,5", (c) bocal 8"-4".

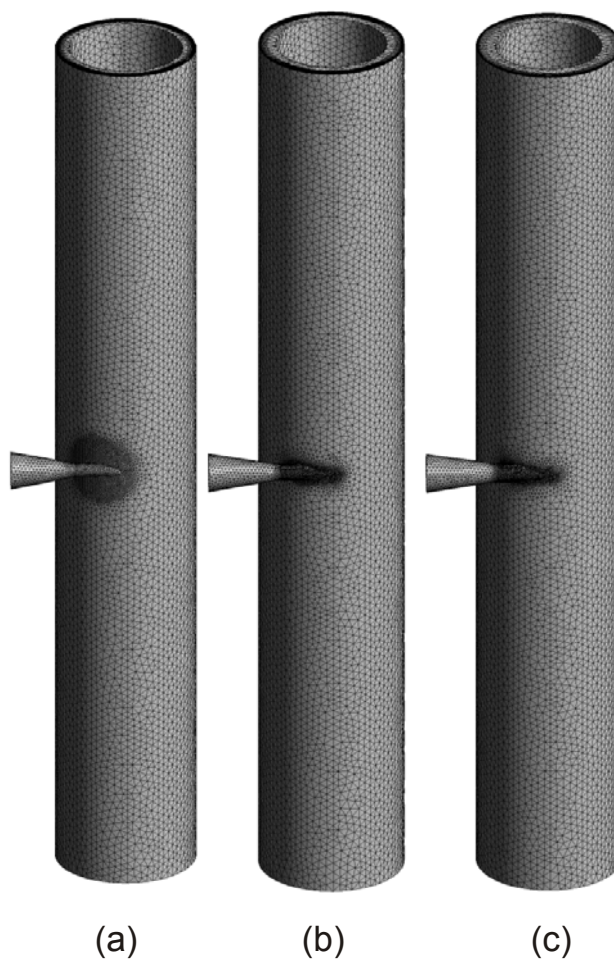


Figura 4.19 – Vista lateral das malhas numéricas dos três separadores, sendo (a) o bocal 8"-3", (b) o bocal 8"-3,5", (c) o bocal 8"-4".

5 RESULTADOS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos nas simulações numéricas. Para realizar os testes, uma grade de simulações foi construída em função da variação da viscosidade do líquido e das vazões mássicas na entrada. Para o escoamento com escoamento bifásico na entrada, foram variados também o diâmetro médio das bolhas dispersas no líquido e a fração em volume de gás.

Entretanto, as simulações foram realizadas em função de faixas de números adimensionais que representam o escoamento de filme de líquido no separador, cuja obtenção será demonstrada na seção seguinte, que precede a análise dos resultados numéricos.

5.1 Análise de parâmetros hidrodinâmicos e grupos adimensionais

Em seu estudo, Morandin (1999) mostra que o escoamento na câmara de expansão é governado por dois grupos adimensionais, Re_δ e Fr_Q^2 , dados por:

$$\begin{aligned} Re_\delta &= \frac{Q_l}{2\pi R_o \nu} \\ Fr_Q^2 &= \frac{\left(\frac{Q_l}{R_o^2}\right)}{gR_o} \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde Re_δ é o número de Reynolds do filme de líquido e representa a razão entre as forças inerciais e viscosas e o número de Froude, Fr_Q^2 , representa a razão de forças inerciais pelas forças de empuxo.

Os parâmetros medidos em diferentes geometrias como a espessura de filme na saída do separador e o tempo de residência do líquido no equipamento, precisam ser também tomados de forma adimensional. Na seção a seguir, os principais parâmetros e suas respectivas adimensionalizações são discutidos.

5.1.1 Parâmetros hidrodinâmicos de interesse

Como já discutido anteriormente, além da taxa de separação, os quatro principais parâmetros hidrodinâmicos de interesse no estudo do separador são a espessura de filme de líquido, o tempo médio de residência do líquido no separador, a altura de elevação do nível de líquido e o ângulo das linhas de corrente na saída do separador. A quantificação desses parâmetros impacta no projeto de separadores, e o estabelecimento de metodologias genéricas para a avaliação dessas quantidades é importante para que os resultados aqui obtidos sejam estendidos para geometrias dessa categoria que envolva variações dimensionais.

A espessura média de filme, δ_f , é calculada na saída do separador, e é definida como a diferença entre o raio externo da câmara e o raio médio, calculado em função da coordenada r , da linha que define a interface líquido-gás no plano de saída da câmara de expansão. A Figura 5.1 ilustra esse método e a Equação (5.2) apresenta as expressões para o cálculo, onde L corresponde ao comprimento da linha que define a interface, sobre a qual se toma a integração.

$$\bar{r} = \frac{\int_0^L r \cdot dl}{L} \quad (5.2)$$

$$\delta_f = R_0 - \bar{r}$$

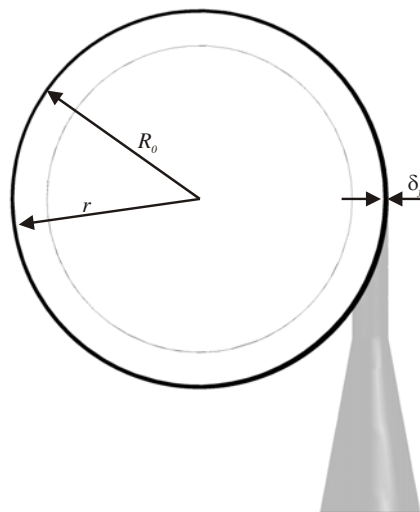


Figura 5.1 - Método de cálculo da espessura de filme.

No caso da espessura de filme, o parâmetro mais adequado para a adimensionalização é justamente algum parâmetro geométrico da câmara, por exemplo o raio externo. Nesse caso, convém tratar a espessura de filme em função de R_o , ou seja, δ_f / R_o .

O ângulo médio de inclinação das linhas de corrente, $\bar{\alpha}$, é calculado como a média dos valores do ângulo das linhas de corrente sobre a interface líquido-gás no plano de saída da câmara de expansão. O cálculo matemático desse ângulo leva em conta a componente axial de velocidade, V_z , e a magnitude do vetor velocidade, V , como descrito na equação (5.3) e ilustrado na Figura 5.2. Como o ângulo compreende um valor adimensional, não é necessário normalizá-lo em relação a alguma referência para comparações em diferentes geometrias.

$$\alpha = \arcsen\left(\frac{V_z}{V}\right) \quad (5.3)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\int_0^L \alpha \cdot dl}{L}$$

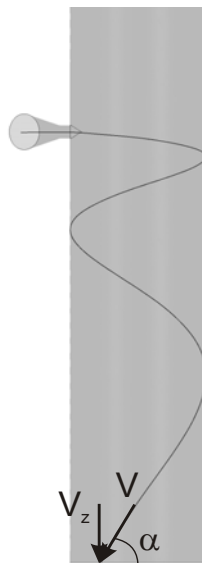


Figura 5.2 - Cálculo do ângulo de inclinação α sobre a interface.

Outra propriedade importante no projeto do separador é a altura do nível de líquido no equipamento. Como discutido e mostrado anteriormente, uma parcela do fluido, no momento do choque com a parede da câmara, se eleva sobre a câmara de expansão em um movimento helicoidal. Devido à aceleração gravitacional, essa altura atinge um limite, após o qual as partículas começam a escorrer sobre a parede da câmara, delimitando por toda a circunferência da parede da câmara um nível máximo de líquido, como mostra a Figura 5.3.

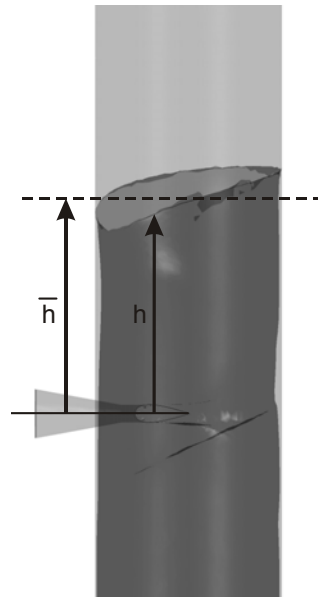


Figura 5.3 - Nível de líquido sobre a parede da câmara.

Como se pode observar na Figura 5.3, o nível de líquido formado é assimétrico no entorno da parede da câmara. Embora seja, aparentemente, mais interessante se calcular o ponto de máxima elevação sobre o nível de líquido para fins de projeto, tendências mais bem definidas e cálculos médios mais realistas podem ser convenientemente calculados em função de uma altura média de elevação, mesmo porque, em uma situação real, esse nível é intermitente. Para se calcular um nível médio de elevação, \bar{h} , usa-se a equação (5.4):

$$\bar{h} = \frac{\int_0^L h \cdot dl}{L} \quad (5.4)$$

onde L nesse caso é o comprimento total da linha que define o nível de líquido elevado na câmara, sobre a qual a integração é tomada. Em termos adimensionais, convém, também, tratar a altura de elevação em relação a algum parâmetro geométrico da câmara, e nesse caso uma normalização adequada é o raio externo da câmara, ficando a altura média de elevação adimensional definida como \bar{h}/R_o .

Por fim, uma das propriedades do escoamento no separador cuja estimativa é a mais subjetiva e difícil de padronizar é o tempo de residência do fluido no separador. Como se pode observar na Figura 3.1-(a), cada linha de corrente que parte da entrada do separador possui um caminho distinto ao longo da câmara. Além disso, uma parcela do fluido se eleva na câmara, podendo eventualmente circular lentamente ao redor da parede cilíndrica e levar um tempo elevado até escorrer para a saída inferior, em uma escala de tempo muito maior do que uma partícula de fluido que parte da entrada em movimento espiralado direto para a saída inferior.

Para efeitos de projeto da câmara, é conveniente avaliar o tempo médio, \bar{t} , em que diversas partículas, com caminhos variados, levam para deixar o separador, a partir do bocal de entrada. Uma maneira para se realizar uma aproximação matemática útil consiste em se avaliar a média volumétrica da componente axial de velocidade, V_z , em todo o corpo de fluido formado abaixo do bocal de entrada, e comparar essa velocidade média com o caminho axial percorrido por esse corpo de fluido do bocal até a saída inferior. Essa estimativa é ilustrada na Figura 5.4 e descrita pela equação (5.5):

$$\bar{t} = \frac{\Delta z}{(1/Vol) \cdot \int_{Vol} V_z(x, y, z) dx dy dz} \quad (5.5)$$

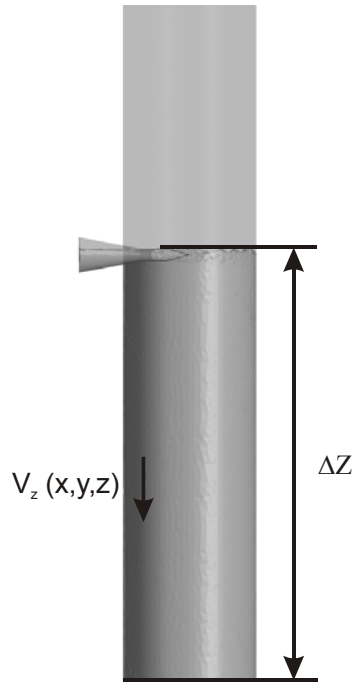


Figura 5.4 - Cálculo do tempo médio de residência das partículas.

Através dessa estimativa, que como se pode perceber da Figura 5.4 ignora por definição a parcela do fluido que se eleva na câmara, assume-se que, em uma condição de regime, a avaliação da média volumétrica da velocidade axial em todo o corpo de fluido mostrado aproxima a velocidade axial média de todas as partículas de fluido que partem da entrada e deixam o separador. Como a distância ΔZ corresponde justamente à distância axial que as partículas percorrem da entrada à saída, a equação (5.5) deve fornecer uma boa aproximação para o tempo médio que essas partículas levam para vencer esse trecho.

Outro problema é a especificação de uma escala de tempo adequada para a adimensionalização do tempo de residência. É razoável supor, entretanto, que essa escala de tempo tenha alguma relação com a geometria do separador. Uma possível escala, t^* , pode ser obtida através do tempo em que uma partícula leva para percorrer da entrada até a saída inferior do separador, em queda livre e sem qualquer resistência, descrita pela equação (5.6):

$$t^* = \sqrt{\frac{2\Delta Z}{g}} \quad (5.6)$$

ficando o tempo adimensional definido como \bar{t} / t^* .

5.1.2 Verificação dos parâmetros adimensionais

Para verificar a consistência dos parâmetros adimensionais do escoamento no interior da câmara de expansão em função de Re_δ e Fr_Q^2 , foram feitas variações proporcionais da geometria do separador tomando-se como base o raio do externo da câmara, R_0 . Por exemplo, sendo a geometria original de raio de 15", o fator de escala para uma geometria reduzida proporcionalmente para um raio externo de 12,5" será de $12,5"/15"=0,833$. Espera-se, entretanto, que se as condições de simulação forem tomadas mantendo-se os mesmo números adimensionais, os resultados para diferentes geometrias serão equivalentes.

A Tabela 5.1 apresenta os testes dos parâmetros adimensionais para diferentes tamanhos de câmara, cujo raio, R_0 , foi variado de 7,5 a 15 polegadas. Quatro combinações diferentes de números de Reynolds de filme, Re_δ , e de Froude, Fr_Q^2 , foram testadas, como mostra a Tabela 5.1. Em todos os casos, comparam-se os valores de δ_f / R_0 , \bar{h} / R_0 , $\bar{\alpha}$ e \bar{t} / t^* .

A comparação desses resultados foi feita em relação à câmara com raio de 15. Observa-se que a máxima diferença percentual foi inferior a 5%. Portanto, pode-se concluir que o estudo do escoamento no separador, em função dos objetivos propostos, pode ser parametrizado em função dos grupos adimensionais Re_δ e Fr_Q^2 , e uma única geometria pode ser usada, que nas simulações numéricas que se seguem foi assumida como sendo a do separador original, cujo raio é de 15 polegadas.

Tabela 5.1 - Verificação dos grupos adimensionais

Fr _Q ² 0.015 Re _δ 500								
R ₀ [pol]	δ _i /R ₀	diferença [%]	h/R ₀	diferença [%]	α	diferença [%]	t/t*	diferença [%]
15	0.01387	-	0.688	-	77.523	-	1.595	-
12.5	0.01455	4.910	0.686	-0.280	77.677	0.199	1.598	0.213
10	0.01435	3.473	0.650	-5.550	77.637	0.148	1.601	0.364
7.5	0.01401	1.012	0.684	-0.601	77.449	-0.095	1.586	-0.571
Fr _Q ² 0.020 Re _δ 1100								
R ₀ [pol]	δ _i /R ₀	diferença [%]	h/R ₀	diferença [%]	α	diferença [%]	t/t*	diferença [%]
15	0.01289	-	0.778	-	67.949	-	1.307	-
12.5	0.01317	2.197	0.804	3.321	67.960	0.015	1.304	-0.279
10	0.01329	3.129	0.795	2.206	68.101	0.223	1.314	0.500
7.5	0.01236	-4.063	0.794	2.060	67.778	-0.252	1.303	-0.359
Fr _Q ² 0.015 Re _δ 3500								
R ₀ [pol]	δ _i /R ₀	diferença [%]	h/R ₀	diferença [%]	α	diferença [%]	t/t*	diferença [%]
15	0.01191	-	0.748	-	79.482	-	1.398	-
12.5	0.01229	-3.202	0.744	0.552	79.903	-0.530	1.405	-0.534
10	0.01218	-2.269	0.748	-0.092	79.897	-0.523	1.403	-0.366
7.5	0.01197	-0.471	0.750	-0.250	79.556	-0.094	1.401	-0.241
Fr _Q ² 0.015 Re _δ 8000								
R ₀ [pol]	δ _i /R ₀	diferença [%]	h/R ₀	diferença [%]	α	diferença [%]	t/t*	diferença [%]
15	0.01287	-	0.767	-	72.796	-	1.281	-
12.5	0.01329	-3.268	0.769	-0.195	72.946	-0.207	1.281	0.009
10	0.01300	-1.008	0.766	0.138	72.941	-0.199	1.282	-0.091
7.5	0.01263	1.856	0.765	0.245	72.825	-0.040	1.279	0.172

5.2 Definição da grade de simulações

Foram realizadas, no total, 396 simulações, sendo que dessas 252 foram voltadas para escoamento monofásico de entrada e 144 para escoamento bifásico padrão bolhas. Foram utilizados 3 bocais convergentes distintos (8"/4", 8"/3,5" e 8"/3", como já mencionado anteriormente), variando-se o número de Reynolds, Re_δ, entre 100 ≤ Re_δ ≤ 8000 e o número de Froude, Fr_Q², entre 0,005 ≤ Fr_Q² ≤ 0,085. Nos casos de escoamento bifásico considera-se também variações na fração de gás de entrada para 5%, 10% e 20% e diferentes diâmetros de bolha, especificamente 0,5 mm, 1 mm e 2 mm.

Nas simulações em regime laminar, que segundo Morandin (1999) ocorre no filme de líquido se Re_δ < 1500, foram considerados casos entre 100 ≤ Re_δ ≤ 1400, 0,005 ≤ Fr_Q² ≤ 0,085 e os três bocais. Para regime turbulento, assumiu-se a faixa de

$2000 < Re_{\delta} < 8000$, a mesma faixa de variação de Fr_Q^2 e os mesmos bocais. Nas simulações com escoamento bifásico líquido gás, foi considerado somente o regime laminar, um bocal (8"/3"), $100 \leq Re_{\delta} \leq 1400$ e $0,015 \leq Fr_Q^2 \leq 0,085$.

Uma vez que a aceleração gravitacional, g , e o raio externo da câmara, R_o , são constantes nesse trabalho, o número adimensional Fr_Q^2 é variado apenas em função da vazão de líquido, Q_l . Já o número adimensional Re_{δ} é função de duas variáveis de operação: a vazão de líquido Q_l , à qual Re_{δ} é diretamente proporcional, e a viscosidade cinemática do fluido, ν , à qual Re_{δ} é inversamente proporcional.

5.3 Resultados das simulações com escoamento monofásico

Além da taxa de separação propriamente dita, foi estudado o comportamento das propriedades hidrodinâmicas relacionadas ao movimento do líquido: a espessura média de filme, a altura média de elevação, o tempo médio de residência do líquido e o ângulo médio das linhas de corrente na saída do separador.

Nas seções seguintes, os parâmetros em estudo são analisados separadamente. Essas propriedades tem importância no dimensionamento do equipamento, e a consideração de escoamento monofásico na entrada do separador para a análise desses parâmetros facilita o estudo sem prejudicar a consistência dos resultados, uma vez que essas quantidades tem comportamento dominado pela vazão de líquido.

5.3.1 Espessura média de filme.

A Figura 5.5 mostra os resultados obtidos para a espessura média de filme em função de Re_δ , para vários valores de Fr_Q^2 e três bocais distintos, nos regimes laminar e turbulento. Os valores são mostrados na forma adimensional, δ_f / R_o .

Observa-se que a espessura de filme diminui, para um dado Fr_Q^2 , com o aumento de Re_δ . Isso ocorre porque, para um dado número de Fr_Q^2 , a viscosidade do fluido diminui com o aumento de Re_δ , o que está ligado indiretamente a uma redução das forças viscosas em relação às de inércia, ou, de forma mais direta, à redução da tensão de cisalhamento da parede sobre o fluido. Essa redução da tensão cisalhante faz com que o líquido se espalhe facilmente sobre a câmara, fazendo com que a espessura de filme diminua. Com o aumento de Fr_Q^2 , que de acordo com a Equação (5.1) é diretamente proporcional à vazão de líquido Q_l , a quantidade de líquido no separador aumenta, e conseqüentemente a espessura de filme também aumenta.

Para o regime turbulento, observa-se que Re_δ não influencia tanto na espessura de filme quanto para o regime laminar, entretanto, verificam-se as mesmas características encontradas no regime laminar, ou seja, aumento da espessura de filme com Fr_Q^2 e redução da mesma com Re_δ , mesmo que em menor intensidade. Também, nota-se que, para um mesmo número de Fr_Q^2 , a espessura de filme turbulento é um pouco maior que no regime laminar.

A Figura 5.5, também mostra a comparação entre os resultados para os diferentes bocais. Nota-se que, com a mudança do diâmetro de saída do bocal, a espessura de filme não se altera de modo significativo, pois apesar da redução na velocidade de entrada com o aumento do diâmetro do bocal, na saída do separador, onde a espessura é medida, o efeito da variação desse diâmetro é mínimo.

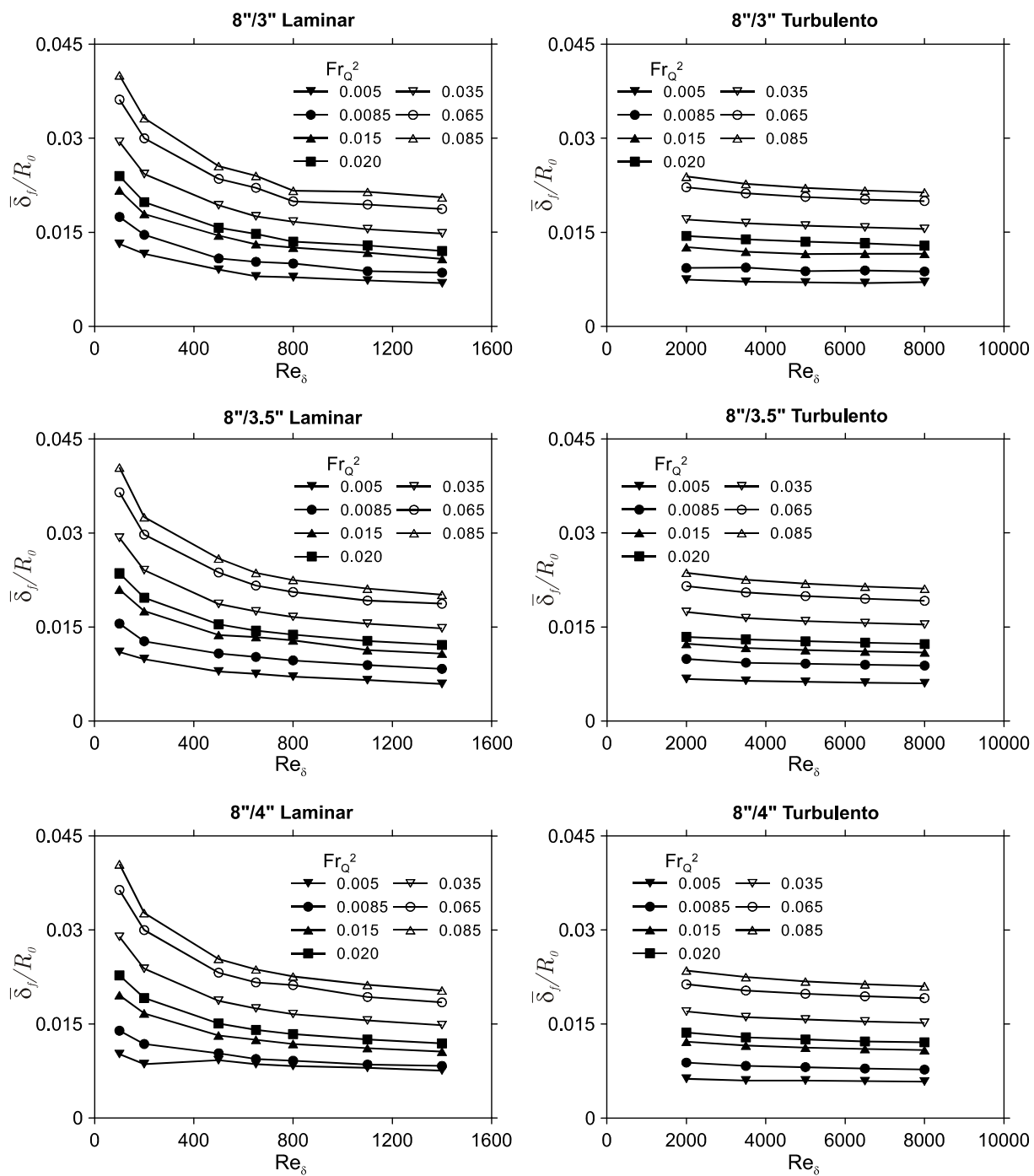


Figura 5.5 - Resultados obtidos para a espessura de filme médio adimensional em função de Re_δ e Fr_Q^2 para os escoamentos laminar e turbulento variando o diâmetro de saída do bocal.

5.3.2 Ângulo médio de inclinação das linhas de corrente.

A Figura 5.6 apresenta os resultados obtidos para o ângulo de inclinação em função de Re_δ e Fr_Q^2 para os três bocais nos regimes laminar e turbulento. Verifica-se que, com o aumento de Re_δ para um mesmo Fr_Q^2 , o ângulo diminui. Isso ocorre porque, com o aumento de Re_δ , diminui o efeito da tensão da parede sobre o fluido em função da viscosidade (como explicado para a espessura de filme), fazendo com que o fluido se espalhe mais facilmente pelo separador e, por isso, o movimento centrífugo se intensifica. Uma vez que o efeito centrífugo se intensifica, a aceleração gravitacional se torna menos predominante na queda do fluido, de tal forma que o fluido chega ao fundo do separador com ângulo menos inclinado em relação à horizontal.

Observa-se também que, com o aumento de Fr_Q^2 , o ângulo de inclinação decresce, e isso ocorre porque o aumento de Fr_Q^2 está associado unicamente ao aumento da vazão de líquido (para as condições do presente trabalho), o que indiretamente pode ser associado à intensidade do campo centrífugo. De uma forma geral, quanto mais intenso o campo centrífugo, menor é o ângulo médio das linhas de corrente em relação à horizontal no plano de saída da câmara de expansão.

A comparação em relação aos três bocais mostrada na Figura 5.6 indica que, com o aumento do diâmetro de saída do bocal, o ângulo de inclinação aumenta. Isso ocorre porque, com o aumento do diâmetro do bocal e conseqüente diminuição da velocidade de entrada, diminui-se a intensidade do campo centrífugo ao longo do separador.

Novamente, verifica-se que, qualitativamente, o comportamento observado para regime turbulento é equivalente ao encontrado para laminar. Entretanto, ao se comparar os valores para os dois regimes para condições equivalentes, nota-se que os ângulos de inclinação para escoamento turbulento são ligeiramente maiores, e isso se justifica pela menor atuação das forças viscosas no segundo caso.

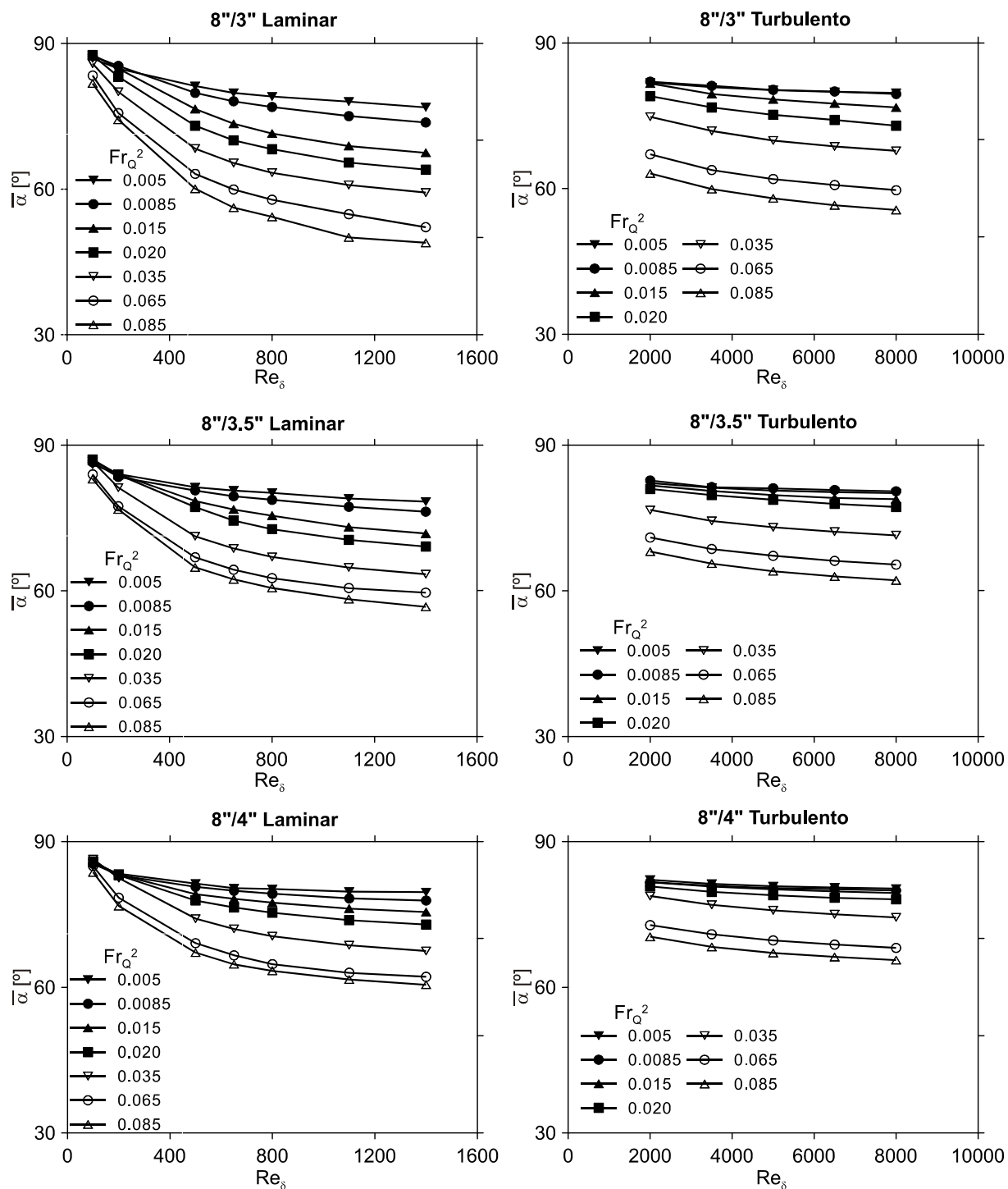


Figura 5.6 - Resultados obtidos para ângulo de inclinação médio em função de Re_s e Fr_Q^2 para os escoamentos laminar e turbulento variando o diâmetro de saída do bocal.

5.3.3 Tempo médio de residência do fluido no equipamento.

A Figura 5.7 apresenta os resultados obtidos para o tempo médio de residência adimensional em função dos números adimensionais Re_δ e Fr_Q^2 , para os diferentes bocais. Consta-se que, em geral, o tempo de residência diminui com o aumento de Fr_Q^2 , uma vez que Fr_Q^2 é diretamente proporcional à vazão de líquido, Q_l ; para altas vazões, o espalhamento do líquido no momento do choque é significativamente intensificado, de tal forma que a parcela de fluido que se espalha em movimento espiralado para baixo tenha maior velocidade, alcançando a saída do separador em menor tempo.

Nota-se também que, com o aumento de Re_δ para um dado Fr_Q^2 , isto é, com a redução do efeito da viscosidade sobre as forças de inércia, o tempo também diminui, devido a redução da resistência ao cisalhamento, facilitação do espalhamento do líquido e, conseqüentemente, maior velocidade média axial do fluido ao longo da câmara. No regime turbulento, entretanto, onde o efeito da viscosidade é cada vez menor, observa-se menores diferenças entre os tempos de residência em relação ao número de Re_δ .

Comparando os resultados obtidos para os diferentes bocais, verifica-se que há uma ligeira variação no tempo médio de residência, porém, devido às dimensões do separador, na média, não se observa uma influência apreciável do bocal no tempo de residência.

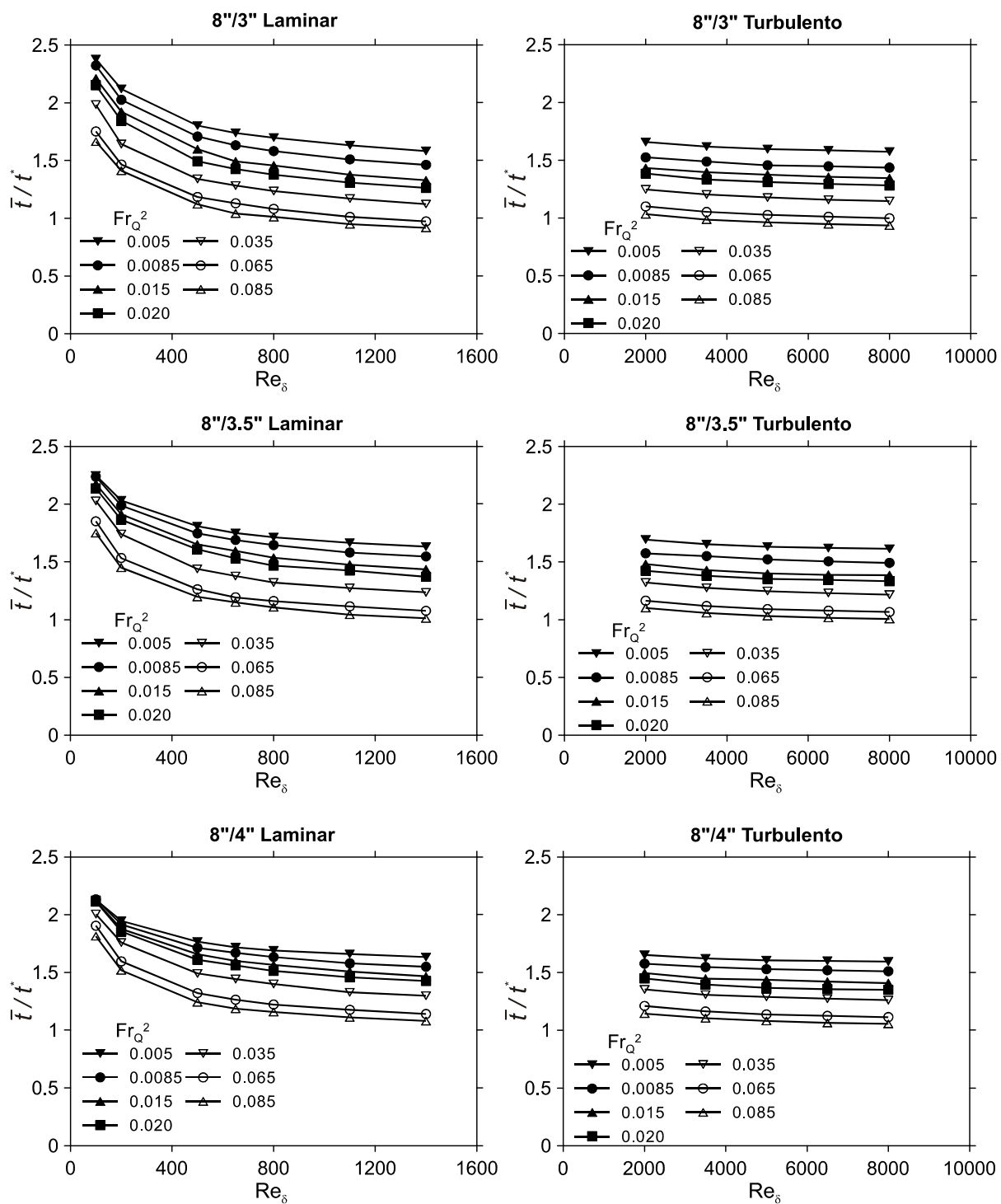


Figura 5.7 - Resultados obtidos para o tempo médio de residência adimensional em função de Re_δ e Fr_Q^2 para os escoamentos laminar e turbulento variando o diâmetro de saída do bocal.

5.3.4 Altura de elevação.

A Figura 5.8 mostra os resultados obtidos para a altura média de elevação, \bar{h} , em função de Re_δ e Fr_Q^2 , para os três bocais, nos regimes laminar e turbulento. Os resultados são normalizados pelo raio da câmara, R_o .

Observa-se que a altura de elevação cresce tanto com o aumento de Re_δ quanto com o aumento de Fr_Q^2 , e a explicação se deve aos mesmos fatores observados para os demais parâmetros: quanto maior a vazão de líquido e quanto menor a viscosidade, mais intenso é o espalhamento do líquido, fatores que nesse caso favorecem a subida do líquido pela parede da câmara. Nota-se que, em algumas situações, essa elevação pode ser bastante pronunciada, chegando a mais de $2,5R_o$. Para o regime turbulento, observa-se o mesmo comportamento, com a diferença de que o grupo adimensional, Re_δ , não tem influência tão significativa.

Ao se analisar, em conjunto, os resultados para os três bocais, é observada uma variação significativa da altura média de elevação em relação ao diâmetro menor do bocal. Isso se deve ao fato de que, com o aumento do diâmetro de saída do bocal, ocorre uma diminuição da velocidade de entrada, fazendo com que o efeito do espalhamento para cima diminua. Assim, o efeito da variação do diâmetro do bocal é maior na região de entrada, e diminui de acordo que chega à saída da câmara.

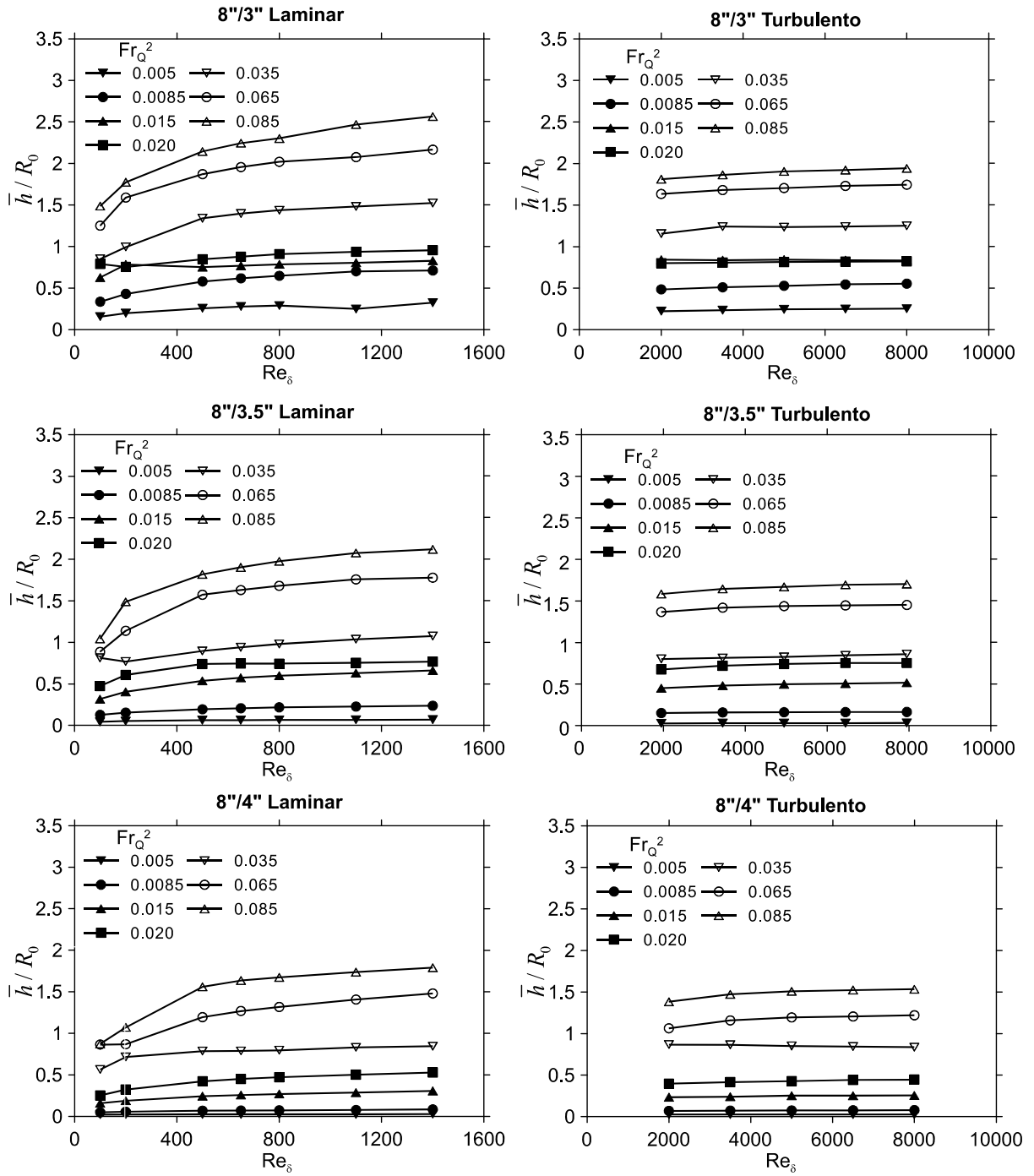


Figura 5.8 - Resultados obtidos para a altura média de elevação adimensional em função de Re_δ e Fr_Q^2 para os escoamentos laminar e turbulento variando o diâmetro de saída do bocal.

5.4 Resultados das simulações com escoamento bifásico

Nesta seção serão apresentados os resultados das simulações com escoamento bifásico na entrada do separador. O padrão de escoamento bifásico assumido é o de bolhas dispersas. Variou-se o tamanho médio das bolhas, a fração de gás, bem como a viscosidade e a vazão mássica nas simulações. O único parâmetro analisado das simulações com escoamento bifásico é a taxa de separação.

5.4.1 Cálculo da taxa de separação

A Figura 5.9 mostra o filme de líquido na saída do hidrociclone, à esquerda, e também o gás separado, à direita. Nota-se que quase todo o gás está fora do filme de líquido, indicando a alta eficiência da câmara de expansão.

O cálculo da taxa de separação é dado de acordo com a equação (5.7).

$$\eta = 100 \left(1 - \frac{\dot{m}_{g,sai}}{\dot{m}_{g,entra}} \right) \quad (5.7)$$

sendo, $\dot{m}_{g,sai}$ a vazão mássica de gás no filme de líquido, calculado na saída da câmara, e $\dot{m}_{g,entra}$ a vazão mássica de gás que entra no separador.

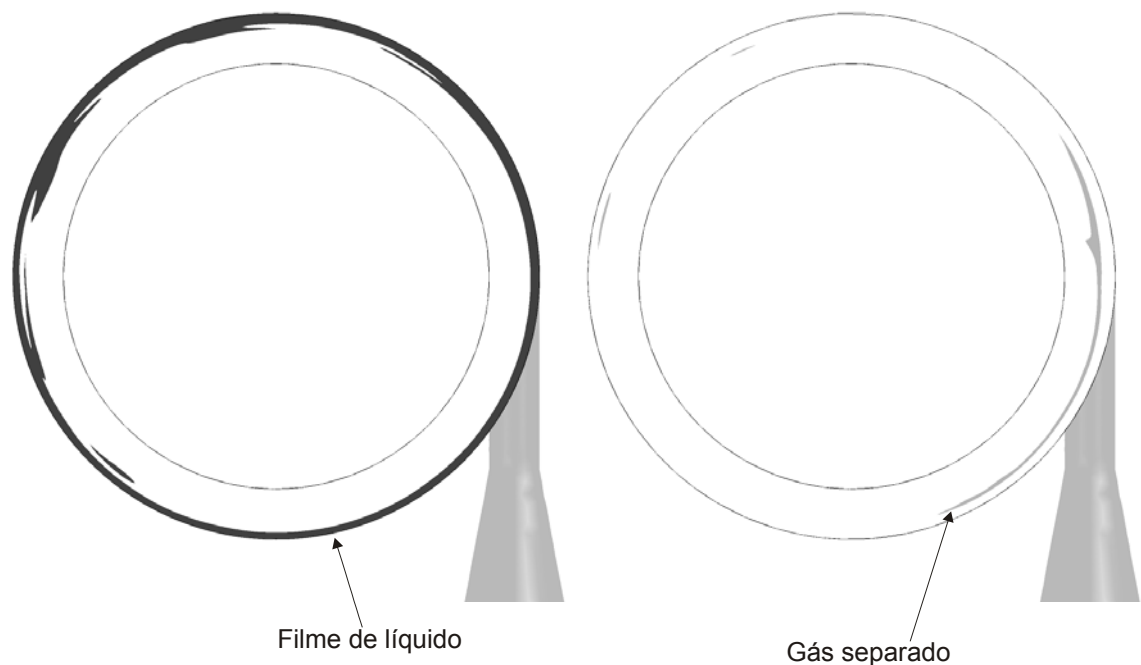


Figura 5.9 – Plano de saída da câmara de expansão, à esquerda está mostrado o filme de líquido formado no hidrociclone e à direita o gás separado do líquido.

5.4.2 Resultados

Uma vez que as simulações com escoamento bifásico tem por objetivo avaliar o comportamento da taxa de separação em função de muitos parâmetros, eliminou-se, para que fosse diminuído o número de simulações, a análise de escoamentos turbulentos nesses casos. Em testes preliminares, observou-se que a taxa de separação para os casos em regime turbulento do presente trabalho era muito elevada, e por isso sua análise poderia ser desconsiderada. Além disso, embora estudadas nesse trabalho, situações para as quais o regime de escoamento no separador é turbulento raramente ocorrem na prática, portanto os resultados para essas condições são de menor interesse (Petrobras, 2012).

O Apêndice C mostra os resultados obtidos das simulações numéricas. Observa-se que a taxa de separação não varia muito com o número de Fr_Q^2 , sendo assim, este parâmetro se torna dependente do grupo adimensional Re , do diâmetro da bolha e da fração de gás na entrada. Portanto as análises a seguir serão feitas de acordo com essas três variáveis.

A Figura 5.10 apresenta os resultados para a taxa de separação, η , em função de Re_δ e do diâmetro da bolha para dispersões a frações de vazão de 5%, 10% e 20%.

Em primeiro lugar, observa-se que a taxa de separação aumenta com o diâmetro de bolha. Isso ocorre porque, como os filmes de líquido são pouco espessos, bolhas pequenas encontram dificuldade muito maior do que bolhas grandes em alcançar a interface.

Quanto ao número de Reynolds de filme, observa-se que, em todas as situações, a taxa de separação aumenta com Re_δ . Como as forças viscosas diminuem com o aumento de Re_δ , espera-se que, para altos números de Reynolds, a força de arrasto contra a bolha que se movimenta no meio líquido em direção à interface seja menor do que em meios altamente viscosos. Logo, quanto maior a viscosidade (ou seja, quanto menor Re_δ), maior a resistência do líquido contra a separação das bolhas.

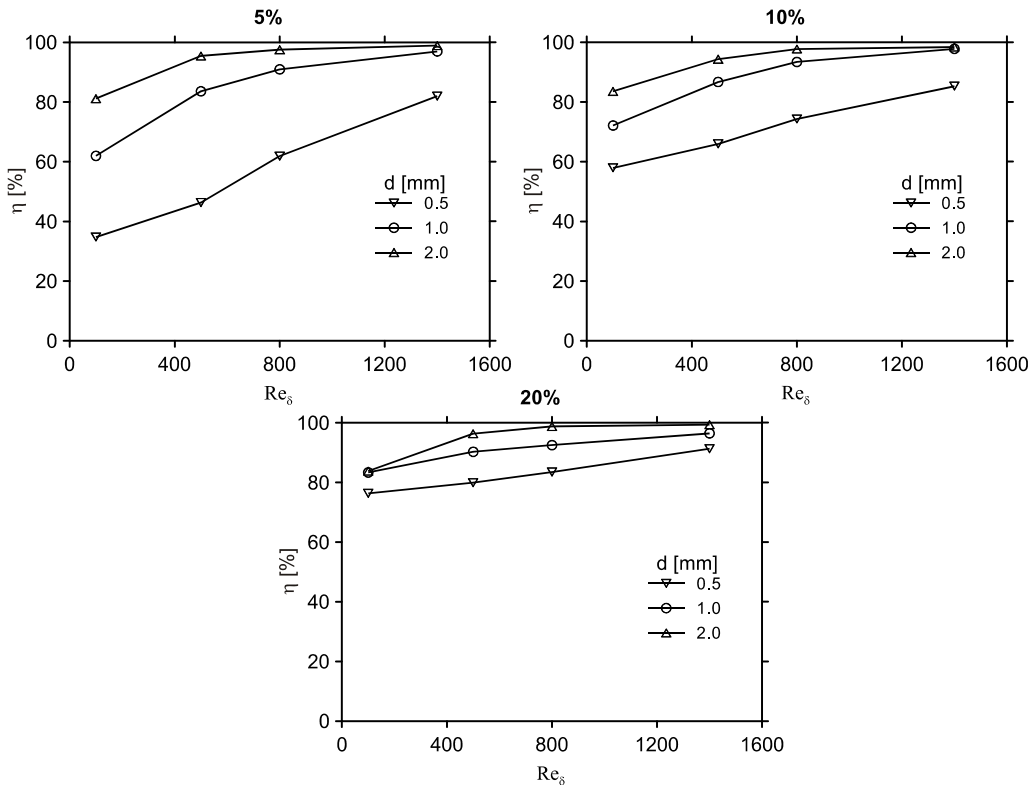


Figura 5.10 – Taxa de separação em função de Re_s e diâmetro da bolha para as frações de 5%, 10% e 20% na entrada.

Observa-se, ainda, que a taxa de separação aumenta com a fração de vazio de entrada. A explicação para esse comportamento está mais relacionada à dinâmica do escoamento do líquido do que com os fenômenos que envolvem o movimento do gás propriamente dito. Ocorre que a formação do filme de líquido se dá através de um processo de rápido espalhamento da mistura sobre a parede da câmara em uma camada muito delgada. Além disso, a espessura de líquido é função apenas da vazão de líquido, não variando com a quantidade de gás. Logo, largas porções de gás devem ser naturalmente eliminadas do meio líquido pelo próprio processo de formação do filme, enquanto que pequenas porções são capazes de resistir parcialmente a esse processo. Como a taxa de separação corresponde a um balanço entre entrada e saída, pode-se imaginar que, em uma base proporcional, maior quantidade de gás será separada quanto maior for porção de gás proveniente da entrada.

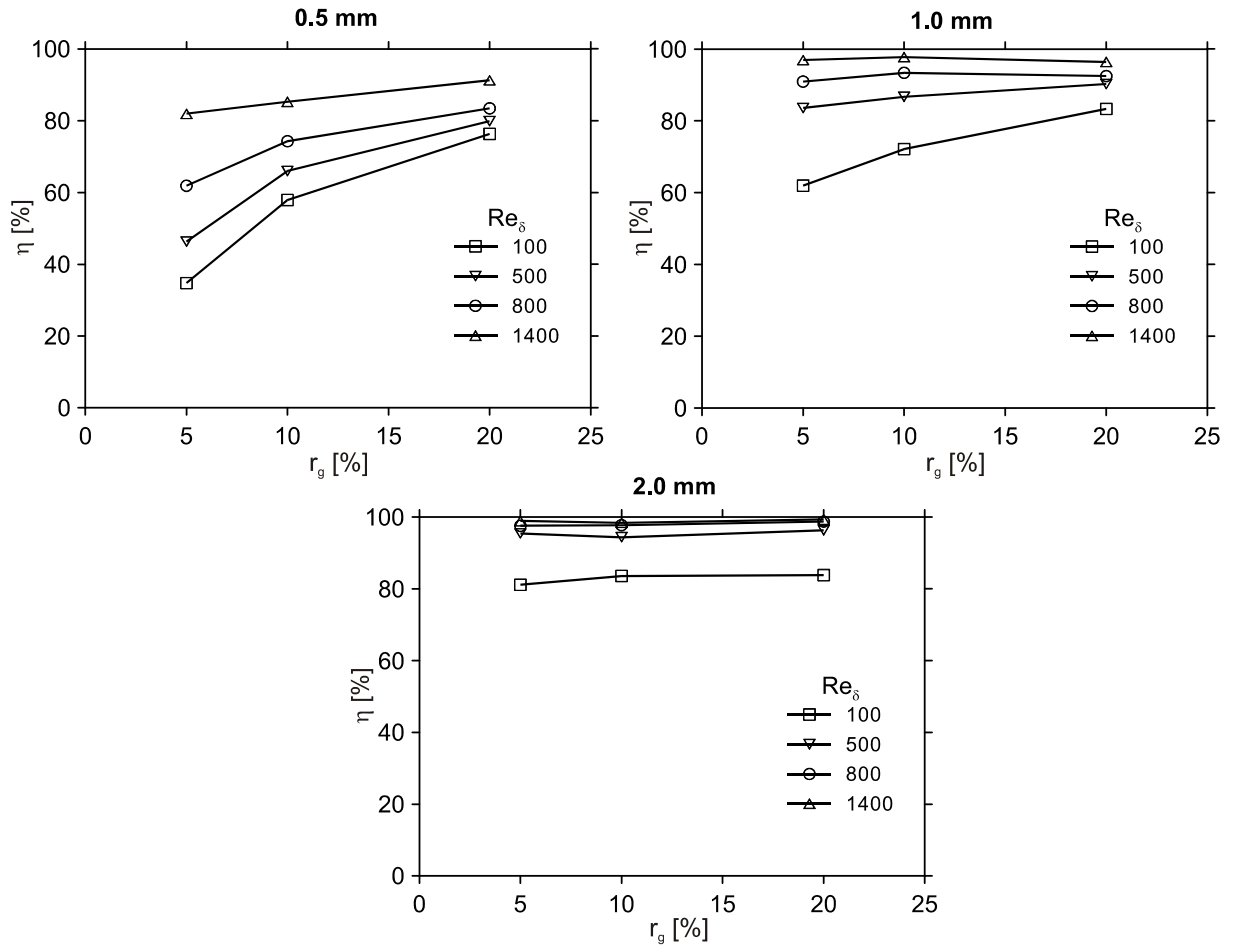


Figura 5.11 – Eficiência da câmara em função da fração de vazio, número de Re_δ para os três diâmetros de bolha.

Resultados semelhantes, porém sobre uma outra ótica, são apresentados na Figura 5.11, que mostra a taxa de separação em função da fração de vazio, do número de Re_δ para os três diâmetros de bolha. Observa-se novamente a crescente taxa de separação com o aumento da fração de vazio de entrada, com o aumento do diâmetro da bolha e com o aumento do número de Reynolds. Nota-se que, para o caso de mais difícil separação estudado, que corresponde a uma fração de vazio de 5%, com diâmetro de bolha de 0,5 mm e $Re_\delta = 100$, a taxa de separação é menor que 40%. Em contrapartida, para o caso de mais fácil separação estudado, correspondente a uma fração de vazio de 20%, diâmetro de bolha de 2 mm e $Re_\delta = 1400$, a taxa de separação é próxima a 100%.

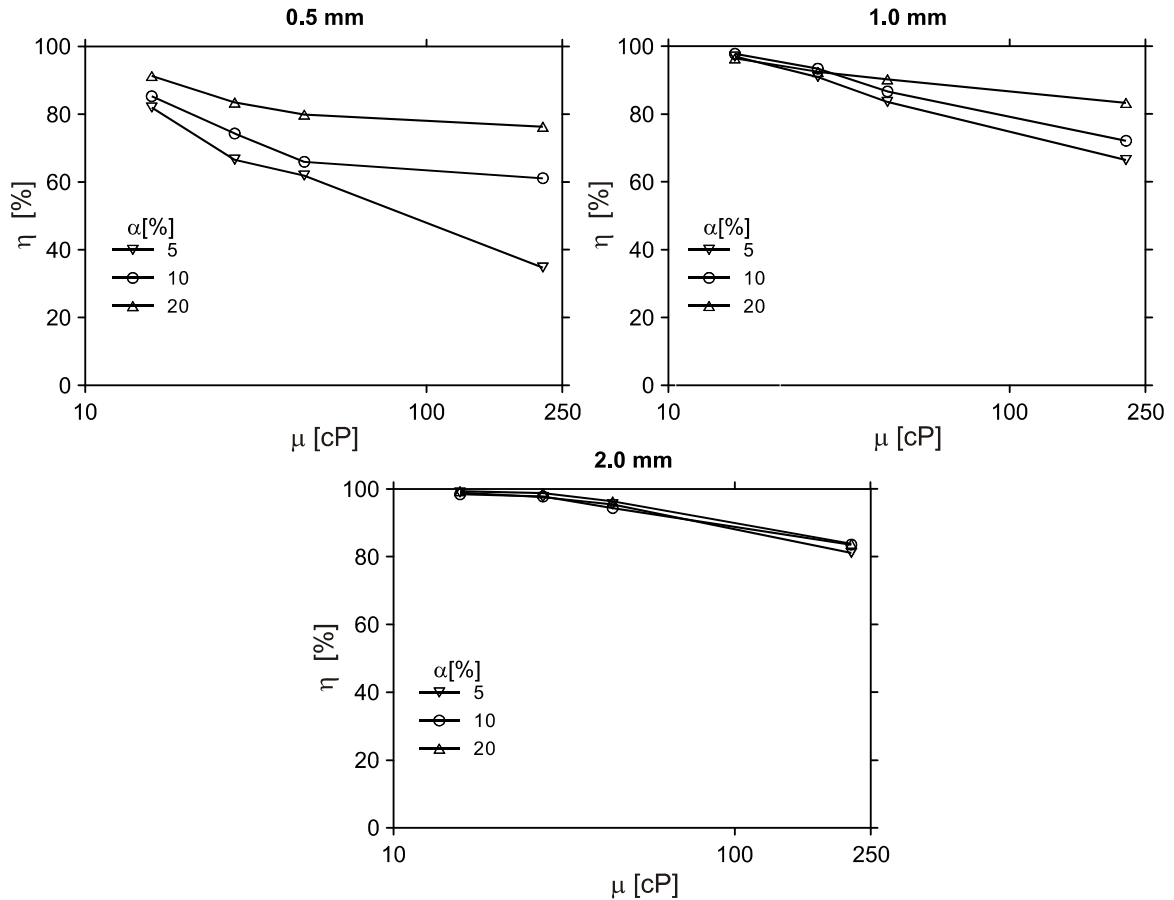


Figura 5.12 – Taxa de separação em função da viscosidade e da fração de gás na entrada para os três diâmetros de bolha, usando a vazão de entrada de 52.5 kg/s.

A Figura 5.12 mostra os valores da taxa de separação em função do diâmetro de bolha, da fração em volume de gás na entrada e, agora, em função da viscosidade do líquido. Observa-se que η diminui com o aumento da viscosidade, indicando claramente como a resistência do líquido sobre a bolha se intensifica em fluidos de alta viscosidade. Pode-se observar, novamente, o aumento da taxa de separação em função da fração de vazão de entrada. Nota-se, também, que as tendências ficam mais claras para menores diâmetros de bolha, enquanto que para bolhas grandes a taxa de separação é alta mesmo para baixas frações de vazão e altas viscosidades.

6 CORRELAÇÕES

A partir dos resultados apresentados, correlações foram levantadas para os principais parâmetros da câmara de expansão. Dessa forma, a utilização prática dos resultados fica facilitada, pois várias propriedades são analisadas ao mesmo tempo. Além disso, com as correlações podem ser avaliadas situações que não foram simuladas e até mesmo extrapolar condições de operação.

O processo de correlação dos dados se dá da seguinte forma: assume-se uma forma para a função de interpolação, seja ela polinomial, de potência, logarítmica, etc, que é escrita em função de constantes a determinar. A partir da base de dados numérica simulada, realiza-se um procedimento de interpolação dos dados através da função assumida em busca da minimização do erro entre a função e a base de dados, sendo um procedimento comum o de mínimos quadrados (Coleman e Steele, 1998), por fim, avalia-se a eficiência da correlação usando algumas medidas comparativas, como o erro relativo e o coeficiente R^2 .

Os parâmetros hidrodinâmicos da câmara de expansão são correlacionados através de três variáveis: Re_δ , Fr_Q^2 e d/D_0 . Para a taxa de separação foi utilizado Re_δ , r_g e d_{bolha} .

Para o presente estudo, foram assumidas duas funções de interpolação, uma polinomial de segunda ordem e uma função de potência. Como cada propriedade avaliada é função de três variáveis independentes, a função polinomial exige dez coeficientes, e a de potência quatro coeficientes, sendo suas formas descritas a seguir.

$$y = C_1 + C_2 x_1 + C_3 x_2 + C_4 x_3 + C_5 x_1^2 + C_6 x_2^2 + C_7 x_3^2 + C_8 x_1 x_2 + C_9 x_1 x_3 + C_{10} x_2 x_3 \quad (6.1)$$

$$y = C_1 x_1^{C_2} x_2^{C_3} x_3^{C_4} \quad (6.2)$$

onde

$$x_1 = Re_\delta, \quad x_2 = Fr_Q^2 \quad \text{e} \quad x_3 = d_{bocal} / D_{câmara} \quad \text{se} \quad y = e / R_o, \quad \alpha, \quad t / t^*, \quad \text{ou} \quad h / R_o, \quad \text{e}$$

$$x_1 = Re_\delta, \quad x_2 = r_G \quad \text{e} \quad x_3 = d_{bolha} \quad [\text{mm}] \quad \text{se} \quad y = Taxa \quad [\%].$$

A Tabela 6.1 apresenta, para escoamento laminar, todos os coeficientes obtidos para a proposta polinomial, para todas as variáveis avaliadas neste trabalho, e na Tabela 6.2 são mostrados os coeficientes para a proposta de potência. A Tabela 6.3 e a Tabela 6.4 apresentam de forma semelhante os coeficientes para o escoamento turbulento, nas formas, polinomial e de potência, respectivamente, para todas as propriedades à exceção da taxa de separação, que não foi avaliada para escoamento turbulento, como descrito anteriormente.

Tabela 6.1 – Coeficientes da equação (6.1) para a proposta de correlação polinomial para as variáveis de projeto, escoamento laminar.

Coeficientes	C1	C2	C3	C4	C5
δ_f/R_0	2.289E-02	-2.272E-05	4.878E-01	-1.078E-01	9.727E-09
α	7.047E+01	-5.043E-02	-5.359E+02	4.776E+02	1.364E-05
t/t^*	1.526E+00	-1.828E-03	-2.359E+01	1.879E+01	6.157E-07
h/R_0	2.898E+00	9.042E-04	4.166E+01	-4.340E+01	-3.115E-07
$Taxa$	-1.592E+00	5.328E-02	2.779E+02	7.019E+01	-1.275E-05
Coeficientes	C6	C7	C8	C9	C10
δ_f/R_0	-2.560E+00	2.455E-01	-1.162E-04	3.434E-05	2.833E-01
α	2.133E+03	-2.382E+03	-1.640E-01	1.914E-01	2.196E+03
t/t^*	9.358E+01	-9.260E+01	-3.084E-04	3.661E-03	7.160E+01
h/R_0	-1.563E+02	1.477E+02	8.363E-03	-3.634E-03	-1.129E+02
$Taxa$	-2.689E+02	-1.670E+01	-7.862E-02	-6.699E-03	-7.844E+01

Tabela 6.2 – Coeficientes da equação (6.2) para a proposta de correlação de potência para as variáveis de projeto, escoamento laminar.

Coeficientes	C1	C2	C3	C4
δ_f/R_0	0.234	-0.239	0.400	-0.141
α	154.758	-0.096	-0.082	0.215
t/t^*	3.932	-0.172	-0.142	0.199
h/R_0	0.003	0.200	1.067	-3.783
$Taxa$	52.078	0.119	0.122	0.224

Tabela 6.3 – Coeficientes da equação (6.1) para a proposta de correlação polinomial para as variáveis de projeto, escoamento turbulento.

Coeficientes	C1	C2	C3	C4	C5
δ_f/R_0	1.606E-02	-1.736E-07	4.089E-01	-1.514E-01	3.180E-11
α	5.871E+01	-1.886E-03	-6.094E+02	5.029E+02	8.137E-08
t/t^*	7.958E-03	-2.858E-07	-2.425E-01	1.590E-01	1.073E-11
h/R_0	2.376E+00	2.008E-05	3.674E+01	-3.001E+01	-1.769E-09
Coeficientes	C6	C7	C8	C9	C10
δ_f/R_0	-2.308E+00	6.148E-01	-3.595E-06	-2.372E-06	-1.492E-02
α	6.004E+02	-2.220E+03	-8.237E-03	5.791E-03	3.160E+03
t/t^*	1.213E+00	-6.024E-01	4.037E-06	-6.046E-07	4.130E-01
h/R_0	-1.745E+02	7.863E+01	2.471E-04	-1.090E-05	-3.105E+01

Tabela 6.4 – Coeficientes da equação (6.2) para a proposta de correlação de potência para as variáveis de projeto, escoamento turbulento.

Coeficientes	C1	C2	C3	C4
δ_f/R_0	0.080	-0.077	0.428	-0.213
α	116.474	-0.041	-0.088	0.202
t/t^*	1.844	-0.051	-0.158	0.237
h/R_0	0.009	0.056	1.047	-3.502

As Figuras Figura 6.1 a Figura 6.5 a seguir apresentam exemplos da aproximação das curvas polinomial e de potência contra os dados numéricos para alguns casos selecionados. Os casos mostrados foram extraídos de dados para escoamento laminar. Nota-se, de uma forma global, uma melhor concordância dos resultados para a aproximação polinomial em relação à forma de potência, embora a última aproxime alguns pontos específicos com maior precisão. Em geral, as melhores aproximações das duas propostas são observadas para a espessura de filme, para o ângulo das linhas de corrente e para o tempo de residência. Para a altura de elevação, a forma potencial gera erros muito altos para altos valores de Fr_0^2 , enquanto que a forma polinomial proporciona aproximação razoável.

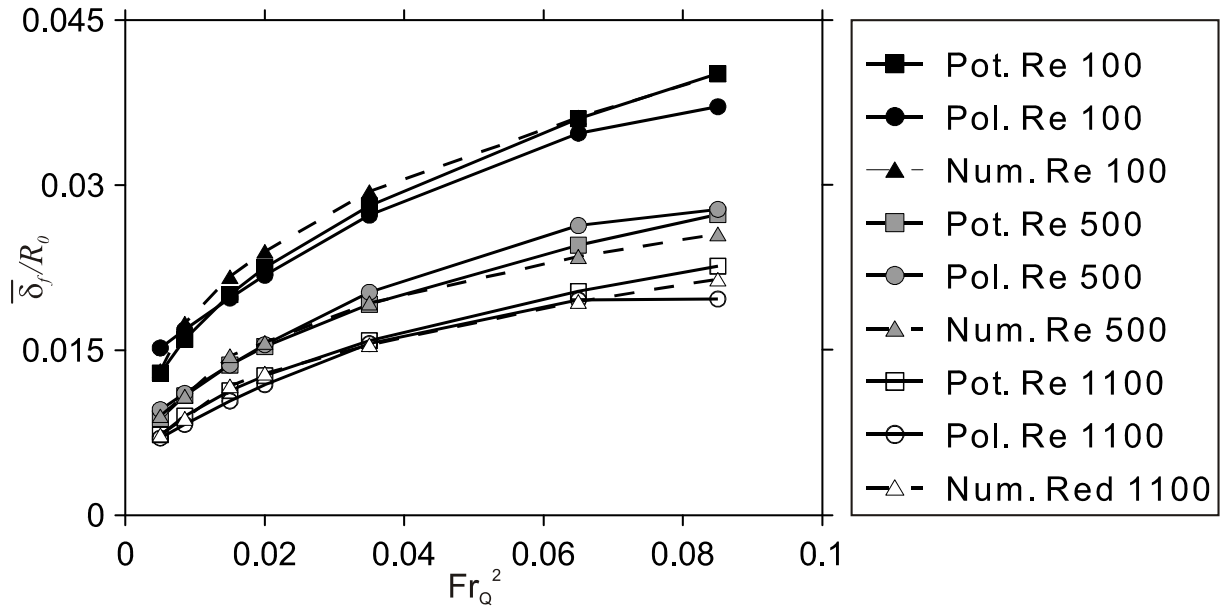


Figura 6.1 – Comparação das aproximações para a espessura de filme adimensional em função do número de Froude das propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bocal}/D_{câmara} = 0,1$.

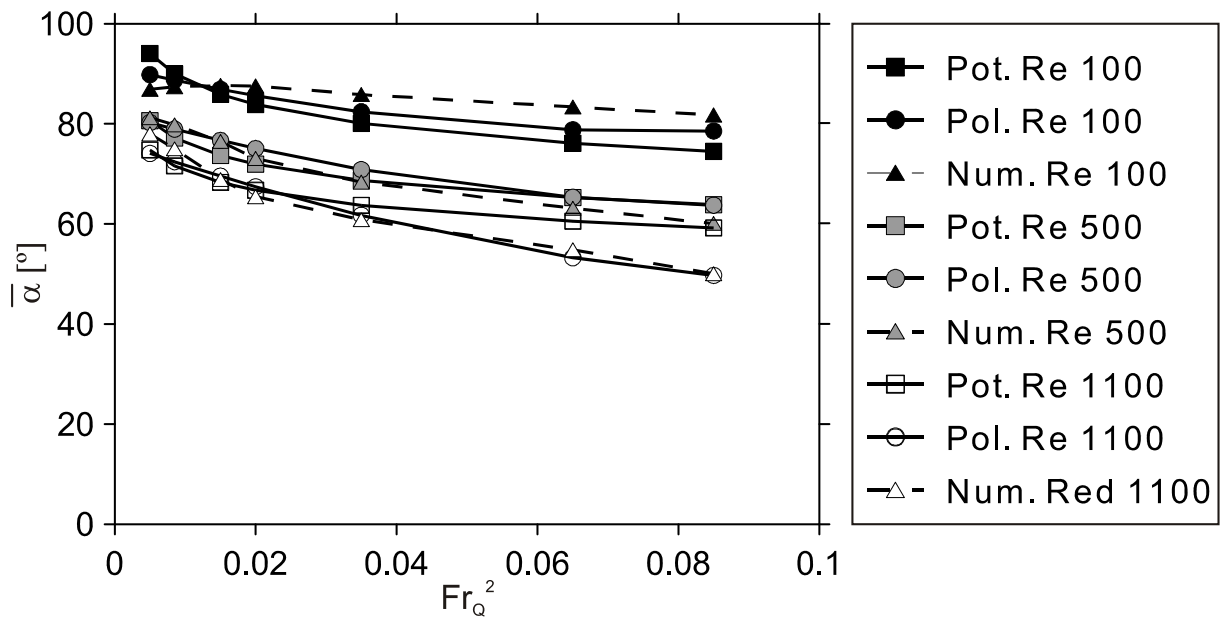


Figura 6.2 - Comparação das aproximações para o ângulo de inclinação das linhas de corrente na saída do separador em função do número de Froude das propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bocal}/D_{câmara} = 0,1$.

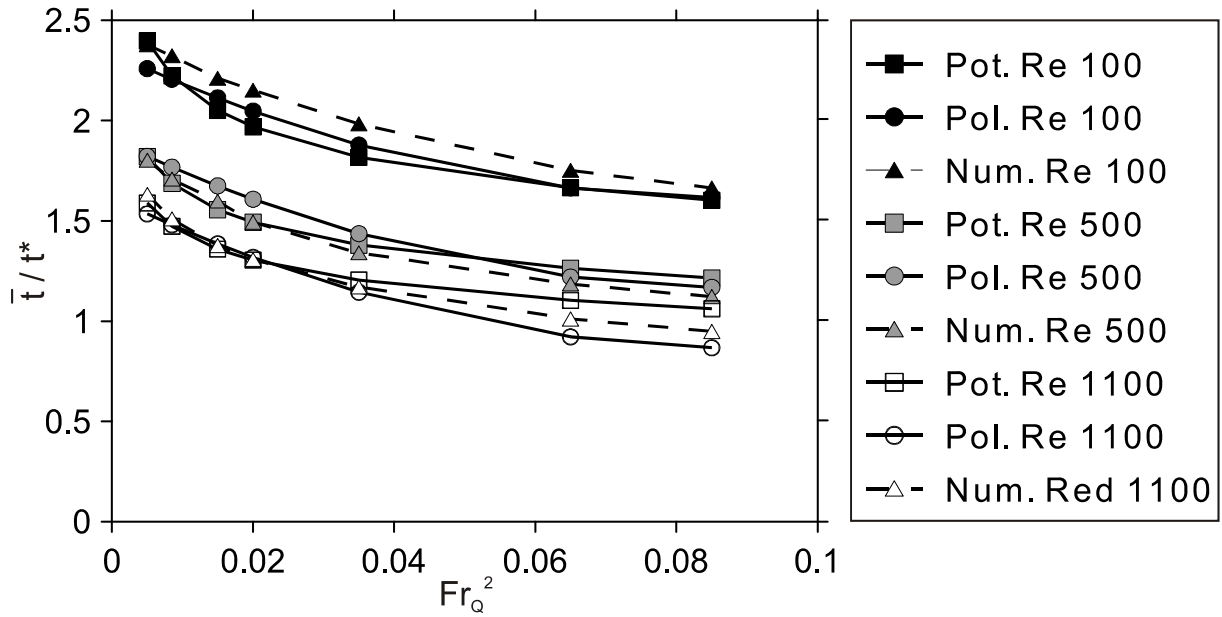


Figura 6.3 - Comparação das aproximações para o tempo de residência adimensional em função do número de Froude das propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bocal} / D_{câmara} = 0.1$.

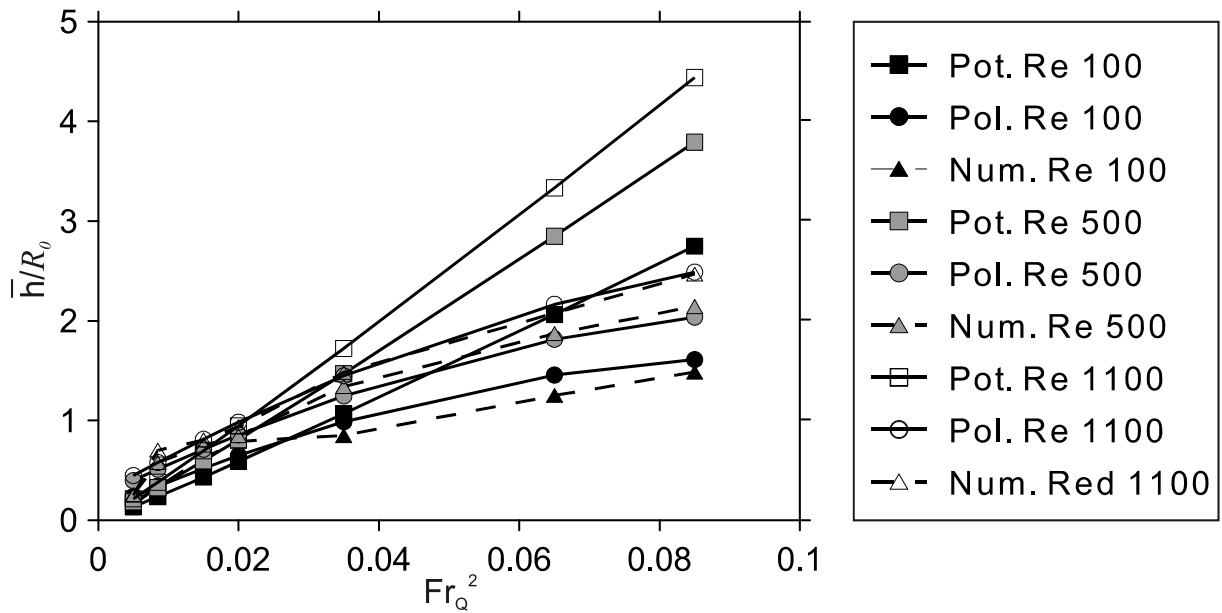


Figura 6.4 - Comparação das aproximações para altura adimensional de elevação do líquido no separador em função do número de Froude das propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bocal} / D_{câmara} = 0.1$.

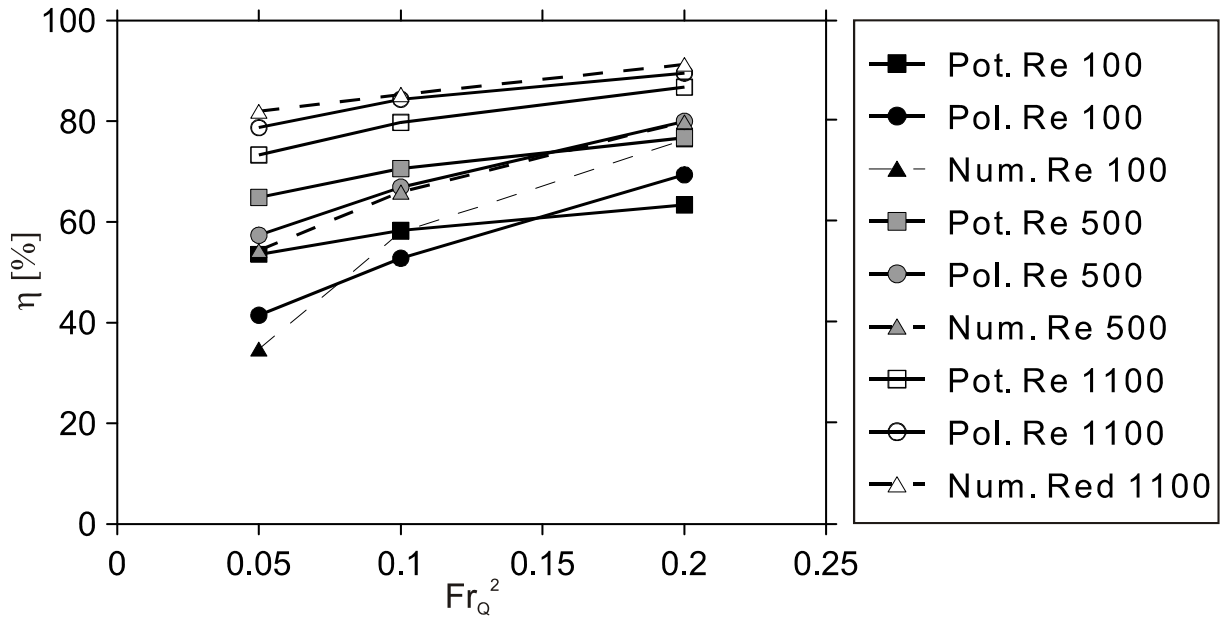


Figura 6.5 - Comparação das aproximações para a taxa de separação em função da fração de vazio de entrada das propostas polinomial e de potência contra os dados numéricos das simulações, para escoamento laminar, para $d_{bolha} = 0,5mm$.

Para a taxa de separação, Figura 6.5, nota-se que a forma potencial proporciona uma boa aproximação apenas para pontos isolados, enquanto que a forma polinomial aparenta representar melhor as tendências, embora também aproxime, de forma grosseira, os resultados em alguns pontos.

As Tabelas 7 e 8 a seguir apresentam, para escoamento laminar e turbulento, respectivamente, os erros relativos médios e os valores do coeficiente de correlação R^2 para as propostas polinomial e de potência, para todas as variáveis envolvidas.

Tabela 6.5 - Avaliação das propostas de correlação em função do erro médio percentual e do coeficiente R^2 , para escoamento laminar.

	Potência		Polinômio	
	Erro médio (%)	R2	Erro médio (%)	R2
δ_f / R_0	4.1	0.994	8.2	0.979
α	3.9	0.909	2.3	0.972
t/t^*	3.9	0.958	3.5	0.944
h/R_0	36.7	0.926	29.9	0.988
Taxa	9.4	0.847	3.5	0.945

Tabela 6.6 - Avaliação das propostas de correlação em função do erro médio percentual e do coeficiente R2, para escoamento laminar.

	Potência		Polinômio	
	Erro médio (%)	R2	Erro médio (%)	R2
δ_f / R_0	4.0	0.995	5.3	0.993
α	3.4	0.906	0.9	0.993
t/t^*	2.0	0.985	2.8	0.928
h/R_0	36.5	0.912	26.1	0.990

Nota-se que, à exceção da altura de elevação, erros percentuais entre 0.9 % e 9.4 % são encontrados para todas as propriedades. Para a altura de elevação, entretanto, erros percentuais entre 26 % e 36 % são encontrados, mesmo que, apresente um valor de R^2 acima de 0,9. Isso se justifica, pois, para baixos números de Fr_Q^2 , o nível de líquido sequer completa a periferia da câmara de expansão, o que descaracteriza muito as tendências gerais, muito embora os valores de h/R_0 nesse caso sejam pequenos demais para representarem um problema em dimensionamento. Apenas um valor de R^2 ficou abaixo de 0,9, observado para a aproximação de potência para a taxa de separação.

As correlações de potência apresentadas, embora tenham precisão menor que as polinomiais, podem ser usadas em alguns casos por sua maior simplicidade, já que a forma polinomial exige número significativo de coeficientes, o que dificulta sua implementação. Entretanto, para a altura de elevação e para a taxa de separação, sugere-se a forma polinomial. De qualquer forma, entende-se que, em geral, as correlações apresentadas possam ser utilizadas em situações de projeto, já que a própria característica transiente do funcionamento do separador e o moderado nível de precisão requerido para a maioria das propriedades não devem exigir cálculos extremamente precisos. Ainda, em situações onde se deseja uma precisão ainda mais confiável, o projetista pode recorrer a interpolações diretas dos resultados nas tabelas de dados numéricos, apresentadas nos Apêndices A, B e C

6.1 Descrição do programa gerado

As correlações polinomiais desenvolvidas na seção anterior foram implementadas em uma planilha de cálculo para facilitar a utilização dos resultados. Na planilha, o projetista deve alimentar o algoritmo com dados de vazão de líquido,

diâmetro externo da câmara, diâmetro do bocal, viscosidade do líquido, massa específica do líquido, fração de vazio de entrada e diâmetro médio das bolhas. O programa retorna diretamente os números de Re_δ e Fr_Q^2 resultantes das implementações, e os valores de todas as propriedades envolvidas. Quando as faixas de algumas propriedades superam os limites simulados numericamente, por exemplo $d_{bolha} < 0.5 \text{ mm}$, o programa retorna um aviso de que a propriedade se encontra além da faixa simulada, indicando que as avaliações se encontram, nesse caso, em situações de extrapolação. Comandos específicos são utilizados para evitar, em situações de extrapolação, que a taxa de separação supere o valor de 100 % e que o ângulo de inclinação das linhas de corrente na saída do separador não passe de 90° , para que se mantenha a consistência física dos dados. A Figura 6.6 a seguir apresenta o diagrama de cálculo a ser seguido, e a Figura 6.7 apresenta uma imagem da planilha de cálculo, que acompanha o relatório em questão. Nas diferentes planilhas que compõem o arquivo, encontram-se, além do programa de cálculo, tabelas com todos os resultados numéricos obtidos.

Como restrições, deve-se citar que:

- a) A planilha não calcula a taxa de separação para regime turbulento (baseado no Reynolds de filme, Re_δ), por representar um caso com taxa de separação muito elevada para praticamente qualquer situação e, em geral, ser difícil de ocorrer na prática em função das condições usuais;
- b) A taxa de separação representa o valor obtido para o padrão de escoamento de mais difícil separação, que é o de bolhas dispersas. Situações reais com padrões distintos devem apresentar, em uma base proporcional, taxas de separações mais elevadas;
- c) A utilização dos valores, para separadores com muitas ordens de grandeza maiores ou menores do que a geometria utilizada pode incorrer na aproximação grosseira dos resultados, principalmente para a taxa de separação.

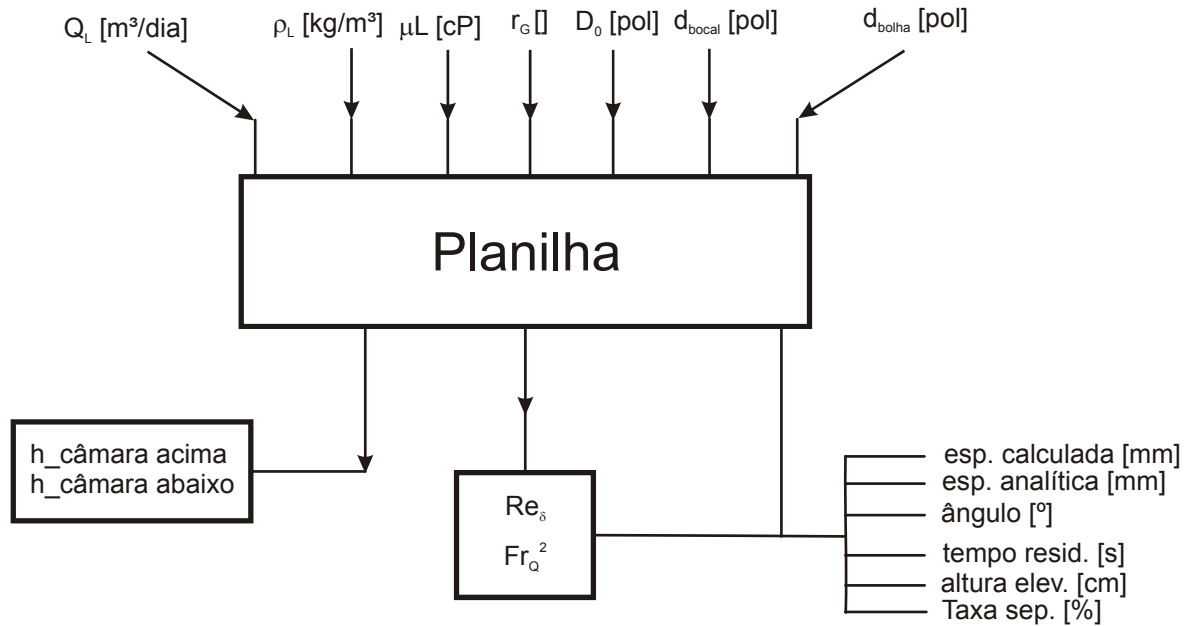


Figura 6.6 – Diagrama para a utilização da planilha de cálculo das propriedades hidrodinâmicas e taxa de separação da câmara de expansão.

Diâmetro Externo da Câmara, D [pol]	30	=	$d/D = 0.1000$
Diâmetro Menor do Bocal, d [pol]	3		$0.1 < d/D < 0.1333$
Viscosidade do Líquido [cP]	43		21700 [barris/dia]
Massa Específica do Líquido [kg/m ³]	890		
Vazão de Líquido [m ³ /dia]	3450		
Fração de Vazio de Entrada, r _G []	0.1		$0.05 < r_G < 0.2$
Diâmetro médio das bolhas, d _G [mm]	1		$0.5 < d_G < 2$
Altura Acima do Bocal [m]	2.34851		
Altura Abaixo do Bocal [m]	2.441		
Re _δ	345.2408	<=laminar	$100 < Re_{\delta} < 8000$
Fr _{Q2}	0.020245		$0.005 < Fr_{Q2} < 0.085$
Espessura Média de Filme [mm]	6.73		Solução Analítica: 6.27
Ângulo Médio das Linhas de Corrente na Saída [°]	78.6		
Tempo Médio de Residência [s]	1.235		
Altura de Elevação [cm]	30.3		
Taxa de Separação [%]	81.0		

Figura 6.7 – Imagem da planilha de cálculo das propriedades hidrodinâmicas e taxa de separação da câmara de expansão.

Exemplo

A seguir, demonstra-se a utilização da planilha através de um exemplo de procedimento de cálculo. Neste exemplo, são consideradas as seguintes condições de entrada:

- Diâmetro externo da câmara, D: 28" (0,7366 m)
- Diâmetro menor do bocal, d: 3" (0.0762 m)

- Viscosidade do líquido: 30 cP
- Massa específica do líquido: 850 kg/m³
- Vazão de líquido: 2700 m³/dia
- Fração de vazio de entrada, r_G : 0,08
- Diâmetro médio das bolhas, d_G : 1,7 mm

Alimentada a planilha com os dados de entrada acima, a primeira parte da seção de cálculo retorna algumas informações referentes aos valores estabelecidos, os quais são mostrados na Figura 6.8 abaixo. A primeira informação se refere à razão entre o diâmetro menor do bocal e o diâmetro externo da câmara, d/D , que é de $d/D = 3/28 = 0,1071$ e, portanto, atende à faixa estabelecida ($0.1 < d/D < 0.1333$). A segunda informação tem apenas caráter prático, e se refere à conversão da vazão de m³/dia para barris de óleo por dia, ou seja, $2700 \text{ m}^3/\text{dia} = 16982 \text{ barris}/\text{dia}$. Nota-se que a fração de vazio e o diâmetro da bolha estabelecidos também se encontram na faixa simulada ($0,05 < r_G < 0,2$ e $0,5 \text{ mm} < d_G < 2 \text{ mm}$).

Diâmetro Externo da Câmara, D [pol]	28	=	$d/D = 0.1071$
Diâmetro Menor do Bocal, d [pol]	3		$0.1 < d/D < 0.1333$
Viscosidade do Líquido [cP]	30	=	16982 [barris/dia]
Massa Específica do Líquido [kg/m ³]	850		$0.05 < r_G < 0.2$
Vazão de Líquido [m ³ /dia]	2700	=	$0.5 < d_G < 2$
Fração de Vazio de Entrada, r_G [.]	0.08		
Diâmetro médio das bolhas, d_G [mm]	1.7		

Figura 6.8 – Imagem da planilha de cálculo que ilustra a implementação dos dados de entrada e as informações primárias.

A Figura 6.9 apresenta, para o diâmetro de câmara estabelecido, quais são os comprimentos acima e abaixo do bocal que fazem com que a câmara que se deseja projetar seja proporcionalmente equivalente às dimensões da geometria utilizada, da qual os resultados foram extraídos. Embora o comprimento acima do bocal não influencie nos resultados (desde que não ocorra *Liquid Carry Over*), comprimento maior ou menor do que a proporções calculada abaixo do bocal podem gerar valores diferentes de ângulo de inclinação e tempo de residência, enquanto que a espessura de filme, a altura de elevação e a taxa de separação são pouco influenciadas por esses comprimentos. Como os comprimentos acima e abaixo do bocal na geometria

P9 são, respectivamente, de 2,35 m e 2,44 m, a relação de diâmetros de bocal de 28" (assumido nesse exemplo) e 30" (geometria da câmara de expansão), as alturas acima e abaixo do bocal resultantes são de 2,19 m (=2,35 m*28/30) e 2,28 m (=2,44*28/30). Entretanto, esses dados são informativos e não influenciam nos cálculos que seguem.

Diâmetro Externo da Câmara, D [pol]	28	=	$d/D = 0.1071$
Diâmetro Menor do Bocal, d [pol]	3		$0.1 < d/D < 0.1333$
Viscosidade do Líquido [cP]	30		
Massa Específica do Líquido [kg/m ³]	850		
Vazão de Líquido [m ³ /dia]	2700		16982 [barris/dia]
Fração de Vazio de Entrada, r_G []	0.08		$0.05 < r_G < 0.2$
Diâmetro médio das bolhas, d_G [mm]	1.7		$0.5 < d_G < 2$
Altura Acima do Bocal [m]	2.191943		
Altura Abaixo do Bocal [m]	2.278267		

Figura 6.9 – Imagem da planilha de cálculo que ilustra, além dos dados de entrada e das informações primárias, os dados de altura acima e abaixo do bocal.

A terceira etapa dos cálculos envolve a avaliação dos números adimensionais de Reynolds de filme e Froude, respectivamente Re_δ e Fr_Q^2 . Essa etapa é importante não somente para avaliar os valores dessas propriedades que serão usadas nos cálculos seguintes, mas também para verificar se os dados de entrada se encontram na faixa simulada e se o regime de escoamento é laminar ou turbulento, com base no critério de que $Re_\delta < 1500$ corresponde ao regime laminar e $Re_\delta \geq 1500$ ao turbulento, como já descrito anteriormente. Lembrando-se que $Re_\delta = Q_l / (2\pi R_o v_l)$ e $Fr_Q^2 = Q_l^2 / (gR_o^5)$, tem-se que:

$$Re_\delta = \frac{(2700 \text{ [m}^3 \text{ / dia]} / 86400 \text{ [s/dia]})}{\left(2\pi \cdot \left(\frac{(28 \text{ pol} \cdot 0,0254 \text{ [m/pol]})}{2} \right) \cdot \left(\frac{(30 \text{ cP} \cdot 0,001 \text{ [Pa} \cdot \text{s/cP]})}{850 \text{ [kg/m}^3\text{]}} \right) \right)} = 396,28$$

$$Fr_Q^2 = \frac{(2700 \text{ [m}^3 \text{ / dia]} / 86400 \text{ [s/dia]})^2}{\left(9,81 \text{ [m/s}^2\text{]} \cdot \left(\frac{(28 \text{ pol} \cdot 0,0254 \text{ [m/pol]})}{2} \right)^5 \right)} = 0,017507$$

A Figura 6.10 mostra uma imagem da planilha de resultados com os cálculos acima, na qual se pode observar que os valores atendem à faixa estabelecida

($100 \leq Re_\delta \leq 8000$ e $0,005 \leq Fr_Q^2 \leq 0,085$), e que o número de Reynolds de filme, sendo menor que 1500, corresponde ao regime laminar, como indicado.

Diâmetro Externo da Câmara, D [pol]	28		$d/D = 0.1071$
Diâmetro Menor do Bocal, d [pol]	3		$0.1 < d/D < 0.1333$
Viscosidade do Líquido [cP]	30		
Massa Específica do Líquido [kg/m ³]	850		
Vazão de Líquido [m ³ /dia]	2700	=	16982 [barris/dia]
Fração de Vazio de Entrada, r_G []	0.08		$0.05 < r_G < 0.2$
Diâmetro médio das bolhas, d_G [mm]	1.7		$0.5 < d_G < 2$
Altura Acima do Bocal [m]	2.191943		
Altura Abaixo do Bocal [m]	2.278267		
Re_δ	396.2836	\leq laminar	$100 < Re_\delta < 8000$
Fr_{Q2}	0.017507		$0.005 < Fr_{Q2} < 0.085$

Figura 6.10 – Imagem da planilha de cálculo que ilustra os cálculos primários, secundários e os valores correspondentes dos números adimensionais.

Por fim, seguem os cálculos das propriedades hidrodinâmicas e da taxa de separação em função do procedimento adotado, através do polinômio estabelecido na Eq. (1) e dos coeficientes das Tabelas Tabela 6.1 e Tabela 6.3. Exemplifica-se, a seguir, o cálculo da espessura de filme com a utilização do polinômio:

$$e / R_o = C_1 + C_2 Re_\delta + C_3 Fr_Q^2 + C_4 (d_{bocal} / D_{câmara}) + C_5 Re_\delta^2 + C_6 (Fr_Q^2)^2 + C_7 (d_{bocal} / D_{câmara})^2 + C_8 Re_\delta Fr_Q^2 + C_9 Re_\delta (d_{bocal} / D_{câmara}) + C_{10} Fr_Q^2 (d_{bocal} / D_{câmara}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e = 14 \text{ [pol]} \cdot 25.4 \text{ [mm/pol]} \cdot \{ 2,289E-02 - 2,272E-05 \cdot 396,3 + 4,878E-01 \cdot 0,017507 - 1.078E-01 \cdot 0,1071 + 9,727E-09 (396,3)^2 - 2.560E+00 \cdot (0,017507)^2 + 2.455E-01 \cdot (0,1071)^2 - 1.162E-04 \cdot 396,3 \cdot 0,017507 + 3.434E-05 \cdot 396,3 \cdot 0,1071 + 2.833E-01 \cdot 0,017507 \cdot 0,1071 \} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e = 5,56 \text{ mm}.$$

As demais propriedades são calculadas de modo similar. A Figura 6.11 a seguir, apresenta os valores resultantes desses cálculos, que resultaram em espessura de filme de $e = 5,56$ mm, ângulo das linhas de corrente de $\alpha = 78,8^\circ$, tempo médio de residência de $t = 1,194$ s, altura de elevação de $h = 22,3$ cm e taxa de separação de $\eta = 91,4$ %. Para a espessura de filme, para a qual existe solução analítica que, a

rigor, vale para o filme em queda livre (o que não acontece abaixo, já que $\alpha = 78,8^\circ$), mostra-se também, ao lado direito da solução aproximada pelo polinômio, o valor analítico, que nesse caso foi de $e = 5,32$ mm, o que representa uma boa concordância.

Diâmetro Externo da Câmara, D [pol]	28		$d/D = 0.1071$
Diâmetro Menor do Bocal, d [pol]	3		$0.1 < d/D < 0.1333$
Viscosidade do Líquido [cP]	30		
Massa Específica do Líquido [kg/m ³]	850		
Vazão de Líquido [m ³ /dia]	2700	=	16982 [barris/dia]
Fração de Vazio de Entrada, r_G []	0.08		$0.05 < r_G < 0.2$
Diâmetro médio das bolhas, d_G [mm]	1.7		$0.5 < d_G < 2$
Altura Acima do Bocal [m]	2.191943		
Altura Abaixo do Bocal [m]	2.278267		
Re_δ	396.2836	\leq laminar	$100 < Re_\delta < 8000$
Fr_{Q2}	0.017507		$0.005 < Fr_{Q2} < 0.085$
Espessura Média de Filme [mm]	5.56		Solução Analítica: 5.32
Ângulo Médio das Linhas de Corrente na Saída [°]	78.8		
Tempo Médio de Residência [s]	1.194		
Altura de Elevação [cm]	22.3		
Taxa de Separação [%]	91.4		

Figura 6.11 – Imagem da planilha de cálculos completa para os dados assumidos no presente exemplo.

Um segundo exemplo, mostrado abaixo de modo mais simplificado, mostra o desempenho da planilha para condições extrapoladas em todas as propriedades medidas. Foram assumidas as seguintes condições para o exemplo:

- Diâmetro externo da câmara, D : 22" (0,5588 m)
- Diâmetro menor do bocal, d : 3" (0,0762 m)
- Viscosidade do líquido: 200 cP
- Massa específica do líquido: 850 kg/m³
- Vazão de líquido: 3500 m³/dia
- Fração de vazio de entrada, r_G : 0,25
- Diâmetro médio das bolhas, d_G : 0,3 mm

Nesse caso, todos os dados estão sujeitos à extrapolação fornecida pelos respectivos polinômios. Entretanto, por não ter sido realizada uma extrapolação muito além das faixas estabelecidas, os resultados podem ser considerados confiáveis. A Figura 6.12 mostra uma imagem da planilha de cálculo com os resultados, na qual se pode observar os avisos de que as propriedades se encontram fora da faixa. Nota-se, entretanto, que os resultados condizem com a tendência esperada, já que a alta viscosidade assumida para o líquido (200 cP) gerou uma elevada espessura de filme (10,33mm, sendo a solução analítica para esse caso de 11,84mm) e um alto ângulo de inclinação (~85 °). Além disso, a alta viscosidade em conjunto com o pequeno diâmetro de bolha (0,3 mm) ocasionou uma baixa taxa de separação, nesse caso de 67,7%. A alta vazão considerada, entretanto, além do fato de que o separador é consideravelmente menor (22" de diâmetro) fizeram com que a altura de elevação fosse relativamente alta, de 25,6cm, e o tempo de residência relativamente baixo, de 1,078 s.

Diâmetro Externo da Câmara, D [pol]	22		$d/D = 0.1364$	<=Fora da faixa!
Diâmetro Menor do Bocal, d [pol]	3		$0.1 < d/D < 0.1333$	
Viscosidade do Líquido [cP]	200			
Massa Específica do Líquido [kg/m ³]	850			
Vazão de Líquido [m ³ /dia]	3500	=	22014 [barns/dia]	
Fração de Vazio de Entrada, r _G []	0.25		$0.05 < r_G < 0.2$	<=Fora da faixa!
Diâmetro médio das bolhas, d _G [mm]	0.3		$0.5 < d_G < 2$	<=Fora da faixa!
Altura Acima do Bocal [m]	1.722241			
Altura Abaixo do Bocal [m]	1.790067			
Re _δ	98.07018	<=laminar	$100 < Re_{\delta} < 8000$	<=Fora da faixa!
FrQ2	0.098244		$0.005 < FrQ2 < 0.085$	<=Fora da faixa!
Espessura Média de Filme [mm]	10.33		Solução Analítica: 11.84	
Ângulo Médio das Linhas de Corrente na Saída [°]	84.8			
Tempo Médio de Residência [s]	1.078			
Altura de Elevação [cm]	25.6			
Taxa de Separação [%]	67.7	* , ** *** *****		

Figura 6.12 – Imagem da planilha de cálculos completa para um exemplo com extrapolações.

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 Contribuições

No presente trabalho foi realizada a simulação numérica do escoamento no interior de uma câmara de expansão, sendo que, neste estudo, foi considerado dois tipos de escoamento, o monofásico e o bifásico e ainda, para o escoamento monofásico, dividido em laminar e turbulento. Foram estudados três tipos de geometria, variando o diâmetro de saída do bocal e também foi feita uma grade de simulações com o intuito de abranger o máximo de situações possíveis.

Para a solução numérica do escoamento, as equações foram discretizadas e resolvidas através do Método dos Volumes Finitos baseado em Elementos (MVFbE), em conjunto com o modelo de dois fluidos e, para os escoamentos em regime turbulento, foi utilizado o modelo SST. A malha numérica foi gerada pelo programa ICEM-CFD e a resolução das equações discretizadas pelo *software* ANSYS-CFX.

A partir dos resultados numéricos, foram realizadas análises dos principais parâmetros da câmara de expansão, sendo eles: espessura média de filme, ângulo médio de inclinação na saída da câmara, tempo médio de residência, altura de elevação e taxa de separação.

Observou-se, para a espessura de filme o aumento do seu valor com o aumento de Fr_Q^2 e diminuição de Re_δ , tanto para o regime laminar quanto para o turbulento, porém, evidencia-se isso claramente no regime laminar, pois a faixa de viscosidades simuladas foi maior. Para o ângulo de inclinação e o tempo de residência, verificou-se que, aumentando o número de Fr_Q^2 e o número de Re_δ , ambos os parâmetros tiveram os seus valores reduzidos. Por fim, para a altura de elevação foi observado o contrário do ângulo de inclinação, ou seja, com o aumento de Fr_Q^2 e Re_δ o escoamento se elevava mais, apesar de que em nenhum caso foi observado a ocorrência de LCO.

No escoamento com entrada bifásica, observou-se que a taxa de separação aumentava com a fração de vazio, o diâmetro de bolha e o número de Re_δ ,

apresentando altos valores para $Re_\delta = 1400$, por isso foi considerado somente o escoamento laminar.

Depois de feitas as análises preliminares, correlações foram propostas nas formas, polinomiais e de potência. Para isso foi utilizado o método dos mínimos quadrados para a interpolação dos resultados. Das correlações propostas, apenas a para altura de elevação possuiu erro médio entre 26% e 37%, para o restante o erro ficou abaixo de 10%. Além do erro médio, também foi utilizado o coeficiente de determinação (R^2) para a avaliação das correlações, para este o valor mínimo obtido foi de 0,847, sendo que, quanto mais próximo de 1, melhor é a correlação.

Por fim, um algoritmo para o dimensionamento da câmara de expansão foi proposto, com base nas correlações realizadas e também dos testes de similaridade dinâmica, apesar desta ter sido feita apenas para o escoamento com entrada monofásica na câmara de expansão.

De forma geral, o presente trabalho fornece, além de um algoritmo para o dimensionamento da câmara de expansão, uma descrição do padrão de escoamento a partir de números adimensionais, o que traz muitos benefícios para análises futuras, sendo uma delas a diminuição de variáveis envolvidas no dimensionamento.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, deixam-se como sugestões, o aprofundamento do estudo em escoamentos com entrada bifásica, como semelhança de escoamento bifásico, comportamento de vários tipos de padrões de escoamento (slug, estratificado, anular) no hidrociclone. Investigação de novas geometrias, explorando a geometria do bocal de entrada e a inclinação da mesma.

Sugere-se também, realizar um estudo experimental para a validação dos resultados obtidos.

REFERÊNCIAS

ANSYS, Inc. **ANSYS-CFX® – SOLVER THEORY GUIDE**, 2010

Freire, A. P. S., Ilha, A., Colaço M. J., **TURBULÊNCIA**. Graffito, Brasil, 2006.

Coleman, H. W.; Steele, W. G. **EXPERIMENTATION AND UNCERTAINTY ANALYSIS FOR ENGINEERS**, 2ª Ed. Nova Iorque, NY, E.U.A.: Editora John Wiley & Sons Inc., 1998.

Drew, D.; Lahey, R. T., **MATHAMATICAL MODELLING OF TWO-PHASE FLOWS: Annual Review of Fluid Mechanics**, Vol. 15, pp. 261-291, 1983.

Erdal, F.M., Mantilla, I. Shirazi, S.A and Shoham, O.:**SIMULATION OF FREE INTERFACE SHAPE AND COMPLEX TWO-PHASE FLOW BEHAVIOR IN A GAS-LIQUID CYLINDRICAL CYCLONE SEPARATOR**, paper FEDSM97-5206, *presented at the 1998 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting* , Washington, DC, June 20-25, 1998.

Erdal, F.M., Shirazi, S.A., Mantilla, I., Shoham, O. **CFD STUDY OF BUBBLE CARRY-UNDER IN GAS-LIQUID CYLINDRICAL CYCLONE SEPARATORS**, *paper presented at 1998 SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Louisiana, USA, September 27–30, 1998.

Ishii, M. **THERMO-FLUID DYNAMICS OF TWO PHASE FLOW**: Eyrolles, France, 1975.

Kouba, G.E., Shoham, O., Shirazi, S.A.: **DESIGN AND PERFORMANCE OF GAS-LIQUID CYLINDRICAL CYCLONE SEPARATORS**, *Proceedings of the BHR Group 7th International Conference on Multiphase Flow*, Cannes, France, June 7-9, 1995, pp. 307-327.

Launder, B. E.; Spalding, D. B. **THE NUMERICAL COMPUTATIONAL OF TURBULENT FLOWS**: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp. 269-289, 1974.

Maliska, C. R. **TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**, 2ª edição, editora LTC, Rio de Janeiro, 2004.

Marti, S.K., Erdal, F.M., Shoham, O., Shirazi, S.A. Kouba, G.E. **ANALYSIS OF GAS CARRY-UNDER IN GAS-LIQUID CYLINDRICAL CYCLONES**, Presented at the Hydrocyclones 1996 International Meeting, St. Johns College, Cambridge, England, April 2–4, 1996

Matos, Arlindo de, **DISTRIBUIÇÃO DE FASES DE ESCOAMENTO A BOLHAS EM DUTO DE SECÇÃO QUADRADA ATRAVÉS DE CURVA DE 180° NO PLANO VERTICAL**, Campinas, SP: [s.n.], 2004.

Menter, F.R., **TWO-EQUATION EDDY-VISCOSITY TURBULENCE MODELS FOR ENGINEERING APPLICATIONS**, AIAA-Journal., 32(8), pp. 1598 - 1605, 1994.

Morandin, Marcelo Luiz, **MODELAGEM DE UM FILME LÍQUIDO SOB A AÇÃO COMBINADA DOS CAMPOS CENTRÍFUGO E GRAVITACIONAL DE FORÇAS: HIDROCICLONE**, Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Nieckele, A. O., Carneiro J. N. E., **MODELO DE DOIS FLUIDOS**, Escola Brasileira de escoamento Multifásico, Curitiba, Brasil, 2012.

Petrobras, **CONTATO PESSOAL**, 2012

Rietema, K. **PERFORMANCE AND DESIGN OF HYDROCYCLONE - I. CHEMICAL ENGINEERING SCIENCE**.v.15,p. 298-302, London Jul. 1960.

Rosa, E.S., França, F.A., Ribeiro, G.S., **THE CYCLONE GAS-LIQUID SEPARATOR: OPERATION AND MECHANISTIC MODELING**, International Journal of Petroleum Science and Engineering,v.32, pp 87-101, 2001

Sant'anna, Felipe O., **SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO NA CÂMARA DE EXPANSÃO DO SEPARADOR LÍQUIDO-GÁS VASPS**. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil, 2010.

Wilcox, D. C., **REASSESSMENT OF THE SCALE-DETERMINING EQUATION FOR ADVANCED TURBULENCE MODELS**, AIAA Journal, Vol. 26, No. 11, 1988, pp.

APÊNDICE A – RESULTADOS MONOFÁSICO LAMINAR

Resultados obtidos das simulações numéricas para escoamento monofásico laminar.

Escoamento Laminar (Red < 1500)																				
Re _δ	Fr ₀ ²	d _{Bocai} / D ₀ Câmara	Espessura média saída/R ₀	Ângulo médio saída	Tempo médio de residência / Tempo queda livre	Altura média de elevação / R ₀	Re _δ	Fr ₀ ²	d _{Bocai} / D ₀ Câmara	Espessura média saída/R ₀	Ângulo médio saída	Tempo médio de residência / Tempo queda livre	Altura média de elevação / R ₀	Re _δ	Fr ₀ ²	d _{Bocai} / D ₀ Câmara	Espessura média saída/R ₀	Ângulo médio saída	Tempo médio de residência / Tempo queda livre	Altura média de elevação / R ₀
100	0.005	0.1	0.0131315	86.9093	2.37764	0.155525	100	0.005	0.11667	0.00967097	84.0239	2.02646	0.051431	100	0.005	0.13333	0.00850727	83.2135	1.95319	0.0231964
100	0.0085	0.1	0.0174488	87.4069	2.32321	0.335217	100	0.0085	0.11667	0.0155421	86.4843	2.2371	0.126936	100	0.0085	0.13333	0.0139269	85.4408	2.13242	0.0478882
100	0.015	0.1	0.0216788	87.6529	2.21042	0.626259	100	0.015	0.11667	0.0209796	86.7495	2.17551	0.317838	100	0.015	0.13333	0.0195815	85.8544	2.11615	0.158255
100	0.02	0.1	0.0239711	87.5826	2.15103	0.790168	100	0.02	0.11667	0.0235721	87.0449	2.13613	0.472881	100	0.02	0.13333	0.0227631	85.9105	2.11279	0.252721
100	0.035	0.1	0.0294164	85.8492	1.9832	0.849736	100	0.035	0.11667	0.0292344	86.6597	2.02813	0.813084	100	0.035	0.13333	0.0289099	86.3864	2.00421	0.564021
100	0.065	0.1	0.0361543	83.3703	1.75142	1.25037	100	0.065	0.11667	0.0364929	83.9769	1.85174	0.885933	100	0.065	0.13333	0.0363731	84.9523	1.90422	0.864236
100	0.085	0.1	0.0400266	81.7678	1.66403	1.48592	100	0.085	0.11667	0.0404495	83.0069	1.75031	1.04172	100	0.085	0.13333	0.0404864	83.6812	1.81351	0.871733
200	0.005	0.1	0.0115518	84.7931	2.11985	0.197765	200	0.005	0.11667	0.00989155	84.0414	2.0327	0.051703	200	0.005	0.13333	0.00858909	83.3755	1.94667	0.0233733
200	0.0085	0.1	0.0145837	85.3439	2.02564	0.429528	200	0.0085	0.11667	0.0127387	83.4594	1.98857	0.153842	200	0.0085	0.13333	0.0118022	83.0994	1.9131	0.0570099
200	0.015	0.1	0.0179032	84.8161	1.92289	0.783498	200	0.015	0.11667	0.0175362	84.0528	1.91383	0.403691	200	0.015	0.13333	0.0166889	83.1831	1.87591	0.188108
200	0.02	0.1	0.0197918	83.1241	1.84462	0.754513	200	0.02	0.11667	0.0196599	83.9465	1.86572	0.607427	200	0.02	0.13333	0.0191456	83.0951	1.85229	0.321681
200	0.035	0.1	0.0242653	80.0223	1.64212	0.994124	200	0.035	0.11667	0.0240648	81.242	1.74099	0.769663	200	0.035	0.13333	0.0238002	82.4749	1.75819	0.715872
200	0.065	0.1	0.0299775	75.636	1.46475	1.58829	200	0.065	0.11667	0.0297498	77.4029	1.53401	1.13939	200	0.065	0.13333	0.029973	78.4346	1.59499	0.868324
200	0.085	0.1	0.0331912	74.2771	1.41169	1.77373	200	0.085	0.11667	0.032531	76.775	1.45071	1.48838	200	0.085	0.13333	0.0327007	76.7138	1.51873	1.07194
500	0.005	0.1	0.00903128	81.2244	1.80228	0.257247	500	0.005	0.11667	0.00791498	81.3187	1.80924	0.062455	500	0.005	0.13333	0.00922057	81.3569	1.76639	0.0247383
500	0.0085	0.1	0.010811	79.7969	1.70764	0.57876	500	0.0085	0.11667	0.0107896	80.6791	1.74766	0.194518	500	0.0085	0.13333	0.0103311	80.6923	1.71289	0.0677809
500	0.015	0.1	0.014471	76.4981	1.59769	0.751524	500	0.015	0.11667	0.0137417	78.4871	1.65108	0.537205	500	0.015	0.13333	0.0131509	79.1517	1.65789	0.243358
500	0.02	0.1	0.0157013	73.0729	1.49285	0.846041	500	0.02	0.11667	0.0154284	77.2505	1.6083	0.741099	500	0.02	0.13333	0.0150769	77.8792	1.60804	0.420761
500	0.035	0.1	0.0192898	68.3477	1.3402	1.33981	500	0.035	0.11667	0.0186746	71.218	1.43928	0.896314	500	0.035	0.13333	0.018701	74.1185	1.49056	0.786045
500	0.065	0.1	0.0235071	63.1331	1.18456	1.87081	500	0.065	0.11667	0.023694	66.9037	1.26351	1.57304	500	0.065	0.13333	0.0231788	69.0818	1.3207	1.19431
500	0.085	0.1	0.0255556	60.0659	1.12206	2.14418	500	0.085	0.11667	0.0259403	64.8246	1.19837	1.81885	500	0.085	0.13333	0.0253762	67.1497	1.24209	1.55953
650	0.005	0.1	0.00797466	79.8314	1.73894	0.278344	650	0.005	0.11667	0.00752028	80.6658	1.75043	0.063404	650	0.005	0.13333	0.008593	80.3934	1.71754	0.0250635
650	0.0085	0.1	0.0102841	78.082	1.63177	0.61691	650	0.0085	0.11667	0.0102327	79.4665	1.69028	0.207035	650	0.0085	0.13333	0.00940134	79.8687	1.67027	0.070563
650	0.015	0.1	0.0130762	73.4457	1.49238	0.768075	650	0.015	0.11667	0.0133926	76.7532	1.59666	0.573598	650	0.015	0.13333	0.0124847	78.219	1.59967	0.257397
650	0.02	0.1	0.0147428	70.0058	1.42611	0.878007	650	0.02	0.11667	0.0144092	74.469	1.53173	0.745459	650	0.02	0.13333	0.0140432	76.4476	1.56059	0.449478
650	0.035	0.1	0.0175251	65.347	1.28215	1.39693	650	0.035	0.11667	0.0174904	68.6911	1.3775	0.940696	650	0.035	0.13333	0.0174654	72.0024	1.44231	0.787288
650	0.065	0.1	0.0220867	59.916	1.12925	1.95542	650	0.065	0.11667	0.0216135	64.3347	1.19372	1.62918	650	0.065	0.13333	0.0216271	66.5775	1.26329	1.26832
650	0.085	0.1	0.0240021	56.1611	1.04044	2.24364	650	0.085	0.11667	0.0236533	62.3688	1.15047	1.90316	650	0.085	0.13333	0.0236995	64.7354	1.1857	1.63598
800	0.005	0.1	0.00782972	79.0565	1.69855	0.289714	800	0.005	0.11667	0.00708294	80.1706	1.71432	0.065954	800	0.005	0.13333	0.00829654	80.2457	1.69056	0.0251624
800	0.0085	0.1	0.0100069	76.9093	1.58145	0.646868	800	0.0085	0.11667	0.00967613	78.7199	1.64581	0.217624	800	0.0085	0.13333	0.00914877	79.2598	1.63297	0.0729998
800	0.015	0.1	0.0125239	71.4353	1.4564	0.786033	800	0.015	0.11667	0.0128641	75.4697	1.53705	0.599673	800	0.015	0.13333	0.0118166	77.4116	1.56478	0.269212
800	0.02	0.1	0.0134902	68.1889	1.37766	0.908746	800	0.02	0.11667	0.0137817	72.8967	1.46834	0.743049	800	0.02	0.13333	0.0133963	75.3714	1.51226	0.407516
800	0.035	0.1	0.0166919	63.3539	1.23551	1.43612	800	0.035	0.11667	0.0166108	66.9605	1.32116	0.979947	800	0.035	0.13333	0.0165813	70.5147	1.39922	0.795758
800	0.065	0.1	0.0199374	57.8052	1.0811	2.0191	800	0.065	0.11667	0.0205882	62.6101	1.1615	1.68058	800	0.065	0.13333	0.021202	64.761	1.22194	1.31672
800	0.085	0.1	0.0249501	60.0659	1.12206	2.14418	800	0.085	0.11667	0.0225089	60.5867	1.1081	1.97575	800	0.085	0.13333	0.022573	63.3906	1.15665	1.67341
1100	0.005	0.1	0.00730352	78.0049	1.63279	0.248314	1100	0.005	0.11667	0.00652155	78.9945	1.66505	0.068006	1100	0.005	0.13333	0.00801143	79.6901	1.65902	0.0251101
1100	0.0085	0.1	0.00878793	75.0174	1.50991	0.701698	1100	0.0085	0.11667	0.00892544	77.2932	1.58166	0.227309	1100	0.0085	0.13333	0.00853019	78.2918	1.57779	0.0774326
1100	0.015	0.1	0.011742	68.8776	1.37705	0.805027	1100	0.015	0.11667	0.0113254	73.1196	1.47626	0.630239	1100	0.015	0.13333	0.0111143	76.2021	1.50895	0.286544
1100	0.02	0.1	0.0128884	65.4481	1.3073	0.936359	1100	0.02	0.11667	0.0127697	70.4978	1.42554	0.75476	1100	0.02	0.13333	0.0125408	73.8101	1.45741	0.501986
1100	0.035	0.1	0.0154744	60.8202	1.17046	1.48183	1100	0.035	0.11667	0.0155251	64.8016	1.27372	1.03785	1100	0.035	0.13333	0.0155489	68.661	1.32719	0.829718
1100	0.065	0.1	0.0194186	54.8137	1.01149	2.07559	1100	0.065	0.11667	0.0192323	60.5628	1.11514	1.7579	1100	0.065	0.13333	0.0193083	62.9913	1.17633	1.40604
1100	0.085	0.1	0.0214466	50.0441	0.948863	2.4688	1100	0.085	0.11667	0.021904	64.0274	1.03235	1.70761	1100	0.085	0.13333	0.0212275	61.5977	1.11084	1.73664
1400	0.005	0.1	0.00686987	76.845	1.58167	0.32432	1400	0.005	0.11667	0.00593418	78.3818	1.63222	0.070141	1400	0.005	0.13333	0.00756111	79.5925	1.63261	0.0286444
1400	0.0085	0.1	0.00854732	73.7139	1.4624	0.71085	1400	0.0085	0.11667	0.00833198	76.2923	1.54735	0.237034	1400	0.0085	0.13333	0.0083003	77.868	1.54891	0.0835164
1400	0.015	0.1	0.0107294	67.4913	1.32751	0.828284	1400	0.015	0.11667	0.01076	71.7658	1.43494	0.661053	1400	0.015	0.13333	0.0105881	75.4843	1.46457	0.306262
1400	0.02	0.1	0.0119897	64.0091	1.26345	0.95491	1400	0.02	0.11667	0.0121379	69.1421	1.37154	0.768303	1400	0.02	0.13333	0.0119095	72.9217	1.42524	0.527734
1400	0.035	0.1	0.0147996	59.2638	1.12267	1.52255	1400	0.035	0.11667	0.0147915	63.4246	1.23585	1.07604	1400	0.035	0.13333	0.0148176	67.4568	1.29752	0.843908
1400	0.065	0.1	0.0187119	52.145	0.972651	2.16588	1400	0.065	0.11667	0.0187114	59.6115	1.07664	1.77878	1400	0.065	0.13333	0.0184419	62.1528	1.13961	1.47939
1400	0.085	0.1	0.0205697	48.9331	0.918188	2.56383	1400	0.085	0.11667	0.0214407										

APÊNDICE B – RESULTADOS MONOFÁSICO TURBULENTO

Resultados obtidos das simulações numéricas para escoamento monofásico turbulento.

Escoamento Turbulento (Red > 1500)																					
Reδ	Fr _Q ²	d _{Bocai} / D ₀ Câmara	Espessura média saída/R ₀	Ângulo médio saída	Tempo médio de residência / Tempo queda livre	Altura média de elevação / R ₀	Reδ	Fr _Q ²	d _{Bocai} / D ₀ Câmara	Espessura média saída/R ₀	Ângulo médio saída	Tempo médio de residência / Tempo queda livre	Altura média de elevação / R ₀	Reδ	Fr _Q ²	d _{Bocai} / D ₀ Câmara	Espessura média saída/R ₀	Ângulo médio saída	Tempo médio de residência / Tempo queda livre	Altura média de elevação / R ₀	
2000	0.005	0.1	0.00744471	81.816	1.65798	0.223278	2000	0.005	0.11667	0.006696	82.1664	1.69425	0.065072	2000	0.005	0.13333	0.006265	82.1797	1.65249	0.02523	
2000	0.0085	0.1	0.00929942	82.0209	1.5243	0.485154	2000	0.0085	0.11667	0.00989	82.7042	1.57519	0.189013	2000	0.0085	0.13333	0.008854	81.6636	1.57635	0.069354	
2000	0.015	0.1	0.0126043	81.628	1.43275	0.842411	2000	0.015	0.11667	0.012302	81.7206	1.48262	0.488902	2000	0.015	0.13333	0.012181	81.6357	1.49584	0.233652	
2000	0.02	0.1	0.014422	79.0201	1.38436	0.80028	2000	0.02	0.11667	0.01341	80.9699	1.42511	0.714096	2000	0.02	0.13333	0.013638	80.7913	1.44765	0.395304	
2000	0.035	0.1	0.017036	74.7924	1.24694	1.15541	2000	0.035	0.11667	0.017381	76.613	1.32155	0.839941	2000	0.035	0.13333	0.016986	78.7782	1.35305	0.866989	
2000	0.065	0.1	0.0221883	67.0509	1.09988	1.63296	2000	0.065	0.11667	0.02152	70.9542	1.16468	1.40511	2000	0.065	0.13333	0.021333	72.7967	1.21043	1.06321	
2000	0.085	0.1	0.0244809	63.1183	1.03245	1.81081	2000	0.085	0.11667	0.02365	68.067	1.1021	1.62224	2000	0.085	0.13333	0.023537	70.41	1.1444	1.38261	
3500	0.005	0.1	0.0071183	80.8898	1.61848	0.2351	3500	0.005	0.11667	0.006405	81.2322	1.65332	0.066702	3500	0.005	0.13333	0.006265	82.1797	1.65249	0.02523	
3500	0.0085	0.1	0.00936943	81.1483	1.48833	0.509902	3500	0.0085	0.11667	0.009292	81.3468	1.551	0.196442	3500	0.0085	0.13333	0.008854	81.6636	1.57635	0.069354	
3500	0.015	0.1	0.0119102	79.4816	1.39776	0.837431	3500	0.015	0.11667	0.011657	80.5484	1.4297	0.519728	3500	0.015	0.13333	0.012181	81.6357	1.49584	0.233652	
3500	0.02	0.1	0.0138664	76.7105	1.33283	0.806677	3500	0.02	0.11667	0.01302	79.7301	1.38	0.758084	3500	0.02	0.13333	0.013638	80.7913	1.44765	0.395304	
3500	0.035	0.1	0.0164503	71.8642	1.20294	1.24054	3500	0.035	0.11667	0.016408	74.3739	1.27515	0.851839	3500	0.035	0.13333	0.016986	78.7782	1.35305	0.866989	
3500	0.065	0.1	0.0212047	63.8162	1.05191	1.68038	3500	0.065	0.11667	0.020512	68.6112	1.11876	1.457	3500	0.065	0.13333	0.021333	72.7967	1.21043	1.06321	
3500	0.085	0.1	0.0233174	59.879	0.985713	1.86292	3500	0.085	0.11667	0.022543	65.6069	1.058	1.68382	3500	0.085	0.13333	0.02249	68.3047	1.10469	1.47238	
5000	0.005	0.1	0.00701676	80.2774	1.59614	0.24489	5000	0.005	0.11667	0.006229	80.65	1.63193	0.066985	5000	0.005	0.13333	0.005986	80.8166	1.60572	0.026305	
5000	0.0085	0.1	0.00879677	80.3228	1.45641	0.527932	5000	0.0085	0.11667	0.009141	81.1132	1.52297	0.198816	5000	0.0085	0.13333	0.00813	80.3953	1.52911	0.07427	
5000	0.015	0.1	0.0115442	78.357	1.37537	0.84288	5000	0.015	0.11667	0.011315	79.718	1.40054	0.536147	5000	0.015	0.13333	0.011235	80.1589	1.43603	0.252309	
5000	0.02	0.1	0.0135124	75.1881	1.31175	0.814848	5000	0.02	0.11667	0.012715	78.7383	1.353	0.778347	5000	0.02	0.13333	0.012546	78.9661	1.36757	0.427175	
5000	0.035	0.1	0.0160653	69.8873	1.17684	1.23406	5000	0.035	0.11667	0.015919	73.0696	1.24844	0.863331	5000	0.035	0.13333	0.015715	75.837	1.28833	0.850706	
5000	0.065	0.1	0.0206515	61.9653	1.02669	1.70475	5000	0.065	0.11667	0.019916	67.1871	1.09232	1.47559	5000	0.065	0.13333	0.019827	69.6554	1.13707	1.19444	
5000	0.085	0.1	0.0227224	59.879	0.935416	1.94216	5000	0.085	0.11667	0.021904	64.0274	1.03235	1.70761	5000	0.085	0.13333	0.021785	67.065	1.08163	1.50829	
6500	0.005	0.1	0.00690929	79.8936	1.58523	0.248623	6500	0.005	0.11667	0.006107	80.3107	1.62134	0.067847	6500	0.005	0.13333	0.005891	80.5551	1.60081	0.026309	
6500	0.0085	0.1	0.00891152	79.9821	1.44745	0.544068	6500	0.0085	0.11667	0.008972	80.7693	1.50577	0.200048	6500	0.0085	0.13333	0.0079	80.2365	1.51946	0.07661	
6500	0.015	0.1	0.0115811	77.4946	1.35663	0.837117	6500	0.015	0.11667	0.011098	79.1244	1.38951	0.543766	6500	0.015	0.13333	0.011013	79.7209	1.4203	0.251635	
6500	0.02	0.1	0.0132449	74.1194	1.2943	0.818523	6500	0.02	0.11667	0.012484	77.9158	1.34513	0.789879	6500	0.02	0.13333	0.012218	78.4457	1.356	0.440646	
6500	0.035	0.1	0.0157769	68.6623	1.15708	1.24117	6500	0.035	0.11667	0.015605	72.1564	1.23088	0.883213	6500	0.035	0.13333	0.015413	75.0277	1.27299	0.843343	
6500	0.065	0.1	0.0202363	60.7186	1.01063	1.73011	6500	0.065	0.11667	0.019499	66.1556	1.07875	1.48404	6500	0.065	0.13333	0.019429	68.7907	1.12415	1.20507	
6500	0.085	0.1	0.0222377	56.5743	0.946787	1.92159	6500	0.085	0.11667	0.021441	62.9483	1.01707	1.7326	6500	0.085	0.13333	0.02135	66.2461	1.06309	1.52432	
8000	0.005	0.1	0.00690929	79.8936	1.58523	0.248623	8000	0.005	0.11667	0.006006	80.1074	1.61453	0.069533	8000	0.005	0.13333	0.005817	80.3195	1.59463	0.026252	
8000	0.0085	0.1	0.00891152	79.9821	1.44745	0.544068	8000	0.0085	0.11667	0.008832	80.4825	1.4924	0.201991	8000	0.0085	0.13333	0.007734	79.9084	1.51099	0.078828	
8000	0.015	0.1	0.0115811	77.4946	1.35663	0.837117	8000	0.015	0.11667	0.010922	78.8554	1.38614	0.552566	8000	0.015	0.13333	0.010848	79.374	1.40785	0.253895	
8000	0.02	0.1	0.0132449	74.1194	1.2943	0.818523	8000	0.02	0.11667	0.01226	77.2264	1.33316	0.790795	8000	0.02	0.13333	0.012105	78.0999	1.35127	0.444747	
8000	0.035	0.1	0.0157769	68.6623	1.15708	1.24117	8000	0.035	0.11667	0.015373	71.4282	1.21692	0.897757	8000	0.035	0.13333	0.015187	74.3948	1.26083	0.835209	
8000	0.065	0.1	0.0202363	60.7186	1.01063	1.73011	8000	0.065	0.11667	0.019173	65.3869	1.06666	1.48967	8000	0.065	0.13333	0.019144	68.1063	1.11365	1.21966	
8000	0.085	0.1	0.0219399	55.5961	0.935416	1.94216	8000	0.085	0.11667	0.02111	62.1484	1.00654	1.74174	8000	0.085	0.13333	0.02103	65.5953	1.05474	1.53335	

APÊNDICE C – RESULTADOS TAXA DE SEPARAÇÃO

Resultados obtidos das simulações numéricas com entrada bifásica, variando o diâmetro da bolha, fração de gás na entrada, número de Re e Fr_Q^2 .

Taxa de separação [%]														
0.5mm					1mm					2mm				
5%					5%					5%				
Fr_Q^2/Re	100	500	800	1400	Fr_Q^2/Re	100	500	800	1400	Fr_Q^2/Re	100	500	800	1400
0.015	33.505	63.992	67.376	82.682	0.015	72.056	83.769	90.733	96.649	0.015	84.876	93.968	96.580	97.999
0.020	36.185	56.935	70.650	83.554	0.020	67.364	84.315	91.558	96.770	0.020	81.483	93.642	96.749	98.722
0.035	36.934	62.912	60.725	80.673	0.035	59.868	82.358	92.116	97.915	0.035	79.975	97.322	99.378	99.435
0.085	32.364	63.630	67.456	80.871	0.085	66.584	83.897	89.391	96.555	0.085	78.176	96.797	97.532	99.514
10%					10%					10%				
Fr_Q^2/Re	100	500	800	1400	Fr_Q^2/Re	100	500	800	1400	Fr_Q^2/Re	100	500	800	1400
0.015	67.311	72.756	76.087	84.781	0.015	71.675	87.723	91.745	97.393	0.015	86.396	92.460	96.510	97.792
0.020	64.506	69.726	76.615	85.630	0.020	74.672	86.097	93.241	97.686	0.020	83.981	92.689	97.451	98.240
0.035	55.112	60.671	73.200	87.511	0.035	70.953	84.984	95.118	98.377	0.035	80.805	95.696	98.863	98.038
0.085	57.574	60.605	71.249	83.214	0.085	71.149	87.983	93.504	97.733	0.085	83.075	96.571	98.140	99.614
20%					20%					20%				
Fr_Q^2/Re	100	500	800	1400	Fr_Q^2/Re	100	500	800	1400	Fr_Q^2/Re	100	500	800	1400
0.015	75.848	80.237	83.343	89.901	0.015	82.930	88.632	94.294	94.813	0.015	83.852	94.577	97.946	99.169
0.020	76.268	81.037	83.875	92.260	0.020	82.709	91.342	90.841	98.755	0.020	81.107	95.755	98.775	99.406
0.035	79.006	77.272	82.849	90.388	0.035	85.047	92.081	93.607	95.763	0.035	87.314	98.203	98.545	98.935
0.085	74.145	80.969	83.718	92.556	0.085	82.607	88.935	91.166	96.441	0.085	82.912	96.693	99.759	99.792